Laboratorium 11 - Sieci Petriego

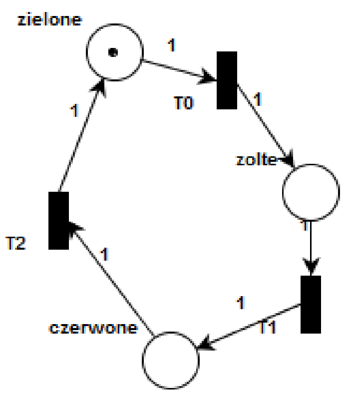
Piotr Karamon

20.01.2025.

Treść zadania

Ćwiczenie

Prosty model maszyny stanów świateł ulicznych przedstawia sieć na rysunku poniżej:



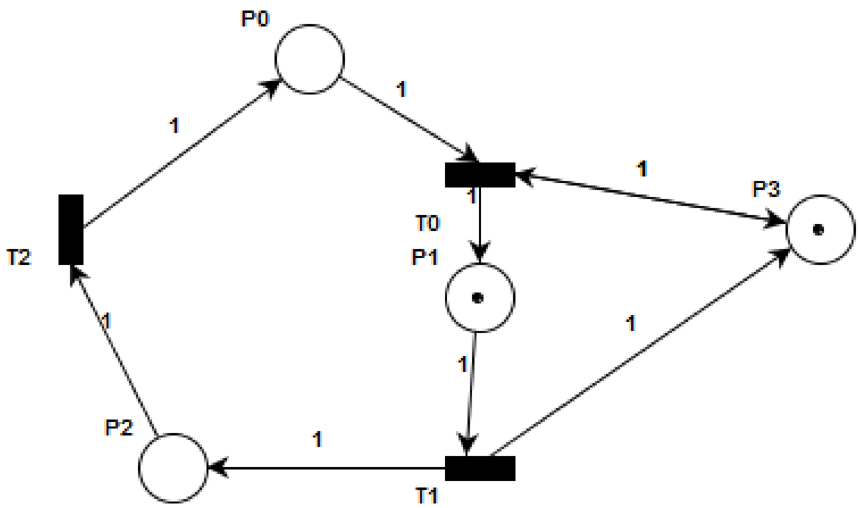
Stanami są miejsca sieci, zaś znacznik pokazuje w jakim stanie aktualnie się znajdujemy.

- Narysować przykład w symulatorze.
- Sprawdzić właściwości sieci (ograniczoność, bezpieczeństwo i możliwy deadlock) w symulatorze Pipe w menu "State Space Analysis".
- Wygenerować graf osiągalności "Reachability/Coverability Graph". Zaobserwować:
  - Jakie znakowania są osiągalne?
  - Ile wynosi maksymalna liczba znaczników w każdym ze znakowań? Jakie możemy wyciągnąć z tego wnioski n.t. ograniczoności i bezpieczeństwa?
  - Czy każde przejście jest przedstawione jako krawędź w grafie? Jaki z tego wniosek n.t. żywotności przejść?
  - Czy wychodząc od dowolnego węzła grafu (znakowania) można wykonać dowolne przejście? Jaki z tego wniosek n.t. żywotności sieci? Czy są możliwe zakleszczenia?
- Wykonać analizę niezmienników (wybrać w menu "Invariant Analysis").
  - Wynik analizy niezmienników przejść (T-invariants) pokazuje nam, ile razy trzeba odpalić dane przejście (T), aby przekształcić znakowanie początkowe z powrotem do niego samego (wynik nie mówi nic o kolejności odpaleń). Z wyniku możemy m.in. wnioskować o odwracalności sieci.

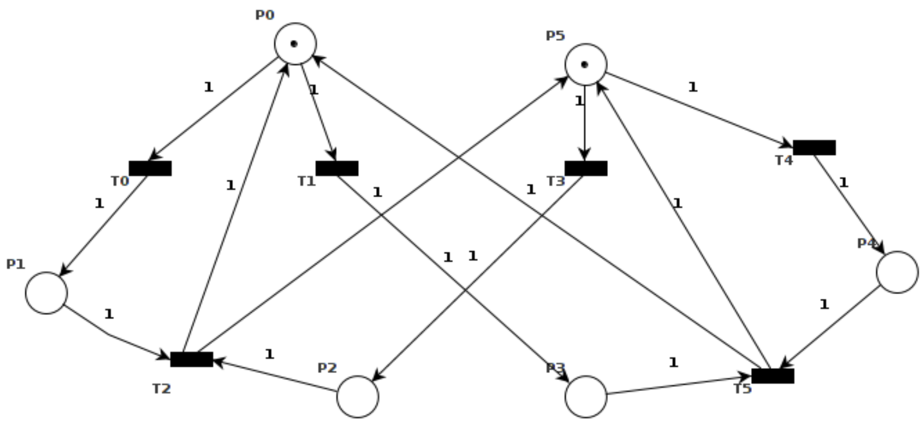
– Wynik analizy niezmienników miejsc (P-invariants) pokazuje nam zbiory miejsc, w których łączna suma znaczników się nie zmienia. Pozwala to wnioskować n.t. zachowawczości sieci (czyli własności, gdzie suma znaczników pozostaje stała) oraz o ograniczoności miejsc.

Zadania

- Zadanie 1 - wymyślić własną maszynę stanów, zasymulować przykład i dokonać analizy grafu osiągalności oraz niezmienników jak wyżej.
- Zadanie 2 - zasymulować sieć jak poniżej.

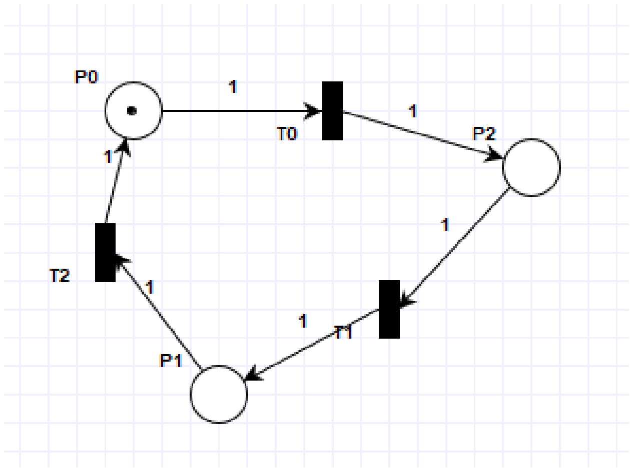


- Zadanie 3 - zasymulować wzajemne wykluczanie dwóch procesów na wspólnym zasobie. Dokonać analizy niezmienników. Wyjaśnij znaczenie równań (P-invariant equations). Które równanie pokazuje działanie ochrony sekcji krytycznej?
- Zadanie 4 - uruchomić problem producenta i konsumenta z ograniczonym buforem (można posłużyć się przykładem, menu: file, examples). Dokonać analizy niezmienników. Czy sieć jest zachowawcza? Które równanie mówi nam o rozmiarze bufora?
- Zadanie 5 - stworzyć symulację problemu producenta i konsumenta z nieograniczonym buforem. Dokonać analizy niezmienników. Zaobserwować brak pełnego pokrycia miejsc.
- Zadanie 6 - zasymulować prosty przykład ilustrujący zakleszczenie. Wygenerować graf osiągalności i zaobserwować znakowania, z których nie można wykonać przejść. Zaobserwować właściwości sieci w "State Space Analysis". Poniżej przykład sieci z możliwością zakleszczenia (można wymyślić inny):



Rozwiązanie

Ćwiczenie



Rysunek 1: Przykład narysowany w programie Pipe2.

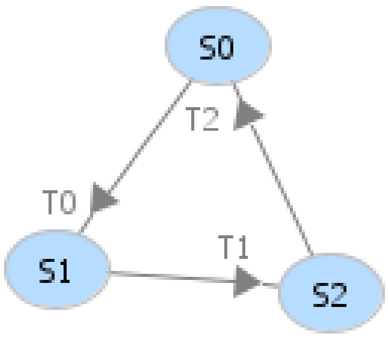
Petri net state space analysis results

Bounded	true
Safe	true
Deadlock	false

Rysunek 2: Wyniki po state space analysis.

Z wykonanej analizy możemy dowiedzieć się, że nasza sieć jest:

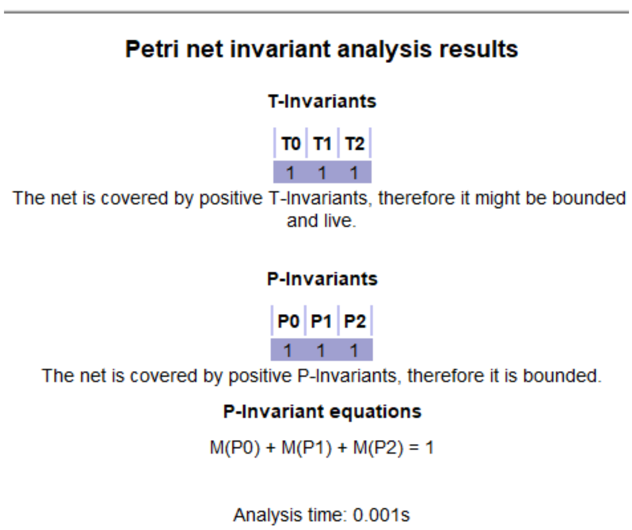
- ograniczona, ponieważ liczba tokenów w naszej sieci zawsze jest stała i wynosi jeden.
- bezpieczna, ponieważ każde miejsce w naszej sieci jest 1 - ograniczone.
- wolna od zakleszczeń, czyli zawsze możemy odpalić jakąś tranzycję.



Rysunek 3: Graf osiągalności.

Z powstałego grafu osiągalności możemy wywnioskować, że:

- wszystkie znakowania są osiągalne.
- maksymalna liczba znaczników w każdym ze znakowań wynosi jeden. Możemy zatem powiedzieć, że sieć jest bezpieczna i ograniczona.
- każde z przejść przedstawione jest jako krawędź w grafie. Każda tranzycja występuje zarazem w cyklu, zatem każda z nich jest żywa.
- wychodząc od dowolnego znakowania można wykonać dowolne przejście, zatem sieć jest żywa i zakleszczenia nie są możliwe.



Petri net invariant analysis results

T-Invariants

T0	T1	T2
1	1	1

The net is covered by positive T-Invariants, therefore it might be bounded and live.

P-Invariants

P0	P1	P2
1	1	1

The net is covered by positive P-Invariants, therefore it is bounded.

P-Invariant equations

M(P0) + M(P1) + M(P2) = 1

Analysis time: 0.001s

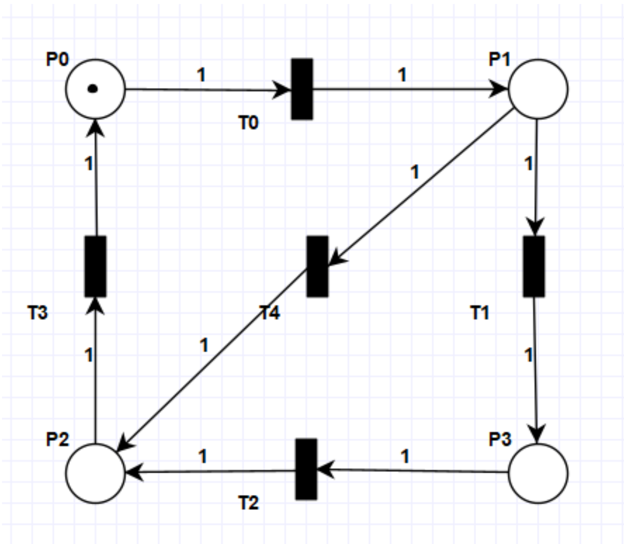
Rysunek 4: Analiza niezmienników miejsc i tranzycji.

Z powyższej analizy można powiedzieć, że:

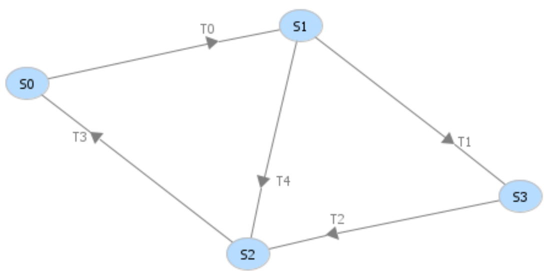
- sieć jest pokryta niezmiennikami zarówno tranzycji jak i miejsc.
- wykonanie tranzycji T0, T1, T2 nie powoduje zmiany znakowania.
- suma znaczników na miejscach P0, P1, P2 jest stała i wynosi 1.
- sieć jest ograniczona i zachowacza

Zadanie 1

Konstruując maszynę stanów musimy jedynie pamiętać, aby każda tranzycja miała jedno wejście i jedno wyjście.



Rysunek 5: Maszyna stanów

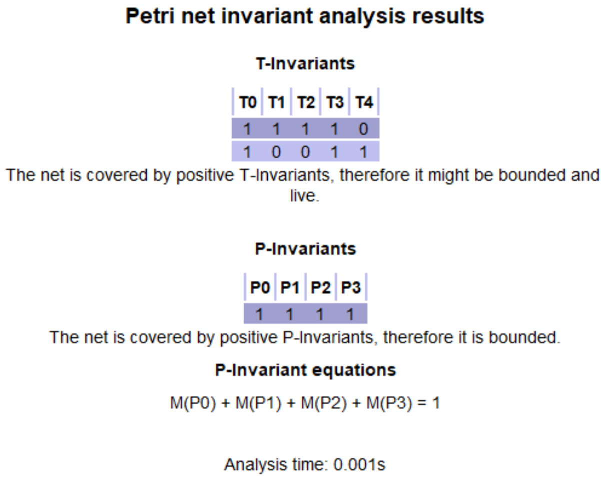


Rysunek 6: Graf osiągalności.

Widzimy, że:

- wszystkie znakowania są osiągalne.
- maksymalna liczba znaczników w każdym ze znakowań wynosi jeden. Możemy zatem powiedzieć, że sieć jest bezpieczna i ograniczona.
- każde z przejść przedstawione jest jako krawędź w grafie.

- każda tranzycja występuje zarazem w cyklu, zatem każda z nich jest żywa.
- wychodząc od dowolnego znakowania można wykonać dowolne przejście, zatem sieć jest żywa i zakleszczenia nie są możliwe.



Petri net invariant analysis results

T-Invariants

T0	T1	T2	T3	T4
1	1	1	1	0
1	0	0	1	1

The net is covered by positive T-Invariants, therefore it might be bounded and live.

P-Invariants

P0	P1	P2	P3
1	1	1	1

The net is covered by positive P-Invariants, therefore it is bounded.

P-Invariant equations

M(P0) + M(P1) + M(P2) + M(P3) = 1

Analysis time: 0.001s

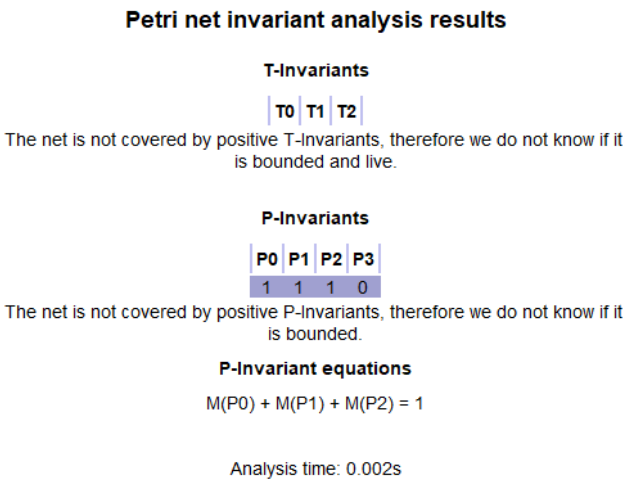
Rysunek 7: Analiza niezmienników.

Widzimy, że:

- sieć jest pokryta niezmiennikami zarówno tranzycji jak i miejsc.
- wykonanie tranzycji T0, T1, T2, T3 oraz T0, T3, T4 nie powoduje zmiany znakowania.
- suma znaczników na miejscach P0, P1, P2, P3 jest stała i wynosi 1.
- sieć jest ograniczona i zachowawcza.

Zadanie 2

Po narysowaniu robimy analizę grafu osiągalności i niezmienników.



Petri net invariant analysis results

T-Invariants

T0	T1	T2

The net is not covered by positive T-Invariants, therefore we do not know if it is bounded and live.

P-Invariants

P0	P1	P2	P3
1	1	1	0

The net is not covered by positive P-Invariants, therefore we do not know if it is bounded.

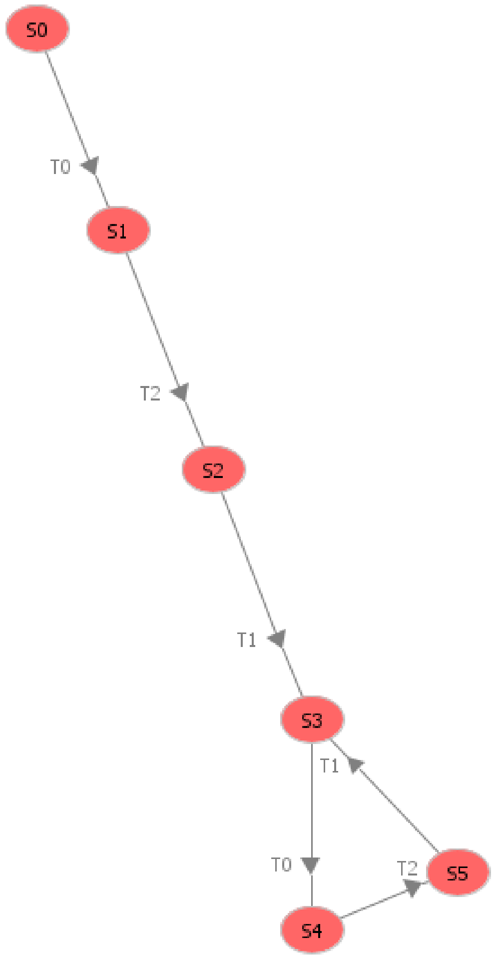
P-Invariant equations

M(P0) + M(P1) + M(P2) = 1

Analysis time: 0.002s

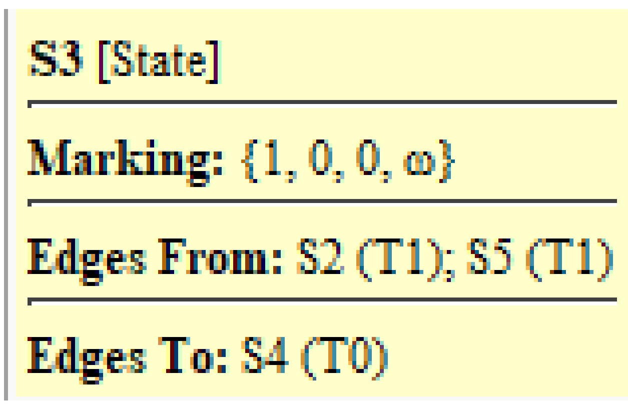
Rysunek 8: Analiza niezmienników.

Widzimy, że nasza sieć nie jest pokryta niezmiennikami tranzycji, możemy zatem powiedzieć że nie jest odwracalna.



Rysunek 9: Graf osiągalności.

Analizując graf osiągalności widzimy, że sieć jest żywa, ponieważ każda z tranzycji T0, T1, T2 jest potencjalnie wykonywalna dla dowolnego znakowania pochodnego od znakowania początkowego. Sieć jest żywa przez cykl S3, S4, S5.


S3 [State]

Marking: {1, 0, 0, ω}

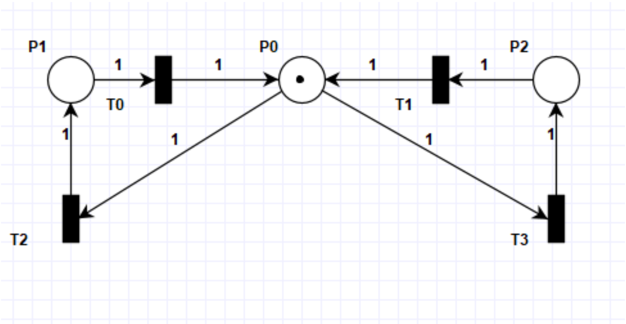
Edges From: S2 (T1); S5 (T1)

Edges To: S4 (T0)

Rysunek 10: Właściwości S3.

Widzimy, że w P3 liczba znaczników rośnie do nieskończoności, zatem sieć nie jest ograniczona.

Zadanie 3



Rysunek 11: Sieć Petriego reprezentująca dwa wykluczające się procesy. P1 oznacza wykonywanie procesu 1, P2 oznacza wykonywanie procesu 2, a P0 oznacza, że jakiś proces może zająć sekcję krytyczną.

Petri net invariant analysis results

T-Invariants

T0	T1	T2	T3
1	0	1	0
0	1	0	1

The net is covered by positive T-Invariants, therefore it might be bounded and live.

P-Invariants

P0	P1	P2
1	1	1

The net is covered by positive P-Invariants, therefore it is bounded.

P-Invariant equations

M(P0) + M(P1) + M(P2) = 1

Analysis time: 0.001s

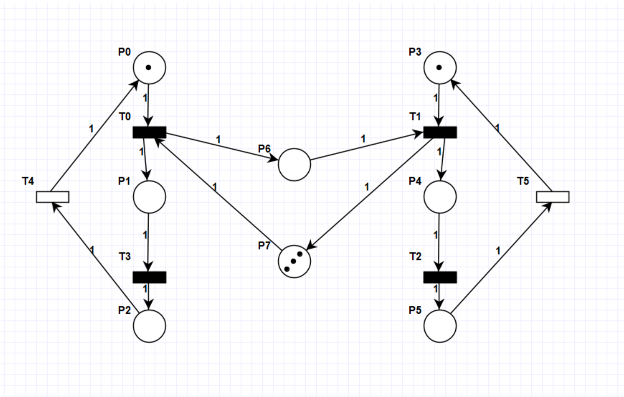
Rysunek 12: Analiza niezmienników

Widzimy, że:

- sieć jest pokryta niezmiennikami zarówno tranzycji jak i miejsc.
- sieć jest ograniczona.
- Równanie $M(P0) + M(P1) + M(P2) = 1$, wskazuje że suma tokenów w tych trzech miejscach jest stała i zawsze wynosi jeden. Innymi słowy znacznik zawsze krąży między tymi trzema miejscami. Co jest zgodne z mechanizmem wykluczania się procesów.

Zadanie 4

Ładujemy przykład "Producer & Consumer".



Rysunek 13: Problem producenta i konsumenta z ograniczonym buforem.

Petri net invariant analysis results

T-Invariants

T0	T1	T2	T3	T4	T5
1	1	1	1	1	1

The net is covered by positive T-Invariants, therefore it might be bounded and live.

P-Invariants

P0	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7
1	1	1	0	0	0	0	0
0	0	0	1	1	1	0	0
0	0	0	0	0	0	1	1

The net is covered by positive P-Invariants, therefore it is bounded.

P-Invariant equations

M(P0) + M(P1) + M(P2) = 1
M(P3) + M(P4) + M(P5) = 1
M(P6) + M(P7) = 3

Analysis time: 0.001s

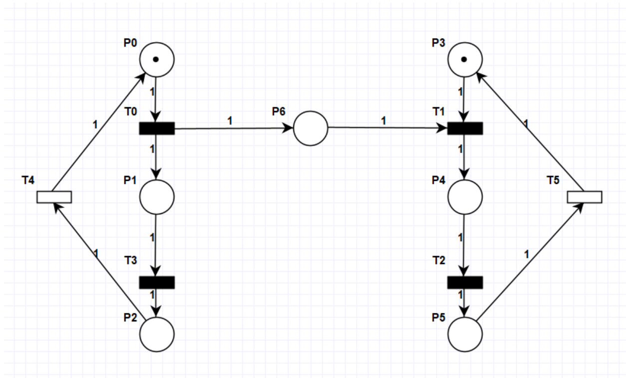
Rysunek 14: Analiza niezmienników.

Widzimy, że:

- sieć jest odwracalna, stwierdzamy to na podstawie wektora T niezmienników
- sieć jest pokryta niezmiennikami miejsc jak i znaczników.
- sieć jest ograniczona.
- sieć jest zachowawcza, ponieważ suma znaczników na wszystkich miejscach jest zawsze równa 5.
- równanie $M(P6) + M(P7) = 3$ mówi nam o rozmiarze bufora, jedno miejsce mówi o ilości zajętych miejsc a drugie o ilości wolnych.

Zadanie 5

Wzorując się na problemie z ograniczonym buforem, usuwamy "kontrolę wolnych miejsc". Teraz producent będzie mógł zawsze dodać nowy element.



Rysunek 15: Problem producenta i konsumenta z nieograniczonym buforem.

Petri net invariant analysis results

T-Invariants

T0	T1	T2	T3	T4	T5
1	1	1	1	1	1

The net is covered by positive T-Invariants, therefore it might be bounded and live.

P-Invariants

P0	P1	P2	P3	P4	P5	P6
1	1	1	0	0	0	0
0	0	0	1	1	1	0

The net is not covered by positive P-Invariants, therefore we do not know if it is bounded.

P-Invariant equations

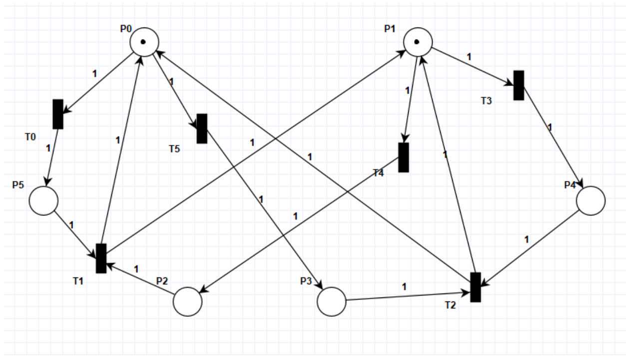
M(P0) + M(P1) + M(P2) = 1
M(P3) + M(P4) + M(P5) = 1

Analysis time: 0.001s

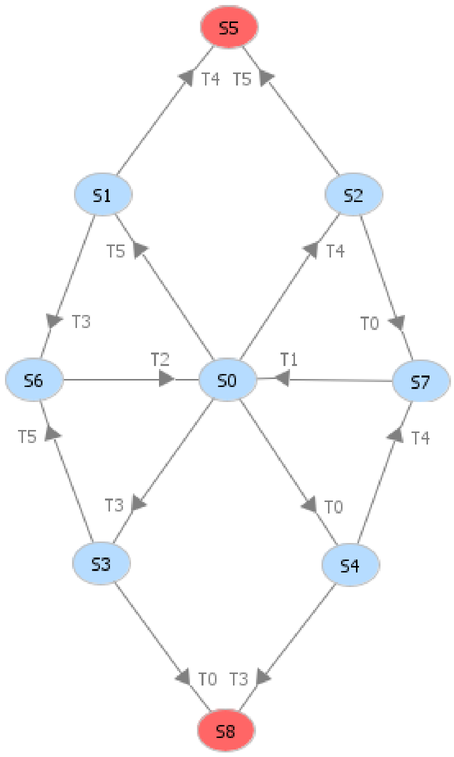
Rysunek 16: Analiza niezmienników.

Analiza jest bardzo podobna do problemu z ograniczonym buforem. Jedyną różnica jest brak równania $M(P6) + M(P7) = 3$, które mówiło nam, że bufor jest ograniczony. Przez to sieć nasza nie jest w pełni pokryta niezmiennikami miejsc.

Zadanie 6

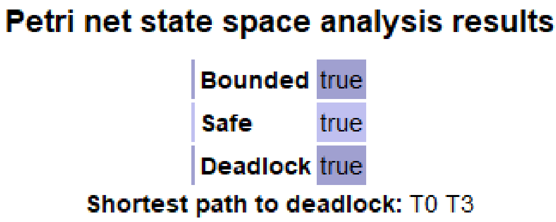


Rysunek 17: Przykład przerysowany do programu Pipe2.



Rysunek 18: Graf osiągalności.

Zakleszczenie występuje w przypadku znakowań $S5 = \{0, 0, 1, 1, 0, 0\}$ oraz $S8 = \{0, 0, 0, 0, 1, 1\}$.



Petri net state space analysis results

Bounded	true
Safe	true
Deadlock	true

Shortest path to deadlock: T0 T3

Rysunek 19: Wyniki po state space analysis.

Jak widzimy nasza sieć chociaż jest ograniczona i bezpieczna to może w niej wystąpić zakleszczenie. Najkrótsza ścieżka do zakleszczenia to wykonanie tranzycji T0 i T3.

Wnioski

Sieci Petriego są bardzo przydatne do modelowania i analizy systemów, które wymagają synchronizacji, współbieżności i zarządzania zasobami. Ich graficzna forma ułatwia zrozumienie działania systemu i identyfikację problemów, takich jak zakleszczenia czy brak żywotności. Są one formalnym narzędziem, co pozwala na dokładne analizy matematyczne.

Bibliografia

- *Robert Schaefer : Teoria współbieżności*