Riconoscere che un linguaggio non è regolare

Pumping Lemma Sia $\mathfrak{L} \in \Sigma^*$ un linguaggio regolare. Allora esiste un $n \in N$ tale che per ogni $z \in \mathfrak{L}$, con $|z| \geq n$ esistono $u, v, w \in \Sigma^*$, dove:

1. $z = uvw$;
2. $|uv| \leq n$;
3. $|v| > 0$;
4. $(\forall i \in \mathbb{N})(uv^i w \in L)$.

Sia $M = \langle\{q_0, \ldots, q_{n-1}\}, \Sigma, \delta, q_0, F\rangle$ un ASFD con n stati tale che $L = L(M)$. Sia $z = a_1, \ldots, a_m.m \geq n, z \in L$. Per $i = 1, \ldots, n$ si consideri $\hat{\delta}(q_0, a_1 \ldots a_i)$. Vengono attraversati quindi $n + 1$ stati. Avendo per costruzione il nostro automa n stati esiste almeno uno stato $\bar{q}$ raggiunto almeno 2 volte.
Avremmo quindi $\hat{\delta}(q_0, a_1 \ldots a_{i_1}) = \bar{q} = \hat{\delta}(q_0, a_1 \ldots a_{i_1} \ldots a_{i_2})$. Dunque prendiamo $u = a_1 \ldots a_{i_1}$, $v = a_{i_1+1} \ldots a_{i_2}$, $w = a_{i_2+1} \ldots a_m$. Dunque $\hat{\delta}(q_0, u) = \bar{q} = \hat{\delta}(q_0, uv) = \hat{\delta}(\bar{q}, v)$. Dato che $\hat{\delta}(q_0, uvw) = q'$ per qualche $q' \in F$ e $\hat{\delta}(q_0, uv) = \bar{q}$, allora $\hat{\delta}(\bar{q}, w) = q'$.
Per induzione si mostra che $\hat{\delta}(q_0, uv^i) = \bar{q}$ e quindi $\hat{\delta}(q_0, uv^i w) = q' \in F$.