

Komisja Egzaminacyjna dla Aktuariuszy

XXXVI Egzamin dla Aktuariuszy z 10 października 2005 r.

Część II

Matematyka ubezpieczeń życiowych

Imię i nazwisko osoby egzaminowanej:

Czas egzaminu: 100 minut

Warszawa, 10 października 2005 r.

1. O populacji 1000 osób w wieku x lat wiadomo, że:

$$\mu_{x+u} = 0,03046$$

$$\mu_{x+1+u} = 0,07257$$

$$\mu_{x+2+u} = 0,10536 ,$$

gdzie x jest całkowite oraz $u \in [0, 1)$.

Wyznacz oczekiwane trwanie życia tej populacji (łączną liczbę przeżytych lat) do osiągnięcia wieku $x+3$ lat. Podaj najbliższą wartość.

(A) 2685

(B) 2720

(C) 2775

(D) 2810

(E) 2875

2. Grupa 1000 osób zawarła bezterminową umowę rentową ze świadczeniem wypłacanym na początku roku. Pierwsza wypłata wynosi 1000 na osobę, a następne są modyfikowane w taki sposób, że ubezpieczyciel przekazuje ubezpieczonemu cały zysk techniczny (lub stratę) z tytułu śmiertelności. Podaj zysk techniczny na śmiertelności, który uzyska ubezpieczyciel po śmierci ostatniego uczestnika tej grupy, jeśli nastąpi ona po 30 latach od zawarcia umowy (tuż przed wypłatą kolejnego świadczenia). Podaj wartość zysku na moment jego powstania.

Dane są : $D_x = 34375$ $D_{x+30} = 484$ $N_x = 358920$ $N_{x+30} = 1693$ $v = 0,95$

Wskaż najbliższą wartość.

- | | | | | | | | |
|-----|---------|-----|---------|-----|---------|-----|---------|
| (A) | 150 000 | (B) | 170 000 | (C) | 190 000 | (D) | 210 000 |
| (E) | 230 000 | | | | | | |

3. Rozważamy dożywotnie ubezpieczenie na życie osoby (x) ze stałą składką płatną na początku roku przez pierwsze 20 lat ubezpieczenia. Świadczenie śmiertelne jest wypłacane na koniec roku śmierci.

Niech dla a z przedziału $[1, 100]$ składka $P(a)$ oznacza ubezpieczenie, które zapewnia świadczenie śmiertelne w wysokości $1000 \cdot a$, gdy śmierć nastąpi w okresie płacenia składek, oraz $1000 \cdot (100 - a)$, gdy później. Podaj $P(55)$, jeśli $P(45)=2285$ oraz $P(65)=2905$. Wskaż najbliższą wartość.

- | | | | |
|----------|----------|----------|----------|
| (A) 2595 | (B) 2640 | (C) 2695 | (D) 2755 |
| (E) 2830 | | | |

4. Rozpatrujemy dyskretne, bezterminowe ubezpieczenie rentowe wypłacające świadczenia na początku roku. Podaj, o ile procent jest niższa jednorazowa składka dla osoby w wieku $(x+10)$ od analogicznej składki dla osoby w wieku (x) .

Dane są: $\frac{N_{x+10}}{N_x} = 0,31665$ ${}_{10|}\ddot{a}_x - {}_{11|}\ddot{a}_x = 0,42231$

Podaj najbliższą wartość.

- (A) 25% (B) 28% (C) 31% (D) 34%
(E) 37%

5. Rozważamy n -letnie, dyskretne ubezpieczenie na życie i dożycie ze stałą składką P płaconą na początku każdego roku ubezpieczenia.

Przy zawieraniu ubezpieczenia (x) wpłaca składkę P oraz depozyt w wysokości P .

Jest on zaliczany jako ostatnia składka lub zwracany (bez oprocentowania) w przypadku śmierci przed terminem ostatniej składki.

Podaj, o ile procent składka P jest mniejsza od składki w analogicznym ubezpieczeniu bez depozytu.

Dane są: $v = 0,95$ $N_x = 358920$ $N_{x+n-1} = 26870$ $N_{x+n} = 22080$

Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 4,1% (B) 4,3% (C) 4,5% (D) 4,7%
(E) 4,9%

6. Rozpatrujemy dyskretny typ terminowego ubezpieczenia na życie i dożycie dla osoby (x), z sumą ubezpieczenia 1000 oraz ze składką płaconą przez cały okres ubezpieczenia. Wiadomo, że w jedenastym roku ubezpieczenia wariancja straty ubezpieczyciela $Var(\Lambda_{10}) = 10980$ oraz ${}_{10}p_x = 0,705$, $q_{x+10} = 0,0504$

Wyznacz składkę za ryzyko π_{10}^r . Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 28,75 (B) 33,25 (C) 37,75 (D) 42,25
(E) 46,75

7. Rozpatrujemy dyskretny typ terminowego ubezpieczenia na życie i dożycie, z roczną składką płaconą przez cały okres ubezpieczenia.

Na koniec $k+1$ roku ubezpieczyciel ogłosił 8% stopę waloryzacji sumy ubezpieczenia i składek, wykorzystując cały zysk techniczny G_{k+1}^s z lokat rezerwy netto oraz składek na oszczędności.

Podaj osiągniętą w $k+1$ roku stopę przychodów z lokat. Dane są:

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = 10,614 \quad \ddot{a}_{x+k:\overline{n-k}|} = 6,586 \quad \ddot{a}_{x+k+1:\overline{n-k-1}|} = 6,118$$

oraz $\pi_k^s = 0,02784$ (na 1 zł sumy ubezpieczenia).

Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 11,9% (B) 12,0% (C) 12,1% (D) 12,2%
(E) 12,3%

8. Rozpatrujemy dyskretny typ bezterminowego ubezpieczenia na życie trzech osób: (x) , (y) , (z) . Ubezpieczenie wypłaca 5000 po pierwszej śmierci, 3000 po drugiej i 1000 po trzeciej.

Wyznacz jednorazową składkę netto za to ubezpieczenie. Dane są:

$$A_x = 0,247 \quad A_y = 0,478 \quad A_z = 0,609 \quad A_{x:y} = 0,517 \quad A_{x:z} = 0,630$$

$$A_{y:z} = 0,677 \quad A_{x:y:z} = 0,690$$

Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 4635 (B) 4980 (C) 5325 (D) 5670
(E) 6015

9. Rozważamy ciągły typ bezterminowego ubezpieczenia na życie (x) ze składką płaconą ze stałą intensywnością przez pierwsze 20 lat ubezpieczenia. W zależności od rodzaju śmierci ubezpieczenie wypłaca:

50 000 za śmierć w nieszczęśliwym wypadku (NW),

25 000 za śmierć wywołaną przez określone choroby (CH),

10 000 za śmierć z pozostałych przyczyn (PP).

Wiadomo, że bezwarunkowe prawdopodobieństwo śmierci w populacji, z której pochodzi

(x), opisuje funkcja ${}_tq_x = 1 - (0,94)^t$, a ponadto $3\mu_{x+t}^{(NW)} = 2\mu_{x+t}^{(CH)} = \mu_{x+t}^{(PP)}$.

Wyznacz roczną intensywność składki w tym ubezpieczeniu, jeśli $\delta = 0,05$. Wskaż najbliższą wartość.

(A) 1460
(E) 1540

(B) 1480

(C) 1500

(D) 1520

- 10.** Plan emerytalny jest finansowany metodą *entry-age actuarial cost*. Składka danego uczestnika jest płacona w sposób ciągły ze stałą roczną intensywnością przez cały aktywny okres uczestnictwa ($b \leq x < r$). Podaj właściwą dla tej metody finansowania postać funkcji $m(x)$, opisującej gęstość nabywania uprawnień do emerytury (*pension accrual density function*).

(A) $\frac{1}{r-b}$ (B) $\frac{1}{\bar{a}_{b:r-b|}}$ (C) $\frac{1}{\bar{a}_{b:x-b|}}$

(D) $\frac{e^{-\delta x} s(x)}{\bar{a}_{b:r-b|}}$ (E) $\frac{e^{-\delta x} s(x)}{\int_b^r e^{-\delta y} s(y) dy}$

XXXVI Egzamin dla Aktuariuszy z 10 października 2005 r.**Matematyka ubezpieczeń życiowych****Arkusz odpowiedzi***

Imię i nazwisko :Klucz odpowiedzi.....

Pesel

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja ♦
1	C	
2	E	
3	A	
4	A	
5	D	
6	A	
7	E	
8	B	
9	B	
10	E	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.