

1. Rozpatrzmy osobę, która ukończyła 1 stycznia 1998 roku 30 lat. Przy założeniu Balducciego (${}_t q_{x+t} = (1-u)q_x$ dla całkowitego x oraz $u \in [0, 1]$) prawdopodobieństwo śmierci tej osoby w ciągu pierwszych 170 dni roku 2028 jest równe prawdopodobieństwu jej śmierci w pozostałej części tego roku. Znajdź p_{60} (podaj najbliższą liczbę). Przyjmujemy, że 1 rok = 365 dni.

- (A) dane są sprzeczne (B) 0.77 (C) 0.82
- (D) 0.87 (E) 0.92

2. Długość przyszłego życia (x) ma rozkład gamma. Oblicz $\bar{A}_x + (\bar{I} \bar{A})_x$ jeśli wiadomo, że:

$${}^0e_x = 12 \quad , \quad \text{Var}(T(x)) = 4 \quad , \quad \delta = 0.05 \quad .$$

Podaj najbliższą wartość.

- | | | |
|----------|----------|----------|
| (A) 6.94 | (B) 6.97 | (C) 7.00 |
| (D) 7.03 | (E) 7.06 | |

3. Osoba w wieku 65 lat ma do wyboru dwie, aktuarialnie równoważne, renty dożywotnie. Obydwie renty wypłacają raz w roku świadczenie w każdą rocznicę polisy, od zaraz do końca życia.

W rencie R1 płatności są dokonywane nie krócej niż 5 lat. W rencie R2 gwarantowany okres świadczeń wynosi 10 lat.

Oblicz (podaj najbliższą wartość) o ile procent wysokość świadczenia z renty R1 jest większa od wysokości świadczenia z renty R2.

Dane są: $i = 5\%$, $D_{65} = 320\,000$, $N_{65} = 3\,350\,000$,
 $N_{70} = 1\,970\,000$, $N_{75} = 1\,050\,000$.

- (A) 6.4% (B) 7.2% (C) 8.0% (D) 8.8%
- (E) 9.6%

4. Rozpatrywane są trzy dwudziestoletnie ubezpieczenia na życie i dożycie dla osoby w wieku x lat. We wszystkich trzech świadczenie śmiertelne jest wypłacane na koniec roku śmierci.

W pierwszym ubezpieczeniu suma ubezpieczenia jest stała i wynosi 70 000.

W drugim ubezpieczeniu świadczenie wynosi 10 000 w przypadku śmierci w ciągu pierwszych 10 lat, 20 000 w przypadku śmierci w ciągu następnych 10 lat oraz 30 000 w przypadku dożycia wieku $x+20$ lat. Jednorazowa składka netto za to ubezpieczenie wynosi 11 230.

W trzecim ubezpieczeniu odpowiednie świadczenia wynoszą 40 000, 50 000 oraz 60 000, a jednorazowa składka netto 23 460.

Wyznacz roczną składkę netto w pierwszym ubezpieczeniu, jeśli $i=5\%$.
Podaj najbliższą wartość.

- (A) 2095 (B) 2195 (C) 2295 (D) 2395
(E) 2495

5. W bezterminowym ubezpieczeniu na życie dla (x) płacącym 10 000 na koniec roku śmierci roczna składka netto płatna dożywotnio z góry wynosi 500. Wiadomo, że wzrost sumy ubezpieczenia do 15 000 powoduje wzrost wariacji straty ubezpieczyciela o 100%.

Znajdź roczną składkę netto płatną dożywotnio z góry dla sumy ubezpieczenia 15 000, jeśli $d=5\%$.

Podaj najbliższą liczbę.

- (A) 635 (B) 650 (C) 665 (D) 680
(E) 695

6. W pewnym ubezpieczeniu rentowym dla osoby w wieku x lat ubezpieczony płaci aż do wieku $x + w(x)$ lat składki netto w formie renty ciągłej ze stałą intensywnością \bar{P} na rok, a następnie otrzymuje dożywotnią rentę ciągłą płacącą z tą samą intensywnością \bar{P} na rok.

Oblicz $w(44)$ jeśli wiadomo, że długość życia w tej populacji ma rozkład wykładniczy z parametrem μ , a techniczna intensywność oprocentowania wynosi δ .

- (A) $\frac{1}{\delta + \mu}$ (B) $\frac{1}{2(\delta + \mu)}$ (C) $\frac{1}{2\mu}$
(D) $\frac{\ln 2}{2\delta + \mu}$ (E) $\frac{\ln 2}{\delta + \mu}$

7. W bezterminowym ubezpieczeniu na życie dla (x) świadczenie śmiertelne w wysokości 10 000 zł jest wypłacane w momencie śmierci. Wyznacz jednorazową składkę brutto, jeśli wiadomo że:

- $\bar{A}_x = 0.30$
- prowizja i koszty inkasa składki wynoszą 10% składki brutto,
- koszty poniesione w momencie wystawienia polisy wynoszą 25 zł,
- w pierwszą, drugą, ... i kolejne rocznice polisy ponoszone są koszty w wysokości 10 zł na polisę,
- koszt zamknięcia ubezpieczenia w przypadku śmierci wyniesie 50 zł,
- techniczna stopa procentowa $i=5\%$,
- w danej populacji w każdym roku życia zgony mają rozkład jednostajny.

Podaj najbliższą liczbę.

- | | | | | | | | |
|-----|------|-----|------|-----|------|-----|------|
| (A) | 3532 | (B) | 3542 | (C) | 3552 | (D) | 3571 |
| (E) | 3581 | | | | | | |

8. Dwuletnie ubezpieczenie wypłaca odszkodowanie na koniec roku zdarzenia w wysokości:
- 20 000 w przypadku śmierci bez uprzedniego wystąpienia inwalidztwa (\dot{Z}_1),
 - 15 000 w przypadku wystąpienia inwalidztwa (\dot{Z}_2),
 - 10 000 w przypadku śmierci po uprzednim wystąpieniu inwalidztwa (\dot{Z}_3).
- Prawdopodobieństwa tych zdarzeń w ciągu każdego roku wynoszą:
- $$\Pr(\dot{Z}_1) = 0.1, \quad \Pr(\dot{Z}_2) = 0.05, \quad \Pr(\dot{Z}_3) = 0.15.$$

Zakładamy, że ubezpieczony nie był inwalidą w momencie zawarcia ubezpieczenia oraz że inwalidztwo i śmierć nie występują w tym samym roku. Oblicz jednorazową składkę netto (podaj najbliższą liczbę) dla zerowej technicznej stopy procentowej.

- (A) 5160 (B) 5220 (C) 5280 (D) 5340
- (E) 5400

9. Mąż (x) i żona (y) rozważają zakup ubezpieczenia rentowego typu " $A \rightarrow B$ ".

Wypłaca ono A tysięcy złotych w każdą rocznicę polisy (od zaraz) aż do pierwszej śmierci, a potem dożywotnio B tysięcy złotych w każdą rocznicę polisy owdowiałej osobie. Dla tej pary małżeńskiej aktuarialnie równoważne są dwa przypadki takiego ubezpieczenia: " $12 \rightarrow 7$ " oraz " $14 \rightarrow 4$ ".

Oblicz jednorazową składkę netto w tym ubezpieczeniu, jeśli $\ddot{a}_x = 11$ oraz

$$\ddot{a}_y = 13.$$

- | | | |
|--------------|--------------|--------------|
| (A) 130 tys. | (B) 135 tys. | (C) 140 tys. |
| (D) 145 tys. | (E) 150 tys. | |

10. W pewnym planie emerytalnym przejście na emeryturę następuje nie później niż w wieku 65 lat ($l_{65}^r = 0$). Aktywni uczestnicy wpłacają do planu składkę w formie renty ciągłej z intensywnością 300 na rok. Wyznacz (podaj najbliższą liczbę) aktualną wartość przyszłych składek uczestnika planu w wieku 45 lat, jeśli wiadomo, że:

- prawdopodobieństwo wyjścia ze stanu aktywnego (ze wszystkich powodów) ma rozkład jednostajny na przedziale wieku od 45 do 65 lat,
- intensywność oprocentowania $\delta = 0.05$.

(A) 2140

(B) 2210

(C) 2380

D) 2650

(E) 3120

Egzamin dla Aktuariuszy z 28 lutego 1997 r.**Matematyka ubezpieczeń życiowych****Arkusz odpowiedzi***

Imię i nazwisko :

Pesel

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja ♦
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.

Egzamin dla Aktuariuszy z 28 lutego 1997 r.**Matematyka ubezpieczeń życiowych****Arkusz odpowiedzi***Imię i nazwisko : ...**Klucz dla 28.02.1998 r.**

Pesel

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja [♦]
1	D	
2	E	
3	A	
4	C	
5	C	
6	E	
7	A	
8	A	
9	E	
10	B	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.