

**Akademia Górniczo-Hutnicza  
im. Stanisława Staszica w Krakowie**

---

Wydział Elektrotechniki, Automatyki, Informatyki i Elektroniki

KATEDRA INFORMATYKI



**PRACA MAGISTERSKA**

**PIOTR JANIK**

**Wydajna symulacja dynamiki płynów  
i przewodnictwa cieplnego w środowisku  
przeglądarki internetowej**

PROMOTOR:

prof. dr hab. inż. Witold Dzwinel

Kraków 2012

## **OŚWIADCZENIE AUTORA PRACY**

OŚWIADCZAM, ŚWIADOMY ODPOWIEDZIALNOŚCI KARNEJ ZA  
POŚWIADCZENIE NIEPRAWDY, ŻE NINIEJSZĄ PRACĘ DYPLOMOWĄ  
WYKONAŁEM OSOBIŚCIE I SAMODZIELNIE, I NIE KORZYSTAŁEM  
ZE ŹRÓDEŁ INNYCH NIŻ WYMIENIONE W PRACY.

.....

PODPIS

**AGH**  
**University of Science and Technology in Krakow**

---

Faculty of Electrical Engineering, Automatics, Computer Science and  
Electronics

DEPARTMENT OF COMPUTER SCIENCE



**MASTER OF SCIENCE THESIS**

**PIOTR JANIK**

**Efficient Simulation of Fluid Dynamics and  
Heat Transfer in the Web Browser  
Environment**

**SUPERVISOR:**

Witold Dzwinel, Prof.

Krakow 2012

Serdecznie dziękuję ...

## Streszczenie

Celem niniejszej pracy było stworzenie wydajnej symulacji dynamiki płynów oraz przewodnictwa cieplnego działającej w środowisku przeglądarki internetowej. Aplikacja ma charakter edukacyjny, a jej głównym zadaniem jest wspieranie użytkownika w dogłębnym zrozumieniu procesu transferu energii, w tym zjawisk takich jak przewodnictwo cieplne, konwekcja czy różnorodne przepływy gazów i cieczy. Projekt został zrealizowany przy współpracy z The Concord Consortium, amerykańską organizacją non-profit zajmującą się wspieraniem edukacji poprzez technologię.

Implementacja symulatora w przeglądarce internetowej była niezwykle istotna ze względu na jego edukacyjne zastosowanie – kluczowym wymaganiem była dostępność dla jak najszerszego grona użytkowników, przenośność, wieloplatformowość oraz możliwość łatwego osadzania w wirtualnych podręcznikach szkolnych nowej generacji. Z drugiej strony, o jakości symulacji fizycznej w dużej mierze decyduje jej wydajność czyli efektywne wykorzystanie zasobów. Do niedawna stało to w sprzeczności z implementacją w języku *JavaScript* oraz wykonywaniem w środowisku przeglądarki internetowej.

Realizacja tych pozornie wykluczających się wymagań została osiągnięta dzięki implementacji uwzględniającej budowę i ograniczenia silników *JavaScript* w nowoczesnych przeglądarkach oraz dzięki przeniesieniu większości obliczeń na procesor karty graficznej wykorzystując technologię *WebGL*. Jest to podejście nowatorskie, gdyż dopiero wraz z niedawnym rozpowszechnieniem się standardu *HTML5* zasoby kart graficznych stały się dostępne dla aplikacji internetowych w tak szerokim zakresie.

W pracy zostały przedstawione najważniejsze, nowoczesne techniki umożliwiające tworzenie wydajnych, równoległych aplikacji działających w przeglądarce internetowej z wykorzystaniem języka *JavaScript* oraz technologii *WebGL*. Szczegółowo zostały również opracowane rezultaty oraz korzyści płynące ze zrównoleglenia symulacji fizycznej. W efekcie powstał wydajny symulator, który dzięki swojej dostępności oraz jakości może mieć niezwykle szeroki wpływ na edukację i zrozumienie fizyki przez użytkowników na różnych etapach procesu kształcenia.

# Spis treści

<b>1. Wprowadzenie .....</b>	<b>3</b>
1.1. Cel pracy .....	4
1.2. Organizacja dokumentu .....	4
<b>2. Symulacja dynamiki płynów i przewodnictwa cieplnego jako wartościowe narzędzie edukacyjne.....</b>	<b>6</b>
2.1. Zastosowanie oraz wpływ na edukację.....	7
2.2. Motywacja i uzasadnienie osadzenia symulacji w środowisku przeglądarki internetowej .....	7
2.3. Dostępne, istniejące rozwiązania .....	7
2.3.1. Przegląd.....	7
2.3.2. Prekursor systemu - aplikacja Energy2D.....	7
2.4. Zjawiska modelowane przez symulator .....	7
2.4.1. Transfer ciepła .....	7
2.4.2. Przepływ płynów .....	7
2.5. Zastosowane silniki fizyczne.....	7
2.5.1. Równanie Naviera-Stokesa.....	7
2.5.2. Równanie przewodnictwa cieplnego .....	7
<b>3. Implementacja symulatora w środowisku przeglądarki internetowej .....</b>	<b>8</b>
3.1. Architektura systemu – wzorzec Model-View-Controller .....	8
3.2. Problematyka zarządzania zależnościami w złożonych systemach JavaScript .....	8
3.3. Zgodność ze środowiskiem Node.js oraz przeglądarką internetową.....	8
3.4. Przegląd najistotniejszych jednostek symulatora.....	8
<b>4. Przeniesienie obliczeń fizycznych na procesor karty graficznej .....</b>	<b>9</b>
4.1. Typowe metody przenoszenia obliczeń na GPU, a przeglądarka internetowa .....	9
4.1.1. Niskopoziomowe programowanie jednostek cieniujących .....	10
4.1.2. Technologie wyższego poziomu .....	11
4.1.3. Możliwości w środowisku przeglądarki internetowej .....	11

4.2. Implementacji silników fizycznych Energy2D przy użyciu WebGL.....	12
4.2.1. Analiza algorytmów silników fizycznych pod kątem przetwarzania równoległego .....	12
4.2.2. Podstawowy zarys implementacji .....	16
4.2.3. Programy wierzchołków oraz fragmentów.....	16
4.2.4. Organizacja danych w pamięci karty graficznej.....	18
4.2.5. Geometria .....	22
4.2.6. Wykonywanie kroków algorytmów na GPU.....	23
<b>5. Ocena systemu .....</b>	<b>24</b>
5.1. Realizacja kluczowych wymagań .....	24
5.2. Ocena dostępności aplikacji dla potencjalnych użytkowników.....	24
5.2.1. Wpływ posiadanej konfiguracji sprzętowej i oprogramowania na symulator.....	24
5.3. Modelowanie wybranych zjawisk fizycznych jako testy jakościowe symulatora	24
5.4. Testy wydajnościowe.....	24
5.4.1. Zysk wydajności wynikający z przeniesienia obliczeń na GPU .....	24
5.5. Wpływ optymalizacji i równoległości na jakość symulacji .....	24
5.6. Podsumowanie oceny .....	24
<b>6. Wnioski.....</b>	<b>25</b>
6.1. Podsumowanie .....	25
6.2. Dalszy rozwój .....	25

# 1. Wprowadzenie

Większość ludzi w swoich domach i pracy może korzystać z dorobku technologicznej rewolucji, która miała miejsce w ostatnich latach. Jednak w niektórych dziedzinach życia zmiany następują znacznie wolniej - jedną z nich jest edukacja. Komputery i internet stały się dostępne w większości szkół, jednak programy i metody nauczania często nie nadążają za postępem technologicznym, są wciąż reliktem poprzedniej epoki. Uczniowie pracują na komputerach najnowszej generacji, jednak zwykle wykorzystują tylko ułamki ich możliwości, nie mając dostępu do narzędzi, które faktycznie mogłyby przyczynić się do lepszego zrozumienia poruszanych na lekcjach zagadnień. Najczęściej komputer i internet stają się po prostu źródłem łatwo dostępnej wiedzy czy też miejscem gdzie pewne problemy można próbować rozwiązywać wspólnie. Jest to oczywiście prawidłowe i wartościowe wykorzystanie nowoczesnej technologii, ale jednocześnie też dosyć powierzchowne i niewyczerpujące jej pełnych możliwości. Problemy i wyzwania stojące przed współczesną edukacją szerzej porusza Andrew A. Zucker [Zuc09].

Edukacja może skorzystać na technologicznej rewolucji w znacznie większym stopniu - jednym z pomysłów są wirtualne laboratoria, które pozwolą uczniom eksplorować wybrane zagadnienia w sposób interaktywny, szczególnie podczas nauczania przedmiotów ścisłych i przyrodniczych, tak istotnych w dzisiejszych czasach. Cyfryzacja powinna zmienić tradycyjne oblicze lekcji z podręcznikiem i zeszytem na pracę przy narzędziach edukacyjnych nowej generacji, wykorzystując powszechną dostępność nowoczesnych technologii. Takie aplikacje również doskonale wpisują się w popularną ideę cyfrowych podręczników. Dosłowne przeniesienie zawartości papierowych książek na ekrany komputerów nie wiązałoby się ze znaczącymi zmianami - inny byłby tylko nośnik słów, wiedzy. Bez zmian natomiast pozostałby sam proces i metody uczenia przez uczniów i studentów. Jednak jeśli wirtualny podręcznik zostanie zintegrowany z interaktywnymi aplikacjami, pozwoli to zupełnie zmienić oblicze nauki. Uczeń będzie miał możliwość prawdziwej eksploracji zagadnień, eksperymentowania we własnym domu, przed własnym komputerem, podczas codziennej nauki, która może zamienić się w prawdziwą, wartościową i przede wszystkim rozwijającą przygodę.

Najlepszym pomysłem dla podręczników przyszłości wydaje się umiejscowienie ich



w internecie. Dzięki dystrybucji poprzez to medium można uzyskać niezwykle łatwy i powszechny dostęp, jako że połączenie z internetem jest w dzisiejszych czasach czymś w pełni osiągalnym. Internetowa dystrybucja niesie również mnóstwo korzyści nie tylko dla użytkowników podręczników, ale także dla ich twórców - wystarczy wymienić zalety takie jak łatwość aktualizacji i docierania do odbiorców. W związku z tym, również narzędzia stanowiące interaktywne elementy podręczników przyszłości powinny być przystosowane do działania w środowisku przeglądarki internetowej. Jest to zadanie wymagające, jednak niedawny rozwój technologii i standardów internetowych takich jak HTML5 oraz WebGL, jak również gwałtowne zmiany w samych przeglądarkach internetowych, dają ogromne możliwości w tej materii.

Wymienione pomysły nie są tylko planami na przyszłość - te zmiany już powoli następują, cyfrowe podręczniki i wirtualne laboratoria są trakcie rozwoju. Jedną z organizacji zajmujących się wprowadzaniem najnowszych osiągnięć techniki do szkół jest The Concord Consortium.

## 1.1. Cel pracy

W wyniku współpracy ze wspomnianą organizacją The Concord Consortium powstał wydajny symulator fizyczny prezentujący zjawisko przewodnictwa cieplnego oraz dynamikę płynów działający w środowisku przeglądarki internetowej o nazwie *Energy2D*. Ta interaktywna aplikacja doskonale wpisuje się w przedstawioną ideę wirtualnych podręczników i laboratoriów, umożliwiając użytkownikom łatwiejsze zrozumienie praw fizyki, które rządzą transferem energii.

Celem niniejszej pracy jest przedstawienie rozwiązań, które umożliwiły powstanie symulatora, ze szczególnym naciskiem na technologię WebGL, której niestandardowe i nowatorskie zastosowanie pozwoliło zrównoleglic obliczenia fizyczne i tym samym osiągnąć znaczący wzrost wydajności.

## 1.2. Organizacja dokumentu

Dalsze rozdziały przedstawiają kolejno:

- Wprowadzenie do problematyki symulacji dynamiki płynów i przewodnictwa cieplnego, jej znaczenie dla edukacji oraz przegląd istniejących rozwiązań.
- Opis podstawowej implementacji aplikacji, ze szczególnym uwzględnieniem zagadnień związanych z jej architekturą i wnioskami, które można rozszerzyć na ogół złożonych systemów *JavaScript*.

- Prezentację kluczowych technik dzięki którym udało się zrównoleglić silniki fizyczne symulatora przy pomocy technologii *WebGL*.
- Ocenę systemu, w szczególności testy jakościowe, wydajnościowe oraz badanie jak konfiguracja sprzętowa użytkownika wpływa na odbiór i jakość symulacji.
- Podsumowanie, wnioski, oraz pomysły na dalszy rozwój aplikacji.



## 2. Symulacja dynamiki płynów i przewodnictwa cieplnego jako wartościowe narzędzie edukacyjne

### 2.1. Zastosowanie oraz wpływ na edukację

### 2.2. Motywacja i uzasadnienie osadzenia symulacji w środowisku przeglądarki internetowej

### 2.3. Dostępne, istniejące rozwiązania

#### 2.3.1. Przegląd

#### 2.3.2. Prekursor systemu - aplikacja Energy2D

### 2.4. Zjawiska modelowane przez symulator

#### 2.4.1. Transfer ciepła

Przewodnictwo cieplne

Konwekcja

#### 2.4.2. Przepływ płynów

Przepływ laminarny

Przepływ turbulentny

### 2.5. Zastosowane silniki fizyczne

#### 2.5.1. Równanie Naviera-Stokesa

#### 2.5.2. Równanie przewodnictwa cieplnego

### 3. Implementacja symulatora w środowisku przeglądarki internetowej

3.1. Architektura systemu – wzorzec Model-View-Controller

3.2. Problematyka zarządzania zależnościami w złożonych systemach JavaScript

3.3. Zgodność ze środowiskiem Node.js oraz przeglądarką internetową

3.4. Przegląd najistotniejszych jednostek symulatora

## 4. Przeniesienie obliczeń fizycznych na procesor karty graficznej

Niniejszy rozdział prezentuje techniki zastosowane w celu przeniesienia głównych obliczeń fizycznych na kartę graficzną w symulatorze *Energy2D* będącym przedmiotem tej pracy. Na początku opisane są tradycyjne podejścia do tego problemu dla aplikacji działających w natywnym środowisku systemu operacyjnego oraz ich odniesienie do środowiska oferowanego przez przeglądarki internetowe. Następnie zaprezentowane zostały najważniejsze zagadnienia dotyczące implementacji równoległych silników fizycznych *Energy2D* działających na procesorze karty graficznej. Informacje te mogą być szczególnie użyteczne przy próbach podobnych optymalizacji innych aplikacji.

Dzięki przeniesieniu obliczeń fizycznych na GPU uzyskano istotny wzrost wydajności. Dokładna analiza zysków ze zrównoleglenia symulacji jest przedstawiona w rozdziale 5.

### 4.1. Typowe metody przenoszenia obliczeń na GPU, a przeglądarka internetowa

Współczesne karty graficzne posiadają ogromną moc obliczeniową – wielokrotnie większą od centralnego procesora przy założeniu, że obliczenia da się wykonywać w sposób równoległy. Pomysł aby przenieść część obliczeń ogólnego zastosowania na kartę graficzną pojawił się wraz z dynamicznym rozwojem procesorów graficznych. Szczególnie istotnym momentem było wprowadzenie programowalnych jednostek cieniujących (specyfikacja *DirectX 8*). Dalszy rozwój obliczeń ogólnego zastosowania na kartach graficznych (ang. *General-Purpose Computing on Graphics Processing Units*, w skrócie GPGPU) miał miejsce wraz z wprowadzeniem technologii, które ukryły złożoność dostępu do zasobów karty graficznej i udostępniły interfejs wysokiego poziomu. Wiodącymi technologiami tego typu są *OpenCL* (rozwiązanie otwarte) oraz *CUDA* (zamknięte rozwiązanie firmy NVIDIA, działające wyłącznie na sprzęcie tego producenta).

Wspomniane powyżej technologie dotyczą oczywiście aplikacji pisanych w natywnym środowisku systemu operacyjnego. Aby programować jednostki cieniujące wystarczy pod-

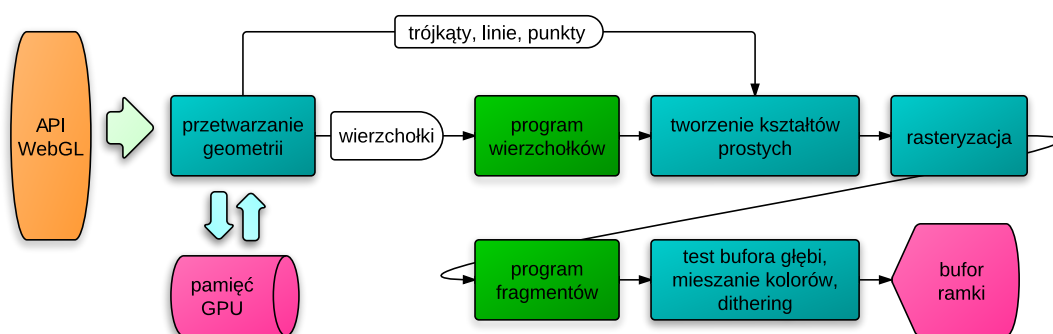
stawowy dostęp do standardowego interfejsu *OpenGL* bądź *Direct3D*. Implementacje tych interfejsów można znaleźć dla prawie każdego współczesnego języka programowania. Interfejsy wyższego poziomu (*OpenCL*, *CUDA*) również posiadają implementacje w różnych językach programowania, choć najczęstszym środowiskiem ich działania są aplikacje napisane w C bądź C++.

Poniżej krótko przedstawione są sposoby przeprowadzania obliczeń ogólnego zastosowania na kartach graficznych oraz ich związek ze specyficznym środowiskiem przeglądarki internetowej.

#### 4.1.1. Niskopoziomowe programowanie jednostek cieniujących

Jest to najstarsze podejście do przeprowadzania obliczeń ogólnego zastosowania na procesorze karty graficznej. Programista w swoisty sposób „oszukuje” kartę graficzną, przeprowadzając renderowanie prostej geometrii wyłącznie w celu uruchomienia własnych programów jednostek cieniujących, które wykonują obliczenia często nie mające nic wspólnego z generowaniem obrazu.

W przypadku technologii *WebGL*, która posłużyła do zaimplementowania silników fizycznych *Energy2D*, diagram potoku renderowania prezentuje rysunek 4.1. Zielonym kolorem zostały oznaczone procesy, które są programowalne. Są to dwa rodzaje programów jednostek cieniujących – wierzchołków oraz fragmentów. Nie ma możliwości bezpośredniego sterowania pozostałymi procesami. Odbywają się one automatycznie, ewentualnie możliwa jest konfiguracja pewnych parametrów. Dlatego też cały algorytm przeznaczony do zrównoleglenia musi zostać zapisany wyłącznie przy użyciu programów wierzchołków oraz fragmentów. Ponadto dane powinny się znajdować w pamięci karty graficznej, najczęściej w postaci dwuwymiarowych tekstur.



Rysunek 4.1: Diagram potoku renderowania *WebGL* / *OpenGL 3.x*

Takie podejście jednak jest wymagające i obarczone pewnymi problemami. Łatwo popełnić błędy, wymagana jest też przynajmniej podstawowa wiedza o programowaniu grafiki trójwymiarowej. Najważniejsze koncepcje niskopoziomowego programowania jednostek cieniujących zostały doskonale przedstawione przez Marka Harrisa w jednym z jego artykułów do popularnej serii *GPU Gems* [Har05].

#### 4.1.2. Technologie wyższego poziomu

Technologie, które przyczyniły się do gwałtownego wzrostu popularności obliczeń na kartach graficznych to szczególnie *OpenCL* oraz *CUDA*. Udostępniają one znacznie wyższy poziom abstrakcji – programista jest zwolniony z obowiązku przyswojenia sobie niskopoziomowych mechanizmów rządzących działaniem kart graficznych (choć ta wiedza pozwala tworzyć aplikacje efektywniejsze). Udostępniony jest specjalny interfejs oraz składnia, co znacznie ułatwia pracę, szczególnie programistom bez doświadczenia w pracy z programowaniem grafiki trójwymiarowej.

#### 4.1.3. Możliwości w środowisku przeglądarki internetowej

Należy uściślić, że „środowisko przeglądarki internetowej” to zbiór możliwości nowoczesnych, wiodących przeglądarek internetowych, rozpowszechniony na tyle, aby był dostępny dla większości użytkowników internetu. Równocześnie możliwości te nie mogą wymagać instalowania żadnych dodatków i rozszerzeń, gdyż znacznie ogranicza to ich dostępność. Jest to szczególnie istotne dla aplikacji edukacyjnych, które wymagają łatwego i powszechnego dostępu.

Przeglądarka internetowa z założenia oferuje środowisko bardzo ograniczone, przede wszystkim ze względów bezpieczeństwa. Jednak niedawno, wraz z nadejściem standardu HTML5, został dodany podstawowy dostęp do zasobów karty graficznej. Realizuje go technologia WebGL, która jest implementacją standardu *OpenGL ES 2.0*. Tym samym pojawiła się możliwość programowania jednostek cieniujących kart graficznych, a więc i przeprowadzania na nich obliczeń ogólnego zastosowania (4.1.1).

Technologie programowania kart graficznych wyższego poziomu (4.1.2) nie są (jeszcze) dostępne w przeglądarce internetowej. Aktualnie trwają intensywne prace nad implementacją standardu OpenCL o roboczej nazwie WebCL. Jednak technologia ta w aktualnym momencie jest na bardzo wczesnym etapie rozwoju. Więcej informacji można znaleźć na stronie internetowej: <http://www.khronos.org/webcl/>.

Dlatego też jedyną metodą na przeprowadzenie obliczeń ogólnego zastosowania na procesorze karty graficznej w środowisku przeglądarki internetowej jest sposób zaprezentowany w sekcji 4.1.1. Właśnie taka, niskopoziomowa metoda została zastosowana dla



silników fizycznych symulatora *Energy2D*. Opis najważniejszych zagadnień związanych z implementacją prezentuje następna sekcja (4.2).

## 4.2. Implementacji silników fizycznych *Energy2D* przy użyciu WebGL

Symulator *Energy2D* składa się z dwóch kluczowych silników fizycznych - przewodnictwa cieplnego oraz dynamiki płynów. Są one dokładnie przybliżone w sekcji 2.5. Oba te silniki są niezwykle wymagające obliczeniowo. Dlatego też ich optymalizacja była zadaniem kluczowym, aby stworzyć aplikację wartościową edukacyjnie. Zbyt wolny przebieg symulacji może skutecznie zniechęcić większość potencjalnych użytkowników. Jednym z podstawowych wymagań było, aby wirtualne laboratorium było aplikacją w pełni interaktywną czyli również działającą jak najpłynniej.

Poniżej przedstawione są najważniejsze zagadnienia związane z przeniesieniem obliczeń fizycznych *Energy2D* na kartę graficzną.

### 4.2.1. Analiza algorytmów silników fizycznych pod kątem przetwarzania równoległego

Wszystkie algorytmy rozwiązujące równania fizyczne w symulatorze *Energy2D* zostały poddane analizie pod kątem możliwości równoległego przetwarzania. Zostały wyróżnione następujące kryteria, które algorytm musi spełniać, aby było to możliwe:

- Możliwość reprezentowania danych w pamięci karty graficznej.
- Niezależność wyniku algorytmu od sekwencji wykonywania obliczeń.

Jeżeli kryteria te są spełnione, powinna istnieć możliwość zaimplementowania algorytmu w sposób równoległy. Oczywiście zmienia się strona techniczna, użyte rozwiązania, język programowania oraz techniki, jednak sama koncepcja algorytmu i główne kroki powinny pozostać bez większych zmian. Problem pojawia się wtedy, gdy któryś z algorytmów nie spełnia jednego z tych kryteriów. W takim przypadku konieczne są gruntowne modyfikacje lub rezygnacja z implementacji takiego algorytmu.

Pierwszy warunek spełniają wszystkie algorytmy, jako że obliczenia są wykonywane na prostokątnych siatkach symulacyjnych. Można je reprezentować w pamięci karty graficznej przy użyciu dwuwymiarowych tekstur. Temat organizacji danych w pamięci GPU oraz związane z tym problemy porusza sekcja 4.2.4.

Drugi warunek nie został spełniony przez wszystkie zastosowane algorytmy. Problematyczne okazały się metody rozwiązywania układów równań liniowych metodą relaksacji *Gaussa-Seidela* (por. [MC89]). Podczas jednego przebiegu przez wszystkie komórki macierzy, nowa wartość komórki  $(i, j)$  jest zależna od wartości komórek sąsiednich. Następnie komórka macierzy jest niezwłocznie aktualizowana. Powoduje to, iż przy sekwencyjnym przetwarzaniu wszystkich komórek, nowa wartość dla każdej komórki jest zależna od wartości obliczonych zarówno w poprzednim kroku relaksacji jak i kroku aktualnym. W sposób uproszczony schemat takiej relaksacji prezentuje algorytm 4.1.

---

**Algorytm 4.1** Relaksacja metodą Gaussa-Seidela na CPU
 

---

```

for  $0 \rightarrow relaxation\_steps$  do
  for all grid cells do
     $new\_val \leftarrow f(x_{i,j}, x_{i+1,j}, x_{i-1,j}, x_{i,j+1}, x_{i,j-1})$ 
     $x_{i,j} \leftarrow new\_val$ 
  end for
end for

```

---

Niestety, przy obliczeniach równoległych nie można polegać na takiej zależności. Każda komórka zostanie zaktualizowana na podstawie wartości komórek sąsiednich wyłącznie z poprzedniego kroku relaksacji. Co więcej, ograniczeniem są też kwestie czysto technologiczne - tekstury w których przechowywane są dane mogą być podczas obliczeń wyłącznie przeznaczone do odczytu lub do zapisu. Tak więc niemożliwy jest jednoczesny odczyt z danej tekstury oraz natychmiastowy zapis.

Problem ten został rozwiązany przez zmianę algorytmu rozwiązywania układów równań liniowych na metodę relaksacji *Jacobiego*. Główną różnicą jest moment aktualizowania komórek siatki symulacji. W przeciwieństwie do metody *Gaussa-Seidela* nie następuje to natychmiast po obliczeniu nowej wartości dla danej komórki, ale dopiero obliczeniu nowych wartości dla wszystkich komórek. Uproszczony schemat tej relaksacji prezentuje algorytm 4.2.

---

**Algorytm 4.2** Relaksacja metodą Jacobiego na CPU
 

---

```

for  $0 \rightarrow relaxation\_steps$  do
  for all grid cells do
     $temp_{i,j} \leftarrow f(x_{i,j}, x_{i+1,j}, x_{i-1,j}, x_{i,j+1}, x_{i,j-1})$ 
  end for
  for all grid cells do
     $x_{i,j} \leftarrow temp_{i,j}$ 
  end for
end for

```

---

Taki algorytm można już przetworzyć na wersję równoległą. Macierze  $x$  oraz  $temp$  zostają zamienione na odpowiednie tekstury. Również, w celach wydajnościowych wartość tekstur nie jest przepisywana tylko zamieniane są ich referencje. Uproszczony schemat relaksacji metodą *Jacobiego* na GPU prezentuje algorytm 4.3.

---

**Algorytm 4.3** Relaksacja metodą Jacobiego na GPU
 

---

```

for 0  $\rightarrow$  relaxation_steps do
  for all grid cells do [IN PARALLEL]
     $temp_{i,j} \leftarrow f(x_{i,j}, x_{i+1,j}, x_{i-1,j}, x_{i,j+1}, x_{i,j-1})$ 
  end for
  swap  $x$  with  $temp$ 
end for

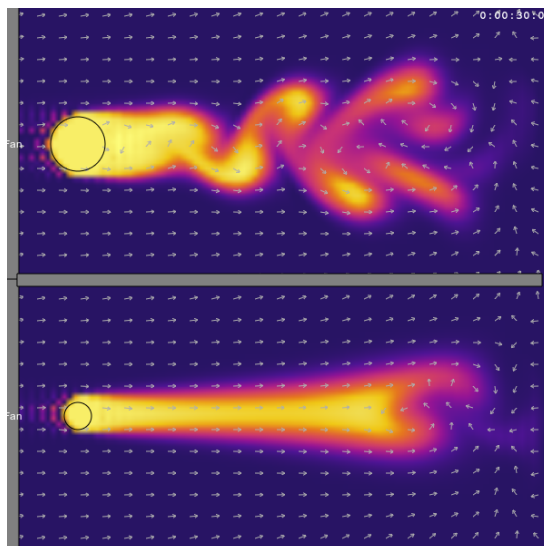
```

---

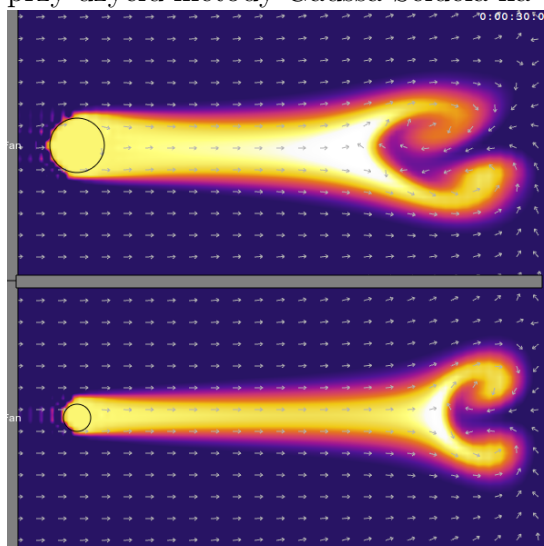
Oczywiście zmiana algorytmu rozwiązywania równań liniowych niesie ze sobą pewne konsekwencje. Inna jest konwergencja tych dwóch algorytmów. Metoda *Gaussa-Seidela* jest szybciej zbieżna niż metoda *Jacobiego*. Efekty symulacji dla różnej konfiguracji algorytmów rozwiązywania układów równań liniowych prezentują rysunki 4.2, 4.3 oraz 4.4.

Na ww. rysunkach można zaobserwować wyraźne różnice w rezultatach symulacji. W przypadku przedstawionej symulacji oczekiwanym wynikiem było powstanie wiru Kármána dla większej przeszkody. Przy implementacji równoległej metody *Jacobiego* widać, iż porządkany efekt symulacji zostaje utracony. Dlatego też należy wykonać więcej kroków relaksacji. Okazało się, że wartością wystarczającą jest dziesięć. Wartość ta została ustalona empirycznie, tak aby wyniki symulacji odpowiadały oczekiwaniom oraz były jak najbardziej zbliżone do rezultatów sekwencyjnych silników fizycznych. Jest to niezbędne, ponieważ wersja równoległa aplikacji *Energy2D* powinna być w pełni zgodnym i kompatybilnym rozszerzeniem wersji podstawowej (sekwencyjnej, napisanej bez użycia technologii *WebGL*). Oczywiście wiąże się to ze spowolnieniem symulacji, jednak w żadnym wypadku nie neguje opłacalności przeniesienia obliczeń na kartę graficzną – relaksacja na GPU jest wciąż dużo szybszych niż na CPU mimo konieczności wykonania dwukrotnie większej liczby kroków.

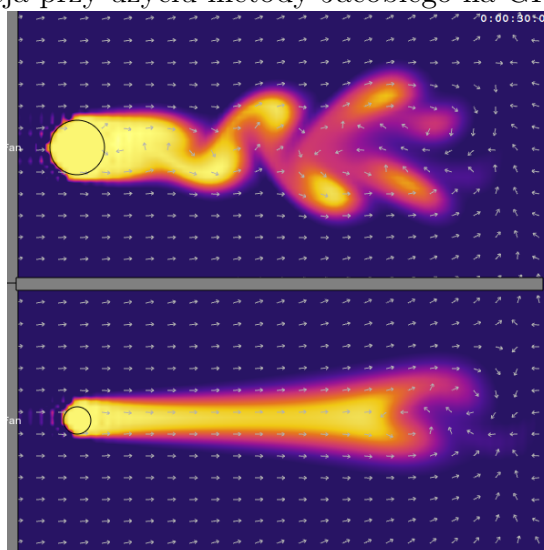
Istnieją również implementacje algorytmu *Gaussa-Seidela* na maszyny równoległe. Nie są to dokładne kopie wersji sekwencyjnej, lecz imitują obliczanie nowych wartości komórek na podstawie wartości z kroku relaksacji poprzedniego i aktualnego. Doskonałe opracowanie zagadnień algorytmów rozwiązujących układy równań liniowych na CPU oraz GPU, które okazało się niezwykle przydatne podczas implementacji równoległych algorytmów dla *Energy2D*, zostało przygotowane przez G. Amadora oraz A. Gomesa [AG09]. Niestety niskopoziomowa implementacja algorytmu *Gaussa-Seidela* na GPU wymaga wykonania



Rysunek 4.2: Symulacja przy użyciu metody Gaussa-Seidela na CPU, 5 kroków relaksacji



Rysunek 4.3: Symulacja przy użyciu metody Jacobiego na GPU, 5 kroków relaksacji



Rysunek 4.4: Symulacja przy użyciu metody Jacobiego na GPU, 10 kroków relaksacji

dwóch procesów renderowania do tekstury dla jednego kroku relaksacji – powoduje to narzut czasowy, który w efekcie niweczy zysk z szybszej konwergencji algorytmu.

### 4.2.2. Podstawowy zarys implementacji

Zgodnie z wnioskami sekcji 4.1.3, ze względu na ograniczenia środowiska przeglądarki internetowej, wymuszona została implementacja niskopoziomowa przy użyciu technologii *WebGL*. Opiera się ona na programowaniu jednostek cieniujących karty graficznej, głównie wykorzystując programy fragmentów (ang. fragment programs). Taka metoda przeprowadzania obliczeń ogólnego przeznaczenia na karcie graficznej wymaga zrozumienia podstawowych zagadnień związanych z programowaniem grafiki trójwymiarowej (por. sekcja 4.1.1).

W przypadku implementacji *Energy2D* podstawowy schemat przeprowadzania obliczeń fizycznych na GPU z wykorzystaniem technologii *WebGL* wygląda następująco:

- Przygotowanie oraz kompilacja programów wierzchołków oraz fragmentów, które zawierają implementację algorytmów silników fizycznych.
- Przygotowanie tekstur, które przechowują dane symulacyjne.
- Przygotowanie danych geometrii płaszczyzny pokrywającej cały zakres współrzędnych, które mieszczą się w obszarze renderowania.
- Wykonywanie kolejnych kroków algorytmów fizycznych, co sprowadza się do:
  - Renderowania wcześniej przygotowanej geometrii płaszczyzny przy użyciu wcześniej przygotowanych programów wierzchołków i fragmentów.
  - Kopiowania danych z bufora ramki do wybranej tekstury przechowującej dane symulacji <sup>1</sup>.

Poszczególne podpunkty w szerszym zakresie przybliżają sekcje od 4.2.3 do 4.2.6.

### 4.2.3. Programy wierzchołków oraz fragmentów

Właściwa implementacja algorytmów w programach wierzchołków i fragmentów decyduje o poprawności oraz wydajności całej aplikacji. Bardzo często w przypadku obliczeń ogólnego zastosowania na GPU, a także w przypadku symulatora *Energy2D*, większość pracy przypada na programy fragmentów. Program wierzchołków zwykle sprowadza się do

---

<sup>1</sup>Odbywa się to z użyciem obiektu bufora ramki (ang. FrameBuffer Object) z dołączoną do niego teksturą

skopiowania wejściowych współrzędnych wierzchołka i tekstury. Nie ma potrzeby jakiegokolwiek modyfikacji geometrii renderowanej płaszczyzny. Dlatego też większość programów wierzchołków w symulatorze Energy2D odpowiada poniższej implementacji:

```
1 attribute vec4 vertexPos;
2 attribute vec4 texCoord;
3
4 varying vec2 coord;
5 void main() {
6     coord = texCoord;
7     gl_Position = vertexPos;
8 }
```

Listing 4.1: Typowa implementacja programu wierzchołków w symulatorze *Energy2D* (język GLSL)

Programy fragmentów, jako że wykonują właściwe obliczenia, nie są już tak trywialne. Bardzo ważne jest właściwe określenie współrzędnych tekseli tekstury. Posiadając siatkę symulacji o wymiarach  $N \times N$ , należy ją zrzutować na zakres domyślnych współrzędnych tekstury, które zawierają się w przedziale  $[0, 1]$ . Jeżeli robi się to nieprawidłowo, trudno będzie wykryć taki błąd, gdyż domyślnie tekstury interpolują wartości leżące pomiędzy rzeczywistymi danymi. Może to prowadzić do nieoczekiwanych rezultatów, stąd niezwykle istotne jest precyzyjne określanie współrzędnych. W tym celu, praktycznie każdy program fragmentów zawierał wektor o nazwie *grid* równy  $(1.0 / N, 1.0 / N)$ , gdzie  $N \times N$  to wymiary siatki symulacyjnej. Dodając lub odejmując odpowiedni jego komponent można uzyskać dokładną wartość komórki sąsiedniej. Warto też pamiętać o fackie, iż pierwsza kolumna tekseli nie ma współrzędnej  $X$  równej  $0.0$ , lecz  $0.5 / N$ . To samo dotyczy pierwszego rzędu współrzędnej  $Y$  równej  $0.5 / N$ . Błędne założenie, iż te kolumny mają współrzędne  $0.0$  prowadzi do problemów przy wymuszaniu warunków brzegowych podczas symulacji. Ostatecznie, typowy szkielet programów fragmentów wygląda następująco:

```
1 uniform sampler2D simulationData;
2 uniform vec2 grid;
3 varying vec2 coord;
4
5 vec4 F(vec4 data) {
6     // Funkcja wykonująca właściwe obliczenia dla danego kroku symulacji.
7     // ...
8 }
9
10 void main() {
11     vec4 data = texture2D(simulationData, coord);
12     // Instrukcja warunkowa sprawdzająca czy nie są przetwarzane brzegi
13     // siatki.
```

```
13  if (coord.x > grid.x && coord.x < 1.0 - grid.x &&
14      coord.y > grid.y && coord.y < 1.0 - grid.y) {
15      data = F(data);
16  }
17  gl_FragColor = data;
18 }
```

Listing 4.2: Szkielet implementacji programu fragmentów w symulatorze *Energy2D* (język GLSL)

Oczywiście program, który wymuszał warunki brzegowe posiadał odwrotny warunek w liniach 13 oraz 14. Implementacja funkcji  $F$  nie jest przytoczona, gdyż nie da się wyróżnić jakiegoś ogólnego jej schematu czy wzoru. Można powiedzieć, że przenosząc dany krok algorytmu do języka GLSL, funkcja  $F$  stanowi implementację „wewnętrznych” instrukcji zagnieżdżonych pętli iterujących po wszystkich komórkach symulacji.

#### 4.2.4. Organizacja danych w pamięci karty graficznej

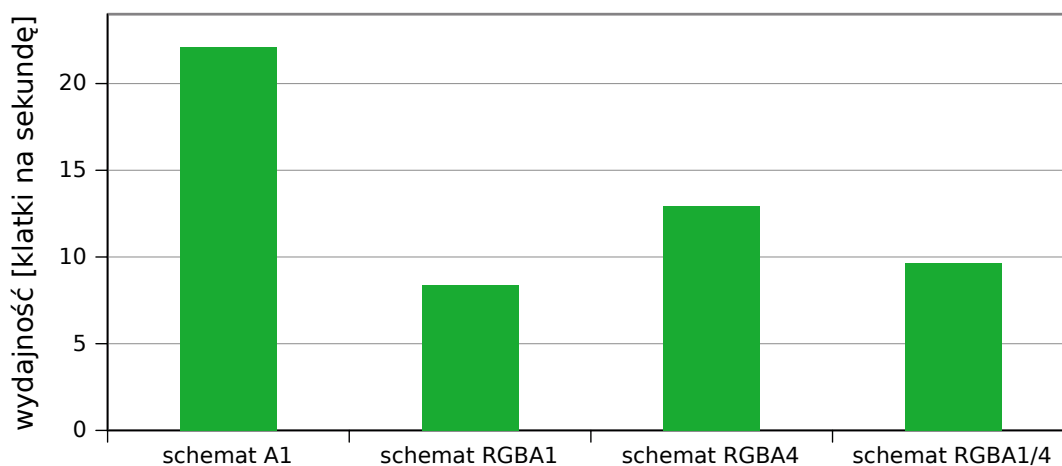
Dane symulacji (takie jak np. macierz temperatury czy macierz prędkości płynu) przechowywane są w dwuwymiarowych teksturach zmiennoprzecinkowych. Tego typu tekstury nie wchodzi w skład podstawowej specyfikacji *WebGL 1.0* ([Web11]). W związku z tym wymagane jest użycie rozszerzenia *OES\_texture\_float*, które jest dostępne na większości współczesnych urządzeń ([TODO: wspomnieć o rozdziale z testami]).

Niezwykle ważną kwestią jest organizacja danych w teksturze. Jest sporo możliwości ponieważ tekstura z zasady nie jest wierną kopią tablicy JavaScript, a obiektem przystosowanym do przechowywania obrazów (posiada na przykład kanały kolorów). Dlatego też można rozważyć kilka potencjalnych sposobów na rozmieszczenie danych.

- Schemat 1 – tekstury jednokanałowe (format ALPHA lub LUMINANCE), jedna tekstura odpowiada jednej tablicy JavaScript. Dalej nazywany schematem **A1** na potrzeby niniejszego opracowania.
- Schemat 2 – tekstury czterokanałowe (format RGBA), dane tylko w jednym kanale, jedna tekstura odpowiada jednej tablicy JavaScript. Dalej nazywany schematem **RGBA1** na potrzeby niniejszego opracowania.
- Schemat 3 – tekstury czterokanałowe (format RGBA), dane w każdym z kanałów, jedna tekstura odpowiada czterem tablicom JavaScript. Dalej nazywany schematem **RGBA4** na potrzeby niniejszego opracowania.
- Schemat 4 – tekstury czterokanałowe (format RGBA), dane w każdym z kanałów, jedna tekstura odpowiada jednej tablicy JavaScript, rozmiar tekstury zredukowany

czterokrotnie, gdyż każdy kanał odpowiada jednej ćwiartce tablicy. Dalej nazywany schematem **RGBA1/4** na potrzeby niniejszego opracowania.

Każdy z powyższych schematów został przetestowany podczas implementacji symulatora *Energy2D*. Wyniki testów wydajnościowych przedstawia wykres 4.5.



Rysunek 4.5: Wpływ organizacji danych w teksturach na wydajność symulacji *Energy2D*

Rozwiązaniem optymalnym ze względu na wydajność oraz czytelność kodu wydaje się schemat A1. Umożliwia on przeniesienie danych z tablic w relacji 1:1 do tekstur. Do tego, każdy odczyt czy zapis do tekstury dotyczy tylko jednego kanału. Niestety, na większości urządzeń nie ma możliwości dołączenia tekstury typu ALPHA lub LUMINANCE do własnego obiektu bufora ramki (ang. FrameBuffer Object) – czyli renderowania do takiej tekstury<sup>2</sup>. Wyklucza to możliwość użycia tego rozwiązania mimo oczywistych zalet. Być może w przyszłości rozwój specyfikacji *WebGL* na to pozwoli.

Warto tutaj nadmienić, że specyfikacja *WebGL* ([Web11]) nie gwarantuje, iż jakikolwiek z formatów tekstur zmiennoprzecinkowych będzie zaakceptowany jako cel renderowania. Programista powinien wykonać test, aby sprawdzić czy maszyna użytkownika wspiera daną konfigurację. Można to zrobić w następujący sposób:

```

1 var gl      = getWebGLContext(),
2   texture = gl.createTexture(),
3   fbo      = gl.createFramebuffer();
4
5 if (!gl.getExtension('OES_texture_float')) {
6   throw new Error("Rozszerzenie OES_texture_float niedostępne.");
7 }
```

<sup>2</sup>Testy zostały przeprowadzone na systemie Linux (Ubuntu 12.04) i przeglądarce Google Chrome w wersji 22, która korzysta z natywnego sterownika *OpenGL*. Natomiast na tej samej konfiguracji sprzętowej, ale działającej pod kontrolą systemu Windows nie udało się uruchomić aplikacji. Podobnie w przypadku równie popularnego systemu operacyjnego OS X.



```
7 }
8 gl.bindTexture(gl.TEXTURE_2D, texture);
9 gl.texImage2D(gl.TEXTURE_2D, 0, gl.RGBA, 128, 128, 0, gl.RGBA, gl.FLOAT,
    null);
10 gl.bindFramebuffer(gl.FRAMEBUFFER, fbo);
11 gl.framebufferTexture2D(gl.FRAMEBUFFER, gl.COLOR_ATTACHMENT0, gl.
    TEXTURE_2D, texture, 0);
12 if (gl.checkFramebufferStatus(gl.FRAMEBUFFER) !== gl.
    FRAMEBUFFER_COMPLETE) {
13     throw new Error("Dana tekstura nie jest wspierana jako cel
        renderowania.");
14 }
```

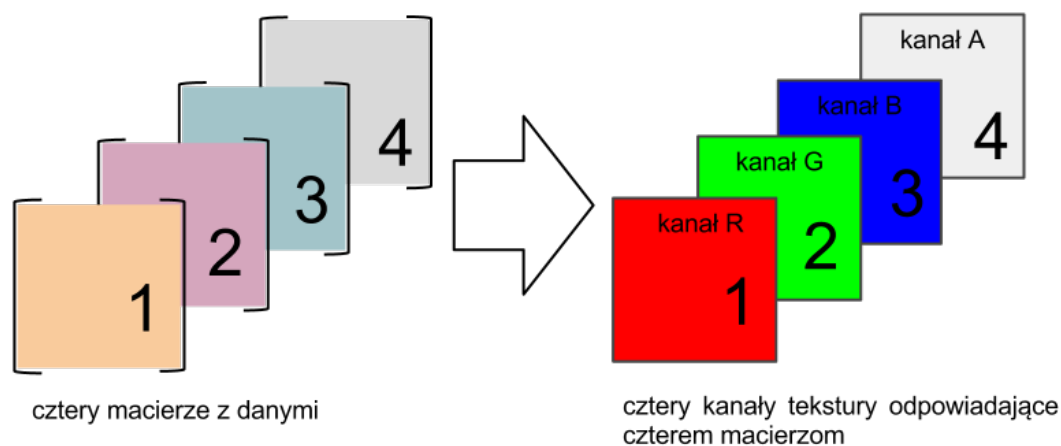
Listing 4.3: Weryfikacja poprawności formatu i typu tekstury używanej jako cel renderowania

W praktyce tekstury zmiennoprzecinkowe posiadające cztery kanały kolorów są najczęściej akceptowanym formatem do którego można zapisywać dane podczas renderowania. Dlatego też schematy organizacji danych RGBA1, RGBA4 oraz RGBA1/4 używają takiego formatu tekstury.

Schemat RGBA1 posiada te same zalety co A1 jeśli chodzi o organizację i czytelność kodu źródłowego, jednak w tym przypadku dochodzi do dużego narzutu wydajności związanego z odczytem i zapisem tekstur. Przy każdej z tych operacji karta graficzna musi odczytać cztery kanały, jednak praktycznie wykorzystywany jest tylko jeden z nich. Operacje dostępu do pamięci są czasochłonne, dlatego też taka organizacja danych nie jest korzystna ze względów wydajnościowych.

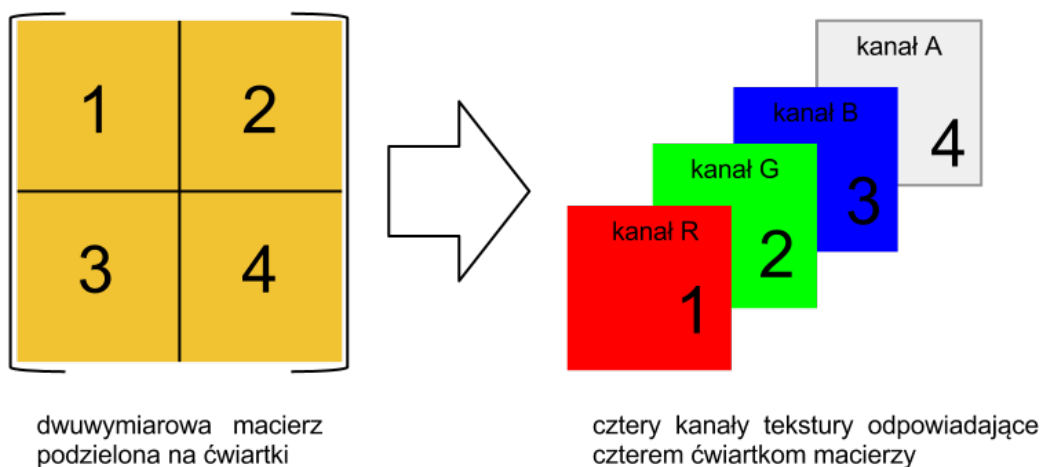
Rozwiązaniem tego problemu są schematy RGBA4 oraz RGBA1/4. Organizacja danych wg. trzeciego schematu pozwala zredukować narzut związany z odczytem oraz zapisem pod warunkiem dobrej organizacji danych w teksturach. Pomysł ten obrazuje diagram 4.6.

Przy korzystnym ułożeniu danych jest możliwe praktycznie całkowite zredukowanie narzutu związanego z odczytem wszystkich czterech kanałów tekstury, jednak w praktyce jest to często niewykonalne. Przez korzystne rozmieszczenie danych przyjmuje się takie ich ułożenie, żeby program jednostek cieniujących odczytując teksturę faktycznie korzystał z danych zawartych w każdym z kanałów. Podobnie przy zapisie, program renderujący powinien modyfikować wszystkie cztery kanały. W przypadku symulatora *Energy2D* udało się uzyskać taką organizację danych, żeby odczyt był w znacznym stopniu zoptymalizowany, jednak podczas zapisu modyfikowany był tylko jeden lub dwa kanały (kanał zawierający dane o temperaturze lub kanały zawierające komponenty wektorów prędkości). Mimo nie do końca optymalnego ułożenia kanałów, schemat RGBA4 okazał się wydajniejszy około 54% od RGBA1.



Rysunek 4.6: Schemat organizacji danych z czterech macierzy w jednej teksturze

Ciekawą organizacją danych może wydawać się również pomysł przedstawiony w schemacie RGBA1/4. Pozwala przechowywać tablicę JavaScript o wymiarach  $N \times N$  w teksturze o wymiarach  $(N/2) \times (N/2)$ . Pomysł ten obrazuje diagram 4.7.



Rysunek 4.7: Schemat organizacji danych macierzy  $N \times N$  w teksturze  $(N/2) \times (N/2)$

Taki układ danych teoretycznie posiada sporo zalet jak w przypadku użycia tekstur jednokanałowych. Jednak znacznie zmniejsza on czytelność kodu i komplikuje implementacje. Utrudnione zostaje przede wszystkim kontrolowanie warunków brzegowych, programy jednostek cieniujących przetwarzają cztery pola jednocześnie i stają się bardzo skomplikowane. W przypadku *Energy2D* komplikacje programów fragmentów były tak znaczne, że w efekcie odnotowano bardzo słabe rezultaty pod względem wydajności. Symulacja okazała się być wolniejsza około 34% od symulacji korzystającej ze schematu RGBA4.

Dlatego też, ostatecznie w *Energy2D* zastosowano schemat RGBA4. Zapewnia on najlepszy kompromis pomiędzy dobrą wydajnością oraz wsparciem przez większość dostępnych obecnie urządzeń.

### 4.2.5. Geometria

Podczas wykonywania obliczeń ogólnego przeznaczenia przy pomocy bezpośredniego programowania jednostek cieniujących karty graficznej, niezbędne jest stworzenie obiektu (a właściwie jego geometrii), który będzie renderowany. W teorii może być to dowolna bryła. Jednak najczęściej pożądane jest, aby program fragmentów wykonał się dla każdej komórki siatki symulacyjnej, którą stanowi piksel tekstury. Można to osiągnąć renderując płaszczyznę, która pokrywa całą dostępną przestrzeń renderowania.

Również w przypadku *Energy2D* również wykorzystywany jest rendering takiej płaszczyzny. Do przechowywania jej własności wykorzystane zostały bufor wierzchołków (ang. vertex buffers) oraz indeksów (ang. index buffers) znajdujące się w pamięci karty graficznej. Dzięki temu, podczas wielokrotnego renderowania tej samej płaszczyzny, nie jest konieczne nieustanne przesyłanie atrybutów wierzchołków do pamięci GPU.

W finalnej implementacji *Energy2D* zostały przygotowane klasy pomocnicze zarządzające geometrią oraz buforami. Jednak najprostszy sposób na stworzenie płaszczyzny pokrywającej cały obszar renderowania oraz umieszczenie jej atrybutów w pamięci karty graficznej zaprezentowany jest poniżej:

```
1 var gl          = getWebGLContext(),
2   vertexBuffer = gl.createBuffer(),
3   indexBuffer  = gl.createBuffer(),
4   vertexData,
5   indexData;
6
7 // Współrzędne wierzchołków.
8 vertexData = new Float32Array([
9   -1, -1,
10    1, -1,
11   -1,  1,
12    1,  1
13 ]);
14 // Transfer do bufora wierzchołków.
15 gl.bindBuffer(gl.ARRAY_BUFFER, vertexBuffer);
16 gl.bufferData(gl.ARRAY_BUFFER, vertexData, gl.STATIC_DRAW);
17 // Indeksy trójkątów płaszczyzny.
18 indexData = new Uint16Array([
19   0, 1, 2,
20   2, 1, 3
```

```
21  });  
22  // Transfer do bufora indeksów.  
23  gl.bindBuffer(gl.ELEMENT_ARRAY_BUFFER, indexBuffer);  
24  gl.bufferData(gl.ELEMENT_ARRAY_BUFFER, indexData, gl.STATIC_DRAW);
```

Listing 4.4: Definicja geometrii płaszczyzny pokrywającej cały obszar renderowania

#### 4.2.6. Wykonywanie kroków algorytmów na GPU

Dysponując skompilowanymi programami wierzchołków oraz fragmentów, danymi symulacji zapisanymi w teksturach dwuwymiarowych oraz niezbędną geometrią, można przejść do faktycznej realizacji kroków algorytmów zapisanych w programach jednostek cieniujących.

W przypadku technologii WebGL narzuca się schemat związany z techniką renderowania do tekstury przy użyciu obiektu bufora ramki (ang. *Frame Buffer Object*). Związanie takiego obiektu z wybraną teksturą, a następnie uaktywnienie przed właściwym renderowaniem, powoduje iż karta graficzna automatycznie kopiuje zawartość bufora ramki do tekstury po zakończonym renderowaniu.

Technika ta ma jednak kilka ograniczeń. Tekstura związana z obiektem bufora ramki (czyli przeznaczona do zapisu) nie może być używana jednocześnie do odczytu wartości. W związku z tym zawsze trzeba używać minimalnie jednej tekstury tymczasowej. Następnie należy kopiować jej zawartość do tekstury docelowej lub podmienić referencje. Oczywiście modyfikacja wyłącznie referencji jest znacznie efektywniejsza przez co i częściej stosowana. Całościowo taki schemat nazywany jest „ping-pong rendering”.

Implementacja w języku *JavaScript* przy użyciu technologii *WebGL* nie odbiega znacząco od implementacji w innych językach przy użyciu „tradycyjnego” API *OpenGL*. Mark Harris zaprezentował najważniejsze aspekty tej techniki w swoich artykułach opublikowanych w serii *GPU Gems* ([Har05] oraz [Har04]).

## 5. Ocena systemu

### 5.1. Realizacja kluczowych wymagań

### 5.2. Ocena dostępności aplikacji dla potencjalnych użytkowników

#### 5.2.1. Wpływ posiadanej konfiguracji sprzętowej i oprogramowania na symulator

### 5.3. Modelowanie wybranych zjawisk fizycznych jako testy jakościowe symulatora

### 5.4. Testy wydajnościowe

#### 5.4.1. Zysk wydajności wynikający z przeniesienia obliczeń na GPU

### 5.5. Wpływ optymalizacji i równoległości na jakość symulacji

### 5.6. Podsumowanie oceny

## 6. Wnioski

### 6.1. Podsumowanie

### 6.2. Dalszy rozwój

# Bibliografia

- [AG09] G. Amador and A. Gomes. Linear Solvers for Stable Fluids: GPU vs CPU. In *Proceedings of the 17th Encontro Português de Computação Gráfica (EPCG'09)*, pages 145–153. Instituto de Telecomunicacoes, Departamento de Informatica, Universidade da Beira Interior, 2009.
- [Har04] Mark J. Harris. Fast Fluid Dynamics Simulation on the GPU. In *GPU Gems*, chapter 38, pages 637–665. Addison-Wesley, 2004.
- [Har05] Mark J. Harris. Mapping Computational Concepts to GPUs. In *GPU Gems 2*, chapter 31, pages 493–508. Addison-Wesley, 2005.
- [MC89] Robert W. MacCormack and Graham V. Candler. The solution of the Navier-Stokes equations using Gauss-Seidel line relaxation. *Computers & Fluids*, 17(1):135–150, 1989.
- [Web11] WebGL 1.0 Specification. <https://www.khronos.org/registry/webgl/specs/1.0/>, 2011.
- [Zuc09] Andrew A. Zucker. Transforming schools with technology. *Independent School*, 2009.