

Komisja Egzaminacyjna dla Aktuariuszy

XLIII Egzamin dla Aktuariuszy z 8 października 2007 r.

Część II

Matematyka ubezpieczeń życiowych

Imię i nazwisko osoby egzaminowanej:

Czas egzaminu: 100 minut

Warszawa, 8 października 2007 r.

1. Kobieta w wieku (x) została wylosowana z populacji de Moivre'a z wiekiem granicznym 110 lat, natomiast mężczyzna w wieku (y) został wylosowany z populacji de Moivre'a z wiekiem granicznym 100 lat. Wiadomo, że kobieta jest młodsza od mężczyzny oraz, że ich życia są niezależne.

Dane są: $\Pr(T(y) \geq T(x) + 5) = 0,3432$ $\Pr(T(y) \geq T(x) + 10) = 0,2826$

Podaj x oraz y .

- (A) $x=37, y=40$ (B) $x=38, y=41$ (C) $x=39, y=42$
(D) $x=40, y=43$ (E) $x=41, y=44$

2. Dane są : $\delta = 0,05$ $\bar{a}_x = 12$ $(\bar{IA})_x = 6,5$.

Natężenie wymierania wzrosło o 0,005 w każdej kategorii wieku. Oblicz przybliżoną wartość nowego \bar{a}_x .

- (A) 11,35 (B) 11,40 (C) 11,45 (D) 11,50
(E) 11,55

3. Śmiertelność kobiet w pewnej populacji opisuje prawo Gomperta $\mu_{x+t}^F = B \cdot c^{x+t}$,
gdzie $c=1,05061$. Mężczyźni mają $\mu_{x+t}^M = 1,28 \cdot \mu_{x+t}^F$.

Rozważamy dyskretny przypadek 20-letniego ubezpieczenia na życie i dożycie dla osoby w wieku 40 lat. Ubezpieczenie wypłaca świadczenie śmiertelne na koniec roku śmierci, a stała składka jest płacona na początku roku przez cały okres ubezpieczenia. Mężczyzna za swoje ubezpieczenie płaci tę samą składkę roczną co kobieta i uzyskuje to samo świadczenie śmiertelne w wysokości 10 000 zł.

Różnica w śmiertelności wyraża się w kwocie za dożycie, jednakowej dla obojgu płci i dobranej tak, by każdy z kontraktów był aktuarialnie ekwiwalentny.

Podaj sumę ubezpieczenia za dożycie, znając liczby komutacyjne dla kobiet:

	x=40	x=45	x=50	x=55	x=60	x=65	x=70
D_x	20 755	12 545	7 475	4 350	2 450	1 320	665
M_x	2 155	1 745	1 370	1 020	715	470	285
N_x	204 585	118 790	67 175	36 650	19 080	9 330	4 185

Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 19 650 (B) 24 150 (C) 27 350 (D) 32 650
(E) 33 850

4. Ubezpieczyciel utworzył dla grupy 1000 osób w wieku 65 lat tontinę ubezpieczeniową, wypłacającą uczestnikom ciągłą rentę dożywotnią. Wyjściowym założeniem było, że jest to populacja de Moivre'a z granicznym wiekiem 90 lat i odpowiednio do tego skalkulowano jednorazową składkę netto, umożliwiającą wypłatę renty z intensywnością 1000 zł na rok.

Okazało się, że grupa realizuje inny, nieznany wzorzec śmiertelności. Zgodnie z regułą tontiny ubezpieczyciel po każdej śmierci koryguje intensywność wypłat, przekazując cały zysk techniczny (lub stratę) żyjącym ubezpieczonym.

Podaj zysk techniczny ubezpieczyciela, jeśli ostatni uczestnik tontiny zmarł w wieku 85 lat. Przyjmij, że oprocentowanie techniczne $\delta = 0,04$ było zawsze zgodne z realizowaną stopą przychodów z inwestycji.

Wskaż najbliższą wartość.

- | | | | | | |
|-----|---------|-----|---------|-----|---------|
| (A) | 466 270 | (B) | 466 770 | (C) | 467 270 |
| (D) | 467 770 | (E) | 468 270 | | |

5. Osoba (25) kupuje ubezpieczenie, za które płaci roczne składki netto P przez najbliższe 30 lat, lub krócej w przypadku śmierci. Gdy osiągnie 55 lat zacznie otrzymywać dożywotnią rentę w wysokości E na początku każdego roku. Gdy nie dożyje wieku 55 lat, uposażeni otrzymają jednorazową kwotę S na koniec roku śmierci. Dane są:

$$i = 5\%$$

$$D_{25} = 28\,500$$

$$D_{40} = 13\,300$$

$$D_{55} = 5\,500$$

$$N_{25} = 510\,000$$

$$N_{40} = 205\,000$$

$$N_{55} = 66\,000$$

Wówczas rezerwa po 15 latach wyraża się wzorem:

(A) $0,025 S + 3,209 E$

(B) $0,035 S + 3,309 E$

(C) $0,045 S + 3,409 E$

(D) $0,055 S + 3,509 E$

(E) $0,065 S + 3,609 E$

6. Rozpatrujemy ciągły typ bezterminowego ubezpieczenia na życie dla (x) z sumą ubezpieczenia 100 000 zł. Składki netto płacone są dożywotnio ze stałą roczną intensywnością. Dane są:

$$\delta = 0,05$$

$$\bar{A}_x = 0,18$$

$$\bar{A}_{x+t} = 0,37$$

$$\mu_{x+t} = 0,011$$

Oblicz $100\,000 \cdot \pi^s(t)$. Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 250
(E) 350

- (B) 275

- (C) 300

- (D) 325

7. Rozważamy ciągły typ ubezpieczenia dla populacji z wykładniczym rozkładem czasu trwania życia. 25-letnie ubezpieczenie na życie i dożycie z sumą ubezpieczenia 10 000 zł ma składkę płaconą przez cały okres ubezpieczenia ze stałą intensywnością. Jednorazowe koszty wystawienia polisy wynoszą 3,5% sumy ubezpieczenia i są rezerwowane metodą Zillmera. Roczna intensywność kosztów administracyjnych rośnie równomiernie od 5% sumy ubezpieczenia w momencie wystawienia polisy do 10% w momencie wygaśnięcia polisy z powodu dożycia. Wyznacz różnicę między rezerwą brutto a rezerwą netto po 10 latach ubezpieczenia, jeśli $\mu + \delta = 0,1$. Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 875 (B) 905 (C) 935 (D) 965
(E) 995

8. W modelu z dwoma ubytkami dane są:

$$\mu_{x+t}^{(1)} = \frac{1}{70-t} \qquad \mu_{x+t}^{(2)} = \frac{1}{100-t} \quad .$$

Oblicz $\Pr(J = 2 \mid 60 \leq T \leq 70)$. Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 0,105 (B) 0,110 (C) 0,115 (D) 0,120
(E) 0,125

9. Kobieta (60) lat zakupiła indywidualną rentę dożywotnią, wypłacającą na początku miesiąca 400 zł.

Po 5 latach kobieta nadal żyje, a jej mąż (65) nabywa za 100 000 zł jednorazowej składki netto dożywotnią rentę, która po uwzględnieniu wypłat żony ma dawać wypłatę, gdy jedno z nich, wszystko jedno które, umrze o $1/3$ niższą, niż łączna wypłata, gdy żyją oboje.

Podaj (wskaż najbliższą wartość) wysokość miesięcznej renty mężczyzny, gdy tylko on żyje. Dane są:

$$\ddot{a}_{K65}^{(12)} = 20$$

$$\ddot{a}_{M65}^{(12)} = 15$$

$$\ddot{a}_{K65:M65}^{(12)} = 12$$

Uwaga: Indywidualne ubezpieczenie rentowe żony nie ulega zmianie. Renta małżeńska powstaje tylko poprzez konstrukcję ubezpieczenia męża.

(A) 565
(E) 685

(B) 595

(C) 625

(D) 655

10. Rozpatrujemy ciągły model planu emerytalnego, w którym wszyscy uczestnicy przystępują do planu w wieku a lat oraz przechodzą na emeryturę, pod warunkiem utrzymania się w planie, w wieku r lat.
- Początkowa wysokość emerytury wynosi 2% finalnego wynagrodzenia za rok uczestnictwa w planie. Emerytury są w sposób ciągły waloryzowane o 2% na rok. Wynagrodzenia uczestników planu rosną w sposób ciągły o 3% rocznie. Liczba osób wchodzących do planu rośnie w sposób ciągły o 1% rocznie.
- Podaj o ile procent wzrośnie ${}^tP(t+10)$ w stosunku do ${}^tP(t)$. Symbol ${}^tP(t)$ oznacza jednorazową składkę za uczestnika, płaconą w momencie t , gdy przechodzi on na emeryturę (*terminal funding method*).
- Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 40% (B) 50% (C) 60% (D) 70%
- (E) 80%

XLIII Egzamin dla Aktuariuszy z 8 października 2007 r.**Matematyka ubezpieczeń życiowych****Arkusz odpowiedzi***

Imię i nazwisko :Klucz odpowiedzi.....

Pesel

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja ♦
1	B	
2	C	
3	E	
4	E	
5	C	
6	A	
7	C	
8	E	
9	A	
10	B	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.