1. **Introducción**

Optimización en el modelamiento de la reconfiguración de redes de distribución de energía eléctrica

Pablo José Cortes Sanabriaa, MSc, PhD (c), Diego Alejandro Noriega Barbosaa,b, MSc, PhD (c)

a Universidad de los Andes, Facultad de Ingeniería

b CIMOC, Centro de Investigación en Materiales y Obras Civiles

* 1. *Contexto general*

El descubrimiento de nuevas fuentes de energía, su distribución y transformación para uso industrial y residencial, minimizando el impacto en el medio ambiente, es una actividad esencial para el desarrollo de la sociedad. La red eléctrica es el medio por el cual la energía se transfiere de los centros de generación hasta los consumidores finales. Una red se compone de manera general en tres partes: (i) las centrales de generación, (ii) las líneas de transmisión y (iii) las redes de distribución. En las centrales de generación, la energía proveniente de las fuentes de energía primaria (combustibles, corrientes hídricas, etc.) se convierte en energía eléctrica. Las líneas de transmisión conectan a la central generadora con las redes de distribución. Las redes de distribución conectan las cargas de una determinada zona a las líneas de transmisión.

Entre de las características principales de las redes de distribución de energía eléctrica sobresale que su estructura es de forma radial. Este tipo de topología permite reducir la corriente de corto circuito [1], [2], así como también realizar una coordinación más fácil de las medidas protectoras [2] del sistema y un control de voltaje y flujo de potencia más simple [3]. Aunque la topología radial es preferida para la operación de los sistemas de distribución, estos sistemas están construidos de forma que se incluyen mallas o “loops”. En la Figura 1 se observa un esquema general de una porción de una red de distribución que incluye dos subestaciones, varias barras y disyuntores. Mediante la operación de los diferentes disyuntores del sistema (C.B) es posible lograr la operación radial de la red de distribución, así como el aislamiento de las zonas afectadas durante una falla, logrando el restablecimiento del servicio a un gran número de usuarios en un corto tiempo[4], [5].

Los modernos sistemas de gestión de la red de distribución (DMS por sus siglas en inglés, *Distribution Management System*) permiten a los operadores del sistema (DSO, por sus siglas en inglés, *Distribution System Operator*) tener una visión clara del estado de los disyuntores, las corrientes y voltajes fasoriales en los diferentes alimentadores, así como ejecutar acciones de control sobre disyuntores, bancos de capacitores y otros elementos de manera remota y segura [6]. La función de reconfiguración (i.e búsqueda de topologías óptimas), es una de las más importantes en los modernos DMS comerciales [7].

Las características anteriormente descritas de los DMS, junto con el desarrollo en los últimos años de las microrredes, ha generado un renovado interés por la búsqueda de topologías óptimas en redes de distribución. Una microrred puede ser definida como un conjunto de cargas y fuentes de generación distribuidas con limites eléctricos claramente definidos, que actúa como una entidad simple controlable con respecto a la red[8]. Se ha demostrado que las microrredes son una de las formas de integrar recursos energéticos no convencionales [9] (i.e energía solar fotovoltaica y energía eólica) dentro de la matriz energética, así como de lograr una mejor resiliencia y confiabilidad del sistema eléctrico y una mayor democratización del mercado energético [10]. Sin embargo, la integración de las microrredes en el sistema eléctrico tradicional impone desafíos importantes como el control de los niveles de tensión, el control de frecuencia, control de pérdidas en las líneas de transmisión [11], entre otros. En este sentido, la búsqueda de topologías óptimas de la red, que garanticen adecuados perfiles de voltaje, valores de frecuencia, y un nivel mínimo de pérdidas, es de gran importancia para el desarrollo y la integración de las microrredes en el sector eléctrico [12], así como para la incorporación de las fuentes de energía no convencionales en la matriz energética.

**C.B.**

**C.B.**

**C.B.**

**C.B.**

**C.B.**

**C.B.**

**C.B.**

**Substation 1**

**Substation 2**

Figura 1. Esquema de una red de distribución

* 1. *Planteamiento del problema*

Uno de los objetivos más importantes que se deben lograr en la operación de un sistema de distribución de energía es la reducción de las pérdidas de potencia en los alimentadores manteniendo la seguridad y confiabilidad del sistema con el mantenimiento de los valores de voltajes y corrientes dentro de los límites aceptables. Para alcanzar este objetivo, el DSO tiene el control de los diferentes disyuntores del sistema. La combinación correcta de operaciones de conmutación y aislamiento permiten encontrar una topología que minimice las pérdidas en los alimentadores. De igual forma, mantiene la condición de radialidad y los valores de voltaje y corriente dentro de niveles aceptables para la seguridad y la confiabilidad [5]. Este problema se conoce en la literatura como el problema de reconfiguración de redes de distribución de energía eléctrica.

El problema de reconfiguración de redes es un desafío de optimización complejo por ser no diferenciable, combinatorio, restricto, e incluir variables continuas y discretas [12]. La función objetivo puede abarcar la reducción de pérdidas en las líneas de transmisión [13], el control riguroso de las corrientes y voltajes dentro de los límites permisibles establecidos [14], la cantidad de potencia restaurada luego de una falla en el sistema [4], entre otras. Lo anterior, sumado a la naturaleza combinatoria de las posibles configuraciones [14] de la topología debido a la cantidad de componentes involucrados, la naturaleza discreta de las variables de decisión (i.e el estado de los disyuntores del sistema), la naturaleza no lineal de las restricciones [14], la naturaleza no convexa del espacio de búsqueda [15], y la necesidad de lograr una topología radial [12], resulta en un problema de optimización de alta complejidad que actualmente permanece como un prolífico campo de investigación en la literatura.

* 1. *Antecedentes*

En la actualidad, se distinguen tres líneas de investigación en la búsqueda de la solución para el problema de reconfiguración de redes: (i) optimización matemática, (ii) heurísticas y metaheurísticas y (iii) técnicas de inteligencia artificial [1]. La Tabla *1* muestra un resumen de las metodologías implementadas en el problema de reconfiguración de redes de distribución de energía eléctrica de acuerdo con las tres líneas de investigación mencionadas previamente.

* + 1. *Métodos de optimización matemática*

Los métodos de optimización matemática permiten resolver de forma simple problemas de optimización lineales garantizando la convergencia al óptimo global [15]; sin embargo, su desventaja a la hora de resolver problemas de optimización combinatorios con espacios grandes de búsqueda es que computacionalmente es muy costosa, y en algunos casos, inviable en un DMS real.

El primer estudio realizado sobre el problema de la reconfiguración de redes fue llevado a cabo por A. Merlin y H. Back en 1975 [13]. Las pérdidas en la red fueron modeladas mediante la siguiente ecuación:

El esquema de solución inicia con el cálculo del flujo de potencia en la red considerando todos los disyuntores conmutados. La solución se va actualizando iterativamente al abrir los disyuntores en los alimentadores donde se tiene el menor flujo de potencia hasta lograr una topología radial donde el número de alimentadores es igual al número de nodos menos uno. Si bien se garantizaba la convergencia del problema de reconfiguración, el proceso iterativo era lento [15].

C. Liu y S. Lee en 1989 consideraron las cargas del sistema de distribución como sumideros de corriente. Con este modelo, transformaron el problema de reconfiguración de redes en un problema de programación cuadrática que se resolvió mediante la linealización de la función objetivo [16]. Si bien los resultados obtenidos con esta técnica fueron prometedores, el modelo era costoso computacionalmente [17].

En 1990, Glamocanin et al. formularon el problema de reconfiguración de redes como un problema de transporte [18] con costos cuadráticos debido a la dependencia de las pérdidas del cuadrado de la corriente. Partiendo de una configuración inicial óptima, obtenida al linealizar las pérdidas de potencia, la configuración se actualizaba iterativamente mediante el uso del método *SIMPLEX* cuadrático. La técnica propuesta tiene el defecto de que el método *SIMPLEX* cuadrático tiende a encontrar óptimos locales [17].

Wagner et al. en 1991 usaron un algoritmo para resolver el problema de reconfiguración de redes basado en una solución del problema de transporte lineal. Las pérdidas de potencia en los alimentadores se aproximaron mediante funciones lineales. Pese a que el algoritmo es computacionalmente eficiente para redes pequeñas, para redes con más de 1000 nodos, el tiempo de solución hace que sea inaplicable en un DMS real [17].

Lavorato et al en 2012 hicieron una contribución fundamental al campo de reconfiguración al proponer, de forma más precisa las restricciones de radialidad de la red [19]. Gracias a este avance, nuevos modelos aparecieron en la literatura. En 2012, Jabr et al formularon el problema de reconfiguración como un problema de programación mixta entera cónica (MICP) [20]. Si bien los resultados obtenidos eran idénticos a lo que se lograban con la programación mixta entera lineal, el esfuerzo de escribir las restricciones del problema en representación poliedral era muy superior.

Hover et al usaron programación entera mixta cuadrática (MIQP), programación cuadrática restringida (QCP) y programación cónica de segundo orden (SOCP) para enfrentar el problema de la reconfiguración. De las tres técnicas estudiadas, la MIQP tuvo mejor eficiencia para redes con gran número de nodos [21].

Marlon et al. en 2014 propusieron un método basado en programación lineal entera mixta [14] mediante la linealización de la ecuación que relaciona corrientes, voltajes y potencias activa y reactiva. Con esta técnica, se garantizó la convergencia del problema encontrándose las mismas soluciones reportadas como las mejores en la literatura.

Haghigat et al en 2015 usaron un modelo de programación mixta entera lineal incluyendo un algoritmo de descomposición de dos etapas [22]. Si bien el algoritmo de descomposición fue capaz de resolver el problema de reconfiguración, las aproximaciones lineales usadas redujeron la precisión de la solución [11].

Recientemente, la integración de microrredes y de fuentes de generación distribuida han marcado algunas de las tendencias de investigación en este campo. En 2020, Wang et al estudiaron el problema de la reconfiguración buscando maximizar la generación a partir de fuentes renovables [23]. Se utilizó un proceso de decisión de Márkov (MDP) en el que los estados del sistema están dados por los distintos niveles de generación de las fuentes distribuidas y la topología de la red. Mahdavi et al. en 2021 propusieron un modelo de programación mixta entera de segundo orden cónica[15]. Los resultados obtenidos muestran un menor tiempo computacional en comparación con otras técnicas, pero los sistemas a los que se puede aplicar son de tamaño medio.

Pareja et al en 2022, usando un modelo matemático muy similar al descrito por [14]incluyó la presencia de generación distribuida en la red, así como el problema de ubicar de manera óptima dicha generación distribuida. Se realizaron pruebas en un sistema con 202 nodos logrando menores tiempos computacionales que los reportados en la literatura con el uso de otros algoritmos [12]. Además, las topologías encontradas fueron mejores que las reportadas por la literatura.

En la Tabla *1*, se muestran algunos de los principales trabajos reportados en la literatura sobre técnicas de programación matemática para la solución del problema de reconfiguración de redes. Para una lista exhaustiva, se puede consultar las referencias [17] y [15].

* + 1. *Heurísticas*

Las heurísticas poseen la ventaja sobre los métodos de optimización matemática de un menor tiempo computacional, pero no garantizan la convergencia hacia un óptimo global; a pesar de sus limitaciones, han sido ampliamente usadas en la solución del problema de la reconfiguración. En 1989, se presentó la primera heurística para resolver el problema de la reconfiguración conocida en la literatura como “Distribution Network Optimization” [24]. El algoritmo propuesto hacía uso de los multiplicadores de Lagrange y de las ecuaciones básicas de flujo de potencia de la red. El tiempo de cómputo fue lo suficientemente bajo para considerarse su uso en un DMS real. Sin embargo, para sistemas grandes, se requiere limitar el número de operaciones de apertura/cierre de ramas del circuito.

Recientemente, Zhan et al usaron una metodología conocida como “switch opening and exchange” (SOE). El algoritmo inicia con todos los disyuntores cerrados, en una topología mallada, y secuencialmente, los va abriendo hasta lograr una topología radial [25]. Luego, a partir de esta topología radial, altera la configuración de los disyuntores para buscar una mejor configuración. Con este algoritmo, se buscó resolver el problema de la reconfiguración incluyendo el efecto de la estocasticidad de las cargas y de la generación distribuida. Los resultados sobre cuatro sistemas de prueba estándar demostraron que esta heurística es más precisa que la programación matemática; así mismo, es más rápida (72 veces).

En la Tabla 1, se muestran algunos de los principales trabajos reportados en la literatura sobre heurísticas para la solución del problema de reconfiguración de redes. Para una lista exhaustiva, se puede consultar [17] y [15].

* + 1. *Metaheurísticas*

Las metaheurísticas son algoritmos de búsqueda aleatoria. En comparación con las heurísticas, las metaheurísticas son algoritmos de búsqueda generales que requieren de un ajuste de parámetros de manera cuidadosa, pero como compensación, producen mejores soluciones en tiempos de cómputo menores que las heurísticas y las técnicas de optimización matemática [15].

La primera metaheurística presentada para resolver el problema de la reconfiguración fue la propuesta por Chiang et at en 1990 [26]. En este caso, se utilizó una técnica de dos etapas conocidas como “simulated annealing” y “ restringido”. Se probó la técnica con dos funciones objetivo: (i) las pérdidas en las líneas de transmisión y (ii) el balance de carga. El principal problema del algoritmo fue el tiempo de cómputo [15].

Recientemente, en el año 2020, Reza et al, aplicaron el algoritmo “Cuckoo search Algorithm” (CSA)[27], al problema de la reconfiguración de redes incorporando estocasticidad en la demanda y en la generación distribuida. Si bien los resultados obtenidos fueron prometedores, la técnica solamente se probó en una red de 32 y de 69 nodos. En la Tabla *1*, se muestran algunos de los principales trabajos reportados en la literatura sobre metaheurísticas para la solución del problema de reconfiguración de redes. Para una lista exhaustiva, se puede consultar las referencias [17] y [15]

* + 1. *Inteligencia artificial*

Un método de solución alternativo a las técnicas anteriormente descritas ha consistido en el uso de redes neuronales artificiales (ANN por sus siglas en inglés *artificial neural network*) para solucionar el problema de reconfiguración de redes. Si bien las ANN son una excelente herramienta para aproximar el comportamiento intrínsecamente no lineal del problema, requieren de un tiempo considerable de entrenamiento, grandes cantidades de datos del sistema y deben reentrenarse si se realiza un cambio en la red de distribución.

En 1993, Kim et al. propusieron el primer método con ANNs para resolver el problema de la reconfiguración. Se utilizaron dos grupos de ANNs; el primer grupo clasificaba el nivel de carga de la red a partir de un set de datos, mientras que, el segundo grupo determinaba la configuración ideal de la red basada en la clasificación realizada por el primer grupo [28]. Si bien los tiempos de cómputo fueron prometedores, la dependencia del set de datos para generar una respuesta de calidad era la principal desventaja de esta técnica.

En 2022, Roshni et al usaron un algoritmo de reinforcement learning para aprender la política del MDP subyacente en el problema de reconfiguración. El algoritmo se probó en dos redes de distribución estándar de 13 y 34 nodos respectivamente [29]. En la Tabla *1*, se muestran algunos de los principales trabajos reportados en la literatura sobre técnicas de inteligencia artificial para la solución del problema de reconfiguración de redes. Para una lista exhaustiva, se puede consultar las referencias [17] y [15].

* + 1. Tendencias actuales

Si bien la minimización de las pérdidas en las líneas ha sido uno de los mayores intereses de los investigadores del problema de reconfiguración, otras funciones objetivo muy populares son la calidad de la potencia y maximización de la generación distribuida [15].

En la actualidad, el campo más prometedor para la investigación relacionada con el problema de reconfiguración es la operación de sistemas de distribución inteligentes con presencia de generación distribuida, equipos de almacenamiento de energía, vehículos eléctricos entre otros [15].

* 1. *Formulación preliminar del problema*

Mediante la aplicación de la ley de la conservación de la energía (i.e la ley de corrientes de Kirchhoff) y la ley de Ohm es posible definir un modelo matemático que permita estimar el flujo de potencia en la red de distribución. A partir de la definición de perdidas eléctricas en un conductor , es posible definir la función objetivo según (1).

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (1) |

Las restricciones entonces están dadas por las siguientes ecuaciones:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2) |

La ecuación (2) expresa la ley de conservación de la energía (i.e. la ley de corrientes de Kirchhoff), como un balance entre las potencias que entran y salen de un nodo. Con referencia a la Figura *2*, es posible separar el balance de potencias en dos partes, un balance de potencia activa y otro de potencia reactiva. El balance de potencia activa para un nodo i se expresa según (3).

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3) |



Figura 2. Distribución radial del sistema

Tabla 1. Modelos desarrollados en literatura dividido en los principales grupos: modelos de optimización, heurísticas, metaheurísticas e inteligencia artificial

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Referencia** | **Año** | **Autor(es)** | **Modelo** |
| ***Modelos de optimización*** | | | |
| [13] | 1975 | Merlin y Back | Modelo de programación entera. Modelación de pérdidas con la ecuación donde *n* corresponde al número de ramas. La solución se actualiza al abrir los disyuntores en los alimentadores donde se tiene el menor flujo de potencia, hasta lograr una topología radial. |
| [30] | 1989 | C. Liu y S. Lee | Modelo de programación cuadrática – linealización función objetivo |
| [17] | 1991 | Wagner et. al | Algoritmo basado en el problema de transporte lineal. Eficiente para redes pequeñas. |
| [31] | 1996 | Abur | Modelo para el costo mínimo de la carga activa. |
| [2] | 2005 | Ramos et. al | Algoritmo genético y modelo mixto de programación entera lineal. |
| [32] | 2010 | Romero-Ramos et. al | Modelo de programación cuadrática entera mixta. |
| [20] | 2012 | Jabr et. al | Modelo de programación mixto cónico lineal - Modelo de programación entera lineal (representación poliedral de las restricciones cónicas). |
| [33] | 2014 | Marlon C.O. Borges et. al | Método basado en programación lineal entera mixta, mediante la linealización de la ecuación que relaciona corrientes, voltajes y potencias activa y reactiva |
| [12] | 2022 | Pareja et. al | Método basado en programación lineal entera mixta con generación distribuida en la red. |
| ***Heurísticas*** | | | |
| [34] | 1989 | Baran y Wu | Modelo de cambio de rama y aplicación de métodos de cálculo de flujo. |
| [35] | 1992 | Goswami y Basu | Modelo iterativo de cierre y abertura de ramas hasta encontrar la de menor pérdida de carga. |
| [36] | 2008 | Martin y Gil | Modelo iterativo de cierre y abertura de ramas hasta encontrar la configuración más eficiente - interruptores abiertos inicialmente |
| [37] | 2008 | Raju y Bijwe | Modelo iterativo de cierre y abertura de ramas hasta encontrar la configuración más eficiente - interruptores cerrados inicialmente. |
| [38] | 2011 | Abul'Wafa | Modelo de cambio de rama - algoritmo de flujo de carga con teoría de grafos |
| [25] | 2020 | Zhan et al. | Estocasticidad de cargas y generación distribuida. Técnica de solución SOE |
| ***Metaheurístas*** | | | |
| [39] | 1990 | Chiang y Jean-Jumeau | Algoritmo de recorrido simulado. |
| [40] | 2002 | Zhu | Algoritmos genéticos. |
| [41] | 2004 | Guimaraes et. al | Algoritmo búsqueda tabú. |
| [42] | 2008 | Chang | Algoritmo colonia de hormigas. |
| [27] | 2020 | Reza et al. | Cuckoo search Algorithm incorporando estocasticidad de demanda y generación distribuida. |
| ***Inteligencia artificial*** | | | |
| [43] | 1993 | Kim et. al | Uso de red neuronal artificial para la clasificación del nivel de carga y la reconfiguración de la zona. |
| [44] | 1996 | Hayashi et. al | Red neuronal artificial. |
| [14] | 1999 | Kangan y Barioni | Modelo de lógica difusa (fuzzy logic). |
| [45] | 2006 | Salazar et. al | Red neuronal artificial. |
| [29] | 2022 | Roshni et a. | Aprendizaje por refuerzo (RL por sus siglas en inglés reinforcement learning). |

De manera similar, el balance de potencia reactiva en un nodo i se expresa según (4).

|  |  |
| --- | --- |
|  | (4) |

La caída de voltajes en la rama k-i está dada por la ley de Ohm. Con referencia a la Figura 2, se puede escribir la ecuación (5), donde las variables resaltadas en negrita hacen referencia a cantidades fasoriales.

|  |  |
| --- | --- |
|  | (5) |

Siguiendo el procedimiento ideado por [46], es posible transformar la ecuación (5) en la forma más sencilla (6), en la cual ya no hay cantidades fasoriales. Como contrapartida, (6) es la primera restricción no lineal.

|  |  |
| --- | --- |
|  | (6) |

En (6), el valor hace referencia a la impedancia de la línea, dada por (7).

|  |  |
| --- | --- |
|  | (7) |

De acuerdo con [33], la restricción (6) puede modificarse para incluir el efecto del disyuntor presente en la rama i-k, ecuación (8).

|  |  |
| --- | --- |
|  | (8) |

El valor de está dado por la ecuación (9) [33].

|  |  |
| --- | --- |
|  | (9) |

La relación entre voltajes, potencias, y corrientes puede verse fácilmente en el triángulo de potencias [47] de la Figura 3. A partir de la geometría básica, se llega a la ecuación (10) que corresponde a la segunda restricción no lineal del problema de reconfiguración.

Figura 3. Triángulo de potencia

|  |  |
| --- | --- |
|  | (10) |

Las restricciones que expresan las condiciones de seguridad y de confiabilidad de la red de distribución garantizando que los voltajes y corrientes se encuentren dentro de límites aceptables, están dadas por (11) y (12).

|  |  |
| --- | --- |
|  | (11) |
|  | (12) |
|  |  |

Finalmente, las condiciones de radialidad se expresan en la restricción (13) [19]

|  |  |
| --- | --- |
|  | (13) |

1. **Estrategias de mejora del modelo**

**C**omo quedó expuesto en la sección 1.3.1, una de las mayores desventajas de los métodos de programación matemática es el elevado costo computacional cuando se manejan instancias de tamaño medio y grande. A continuación, se presentan algunas estrategias de aceleración:

*2.1 Relajación convexa*

La restricción (10) puede ser expresada por medio de la relajación convexa en la forma (14). Esta transformación hace al espacio factible convexo, si bien un poco más grande que el espacio original. De aquí que el valor óptimo hallado pueda ser más pequeño que el real. Sin embargo, se ha verificado que la restricción (14) es vinculante en la optimalidad [48], [49]. La restricción (14) puede resolverse usando el algoritmo Branch and Bound [48], y es aceptada de modo directo por los softwares comerciales como *Gurobi*.

|  |  |
| --- | --- |
|  | (14) |

*2.2 Restricciones de radialidad*

La restricción de radialidad expresada en (13) se puede reescribir como se muestra en (15). Con este cambio, se reemplaza una restricción (13) por tantas restricciones (15) como nodos no subestación haya en la red.

|  |  |
| --- | --- |
|  | (15) |

*2.3 Linealización del término*

Es bien sabido que, en unidades base, la magnitud del voltaje es muy cercana a 1 p.u en todas las barras de la red de distribución; Por lo anterior, se puede proponer la simplificación (16) [50].

|  |  |
| --- | --- |
|  | (16) |

La restricción (16) no obstante, si bien reduce notablemente los tiempos de cómputo, ocasiona un mayor error y una subestimación de las pérdidas, así como una configuración diferente a la hallada al usar la restricción (14). Una mejor idea es usar el grupo de restricciones (17). Este grupo de restricciones tiene la ventaja de llegar al mismo valor de pérdidas obtenidas con la restricción (14), pero en un tiempo de cómputo menor, siendo un buen compromiso entre exactitud y eficiencia.

|  |  |
| --- | --- |
|  | (17) |

1. **Instancias de prueba**

Para la prueba del modelo junto con sus estrategias de mejora, mencionadas anteriormente, se evalúa la metodología con cuatro casos de estudio provenientes del Laboratorio de Planeamiento de Sistemas de Energía Eléctrica del Departamento de Ingeniería Eléctrica de la Universidad Estatal Paulista [51]. Cada caso de estudio se diferencia por el número de ramas (conexión entre nodos) e información correspondiente a las cargas en cada barra. En la Tabla *2*, se describen los datos disponibles para cada caso de estudio utilizado en el trabajo de investigación y, la Tabla 3 se incluyen los datos del número de conmutadores, el nodo subestación, y los voltajes y potencias base de cada sistema considerado. Comúnmente, la literatura utiliza instancias pequeñas [29] (13 y 33 barras), medianas [12] (84, 119, 136 y 208 barras) y grandes [52] (417 barras).

1. **Resultados del modelo propuesto**
   1. *Métricas*

A continuación, se definen las métricas que se estudiaran en esta sección:

1. Pérdidas de potencia activa: corresponden a las pérdidas de potencia por efecto Joule. Se estiman mediante la función objetivo (*1*).
2. Tiempo de cómputo: corresponde a los tiempos tomados por el código para cargar los datos, construir el modelo en el optimizador de Gurobi, y resolver el sistema. El tiempo total hace referencia a la suma de estos tres tiempos.

Tabla 2. Datos que componen los casos de estudio

|  |  |
| --- | --- |
| **Campo** | **Descripción** |
| **Datos globales** | |
| n\_ref | Nodo de referencia |
| v\_ref | Tensión de la subestación |
| vbase | Tensión base |
| sbase | Potencia base |
| tol | Tolerancia del error permitido |
| vmin | Tensión mínima |
| vmax | Tensión máxima |
| **Datos de Impedancia** | |
| zbase | Base de impedancia |
| **Datos de ramas (arcos)** | |
| ramas | Comprende información de los arcos entre nodos y resistencia (X) e inductancia (R) |
| **Datos de barras (nodos)** | |
| barras | Comprende información de la demanda de potencia activa (Pd) y activa (Qd) |

Tabla 3. Información relevante de sistemas de prueba.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| No. de Barras | Número de disyuntores | Nodo ref. | Voltaje base kV | Potencia aparente base (MVA) |
| 14 | 16 | 14 | 23 | 100 |
| 33 | 74 | 1 | 12.66 | 10 |
| 84 | 192 | 84 | 11.4 | 10 |
| 136 | 312 | 1 | 13.8 | 100 |

En la Tabla 4 se muestran los resultados globales obtenidos para los diferentes modelos estudiados, aplicados a los sistemas de prueba de 14, 33, 84, 133 y 417 barras. Como equipo de cómputo se utilizó un procesador AMD Rizen 5 3550 H 2100 MHz con 4 núcleos. El tiempo límite de la simulación se fijó en 3600 segundos. Para mayor claridad sobre cada uno de los modelos, se hace una breve descripción a continuación:

4.2 *Modelo base*

El modelo base se compone de las restricciones (3), (4), (8), (9), (11), (12), (13) y (14).

4.3 *Modelo con restricciones de radialidad modificadas*

El modelo base se puede modificar al incluir las restricciones de radialidad modificadas. En este caso, las restricciones incumbentes son la (3), (4), (8), (9), (11), (12), (14) y (15).

Tabla 4. Resultados de los 3 modelos considerados.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Ins** | **Modelo base** | | | | | | **Modelo con radialidad modificada** | | | | | | **Modelo simp. triángulo de potencia** | | | | | | **Modelo con doble restricción** | | | | | |
| **TLD** | **TSu** | **TO** | **TT** | **PPA** | **GO** | **TLD** | **TSu** | **TO** | **TT** | **PPA** | **GO** | **TLD** | **TSu** | **TO** | **TT** | **PPA** | **GO** | **TLD** | **TSu** | **TO** | **TT** | **PPA** | **GO** |
| 14 | 0.27 | 0.01 | 0.23 | 0.509 | 0.0061 | 0 | 0.27 | 0.02 | 0.58 | 0.8642 | 0.006059 | 0 | 0.27 | 0.01 | 0.16 | 0.4471 | 0.0058 | 0 | 0.28 | 0.01 | 0.21 | 0.4991 | 0.0061 | 0 |
| 33 | 0.53 | 0.04 | 1.17 | 1.735 | 0.0139 | 0 | 0.50 | 0.03 | 0.64 | 1.1662 | 0.01394 | 0 | 0.52 | 0.10 | 0.44 | 1.0551 | 0.0132 | 0 | 0.51 | 0.03 | 0.46 | 1.0024 | 0.0139 | 0 |
| 84 | 1.07 | 0.09 | 6.93 | 8.0939 | 0.0469 | 0 | 1.30 | 0.11 | 1.67 | 3.0809 | 0.04693 | 0 | 1.07 | 0.08 | 1.59 | 2.7497 | 0.0448 | 0 | 1.12 | 0.10 | 2.50 | 3.7231 | 0.0469 | 0 |
| 133 | 1.67 | 0.18 | 3600\*\* | 1.851\*\* | 0.002796 | 0.41 | 1.62 | 0.17 | 80.998 | 82.785 | 0.002796 | 0 | 1.61 | 0.18 | 6.24 | 8.0224 | 0.0027 | 0 | 1.62 | 0.19 | 30.90 | 32.702 | 0.0028 | 0 |
| 417 | 5.16 | 0.97 | 3600\*\* | 6.1297\*\* | NSF | NSF | 5.62 | 1.02 | 3600\*\* | 6.645\*\* | 0.005205\*\*\* | 68.5 | 5.39 | 0.91 | 2306 | 2312.3 | 0.0053 | 0 | 5.82 | 1.00 | 3600\*\* | 6.822 | 0.005 | 27.00 |
| Ins: Instancia  TLD: Tiempo lectura de datos, segundos TSu: Tiempo set up del modelo, segundos TO: Tiempo solver, segundos TT: Tiempo total, segundos | | | | | | PPA: Pérdida de potencia activa, kW GO: Gap optimizador, % NSF: No hay solución factible \*\*: el tiempo es mayor a una hora  \*\*\*: no alcanza el óptimo | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Tabla 5. Resultados literatura.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Instancia** | **Solución literatura (p.u)** | **Tiempo de solución, seg** | **CPU** | **Referencia** |
| 33 | 0.013954 | 0.46 | Intel i7-8850H | [12] |
| 84 | 0.046987 | 2.58 | Intel i7-8850H | [12] |
| 133 | 0.0028019 | 7.07 | Intel i7-8850H | [12] |
| 417 | 0.0058565 | 171425 | Inter i7PC @1.87 GHz | [14] |

Figura 4. Comparación de tiempos de cómputo para las instancias de 14, 33, 84, y 136 nodos

4.3 *Modelo con simplificación del término*

En este caso, se incluye la restricción (16) en lugar de la restricción (14); el modelo se compone entonces de las restricciones (3), (4), (8), (9), (11), (12), (15) y (16).

4.4 *Modelo con doble restricción de triángulo de potencia*

En este caso, se incluye el grupo de restricciones (17) en lugar de la restricción (*16*); el modelo se compone entonces de las restricciones (3), (4), (8), (9), (11), (12), (15) y (17).

4.5 *Discusión de resultados*

Como se ve en la Tabla 4, se logra una reducción importante en el tiempo de cómputo al reemplazar la restricción de radialidad (*13*) por el conjunto de restricciones (*15*). Dicha mejora es aún más evidente en los sistemas de prueba con un mayor número de nodos (84 y 136). Una mayor reducción en el tiempo de cómputo se consigue al simplificar la restricción (*14*), al asumir un que la variación del voltaje en los nodos es despreciable (*16*). Además, el modelo con esta simplificación es el único capaz entre los modelos considerados de resolver el problema de la reconfiguración para la instancia de 417 barras en un tiempo menor al tiempo límite escogido (3600s).

Debido a la simplificación realizada a la restricción (*16*), este modelo es un modelo aproximado; en el caso de la instancia de 417 nodos, la diferencia entre el resultado de las pérdidas de potencia obtenidas por este modelo y el modelo base es del 9.9%. Para las instancias más pequeñas, la diferencia no supera el 4.5%.

Finalmente, el grupo de restricciones (17), permiten resolver el problema de optimización en un tiempo de cómputo intermedio entre los logrados con la restricción (14) y la restricción (16), siendo este un modelo exacto. No obstante, este modelo tampoco es capaz de resolver el problema de la reconfiguración para la instancia de 417 nodos dentro del tiempo límite de 3600 s, teniendo un gap de optimalidad cuando se alcanza dicho límite de 26.6%, notablemente mejor que el modelo base, o el modelo con las restricciones de radialidad modificadas.

Los tiempos de cargue de datos y de construcción del modelo en Gurobi no se ven significativamente afectados por el modelo escogido dentro de los modelos considerados en el presente estudio, como se puede ver en la Tabla 4.

4.5 *Comparación de resultados con la literatura*

Con el fin de validar los modelos propuestos en la sección 2, se realiza la comparación de las soluciones obtenidas, con las reportadas en la literatura. La Tabla 5 muestra los valores de las pérdidas de potencia activa reportadas y obtenidas para los sistemas de prueba de 33, 84, 136 barras y 417 barras.

1. **Conclusiones**

Como puede verse a partir de los resultados expuestos en la sección 4, el tiempo de cómputo del modelo lineal mixto entero mejora notablemente al cambiar la restricción de radialidad propuesta por [19], por un conjunto de restricciones mayor en número, pero incluyendo menos variables cada una de ellas (*15*). Otra mejora substancial se logra al linealizar la potencia aparente en la ecuación (*14*); si bien los mejores tiempos de cómputo se logran siguiendo la idea de [50], el conjunto de restricciones (*17*) es un buen compromiso entre tiempo de cálculo y precisión de la solución.

**BIBLIOGRAFÍA**

[1] T. T. Nguyen and A. V. Truong, “Distribution network reconfiguration for power loss minimization and voltage profile improvement using cuckoo search algorithm,” *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, vol. 68, pp. 233–242, 2015, doi: 10.1016/j.ijepes.2014.12.075.

[2] M. Lavorato, J. F. Franco, M. J. Rider, and R. Romero, “Imposing radiality constraints in distribution system optimization problems,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 27, no. 1. pp. 172–180, Feb. 2012. doi: 10.1109/TPWRS.2011.2161349.

[3] M. Ayalew, B. Khan, and Z. M. Alaas, “Optimal Service Restoration Scheme for Radial Distribution Network Using Teaching Learning Based Optimization,” *Energies (Basel)*, vol. 15, no. 7, Apr. 2022, doi: 10.3390/en15072505.

[4] A. Guamán and A. Valenzuela, “Distribution network reconfiguration applied to multiple faulty branches based on spanning tree and genetic algorithms,” *Energies (Basel)*, vol. 14, no. 20, Oct. 2021, doi: 10.3390/en14206699.

[5] E. Baran and F. F. Wu, “NETWORK RECONFIGURATION IN DISTRIBUTION SYSTEMS FOR LOSS REDUCTION AND LOAD BALANCING,” 1989.

[6] J. M. Gers, “Distrbution Systems Analysis and Automation,” Londres.

[7] S. C. Savulescu, “REAL-TIME STABILITY ASSESSMENT IN MODERN POWER SYSTEM CONTROL CENTERS Edited by.”

[8] D. T. Ton and M. A. Smith, “The U.S. Department of Energy’s Microgrid Initiative,” *Electricity Journal*, vol. 25, no. 8, pp. 84–94, Oct. 2012, doi: 10.1016/j.tej.2012.09.013.

[9] E. T. Rahardjo, Annual IEEE Computer Conference, International Conference on QiR (Quality in Research) 13 2013.06.25-28 Yogyakarta, and QiR 13 2013.06.25-28 Yogyakarta, *2013 International Conference on QiR (Quality in Research) 25-28 June 2013, Yogyakarta, Indonesia*.

[10] U. G. Onu, A. C. Zambroni de Souza, and B. D. Bonatto, “Drivers of microgrid projects in developed and developing economies,” *Util Policy*, vol. 80, Feb. 2023, doi: 10.1016/j.jup.2022.101487.

[11] S. Ishaq, I. Khan, S. Rahman, T. Hussain, A. Iqbal, and R. M. Elavarasan, “A review on recent developments in control and optimization of micro grids,” *Energy Reports*, vol. 8. Elsevier Ltd, pp. 4085–4103, Nov. 01, 2022. doi: 10.1016/j.egyr.2022.01.080.

[12] L. A. Gallego Pareja, J. M. López-Lezama, and O. G. Carmona, “A Mixed-Integer Linear Programming Model for the Simultaneous Optimal Distribution Network Reconfiguration and Optimal Placement of Distributed Generation,” *Energies (Basel)*, vol. 15, no. 9, May 2022, doi: 10.3390/en15093063.

[13] A. Merlin and H. DE Pack Electricite France -paris, “SEARCH FOR A mINIMAL-LuS SOPERATING SPANNINC TREE CONFIGURATI ON IN AN URBAN • POWER DISTRIBUTIO N SYSTEM.”

[14] M. C. O. Borges, J. F. Franco, and M. J. Rider, “Optimal reconfiguration of electrical distribution systems using mathematical programming,” *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*, vol. 25, no. 1, pp. 103–111, 2014, doi: 10.1007/s40313-013-0070-x.

[15] M. Mahdavi, H. H. Alhelou, N. D. Hatziargyriou, and F. Jurado, “Reconfiguration of Electric Power Distribution Systems: Comprehensive Review and Classification,” *IEEE Access*, vol. 9. Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., pp. 118502–118527, 2021. doi: 10.1109/ACCESS.2021.3107475.

[16] C.-C. Liu, S. J. Lee, and K. Vu, “Loss Minimization of Distribution Feeders: Optimality and Algorithms,” 1989.

[17] R. J. Sarfi, M. M. A. Salama, and A. Y. Chikhani, “mLICTRIg POWtR A survey of the state of the art in distribution system reconfiguration for system loss reduction,” 1994.

[18] Glamocanin, “OPTIMAL LOSS REDUCTION OF DISTRIBUTION NETWORKS.”

[19] M. Lavorato, J. F. Franco, M. J. Rider, and R. Romero, “Imposing radiality constraints in distribution system optimization problems,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 27, no. 1. pp. 172–180, Feb. 2012. doi: 10.1109/TPWRS.2011.2161349.

[20] R. A. Jabr, R. Singh, and B. C. Pal, “Minimum loss network reconfiguration using mixed-integer convex programming,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 27, no. 2, pp. 1106–1115, May 2012, doi: 10.1109/TPWRS.2011.2180406.

[21] J. A. Taylor and F. S. Hover, “Convex models of distribution system reconfiguration,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 27, no. 3, pp. 1407–1413, 2012, doi: 10.1109/TPWRS.2012.2184307.

[22] H. Haghighat and B. Zeng, “Distribution System Reconfiguration under Uncertain Load and Renewable Generation,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 31, no. 4, pp. 2666–2675, Jul. 2016, doi: 10.1109/TPWRS.2015.2481508.

[23] C. Wang, S. Lei, P. Ju, C. Chen, C. Peng, and Y. Hou, “MDP-Based Distribution Network Reconfiguration with Renewable Distributed Generation: Approximate Dynamic Programming Approach,” *IEEE Trans Smart Grid*, vol. 11, no. 4, pp. 3620–3631, Jul. 2020, doi: 10.1109/TSG.2019.2963696.

[24] D. Shirmohanunadi, M. H. W. Hong, and S. Member, “RECONFIGURATION OF ELECTRIC DISTRIBUTION NETWORKS FOR RESISTIVE LINE LOSSES REDUCTION,” 1989.

[25] J. Zhan, W. Liu, C. Y. Chung, and J. Yang, “Switch Opening and Exchange Method for Stochastic Distribution Network Reconfiguration,” *IEEE Trans Smart Grid*, vol. 11, no. 4, pp. 2995–3007, Jul. 2020, doi: 10.1109/TSG.2020.2974922.

[26] H.-D. Chiang and R. Jean-Jumeau, “Optimal Network Reconfigurations in Distribution Systems: Part 1 : A New Formulation and A Solution Vlethodology,” 1990.

[27] A. R. Abbasi, “Investigation of simultaneous effect of demand response and load uncertainty on distribution feeder reconfiguration,” *IET Generation, Transmission and Distribution*, vol. 14, no. 8, pp. 1438–1449, Apr. 2020, doi: 10.1049/iet-gtd.2019.0854.

[28] H. Kim, Y. Ko, and K.-H. Jung, “ARTIFICIAL NEURAL-NETWORK BASED FEEDER RECONFIGURATION FOR LOSS REDUCTION IN DISTRIBUTION SYSTEMS,” 1993.

[29] R. A. Jacob, S. Paul, W. Li, S. Chowdhury, Y. R. Gel, and J. Zhang, “Reconfiguring Unbalanced Distribution Networks using Reinforcement Learning over Graphs,” in *2022 IEEE Texas Power and Energy Conference (TPEC)*, 2022, pp. 1–6. doi: 10.1109/TPEC54980.2022.9750805.

[30] C.-C. Liu, S. J. Lee, and K. Vu, “Loss Minimization of Distribution Feeders: Optimality and Algorithms,” 1989.

[31] A. Abur, “A modified linear programming method for distribution system reconfiguration,” 1996.

[32] E. R. Ramos, A. G. Expósito, J. R. Santos, and F. L. Iborra, “Path-based distribution network modeling: Application to reconfiguration for loss reduction,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 20, no. 2, pp. 556–564, May 2005, doi: 10.1109/TPWRS.2005.846212.

[33] M. C. O. Borges, J. F. Franco, and M. J. Rider, “Optimal reconfiguration of electrical distribution systems using mathematical programming,” *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*, vol. 25, no. 1, pp. 103–111, 2014, doi: 10.1007/s40313-013-0070-x.

[34] E. Baran and F. F. Wu, “NETWORK RECONFIGURATION IN DISTRIBUTION SYSTEMS FOR LOSS REDUCTION AND LOAD BALANCING,” 1989.

[35] S. K. Goswami, “Distribution system planning using branch exchange technique,” 1997.

[36] A. J. Gil and J. A. Martín, “OPTIMIZACIÓN DE LA CONFIGURACIÓN DE REDES DE DISTRIBUCIÓN UTILIZANDO TÉCNICAS HEURÍSTICAS PURAS BASADAS EN EL SENTIDO DEL FLUJO DE POTENCIA POR LAS LÍNEAS”.

[37] G. K. V. Raju and P. R. Bijwe, “An efficient algorithm for minimum loss reconfiguration of distribution system based on sensitivity and heuristics,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 23, no. 3, pp. 1280–1287, 2008, doi: 10.1109/TPWRS.2008.926084.

[38] A. R. Abul’wafa, “A new heuristic approach for optimal reconfiguration in distribution systems,” *Electric Power Systems Research*, vol. 81, no. 2, pp. 282–289, Feb. 2011, doi: 10.1016/j.epsr.2010.09.003.

[39] H.-D. Chiang and R. Jean-Jumeau, “Optimal Network Reconfigurations in Distribution Systems: Part 2 : Solution Algorithms and Numerical Results,” 1990.

[40] J. Z. Zhu, “Optimal reconfiguration of electrical distribution network using the refined genetic algorithm.” [Online]. Available: www.elsevier.com/locate/epsr

[41] M. Guimaraes, J. Lorenzeti, and C. Castro, *Reconfiguration of distribution systems for voltage stability margin enhancement using tabu search*. IEEE, 2004.

[42] J. P. Chiou, C. F. Chang, and C. T. Su, “Variable scaling hybrid differential evolution for solving network reconfiguration of distribution systems,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 20, no. 2, pp. 668–674, May 2005, doi: 10.1109/TPWRS.2005.846096.

[43] R. J. Sarfi, M. M. A. Salama, and A. Y. Chikhani, “A survey of the state of the art in distribution system reconfiguration for system loss reduction,” *Electric Power Systems Research*, vol. 31, pp. 61–70, 1994.

[44] U. Hayashi and S. Iwamoto, “Efficient Determination of Optimal Radial Power System Structure Using Hopfield Neural Network with Constrained Noise,” 1996.

[45] H. Salazar, R. Gallego, and R. Romero, “Artificial neural networks and clustering techniques applied in the reconfiguration of distribution systems,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 21, no. 3, pp. 1735–1742, Jul. 2006, doi: 10.1109/TPWRD.2006.875854.

[46] Renato Cespedes, “New method for the analysis of distribution networks,” *IEEE Transactions on power delivery*, vol. 5, pp. 391–396, 1990.

[47] Power System Instrumentation and Measurements Committee, “IEEE Standard definitions for the measurement of electric power quantities under sinusoidal, non sinusoidal, balanced or unbalanced conditions.”

[48] Y. Yang, X. Guan, Q. Zhai, J. Wu, and X. Lei, “Maximizing renewable energy penetration through distribution network reconfiguration using mixed-integer conic programming,” in *2014 IEEE PES General Meeting | Conference & Exposition*, 2014, pp. 1–5. doi: 10.1109/PESGM.2014.6939786.

[49] H. Y. Benson and Ü. Sağlam, “Mixed-Integer Second-Order Cone Programming: A Survey,” in *Theory Driven by Influential Applications*, INFORMS, 2013, pp. 13–36. doi: 10.1287/educ.2013.0115.

[50] A. Tabares, J. F. Franco, M. Lavorato, and M. J. Rider, “Multistage Long-Term Expansion Planning of Electrical Distribution Systems Considering Multiple Alternatives,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 31, no. 3, pp. 1900–1914, May 2016, doi: 10.1109/TPWRS.2015.2448942.

[51] “Departamento de Engenharia Elétrica.” Accessed: Nov. 12, 2023. [Online]. Available: https://www.feis.unesp.br/#!/departamentos/engenharia-eletrica/pesquisas-e-projetos/lapsee/downloads/materiais-de-cursos1193/

[52] A. K. Khamees, A. Y. Abdelaziz, M. R. Eskaros, M. A. Attia, and A. O. Badr, “The Mixture of Probability Distribution Functions for Wind and Photovoltaic Power Systems Using a Metaheuristic Method,” *Processes*, vol. 10, no. 11, Nov. 2022, doi: 10.3390/pr10112446.

**ANEXOS**

1. **Solución de casos de estudio**

La solución para cada caso de estudio, en términos de ramas, se muestra a continuación para cada modelo propuesto e instancia.

A.1 Instancia de 14 barras

Tabla 6. Soluciones instancias de 14 barras

|  |  |
| --- | --- |
| **Modelo** | **Árbol óptimo** |
| Modelo base | (14-13), (14-9), (14-4), (13-12), (13-11), (12-6), (11-10), (9-8), (8-5), (4-3), (4-2), (3-7), (2-1) |
| Modelo con radialidad modificadas | (14-13), (14-9), (14-4), (13-12), (13-11), (12-6), (11-10), (9-8), (8-5), (4-3), (4-2), (3-7), (2-1) |
| Modelo triángulo de potencias | (14-13), (14-9), (14-4), (13-12), (13-11), (12-6), (11-10), (9-8), (8-5), (4-3), (4-2), (3-7), (2-1) |
| Modelo doble restricción | (14-13), (14-9), (14-4), (13-12), (13-11), (12-6), (11-10), (9-8), (8-5), (4-3), (4-2), (3-7), (2-1) |

14

2

9

12

6

8

5

1

10

11

13

7

4

3

2

9

14

12

6

8

5

1

10

11

13

7

4

3

(a)

(b)

Figura 5. (a) Configuración inicial y (b) configuración final del sistema de 14 barras

A.2 Instancia de 33 barras

Tabla 7. Soluciones instancias de 33 barras

|  |  |
| --- | --- |
| **Modelo** | **Árbol óptimo** |
| Modelo base | (1-2), (2-3), (2-19), (3-4), (3-23), (4-5), (5-6), (6-7), (6-26), (8-9), (9-15), (11-10), (12-11), (12-13), (13-14), (15-16), (16-17), (17-18), (18-33), (19-20), (20-21), (21-22), (21-8), (22-12), (23-24), (24-25), (26-27), (27-28), (28-29), (29-30), (30-31), (31-32) |
| Modelo con radialidad modificadas | (1-2), (2-3), (2-19), (3-4), (3-23), (4-5), (5-6), (6-7), (6-26), (8-9), (9-15), (11-10), (12-11), (12-13), (13-14), (15-16), (16-17), (17-18), (18-33), (19-20), (20-21), (21-22), (21-8), (22-12), (23-24), (24-25), (26-27), (27-28), (28-29), (29-30), (30-31), (31-32) |
| Modelo triángulo de potencias | (1-2), (2-3), (2-19), (3-4), (3-23), (4-5), (5-6), (6-7), (6-26), (8-9), (9-15), (11-10), (12-11), (12-13), (13-14), (15-16), (16-17), (17-18), (18-33), (19-20), (20-21), (21-22), (21-8), (22-12), (23-24), (24-25), (26-27), (27-28), (28-29), (29-30), (30-31), (31-32) |
| Modelo doble restricción | (1-2), (2-3), (2-19), (3-4), (3-23), (4-5), (5-6), (6-7), (6-26), (8-9), (9-15), (11-10), (12-11), (12-13), (13-14), (15-16), (16-17), (17-18), (18-33), (19-20), (20-21), (21-22), (21-8), (22-12), (23-24), (24-25), (26-27), (27-28), (28-29), (29-30), (30-31), (31-32) |

A.3 Instancia de 84 barras

Tabla 8. Soluciones instancias de 84 barras

|  |  |
| --- | --- |
| **Modelo** | **Árbol óptimo** |
| Modelo base | (1-2), (84-1), (84-11), (84-15), (84-25), (84-30), (84-43), (84-47), (84-56), (84-65), (84-73), (84-77), (2-3), (3-4), (4-5), (5-6), (5-55), (7-8), (7-9), (7-10), (11-12), (12-14), (12-72), (15-16), (16-17), (17-18), (18-19), (19-20), (20-21), (20-83), (21-22), (21-23), (23-24), (25-26), (26-27), (27-28), (28-29), (29-39), (30-31), (31-32), (32-33), (34-35), (35-36), (36-37), (37-38), (38-41), (39-40), (40-42), (43-44), (44-45), (45-46), (46-34), (47-48), (48-49), (49-50), (50-51), (51-52), (52-53), (53-54), (53-64), (56-57), (57-58), (58-59), (59-60), (60-61), (60-7), (63-62), (64-63), (65-66), (66-67), (67-68), (68-69), (69-70), (70-71), (73-74), (74-75), (75-76), (76-13), (77-78), (78-79), (79-80), (80-81), (81-82) |
| Modelo con radialidad modificadas | (1-2), (84-1), (84-11), (84-15), (84-25), (84-30), (84-43), (84-47), (84-56), (84-65), (84-73), (84-77), (2-3), (3-4), (4-5), (5-6), (5-55), (7-8), (7-9), (7-10), (11-12), (12-14), (12-72), (15-16), (16-17), (17-18), (18-19), (19-20), (20-21), (20-83), (21-22), (21-23), (23-24), (25-26), (26-27), (27-28), (28-29), (29-39), (30-31), (31-32), (32-33), (34-35), (35-36), (36-37), (37-38), (38-41), (39-40), (40-42), (43-44), (44-45), (45-46), (46-34), (47-48), (48-49), (49-50), (50-51), (51-52), (52-53), (53-54), (53-64), (56-57), (57-58), (58-59), (59-60), (60-61), (60-7), (63-62), (64-63), (65-66), (66-67), (67-68), (68-69), (69-70), (70-71), (73-74), (74-75), (75-76), (76-13), (77-78), (78-79), (79-80), (80-81), (81-82) |
| Modelo triángulo de potencias | (1-2), (84-1), (84-11), (84-15), (84-25), (84-30), (84-43), (84-47), (84-56), (84-65), (84-73), (84-77), (2-3), (3-4), (4-5), (5-6), (5-55), (7-8), (7-9), (7-10), (11-12), (12-14), (12-72), (15-16), (16-17), (17-18), (18-19), (19-20), (20-21), (20-83), (21-22), (21-23), (23-24), (25-26), (26-27), (27-28), (28-29), (29-39), (30-31), (31-32), (32-33), (34-35), (35-36), (36-37), (37-38), (38-41), (39-40), (40-42), (43-44), (44-45), (45-46), (46-34), (47-48), (48-49), (49-50), (50-51), (51-52), (52-53), (53-54), (53-64), (56-57), (57-58), (58-59), (59-60), (60-61), (60-7), (63-62), (64-63), (65-66), (66-67), (67-68), (68-69), (69-70), (70-71), (73-74), (74-75), (75-76), (76-13), (77-78), (78-79), (79-80), (80-81), (81-82) |
| Modelo doble restricción | (1-2), (84-1), (84-11), (84-15), (84-25), (84-30), (84-43), (84-47), (84-56), (84-65), (84-73), (84-77), (2-3), (3-4), (4-5), (5-6), (5-55), (7-8), (7-9), (7-10), (11-12), (12-14), (12-72), (15-16), (16-17), (17-18), (18-19), (19-20), (20-21), (20-83), (21-22), (21-23), (23-24), (25-26), (26-27), (27-28), (28-29), (29-39), (30-31), (31-32), (32-33), (34-35), (35-36), (36-37), (37-38), (38-41), (39-40), (40-42), (43-44), (44-45), (45-46), (46-34), (47-48), (48-49), (49-50), (50-51), (51-52), (52-53), (53-54), (53-64), (56-57), (57-58), (58-59), (59-60), (60-61), (60-7), (63-62), (64-63), (65-66), (66-67), (67-68), (68-69), (69-70), (70-71), (73-74), (74-75), (75-76), (76-13), (77-78), (78-79), (79-80), (80-81), (81-82) |

A.4 Instancia de 133 barras

Tabla 9. Soluciones instancias de 133 barras

| **Modelo** | **Árbol óptimo** |
| --- | --- |
| Modelo base | (136-1), (136-17), (136-39), (136-63), (136-75), (136-85), (136-99), (136-121), (1-2), (2-3), (3-4), (4-5), (5-6), (6-8), (8-9), (8-10), (10-11), (10-12), (10-13), (13-14), (13-15), (15-16), (17-18), (18-19), (19-20), (20-21), (20-22), (22-23), (22-24), (24-25), (25-26), (25-51), (26-27), (27-28), (28-29), (28-31), (29-30), (31-32), (32-33), (33-34), (35-36), (36-37), (38-35), (39-40), (40-41), (40-42), (42-43), (43-44), (43-45), (45-46), (46-47), (47-48), (47-62), (47-110), (48-49), (49-50), (51-52), (52-53), (52-56), (53-54), (56-57), (57-58), (58-59), (59-60), (60-61), (62-120), (63-64), (64-65), (65-66), (66-67), (67-68), (68-69), (68-70), (70-71), (70-73), (71-72), (73-74), (73-7), (75-76), (76-77), (76-126), (77-78), (78-79), (79-80), (80-81), (81-82), (81-83), (83-84), (85-86), (86-87), (86-88), (88-89), (90-91), (91-92), (92-93), (93-94), (93-97), (94-95), (97-98), (98-55), (98-135), (99-100), (100-101), (101-102), (101-103), (103-104), (103-90), (104-105), (107-106), (107-108), (108-109), (108-114), (109-116), (110-107), (110-111), (111-112), (112-113), (114-115), (116-117), (119-118), (120-119), (120-96), (121-122), (122-123), (123-124), (123-125), (125-127), (127-128), (127-129), (129-130), (130-131), (131-132), (132-133), (133-134), (135-38) |
| Modelo con radialidad modificadas | (136-1), (136-17), (136-39), (136-63), (136-75), (136-85), (136-99), (136-121), (1-2), (2-3), (3-4), (4-5), (5-6), (6-8), (8-9), (8-10), (10-11), (10-12), (10-13), (13-14), (13-15), (15-16), (17-18), (18-19), (19-20), (20-21), (20-22), (22-23), (22-24), (24-25), (25-26), (25-51), (26-27), (27-28), (28-29), (28-31), (29-30), (31-32), (32-33), (33-34), (35-36), (36-37), (38-35), (39-40), (40-41), (40-42), (42-43), (43-44), (43-45), (45-46), (46-47), (47-48), (47-62), (47-110), (48-49), (49-50), (51-52), (52-53), (52-56), (53-54), (56-57), (57-58), (58-59), (59-60), (60-61), (62-120), (63-64), (64-65), (65-66), (66-67), (67-68), (68-69), (68-70), (70-71), (70-73), (71-72), (73-74), (73-7), (75-76), (76-77), (76-126), (77-78), (78-79), (79-80), (80-81), (81-82), (81-83), (83-84), (85-86), (86-87), (86-88), (88-89), (90-91), (91-92), (92-93), (93-94), (93-97), (94-95), (97-98), (98-55), (98-135), (99-100), (100-101), (101-102), (101-103), (103-104), (103-90), (104-105), (107-106), (107-108), (108-109), (108-114), (109-116), (110-107), (110-111), (111-112), (112-113), (114-115), (116-117), (119-118), (120-119), (120-96), (121-122), (122-123), (123-124), (123-125), (125-127), (127-128), (127-129), (129-130), (130-131), (131-132), (132-133), (133-134), (135-38) |
| Modelo triángulo de potencias | (136-1), (136-17), (136-39), (136-63), (136-75), (136-85), (136-99), (136-121), (1-2), (2-3), (3-4), (4-5), (5-6), (6-8), (8-10), (10-11), (10-12), (10-13), (13-14), (13-15), (15-16), (17-18), (18-19), (19-20), (20-21), (20-22), (22-23), (22-24), (24-25), (24-9), (25-26), (25-51), (26-27), (27-28), (28-29), (28-31), (29-30), (31-32), (31-35), (32-33), (33-34), (35-36), (36-37), (39-40), (40-41), (40-42), (42-43), (43-44), (43-45), (45-46), (46-47), (47-48), (47-62), (47-110), (48-49), (49-50), (50-96), (51-52), (52-56), (54-53), (55-54), (56-57), (57-58), (58-59), (59-60), (60-61), (62-120), (63-64), (64-65), (65-66), (66-67), (67-68), (68-69), (68-70), (70-71), (70-73), (71-72), (73-74), (73-7), (75-76), (76-77), (77-78), (78-79), (79-80), (80-81), (81-82), (81-83), (85-86), (86-87), (86-88), (88-89), (90-91), (91-92), (92-93), (93-94), (93-97), (96-95), (97-98), (98-55), (99-100), (100-101), (101-102), (101-103), (103-104), (103-90), (104-105), (104-118), (105-106), (107-108), (108-109), (108-114), (109-116), (110-107), (110-111), (111-112), (112-113), (114-115), (116-117), (120-119), (121-122), (122-123), (123-124), (123-125), (125-126), (125-127), (127-128), (127-129), (129-130), (130-131), (131-132), (132-133), (133-134), (134-135), (135-38), (135-84) |
| Modelo doble restricción | (136-1), (136-17), (136-39), (136-63), (136-75), (136-85), (136-99), (136-121), (1-2), (2-3), (3-4), (4-5), (5-6), (6-8), (8-9), (8-10), (10-11), (10-12), (10-13), (13-14), (13-15), (15-16), (17-18), (18-19), (19-20), (20-21), (20-22), (22-23), (22-24), (24-25), (25-26), (25-51), (26-27), (27-28), (28-29), (28-31), (29-30), (31-32), (32-33), (33-34), (35-36), (36-37), (38-35), (39-40), (40-41), (40-42), (42-43), (43-44), (43-45), (45-46), (46-47), (47-48), (47-62), (47-110), (48-49), (49-50), (51-52), (52-53), (52-56), (53-54), (56-57), (57-58), (58-59), (59-60), (60-61), (62-120), (63-64), (64-65), (65-66), (66-67), (67-68), (68-69), (68-70), (70-71), (70-73), (71-72), (73-74), (73-7), (75-76), (76-77), (76-126), (77-78), (78-79), (79-80), (80-81), (81-82), (81-83), (83-84), (85-86), (86-87), (86-88), (88-89), (90-91), (91-92), (92-93), (93-94), (93-97), (94-95), (97-98), (98-55), (98-135), (99-100), (100-101), (101-102), (101-103), (103-104), (103-90), (104-105), (107-106), (107-108), (108-109), (108-114), (109-116), (110-107), (110-111), (111-112), (112-113), (114-115), (116-117), (119-118), (120-119), (120-96), (121-122), (122-123), (123-124), (123-125), (125-127), (127-128), (127-129), (129-130), (130-131), (131-132), (132-133), (133-134), (135-38) |

A.4 Instancia de 417 barras

Tabla 10. Soluciones instancias de 417 barras

|  |  |
| --- | --- |
| **Modelo** | **Árbol óptimo** |
| Modelo base | No hay solución factible |
| Modelo con radialidad modificadas | (68-93), (68-67), (89-88), (67-89), (67-64), (225-224), (224-222), (21-47), (21-50), (21-49), (21-57), (72-21), (72-74), (66-252), (3-20), (3-9), (20-44), (20-33), (222-221), (74-75), (382-70), (382-66), (51-52), (221-344), (52-56), (220-223), (75-81), (81-76), (59-77), (56-27), (1-273), (1-274), (1-123), (1-92), (1-351), (1-350), (1-211), (1-215), (1-190), (1-373), (1-362), (1-364), (85-68), (27-31), (274-275), (31-40), (275-276), (73-72), (73-80), (60-61), (58-60), (209-208), (209-210), (80-82), (65-69), (71-65), (47-34), (276-264), (77-73), (69-59), (54-51), (264-263), (24-54), (263-262), (79-78), (83-79), (63-71), (61-63), (29-24), (262-261), (34-29), (261-259), (259-257), (90-83), (62-58), (257-254), (257-258), (64-62), (44-32), (372-239), (239-240), (239-243), (123-120), (265-339), (265-367), (120-94), (94-113), (94-111), (94-119), (94-98), (35-25), (369-347), (369-370), (38-35), (370-348), (370-383), (370-90), (92-2), (92-87), (41-38), (112-115), (2-17), (2-14), (2-13), (43-41), (383-382), (113-114), (48-43), (17-18), (50-48), (50-46), (208-277), (208-236), (277-278), (277-279), (106-95), (95-112), (6-7), (7-3), (33-55), (33-22), (84-104), (84-109), (84-107), (279-280), (111-106), (18-5), (5-6), (28-36), (36-45), (280-281), (119-121), (119-122), (119-200), (49-39), (235-234), (14-16), (55-23), (23-28), (282-283), (234-282), (234-233), (122-118), (236-235), (16-19), (19-8), (104-105), (232-293), (207-349), (13-4), (42-37), (380-229), (229-228), (109-108), (4-12), (12-15), (46-42), (228-371), (15-11), (231-232), (11-86), (11-10), (103-110), (107-103), (86-91), (53-26), (22-53), (304-378), (304-303), (304-311), (306-304), (97-117), (116-97), (26-30), (378-377), (99-84), (101-100), (96-101), (309-314), (307-309), (307-312), (100-102), (314-317), (314-318), (317-313), (102-99), (187-167), (167-175), (318-319), (138-194), (138-149), (117-96), (175-181), (301-305), (301-302), (305-310), (305-308), (155-138), (151-155), (151-152), (181-160), (181-178), (310-315), (310-306), (310-320), (124-126), (124-158), (98-116), (160-180), (180-177), (180-174), (351-379), (129-141), (129-154), (129-151), (346-129), (350-203), (162-169), (203-204), (203-206), (153-132), (141-153), (141-130), (183-162), (379-380), (142-147), (182-183), (182-186), (204-205), (136-142), (243-384), (243-355), (243-356), (243-246), (243-249), (132-136), (244-85), (206-207), (163-171), (352-414), (352-212), (352-353), (414-385), (414-401), (184-163), (184-187), (125-128), (401-386), (401-402), (375-202), (127-124), (128-127), (128-125), (131-157), (157-133), (402-387), (402-403), (130-131), (211-209), (200-201), (403-388), (403-404), (133-140), (202-375), (404-400), (404-405), (404-407), (368-345), (368-343), (345-346), (345-369), (373-352), (199-192), (199-197), (154-156), (154-134), (197-191), (137-144), (144-148), (353-213), (353-214), (159-199), (159-161), (159-182), (159-184), (148-150), (156-137), (405-389), (405-406), (190-159), (190-189), (215-216), (161-172), (161-185), (150-143), (406-390), (406-391), (216-217), (216-218), (172-188), (188-168), (134-139), (218-219), (168-176), (407-392), (407-408), (219-220), (176-179), (408-409), (408-410), (223-237), (185-164), (409-393), (409-394), (237-238), (237-372), (164-165), (145-146), (165-173), (152-135), (135-145), (135-195), (410-415), (410-411), (411-395), (411-412), (355-354), (354-242), (354-241), (186-166), (412-399), (412-398), (412-413), (166-170), (189-198), (189-193), (198-196), (356-357), (413-397), (413-396), (357-244), (357-245), (290-292), (290-291), (289-290), (246-247), (247-248), (266-265), (266-324), (288-289), (267-266), (300-288), (300-286), (300-301), (300-307), (249-358), (268-267), (268-327), (268-297), (358-359), (269-268), (359-250), (365-269), (365-366), (285-300), (366-270), (366-271), (360-251), (363-365), (363-381), (253-360), (362-363), (362-272), (254-253), (254-361), (254-255), (361-256), (296-260), (296-299), (296-298), (260-287), (312-316), (364-284), (364-285), (324-326), (324-325), (334-336), (334-335), (336-323), (327-328), (338-337), (322-329), (233-376), (297-296), (339-338), (321-322), (376-230), (299-321), (230-231), (367-340), (340-341), (329-330), (329-333), (371-374), (294-295), (341-342), (341-368), (330-331), (374-227), (374-226), (292-294), (331-332), (226-225), (333-334) |
| Modelo triángulo de potencias | (384-68), (384-66), (68-93), (68-67), (67-64), (225-224), (224-222), (21-47), (21-50), (72-21), (72-74), (72-76), (3-20), (3-10), (20-51), (20-44), (20-58), (222-221), (74-75), (70-59), (382-70), (51-52), (51-54), (221-344), (76-81), (52-56), (220-223), (59-69), (59-77), (56-27), (1-273), (1-274), (1-123), (1-92), (1-351), (1-350), (1-375), (1-211), (1-215), (1-190), (1-373), (1-362), (1-364), (274-275), (275-276), (73-72), (73-80), (60-61), (58-60), (40-31), (209-208), (209-210), (80-82), (65-71), (47-40), (47-34), (276-264), (77-73), (69-65), (54-24), (264-263), (264-265), (24-29), (263-262), (79-78), (83-79), (61-63), (262-261), (261-259), (90-83), (257-254), (257-258), (64-62), (44-25), (372-239), (239-240), (239-243), (123-120), (25-35), (265-339), (265-367), (120-94), (94-113), (94-111), (94-119), (94-98), (35-38), (369-347), (369-370), (38-41), (370-348), (370-90), (114-115), (92-2), (92-87), (2-17), (2-14), (2-13), (383-382), (251-383), (251-359), (251-252), (113-114), (48-43), (17-18), (50-48), (50-46), (208-277), (208-236), (277-278), (277-279), (106-95), (95-112), (6-7), (33-55), (33-22), (84-33), (84-104), (84-99), (279-280), (111-106), (18-5), (5-6), (28-36), (36-45), (281-282), (119-121), (119-122), (119-200), (49-39), (235-281), (235-234), (14-16), (55-23), (23-28), (282-283), (118-84), (8-9), (9-3), (122-118), (236-235), (16-19), (19-8), (104-105), (105-108), (232-231), (232-293), (349-232), (37-32), (207-349), (108-109), (13-4), (42-37), (380-229), (229-228), (4-12), (12-15), (46-42), (228-230), (228-371), (15-11), (11-86), (103-110), (103-107), (39-49), (107-103), (86-91), (53-26), (22-53), (304-378), (97-117), (116-97), (10-88), (26-30), (378-377), (101-100), (96-101), (88-89), (309-314), (307-309), (307-312), (100-102), (57-147), (57-149), (57-148), (314-317), (314-318), (317-313), (187-167), (167-175), (318-319), (318-315), (138-194), (117-96), (175-181), (301-305), (301-302), (305-310), (155-138), (151-155), (151-152), (181-178), (310-306), (310-320), (315-311), (124-126), (124-127), (98-116), (160-129), (180-177), (351-379), (129-141), (129-154), (129-151), (350-203), (147-142), (162-169), (203-204), (203-206), (141-153), (141-130), (183-162), (379-380), (142-136), (182-183), (182-186), (204-205), (136-132), (243-384), (243-355), (243-356), (243-246), (243-249), (244-85), (206-207), (163-171), (352-414), (352-212), (352-353), (414-385), (414-401), (149-146), (184-163), (184-187), (125-57), (401-386), (401-402), (375-202), (127-128), (128-125), (131-157), (157-133), (402-387), (402-403), (130-131), (211-209), (200-201), (200-158), (403-388), (403-404), (133-140), (158-124), (404-400), (404-405), (404-407), (368-345), (368-343), (345-346), (345-369), (373-352), (199-192), (199-197), (154-156), (154-134), (197-191), (353-213), (353-214), (159-199), (159-161), (159-182), (159-184), (148-144), (148-150), (156-137), (405-389), (405-406), (190-159), (190-189), (215-216), (161-172), (161-185), (150-143), (406-390), (406-391), (216-217), (216-218), (172-188), (188-168), (134-139), (218-219), (407-392), (407-408), (219-220), (179-176), (179-160), (408-409), (408-410), (223-237), (185-164), (409-393), (409-394), (237-238), (237-372), (164-165), (145-135), (146-145), (165-173), (173-179), (135-195), (410-415), (410-411), (411-395), (411-412), (355-354), (354-242), (354-241), (186-166), (412-399), (412-398), (412-413), (166-170), (189-198), (189-193), (170-174), (198-196), (356-357), (174-180), (413-397), (413-396), (357-244), (357-245), (290-289), (290-291), (246-247), (247-248), (266-324), (267-266), (300-288), (300-286), (300-301), (300-307), (249-358), (268-267), (268-327), (268-297), (268-292), (269-268), (359-250), (365-269), (365-366), (285-300), (366-270), (366-271), (302-303), (360-251), (363-365), (363-381), (253-360), (362-363), (362-272), (311-304), (254-253), (254-361), (254-255), (361-256), (316-308), (296-260), (296-299), (296-298), (260-287), (312-316), (364-284), (364-285), (324-326), (324-325), (324-323), (334-335), (336-334), (336-337), (283-257), (323-336), (323-322), (327-328), (322-329), (297-296), (339-338), (376-233), (299-321), (230-376), (367-340), (340-341), (329-330), (329-333), (371-374), (294-295), (341-342), (341-368), (330-331), (374-227), (374-226), (292-294), (292-290), (331-332), (226-225) |
| Modelo doble restricción | (384-66), (68-384), (68-93), (89-67), (67-64), (225-224), (224-222), (21-47), (21-57), (72-74), (20-51), (20-44), (222-221), (74-75), (70-59), (382-70), (51-52), (51-54), (221-344), (52-56), (220-223), (75-81), (81-76), (59-69), (59-77), (56-27), (1-273), (1-274), (1-123), (1-92), (1-351), (1-350), (1-375), (1-211), (1-215), (1-190), (1-373), (1-362), (1-364), (85-68), (27-31), (274-275), (31-40), (275-276), (73-72), (73-80), (58-20), (209-208), (209-210), (80-82), (65-71), (71-63), (47-34), (276-264), (77-73), (69-65), (54-24), (264-263), (264-265), (24-29), (263-262), (79-78), (83-79), (63-61), (61-60), (262-261), (261-259), (90-83), (62-58), (257-254), (257-258), (64-62), (44-25), (44-32), (372-239), (239-240), (239-243), (123-120), (25-35), (265-339), (265-367), (120-94), (94-113), (94-111), (94-119), (94-98), (35-38), (369-347), (38-41), (370-369), (370-348), (370-90), (115-114), (92-2), (92-87), (41-43), (112-115), (2-17), (2-14), (2-13), (43-48), (383-370), (383-382), (251-383), (251-252), (48-50), (17-18), (50-46), (208-277), (208-236), (277-278), (277-279), (106-95), (95-112), (6-7), (7-3), (33-55), (33-22), (84-33), (84-109), (279-280), (111-106), (18-5), (5-6), (28-36), (36-45), (280-281), (281-282), (119-121), (119-122), (49-21), (235-234), (14-16), (55-23), (23-28), (282-283), (118-84), (8-9), (122-118), (236-235), (16-19), (19-8), (105-104), (32-37), (232-231), (232-293), (349-232), (37-42), (207-349), (108-105), (13-4), (380-229), (229-228), (109-108), (4-12), (12-15), (228-371), (15-11), (231-230), (11-86), (11-10), (103-110), (103-107), (39-49), (30-39), (107-103), (86-91), (53-26), (22-53), (304-306), (304-378), (304-303), (304-311), (97-117), (116-97), (10-88), (26-30), (378-377), (101-100), (96-101), (88-89), (309-313), (307-309), (307-312), (100-102), (57-125), (57-148), (314-310), (317-314), (102-99), (187-167), (167-175), (318-319), (138-194), (138-149), (117-96), (175-181), (301-302), (305-304), (305-308), (155-138), (151-155), (151-152), (181-178), (310-315), (310-305), (310-320), (315-318), (124-126), (98-116), (160-129), (180-177), (351-379), (129-141), (129-154), (129-151), (350-203), (147-142), (162-169), (203-204), (203-206), (153-132), (141-153), (141-130), (183-162), (379-380), (182-183), (182-186), (204-205), (243-355), (243-356), (243-246), (243-249), (132-136), (244-85), (206-207), (163-171), (352-414), (352-212), (352-353), (414-385), (414-401), (184-163), (184-187), (401-386), (401-402), (375-202), (127-128), (128-127), (131-157), (157-133), (402-387), (402-403), (130-131), (211-209), (200-201), (200-158), (403-388), (403-404), (133-140), (158-200), (158-124), (140-147), (404-400), (404-405), (404-407), (368-345), (368-343), (345-346), (373-352), (199-192), (199-197), (154-156), (154-134), (197-191), (137-144), (353-213), (353-214), (159-199), (159-161), (159-182), (159-184), (156-137), (405-389), (405-406), (190-159), (190-189), (215-216), (161-172), (161-185), (143-150), (406-390), (406-391), (216-217), (216-218), (172-188), (188-168), (134-139), (139-143), (218-219), (168-176), (407-392), (407-408), (219-220), (176-179), (179-173), (179-160), (408-409), (408-410), (223-237), (185-164), (409-393), (409-394), (237-238), (237-372), (164-165), (145-146), (152-135), (135-145), (135-195), (410-415), (410-411), (411-395), (411-412), (355-354), (354-242), (354-241), (186-166), (412-399), (412-398), (412-413), (166-170), (189-198), (189-193), (170-174), (198-196), (356-357), (174-180), (413-397), (413-396), (357-244), (357-245), (290-291), (289-290), (246-247), (247-248), (266-324), (288-289), (267-266), (300-288), (300-286), (300-301), (300-307), (249-358), (268-267), (268-327), (268-297), (268-292), (358-359), (269-268), (359-250), (365-269), (365-366), (285-300), (313-317), (366-270), (366-271), (360-251), (363-365), (363-381), (253-360), (362-363), (362-272), (254-253), (254-361), (254-255), (361-256), (296-260), (296-295), (296-299), (296-298), (260-287), (312-316), (364-284), (364-285), (324-326), (324-325), (324-323), (334-335), (283-257), (327-328), (337-336), (338-337), (322-329), (297-296), (339-338), (321-322), (376-233), (299-321), (230-376), (295-294), (367-340), (340-341), (329-330), (329-333), (371-374), (341-342), (341-368), (330-331), (374-227), (374-226), (331-332), (226-225), (333-334) |