Dr.-Ing. Peter Wulf - Raum F219a
http://www.mp.haw-hamburg.de/pers/Wulf/

6. Reibungsbehaftete Strömungen

- Scherströmungen (viskose Strömungen)
- Laminare und turbulente Strömungen
- Reynoldszahl
- Gesetz von Hagen-Poiseuille
- Widerstandsgesetze und Verlustbeiwerte
- Berücksichtigung in der Bernoulli-Gleichung

Fakultät Technik und Informatik
Department Maschinenbau und Produktion

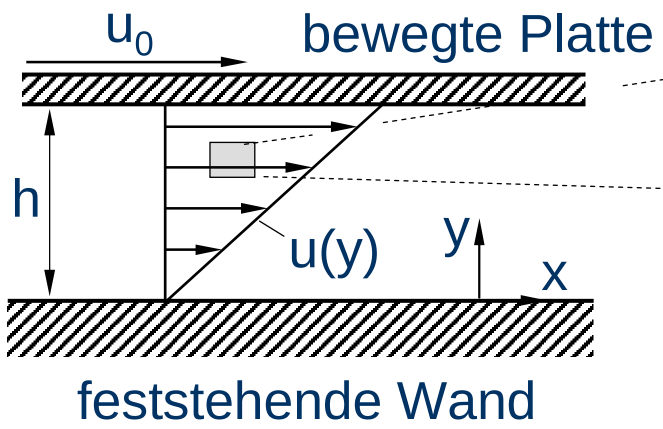
Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg
Hamburg University of Applied Sciences

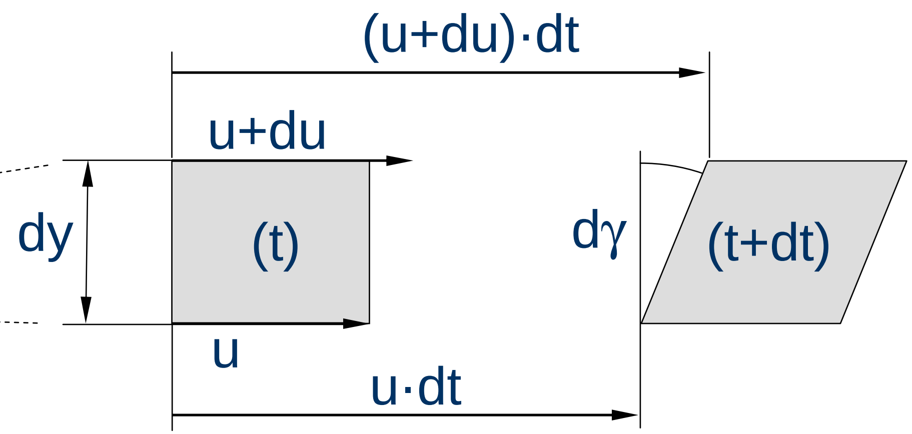
Stand: 2009-09-14

Stoffeigenschaft: Viskosität (Wdhl. aus Kap. 1)

- **Dynamische Viskosität** η ("eta"), Einheit $[\eta]$=Pa·s=Ns/m²=kg/ms:
  - Maßzahl für die Zähigkeit eines Fluids
  - Faktor für den Zusammenhang von **Schubspannung** τ und **Scher(winkel)geschwindigkeit** $\dot{\gamma}$: $\tau = f(\dot{\gamma})$
- **Kinematische Viskosität** $\nu = \eta/\rho$ ("nü"), Einheit $[\nu]$=m²/s
- Einfachster Ansatz: **Newtonsches Fluid**: $\boxed{\tau = \eta \cdot \dot{\gamma} = \eta \, d\gamma / dt}$
  - Linearer Zusammenhang, η=Proportionalitätsfaktor

Bsp.: 1D **Couette-Strömung**
(Spaltströmung mit linearem Profil)

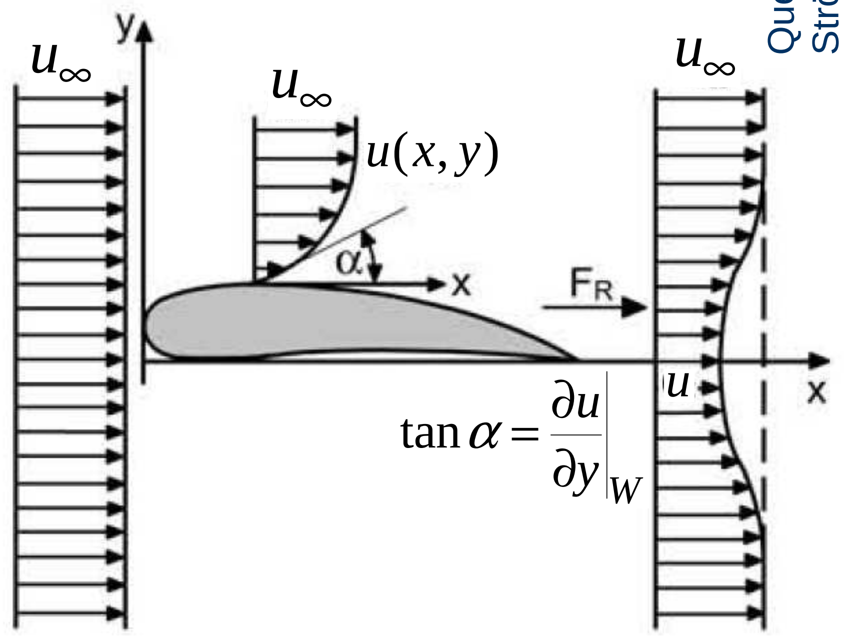




$$d\gamma = \frac{(u+du)dt - udt}{dy} = \frac{du}{dy} dt \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{d\gamma}{dt} = \dot{\gamma} = \frac{du}{dy}}$$

Reibungseffekte in Scherströmungen

- Bisher: Betrachtung reibungsfreier Strömungen
- In Realität treten in **Scherströmungen** (und Dehnströmungen) jedoch Reibungseffekte durch die Viskosität des Fluids auf
  - Reibungskräfte (auf das Fluid oder auf den Körper)
  - Energieverluste (bzw. Dissipation und Entropiezunahme)
  - Laminare und turbulente Strömungen
  - Ablösung, Totwassergebiete, Verwirbelungen (im Zusammenspiel mit (Massen-)Trägheitseffekten)
- Für Schubspannungen bzw. Reibkräfte sind Scherströmungen verantwortlich, im Bsp.: $F_R = \int \tau_W \, dA = \int \eta \left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_W dA$
- τ_W = **Wandschubspannung**
- An einer Wand haften Newtonsche Fluide (Haftbedingung) $\vec{U}_W = \begin{pmatrix} u_W \\ v_W \\ w_W \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$



Quelle: Surek+Stempin, Angew. Strömungsmechanik, 2007

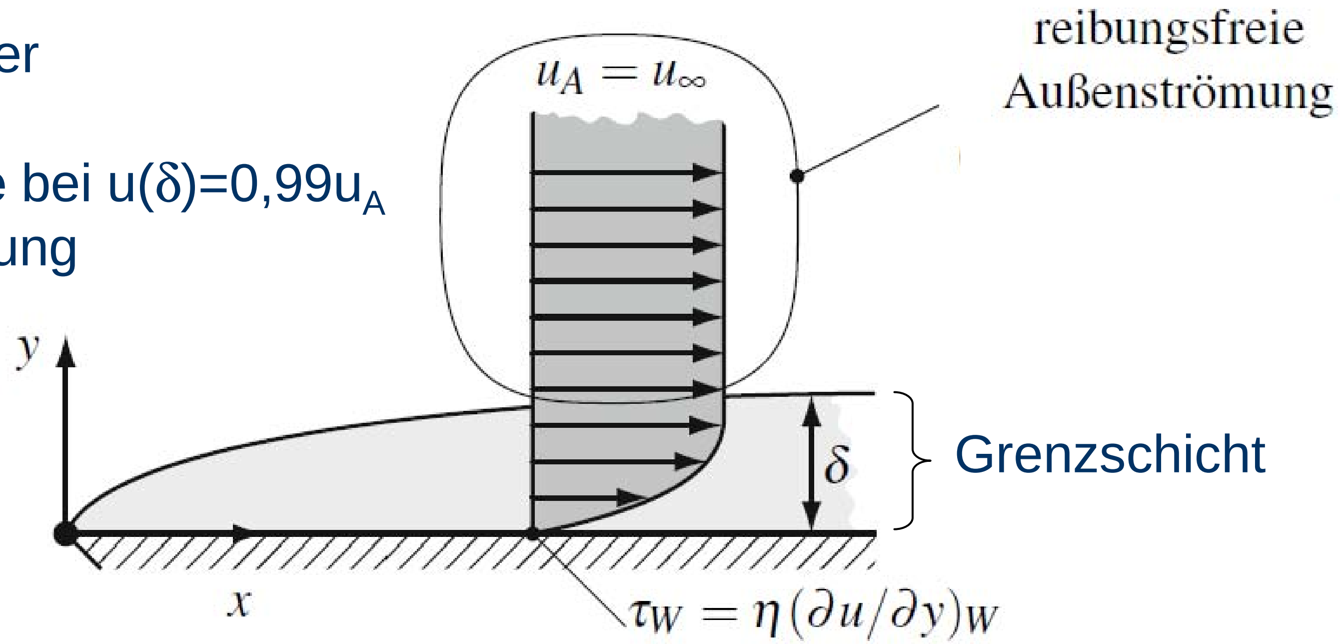
Grenzschichtströmungen

⇨ **Grenzschicht** = besondere Form einer Scherströmung

⇨ Ansatz von **Prandtl** (1904): Aufteilung der Strömung in eine reibungsfreie Außenströmung und eine **dünne, wandnahe und reibungsbehaftete Strömungsschicht**

- ⇨ u_A = Geschwindigkeit der Außenströmung
- ⇨ **δ = Grenzschichtdicke** bei $u(\delta)=0{,}99u_A$
- ⇨ τ_W = Wandschubspannung

Beispiel: Grenzschicht bei einer überströmten Platte



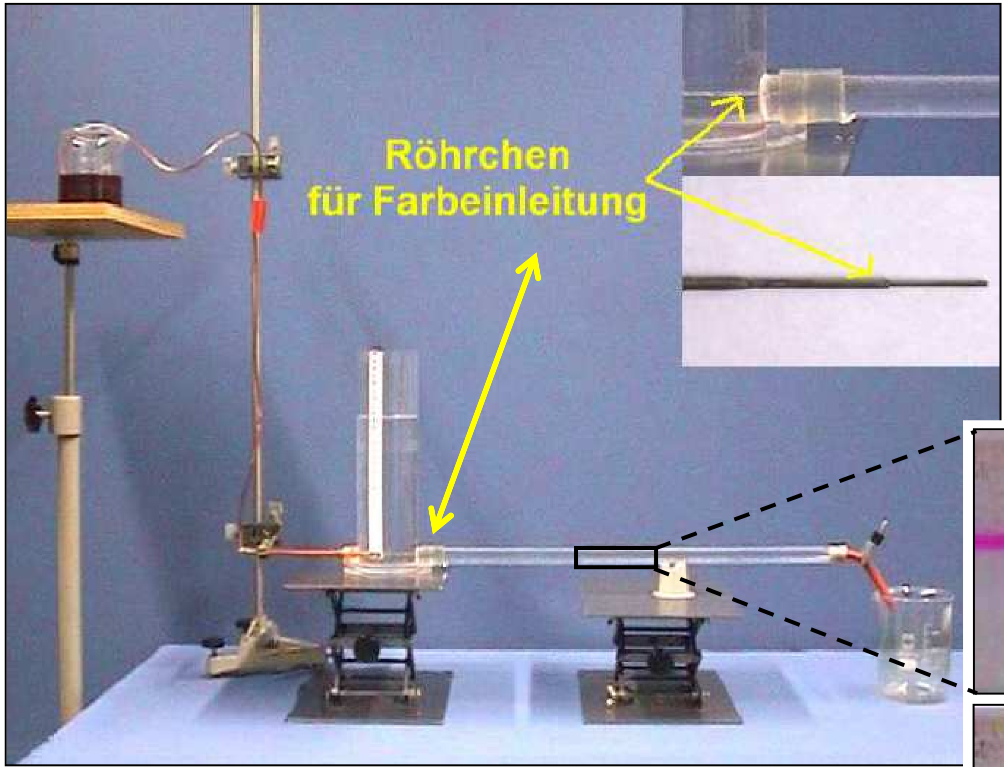
Quelle: Herwig, Strömungsmechanik, 2008

⇨ **Haftbedingung** an der Wand: $u(y=0)=0$

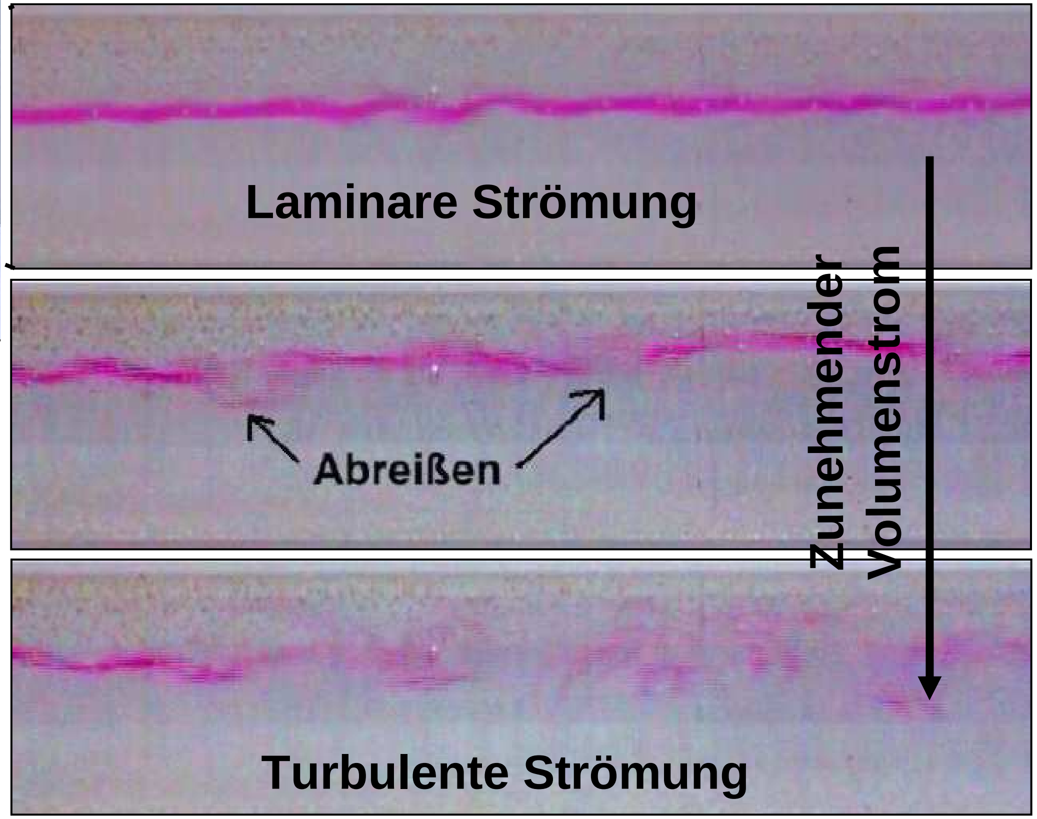
⇨ Grenzschichtrand bei $u(y=\delta)=0{,}99u_A$ (*Technische Definition*)

⇨ Grenzschichten treten auch an Freistrahlrändern auf

Farbfadenversuch von Reynolds (1883)



Experimentaufbau
⇨Reibungsbehaftete Rohrströmung
⇨ Strömungsvisualisierung durch einen Farbfaden
⇨ Variation des Volumenstroms



(Quelle: Messvideos in der Physikausbildung
A. Wagner, S. Altherr, B. Eckert, H.J. Jodl
Fachbereich Physik, Universität Kaiserslautern)

⇨ **Laminare Strömung** = Geordnete in parallelen Schichten verlaufende Strömung, Lat.: lamina = Schicht, Platte

⇨ **Turbulente Strömung** = ungeordnete, instationäre und wirbelbehaftete Strömung mit starker Quervermischung

Reynoldszahl

- Erkenntnis aus dem Farbfadenversuch von Reynolds (1883)
  - Strömung schlägt bei einem kritischen Wert einer dimensionslosen Kennzahl von einer laminaren in eine turbulente Strömung um
  - Kennzahl wird (*heute*) Reynoldszahl genannt

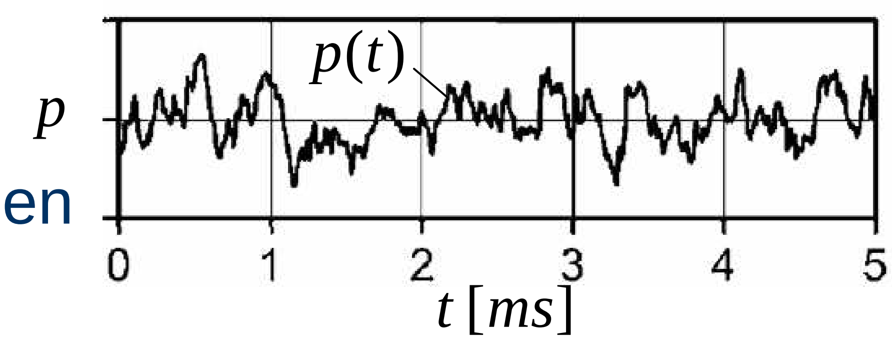
- **Reynoldszahl** $\boxed{Re = \frac{\rho U L}{\eta} = \frac{U L}{\nu}}$

  ρ = Fluiddichte
  η = Fluidviskosität (ggf. ν)
  U = Charakteristische Strömungsgeschwindigkeit
  L = Charakteristisches Längenmaß

  Interpretation: Verhältnis von Trägheits-kräften zu Reibungskräften (oder auch: Verhältnis der Impulsstromdichte zur Impulsdiffusion)

Re<1:	Reibungsdominierte laminare Gesamtströmung (Schmiertheorie)
Re>1:	Bereich des laminar-turbulenten Übergangs = **Transition**
Re>>1:	Reibung beschränkt sich auf turbulente Grenzschichtbereiche

- **Kritische Reynoldszahl Re_{krit}**
  Für $Re > Re_{krit}$: Einsetzen einer turbulenten Strömung mit scheinbar zufälligen Schwankungen der Strömungsgrößen



Quelle: Surek+Stempin, Angew. Strömungsmechanik, 2007

Laminare und turbulente Rohrströmung

- ⇨ Laminare Rohrströmung
  - ⇨ Strömung in Schichten mit unterschiedlicher Geschwindigkeit
  - ⇨ Diffusionstransport quer zur Strömung
  - ⇨ Zeitlich konstantes parabelförmiges Geschwindigkeitsprofil
- ⇨ Turbulente Rohrströmung
  - ⇨ Instationäre wirbelbehaftete Strömung
  - ⇨ Starke Querbewegungen
  - ⇨ Bauchiger Verlauf des zeitlich gemittelten Geschwindigkeitsprofils
- ⇨ Reynoldszahl der Rohrströmung

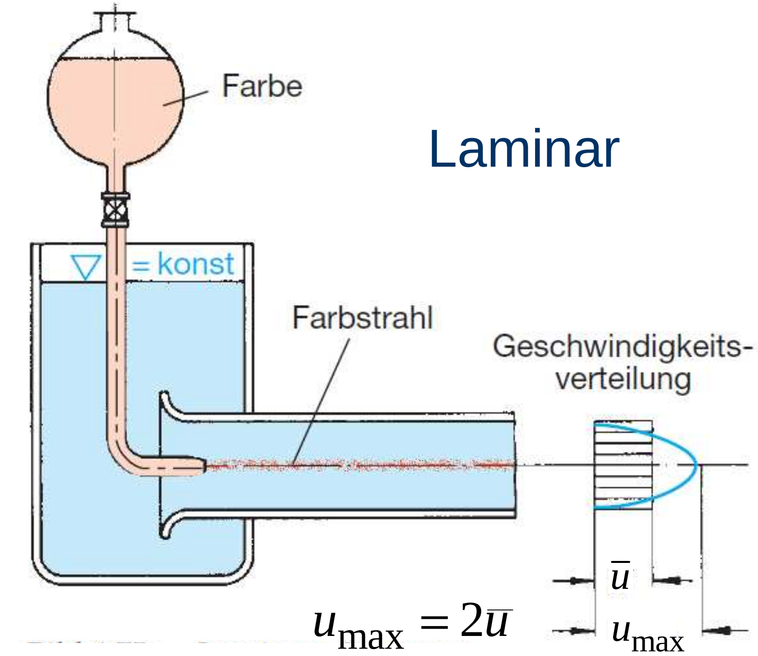
$$\boxed{Re = \frac{\rho \bar{U} D}{\eta}}$$

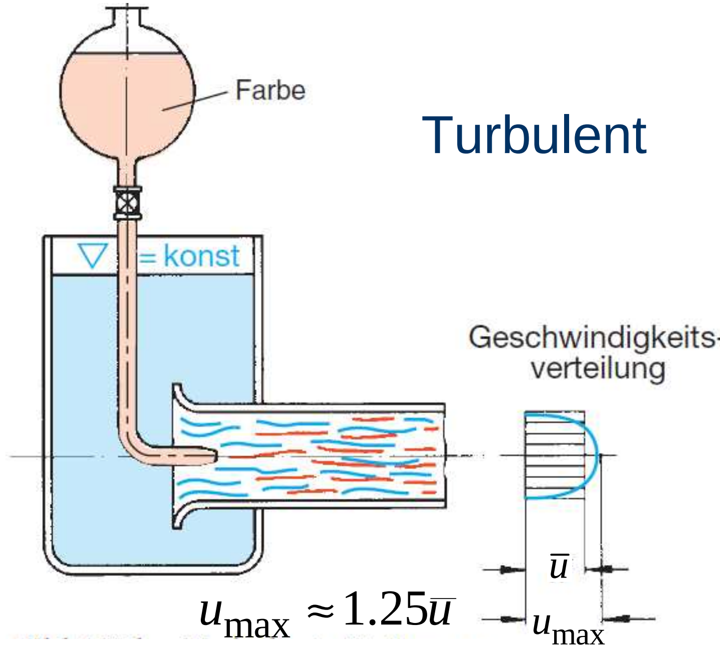
$\bar{U}$ = Mittlere Strömungsgeschwindigkeit ($\dot{V}/A$)

D = Rohrdurchmesser

- ⇨ Kritische Reynoldszahl (bei technischer Rauhigkeit)

$$\boxed{Re_{krit} = 2320}$$



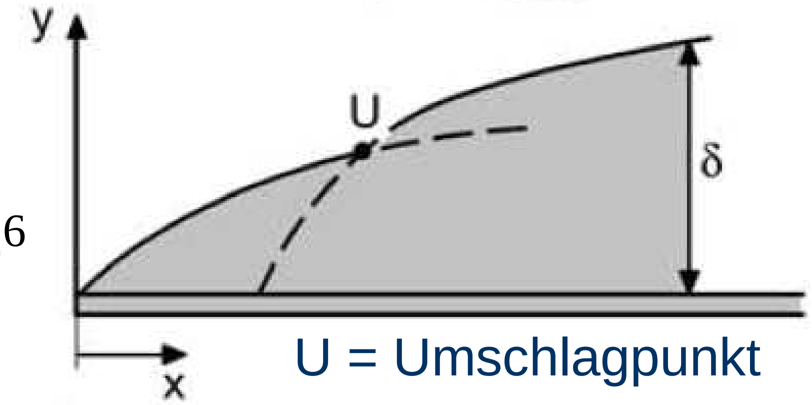


Quelle: Bohl, Elmendorf, Techn. Strömungslehre, 2005

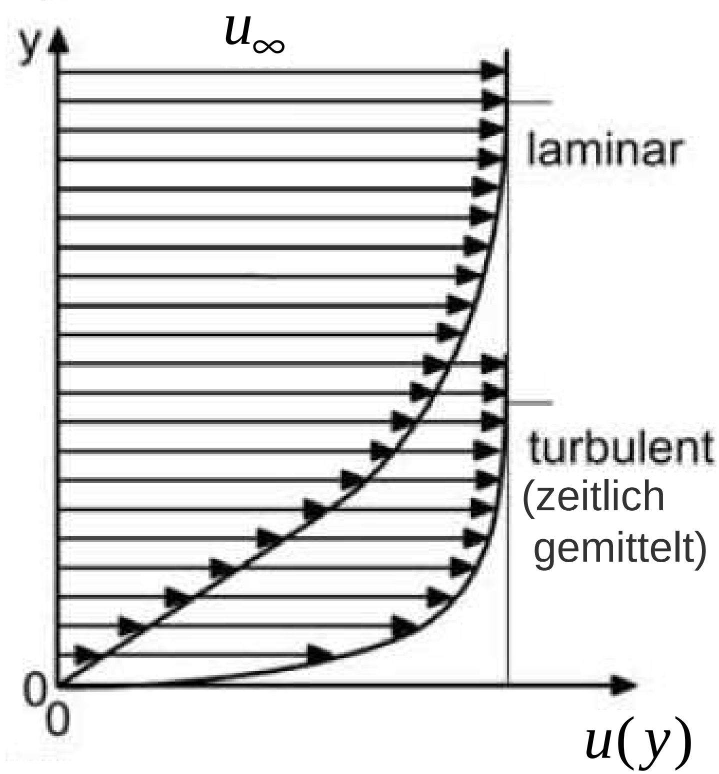
Laminare und turbulente Plattengrenzschicht

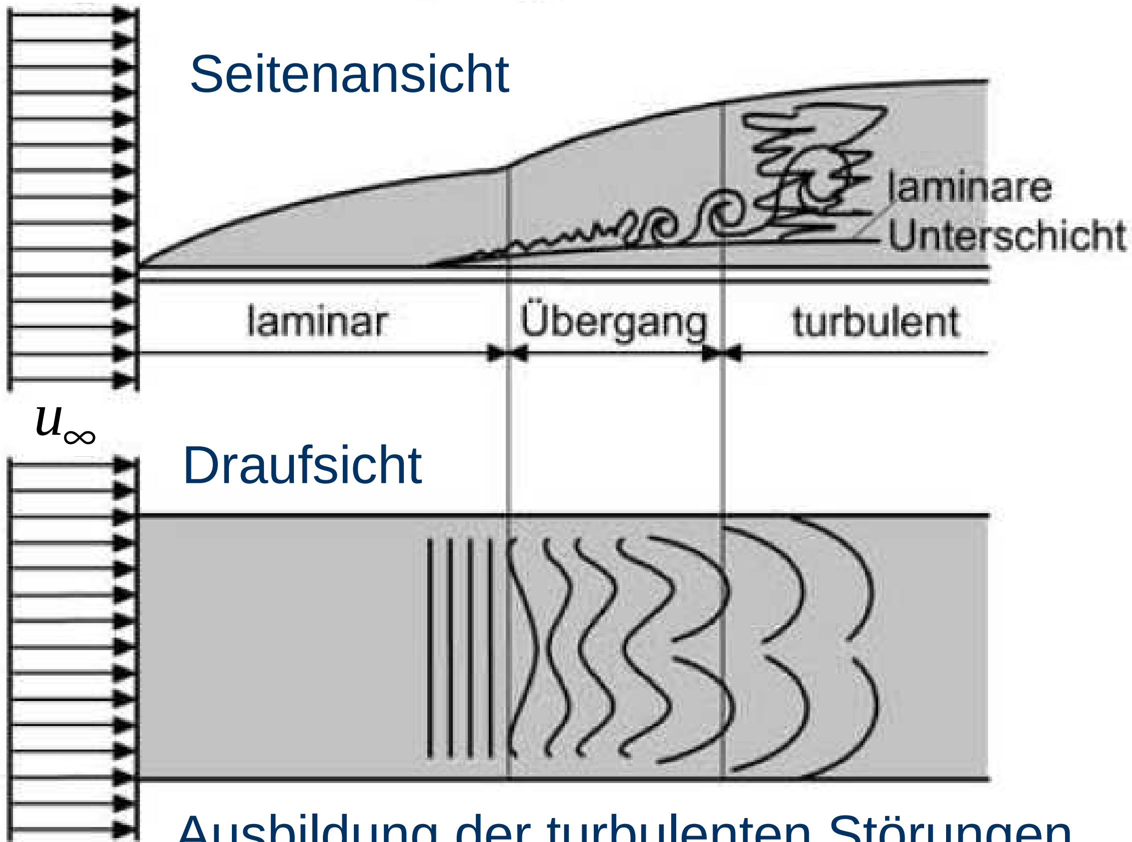
⇨ Laminar-turbulenter Übergang

- ⇨ Reynoldszahl mit Lauflänge x: $\mathrm{Re}_x = \dfrac{u_\infty\, x}{\nu}$
- ⇨ Kritische Reynoldszahl $Re_{krit} = 3.5 \cdot 10^4 - 10^6$



Geschwindigkeitsprofile
in der Grenzschicht



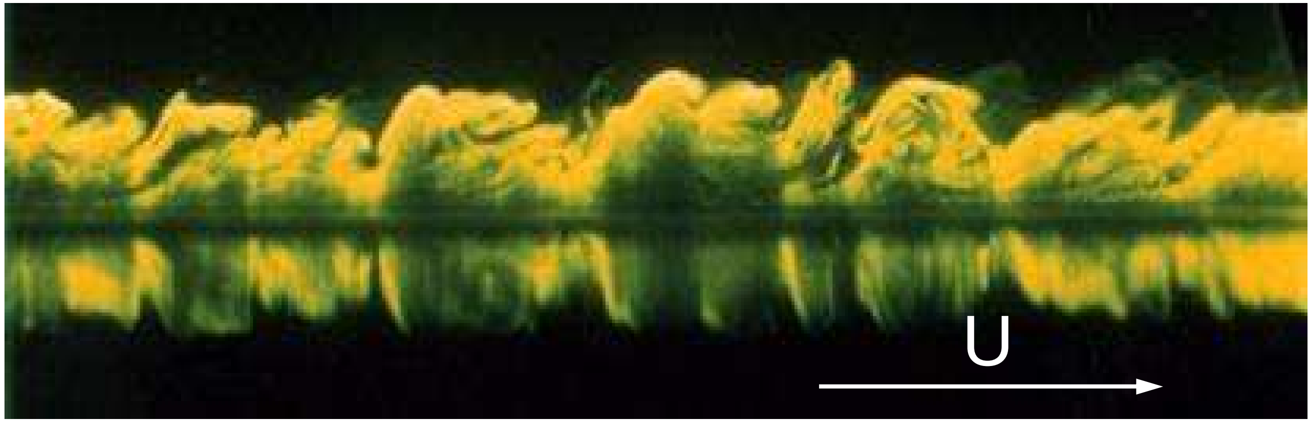


Ausbildung der turbulenten Störungen

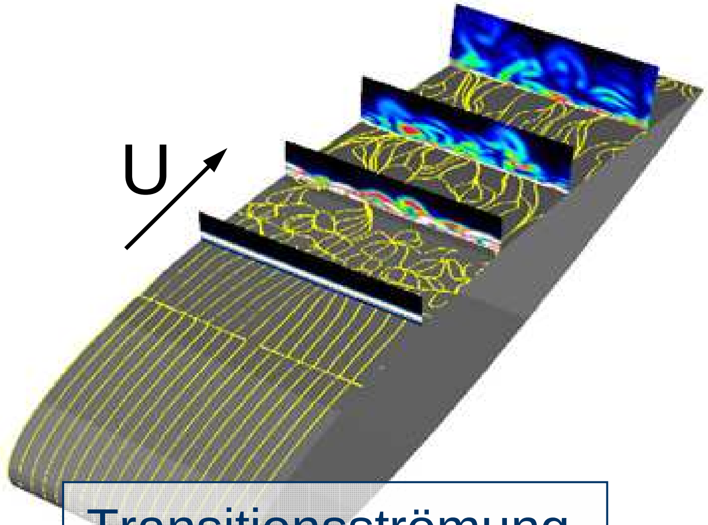
Quelle: Surek+Stempin, Angew. Strömungsmechanik, 2007

Beispiele für turbulente Strömungen

Turbulente Plattengrenzschicht (Momentaufnahme)

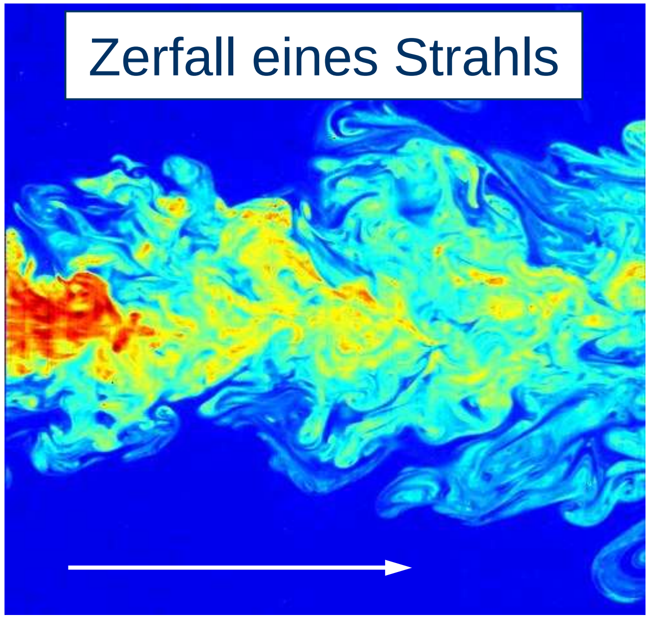


"Big whirls have little whirls, That feed on their velocity;
And little whirls have lesser whirls, And so on to viscosity."
Lewis Fry Richardson (1881-1953)

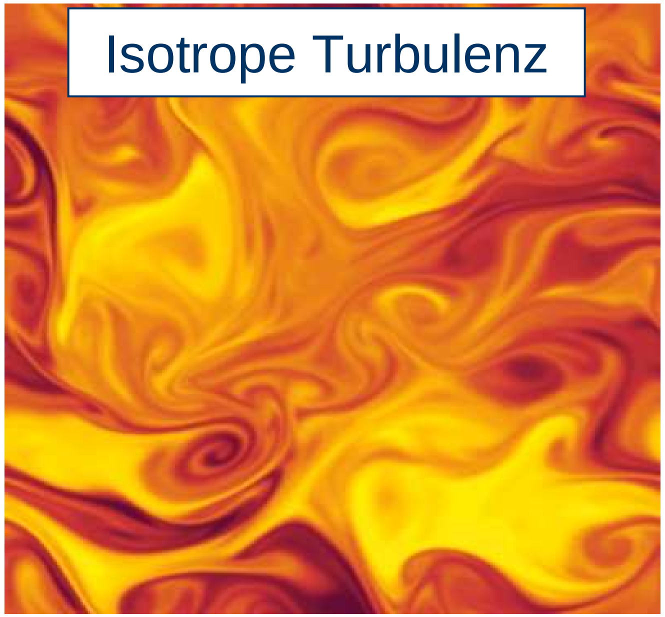


Transitionsströmung am Tragflügel

Zerfall eines Strahls



Isotrope Turbulenz



Beobachtungen von da Vinci (1452-1519)

Quelle: www.efluids.com

Beispiele

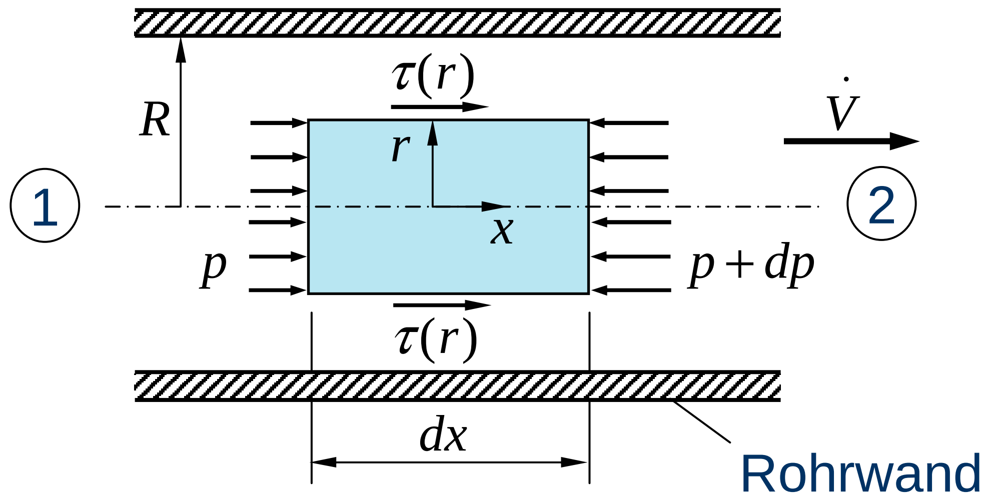
1. Durch eine Schmierölleitung von 50 mm Innendurchmesser strömen in der Sekunde 2 ltr Schmieröl mit einer kinematischen Viskosität $\nu = 20 \cdot 10^{-6}$ m²/s. Ist die Strömung laminar oder turbulent?

2. Ein schlankes Tragflügelprofil wird im Flug mit 240 m/s angeströmt. Die kinematische Viskosität der Luft soll $\nu = 18 \cdot 10^{-6}$ m²/s betragen. Über wie viel Prozent der Flügeltiefe ist die Strömung laminar, wenn diese 2 m beträgt und die kritische Reynoldszahl $Re_{krit,x} = 5 \cdot 10^5$ ist?

⇨ Beispiele werden an der Tafel vorgerechnet

Reibungsdruckverlust der Rohrströmung (1/2)

- ⇨ Kräftegleichgewicht an einem zylindrischen Fluidelement
  - ⇨ Element: Radius r und Länge dx
  - ⇨ Stationäre Strömung
    $\rightarrow$ keine Trägheitskräfte
  - ⇨ Es wirken nur Druckkräfte an den Stirnflächen und Reibungskräfte am Umfang



- ⇨ Gleichgewicht zwischen Druck- und Reibungskräften

$$\sum F_x = 0 = (\cancel{p} - (\cancel{p} + dp))\cancel{\pi} r^2 + \tau(r) 2 \cancel{\pi} r dx \quad \rightarrow \quad \frac{dp}{dx} = 2\frac{\tau(r)}{r} \overset{!}{=} const$$

- ⇨ Linke Seite ist von x abhängig, rechte Seite ist von r abhängig
  - ⇨ Gleichung nur dann erfüllt, wenn beide Seiten eine Konstante bilden

$$\frac{dp}{dx} = const = \frac{p_2 - p_1}{L} = -\frac{p_1 - p_2}{L} = -\frac{\Delta p}{L}$$

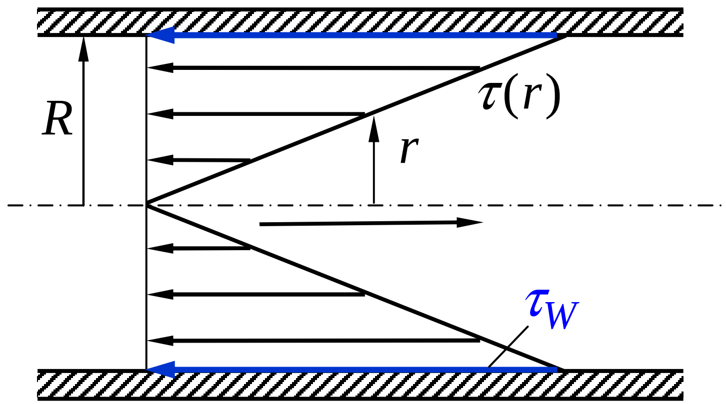
  - ⇨ Δp = Druckverlust über die Rohrlänge L (Abstand zwischen 1 und 2)

Reibungsdruckverlust der Rohrströmung (2/2)

⇨ Mit $\frac{dp}{dx} = -\frac{\Delta p}{L}$ folgt für die Schubspannungsverteilung $\boxed{\tau(r) = -\frac{\Delta p}{2L} r}$

- ⇨ Schubspannungsprofil ist linear vom Radius r abhängig
- ⇨ Bei r=0 wird die Schubspannung τ zu Null
- ⇨ Bei r=R an der Wand wird die Schubspannung maximal $\tau_W = -\frac{\Delta p}{2L} R$

⇨ Erkenntnisse sind gültig für laminare und turbulente Strömungen sowie für Newtonsche und Nicht-Newtonsche Fluide



⇨ Zur Ermittlung des Geschwindigkeitsprofils u(r) ist ein Stoffgesetz erforderlich

- ⇨ Beschränkung hier auf Newtonsche Fluide: $\tau = \eta \cdot \dot{\gamma} = \eta \frac{du}{dr}$

Geschwindigkeitsverteilung der laminaren Rohrströmung

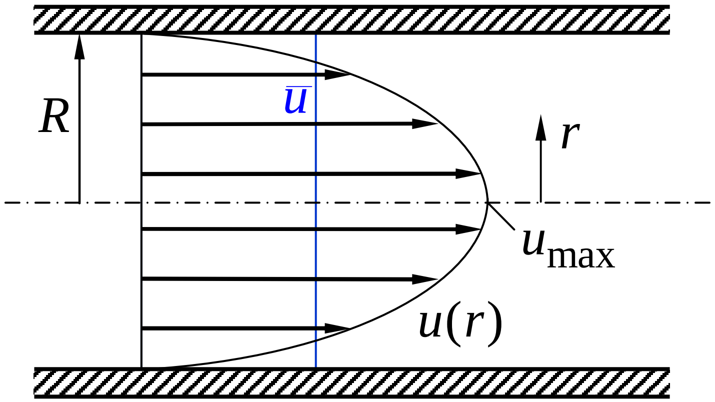
⇨ Mit $\tau = \eta \dfrac{du}{dr}$ folgt aus der Schubspannungsverteilung $\tau(r) = -\dfrac{\Delta p}{2L} r$

$$\eta \frac{du}{dr} = -\frac{\Delta p}{2L} r \quad \rightarrow \quad \int du = -\frac{\Delta p}{2\eta L} \int r dr \quad \rightarrow \quad u(r) = -\frac{\Delta p}{4\eta L} r^2 + C$$

⇨ Haftbedingung an der Wand u(r=R)=0 $\rightarrow \quad C = \dfrac{\Delta p}{4\eta L} R^2$

⇨ **Parabolische** Geschwindigkeitsverteilung

$$\boxed{u(r) = \frac{\Delta p}{4\eta L}\left(R^2 - r^2\right)}$$



⇨ Maximale Geschwindigkeit in der Rohrmitte

$$u_{max} = u(r=0) = \frac{\Delta p}{4\eta L} R^2 \quad \rightarrow \quad u(r) = u_{max}\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)$$

⇨ Vergleich mit der Schubspannungsverteilung

⇨ τ=0 bei du/dr=0 in der Rohrmitte

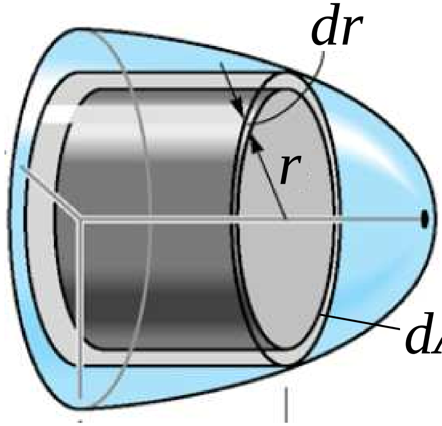
⇨ $\tau = \tau_{max}$ bei maximaler Scherung an der Wand

Hagen-Poiseuille'sches Gesetz der Rohrströmung

⇨ Volumenstrom aus Integration der Geschwindigkeitsverteilung

$$\dot{V} = \int u dA = \int_0^R 2\pi r\, u(r) dr = \frac{\pi \Delta p}{2\eta L} \int_0^R \left(R^2 - r^2\right) r dr$$

$$= \frac{\pi \Delta p}{2\eta L} \left[\frac{r^2}{2} R^2 - \frac{r^4}{4} \right]_0^R = \frac{\pi \Delta p}{2\eta L} \left[\frac{R^4}{2} - \frac{R^4}{4} \right]$$



Integration über eine Ringfläche

$$\rightarrow \quad \boxed{\dot{V} = \frac{\pi R^4}{8\eta L} \Delta p} \quad \text{bzw.} \quad \boxed{\Delta p = \frac{8\eta L}{\pi R^4} \dot{V}}$$

Gesetz von Hagen-Poiseuille für laminare Rohrströmungen:
Druckverlust ist proportional zur Viskosität, Rohrlänge und Volumenstrom und umgekehrt proportional zur 4. Potenz des Rohrradius

⇨ Mittlere Geschwindigkeit $\dot{V} = \bar{u} A = \bar{u} \pi R^2 \quad \rightarrow \quad \bar{u} = \frac{R^2}{8\eta L} \Delta p$

⇨ Vergleich mit Maximalgeschwindigkeit $\boxed{\bar{u} = \frac{1}{2} u_{\max}}$

(Quelle: Hibbeler, TM3-Dynamik)

Druckverlust der laminaren Rohrströmung

- ⇨ Druckverlust in Abhängigkeit der mittleren Geschwindigkeit $\Big\}\ \Delta p = \frac{8\eta L}{R^2}\bar{u}$
- ⇨ Erweiterung mit ρū: $\Delta p = \frac{16\eta L}{\rho\bar{u}R^2}\frac{\rho}{2}\bar{u}^2 = \frac{64\eta L}{\rho\bar{u}D^2}\frac{\rho}{2}\bar{u}^2 = \frac{64\eta}{\rho\bar{u}D}\frac{L}{D}\frac{\rho}{2}\bar{u}^2 = \frac{64}{\mathrm{Re}}\frac{L}{D}\frac{\rho}{2}\bar{u}^2$
- ⇨ Mit der Reynoldszahl der Rohrströmung $\mathrm{Re} = \frac{\rho\bar{u}D}{\eta}$ ergibt sich

  $\boxed{\Delta p = \frac{64}{\mathrm{Re}}\frac{L}{D}\frac{\rho}{2}\bar{u}^2}$ bzw. $\boxed{\Delta p = \lambda\frac{L}{D}\frac{\rho}{2}\bar{u}^2}$ **Druckverlust der laminaren Rohrströmung**

  - ⇨ **Widerstandszahl** oder auch **Rohrreibungszahl** λ
  - ⇨ **Widerstandsgesetz** der laminaren Rohrströmung $\boxed{\lambda = \frac{64}{\mathrm{Re}}}$
- ⇨ Druckverlust kann einfach in die erweiterte Bernoulli-Gleichung aufgenommen werden ($\bar{u}$ = U)

$$\frac{1}{2}\rho U_1^2 + \rho g z_1 + p_1 = \frac{1}{2}\rho U_2^2 + \rho g z_2 + p_2 + \Delta p_V \quad \text{mit} \quad \Delta p_V = \frac{64}{\mathrm{Re}}\frac{L}{D}\frac{\rho}{2}U^2$$

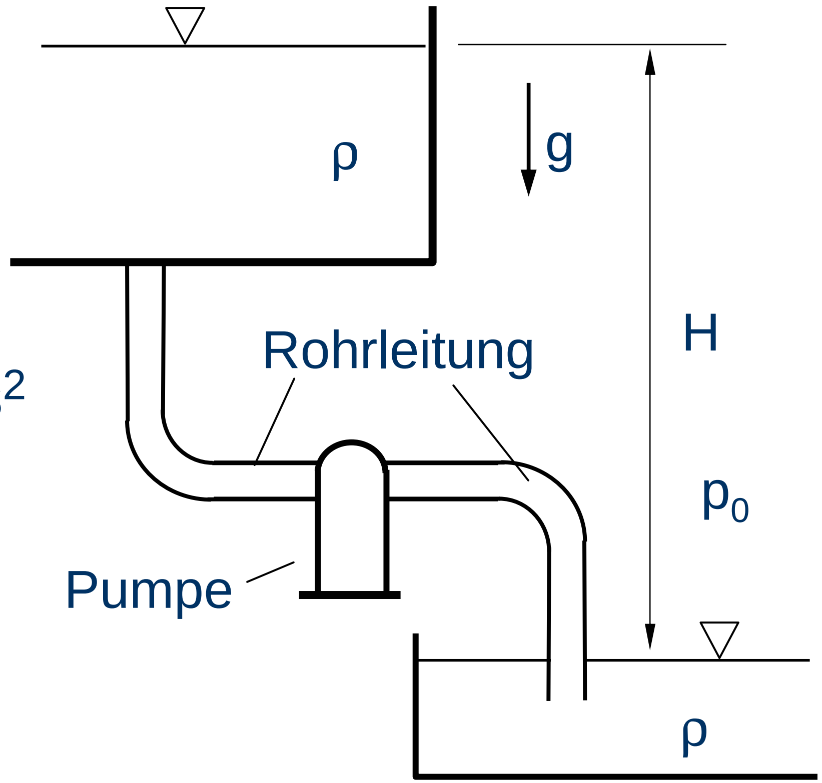
Beispiel

⇨ Eine Pumpe fördert durch eine Rohrleitung (Durchmesser D, Länge L) eine viskose Flüssigkeit mit dem Volumenstrom $\dot{V}$ in einen Hochbehälter.

Geg.: $\rho=1100 kg/m^3$, $\eta=0{,}1 Pas$, $H=4m$, $D=20mm$, $L=9m$, $\dot{V}=1 ltr/s$, $g=9{,}81 m/s^2$

Ges.: a) Welche Druckerhöhung Δp_M muss die Pumpe liefern?

b) Wie hoch ist die Maximalgeschwindigkeit im Rohr?



⇨ Beispiel wird an der Tafel vorgerechnet

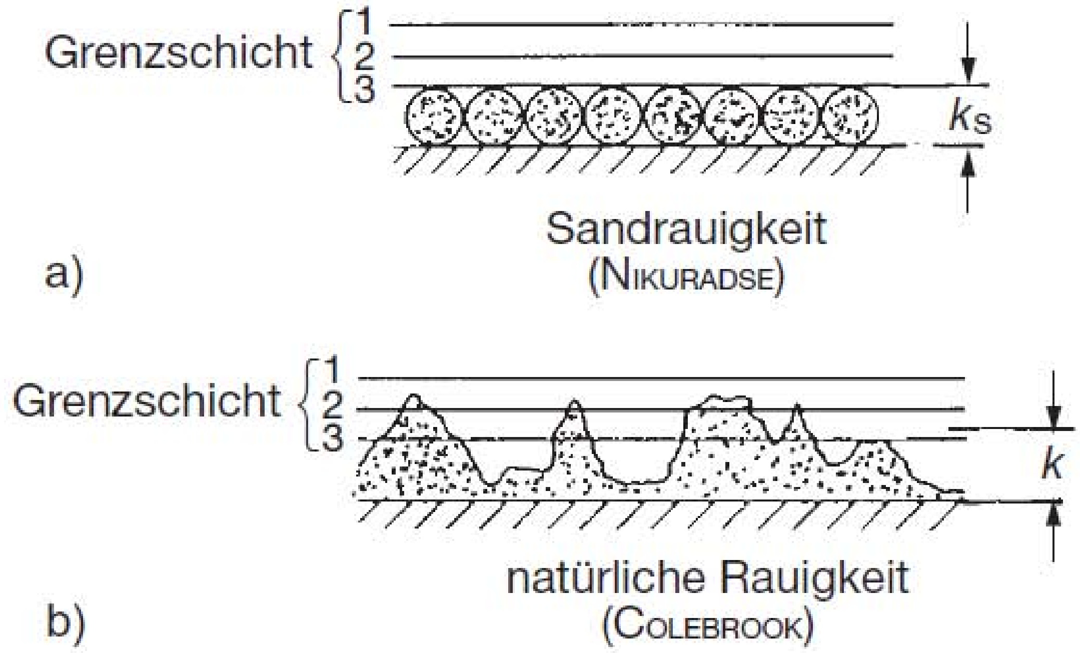
Druckverlust der turbulenten Rohrströmung

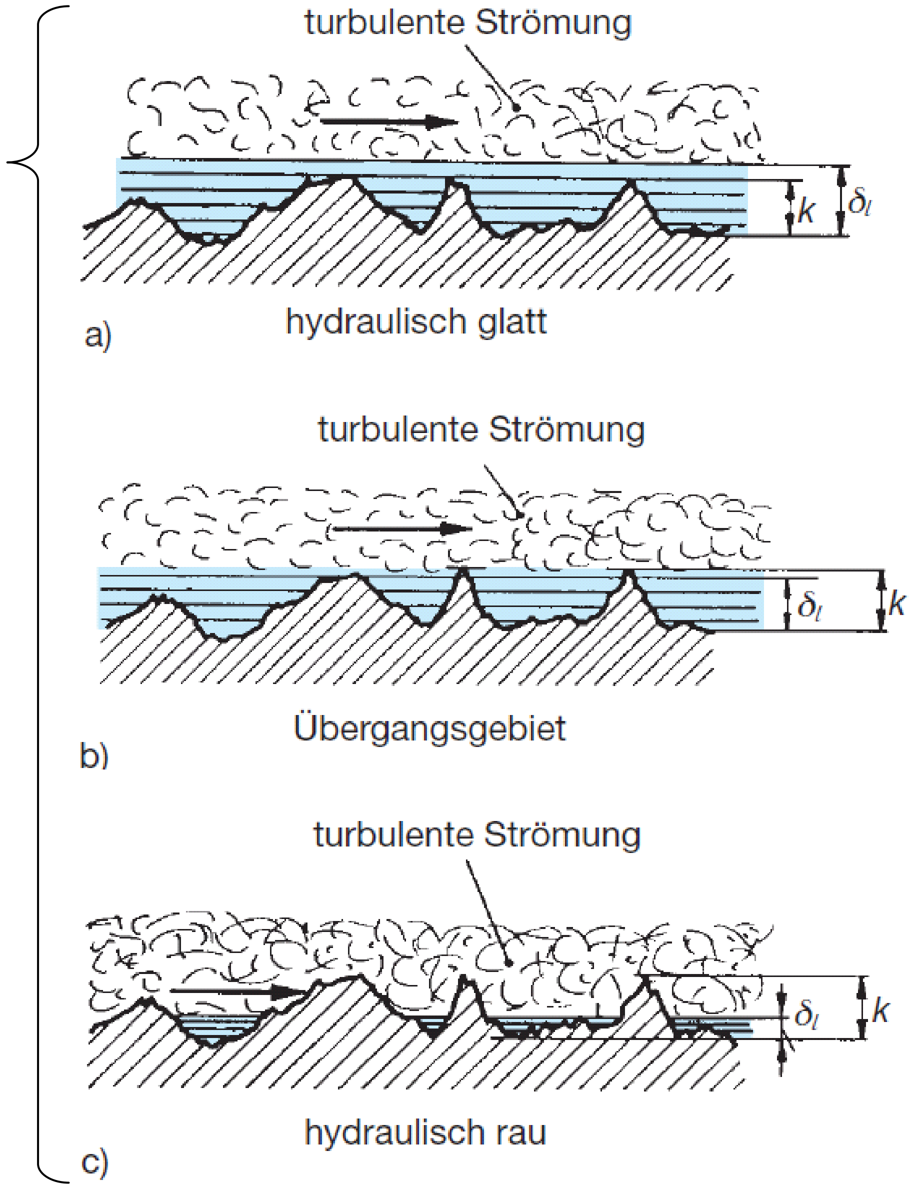
- ⇨ Ansatz wie bei der laminaren Rohrströmung $\Delta p = \lambda \frac{L}{D} \frac{\rho}{2} \overline{u}^2$
- ⇨ Widerstandsgesetze sind jedoch empirisch oder halbempirisch ermittelt worden
- ⇨ Als Parameter gehen ein
  - ⇨ Reynoldszahl $Re = \rho \bar{u} D / \eta$
  - ⇨ **Relative Rauhigkeit** der Rohrwand k/D (k = Rauhigkeit in mm)
    - ⇨ Rohre mit Re·k/D<65 gelten als **hydraulisch glatt** = kein Rauhigkeitseinfluss

Ansatz von	Gleichung	Gültigkeit	Strömung	Rohr
Hagen-Poiseuille (1)	$\lambda = 64/\mathrm{Re}$	Re<2320	lam.	
Blasius (2)	$\lambda = 0{,}3164\,\mathrm{Re}^{-0{,}25}$	2320<Re<10^5 und Re·k/D<65	turb.	Glatt
Prandtl (3)	$\lambda = (\log(\mathrm{Re}^2\lambda) - 0{,}8)^{-2}$	Re>10^5 und Re·k/D<65	turb.	Glatt
v. Kármán (5)	$\lambda = (2\log(3{,}715 \cdot D/k))^{-2}$	Re·k/D>1300	turb.	Rau
Colebrook (4)	$\lambda = (-2\log(\frac{2{,}51}{\mathrm{Re}\sqrt{\lambda}} + 0{,}269 \cdot k/D))^{-2}$	65<Re·k/D<1300	turb.	Rau

Einteilung der Rauhigkeiten

- ⇨ Einfluss der Rauhigkeit
  - ⇨ Strömung ist hydraulisch glatt, wenn die Rauhigkeit in der laminaren Unterschicht δ_L eingebettet ist
- ⇨ Unterscheidung zwischen
  - ⇨ Sandrauhigkeit k_S (künstlich)
  - ⇨ technische Rauhigkeit k

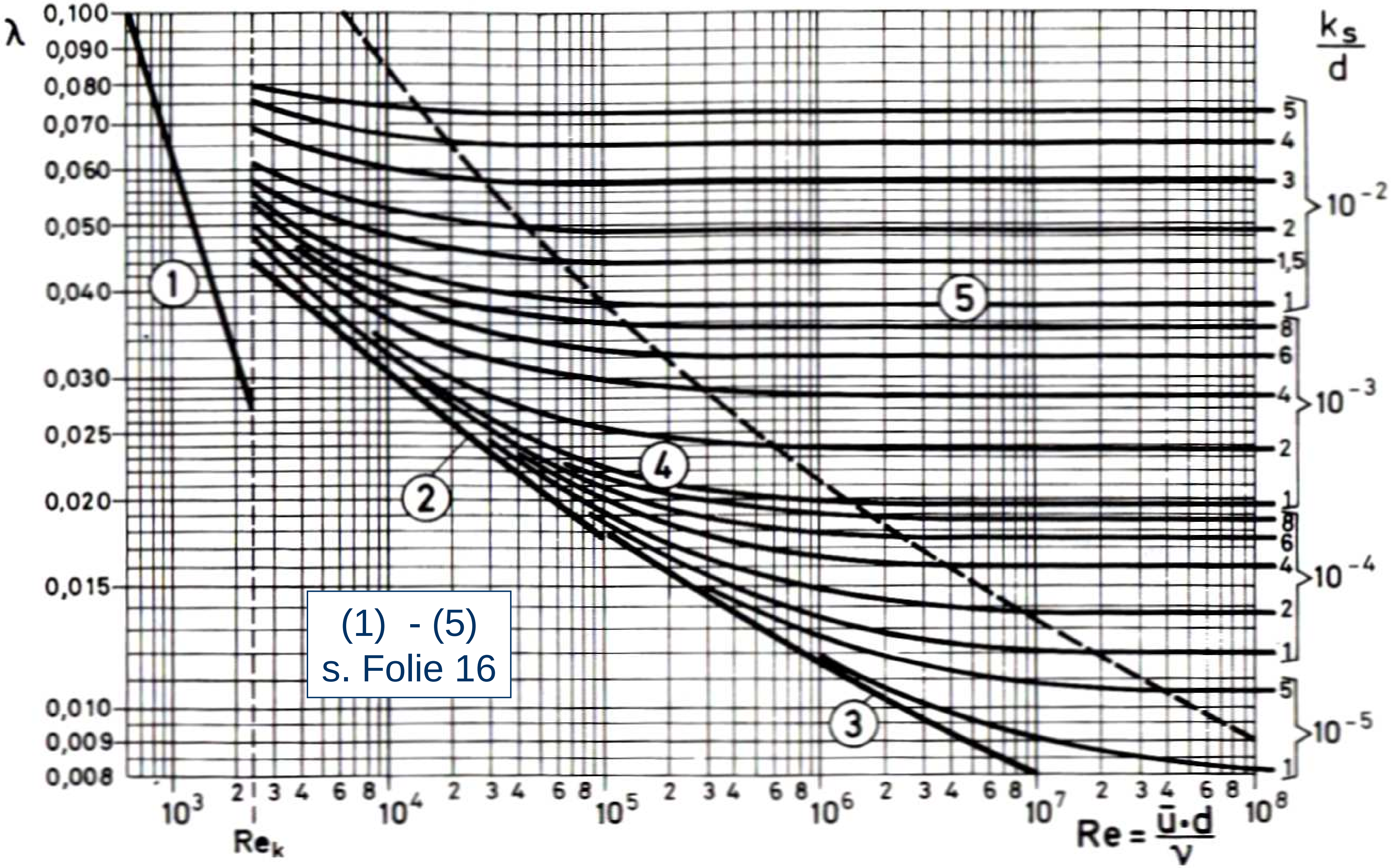




Quelle: Bohl, Elmendorf, Techn. Strömungslehre, 2005

Colebrook Diagramm

⇨ Darstellung der Widerstandsgesetze im Colebrook-Diagramm

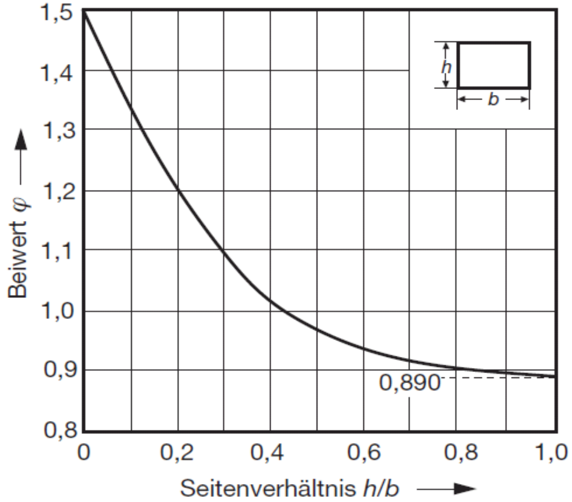


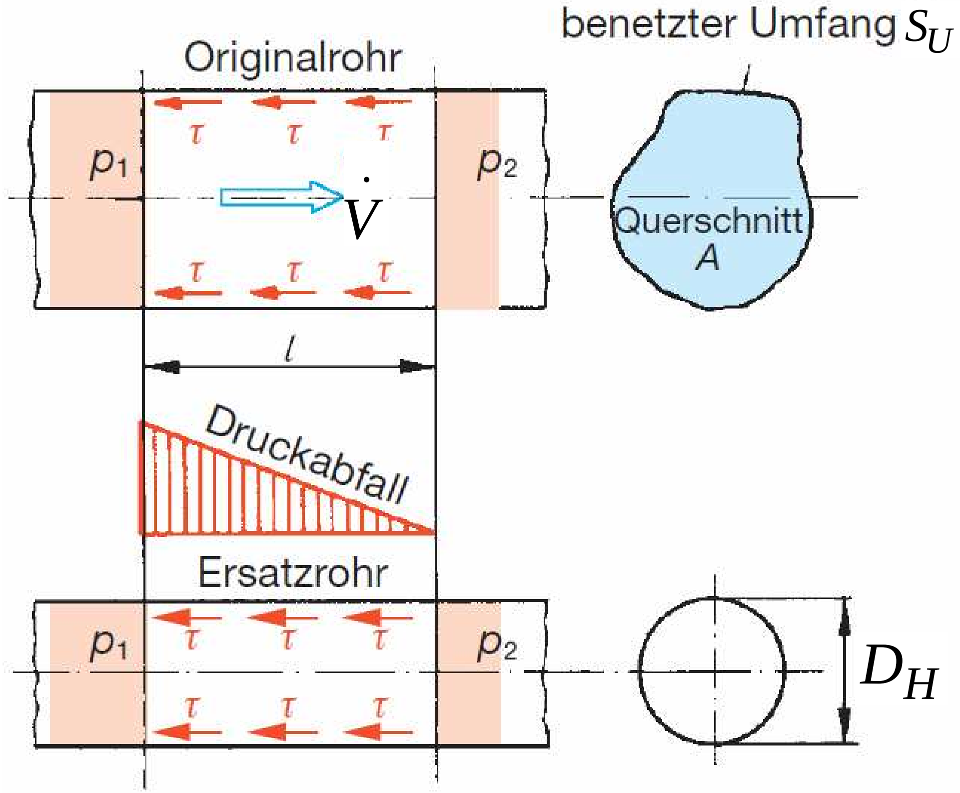
Quelle: Gersten: Einführung in die Strömungsmechanik, Vieweg, 1989

Nicht-kreisförmige Leitungsquerschnitte

- ⇨ Hydraulischer Durchmesser D_H
  - ⇨ Druckdifferenz des Originalrohrs soll auch am Ersatzrohr wirken
  - ⇨ Originalrohr (**Umfang S_U**): Druckkraft = Reibkraft: $-(p_1 - p_2)A = \tau_W S_U L$
  - ⇨ Aus Vergleich der Kräfte am Ersatzrohr (vgl. Folie 11) $\boxed{D_H = 4A/S_U}$
- ⇨ Reynoldszahl: $Re = \rho \bar{u} D_H / \eta$
- ⇨ Druckverlust: $\Delta p = \lambda \dfrac{L}{D_H} \dfrac{\rho}{2} \bar{u}^2$
- ⇨ Widerstandsgesetze sind von der Querschnittsform abhängig, z.B. Rechteck mit laminarer Strömung

$$\lambda = \varphi \frac{64}{\mathrm{Re}}$$





Hinweis: D_H=Hilfsdurchmesser, nicht für die Flächenberechnung verwenden

Quelle: Bohl, Elmendorf, Techn. Strömungslehre, 2005

Druckverluste von Strömungsführungselementen

- ⇨ Weitere Druckverluste durch
  - ⇨ Umlenkungen
  - ⇨ Querschnittsänderungen
  - ⇨ Verzweigungen
  - ⇨ Einlaufstrecken
  - ⇨ Einbauten

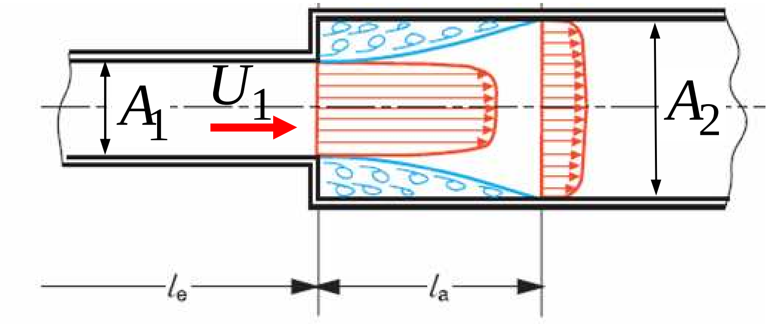
  Empirische Erfassung der Verluste
  - ⇨ Datenblätter
  - ⇨ Tabellen
  - ⇨ Diagramme

  ggf. Abhängigkeiten von mehreren Parametern
- ⇨ Allgemeiner Ansatz für einen Druckverlust $\boxed{\Delta p_V = \zeta \frac{\rho}{2} U^2}$
- ⇨ Dimensionsloser **Verlustbeiwert** ζ ("zeta")
- ⇨ Achtung: Verlustbeiwert ζ ist im allg. an <u>einen</u> Querschnitt i der Strömungsführung gebunden → U_i richtig einsetzen !!
- ⇨ Bei mehreren Druckverlusten $\Delta p_{V,ges} = \sum_i \zeta_i \frac{\rho}{2} U_i^2$
- ⇨ Berücksichtigung in der erweiterten Bernoulli-Gleichung

$$\frac{1}{2}\rho U_1^2 + \rho g z_1 + p_1 = \frac{1}{2}\rho U_2^2 + \rho g z_2 + p_2 + \Delta p_V \quad \text{mit} \quad \boxed{\Delta p_V = \sum_j \lambda_j \frac{L_j}{D_j} \frac{\rho}{2} U_j^2 + \sum_i \zeta_i \frac{\rho}{2} U_i^2}$$

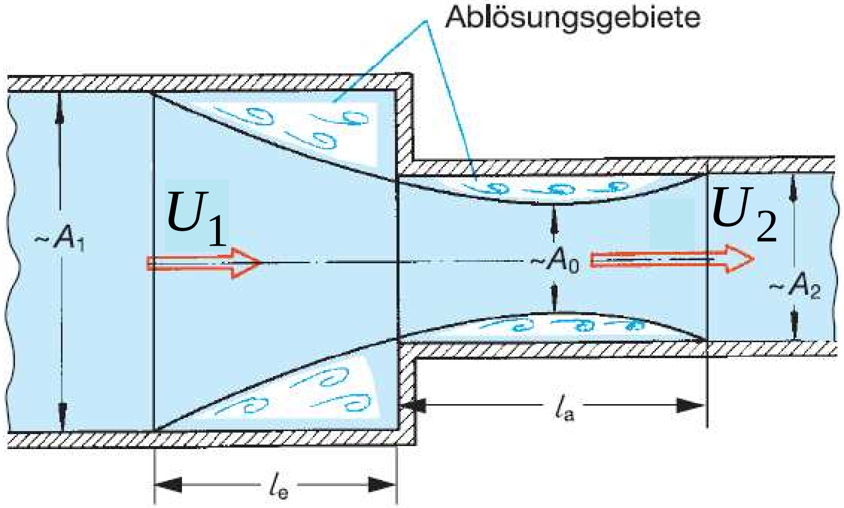
Auswahl Verlustbeiwerte (1/5)

⇨ Unstetige Erweiterung (Borda-Carnot-Diffusor)

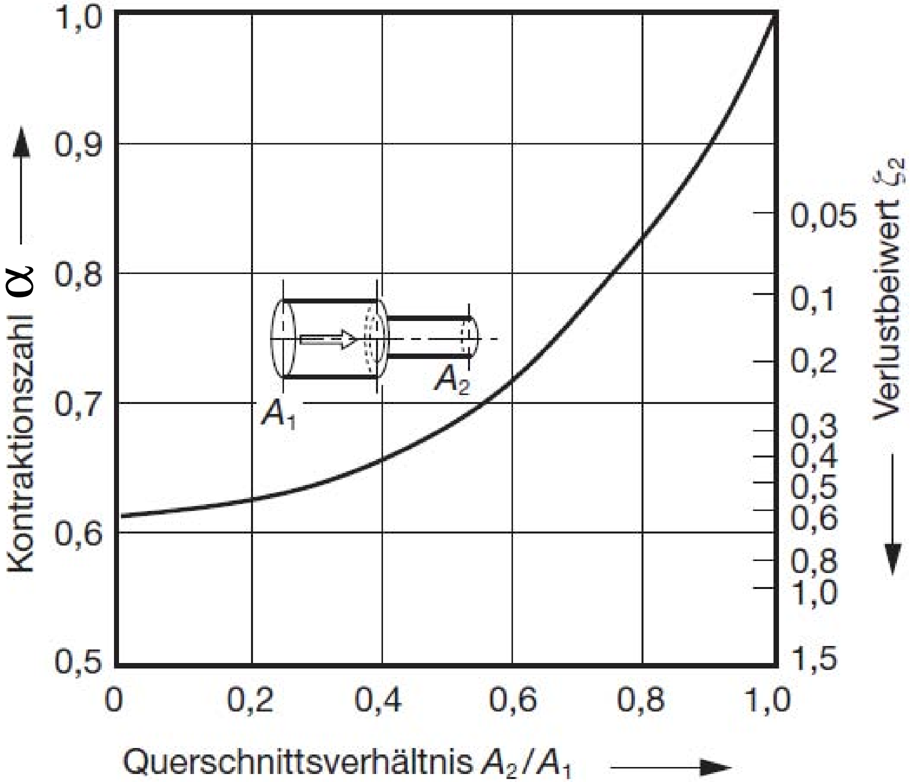


$$\Delta p_V = \zeta_1 \frac{\rho}{2} U_1^2 \qquad \zeta_1 = \left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right)^2$$

⇨ Unstetige Verengung mit Strahlkontraktion $A_0 = \alpha \cdot A_2$ ($\alpha < 1$)

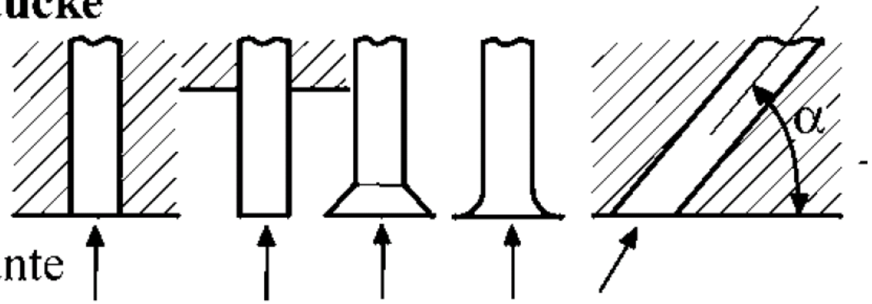


$$\Delta p_V = \zeta_2 \frac{\rho}{2} U_2^2 \qquad \zeta_2 = 1{,}5 \left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)^2$$



Quelle: Bohl, Elmendorf, Techn. Strömungslehre, 2005

Einlaufstücke

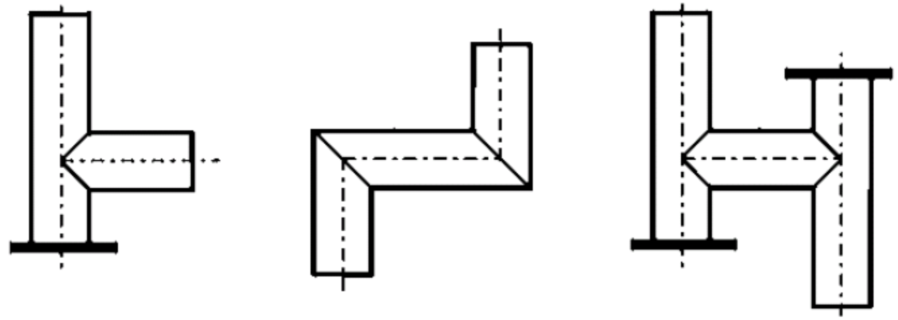


Einlaufkante

scharf $\zeta=0{,}5$ 3,0 $\alpha=75°$ 60° 45°

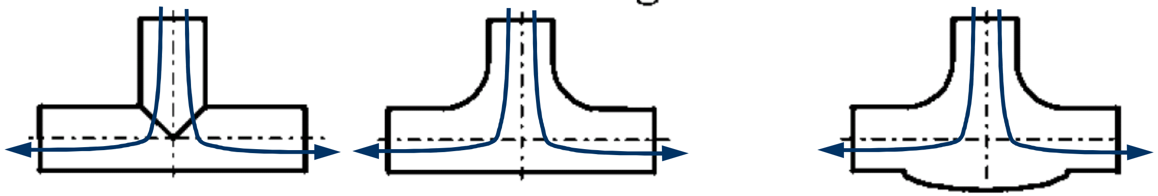
gebrochen $\zeta=0{,}25$ 0,55 0,20 0,05 0,6 0,7 0,8

Zusammengesetzte Leitungsstücke



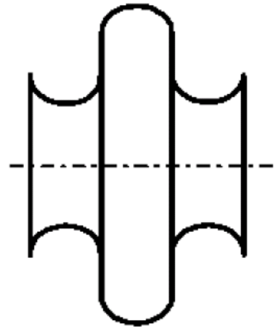
$\zeta=2{,}0...2{,}5$ $\zeta=3$ $\zeta=4...5$

T-Stücke für Stromtrennung

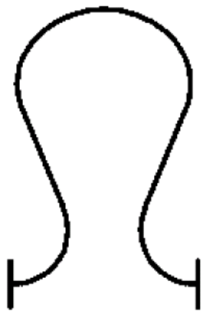


scharfkantig	abgerundet mit geradem Boden	kugelförmig mit nach innen abgerundetem Hals
$\zeta=1{,}2$	$\zeta=0{,}87$	$\zeta=0{,}73$

Ausgleichsstücke



Wellrohrausgleicher $\zeta=0{,}2$



Plattrohr-Lyrabogen $\zeta=0{,}2$

Faltenrohr-Lyrabogen $\zeta=1{,}4$

Quelle: Surek+Stempin, Angew. Strömungsmechanik, 2007

Auswahl Verlustbeiwerte (3/5)

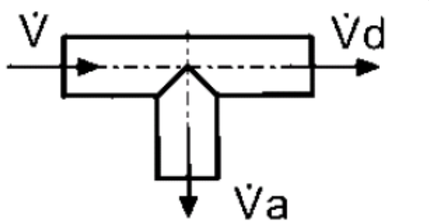
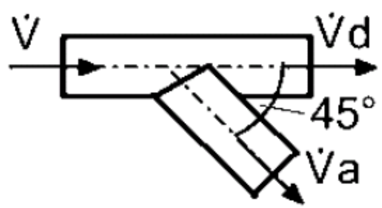
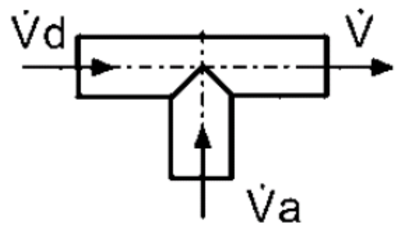
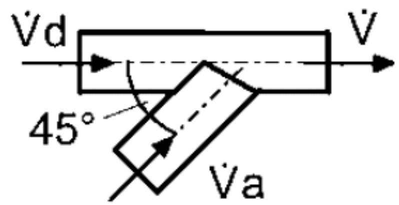
Abzweigstücke

Die ζ-Werte beziehen sich auf den Querschnitt vor der Trennung bzw. Vereinigung

$\dot{V}$ = Gesamtvolumenstrom; $\dot{V}a$ = ab- bzw. zufließender Volumenstrom

ζd = Widerstand im Hauptrohr; ζa = Widerstand im Abzeigrohr

Minuszeichen bedeutet Druckgewinn

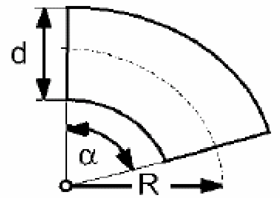
	Trennung				Vereinigung			
								
$\dot{V}a / \dot{V}$	ζa	ζd	ζa	ζd	ζa	ζd	ζa	ζd
0	0,95	0,04	0,90	0,04	-1,20	0,04	-0,92	0,04
0,2	0,88	-0,08	0,68	-0,06	-0,40	0,17	-0,38	0,17
0,4	0,89	-0,05	0,50	-0,04	0,08	0,30	0,00	0,19
0,6	0,95	0,07	0,38	0,07	0,47	0,41	0,22	0,09
0,8	1,10	0,21	0,35	0,20	0,72	0,51	0,37	-0,17
1,0	1,28	0,35	0,48	0,33	0,91	0,60	0,37	0,54

Quelle: Surek+Stempin, Angew. Strömungsmechanik, 2007

Auswahl Verlustbeiwerte (4/5)

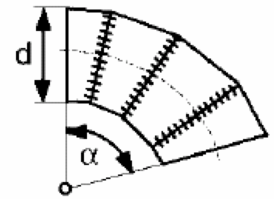
⇨ Druckverlustbeiwerte ζ_K von Rohrkrümmern (Umlenkung ohne Reibung)

a) Kreisbogenkrümmer



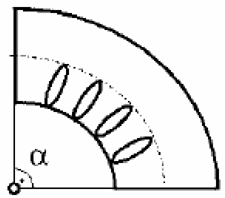
α		glatt					rauh
		15°	22,5°	45°	60°	90°	90°
R/d=1	ζ	0,03	0,04	0,14	0,19	0,21	0,51
2	ζ	0,03	0,04	0,09	0,12	0,14	0,30
4	ζ	0,03	0,04	0,08	0,10	0,11	0,23
6	ζ	0,03	0,04	0,07	0,09	0,09	0,18
10	ζ	0,03	0,04	0,07	0,07	0,11	0,20

b) Segmentkrümmer



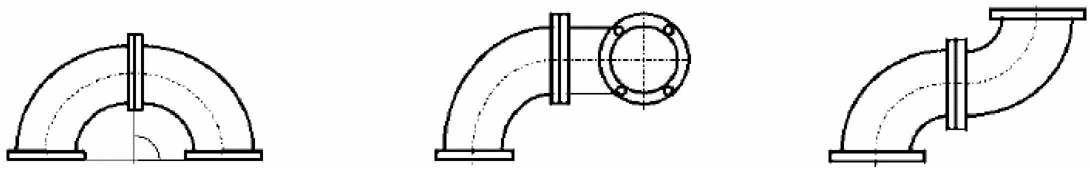
α	15°	22,5°	30°	45°	60°	90°
Anzahl der Rundnähte	1	1	2	2	3	3
ζ	0,06	0,08	0,1	0,15	0,2	0,25

c) Faltenrohrbogen 90°



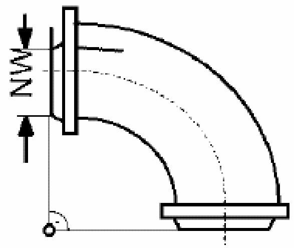
$\zeta = 0{,}40$

d) Zusammengesetzte Krümmer aus 2·90°



$\zeta_{180°} = 2\zeta$ $\zeta_{RK} = 3\zeta$ $\zeta_{DK} = 4\zeta$

e) Gusskrümmer 90°



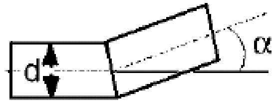
NW	50	100	200	300	400	500
ζ	1,3	1,5	1,8	2,1	2,2	2,2

Quelle: Surek+Stempin, Angew. Strömungsmechanik, 2007

Auswahl Verlustbeiwerte (5/5)

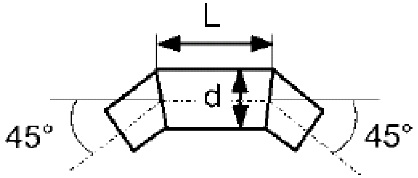
⇨ Druckverlustbeiwerte ζ_K von Kniestücken (Umlenkung ohne Reibung)

f) Kniestücke



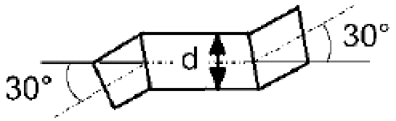
δ	22,5°	30°	45°	60°	90°
glatt ζ	0,07	0,11	0,24	0,47	1,13
rauh ζ	0,11	0,17	0,32	0,88	1,27

g) Kniestücke



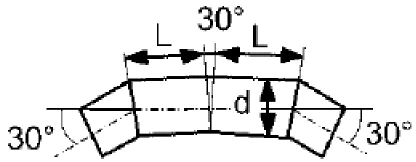
l/d	0,71	0,943	1,174	1,42	1,86	2,56	6,25
glatt ζ	0,51	0,35	0,33	0,28	0,29	0,36	0,40
rauh ζ	0,51	0,41	0,38	0,38	0,39	0,43	0,45

h) Kniestücke



l/d	1,23	1,67	2,37	3,77
glatt ζ	0,16	0,16	0,14	0,16
rauh ζ	0,30	0,28	0,26	0,24

i) Kniestücke



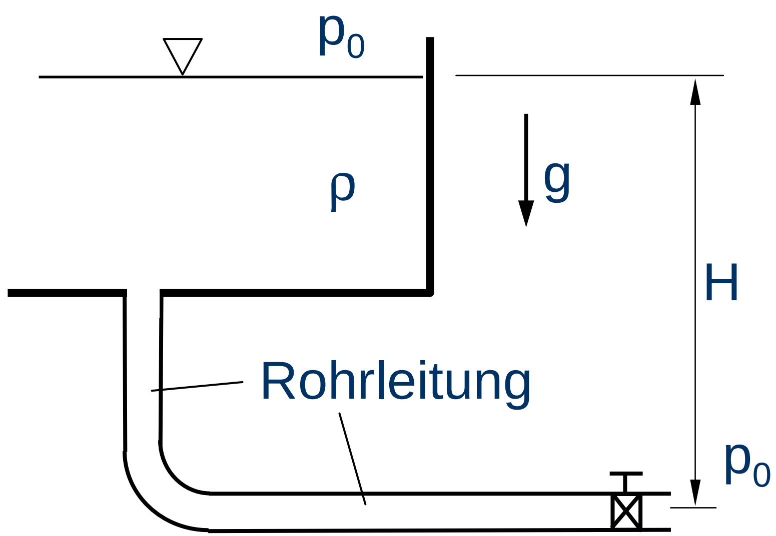
l/d	1,76 … 6,0
glatt ζ	0,15 … 0,2
rauh ζ	0,3 … 0,4

Quelle: Surek+Stempin, Angew. Strömungsmechanik, 2007

⇨ Verlustbeiwert für die Reibung in Rohrkrümmern: $\zeta_R = \lambda \frac{R}{d} \alpha$ (α im Bogenmaß)

Beispiel

⇨ Aus einem Behälter strömt durch ein scharfkantiges Loch im Boden eine Flüssigkeit in ein Rohr (Länge L) mit der Wandrauhigkeit k. Die Strömung wird im Krümmer (R/D=2) um 90° umgelenkt und kann mit einem Schieber (β=12°) reguliert werden.



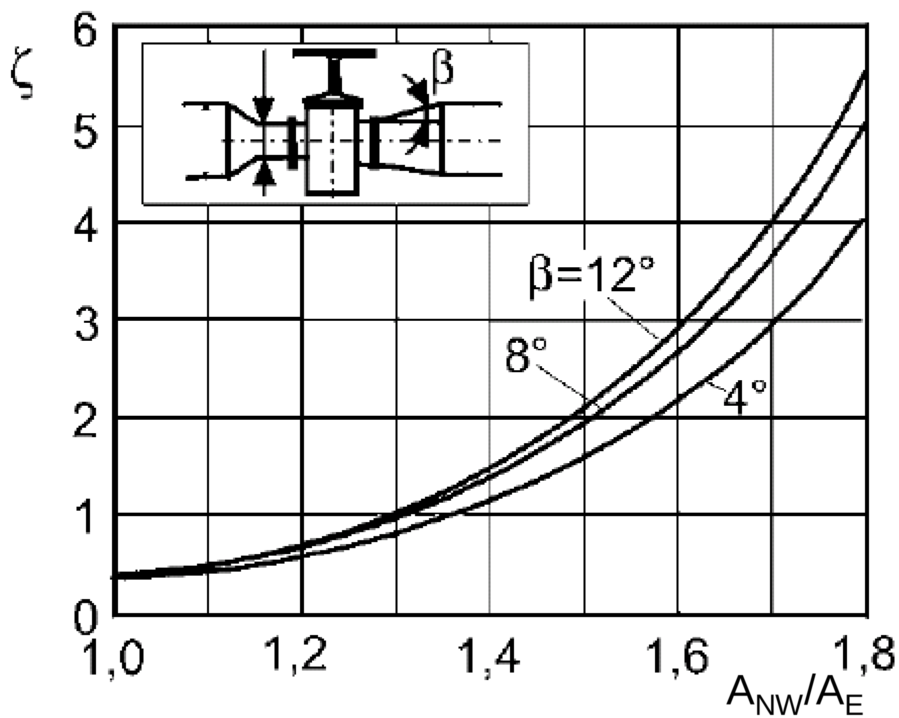
Geg.: ρ=900kg/m³, η=0,002Pas, D=30mm, L=5m, k=0,01mm, g=9,81m/s²

Ges.: a) Ermitteln Sie die Verlustbeiwerte für den Einlauf, die Umlenkung und den vollständig geöffneten Schieber.

b) Welche Höhe H ist für einen Volumenstrom von 3ltr/s notwendig?

c) Auf welches Flächenverhältnis A_{NW}/A_E muss der Schieber eingestellt werden, wenn der Volumenstrom 2,5ltr/s betragen soll (H aus b))?

(NW = Nennweite, E=Engstelle)



⇨ Beispiel wird an der Tafel vorgerechnet

Kennlinien vom Pumpen und Gebläsen

⇨ Pumpen und Gebläse (G) werden durch **Kennlinien** charakterisiert
- ⇨ Hohe Druckdifferenz bei geringem Fördervolumen
- ⇨ Hohes Fördervolumen bei geringer Druckdifferenz

Typische Eigenschaften

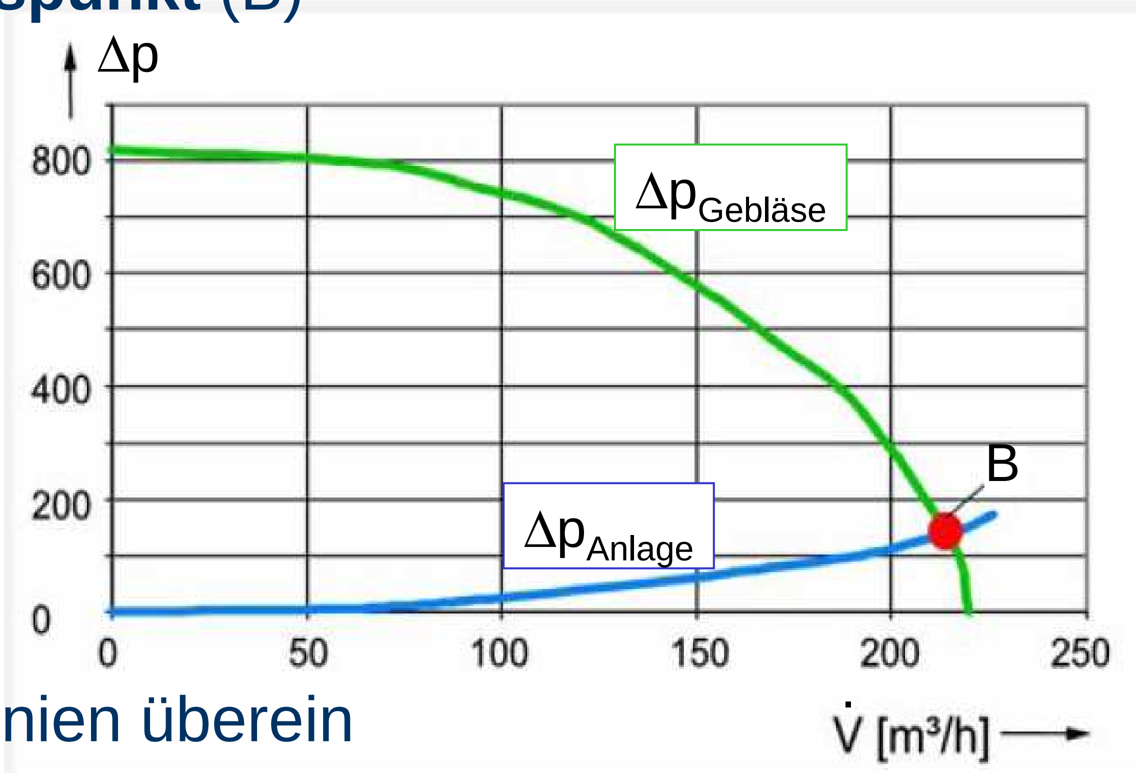
⇨ Mit der Kennlinie der reibungsbehafteten Strömung der Anlage (A) ergibt sich im Schnittpunkt der **Betriebspunkt** (B)

$$\Delta p_G = \Delta p_A$$

$$\Delta p_G = f(\dot{V})$$

$$\Delta p_A = \sum_j \lambda_j \frac{L_j}{D_j} \frac{\rho}{2} U_i^2 + \sum_i \zeta_i \frac{\rho}{2} U_i^2 + \ldots$$

$$= g(\dot{V}) \qquad (\dot{V} = U_i A_i)$$



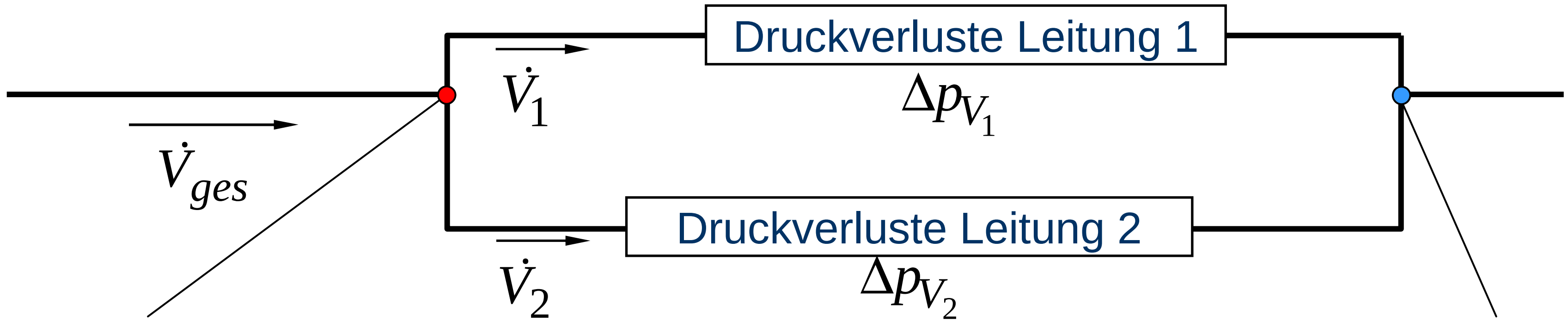
Quelle: G.U.N.T Gerätebau GmbH, Barsbüttel

⇨ Im Betriebspunkt stimmen Druck und Volumenstrom beider Kennlinien überein

⇨ Die Pumpen- und Gebläsekennlinien werden vom Hersteller angegeben und zur Auswahl oder Auslegung der Anlage verwendet

Teilung und Vereinigung

- Bei Teilung oder Vereinigung von Strömungen gilt
  - Volumenstrom teilt sich auf oder vereinigt sich: $\dot{V}_{ges} = \sum_{i=1}^{N} \dot{V}_i$
  - Drücke sind im Teilungs- oder Vereinigungspunkt für alle N Leitungen gleich: $p_{ges} = p_i \quad (i = 1,..,N)$
    - Druckverluste in **parallel** geschalteten Leitungen sind gleich



Teilungspunkt:

$$\dot{V}_{ges} = \dot{V}_1 + \dot{V}_2$$
$$p_{ges_T} = p_{1_T} = p_{2_T}$$

$$\left.\begin{aligned} \Delta p_{V_1} &= p_{1_T} - p_{1_V} \\ \Delta p_{V_2} &= p_{2_T} - p_{2_V} \end{aligned}\right\} \boxed{\Delta p_{V_1} = \Delta p_{V_2}}$$

Vereinigungspunkt:

$$\dot{V}_1 + \dot{V}_2 = \dot{V}_{ges}$$
$$p_{ges_V} = p_{1_V} = p_{2_V}$$

- Der Volumenstrom teilt sich nach Anzahl und Art der Druckverluste auf

$$\left.\begin{aligned} \Delta p_{V_1} &= f(\dot{V}_1) \\ \Delta p_{V_2} &= g(\dot{V}_2) \end{aligned}\right\}$$

Im allg. ist $\dot{V}_1 \neq \dot{V}_2$

Literatur Verlustbeiwerte

- ⇨ Literatur zu Druckverlustbeiwerten
  - ⇨ VDI-Wärmeatlas (Kapitel L).
    Hrsg. VDI-Gesellschaft Verfahrenstechnik. 10. Aufl., 2006
  - ⇨ W. Bohl, W. Elmendorf: Technische Strömungslehre.
    13. Aufl., Vogel-Fachbuch - Kamprath-Reihe, 2005
  - ⇨ W. Wagner: Strömungen mit Druckverlust.
    6. Aufl., Vogel-Fachbuch - Kamprath-Reihe, 2008
  - ⇨ Dubbel - Taschenbuch für den Maschinenbau .
    Hrsg. W. Beitz, K. Grote, 20. Aufl., Springer, 2001
  - ⇨ Herstellerinformationen: Datenblätter und Tabellen

- ⇨ Die Angaben in der Literatur sind
  - ⇨ meist von mehreren Parametern abhängig
  - ⇨ können auch widersprüchlich sein