



Wizualizacja Danych 2024

Piotr Jastrzębski

2024-03-19

Spis treści

1	Wizualizacja Danych 2024	3
2	NumPy	4
2.1	Import biblioteki NumPy	4
2.2	Lista a tablica	5
2.3	Atrybuty tablic <code>ndarray</code>	6
2.4	Typy danych	7
2.5	Tworzenie tablic	8
2.6	Indeksowanie, “krojenie”	16
2.7	Modyfikacja kształtu i rozmiaru	20
2.8	Broadcasting	26
2.9	Funkcje uniwersalne	29
2.10	Statystyka i agregacja	29
2.11	Wyrażenia warunkowe	30
2.12	Działania na zbiorach	30
2.13	Operacje tablicowe	30
2.14	Alegbra liniowa	30
2.15	Funkcja na stringach	30
2.16	Data i czas	30
2.17	Pseudolosowe	31

1 Wizualizacja Danych 2024

Materiały na semestr letni - rok akademicki 2023/24.

2 NumPy

NumPy jest biblioteką Pythona służącą do obliczeń naukowych.

Zastosowania:

- algebra liniowa
- zaawansowane obliczenia matematyczne (numeryczne)
- całkowania
- rozwiązywanie równań
- ...

2.1 Import biblioteki NumPy

```
import numpy as np
```

Podstawowym bytem w bibliotece NumPy jest N-wymiarowa tablica zwana `ndarray`. Każdy element na tablicy traktowany jest jako typ `dtype`.

```
numpy.array(object, dtype=None, *, copy=True, order='K', subok=False, ndmin=0, like=None)
```

- `object` - to co ma być wrzucone do tablicy
- `dtype` - typ
- `copy` - czy obiekty mają być skopiowane, domyślne `True`
- `order` - sposób układania: C (rzędy), F (kolumny), A, K
- `subok` - realizowane przez podklasy (jeśli `True`), domyślnie `False`
- `ndmin` - minimalny rozmiar (wymiar) tablicy
- `like` - tworzenie na podstawie tablic referencyjnej

```
import numpy as np
```

```
a = np.array([1, 2, 3])
```

```
print("a:", a)
```

```
print("typ a:", type(a))
```

①

②

```

b = np.array([1, 2, 3.0])
print("b:", b)
c = np.array([[1, 2], [3, 4]])
print("c:", c)
d = np.array([1, 2, 3], ndmin=2)
print("d:", d)
e = np.array([1, 2, 3], dtype=complex)
print("e:", e)
f = np.array(np.mat('1 2; 3 4'))
print("f:", f)
g = np.array(np.mat('1 2; 3 4'), subok=True)
print("g:", g)
print(type(g))

```

- ① Standardowe domyślne.
- ② Sprawdzenie typu.
- ③ Jeden z elementów jest innego typu. Tu następuje zatem rozszerzenie do typu “największego”.
- ④ Tu otrzymamy tablicę 2x2.
- ⑤ W tej linii otrzymana będzie tablica 2x1.
- ⑥ Ustalenie innego typu - większego.
- ⑦ Skorzystanie z podtypu macierzowego.
- ⑧ Zachowanie typu macierzowego.

```

a: [1 2 3]
typ a: <class 'numpy.ndarray'>
b: [1. 2. 3.]
c: [[1 2]
     [3 4]]
d: [[1 2 3]]
e: [1.+0.j 2.+0.j 3.+0.j]
f: [[1 2]
     [3 4]]
g: [[1 2]
     [3 4]]
<class 'numpy.matrix'>

```

2.2 Lista a tablica

```
import numpy as np
import time

start_time = time.time()
my_arr = np.arange(1000000)
my_list = list(range(1000000))
start_time = time.time()
my_arr2 = my_arr * 2
print("--- %s seconds ---" % (time.time() - start_time))
start_time = time.time()
my_list2 = [x * 2 for x in my_list]
print("--- %s seconds ---" % (time.time() - start_time))
```

```
--- 0.001142263412475586 seconds ---
--- 0.05335211753845215 seconds ---
```

2.3 Atrybuty tablic ndarray

Atrybut	Opis
shape	krotka z informacją liczbę elementów dla każdego z wymiarów
size	liczba elementów w tablicy (łącznie)
ndim	liczba wymiarów tablicy
nbytes	liczba bajtów jaką tablica zajmuje w pamięci
dtype	typ danych

<https://numpy.org/doc/stable/reference/arrays.ndarray.html#array-attributes>

```
import numpy as np

tab1 = np.array([2, -3, 4, -8, 1])
print("typ:", type(tab1))
print("shape:", tab1.shape)
print("size:", tab1.size)
print("ndim:", tab1.ndim)
print("nbytes:", tab1.nbytes)
print("dtype:", tab1.dtype)
```

```

typ: <class 'numpy.ndarray'>
shape: (5,)
size: 5
ndim: 1
nbytes: 20
dtype: int32

```

```

import numpy as np

tab2 = np.array([[2, -3], [4, -8]])
print("typ:", type(tab2))
print("shape:", tab2.shape)
print("size:", tab2.size)
print("ndim:", tab2.ndim)
print("nbytes:", tab2.nbytes)
print("dtype:", tab2.dtype)

```

```

typ: <class 'numpy.ndarray'>
shape: (2, 2)
size: 4
ndim: 2
nbytes: 16
dtype: int32

```

NumPy nie wspiera postrzępionych tablic! Poniższy kod wygeneruje błąd:

```

import numpy as np

tab3 = np.array([[2, -3], [4, -8, 5], [3]])

```

2.4 Typy danych

<https://numpy.org/doc/stable/reference/arrays.scalars.html>

<https://numpy.org/doc/stable/reference/arrays.dtypes.html#arrays-dtypes-constructing>

Typy całkowitoliczbowe	int,int8,int16,int32,int64
Typy całkowitoliczbowe (bez znaku)	uint,uint8,uint16,uint32,uint64
Typ logiczny	bool

Typy zmiennoprzecinkowe	float, float16, float32, float64, float128
Typy zmiennoprzecinkowe zespolone	complex, complex64, complex128, complex256
Napis	str

```
import numpy as np

tab = np.array([[2, -3], [4, -8]])
print(tab)
tab2 = np.array([[2, -3], [4, -8]], dtype=int)
print(tab2)
tab3 = np.array([[2, -3], [4, -8]], dtype=float)
print(tab3)
tab4 = np.array([[2, -3], [4, -8]], dtype=complex)
print(tab4)
```

```
[[ 2 -3]
 [ 4 -8]]
[[ 2 -3]
 [ 4 -8]]
[[ 2. -3.]
 [ 4. -8.]]
[[ 2.+0.j -3.+0.j]
 [ 4.+0.j -8.+0.j]]
```

2.5 Tworzenie tablic

`np.array` - argumenty rzutowany na tablicę (coś po czym można iterować) - warto sprawdzić rozmiar/kształt

```
import numpy as np

tab = np.array([2, -3, 4])
print(tab)
print("size:", tab.size)
tab2 = np.array((4, -3, 3, 2))
print(tab2)
print("size:", tab2.size)
```



```

tab3 = np.array({3, 3, 2, 5, 2})
print(tab3)
print("size:", tab3.size)
tab4 = np.array({"pl": 344, "en": 22})
print(tab4)
print("size:", tab4.size)

```

```

[ 2 -3  4]
size: 3
[ 4 -3  3  2]
size: 4
{2, 3, 5}
size: 1
{'pl': 344, 'en': 22}
size: 1

```

`np.zeros` - tworzy tablicę wypełnioną zerami

```

import numpy as np

tab = np.zeros(4)
print(tab)
print(tab.shape)
tab2 = np.zeros([2, 3])
print(tab2)
print(tab2.shape)
tab3 = np.zeros([2, 3, 4])
print(tab3)
print(tab3.shape)

```

```

[0.  0.  0.  0.]
(4,)
[[0.  0.  0.]
 [0.  0.  0.]]
(2, 3)
[[[0.  0.  0.  0.]
   [0.  0.  0.  0.]
   [0.  0.  0.  0.]]

 [[0.  0.  0.  0.]
   [0.  0.  0.  0.]]

```

```
[0. 0. 0. 0.]]]
(2, 3, 4)
```

`np.ones` - tworzy tablicę wypełnioną jedynkami (to nie odpowiednik macierzy jednostkowej!)

```
import numpy as np

tab = np.ones(4)
print(tab)
print(tab.shape)
tab2 = np.ones([2, 3])
print(tab2)
print(tab2.shape)
tab3 = np.ones([2, 3, 4])
print(tab3)
print(tab3.shape)
```

```
[1. 1. 1. 1.]
(4,)
[[1. 1. 1.]
 [1. 1. 1.]]
(2, 3)
[[[1. 1. 1. 1.]
   [1. 1. 1. 1.]
   [1. 1. 1. 1.]]
 (2, 3, 4)]
```

`np.diag` - tworzy tablicę odpowiadającą macierzy diagonalnej

```
import numpy as np

print("tab0")
tab0 = np.diag([3, 4, 5])
print(tab0)
print("tab1")
tab1 = np.array([[2, 3, 4], [3, -4, 5], [3, 4, -5]])
print(tab1)
```

```

tab2 = np.diag(tab1)
print("tab2")
print(tab2)
tab3 = np.diag(tab1, k=1)
print("tab3")
print(tab3)
print("tab4")
tab4 = np.diag(tab1, k=-2)
print(tab4)
print("tab5")
tab5 = np.diag(np.diag(tab1))
print(tab5)

```

```

tab0
[[3 0 0]
 [0 4 0]
 [0 0 5]]
tab1
[[ 2  3  4]
 [ 3 -4  5]
 [ 3  4 -5]]
tab2
[ 2 -4 -5]
tab3
[3 5]
tab4
[3]
tab5
[[ 2  0  0]
 [ 0 -4  0]
 [ 0  0 -5]]

```

`np.arange` - tablica wypełniona równomiernymi wartościami

Składnia: `numpy.arange([start,]stop, [step,]dtype=None)`

Zasada działania jest podobna jak w funkcji `range`, ale dopuszczamy liczby “z ułamkiem”.

```

import numpy as np

a = np.arange(3)
print(a)

```

```

b = np.arange(3.0)
print(b)
c = np.arange(3, 7)
print(c)
d = np.arange(3, 11, 2)
print(d)
e = np.arange(0, 1, 0.1)
print(e)
f = np.arange(3, 11, 2, dtype=float)
print(f)
g = np.arange(3, 10, 2)
print(g)

```

```

[0 1 2]
[0. 1. 2.]
[3 4 5 6]
[3 5 7 9]
[0.  0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9]
[3. 5. 7. 9.]
[3 5 7 9]

```

`np.linspace` - tablica wypełniona równomiernymi wartościami wg skali liniowej

```

import numpy as np

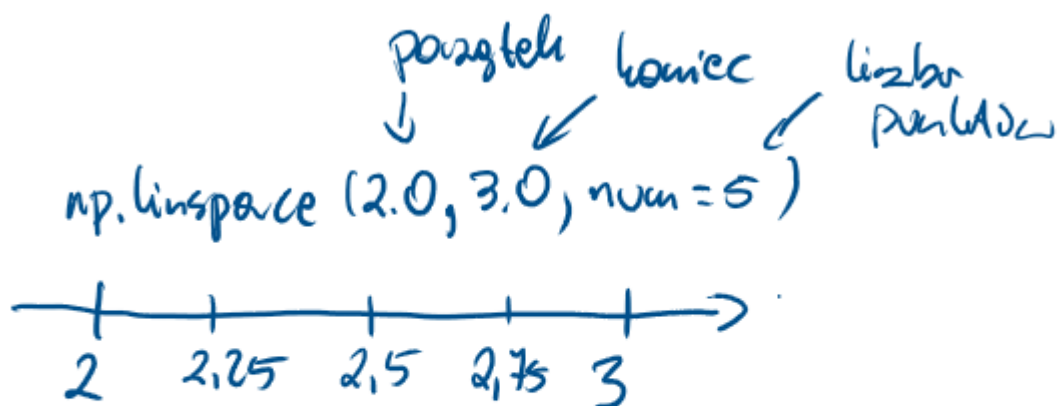
a = np.linspace(2.0, 3.0, num=5)
print(a)
b = np.linspace(2.0, 3.0, num=5, endpoint=False)
print(b)
c = np.linspace(10, 20, num=4)
print(c)
d = np.linspace(10, 20, num=4, dtype=int)
print(d)

```

```

[2.   2.25 2.5   2.75 3.   ]
[2.   2.2 2.4 2.6 2.8]
[10.          13.33333333 16.66666667 20.          ]
[10 13 16 20]

```



Wzrost odcinek jest dzielony
 na $\text{num}-1$ części!

$\text{endpoint} = \text{False}$

- wyłącza ostatni punkt
 (z prawej strony)

Wtedy podział odbywa się
 na num części.

$\text{dtype} \leftarrow \text{ustala typ}$

zwykle używa się int
 (wyniki mają uciętą część
 ułamkową)

np.logspace - tablica wypełniona wartościami wg skali logarytmicznej

Składnia: $\text{numpy.logspace}(\text{start}, \text{stop}, \text{num}=50, \text{endpoint}=\text{True}, \text{base}=10.0, \text{dtype}=\text{None},$

```
axis=0)
```

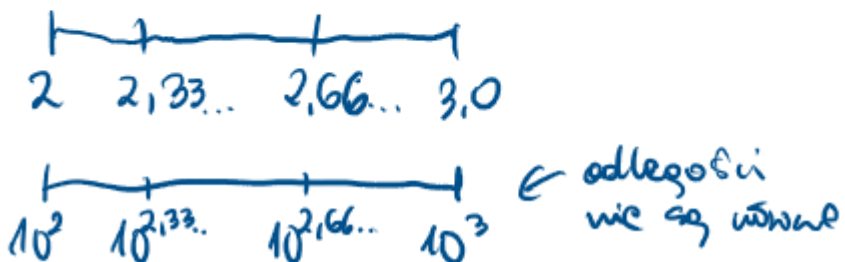
```
import numpy as np

a = np.logspace(2.0, 3.0, num=4)
print(a)
b = np.logspace(2.0, 3.0, num=4, endpoint=False)
print(b)
c = np.logspace(2.0, 3.0, num=4, base=2.0)
print(c)
```

```
[ 100.          215.443469   464.15888336 1000.          ]
[100.          177.827941   316.22776602 562.34132519]
[4.           5.0396842   6.34960421 8.           ]
```

np.logspace(2.0, 3.0, num=4)

Domyślnie podstawa logarytmu 10



`np.empty` - pusta (niezainicjowana) tablica - konkretne wartości nie są “gwarantowane”

```
import numpy as np

a = np.empty(3)
print(a)
b = np.empty(3, dtype=int)
print(b)
```

```
[0. 1. 2.]  
[0 1 2]
```

`np.identity` - tablica przypominająca macierz jednostkową

`np.eye` - tablica z jedynkami na przekątnej (pozostałe zera)

```
import numpy as np  
  
print("a")  
a = np.identity(4)  
print(a)  
print("b")  
b = np.eye(4, k=1)  
print(b)  
print("c")  
c = np.eye(4, k=2)  
print(c)  
print("d")  
d = np.eye(4, k=-1)  
print(d)
```

```
a  
[[1. 0. 0. 0.]  
 [0. 1. 0. 0.]  
 [0. 0. 1. 0.]  
 [0. 0. 0. 1.]]  
b  
[[0. 1. 0. 0.]  
 [0. 0. 1. 0.]  
 [0. 0. 0. 1.]  
 [0. 0. 0. 0.]]  
c  
[[0. 0. 1. 0.]  
 [0. 0. 0. 1.]  
 [0. 0. 0. 0.]  
 [0. 0. 0. 0.]]  
d  
[[0. 0. 0. 0.]  
 [1. 0. 0. 0.]  
 [0. 1. 0. 0.]  
 [0. 0. 1. 0.]]
```

2.6 Indeksowanie, “krojenie”

```
import numpy as np

a = np.array([2, 5, -2, 4, -7, 8, 9, 11, -23, -4, -7, 16, 1])
print("1:", a[5])
print("2:", a[-2])
print("3:", a[3:6])
print("4:", a[:])
print("5:", a[0:-1])
print("6:", a[:5])
```

- ① Dostęp do elementu o indeksie 5.
- ② Dostęp do elementu drugiego od tyłu.
- ③ Dostęp do elementów o indeksach od 3 do 5 (włącznie) - zasada przedziałów lewostronnie domkniętych, prawostronnie otwartych.
- ④ Dostęp do wszystkich elementów.
- ⑤ Dostęp do wszystkich elementów z wyłączeniem ostatniego.
- ⑥ Dostęp od początku do elementu o indeksie 4.

```
1: 8
2: 16
3: [ 4 -7  8]
4: [  2  5 -2  4 -7  8  9 11 -23 -4 -7 16  1]
5: [  2  5 -2  4 -7  8  9 11 -23 -4 -7 16]
6: [ 2  5 -2  4 -7]
```

```
import numpy as np

print("1:", a[4:])
print("2:", a[4:-1])
print("3:", a[4:10:2])
print("4:", a[::-1])
print("5:", a[:2])
print("6:", a[::-2])
```

- ① Dostęp do elementów od indeksu 4 do końca.
- ② Dostęp do elementów od indeksu 4 do końca bez ostatniego.
- ③ Dostęp do elementów o indeksach stanowiących ciąg arytmetyczny od 4 do 10 (z czówrką, ale bez dziesiątki) z krokiem równym 2

- ④ Dostęp do elementów od tyłu do początku.
- ⑤ Dostęp do elementów o indeksach parzystych od początku.
- ⑥ Dostęp do elementów o indeksach “nieparzystych ujemnych” od początku.

```
1: [ -7   8   9  11 -23  -4  -7  16   1]
2: [ -7   8   9  11 -23  -4  -7  16]
3: [ -7   9 -23]
4: [  1  16  -7  -4 -23  11   9   8  -7   4  -2   5   2]
5: [  2  -2  -7   9 -23  -7   1]
6: [  1  -7 -23   9  -7  -2   2]
```

```
import numpy as np

a = np.array([[3, 4, 5], [-3, 4, 8], [3, 2, 9]])
b = a[:2, 1:]
print(b)
print(np.shape(b))
c = a[1]
print(c)
print(np.shape(c))
d = a[1, :]
print(d)
print(np.shape(d))
```

```
[[4 5]
 [4 8]]
(2, 2)
[-3  4  8]
(3,)
[-3  4  8]
(3,)
```

```
import numpy as np

a = np.array([[3, 4, 5], [-3, 4, 8], [3, 2, 9]])
e = a[1:2, :]
print(e)
print(np.shape(e))
f = a[:, :2]
print(f)
print(np.shape(f))
```

```
g = a[1, :2]
print(g)
print(np.shape(g))
h = a[1:2, :2]
print(h)
print(np.shape(h))
```

```
[[ -3  4  8]]
(1, 3)
[[ 3  4]
 [-3  4]
 [ 3  2]]
(3, 2)
[-3  4]
(2,)
[[-3  4]]
(1, 2)
```

****Uwaga** - takie “krojenie” to tzw “widok”.

```
import numpy as np

a = np.array([[3, 4, 5], [-3, 4, 8], [3, 2, 9]])
b = a[1:2, 1:]
print(b)
a[1][1] = 9
print(a)
print(b)
b[0][0] = -11
print(a)
print(b)
```

```
[[4 8]]
[[ 3  4  5]
 [-3  9  8]
 [ 3  2  9]]
[[9 8]]
[[ 3  4  5]
 [-3 -11  8]
 [ 3  2  9]]
[[-11  8]]
```

Naprawa:

```
import numpy as np

a = np.array([[3, 4, 5], [-3, 4, 8], [3, 2, 9]])
b = a[1:2, 1:].copy()
print(b)
a[1][1] = 9
print(a)
print(b)
b[0][0] = -11
print(a)
print(b)
```

```
[[4 8]]
[[ 3  4  5]
 [-3  9  8]
 [ 3  2  9]]
[[4 8]]
[[ 3  4  5]
 [-3  9  8]
 [ 3  2  9]]
[[-11  8]]
```

Indeksowanie logiczne (fancy indexing)

```
import numpy as np

a = np.array([2, 5, -2, 4, -7, 8, 9, 11, -23, -4, -7, 8, 1])
b = a[np.array([1, 3, 7])]
print(b)
c = a[[1, 3, 7]]
print(c)
```

```
[ 5  4 11]
[ 5  4 11]
```

```
import numpy as np

a = np.array([2, 5, -2, 4, -7, 8, 9, 11, -23, -4, -7, 8, 1])
b = a > 0
```

```
print(b)
c = a[a > 0]
print(c)
```

```
[ True  True False  True False  True  True  True False False False  True
  True]
[ 2  5  4  8  9 11  8  1]
```

```
import numpy as np

a = np.array([2, 5, -2, 4, -7, 8, 9, 11, -23, -4, -7, 8, 1])
b = a[a > 0]
print(b)
b[0] = -5
print(a)
print(b)
a[1] = 20
print(a)
print(b)
```

```
[ 2  5  4  8  9 11  8  1]
[ 2  5 -2  4 -7  8  9 11 -23 -4 -7  8  1]
[-5  5  4  8  9 11  8  1]
[ 2 20 -2  4 -7  8  9 11 -23 -4 -7  8  1]
[-5  5  4  8  9 11  8  1]
```

2.7 Modyfikacja kształtu i rozmiaru

<https://numpy.org/doc/stable/reference/routines.array-manipulation.html>

```
import numpy as np

print("a")
a = np.array([[3, 4, 5], [-3, 4, 8], [3, 2, 9]])
print(a)
print("b")
b = np.reshape(a, (1, 9))
print(b)
print("c")
```

```
c = a.reshape(9)
print(c)
```

```
a
[[ 3  4  5]
 [-3  4  8]
 [ 3  2  9]]
b
[[ 3  4  5 -3  4  8  3  2  9]]
c
[ 3  4  5 -3  4  8  3  2  9]
```

```
import numpy as np

print("a")
a = np.array([[3, 4, 5], [-3, 4, 8], [3, 2, 9]])
print(a)
print("d")
d = a.flatten()
print(d)
print("e")
e = a.ravel()
print(e)
print("f")
f = np.ravel(a)
print(f)
```

```
a
[[ 3  4  5]
 [-3  4  8]
 [ 3  2  9]]
d
[ 3  4  5 -3  4  8  3  2  9]
e
[ 3  4  5 -3  4  8  3  2  9]
f
[ 3  4  5 -3  4  8  3  2  9]
```

```
import numpy as np
```

```

print("g")
g = [[1, 3, 4]]
print(g)
print("h")
h = np.squeeze(g)
print(h)
print("i")
i = a.T
print(i)
print("j")
j = np.transpose(a)
print(j)

```

```

g
[[1, 3, 4]]
h
[1 3 4]
i
[[ 3 -3  3]
 [ 4  4  2]
 [ 5  8  9]]
j
[[ 3 -3  3]
 [ 4  4  2]
 [ 5  8  9]]

```

```

import numpy as np

print("h")
h = [3, -4, 5, -2]
print(h)
print("k")
k = np.hstack((h, h, h))
print(k)
print("l")
l = np.vstack((h, h, h))
print(l)
print("m")
m = np.dstack((h, h, h))
print(m)

```

```

h

```

```

[3, -4, 5, -2]
k
[ 3 -4  5 -2  3 -4  5 -2  3 -4  5 -2]
l
[[ 3 -4  5 -2]
 [ 3 -4  5 -2]
 [ 3 -4  5 -2]]
m
[[[ 3  3  3]
 [-4 -4 -4]
 [ 5  5  5]
 [-2 -2 -2]]]

```

```

import numpy as np

a = np.array([[1, 2], [3, 4]])
b = np.array([[5, 6]])
print("r1")
r1 = np.concatenate((a, b))
print(r1)
print("r2")
r2 = np.concatenate((a, b), axis=0)
print(r2)
print("r3")
r3 = np.concatenate((a, b.T), axis=1)
print(r3)
print("r4")
r4 = np.concatenate((a, b), axis=None)
print(r4)

```

```

r1
[[1 2]
 [3 4]
 [5 6]]
r2
[[1 2]
 [3 4]
 [5 6]]
r3
[[1 2 5]
 [3 4 6]]
r4

```

```
[1 2 3 4 5 6]
```

```
import numpy as np

a = np.array([[1, 2], [3, 4]])
print("r1")
r1 = np.resize(a, (2, 3))
print(r1)
print("r2")
r2 = np.resize(a, (1, 4))
print(r2)
print("r3")
r3 = np.resize(a, (2, 4))
print(r3)
```

```
r1
[[1 2 3]
 [4 1 2]]
r2
[[1 2 3 4]]
r3
[[1 2 3 4]
 [1 2 3 4]]
```

```
import numpy as np

a = np.array([[1, 2], [3, 4]])
b = np.array([[5, 6]])
print("r1")
r1 = np.append(a, b)
print(r1)
print("r2")
r2 = np.append(a, b, axis=0)
print(r2)
```

```
r1
[1 2 3 4 5 6]
r2
[[1 2]
 [3 4]
 [5 6]]
```



```
import numpy as np

a = np.array([[1, 2], [3, 7]])
print("r1")
r1 = np.insert(a, 1, 4)
print(r1)
print("r2")
r2 = np.insert(a, 2, 4)
print(r2)
print("r3")
r3 = np.insert(a, 1, 4, axis=0)
print(r3)
print("r4")
r4 = np.insert(a, 1, 4, axis=1)
print(r4)
```

```
r1
[1 4 2 3 7]
r2
[1 2 4 3 7]
r3
[[1 2]
 [4 4]
 [3 7]]
r4
[[1 4 2]
 [3 4 7]]
```

```
import numpy as np

a = np.array([[1, 2, 3, 4], [5, 6, 7, 8], [9, 10, 11, 12]])
print("r1")
r1 = np.delete(a, 1, axis=1)
print(r1)
print("r2")
r2 = np.delete(a, 2, axis=0)
print(r2)
```

```
r1
[[ 1  3  4]
 [ 5  7  8]]
```

```

[ 9 11 12]]
r2
[[1 2 3 4]
 [5 6 7 8]]

```

2.8 Broadcasting

Rozważane warianty są przykładowe.

Wariant 1 - skalar-tablica - wykonanie operacji na każdym elemencie tablicy

```

import numpy as np

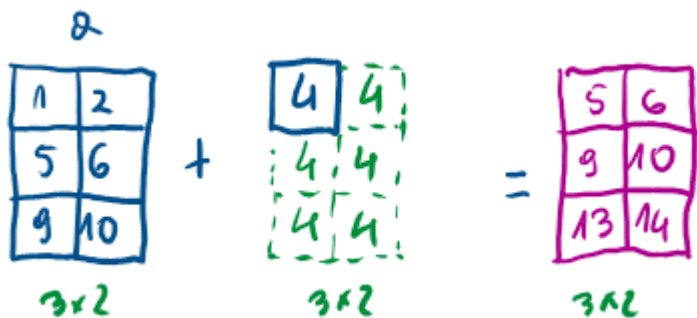
a = np.array([[1, 2], [5, 6], [9, 10]])
b = a + 4
print(b)
c = 2 ** a
print(c)

```

```

[[ 5  6]
 [ 9 10]
 [13 14]]
[[  2   4]
 [ 32  64]
 [512 1024]]

```



Wariant 2 - dwie tablice - “gdy jedna z tablic może być rozszerzona” (oba wymiary są równe lub jeden z nich jest równy 1)

<https://numpy.org/doc/stable/user/basics.broadcasting.html>

```
import numpy as np

a = np.array([[1, 2], [5, 6]])
b = np.array([9, 2])
r1 = a + b
print(r1)
r2 = a / b
print(r2)
c = np.array([[4], [-2]])
r3 = a + c
print(r3)
r4 = c / a
print(r4)
```

```
[[10  4]
 [14  8]]
[[0.11111111 1.          ]
 [0.55555556 3.          ]]
[[5 6]
 [3 4]]
[[ 4.          2.          ]
 [-0.4        -0.33333333]]
```

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 2 \\ \hline 5 & 6 \\ \hline \end{array}
 \quad 2 \times 2
 \quad + \quad
 \begin{array}{|c|c|} \hline 8 & 2 \\ \hline 9 & 2 \\ \hline \end{array}
 \quad 2 \times 1
 \quad = \quad
 \begin{array}{|c|c|} \hline 10 & 4 \\ \hline 14 & 8 \\ \hline \end{array}
 \quad 2 \times 2$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 2 \\ \hline 5 & 6 \\ \hline \end{array}
 \quad 2 \times 2
 \quad + \quad
 \begin{array}{|c|c|} \hline 4 & 4 \\ \hline -2 & -2 \\ \hline \end{array}
 \quad 2 \times 1
 \quad = \quad
 \begin{array}{|c|c|} \hline 5 & 6 \\ \hline 3 & 4 \\ \hline \end{array}
 \quad 2 \times 2$$

Wariant 3 - "kolumna" i "wiersz"

```
import numpy as np

a = np.array([[5, 2, -3]]).T
b = np.array([3, -2, 1, 2, 4])
print(a+b)
print(b+a)
print(a*b)
```

```
[[ 8  3  6  7  9]
 [ 5  0  3  4  6]
 [ 0 -5 -2 -1  1]]
[[ 8  3  6  7  9]
 [ 5  0  3  4  6]
 [ 0 -5 -2 -1  1]]
[[ 15 -10  5  10  20]
```

```
[ 6 -4  2  4  8]
[-9  6 -3 -6 -12]]
```

Hand-drawn diagram illustrating matrix multiplication:

- Matrix **a** (3x1): $\begin{bmatrix} 5 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix}$
- Matrix **b** (1x5): $\begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$
- Resulting matrix **c** (3x5): $\begin{bmatrix} 8 & 3 & 6 & 7 & 9 \\ 5 & 0 & 3 & 4 & 6 \\ 0 & -5 & -2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$

The calculation is shown as: $\begin{bmatrix} 5 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 & 2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 3 & 6 & 7 & 9 \\ 5 & 0 & 3 & 4 & 6 \\ 0 & -5 & -2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$

2.9 Funkcje uniwersalne

<https://numpy.org/doc/stable/reference/ufuncs.html#methods>

2.10 Statystyka i agregacja

Funkcja	Opis
np.mean	Średnia wszystkich wartości w tablicy.
np.std	Odchylenie standardowe.
np.var	Wariancja.
np.sum	Suma wszystkich elementów.
np.prod	Iloczyn wszystkich elementów.
np.cumsum	Skumulowana suma wszystkich elementów.
np.cumprod	Skumulowany iloczyn wszystkich elementów.
np.min, np.max	Minimalna/maksymalna wartość w tablicy.
np.argmin, np.argmax	Indeks minimalnej/maksymalnej wartości w tablicy.
np.all	Sprawdza czy wszystkie elementy są różne od zera.
np.any	Sprawdza czy co najmniej jeden z elementów jest różny od zera.

2.11 Wyrażenia warunkowe

<https://numpy.org/doc/stable/reference/generated/numpy.where> <https://numpy.org/doc/stable/reference/generated/numpy.choose> <https://numpy.org/doc/stable/reference/generated/numpy.select> <https://numpy.org/doc/stable/reference/generated/numpy.nonzero>

2.12 Działania na zbiorach

<https://numpy.org/doc/stable/reference/routines.set.html>

2.13 Operacje tablicowe

<https://numpy.org/doc/stable/reference/generated/numpy.transpose>

<https://numpy.org/doc/stable/reference/generated/numpy.flip> <https://numpy.org/doc/stable/reference/generated/numpy.fliplr> <https://numpy.org/doc/stable/reference/generated/numpy.flipud>

<https://numpy.org/doc/stable/reference/generated/numpy.sort>

2.14 Algebra liniowa

<https://numpy.org/doc/stable/reference/routines.linalg.html>

2.15 Funkcja na stringach

<https://numpy.org/doc/stable/reference/routines.char.html>

2.16 Data i czas

<https://numpy.org/doc/stable/reference/arrays.datetime.html>

2.17 Pseudolosowe

<https://numpy.org/doc/stable/reference/random/index.html>

Bibliografia:

- Dokumentacja biblioteki, <https://numpy.org/doc/stable/>, dostęp online 5.03.2021.
- Robert Jahansson, Matematyczny Python. Obliczenia naukowe i analiza danych z użyciem NumPy, SciPy i Matplotlib, Wyd. Helion, 2021.
- <https://www.tutorialspoint.com/numpy/index.htm>, dostęp online 20.03.2019.