
Komisja Egzaminacyjna dla Aktuariuszy

XXXVIII Egzamin dla Aktuariuszy z 20 marca 2006 r.

Część I

Matematyka finansowa

WERSJA TESTU A

Imię i nazwisko osoby egzaminowanej:

.....

Czas egzaminu: 100 minut

-
1. Ile wynosi duration renty wieczystej, która wypłaca kwotę $(-1)^{k-1}$ na początek roku k ($k = 1, 2, \dots$). Stopa dyskontowa $i = 5\%$. Podaj najbliższą wartość:

- A) -0.49
- B) -0.29
- C) -0.09
- D) 0.11
- E) 0.31

2. Które z poniższych stwierdzeń są prawdziwe ($i > 0$) :

(i) Jeżeli $a(t) = c$, dla $c, t > 0$, wówczas $\int_0^t \delta_s ds = \ln c$

(ii) Dla całkowitego $n > 0$ i rzeczywistego $t > 0$:

$$\frac{d}{d\delta} \left((\bar{I}\bar{a})_{\bar{n}|} \right) = - \int_0^n t^2 e^{-\delta t} dt$$

(iii) Dla całkowitych n oraz t ($n > t > 0$):

$$- \int_0^t \frac{2}{\bar{s}_{\overline{n-x}|}} dx = \ln \left(\frac{\bar{s}_{\bar{n}|} - \bar{s}_{\bar{t}|}}{\bar{s}_{\bar{n}|}} \right).$$

A) tylko (ii)

B) tylko (iii)

C) (i) i (ii)

D) wszystkie

E) (i) i (iii)

3. Ile wynosi cena rocznej europejskiej opcji kupna „do wyboru” przy następujących założeniach:

- a) opcja uprawnia do zakupu za rok akcji jednej z dwóch spółek, wybranej przez właściciela opcji w dniu realizacji opcji,
- b) nabycie akcji spółki X może nastąpić po 50 PLN, nabycie akcji spółki Y po 70 PLN,
- c) rozkład ceny akcji spółki X za rok jest wykładniczy ze średnią 50, rozkład ceny akcji spółki Y jest również wykładniczy ze średnią 75,
- d) oczekiwana stopa zwrotu z inwestycji w opcję $i = 15\%$.

Odpowiedź (podaj najbliższą wartość):

- A) 35,6
- B) 37,9
- C) 39,7
- D) 42,1
- E) 44,5

4. Oblicz wartość bieżącą rosnącej renty nieskończonej płatnej z dołu na koniec kolejnych lat o płatnościach 1,2,3,jeżeli stopa i wynosi:

1%, dla lat $5k+1$

3%, dla lat $5k+2$

5%, dla lat $5k+3$

7%, dla lat $5k+4$

9%, dla lat $5k+5$

dla $k = 0,1,2,3, \dots$

Podaj najbliższą wartość:

A) 429,6

B) 433,4

C) 438,2

D) 443,0

E) 447,8

5. Dany jest nieskończony ciąg rent nieskończonych płatnych z góry, gdzie renta startująca na początku roku k ($k = 1, 2, 3, 4, 5, \dots$) wypłaca na początku lat $k, k+2, k+4, k+6, \dots$ (płatności każdej renty następują co 2 lata) kwoty $k, k+1, k+2, k+3, \dots$. Ile wynosi bieżąca wartość tego ciągu rent przy założeniu $i_1 = 5\%$ dla lat parzystych oraz $i_2 = 10\%$ dla lat nieparzystych (podaj najbliższą wartość) ?

- A) 2 004
- B) 2 118
- C) 2 208
- D) 2 328
- E) 2 459

6. Zakład ubezpieczeń oferuje swojemu klientowi jako opcję dodatkową przy polisie życiowej możliwość zakupu za rok renty wiecznej płatnej corocznie z dołu o płatnościach $1, 2, 3, \dots$, której cenę ustalono przy $i_1 = 5\%$. Oblicz wysokość rezerwy netto jaką zakład powinien utworzyć dzisiaj na taką opcję dodatkową przy następujących założeniach:
- a) prawdopodobieństwo zgonu klienta w ciągu najbliższego roku $q = 5\%$ (wówczas wygasa możliwość skorzystania z opcji dodatkowej),
 - b) klient skorzysta z opcji dodatkowej zawsze, gdy będzie to dla niego korzystne w porównaniu do ceny rynkowej renty,
 - c) rynkowa stopa procentowa dla tego typu renty wieczystej za rok ma rozkład równomierny na przedziale $(3\%, 7\%)$,
 - d) stopa techniczna dla tego typu rezerwy na najbliższy rok $i_2 = 8\%$,
 - e) rezerwa ma pokryć ryzyko ukształtowania się za rok ceny rynkowej renty powyżej ceny oferowanej klientowi w opcji dodatkowej.
- Podaj najbliższą wartość.

- A) 119,7
- B) 121,6
- C) 123,8
- D) 126,2
- E) 128,9

-
7. Kredyt w wysokości 100 000 PLN jest spłacany w 20 ratach płatnych na koniec kolejnych lat o postaci $X, X+a, X+2*a, \dots, X+19*a$ (X, a - nieujemne stałe). Efektywna roczna stopa oprocentowania kredytu wynosi $i = 7\%$. Ile wynosi a , jeżeli w 10 racie 60% stanowią odsetki ? Podaj najbliższą wartość.

- A) 210
- B) 240
- C) 270
- D) 300
- E) 330

8. Oblicz wartość obecną nieskończonej renty, która płaci na początku roku k ($k = 1, 2, 3, \dots$) kwotę $\sum_{r=1}^k \alpha^{r-1}$ dla $\alpha = \frac{3}{4}$. Efektywna roczna stopa wynosi $i = 5\%$. Podaj najbliższą wartość:

- A) 67,2
- B) 69,8
- C) 71,7
- D) 73,5
- E) 75,3

9. Rachunek oszczędnościowy założono w chwili 0 z wpłatą początkową 1. Następnie na rachunek dokonywane są w sposób ciągły wpłaty z roczną intensywnością

$C_t = \frac{1}{1+t} B_t$, gdzie B_t oznacza wartość rachunku w chwili $t > 0$. Ciągła intensywność

oprocentowania środków na rachunku wynosi $\delta_t = \frac{1}{1+t}$. Wyznacz B_t w chwili 1.

Odpowiedź (podaj najbliższą wartość):

- A) 3
- B) 4
- C) 5
- D) 6
- E) 7

10. Pan Jan zaciągnął kredyt w wysokości 300 000 PLN. Nominalna roczna stopa oprocentowania wynosi 5.5%. Prowizja dla banku za jego udzielenie wyniosła 2% wartości. Pan Jan wybrał opcję 3-miesięcznej karencji w spłacie kapitału (przez pierwsze 3 miesiące spłaca wyłącznie odsetki). Po 3 miesiącach karencji kredyt jest spłacany w 360 równych miesięcznych ratach z dołu. Po zapłaceniu 120 rat, pan Jan spłaca całość pozostałego mu do spłaty kredytu jednorazowo na koniec kolejnego miesiąca. Ile wyniosła łączna nominalna suma kosztów tego kredytu ? (podaj najbliższą wartość).

- A) 155 027
- B) 158 027
- C) 160 777
- D) 162 152
- E) 163 287

Egzamin dla Aktuariuszy z 20 marca 2006 r.**Matematyka finansowa****Arkusz odpowiedzi***

Imię i nazwisko:

Pesel:

OZNACZENIE WERSJI TESTU

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja ♦
1	A	
2	C	
3	B	
4	D	
5	C	
6	A	
7	E	
8	D	
9	B	
10	E	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.