

Wydział WI	Imię i nazwisko Piotr Karamon Hubert Kasprzycki		Rok 2	Grupa 12	Zespół 5
PRACOWNIA FIZYCZNA WFiS AGH	Temat: Dyfrakcja światła na szczelinie pojedynczej i podwójnej				Nr ćwiczenia 71
Data wykonania 17.10.2023	Data oddania 24.10.2023	Zwrot do popr.	Data oddania	Data zaliczenia	OCENA

1 Cel ćwiczenia

Pomiar natężenia światła w obrazie dyfrakcyjnym pojedynczej szczeliny i układu dwu szczelin. Wyznaczenie rozmiaru szczelin.

2 Wstęp teoretyczny

2.1 Dyfrakcja na pojedynczej szczelinie

Rozpatrujemy pojedynczą szczelinę o szerokości a . W celu obliczenia natężenie promieniowania obserwowanego pod kątem θ , szczelina zostaje podzielona na dużą liczbę odcinków, aby następnie zsumować pochodzące od nich fale cząstkowe. Zakładamy, że rozmiar kątowy obrazu dyfrakcyjnego jest mały ($x \ll L$). Rozkład natężenie światła $I(x)$ wyraża się wzorem:

$$I(x) = I_0 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2, \quad \text{gdzie} \quad \alpha = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta \approx \frac{\pi a x}{\lambda L} \quad (1)$$

gdzie: λ – długość fali świetlnej

L – odległość między szczeliną a ekranem

Własności obrazu dyfrakcyjnego dla pojedynczej szczeliny można wyprowadzić badając powyższą funkcję. Minima natężenia światła odpowiadają jej miejscom zerowym.

$$x_{\min} = m \frac{\lambda L}{a}, \quad \text{gdzie} \quad m = \pm 1, \pm 2, \dots \quad \text{numer prążka dyfrakcyjnego} \quad (2)$$

W dobrym przybliżeniu maksima boczne odpowiadają maksimum funkcji $(\sin \alpha)^2$, które można wyrazić wzorem:

$$x_{\max} = \left(m + \frac{1}{2} \right) \frac{\lambda L}{a} \quad (3)$$

2.2 Interferencja na dwóch szczelinach

Dla układu dwóch szczelin ich szerokość a stanowi znaczącą część odległości między nimi d . Rozkład natężenia jest złożeniem dyfrakcji oraz interferencji, przez co wyraża się wzorem.

$$I(x) = I_0 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 (\cos \beta)^2, \quad \text{gdzie} \quad \alpha \approx \frac{\pi a x}{\lambda L}, \quad \beta \approx \frac{\pi d x}{\lambda L} \quad (4)$$

Prążki interferencyjne znajdują się w maksimach natężenia światła. Ich umiejscowienie wyraża wzór

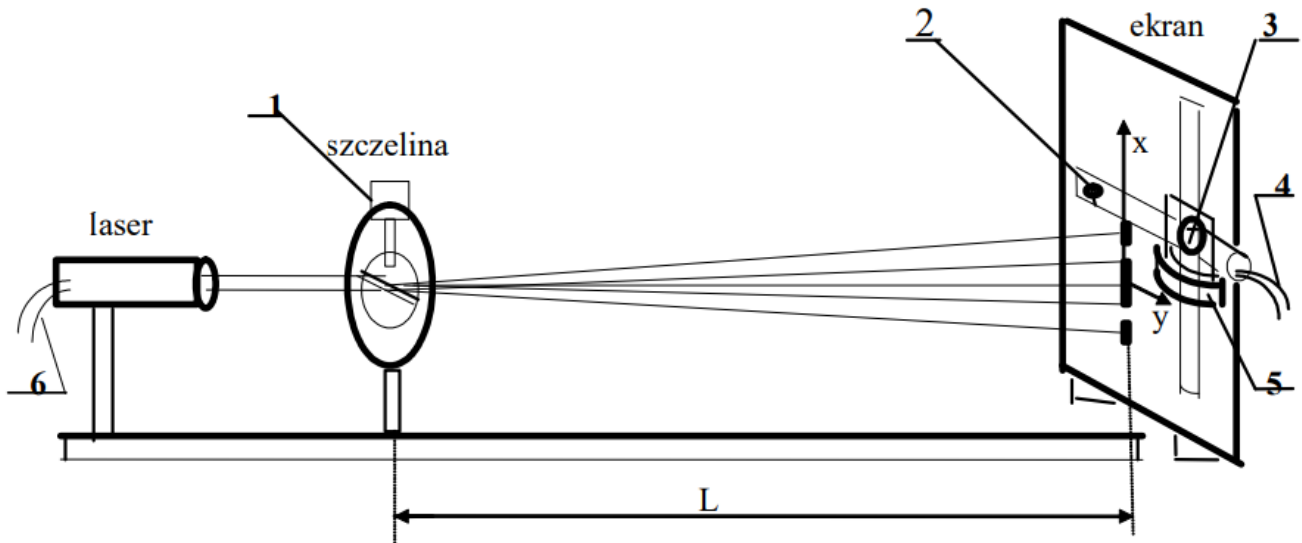
$$x_{\max} = m \frac{\lambda L}{d}, \quad \text{gdzie} \quad m \in \mathbb{Z} \quad (5)$$

Maksymalne natężenie światła w prążkach interferencyjnych nie jest stałe, w przeciwieństwie do przypadku dwóch wąskich szczelin. Wynika to z występowania zjawiska dyfrakcji, przez co niewielką liczbę najjaśniejszych prążków można zaobserwować w okolicach środkowego maksimum dyfrakcyjnego, w rejonach bocznych maksimum prążki te są ledwo widoczne.

3 Aparatura pomiarowa

W skład układu pomiarowego wchodziły następujące elementy:

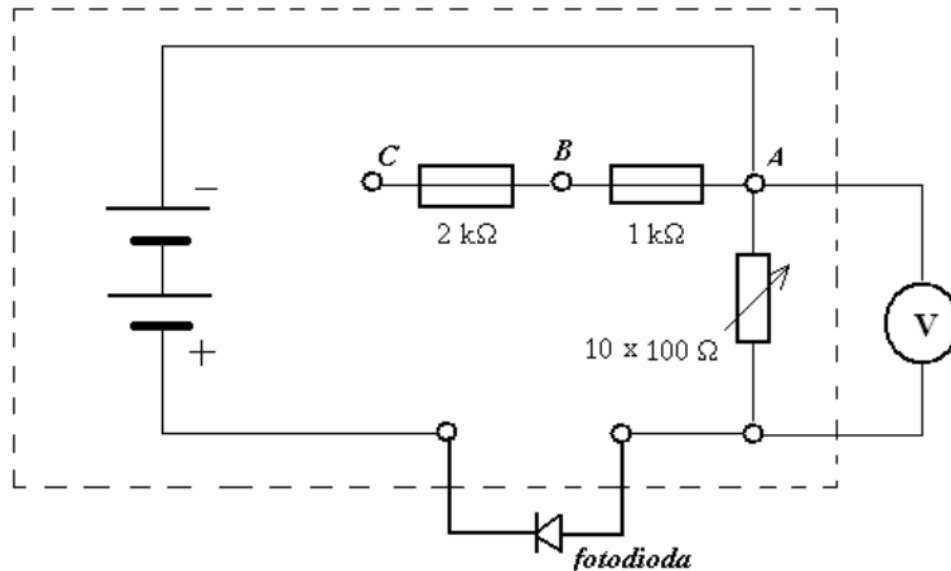
1. Laser czerwony o długości fali $\lambda = 650\text{nm}$
2. Przesłona metalowa zawierająca: szczelinę pojedynczą oraz podwójną.
3. Ekran zaopatrzony w fotodiode, wraz z mechanizmem do jej przesuwania.
4. Układ elektryczny do pomiaru odczytów fotodiody.



Rysunek 1: schemat układu pomiarowego

Układ elektryczny do pomiaru $I(x)$ składał się z następujących elementów:

1. Fotodioda
2. Woltomierz o pojedynczym zakresie pomiarowym 400 mV
3. Bateria zasilająca $2 \times 1,5\text{V}$
4. Opornik regulowany dekadowy $10 \times 100\Omega$
5. Dodatkowe oporniki $1\text{k}\Omega$ i $2\text{k}\Omega$



Rysunek 2: schemat układu elektrycznego do pomiaru natężenia światła

4 Przebieg doświadczenia

1. Na początku sprawdzono połączenie układu elektrycznego z fotodiodą.
2. Fotodiode ustawiono na maksimum główne, po czym zanotowano natężenie światła, jako wskazanie woltomierza.
3. Diode przesuwano w pionie, za każdym razem notując wskazania woltomierza.
4. Laser wyłączono, a następnie zmierzono odległość szczeliny od ekranu.

Doświadczenie zostało powtórzone dla układu dwóch szczelin.

5 Wyniki pomiarów

5.1 Pojedyncza szczelina

- Odległość między szczeliną a ekranem $L = 673\text{mm}$
- Długość fali $\lambda = 650\text{nm}$

Tabela 1: Pomiary natężenia światła dla pojedynczej szczeliny.

Wyniki w dół	
x [mm]	I [j.u.]
0	517
-0,2	465,8
-0,4	328,1
-0,6	200,5
-0,8	127,8
-1	96,1
-1,2	46,9
-1,4	29,5
-1,6	15,3
-1,8	12,9
-2	7
-2,2	5,1
-2,4	3,76
-2,6	3,57
-2,8	3,67
-3	3,22
-3,2	2,37
-3,4	1,93
-3,6	1,86
-3,8	1,68
-4	1,65
-4,2	1,12
-4,4	0,78
-4,6	0,43
-4,8	0,21
-5	0,19
-5,2	0,18
-5,4	0,15
-5,6	0,13
-5,8	0,07
-6	0,02
-6,2	0,03
-6,4	0,02
-6,6	0,03
-6,8	0,04
-7	0,05

Wyniki w górę	
x [mm]	I [j.u.]
0	517
0,2	377
0,4	214
0,6	102
0,8	46,4
1	24,5
1,2	11,4
1,4	7,2
1,6	4,7
1,8	3,83
2	3,41
2,2	2,53
2,4	1,95
2,6	1,36
2,8	0,97
3	0,76
3,2	0,7
3,4	0,6
3,6	0,6
3,8	0,53
4	0,4
4,2	0,23
4,4	0,15
4,6	0,12
4,8	0,11
5	0,11
5,2	0,08
5,4	0,05
5,6	0,04
5,8	0,04
6	0,04
6,2	0,06
6,4	0,07
6,6	0,07
6,8	0,06
7	0,05
7,2	0,08
7,4	0,09
7,6	0,1
7,8	0,09
8	0,05
8,2	0,04
8,4	0,04
8,6	0,04
8,8	0,04
9	0,04
9,2	0,04
9,4	0,03
9,6	0,02

5.2 Podwójna szczelina

- Odległość między szczeliną a ekranem $L = 673\text{mm}$
- Długość fali $\lambda = 650\text{nm}$

Tabela 2: Pomiary natężenia dla podwójnej szczeliny. Pomiary zostały wykonane niesymetrycznie, znacznie więcej pomiarów jest dla $x < 0$. Jest tak dlatego, że pomiary były wykonywane w bardzo ograniczonym czasie oraz w dużym pośpiechu. Gdy stwierdziliśmy, że wystarczy nam pomiarów dla $x > 0$ wróciliśmy do położenia początkowego i zbieraliśmy dane dla $x < 0$ do momentu w którym nie skończył nam się czas.

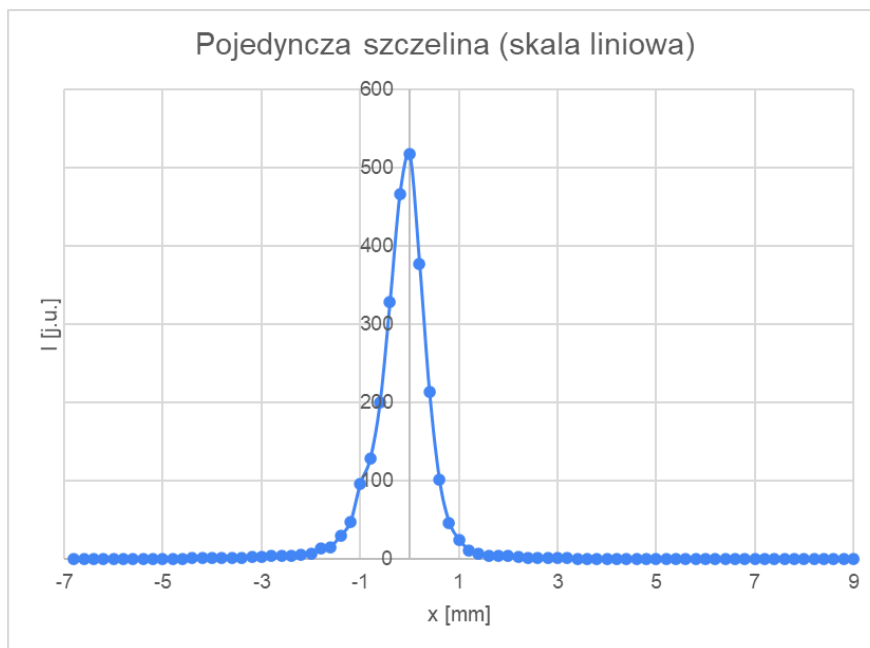
Wyniki w dół	
x [mm]	I [j.u.]
0	8,76
-0,1	8,3
-0,2	6,96
-0,3	5,3
-0,4	3,81
-0,5	2,48
-0,6	1,49
-0,7	1,05
-0,8	1,06
-0,9	1,55
-1	2,37
-1,1	3,43
-1,2	4,46
-1,3	5,29
-1,4	5,94
-1,5	5,13
-1,6	4,25
-1,7	3,04
-1,8	1,83
-1,9	1,04
-2	0,6
-2,1	0,47
-2,2	0,57
-2,3	0,91
-2,4	1,38
-2,5	2,02
-2,6	2,52
-2,7	2,73
-2,8	2,57
-2,9	2,17

x [mm]	I [j.u.]
-3	1,64
-3,1	1,21
-3,2	0,84
-3,3	0,58
-3,4	0,38
-3,5	0,23
-3,6	0,2
-3,7	0,2
-3,8	0,31
-3,9	0,4
-4	0,51
-4,1	0,56
-4,2	0,58
-4,3	0,62
-4,4	0,59
-4,5	0,5
-4,6	0,36
-4,7	0,24
-4,8	0,12
-4,9	0,06
-5	0,02
-5,1	0,01
-5,2	0,02
-5,3	0,02
-5,4	0,01
-5,5	0,02
-5,6	0,02
-5,7	0,02

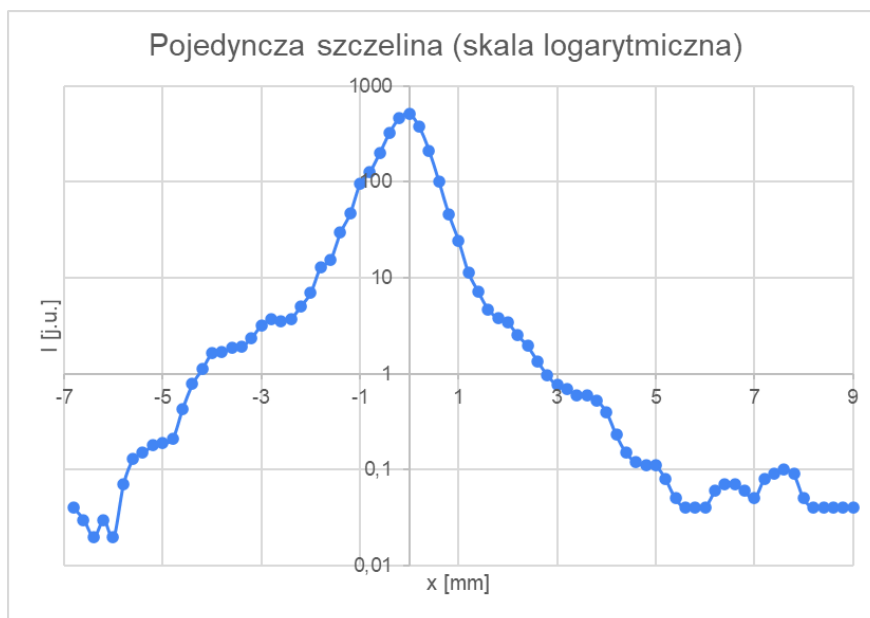
Wyniki w górę	
x [mm]	I [j.u.]
0	8,76
0,1	8,11
0,2	6,71
0,3	5,2
0,4	3,57
0,5	2,37
0,6	1,57
0,7	1,2
0,8	1,31
0,9	1,93
1	2,94
1,1	4,17
1,2	5
1,3	5,3
1,4	5,45
1,5	5,4
1,6	4,98
1,7	4
1,8	3,17
1,9	2,34
2	1,57
2,1	1,94
2,2	0,67
2,3	0,71
2,4	0,99
2,5	1,54
2,6	2,14
2,7	2,82
2,8	3,33
2,9	3,62
3	3,6
3,1	2,93
3,2	2,1
3,3	1,32

6 Opracowanie wyników

6.1 Pojedyncza szczelina



Rysunek 3: Pomiary natężenia światła dla szczeliny pojedynczej w skali liniowej.



Rysunek 4: Pomiary natężenia światła dla szczeliny pojedynczej w skali logarytmicznej.

Uzyskany wykres w bardzo znacznym stopniu odbiega od wykresu teoretycznego. Istnieje kilka możliwych powodów dlaczego wykres nie jest zgodny z wykresem teoretycznym:

- Efekty otoczenia: Zanieczyszczenia powietrza, może wpłynąć na wyniki dyfrakcji i doprowadzić do nieprawidłowych wykresów.
- Źle skonfigurowany woltomierz, którego odczyt służył za miarę intensywności światła.
- Błędy ze strony ludzkiej, złe spisanie pomiarów, pomyłki w procesie przesuwania fotodiody w pionie, dobranie złego zakresu na woltomierzu.
- Sama szczelina przez którą przepuszczane było światło, która mogła być uszkodzona.
- Złe ustawienie samej szczeliny w stosunku do ekranu, przez co jakość uzyskanego obrazu była zbyt słaba.

Tabela 3: Położenia maksimów i minimów natężenia światła dla pojedynczej szczeliny

Element obrazu dyfrakcyjnego	Położenie z lewej x_l [mm]	Położenie z prawej x_p [mm]	$x = \frac{x_p - x_l}{2}$ [mm]	Obliczona szerokość szczeliny a [mm]
1 minimum	-2,6	1,8	2,2	0,198840
1 maksimum boczne	-2,8	2	2,4	0,273406
2 minimum	-3,4	3	3,2	0,273406
2 maksimum boczne	-4	3,6	3,8	0,287796

Korzystając ze zmierzonych minimów oraz wzoru (2) wyznaczamy wzór na szerokość pojedynczej szczeliny a :

$$a = \frac{m\lambda L}{x_{\min}} \quad (6)$$

$$a_1 = \frac{1 \cdot 650\text{nm} \cdot 673\text{mm}}{2,2\text{mm}} = 198,840\mu\text{m}$$

$$a_2 = \frac{2 \cdot 650\text{nm} \cdot 673\text{mm}}{3,2\text{mm}} = 273,406\mu\text{m}$$

Tym razem korzystając ze zmierzonych maksimów oraz wzoru (3) wyznaczamy wzór na szerokość pojedynczej szczeliny a :

$$a = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda L}{x_{\max}} \quad (7)$$

$$a_3 = \left(1 + \frac{1}{2}\right) \frac{650\text{nm} \cdot 673\text{mm}}{2,4\text{mm}} = 273,406\mu\text{m}$$

$$a_4 = \left(2 + \frac{1}{2}\right) \frac{650\text{nm} \cdot 673\text{mm}}{3,8\text{mm}} = 287,796\mu\text{m}$$

Obliczamy wartość średnią a .

$$\bar{a} = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + a_4}{4} = \frac{198,840\mu\text{m} + 273,406\mu\text{m} + 273,406\mu\text{m} + 287,796\mu\text{m}}{4} = 258,362\mu\text{m}$$

Aby uzyskać niepewność pomiarową \bar{a} użyjemy odchylenia standardowego (nie odchylenia standardowego średniej, ponieważ ilość pomiarów jest mała).

$$u(\bar{a}) = \sqrt{\frac{(a_1 - \bar{a})^2 + (a_2 - \bar{a})^2 + (a_3 - \bar{a})^2 + (a_4 - \bar{a})^2}{4 - 1}} = \sqrt{\frac{(198,840\mu\text{m} - 258,362\mu\text{m})^2 + (273,406\mu\text{m} - 258,362\mu\text{m})^2 + (273,406\mu\text{m} - 258,362\mu\text{m})^2 + (287,796\mu\text{m} - 258,362\mu\text{m})^2}{4 - 1}} = 35\mu\text{m}$$

Zatem niepewność rozszerzona $U(\bar{a}) = 2 \cdot u(\bar{a}) = 70\mu\text{m}$ Ostatecznie możemy zapisać

$$a = 258\mu\text{m} \pm 70\mu\text{m}$$

Jak widać niepewność naszego pomiaru jest wysoka, czego można się było spodziewać zważywszy na to jak bardzo nasz wykres odbiega od wykresu teoretycznego.

Tabela 4: Natężenia światła w maksimach bocznych. Natężenie światła w maksimum głównym: $I_o = 517[\text{j.u.}]$

Element obrazu dyfrakcyjnego	Natężenie z lewej I_l [j.u.]	Natężenie z prawej I_p [j.u.]	Natężenie względne doświadczalne $\frac{I(x_{\max})}{I_o} = \frac{I_l + I_p}{2I_o}$	Natężenie względne teoretyczne $\frac{I(x_{\max})}{I_o}$
1 maksimum boczne	3.67	3.41	0,00684	0,045
2 maksimum boczne	1.65	0.6	0,00217	0,0162

Obliczamy natężenie względne teoretyczne korzystając ze wzoru

$$\frac{I(x_{\max})}{I_o} \approx \frac{1}{\pi^2(m + \frac{1}{2})^2}$$

Dla 1 maksimum bocznego:

$$\text{wartość doświadczalna} \quad \frac{I(x_{\max})}{I_o} = \frac{3,67\text{j.u.} + 3,41\text{j.u.}}{2 \cdot 517\text{j.u.}} = 0,00684$$

$$\text{wartość teoretyczna} \quad \frac{I(x_{\max})}{I_o} \approx \frac{1}{\pi^2(1 + \frac{1}{2})^2} = 0,045$$

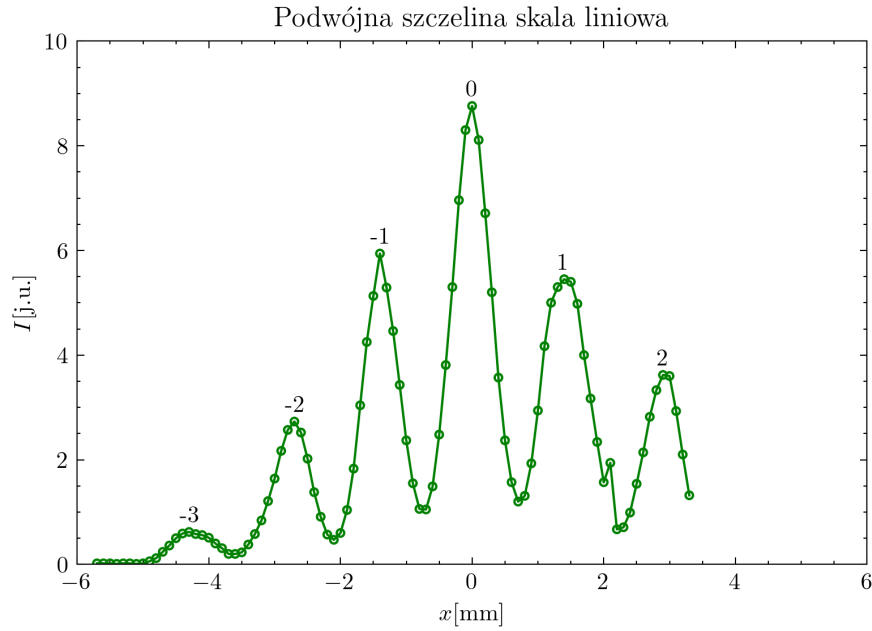
Dla 2 maksimum bocznego:

$$\text{wartość doświadczalna} \quad \frac{I(x_{\max})}{I_o} = \frac{3,67\text{j.u.} + 3,41\text{j.u.}}{2 \cdot 517\text{j.u.}} = 0,00217$$

$$\text{wartość teoretyczna} \quad \frac{I(x_{\max})}{I_o} \approx \frac{1}{\pi^2(2 + \frac{1}{2})^2} = 0,0162$$

Dla obu maksimów wartość natężenia wynikająca z pomiarów wyszła kilkukrotnie mniejsza niż wartość wyliczona teoretycznie. Spowodowane jest to jak już wcześniej wspomnianym odbieganiem naszego wykresu od wykresu teoretycznego.

6.2 Podwójna szczelina



Rysunek 5: Pomiar natężenia światła dla szczeliny podwójnej w skali liniowej. Na wykresie poza punktami pomiarowymi oraz gładką krzywą znajdują się liczby całkowite $-3, -2, -1, 0, 1, 2$ które oznaczają numery maksimów.

Tabela 5: Położenia maksimów natężenia światła dla podwójnej szczeliny.

Numer maksimum $ m $	Położenie z lewej x_l [mm]	Położenie z prawej x_p [mm]	$x = \frac{x_p - x_l}{2}$ [mm]	Obliczona odległość d [mm]
1	-1,4	1,4	1,4	0,312
2	-2,7	2,9	2,8	0,312
3	-4,3	brak danych	4,3	0,305

Korzystając ze wzoru (5) wyznaczamy wzór na odległość między szczelinami d :

$$d = \frac{m\lambda L}{x_{\max}} \quad (8)$$

$$d_1 = \frac{1 \cdot 650\text{nm} \cdot 673\text{mm}}{1.4\text{mm}} = 312,4643\mu\text{m}$$

$$d_2 = \frac{2 \cdot 650\text{nm} \cdot 673\text{mm}}{2.8\text{mm}} = 312,4643\mu\text{m}$$

$$d_3 = \frac{3 \cdot 650\text{nm} \cdot 673\text{mm}}{4.3\text{mm}} = 305,1977\mu\text{m}$$

Obliczamy wartość średnią d .

$$\bar{d} = \frac{d_1 + d_2 + d_3}{3} = \frac{312,4643\mu\text{m} + 312,4643\mu\text{m} + 305,1977\mu\text{m}}{3} = 310,0421\mu\text{m}$$

Aby uzyskać niepewność pomiarową \bar{d} użyjemy odchylenia standardowego (nie odchylenia standardowego średniej, ponieważ ilość pomiarów jest mała).

$$u(\bar{d}) = \sqrt{\frac{(d_1 - \bar{d})^2 + (d_2 - \bar{d})^2 + (d_3 - \bar{d})^2}{3 - 1}} =$$

$$= \sqrt{\frac{(312,4643\mu\text{m} - 310,0421\mu\text{m})^2 + (312,4643\mu\text{m} - 310,0421\mu\text{m})^2 + (305,1977\mu\text{m} - 310,0421\mu\text{m})^2}{3 - 1}} = 4,2\mu\text{m}$$

Zatem niepewność rozszerzona $U(\bar{d}) = 2 \cdot u(\bar{d}) = 8,4\mu\text{m}$ Ostatecznie możemy zapisać

$$d = 310,0\mu\text{m} \pm 8,4\mu\text{m}$$

Dla $x = 0$ osiągnięte jest natężenie maksymalne równe $I_{\text{max}} = 8,76\text{j.u.}$ Najbliższe $x = 0$ minimum znajduję się w $x = 0.7\text{mm}$ jest ono równe $I_{\text{min}} = 1,20\text{j.u.}$ Stosunek tych wartości jest równy:

$$\frac{I_{\text{min}}}{I_{\text{max}}} = \frac{1,20\text{j.u.}}{8,76\text{j.u.}} = 0,137$$

Ta wartość jest miarą jakości obrazu interferencyjnego. Dla obrazu idealnego $I_{\text{min}}/I_{\text{max}} = 0$, natomiast wartość $I_{\text{min}}/I_{\text{max}} = 1$ oznacza zniknięcie prążków interferencyjnych. Otrzymana przez nas wartość zawiera się w przedziale $(0, 1)$ oraz jest bliska wartości 0, co oznacza, że jakość obrazu interferencyjnego była dość wysoka.

7 Wnioski

1. Światło istotnie ma charakter falowy, ponieważ ulega zjawiskom dyfrakcji i interferencji.
2. Przy przepuszczaniu przez dwie szczeliny następują dwa zjawiska na raz – dyfrakcja i interferencja, przez co obraz tworzy serię kropek o różnych natężeniach.
3. Nasze pomiary oraz obliczenia związane z pojedynczą szczeliną zdecydowanie nie są zbyt zadowalające. Może być to spowodowane złą konfiguracją sprzętu pomiarowego m.in: lasera, szczeliny, układu do pomiaru natężenia światła. Warto również wspomnieć, iż przy wyprowadzaniu wzorów teoretycznych popełniane są pewne założenia, które nie konieczne mogły być prawdziwe w momencie gdy robiliśmy doświadczenie.

4. Wykres oraz obliczone wartości dla szczeliny podwójnej były już o wiele bardziej zadowalające. Udało nam się uzyskać wykres $I_{\text{światła}} = f(x)$ który jest zgodny z teorią. Wyliczona odległość między szczeliną oraz jej niepewność wydają się być sensowne. Przeprowadzone przez nas doświadczenie ukazuje falowy charakter światła, ponieważ jak każda inna fala ulega ono zjawisku dyfrakcji i interferencji.
5. Choć wykres $I_{\text{światła}} = f(x)$ jest podobny do teoretycznego to nadal trochę się od niego różni z kilku powodów:
 - Detektor natężenia światła uśrednia funkcję $I(x)$ na obszarze, z którego pobiera informacje,
 - W wyniku czego natężenie w maksimach ulega obniżeniu, a w minimach natężenie jest większe od 0.
 - Szczelina może być nierówna, a wiązka laserowa nie jest zupełnie równoległa.