

1. W populacji A natężenie zgonów dane jest wzorem

$$\mu_x^A = \frac{1}{100 - x} \quad \text{dla} \quad x < 100 \quad ,$$

a w populacji B wzorem $\mu_x^B = \frac{n}{100 - x}$ dla $x < 100$,

gdzie n jest parametrem. Wiadomo ponadto, że osobniki z populacji A mają przed sobą przeciętnie o 10% więcej życia, niż osobniki z B w tym samym wieku.

Wówczas:

- (A) $n = 1.1$ (B) $n = 1.15$ (C) $n = 1.2$ (D) $n = 1.21$
(E) żadna z powyższych

2. Niech Z_1, Z_2, Z_3 oznaczają odpowiednio wartości obecne wypłat z następujących polis wystawionych dla 40-latka: terminowej 20-letniej na życie, 20-letniej na dożycie oraz 20-letniej na życie i dożycie.

Oblicz $E(Z_1)$ oraz $E(Z_2)$, jeśli wiadomo, że:

(i) $Var(Z_1) = 0.0081$; $Var(Z_2) = 0.0625$; $Var(Z_3) = 0.0106$

(ii) $A_{\overline{40:20}|} = 0.4$.

- (A) $E(Z_1) = 0.1$, $E(Z_2) = 0.3$
(B) $E(Z_1) = 0.15$, $E(Z_2) = 0.3$
(C) $E(Z_1) = 0.15$, $E(Z_2) = 0.25$
(D) $E(Z_1) = 0.1$, $E(Z_2) = 0.35$
(E) $E(Z_1) = 0.12$, $E(Z_2) = 0.28$

3. W związku z koniecznością obniżenia technicznego natężenia oprocentowania o jeden punkt procentowy, wyznacz nowy poziom składki \bar{A}_x , jeśli dotychczasowe $\bar{A}_x = 0.15$, a dotychczasowe $(\bar{I}\bar{A})_x = 2.2$.

- (A) 0.161 (B) 0.172 (C) 0.183 (D) 0.194
(E) żadna z powyższych

4. Dla zabezpieczenia 10-letniego kredytu zawarto 10-letnie ubezpieczenie na życie.

Wyznacz jednorazową składkę netto, jeśli:

- (i) świadczenie płatne jest na moment śmierci,
- (ii) suma ubezpieczenia maleje jednostajnie wraz z upływem czasu od 1000 do zera,
- (iii) natężenie oprocentowania $\delta = 0.04$,

- (iv) natężenie zgonów opisuje funkcja $\mu_{x+t} = \frac{1}{50}$ dla $0 < t \leq 10$.

(A) $\frac{2500}{3} \left(e^{-\frac{3}{5}} - \frac{1}{5} \right)$

(B) $\frac{2500}{3} \left(e^{-\frac{3}{5}} - \frac{4}{9} \right)$

(C) $\frac{5000}{9} \left(e^{-\frac{3}{5}} - \frac{1}{5} \right)$

(D) $\frac{5000}{9} \left(e^{-\frac{3}{5}} - \frac{2}{5} \right)$

(E) $\frac{5000}{9} \left(e^{-\frac{3}{5}} - \frac{4}{9} \right)$

5. Niech Y będzie wartością obecną renty dożywotniej dla 70-latka, dającej mu wypłatę 100 na początek każdego roku.

Oblicz $\text{Var}(Y)$, jeśli dane są $A_{69} = 0.55211$, ${}^2A_{69} = 0.34022$, $p_{69} = 0.97$ oraz $v = 0.95$ (podaj najbliższą wartość).

- (A) 119 151 (B) 129 252 (C) 139 353
(D) 149 454 (E) 159 555

6. Osoba w wieku 40 lat zakupiła rentę dożywotnią w wysokości 100 , płatną raz w roku, na początku roku, od 65 roku życia. Wyznacz (podaj najbliższą wartość) roczną składkę płatną z góry na kolejny rok ubezpieczenia, aż do wypłaty pierwszej renty (ostatnia składka w 64 roku życia), jeśli wiadomo że:

- (i) $i = 0.05$,
- (ii) $\ddot{a}_{40:\overline{25}|} = 13.51$,
- (iii) $\ddot{a}_{65} = 9.15$,
- (iv) $M_{40} - M_{65} = 2100$,
- (v) $D_{40} = 13215$.

- (A) 13.20 (B) 13.40 (C) 13.60
(D) 13.80 (E) 14.00

7. W ubezpieczeniu na całe życie pięćdziesięciolatka ze świadczeniem w wysokości 1 wypłacanym w momencie śmierci, stała roczna składka opłacana jest w formie renty ciągłej. Wyznacz poziom rezerwy składek netto po 25 latach ubezpieczenia, jeśli dane są:

(i) natężenie oprocentowania $\delta = 0.1$,

(ii) ${}_t p_{50} = 1 - \frac{t}{50}$ dla $0 < t \leq 50$,

(iii) ${}_t p_{75} = 1 - \frac{t}{25}$ dla $0 < t \leq 25$

(A) $\frac{e^{-5} - 2e^{-5/2} + 1}{e^{-5} + 5}$

(B) $\frac{e^{-5} - 2e^{-5/2} + 1}{e^{-5} + 4}$

(C) $\frac{e^{-5} - 2e^{-5/2} + 1}{e^{-5} + 3}$

(D) $\frac{e^{-5} - 2e^{-5/2} + 2}{e^{-5} + 5}$

(E) $\frac{e^{-5} - 2e^{-5/2} + 2}{e^{-5} + 4}$

8. Natężenia zgonów dla żony (30) i męża (40) są stałe i wynoszą odpowiednio:

$$\mu_x^{(z)} = \frac{1}{40} \qquad \mu_x^{(m)} = \frac{1}{30} \quad .$$

Oblicz wartość oczekiwaną długości życia (całego życia) tej osoby, która umrze wcześniej (podaj najbliższą wartość).

- (A) 47.143 (B) 48.571 (C) 50
(D) 51.429 (E) 52.857

9. W terminowym, 25-letnim, ubezpieczeniu na życie i dożycie dla czterdziestolatka z sumą ubezpieczenia 1000, świadczenie śmiertelne płatne jest na koniec roku. Roczna składka płatna jest na początku pierwszych 15 lat ubezpieczenia. Jednorazowe koszty wystawienia polisy wynoszą $\alpha = 5\%$ sumy ubezpieczenia i są rezerwowane metodą Zillmera. Koszty administracyjne, również uwzględniane w rezerwie brutto, wynoszą $\gamma = 1\%$ sumy ubezpieczenia i są ponoszone na początku każdego roku ważności polisy. Wyznacz (podaj najbliższą wartość) rezerwę brutto po 10 latach ubezpieczenia, jeśli rezerwa netto po 10 latach wynosi 600, a ponadto znane są:

$$\ddot{a}_{40:\overline{10}|} = 6.60$$

$$\ddot{a}_{50:\overline{5}|} = 4.05$$

$$\ddot{a}_{40:\overline{15}|} = 8.05$$

$$\ddot{a}_{50:\overline{15}|} = 7.70$$

$$\ddot{a}_{40:\overline{25}|} = 9.35 \quad .$$

- (A) 604.80 (B) 610.90 (C) 621.30 (D) 634.60
(E) 640.20

10. Dany jest plan emerytalny, w którym przejście na emeryturę następuje nie później niż w wieku 65 lat ($l_{65}^{(r)} = 0$). Kohorta 55-latków, wszyscy urodzeni 1 stycznia,

liczy $l_{55}^{(r)} = 1000$ osób, wszyscy z 20 letnim stażem w planie emerytalnym.

Wiadomo, że co roku, 31 grudnia, przechodzi na emeryturę 80 osób

($d_{55+k}^{(r)} = 80$ dla $k = 0, 1, \dots, 9$).

Wyznacz obecną wartość świadczenia emerytalnego 55-latka (na moment 55 urodzin), jeśli :

(i) plan wypłaca 1 stycznia roczną emeryturę w wysokości 50 za każdy skończony rok stażu,

(ii) $\bar{a}_{55+k}^{(r)} = 10 - \frac{k}{4}$.

$$(A) \quad 400 \cdot \ddot{a}_{\overline{10}|} + 20 \cdot I \ddot{a}_{\overline{10}|} - \sum_{k=0}^9 (k+1)^2 \cdot v^{k+1}$$

$$(B) \quad 400 \cdot a_{\overline{10}|} + 20 \cdot I a_{\overline{10}|} - \sum_{k=0}^9 (k+1)^2 \cdot v^{k+1}$$

$$(C) \quad 800 \cdot \ddot{a}_{\overline{10}|} + 20 \cdot I \ddot{a}_{\overline{10}|} - \sum_{k=0}^9 (k+1)^2 \cdot v^{k+1}$$

$$(D) \quad 800 \cdot a_{\overline{10}|} + 20 \cdot I a_{\overline{10}|} - \sum_{k=0}^9 (k+1)^2 \cdot v^{k+1}$$

(E) żadna z powyższych .

Egzamin dla Aktuariuszy z 16 listopada 1996 r.**Matematyka ubezpieczeń życiowych****Arkusz odpowiedzi***

Imię i nazwisko :Klucz odpowiedzi.....

Pesel

| Zadanie nr | Odpowiedź | Punktacja ♦ |
|------------|-----------|-------------|
| 1 | C | |
| 2 | A | |
| 3 | B | |
| 4 | D | |
| 5 | C | |
| 6 | B | |
| 7 | B | |
| 8 | E | |
| 9 | A | |
| 10 | D | |
| | | |

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.