O tożsamości z której wynika ostatnie twierdzenie Fermata

Paweł Jan PISKORZ

**Streszczenie**

Proponujemy procedurę, która pozwala w bezpośrednim obliczeniu wyznaczyć dozwolone liczby naturalne będące wykładnikami potęgowymi w równaniu z ostatniego twierdzenia Fermata.

# Wprowadzenie

Zapisujemy równanie z ostatniego twierdzenia Fermata

*XN* + *Y N* = *ZN* (1)

w którym *X, Y, Z* ∈ Z+ są liczbami całkowitymi większymi od zera a *N* ∈ N jest liczbą naturalną. Ostatnie twierdzenie Fermata mówi, że równanie [(1)](#_bookmark0) nie ma rozwiązań w zbiorze liczb całkowitych dodatnich *X, Y, Z* ∈ Z+ dla naturalnego wykładnika potęgowego *N >* 2.

Bez utraty ogólności przepisujemy równanie [(1)](#_bookmark0) jako

(*x* + *Mpx*)*N* + *Y N p* = *ZN p* (2)

gdzie *X* = *x* + *Mpx*. Wprowadziliśmy parametr *p* ∈ R, który jest liczbą rzeczywistą i którego wartość później przyjmiemy za równą 1. Liczba *M* ∈ N jest liczbą naturalną przyjmującą wartości 1, 2, 3, … .

Z takimi założeniami musimy mieć

x ∈ {1/(M+1), 2/(M+1), 3/(M+1), ...}

aby zmienna X przyjmowała wartości całkowite.

Na przykład jeżeli M = 1, p = 1

i x ∈ {1/2, 2/2, 3/2, ...} to wtedy X ∈ {1, 2, 3, …}.

W kolejnym przykładzie jeżeli M = 2, p = 1

i x ∈ {1/3, 2/3, 3/2, ...} to wówczas ponownie X ∈ {1, 2, 3, …}.

W obu przykładach korzystaliśmy z wzoru *X* = *x* + *Mpx*. Jak widać, znaleźliśmy skuteczny sposób zapewnienia, że *X* jest zawsze całkowitą liczbą większą od zera. Podobne rozumowanie możemy przeprowadzić dla liczb całkowitych dodatnich *Y* oraz *Z*.

# Obliczenia

Obliczamy pochodną cząstkową po *p* obu stron równania [(2)](#_bookmark1)

*∂(x + Mpx)N/ ∂p + ∂ YNp/∂p = ∂ZNp/∂p* (3)

otrzymując nowe równanie

*NM* (*x* + *Mpx*)*N−*1*x* + *Y N* = *ZN* (4)

co można przepisać jako

*NM* [(1 + *Mp*)*x*]*N−*1*x* + *Y N* = *ZN* (5)

Kładziemy *p* = 1 w równaniu [(5](#_bookmark2)) otrzymując

*NM* (*M* + 1)*N−*1*xN* + *Y N* = *ZN* (6)

Jeżeli położymy *p* = 1 w równaniu [(2](#_bookmark1)) to z kolei otrzymamy

(*M* + 1)*N xN* + *Y N* = *ZN* (7)

Porównujemy współczynniki przy wyrazie *xN* w równaniach [(6)](#_bookmark3) oraz [(7)](#_bookmark4) otrzymując równanie więzów na *N*

*NM* (*M* + 1)*N /*(*M* + 1) = (*M* + 1)*N* (8)

i stąd otrzymujemy wartości wykładnika potęgowego *N* jako funkcję *M*

N(M) = (M+1)/M (9)

Znajdujemy wartości N(M) jako

N(M=1) = 2/1 = 2

N(M=2) = 3/2

N(M=3) = 4/3 (10)

N(M=4) = 5/4

………………

N(M=∞) = 1

Możemy teraz stwierdzić, że przy naszych założeniach o *N* ∈ N musimy odrzucić wszystkie rozwiązania *N* (*M* ), które nie są liczbami naturalnymi.

# Wniosek

Rozpoczęliśmy od równania [(1)](#_bookmark0) z założeniem, że *X, Y, Z* są dodatnimi liczbami całkowitymi natomiast *N* jest liczbą naturalną. Z naszych obliczeń wynika, że równanie to obowiązuje dla potęgowych wykładników naturalnych jedynie wtedy, kiedy są one wszystkie równe 1 lub 2, co jest zgodne z treścią ostatniego twierdzenia Fermata.

# Podziękowanie

Artykuł powyższy został napisany ku czci amerykańskiego matematyka Kennetha S. Millera. Dzięki jego technice obliczania wartości oczekiwanej oraz odchylenia standardowego liczby sukcesów w próbach Bernoulliego mogliśmy otrzymać nasze wyniki. Autor pragnie także podziękować anonimowemu studentowi, który zasugerował umieścić liczbę *p* przy symbolach *Y N* oraz *ZN* podczas gdy autor pracował nad wyrażeniem do uniwersalnego przedstawienia liczb całkowitych większych od zera za pomocą liczb wymiernych oraz liczby naturalnej i parametru rzeczywistego *p*.

Paweł Jan Piskorz

ul. Krakowska 55

31-066 Kraków