Unidad 2

Sistema Binario

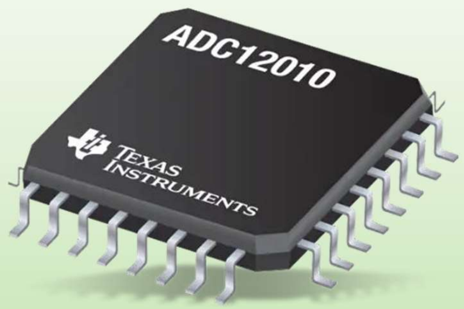
Unidad 2

Sistemas Analógicos y Digitales. Sistemas Numéricos. Números decimales, octales, hexadecimales y binarios. Pasaje de una base numérica a otra. Suma, resta y multiplicación de números binarios. Complemento a uno y complemento a dos.

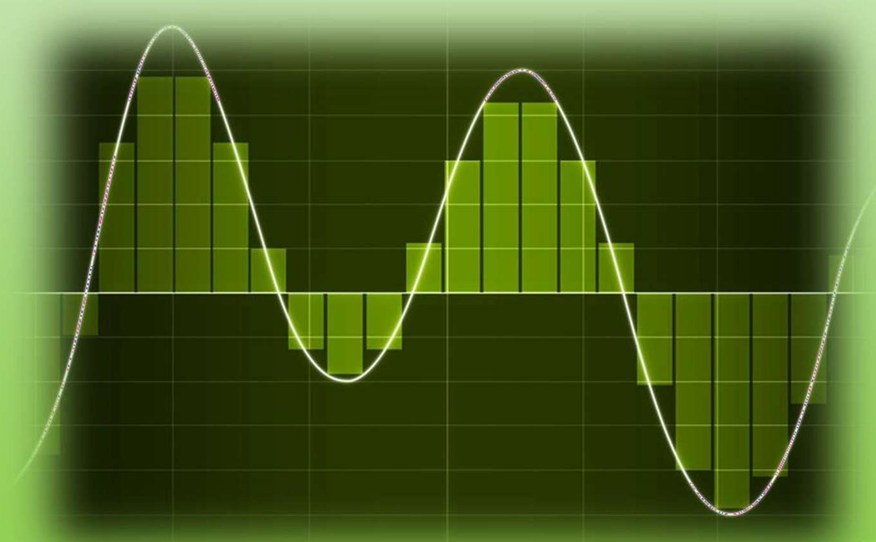
Sistemas Analógicos y Digitales

Señal Analógica

- Temperatura
- Humedad
- Presión
- Voltaje
- Corriente
- Potencia
- ...



Conversor A/D



Señal Digital

0000
0001
0010
0011
0100
. . .

Sistemas Numéricos

Sistema Decimal: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

Sistema Binario: 0, 1

Sistema Octal: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

Sistema Hexadecimal: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F

Sistemas Numéricos

Sistema Decimal: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

¿Pero… cómo se construye un número?

Teorema Fundamental de la Numeración:

$$N = \begin{cases} \langle d_{(n-1)} \ldots d_1 d_0, d_{-1} \ldots d_{-k} \rangle = \sum_{i=-k}^{n} d_i b^i \\ N = d_n b^n + \ldots + d_1 b^1 + d_0 b^0 + d_{-1} b^{-1} + \ldots + d_{-k} b^{-k} \end{cases}$$

"El valor total del número será la suma de cada dígito multiplicado por la potencia de la base correspondiente a la posición que ocupa en el número"

Sistemas Numéricos

Sistema Decimal: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

$$235_{10} = 2 . 10^2 + 3 . 10^1 + 5 . 10^0 = 200 + 30 + 5$$

Posición 2

Posición 1

Posición 0

235_{10} | 10

5   23 | 10

3   2

Pasaje a base decimal

Sistema Binario: 0, 1

$$1101_2 = 1\,.\,2^3 + 1\,.\,2^2 + 0\,.\,2^1 + 1\,.\,2^0 =$$
$$8 + 4 + 0 + 1 = 13_{10}$$

Pasaje a base decimal

Sistema Octal: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

$$123_8 = 1\,.\,8^2 + 2\,.\,8^1 + 3\,.\,8^0 = 64 + 16 + 3 = 83_{10}$$

Sistema Hexadecimal: 0,1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F

$$115_{16} = 1\,.\,16^2 + 1\,.\,16^1 + 5\,.\,16^0 =$$
$$256 + 16 + 5 = 277_{10}$$

Sistemas Numéricos

Decimal	Binario	Octal	Hexadecimal
0	000	0	0
1	001	1	1
2	010	2	2
3	011	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

Decimal	Binario	Octal	Hexadecimal
16	10000	20	10
17	10001	21	11
18	10010	22	12
19	10011	23	13
20	10100	24	14
21	10101	25	15
22	10110	26	16
23	10111	27	17
24	11000	30	18
25	11001	31	19
26	11010	32	1A
27	11011	33	1B
28	11100	34	1C
29	11101	35	1D
30	11110	36	1E
31	11111	37	1F

Pasaje de decimal a otra base

$287_{10} = ???_8$

Decimal a octal

$$
\begin{array}{lll}
287_{10} & \underline{|\,8\quad} & \\
47 & 35 & \underline{|\,8\quad} \\
7 \leftarrow & 3 \leftarrow & 4
\end{array}
$$

$287_{10} = 437_8$

Pasaje de decimal a otra base

$1079_{10} = ???_{16}$

Decimal a hexadecimal

$$
\begin{array}{llll}
1079_{10} & \underline{|16} & & \\
\quad 119 & 67 & \underline{|16} & \\
\quad\; 7 & \leftarrow 3 & \leftarrow 4 &
\end{array}
$$

$1079_{10} = 437_{16}$

Pasaje de decimal a otra base

$13_{10} = ???_2$

Decimal a binario

$$
\begin{array}{llllllll}
13_{10} & \underline{|2} & & & & & & \\
1 & & 6 & \underline{|2} & & & & \\
 & & 0 & & 3 & \underline{|2} & & \\
 & & & & 1 & & 1 &
\end{array}
$$

$13_{10} = 1101_2$

Pasaje de binario a octal

$$10011101_2 = ???_8$$

$$010 \quad 011 \quad 101_2$$

$$2 \quad 3 \quad 5_8$$

Dividimos de derecha a izquierda en grupos de **3 dígitos**

Reemplazamos cada conjunto de valores por el equivalente en octal

Binario	Octal
000	0
001	1
010	2
011	3
100	4
101	5
110	6
111	7
1000	10
1001	11
1010	12
1011	13
1100	14
1101	15
1110	16
1111	17

Pasaje de binario a Hexadecimal

$$10011101_2 = ???_{16}$$

$$1001 \quad 1101_{\ 2}$$

$$9 \quad D_{\ 16}$$

Dividimos de derecha a izquierda en grupos de **4 dígitos**

Reemplazamos cada conjunto de valores por el equivalente en hexadecimal

Binario	Hexadecimal
000	0
001	1
010	2
011	3
100	4
101	5
110	6
111	7
1000	8
1001	9
1010	A
1011	B
1100	C
1101	D
1110	E
1111	F

Ejercicios:

1) Expresе los siguientes valores decimales en base 2.
a) 25_{10} b) 105_{10} c) 24_{10} d) 280_{10} e) 140_{10} f) 320_{10} g) 53_{10} h) 355_{10}

2) Obtenga la representación en base 10 de los siguientes valores.
a) 11111_{2} b) 10001010_{2} c) 111011101_{2} d) 11001001_{2} e) 10101_{2}

3) Exprese los siguientes valores decimales en base 8.
a) 152_{10} b) 134_{10} c) 440_{10} d) 175_{10} e) 503_{10} f) 148_{10} g) 155_{10} h) 640_{10}

4) Obtenga la representación en base 10 de los siguientes valores.
a) 240_{8} b) 123_{8} c) 74_{8} d) 140_{8} e) 37_{8} f) 1350_{8} g) 770_{8} h) 614_{8}

5) Exprese los siguientes valores decimales en base 16.
a) 180_{10} b) 143_{10} c) 254_{10} d) 450_{10} e) 512_{10} f) 150_{10} g) 945_{10} h) 541_{10}

6) Obtenga la representación en base 10 de los siguientes valores.
a) $7D_{16}$ b) 93_{16} c) $1EA_{16}$ d) 70_{16} e) $E1_{16}$ f) $7B_{16}$ g) $12A_{16}$ h) $0E_{16}$

Ejercicios:

7) A partir de la representación en base 2 de los siguientes valores decimales, obtenga las representaciones en base 8 y 16.

a) 121_{10} b) 316_{10} c) 52_{10} d) 129_{10} e) 374_{10} f) 200_{10} g) 144_{10}

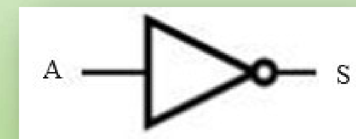
Operaciones con números binarios

Es posible implementar circuitos electrónicos que realicen operaciones bit a bit. Para esto pueden utilizarse **compuertas digitales**.

Una compuerta es un dispositivo con una cantidad determinada de entradas, una salida y una función que las relaciona. Según el tipo de función es el nombre de la compuerta, por ejemplo, AND, OR, NOT, etc.

AND		
A	B	S
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

OR		
A	B	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



NOT	
A	S
0	1
1	0

Suma de números binarios

$$\begin{array}{r} 0_2 \\ +\ 0_2 \\ \hline 0_2 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0_2 \\ +\ 1_2 \\ \hline 1_2 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1_2 \\ +\ 0_2 \\ \hline 1_2 \end{array} \qquad \begin{array}{r} {}^{1}\ \ \ \\ 1_2 \\ +\ 1_2 \\ \hline 1\ 0_2 \end{array}$$

Acarreo o carry

Operador 1	Operador 2	Resultado	Carry
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

Suma de números binarios

$$
\begin{array}{rcccccccc}
 & & 1 & 1 & 1 & 1 & & 1 & \\
 & & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1_2 \\
+ & & & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1_2 \\
\hline
 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0
\end{array}
$$

Suma de números binarios

Si la cantidad de unos es **impar** en una columna, el resultado de la suma es **1**.

Si la cantidad de unos es **par** en una columna, el resultado de la suma es **0**.

Si hay más de un uno en la columna, el acarreo serán tantos unos como el resultado de la **división entera entre la cantidad de unos y 2**

$$
\begin{array}{rccccccccc}
 & & 3 & 3 & 3 & 2 & 1 & 2 & 1 & \\
 & & & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1_2 \\
 & & & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1_2 \\
+ & & & & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0_2 \\
 & & & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1_2 \\
 & & & & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0_2 \\
\hline
 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1
\end{array}
$$

Resta de números binarios

$$
\begin{array}{r} 0_2 \\ -\ 0_2 \\ \hline 0_2 \end{array}
\qquad
\begin{array}{r} 1_2 \\ -\ 0_2 \\ \hline 1_2 \end{array}
\qquad
\begin{array}{r} 1_2 \\ -\ 1_2 \\ \hline 0_2 \end{array}
\qquad
\begin{array}{r} {}^{1}\ 0_2 \\ -\ 1_2 \\ \hline 1_2 \end{array}
$$

Se pide una unidad al número que está a la izquierda

$$
\begin{array}{rcccccl}
 & 0 & 1 & & & & \\
 & \cancel{1} & \cancel{0} & \cancel{0} & & & \\
 & \cancel{1} & \cancel{0} & \cancel{1} & 0 & 1 & {}_2 \\
- & & 1 & 1 & 1 & 0 & {}_2 \\ \hline
 & & 0 & 1 & 1 & 1 &
\end{array}
$$

Resta de números binarios

Si se deben restar números con muchos dígitos, agruparlos de derecha a izquierda en grupos, de modo que el minuendo sea mayor o igual al sustraendo. Luego, el resultado de la operación se puede lograr a partir del resultado de las partes:

$$
\begin{array}{c cccc|cccc|cccc}
 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1_2 \\
- & & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0_2 \\
\hline
 & & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1_2
\end{array}
$$

Resta de números binarios (mediante complementos)

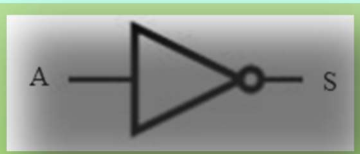
La **resta** se puede transformar en la **suma** entre el **minuendo** y el **Complemento a 2 del sustraendo**

$$\begin{array}{r} 10101_2 \\ -\quad 1110_2 \\ \hline \end{array}$$

1) Debemos asegurarnos de que la cantidad de bits d minuendo y sustraendo son iguales (agregar ceros a la izquierda en caso de ser necesario)

$$\begin{array}{r} 10101_2 \\ -\quad 01110_2 \\ \hline \end{array}$$

2) Calcularemos el complemento a 1 (CA1) del sustraendo, negando bit a bit



NOT	
A	S
0	1
1	0

$$\begin{array}{r} 10101_2 \\ -\quad 10001_2 \\ \hline \end{array}$$

3) Sumando 1 al CA1 obtenemos el complemento a 2 (CA2)

Ahora sumamos minuendo y CA2

$$\begin{array}{r} 10101_2 \\ +\quad 10010_2 \\ \hline \cancel{1}00111_2 \end{array}$$

Multiplicación de números binarios

El algoritmo del producto en binario es igual que en números decimales; aunque se lleva cabo con más sencillez, ya que el 0 multiplicado por cualquier número da 0, y el 1 es el elemento neutro del producto.

$$
\begin{array}{rcccccccc}
 & & & & 1 & 0 & 1 & 1 & 0_2 \\
\times & & & & & 1 & 0 & 1 & 1_2 \\
\hline
 & & & & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
 & & & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & \\
 & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & \\
 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & & & \\
\hline
 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0
\end{array}
$$

Ejercicios:

1) Realice las sumas indicadas en base 2. Con objeto de verificar el resultado, realice las operaciones en base 10.

a) $11100101_2 + 10101_2$

b) $11010110_2 + 10011_2$

c) $10001101_2 + 1000001_2$

d) $10101101_2 + 11101011_2$

e) $11011111_2 + 10110000_2$

f) $1010111_2 + 1111111_2 + 100101_2$

g) $1111111_2 + 1010_2 + 101011_2$

h) $100011_2 + 10001000_2 + 11001_2$

i) $10000111_2 + 1011_2 + 10110101_2$

j) $11100110_2 + 1100111_2 + 1001100_2$

2) Realice las restas indicadas en base 2. Con objeto de verificar el resultado, realice las operaciones en base 10.

a) $1001011_2 - 101_2$

b) $11011110_2 - 10011_2$

c) $10011000_2 - 1110011_2$

d) $11111111_2 - 1100001_2$

e) $10000000_2 - 100_2$

f) $11101110_2 - 100001_2$

g) $1100110_2 - 100011_2$

h) $11110000_2 - 1001101_2$

i) $1011111_2 - 100101_2$

j) $100110_2 - 11100_2$

Ejercicios:

3) Realice los siguientes productos en base 2. Verifique realizando las operaciones en base 10.

a) $54_{10} \times 12_{10} =$ $\_\_\_\__{2}$ $\_\_\_\__{10}$

b) $2A_{16} \times 5_{10} =$ $\_\_\_\__{2}$ $\_\_\_\__{10}$

c) $76_{8} \times 40_{10} =$ $\_\_\_\__{2}$ $\_\_\_\__{10}$

d) $67_{10} \times 3A_{16} =$ $\_\_\_\__{2}$ $\_\_\_\__{10}$

e) $21_{8} \times 1B_{16} =$ $\_\_\_\__{2}$ $\_\_\_\__{10}$

f) $70_{10} \times 7F_{16} =$ $\_\_\_\__{2}$ $\_\_\_\__{10}$