

**MATS2611**  
**B.A./B.Sc., Semester Second,**  
**Examination, 2021-2022**  
**MATHEMATICS**  
**PAPER - First**  
**(Geometry and Vector Analysis)**

[Time : 2 Hrs.]

[ Maximum Marks : B.A. -55  
B.Sc. -75]

**Note :** There are two sections A & B in this paper.  
 Attempt any four and any two questions from  
 sections A and B respectively.

इस प्रश्नपत्र में दो खण्ड 'अ' व 'ब' हैं। खण्डों 'अ' व 'ब' से क्रमशः कोई चार व कोई दो हल करें।

**SECTION - A / खण्ड - अ**  
**(Short Answer Type Questions)**  
**(लघु उत्तरीय प्रश्न)**

(7.5/10×4=30/40)

1.  $(r_1, \theta_1)$  are the polar coordinates of the centre of a circle of radius 'a'. Find its equation.

उस वृत्त की ध्रुवीय समीकरण ज्ञात करें जिसके केन्द्र के ध्रुवीय निर्देशांक  $(r_1, \theta_1)$  हैं तथा जिसकी त्रिज्या 'a' है

✓2.

Find the polar equation of that conic whose focus is at the pole, semi-latus rectum  $l$  and eccentricity  $e$ .

उस शांकव की ध्रुवीय समीकरण ज्ञात करें जिसकी नाभि, ध्रुव पर है, अर्द्ध-नाभि लम्ब  $l$  तथा उत्केन्द्रता  $e$  है।

3.(a)

Find the angle between the following planes

$$2x - y + z = 6, x + y + 2z = 7$$

नीचे दिये गये समतलों के बीच का कोण ज्ञात करें।

$$2x - y + z = 6, x + y + 2z = 7$$

(b)

Find whether the two points  $(2, 0, 1)$  &  $(3, -3, 4)$  lie on the same side or opposite sides of the plane  $x - 2y + z = 6$ .

जाँच करें कि दो बिन्दु  $(2, 0, 1)$  तथा  $(3, -3, 4)$ , समतल  $x - 2y + z = 6$  के एक ही ओर हैं या विपरीत दिशाओं में हैं।

4.

Find the equation of the plane through the point  $(1, 2, -1)$  and parallel to the plane  $2x + 3y - 4z + 5 = 0$ .

बिन्दु  $(1, 2, -1)$  से जाने वाले उस समतल की समीकरण ज्ञात करें जो समतल  $2x + 3y - 4z + 5 = 0$  के समान्तर है।

5.(a)

Find the d.c.'s of that line which is perpendicular

to the two lines whose d.r.'s are 1, -2, -2 and 0, 2, 1.

उस रेखा की दिक्-कोज्या ज्ञात करें जो कि उन रेखाओं के लम्बवत् हैं जिनके दिक्-अनुपात 1, -2, -2 तथा 0, 2, 1 हैं।

- (b) Find the point in which the line  $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-2}{12}$  meets the plane  $x-2y+z=20$ .  
रेखा  $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-2}{12}$  समतल  $x-2y+z=20$  से जिस बिन्दु पर मिलती है उसे ज्ञात करें।

- 6.(a) If  $\vec{a}', \vec{b}', \vec{c}'$  are reciprocal vectors to the vectors  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  respectively, then prove that  $\vec{a} \cdot \vec{a}' = \vec{b} \cdot \vec{b}' = \vec{c} \cdot \vec{c}' = 1$ .  
यदि सदिशों  $\vec{a}', \vec{b}', \vec{c}'$  व्युत्क्रम सदिश  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  हों तो सिद्ध करें कि  $\vec{a} \cdot \vec{a}' = \vec{b} \cdot \vec{b}' = \vec{c} \cdot \vec{c}' = 1$ .

- (b) Find the volume of the parallelepiped whose edges are given by the following vector.

उस समान्तर षट्फलक का आयतन ज्ञात करें जिसके किनारे नीचे दिए गये सदिशों द्वारा निरूपित हैं।

$$\vec{a} = 2\hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k}, \vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}, \vec{c} = 3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k}$$

7. A particle moves along the curve given below. At the time  $t=0$ , find the velocity and acceleration.

एक कण नीचे दिए गये वक्र पर गतिमान है। समय  $t=0$  पर उसका वेग तथा त्वरण ज्ञात करें।

$$x = 2t^2, y = t^2 - 4t, z = 3t - 5$$

✓ 8.

For the following, find grad f and | grad f | at (1, -2, -1)

निम्नलिखित के लिए (1, -2, -1) पर grad f तथा | grad f | ज्ञात करें। <https://www.ssjuonline.com>

$$f(x, y, z) = 3x^2y - y^3z^2$$

### SECTION - B / खण्ड - ब

(Long Answer Type Questions)

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

(12.5/17.5×2=25/35)

- 9.(a) Prove that  $\text{curl } \vec{F} = 0$  where  $\vec{F} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ .

सिद्ध करें कि कर्ल  $\vec{F} = 0$  जबकि  $\vec{F} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$

- (b) Evaluate  $\int_C xy^3 dS$  where C is the segment of the line  $y=2x$  in the  $xy$  plane from A(-1, -2, 0) to B (1, 2, 0).

$\int_C xy^3 dS$  का मान ज्ञात करें जबकि C,  $xy$  समतल पर A(-1, -2, 0) से B (1, 2, 0) तक रेखा  $y=2x$  का खण्ड है।

10. Verify whether the following lines are coplanar

and if they are coplanar, find their point of intersection.

$$\frac{x}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+3}{3}, \quad \frac{x-2}{3} = \frac{y-6}{3} = \frac{z-3}{4}$$

जाँचिए कि नीचे दी गई रेखाएँ एक समतलीय हैं और यदि वे एक समतलीय हैं तो उनका कटान-बिन्दु ज्ञात करें।

$$\frac{x}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+3}{3}, \quad \frac{x-2}{3} = \frac{y-6}{3} = \frac{z-3}{4}$$

11. Find the length of the shortest distance between the lines given below.

$$\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{4}; \quad 2x+3y-5z-6=0 = 3x-2y-z+3$$

नीचे दी गई रेखाओं के मध्य न्यूनतम दूरी ज्ञात करें।

$$\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{4}; \quad 2x+3y-5z-6=0 = 3x-2y-z+3$$

- 12.(a) Let  $\vec{a}$  be a constant vector given by  $\vec{a} = a_1\hat{i} + a_2\hat{j} + a_3\hat{k}$ . Find  $\text{div}(\vec{r} \times \vec{a})$  where  $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ .

माना कि  $\vec{a} = a_1\hat{i} + a_2\hat{j} + a_3\hat{k}$  एक अचर सदिश है। यदि  $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$  हो तो  $\text{div}(\vec{r} \times \vec{a})$  ज्ञात करें।

- (b) Find the image of the point (1, 3, 4) in the plane  $2x-y+z+3=0$ .

समतल  $2x-y+z+3=0$  में बिन्दु (1, 3, 4) का प्रतिबिम्ब ज्ञात करें।