

Politechnika Warszawska

W Y D Z I A Ł M E C H A N I C Z N Y
E N E R G E T Y K I I L O T N I C T W A



Instytut Techniki Lotniczej i Mechaniki Stosowanej

Praca przejściowa inżynierska

na kierunku Automatyka i robotyka
w specjalności Robotyka

Komputerowy symulator systemu paliwowego w samolocie Cessna 172

Piotr Konowrocki

Numer albumu 279138

promotor
mgr inż. Sebastian Topczewski

Warszawa, 2018

Streszczenie

Ta praca prezentuje metodę symulacji systemu paliwowego w samolocie Cessna 172. Opisuje budowanie modeli zjawisk fizycznych zachodzących w trakcie lotu w poszczególnych częściach układu paliwowego. Przedstawia algorytm umożliwiający symulację w czasie rzeczywistym napisany z wykorzystaniem programowania obiektowego.

Słowa kluczowe: system paliwa, statek powietrzny, samolot, modelowanie, symulacja

Abstract

This paper presents method of real time simulation of fuel system in aircraft Cessna 172. It describes mathematical models used to compute required variables. It also shows algorithm allowing to run simulation in real time, written using object oriented programming.

Keywords: fuel system, aircraft, modeling, simulation

Spis treści

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | Wstęp | 1 |
| 1.1 | Motywacja do pracy | 1 |
| 1.2 | Zawartość pracy | 1 |
| 2 | Założenia projektowe | 3 |
| 2.1 | Założenia funkcjonalne aplikacji desktopowej | 3 |
| 2.2 | Założenia modelu matematycznego | 3 |
| 3 | Modelowanie elementów systemu | 5 |
| 3.1 | Wstęp | 5 |
| 3.2 | Model atmosfery wzorcowej | 5 |
| 3.3 | Modele matematyczne części | 6 |
| 3.3.1 | Przepływ w rurze | 6 |
| 3.3.2 | Zbiornik paliwa | 7 |
| 3.3.3 | Zawór | 7 |
| 3.3.4 | Pompa paliwa | 8 |
| 3.3.5 | Silnik | 8 |
| 3.4 | Model mechaniki lotu | 9 |
| 3.4.1 | Lot stabilny | 9 |
| 3.4.2 | Lot wznoszący | 10 |
| 3.5 | Pozostałe założenia modelu | 11 |
| 4 | Aplikacja desktopowa | 13 |
| 4.1 | Opis i wymagania sprzętowe | 13 |
| 4.2 | Zastosowane technologie | 13 |
| 4.3 | Struktura aplikacji | 14 |
| 4.4 | Interfejs graficzny | 15 |
| 4.5 | Algorytm działania | 15 |
| 4.5.1 | Silnik | 15 |
| 4.5.2 | Rura przepływowa | 18 |
| 4.5.3 | Pompa paliwa | 19 |
| 4.5.4 | Zbiornik | 20 |
| 4.5.5 | Zawór | 20 |
| 5 | Weryfikacja | 23 |
| 5.1 | Weryfikacja wymagań dla aplikacji desktopowej | 23 |
| 5.2 | Weryfikacja modelu matematycznego | 24 |
| 6 | Podsumowanie | 31 |

Rozdział 1

Wstęp

1.1 Motywacja do pracy

Motywacją do napisania pracy była chęć do stworzenia aplikacji, która umożliwiała by zaobserwowanie zjawisk zachodzących podczas pracy systemu paliwowego w samolocie, wraz z możliwością obliczenia ilości paliwa niezbędnej do lotu. Nie opierając się przy tym jednakże na danych empirycznych z baz danych lotów takich jak na przykład The Base of Aircraft Data.

1.2 Zawartość pracy

Praca prezentuje metodę symulacji systemu paliwa w samolocie górnopłatowym jednosilnikowym Cessna 172. Zawiera opis i wyprowadzenie modeli matematycznych zjawisk zachodzących podczas przepływu paliwa w trakcie lotu w poszczególnych elementach systemu, oparty na pomysłach[7] Bela P. Collinsa sposób na obliczanie ilości paliwa niezbędnego do lotu, a także charakterystykę standardowego modelu atmosfery wzorcowej[2] (ISO 2533:1975) zaproponowanego przez Międzynarodową Organizację Normalizacyjną w 1975 roku. Znajduje się tu też opis aplikacji, napisanej przy użyciu platformy .NET oraz jej głównego języka - C#, pozwalającej na wizualizację obliczanych wartości w sposób podobny jak w rzeczywistym samolocie. Opisane są tu też metody implementacji modeli matematycznych z wykorzystaniem konwencji programowania obiektowego.

Rozdział 2

Założenia projektowe

2.1 Założenia funkcjonalne aplikacji desktopowej

Głównymi cechami jakimi miała odznaczać się aplikacja były:

- wizualizacja procesów zachodzących podczas lotu w czasie rzeczywistym
- możliwość zapisu wyników obliczeń w trakcie symulacji do pliku w formacie obsługiwanym przez arkusze kalkulacyjne
- opcja wczytania profilu lotu z pliku tekstowego

2.2 Założenia modelu matematycznego

Podczas procesu walidacji algorytmu nie opierano się na danych empirycznych z lotów Cessny 172, z racji rozbieżności i braku możliwości weryfikacji owych danych. Skupiono się raczej na sprawdzeniu poprawności przewidywania przepływu paliwa w szerokim zakresie warunków pracy. Najważniejszymi z manewrów które przebadano były faza wznoszenia samolotu, oraz faza lotu stabilnego na różnych wysokościach i w różnych warunkach atmosferycznych. Proces walidacji algorytmu przedstawiony jest w rozdziale 5.

Rozdział 3

Modelowanie elementów systemu

3.1 Wstęp

W latach 80. XX wieku, B.P.Collins zaproponował algorytm [7] przewidujący zużycie paliwa stworzony na podstawie koncepcji zasady zachowania energii, która mogła by być wyrażona jako $(energia\ dostarczona) - (energia\ stracona) = (zmiana\ energii)$. Jej opis w ramach mechaniki lotu mógłby być przedstawiony jako

$$f(E_T) - f(E_D) = f(\Delta KE) + f(\Delta PE) \quad (3.1)$$

gdzie E_T to energia napędu, E_D to energia oporów, a ΔKE i ΔPE to odpowiednio zmiany w energii kinetycznej i potencjalnej. Algorytm zakładał, że wszelkie zmiany energii podczas lotu powinny być równoważone zmianą w ilości spalanego paliwa. Jedynymi zmiennymi w trakcie lotu niezbędnymi do obliczeń przy użyciu algorytmu Collinsa były waga samolotu i profil lotu.

Do obliczenia przepływu paliwa i spadku ciśnienia w poszczególnych elementach[1] systemu zastosowana została zasada zachowania masy. Dla przepływu nieściśliwego w węźle równanie ciągłości jest wyrażone jako

$$\sum_{i=1}^n Q_i = 0 \quad (3.2)$$

gdzie Q_i to i-ty przepływ w węźle. Oraz równanie ciągłości energii na jednostkę masy na linii prądu. Dla płynu nieściśliwego w rurze przy założeniu braku zmian energii potencjalnej w węzłach, równanie może zostać zapisane jako

$$\frac{p_a}{\rho g_0} + \frac{V_a^2}{2g_0} + z_a = \frac{p_b}{\rho g_0} + \frac{V_b^2}{2g_0} + z_b + h_w \quad (3.3)$$

gdzie p_a , p_b reprezentują ciśnienie i V_a , V_b prędkość. h_w to straty energii w wyniku tarcia, a g_0 to przyspieszenie ziemskie.

Na potrzeby zamiany CAS na TAS dodany został także model atmosfery opublikowany [2] przez Międzynarodową Organizację Normalizacyjną (MON).

3.2 Model atmosfery wzorcowej

Model atmosfery wzorcowej zaproponowany przez Międzynarodową Organizację Normalizacyjną opisuje pionowy rozkład ciśnienia, temperatury i gęstości powietrza. Standardowe warunki atmosferyczne panujące na poziomie morza są opisywane przez model jako:

- Standardowa temperatura powietrza $T_0 = 288,15[K]$

- Standardowa ciśnienie atmosferyczne $p_0 = 101325[Pa]$
- Standardowa gęstość powietrza $\rho_0 = 1,225[\frac{kg}{m^3}]$

Inne stałe fizyczne definiowane przez MON to:

- Wykładnik adiabaty $\kappa = 1,4$
- Stała gazowa dla powietrza $R = 287,05287[\frac{m^2}{Ks^2}]$
- Przyspieszenie ziemskie $g_0 = 9,80665[\frac{m}{s^2}]$
- Gradient temperatury dla wysokości poniżej tropopauzy $\beta_{T,<} = -0,0065[\frac{K}{m}]$

Korzystając z tych parametrów temperatura powietrza może być ustalona jako:

$$T = T_0 + \beta_{T,<}H \quad (3.4)$$

Natomiast wartość ciśnienia powietrza może być wyliczona z zależności:

$$p = p_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{\frac{g_0}{\beta_{T,<}R}} \quad (3.5)$$

Przy użyciu obliczonego ciśnienia i temperatury na danej wysokości możemy obliczyć gęstość powietrza:

$$\rho = \frac{p}{RT} \quad (3.6)$$

Korzystając z powyższych równań CAS może być zamienione na TAS korzystając z równania:

$$V_{TAS} = \left(\frac{2p}{\mu\rho} \left(\left(1 + \frac{p_0}{p} \left(\left(1 + \frac{\mu\rho_0 V_{CAS}^2}{2p_0} \right)^\mu - 1 \right)^\mu - 1 \right) \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.7)$$

$$\mu = \frac{\kappa - 1}{\kappa} \quad (3.8)$$

3.3 Modele matematyczne części

3.3.1 Przepływ w rurze

Dla przepływu nieściśliwego spadek ciśnienia może być wyprowadzony prosto z równania 3.3 jako

$$p_a - p_b = \rho f(Q, D) \frac{8Q^2 L}{\Pi^2 D^5} \quad (3.9)$$

gdzie ρ to gęstość cieczy, μ to lepkość dynamiczna paliwa, f to współczynnik tarcia dla rur o przekroju kołowym obliczany jak poniżej dla liczby Reynoldsa Re z równania 3.12

- przepływ laminarny $Re \leq 2000$

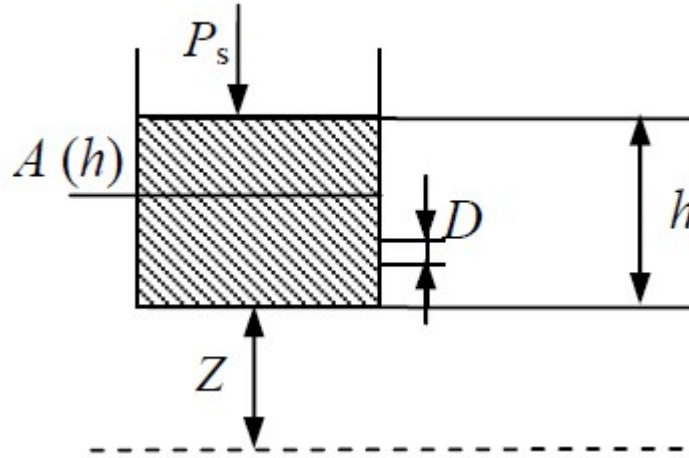
$$f(Q, D) = \frac{64}{Re} \quad (3.10)$$

- przepływ turbulentny $Re > 2000$ (równanie Colebrooka–White'a)

$$\frac{1}{\sqrt{f(Q, D)}} = -2 \log \left(\frac{2,51}{Re \sqrt{f(Q, D)}} \right) \quad (3.11)$$

$$Re = \frac{4\rho Q}{\Pi\mu D} \quad (3.12)$$

3.3.2 Zbiornik paliwa



Rysunek 3.1: Model zbiornika paliwa

Ilustracja modelu zbiornika paliwa jest pokazana na Rysunku 3.1. Gdzie Z to parametr wysokości zbiornika, P_s to ciśnienie nad cieczą i h to wysokość cieczy, $A(h)$ jest zależnością powierzchni przekroju od wysokości zbiornika. W takim modelu jedyną zmienną, która ma wpływ na energię potencjalną paliwa jest wysokość cieczy h . Masę cieczy i ciśnienie w zbiorniku w trakcie symulacji możemy obliczyć jako

$$m = m_0 - \int_0^t Q(\tau) d\tau \quad (3.13)$$

$$m_0 = \rho \int_0^h A(z) dz \quad (3.14)$$

$$p = P_s + \rho g_0 h \quad (3.15)$$

3.3.3 Zawór

Stworzony model zaworu pozwala na zmianę jego stanu na jedną z trzech pozycji, odpowiadającą pobieraniu paliwa z lewego, z obu, bądź prawego zbiornika. Każda z pozycji ma przypisaną wartość współczynnika B odpowiednio 0, 0,5, 1, wartość B zmienia się w sposób ciągły, dzięki czemu możliwe jest modelowanie czasu t_0 zmiany pozycji. Równania dla zaworu podobnie jak dla rury możemy wyprowadzić bezpośrednio z równania 3.3 oraz 3.2 jako:

$$Q_r = BQ \quad (3.16)$$

$$Q_l = (1 - B)Q \quad (3.17)$$

$$p = p_l + p_r - h_L + \frac{2\rho Q_r^2}{\Pi D_r^2} + \frac{2\rho Q_l^2}{\Pi D_l^2} - \frac{2\rho Q^2}{\Pi D^2} \quad (3.18)$$

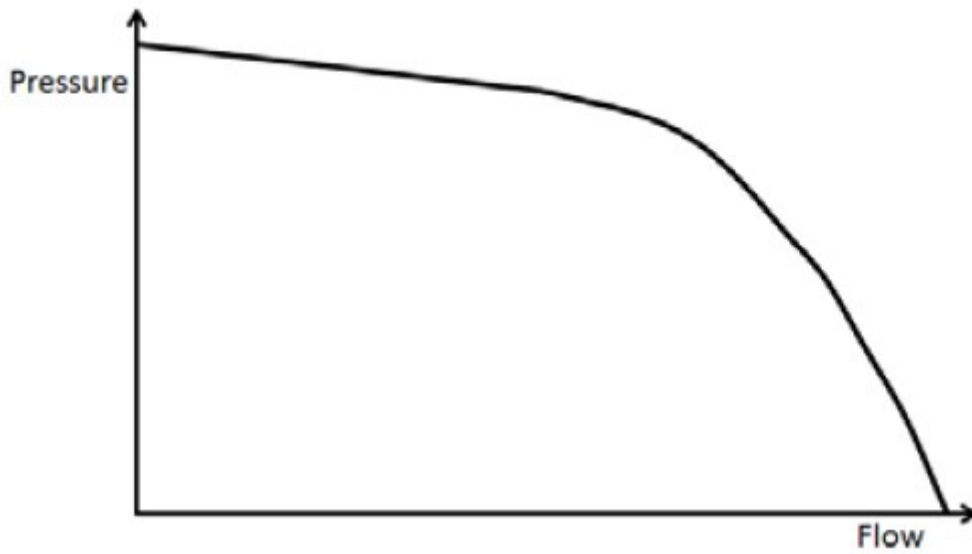
gdzie Q_r, Q_l, p_r, p_l to odpowiednio przepływy i wartości ciśnień w prawej i lewej odnodze zaworu, a h_L to straty ciśnienia wynikające z mieszania się cieczy. Ciągła zmiana wartości współczynnika B następuje w sposób iteracyjny jak na 3.19 dla ustalonej wartości dt oznaczającej krok

czasowy symulacji.

$$B^{i+1} = \begin{cases} B^i + \operatorname{sgn}(B_n - B^i) \frac{dt}{t_0} & \text{dla } |B_n - B^i| > \frac{dt}{t_0} \\ B_n & \text{dla } |B_n - B^i| \leq \frac{dt}{t_0} \end{cases} \quad (3.19)$$

3.3.4 Pompa paliwa

Model pompy paliwa zastosowanej w symulacji wykorzystuje w swoim działaniu charakterystyki urządzeń dostępnych na stronach producentów, przykładowa zależność ciśnienia i przepływu w pompie przedstawiona została na rysunku 3.2. Działanie modelu polega na znalezieniu mocy P i ciśnienia p na podstawie danego przepływu Q .



Rysunek 3.2: Typowy wykres zależności ciśnienia od przepływu w pompie

$$P = P(Q) \quad (3.20)$$

$$p = p(Q) \quad (3.21)$$

3.3.5 Silnik

Matematyczny model silnika, na podstawie mocy potrzebnej do lotu oblicza ilość potrzebnego do tego paliwa. Przy założeniu że $\Delta h_f [\frac{J}{kg}]$ to stała wartość energii wyzwanej z jednostki masy paliwa m_f , możemy obliczyć moc generowaną przez silnik jako $\dot{m}_f h_f$. Przepływ paliwa niezbędny do utrzymania kursu samolotu możemy obliczyć jako:

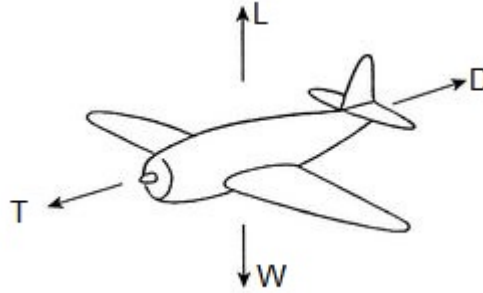
$$\dot{m}_f = Q\rho \quad (3.22)$$

$$Q = \frac{P_{req}}{\eta \rho h_f} \quad (3.23)$$

gdzie P_{req} to moc niezbędna do lotu, a η jest ogólnym współczynnikiem wydajności silnika wynikającym z przemian energii chemicznej, kolejno w ciepło, energię mechaniczną i użyteczną pracę w postaci ciągu.

3.4 Model mechaniki lotu

3.4.1 Lot stabilny



Rysunek 3.3: Schemat sił działających na samolot podczas stabilnego lotu

Dla maszyny w trakcie stabilnego lotu jak na rysunku 3.3 siła napędowa T jest równoważona przez siłę oporów D , natomiast siła nośna L jest równa sile ciężkości W . Dodatkowa siła ciągu przekraczająca siłę oporów ruchu może zostać zastosowana do przyspieszenia samolotu - zwiększenia jego energii kinetycznej bądź wzniesienia się maszyny - podniesienie energii potencjalnej. Całkowita siła oporów powietrza składa się z oporu pasożytniczego - rosnącego z kwadratem prędkości oraz oporu indukowanego - wynikającego z siły nośnej i malejącego wraz z kwadratem prędkości.

$$C_D = C_{D_0} + \frac{C_L^2}{\Pi e A R} \quad (3.24)$$

$$L = \frac{1}{2} \rho V_{TAS}^2 S C_L \quad (3.25)$$

$$D = \frac{1}{2} \rho V_{TAS}^2 S C_D \quad (3.26)$$

stąd:

$$D = \frac{1}{2} \rho V_{TAS}^2 S C_{D_0} + \frac{L^2}{\frac{1}{2} \rho V_{TAS}^2 S} \left(\frac{1}{\Pi e A R} \right) \quad (3.27)$$

pamiętając o tym że

$$L = W \quad (3.28)$$

można przekształcić równanie 3.27 do wygodnej postaci zawierającej W :

$$D = \frac{1}{2} \rho V_{TAS}^2 S C_{D_0} + \frac{W^2}{\frac{1}{2} \rho V_{TAS}^2 S} \left(\frac{1}{\Pi e A R} \right) \quad (3.29)$$

Aby utrzymać stały lot musi być spełniony warunek:

$$T_{req} = D \quad (3.30)$$

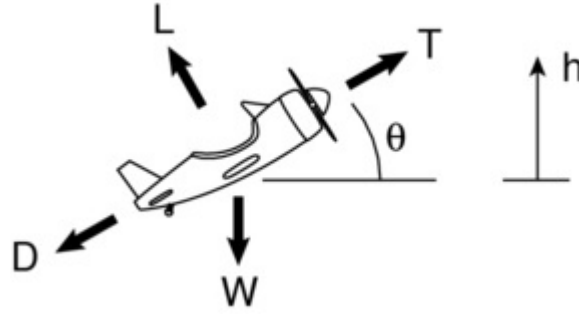
który to może być przekształcony na wymiar mocy jako:

$$P_{req} = T_{req} V_{TAS} = D V_{TAS} \quad (3.31)$$

Korzystając z zależności 3.29 i 3.31 uzyskać można:

$$P_{req} = \frac{1}{2} \rho V_{TAS}^3 S C_{D_0} + \frac{W^2}{\frac{1}{2} \rho V_{TAS} S} \left(\frac{1}{\Pi e A R} \right) \quad (3.32)$$

3.4.2 Lot wznoszący



Rysunek 3.4: Schemat sił działających na samolot podczas lotu wznoszącego

Każda nadwyżka mocy ponad tą potrzebną do zrównoważenia oporów ruchu, może być przekształcona w zmianę energii kinetycznej lub potencjalnej. Rozpisując stan równowagi sił jak na rysunku 3.4 otrzymujemy:

$$L - W \cos \theta = \frac{W}{g_0} V_{TAS} \frac{d\theta}{dt} \quad (3.33)$$

$$T - D - W \sin \theta = \frac{W}{g} V_{TAS} \frac{dV_{TAS}}{dt} \quad (3.34)$$

gdzie $V_{TAS} \frac{d\theta}{dt}$ to przyspieszenie normalne do trajektorii lotu, a $\frac{dV_{TAS}}{dt}$ to przyspieszenie prostopadłe do trajektorii lotu. Zmiana wysokości samolotu (prędkość wznoszenia) może być więc opisana jako:

$$\frac{dh}{dt} = V_{TAS} \sin \theta = V_{TAS} \left(\frac{T - D}{W} \right) - \frac{V_{TAS}}{g_0} \frac{dV_{TAS}}{dt} \quad (3.35)$$

co po przekształceniach możemy zapisać jako

$$TV_{TAS} - DV_{TAS} = W \frac{dh}{dt} + \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \frac{W}{g_0} V_{TAS}^2 \right) \quad (3.36)$$

czyli

$$P_{available} - P_{req} = W \frac{dh}{dt} + \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \frac{W}{g_0} V_{TAS}^2 \right) \quad (3.37)$$

opisując otrzymane równanie okazuje się, że

(nadwyżka mocy) = (zmiana energii potencjalnej) + (zmiana energii kinetycznej),
co jest wnioskiem analogicznym do tego postawionego przez Bella P. Collinsa w [7].

| | |
|--------|----------------------|
| ρ | $804 \frac{kg}{m^3}$ |
| μ | $2cSt$ |
| h_c | $42,8MJ$ |

Tablica 3.1: Właściwości paliwa

| | |
|-----------|------------|
| AR | $7,45$ |
| e | $0,84$ |
| M_0 | $711,23kg$ |
| C_{D_0} | $0,0341$ |

Tablica 3.2: Właściwości samolotu

3.5 Pozostałe założenia modelu

Najważniejszym z pozostałych założeń dokonanych w ramach budowy modelu był opis paliwa. Wybrany został bardzo prosty model, bazujący na popularnym paliwie lotniczym *Jet – A*, nie uwzględniający zmian gęstości i lepkości cieczy pod wpływem zmiany temperatury. Wartości użyte w modelu przedstawione są w tabeli 3.1. Stałe dotyczących właściwości fizycznych samolotu, niezbędnych do obliczeń mechaniki lotu przedstawione są w tabeli 3.2.

Rozdział 4

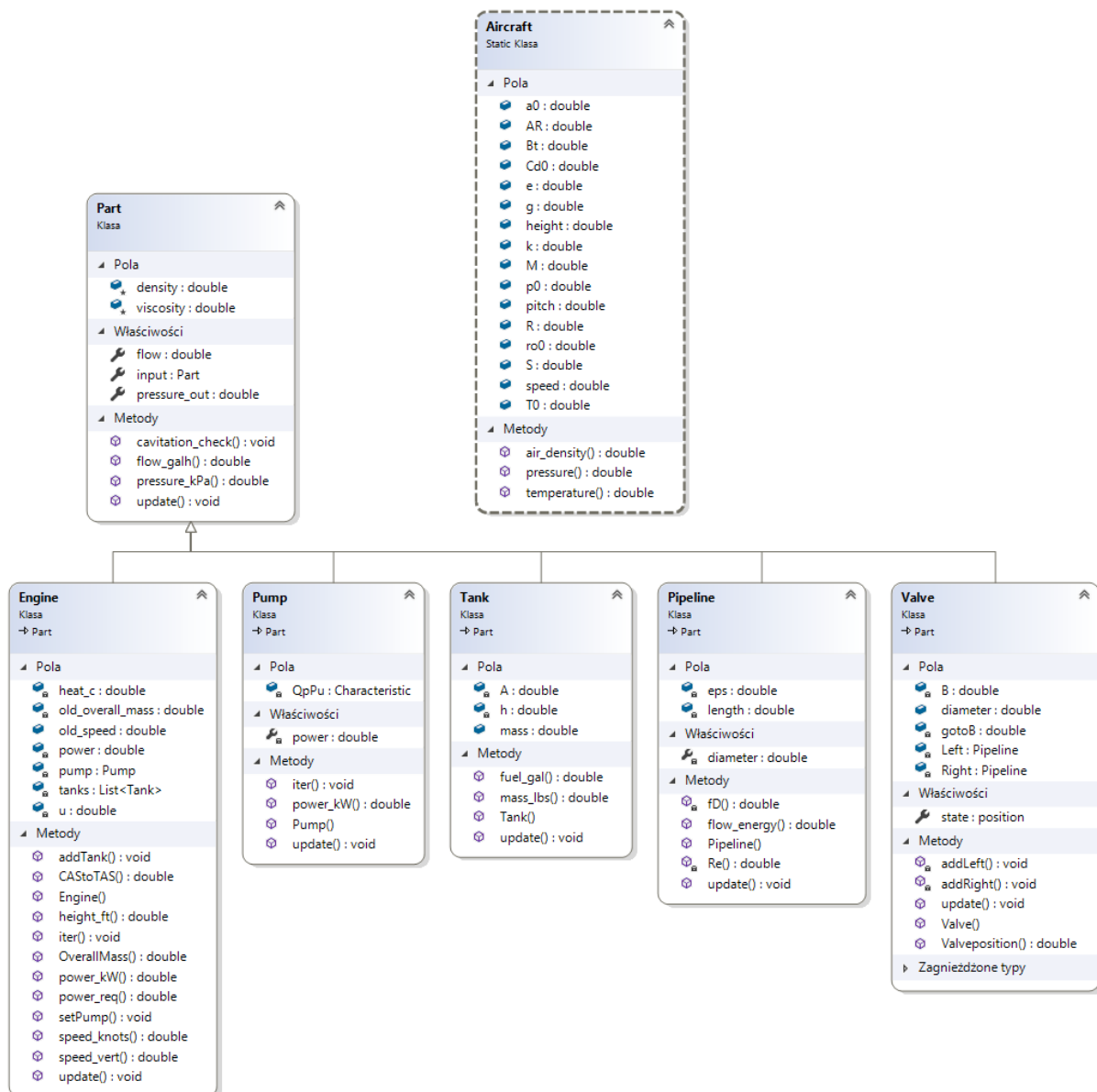
Aplikacja desktopowa

4.1 Opis i wymagania sprzętowe

Aplikacja implementująca algorytm, służąca za symulator została oparta na platformie .NET, stąd też podstawowym warunkiem działania programu jest komputer z systemem Windows wraz z zainstalowanym frameworkiem .NET w wersji co najmniej 4.0.

4.2 Zastosowane technologie

Aplikacja została stworzona z wykorzystaniem platformy .NET, ponieważ zawiera ona wiele usprawnień dzięki którym tworzenie aplikacji z interfejsem graficznym jest zdecydowanie prostsze. Część platformy o nazwie Windows Presentation Foundation (WPF) wraz z przeznaczonym wyłącznie do projektowania interfejsów użytkownika językiem XAML pozwala na całkowite oddzielenie warstwy prezentacji aplikacji od warstwy logiki i danych. Sama warstwa implementująca algorytmy została napisana przy wykorzystaniu podstawowego języka programowania platformy .NET - C#.



Rysunek 4.1: Diagram klas odpowiedzialnych z symulację systemu

4.3 Struktura aplikacji

Aplikacja została stworzona zgodnie z paradygmatem programowania obiektowego (OOP) - jest ona zdefiniowana za pomocą obiektów komunikujących się między sobą w celu wykonania obliczeń. W założeniach podejście takie powinno ułatwić konserwację oraz ewentualne rozszerzanie projektu o kolejne funkcjonalności. Struktura programu została przedstawiona na rysunku 4.1 jako diagram klas wykorzystanych w symulacji.

Korzystając z założeń polimorfizmu i dziedziczenia OOP, możemy wyróżnić dwie główne składowe klasy programu. Pierwszą z nich jest klasa bazowa *Part*, po której dziedziczą klasy *Engine*, *Pump*, *Tank*, *Pipeline* i *Valve*, która wraz metodą wirtualną *update()* pozwala na łatwy dostęp do wszystkich elementów systemu. Kolejną częścią jest klasa statyczna *Aircraft* zawierająca pola opisujące stałe wykorzystane w algorytmie, oraz metody odpowiedzialne za obliczanie warunków atmosferycznych.



Rysunek 4.2: Interfejs graficzny programu

4.4 Interfejs graficzny

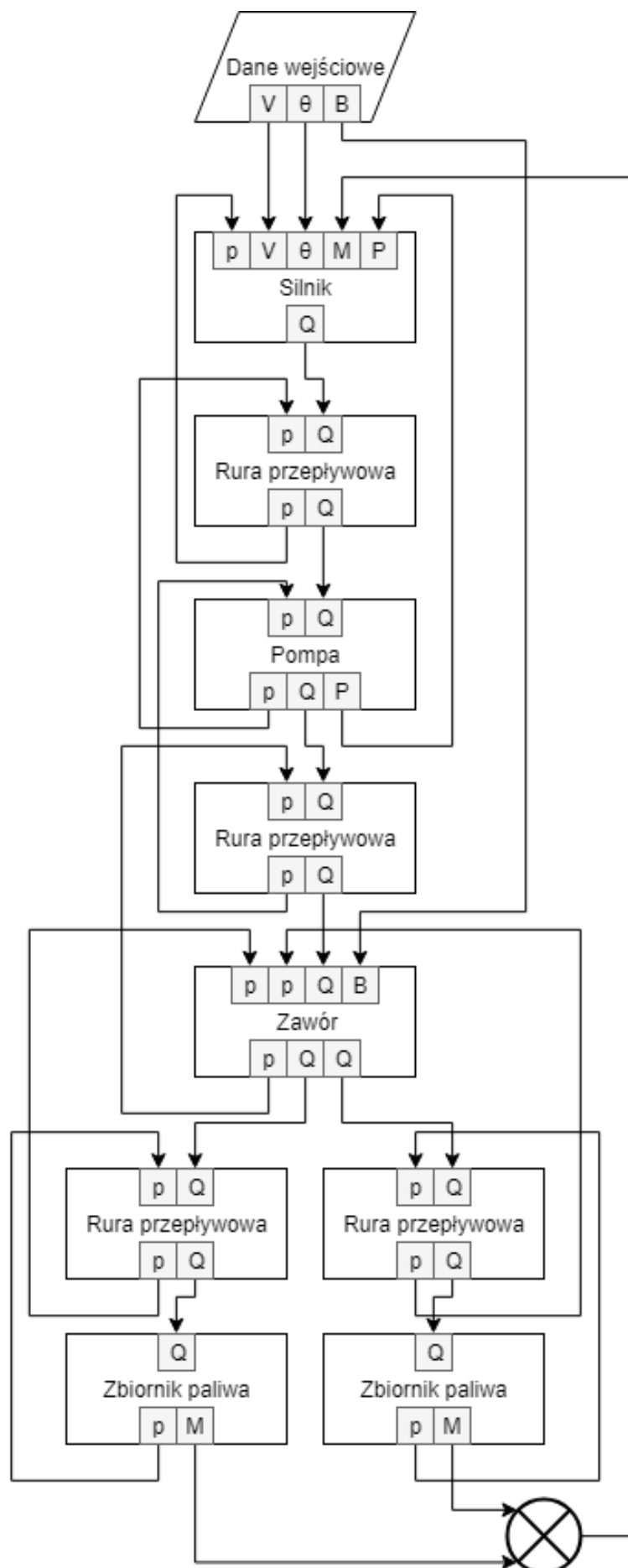
Bardzo ważną częścią programu było odpowiednie przedstawienie procesów zachodzących podczas symulacji. Jak widać na rysunku 4.2 zostały do tego wykorzystane okrągłe wskaźniki, udostępnione w ramach *Universal Windows Platform*, najbardziej zbliżone do tych występujących w kokpicie Cessny 172. Znajduje się tu także pokrętło umożliwiające zmianę zbiornika z którego jest pobierane paliwo. Po lewej stronie okna znajduje się także piktoqram samolotu, z zaznaczonymi zbiornikami paliwa oraz rurami przepływowymi, pozwalający na szybką kontrolę ilości pozostałego paliwa oraz działanie przewodów paliwowych. Dolną część okna zajmuje część odpowiedzialna za wczytanie symulowanej ścieżki lotu albo manualne sterowanie wartościami zadawanymi w symulacji.

4.5 Algorytm działania

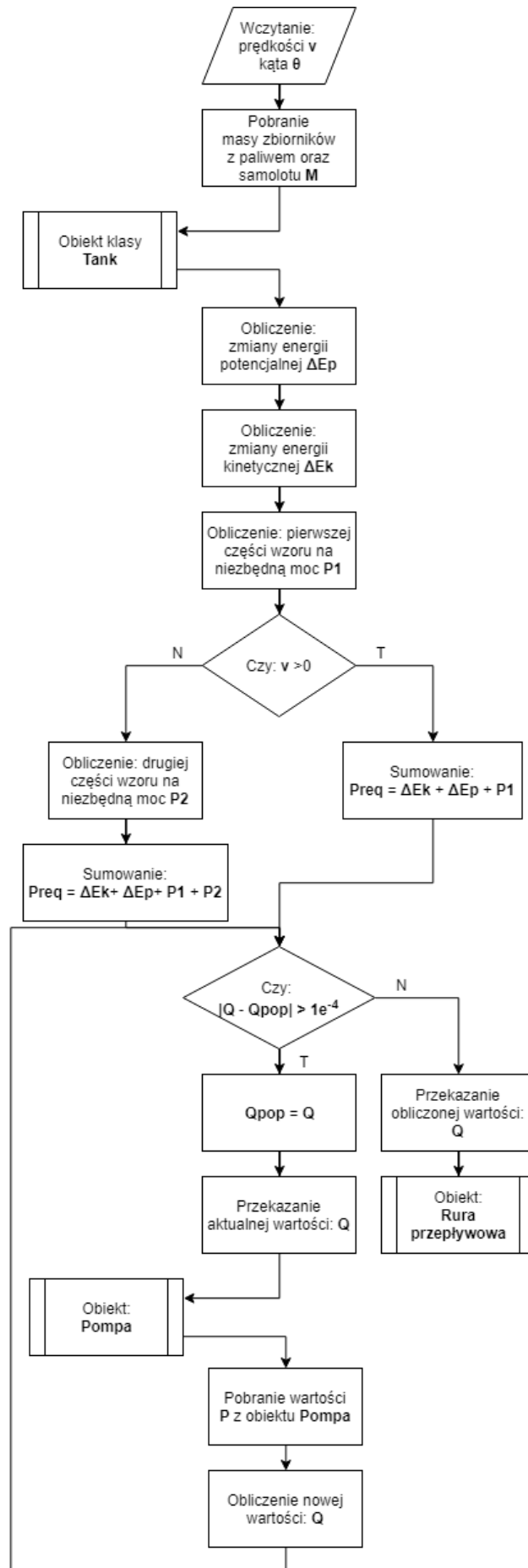
Algorytm (rysunek 4.3) działania oparty jest na modelu matematycznym opisanym w rozdziale 3, w kolejnych podrozdziałach przedstawione zostaną algorytmy działania poszczególnych klas składowych.

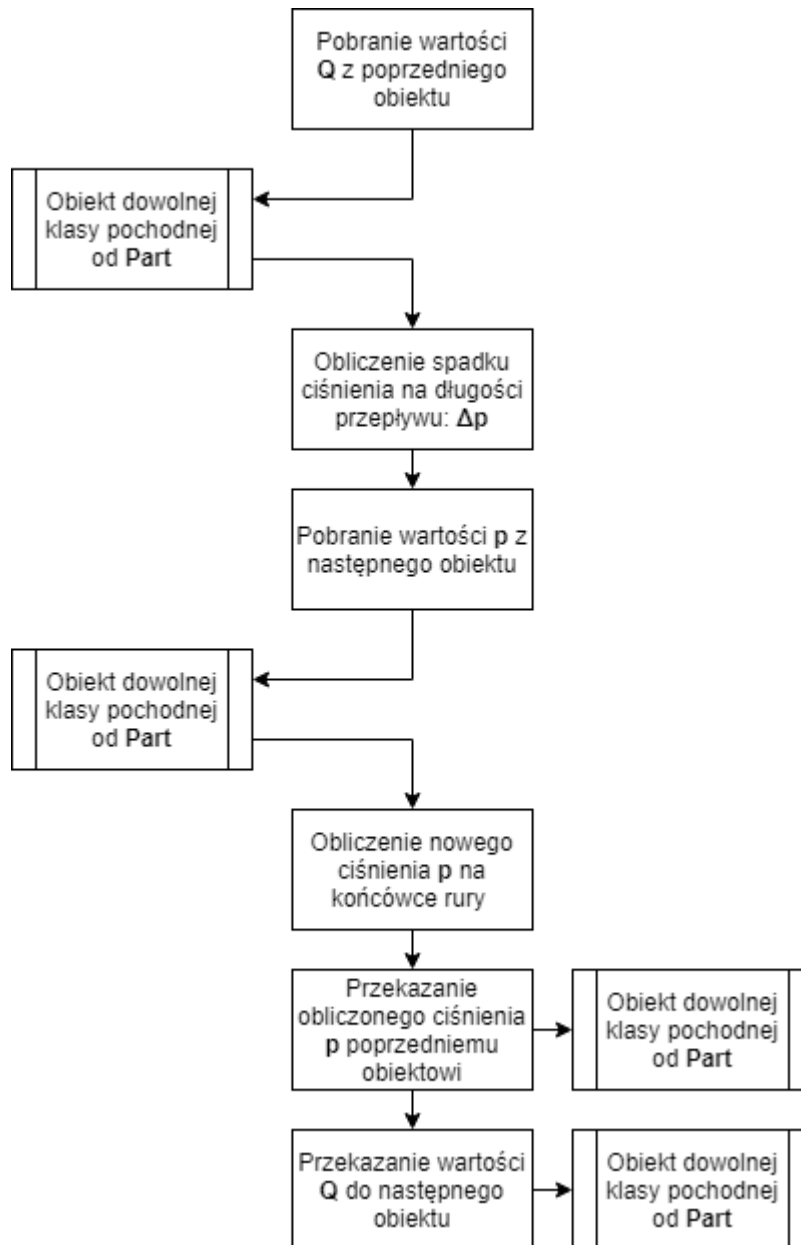
4.5.1 Silnik

Algorytm działania klasy odpowiedzialnej za symulację silnika przedstawiony jest na rysunku 4.4, odpowiednie wartości obliczanie są w nim na podstawie wzorów z rozdziału 3.4 - odpowiedzialnych za obliczenie mocy niezbędnej do utrzymania trajektorii lotu, oraz z rozdziału 3.3.5 które pozwalają na zamianę jednostek mocy i energii na jednostki ilości paliwa i przepływu.



Rysunek 4.3: Wysokopoziomowy algorytm działania programu

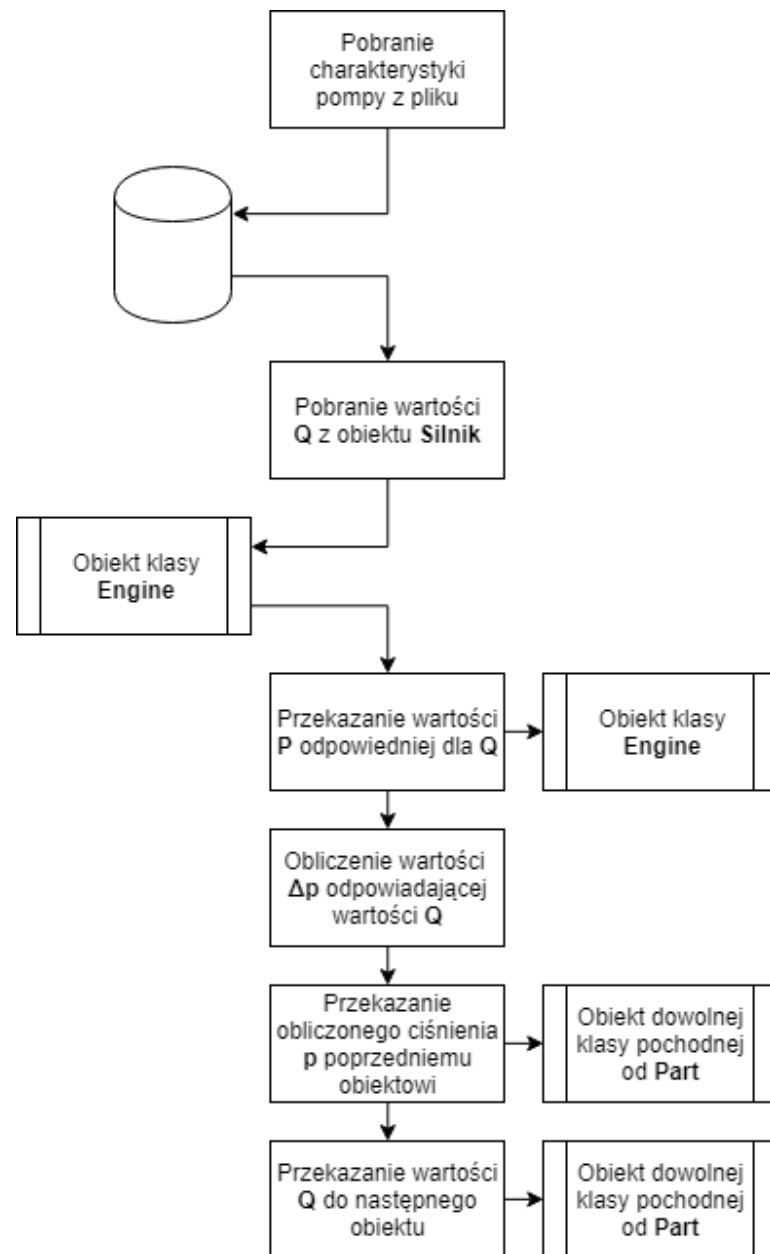
Rysunek 4.4: Dokładny algorytm działania klasy *Engine*



Rysunek 4.5: Dokładny algorytm działania klasy *Pipeline*

4.5.2 Rura przepływowa

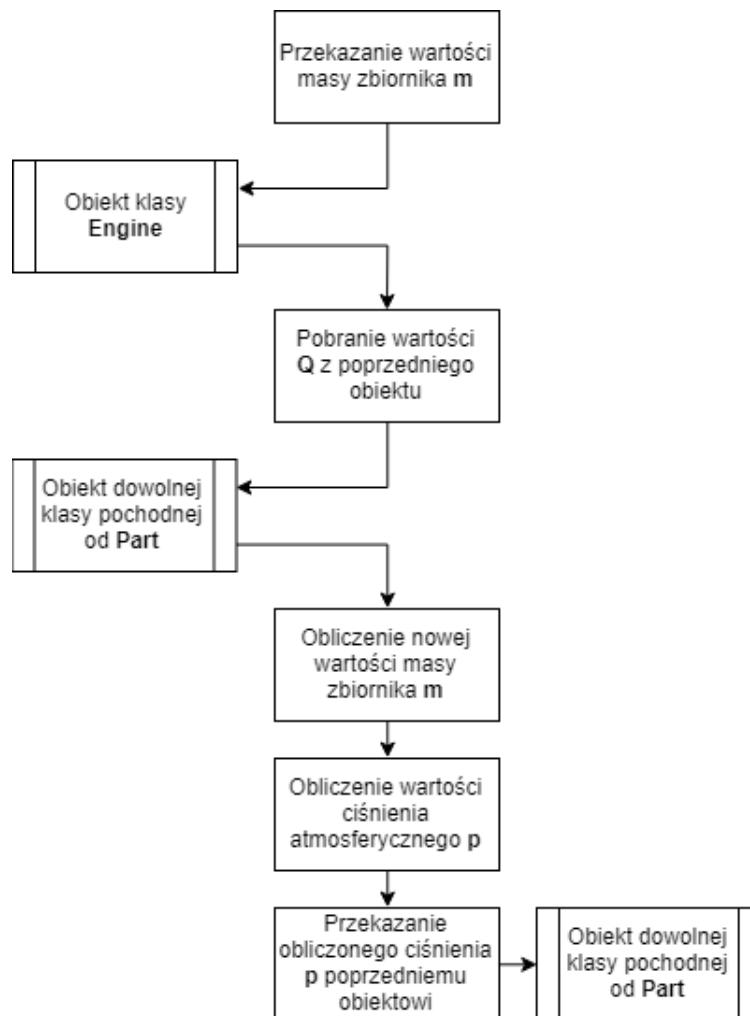
Na rysunku 4.5 pokazany jest algorytm działania klasy *Pipeline*, nieściśływy przepływ modelowany jest w tym algorytmie z wykorzystaniem wzorów 3.9 - 3.12.



Rysunek 4.6: Dokładny algorytm działania klasy *Pump*

4.5.3 Pompa paliwa

Zaimplementowany algorytm symulacji pompy paliwa przedstawiony na rysunku 4.6 opiera się na pobranej ze strony producenta charakterystyce zależności mocy P i ciśnienia p od zadanego przepływu Q .



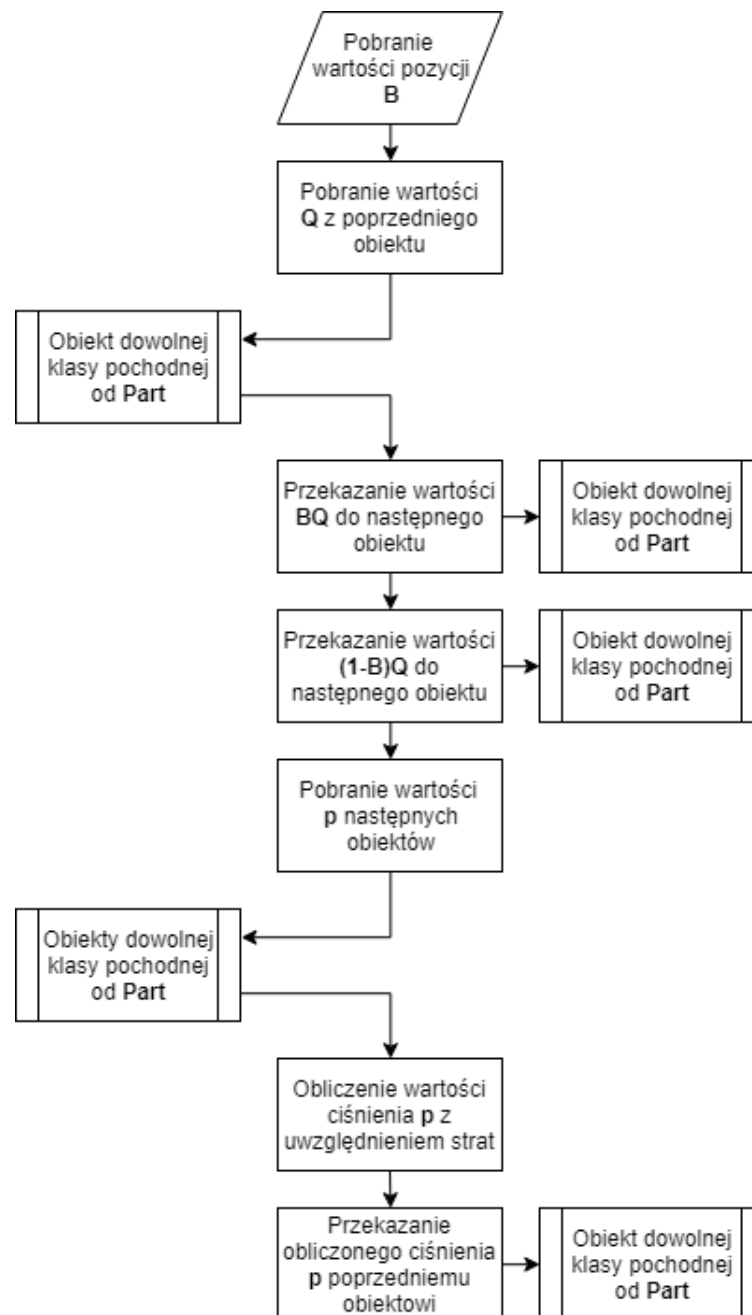
Rysunek 4.7: Dokładny algorytm działania klasy *Tank*

4.5.4 Zbiornik

Na rysunku 4.7 przedstawiony jest algorytm działania obiektu symulującego zbiornik paliwa. Implementuje on równania 3.13 - 3.15, korzystając z metody prostokątów w ramach implementacji równania 3.14.

4.5.5 Zawór

Algorytm działania klasy *Valve* pokazany na rysunku 4.8 implementuje w swojej strukturze równania 3.16 - 3.19, ze szczególną uwagą na 3.19, tak aby zapobiec problemom związanym z dyskretyzacją procesu.



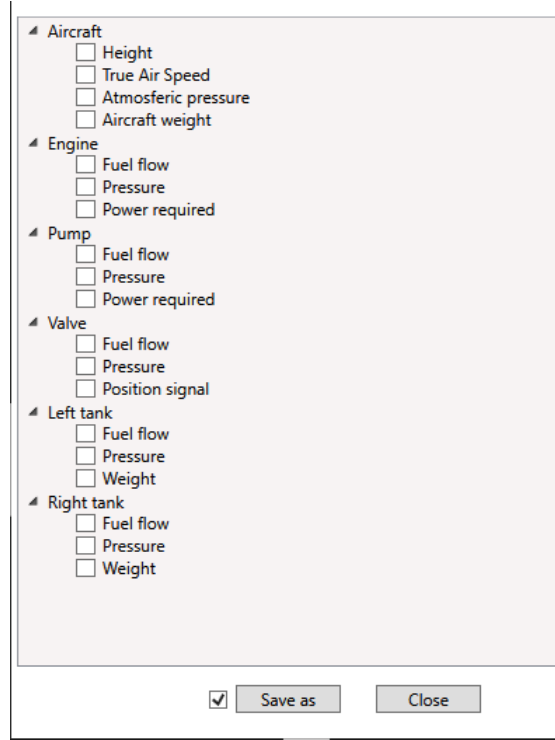
Rysunek 4.8: Dokładny algorytm działania klasy *Valve*

Rozdział 5

Weryfikacja

5.1 Weryfikacja wymagań dla aplikacji desktopowej

Aplikacja pozwala na zapis wyników symulacji do pliku **.csv* co umożliwia z kolei prosty import tych danych w arkuszach kalkulacyjnych i pakietach obliczeniowych. Okienko zapisu zostało przedstawione na rysunku 5.1. Moduł wczytywania danych z pliku **.txt* widoczny jest na rysunku 4.2 znajdującym się w poprzednim rozdziale. Największą trudnością było zapewnienie możliwości wizualizacji problemów zachodzących podczas lotu w czasie rzeczywistym. Rozwiązaniem okazała się dostarczana przez platformę .NET możliwość programowania asynchronicznego oraz dostarczone w wersji 4.5 modyfikatory *async* i *await* pozwalające na wykonywanie pewnych zadań w tle, zachowując przy tym prostą strukturę tradycyjnego kodu sekwencyjnego.



Rysunek 5.1: Okienko zapisu danych w aplikacji

5.2 Weryfikacja modelu matematycznego

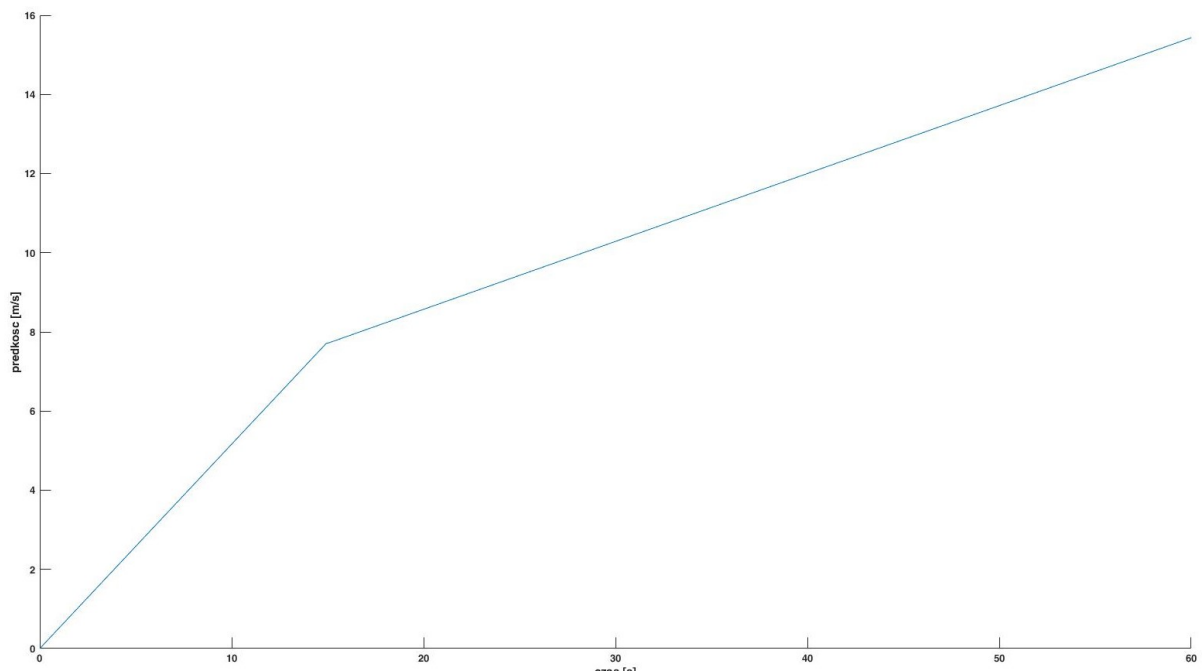
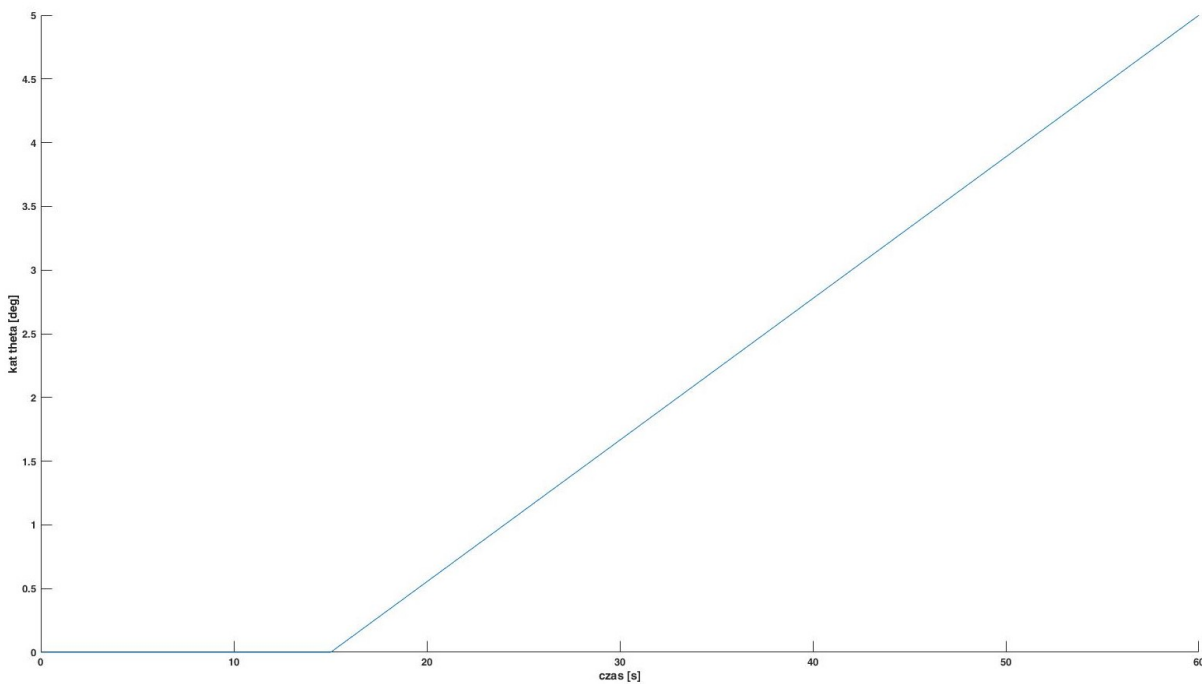
Obliczenie równania przepływu w sposób analityczny wymaga rozwiązania układu równań różniczkowych 5.1, dlatego też w celu uzyskania wyniku użyty został pakiet obliczeniowy MATLAB. Do numerycznego rozwiązania został wykorzystany solver ode45, implementujący jawną metodę Rungego-Kutty 4 i 5 rzędu.

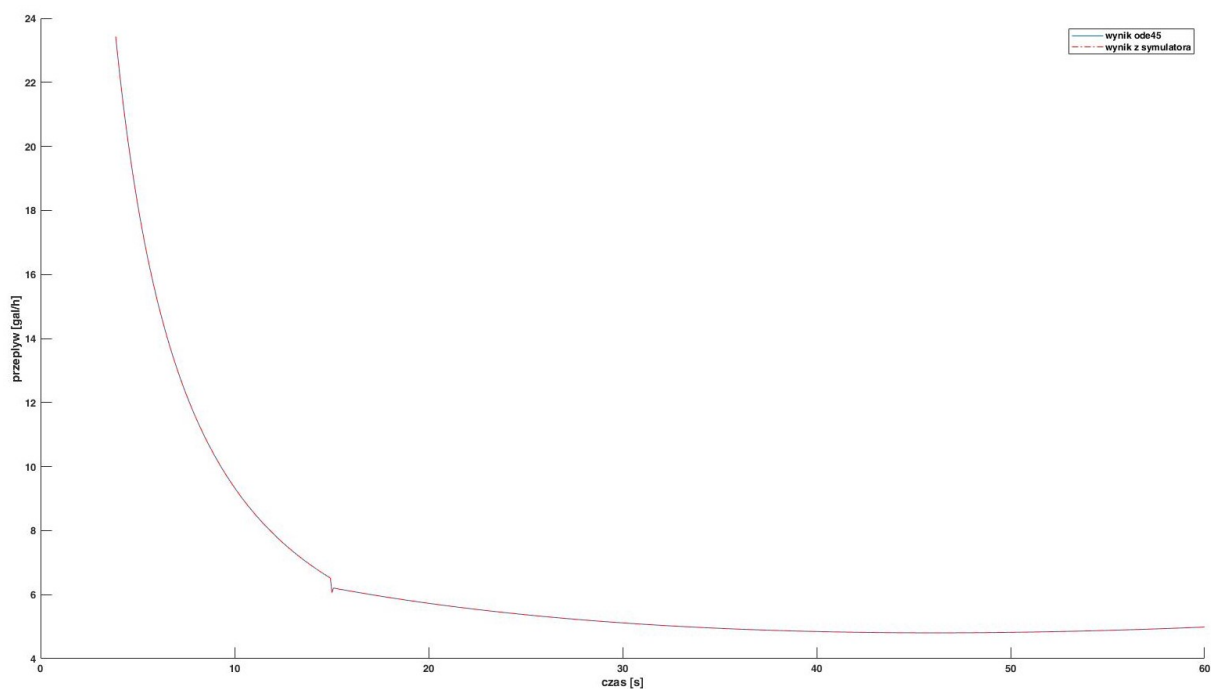
$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{H} = V_{CAS} \sin(\theta) \\ T = T_0 + \beta_T H \\ p = p_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{\frac{g_0}{\beta_T, < R}} \\ \rho = \frac{p}{RT} \\ V_{TAS} = \left(\frac{2p}{\mu \rho} \left(\left(1 + \frac{p_0}{p} \left(1 + \frac{\mu \rho_0 V_{CAS}^2}{2p_0} \right)^{\frac{1}{\mu}} - 1 \right) \right)^{\mu} - 1 \right)^{\frac{1}{2}} \\ \mu = \frac{\kappa - 1}{\kappa} \\ \dot{m} h_f \eta = \frac{1}{2} \rho V_{TAS}^3 S C_{D_0} + \frac{(M_0 + m)^2}{\frac{1}{2} \rho V_{TAS} S} \frac{1}{\Pi e A R} + (M_0 + m) V_{TAS} \dot{V}_{TAS} + \frac{1}{2} \dot{m} V_{TAS}^2 + (M_0 + m) g_0 \dot{H} \\ Q = \frac{\dot{m}}{\rho} \end{array} \right. \quad (5.1)$$

Pierwszym sprawdzonym przypadkiem jest pierwsze 60 sekund fazy lotu wznoszącego, dla wartości zadanych V_{CAS} i θ przedstawionych odpowiednio na rysunkach 5.2 i 5.3, obliczony został przepływ paliwa, zarówno przez algorytm ode45 jak i metodą zaimplementowaną w aplikacji symulatora. Wyniki dla obu metod są przedstawione na rysunku 5.4. Nagły przeskok natężenia przepływu między 10, a 20 sekundą symulacji wynika z braku ciągłości pochodnej funkcji $V_{CAS}(t)$ (rysunek 5.2) w tym punkcie. Dla zapewnienia ciągłości funkcji $Q(t)$ niezbędne byłoby zastosowanie aproksymacji dla danych wejściowych. Jednakże jako że omawiana nieciągłość nie wpływa znacząco na wynik błędu względnego, pokazanego na rysunku 5.5, można zaakceptować walidację na podstawie przedstawionych danych wejściowych. Dodatkowo warto zwrócić uwagę na to że błąd względny dla obliczonych wartości natężenia przepływu nie przekracza 0,02%.

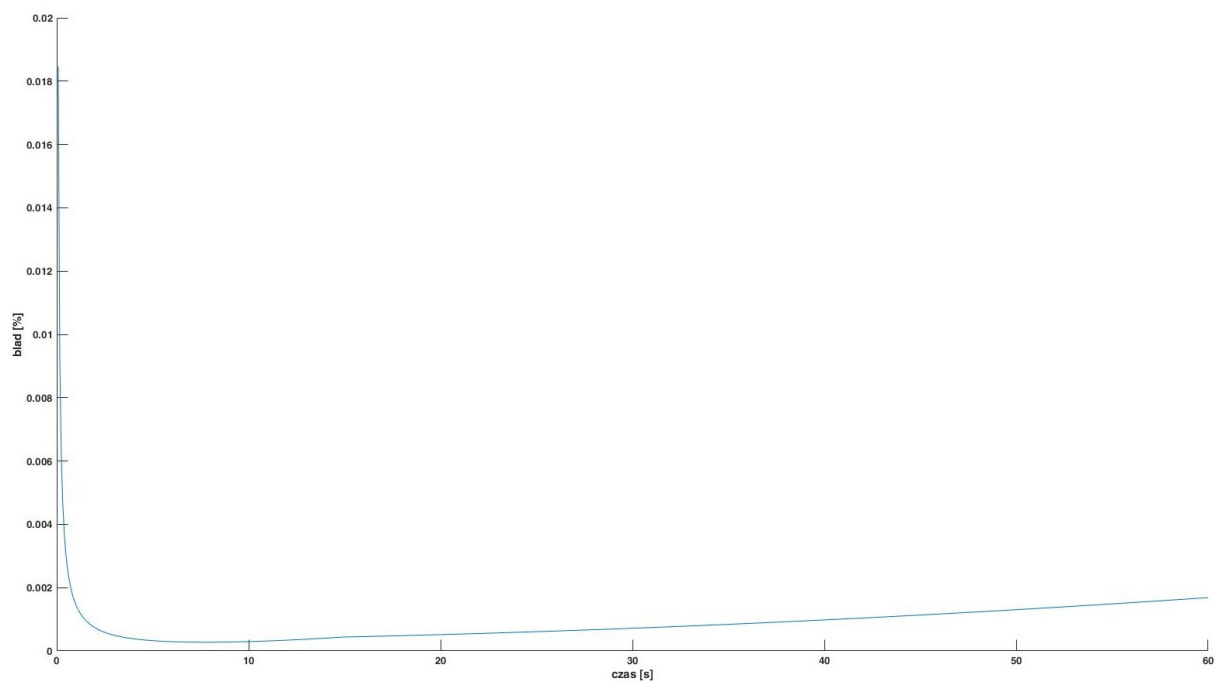
Drugim badanym przypadkiem jest dłuższa przedstawiająca godzinę symulacja fazy startowej oraz fragmentu lotu stabilnego. Dla wartości zadanych V_{CAS} i θ przedstawionych odpowiednio na rysunkach 5.6 i 5.7, został obliczony przepływ paliwa w samolocie. Wyniki dla obu metod są przedstawione na rysunku 5.8. Podobnie jak w poprzednim przypadku nieciągłości i załamania wykresu natężenia przepływu $Q(t)$ wynikają bezpośrednio z faktu nieciągłości pochodnej $V_{CAS}(t)$ (rysunek 5.6) oraz nagłych zmian przebiegu $\theta(t)$ (rysunek 5.7). Brak gładkości wartości wejściowych odpowiada także za pojawiające się w wykresie piki. Na rysunku 5.9 znajduje się wykres błędu względnego dla obliczonych wyników. Podobnie jak w poprzednim przypadku błąd ten nie jest większy niż 0,02%.

Wyniki te potwierdzają skuteczność wykorzystania algorytmu symulacji przedstawionego w tej pracy, jako odpowiedniego do wizualizacji procesów opisywanych przez model matematyczny. Błędy obliczeń rzędu 0,02% nie mają znaczącego wpływu na zachowanie symulacji, a wynikają one z konieczności zwiększenia szybkości obliczeń tak aby zachować możliwości oglądania wyników w czasie rzeczywistym. działanie algorytmu zaimplementowanego w aplikacji.

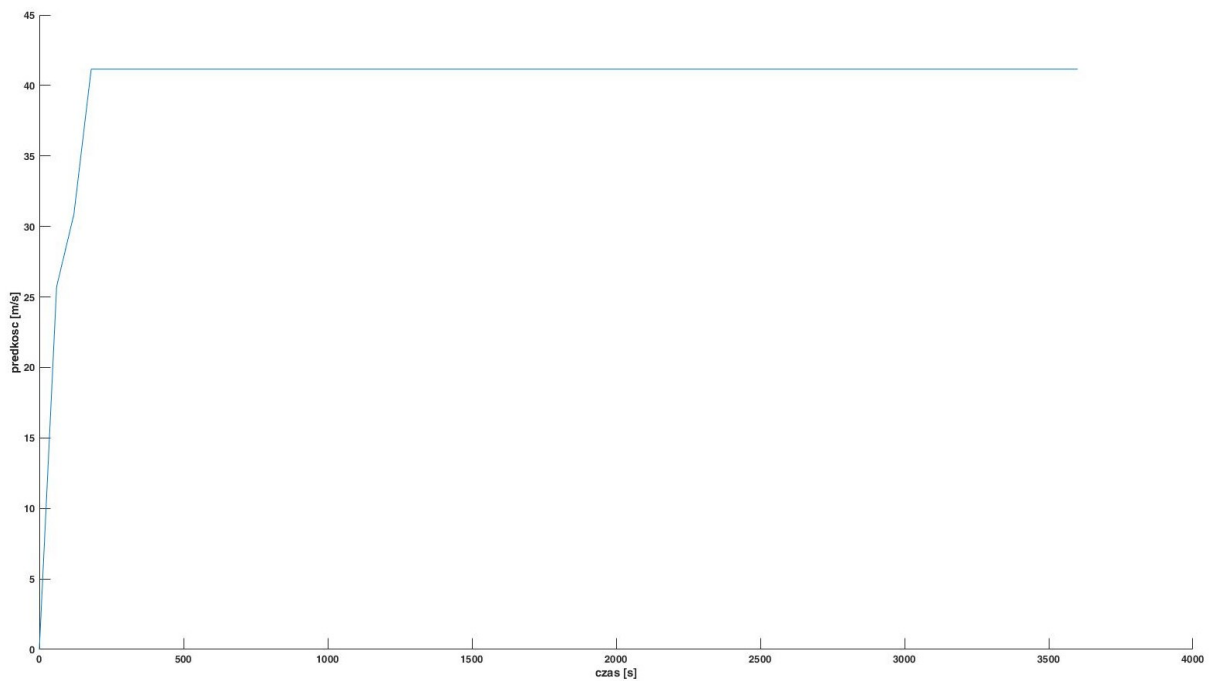
**Rysunek 5.2:** Wykres prędkości od czasu**Rysunek 5.3:** Wykres kąta θ od czasu



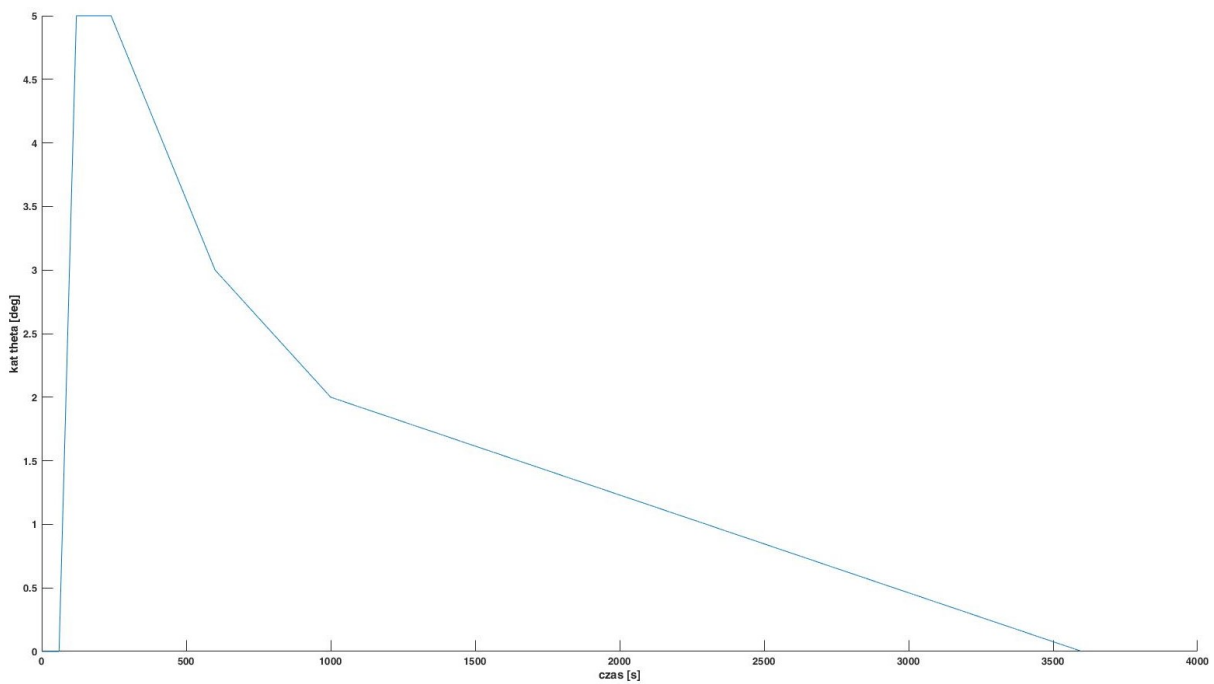
Rysunek 5.4: Wykres przepływu od czasu obliczony za pomocą aplikacji oraz solvera ode45



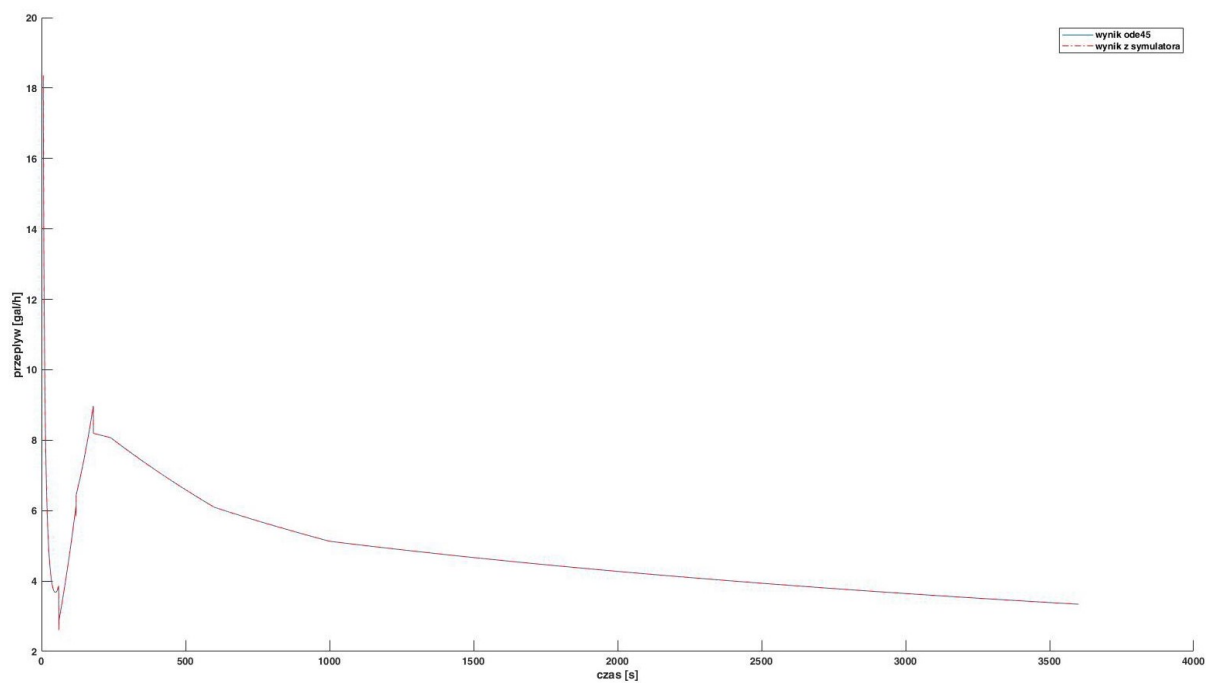
Rysunek 5.5: Wykres błędu względnego dla wyników



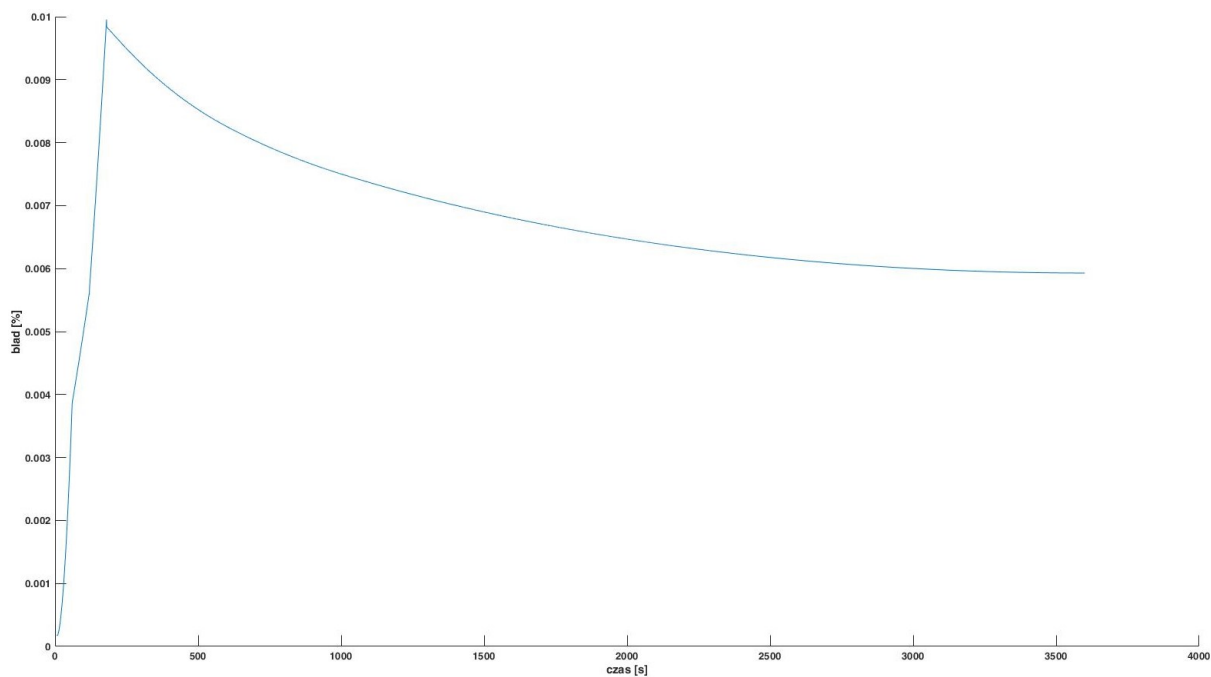
Rysunek 5.6: Wykres prędkości od czasu



Rysunek 5.7: Wykres kąta θ od czasu



Rysunek 5.8: Wykres przepływu od czasu obliczony za pomocą aplikacji oraz solvera ode45



Rysunek 5.9: Wykres błędu względnego dla wyników

Rozdział 6

Podsumowanie

Walidacja algorytmu zaimplementowanego w ramach tej pracy potwierdza skuteczność prowadzonych w ten sposób obliczeń. Jest to dobra metoda pozwalająca na wizualizację procesów w czasie rzeczywistym. Uwagę zwracają jednak wyniki otrzymywane na podstawie rzeczywistych trajektorii lotu, nie są one jednak najlepszym odwzorowaniem danych dostępnych podczas takiego lotu. Model matematyczny przedstawiony w tej pracy jest, mimo swojej nieliniowości, zbyt prostym opisem systemu znacznie bardziej skomplikowanego jakim jest rzeczywisty samolot. Dla osiągnięcia lepszych wyników można by dodać opisy matematyczne zjawisk takich jak wymiana ciepła przez zbiorniki paliwa z otoczeniem, co wprowadziło by z kolei zależność gęstości paliwa od temperatury, opisanie zmian położenia środka ciężkości samolotu w trakcie manewrów oraz w miarę spalania paliwa. Prócz bardziej skomplikowanego modelu matematycznego procesów fizycznych zachodzących wewnątrz samolotu warto byłoby też zwrócić uwagę na lepszą symulację warunków atmosferycznych, przykładowo uwzględnienie średnich wartości prędkości i kierunku wiatru na danym terenie. Modelowanie warunków pogodowych jest zadaniem bardzo trudnym w ramach opisu deterministycznego, jest to jeden z powodów dla których być może dobrym pomysłem było by generowanie danych trajektorii na podstawie odpowiednio przygotowanego modelu stochastycznego, opartego na danych empirycznych dostarczanych przez systemy takie jak Enhanced Traffic Management System. Przykłady takie jak The Base of Aircraft Data stworzona przez EUROCONTROL pokazują, że względu na stopień skomplikowania i ilość zmiennych niezbędnych do uwzględnienia przy tworzeniu takiego modelu, dużo lepszą metodą będzie oparcie go o dane empiryczne pochodzące z dużej ilości lotów oraz regresję odpowiednich funkcji. Pozwala to na ogromne przyspieszenie procesu symulacji, a także zapewnia zaufane źródło przewidywań dla standardowych lotów.

Bibliografia

- [1] Yaguo Lu, Zhenxia Liu, Shengqin Huang, Tao Xu *Simulation of Gravity Feed Fuel for Aero-plane*. School of Power and Energy, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China, 2009.
- [2] Zhihao Zou. *A Computer Model to Estimate Commercial Aviation Fuel Consumption and Emissions in the Continental United States*. Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, Virginia, 2012.
- [3] Prof. Zoltán S. Spakovszky. *Thermodynamics and Propulsion*. Massachusetts Institute of Technology,
- [4] Weiwei Che, Shuiting Ding, Chuankai Liu. *A modeling method on aircraft engine based on the Component Method of secondary air system*. Beihang University , Beijing 100191 China, 2013.
- [5] W. W. Durgin, Chee-woon Kim. *Scale Modeling of Cessna 172*. California Polytechnic State University, 1 Grand Ave, San Luis Obispo, CA 93407.
- [6] Roy Langton, Chuck Clark, Martin Hewitt, Lonnie Richards. *Aircraft Fuel Systems*. John Wiley & Sons, Ltd. ISBN: 978-0-470-05708-7, 2009.
- [7] Bela P. Collins. *Estimation of Aircraft Fuel Consumption*. The MITRE Corporation, McLean, Virginia, 1982.

Symbole i skróty

Skróty

- BADA - Base of Aircraft Data
- MON - Międzynarodowa Organizacja Normalizacyjna
- WPF - Windows Presentation Foundation
- OOP - Object Oriented Programming

Symbole

- Q - objętościowe natężenie przepływu $[\frac{m^3}{s}]$
- p - ciśnienie $[Pa]$
- V - prędkość cieczy $[\frac{m}{s}]$
- g_0 - przyspieszenie ziemskie $[\frac{m}{s^2}]$
- ρ - gęstość płynu $[\frac{kg}{m^3}]$
- h_w - straty ciśnienia $[Pa]$
- T_0 - standardowa temperatura powietrza $[K]$
- p_0 - standardowe ciśnienie atmosferyczne $[Pa]$
- ρ_0 - standardowa gęstość powietrza $[\frac{kg}{m^3}]$
- κ - wykładnik adiabaty
- R - stała gazowa
- $\beta_{T,<}$ - gradient temperatury $[\frac{K}{m}]$
- V_{CAS} - calibrated air speed $[\frac{m}{s}]$
- V_{TAS} - true air speed $[\frac{m}{s}]$
- D - średnica przekroju rury $[m]$
- Re - liczba Reynoldsa

- L - długość rury $[m]$
- μ - lepkość dynamiczna cieczy $[cSt]$
- $A(z)$ - pole przekroju zbiornika na wysokości z $[m^2]$
- B - współczynnik odpowiadający położeniu zaworu
- P - moc $[W]$
- δh_f - wartość energii wyzwanej z jednostki masy paliwa $[\frac{J}{kg}]$
- \dot{m}_f - masowe natężenie przepływu $[\frac{kg}{s}]$
- η - współczynnik sprawności układu
- C_D - współczynnik oporu powietrza
- C_L - współczynnik nośności
- e - współczynnik wydajności
- AR - współczynnik skrzydeł
- L - siła nośna $[N]$
- W - siła ciężkości $[N]$
- D - siła oporu powietrza $[N]$
- T - siła ciągu $[N]$
- θ - kąt nachylenia samolotu $[rad]$
- M_0 - masa samolotu bez paliwa kg
- m - masa paliwa kg

Spis rysunków

| | | |
|-----|--|----|
| 3.1 | Model zbiornika paliwa | 7 |
| 3.2 | Typowy wykres zależności ciśnienia od przepływu w pompie | 8 |
| 3.3 | Schemat sił działających na samolot podczas stabilnego lotu | 9 |
| 3.4 | Schemat sił działających na samolot podczas lotu wznoszącego | 10 |
| 4.1 | Diagram klas odpowiedzialnych z symulację systemu | 14 |
| 4.2 | Interfejs graficzny programu | 15 |
| 4.3 | Wysokopoziomowy algorytm działania programu | 16 |
| 4.4 | Dokładny algorytm działania klasy <i>Engine</i> | 17 |
| 4.5 | Dokładny algorytm działania klasy <i>Pipeline</i> | 18 |
| 4.6 | Dokładny algorytm działania klasy <i>Pump</i> | 19 |
| 4.7 | Dokładny algorytm działania klasy <i>Tank</i> | 20 |
| 4.8 | Dokładny algorytm działania klasy <i>Valve</i> | 21 |
| 5.1 | Okienko zapisu danych w aplikacji | 24 |
| 5.2 | Wykres prędkości od czasu | 26 |
| 5.3 | Wykres kąta θ od czasu | 26 |
| 5.4 | Wykres przepływu od czasu obliczony za pomocą aplikacji oraz solvera ode45 | 27 |
| 5.5 | Wykres błędu względnego dla wyników | 27 |
| 5.6 | Wykres prędkości od czasu | 28 |
| 5.7 | Wykres kąta θ od czasu | 28 |
| 5.8 | Wykres przepływu od czasu obliczony za pomocą aplikacji oraz solvera ode45 | 29 |
| 5.9 | Wykres błędu względnego dla wyników | 29 |

Spis tablic

| | | |
|-----|--------------------------------|----|
| 3.1 | Właściwości paliwa | 11 |
| 3.2 | Właściwości samolotu | 11 |