

Automi a stati finiti deterministici

L'automa a stati finiti è l'automa più semplice:

SCHEMA

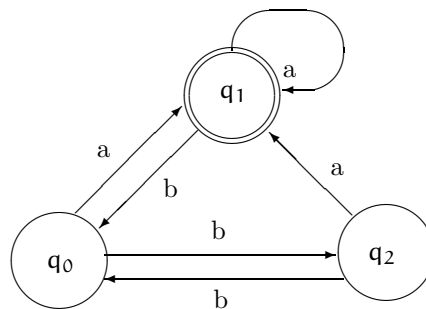
Un automa è detto deterministico se, posizionato in uno stato e letto un simbolo, l'automa può spostarsi in un solo stato. Le operazioni eseguibili dalla macchina sono:

- Lettura (o consumo) del simbolo;
- Svolge un'azione dentro il controllo;
- Passaggio al simbolo successivo.

Un automa è una quintupla $\langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle$, dove:

- Q indica il numero di stati della macchina ($|Q| < \omega$, con $|\omega| = N$);
- Σ indica l'alfabeto ($|\Sigma| < \omega$);
- $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$ indica la funzione di transizione;
- $q_0 \in Q$ indica lo stato iniziale;
- $F \subseteq Q$ indica l'insieme degli stati finali -> è quindi possibile avere più stati finali, o anche nessuno;

Esempio:



q_1 è lo stato finale (lo stato finale si indica con un cerchio interno a quello dello stato).

Linguaggio accettato da un automa M

Definiamo in modo induttivo, a partire dalla funzione δ , la seguente funzione:

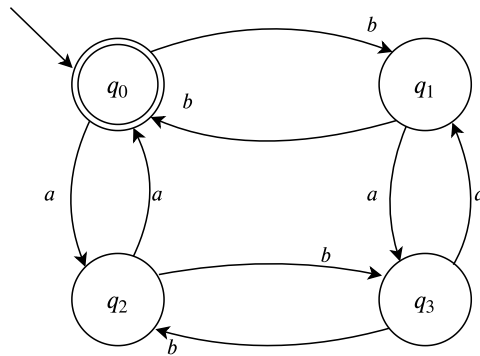
$$\hat{\delta} : Q \times \Sigma^* \rightarrow Q = \begin{cases} \hat{\delta}(q, \varepsilon) = q & \text{se la stringa è vuota, resto nello stato} \\ \hat{\delta}(q, wa) = \delta(\hat{\delta}(q, w), a) \end{cases}$$

Allora un linguaggio accettato da un automa M è:

$$\mathcal{L}(M) = \{\sigma \in \Sigma^* \mid \hat{\delta}(q_0, \sigma) \in F\}$$

I linguaggi $\mathcal{L} \subseteq \Sigma^*$ accettati da un automa a stati finiti sono detti **regolari**.

Attenzione: per ogni linguaggio regolare esistono infiniti grafi a stati finiti.

Esempio 1:

Il seguente automa accetta solo stringhe che:

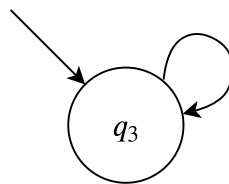
- Hanno numero pari di a (se è presente questo simbolo nella stringa);
- Hanno numero pari di b (se è presente questo simbolo nella stringa);

Infatti la stringa $ababb$ non è accettata.

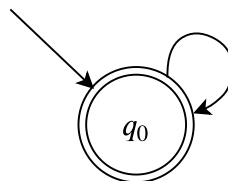
Come costruire un grafo: Per capire di quanti stati necessita un grafo, bisogna tenere a mente/definire il significato di ogni stato.

Dall'esempio sopra:

- $q_1 \rightarrow a$ pari, b dispari;
- $q_2 \rightarrow a$ dispari, b pari;
- $q_3 \rightarrow a$ dispari, b dispari;

Esempio 2:

L'unico linguaggio accettato dal seguente automa è rappresentato dall'insieme vuoto.

Esempio 3:

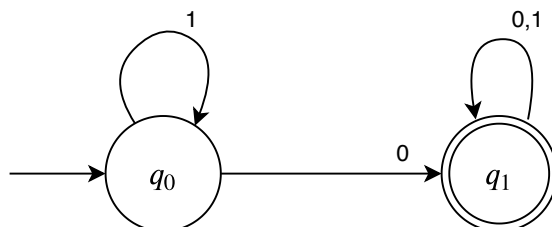
Il seguente automa accetta tutte le stringhe $\rightarrow \{a, b\}^*$.

Esercizio

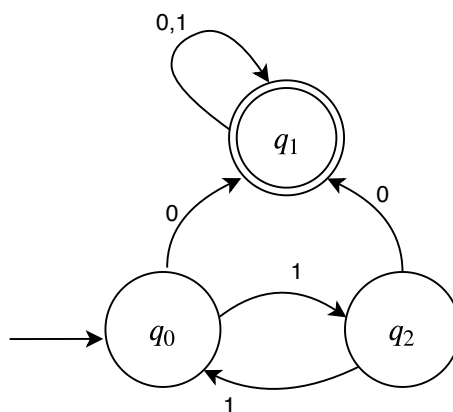
Dato il seguente linguaggio, con relativo alfabeto, determinare la macchina a stati finiti deterministica associata e dimostrare è corretta:

$$\Sigma = \{0, 1\} \quad \mathcal{L} = \{x \in \Sigma^* \mid \text{in } x \text{ occorre almeno uno } 0\}$$

Possibilità 1



Possibilità 2



Osservazioni:

- q_0 rappresenta lo stato in la stringa non appartiene al linguaggio;
- q_1 rappresenta lo stato in la stringa appartiene al linguaggio;
- La stringa vuota non appartiene al linguaggio (non contiene 0);

Dimostrazione della correttezza della possibilità 1:

Problema decisionale

Finita la lettura di tutta la stringa, la macchina ritorna un sì se l'automa si trova in uno degli stati finali, altrimenti no.