Tassonomie per segnali

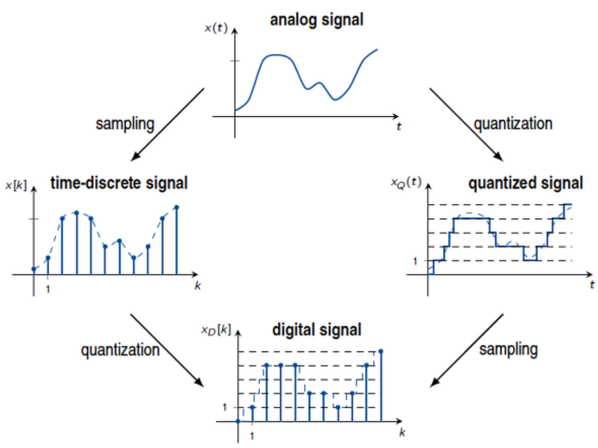
Un segnale è una funzione generica $f : D_1 \rightarrow D_2$ che associa ad ogni elemento del dominio D_1 uno ed un solo elemento del dominio D_2. I due domini possono essere sottoinsiemi degli Interi, Reali o Complessi; gli elementi dei dei due domini possono essere scalati, vettori ($[012]$) oppure matrici.

Il tipo di segnale generato è vincolato al tipo di dominio e codominio, come rappresentato dalla seguente figura:

codominio / dominio	$\mathbb{R}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{C}$
$\mathbb{R}$	continuo (o analogico)	quantizzato	continuo complesso
$\mathbb{Z}$	discreto (o campionato)	digitale	discreto complesso

In base a cosa rappresentano i segnali, ovvero dove varia la variabile indipendente, abbiamo:

- Segnali temporali (variazione nel tempo);
- Segnali spaziali (variazione nello spazio);
- Segnali frequenziali (variazione nelle frequenze).



Fasore

Un fasore è una funzione complessa di variabile reale che modella la posizione di un punto che ruota attorno all'origine con raggio $|c|$ e velocità angolare costante $\theta(t)$.
Il fasore permette di passare dal dominio del tempo/spazio a quello dell'analisi frequenziale.
Un fasore fa variare nel tempo un numero complesso (in forma polare) mantebebdone il modulo $|c|$ fisso:

$$|c|e^{j\theta} - > |c|e^{j\theta(t)}$$

$\theta(t)$ (velocità angolare) indica l'angolo spazzato a partire da un angolo ϕ ad un certo istante t. Si può calcolare con la seguente formula:

$$\theta(t) = \frac{2\pi}{T_0}t + \phi$$

dove T_0 indica il tempo necessario a spazzare 2π radianti.

Categorie di segnali

Segnali temporali continui

il dominio D_1 è sottoinsieme dei numeri reali; la variabile indipendente rappresenta il tempo. Se:

- $D_1 = R(-\infty, +\infty)$, il segnale è "a tempo continuo";
- $D_1 = R[0, +\infty)$, il segnale è "causale continuo";
- $D_1 = R(t_start, t_end)$, il segnale è "ad intervallo limitato continuo";

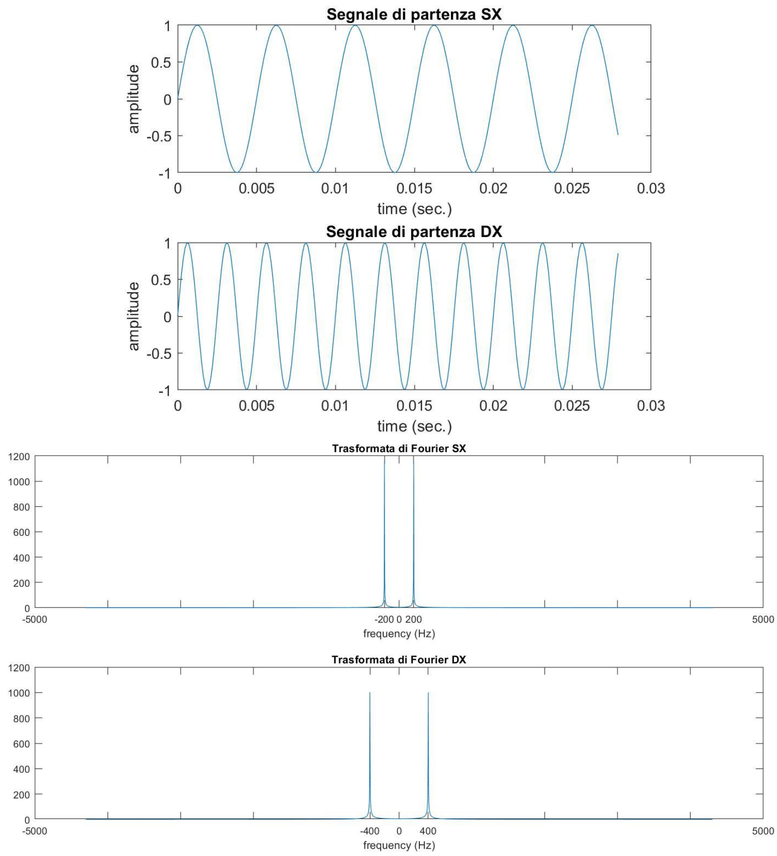
Solitamente il codominio è $D_2 = R[VAL_min, VAL_max]$, ovvero il segnale è limitato.

Segnali spaziali continui

il dominio D_1 è sottoinsieme dei numeri reali e costituito di matrici; la variabile indipendente è rappresentata attraverso 2 coordinate (tempo e spazio). Generalmente $D_1 = R(t_start, t_end)xR(z_start, z_end)$. Si tratta quindi di segnali "a supporto limitato continuo".
Il codominio può avere "dimensione" variabile (R^n).

Segnali frequenziali continui

il dominio D_1 è sottoinsieme dei numeri reali; la variabile indipendente rappresenta la frequenza (μ), misurata in Hz ($secondi^{-1}$). Si tratta di segnali duali a quelli temporali/spaziali.
Il codominio D_2 è sottoinsieme dei numeri complessi ed è esprimibile attraverso due segnali: ampiezza e fase. Comunque, di solito si restringe il codomio ai numeri reali (la variabile y prende il nome di magnitudo).
Per esprimere le proprietà dei segnali temporali/sequenziali attraverso segnali frequenziali è necessario ricorrere all'analisi di Fourier.



Tramite la Trasformata di Fourier, i segnali frequenziali descrivono il contenuto frequenziale del segnale.

Segnali discreti	Un segnale viene detto discreto quando il suo dominio viene campionato da un insieme discreto di punti ($D_1 \subset Z^{n_1(xn_2...)}$), dove il dominio è $D_1 = \{..., t_{-3}, t_{-2}, t_{-1}, t_0, t_1, t_2, t_3, ...\}$ con i vari t equidistanti. I segnali discreti possono essere di qualsiasi natura (temporali, spaziali, frequenziali). Esempio: $D_1 = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$. Sono segnali discreti, ad esempio, una stringa di DNA, un segnale audio preso ad istanti prefissati, un'immagine rappresentata tramite pixel (i pixel sono indicizzati spazialmente ad intervalli fissi). Quando i segnali discreti derivano da una decimazione del dominio della variabile indipendente si parla di campionatura, o segnale campionato. Attenzione: anche i segnali discreti possono essere analizzati in frequanza.
Segnali digitali	I segnali digitali sono segnali discreti le cui ampiezza sono quantizzate (es: canzione mp3, immagine nel pc). Attenzione: anche i segnali discreti possono essere analizzati in frequanza.
Segnali periodici	Un segnale f è detto periodico, con periodo T, se: $$\exists T \in R^+ \text{ tale che } f(t+T) = f(t), \forall t \in D_1$$ e T è il minor numero per cui la condizione ri ripetizione si verifica. Dato un periodo T, si indica con μ_0 la "frequenza fondamentale" $\mu_0 = 1/T$. **Segnali periodici trigonometrici** Fissato un $T > 0$, i segnali trigonometrici di minimo periodo T sono: $$f(t) = cos 2\pi\mu_0 t \qquad f(t) = sin \pi\mu_0 t$$ Spesso si ha che $2\pi\mu_0 = 2\pi/T = \omega_0$, che rappresenta la velocità angolare (o pulsazione). Fissato un $\theta \in R$ (**fase**), è possibile eseguire operazioni di shift, in quanto il segnale originale (uno dei due sopra) e la versione con sommato θ nella parentesi hanno lo stesso periodo T.

Energia e potenza di un segnale

Energia L'energia E_f di un segnale si definisce come segue:

$$\begin{cases} \int_{-\infty}^{+\infty} f^2(t)\, dt & \text{se} f \in R \\ \\ \int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|^2\, dt & \text{con} |f(t)|^2 = f^*(t) f(t), \text{ se } f \in C \end{cases}$$

Un segnale si dice ad energia finita (o di energia) se l'integrale che ne rappresenta l'energia converge ad un valore diverso da 0 (oppure l'ampiezza va a 0). Si misura in joule.

Sono segnali di energia gli impulsi rettangolari e $sinc$; non lo sono sin e cos.

Se un segnale è ad energia finità allora esiste la sua trasformata di Fourier (se non è ad energia finita, potrebbe esistere comunque la trasformata).

Potenza media La potenza media P_f di un segnale si definisce come segue:

$$\begin{cases} lim_{T\to+\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} f^2(t)\, dt & \text{se} f \in R \\ \\ lim_{T\to+\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} |f(t)|^2\, dt & \text{con} |f(t)|^2 = f^*(t) f(t), \text{ se } f \in C \end{cases}$$

Un segnale si dice a potenza finita (o di potenza) se l'integrale che ne rappresenta la potenza converge ed è diverso da 0.

Per un segnale ad energia finita la potenza tende a zero (per cui un segnale non può appartenere ad entrambe le categorie):

Esistono comunque segnali che non appartengono a nessuno dei due tipo sopra.