

CS/CT/CO/IT/CI (CSIT)-302

B.Tech./B.Tech. (Working Professional) III Semester

Examination, June 2025

Grading System (GS) / Working Professional

Discrete Structure

Time : Three Hours

Maximum Marks : 70

- शीर्ष बिंदु $V = \{A, B, C, D\}$ और किनारों $E = \{(A, B), (B, C), (C, D), (D, A), (A, C)\}$ वाले ग्राफ G के लिए, निर्धारित करें।
- क्या ग्राफ में यूलेरियन पथ या यूलेरियन परिपथ शामिल है या नहीं।
 - ग्राफ G में सभी हैमिल्टनियन परिपथ
- b) How many permutations can be formed from the letters of the word "MATHEMATICS" such that all vowels are together? 7
- "MATHEMATICS" शब्द के अक्षरों से कितने क्रमबद्ध बनाए जा सकते हैं ताकि सभी स्वर एक साथ हों।
7. a) What is a Hasse diagram? Draw the Hasse diagram for the set $\{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$ with the divisibility relation. 7
- हासे आरेख क्या है? विभाज्यता संबंध के साथ सेट $\{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$ के लिए हासे आरेख बनाइए।
- b) Define a lattice and prove that every finite lattice has a unique least upper bound and greatest lower bound. 7
- जालक (लट्टिस) को परिभाषित करें तथा सिद्ध करें कि प्रत्येक परिमित जालक की एक अद्वितीय न्यूनतम ऊपरी सीमा तथा अधिकतम निचली सीमा होती है।
8. Write short notes on (any four) 14
- Finite state machines as language recognizers
 - Binomial theorem
 - Permutation group
 - Partial Ordering Relation
 - Countable and uncountable sets
- संक्षेप में नोट लिखें। (कोई चार)
- भाषा पहचानकर्ता के रूप में सीमित अवस्था मशीन
 - द्विपद प्रमेय
 - क्रमबद्ध समूह
 - आंशिक क्रमबद्ध संबंध
 - गणनीय और अगणनीय सेट

CS/CT/CO/IT/CI (CSIT)-302

- Note: i) Attempt any five questions.
किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिए।
All questions carry equal marks.
सभी प्रश्नों के समान अंक हैं।
- iii) In case of any doubt or dispute the English version question should be treated as final.
किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।

1. a) Consider three sets $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{3, 4, 5, 6\}$ and $C = \{1, 5, 7\}$. Using Venn diagrams, determine and shade the regions corresponding to $(A \cup B) \cap (B \cap C)$ and $A \cap (B \cup C)$. Verify if these expressions are equivalent by listing the elements. 7
- तीन सेट $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{3, 4, 5, 6\}$ और $C = \{1, 5, 7\}$ दिए गए हैं। वेन आरेखों का उपयोग करके $(A \cup B) \cap (B \cap C)$ और $A \cap (B \cup C)$ से संबंधित क्षेत्र को निर्धारित करें और छायांकित करें। तत्वों को सूचीबद्ध करके सत्यापित करें कि क्या ये अभिव्यक्तियाँ समतुल्य हैं।

CS/CT/CO/IT/CI (CSIT)-302

PTO

[2]

- b) Define and illustrate an equivalence relation by constructing an equivalence relation on the set $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ where two elements are related if they have the same remainder when divided by 3. 7
- सेट $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ पर एक तुल्यता संबंध का निर्माण करके एक तुल्यता संबंध को परिभाषित और चित्रित करें जिसमें दो तत्व भी संबंधित हो जब उन्हें 3 से विभाजित करने पर समान शेषफल मिले।
2. a) What is pigeonhole principle. Prove it by using mathematical induction and use it to show that in a group of 15 people, at least two share the same birth month. 7
- कबूतरखाना सिद्धांत (पिजनहोल सिद्धांत) क्या है? इसे गणितीय प्रेरण का उपयोग कर सिद्ध करें। इसका उपयोग करते हुए यह दिखाएँ कि 15 लोगों के समूह में कम से कम दो का जन्म एक ही महीने में हुआ होगा।
- b) Explain a recursively defined function. Solve the recurrence relation $f(n) = f(n-1) + 3$ with initial condition $f(0) = 2$. 7
- पुनरावर्ती रूप से परिभाषित फंक्शन की व्याख्या करें। प्रारंभिक शर्त $f(0) = 2$ के साथ पुनरावृत्ति संबंध $f(n) = f(n-1) + 3$ को हल करें।
3. a) Prove that the set $G = \{0, 1, 2, 3\}$ under addition modulo 4 is an abelian group. Identify the identity and inverse elements. 7
- सिद्ध करें कि योग मॉड्यूलो 4 के अंतर्गत सेट $G = \{0, 1, 2, 3\}$ एक एबेलियन समूह है। पहचान और व्युत्क्रम तत्वों की पहचान करें।
- b) Define a homomorphism between two groups. Verify whether the mapping $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ defined by $f(x) = 2x$ is a homomorphism under addition. 7
- दो समूहों के बीच होमोमोर्फिज्म (एक समरूपता) को परिभाषित करें। सत्यापित करें कि $f(x) = 2x$ द्वारा परिभाषित मैपिंग $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ योग के अंतर्गत होमोमोर्फिज्म (एक समरूपता) है या नहीं?

CS/CT/CO/IT/CI (CSIT)-302

Contd...

[3]

4. a) Consider the propositions p, q and r , where : 7
- p : "It is raining."
 - q : "I am carrying an umbrella."
 - r : "I stay dry."
- Assume the implication $(p \rightarrow q) \rightarrow r$. Construct a truth table for the expression $(p \rightarrow q) \rightarrow r$ and determine if it is a tautology or contradiction.
- कथनों p, q और r पर विचार करें, जहाँ :
- p : "बारिश हो रही है।"
 - q : "मैं छाता लेकर जा रहा हूँ।"
 - r : "मैं सूखा रहता हूँ।"
- यह मानते हुए कि निष्कर्ष $(p \rightarrow q) \rightarrow r$ सही है। $(p \rightarrow q) \rightarrow r$ अभिव्यक्ति के लिए एक सत्य तालिका बनाइए और निर्धारित करें कि यह एक सर्वसत्य (तौटोलॉजी) है या विरोधाभास।
- b) What are predicates in propositional logic? Define universal and existential quantifiers with examples. 7
- प्रस्तावना तर्क में विधेय क्या हैं? उदाहरणों के साथ सार्वभौमिक और अस्तित्वगत परिमाणकों को परिभाषित करें।
5. a) Define graph theory and explain the basic terminology of graphs such as vertices, edges, degree and adjacency. 7
- ग्राफ सिद्धांत को परिभाषित करें और ग्राफ की मूल शब्दावली जैसे शीर्ष बिंदु, किनारे, डिग्री और आसन्नता को समझाइए।
- b) Define and give an example of an isomorphic graph pair. Verify isomorphism between two adjacency matrices. 7
- समरूपी ग्राफ की परिभाषा दें और एक उदाहरण प्रस्तुत करें। दो आसन्नता मैट्रिक्सों के बीच समरूपता सत्यापित करें।
6. a) For the graph G with vertices $V = \{A, B, C, D\}$ and edges $E = \{(A, B), (B, C), (C, D), (D, A), (A, C)\}$, determine : 7
- Whether the graph contains a Eulerian path or circuit or not.
 - All Hamiltonian circuits in the graph G .

CS/CT/CO/IT/CI (CSIT)-302

PTO

CS-302 Discrete Structure, (Dec-2024)

[4]

निम्नलिखित तर्क की वैधता साबित करें "यदि दौड़ लय की जाती है तो किसीने टेढ़े हो जाते हैं, तो पर्यटक व्यापार में गिरावट आएगी। पर्यटन व्यापार घटेगा तो पुलिस खुश होगी। पुलिस बल कभी खुश नहीं रहता इसलिए, दौड़ें निश्चित नहीं हैं।"

7. a) Let (L, \vee, \wedge, \leq) be a distributive lattice and $a, b, c \in L$. if $a \wedge b = a \wedge c$ and $a \vee b = a \vee c$ then show that $b = c$.
मान लीजिए (L, \vee, \wedge, \leq) एक वितरणात्मक जालक और $a, b, c \in L$ है यदि $a \wedge b = a \wedge c$ और $a \vee b = a \vee c$ है तो दिखाइए कि $b = c$ है।
- b) Explain various Rules of Inference for Propositional Logic.
प्रस्तावात्मक तर्क के लिए अनुमान के विभिन्न नियमों की व्याख्या करें।
8. a) What is Ring? Define elementary properties of Ring with example.
रिंग क्या है? रिंग के प्राथमिक गुणों को उदाहरण सहित परिभाषित करें।
- b) Prove or disprove that intersection of two normal subgroups of a group G is again a normal subgroup of G.
सिद्ध या असिद्ध करें कि समूह G के दो सामान्य उपसमूहों का प्रतिच्छेदन फिर से G का एक सामान्य उपसमूह है।

Career-शिक्षा.COM

CS/CT/CO/IT/CI (CSIT)-302

Total No. of Questions : 8]

[Total No. of Printed Pages : 4

Roll No

CS/CT/CO/IT/CI (CSIT)-302

B.Tech./B.Tech. (Working Professional) III Semester

Examination, December 2024

Grading System (GS) / Working Professional
Discrete Structure

Time : Three Hours

Maximum Marks : 70

- Note: i) Attempt any five questions.
किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिए।
- ii) All questions carry equal marks.
सभी प्रश्नों के समान अंक हैं।
- iii) In case of any doubt or dispute the English version question should be treated as final.
किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।

Career-शिक्षा.COM

1. a) Define various types of functions. How many symmetric and reflexive relations are possible from a set A containing 'n' elements?
विभिन्न प्रकार के कार्यों को परिभाषित करें। 'n' तत्वों वाले समुच्चय A से कितने सममित और प्रतिवर्ती संबंध संभव हैं?
- b) Let Z be the group of integers with binary operation * defined by $a * b = a + b - 2$, for all $a, b \in Z$. Find the identity element of the group $\langle Z, * \rangle$.
मान लीजिए कि Z समी $a, b \in Z$ के लिए बाइनरी ऑपरेशन * द्वारा परिभाषित पूर्णांकों का समूह है, जो $a * b = a + b - 2$ द्वारा परिभाषित है। समूह $\langle Z, * \rangle$ का पहचान तत्व खोजें।

CS/CT/CO/IT/CI (CSIT)-302

PTO

[2]

2. a) Show that every Cyclic group is Abelian. Prove that a lattice with 5 elements is not a Boolean algebra.
दिखाएँ कि प्रत्येक चक्रीय समूह एबेलियन है। सिद्ध करें कि 5 तत्वों वाली जाली बूलियन बीजगणित नहीं है।
- b) Define Pigeon hole Principle. Write the contra positive of the implication: "if it is Sunday then it is a holiday."
कबूतर छेद सिद्धांत को परिभाषित करें। निहितार्थ का विपरीत सकारात्मक लिखें "यदि यह रविवार है तो यह छुट्टी है।"
3. a) Show that there does not exist a graph with 5 vertices with degrees 1, 3, 4, 2, 3 respectively.
दिखाएँ कि क्रमशः 1, 3, 4, 2, 3 डिग्री वाले 5 शीर्षों वाला कोई ग्राफ मौजूद नहीं है।
- b) Obtain the generating function for the sequence 4, 4, 4, 4, 4, 4.
अनुक्रम 4, 4, 4, 4, 4, 4 के लिए जनरेटिंग फंक्शन प्राप्त करें। पूर्ण डायग्राम की व्याख्या करें।
4. a) Define planar graph. Prove that for any connected planar graph, $v - e + r = 2$ Where v, e, r is the number of vertices, edges, and regions of the graph respectively.
समतलीय ग्राफ को परिभाषित करें। साबित करें कि किसी भी जुड़े हुए समतल ग्राफ के लिए, $v - e + r = 2$ जहाँ v, e, r क्रमशः ग्राफ के शीर्षों, किनारों और क्षेत्रों की संख्या है।
- b) Find the numbers between 1 to 500 that are not divisible by any of the integers 2 or 3 or 5 or 7.
1 से 500 के बीच की वे संख्याएँ ज्ञात कीजिए जो किसी भी पूर्णांक से 2 या 3 या 5 या 7 से विभाज्य नहीं हैं।

CS/CT/CO/IT/CI (CSIT)-302

Contd...

[3]

5. a) A collection of 10 electric bulbs contain 3 defective ones (i) In how many ways can a sample of four bulbs be selected? (ii) In how many ways can a sample of 4 bulbs be selected which contain 2 good bulbs and 2 defective ones? (iii) In how many ways can a sample of 4 bulbs be selected so that either the sample contains 3 good ones and 1 defective ones or 1 good and 3 defective ones?
10 विद्युत बल्बों के संग्रह में 3 दोषपूर्ण बल्ब हैं। (i) चार बल्बों का एक नमूना कितने तरीकों से चुना जा सकता है? (ii) 4 बल्बों का एक नमूना कितने तरीकों से चुना जा सकता है जिसमें 2 अच्छे बल्ब और 2 खराब हो। (iii) 4 बल्बों का एक नमूना कितने तरीकों से चुना जा सकता है ताकि या तो नमूने में 3 अच्छे और 1 खराब बल्ब हो या 1 अच्छा और 3 खराब बल्ब हो।
- b) Discuss about Complete digraph and Euler Graph with the help of suitable examples.
उपयुक्त उदाहरणों की सहायता से पूर्ण डिग्राफ और यूलर ग्राफ के बारे में चर्चा करें।
6. a) Solve the following recurrence equation using generating function.
 $G(K) - 7G(K-1) + 10G(K-2) = 8K + 6$.
जनरेटिंग फंक्शन का उपयोग करके निम्नलिखित पुनरावृत्ति समीकरण को हल करें।
 $G(K) - 7G(K-1) + 10G(K-2) = 8K + 6$.
- b) Prove the validity of the following argument "if the races are fixed so the casinos are crooked, then the tourist trade will decline. If the tourist trade decreases, then the police will be happy. The police force is never happy. Therefore, the races are not fixed."

Career-शिक्षा.COM

CS/CT/CO/IT/CI (CSIT)-302

PTO

CS-302 Discrete Structure, (June-2024)

CS-302 Discrete Structure, (June-2024)

<p>[4]</p> <p>7. a) Show that every Cyclic group is Abelian. Prove that a lattice with 5 elements is not a Boolean algebra. दिखाएँ कि प्रत्येक चक्रीय समूह अबेलियन है। सिद्ध करें कि 5 तत्वों वाली जाली बूलियन बीजगणित नहीं है।</p> <p>b) Define Pigeon hole Principle. Write the contra positive of the implication: "if it is Sunday then it is a holiday." कबूतर छेद सिद्धांत को परिभाषित करें। निहितार्थ का विपरीत सकारात्मक लिखें "यदि यह रविवार है तो यह छुट्टी है।"</p> <p>8. a) Prove that $G = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ is an abelian group of order 7 with respect to addition modulo 7. साबित करें कि $G = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ जोड़ मॉड्यूल का एक 7 के संबंध में क्रम 7 अबेलियन समूह है।</p> <p>b) Prove or disprove that intersection of two normal subgroups of a group G is again a normal subgroup of G. Define subgroup, normal subgroup, Quotient group, with an example for each. साबित करें या अस्वीकार करें कि समूह G के दो सामान्य उपसमूहों का प्रतिच्छेदन फिर से G का एक सामान्य उपसमूह है। प्रत्येक के लिए एक उदाहरण के साथ उपसमूह, सामान्य उपसमूह, भागफल समूह को परिभाषित करें।</p> <p>*****</p> <p>CS/CT/CO/IT/CI (CSIT)-302 (GS)</p>	<p>Total No. of Questions : 8] [Total No. of Printed Pages : 4</p> <p>Roll No</p> <p>CS/CT/CO/IT/CI (CSIT)-302 (GS) B.Tech., III Semester Examination, June 2024 Grading System (GS) Discrete Structure Time : Three Hours Maximum Marks : 70</p> <p>Note: i) Attempt any five questions. किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिए।</p> <p>ii) All questions carry equal marks. सभी प्रश्नों के समान अंक हैं।</p> <p>iii) In case of any doubt or dispute the English version question should be treated as final. किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।</p> <p>1. a) Explain the following. i) Euler Graph ii) Isomorphic graphs iii) Minimal spanning tree iv) Height of the tree निम्नलिखित को समझाइये। i) यूलर ग्राफ ii) आइसोमोर्फिक ग्राफ iii) न्यूनतम फैले हुए पेड़ iv) पेड़ की ऊँचाई</p> <p>CS/CT/CO/IT/CI (CSIT)-302 (GS) PTO</p>
---	---

<p>[2]</p> <p>b) Let Z be the group of integers with binary operation $*$ defined by $a * b = a + b - 2$, for all $a, b \in Z$. Find the identity element of the group $\langle Z, * \rangle$. मान लीजिए कि Z सभी $a, b \in Z$ के लिए बाइनरी ऑपरेशन $*$ द्वारा परिभाषित पूर्णाकों का समूह है, जो $a * b = a + b - 2$ द्वारा परिभाषित है। समूह $\langle Z, * \rangle$ का पहचान तत्व खोजें।</p> <p>2. a) Prove that the Complement of each element in a Boolean Algebra B is unique. साबित करें कि बूलियन बीजगणित B में प्रत्येक तत्व का पूरक अद्वितीय है।</p> <p>b) Let A be any finite set and $P(A)$ be the power set of A. \subseteq be the inclusion relation on the elements of $P(A)$. Draw the Hasse diagrams of $(P(A), \subseteq)$ for the following मान लीजिए A कोई परिमित समुच्चय है और $P(A)$ A का घात समुच्चय है। और $P(A)$ के तत्वों पर समावेशन संबंध है। निम्नलिखित के लिए $(P(A), \subseteq)$ के हस्से आरेख बनाइए। i) $A = \{a\}$ ii) $A = \{a, b\}$ iii) $A = \{a, b, c\}$ iv) $A = \{a, b, c, d\}$</p> <p>3. a) i) Prove that $p \wedge q \Rightarrow q \vee p$ is a Tautology. सिद्ध करें कि $p \wedge q \Rightarrow q \vee p$ एक टोपोलॉजी है। ii) Show that $(p \vee q) \wedge (\neg p) \wedge (\neg q)$ is a contradiction. दिखाएँ कि $(p \vee q) \wedge (\neg p) \wedge (\neg q)$ एक विरोधाभास है। b) Explain complete digraph and Euler Graph using suitable example of both. दोनों के उपयुक्त उदाहरण का उपयोग करके पूर्ण डिग्राफ और यूलर ग्राफ की व्याख्या करें।</p> <p>CS/CT/CO/IT/CI (CSIT)-302 (GS) Contd...</p>	<p>[3]</p> <p>4. a) Define planar graph. Prove that for any connected planar graph, $v - e + r = 2$ Where v, e, r is the number of vertices, edges, and regions of the graph respectively. समतलीय ग्राफ को परिभाषित करें। साबित करें कि किसी भी जुड़े हुए समतल ग्राफ के लिए, $v - e + r = 2$ जहाँ v, e, r क्रमशः ग्राफ के शीर्षों, किनारों और क्षेत्रों की संख्या है।</p> <p>b) Prove that the relation R defined by "a is congruent to b modulo m" on the set of integers is an equivalence relation. सिद्ध करें कि पूर्णाकों के समुच्चय पर "a, b modulo m के सर्वांगसम है" द्वारा परिभाषित संबंध R एक तुल्यता संबंध है।</p> <p>5. a) Prove that $5^{2n} - 1$ is divisible by 24, where n is any positive integer. सिद्ध कीजिए कि $5^{2n} - 1$, 24 से विभाज्य है, जहाँ n कोई धनात्मक पूर्णांक है।</p> <p>b) Draw the Hasse diagram representing the positive divisors of 36 and 45. 36 और 45 के सकारात्मक विभाजकों का प्रतिनिधित्व करने वाला हस्से आरेख बनाइए।</p> <p>6. a) Show that the relation 'R' defined by $(a, b) R (c, d)$ iff $a + d = b + c$ is an equivalence relation. दिखाएँ कि $(a, b) R (c, d)$ द्वारा परिभाषित संबंध 'R' यदि $a + d = b + c$ एक तुल्यता संबंध है।</p> <p>b) Explain various Rules of Inference for Propositional Logic. प्रस्तावात्मक तर्क के लिए अनुमान के विभिन्न नियमों की व्याख्या करें।</p> <p>CS/CT/CO/IT/CI (CSIT)-302 (GS) PTO</p>
---	--

CS-302 Discrete Structure, (Dec-2023)

Total No. of Questions : 8] [Total No. of Printed Pages : 6

Roll No

CS/CT/CO/IT/CI (CSIT)-302 (GS)
B.Tech., III Semester
 Examination, December 2023
Grading System (GS)
Discrete Structure
Time : Three Hours
Maximum Marks : 70

Note: i) Attempt any five questions.
 किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिए।
 ii) All questions carry equal marks.
 सभी प्रश्नों के समान अंक हैं।
 iii) In case of any doubt or dispute the English version question should be treated as final.
 किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।

1. a) Out of 120 students surveyed, it was found that 20 students have studied French, 50 students have studied English, 70 students have studied Hindi, 5 have studied English and French, 20 have studied English and Hindi, 10 have studied Hindi and French, only 3 students have studied all the three languages. Find how many students have studied:
 i) Hindi alone
 ii) French alone
 iii) English, but not Hindi
 iv) Hindi, but not French

CS/CT/CO/IT/CI (CSIT)-302 (GS) PTO

[2]

सर्वेक्षण में शामिल 120 छात्रों में से, यह पाया गया कि 20 छात्रों ने फ्रेंच, 50 छात्रों ने अंग्रेजी, 70 छात्रों ने हिंदी, 5 ने अंग्रेजी और फ्रेंच, 20 ने अंग्रेजी और हिंदी, 10 ने हिंदी और फ्रेंच का अध्ययन किया है। 3 छात्रों ने तीनों भाषाओं का अध्ययन किया है। पता लगाए कि कितने छात्रों ने अध्ययन किया है।

i) केवल हिंदी
 ii) केवल फ्रेंच
 iii) अंग्रेजी लेकिन हिंदी नहीं
 iv) हिंदी, लेकिन फ्रेंच नहीं

b) If R be a relation in the set of integers Z defined by $R = \{(x, y) : x \in Z, y \in Z, (x - y) \text{ is multiple of } 3\}$. Show that it is an equivalence relation.
 यदि $R, R = \{(x, y) : x \in Z, y \in Z, (x - y) \text{ 3 का गुणज है}\}$ द्वारा परिभाषित पूर्णांक Z के सेट में एक संबंध है। दिखाइए कि यह एक तुल्यता संबंध है।

2. a) If $f: R \rightarrow R$ $f(x) = \begin{cases} 3x-12, & x > 3 \\ 2x^2+3, & -2 < x \leq 3 \\ 3x^2-7, & x \leq -2 \end{cases}$ find $f^{-1}(3), f^{-1}(0), f^{-1}(-2)$.

यदि $f: R \rightarrow R$ $f(x) = \begin{cases} 3x-12, & x > 3 \\ 2x^2+3, & -2 < x \leq 3 \\ 3x^2-7, & x \leq -2 \end{cases}$ तो $f^{-1}(3), f^{-1}(0), f^{-1}(-2)$ ज्ञात करें।

CS/CT/CO/IT/CI (CSIT)-302 (GS) Contd...

[3]

b) Show that $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}, n \geq 1$ by mathematical induction
 गणितीय प्रेरण द्वारा दिखाइए कि $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}, n \geq 1$

3. a) Prove that $F = \{a + b\sqrt{2}; a, b \text{ rational}\}$ is a field.
 साबित करें कि $F = \{a + b\sqrt{2}; a, b \text{ रसकसंगत}\}$ एक फील्ड है।

b) Define the following
 i) Symmetric Group
 ii) Normal Subgroup
 iii) Homomorphism
 निम्नलिखित को परिभाषित कीजिये।
 i) सममित समूह
 ii) सामान्य उपसमूह
 iii) समरूपता

4. a) Construct the truth table of the following formula:
 निम्नलिखित सूत्र की सत्यता सारणी बनाइये।
 i) $\neg(p \vee (q \vee r)) \Leftrightarrow ((p \vee q) \wedge (p \vee r))$
 ii) $(\neg q \Rightarrow p) \Rightarrow (p \Rightarrow q)$

CS/CT/CO/IT/CI (CSIT)-302 (GS) PTO

[4]

b) Write the negation of the following.
 i) If the determinant of a system of linear equations is zero then either the system has no solution or has an indefinite no. of solutions.
 ii) Either today is not a Sunday or today is not a Wednesday.
 निम्नलिखित का निषेध लिखिए।
 i) यदि रेखिक समीकरणों की प्रणाली का निर्धारक शून्य है तो या तो प्रणाली का कोई समाधान नहीं है या समाधानों की संख्या

[5]

b) Find an Euler Path in the graph below.
 नीचे दिए गए ग्राफ में यूलर पथ ज्ञात कीजिए।

[2]

सर्वेक्षण में शामिल 120 छात्रों में से, यह पाया गया कि 20 छात्रों ने फ्रेंच, 50 छात्रों ने अंग्रेजी, 70 छात्रों ने हिंदी, 5 ने अंग्रेजी और फ्रेंच, 20 ने अंग्रेजी और हिंदी, 10 ने हिंदी और फ्रेंच का अध्ययन किया है। 3 छात्रों ने तीनों भाषाओं का अध्ययन किया है। पता लगाइए कि कितने छात्रों ने अध्ययन किया है।

i) केवल हिंदी

ii) केवल फ्रेंच

iii) अंग्रेजी लेकिन हिंदी नहीं

iv) हिंदी, लेकिन फ्रेंच नहीं

b) If R be a relation in the set of integers Z defined by $R = \{(x, y) : x \in Z, y \in Z, (x - y) \text{ is multiple of } 3\}$. Show that it is an equivalence relation.

यदि $R, R = \{(x, y) : x \in Z, y \in Z, (x - y) \text{ 3 का गुणज है}\}$ द्वारा परिभाषित पूर्णांक Z के सेट में एक संबंध है। दिखाइए कि यह एक तुल्यता संबंध है।

$$2. a) \text{ If } f: R \rightarrow R \quad f(x) = \begin{cases} 3x-12, & x > 3 \\ 2x^2+3, & -2 < x \leq 3 \\ 3x^2-7, & x \leq -2 \end{cases} \text{ find}$$

$$f^{-1}(3), f^{-1}(0), f^{-1}(-2).$$

$$\text{यदि } f: R \rightarrow R \quad f(x) = \begin{cases} 3x-12, & x > 3 \\ 2x^2+3, & -2 < x \leq 3 \\ 3x^2-7, & x \leq -2 \end{cases} \text{ तो}$$

$$f^{-1}(3), f^{-1}(0), f^{-1}(-2) \text{ ज्ञात करें।}$$

CS/CT/CO/IT/CI (CSIT)-302 (GS)

Contd...

[3]

$$b) \text{ Show that } 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}, n \geq 1$$

by mathematical induction

गणितीय प्रेरण द्वारा दिखाइए कि

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}, n \geq 1$$

3. a) Prove that $F = \{a + b\sqrt{2}; a, b \text{ rational}\}$ is a field.

साबित करें कि $F = \{a + b\sqrt{2}; a, b \text{ तर्कसंगत}\}$ एक फील्ड है।

b) Define the following

i) Symmetric Group

ii) Normal Subgroup

iii) Homomorphism

निम्नलिखित को परिभाषित कीजिये।

i) सममित समूह

ii) सामान्य उपसमूह

iii) समरूपता

4. a) Construct the truth table of the following formula:

निम्नलिखित सूत्र की सत्यता सारणी बनाइये।

$$i) \neg(p \vee (q \vee r)) \Leftrightarrow ((p \vee q) \wedge (p \vee r))$$

$$ii) (\neg q \Rightarrow \neg p) \Rightarrow (p \Rightarrow q)$$

CS/CT/CO/IT/CI (CSIT)-302 (GS)

PTO

[4]

b) Write the negation of the following.

i) If the determinant of a system of linear equations is zero then either the system has no solution or has an indefinite no. of solutions.

ii) Either today is not a Sunday or today is not a Wednesday.

निम्नलिखित का निषेध लिखिए।

i) यदि रेखिक समीकरणों की प्रणाली का निर्धारक शून्य है तो या तो प्रणाली का कोई समाधान नहीं है या समाधानों की संख्या अनिश्चित है।

ii) या तो आज रविवार नहीं है या आज बुधवार नहीं है।

5. a) Show that the proposition $\neg(p \wedge q)$ and $\neg p \vee \neg q$ are logically equivalent.

दिखाइए कि प्रस्ताव $\neg(p \wedge q)$ और $\neg p \vee \neg q$ तार्किक रूप से समतुल्य है।

b) Obtain the conjunctive normal form of संयोजक सामान्य रूप प्राप्त करें।

$$i) p \wedge (p \Rightarrow q)$$

$$ii) \neg p \Rightarrow [r \wedge (p \Rightarrow q)]$$

6. a) Determine whether the graphs F_1 and F_2 are isomorphic. निर्धारित करें कि ग्राफ F_1 और F_2 समरूपी है या नहीं।



F1



F2

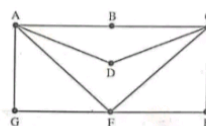
CS/CT/CO/IT/CI (CSIT)-302 (GS)

Contd...

[5]

b) Find an Euler Path in the graph below.

नीचे दिए गए ग्राफ में यूलर पथ ज्ञात कीजिए।



7. a) Define a lattice. Let (L, \leq, \vee, \wedge) be a lattice, and $a, b, c, d \in L$ be such that $a \leq b$ and $c \leq d$. Show that $a \vee c \leq b \vee d$ and $a \wedge c \leq b \wedge d$.

जाली को परिभाषित कीजिये। मान लीजिए (L, \leq, \vee, \wedge) एक जालक है और $a, b, c, d \in L$ इस प्रकार है कि $a \leq b$ और $c \leq d$ है। दिखाइए कि $a \vee c \leq b \vee d$ और $a \wedge c \leq b \wedge d$ ।

b) Show that D_{12} and D_{18} are isomorphic lattices. Further, show that none is isomorphic to the lattice D_{20} . दिखाइए कि D_{12} और D_{18} समरूपी जालक हैं। इसके अलावा, दिखाइए कि कोई भी जाली D_{20} का समरूपी नहीं है।

8. a) Show that $a_n = c_1 2^n + c_2 4^n$ is a solution of the recurrence relation $a_n - 6a_{n-1} + 8a_{n-2} = 0$.

दिखाइए कि $a_n = c_1 2^n + c_2 4^n$ पुनरावृत्ति संबंध $a_n - 6a_{n-1} + 8a_{n-2} = 0$ का एक समाधान है।

CS/CT/CO/IT/CI (CSIT)-302 (GS)

PTO

[6]

b) Find the sequence having the generating function $G(x)$

$$\text{given by } \frac{x}{1-2x}.$$

$\frac{x}{1-2x}$ द्वारा दिए गए जनरेटिंग फंक्शन $G(x)$ वाले अनुक्रम का पता लगाइए।

Carson - RITAM.COM

CS-302 Discrete Structure, (Nov-2022)

[4]

8. a) Explain Eulerian and Hamiltonian graphs with examples, also draw the graphs of the following:
- Eulerian but not Hamiltonian
 - Hamiltonian but not Eulerian
- उदाहरण के साथ यूलेरियन और हैमिल्टनियन ग्राफ की व्याख्या करें, निम्नलिखित के ग्राफ भी बनाइए।
- यूलेरियन लेकिन हैमिल्टनियन नहीं
 - हैमिल्टनियन लेकिन यूलेरियन नहीं
- b) Prove that the sum of the degree of all the vertices in a graph G is equal to twice the number of edges in G.
सिद्ध कीजिए कि ग्राफ G के सभी शीर्षों की घातों का योग G में किनारों की संख्या के दो गुने के बराबर है।

Career - RITAT.COM

CSIT(CI)/CS/CT/CO/IT-302 (GS)

Total No. of Questions : 8]

[Total No. of Printed Pages : 4

Roll No

CSIT(CI)/CS/CT/CO/IT-302 (GS)

B.Tech., III Semester

Examination, November 2022

Grading System (GS)

Discrete Structure

Time : Three Hours

Maximum Marks : 70

- Note: i) Answer any five questions.
किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिए।
- ii) All questions carry equal marks.
सभी प्रश्न के समान अंक हैं।
- iii) In case of any doubt or dispute the English version question should be treated as final.
किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।

1. a) Show that the relation 'R' defined by $(a, b) R (c, d)$ if $a + d = b + c$ is an equivalence relation.
दर्शाइए कि $(a, b) R (c, d)$ द्वारा परिभाषित संबंध 'R' यदि $a + d = b + c$ एक equivalence relation है।
- b) If $X = \{1, 2, 3, 4\}$ and $R = \{(x, y) | x < y\}$. Draw the graph of 'R' and also give its matrix.
यदि $X = \{1, 2, 3, 4\}$ और $R = \{(x, y) | x < y\}$ । 'R' का graph खींचिए और उसका matrix भी दीजिए।
2. a) Prove that If R is an equivalence relation on a set A, show that R^{-1} is also an equivalence relation on A.
सिद्ध कीजिए कि यदि R set A पर एक equivalence relation है, तो दर्शाइए कि R^{-1} भी A पर equivalence relation है।

CSIT(CI)/CS/CT/CO/IT-302 (GS)

PTO

[2]

- b) What is Mathematical induction? Use mathematical induction to prove that $1.1! + 2.2! + \dots + n.n! = (n+1)! - 1$, where n is a positive integer.
Mathematical induction क्या है? साबित करने के लिए Mathematical induction का प्रयोग करें $1.1! + 2.2! + \dots + n.n! = (n+1)! - 1$, जहाँ n एक धनात्मक पूर्णांक है।
3. a) Find the explicit formula for the Fibonacci numbers. Use $f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$ as recursive condition and $f_0 = 0$ and $f_1 = 1$ as initial condition.
Fibonacci संख्याओं के लिए स्पष्ट सूत्र खोजें। $f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$ को पुनरावर्ती स्थिति के रूप में और $f_0 = 0$ और $f_1 = 1$ को प्रारंभिक स्थिति के रूप में उपयोग करें।
- b) Draw the Hasse diagram representing the positive divisors of 36.
36 के धनात्मक भाजकों को निरूपित करते हुए Hasse diagram खींचिए।
4. a) Prove that the set $G = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ is a finite abelian group of order 7 with respect to multiplication modulo 7 as the composition in G.
सिद्ध कीजिए कि set $G = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ क्रम 7 का एक finite abelian समूह है जो G में संघटन के रूप में multiplication modulo 7 के संबंध में है।
- b) State the Lagrange's Theorem with example. Also explain Permutation and Symmetric Group.
Lagrange's की प्रमेय को उदाहरण सहित लिखिए। Permutation और Symmetric समूह को भी समझाइए।

CSIT(CI)/CS/CT/CO/IT-302 (GS)

Contd...

[3]

5. a) Find PDNF by constructing its PCNF of $(Q \vee P) \wedge (Q \vee R) \wedge (\neg(P \vee R) \vee \neg Q)$.
 $(Q \vee P) \wedge (Q \vee R) \wedge (\neg(P \vee R) \vee \neg Q)$ का PCNF बनाकर PDNF ज्ञात कीजिए।
- b) Prove that for any three propositions P, Q, R the compound proposition $(P \rightarrow (Q \rightarrow R)) \rightarrow ((P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow R))$ is a tautology by laws of logic.
सिद्ध करें कि किन्हीं तीन प्रस्तावों P, Q, R के लिए यौगिक प्रस्ताव $(P \rightarrow (Q \rightarrow R)) \rightarrow ((P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow R))$ तर्क में नियमों द्वारा एक tautology है।
6. a) Explain Tautologies, Contradiction and Contingencies with suitable examples.
उपयुक्त उदाहरणों के साथ Tautologies, Contradiction और Contingencies की व्याख्या करें।
- b) Explain the method of proving theorems by direct, indirect, contradiction and by cases.
प्रमेयों को प्रत्यक्ष, अप्रत्यक्ष, अंतर्विरोध और मामलों द्वारा सिद्ध करने की विधि समझाइए।
7. a) Give a simple condition on the weights of a graph that will guarantee that there is a unique maximal spanning tree for the graph.
एक ग्राफ के वजन पर एक सरल शर्त दें जो गारंटी देगा कि ग्राफ के लिए एक unique maximal spanning tree है।
- b) Define Isomorphism of graphs. What are the steps followed in discovering the Isomorphism?
Isomorphism of graphs को परिभाषित कीजिए। आइसोमोर्फिज्म की खोज में किन चरणों का पालन किया जाता है?

CSIT(CI)/CS/CT/CO/IT-302 (GS)

PTO