Recherche des solutions avec une distribution Gaussienne

Sepideh Mirrahimi

November 3, 2020

Nous cherchons à décrire les solution de l'équation suivante

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t}n(t,z) - \sigma\frac{\partial^2}{\partial z^2}n(t,z) = n(t,z)R(z,t,\rho(t)), \quad (t,z) \in \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}, \\ \rho(t) = \int_{\mathbb{R}} n(t,y)dy, \\ n(0,z) = n_0(z), \end{cases} \tag{1}$$

avec

$$R(z,t,\rho) = r - s(t)(z-\theta(t))^2 - \kappa\rho.$$

L'objectif est de trouver une solution avec la distribution normale pour cette équation. Plus précisément, on cherche des solutions sous la forme suivante :

$$N(t,z) = \rho(t)\frac{\sqrt{f(t)}}{\sqrt{2\pi}}\exp\big(-\frac{f(t)}{2}(z-\mu(t))^2\big).$$

Notos qu'ici $f(t) = 1/v(t)$, avec $v(t)$ la variance de la distribution Gaussienne.

Le calcul que je vous demande : mettre $N(t,z)$ dans l'équation (1) et dériver des éqautions sur $\rho(t)$, $\mu(t)$ et $f(t)$:

$$\begin{aligned} &\tfrac{d}{dt}\rho(t) = ..., \quad \text{avec les ... dépendant de } \rho,\ \mu \text{ et } f \text{ et les paramètres du modèle,} \\ &\tfrac{d}{dt}\mu(t) = ..., \\ &\tfrac{d}{dt}f(t) = ..., \end{aligned}$$

afin que $N(t,z)$ soit solution de (1).