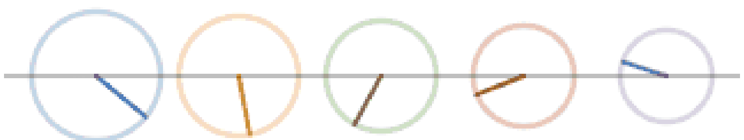
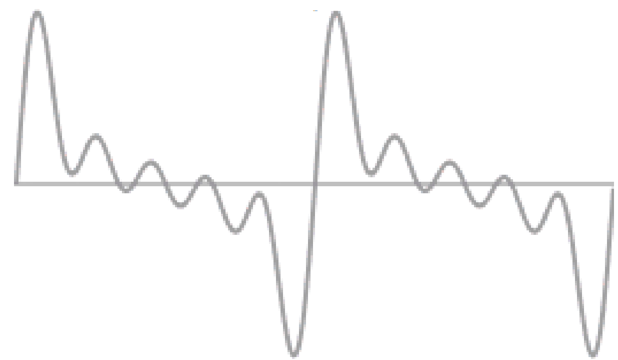
$$f(t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n e^{j\frac{2\pi n}{T}t}$$

sintesi





analisi

$$c_n \in \mathbb{C} = \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) e^{-j\frac{2\pi n}{T}t} dt$$

- Un primo esempio di serie di Fourier è per il segnale trigonometrico *f(t) = cos(2πt)* (*T*=1)
- Ottengo (dimostrazione come materiale aggiuntivo, lunga)

$$c_{-1} = \frac{1}{2}, \quad c_0 = 0, \quad c_1 = \frac{1}{2}, \quad c_{i \le -2, i \ge 2} = 0$$

- e sostituendo in (1)

$$\cos(2\pi t) = \frac{1}{2} e^{-j2\pi t} + \frac{1}{2} e^{j2\pi t} = \frac{e^{j2\pi t} + e^{-j2\pi t}}{2}$$

- Tre cose:

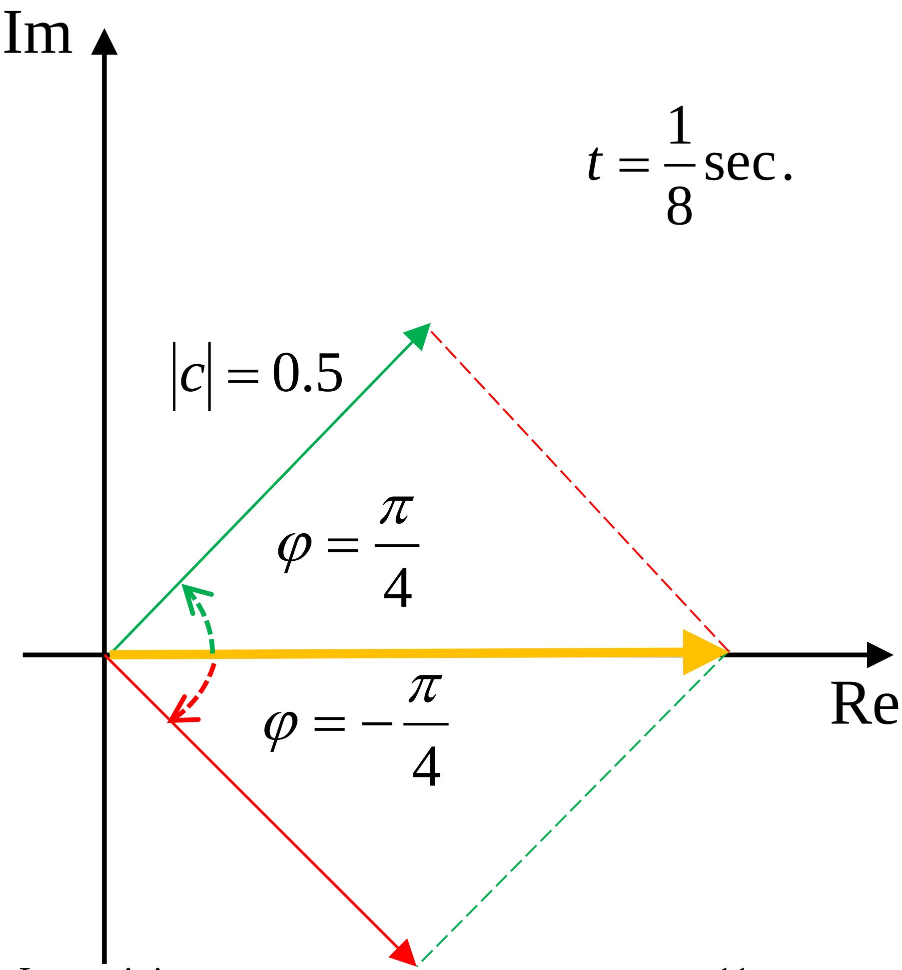
1) $\frac{2\pi}{T} = f_0$

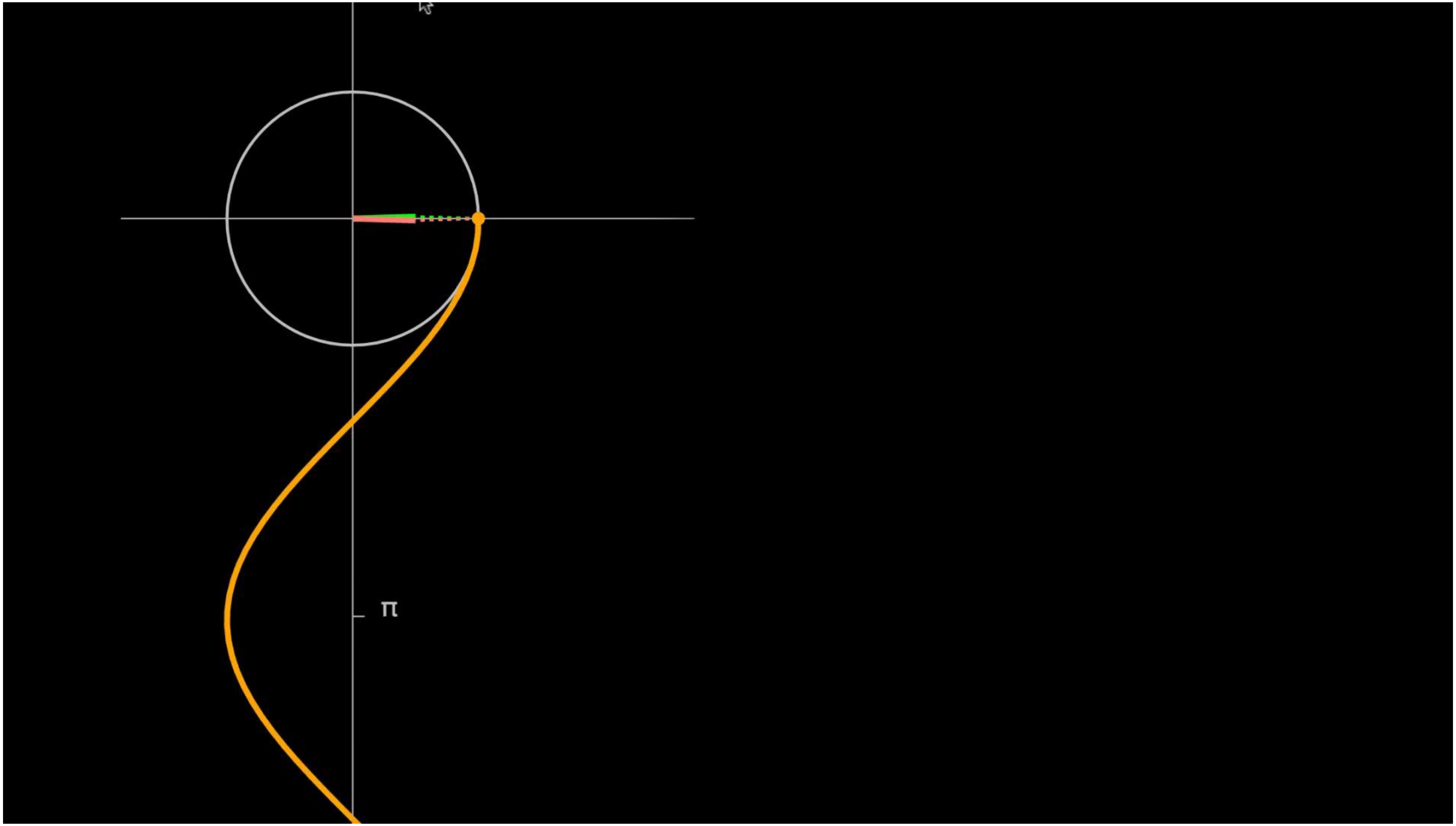
2) $c_n = |c_n| e^{j\theta_n}$

3) in questo caso, $c_n \in \mathbb{R}$ quindi l'angolo di fase non è presente

$$\boxed{\cos 2\pi t} = \boxed{\frac{1}{2} e^{-j2\pi t}} + \boxed{\frac{1}{2} e^{j2\pi t}}$$

- $\boxed{\frac{1}{2} e^{j2\pi t}}$ è un fasore di modulo 0.5 e angolo $2\pi t$
- $\boxed{\frac{1}{2} e^{-j2\pi t}}$ è un fasore di modulo 0.5 e angolo $-2\pi t$
- La freccia verde rappresenta il valore assunto da $\cos 2\pi t$ per $t=1/8$
- *Immaginate l'avanzare del tempo…*





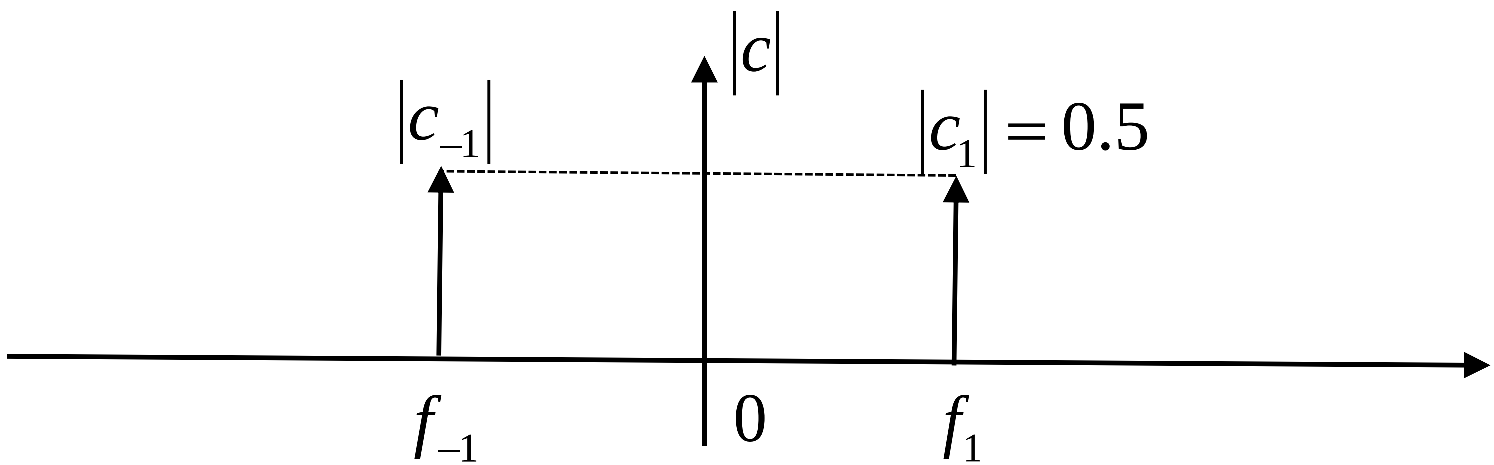
https://www.khanacademy.org/science/electrical-engineering/ee-circuit-analysis-topic/ee-ac-analysis/v/ee-euler-cosine

- I coefficienti $c_{n=-1}$, $c_{n=1}$ sono relativi ai **moduli o ampiezze** dei fasori complessi di frequenza $f_0 \cdot n,\quad \mathrm{n} = -1\,,1$ ricordando che

$$e^{j\left(\frac{2\pi n}{T}t\right)} = e^{j\left(f_0 n t\right)}$$

che possiamo abbreviare in $f_{-1},\, f_1$

- Possiamo quindi disegnare lo **spettro di ampiezza**



- Il secondo esempio di serie di Fourier è il segnale trigonometrico f(t) = sin(2πt) (T=1)
- Ottengo (analogamente a quanto succede per cos(2πt))

$$c_{-1} = -\frac{1}{2j}, \quad c_0 = 0, \quad c_1 = \frac{1}{2j}, \quad c_{i\le -2, i\ge 2} = 0$$

dove questa volta $c_n \in \mathbb{C}$ ed in particolare

$$\pm\frac{1}{2j} = \pm\frac{1}{2j}\cdot\frac{j}{j} = \pm\frac{1}{2}\cdot\frac{j}{j^2} = j\cdot\mp\frac{1}{2}$$

passo alla forma di esponenziale complesso (vedi Es. 2.1-2.2)

Rettangolare

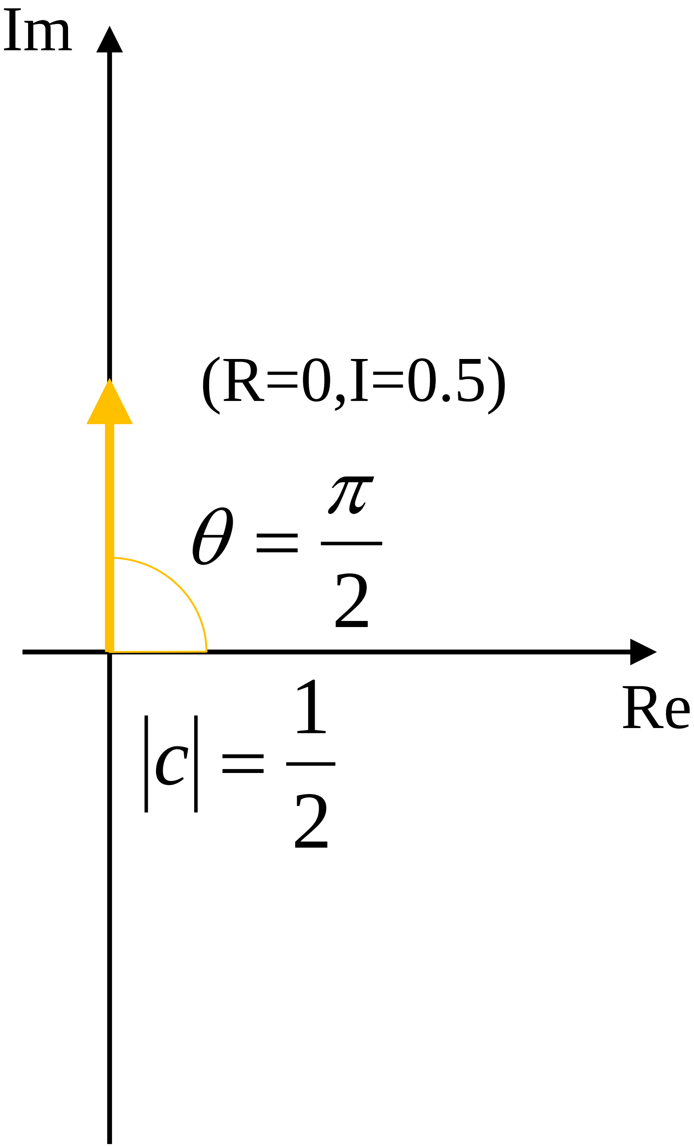
$$j \cdot \frac{1}{2} = 0 + j \cdot \frac{1}{2}$$

$$|c| = \sqrt{0^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{1}{2}$$

$$\theta = arctg(0.5/0) \rightarrow \frac{\pi}{2}$$

Esponenziale complessa

$$\frac{1}{2} e^{j \cdot \frac{\pi}{2}} = c_{-1}$$

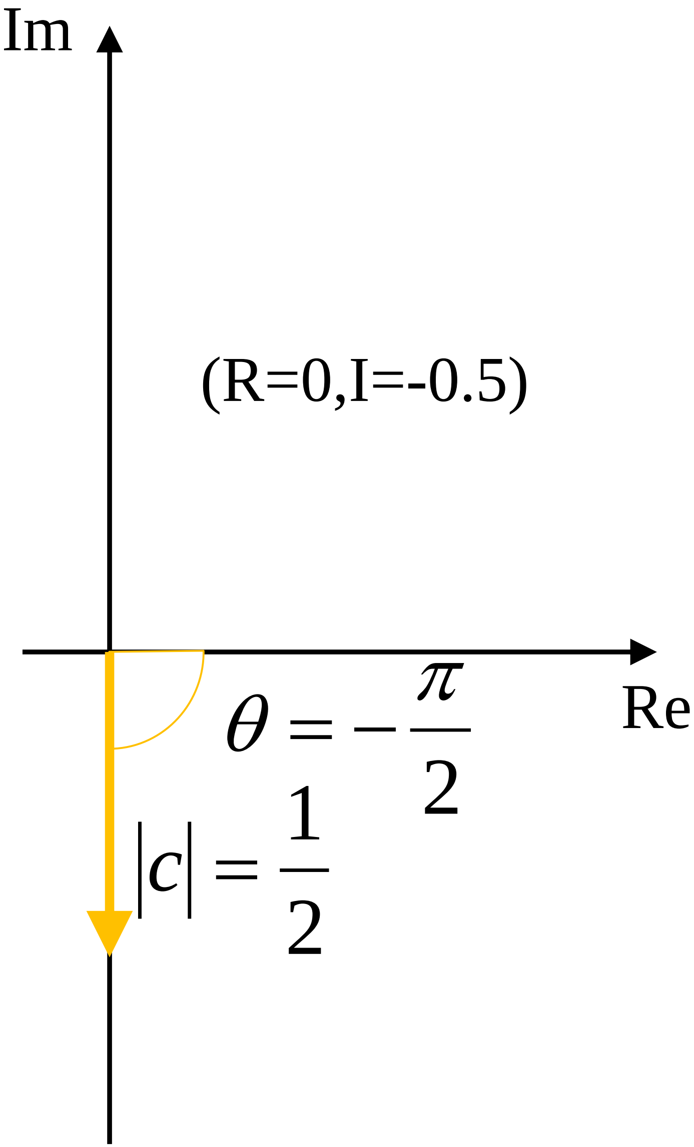


Rettangolare $$j \cdot -\frac{1}{2} = 0 + j \cdot -\frac{1}{2}$$

$$|c| = \sqrt{0^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{1}{2}$$

$$\theta = arctg(-0.5/0) \to -\frac{\pi}{2}$$

Esponenziale complessa $$\frac{1}{2} e^{j \cdot -\frac{\pi}{2}} = c_1$$

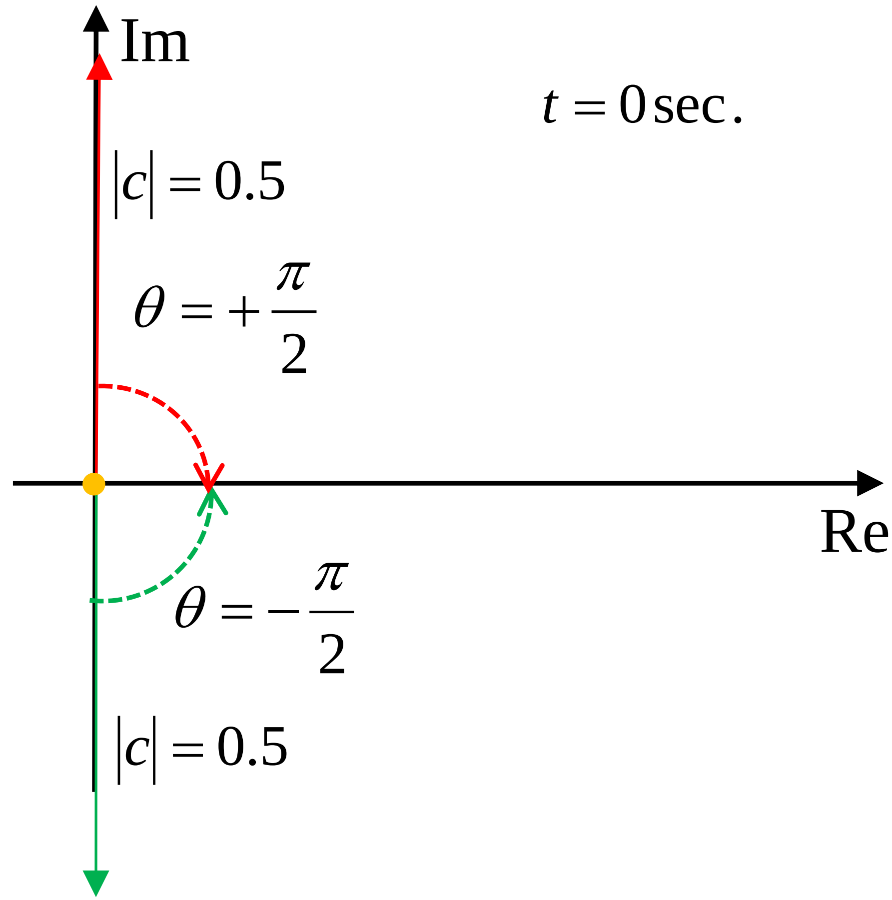


$$\boxed{\sin 2\pi t} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n e^{j\frac{2\pi n}{T}t}$$

$$= c_{-1} e^{j-2\pi t} + c_1 e^{j2\pi t}$$

$$= \frac{1}{2} e^{j\frac{\pi}{2}} e^{j\cdot-2\pi t} + \frac{1}{2} e^{j\frac{-\pi}{2}} e^{j2\pi t}$$

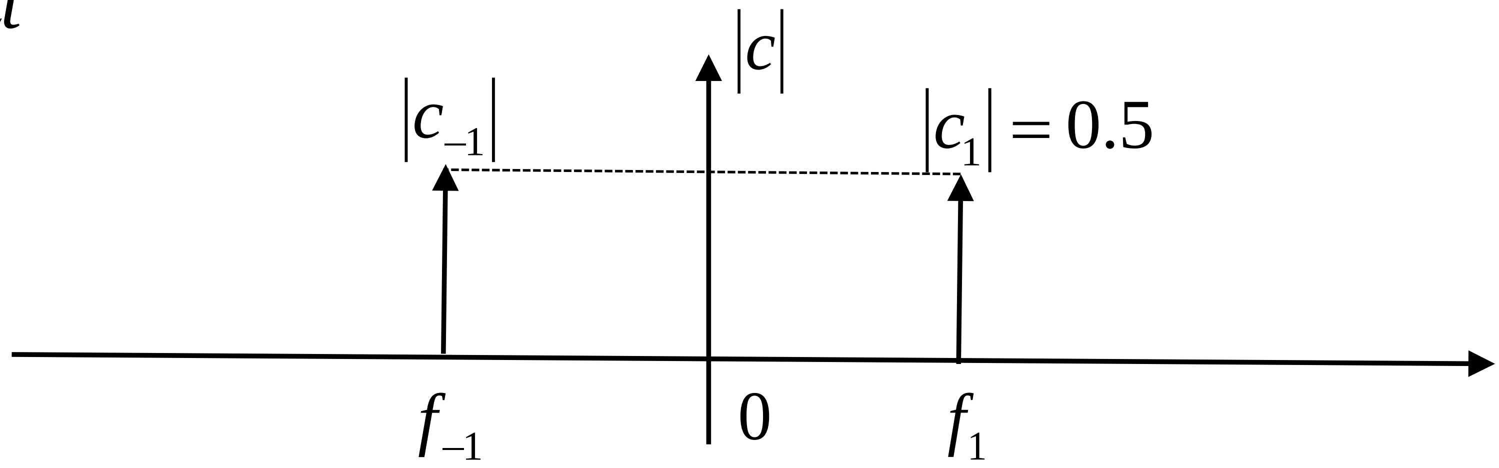
$$= \boxed{\frac{1}{2} e^{j\left(-2\pi t + \frac{\pi}{2}\right)}} + \boxed{\frac{1}{2} e^{j\left(2\pi t - \frac{\pi}{2}\right)}}$$



- Come prima, possiamo disegnare lo spettro di ampiezza e un nuovo grafico, chiamato **spettro di fase**, che riporta gli angoli di fase per

$$\sin 2\pi t$$

spettro di ampiezza



spettro di fase