

#19 (0, 0) (1, 1) (2, 4)

$$Y = XA + E$$

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad Y = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$A = (X^T X)^{-1} X^T Y$$

$$X^T X = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$$

$$(X^T X)^{-1} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{5}{6} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} \frac{5}{6} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -3 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 9 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -2 \\ 12 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b \\ m \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \underline{Y = 2x - \frac{1}{3}}$$



$$21 \quad (-2, 0) \quad (-1, 1) \quad (0, 1) \quad (1, 2)$$

$$X = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad Y = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$A = (X^T X)^{-1} X^T Y$$

$$X^T X = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -2 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 6 \end{pmatrix}$$

$$(X^T X)^{-1} = \frac{1}{20} \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \rightarrow \text{factor 2}$$

$$= \frac{1}{10} \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$A = \frac{1}{10} \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -2 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{10} \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{10} \begin{pmatrix} 13 \\ 6 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} b \\ m \end{pmatrix}$$

$$\underline{y = 1.3 + .6x}$$



$$\# 25) \quad (-5, 10) \quad (-1, 8) \quad (3, 6) \quad (7, 4) \quad (5, 5)$$

$$X = \begin{bmatrix} 1 & -5 \\ 1 & -1 \\ 1 & 3 \\ 1 & 7 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} \quad Y = \begin{pmatrix} 10 \\ 8 \\ 6 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$A = (X^T X)^{-1} X^T Y$$

$$X^T X = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -5 & -1 & 3 & 7 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ -1 & -1 \\ 3 & 3 \\ 7 & 7 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 5 & 9 \\ 9 & 109 \end{pmatrix}$$

$$(X^T X)^{-1} = \frac{1}{464} \begin{pmatrix} 109 & -9 \\ -9 & 5 \end{pmatrix}$$

$$A = \frac{1}{464} \begin{pmatrix} 109 & -9 \\ -9 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -5 & -1 & 3 & 7 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 \\ 8 \\ 6 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{464} \begin{pmatrix} 109 & -9 \\ -9 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 33 \\ 13 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{464} \begin{pmatrix} 3480 \\ -232 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{435}{58} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$y = -\frac{1}{2}x + \frac{435}{58}$$

$$y = -0.5x + 7.5$$