

11 月 17 日作业情况说明

这里给出这次作业部分习题相对清爽的做法, 及大家的少许错漏处.

0. 假设函数 $G(x) \geq 0$ 满足 $\lim_{|x| \rightarrow +\infty} \frac{G(x)}{|x|} = +\infty$. 若 $\sup_{\alpha \in I} \mathbb{E}G(X_\alpha) < +\infty$, 则 $\{X_\alpha\}_{\alpha \in I}$ 一致可积. 这是因为

$$\begin{aligned} \sup_{\alpha} \mathbb{E}(|X_\alpha|; |X_\alpha| \geq N) &= \sup_{\alpha} \mathbb{E}\left(G(X_\alpha) \frac{|X_\alpha|}{G(X_\alpha)}; |X_\alpha| \geq N\right) \\ &\leq \sup_{\alpha} \mathbb{E}G(X_\alpha) \cdot \sup_{|x| \geq N} \frac{|x|}{G(x)} \rightarrow 0, \quad N \rightarrow +\infty. \end{aligned}$$


6. 数 $108 \sum_{k=1}^{108} \frac{1}{k}$ 四舍五入后是 569, 写 568 的同学下回看教材参考答案后可以自己算算...

(2) 由 (1) 知, 平均要购

$$108 \times \left(1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{108}\right) \approx 108 \times (\ln 108 + 0.5772) \approx 568 \text{ 袋}.$$

其中 0.5772 是欧拉常数的近似值.

调和级数的前 n 项和表达式怎么算?

 Mysterale
埋骨何须桑梓地, 人生无处不青山。

5 人赞同了该回答

这种早就被研究透的问题百度一下也能找到答案了吧....

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k} = \psi(n+1) + \gamma, \quad \psi \text{ 是双伽马函数, } \gamma \text{ 是欧拉常数, } \gamma \approx 0.5772$$

且 $\ln(n) + \frac{1}{2n} + \gamma$ 是 $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$ 的一个很好的近似, 当 $n=1$ 时误差也仅有 0.07 左右.

同时有 $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left| \sum_{k=1}^n \frac{1}{k} - \ln(n+1) \right| = \gamma$.

发布于 02-14 11:32

赞同 5 5 条评论 分享 收藏 喜欢 ...

<pre>>> 108 * sum(1./(1:108))</pre>	<pre>>> 108 * (log(108) + 1/216 + 0.5772)</pre>
ans =	ans =
568.5087	568.5078

9. 关于原点对称的区间上奇函数积分为 0 的前提是可积.
13. 利用 $x \vee y = \frac{1}{2}((x+y) + |x-y|)$ 及正态分布的再生性.
15. 为什么随机变量列 $\{\xi_i / \sum_{j=1}^n \xi_j\}_{i=1}^n$ 同分布, “对称性” 从何而来? 需有个说法.