



Analiza i wizualizacja danych

Piotr Jastrzębski

2025-04-06

Spis treści

1	Analiza i wizualizacja danych	7
I	Wprowadzenie	8
2	Trochę teorii...	9
2.1	Test racjonalnego myślenia	9
2.2	Analiza danych	9
2.3	Wizualizacja danych	9
2.4	Analiza danych - podstawowe pojęcia	10
2.4.1	Współczesne znaczenia słowa “statystyka”:	10
2.4.2	“Masowość”	10
2.4.3	Podział statystyki	11
2.4.4	Zbiorowość/populacja	11
2.4.5	Jednostka statyczna	11
2.4.6	Cechy statystyczne	11
2.4.7	Skale	13
2.5	Rodzaje badań statystycznych	14
2.6	Etapy badania statystycznego	15
2.7	Analiza danych zastanych	15
2.8	Proces analizy danych	16
2.8.1	Zdefiniowanie wymagań	16
2.8.2	Gromadzenie danych	16
2.8.3	Przetwarzanie danych	17
2.8.4	Właściwa analiza danych	17
2.8.5	Raportowanie i dystrybucja wyników	17
2.9	Skąd brać dane?	17
2.10	Koncepcja “Tidy data”	18
2.10.1	Zasady “czystych danych”	18
2.10.2	Przykłady nieuporządkowanych danych	18
2.11	Parę rad na dobre prezentacje	19
2.11.1	Współczynnik kłamstwa	19
2.11.2	Współczynnik kłamstwa	19
2.12	Bibliografia	20

II NumPy	21
3 NumPy - start	22
3.1 Instalacja pakietu NumPy - opcja łatwiejsza “do przeklikania”	22
3.2 Instalacja pakietu NumPy - opcja terminala	23
3.3 Import biblioteki NumPy	23
3.4 Uruchamianie - tryb “Run” (wykonawczy)	24
3.5 Uruchamianie - tryb “Run in Python Console” (interaktywno-wykonawczy) . .	26
4 Lista a tablica	28
5 Atrybuty tablic ndarray	29
6 Typy danych	31
7 Tworzenie tablic	32
8 Indeksowanie, “krojenie”	41
9 Modyfikacja kształtu i rozmiaru	48
10 Broadcasting	55
11 Funkcje uniwersalne (ufunc)	61
11.1 Podstawowe operacje arytmetyczne	61
11.2 Funkcje trygonometryczne i pochodne	62
11.3 Funkcje wykładnicze i logarytmiczne	62
11.4 Funkcje zaokrąglające i wartości bezwzględne	63
11.5 Funkcje statystyczne i agregujące	63
12 Operacje na stringach	67
12.1 Tworzenie tablic z napisami	67
12.2 Podstawowe funkcje do modyfikacji tekstu	67
12.2.1 <code>numpy.strings.upper</code> i <code>numpy.strings.lower</code>	67
12.2.2 <code>numpy.strings.capitalize</code>	68
12.2.3 <code>numpy.strings.title</code>	68
12.3 Łączenie i rozdzielanie tekstów	69
12.3.1 <code>numpy.strings.add</code>	69
12.3.2 <code>numpy.strings.join</code>	69
12.3.3 <code>numpy.strings.split</code>	69
12.4 Wyszukiwanie i zamiana podciągów	70
12.4.1 <code>numpy.strings.find</code> i <code>numpy.strings.rfind</code>	70
12.4.2 <code>numpy.strings.replace</code>	70

12.5	Usuwanie zbędnych znaków	71
12.5.1	<code>numpy.strings.strip</code> , <code>numpy.strings.lstrip</code> i <code>numpy.strings.rstrip</code>	71
13	Alegbra liniowa	72
13.1	Iloczyn skalarny (<code>dot product</code>)	72
13.2	Mnożenie macierzowe	72
13.3	Mnożenie macierz-wektor	73
13.4	Rozwiązywanie układów równań liniowych	73
13.5	Wyznacznik macierzy	74
13.6	Wartości i wektory własne	74
13.7	Rozkład wartości osobliwych (SVD)	75
13.8	Norma macierzy/wektora	75
13.9	Macierz odwrotna	76
13.10	Funkcja <code>numpy.inner</code> - iloczyn wewnętrzny	77
13.11	Funkcja <code>numpy.outer</code> - iloczyn zewnętrzny	77
13.12	Funkcja <code>numpy.matmul</code> - mnożenie macierzowe	78
14	Filtrowanie zaawansowane	79
14.1	Funkcja <code>nonzero()</code>	79
14.2	Funkcja <code>where()</code>	80
14.3	Funkcje <code>indices()</code> i <code>ix_()</code>	81
14.3.1	<code>indices()</code>	81
14.3.2	<code>ix_()</code>	82
14.4	<code>ogrid</code> i operacje na siatkach	83
14.5	Funkcje <code>ravel_multi_index()</code> i <code>unravel_index()</code>	83
14.6	Indeksy diagonalne	84
14.7	3.1 Funkcja <code>take()</code>	85
14.8	Funkcja <code>choose()</code>	86
14.9	Funkcja <code>compress()</code>	86
14.10	Funkcje <code>diag()</code> i <code>diagonal()</code>	86
14.11	Funkcja <code>select()</code>	87
14.12	Funkcja <code>place()</code>	88
14.13	Funkcja <code>put()</code>	88
14.14	Funkcja <code>put_along_axis()</code>	88
14.15	Funkcja <code>putmask()</code>	89
14.16	Funkcja <code>fill_diagonal()</code>	89
15	Numpy - inne	91
15.1	Stałe	91
15.2	<code>numpy.inf</code>	92
15.3	<code>numpy.nan</code>	93
15.4	<code>numpy.newaxis</code>	93
15.5	Statystyka i agregacja	94

III	Eksploracja danych	96
16	Etapy eksploracji danych	97
IV	Pandas	98
17	Pandas - start	99
17.1	Import:	99
17.2	Podstawowe byty	99
18	Pandas - indeksowanie	105
19	Ładowanie danych	108
19.1	Obsługa plików csv	108
19.2	Obsługa plików z Excela	108
19.3	Obsługa sqllite3	109
20	Pandas - sortowanie	110
21	Pandas - szeregi czasowe	113
22	Pandas - dane tekstowe	117
22.1	Normalizacja	117
22.2	Operacje wektorowe na tekstach	119
23	Pandas - inne	122
23.1	Uzupełnianie braków	122
23.2	Obsługa brakujących danych	123
23.3	Usuwanie duplikatów	124
23.4	Zastępowanie wartościami	125
23.5	Dyskretyzacja i podział na koszyki	126
23.6	Wykrywanie i filtrowanie elementów odstających	128
23.7	Zmiana typu w kolumnie	129
23.8	Zmiana znaku kategoriach	131
23.9	Operacje manipulacyjne	132
V	Analiza struktury danych	154
24	Analiza struktury	155
24.1	Miary położenia	155
24.1.1	Średnia arytmetyczna	155
24.1.2	Dominanta	156
24.1.3	Mediana	157

24.1.4	Kwantyle	158
24.2	Miary zmienności	158
24.2.1	Rozstęp	159
24.2.2	Rozstęp międzykwartyłowy	159
24.2.3	Odchylenie ćwiartkowe	159
24.2.4	Wariancja	160
24.2.5	Odchylenie standardowe	160
24.3	Miary asymetrii	161
24.4	Miary koncentracji	161
24.5	Przyspieszanie działania:	162

1 Analiza i wizualizacja danych

Aktualna wersja dotyczy zajęć realizowanych w roku akademickim 2024/25.

Cześć I

Wprowadzenie

2 Trochę teorii...

2.1 Test racjonalnego myślenia

- Jeśli 5 maszyn w ciągu 5 minut produkuje 5 urządzeń, ile czasu zajmie 100 maszynom zrobienie 100 urządzeń?
- Na stawie rozrasta się kępa lilii wodnych. Codziennie kępa staje się dwukrotnie większa. Jeśli zarośnięcie całego stawu zajmie liliom 48 dni, to ile dni potrzeba, żeby zarosły połowę stawu?
- Kij bejsbolowy i piłka kosztują razem 1 dolar i 10 centów. Kij kosztuje o dolara więcej niż piłka. Ile kosztuje piłka?

2.2 Analiza danych

Analiza danych to proces badania, czyszczenia, przekształcania i modelowania danych w celu odkrywania użytecznych informacji, formułowania wniosków i wspierania podejmowania decyzji. Jest to wieloetapowy proces, który obejmuje:

- Zbieranie danych z różnych źródeł
- Czyszczenie danych poprzez usuwanie błędów, braków i niespójności
- Eksplorację danych w celu zrozumienia ich struktury i cech charakterystycznych
- Przekształcanie danych do odpowiedniego formatu
- Stosowanie metod statystycznych i algorytmów uczenia maszynowego
- Interpretację wyników w kontekście konkretnego problemu biznesowego lub naukowego

Analiza danych znajduje zastosowanie w niemal każdej dziedzinie, od biznesu i finansów po nauki społeczne, medycynę i badania naukowe. Celem analizy danych jest przekształcenie surowych danych w wiedzę, która może być wykorzystana do podejmowania lepszych decyzji.

2.3 Wizualizacja danych

Wizualizacja danych to graficzna reprezentacja informacji i danych. Wykorzystuje elementy wizualne, takie jak wykresy, mapy i dashboardy, aby przedstawić relacje między danymi w sposób, który jest łatwy do zrozumienia i interpretacji. Dobra wizualizacja danych:

- Przedstawia złożone informacje w przystępny i intuicyjny sposób
- Ujawnia wzorce, trendy i odstępstwa, które mogą być trudne do zauważenia w surowych danych
- Wspiera proces analizy danych poprzez umożliwienie szybkiego przeglądania dużych zbiorów danych
- Ułatwia komunikację wyników analiz do różnych odbiorców, w tym osób nietechnicznych
- Pomaga opowiadać historie zawarte w danych (data storytelling)

Do najpopularniejszych typów wizualizacji danych należą wykresy słupkowe, liniowe, kołowe, mapy cieplne, drzewa hierarchiczne, chmury słów oraz interaktywne dashboards. Wybór odpowiedniej formy wizualizacji zależy od typu danych, celu prezentacji oraz docelowej grupy odbiorców.

Wizualizacja danych jest kluczowym elementem procesu analizy danych, ponieważ pozwala na szybkie wyciąganie wniosków i podejmowanie decyzji na podstawie danych. Jest mostem między złożonymi danymi a ludzkim zrozumieniem.

2.4 Analiza danych - podstawowe pojęcia

2.4.1 Współczesne znaczenia słowa “statystyka”:

- zbiór danych liczbowych pokazujący kształtowanie procesów i zjawisk np. statystyka ludności.
- wszelkie czynności związane z gromadzeniem i opracowywaniem danych liczbowych np. statystyka pewnego problemu dokonywana przez GUS.
- charakterystyki liczbowe np. statystyki próby np. średnia arytmetyczna, odchylenie standardowe itp.
- dyscyplina naukowa - nauka o metodach badania zjawisk masowych.

2.4.2 “Masowość”

Zjawiska/procesy masowe - badaniu podlega duża liczba jednostek. Dzielą się na:

- gospodarcze (np. produkcja, konsumpcja, usługi reklama),
- społeczne (np. wypadki drogowe, poglądy polityczne),
- demograficzne (np. urodzenia, starzenie, migracje).

2.4.3 Podział statystyki

Statystyka - dyscyplina naukowa - podział:

- statystyka opisowa - zajmuje się sprawami związanymi z gromadzeniem, prezentacją, analizą i interpretacją danych liczbowych. Obserwacja obejmuje całą badaną zbiorowość.
- statystyka matematyczna - uogólnienie wyników badania części zbiorowości (próby) na całą zbiorowość.

2.4.4 Zbiorowość/populacja

Zbiorowość statystyczna, populacja statystyczna: zbiór obiektów podlegających badaniu statystycznemu. Tworzą je jednostki podobne do siebie, logicznie powiązane, lecz nie identyczne. Mają pewne cechy wspólne oraz pewne właściwości pozwalające je różnicować.

- przykłady:
 - badanie wzrostu Polaków - mieszkańcy Polski
 - poziom nauczania w szkołach woj. warmińsko-mazurskiego - szkoły woj. warmińsko-mazurskiego.
- podział:
 - zbiorowość/populacja generalna - obejmuje całość,
 - zbiorowość/populacja próbna (próba) - obejmuje część populacji.

2.4.5 Jednostka statyczna

Jednostka statyczna: każdy z elementów zbiorowości statystycznej.

- przykłady:
 - studenci UWM - student UWM
 - mieszkańcy Polski - każda osoba mieszkająca w Polsce
 - maszyny produkowane w fabryce - każda maszyna

2.4.6 Cechy statystyczne

Cechy statystyczne

- właściwości charakteryzujące jednostki statystyczne w danej zbiorowości statystycznej.
- dzielimy je na stałe i zmienne.

Cechy stałe

- takie właściwości, które są wspólne wszystkim jednostkom danej zbiorowości statystycznej.
- podział:
 - rzeczowe - kto lub co jest przedmiotem badania statystycznego,
 - czasowe - kiedy zostało przeprowadzone badanie lub jakiego okresu czasu dotyczy badanie,
 - przestrzenne - jakiego terytorium (miejsce lub obszar) dotyczy badanie.
- przykład: studenci WMiI UWM w Olsztynie w roku akad. 2017/2018:
 - cecha rzeczowa: posiadanie legitymacji studenckiej,
 - cecha czasowa - studenci studiujący w roku akad. 2017/2018
 - cecha przestrzenna - miejsce: WMiI UWM w Olsztynie.

Cechy zmienne

- właściwości różnicujące jednostki statystyczne w danej zbiorowości.
- przykład: studenci UWM - cechy zmienne: wiek, płeć, rodzaj ukończonej szkoły średniej, kolor oczu, wzrost.

Ważne:

- obserwacji podlegają tylko cechy zmienne,
- cecha stała w jednej zbiorowości może być cechą zmienną w innej zbiorowości.

Przykład: studenci UWM mają legitymację wydaną przez UWM. Studenci wszystkich uczelni w Polsce mają legitymacje wydane przez różne szkoły.

Podział cech zmiennych:

- cechy mierzalne (ilościowe) - można je wyrazić liczbą wraz z określoną jednostką miary.
- cechy niemierzalne (jakościowe) - określane słownie, reprezentują pewne kategorie.

Przykład: zbiorowość studentów. Cechy mierzalne: wiek, waga, wzrost, liczba nieobecności. Cechy niemierzalne: płeć, kolor oczu, kierunek studiów.

Często ze względów praktycznych cechom niemierzalnym przypisywane są kody liczbowe. Nie należy ich jednak mylić z cechami mierzalnymi. Np. 1 - wykształcenie podstawowe, 2 - wykształcenie zasadnicze, itd...

Podział cech mierzalnych:

- ciągle - mogące przybrać każdą wartość z określonego przedziału, np. wzrost, wiek, powierzchnia mieszkania.
- skokowe - mogące przyjmować konkretne (dyskretne) wartości liczbowe bez wartości pośrednich np. liczba osób w gospodarstwie domowych, liczba osób zatrudnionych w danej firmie.

Cechy skokowe zazwyczaj mają wartości całkowite choć nie zawsze jest to wymagane np. liczba etatów w firmie (z uwzględnieniem części etatów).

2.4.7 Skale

Skala pomiarowa

- to system, pozwalający w pewien sposób usystematyzować wyniki pomiarów statystycznych.
- podział:
 - skala nominalna,
 - skala porządkowa,
 - skala przedziałowa (interwałowa),
 - skala ilorazowa (stosunkowa).

Skala nominalna

- skala, w której klasyfikujemy jednostkę statystyczną do określonej kategorii.
- wartość w tej skali nie ma żadnego uporządkowania.
- przykład:

Religia	Kod
Chrześcijaństwo	1
Islam	2
Buddyzm	3

Skala porządkowa

- wartości mają jasno określony porządek, ale nie są dane odległości między nimi,
- pozwala na uszeregowanie elementów.
- przykłady:

Wykształcenie	Kod
Podstawowe	1
Średnie	2
Wyższe	3

Dochód	Kod
Niski	1
Średni	2
Wysoki	3

Skala przedziałowa (interwałowa)

- wartości cechy wyrażone są poprzez konkretne wartości liczbowe,
- pozwala na porównywanie jednostek (coś jest większe lub mniejsze),
- nie możliwe jest badanie ilorazów (określenie ile razy dana wartość jest większa lub mniejsza od drugiej).
- przykład:

Miasto	Temperatura w $^{\circ}C$	Temperatura w $^{\circ}F$
Warszawa	15	59
Olsztyn	10	50
Gdańsk	5	41
Szczecin	20	68

Skala ilorazowa (stosunkowa)

- wartości wyrażone są przez wartości liczbowe,
- możliwe określenie jest relacji mniejsza lub większa między wartościami,
- możliwe jest określenie stosunku (ilorazu) między wartościami,
- występuje zero absolutne.
- przykład:

Produkt	Cena w zł
Chleb	3
Masło	8
Gruszki	5

2.5 Rodzaje badań statystycznych

- badanie pełne - obejmują wszystkie jednostki zbiorowości statystycznej.
 - spis statystyczny,
 - rejestracja bieżąca,

- sprawozdawczość statystyczna.
- badania częściowe - obserwowana jest część populacji. Przeprowadza się wtedy gdy badanie pełne jest niecelowe lub niemożliwe.
 - metoda monograficzna,
 - metoda reprezentacyjna.

2.6 Etapy badania statystycznego

- projektowanie i organizacja badania: ustalenie celu, podmiotu, przedmiotu, zakresu, źródła i czasu trwania badania;
- obserwacja statystyczna;
- opracowanie materiału statystycznego: kontrola materiału statystycznego, grupowanie uzyskanych danych, prezentacja wyników danych;
- analiza statystyczna.

2.7 Analiza danych zastanych

Analiza danych zastanych – proces przetwarzania danych w celu uzyskania na ich podstawie użytecznych informacji i wniosków. W zależności od rodzaju danych i stawianych problemów, może to oznaczać użycie metod statystycznych, eksploracyjnych i innych.

Korzystanie z danych zastanych jest przykładem badań niereaktywnych - metod badań zachowań społecznych, które nie wpływają na te zachowania. Dane takie to: dokumenty, archiwa, sprawozdania, kroniki, spisy ludności, księgi parafialne, dzienniki, pamiętniki, blogi internetowe, audio-pamiętniki, archiwa historii mówionej i inne. (Wikipedia)

Dane zastane możemy podzielić ze względu na (Makowska red. 2013):

- Charakter: Ilościowe, Jakościowe
- Formę: Dane opracowane, Dane surowe
- Sposób powstania: Pierwotne, Wtórne
- Dynamikę: Ciągła rejestracja zdarzeń, Rejestracja w interwałach czasowych, Rejestracja jednorazowa
- Poziom obiektywizmu: Obiektywne, Subiektywne
- Źródła pochodzenia: Dane publiczne, Dane prywatne

Analiza danych to proces polegający na sprawdzaniu, porządkowaniu, przekształcaniu i modelowaniu danych w celu zdobycia użytecznych informacji, wypracowania wniosków i wspierania procesu decyzyjnego. Analiza danych ma wiele aspektów i podejść, obejmujących różne techniki pod różnymi nazwami, w różnych obszarach biznesowych, naukowych i społecznych.

Praktyczne podejście do definiowania danych polega na tym, że dane to liczby, znaki, obrazy lub inne metody zapisu, w formie, którą można ocenić w celu określenia lub podjęcia decyzji o konkretnym działaniu. Wiele osób uważa, że dane same w sobie nie mają znaczenia – dopiero dane przetworzone i zinterpretowane stają się informacją.

2.8 Proces analizy danych

Analiza odnosi się do rozbicia całości posiadanych informacji na jej odrębne komponenty w celu indywidualnego badania. Analiza danych to proces uzyskiwania nieprzetworzonych danych i przekształcania ich w informacje przydatne do podejmowania decyzji przez użytkowników. Dane są zbierane i analizowane, aby odpowiadać na pytania, testować hipotezy lub obalać teorie. Istnieje kilka faz, które można wyszczególnić w procesie analizy danych. Fazy są iteracyjne, ponieważ informacje zwrotne z faz kolejnych mogą spowodować dodatkową pracę w fazach wcześniejszych.

2.8.1 Zdefiniowanie wymagań

Przed przystąpieniem do analizy danych, należy dokładnie określić wymagania jakościowe dotyczące danych. Dane wejściowe, które mają być przedmiotem analizy, są określone na podstawie wymagań osób kierujących analizą lub klientów (którzy będą używać finalnego produktu analizy). Ogólny typ jednostki, na podstawie której dane będą zbierane, jest określany jako jednostka eksperymentalna (np. osoba lub populacja ludzi. Dane mogą być liczbowe lub kategoryczne (tj. Etykiety tekstowe). Faza definiowania wymagań powinna dać odpowiedź na 2 zasadnicze pytania:

- co chcemy zmierzyć?
- w jaki sposób chcemy to zmierzyć?

2.8.2 Gromadzenie danych

Dane są gromadzone z różnych źródeł. Wymogi, co do rodzaju i jakości danych mogą być przekazywane przez analityków do “opiekunów danych”, takich jak personel technologii informacyjnych w organizacji. Dane ponadto mogą być również gromadzone automatycznie z różnego rodzaju czujników znajdujących się w otoczeniu - takich jak kamery drogowe, satelity, urządzenia rejestrujące obraz, dźwięk oraz parametry fizyczne. Kolejną metodą jest również pozyskiwanie danych w drodze wywiadów, gromadzenie ze źródeł internetowych lub bezpośrednio z dokumentacji.

2.8.3 Przetwarzanie danych

Zgromadzone dane muszą zostać przetworzone lub zorganizowane w sposób logiczny do analizy. Na przykład, mogą one zostać umieszczone w tabelach w celu dalszej analizy - w arkuszu kalkulacyjnym lub innym oprogramowaniu. Oczyszczanie danych Po fazie przetworzenia i uporządkowania, dane mogą być niekompletne, zawierać duplikaty lub zawierać błędy. Konieczność czyszczenia danych wynika z problemów związanych z wprowadzaniem i przechowywaniem danych. Czyszczenie danych to proces zapobiegania powstawaniu i korygowania wykrytych błędów. Typowe zadania obejmują dopasowywanie rekordów, identyfikowanie nieścisłości, ogólny przegląd jakości istniejących danych, usuwanie duplikatów i segmentację kolumn. Niezwykle istotne jest też zwracanie uwagi na dane których wartości są powyżej lub poniżej ustalonych wcześniej progów (ekstrema).

2.8.4 Właściwa analiza danych

Istnieje kilka metod, które można wykorzystać do tego celu, na przykład data mining, business intelligence, wizualizacja danych lub badania eksploracyjne. Ta ostatnia metoda jest sposobem analizowania zbiorów informacji w celu określenia ich odrębnych cech. W ten sposób dane mogą zostać wykorzystane do przetestowania pierwotnej hipotezy. Statystyki opisowe to kolejna metoda analizy zebranych informacji. Dane są badane, aby znaleźć najważniejsze ich cechy. W statystykach opisowych analitycy używają kilku podstawowych narzędzi - można użyć średniej lub średniej z zestawu liczb. Pomaga to określić ogólny trend aczkolwiek nie zapewnia to dużej dokładności przy ocenie ogólnego obrazu zebranych danych. W tej fazie ma miejsce również modelowanie i tworzenie formuł matematycznych - stosowane są w celu identyfikacji zależności między zmiennymi, takich jak korelacja lub przyczynowość.

2.8.5 Raportowanie i dystrybucja wyników

Ta faza polega na ustaleniu w jakiej formie przekazywać wyniki. Analityk może rozważyć różne techniki wizualizacji danych, aby w sposób wyraźnym i skuteczny przekazać wnioski z analizy odbiorcom. Wizualizacja danych wykorzystuje formy graficzne jak wykresy i tabele. Tabele są przydatne dla użytkownika, który może wyszukiwać konkretne rekordy, podczas gdy wykresy (np. wykresy słupkowe lub liniowe) dają spojrzenie ilościowych na zbiór analizowanych danych.

2.9 Skąd brać dane?

Darmowa repozytoria danych:

- Bank danych lokalnych GUS - [link](#)

- Otwarte dane - [link](#)
- Bank Światowy - [link](#)

2.10 Koncepcja “Tidy data”

Koncepcja czyszczenia danych (ang. tidy data):

- WICKHAM, Hadley . Tidy Data. Journal of Statistical Software, [S.l.], v. 59, Issue 10, p. 1 - 23, sep. 2014. ISSN 1548-7660. Date accessed: 25 oct. 2018. doi:<http://dx.doi.org/10.18637/jss.v059.i10>.

2.10.1 Zasady “czystych danych”

Idealne dane są zaprezentowane w tabeli:

Imię	Wiek	Wzrost	Kolor oczu
Adam	26	167	Brązowe
Sylwia	34	164	Piwne
Tomasz	42	183	Niebieskie

Na co powinniśmy zwrócić uwagę?

- jedna obserwacja (jednostka statystyczna) = jeden wiersz w tabeli/macierzy/ramce danych
- wartości danej cechy znajdują się w kolumnach
- jeden typ/rodzaj obserwacji w jednej tabeli/macierzy/ramce danych

2.10.2 Przykłady nieuporządkowanych danych

Imię	Wiek	Wzrost	Brązowe	Niebieskie	Piwne
Adam	26	167	1	0	0
Sylwia	34	164	0	0	1
Tomasz	42	183	0	1	0

Nagłówki kolumn muszą odpowiadać cechom, a nie wartościom zmiennych.

2.11 Parę rad na dobre prezentacje

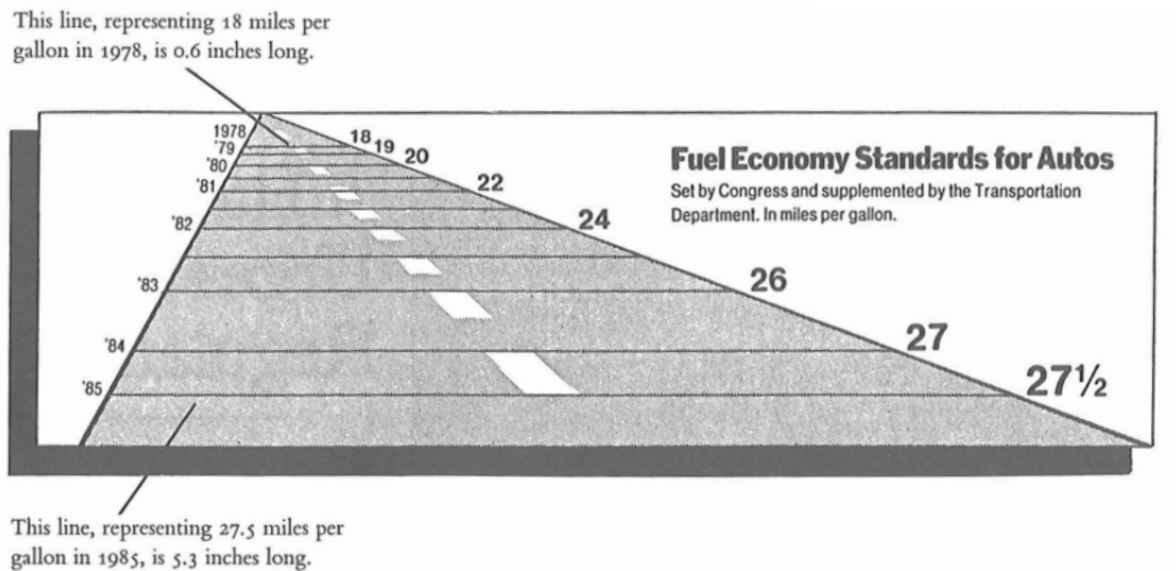
Edward Tufte, prof z Yale

1. Prezentuj dane “na bogato”.
2. Nie ukrywaj danych, pokazuj prawdę.
3. Nie używaj wykresów śmieciowych.
4. Pokazuj zmienność danych, a nie projektuj jej.
5. Wykres ma posiadać jak najmniejszy współczynnik kłamstwa (lie-factor).
6. Powerpoint to zło!

2.11.1 Współczynnik kłamstwa

- stosunek efektu widocznego na wykresie do efektu wykazywanego przez dane, na podstawie których ten wykres narysowaliśmy.

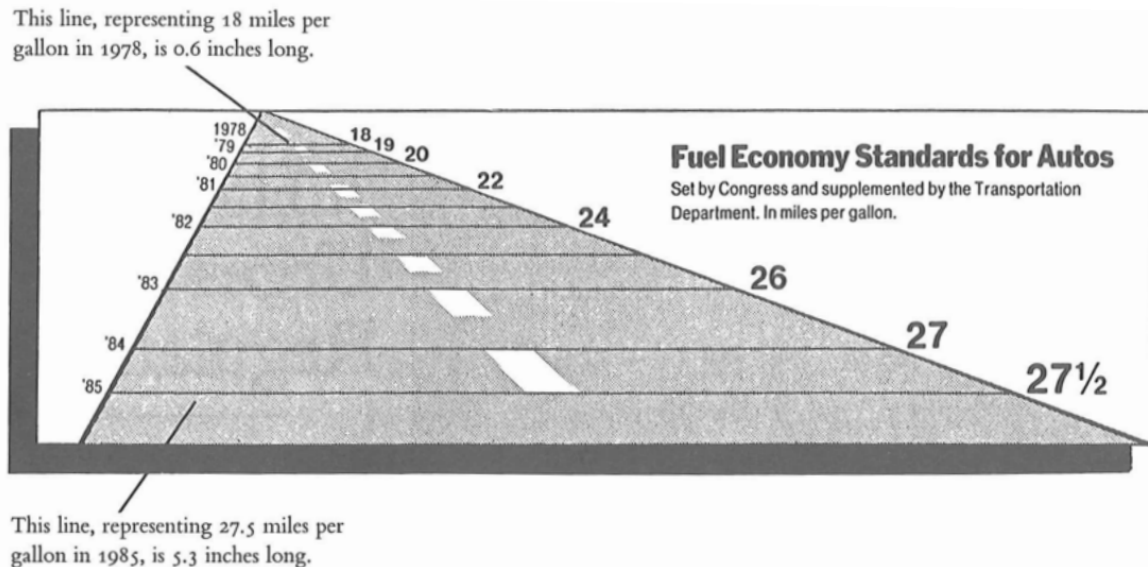
2.11.2 Współczynnik kłamstwa



[Tufte, 1991] Edward Tufte, The Visual Display of Quantitative Information, Second Edition, Graphics Press, USA, 1991, p. 57 – 69.

$$\text{LieFactor} = \frac{\text{rozmiar efektu widocznego na wykresie}}{\text{rozmiar efektu wynikającego z danych}}$$

$$\text{rozmiar efektu} = \frac{|\text{druga wartość} - \text{pierwsza wartość}|}{\text{pierwsza wartość}}$$



$$\text{LieFactor} = \frac{\frac{5.3 - 0.6}{0.6}}{\frac{27.5 - 18}{18}} \approx 14.8$$

2.12 Bibliografia

- <https://pl.wikipedia.org/wiki/Wizualizacja>
- https://mfiles.pl/pl/index.php/Analiza_danych, dostęp online 1.04.2019.
- Walesiak M., Gatnar E., Statystyczna analiza danych z wykorzystaniem programu R, PWN, Warszawa, 2009.
- Wasilewska E., Statystyka opisowa od podstaw, Podręcznik z zadaniami, Wydawnictwo SGGW, Warszawa, 2009.
- https://en.wikipedia.org/wiki/Cognitive_reflection_test, dostęp online 20.03.2023.
- <https://qlikblog.pl/edward-tufte-dobre-praktyki-prezentacji-danych/>, dostęp online 20.03.2023.

Cześć II

NumPy

3 NumPy - start

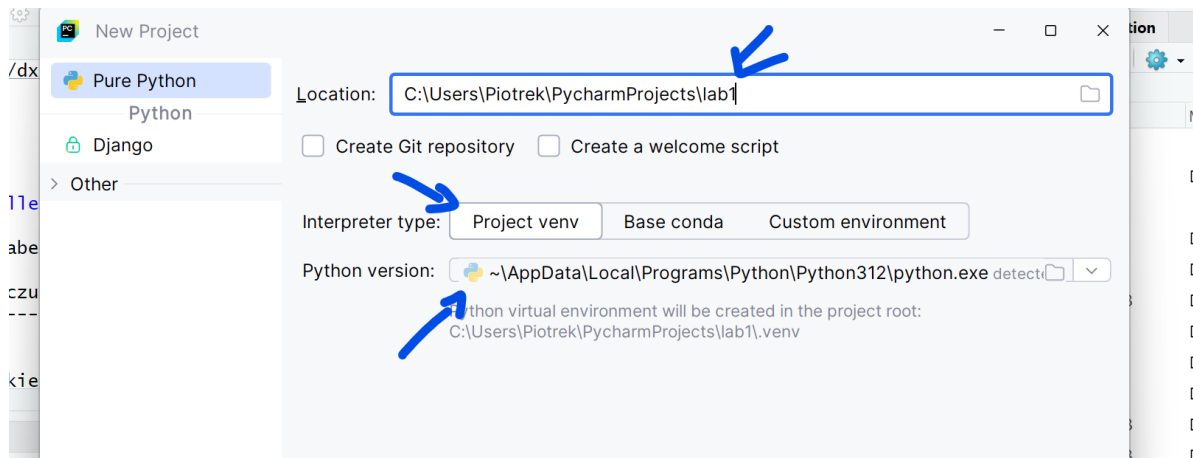
NumPy jest biblioteką Pythona służącą do obliczeń naukowych.

Zastosowania:

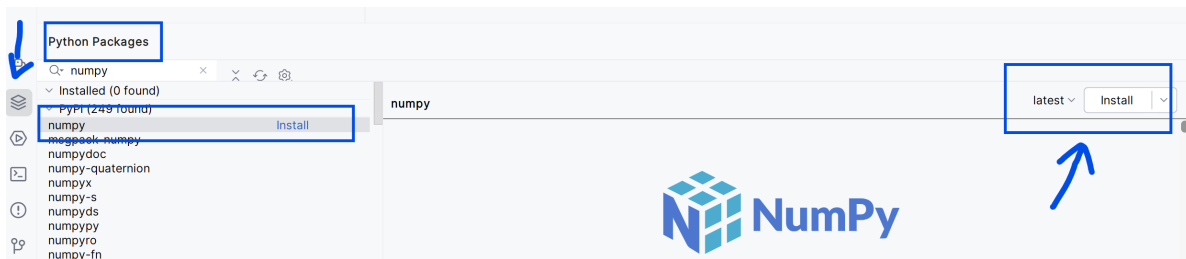
- algebra liniowa
- zaawansowane obliczenia matematyczne (numeryczne)
- całkowania
- rozwiązywanie równań
- ...

3.1 Instalacja pakietu NumPy - opcja łatwiejsza “do przeklikania”

- Tworzy projekt w PyCharm z venv - wersja 3.12.



- Za pomocą zakładki po lewej stronie na dole wyszukujemy pakiet i wybieramy instalację



3.2 Instalacja pakietu NumPy - opcja terminala

Komenda dla terminala:

```
python -m pip install numpy
```

```
python -m pip install numpy==2.2.0
```

3.3 Import biblioteki NumPy

```
import numpy as np
```

Podstawowym bytem w bibliotece NumPy jest N-wymiarowa tablica zwana `ndarray`. Każdy element na tablicy traktowany jest jako typ `dtype`.

```
numpy.array(object, dtype=None, *, copy=True, order='K', subok=False, ndmin=0, like=None)
```

- `object` - to co ma być wrzucone do tablicy
- `dtype` - typ
- `copy` - czy obiekty mają być skopiowane, domyślne `True`
- `order` - sposób układania: C (rzędy), F (kolumny), A, K
- `subok` - realizowane przez podklasy (jeśli `True`), domyślnie `False`
- `ndmin` - minimalny rozmiar (wymiar) tablicy
- `like` - tworzenie na podstawie tablic referencyjnej

```
import numpy as np
```

```
a = np.array([1, 2, 3])  
print("a:", a)
```

①

```

print("typ a:", type(a)) ②
b = np.array([1, 2, 3.0]) ③
print("b:", b)
c = np.array([[1, 2], [3, 4]]) ④
print("c:", c)
d = np.array([1, 2, 3], ndmin=2) ⑤
print("d:", d)
e = np.array([1, 2, 3], dtype=complex) ⑥
print("e:", e)
f = np.array(np.asmatrix('1 2; 3 4')) ⑦
print("f:", f)
g = np.array(np.asmatrix('1 2; 3 4'), subok=True) ⑧
print("g:", g)
print(type(g))

```

- ① Standardowe domyślne.
- ② Sprawdzenie typu.
- ③ Jeden z elementów jest innego typu. Tu następuje zatem rozszerzenie do typu “największego”.
- ④ Tu otrzymamy tablicę 2x2.
- ⑤ W tej linii otrzymana będzie tablica 2x1.
- ⑥ Ustalenie innego typu - większego.
- ⑦ Skorzystanie z podtypu macierzowego.
- ⑧ Zachowanie typu macierzowego.

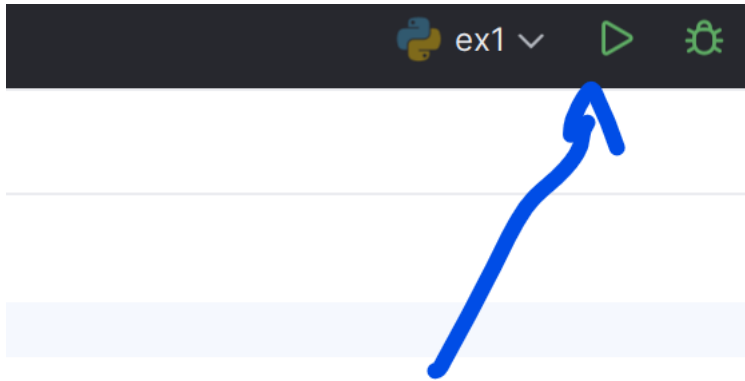
```

a: [1 2 3]
typ a: <class 'numpy.ndarray'>
b: [1. 2. 3.]
c: [[1 2]
     [3 4]]
d: [[1 2 3]]
e: [1.+0.j 2.+0.j 3.+0.j]
f: [[1 2]
     [3 4]]
g: [[1 2]
     [3 4]]
<class 'numpy.matrix'>

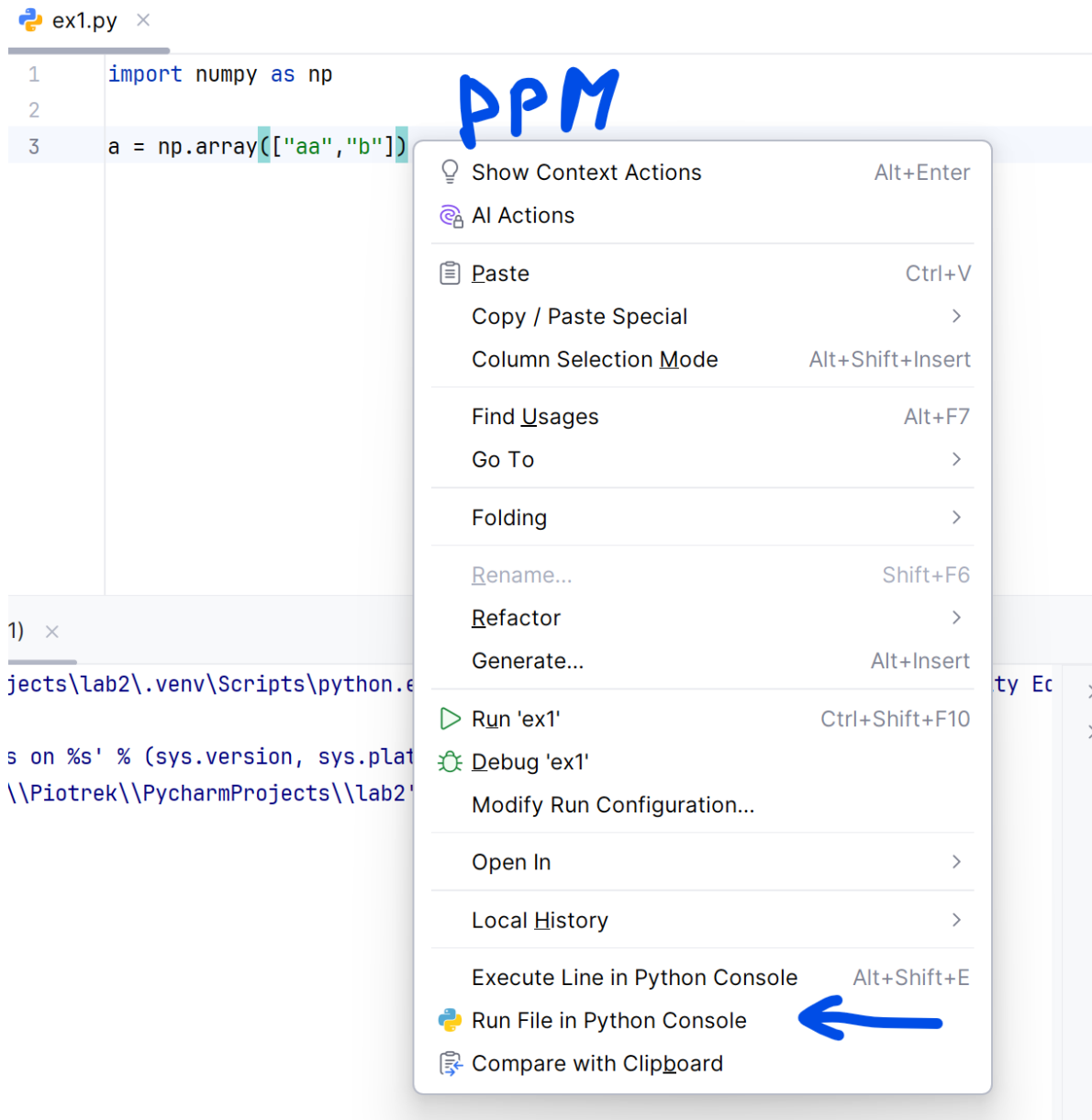
```

3.4 Uruchamianie - tryb “Run” (wykonawczy)

Run - zielona strzałka u góry.



3.5 Uruchamianie - tryb "Run in Python Console" (interaktywno-wykonawczy)



Ćwiczenie (`ex1.py`):

1. Stwórz proste tablice:

- $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 7 \\ 6 & -3 & -3 \end{bmatrix}$
- $[6 \ 8 \ 9 \ -3]$
- $\begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ -3 \\ -7 \end{bmatrix}$
- $[bb \ cc \ ww \ 44]$

4 Lista a tablica

```
import numpy as np
import time

start_time = time.time()
my_arr = np.arange(1000000)
my_list = list(range(1000000))
start_time = time.time()
my_arr2 = my_arr * 2
print("--- %s seconds ---" % (time.time() - start_time))
start_time = time.time()
my_list2 = [x * 2 for x in my_list]
print("--- %s seconds ---" % (time.time() - start_time))
```

```
--- 0.0016033649444580078 seconds ---
--- 0.03212881088256836 seconds ---
```

5 Atrybuty tablic ndarray

Atrybut	Opis
shape	krotka z informacją o liczbie elementów dla każdego z wymiarów
size	liczba elementów w tablicy (łącznie)
ndim	liczba wymiarów tablicy
nbytes	liczba bajtów jaką tablica zajmuje w pamięci
dtype	typ danych

```
import numpy as np

tab1 = np.array([2, -3, 4, -8, 1])
print("typ:", type(tab1))
print("shape:", tab1.shape)
print("size:", tab1.size)
print("ndim:", tab1.ndim)
print("nbytes:", tab1.nbytes)
print("dtype:", tab1.dtype)
```

```
typ: <class 'numpy.ndarray'>
shape: (5,)
size: 5
ndim: 1
nbytes: 40
dtype: int64
```

```
import numpy as np

tab2 = np.array([[2, -3], [4, -8]])
print("typ:", type(tab2))
print("shape:", tab2.shape)
print("size:", tab2.size)
print("ndim:", tab2.ndim)
```

```
print("nbytes:", tab2.nbytes)
print("dtype:", tab2.dtype)
```

```
typ: <class 'numpy.ndarray'>
shape: (2, 2)
size: 4
ndim: 2
nbytes: 32
dtype: int64
```

NumPy nie wspiera postrzępionych tablic! Poniższy kod wygeneruje błąd:

```
import numpy as np

tab3 = np.array([[2, -3], [4, -8, 5], [3]])
```

Ćwiczenia: (ex2.py)

Utwórz tablice numpy:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 7 & 8 \\ 9 & 10 \\ 11 & 12 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1.1 & 2.2 & 3.3 \\ 4.4 & 5.5 & 6.6 \end{bmatrix}$$

i sprawdź ich parametry.

6 Typy danych

Typy całkowitoliczbowe	int,int8,int16,int32,int64
Typy całkowitoliczbowe (bez znaku)	uint,uint8,uint16,uint32,uint64
Typ logiczny	bool
Typy zmiennoprzecinkowe	float, float16, float32, float64, float128
Typy zmiennoprzecinkowe zespolone	complex, complex64, complex128, complex256
Napis	str

```
import numpy as np

tab = np.array([[2, -3], [4, -8]])
print(tab)
tab2 = np.array([[2, -3], [4, -8]], dtype=int)
print(tab2)
tab3 = np.array([[2, -3], [4, -8]], dtype=float)
print(tab3)
tab4 = np.array([[2, -3], [4, -8]], dtype=complex)
print(tab4)
```

```
[[ 2 -3]
 [ 4 -8]]
[[ 2 -3]
 [ 4 -8]]
[[ 2. -3.]
 [ 4. -8.]]
[[ 2.+0.j -3.+0.j]
 [ 4.+0.j -8.+0.j]]
```

7 Tworzenie tablic

`np.array` - argumenty rzutowany na tablicę (coś po czym można iterować) - warto sprawdzić rozmiar/kształt

```
import numpy as np

tab = np.array([2, -3, 4])
print(tab)
print("size:", tab.size)
tab2 = np.array((4, -3, 3, 2))
print(tab2)
print("size:", tab2.size)
tab3 = np.array({3, 3, 2, 5, 2})
print(tab3)
print("size:", tab3.size)
tab4 = np.array({"pl": 344, "en": 22})
print(tab4)
print("size:", tab4.size)
```

```
[ 2 -3  4]
size: 3
[ 4 -3  3  2]
size: 4
{2, 3, 5}
size: 1
{'pl': 344, 'en': 22}
size: 1
```

`np.zeros` - tworzy tablicę wypełnioną zerami

```
import numpy as np

tab = np.zeros(4)
print(tab)
print(tab.shape)
```



```

tab2 = np.zeros([2, 3])
print(tab2)
print(tab2.shape)
tab3 = np.zeros([2, 3, 4])
print(tab3)
print(tab3.shape)

```

```

[0. 0. 0. 0.]
(4,)
[[0. 0. 0.]
 [0. 0. 0.]]
(2, 3)
[[[0. 0. 0. 0.]
   [0. 0. 0. 0.]
   [0. 0. 0. 0.]]
  [0. 0. 0. 0.]
  [0. 0. 0. 0.]]
(2, 3, 4)

```

`np.ones` - tworzy tablicę wypełnioną jedynkami (to nie odpowiednik macierzy jednostkowej!)

```

import numpy as np

tab = np.ones(4)
print(tab)
print(tab.shape)
tab2 = np.ones([2, 3])
print(tab2)
print(tab2.shape)
tab3 = np.ones([2, 3, 4])
print(tab3)
print(tab3.shape)

```

```

[1. 1. 1. 1.]
(4,)
[[1. 1. 1.]
 [1. 1. 1.]]
(2, 3)
[[[1. 1. 1. 1.]
   [1. 1. 1. 1.]
   [1. 1. 1. 1.]]
  [1. 1. 1. 1.]
  [1. 1. 1. 1.]]
(2, 3, 4)

```

```

[1. 1. 1. 1.]
[1. 1. 1. 1.]]

[[1. 1. 1. 1.]
 [1. 1. 1. 1.]
 [1. 1. 1. 1.]]]
(2, 3, 4)

```

`np.diag` - tworzy tablicę odpowiadającą macierzy diagonalnej

```

import numpy as np

print("tab0")
tab0 = np.diag([3, 4, 5])
print(tab0)
print("tab1")
tab1 = np.array([[2, 3, 4], [3, -4, 5], [3, 4, -5]])
print(tab1)
tab2 = np.diag(tab1)
print("tab2")
print(tab2)
tab3 = np.diag(tab1, k=1)
print("tab3")
print(tab3)
print("tab4")
tab4 = np.diag(tab1, k=-2)
print(tab4)
print("tab5")
tab5 = np.diag(np.diag(tab1))
print(tab5)

```

```

tab0
[[3 0 0]
 [0 4 0]
 [0 0 5]]
tab1
[[ 2  3  4]
 [ 3 -4  5]
 [ 3  4 -5]]
tab2
[ 2 -4 -5]
tab3

```

```
[3 5]
tab4
[3]
tab5
[[ 2  0  0]
 [ 0 -4  0]
 [ 0  0 -5]]
```

`np.arange` - tablica wypełniona równomiernymi wartościami

Składnia: `numpy.arange([start,]stop, [step,]dtype=None)`

Zasada działania jest podobna jak w funkcji `range`, ale dopuszczamy liczby “z ułamkiem”.

```
import numpy as np

a = np.arange(3)
print(a)
b = np.arange(3.0)
print(b)
c = np.arange(3, 7)
print(c)
d = np.arange(3, 11, 2)
print(d)
e = np.arange(0, 1, 0.1)
print(e)
f = np.arange(3, 11, 2, dtype=float)
print(f)
g = np.arange(3, 10, 2)
print(g)
```

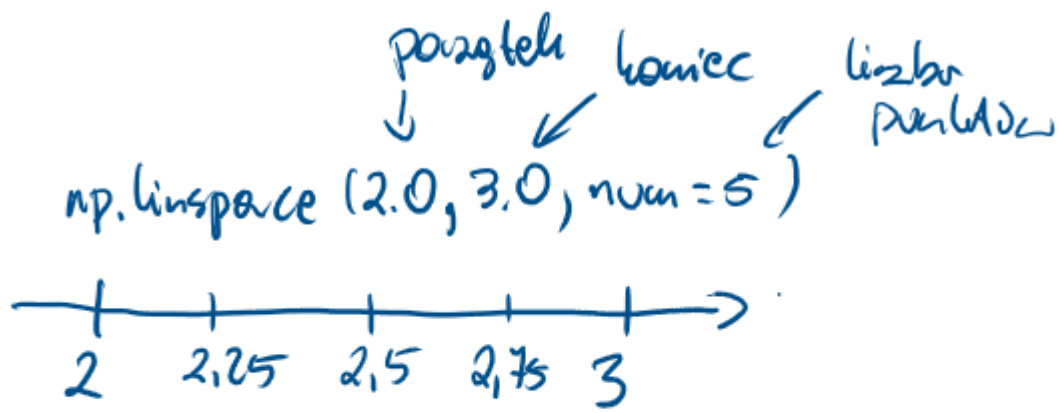
```
[0 1 2]
[0. 1. 2.]
[3 4 5 6]
[3 5 7 9]
[0.  0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9]
[3. 5. 7. 9.]
[3 5 7 9]
```

`np.linspace` - tablica wypełniona równomiernymi wartościami wg skali liniowej

```
import numpy as np

a = np.linspace(2.0, 3.0, num=5)
print(a)
b = np.linspace(2.0, 3.0, num=5, endpoint=False)
print(b)
c = np.linspace(10, 20, num=4)
print(c)
d = np.linspace(10, 20, num=4, dtype=int)
print(d)
```

```
[2.   2.25 2.5   2.75 3.   ]
[2.   2.2 2.4 2.6 2.8]
[10.          13.33333333 16.66666667 20.          ]
[10 13 16 20]
```



Wzrost: odcinek jest dzielony
na **num-1** części!

`endpoint = False`

- wyłącza ostatni punkt
(z prawej strony)

Wtedy podział odbywa się
na **num** części.

`dtype` ← ustala typ

zwykle używa się `int`
(wyniki mają uciętą część
ułamkową)

`np.logspace` - tablica wypełniona wartościami wg skali logarytmicznej

Składnia: `numpy.logspace(start, stop, num=50, endpoint=True, base=10.0, dtype=None,`

axis=0)

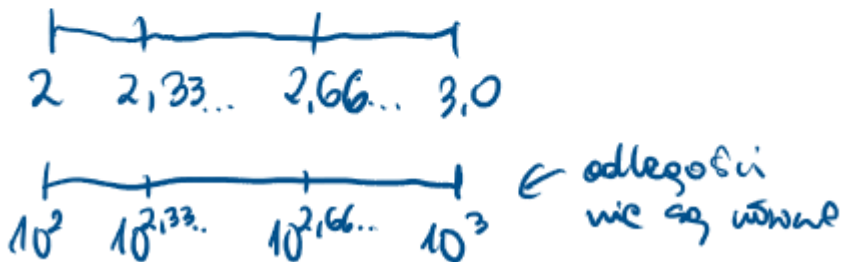
```
import numpy as np

a = np.logspace(2.0, 3.0, num=4)
print(a)
b = np.logspace(2.0, 3.0, num=4, endpoint=False)
print(b)
c = np.logspace(2.0, 3.0, num=4, base=2.0)
print(c)
```

```
[ 100.          215.443469   464.15888336 1000.          ]
[100.          177.827941   316.22776602 562.34132519]
[4.           5.0396842   6.34960421 8.           ]
```

np.logspace(2.0, 3.0, num=4)

Domyślnie podstawa logarytmu 10



`np.empty` - pusta (niezainicjowana) tablica - konkretne wartości nie są “gwarantowane”

```
import numpy as np

a = np.empty(3)
print(a)
b = np.empty(3, dtype=int)
print(b)
```

```
[0. 1. 2.]
[
    0 4607182418800017408 4611686018427387904]
```

`np.identity` - tablica przypominająca macierz jednostkową

`np.eye` - tablica z jedynkami na przekątnej (pozostałe zera)

```
import numpy as np

print("a")
a = np.identity(4)
print(a)
print("b")
b = np.eye(4, k=1)
print(b)
print("c")
c = np.eye(4, k=2)
print(c)
print("d")
d = np.eye(4, k=-1)
print(d)
```

```
a
[[1.  0.  0.  0.]
 [0.  1.  0.  0.]
 [0.  0.  1.  0.]
 [0.  0.  0.  1.]]

b
[[0.  1.  0.  0.]
 [0.  0.  1.  0.]
 [0.  0.  0.  1.]
 [0.  0.  0.  0.]]

c
[[0.  0.  1.  0.]
 [0.  0.  0.  1.]
 [0.  0.  0.  0.]
 [0.  0.  0.  0.]]

d
[[0.  0.  0.  0.]
 [1.  0.  0.  0.]
 [0.  1.  0.  0.]
 [0.  0.  1.  0.]]
```

Ćwiczenia: (ex3.py)

1. Utwórz jednowymiarową tablicę zawierającą liczby całkowite od 1 do 5 i przypisz ją do zmiennej A. Wynikowa tablica powinna mieć postać:

$$[1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5]$$

2. Utwórz dwuwymiarową tablicę zawierającą elementy:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

i przypisz ją do zmiennej B.

3. Utwórz tablicę zawierającą liczby od 0 do 9 (włącznie). Przypisz ją do zmiennej C. Oczekiwana postać:

$$[0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \ 9]$$

4. Utwórz tablicę zawierającą liczby od 10 do 30 z krokiem 5. Przypisz do D. Oczekiwana postać:

$$[10 \ 15 \ 20 \ 25 \ 30]$$

5. Utwórz tablicę 5 wartości równomiernie rozłożonych pomiędzy 0 a 1. Przypisz do E. Przykładowa postać:

$$[0. \ 0.25 \ 0.5 \ 0.75 \ 1.]$$

6. Utwórz dwuwymiarową tablicę o wymiarach 2x3 wypełnioną zerami. Przypisz do F. Oczekiwana postać:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

7. Korzystając z `np.eye` utwórz macierz jednostkową 4x4. Przypisz do J. Oczekiwana postać:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

8 Indeksowanie, “krojenie”

```
import numpy as np

a = np.array([2, 5, -2, 4, -7, 8, 9, 11, -23, -4, -7, 16, 1])
print("1:", a[5])
print("2:", a[-2])
print("3:", a[3:6])
print("4:", a[:])
print("5:", a[0:-1])
print("6:", a[:5])
```

①
②
③
④
⑤
⑥

- ① Dostęp do elementu o indeksie 5.
- ② Dostęp do elementu drugiego od tyłu.
- ③ Dostęp do elementów o indeksach od 3 do 5 (włącznie) - zasada przedziałów lewostronnie domkniętych, prawostronnie otwartych.
- ④ Dostęp do wszystkich elementów.
- ⑤ Dostęp do wszystkich elementów z wyłączeniem ostatniego.
- ⑥ Dostęp od początku do elementu o indeksie 4.

```
1: 8
2: 16
3: [ 4 -7  8]
4: [  2  5 -2  4 -7  8  9 11 -23 -4 -7 16  1]
5: [  2  5 -2  4 -7  8  9 11 -23 -4 -7 16]
6: [ 2  5 -2  4 -7]
```

```
import numpy as np

print("1:", a[4:])
print("2:", a[4:-1])
print("3:", a[4:10:2])
print("4:", a[::-1])
print("5:", a[:2])
print("6:", a[::-2])
```

①
②
③
④
⑤
⑥

- ① Dostęp do elementów od indeksu 4 do końca.
- ② Dostęp do elementów od indeksu 4 do końca bez ostatniego.
- ③ Dostęp do elementów o indeksach stanowiących ciąg arytmetyczny od 4 do 10 (z czówrką, ale bez dziesiątki) z krokiem równym 2
- ④ Dostęp do elementów od tyłu do początku.
- ⑤ Dostęp do elementów o indeksach parzystych od początku.
- ⑥ Dostęp do elementów o indeksach “nieparzystych ujemnych” od początku.

```
1: [ -7   8   9  11 -23  -4  -7  16   1]
2: [ -7   8   9  11 -23  -4  -7  16]
3: [ -7   9 -23]
4: [  1  16  -7  -4 -23  11   9   8  -7   4  -2   5   2]
5: [  2  -2  -7   9 -23  -7   1]
6: [  1  -7 -23   9  -7  -2   2]
```

```
import numpy as np

a = np.array([[3, 4, 5], [-3, 4, 8], [3, 2, 9]])
b = a[:, 1:]
print(b)
print(np.shape(b))
c = a[1]
print(c)
print(np.shape(c))
d = a[1, :]
print(d)
print(np.shape(d))
```

```
[[4 5]
 [4 8]]
(2, 2)
[-3  4  8]
(3,)
[-3  4  8]
(3,)
```

```
import numpy as np

a = np.array([[3, 4, 5], [-3, 4, 8], [3, 2, 9]])
e = a[1:2, :]
print(e)
```

```

print(np.shape(e))
f = a[:, :2]
print(f)
print(np.shape(f))
g = a[1, :2]
print(g)
print(np.shape(g))
h = a[1:2, :2]
print(h)
print(np.shape(h))

```

```

[[-3  4  8]]
(1, 3)
[[ 3  4]
 [-3  4]
 [ 3  2]]
(3, 2)
[-3  4]
(2,)
[[-3  4]]
(1, 2)

```

****Uwaga** - takie “krojenie” to tzw “widok”.

```

import numpy as np

a = np.array([[3, 4, 5], [-3, 4, 8], [3, 2, 9]])
b = a[1:2, 1:]
print(b)
a[1][1] = 9
print(a)
print(b)
b[0][0] = -11
print(a)
print(b)

```

```

[[4 8]]
[[ 3  4  5]
 [-3  9  8]
 [ 3  2  9]]
[[9 8]]

```

```
[[ 3  4  5]
 [-3 -11  8]
 [ 3  2  9]]
[[-11  8]]
```

Naprawa:

```
import numpy as np

a = np.array([[3, 4, 5], [-3, 4, 8], [3, 2, 9]])
b = a[1:2, 1:].copy()
print(b)
a[1][1] = 9
print(a)
print(b)
b[0][0] = -11
print(a)
print(b)
```

```
[[4 8]]
[[ 3  4  5]
 [-3  9  8]
 [ 3  2  9]]
[[4 8]]
[[ 3  4  5]
 [-3  9  8]
 [ 3  2  9]]
[[-11  8]]
```

Indeksowanie logiczne (fancy indexing, maski boolowskie)

```
import numpy as np

a = np.array([2, 5, -2, 4, -7, 8, 9, 11, -23, -4, -7, 8, 1])
b = a[np.array([1, 3, 7])]
print(b)
c = a[[1, 3, 7]]
print(c)
```

```
[ 5  4 11]
[ 5  4 11]
```

```
import numpy as np
```

```
a = np.array([2, 5, -2, 4, -7, 8, 9, 11, -23, -4, -7, 8, 1])
b = a > 0
print(b)
c = a[a > 0]
print(c)
d = a[(a > 5) & (a%2 !=0)] # znak & odpowiada za AND
print(d)
e = a[(a > 5) | (a%2 !=0)] # znak | odpowiada za OR
print(e)
f = a[(a > 5) ^ (a%2 !=0)] # znak ^ odpowiada za XOR
print(f)
g = a[~(a > 0)]
print(g)
```

```
[ True  True False  True False  True  True  True False False False  True
  True]
[ 2  5  4  8  9 11  8  1]
[ 9 11]
[ 5 -7  8  9 11 -23 -7  8  1]
[ 5 -7  8 -23 -7  8  1]
[-2 -7 -23 -4 -7]
```

```
import numpy as np
```

```
a = np.array([2, 5, -2, 4, -7, 8, 9, 11, -23, -4, -7, 8, 1])
b = a[a > 0]
print(b)
b[0] = -5
print(a)
print(b)
a[1] = 20
print(a)
print(b)
```

```
[ 2  5  4  8  9 11  8  1]
[ 2  5 -2  4 -7  8  9 11 -23 -4 -7  8  1]
[-5  5  4  8  9 11  8  1]
[ 2 20 -2  4 -7  8  9 11 -23 -4 -7  8  1]
[-5  5  4  8  9 11  8  1]
```

Ćwiczenia: (ex4.py)

1. Rozważ jednowymiarową tablicę

$$A = [10 \ 20 \ 30 \ 40 \ 50].$$

Napisz polecenie, które zwróci trzeci element tablicy. Następnie spróbuj pobrać przedział od drugiego do czwartego elementu włącznie.

2. Dla tej samej tablicy

$$A = [10 \ 20 \ 30 \ 40 \ 50],$$

użyj “fancy indexing”, aby wybrać elementy o indeksach $[0, 2, 4]$. Spróbuj także wykorzystać negatywne indeksy, aby wybrać ostatni i przedostatni element w jednej operacji.

3. Rozważ dwuwymiarową tablicę

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}.$$

Napisz polecenie, które zwróci drugi wiersz (jako tablicę jednowymiarową). Następnie pobierz cały pierwszy wiersz oraz dwie pierwsze kolumny.

4. Dla tablicy

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix},$$

użyj “fancy indexing”, aby wybrać elementy $(B_{1,1}, B_{0,2}, B_{2,0})$ za pomocą list indeksów w `numpy`. Otrzymaj wynik w postaci tablicy jednowymiarowej $[5, 3, 7]$.

5. Rozważ tablicę

$$C = \begin{bmatrix} 10 & 20 & 30 & 40 \\ 50 & 60 & 70 & 80 \end{bmatrix}.$$

Napisz polecenie, które zwróci wszystkie elementy drugiego wiersza oprócz ostatniego. Następnie pobierz co drugi element z pierwszego wiersza.

6. Dla tablicy

$$C = \begin{bmatrix} 10 & 20 & 30 & 40 \\ 50 & 60 & 70 & 80 \end{bmatrix},$$

użyj “fancy indexing”, aby pobrać elementy pierwszej wiersza w kolejności [30, 10, 40] korzystając z tablicy indeksów np. [2, 0, 3]. Następnie zastosuj “fancy indexing” do drugiego wiersza, aby uzyskać [80, 50].

7. Rozważ jednowymiarową tablicę

$$D = [5 \ 10 \ 15 \ 20 \ 25 \ 30].$$

Za pomocą indeksowania wytnij ostatnie trzy elementy. Następnie pobierz wszystkie elementy o parzystych indeksach.

8. Dla tablicy

$$D = [5 \ 10 \ 15 \ 20 \ 25 \ 30],$$

użyj “fancy indexing” za pomocą maski boolowskiej (utwórz maskę wybierającą elementy większe niż 15) i otrzymaj odpowiednio przefiltrowaną tablicę. Następnie zastosuj tę maskę do pobrania konkretnych elementów.

9. Rozważ tablicę dwuwymiarową

$$E = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 8 & 10 & 12 \\ 14 & 16 & 18 \end{bmatrix}.$$

Za pomocą indeksowania wybierz środkowy wiersz i wszystkie kolumny oprócz ostatniej. Następnie wybierz ostatni wiersz i ostatnią kolumnę.

10. Dla tablicy

$$E = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 8 & 10 & 12 \\ 14 & 16 & 18 \end{bmatrix},$$

użyj “fancy indexing”, aby w jednej operacji pobrać elementy $(E_{0,2}, E_{2,1})$ i ułożyć je w nowej tablicy. Spróbuj także stworzyć maskę boolowską wybierającą elementy większe niż 10 i pobrać wybrane wartości.

9 Modyfikacja kształtu i rozmiaru

```
import numpy as np

print("a")
a = np.array([[3, 4, 5], [-3, 4, 8], [3, 2, 9]])
print(a)
print("b")
b = np.reshape(a, (1, 9))
print(b)
print("c")
c = a.reshape(9)
print(c)
```

```
a
[[ 3  4  5]
 [-3  4  8]
 [ 3  2  9]]
b
[[ 3  4  5 -3  4  8  3  2  9]]
c
[ 3  4  5 -3  4  8  3  2  9]
```

```
import numpy as np

print("a")
a = np.array([[3, 4, 5], [-3, 4, 8], [3, 2, 9]])
print(a)
print("d")
d = a.flatten()
print(d)
print("e")
e = a.ravel()
print(e)
print("f")
```



```
f = np.ravel(a)
print(f)
```

```
a
[[ 3  4  5]
 [-3  4  8]
 [ 3  2  9]]
d
[ 3  4  5 -3  4  8  3  2  9]
e
[ 3  4  5 -3  4  8  3  2  9]
f
[ 3  4  5 -3  4  8  3  2  9]
```

```
import numpy as np

print("g")
g = [[1, 3, 4]]
print(g)
print("h")
h = np.squeeze(g)
print(h)
print("i")
i = a.T
print(i)
print("j")
j = np.transpose(a)
print(j)
```

```
g
[[1, 3, 4]]
h
[1 3 4]
i
[[ 3 -3  3]
 [ 4  4  2]
 [ 5  8  9]]
j
[[ 3 -3  3]
 [ 4  4  2]
 [ 5  8  9]]
```

```
import numpy as np

print("h")
h = [3, -4, 5, -2]
print(h)
print("k")
k = np.hstack((h, h, h))
print(k)
print("l")
l = np.vstack((h, h, h))
print(l)
print("m")
m = np.dstack((h, h, h))
print(m)
```

```
h
[3, -4, 5, -2]
k
[ 3 -4  5 -2  3 -4  5 -2  3 -4  5 -2]
l
[[ 3 -4  5 -2]
 [ 3 -4  5 -2]
 [ 3 -4  5 -2]]
m
[[[ 3  3  3]
  [-4 -4 -4]
  [ 5  5  5]
  [-2 -2 -2]]]
```

```
import numpy as np

a = np.array([[1, 2], [3, 4]])
b = np.array([[5, 6]])
print("r1")
r1 = np.concatenate((a, b))
print(r1)
print("r2")
r2 = np.concatenate((a, b), axis=0)
print(r2)
print("r3")
r3 = np.concatenate((a, b.T), axis=1)
```

```

print(r3)
print("r4")
r4 = np.concatenate((a, b), axis=None)
print(r4)

```

```

r1
[[1 2]
 [3 4]
 [5 6]]
r2
[[1 2]
 [3 4]
 [5 6]]
r3
[[1 2 5]
 [3 4 6]]
r4
[1 2 3 4 5 6]

```

```

import numpy as np

a = np.array([[1, 2], [3, 4]])
print("r1")
r1 = np.resize(a, (2, 3))
print(r1)
print("r2")
r2 = np.resize(a, (1, 4))
print(r2)
print("r3")
r3 = np.resize(a, (2, 4))
print(r3)

```

```

r1
[[1 2 3]
 [4 1 2]]
r2
[[1 2 3 4]]
r3
[[1 2 3 4]
 [1 2 3 4]]

```

```
import numpy as np

a = np.array([[1, 2], [3, 4]])
b = np.array([[5, 6]])
print("r1")
r1 = np.append(a, b)
print(r1)
print("r2")
r2 = np.append(a, b, axis=0)
print(r2)
```

```
r1
[1 2 3 4 5 6]
r2
[[1 2]
 [3 4]
 [5 6]]
```

```
import numpy as np

a = np.array([[1, 2], [3, 7]])
print("r1")
r1 = np.insert(a, 1, 4)
print(r1)
print("r2")
r2 = np.insert(a, 2, 4)
print(r2)
print("r3")
r3 = np.insert(a, 1, 4, axis=0)
print(r3)
print("r4")
r4 = np.insert(a, 1, 4, axis=1)
print(r4)
```

```
r1
[1 4 2 3 7]
r2
[1 2 4 3 7]
r3
[[1 2]
 [4 4]]
```

```
[3 7]]
r4
[[1 4 2]
 [3 4 7]]
```

```
import numpy as np

a = np.array([[1, 2, 3, 4], [5, 6, 7, 8], [9, 10, 11, 12]])
print("r1")
r1 = np.delete(a, 1, axis=1)
print(r1)
print("r2")
r2 = np.delete(a, 2, axis=0)
print(r2)
```

```
r1
[[ 1  3  4]
 [ 5  7  8]
 [ 9 11 12]]
r2
[[1 2 3 4]
 [5 6 7 8]]
```

Ćwiczenia: (ex5.py)

1. Rozważ tablicę jednowymiarową

$$A = [1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6].$$

Przekształć ją tak, aby uzyskać tablicę dwuwymiarową o kształcie 2×3 .

2. Mając tablicę dwuwymiarową

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix},$$

uzyskaj jednowymiarowy “widok” jej elementów bez zmiany w danych źródłowych.

3. Rozważ tablicę

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}.$$

Zmień jej orientację tak, aby wiersze stały się kolumnami, a kolumny wierszami.

4. Mając dwie tablice

$$E_1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}, \quad E_2 = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 6 \end{bmatrix},$$

połącz je w poziomie, tworząc jedną tablicę.

5. Dwie tablice

$$F_1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}, \quad F_2 = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 6 \end{bmatrix},$$

połącz w pionie, aby uzyskać tablicę o kształcie 2×3 .

6. Dla tablicy

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix},$$

zmień jej rozmiar tak, aby stała się tablicą jednowymiarową o 4 elementach. Pozostałe elementy usuń.

7. Mając tablicę

$$H = \begin{bmatrix} 10 & 20 & 30 \\ 40 & 50 & 60 \\ 70 & 80 & 90 \end{bmatrix},$$

usuń drugą kolumnę, otrzymując tablicę 3×2 .

8. Rozważ tablicę

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix},$$

zmień jej kształt tak, aby uzyskać tablicę 2×4 .

9. Mając tablicę

$$J = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{bmatrix},$$

przekształć ją w tablicę dwuwymiarową 2×2 , a następnie “spłaszczyć” ją z powrotem do postaci jednowymiarowej.

10 Broadcasting

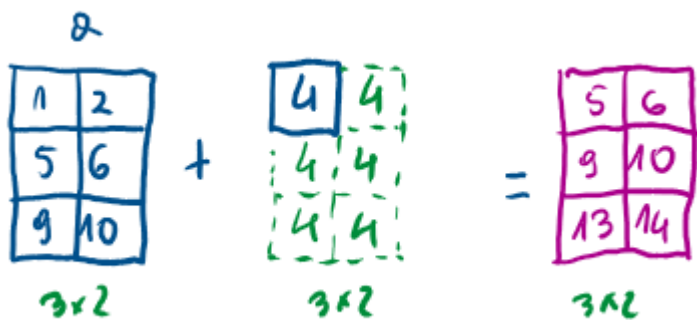
Rozważane warianty są przykładowe.

Wariant 1 - skalar-tablica - wykonanie operacji na każdym elemencie tablicy

```
import numpy as np

a = np.array([[1, 2], [5, 6], [9, 10]])
b = a + 4
print(b)
c = 2 ** a
print(c)
```

```
[[ 5  6]
 [ 9 10]
 [13 14]]
[[  2  4]
 [32 64]
 [512 1024]]
```



Wariant 2 - dwie tablice - “gdy jedna z tablic może być rozszerzona” (oba wymiary są równe lub jeden z nich jest równy 1)

```

import numpy as np

a = np.array([[1, 2], [5, 6]])
b = np.array([9, 2])
r1 = a + b
print(r1)
r2 = a / b
print(r2)
c = np.array([[4], [-2]])
r3 = a + c
print(r3)
r4 = c / a
print(r4)

```

```

[[10  4]
 [14  8]]
[[0.11111111  1.          ]
 [0.55555556  3.          ]]
[[5 6]
 [3 4]]
[[ 4.          2.          ]
 [-0.4        -0.33333333]]

```


$$\begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 2 \\ \hline 5 & 6 \\ \hline \end{array}
 \quad 2 \times 2
 \quad + \quad
 \begin{array}{|c|c|} \hline 8 & 2 \\ \hline 9 & 2 \\ \hline \end{array}
 \quad 2 \times 1
 \quad = \quad
 \begin{array}{|c|c|} \hline 10 & 4 \\ \hline 14 & 8 \\ \hline \end{array}
 \quad 2 \times 2$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 2 \\ \hline 5 & 6 \\ \hline \end{array}
 \quad 2 \times 2
 \quad + \quad
 \begin{array}{|c|c|} \hline 4 & 4 \\ \hline -2 & -2 \\ \hline \end{array}
 \quad 2 \times 1
 \quad = \quad
 \begin{array}{|c|c|} \hline 5 & 6 \\ \hline 3 & 4 \\ \hline \end{array}
 \quad 2 \times 2$$

Wariant 3 - "kolumna" i "wiersz"

```
import numpy as np

a = np.array([[5, 2, -3]]).T
b = np.array([3, -2, 1, 2, 4])
print(a+b)
print(b+a)
print(a*b)
```

```
[[ 8  3  6  7  9]
 [ 5  0  3  4  6]
 [ 0 -5 -2 -1  1]]
[[ 8  3  6  7  9]
 [ 5  0  3  4  6]
 [ 0 -5 -2 -1  1]]
[[ 15 -10  5  10  20]
```

$\begin{bmatrix} 6 & -4 & 2 & 4 & 8 \\ -9 & 6 & -3 & -6 & -12 \end{bmatrix}$

$$\begin{array}{|c|} \hline a \\ \hline \end{array}
 \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ \hline 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ \hline -3 & -3 & -3 & -3 & -3 \\ \hline \end{array}
 +
 \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline b & 1 \times 5 \\ \hline 3 & -2 & 1 & 2 & 4 \\ \hline 3 & -2 & 1 & 2 & 4 \\ \hline 3 & -2 & 1 & 2 & 4 \\ \hline \end{array}
 =
 \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 3 \times 5 \\ \hline 8 & 3 & 6 & 7 & 9 \\ \hline 5 & 0 & 3 & 4 & 6 \\ \hline 0 & -5 & -2 & -1 & 1 \\ \hline \end{array}$$

Ćwiczenia: (ex6.py)

1. Rozważ jednowymiarową tablicę

$$A = [1 \quad 2 \quad 3]$$

oraz skalar $k = 10$.

Wykonaj dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie każdego elementu tablicy A przez k z wykorzystaniem broadcasting.

2. Dla dwóch tablic jednowymiarowych

$$B_1 = [1 \quad 2 \quad 3], \quad B_2 = [4 \quad 5 \quad 6],$$

wykonaj działanie $B_1 + B_2$, $B_1 - B_2$, $B_1 * B_2$ oraz B_1 / B_2 używając broadcasting.

3. Mając dwie tablice dwuwymiarowe:

$$C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}, \quad C_2 = \begin{bmatrix} 10 & 20 \\ 30 & 40 \end{bmatrix},$$

dodaj je i odejmij od siebie, sprawdzając czy broadcasting zajdzie automatycznie.

4. Rozważ tablicę dwuwymiarową

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

oraz wektor

$$v = [10 \quad 100 \quad 1000] .$$

Wykonaj mnożenie i dzielenie elementowe tablicy D przez v z wykorzystaniem broadcasting.

5. Dla tablicy

$$E = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 8 & 10 & 12 \end{bmatrix}$$

podnieś każdy element do kwadratu, a następnie podziel przez wektor

$$w = [2 \quad 2 \quad 2]$$

korzystając z broadcasting.

6. Mając tablicę dwuwymiarową

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} ,$$

oraz skalar $s = 2$, wykonaj $F * s$, a następnie F^s (podnieś każdy element do potęgi s) z zastosowaniem broadcasting.

7. Rozważ tablicę

$$G = [10 \quad 20 \quad 30]$$

oraz kolumnową tablicę dwuwymiarową

$$h = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} .$$

Dodaj do h tablicę G i zaobserwuj wynik broadcasting.

8. Mając dwie tablice dwuwymiarowe o różnych wymiarach:

$$H_1 = [1 \quad 2 \quad 3] , \quad H_2 = \begin{bmatrix} 10 \\ 20 \\ 30 \end{bmatrix} ,$$

spróbuj je dodać i pomnożyć przez siebie, korzystając z broadcastingu.

9. Rozważ tablicę dwuwymiarową

$$J = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

oraz skalar $m = 5$.

Wykonaj kombinację działań: najpierw pomnóż J przez m , następnie odejmij m , a na końcu podziel wynik przez m – wszystko z wykorzystaniem broadcastingu.

11 Funkcje uniwersalne (ufunc)

Funkcje uniwersalne (tzw. *ufunc*) to jedne z najważniejszych narzędzi w NumPy. Są to funkcje działające element-po-elemente na tablicach, często implementowane w C, co zapewnia wysoką wydajność obliczeń. Dzięki *ufuncs* można w prosty i czytelny sposób wykonywać operacje arytmetyczne, trygonometryczne, statystyczne czy logiczne na całych tablicach bez konieczności pisania pętli w Pythonie.

11.1 Podstawowe operacje arytmetyczne

NumPy automatycznie przekształca operatory matematyczne w odpowiednie *ufunc*. Na przykład:

- `+` odpowiada `np.add`
- `-` odpowiada `np.subtract`
- `*` odpowiada `np.multiply`
- `/` odpowiada `np.divide`
- `**` odpowiada `np.power`

Przykład:

```
import numpy as np

A = np.array([1, 2, 3, 4])
B = np.array([10, 20, 30, 40])

# Operacje element-po-elemente
sum_tab = np.add(A, B)          # to samo co A + B
diff_tab = np.subtract(B, A)    # to samo co B - A
mul_tab = np.multiply(A, 2)     # to samo co A * 2
pow_tab = np.power(A, 3)        # to samo co A ** 3

print("Suma:", sum_tab)
print("Różnica:", diff_tab)
print("Mnożenie przez 2:", mul_tab)
print("Potęgowanie:", pow_tab)
```

Suma: [11 22 33 44]
Różnica: [9 18 27 36]
Mnożenie przez 2: [2 4 6 8]
Potęgowanie: [1 8 27 64]

11.2 Funkcje trygonometryczne i pochodne

NumPy oferuje bogaty zestaw funkcji trygonometrycznych:

- `np.sin`, `np.cos`, `np.tan` – funkcje podstawowe,
- `np.arcsin`, `np.arccos`, `np.arctan` – odwrotne funkcje trygonometryczne,
- `np.sinh`, `np.cosh`, `np.tanh` – funkcje hiperboliczne.

Przykład:

```
import numpy as np

x = np.linspace(0, np.pi, 5) # tablica [0, /4, /2, 3 /4, ]
sin_values = np.sin(x)
cos_values = np.cos(x)

print("Wartości sin(x):", sin_values)
print("Wartości cos(x):", cos_values)
```

Wartości sin(x): [0.00000000e+00 7.07106781e-01 1.00000000e+00 7.07106781e-01
1.22464680e-16]

Wartości cos(x): [1.00000000e+00 7.07106781e-01 6.12323400e-17 -7.07106781e-01
-1.00000000e+00]

11.3 Funkcje wykładnicze i logarytmiczne

- `np.exp` – eksponenta,
- `np.log` – logarytm naturalny,
- `np.log10` – logarytm dziesiętny.

Przykład:

```
import numpy as np

A = np.array([1, np.e, np.e**2])
print("A:", A)
print("log(A):", np.log(A))
print("exp(A):", np.exp([0, 1, 2])) # exp(0)=1, exp(1)=e, exp(2)=e^2
```

```
A: [1.          2.71828183  7.3890561 ]
log(A): [0.  1.  2.]
exp(A): [1.          2.71828183  7.3890561 ]
```

11.4 Funkcje zaokrąglające i wartości bezwzględne

- `np.round` – zaokrągla do najbliższej liczby,
- `np.floor` – podłoga,
- `np.ceil` – sufit,
- `np.trunc` – obcięcie do części całkowitej,
- `np.abs` – wartość bezwzględna.

Przykład:

```
import numpy as np

B = np.array([1.7, -2.5, 3.5, -4.1])
print("B:", B)
print("floor(B):", np.floor(B))
print("ceil(B):", np.ceil(B))
print("abs(B):", np.abs(B))
```

```
B: [ 1.7 -2.5  3.5 -4.1]
floor(B): [ 1. -3.  3. -5.]
ceil(B): [ 2. -2.  4. -4.]
abs(B): [1.7 2.5 3.5 4.1]
```

11.5 Funkcje statystyczne i agregujące

Choć wiele funkcji statystycznych dostępnych jest jako metody tablic (`np. A.mean()`, `A.std()`), istnieją też ufuncs działające element-po-elementnie lub akceptujące parametry osi:

- `np.minimum`, `np.maximum` – zwracają minimum/maksimum element-po-elemente z dwóch tablic,
- `np.fmin`, `np.fmax` – podobne do wyżej wymienionych, ale ignorują wartości NaN,
- `np.sqrt` – pierwiastek kwadratowy,
- `np.square` – podniesienie do kwadratu.

Przykład:

```
import numpy as np

C1 = np.array([1, 4, 9, 16])
C2 = np.array([2, 2, 5, 20])

print("minimum elementów C1 i C2:", np.minimum(C1, C2))
print("maximum elementów C1 i C2:", np.maximum(C1, C2))
print("sqrt(C1):", np.sqrt(C1))
print("square(C2):", np.square(C2))
```

```
minimum elementów C1 i C2: [ 1  2  5 16]
maximum elementów C1 i C2: [ 2  4  9 20]
sqrt(C1): [1.  2.  3.  4.]
square(C2): [ 4  4 25 400]
```

Ćwiczenia: (ex7.py)

1. Mając tablicę

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 9 & 16 \end{bmatrix},$$

zastosuj funkcję uniwersalną, aby obliczyć pierwiastek kwadratowy każdego elementu.

2. Rozważ jednowymiarową tablicę

$$B = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 3 & -4 \end{bmatrix},$$

zastosuj funkcję uniwersalną, aby otrzymać wartości bezwzględne wszystkich elementów.

3. Dla tablicy

$$C = \begin{bmatrix} 0 & \pi/2 & \pi & 3\pi/2 \end{bmatrix},$$

oblicz wartość funkcji trygonometrycznej dla każdego elementu.

4. Mając tablicę

$$D = \begin{bmatrix} 1 & e & e^2 \end{bmatrix},$$

zastosuj funkcję uniwersalną, aby obliczyć logarytm naturalny każdego elementu.

5. Dla tablicy dwuwymiarowej

$$E = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 10 & 20 \end{bmatrix},$$

podziel każdy element przez skalar, a następnie podnieś uzyskane wartości do kwadratu.

6. Rozważ tablicę

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix},$$

podnieś każdy element do trzeciej potęgi, a następnie zastosuj funkcję uniwersalną, aby obliczyć eksponentę z otrzymanych wartości.

7. Mając tablicę

$$G = \begin{bmatrix} -\pi & -\pi/2 & 0 & \pi/2 & \pi \end{bmatrix},$$

zastosuj odpowiednią funkcję uniwersalną, aby uzyskać cosinus każdego elementu.

8. Dla tablicy

$$H = \begin{bmatrix} 10 & 100 & 1000 \end{bmatrix},$$

zastosuj funkcję uniwersalną, aby obliczyć logarytm dziesiętny każdego elementu.

9. Mając tablicę

$$I = \begin{bmatrix} 2 & 8 & 18 & 32 \end{bmatrix},$$

przekształć ją, stosując funkcję uniwersalną, tak aby każdy element był pierwiastkiem kwadratowym z wartości początkowej, a następnie pomnóż wyniki przez 2.

10. Rozważ tablicę

$$J = \begin{bmatrix} -1 & -4 & -9 & -16 \end{bmatrix},$$

oblicz pierwiastek kwadratowy wartości bezwzględnych elementów tej tablicy, wykorzystując po kolei dwie różne funkcje uniwersalne.

12 Operacje na stringach

W NumPy poza dobrze znanymi tablicami liczbowymi, istnieje również zestaw funkcji pozwalających na wektorowe operacje na ciągach znaków.

Ważne: Poniższe funkcje są zazwyczaj dostępne w module `numpy.char`. W dokumentacji znajdują się one w sekcji [String operations](#), jednak w tym materiale skupimy się na tym, jak można je wykorzystywać, zakładając interfejs z modułu `numpy.strings`. Jest to analogiczne do korzystania z `numpy.char`. Jest to nowsze podejście.

12.1 Tworzenie tablic z napisami

NumPy pozwala na przechowywanie tekstu w tablicach, np. tak:

```
import numpy as np

arr = np.array(["python", "NumPy", "data", "Science"])
print(arr)
```

```
['python' 'NumPy' 'data' 'Science']
```

12.2 Podstawowe funkcje do modyfikacji tekstu

Poniżej przedstawiono popularne funkcje do modyfikacji tekstu na tablicach stringów:

12.2.1 `numpy.strings.upper` i `numpy.strings.lower`

- `upper`: Zamiana wszystkich liter na wielkie.
- `lower`: Zamiana wszystkich liter na małe.

```
import numpy as np

arr = np.array(["python", "NumPy", "data", "Science"])

print(np.strings.upper(arr))
print(np.strings.lower(arr))
```

```
['PYTHON' 'NUMPY' 'DATA' 'SCIENCE']
['python' 'numpy' 'data' 'science']
```

12.2.2 `numpy.strings.capitalize`

Funkcja `capitalize` zamienia pierwszą literę wyrazu na wielką, a pozostałe na małe.

```
import numpy as np

arr = np.array(["python", "NumPy", "data", "Science"])
print(np.strings.capitalize(arr))
```

```
['Python' 'Numpy' 'Data' 'Science']
```

12.2.3 `numpy.strings.title`

Funkcja `title` sprawia, że każda część składowa tekstu (np. oddzielona spacją) zostaje zamieniona tak, by zaczynała się od wielkiej litery.

```
import numpy as np

arr2 = np.array(["python data science", "machine learning", "deep learning"])
print(np.strings.title(arr2))
```

```
['Python Data Science' 'Machine Learning' 'Deep Learning']
```

12.3 Łączenie i rozdzielanie tekstów

12.3.1 `numpy.strings.add`

Funkcja `add` łączy elementy tablic tekstowych, działając podobnie jak operator `+` na stringach, ale wektorowo.

```
import numpy as np

arr_a = np.array(["Hello", "Data"])
arr_b = np.array(["World", "Science"])

print(np.strings.add(arr_a, arr_b))
```

```
['HelloWorld' 'DataScience']
```

12.3.2 `numpy.strings.join`

Funkcja `join` pozwala na łączenie elementów tablicy przy użyciu wskazanego separatora.

```
import numpy as np

arr3 = np.array(["python", "numpy", "string"])
print(np.char.join("-", arr3))
```

```
['p-y-t-h-o-n' 'n-u-m-p-y' 's-t-r-i-n-g']
```

Uwaga: `join` wektoryzuje operację, traktując każdy element tablicy jako sekwencję znaków do połączenia separatorem.

12.3.3 `numpy.strings.split`

Pozwala na rozdzielanie stringów według podanego separatora. Zwraca tablicę zawierającą listy podłańcuchów.

```
import numpy as np

arr4 = np.array(["python-data-science", "machine-learning"])
print(np.char.split(arr4, sep="-"))
```

```
[list(['python', 'data', 'science']) list(['machine', 'learning'])]
```

12.4 Wyszukiwanie i zamiana podciągów

12.4.1 `numpy.strings.find` i `numpy.strings.rfind`

- `find`: Zwraca indeks pierwszego wystąpienia podłańcucha (lub -1, jeśli nie znaleziono).
- `rfind`: Zwraca indeks ostatniego wystąpienia podłańcucha (lub -1, jeśli nie znaleziono).

```
import numpy as np

arr5 = np.array(["python", "data", "numpy"])
print(np.strings.find(arr5, "a"))
```

```
[-1  1 -1]
```

12.4.2 `numpy.strings.replace`

`replace` zamienia wszystkie wystąpienia podłańcucha na nowy ciąg znaków.

```
import numpy as np

arr6 = np.array(["python", "pydata", "pypy"])
print(np.strings.replace(arr6, "py", "PY"))
```

```
['PYthon' 'PYdata' 'PYPY']
```

12.5 Usuwanie zbędnych znaków

12.5.1 `numpy.strings.strip`, `numpy.strings.lstrip` i `numpy.strings.rstrip`

- `strip`: Usuwa wskazane znaki z początku i końca.
- `lstrip`: Usuwa wskazane znaki z lewej strony (początku).
- `rstrip`: Usuwa wskazane znaki z prawej strony (końca).

```
import numpy as np

arr7 = np.array(["  python  ", "  numpy  "])
print(np.strings.strip(arr7))
```

```
['python' 'numpy']
```

Możemy również podać niestandardowe znaki do usunięcia:

```
import numpy as np

arr8 = np.array(["###data###", "***science***"])
print(np.strings.strip(arr8, "#*"))
```

```
['data' 'science']
```

13 Algebra liniowa

13.1 Iloczyn skalarny (dot product)

Dla dwóch wektorów, `dot` oblicza ich iloczyn skalarny.

```
import numpy as np

# Iloczyn skalarny dwóch wektorów
a = np.array([1, 2, 3])
b = np.array([4, 5, 6])
result = np.dot(a, b) # 1*4 + 2*5 + 3*6
print(result) # Wynik: 32

# Alternatywny zapis za pomocą operatora @
result = a @ b
print(result) # Wynik: 32
```

32

32

13.2 Mnożenie macierzowe

Dla macierzy (tablic dwuwymiarowych), `dot` wykonuje standardowe mnożenie macierzowe.

```
import numpy as np
# Mnożenie macierzowe
A = np.array([[1, 2], [3, 4]])
B = np.array([[5, 6], [7, 8]])
C = np.dot(A, B)
print(C)
# Wynik:
# [[19 22]
#  [43 50]]
```



```
# To samo za pomocą operatora @
C = A @ B
print(C)
```

```
[[19 22]
 [43 50]]
[[19 22]
 [43 50]]
```

13.3 Mnożenie macierz-wektor

Możemy również mnożyć macierz przez wektor:

```
import numpy as np
# Mnożenie macierz-wektor
A = np.array([[1, 2], [3, 4]])
v = np.array([5, 6])
result = np.dot(A, v)
print(result) # Wynik: [17 39]
```

```
[17 39]
```

13.4 Rozwiązywanie układów równań liniowych

Funkcja `numpy.linalg.solve` rozwiązuje układy równań liniowych postaci $Ax = b$:

```
import numpy as np
# Rozwiązywanie układu równań liniowych
A = np.array([[3, 1], [1, 2]])
b = np.array([9, 8])
x = np.linalg.solve(A, b)
print(x) # Wynik: [2. 3.]

# Sprawdzenie rozwiązania
np.dot(A, x) # Powinno być równe b
```

```
[2. 3.]
```

```
array([9., 8.])
```

13.5 Wyznacznik macierzy

Funkcja `numpy.linalg.det` oblicza wyznacznik macierzy:

```
import numpy as np
# Obliczanie wyznacznika
A = np.array([[1, 2], [3, 4]])
det_A = np.linalg.det(A)
print(det_A) # Wynik: -2.0
```

-2.0000000000000004

13.6 Wartości i wektory własne

Funkcja `numpy.linalg.eig` oblicza wartości i wektory własne macierzy:

```
import numpy as np
# Obliczanie wartości i wektorów własnych
A = np.array([[4, -2], [1, 1]])
eigenvalues, eigenvectors = np.linalg.eig(A)
print("Wartości własne:", eigenvalues)
print("Wektory własne:")
print(eigenvectors)

# Sprawdzenie: A * v = lambda * v
for i in range(len(eigenvalues)):
    lambda_i = eigenvalues[i]
    v_i = eigenvectors[:, i]
    print(f"_{{i}} = {lambda_i}")
    print("A * v =", np.dot(A, v_i))
    print(" * v =", lambda_i * v_i)
```

Wartości własne: [3. 2.]

Wektory własne:

[[0.89442719 0.70710678]

[0.4472136 0.70710678]]

_0 = 3.0

A * v = [2.68328157 1.34164079]

* v = [2.68328157 1.34164079]

_1 = 2.0

```
A * v = [1.41421356 1.41421356]
* v = [1.41421356 1.41421356]
```

13.7 Rozkład wartości osobliwych (SVD)

Rozkład SVD jest potężnym narzędziem w analizie danych:

```
import numpy as np
# Rozkład SVD
A = np.array([[1, 2], [3, 4], [5, 6]])
U, s, Vh = np.linalg.svd(A)
print("Macierz U:")
print(U)
print("Wartości osobliwe:", s)
print("Macierz V^H:")
print(Vh)

# Rekonstrukcja macierzy A
S = np.zeros((A.shape[0], A.shape[1]))
S[:len(s), :len(s)] = np.diag(s)
A_reconstructed = U @ S @ Vh
print("Rekonstruowana macierz A:")
print(A_reconstructed)
```

```
Macierz U:
[[-0.2298477  0.88346102  0.40824829]
 [-0.52474482  0.24078249 -0.81649658]
 [-0.81964194 -0.40189603  0.40824829]]
Wartości osobliwe: [9.52551809 0.51430058]
Macierz V^H:
[[-0.61962948 -0.78489445]
 [-0.78489445  0.61962948]]
Rekonstruowana macierz A:
[[1. 2.]
 [3. 4.]
 [5. 6.]]
```

13.8 Norma macierzy/wektora

NumPy oferuje różne rodzaje norm:

```
import numpy as np
# Różne normy
v = np.array([3, 4])
print("Norma L1:", np.linalg.norm(v, 1)) # Norma L1: 7.0
print("Norma L2 (Euklidesowa):", np.linalg.norm(v)) # Norma L2: 5.0
print("Norma maksimum:", np.linalg.norm(v, np.inf)) # Norma maksimum: 4.0

A = np.array([[1, 2], [3, 4]])
print("Norma macierzowa Frobeniusa:", np.linalg.norm(A, 'fro')) # Norma Frobeniusa: 5.477..
```

```
Norma L1: 7.0
Norma L2 (Euklidesowa): 5.0
Norma maksimum: 4.0
Norma macierzowa Frobeniusa: 5.477225575051661
```

13.9 Macierz odwrotna

Funkcja `numpy.linalg.inv` oblicza macierz odwrotną:

```
import numpy as np
# Macierz odwrotna
A = np.array([[1, 2], [3, 4]])
A_inv = np.linalg.inv(A)
print("Macierz odwrotna:")
print(A_inv)

# Sprawdzenie: A * A^(-1) = I
print("A * A^(-1):")
print(np.dot(A, A_inv)) # Powinno być bliskie macierzy jednostkowej
```

```
Macierz odwrotna:
[[-2.   1. ]
 [ 1.5 -0.5]]
A * A^(-1):
[[1.0000000e+00 0.0000000e+00]
 [8.8817842e-16 1.0000000e+00]]
```

13.10 Funkcja `numpy.inner` - iloczyn wewnętrzny

Funkcja `inner` oblicza iloczyn wewnętrzny dwóch tablic:

```
import numpy as np
# Iloczyn wewnętrzny
a = np.array([1, 2, 3])
b = np.array([4, 5, 6])
result = np.inner(a, b)
print(result)  # 1*4 + 2*5 + 3*6 = 32

# Dla tablic 2D
A = np.array([[1, 2], [3, 4]])
B = np.array([[5, 6], [7, 8]])
result = np.inner(A, B)
print(result)
# Jest to równoważne wykonaniu iloczynu skalarnego wzdłuż ostatniego wymiaru
```

```
32
[[17 23]
 [39 53]]
```

13.11 Funkcja `numpy.outer` - iloczyn zewnętrzny

Funkcja `outer` oblicza iloczyn zewnętrzny dwóch wektorów:

```
import numpy as np
# Iloczyn zewnętrzny
a = np.array([1, 2, 3])
b = np.array([4, 5, 6])
result = np.outer(a, b)
print(result)
# Wynik:
# [[ 4  5  6]
#  [ 8 10 12]
#  [12 15 18]]
```

```
[[ 4  5  6]
 [ 8 10 12]
 [12 15 18]]
```

13.12 Funkcja `numpy.matmul` - mnożenie macierzowe

Funkcja `matmul` jest podobna do `dot`, ale ma nieco inne zachowanie dla tablic o wymiarach większych niż 2:

```
import numpy as np
# Porównanie dot i matmul
a = np.array([[1, 2], [3, 4]])
b = np.array([[5, 6], [7, 8]])

dot_result = np.dot(a, b)
matmul_result = np.matmul(a, b)

print("Wynik dot:")
print(dot_result)
print("Wynik matmul:")
print(matmul_result)
# Dla 2D są identyczne

# Ale dla tablic 3D i wyższych mogą się różnić
```

Wynik dot:

```
[[19 22]
 [43 50]]
```

Wynik matmul:

```
[[19 22]
 [43 50]]
```

14 Filtrowanie zaawansowane

14.1 Funkcja nonzero()

Zwraca indeksy elementów niezerowych w tablicy. Wynik jest zwracany jako krotka tablic, po jednej dla każdego wymiaru tablicy.

```
import numpy as np

arr = np.array([[3, 0, 0], [0, 4, 0], [5, 6, 0]])
indeksy = np.nonzero(arr)
print(indeksy) # (array([0, 1, 2, 2]), array([0, 1, 0, 1]))

# Wydobycie wartości niezerowych
wartosci = arr[indeksy]
print(wartosci) # [3 4 5 6]

# Alternatywnie można użyć:
indeksy_i_wartosci = np.argwhere(arr != 0)
print(indeksy_i_wartosci)
# [[0 0]
#   [1 1]
#   [2 0]
#   [2 1]]
```

```
(array([0, 1, 2, 2]), array([0, 1, 0, 1]))
[3 4 5 6]
[[0 0]
 [1 1]
 [2 0]
 [2 1]]
```

```
import numpy as np
```

```
arr = np.array([[3, 0, 0], [0, 4, 0], [5, 6, 0]])
```

```
indeksy = np.nonzero(arr)
```

```
print(indeksy) # (array([0, 1, 2, 2]), array([0, 1, 0, 1]))
```

0	3	0	0
1	0	4	0
2	5	6	0

indeksy
wierszy

indeksy
kolumn

14.2 Funkcja where()

Zwraca elementy wybrane z x lub y w zależności od warunku. Jest to warunkowy selektor elementów.

```
import numpy as np
```

```
# Zastąp wartości niedodatnie przez 0
```

```
arr = np.array([1, -2, 3, -4, 5])
```

```
wynik = np.where(arr > 0, arr, 0)
```

```
print(wynik) # [1 0 3 0 5]
```

```
# Zastosowanie w tablicy 2D
```

```
arr_2d = np.array([[1, -2, 3], [-4, 5, -6]])
```

```
wynik_2d = np.where(arr_2d < 0, -1, arr_2d)
```

```
print(wynik_2d)
```

```
# [[ 1 -1  3]
```

```
# [-1  5 -1]]
```

```
[1 0 3 0 5]
```

```
[[ 1 -1  3]
```

```
[-1  5 -1]]
```


*where(warunek, co jak
prawda, co jak
fałsz)*

14.3 Funkcje `indices()` i `ix_()`

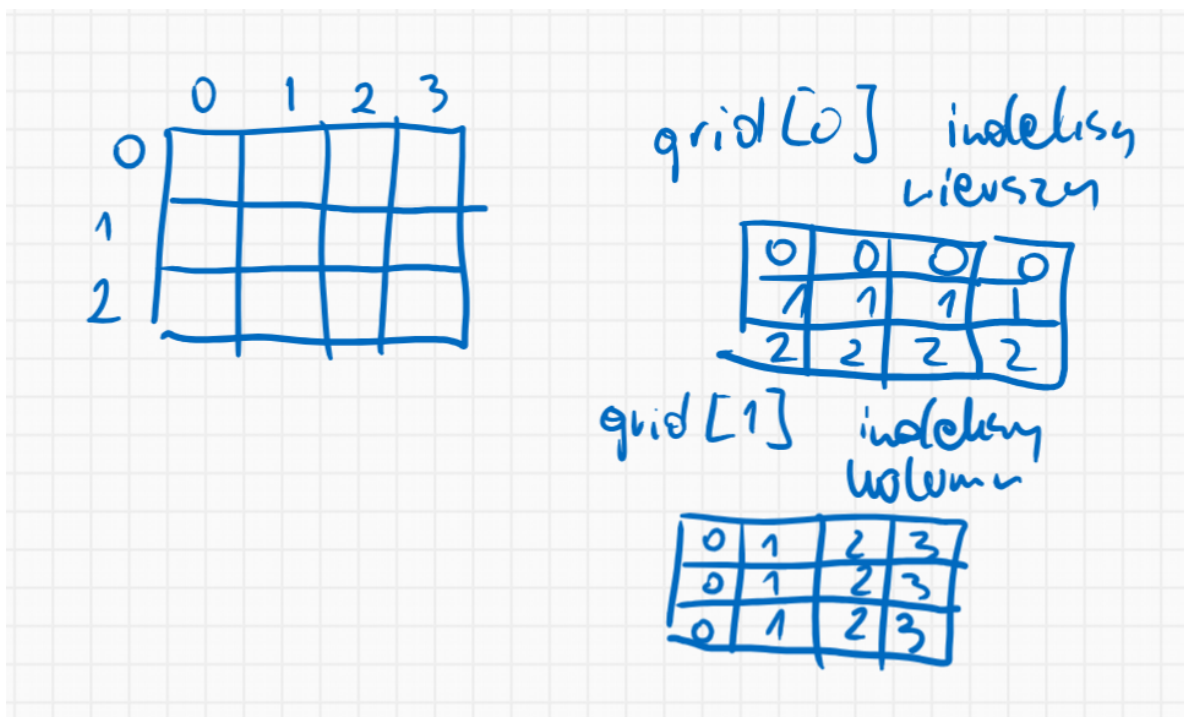
14.3.1 `indices()`

Tworzy tablicę reprezentującą indeksy siatki.

```
import numpy as np

# Tworzenie siatki indeksów 3x4
grid = np.indices((3, 4))
print(grid.shape) # (2, 3, 4)
print(grid[0]) # indeksy wierszy
# [[0 0 0 0]
#   [1 1 1 1]
#   [2 2 2 2]]
print(grid[1]) # indeksy kolumn
# [[0 1 2 3]
#   [0 1 2 3]
#   [0 1 2 3]]
```

```
(2, 3, 4)
[[0 0 0 0]
 [1 1 1 1]
 [2 2 2 2]]
[[0 1 2 3]
 [0 1 2 3]
 [0 1 2 3]]
```



14.3.2 `ix_()`

Konstruuje otwartą siatkę z wielu sekwencji, co jest przydatne do indeksowania wielowymiarowego.

```
import numpy as np
x = np.array([0, 1, 2])
y = np.array([3, 4, 5, 6])
indeksy = np.ix_(x, y)

# Tworzy indeksy dla wszystkich kombinacji (0,3), (0,4), ..., (2,6)
print(indeksy[0].shape, indeksy[1].shape) # (3, 1) (1, 4)

# Użycie do wybierania podtablicy
arr = np.arange(16).reshape(4, 4)
print(arr)
# [[ 0  1  2  3]
#  [ 4  5  6  7]
#  [ 8  9 10 11]
#  [12 13 14 15]]
```

```
podtablica = arr[np.ix_([0, 2, 3], [0, 2])]
print(podtablica)
# [[ 0  2]
#   [ 8 10]
#   [12 14]]
```

```
(3, 1) (1, 4)
[[ 0  1  2  3]
 [ 4  5  6  7]
 [ 8  9 10 11]
 [12 13 14 15]]
[[ 0  2]
 [ 8 10]
 [12 14]]
```

14.4 ogridd i operacje na siatkach

ogrid pozwala na tworzenie otwartych siatek, co jest pamięciowo wydajniejsze niż pełne siatki.

```
import numpy as np

# Siatka punktów w zakresie od -2 do 2 z krokiem 0.1
x, y = np.ogrid[-2:2:0.1, -2:2:0.1]
maska = x**2 + y**2 <= 1 # Okrąg o promieniu 1
print(maska.shape) # (40, 40)
```

```
(40, 40)
```

14.5 Funkcje ravel_multi_index() i unravel_index()

Te funkcje konwertują między indeksami wielowymiarowymi a płaskimi.

```
import numpy as np

# Konwersja indeksów wielowymiarowych na płaskie
indeksy_wielo = np.array([[0, 0], [1, 1], [2, 1]])
wymiar = (3, 3)
```

```

indeksy_plaskie = np.ravel_multi_index(indeksy_wielo.T, wymiary)
print(indeksy_plaskie) # [0 4 7]

# Konwersja indeksów płaskich na wielowymiarowe
indeksy_plaskie = np.array([0, 3, 8])
kszalt = (3, 3)
indeksy_wielo = np.unravel_index(indeksy_plaskie, kszalt)
print(indeksy_wielo) # (array([0, 1, 2]), array([0, 0, 2]))

```

```

[0 4 7]
(array([0, 1, 2]), array([0, 0, 2]))

```

14.6 Indeksy diagonalne

NumPy oferuje wiele funkcji do pracy z diagonalami macierzy.

```

import numpy as np
# Uzyskanie indeksów głównej przekątnej
n = 4
indeksy_diag = np.diag_indices(n)
print(indeksy_diag) # (array([0, 1, 2, 3]), array([0, 1, 2, 3]))

# Zastosowanie do ustawienia głównej przekątnej
arr = np.zeros((4, 4))
arr[indeksy_diag] = 1 # Ustawienie jedynek na głównej przekątnej
print(arr)
# [[1. 0. 0. 0.]
#  [0. 1. 0. 0.]
#  [0. 0. 1. 0.]
#  [0. 0. 0. 1.]]

# Uzyskanie indeksów z istniejącej tablicy
arr2 = np.ones((3, 3))
indeksy_diag2 = np.diag_indices_from(arr2)
print(indeksy_diag2)

```

```

(array([0, 1, 2, 3]), array([0, 1, 2, 3]))
[[1. 0. 0. 0.]
 [0. 1. 0. 0.]
 [0. 0. 1. 0.]

```

```
[0. 0. 0. 1.]  
(array([0, 1, 2]), array([0, 1, 2]))
```

14.7 3.1 Funkcja take()

Pobiera elementy z tablicy wzdłuż określonej osi na podstawie indeksów.

```
import numpy as np  
  
arr = np.array([10, 20, 30, 40, 50])  
indeksy = np.array([0, 2, 4])  
wynik = np.take(arr, indeksy)  
print(wynik) # [10 30 50]  
  
# W tablicach wielowymiarowych możemy wybrać oś  
arr_2d = np.array([[1, 2, 3], [4, 5, 6], [7, 8, 9]])  
indeksy_wierszy = np.array([0, 2])  
wynik_2d = np.take(arr_2d, indeksy_wierszy, axis=0)  
print(wynik_2d)  
# [[1 2 3]  
#    [7 8 9]]
```

```
[10 30 50]  
[[1 2 3]  
 [7 8 9]]
```

##Funkcja take_along_axis()

Pobiera wartości z tablicy poprzez dopasowanie 1D indeksu i fragmentów danych. Jest bezpieczna dla duplikatów indeksów.

```
import numpy as np  
  
arr = np.array([[10, 30, 20], [60, 40, 50]])  
indeksy_kolejnosc = np.argsort(arr, axis=1)  
wynik = np.take_along_axis(arr, indeksy_kolejnosc, axis=1)  
print(wynik)  
# [[10 20 30]  
#    [40 50 60]]
```

```
[[10 20 30]  
 [40 50 60]]
```

14.8 Funkcja choose()

Konstruuje tablicę wybierając elementy z listy tablic.

```
import numpy as np

opcje = [np.array([0, 1, 2, 3]),
         np.array([10, 11, 12, 13]),
         np.array([20, 21, 22, 23])]
indeksy = np.array([0, 2, 1, 0]) # Wybiera z której tablicy opcji wziąć element
wynik = np.choose(indeksy, opcje)
print(wynik) # [ 0 21 12  3]
```

```
[ 0 21 12  3]
```

14.9 Funkcja compress()

Zwraca wybrane elementy tablicy wzdłuż określonej osi.

```
import numpy as np
arr = np.array([[1, 2, 3], [4, 5, 6]])
maska = np.array([True, False, True])
wynik = np.compress(maska, arr, axis=1)
print(wynik)
# [[1 3]
#   [4 6]]
```

```
[[1 3]
 [4 6]]
```

14.10 Funkcje diag() i diagonal()

Funkcje do pracy z przekątnymi.

```
import numpy as np

# Tworzenie tablicy diagonalnej
diag_arr = np.diag([1, 2, 3, 4])
```

```

print(diag_arr)
# [[1 0 0 0]
#   [0 2 0 0]
#   [0 0 3 0]
#   [0 0 0 4]]

# Pobieranie diagonali z tablicy
arr = np.array([[1, 2, 3], [4, 5, 6], [7, 8, 9]])
diag = np.diag(arr)
print(diag) # [1 5 9]

# Pobieranie przekątnej przesuniętej o 1
diag_offset = np.diagonal(arr, offset=1)
print(diag_offset) # [2 6]

```

```

[[1 0 0 0]
 [0 2 0 0]
 [0 0 3 0]
 [0 0 0 4]]
[1 5 9]
[2 6]

```

14.11 Funkcja select()

Zwraca tablicę zbudowaną z elementów z listy opcji, w zależności od warunków.

```

import numpy as np

arr = np.array([[1, 2, 3], [4, 5, 6], [7, 8, 9]])
warunki = [arr < 3, arr < 6, arr < 9]
opcje = [100, 200, 300]
wynik = np.select(warunki, opcje, default=400)
print(wynik)
# [[100 100 200]
#   [200 200 300]
#   [300 300 400]]

```

```

[[100 100 200]
 [200 200 300]
 [300 300 400]]

```

14.12 Funkcja place()

Zmienia elementy tablicy na podstawie maski i podanych wartości.

```
import numpy as np

arr = np.arange(5)
maska = np.array([True, False, True, False, True])
np.place(arr, maska, [-1, -2, -3]) # Cyklicznie używa wartości [-1, -2, -3]
print(arr) # [-1  1 -2  3 -3]
```

```
[-1  1 -2  3 -3]
```

14.13 Funkcja put()

Zastępuje określone elementy tablicy podanymi wartościami.

```
import numpy as np

arr = np.arange(5)
indeksy = [0, 2, 4]
np.put(arr, indeksy, [10, 20, 30])
print(arr) # [10  1 20  3 30]
```

```
[10  1 20  3 30]
```

14.14 Funkcja put_along_axis()

Umieszcza wartości w tablicy docelowej, dopasowując 1D indeks i fragmenty danych wzdłuż określonej osi.

```
import numpy as np

arr = np.array([[10, 30, 20], [60, 40, 50]])
indeksy = np.argmax(arr, axis=1)
indeksy = np.expand_dims(indeksy, axis=1) # Przekształć do kształtu (2, 1)
np.put_along_axis(arr, indeksy, 99, axis=1)
print(arr)
# [[99 30 20]
#  [60 40 99]]
```



```
[[99 30 20]
 [60 99 50]]
```

14.15 Funkcja putmask()

Zmienia elementy tablicy na podstawie warunku i podanych wartości.

```
import numpy as np

arr = np.arange(5)
maska = np.array([True, False, True, False, True])
np.putmask(arr, maska, [-1, -2, -3]) # Cyklicznie używa wartości
print(arr) # [-1  1 -2  3 -3]
```

```
[-1  1 -3  3 -2]
```

14.16 Funkcja fill_diagonal()

Wypełnia główną przekątną tablicy podaną wartością.

```
import numpy as np

arr = np.zeros((4, 4))
np.fill_diagonal(arr, 5)
print(arr)
# [[5. 0. 0. 0.]
#  [0. 5. 0. 0.]
#  [0. 0. 5. 0.]
#  [0. 0. 0. 5.]]

arr_rect = np.zeros((4, 4, 4))
np.fill_diagonal(arr_rect, 9)
print(arr_rect[0]) # Wypełnia przekątną w każdym "plasterku" 3D tablicy
```

```
[[5. 0. 0. 0.]
 [0. 5. 0. 0.]
 [0. 0. 5. 0.]
 [0. 0. 0. 5.]]
[[9. 0. 0. 0.]
```

```
[0. 0. 0. 0.]  
[0. 0. 0. 0.]  
[0. 0. 0. 0.]
```

15 Numpy - inne

15.1 Stałe

NumPy dostarcza kilka znanych stałych matematycznych, które mogą być przydatne w obliczeniach naukowych i inżynierskich. Wbudowane stałe takie jak liczba Pi czy podstawa logarytmu naturalnego e ułatwiają pisanie czytelnego i zwięzłego kodu.

1. `numpy.pi`

- Reprezentuje liczbę Pi (π) z dużą dokładnością.
- Pi to stosunek obwodu okręgu do jego średnicy.
- W przybliżeniu: 3.141592653589793

2. `numpy.e`

- Reprezentuje podstawę logarytmu naturalnego, e .
- e jest wykorzystywane w wielu dziedzinach, takich jak analiza matematyczna, probabilistyka, statystyka.
- W przybliżeniu: 2.718281828459045

3. `numpy.eulergamma`

- Reprezentuje stałą Eulera-Mascheroniego, zwykle oznaczaną jako γ (gamma).
- Pojawia się w analizie matematycznej, szczególnie w teorii liczb i badaniu szeregów harmoniczych.
- W przybliżeniu: 0.5772156649015329

```
import numpy as np

# Promień koła
r = 5.0

# Obwód koła: 2 * pi * r
obwod = 2 * np.pi * r
```

```
print("Obwód koła:", obwod)

# Pole koła:    * r^2
pole = np.pi * r**2
print("Pole koła:", pole)
```

Obwód koła: 31.41592653589793
Pole koła: 78.53981633974483

```
import numpy as np

# Przykładowy punkt x
x = 1.0

# Wartość funkcji e^x
exp_value = np.e**x
print("e^x dla x=1:", exp_value)

# Porównanie z funkcją np.exp
exp_compare = np.exp(x)
print("Porównanie z np.exp(1):", exp_compare)
```

e^x dla x=1: 2.718281828459045
Porównanie z np.exp(1): 2.718281828459045

15.2 numpy.inf

- **Opis:** np.inf reprezentuje wartość nieskończoną (∞).
- Często pojawia się w obliczeniach, gdy wartość danego wyrażenia dąży do nieskończoności (np. dzielenie przez zero, pewne limity, itp.).
- Przykładowo, $1.0 / 0.0$ zwróci ostrzeżenie i w konsekwencji może dać wartość inf.

```
import numpy as np

# Zastosowanie w tworzeniu masek logicznych
arr = np.array([1, 2, np.inf, 4, 5])
mask = np.isinf(arr)
print("Maska elementów o wartości inf:", mask)
```

Maska elementów o wartości `inf`: `[False False True False False]`

15.3 `numpy.nan`

- **Opis:** `np.nan` oznacza “Not a Number” (NaN), czyli wartość nieokreśloną lub niereprezentowalną w systemie liczbowym.
- Pojawia się, gdy wynik operacji numerycznej jest nieokreślony, np. `0.0/0.0`, `inf - inf` lub przy błędach wczytywania danych.
- Operacje arytmetyczne z `nan` zazwyczaj również zwracają `nan`.

```
import numpy as np

# Zamiana wartości nan w tablicy
data = np.array([1, 2, np.nan, 4, np.nan])
print("Oryginalne dane:", data)

# Wypełnienie wartości nan zerem
data_no_nan = np.nan_to_num(data, nan=0.0)
print("Dane bez nan:", data_no_nan)
```

Oryginalne dane: `[1. 2. nan 4. nan]`
Dane bez nan: `[1. 2. 0. 4. 0.]`

15.4 `numpy.newaxis`

- **Opis:** `np.newaxis` jest specjalną “stałą”/obiektom służącym do zmiany wymiarów tablic przez zwiększenie ich liczby wymiarów o 1.

```
import numpy as np

# Mamy tablicę 1D
vec = np.array([1, 2, 3, 4])
print("Oryginalna tablica:", vec, "Kształt:", vec.shape)

# Dodajemy nowy wymiar jako wymiar wierszy
vec_as_col = vec[:, np.newaxis]
print("Tablica jako kolumna:\n", vec_as_col, "Kształt:", vec_as_col.shape)
```

```
# Dodawanie wymiaru na początku
vec_as_row = vec[np.newaxis, :]
print("Tablica jako wiersz:\n", vec_as_row, "Kształt:", vec_as_row.shape)

# Kolejny przykład: dodanie wymiaru by z łatwością broadcastować operacje
a = np.array([10, 20, 30])
b = np.array([1, 2])
# Bez nowego wymiaru próba dodania a do b się nie powiedzie,
# bo kształty nie są kompatybilne.
# Z nowym wymiarem a ma kształt (3,1), a b (2,), co pozwala na broadcast
sum_matrix = a[:, np.newaxis] + b
print("Operacja z broadcast:\n", sum_matrix)
```

Oryginalna tablica: [1 2 3 4] Kształt: (4,)

Tablica jako kolumna:

```
[[1]
 [2]
 [3]
 [4]] Kształt: (4, 1)
```

Tablica jako wiersz:

```
[[1 2 3 4]] Kształt: (1, 4)
```

Operacja z broadcast:

```
[[11 12]
 [21 22]
 [31 32]]
```

15.5 Statystyka i agregacja

Funkcja	Opis
np.mean	Średnia wszystkich wartości w tablicy.
np.std	Odchylenie standardowe.
np.var	Wariancja.
np.sum	Suma wszystkich elementów.
np.prod	Iloczyn wszystkich elementów.
np.cumsum	Skumulowana suma wszystkich elementów.
np.cumprod	Skumulowany iloczyn wszystkich elementów.
np.min, np.max	Minimalna/maksymalna wartość w tablicy.
np.argmin, np.argmax	Indeks minimalnej/maksymalnej wartości w tablicy.
np.all	Sprawdza czy wszystkie elementy są różne od zera.

Funkcja	Opis
<code>np.any</code>	Sprawdza czy co najmniej jeden z elementów jest różny od zera.

Cześć III

Eksploracja danych

16 Etapy eksploracji danych

- **Zbieranie danych:**
 - Zebranie danych z różnych źródeł (bazy danych, pliki CSV, API, itd.).
- **Zrozumienie danych:**
 - Analiza struktury danych, typów danych i ich znaczenia.
 - Eksploracja wstępnych zależności i trendów.
- **Czyszczenie danych:**
 - Usuwanie braków, błędów i anomalii w danych.
 - Obsługa brakujących wartości i duplikatów.
- **Transformacja danych:**
 - Normalizacja, standaryzacja, kodowanie zmiennych kategorycznych.
 - Tworzenie nowych zmiennych (cech).
- **Redukcja danych:**
 - Selekcja istotnych cech lub zmniejszenie wymiarowości danych (np. PCA).

Cześć IV

Pandas

17 Pandas - start

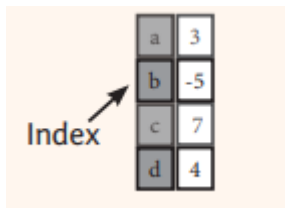
Pandas jest biblioteką Pythona służącą do analizy i manipulowania danymi

17.1 Import:

```
import pandas as pd
```

17.2 Podstawowe byty

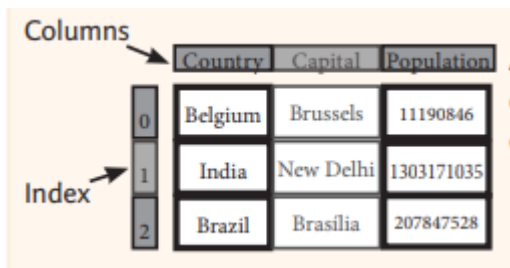
Seria - Series



The diagram illustrates a Pandas Series as a vertical column of data. It consists of four rows, each with a label in a grey box on the left and a numerical value in a white box on the right. An arrow labeled 'Index' points to the first row. The data is as follows:

a	3
b	-5
c	7
d	4

Ramka danych - DataFrame



The diagram illustrates a Pandas DataFrame as a table with multiple rows and columns. The columns are labeled 'Country', 'Capital', and 'Population'. The rows are indexed from 0 to 2. An arrow labeled 'Columns' points to the header row, and an arrow labeled 'Index' points to the first column. The data is as follows:

	Country	Capital	Population
0	Belgium	Brussels	11190846
1	India	New Delhi	1303171035
2	Brazil	Brasilia	207847528

```
import pandas as pd

s = pd.Series([3, -5, 7, 4])
print(s)
print("values")
print(s.to_numpy())
print(type(s.to_numpy()))
print(s.index)
print(type(s.index))
```

```
0    3
1   -5
2    7
3    4
dtype: int64
values
[ 3 -5  7  4]
<class 'numpy.ndarray'>
RangeIndex(start=0, stop=4, step=1)
<class 'pandas.core.indexes.range.RangeIndex'>
```

```
import pandas as pd
import numpy as np

s = pd.Series([3, -5, 7, 4], index=['a', 'b', 'c', 'd'])
print(s)
print(s['b'])
s['b'] = 8
print(s)
print(s[s > 5])
print(s * 2)
print(np.sin(s))
```

```
a    3
b   -5
c    7
d    4
dtype: int64
-5
a    3
b    8
```

```

c      7
d      4
dtype: int64
b      8
c      7
dtype: int64
a      6
b     16
c     14
d      8
dtype: int64
a     0.141120
b     0.989358
c     0.656987
d    -0.756802
dtype: float64

```

```

import pandas as pd

d = {'key1': 350, 'key2': 700, 'key3': 70}
s = pd.Series(d)
print(s)

```

```

key1    350
key2    700
key3     70
dtype: int64

```

```

import pandas as pd

d = {'key1': 350, 'key2': 700, 'key3': 70}
k = ['key0', 'key2', 'key3', 'key1']
s = pd.Series(d, index=k)
print(s)
s.name = "Wartosc"
s.index.name = "Klucz"
print(s)

```

```

key0      NaN
key2    700.0
key3     70.0

```

```

key1    350.0
dtype: float64
Klucz
key0     NaN
key2    700.0
key3     70.0
key1    350.0
Name: Wartosc, dtype: float64

```

```

import pandas as pd

data = {'Country': ['Belgium', 'India', 'Brazil'],
        'Capital': ['Brussels', 'New Delhi', 'Brasília'],
        'Population': [11190846, 1303171035, 207847528]}
frame = pd.DataFrame(data)
print(frame)
data2 = pd.DataFrame(data, columns=['Country', 'Population', 'Capital'])
print(data2)

```

	Country	Capital	Population
0	Belgium	Brussels	11190846
1	India	New Delhi	1303171035
2	Brazil	Brasília	207847528

	Country	Population	Capital
0	Belgium	11190846	Brussels
1	India	1303171035	New Delhi
2	Brazil	207847528	Brasília

```

import pandas as pd

data = {'Country': ['Belgium', 'India', 'Brazil'],
        'Capital': ['Brussels', 'New Delhi', 'Brasília'],
        'Population': [11190846, 1303171035, 207847528]}
df_data = pd.DataFrame(data, columns=['Country', 'Population', 'Capital'])
print("Shape:", df_data.shape)
print("---")
print("Index:", df_data.index)
print("---")
print("columns:", df_data.columns)
print("---")
df_data.info()

```

```
print("--")
print(df_data.count())
```

```
Shape: (3, 3)
--
Index: RangeIndex(start=0, stop=3, step=1)
--
columns: Index(['Country', 'Population', 'Capital'], dtype='object')
--
<class 'pandas.core.frame.DataFrame'>
RangeIndex: 3 entries, 0 to 2
Data columns (total 3 columns):
#   Column      Non-Null Count  Dtype
---  -
0   Country     3 non-null      object
1   Population   3 non-null      int64
2   Capital      3 non-null      object
dtypes: int64(1), object(2)
memory usage: 204.0+ bytes
--
Country      3
Population    3
Capital       3
dtype: int64
```

Ćwiczenia: (ex8.py)

1. Napisz kod, który utworzy serię z następującej listy liczb: [10, 20, 30, 40, 50]. Wyświetl serię w formacie tabelarycznym:

Index	Value
0	10
1	20
2	30
3	40
4	50

2. Utwórz serię, gdzie kluczami będą miesiące ('Jan', 'Feb', 'Mar'), a wartościami odpowiednio temperatury: [0, 3, 5]. Wyświetl w formacie tabelarycznym:

Month	Temperature
Jan	0
Feb	3
Mar	5

3. Stwórz pustą ramkę danych z kolumnami **Product**, **Price**, **Quantity**, a następnie wypełnij ją danymi:

Product	Price	Quantity
Apple	1.2	10
Banana	0.5	20
Orange	0.8	15

18 Pandas - indeksowanie

```
import pandas as pd

data = {'Country': ['Belgium', 'India', 'Brazil'],
        'Capital': ['Brussels', 'New Delhi', 'Brasília'],
        'Population': [11190846, 1303171035, 207847528]}
data2 = pd.DataFrame(data, columns=['Country', 'Population', 'Capital'])
print(data2.iloc[[0], [0]])
print("--")
print(data2.loc[[0], ['Country']])
print("--")
print(data2.loc[2])
print("--")
print(data2.loc[:, 'Capital'])
print("--")
print(data2.loc[1, 'Capital'])
```

```
Country
0 Belgium
--
Country
0 Belgium
--
Country      Brazil
Population    207847528
Capital      Brasília
Name: 2, dtype: object
--
0 Brussels
1 New Delhi
2 Brasília
Name: Capital, dtype: object
--
New Delhi
```

1. loc:

- To metoda indeksowania oparta na etykietach, co oznacza, że używa nazw etykiet kolumn i indeksów wierszy do wyboru danych.
- Działa na podstawie etykiet indeksu oraz etykiet kolumny, co pozwala na wygodniejsze filtrowanie danych.
- Obsługuje zarówno jednostkowe etykiety, jak i zakresy etykiet.
- Działa również z etykietami nieliczbowymi.
- Przykład użycia: `df.loc[1:3, ['A', 'B']]` - zwraca wiersze od indeksu 1 do 3 (włącznie) oraz kolumny 'A' i 'B'.

2. iloc:

- To metoda indeksowania oparta na pozycji, co oznacza, że używa liczbowych indeksów kolumn i wierszy do wyboru danych.
- Działa na podstawie liczbowych indeksów zarówno dla wierszy, jak i kolumn.
- Obsługuje jednostkowe indeksy oraz zakresy indeksów.
- W przypadku używania zakresów indeksów, zakres jest półotwarty, co oznacza, że prawy kraniec nie jest uwzględniany.
- Przykład użycia: `df.iloc[1:3, 0:2]` - zwraca wiersze od indeksu 1 do 3 (bez 3) oraz kolumny od indeksu 0 do 2 (bez 2).

```
import pandas as pd

data = {'Country': ['Belgium', 'India', 'Brazil'],
        'Capital': ['Brussels', 'New Delhi', 'Brasília'],
        'Population': [11190846, 1303171035, 207847528]}
data2 = pd.DataFrame(data, columns=['Country', 'Population', 'Capital'])
print(data2['Population'])
print("--")
print(data2[data2['Population'] > 1200000000])
print("--")
```

```
0      11190846
1    1303171035
2     207847528
Name: Population, dtype: int64
--
   Country  Population   Capital
1   India  1303171035  New Delhi
--
```

Ćwiczenia: (ex9.py)

Poćwicz indeksowanie na poniższej ramce (nie muszą być wszystkie wiersze):

- **Kolumny kategoryczne:**
 - `Region` – region sprzedaży
 - `Product` – rodzaj produktu
 - `Sales_Channel` – kanał sprzedaży (online, sklep stacjonarny, hurt)
- **Kolumny liczbowe:**
 - `Units_Sold` – liczba sprzedanych jednostek
 - `Revenue` – przychód w tysiącach GBP
 - `Profit` – zysk w tysiącach GBP

Region	Product	Sales_Channel	Units_Sold	Revenue	Profit
North	Electronics	Online	120	60.5	15.2
South	Furniture	Retail	80	45.0	12.0
East	Clothing	Online	200	35.0	8.5
West	Electronics	Wholesale	150	70.0	20.5
North	Furniture	Retail	90	50.5	13.2
South	Clothing	Online	300	55.0	10.0
East	Electronics	Retail	110	62.0	16.0
West	Furniture	Online	70	30.0	7.5
North	Clothing	Wholesale	250	40.0	9.0
South	Electronics	Retail	130	75.0	22.0

19 Ładowanie danych

19.1 Obsługa plików csv

Funkcja `pandas.read_csv`

Dokumentacja: [link](#)

Wybrane argumenty:

- `filepath` - ścieżka dostępu
- `sep=_NoDefault.no_default, delimiter=None` - separator
- `header='infer'` - nagłówek - domyślnie nazwy kolumn, ew. `header=None` oznacza brak nagłówka
- `index_col=None` - ustalenie kolumny na indeksy (nazwy wierszy)
- `thousands=None` - separator tysięcy
- `decimal='.'` - separator dziesiętny

Zapis `pandas.DataFrame.to_csv`

Dokumentacja: [link](#)

19.2 Obsługa plików z Excela

Funkcja `pandas.read_excel`

https://pandas.pydata.org/docs/reference/api/pandas.read_excel.html

** Ważne: trzeba zainstalować bibliotekę `openpyxl` do importu `.xlsx` oraz `xlrd` do importu `.xls` (nie trzeba ich importować w kodzie jawnie w większości wypadków)

Wybrane argumenty:

- `io` - ścieżka dostępu
- `sheet_name=0` - nazwa arkusza
- `header='infer'` - nagłówek - domyślnie nazwy kolumn, ew. `header=None` oznacza brak nagłówka
- `index_col=None` - ustalenie kolumny na indeksy (nazwy wierszy)
- `thousands=None` - separator tysięcy

- `decimal='.'` - separator dziesiętny

Ćwiczenie: (ex10.py)

Poćwicz ładowanie danych z plików

<https://github.com/pjastr/AIWD-files>

19.3 Obsługa sqllite3

```
import pandas as pd
from sqlite3 import connect

conn = connect('sales_data2.db')
data = pd.read_sql("SELECT * FROM sales_data", con=conn)
```

20 Pandas - sortowanie

```
import pandas as pd

# Przykładowa ramka danych
data = pd.DataFrame({
    'Name': ['Alice', 'Tom', 'Charlie'],
    'Age': [25, 42, 35],
    'Salary': [50000, 60000, 70000]
})

# Sortowanie po kolumnie 'Age'
s1 = data.sort_values(by='Age')
print(s1)

# Sortowanie w odwrotnej kolejności
s2 = data.sort_values(by='Salary', ascending=False)
print(s2)

# Sortowanie według 'Age' rosnąco, a następnie 'Salary' malejąco
s3 = data.sort_values(by=['Age', 'Salary'], ascending=[True, False])
print(s3)
```

	Name	Age	Salary
0	Alice	25	50000
2	Charlie	35	70000
1	Tom	42	60000

	Name	Age	Salary
2	Charlie	35	70000
1	Tom	42	60000
0	Alice	25	50000

	Name	Age	Salary
0	Alice	25	50000
2	Charlie	35	70000
1	Tom	42	60000

```
import pandas as pd

# Przykładowa ramka danych
data = pd.DataFrame({
    'Name': ['Alice', 'Tom', 'Charlie'],
    'Age': [25, 41, 35],
    'Salary': [50000, 60000, 70000]
})

# Sortowanie inplace (zamiana istniejącej zmiennej) - obecnie niezalecane
data.sort_values(by='Age', inplace=True)
print(data)
```

	Name	Age	Salary
0	Alice	25	50000
2	Charlie	35	70000
1	Tom	41	60000

```
import pandas as pd

df2 = pd.DataFrame({
    'Name': ['Alice', 'Bob', 'Charlie', 'Dave'],
    'Age': [25, 30, None, 35],
    'Salary': [50000, None, 70000, 60000]
})

# Sortowanie z NaN na końcu
s2 = df2.sort_values(by='Age', na_position='last')
print(s2)

# Sortowanie z NaN na początku
s3 = df2.sort_values(by='Age', na_position='first')
print(s3)
```

	Name	Age	Salary
0	Alice	25.0	50000.0
1	Bob	30.0	NaN
3	Dave	35.0	60000.0
2	Charlie	NaN	70000.0

	Name	Age	Salary
2	Charlie	NaN	70000.0
0	Alice	25.0	50000.0

1	Bob	30.0	NaN
3	Dave	35.0	60000.0

```
import pandas as pd

df3 = pd.DataFrame({
    'Name': ['Alice', 'Bob', 'Charlie', 'Dave'],
    'Age': [25, 30, None, 35],
    'Salary': [50000, None, 70000, 60000]
})

s3 = df3.sort_values(by='Name', key=lambda x: x.str.len())
print(s3)
```

	Name	Age	Salary
1	Bob	30.0	NaN
3	Dave	35.0	60000.0
0	Alice	25.0	50000.0
2	Charlie	NaN	70000.0

Ćwiczenie: (exsort.py)

Załaduj poniższe pliki i posortuj wg wybranych samodzielnie kryteriów:

- date_sale.csv
- wynagrodzenia21.csv

21 Pandas - szeregi czasowe

Zamiana stringu na format `datetime` (dato-czasowy)

```
import pandas as pd

data = {'date': ['2023-01-01', '2023-01-02', '2023-01-03'], 'value': [10, 15, 20]}
data_frame = pd.DataFrame(data)
data_frame['date'] = pd.to_datetime(data_frame['date'])
print(data)
```

```
{'date': ['2023-01-01', '2023-01-02', '2023-01-03'], 'value': [10, 15, 20]}
```

Argument `errors` w funkcji `pd.to_datetime` kontroluje, jak funkcja ma się zachować, gdy napotka nieprawidłowe dane podczas próby konwersji wartości na obiekty `datetime`. Możliwe wartości dla `errors` to:

1. **'raise'** (domyślnie): Rzuca wyjątek, jeśli napotka nieprawidłowy format danych.
2. **'coerce'**: Zastępuje nieprawidłowe wartości `NaT` (Not a Time).
3. **'ignore'**: Zwraca dane wejściowe bez zmian, gdy napotka błąd (opcja wycofana w kolejnych wersjach).

Kod do wklejenia do środowiska:

```
import pandas as pd

data = {'date': ['2023-01-01', 'invalid', '2023-01-03'], 'value': [10, 15, 20]}
data_frame = pd.DataFrame(data)
data_frame['date'] = pd.to_datetime(data_frame['date'], errors='ignore')
```

Argument `format` w funkcji `pandas.to_datetime` pozwala określić dokładny format daty i czasu, który ma zostać użyty do parsowania wartości wejściowych. Jest to przydatne, gdy dane wejściowe mają stały, specyficzny format, co może przyspieszyć przetwarzanie i zmniejszyć ryzyko błędnej interpretacji dat.

```
import pandas as pd

# Przykładowe dane wejściowe z różnymi formatami
data1 = ['01-01-2025', '15-03-2025', '30-12-2025'] # Format: DD-MM-YYYY
data2 = ['2025/01/01', '2025/03/15', '2025/12/30'] # Format: YYYY/MM/DD

# Konwersja z określonym formatem (DD-MM-YYYY)
df1 = pd.DataFrame(data1)
df1[0] = pd.to_datetime(df1[0], format='%d-%m-%Y')
print("Konwersja z formatem '%d-%m-%Y':")
print(df1)

# Konwersja z określonym formatem (YYYY/MM/DD)
df2 = pd.DataFrame(data2)
df2[0] = pd.to_datetime(df2[0], format='%Y/%m/%d')
print("\nKonwersja z formatem '%Y/%m/%d':")
print(df2)
```

Konwersja z formatem '%d-%m-%Y':

```
0
0 2025-01-01
1 2025-03-15
2 2025-12-30
```

Konwersja z formatem '%Y/%m/%d':

```
0
0 2025-01-01
1 2025-03-15
2 2025-12-30
```

Kod formatu	Opis	Przykład
%Y	Rok w formacie 4-cyfrowym	2025
%y	Rok w formacie 2-cyfrowym	25
%m	Miesiąc (cyfry, 2-cyfrowe)	01 (styczeń), 12 (grudzień)
%d	Dzień miesiąca (2-cyfrowe)	01, 15, 31
%B	Pełna nazwa miesiąca	January, December
%b	Skrót nazwy miesiąca	Jan, Dec
%A	Pełna nazwa dnia tygodnia	Monday, Sunday
%a	Skrót nazwy dnia tygodnia	Mon, Sun
%H	Godzina w formacie 24-godzinnym	00, 12, 23

Kod formatu	Opis	Przykład
%I	Godzina w formacie 12-godzinnym	01, 11
%p	AM/PM	AM, PM
%M	Minuty	00, 30, 59
%S	Sekundy	00, 30, 59

Polskie nazwy miesięcy w mianowniku lub skrócie:

```
import locale
import pandas as pd

locale.setlocale(locale.LC_ALL, 'PL')
# locale.setlocale(locale.LC_TIME, 'pl_PL.UTF-8') # Na systemach Linux/Mac
# locale.setlocale(locale.LC_TIME, 'Polish_Poland.1250') # Na Windows

data = ['10 styczeń 2025', '15 grudzień 2025', '5 marzec 2025']
data_frame = pd.DataFrame(data)
data_frame[0] = pd.to_datetime(data_frame[0], format='%d %B %Y')
print(data_frame)

data2 = ['10 sty 2025', '15 gru 2025', '5 mar 2025']
df2 = pd.DataFrame(data2)
df2[0] = pd.to_datetime(df2[0], format='%d %b %Y')
print(df2)
```

```
0
0 2025-01-10
1 2025-12-15
2 2025-03-05
0
0 2025-01-10
1 2025-12-15
2 2025-03-05
```

Ćwiczenie: (extime.py)

Załaduj poniższe pliki i przekształć kolumnę z datą:

- date_sale.csv
- date_temp.csv

Wskazówka:

```
import pandas as pd  
data = pd.read_csv("date_sale.csv", parse_dates=["Sale_Date"], date_format="%d-%m-%Y")
```

22 Pandas - dane tekstowe

22.1 Normalizacja

Normalizacja danych tekstowych polega na przekształceniu tekstu w jednolity i porównywalny format. W Pandas można to osiągnąć poprzez zastosowanie różnych operacji na kolumnach zawierających dane tekstowe.

Stare podejście (na piechotę, pełna kontrola):

```
import pandas as pd

# Przykładowa ramka danych
data = pd.DataFrame({
    'Text': [' Hello World ', 'Pandas Library43', ' Data Science ']
})

# Usunięcie białych znaków
data['Text'] = data['Text'].str.strip()
print(data)

# Konwersja do małych liter
data['Text'] = data['Text'].str.lower()
print(data)

# Konwersja do wielkich liter
data['Text'] = data['Text'].str.upper()
print(data)

# Usunięcie znaków specjalnych
data['Text'] = data['Text'].str.replace(r'[\^w\s]', '', regex=True)
print(data)

# Usunięcie liczb
data['Text'] = data['Text'].str.replace(r'\d+', '', regex=True)
print(data)

# Usunięcie duplikatów
data = data.drop_duplicates(subset='Text')
print(data)
```

```

Text
0      Hello World
1  Pandas  Library43
2    Data   Science

Text
0      hello world
1  pandas  library43
2    data   science

Text
0      HELLO WORLD
1  PANDAS  LIBRARY43
2    DATA  SCIENCE

Text
0      HELLO WORLD
1  PANDAS  LIBRARY43
2    DATA  SCIENCE

Text
0      HELLO WORLD
1  PANDAS  LIBRARY
2    DATA  SCIENCE

Text
0      HELLO WORLD
1  PANDAS  LIBRARY
2    DATA  SCIENCE

```

Nowsza wersja (wygodna, ale w detalach trudna)

```

import pandas as pd

# Utworzenie przykładowej serii z różnymi formami zapisu tego samego tekstu
s = pd.Series(['café', 'café\u0301', 'café'])

# Normalizacja do jednolitej formy
normalized = s.str.normalize('NFC')

# Sprawdzenie czy wszystkie wartości są teraz identyczne
print(normalized.nunique()) # Powinno zwrócić 1

```

1

Inne opcje: 'NFC', 'NFKC', 'NFD', 'NFKD'

22.2 Operacje wektorowe na tekstach

Oto tabela w języku Markdown wyjaśniająca funkcje z `pandas.Series.str` i ich zastosowanie:

Funkcja	Opis
<code>len()</code>	Zwraca długość każdego ciągu znaków w serii.
<code>lower()</code>	Konwertuje wszystkie znaki na małe litery.
<code>translate()</code>	Zastępuje znaki według podanej mapy translacji.
<code>islower()</code>	Sprawdza, czy wszystkie znaki w ciągu są małymi literami.
<code>ljust()</code>	Justuje tekst w lewo, wypełniając go określonym znakiem do zadanej szerokości.
<code>upper()</code>	Konwertuje wszystkie znaki na wielkie litery.
<code>startswith()</code>	Sprawdza, czy ciąg znaków zaczyna się od podanego prefiksu.
<code>isupper()</code>	Sprawdza, czy wszystkie znaki w ciągu są wielkimi literami.
<code>rjust()</code>	Justuje tekst w prawo, wypełniając go określonym znakiem do zadanej szerokości.
<code>find()</code>	Zwraca indeks pierwszego wystąpienia podciągu; zwraca <code>-1</code> , jeśli podciąg nie istnieje.
<code>endswith()</code>	Sprawdza, czy ciąg znaków kończy się podanym sufiksem.
<code>isnumeric()</code>	Sprawdza, czy ciąg zawiera tylko znaki numeryczne.
<code>center()</code>	Centruje tekst, wypełniając go określonym znakiem do zadanej szerokości.
<code>rfind()</code>	Zwraca indeks ostatniego wystąpienia podciągu; zwraca <code>-1</code> , jeśli podciąg nie istnieje.
<code>isalnum()</code>	Sprawdza, czy ciąg zawiera tylko litery i cyfry.
<code>isdecimal()</code>	Sprawdza, czy ciąg zawiera tylko znaki dziesiętne.
<code>zfill()</code>	Wypełnia ciąg zerami z lewej strony, aby osiągnąć określoną długość.
<code>index()</code>	Zwraca indeks pierwszego wystąpienia podciągu; zgłasza wyjątek, jeśli podciąg nie istnieje.
<code>isalpha()</code>	Sprawdza, czy ciąg zawiera tylko litery.
<code>split()</code>	Dzieli ciąg na listę podciągów na podstawie separatora (domyślnie spacja).
<code>strip()</code>	Usuwa białe znaki (lub inne wskazane znaki) z obu stron ciągu.
<code>rindex()</code>	Zwraca indeks ostatniego wystąpienia podciągu; zgłasza wyjątek, jeśli podciąg nie istnieje.
<code>isdigit()</code>	Sprawdza, czy ciąg zawiera tylko cyfry.
<code>rsplit()</code>	Dzieli ciąg od prawej strony na listę podciągów na podstawie separatora (domyślnie spacja).
<code>rstrip()</code>	Usuwa białe znaki (lub inne wskazane znaki) z prawej strony ciągu.
<code>capitalize()</code>	Zmienia pierwszą literę na wielką, a resztę na małe.
<code>isspace()</code>	Sprawdza, czy ciąg zawiera tylko białe znaki.

Funkcja	Opis
partition()	Dzieli ciąg na trzy części: przed separator, separator i po separatorze.
rstrip()	Usuwa białe znaki (lub inne wskazane znaki) z lewej strony ciągu.
swapcase()	Zmienia wielkość liter na przeciwną (małe na wielkie i odwrotnie).
istitle()	Sprawdza, czy ciąg jest sformatowany jako tytuł (pierwsze litery wyrazów są wielkie).
rpartition()	Dzieli ciąg na trzy części od prawej strony: przed separator, separator i po separatorze.

Zwykle operacje wektorowe są szybsze:

```
import time
import pandas as pd

# Tworzenie przykładowej ramki danych z 2000000 wierszami
data = {'Text': ['Pandas is awesome'] * 2000000}
data2 = pd.DataFrame(data)

# Funkcja, która konwertuje tekst na małe litery (przykładowa operacja)
def to_lower(text):
    return text.lower()

# 1. Operacja wektorowa
start_vectorized = time.time()
data2['Vectorized'] = data2['Text'].str.lower()
end_vectorized = time.time()

# 2. Operacja z list comprehension
start_comprehension = time.time()
data2['Comprehension'] = [to_lower(text) for text in data2['Text']]
end_comprehension = time.time()

# Czasy wykonania
vectorized_time = end_vectorized - start_vectorized
comprehension_time = end_comprehension - start_comprehension

# Wynik
print(vectorized_time, comprehension_time)
```


0.15792489051818848 0.2742142677307129

23 Pandas - inne

23.1 Uzupełnianie braków

```
import pandas as pd

s = pd.Series([3, -5, 7, 4], index=['a', 'b', 'c', 'd'])
s2 = pd.Series([7, -2, 3], index=['a', 'c', 'd'])
print(s + s2)
print("--")
print(s.add(s2, fill_value=0))
print("--")
print(s.mul(s2, fill_value=2))
```

```
a    10.0
b     NaN
c     5.0
d     7.0
dtype: float64
--
a    10.0
b    -5.0
c     5.0
d     7.0
dtype: float64
--
a    21.0
b   -10.0
c   -14.0
d    12.0
dtype: float64
```

23.2 Obsługa brakujących danych

```
import numpy as np
import pandas as pd

string_data = pd.Series(['aardvark', 'artichoke', np.nan, 'avocado'])
print(string_data)
print(string_data.isna())
print(string_data.dropna())
```

```
0    aardvark
1    artichoke
2         NaN
3     avocado
dtype: object
0    False
1    False
2     True
3    False
dtype: bool
0    aardvark
1    artichoke
3     avocado
dtype: object
```

```
from numpy import nan as NA
import pandas as pd

data = pd.DataFrame([[1., 6.5, 3.], [1., NA, NA],
                    [NA, NA, NA], [NA, 6.5, 3.]])
cleaned = data.dropna()
print(cleaned)
print(data.dropna(how='all'))
data[4] = NA
print(data.dropna(how='all', axis=1))
print(data)
print(data.fillna(0))
print(data.fillna({1: 0.5, 2: 0}))
```

	0	1	2	
0	1.0	6.5	3.0	
	0	1	2	
0	1.0	6.5	3.0	
1	1.0	NaN	NaN	
3	NaN	6.5	3.0	
	0	1	2	
0	1.0	6.5	3.0	
1	1.0	NaN	NaN	
2	NaN	NaN	NaN	
3	NaN	6.5	3.0	
	0	1	2	4
0	1.0	6.5	3.0	NaN
1	1.0	NaN	NaN	NaN
2	NaN	NaN	NaN	NaN
3	NaN	6.5	3.0	NaN
	0	1	2	4
0	1.0	6.5	3.0	0.0
1	1.0	0.0	0.0	0.0
2	0.0	0.0	0.0	0.0
3	0.0	6.5	3.0	0.0
	0	1	2	4
0	1.0	6.5	3.0	NaN
1	1.0	0.5	0.0	NaN
2	NaN	0.5	0.0	NaN
3	NaN	6.5	3.0	NaN

23.3 Usuwanie duplikatów

```
import pandas as pd

data = pd.DataFrame({'k1': ['one', 'two'] * 3 + ['two'],
                     'k2': [1, 1, 2, 3, 3, 4, 4]})

print(data)
print(data.duplicated())
print(data.drop_duplicates())
```

	k1	k2
0	one	1
1	two	1

```

2 one 2
3 two 3
4 one 3
5 two 4
6 two 4
0 False
1 False
2 False
3 False
4 False
5 False
6 True
dtype: bool
   k1 k2
0 one 1
1 two 1
2 one 2
3 two 3
4 one 3
5 two 4

```

23.4 Zastępowanie wartościami

```

import pandas as pd
import numpy as np

data = pd.Series([1., -999., 2., -999., -1000., 3.])
print(data)
print(data.replace(-999, np.nan))
print(data.replace([-999, -1000], np.nan))
print(data.replace([-999, -1000], [np.nan, 0]))
print(data.replace({-999: np.nan, -1000: 0}))

```

```

0      1.0
1    -999.0
2      2.0
3    -999.0
4   -1000.0
5      3.0
dtype: float64

```

```
0      1.0
1      NaN
2      2.0
3      NaN
4    -1000.0
5       3.0
dtype: float64
0      1.0
1      NaN
2      2.0
3      NaN
4      NaN
5      3.0
dtype: float64
0      1.0
1      NaN
2      2.0
3      NaN
4      0.0
5      3.0
dtype: float64
0      1.0
1      NaN
2      2.0
3      NaN
4      0.0
5      3.0
dtype: float64
```

23.5 Dyskretyzacja i podział na koszyki

```
import pandas as pd

ages = [20, 22, 25, 27, 21, 23, 37, 31, 61, 45, 41, 32]
bins = [18, 25, 35, 60, 100]
cats = pd.cut(ages, bins)
print(cats)
print(cats.codes)
print(cats.categories)
print(pd.Series(cats).value_counts())
```

```
import pandas as pd
import numpy as np

data = np.random.randn(1000)
cats = pd.qcut(data, 4)
print(cats)
print(pd.Series(cats).value_counts())
```

```
[(-0.6, 0.0779], (0.0779, 0.743], (0.0779, 0.743], (0.0779, 0.743], (-0.6, 0.0779], ..., (-0.6, 0.0779]]
Length: 1000
Categories (4, interval[float64, right]): [(-3.828, -0.6] < (-0.6, 0.0779] < (0.0779, 0.743] < (0.743, 3.31]]
(-3.828, -0.6]      250
(-0.6, 0.0779]      250
(0.0779, 0.743]      250
(0.743, 3.31]       250
Name: count, dtype: int64
```

23.6 Wykrywanie i filtrowanie elementów odstających

```
import pandas as pd
import numpy as np

data = pd.DataFrame(np.random.randn(1000, 4))
print(data.describe())
print("----")
col = data[2]
print(col[np.abs(col) > 3])
print("----")
print(data[(np.abs(data) > 3).any(axis=1)])
```

	0	1	2	3
count	1000.000000	1000.000000	1000.000000	1000.000000
mean	0.001060	-0.008896	0.021944	0.017971
std	1.028824	0.989245	0.996597	1.028383
min	-3.644568	-3.481208	-3.280612	-3.260783
25%	-0.696390	-0.733402	-0.642704	-0.648512
50%	0.032143	0.008039	-0.007113	0.009603


```

75%      0.700947      0.652119      0.709081      0.733696
max      3.211061      2.994918      3.358113      3.041920
---
383      3.208255
669      3.358113
791     -3.280612
Name: 2, dtype: float64
---
           0          1          2          3
69  -3.046500 -0.797129 -1.182196  0.159672
175  3.211061  0.395519  0.240517 -0.210894
214  0.047517 -1.855889  0.375279 -3.260783
342 -1.695756 -3.240014 -0.203558  0.261841
383  2.504931 -1.010096  3.208255  0.130031
467  3.045970 -0.980251  0.327504 -0.068782
669 -1.162030  0.457016  3.358113  1.549335
757 -0.128144 -1.334668  0.733949  3.041920
773  3.112249  0.425928  0.516572 -0.226069
791 -0.795329  1.095465 -3.280612 -1.324714
832 -0.880858 -3.481208  1.319373 -0.799897
878 -3.644568  1.215340 -0.844065 -0.113958

```

23.7 Zmiana typu w kolumnie

```

import pandas as pd

data = {
    'A': ['1', '2', '3', '4', '5', '6'],
    'B': ['7.5', '8.5', '9.5', '10.5', '11.5', '12.5'],
    'C': ['x', 'y', 'z', 'x', 'y', 'z']
}
data2 = pd.DataFrame(data)

# Wyświetlenie oryginalnej ramki danych
print("Oryginalna ramka danych:")
print(data2)

# Zmiana typu danych kolumny 'A' na int
data2['A'] = pd.Series(data2['A'], dtype=int)

```

```
# Zmiana typu danych kolumny 'B' na float
data2['B'] = pd.Series(data2['A'], dtype=float)

# Wyświetlenie ramki danych po zmianie typów
print("\nRamka danych po zmianie typów:")
print(data2)
```

Oryginalna ramka danych:

	A	B	C
0	1	7.5	x
1	2	8.5	y
2	3	9.5	z
3	4	10.5	x
4	5	11.5	y
5	6	12.5	z

Ramka danych po zmianie typów:

	A	B	C
0	1	1.0	x
1	2	2.0	y
2	3	3.0	z
3	4	4.0	x
4	5	5.0	y
5	6	6.0	z

```
import pandas as pd

data = {
    'A': ['1', '2', '3', '4', '5', '6'],
    'B': ['7.5', '8.5', '9.5', '10.5', '11.5', '12.5'],
    'C': ['x', 'y', 'z', 'x', 'y', 'z']
}
data2 = pd.DataFrame(data)

# Wyświetlenie oryginalnej ramki danych
print("Oryginalna ramka danych:")
print(data2)

# Zmiana typu danych kolumny 'A' na int
data2['A'] = data2['A'].astype(int)
```

```
# Zmiana typu danych kolumny 'B' na float
data2['B'] = data2['B'].astype(float)

# Wyświetlenie ramki danych po zmianie typów
print("\nRamka danych po zmianie typów:")
print(data2)
```

Oryginalna ramka danych:

	A	B	C
0	1	7.5	x
1	2	8.5	y
2	3	9.5	z
3	4	10.5	x
4	5	11.5	y
5	6	12.5	z

Ramka danych po zmianie typów:

	A	B	C
0	1	7.5	x
1	2	8.5	y
2	3	9.5	z
3	4	10.5	x
4	5	11.5	y
5	6	12.5	z

23.8 Zmiana znaku kategoriach

```
import pandas as pd

# Tworzenie ramki danych
data = {
    'A': ['abc', 'def', 'ghi', 'jkl', 'mno', 'pqr'],
    'B': ['1.23', '4.56', '7.89', '0.12', '3.45', '6.78'],
    'C': ['xyz', 'uvw', 'rst', 'opq', 'lmn', 'ijk']
}
data2 = pd.DataFrame(data)

# Wyświetlenie oryginalnej ramki danych
print("Oryginalna ramka danych:")
```

```

print(data2)

# Zmiana małych liter na duże w kolumnie 'A'
data2['A'] = data2['A'].str.upper()

# Zastąpienie kropki przecinkiem w kolumnie 'B'
data2['B'] = data2['B'].str.replace('.', ',')

# Wyświetlenie ramki danych po modyfikacji
print("\nRamka danych po modyfikacji:")
print(data2)

```

Oryginalna ramka danych:

	A	B	C
0	abc	1.23	xyz
1	def	4.56	uvw
2	ghi	7.89	rst
3	jkl	0.12	opq
4	mno	3.45	lmn
5	pqr	6.78	ijk

Ramka danych po modyfikacji:

	A	B	C
0	ABC	1,23	xyz
1	DEF	4,56	uvw
2	GHI	7,89	rst
3	JKL	0,12	opq
4	MNO	3,45	lmn
5	PQR	6,78	ijk

23.9 Operacje manipulacyjne

Ściągowka https://pandas.pydata.org/Pandas_Cheat_Sheet.pdf

- merge

<https://pandas.pydata.org/docs/reference/api/pandas.DataFrame.merge.html>

Funkcja `merge` służy do łączenia dwóch ramek danych wzdłuż wspólnej kolumny, podobnie jak operacje JOIN w SQL.

```
DataFrame.merge(right, how='inner', on=None, left_on=None, right_on=None,
                 left_index=False, right_index=False, sort=False,
                 suffixes=('_x', '_y'), copy=True, indicator=False, validate=None)
```

Gdzie:

- **right**: ramka danych, którą chcesz dołączyć do oryginalnej ramki danych.
- **how**: określa typ łączenia. Dostępne są cztery typy: 'inner', 'outer', 'left' i 'right'. 'inner' to domyślna wartość, która zwraca tylko te wiersze, które mają pasujące klucze w obu ramkach danych.
- **on**: nazwa lub lista nazw, które mają być używane do łączenia. Musi to być nazwa występująca zarówno w oryginalnej, jak i prawej ramce danych.
- **left_on** i **right_on**: nazwy kolumn w lewej i prawej ramce danych, które mają być używane do łączenia. Można to użyć, jeśli nazwy kolumn nie są takie same.
- **left_index** i **right_index**: czy indeksy z lewej i prawej ramki danych mają być używane do łączenia.
- **sort**: czy wynikowa ramka danych ma być posortowany według łączonych kluczy.
- **suffixes**: sufiksy, które mają być dodane do nazw kolumn, które nachodzą na siebie. Domyślnie to ('_x', '_y').
- **copy**: czy zawsze kopiować dane, nawet jeśli nie są potrzebne.
- **indicator**: dodaj kolumnę do wynikowej ramki danych, która pokazuje źródło każdego wiersza.
- **validate**: sprawdź, czy określone zasady łączenia są spełnione.

```
import pandas as pd

df1 = pd.DataFrame({
    'A': ['A0', 'A1', 'A2', 'A3'],
    'B': ['B0', 'B1', 'B2', 'B3'],
    'key': ['K0', 'K1', 'K0', 'K1']
})

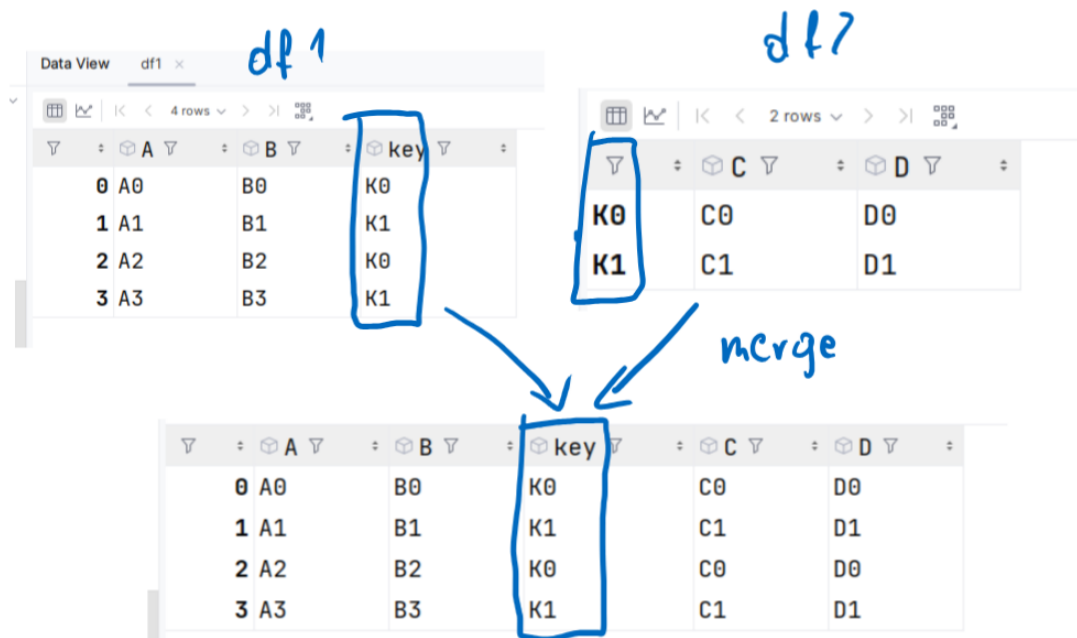
df2 = pd.DataFrame({
    'C': ['C0', 'C1'],
    'D': ['D0', 'D1']},
    index=['K0', 'K1']
)

print(df1)
print(df2)
merged_df = df1.merge(df2, left_on='key', right_index=True)
print(merged_df)
```

	A	B	key
0	A0	B0	K0
1	A1	B1	K1
2	A2	B2	K0
3	A3	B3	K1

	C	D
K0	C0	D0
K1	C1	D1

	A	B	key	C	D
0	A0	B0	K0	C0	D0
1	A1	B1	K1	C1	D1
2	A2	B2	K0	C0	D0
3	A3	B3	K1	C1	D1



```
import pandas as pd

df1 = pd.DataFrame({
    'key': ['K0', 'K1', 'K2', 'K3'],
    'A': ['A0', 'A1', 'A2', 'A3'],
    'B': ['B0', 'B1', 'B2', 'B3']
})
```

```

df2 = pd.DataFrame({
    'key': ['K0', 'K1', 'K4', 'K5'],
    'C': ['C0', 'C1', 'C2', 'C3'],
    'D': ['D0', 'D1', 'D2', 'D3']
})

print(df1)

print(df2)

inner_merged_df = df1.merge(df2, how='inner', on='key', suffixes=('_left', '_right'),
                             indicator=True)
outer_merged_df = df1.merge(df2, how='outer', on='key', suffixes=('_left', '_right'),
                             indicator=True)
left_merged_df = df1.merge(df2, how='left', on='key', suffixes=('_left', '_right'),
                             indicator=True)
right_merged_df = df1.merge(df2, how='right', on='key', suffixes=('_left', '_right'),
                             indicator=True)

print("Inner join")
print(inner_merged_df)

print("Outer join")
print(outer_merged_df)

print("Left join")
print(left_merged_df)

print("Right join")
print(right_merged_df)

```

	key	A	B
0	K0	A0	B0
1	K1	A1	B1
2	K2	A2	B2
3	K3	A3	B3

	key	C	D
0	K0	C0	D0
1	K1	C1	D1
2	K4	C2	D2
3	K5	C3	D3

Inner join

	key	A	B	C	D	_merge
0	K0	A0	B0	C0	D0	both
1	K1	A1	B1	C1	D1	both

Outer join

	key	A	B	C	D	_merge
0	K0	A0	B0	C0	D0	both
1	K1	A1	B1	C1	D1	both
2	K2	A2	B2	NaN	NaN	left_only
3	K3	A3	B3	NaN	NaN	left_only
4	K4	NaN	NaN	C2	D2	right_only
5	K5	NaN	NaN	C3	D3	right_only

Left join

	key	A	B	C	D	_merge
0	K0	A0	B0	C0	D0	both
1	K1	A1	B1	C1	D1	both
2	K2	A2	B2	NaN	NaN	left_only
3	K3	A3	B3	NaN	NaN	left_only

Right join

	key	A	B	C	D	_merge
0	K0	A0	B0	C0	D0	both
1	K1	A1	B1	C1	D1	both
2	K4	NaN	NaN	C2	D2	right_only
3	K5	NaN	NaN	C3	D3	right_only

df1

	key	A	B
0	K0	A0	B0
1	K1	A1	B1
2	K2	A2	B2
3	K3	A3	B3

df2

	key	C	D
0	K0	C0	D0
1	K1	C1	D1
2	K4	C2	D2
3	K5	C3	D3

merge
inner

	key	A	B	C	D	_merge
0	K0	A0	B0	C0	D0	both
1	K1	A1	B1	C1	D1	both

df1

	key	A	B
0	K0	A0	B0
1	K1	A1	B1
2	K2	A2	B2
3	K3	A3	B3

df2

	key	C	D
0	K0	C0	D0
1	K1	C1	D1
2	K4	C2	D2
3	K5	C3	D3

merge
outer

	key	A	B	C	D	_merge
0	K0	A0	B0	C0	D0	both
1	K1	A1	B1	C1	D1	both
2	K2	A2	B2	NaN	NaN	left_only
3	K3	A3	B3	NaN	NaN	left_only
4	K4	NaN	NaN	C2	D2	right_only
5	K5	NaN	NaN	C3	D3	right_only

NaN - brak

df1

	key	A	B
0	K0	A0	B0
1	K1	A1	B1
2	K2	A2	B2
3	K3	A3	B3

df2

	key	C	D
0	K0	C0	D0
1	K1	C1	D1
2	K4	C2	D2
3	K5	C3	D3

merge
left

	key	A	B	C	D	_merge
0	K0	A0	B0	C0	D0	both
1	K1	A1	B1	C1	D1	both
2	K2	A2	B2	NaN	NaN	left_only
3	K3	A3	B3	NaN	NaN	left_only

df1

	key	A	B
0	K0	A0	B0
1	K1	A1	B1
2	K2	A2	B2
3	K3	A3	B3

df2

	key	C	D
0	K0	C0	D0
1	K1	C1	D1
2	K4	C2	D2
3	K5	C3	D3

merge right

	key	A	B	C	D	_merge
0	K0	A0	B0	C0	D0	both
1	K1	A1	B1	C1	D1	both
2	K4	NaN	NaN	C2	D2	right_only
3	K5	NaN	NaN	C3	D3	right_only

- join

<https://pandas.pydata.org/docs/reference/api/pandas.DataFrame.join.html>

Metoda join jest używana do łączenia dwóch ramek danych wzdłuż osi.

Podstawowe użycie tej metody wygląda następująco:

```
DataFrame.join(other, on=None, how='left', lsuffix='', rsuffix='', sort=False)
```

Gdzie:

- **other**: ramka danych, którą chcesz dołączyć do oryginalnej ramki danych.
- **on**: nazwa lub lista nazw kolumn w oryginalnej ramce danych, do których chcesz dołączyć.
- **how**: określa typ łączenia. Dostępne są cztery typy: 'inner', 'outer', 'left' i 'right'. 'left' to domyślna wartość, która zwraca wszystkie wiersze z oryginalnej ramki danych i pasujące wiersze z drugiej ramki danych. Wartości są uzupełniane wartością NaN, jeśli nie ma dopasowania.

- `lsuffix` i `rsuffix`: sufiksy do dodania do kolumn, które się powtarzają. Domyślnie jest to puste.
- `sort`: czy sortować dane według klucza.

```
import pandas as pd

df1 = pd.DataFrame({
    'A': ['A0', 'A1', 'A2'],
    'B': ['B0', 'B1', 'B2']},
    index=['K0', 'K1', 'K2']
)

df2 = pd.DataFrame({
    'C': ['C0', 'C2', 'C3'],
    'D': ['D0', 'D2', 'D3']},
    index=['K0', 'K2', 'K3']
)

print(df1)

print(df2)

joined_df = df1.join(df2)
print(joined_df)
```

	A	B		
K0	A0	B0		
K1	A1	B1		
K2	A2	B2		
	C	D		
K0	C0	D0		
K2	C2	D2		
K3	C3	D3		
	A	B	C	D
K0	A0	B0	C0	D0
K1	A1	B1	NaN	NaN
K2	A2	B2	C2	D2

df1 df2

	A	B
K0	A0	B0
K1	A1	B1
K2	A2	B2

	C	D
K0	C0	D0
K2	C2	D2
K3	C3	D3

↓ ↙ join

	A	B	C	D
K0	A0	B0	C0	D0
K1	A1	B1	NaN	NaN
K2	A2	B2	C2	D2

- concat

<https://pandas.pydata.org/docs/reference/api/pandas.concat.html>

Metoda concat jest używana do łączenia dwóch lub więcej ramek danych wzdłuż określonej osi.

Podstawowe użycie tej metody wygląda następująco:

```
pandas.concat(objs, axis=0, join='outer', ignore_index=False, keys=None,
               levels=None, names=None, verify_integrity=False, sort=False,
               copy=True)
```

Gdzie:

- **objs**: sekwencja ramek danych, które chcesz połączyć.
- **axis**: oś, wzdłuż której chcesz łączyć ramki danych. Domyślnie to 0 (łączenie wierszy, pionowo), ale można także ustawić na 1 (łączenie kolumn, poziomo).

- **join**: określa typ łączenia. Dostępne są dwa typy: 'outer' i 'inner'. 'outer' to domyślna wartość, która zwraca wszystkie kolumny z każdej ramki danych. 'inner' zwraca tylko te kolumny, które są wspólne dla wszystkich ramek danych.
- **ignore_index**: jeśli ustawione na True, nie używa indeksów z ramek danych do tworzenia indeksu w wynikowej ramce danych. Zamiast tego tworzy nowy indeks od 0 do n-1.
- **keys**: wartości do skojarzenia z obiektami.
- **levels**: określone indeksy dla nowej ramki danych.
- **names**: nazwy dla poziomów indeksów (jeśli są wielopoziomowe).
- **verify_integrity**: sprawdza, czy nowy, skonkatenowana ramka danych nie ma powtarzających się indeksów.
- **sort**: czy sortować niekonkatenacyjną oś (np. indeksy, jeśli axis=0), niezależnie od danych.
- **copy**: czy zawsze kopiować dane, nawet jeśli nie są potrzebne.

```
import pandas as pd

df1 = pd.DataFrame({
    'A': ['A0', 'A1', 'A2'],
    'B': ['B0', 'B1', 'B2']
})

df2 = pd.DataFrame({
    'A': ['A3', 'A4', 'A5'],
    'B': ['B3', 'B4', 'B5']
})

print(df1)

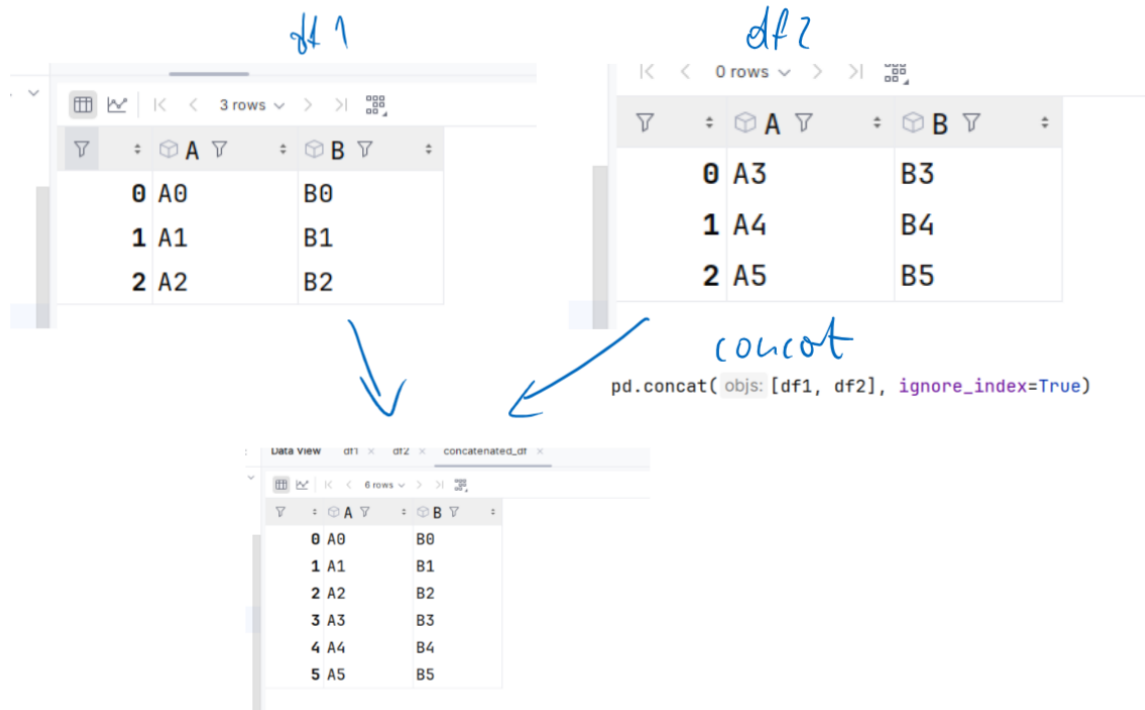
print(df2)

concatenated_df = pd.concat([df1, df2], ignore_index=True)
print(concatenated_df)
```

```

      A  B
0  A0  B0
1  A1  B1
2  A2  B2
      A  B
0  A3  B3
1  A4  B4
2  A5  B5
      A  B
```

0	A0	B0
1	A1	B1
2	A2	B2
3	A3	B3
4	A4	B4
5	A5	B5



```
import pandas as pd

df1 = pd.DataFrame({
    'A': ['A0', 'A1', 'A2'],
    'B': ['B0', 'B1', 'B2']
})

df2 = pd.DataFrame({
    'C': ['C0', 'C1', 'C2'],
    'D': ['D0', 'D1', 'D2']
})

print(df1)
```



```

print(df2)

concatenated_df_axis1 = pd.concat([df1, df2], axis=1)
concatenated_df_keys = pd.concat([df1, df2], keys=['df1', 'df2'])

print(concatenated_df_axis1)
print(concatenated_df_keys)

```

```

      A  B
0  A0  B0
1  A1  B1
2  A2  B2
      C  D
0  C0  D0
1  C1  D1
2  C2  D2
      A  B  C  D
0  A0  B0  C0  D0
1  A1  B1  C1  D1
2  A2  B2  C2  D2
      A  B  C  D
df1 0  A0  B0  NaN  NaN
    1  A1  B1  NaN  NaN
    2  A2  B2  NaN  NaN
df2 0  NaN  NaN  C0  D0
    1  NaN  NaN  C1  D1
    2  NaN  NaN  C2  D2

```

	A	B
0	A0	B0
1	A1	B1
2	A2	B2

	C	D
0	C0	D0
1	C1	D1
2	C2	D2

```
pd.concat(objs: [df1, df2], axis=1)
```

	A	B	C	D
0	A0	B0	C0	D0
1	A1	B1	C1	D1
2	A2	B2	C2	D2

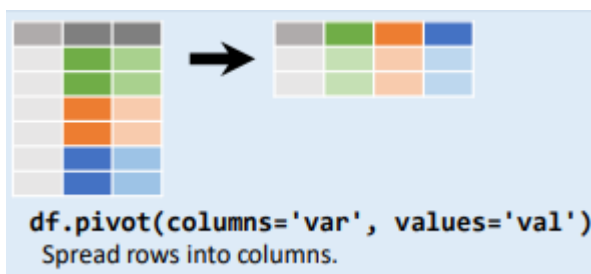
pd.concat(objs: [df1, df2], keys=['df1', 'df2'])

	A	B	C	D
0	A0	B0	NaN	NaN
1	A1	B1	NaN	NaN
2	A2	B2	NaN	NaN
df1				
0	NaN	NaN	C0	D0
1	NaN	NaN	C1	D1
2	NaN	NaN	C2	D2
df2				

podwójny index (multiindex)

- pivot

<https://pandas.pydata.org/docs/reference/api/pandas.DataFrame.pivot.html>



Metoda `pivot` jest używana do przekształcenia danych z formatu “długiego” do “szerokiego”.

Podstawowe użycie tej metody wygląda następująco:

```
DataFrame.pivot(index=None, columns=None, values=None)
```

Gdzie:

- **index**: nazwa kolumny lub lista nazw kolumn, które mają stać się indeksem w nowej ramce danych.
- **columns**: nazwa kolumny, z której unikalne wartości mają stać się kolumnami w nowej ramce danych.
- **values**: nazwa kolumny lub lista nazw kolumn, które mają stać się wartościami dla nowych kolumn w nowej ramce danych.

```
import pandas as pd

df = pd.DataFrame({
    'foo': ['one', 'one', 'one', 'two', 'two', 'two'],
    'bar': ['A', 'B', 'C', 'A', 'B', 'C'],
    'baz': [1, 2, 3, 4, 5, 6],
    'zoo': ['x', 'y', 'z', 'q', 'w', 't'],
})

print(df)

pivot_df = df.pivot(index='foo', columns='bar', values='baz')
print(pivot_df)
```

```
   foo bar  baz zoo
0  one  A    1   x
1  one  B    2   y
2  one  C    3   z
3  two  A    4   q
4  two  B    5   w
5  two  C    6   t
bar  A  B  C
foo
one  1  2  3
two  4  5  6
```

	foo	bar	baz	zoo
0	one	A	1	x
1	one	B	2	y
2	one	C	3	z
3	two	A	4	q
4	two	B	5	w
5	two	C	6	t



`df.pivot(index='foo', columns='bar', values='baz')`

	A	B	C
one	1	2	3
two	4	5	6

- `wide_to_long`

https://pandas.pydata.org/docs/reference/api/pandas.wide_to_long.html

Metoda `wide_to_long` jest używana do przekształcania danych z szerokiego formatu (gdzie każda kolumna zawiera wiele zmiennych) do długiego formatu (gdzie każda kolumna zawiera jedną zmienną z wieloma pomiarami). Jest to przydatne, gdy mamy dane, które są rozłożone w wielu kolumnach z powtarzającymi się lub sekwencyjnymi nazwami, i chcemy przekształcić te dane w sposób, który ułatwia analizę i wizualizację.

Wyjaśnienie parametrów `wide_to_long`

- **stubnames:** Lista początkowych części nazw kolumn, które mają zostać przekształcone.
- **i:** Nazwa kolumny lub lista kolumn, które identyfikują poszczególne wiersze. W naszym przykładzie jest to `id`, które unikalnie identyfikuje osobę.
- **j:** Nazwa nowej kolumny, w której będą przechowywane różne poziomy zmiennych (w naszym przypadku rok).
- **sep:** Opcjonalny separator (domyślnie `" "`).

```

import pandas as pd

# Przykładowe dane
data = {
    'id': ['A', 'B', 'C'],
    'height_2020': [180, 175, 165],
    'weight_2020': [70, 76, 65],
    'height_2021': [181, 176, 166],
    'weight_2021': [71, 77, 66]
}

data2 = pd.DataFrame(data)

# Przekształcenie do formatu długiego
df_long = pd.wide_to_long(data2, stubnames=['height', 'weight'], i='id', j='year', sep='_')
df_long = df_long.reset_index()

print(df_long)

```

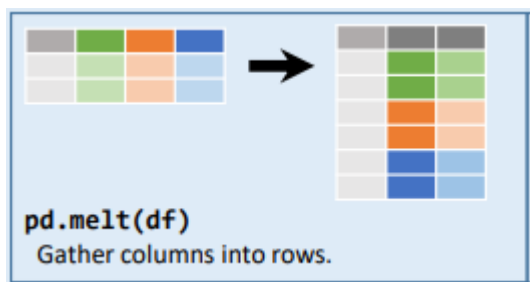
	id	year	height	weight
0	A	2020	180	70
1	B	2020	175	76
2	C	2020	165	65
3	A	2021	181	71
4	B	2021	176	77
5	C	2021	166	66

	id	height_2020	weight_2020	height_2021	weight_2021
0	A	180	70	181	71
1	B	175	76	176	77
2	C	165	65	166	66

```
df_long = pd.wide_to_long(df, stubnames=['height', 'weight'], i='id', j='year', sep='_')
df_long = df_long.reset_index()
```

	id	year	height	weight
0	A	2020	180	70
1	B	2020	175	76
2	C	2020	165	65
3	A	2021	181	71
4	B	2021	176	77
5	C	2021	166	66

- melt



<https://pandas.pydata.org/docs/reference/api/pandas.DataFrame.melt.html>

Funkcja `melt` służy do przekształcania danych z formatu szerokiego na długi.

Podstawowe użycie tej metody wygląda następująco:

```
pandas.melt(frame, id_vars=None, value_vars=None, var_name=None, value_name='value', col_level=None)
```

Gdzie:

- **frame**: ramka danych, którą chcesz przetworzyć.
- **id_vars**: kolumna(y), które chcesz zachować jako identyfikatory. Te kolumny nie będą zmieniane.
- **value_vars**: kolumna(y), które chcesz przekształcić na pary klucz-wartość. Jeżeli nie jest podane, wszystkie kolumny nie będące **id_vars** zostaną użyte.

- `var_name`: nazwa nowej kolumny, która będzie zawierała nazwy kolumn przekształconych na pary klucz-wartość. Domyślnie to `'variable'`.
- `value_name`: nazwa nowej kolumny, która będzie zawierała wartości kolumn przekształconych na pary klucz-wartość. Domyślnie to `'value'`.
- `col_level`: jeżeli kolumny są wielopoziomowe, to jest poziom, który będzie użyty do przekształcania kolumn na pary klucz-wartość.

```
import pandas as pd

data = pd.DataFrame({
    'A': ['foo', 'bar', 'baz'],
    'B': ['one', 'one', 'two'],
    'C': [2.0, 1.0, 3.0],
    'D': [3.0, 2.0, 1.0]
})
print(data)
melted_df = data.melt(id_vars=['A', 'B'], value_vars=['C', 'D'], var_name='My_Var',
                      value_name='My_Val')
print(melted_df)
```

	A	B	C	D
0	foo	one	2.0	3.0
1	bar	one	1.0	2.0
2	baz	two	3.0	1.0

	A	B	My_Var	My_Val
0	foo	one	C	2.0
1	bar	one	C	1.0
2	baz	two	C	3.0
3	foo	one	D	3.0
4	bar	one	D	2.0
5	baz	two	D	1.0

	A	B	C	D
0	foo	one	2.0	3.0
1	bar	one	1.0	2.0
2	baz	two	3.0	1.0

`df.melt(id_vars=['A', 'B'], value_vars=['C', 'D'], var_name='My_Var', value_name='My_Val')`

	A	B	My_Var	My_Val
0	foo	one	C	2.0
1	bar	one	C	1.0
2	baz	two	C	3.0
3	foo	one	D	3.0
4	bar	one	D	2.0
5	baz	two	D	1.0

Cześć V

Analiza struktury danych

24 Analiza struktury

Miary statystyczne

- to charakterystyki liczbowe pozwalające opisać właściwości rozkładu badanej cechy.
- inne nazwy:
 - parametry - dane analizowane z całej populacji,
 - statystyki próby - dane analizowane z próby.

Klasyfikacja miar statystycznych:

- miary położenia (miary poziomu, miary przeciętne) - pozwalają określić gdzie w zbiorze wartości znajdują się dane pochodzące z obserwacji,
- miary zróżnicowania (miary rozproszenia, zmienności, rozrzutu, dyspersji) - pozwalają określić zróżnicowanie jednostek,
- miary asymetrii (miary skośności) - pozwalają określić asymetrię (czy większość jednostek ma wartości większe lub mniejsze względem przeciętnego poziomu),
- miary koncentracji - pozwalają określić skupienie wartości względem średniej.

24.1 Miary położenia

- średnie klasyczne:
 - średnia arytmetyczna,
- średnie pozycyjne i kwantyle:
 - dominanta/moda,
 - mediana (kwartył drugi),
 - kwantyle (kwartyle, decyle, percentyle).

24.1.1 Średnia arytmetyczna

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Interpretacja średniej arytmetycznej polega na rozumieniu jej jako reprezentacji “średkowego” lub “typowego” poziomu cechy badanej zbiorowości. Średnia daje ogólne wyobrażenie o danych, ale może być myląca w przypadku obecności skrajnych wartości (outlierów), które mogą znacząco wpływać na jej wartość. Przydatna jest w wielu dziedzinach, od ekonomii po nauki społeczne, jako sposób na podsumowanie danych i porównanie różnych grup lub zestawów danych. Warto pamiętać, że średnia nie zawsze jest najlepszym wyborem dla skośnych rozkładów i może nie odzwierciedlać adekwatnie rozkładu danych, zwłaszcza w obecności skrajnych wartości.

```
import pandas as pd

# Przykładowe dane jako seria Pandas
dane = pd.Series([10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100])

# Obliczanie średniej
srednia = dane.mean()

print(f"Średnia: {srednia}")
```

Średnia: 55.0

24.1.2 Dominanta

- symbol: *Do*
- inaczej wartość modalna, moda.
- dla cechy skokowej jest to wartość cechy występująca najczęściej.
- dla cechy ciągłej to wartość cechy, wokół której oscyluje najwięcej pomiarów (argument, dla którego gęstość prawdopodobieństwa przyjmuje wartość największą)

```
import pandas as pd

# Przykładowe dane dla zmiennej skokowej
dane_skokowe = pd.Series([1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4])

# Obliczanie mody
moda_skokowa = dane_skokowe.mode()

print(f"Moda dla zmiennej skokowej: {moda_skokowa.tolist()}")
```

Moda dla zmiennej skokowej: [4]

Uwagi:

- nie zawsze można ją określić dokładnie.
- wyznaczenie dominanty ma sens kiedy rozkład jest jednomodalny (jednostki mają jeden punkt skupienia), liczenie jej dla rozkładów wielomodalnych jest błędem.
- nie jest wrażliwa na skrajne wartości jak średnia arytmetyczna.
- w przypadku rozkładu symetrycznego dominanta równa się średniej

24.1.3 Mediana

- symbol: Me
- można ją wyznaczyć dla cech wyrażonych w dowolnej skali poza skalą nominalną.
- wartość cechy jaką ma jednostka w środku uporządkowanego ciągu obserwacji.
- dla nieparzystej liczby obserwacji: wartość dla pozycji $\frac{n+1}{2}$
- dla parzystej liczby obserwacji:
 - wyznaczamy wartości dla pozycji $\frac{n}{2}$ oraz $\frac{n}{2} + 1$
 - liczymy średnią wartości

Uwaga: częstym błędem jest mylenie wartości cechy z jej pozycją.

Kod

```
import pandas as pd

# Przykładowe dane w DataFrame
df = pd.DataFrame({
    'Kolumna1': [10, 20, 30, 40, 50],
    'Kolumna2': [15, 25, 35, 45, 55]
})

# Obliczanie mediany dla każdej kolumny
mediany = df.median()

print("Mediana dla każdej kolumny:")
print(mediany)
```

```
Mediana dla każdej kolumny:
Kolumna1    30.0
Kolumna2    35.0
dtype: float64
```

Interpretacja mediany:

- przynajmniej połowa jednostek jest mniejsza lub równa medianie.
- mediana jest nieczuła na wartości ekstremalne.

24.1.4 Kwantyle

- wartości cechy, które dzielą zbiorowość na określone części pod względem liczby jednostek.
- najczęściej używane:
 - kwantyle - dzielą zbiorowość na 4 równe części (kwantyl drugi to mediana)
 - decyle - dzielą zbiorowość na 10 równych części
 - percentyle (centyle) - dzielą zbiorowość na 100 równych części.

Kwantyle

- symbole: Q_1, Q_2, Q_3

```
import pandas as pd

# Przykładowe dane jako seria Pandas
dane = pd.Series([10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100])

# Obliczanie kwantylów
kwantyl_1 = dane.quantile(0.25) # Pierwszy kwantyl (Q1)
mediana = dane.quantile(0.50)   # Mediana (Q2)
kwantyl_3 = dane.quantile(0.75) # Trzeci kwantyl (Q3)

print(f"Pierwszy kwantyl (Q1): {kwantyl_1}")
print(f"Mediana (Q2): {mediana}")
print(f"Trzeci kwantyl (Q3): {kwantyl_3}")
```

```
Pierwszy kwantyl (Q1): 32.5
Mediana (Q2): 55.0
Trzeci kwantyl (Q3): 77.5
```

24.2 Miary zmienności

- podział:
 - miary klasyczne - na podstawie wszystkich obserwacji,
 - * wariancja,

- * odchylenie standardowe,
- miary pozycyjne - na podstawie wartości cechy zajmujących określone pozycje,
- * rozstęp
- * rozstęp międzykwartylowy,

24.2.1 Rozstęp

- symbol $R = \max - \min$
- inaczej empiryczny obszar zmienności, amplituda wahań.
- różnica między wartością maksymalną a wartością minimalną.

```
import pandas as pd

# Przykładowe dane jako seria Pandas
dane = pd.Series([10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100])

# Obliczanie maksimum i minimum
maksimum = dane.max()
minimum = dane.min()

# Obliczanie różnicy między maksimum a minimum
roznica = maksimum - minimum

print(f"Maksimum: {maksimum}")
print(f"Minimum: {minimum}")
print(f"Różnica między maksimum a minimum: {roznica}")
```

Maksimum: 100

Minimum: 10

Różnica między maksimum a minimum: 90

24.2.2 Rozstęp międzykwartylowy

- symbol $R_Q = Q_3 - Q_1$
- różnica pomiędzy kwartyle trzecim a kwartylem pierwszym.
- mierzy zakres 50% środkowych jednostek.

24.2.3 Odchylenie ćwiartkowe

- wzór: $Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$
- połowa rozstępu międzykwartylowego.

24.2.4 Wariancja

Wariancja informuje o tym, jak duże jest zróżnicowanie wyników w danym zbiorze wartości cechy. Inaczej mówiąc, czy wyniki są bardziej skoncentrowane wokół średniej, czy są małe różnice pomiędzy średnią a poszczególnymi wynikami czy może rozproszenie wyników jest duże, duża jest różnica poszczególnych wyników od średniej.

- wzór: $s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$ (populacja) lub $s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$ (próba)

24.2.5 Odchylenie standardowe

Odchylenie standardowe mierzy zróżnicowanie o mianie zgodnym z mianem badanej cechy, daje przeciętne różnice poszczególnych wartości cechy od średniej arytmetycznej.

- wzór: $s = \sqrt{s^2}$

```
import pandas as pd

# Przykładowe dane jako seria Pandas
dane = pd.Series([10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100])

# Obliczanie wariancji
wariancja = dane.var() # Uwaga: Pandas domyślnie dzieli przez (n-1), co odpowiada wariancji

# Obliczanie odchylenia standardowego
odchylenie_standardowe = dane.std() # Domyślnie liczone z próby (n-1)

print(f"Wariancja: {wariancja}")
print(f"Odchylenie standardowe: {odchylenie_standardowe}")
```

```
Wariancja: 916.6666666666666
Odchylenie standardowe: 30.276503540974915
```

W praktyce często zakłada się, że dane mają rozkład normalny. Założenie to nigdy nie jest całkowicie spełnione. Rozkład normalny ma bowiem niezerową gęstość prawdopodobieństwa dla każdej wartości ze zbioru liczb rzeczywistych, a w realnym świecie wartości zmiennych losowych są zawsze ograniczone, na przykład nie istnieją ludzie o ujemnym wzroście. Bardzo często jednak założenie to jest spełnione z wystarczająco dobrym przybliżeniem. Im lepiej jest ono uzasadnione, tym bliższe prawdy mogą być poniższe stwierdzenia:

- 68% wartości cechy leży w odległości $\leq s$ od wartości oczekiwanej

- 95,5% wartości cechy leży w odległości $\leq 2s$ od wartości oczekiwanej
- 99,7% wartości cechy leży w odległości $\leq 3s$ od wartości oczekiwanej.

https://en.wikipedia.org/wiki/68%E2%80%9395%E2%80%9399.7_rule

24.3 Miary asymetrii

Jak rozpoznać typ rozkładu?

- rozkład symetryczny

$$\bar{x} = Me = Do$$

- rozkład o asymetrii prawostronnej

$$\bar{x} > Me > Do$$

- rozkład o asymetrii lewostronnej

$$\bar{x} < Me < Do$$

- klasyczny współczynnik asymetrii

- wzór:

$$A_s = \frac{m_3}{(s^2)^{\frac{3}{2}}}$$

24.4 Miary koncentracji

Współczynnik kurtozy

- inaczej współczynnik koncentracji, współczynnik spłaszczenia.
- wzór:

$$K = \frac{m_4}{s^4} \qquad m_4 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4}{n}$$

Interpretacja kurtozy

- $K = 3$ - rozkład ma taką koncentrację jak rozkład normalny
- $K > 3$ - koncentracja silniejsza
- $K < 3$ - koncentracja słabsza

Czasem bada się współczynnik ekcesu $K' = K - 3$.

Wysoka kurtoza oznacza większą liczbę wartości ekstremalnych (skrajnych), natomiast niska kurtoza wskazuje na rozkład bardziej płaski niż normalny.

```
import pandas as pd

# Przykładowe dane w serii
dane = pd.Series([10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100])

# Obliczanie skośności
skosnosc = dane.skew()

# Obliczanie kurtozy
kurtoza = dane.kurt()

print(f"Skośność: {skosnosc}")
print(f"Kurtoza: {kurtoza}")
```

Skośność: 0.0

Kurtoza: -1.2000000000000002

24.5 Przyspieszanie działania:

```
import pandas as pd
import numpy as np

# Tworzymy ramkę danych
data = {
    "Produkt": ["A", "B", "A", "C", "B", "A", "C", "B", "A", "C"],
    "Sprzedaż": [200, 150, 250, 300, 200, 220, 310, 180, 240, 290],
    "Koszt": [120, 100, 140, 180, 110, 130, 190, 105, 125, 170],
    "Marża": [80, 50, 110, 120, 90, 90, 120, 75, 115, 120],
}

df = pd.DataFrame(data)
print(df)
```

Ramka danych:

Produkt	Sprzedaż	Koszt	Marża
A	200	120	80
B	150	100	50
A	250	140	110
C	300	180	120
B	200	110	90
A	220	130	90
C	310	190	120
B	180	105	75
A	240	125	115
C	290	170	120

Średnia dla wybranych dwóch kolumn

```
# Obliczamy średnią dla kolumn "Sprzedaż" i "Koszt"
mean_values = df[["Sprzedaż", "Koszt"]].mean()
print(mean_values)
```

Funkcja `describe()`

```
# Generujemy opisowe statystyki dla danych liczbowych
description = df.describe()
print(description)
```

Działanie funkcji `agg`

Funkcja `agg` pozwala na zastosowanie różnych miar dla wielu kolumn.

```
# Zastosowanie funkcji agregujących
agg_results = df[["Sprzedaż", "Koszt"]].agg(["mean", "sum", "max"])
print(agg_results)
```

Działanie `groupby`

Grupowanie danych według kolumny katagorycznej (np. "Produkt").

```
# Grupowanie i obliczanie średniej
grouped = df.groupby("Produkt")[["Sprzedaż", "Koszt"]].mean()
print(grouped)
```

Opcja `numeric_only=True`

Opcja `numeric_only=True` pozwala analizować tylko kolumny liczbowe, pomijając kategoryczne.

```
# Obliczanie sumy tylko dla kolumn liczbowych
numeric_sum = df.sum(numeric_only=True)
print(numeric_sum)
```

Ćwiczenia: (ex11.py - ex20.py)

Sprawdź, dla których plików wygodnie jest liczenie odpowiednich charakterystyk.

<https://github.com/pjastr/AIWD-files>