

Roll No. : 5240010040093

MATS2610



**B.A./B.Sc, Semester Second
(NEP), Examination, 2024-25**

MATHEMATICS

Paper - Major

[Integral Calculus and Vector Analysis]

[Time : 3 Hours]

[Maximum Marks : 75]

Note : This Question paper contains two sections. Section A contains 08 short answer type questions. Attempt any 05 questions from this section. Each question carries 06 marks. Section B contains 05 long answer type questions. Attempt any 03 question from this section. Each question carries 15 marks.

इस प्रश्नपत्र में दो खण्ड हैं। खण्ड अ में 08 लघु उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं, जिनमें से किन्हीं 05 प्रश्नों का उत्तर दिया जाना है। प्रत्येक प्रश्न 06 अंकों का है। खण्ड ब में 05 दीर्घ उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं, जिनमें से किन्हीं 03 प्रश्नों का उत्तर दिया जाना है। प्रत्येक प्रश्न 15 अंकों का है।

MATS2610/5

(1)

[P.T.O.]

SECTION - A
खण्ड - अ
(Short Answer Type Questions)
(लघु उत्तरीय प्रश्न)

Note: Attempt any 05 questions from the following 08 questions. Each question carries 06 marks.

(5×6=30)

दिये गये 08 प्रश्नों में से किन्हीं 05 प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 06 अंकों का है।

1. Find the limit of the sum

$$\frac{1}{n} + \frac{n}{(n+1)^3} + \frac{n^2}{(n+2)^3} + \dots + \frac{1}{8n}, \text{ when } n \text{ is indefinitely increased.}$$

योग की सीमा ज्ञात कीजिए

$$\frac{1}{n} + \frac{n}{(n+1)^3} + \frac{n^2}{(n+2)^3} + \dots + \frac{1}{8n}, \text{ जबकि } n \text{ अनिश्चित काल तक बढ़ाया जाता है।}$$

2. Prove that $\int_{-a}^a \phi(x) dx = 0$, if $\phi(-x) = -\phi(x)$.

सिद्ध कीजिए कि $\int_{-a}^a \phi(x) dx = 0$, यदि $\phi(-x) = -\phi(x)$.

3. Evaluate $\int_0^1 x(1-x^5)^{-1/2} dx$.

ज्ञात कीजिए $\int_0^1 x(1-x^5)^{-1/2} dx$.

MATS2610/5

(2)

4. Evaluate $\int_0^1 \int_1^{\sqrt{1+x^2}} \frac{1}{1+x^2+y^2} dy dx$.

ज्ञात कीजिए $\int_0^1 \int_1^{\sqrt{1+x^2}} \frac{1}{1+x^2+y^2} dy dx$.

5. Find the area of the loop of the curve $x^3+y^3=3axy$.

वक्र $x^3+y^3=3axy$ के लूप का क्षेत्रफल ज्ञात करें।

6. If \bar{a}', \bar{b}' and \bar{c}' denotes the reciprocal triads of vectors \bar{a}, \bar{b} and \bar{c} then show that $[\bar{a} \bar{b} \bar{c}][\bar{a}' \bar{b}' \bar{c}'] = 1$.

यदि $\bar{a}', \bar{b}', \bar{c}'$ क्रमशः $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ के व्युत्क्रम त्रिक को दर्शाते हैं तो दिखाइए कि $[\bar{a} \bar{b} \bar{c}][\bar{a}' \bar{b}' \bar{c}'] = 1$.

7. Find the direction cosine of $\bar{a} = \bar{x}i + \bar{y}j + \bar{z}k$ and prove that sum of squares of direction cosines is equal to 1.

$\bar{a} = \bar{x}i + \bar{y}j + \bar{z}k$ की दिक् कोज्या ज्ञात कीजिए और सिद्ध कीजिए कि दिक् कोज्याओं के वर्गों का योग 1 के बराबर है।

8. Prove that $\nabla \cdot (\nabla \times \bar{A}) = 0$, for any vector function \bar{A} .

किसी भी सदिश फलन \bar{A} के लिए सिद्ध करें कि $\nabla \cdot (\nabla \times \bar{A}) = 0$.

MATS2610/5

(3)

[P.T.O.]



SECTION - B
खण्ड - ब
(Long Answer Type Questions)
(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

Note: Attempt any 03 questions from the following 05 questions. Each question carries equal marks.

(3×15=45)

दिये गये 05 प्रश्नों में से किन्हीं 03 प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न के अंक समान हैं।

9. Evaluate the integral $\int_{-\pi/4}^{\pi/4} \log(\cos x + \sin x) dx$.
ज्ञात कीजिए $\int_{-\pi/4}^{\pi/4} \log(\cos x + \sin x) dx$.
10. Change the order of integration $\int_0^{2a} \int_{x^2/4a}^{3a-x} f(x, y) dx dy$.
समाकलन $\int_0^{2a} \int_{x^2/4a}^{3a-x} f(x, y) dx dy$ का क्रम बदलिए।
11. Prove that $\int_0^{\pi/2} \sqrt{\cos x} \cdot \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\sqrt{\cos x}} dx = \pi$.
सिद्ध कीजिए कि $\int_0^{\pi/2} \sqrt{\cos x} \cdot \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\sqrt{\cos x}} dx = \pi$.
12. Verify Gauss divergence theorem for $\vec{F} = (x^2 - yz)\hat{i} - (2x^2y)\hat{j} + z\hat{k}$ taken over the entire surface of the cube $0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq a, 0 \leq z \leq a$.
 $\vec{F} = (x^2 - yz)\hat{i} - (2x^2y)\hat{j} + z\hat{k}$ के लिए गॉस विचलन प्रमेय को घन की संपूर्ण सतह पर सत्यापित करें $0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq a, 0 \leq z \leq a$.

MATS2610/5

(4)

13. Find the directional derivative of $f(x, y, z) = 4e^{2x-y+z}$ at the point $(1, 1, -1)$ in the direction toward the point $(-3, 5, 6)$.
बिंदु $(-3, 5, 6)$ की दिशा में बिंदु $(1, 1, -1)$ पर $f(x, y, z) = 4e^{2x-y+z}$ का दिशात्मक अवकलज ज्ञात कीजिए।

MATS2610/5

(5)

