

# Introduction to Computer Vision: Assignment 1

편경찬

<sup>1</sup>Student ID: 201824607. <sup>2</sup>Computer Science Engineering. <sup>3</sup>Pusan National University.

## 1 Task 1: Image Patches

### 1.1 (a) Three image patches from grace-hopper



Figure 1: three image patches

이미지를 16x16 크기의 패치로 나누고, 각 패치를 정규화하여 평균이 0이고 분산이 1이 되도록 만드는 작업을 진행한 결과이다.

### 1.2 (b) Why is it good for the patches to have zero mean

패치의 평균을 0으로 만들면, illumination에 영향을 받지 않는 특징을 추출할 수 있다. 예를 들어, 조명이 밝은 경우와 어두운 경우에 패치의 픽셀 값이 달라질 수 있다. 평균을 0으로 만들면 이러한 조명 변화에 영향을 덜 받게 된다. 평균이 0인 패치는 내적 계산 시 조명 변화에 덜 민감하므로, 더 정확한 유사도 측정이 가능하기 때문이다.

### 1.3 (c) Good or bad for things for patches

패치의 장점은 이미지의 로컬 특징을 잘 표현할 수 있다는 것이다. 객체의 텍스처, 에지, 코너 등의 정보를 포함하고 있어, 객체 인식 및 매칭에 유용하다. 패치의 단점은 객체의 포즈, 크기, 조명 변화에 민감하다는 것이다. 조명이 변하면 패치의 픽셀 값이 크게 달라질 수 있다.

## 2 Task 2: Convolution and Gaussian Filter

### 2.1 (a) Proof of Gaussian filter equivalence

2D 가우시안 필터가 수직과 수평 1D 가우시안 필터의 연속 적용으로 표현될 수 있음을 증명한다. 2D 가우시안 필터는 수직( $G_y$ )과 수평( $G_x$ ) 1D 가우시안 필터의 외적으로 표현되며, 합성곱의 연관성에 따라 순차적 적용이 가능하다.

$$G(i, j) = \frac{e^{-\frac{i^2 + j^2}{2\sigma^2}}}{2\pi\sigma^2} = \underbrace{\frac{e^{-\frac{i^2}{2\sigma^2}}}{\sqrt{2\pi}\sigma}}_{G_y(i)} \cdot \underbrace{\frac{e^{-\frac{j^2}{2\sigma^2}}}{\sqrt{2\pi}\sigma}}_{G_x(j)}$$

이를 행렬 형태로 표현하면 다음과 같다.

$$\mathbf{G} = \mathbf{G}_y \cdot \mathbf{G}_x = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ \vdots \\ g_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_1 & g_2 & \cdots & g_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_1g_1 & g_1g_2 & \cdots & g_1g_k \\ g_2g_1 & g_2g_2 & \cdots & g_2g_k \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_kg_1 & g_kg_2 & \cdots & g_kg_k \end{bmatrix}$$

따라서 2D 합성곱은 1D 필터의 순차적 적용으로 계산 가능하다.

$$I * \mathbf{G} = (I * \mathbf{G}_y) * \mathbf{G}_x$$

### 2.2 (b) Complete the function convolve()

주어진 커널을 뒤집어서 컨볼루션 수행한 후 Zero-padding 적용하여 입력과 동일한 크기 유지시켰다. 중첩 for-loop을 사용하여 패치별 컨볼루션 연산을 수행한다.

### 2.3 (c) Output and the role of Gaussian filtering

Gaussian 필터 적용 후의 이미지는 부드러워지고 노이즈가 감소한다. 고주파 성분(날카로운 경계선)이 감소하여 이미지가 흐릿해지는 효과가 있다. Gaussian 필터는 3x3, 표준 편차는  $\sigma = 0.572$ 로 설정되었다.



Figure 2: Applying Gaussian filter

### 2.4 (d) Smoothing filter to sum up to 1

필터의 총합이 1이 아니면, 이미지의 밝기가 원래보다 어두워지거나 밝아질 수 있다. 필터의 총합을 1로 정규화하면 출력 이미지의 평균 밝기가 원본과 동일하게 유지된다.

### 2.5 (e) Derive the convolution kernels for derivatives

미분 연산 커널 유도

$$\mathbf{K}_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K}_y = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

### 2.6 (f) Complete the function edge detection()

$I_x$  (x 방향 기울기)와  $I_y$  (y 방향 기울기)를 계산한 후, Gradient Magnitude를 계산한다.

### 2.7 (g) Outputs and the difference between the two images



Figure 3: q3\_edge



Figure 4: q3\_edge\_gaussian

원본 이미지의 에지 맵은 경계가 선명하지만, 노이즈가 포함된다. Gaussian 필터 적용 후의 에지 맵은 노이즈가 줄어들었고, 경계선이 더 부드럽다.

### 3 Task 3: Sobel Operator

#### 3.1 (a) Relationships of Sobel filter and Gaussian filter

다음 식이 컨볼루션의 결합 법칙에 의해 성립한다.

$$(I * G_S) * k_x = I * (G_S * k_x)$$

따라서,  $G_S * k_x = S_x$  임을 증명하면 된다. 실제로 행렬 곱을 계산하면,

$$\begin{aligned} G_S * k_x &= \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} = S_x \end{aligned}$$

다음 식이 성립하므로 증명이 완료된다.

$$\frac{\partial}{\partial x}(I * G_S) = I * S_x$$

#### 3.2 (b) Complete the function sobel operator()

convolve 함수를 이용해 Gradient Magnitude를 계산한다.

#### 3.3 (c) Output



Figure 5: q2\_edge\_sobel

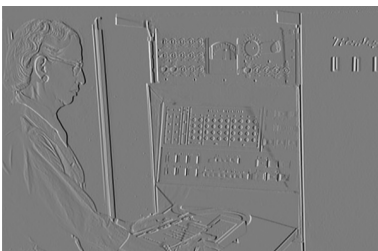


Figure 6: q2\_Gx

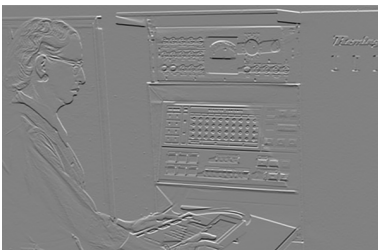


Figure 7: q2\_Gy