S2

Análisis númerico

2022-11-02

Evaluacion de un polinomio

Sea $p_n(x)$ un polinomio de grado n, escribimos este de la forma:

$$p_n(x) := a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_2x^2 + a_1x + a_0 \tag{1}$$

Método de Horner, regla de Riffini o división sintética

Es una técnica para evaluar polinomios que puede ser visto como una colección de multiplicaciones anidadas.

Ejemplo

Un polinomio de quinto grado $p_5(x) := a_5x^5 + a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$ puede escribirse como una multiplicación de 5 multiplicaciones anidadas:

$$p_n(x) := (((a_5x + a_4x)x + a_3)x + a_2)x + a_1)x + a_0 \tag{2}$$

Teorema

sea $p_n(x) := a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_2x^2 + a_1x + a_0$ un polinomio de grado n y sea c un número para el que deseamos evaluar $p(c)$. Si definimos

$$\begin{aligned} b_n &:= a_n \\ b_k &:= a_k + cb_{k+1}, \text{ para } k = n-1, n-2, \ldots, 2, 1, 0 \end{aligned}$$

entonces $b_0 = f(c)$. Mas aún, si definimos el siguiente polinomio

$$Q_o(x) := b_n x^n + b_{n-1}x^{n-1} + \cdots + b_2x^2 + b_1x + b_0 \tag{3}$$

y

$$R_0 = b_0 \tag{4}$$

se verifica que:

$$p(x) = (x-c)Q_o(x) + R_o \tag{5}$$

Es decir, $Q_0(x)$ es el polinomio cociente de grado $n-1$ y $R_o = b_0 = p(c)$ es el resto de la división de $p(x)$ entre $x-c$

R Markdown

$$f(x)$$

```
summary(cars)
```

```
##      speed           dist       
##  Min.   : 4.0   Min.   :  2.00  
##  1st Qu.:12.0   1st Qu.: 26.00  
##  Median :15.0   Median : 36.00  
##  Mean   :15.4   Mean   : 42.98  
##  3rd Qu.:19.0   3rd Qu.: 56.00  
##  Max.   :25.0   Max.   :120.00  
```

Note that the `echo = FALSE` parameter was added to the code chunk to prevent printing of the R code that generated the plot.