

# Sprawozdanie 1

Piotr Kotara

Marzec 2019

# Rozdział 1

## LAB 1

- 1.1 Napisz program, który wyznaczy epsilon maszynowe dla typu float i double w języku C oraz float w Python przy pomocy programu rekurencyjnego.

Kod w C++:

```
#include <iostream>

using namespace std;

float epsilon(float curr){
    if(1.0f + curr/2 != 1.0f){
        return epsilon(curr/2);
    }
    else return curr;
}

double epsilon(double curr){
    if(1.0 + curr/2 != 1.0){
        return epsilon(curr/2);
    }
    else return curr;
}

int main(){
    cout << "epsilon dla floata: " << epsilon(1.0f) << endl;
    cout << "epsilon dla double'a: " << epsilon(1.0) << endl;
}
```

Wyniki programu:

---

```
epsilon dla floata: 1.19209e-07
epsilon dla double: 2.22045e-16
```

---

Wartości zgadzają się z wartościami na wikipedii. Zaobserwowano, że w zależności od tego czy dodajemy czy odejmujemy od jedynki epsilon różni się o rząd wielkości w systemie dwójkowym.

Kod w Pythonie:

```
def epsilon(curr:float):  
    if(1.0 + curr/2 != 1.0):  
        return epsilon(curr/2)  
    else:  
        return curr  
  
print("Epsilon floata: ", epsilon(1.0))
```

Wyniki programu:

---

Epsilon floata: 2.220446049250313e-16

---

Wynik jest tożsamy z wynikiem dla double'a w C++, co może wskazywać, że float w Pythonie to liczba zmiennoprzecinkowa o podwójnej precyzji. Po sprawdzeniu w dokumentacji Pythona okazyje się, że rzeczywiście tak jest.

## 1.2 Napisz dwa programy w języku C bądź Python, gdzie pierwszy zachowuje się niestabilnie i wyjaśnij dlaczego, podczas gdy drugi zachowuje się stabilnie i jest ulepszoną wersją pierwszego programu.

Jako przykład wybrano algorytm obliczania wartości funkcji  $e^x$  z jej rozwinięcia w szereg Taylora:

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$$

Pierwszym naiwnym sposobem jest próba liczenia sumy po prostu poprzez sumowanie wyrazów w pętli:

```
def exp(x:int, acc: int):
    res = 0
    for i in range (0, acc):
        res += (x**i)/fact(i)

    return res
```

Rozwiązanie to prowadzi do dużych rozbieżności dla  $x < 0$ . Dzieje się tak, gdyż zadzodzi zjawisko zwane *Catastrophic cancellation*. Polega ono na utracie bitów przy odejmowaniu bardzo bliskich sobie liczb.

Rozwiązaniem problemu jest skorzystanie z faktu, że  $e^{-x} = \frac{1}{e^x}$ . Oto poprawiony algorytm:

```
def bttrexp(x:int, acc: int):
    res = 0
    if x < 0: return (1/bttrexp(-x, acc))
    for i in range (0, acc):
        res += (x**i)/fact(i)

    return res
```

Oto cały kod programu:

```
import math

def fact(x :int):
    return 1 if x == 0 else fact(x-1)*x

def exp(x:int, acc: int):
    res = 0
    for i in range (0, acc):
        res += (x**i)/fact(i)

    return res

def bttrexp(x:int, acc: int):
    res = 0
    if x < 0: return (1/bttrexp(-x, acc))
    for i in range (0, acc):
        res += (x**i)/fact(i)

    return res

print("Gorsze: ", exp(-30, 300), "Lepsze: ", bttrexp(-30, 300), "Z biblioteki math: ", math.exp(-30))
```

Dla zadanych wartości otrzymujemy wynik

---

Gorsze: -8.553016433669241e-05 Lepsze: 9.357622968840171e-14 Z biblioteki math: 9.357622968840175e-14

---

Jak widać wynik naiwnego algorytmu odbiega od rzeczywistości w przeciwieństwie do poprawionej wersji.

## 1.3 Sumowanie liczb pojedynczej precyzji w języku C:

**1.3.1** Napisz program, który oblicza sumę  $N$  liczb pojedynczej precyzji przechowywanych w tablicy o  $N = 10^7$  elementach. Tablica wypełniona jest tą samą wartością  $v$  z przedziału  $[0.1, 0.9]$  np.  $v = 0.53125$ . Zaproponuj dwa takie  $v$ , gdzie błędy będą najmniejsze i największe w czasie sumowania.

- Napisz program, który oblicza sumę  $N$  liczb pojedynczej precyzji przechowywanych w tablicy o  $N = 10^7$  elementach. Tablica wypełniona jest tą samą wartością  $v$  z przedziału  $[0.1, 0.9]$  np.  $v = 0.53125$ . Zaproponuj dwa takie  $v$ , gdzie błędy będą najmniejsze i największe w czasie sumowania.
- Wyznacz bezwzględny i względny błąd obliczeń. Dlaczego błąd względny jest tak duży?
- W jaki sposób rośnie błąd względny w trakcie sumowania? Przedstaw wykres (raportuj wartość błędu co 25000 kroków) i dokonaj jego interpretacji.

Kod programu:

```
#include <iostream>
#include <iomanip>
#include <ctime>
```

```

#define e7 10000000
#define C 0.3728
using namespace std;

float normal_sum();

float *tab;
int main(){
    cout << setprecision(12);
    clock_t start, end;

    tab = new float[e7];
    for(int i = 0; i < e7; i++) tab[i] = C;

    start = clock();
    float sum = normal_sum();
    end = clock();
    cout << "\nNormal adding time elapsed: " << (end-start)*1.0/CLOCKS_PER_SEC << " =====";
    cout << "\nSUM/ERROR/ERROR " << sum << " " << (e7*C - sum) << " " << (e7*C - sum)/(C*e7) << end

}

float normal_sum(){

    float sum = 0;

    for(int i = 0; i < e7; i++){
        sum += tab[i];
        if(i % 25000 == 0){

            // cout << i << ": " << (i*C - sum) << endl;
            cout << sum << " " << (i*C - sum) << " " << (i*C - sum)/(C*e7) << endl;
        }
    }
    cout << "#DATA_END\n";
    return sum;
}

```

Wynik jest dokładny dla  $v = 0.25$ .

---

```
Normal adding time elapsed: 0.035898 =====  
SUM/ERROR/ERROR 2500000 0 0
```

---

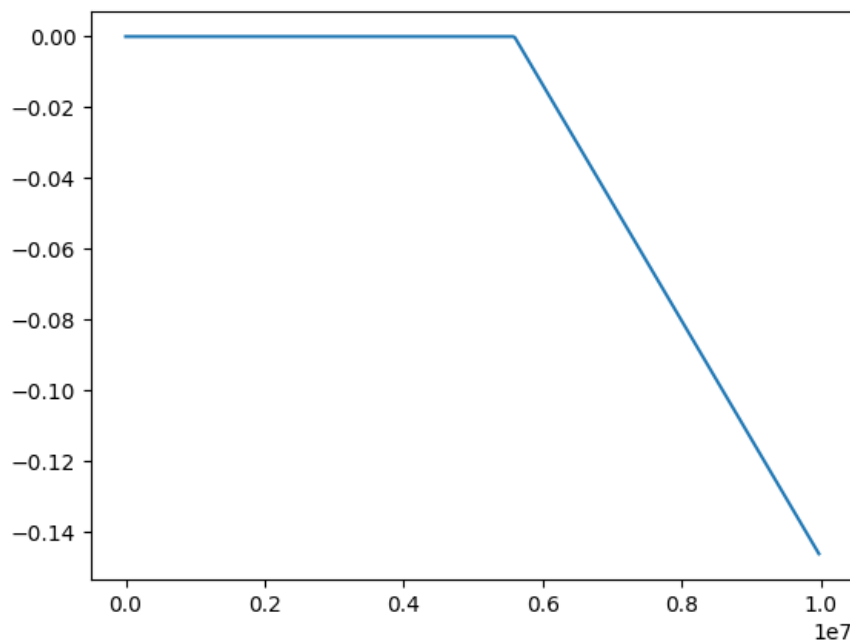
Wynik jest silnie zaburzony dla  $v = (0.25 + 0.125)/2$  (Dobraný tak żeby był daleko od potęg 2).

---

```
Normal adding time elapsed: 0.055726 =====  
SUM/ERROR/ERROR 2150474.5 -275474.5 -0.146919733333
```

---

Dla tej wartości wyplotowano wykres błędu względnego od iteracji sumy skryptem napisanym w Pythonie: Jak widzimy



Rysunek 1.1: Wykres błędu względnego od iteracji sumy dla  $v = (0.25+0.125)/2$

błąd na początku jest bliski zeru a następnie rośnie na moduł liniowo. Najprawdopodobniej jest to spowodowane, że od pewnej iteracji suma jest na tyle duża w porównaniu do składnika, że przy dodawaniu ucinane są mało znaczące bity po tym jak wyrównane zostaną wykładniki.

- Zaimplementuj rekurencyjny algorytm sumowania.
- Wyznacz bezwzględny i względny błąd obliczeń. Dlaczego błąd względny znacznie zmalał?
- Porównaj czas działania obu algorytmów dla tych samych danych wejściowych.

Kod programu:

```
float recsum(float* tab, int start, int end){  
    if(start == end) return tab[start];
```



```

        int mid = start + (end-start)/2;
        return recsum(tab, start, mid) + recsum(tab, mid+1, end);
    }

```

Dla danych wejściowych jak wyżej otrzymujemy:

---

```

Normal adding time elapsed: 0.035277 =====
SUM/ERROR/ERROR 2150474.5 -275474.5 -0.146919733333

Recursive adding time elapsed: 0.088499 =====
SUM/ERROR/ERROR 1875000 0 0

```

---

Jak widzimy dodawanie rekurencyjne zwraca dokładny wynik kosztem ponad 2x dłuższego czasu wykonania. Sumując rekurencyjnie zawsze dodajemy liczby porównywalnych rzędów wielkości co rozwiązuje wcześniejszy problem.

- Przedstaw przykładowe dane wejściowe, dla których algorytm sumowania rekurencyjnego zwraca niezerowy błąd.

Dla  $v = 0.503940$  program zwraca:

---

```

Recursive adding time elapsed: 0.089134 =====
SUM/ERROR/ERROR 5039399.5 0.5000000000931 9.9218161077e-08

```

---

## 1.4 Algorytm Kahana w języku C:

Kod:

```

float kahanSum(float* tab, int len) {
    float sum = tab[0];
    float compensate = 0.0;
    float tmp, buf;
    for(int i = 1; i < len; i++){
        tmp = tab[i] - compensate;
        buf = sum + tmp;
        compensate = (buf - sum) - tmp;
        sum = buf;
    }
    return sum;
}

```

Działanie programu opiera się na zachowywaniu młodszych bitów przy sumowaniu i dodawaniu ich do składnika sumy przy następnym dodawaniu.

Dla  $v = 0.503940$ :

---

```

Normal adding time elapsed: 0.035688 =====
SUM/ERROR/ERROR 5001516.5 37883.5 0.00751746239632

Recursive adding time elapsed: 0.089134 =====
SUM/ERROR/ERROR 5039399.5 0.5000000000931 9.9218161077e-08

Kahan adding time elapsed: 0.104306 =====
SUM/ERROR/ERROR 5039400 9.31322574615e-10 1.84808226101e-16

```

---

Cały kod używany w zadaniu 3 i 4:

```
#include<iostream>
#include<iomanip>
#include<ctime>
#define e7 10000000
//#define C (0.25+0.125)/2
#define C 0.503940

using namespace std;

float recsum(float* tab, int start, int end);
float normal_sum();
float kahanSum(float* tab, int len) {
    float sum = tab[0];
    float compensate = 0.0;
    float tmp, buf;
    for(int i = 1; i < len; i++){
        tmp = tab[i] - compensate;
        buf = sum + tmp;
        compensate = (buf - sum) - tmp;
        sum = buf;
    }
    return sum;
}

float *tab;
int main(){
    cout << setprecision(12);
    clock_t start, end;

    tab = new float[e7];
    for(int i = 0; i < e7; i++) tab[i] = C;

    start = clock();
    float sum = normal_sum();
    end = clock();
    cout << "\nNormal adding time elapsed: " << (end-start)*1.0/CLOCKS_PER_SEC << " =====";
    cout << "\nSUM/ERROR/RERROR " << sum << " " << (e7*C - sum) << " " << (e7*C - sum)/(C*e7) << endl;

    start = clock();
    sum = recsum(tab,0, e7-1);
    end = clock();
    cout << "\nRecursive adding time elapsed: " << (end-start)*1.0/CLOCKS_PER_SEC << " =====";
    cout << "\nSUM/ERROR/RERROR " << sum << " " << (e7*C - sum) << " " << (e7*C - sum)/(C*e7) << endl;

    start = clock();
    sum = kahanSum(tab, e7);
    end = clock();
```

```

cout << "\nKahan adding time elapsed: " << (end-start)*1.0/CLOCKS_PER_SEC << " =====";
cout << "\nSUM/ERROR/ERROR  " <<sum<<" "<< (e7*C - sum) <<" " << (e7*C - sum)/(C*e7) << endl;

}

float normal_sum(){

    float sum = 0;

    for(int i = 0; i < e7; i++){
        sum += tab[i];
        if(i % 25000 == 0){

            // cout << i<< ": " << (i*C - sum) << endl;
            cout <<sum<<" "<< (i*C - sum) <<" " << (i*C - sum)/(C*e7) << endl;
        }
    }
    cout << "#DATA_END\n";
    return sum;
}

float recsum(float* tab, int start, int end){
    if(start == end) return tab[start];
    int mid = start + (end-start)/2;
    return recsum(tab, start, mid) + recsum(tab, mid+1, end);
}

```

- 1.5 Napisz program w języku C, który wyznaczy K najmniejszych liczb ze zbioru N elementowej nieposortowanej tablicy liczb typu float bazując na idei sortowania kubełkowego i algorytmie zaprezentowanym i wytłumaczonym na zajęciach na tablicy. Dokonaj analizy poprawności działania algorytmu i czasu wykonania dla innego algorytmu wyszukującego k K najmniejszych liczb dla zbioru liczb wygenerowanych w zakresach:  $< 0.0, 0.3 >$  i  $< 0.0, 3.0 >$ .

Kod programu:

```
#include <iostream>
#include <vector>
#include <cmath>
#include <list>
#include <ctime>

#define MAXVAL 1.0f
#define MINVAL 0.0f

using namespace std;

float max(const list<float> tab){
    float buff = tab.front();
    for(auto i = tab.begin(); i != tab.end(); ++i){
        if(*i > buff) buff = *i;
    }
    return buff;
}

float min(const list<float> tab){
    float buff = tab.front();
    for(auto i = tab.begin(); i != tab.end(); ++i){
        if(*i < buff) buff = *i;
    }
    return buff;
}

float max(float a, float b){
    return a > b ? a : b;
}

list<float> k_mins( const list<float> workingTab, int k, int n_buck){
    list<float> result;
    if(k == 0) return result;
    //cout << 'D' << flush;
```

```

float minim = min(workingTab);
float maxim = max(workingTab);

float min1 = 0;
float max1 = maxim - minim;

vector<list<float>> buckets;
buckets.resize(n_buck);

for(auto tabElem = workingTab.begin(); tabElem != workingTab.end(); ++tabElem){
    buckets[floor(
        min((float)(n_buck-1), //min dlatego żeby
            //maksymalna wartość nie trafiła do kubelka o numerze n_buck
            max(n_buck+log2(*tabElem-minim), //wszystkie
                //wartości mniejsze niż 2^(n_buck) do zerowego
                0.0f)))] .push_back(*tabElem);
}

//cout << "===== POTRZEBUJE JESZCZE " << k << " liczb =====\n";
for(int i = 0; i < buckets.size(); i++){
    // cout << "W kubelku nr " << i << " jest " << buckets[i].size() << "liczb" << endl;
    if(result.size() + buckets[i].size() <= k){
        result.merge(buckets[i]);
    }
    else{
        result.merge(k_mins(buckets[i], k - result.size(), n_buck));
        break;
    }
}
return result;
}

list<float> classic_k_mins(list<float> workingTab, int k){
    workingTab.sort();
    list<float> res;
    int it = 0;
    for(auto i = workingTab.begin(); i != workingTab.end() && it < k; ++i){
        res.push_back(*i);
        it++;
    }
    return res;
}

int main(){
    srand(time(NULL));
    list<float> test = {2.5, 34, 5.3, 34.5, .43, 5.4, 2, 123094, 542, 0.0432423, 0.0432434};
    list<float> test2;
    const float LIM = 0.3;
    const int K = 10;

```

```

    clock_t start, end;
    list<float> res;

    for(int N = 100; N <= 10000000; N*=10){
        test2.clear();
        cout << "\n\nTesting 10 min of " << N << " numbers\n";

        for(int i = 0; i < N; i++){
            test2.push_back(static_cast <float> (rand()) / (static_cast <float> (RAND_MAX/LIM)));
        }

        start = clock();
        res = k_mins(test2, K, 256);
        end = clock();
        res.sort();

        cout << "\nExercise version time elapsed: "
        << (end-start)*1.0/CLOCKS_PER_SEC << " =====\n";
        for(auto i = res.begin(); i != res.end(); ++i) cout << *i << " ";

        start = clock();
        res = classic_k_mins(test2, K);
        end = clock();
        cout << "\nNormal version time elapsed: "
        << (end-start)*1.0/CLOCKS_PER_SEC << " =====\n";
        res.sort();
        for(auto i = res.begin(); i != res.end(); ++i) cout << *i << " ";
        cout << endl;
    }
    return 0;
}

```

Przeprowadzono testy polegające na znajdowaniu 10 najmniejszych liczb spośród 100, 1000, ..., 10000000 losowych. Ich wyniki poniżej.

Dla przedziału [0, 0.3]

---

Testing 10 min of 100 numbers

```

Exercise version time elapsed: 4.9e-05 =====
0.000390449 0.000428517 0.000828413 0.00308767 0.00593011 0.00805869 0.0144824 0.0155922 0.0163935 0.0179536
Normal version time elapsed: 1.2e-05 =====
0.000390449 0.000428517 0.000828413 0.00308767 0.00593011 0.00805869 0.0144824 0.0155922 0.0163935 0.0179536

```

Testing 10 min of 1000 numbers

```

Exercise version time elapsed: 0.000299 =====
1.45443e-05 0.000410852 0.000478698 0.000584832 0.00064337 0.000650633 0.00110743 0.00139208 0.00250844
0.00252012

```

Normal version time elapsed: 0.000139 =====

1.45443e-05 0.000410852 0.000478698 0.000584832 0.00064337 0.000650633 0.00110743 0.00139208 0.00250844  
0.00252012

Testing 10 min of 10000 numbers

Exercise version time elapsed: 0.001904 =====

3.08049e-06 7.87438e-06 3.88549e-05 4.16219e-05 0.000112928 0.000124436 0.000154647 0.000217448 0.000240922  
0.000289948

Normal version time elapsed: 0.001321 =====

3.08049e-06 7.87438e-06 3.88549e-05 4.16219e-05 0.000112928 0.000124436 0.000154647 0.000217448 0.000240922  
0.000289948

Testing 10 min of 100000 numbers

Exercise version time elapsed: 0.02168 =====

9.05385e-06 1.23579e-05 1.66085e-05 1.82872e-05 2.14633e-05 2.16095e-05 2.30055e-05 2.30833e-05 2.39168e-05  
3.25426e-05

Normal version time elapsed: 0.025814 =====

9.05385e-06 1.23579e-05 1.66085e-05 1.82872e-05 2.14633e-05 2.16095e-05 2.30055e-05 2.30833e-05 2.39168e-05  
3.25426e-05

Testing 10 min of 1000000 numbers

Exercise version time elapsed: 0.19984 =====

5.56698e-07 5.93299e-07 6.1132e-07 6.87176e-07 1.1398e-06 1.32071e-06 1.8985e-06 1.99224e-06 2.40044e-06  
2.80165e-06

Normal version time elapsed: 0.487195 =====

5.56698e-07 5.93299e-07 6.1132e-07 6.87176e-07 1.1398e-06 1.32071e-06 1.8985e-06 1.99224e-06 2.40044e-06  
2.80165e-06

Testing 10 min of 10000000 numbers

Exercise version time elapsed: 1.97978 =====

3.56231e-08 3.82774e-08 8.95467e-08 9.37376e-08 1.04913e-07 1.14273e-07 1.15531e-07 1.18464e-07 1.34809e-07  
1.66101e-07

Normal version time elapsed: 7.83855 =====

3.56231e-08 3.82774e-08 8.95467e-08 9.37376e-08 1.04913e-07 1.14273e-07 1.15531e-07 1.18464e-07 1.34809e-07  
1.66101e-07

---

Dla przedziału  $[0, 3]$

---

Testing 10 min of 100 numbers

Exercise version time elapsed: 0.000103 =====

0.0275707 0.0491232 0.135877 0.178713 0.182404 0.183997 0.29177 0.301707 0.30237 0.305246

Normal version time elapsed: 2.2e-05 =====

0.0275707 0.0491232 0.135877 0.178713 0.182404 0.183997 0.29177 0.301707 0.30237 0.305246

Testing 10 min of 1000 numbers

Exercise version time elapsed: 0.000472 =====

9.49921e-05 0.00452236 0.0134568 0.0151314 0.0201986 0.0216173 0.0222465 0.0235811 0.0283786 0.0298431

Normal version time elapsed: 0.000218 =====

9.49921e-05 0.00452236 0.0134568 0.0151314 0.0201986 0.0216173 0.0222465 0.0235811 0.0283786 0.0298431

Testing 10 min of 10000 numbers

Exercise version time elapsed: 0.004294 =====

6.03818e-05 0.00107425 0.00146667 0.00167799 0.00218137 0.00232647 0.00249592 0.00284687 0.00301662 0.00310513

Normal version time elapsed: 0.002086 =====

6.03818e-05 0.00107425 0.00146667 0.00167799 0.00218137 0.00232647 0.00249592 0.00284687 0.00301662 0.00310513

Testing 10 min of 100000 numbers

Exercise version time elapsed: 0.03344 =====

1.62148e-05 1.96514e-05 6.79744e-05 7.62474e-05 0.000103887 0.000115382 0.000162771 0.000194962 0.000248772  
0.000289361

Normal version time elapsed: 0.033659 =====

1.62148e-05 1.96514e-05 6.79744e-05 7.62474e-05 0.000103887 0.000115382 0.000162771 0.000194962 0.000248772  
0.000289361

Testing 10 min of 1000000 numbers

Exercise version time elapsed: 0.213393 =====

5.45103e-06 7.52974e-06 7.53533e-06 8.5691e-06 1.22502e-05 1.5765e-05 2.1012e-05 2.40728e-05 3.69572e-05  
4.00711e-05

Normal version time elapsed: 0.496395 =====

5.45103e-06 7.52974e-06 7.53533e-06 8.5691e-06 1.22502e-05 1.5765e-05 2.1012e-05 2.40728e-05 3.69572e-05  
4.00711e-05

Testing 10 min of 10000000 numbers

Exercise version time elapsed: 2.08863 =====

8.03266e-07 1.95997e-06 2.09548e-06 2.16113e-06 2.4992e-06 2.80235e-06 3.41004e-06 4.02052e-06 4.22867e-06  
4.28315e-06

Normal version time elapsed: 8.704 =====

8.03266e-07 1.95997e-06 2.09548e-06 2.16113e-06 2.4992e-06 2.80235e-06 3.41004e-06 4.02052e-06 4.22867e-06  
4.28315e-06

---



## Rozdział 2

### LAB 2

2.1 Napisz (Python) i sprawdź funkcję rozwiązującą układ równań liniowych  $n \times n$  metodą Gaussa-Jordana. Dla rozmiarów macierzy współczynników większych niż  $500 \times 500$  porównaj czasy działania zaimplementowanej funkcji z czasami uzyskanymi dla wybranych funkcji bibliotecznych.

```
import numpy as np

import time

def solve(matrix :np.ndarray, vector: np.ndarray):
    if(matrix.shape[0] != matrix.shape[1]) :
        print("macierz musi byc kwadratowa", matrix[1][0])
        exit()

    if(vector.shape[1] != 1 and vector.shape[0] != matrix.shape[0]) :
        print("macierz musi byc kwadratowa", matrix[1][0])
        exit()

    # print(matrix)
    # print(np.linalg.inv(matrix))
    # print("=====")
    size = matrix.shape[0]
    result = np.identity(size)

    for column in range(0, size):
        for row in range(column, size):
            if matrix.item((row, column)) != 0:
                matrix[[column, row]] = matrix[[row, column]]
                result[[column, row]] = result[[row, column]]
        value = matrix.item((column, column))
        for row in range(0, size):
            if(row == column): continue
            item = matrix.item((row, column))
            times = (item/value)

# zamien zawsze tak, aby bu
```

```

        for cell in range(0, size):
            curr = matrix.item((row, cell))
            matrix.itemset((row, cell), curr - (matrix.item(column, cell)*times))

            curr = result.item((row, cell))
            result.itemset((row, cell), curr - (result.item(column, cell)*times))

    for column in range(0, size):
        value = matrix.item((column, column))
        for row in range(0, size):
            matrix.itemset((column, row), matrix.item((column, row)) / value)
            result.itemset((column, row), result.item((column, row)) / value)

    # print( matrix)
    # print(result)

    return np.matmul(result, vector)
        # for i in range(0, size):
        # for row in range(0, size):

#print(np.matrix('1 3 2 ; 1 3 3 ').shape)
#solve(np.matrix('0 2 0 4 ; 0 0 0 3 ; 3 2 0 2 ; 0 2 3 4'))

dim = 600
m = 1000 * np.random.rand(dim, dim)
v = 1000 * np.random.rand(dim, 1)
print(m)

start = time.time()
reslib = np.linalg.solve(m, v)
end = time.time()

libtime = end-start

start = time.time()
myres = solve(m, v)
end = time.time()

mytime = end-start

print(reslib - myres)

print("lib time:", libtime, "mytime: ", mytime)

```

Wyniki dla macierzy 600x600:

---

```

...
[ 1.32283628e-11]

```

```
[ 4.39959180e-12]
[ 7.21332022e-12]
[-2.13793983e-11]
[-2.40752140e-11]
[ 4.48685533e-12]
[-4.05706024e-12]
[-2.08548734e-11]]
lib time: 0.3574869632720947 mytime: 195.09919571876526
```

---

## 2.2 Napisz i sprawdź funkcję dokonującą faktoryzacji $A=LU$ macierzy $A$ . Zastosuj częściowe poszukiwanie elementu wiodącego oraz skalowanie.

```
import numpy as np

def doolittleLU(matrix: np.ndarray):
    if(matrix.shape[0] != matrix.shape[1]) :
        print("macierz musi byc kwadratowa", matrix[1][0])
        exit()

    # print(matrix)
    # print(np.linalg.inv(matrix))
    # print("=====")
    size = matrix.shape[0]
    result = np.copy(matrix)

    L = np.ndarray(matrix.shape)
    U = np.ndarray(matrix.shape)

    for col in range(0, size):
        if(matrix.item((col, col)) == 0):
            for row in range(col, size):
                if(matrix.item((row, col)) != 0):
                    matrix[[col, row]] = matrix[[row, col]]
                    break

    for column in range(0, size):
        for row in range(column, size):
            sum = 0
            for i in range(0, column):
                sum += L.item((column, i)) * U.item((i, row))
            U.itemset((column, row), matrix.item(column, row) - sum)
        for row in range(column, size):
            if(column == row):
                L.itemset((column, column), 1)
            else:
                sum = 0
                for i in range(0, row):
                    sum += L.item((row, i)) * U.item((i, column))
                L.itemset((row, column), ((matrix.item(row, column) - sum )/ U.item((column, column))))
```

```
np.set_printoptions(suppress=True)
```

```
print(matrix)
```

```
np.set_printoptions(suppress=True)
```

```
print(L)
```

```
print(U)
```

```
np.set_printoptions(suppress=True)
```

```
doolittleLU(np.matrix('0 1 2 ; 4 5 6 ; 8 9 10'))
```

## 2.3 Implementacja algorytmu Floyd-Warshall przy pomocy mnożenia macierzy. Język Python bądź C/C++ i prosty przykład z porównaniem wydajnościowym do wersji z pętlami mnożącymi. <http://phdopen.mimuw.edu>

```
import numpy as np
```

```
import math
```

```
import time
```

```
def min_plus(matrix: np.ndarray, other: np.ndarray):
```

```
    if(matrix.shape[0] != matrix.shape[1] != other.shape[0] != other.shape[1]) :
```

```
        print("macierz musi byc kwadratowa", matrix[1][0])
```

```
        exit()
```

```
    dim = matrix.shape[0]
```

```
    result = np.ndarray((dim, dim))
```

```
    for i in range (0, dim):
```

```
        for j in range (0, dim):
```

```
            minVal = matrix.item((i, 0)) + other.item((0, j))
```

```
            for k in range (1, dim):
```

```
                minVal = min(minVal, matrix.item(i, k) + other.item(k, j))
```

```
            result.itemset((i, j), minVal)
```

```
    return result
```

```
def shortest_path(matrix: np.ndarray):
```

```
    if(matrix.shape[0] != matrix.shape[1]) :
```

```
        print("macierz musi byc kwadratowa", matrix[1][0])
```

```
        exit()
```

```
    res = matrix
```

```
    for i in range(0, math.ceil(math.log2(matrix.shape[0]))):
```

```
        res = min_plus(res, res)
```

```
    return res
```

```
def floyd_warshall(matrix: np.ndarray):
```

```
    dim = matrix.shape[0]
```

```

    for k in range(0, dim):
        for i in range(0, dim):
            for j in range(0, dim):
                matrix.itemset((i, j), min(matrix.item((i, j)) , matrix.item((i, k))+ matrix.item((k, j))))

    return matrix

I = np.infty
m = np.array([[0, I, 1, I],
              [2, 0, 5, 1],
              [I, 2, 0, 1],
              [8, I, 12, 0]])

print(m)
mm = min_plus(m, m)
#print (mm)
print(shortest_path(m))
print(floyd_warshall(m))

test = np.random.rand(500, 500)

for i in range(0, 500):
    test.itemset((i, i), 0)

start = time.time()
floyd_warshall(test)
end = time.time()

libtime = end-start
start = time.time()
shortest_path(test)
end = time.time()

shorttime = end-start

print("lib time:", libtime, "mytime: ", shorttime)

```

---

```
lib time: 0.6981124877929688 mytime: 2.9570999145507812
```

---

**2.4** Zaimplementuj 3 metody mnożenia macierzy rzadkich wedle formatów zaprezentowanych pod wskazanym linkiem: <https://docs.nvidia.com/cuda/cu> (COO/CSR/CSC/ELL) i porównaj jak ilość zer wpływa na czas mnożenia macierzy i ilość zużytej pamięci. Porównanie dokonaj do standardowej metody mnożenia macierzy o złożoności  $N^3$ . *JzykC/C++.Uszczegowienie monawykorysta*[https://www.it.uu.se/education/phd\\_studies/phd\\_courses/pasc/lecture1monapokazatonaprzykadziemnoeniamacierz-wektor](https://www.it.uu.se/education/phd_studies/phd_courses/pasc/lecture1monapokazatonaprzykadziemnoeniamacierz-wektor).

```
#include <iostream>
#include <vector>
#include <bits/stdc++.h>
#include <ctime>
#include <cstdlib>

using namespace std;

class Matrix{
public:
    vector<vector<float>>> data;
    size_t dimX, dimY;

    void setVal(size_t x, size_t y, float val){
        data[x][y] = val;
    }

    float getVal(size_t x, size_t y){
        return data[x][y];
    }

    vector<float> operator *(vector<float> vec){
        if(dimY != vec.size()) return vector<float>();

        vector<float> res;
        res.resize(dimY);
        for(int i = 0; i < dimY; i++){
            for(int j = 0; j < dimX; j++){
                res[i] += data[i][j] * vec[j];
            }
        }
        return res;
    }
};

struct Coord{
    size_t x, y;
    float val;
};
```

```

};

Coord getCoord(size_t y, size_t x, float val){
    Coord tmp;
    tmp.x = x;
    tmp.y = y;
    tmp.val = val;
    return tmp;
}

bool operator < (const Coord &c1, const Coord &c2) {
    if(c1.y < c2.y) return true;
    else return (c1.y == c2.y && c1.x < c2.x);
}

bool operator > (const Coord &c1, const Coord &c2) {
    if(c1.y > c2.y) return true;
    else return (c1.y == c2.y && c1.x > c2.x);
}

class COOMatrix{
public:

    size_t dimX, dimY;
    vector<Coord> data;

    COOMatrix (size_t x, size_t y){
        dimX = x;
        dimY = y;
    }

    COOMatrix (){
        dimX = 0;
        dimY = 0;
    }

    bool setVal(size_t x, size_t y, float val){
        if(x > dimX || y > dimY) return false;

        for (auto i = data.begin(); i != data.end(); ++i){
            if( i->x == x && i->y == y){
                if(val == 0){
                    data.erase(i);
                }
                else{
                    i->val = val;
                }
            }
            return true;
        }
    }

    Coord tmp;

```

```

        tmp.x = x;
        tmp.y = y;
        tmp.val = val;
        data.push_back(tmp);
        sort(data.begin(), data.end());
    }

    vector<float> operator * (vector<float> &vec){

        if(this->dimY != vec.size()) return vector<float>();

        vector<float> result;
        result.resize(vec.size());

        for(Coord c : data){
            result[c.y] += c.val * vec[c.x];
        }

        return result;
    }

    // void print (){
    //     for(int i = 0; i < dimY; i++){
    //         for(int j = 0; j < dimX; j++){
    //             if(data)
    //         }
    //     }
    // }

};

struct CSRCoord{
    float val;
    size_t col;
};

CSRCoord getCrec(size_t col, float val){
    CSRCoord tmp;
    tmp.col = col;
    tmp.val = val;

    return tmp;
}

class CSRMatrix{
public:

    size_t dimX, dimY;
    vector<CSRCoord> colTable;

```



```

vector<size_t> offset;

vector<float> operator * (vector<float> &vec){

    if(this->dimY != vec.size()) return vector<float>();

    vector<float> result;
    result.resize(vec.size());

    for(size_t i = 0; i < vec.size(); i++){
        for(size_t j = offset[i]; j < offset[i+1]; j++){
            result[i] += colTable[j].val * vec[colTable[j].col];
        }
    }

    return result;
}

};

class ELLMatrix{
public:
    int MAX_ELEM_ROW;
    size_t dimX, dimY;

    vector<vector<float>> values;
    vector<vector<int>> columns;

    vector<float> operator * (vector<float> &vec){

        if(this->dimY != vec.size()) return vector<float>();

        vector<float> result;
        result.resize(vec.size());

        for(size_t i = 0; i < dimY; i++){
            for(size_t j = 0; j < MAX_ELEM_ROW; j++){
                if(columns[i][j] == -1) continue;
                result[i] += vec[columns[i][j]] * values[i][j];
            }
        }

        return result;
    }
}

```

```

};

void print_vec(vector<float> v){
    for(int i = 0; i < v.size(); i++){
        cout << v[i] << " ";
    }
    cout << endl;
}

int main(){

    vector <float> v {1,2,5};
    Matrix m;
    m.dimX = 3;
    m.dimY = 3;
    m.data.push_back(vector<float>{3,0,2});
    m.data.push_back(vector<float>{0,1,2});
    m.data.push_back(vector<float>{2,0,1});

    print_vec(m * v);

    COOMatrix mo;
    mo.dimX = 3;
    mo.dimY = 3;
    mo.data.push_back(getCoord(0, 0, 3));
    mo.data.push_back(getCoord(0, 2, 2));
    mo.data.push_back(getCoord(1, 1, 1));
    mo.data.push_back(getCoord(1, 2, 2));
    mo.data.push_back(getCoord(2, 0, 2));
    mo.data.push_back(getCoord(2, 2, 1));

    print_vec(mo * v);

    CSRMatrix mc;
    mc.dimX = 3;
    mc.dimY = 3;
    mc.colTable.push_back(getCrec(0,3));
    mc.colTable.push_back(getCrec(2,2));
    mc.colTable.push_back(getCrec(1,1));
    mc.colTable.push_back(getCrec(2,2));
    mc.colTable.push_back(getCrec(0,2));
    mc.colTable.push_back(getCrec(2,1));

    mc.offset.push_back(0);
    mc.offset.push_back(2);
    mc.offset.push_back(4);
    mc.offset.push_back(6);
    print_vec(mc * v);

    ELLMatrix ml;
    ml.dimY = 3;

```

```

ml.dimX = 3;

ml.MAX_ELEM_ROW= 2;
ml.columns.push_back(vector<int>{0,2});
ml.columns.push_back(vector<int>{1,2});
ml.columns.push_back(vector<int>{0,2});

ml.values.push_back(vector<float>{3,2});
ml.values.push_back(vector<float>{1,2});
ml.values.push_back(vector<float>{2,1});

print_vec(ml * v);

srand(time(NULL));

const size_t DIMX = 6000;
const size_t DIMY = 6000;
const int ZEROPROB = 80;

const float LO = 0;
const float HI = 1000;

Matrix testm;
testm.dimX = DIMX;
testm.dimY = DIMY;

testm.data.resize(DIMY);

float tmpV;

for(int i = 0; i < DIMX; i++){
    for(int j = 0; j < DIMY; j++){
        if(rand() % 100 < ZEROPROB){
            tmpV = 0;
        }
        else
        {
            tmpV = LO + static_cast<float>(rand()) / (static_cast<float>(RAND_MAX/(HI-LO)));
        }
        testm.data[i].push_back(tmpV);
    }
}

vector<float> vec;
vec.resize(DIMY);
for(int i = 0; i < DIMY; i++){
    vec[i] = LO + static_cast<float>(rand()) / (static_cast<float>(RAND_MAX/(HI-LO)));
}

clock_t start, end;

start = clock();

```

```

auto a = testm * vec;
end = clock();
a = a;

cout << "\nNormal version time elapsed: " << (end-start)*1.0/CLOCKS_PER_SEC << " =====\n";

COOMatrix testo;
testo.dimX = DIMX;
testo.dimY = DIMY;
for(int i = 0; i < DIMX; i++){
    for(int j = 0; j < DIMY; j++){
        if(rand() % 100 < ZEROPROB) continue;
        testo.data.push_back(getCoord(i, j, LO + static_cast<float>(rand()) / (static_cast<float>(RAND_MAX - LO))));
    }
}
start = clock();
auto ao = testo * vec;
end = clock();
ao = ao;

cout << "\nNormal version time elapsed: " << (end-start)*1.0/CLOCKS_PER_SEC << " =====\n";

CSRMatrix testc;
testc.dimX = DIMX;
testc.dimY = DIMY;
int cntr = 0;
testc.offset.push_back(cntr);
for(int i = 0; i < DIMY; i++){
    for(int j = 0; j < DIMX; j++){
        if(rand() % 100 < ZEROPROB) continue;
        testc.colTable.push_back(getCrec(j, LO + static_cast<float>(rand()) / (static_cast<float>(RAND_MAX - LO))));
        cntr++;
    }
    testc.offset.push_back(cntr);
}

start = clock();
auto ac = testc * vec;
end = clock();
ac = ac;

cout << "\nNormal version time elapsed: " << (end-start)*1.0/CLOCKS_PER_SEC << " =====\n";

ELLMatrix teste;
teste.dimX = DIMX;
teste.dimY = DIMY;
vector<int> tmpcol;
vector<float> tmpVal;
teste.MAX_ELEM_ROW = static_cast<int>(DIMX*ZEROPROB/100);
for(int i = 0; i < DIMY; i++){
    for(int j = 0; j < teste.MAX_ELEM_ROW; j++){
        tmpVal.push_back(LO + static_cast<float>(rand()) / (static_cast<float>(RAND_MAX / (HI - LO))));
    }
}

```

```

        tmpcol.push_back(rand() % DIMX);
    }
    teste.columns.push_back(tmpcol);
    teste.values.push_back(tmpVal);
    tmpcol.clear();
    tmpVal.clear();
}

start = clock();
auto ae = teste * vec;
end = clock();
ae= ae;

cout << "\nELL    version time elapsed: " << (end-start)*1.0/CLOCKS_PER_SEC << " =====\n";

```

---

Normal version time elapsed: 0.408693 =====

C00 version time elapsed: 0.112109 =====

CSR version time elapsed: 0.094666 =====

ELL version time elapsed: 0.588516 =====

---