

Continuano quindi ad introdurre le regole, ora vediamo quelle delle espressioni booleane molto simili a quelle aritmetiche, con la sola aggiunta dell'operatore unario.

$$\mathcal{E}_4: t_1 \text{ **bop** } t_2 \rightarrow t \quad \text{se } t_1 \text{ op } t_2 = t, \\ t_1, t_2, t \in \mathcal{B}$$

Anche questa regola è un assioma, che semplicemente valuta l'espressione sintattica contenente un operatore booleano, nel valore che esso rappresenta. Edizione restituiamo il simbolo 8 che rappresenta il valore 8.

La regola successiva è esattamente la regola \mathcal{E}_3 dove ammettiamo che l'espressione contenga operatori binari booleani. Anche in questo caso fissiamo l'ordine di valutazione da sinistra verso destra.

$$\mathcal{E}_{3'}: \frac{e \rightarrow e'}{e \text{ **bop** } e_0 \rightarrow e' \text{ **bop** } e_0}$$

La regola successiva stabilisce invece che, nel momento in cui l'operando a sinistra è un valore booleano allora posso iniziare a valutare l'operando a destra. Chiaro che, nuovamente, quando anche l'operatore a destra è un valore booleano allora ricadiamo nell'assioma \mathcal{E}_4 e possiamo restituire il valore finale.

$$\mathcal{E}_5: \frac{e \rightarrow e'}{t \text{ **op** } e \rightarrow t \text{ **op** } e'}$$

Nel caso booleano, dobbiamo aggiungere la regola per l'operatore unario. Per prima cosa l'assioma che restituisce il valore corrispondente all'applicazione dell'operatore sul valore rappresentato, e poi la regola di valutazione, analoga alle precedenti.

$$\mathcal{E}_6: \text{not } t_1 \rightarrow t \quad \text{se } \text{not } t_1 = t, t_1 \in \mathcal{B}$$

$$\mathcal{E}_7: \frac{e \rightarrow e'}{\text{not } e \rightarrow \text{not } e'}$$