Repetytorium matematyki elementarnej - ćwiczenia 1

dr Piotr Jastrzębski

1 Tematyka

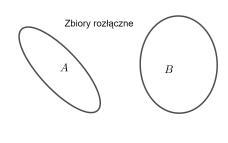
- Sprawy organizacyjne, przestawienie regulaminu zajęć i sylabusa.
- Wybrane zagadnienia rachunku zbiorów.
- Funkcja: dziedzina, zbiór wartości, wykres.

2 Rachunek zbiorów

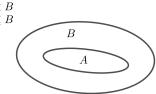
Zbiór jest pojęciem pierwotnym w matematyce, nie ma definicji. Oznaczenia:

- nazwy zbiorów: duże litery A, B, C, \dots
- elementy zbiorów: małe litery a, b, c, \dots
- $\bullet \ a \in A$ element a należy do zbioru A
- $\bullet \ a \not \in A$ element anie należy do zbioru A
- Ø zbiór pusty (zbiór, który nie posiada żadnego elementu)
- Ω przestrzeń (uniwersum)

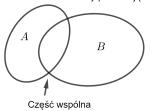
2.1 Relacje



Inkluzja (zawieranie) A jest podzbiorem B $A \subset B$ $A \subseteq B$



Zbiory przecinające się

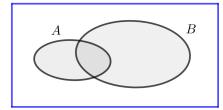


Zbiory równe

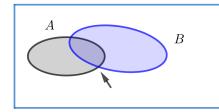


2.2 Działania na zbiorach

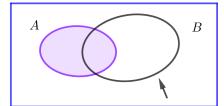
Suma $A \cup B$



Iloczyn $A \cap B$



Różnica $B \setminus A$



Dopełnienie zbioru $A' = \Omega \setminus A$



2.3 Zbiory liczbowe

- $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \ldots\}$ zbiór liczb naturalnych
- $\bullet~\mathbbmss{Z}$ zbiór liczb całkowitych
- Q zbiór liczb wymiernych (czyli takich które możemy przedstawić w postaci ułamka)
- $\bullet \ \mathbb{R}$ zbiór liczb rzeczywistych

2.4 Konwencja oznaczenia przedziałów

- $[a,b] = \{x \mid a \leqslant x \leqslant b\}$
- $\bullet \ [a,b) = \{x \mid a \leqslant x < b\}$
- $(a, b] = \{x \mid a < x \le b\}$
- $(a,b) = \{x \mid a < x < b\}$
- $[a, \infty) = \{x \mid x \geqslant a\}$
- $\bullet \ (a, \infty) = \{x \mid x > a\}$
- $\bullet \ (-\infty, b) = \{x \mid x < b\}$
- $\bullet \ (-\infty, b] = \{x \mid x \leqslant b\}$

3 Funkcja

3.1 Definicja

Funkcja – dla danych dwóch zbiorów X i Y przyporządkowanie każdemu elementowi zbioru X dokładnie jednego elementu zbioru Y.

Oznacza się ją na ogół f, g, h itd.

Jeśli funkcja f przyporządkowuje elementom zbioru X elementy zbioru Y, to zapisujemy to następująco:

$$f\colon X\to Y$$
.

Zbiór X nazywa się dziedziną, a zbiór Y – przeciwdziedziną funkcji f. Zbiór wartości funkcji f oznaczamy przez f(X).

3.2 Przykład

Przykład:

$$f \colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$

$$f(x) = x^2$$

dziedzina funkcji: $X = \mathbb{R}$

przeciwdziedzina funkcji: $Y=\mathbb{R}$

zbi
ór wartości funkcji: $f(\mathbb{R}) = [0, +\infty)$

4 Wykres funkcji

Wykresem funkcji $f\colon X\to Y$ nazywa się zbiór

$$W_f = \{(x,y) \in X \times Y : y = f(x)\}.$$

