

SEGNALI CONTINUI DI USO COMUNE

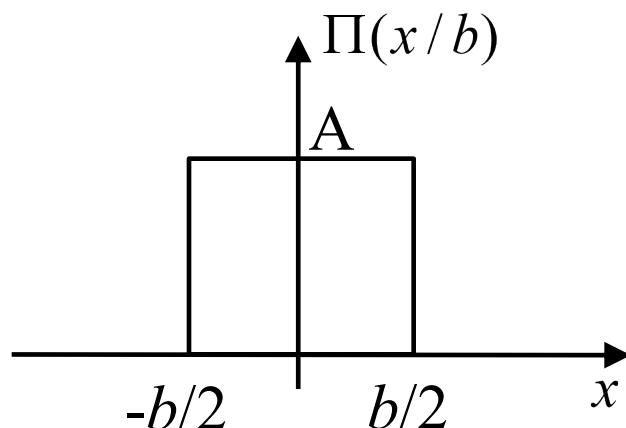
Funzione box e impulso di Dirac

- Funzione box (su x continuo e reale):

$$\Pi(x) = \begin{cases} 1, & -0.5 \leq x \leq 0.5 \\ 0, & \text{altrimenti} \end{cases}$$

- Funzione box generica:

$$A\Pi(x/b) \quad x \in [-b/2, b/2]$$

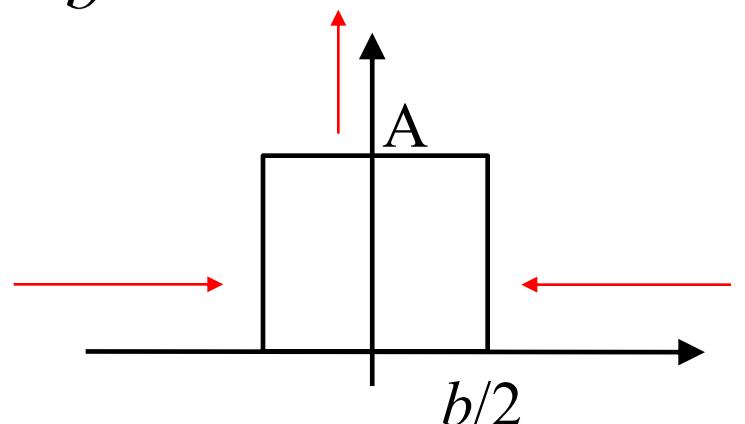


- Si consideri il sottoinsieme

$$\left\{ A\Pi(x/b) : \int_{-\infty}^{\infty} A\Pi(x/b)dx = 1 \right\} \text{ con } A = 1/b$$

- Si definisce $\delta(x)$ funzione generalizzata o impropria come:

$$\delta(x) = \lim_{b \rightarrow 0} \frac{1}{b} \Pi(x/b) \quad \text{col vincolo} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x)dx = 1$$



- Impulso unitario

$$\delta(x) = \begin{cases} \infty & \text{se } x = 0 \\ 0 & \text{se } x \neq 0 \end{cases} \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) dx = 1$$

- Il vincolo integrale rende l'impulso associabile ad una distribuzione probabilistica
- Impulso traslato (sposto l'impulso su x_0)

$$\delta(x - x_0) = \lim_{b \rightarrow 0} \frac{1}{b} \Pi\left(\frac{x - x_0}{b}\right)$$

- Proprietà dell'impulso

$$1) \delta(x - x_0) = 0 \quad \forall x \neq x_0$$

$$2) \text{ Data } f \text{ funzione generica} \quad \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \delta(x - x_0) dt = f(x_0)$$

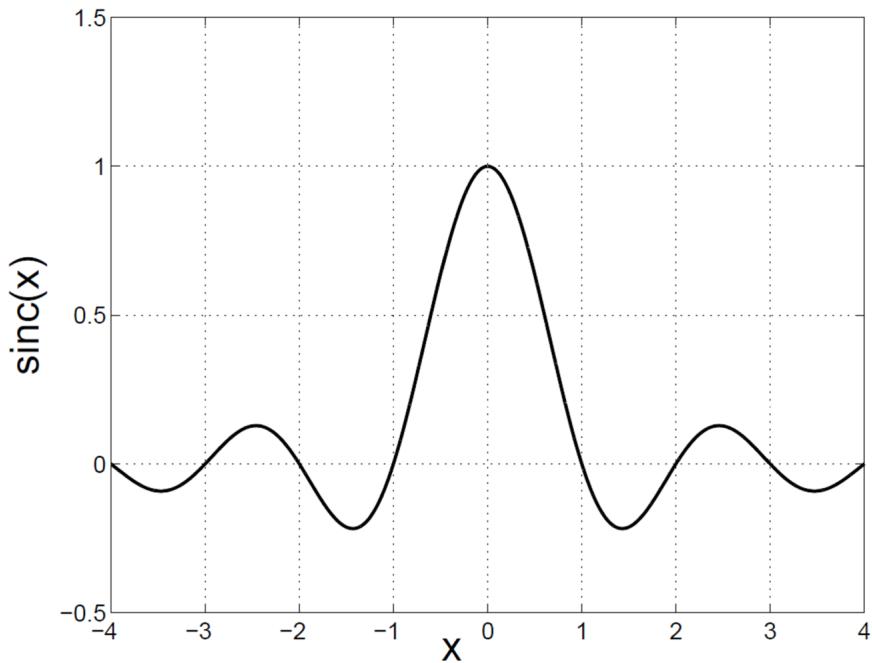
(proprietà di *setacciamento*)

$$3) \delta(x - x_0) = \delta(x_0 - x) \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

$$4) \delta(ax) = \frac{1}{|a|} \delta(x) \quad \forall x \in \mathbb{R}, \text{ fissato } a \in \mathbb{R} - \{0\}$$

Funzione sinc

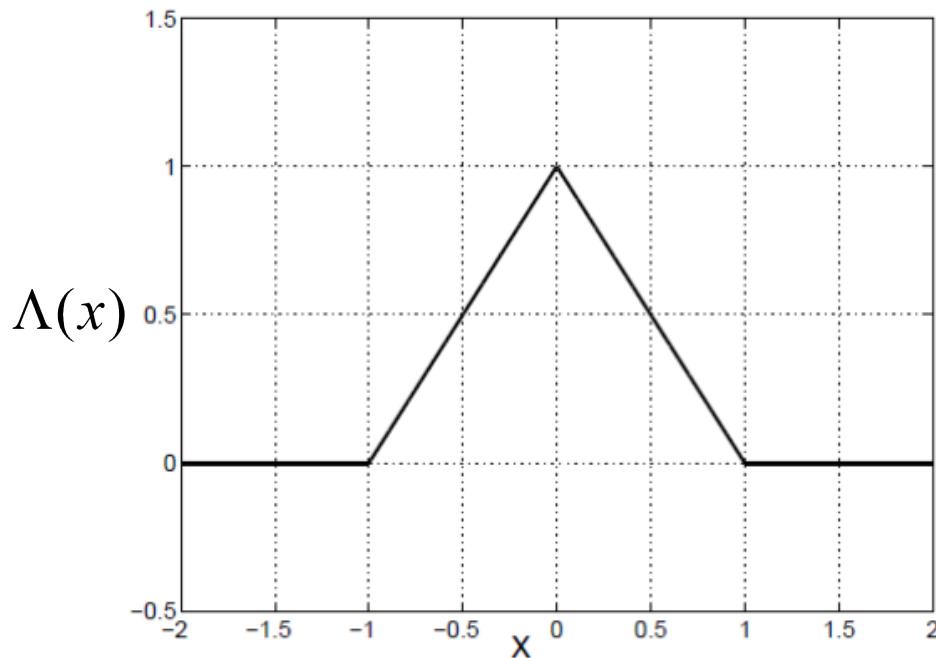
$$\text{sinc}(t) = \frac{\sin(\pi t)}{\pi t}$$



- Caratteristiche
 - intersezioni asse x in $1,2,3\dots$
 - $\lim_{t \rightarrow \pm\infty} \text{sinc}(t) = 0$
- Funzione cruciale per l'analisi tempo/frequenza
- Strettissimo legame con la funzione box

Funzione triangolo

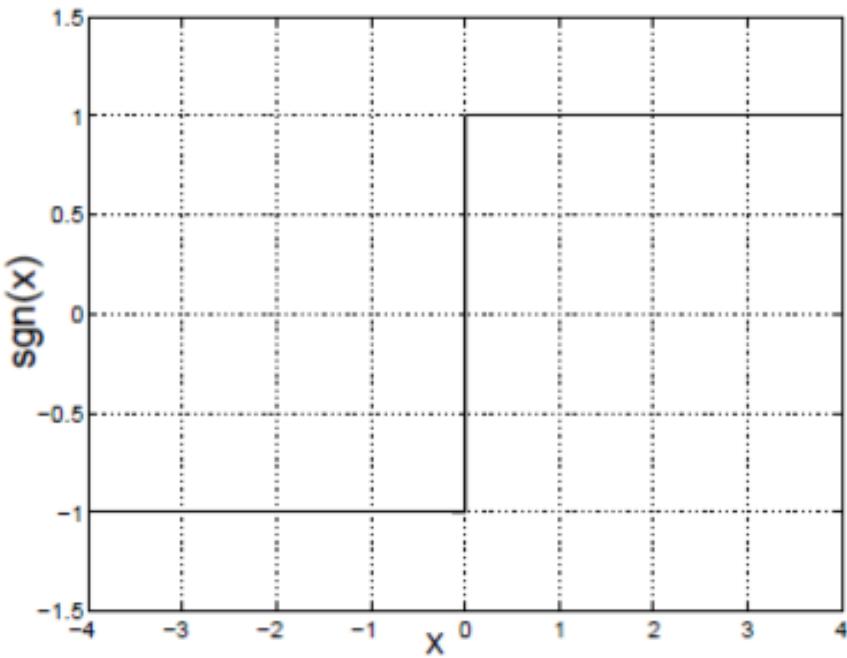
$$\Lambda(x) = \begin{cases} 1 - |x|, & |x| < 1 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$



- Importante nell'analisi spettrale e per le operazioni di convoluzione

Funzione segno

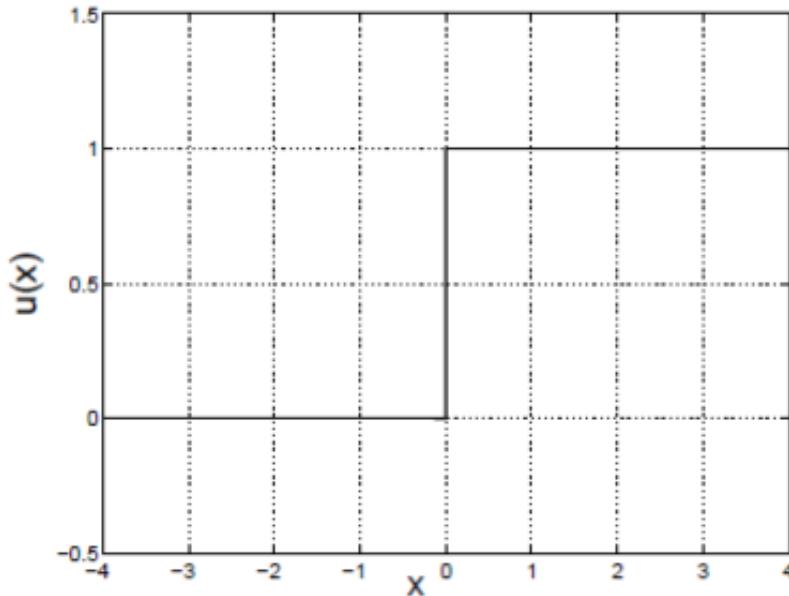
$$\operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} -1, & x < 0 \\ +1, & x > 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$



- Ribalta segnali sopra/sotto l'asse x

Funzione gradino

$$u(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 1 & x \geq 0 \end{cases}$$



- rappresenta un segnale che si attiva a partire da un tempo specificato e rimane attivo indefinitamente
- Da non confondersi con la funzione segno



esercizi alla lavagna 2.4-5-6

SEGNALI DISCRETI DI USO COMUNE

- Sia $x \in \mathbb{Z}$. L'impulso unitario discreto $\delta(x)$ è una funzione

$$\delta(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x = 0 \\ 0, & \text{se } x \neq 0 \end{cases}$$

- E' impulso poiché

$$\int_{x=-\infty}^{+\infty} \delta(x) = \sum_{x=-\infty}^{+\infty} \delta(x) = 1$$

- La proprietà di setacciamento continua a valere con sommatorie al posto degli integrali

Treno di impulsi

- Il treno di impulsi $s_{\Delta T}(x)$ è la somma di un numero infinito di impulsi periodici discreti distanziati di una quantità ΔT

$$s_{\Delta T}(x) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(x - n\Delta T) \quad n \in \mathbb{Z}$$

