

1. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że noworodek wybrany z populacji, w której śmiertelnością rządzi prawo Gomperta

$$\mu_x = 0.6e^x$$

dożyje wieku największej śmiertelności (tzn. takiego wieku, w którym gęstość rozkładu zmiennej X jest największa). Podaj najbliższą wartość.

- (A) 0,59 (B) 0,67 (C) 0,75 (D) 0,83
(E) 0,91

2. Rozważamy 20-letnie ubezpieczenie na życie i dożycie dla (x) , wybranego z populacji, w której śmiertelnością rządzi prawo de Moivre'a z wiekiem granicznym ω , przy czym zakładamy, że $x + 20 < \omega$. Wypłaca ono b w chwili śmierci, jeśli ubezpieczony umrze w okresie ubezpieczenia lub wypłaca c po 20 latach, jeśli ubezpieczony dożyje wieku $(x+20)$. Proporcja b/c jest tak dobrana, że jednorazowa składka netto za to ubezpieczenie nie zmienia się, jeśli wiek graniczny ω w danej populacji zmienia się o $\Delta\omega$ (zakładamy, że dalej spełniona jest nierówność $x + 20 < \omega + \Delta\omega$). Obliczyć b/c . Dane jest $\delta = 0,05$.

Podaj najbliższą wartość.

- (A) 0,86 (B) 0,79 (C) 0,72 (D) 0,65
(E) 0,58

3. Dożywotnia renta dla (x) wypłaca w sposób ciągły świadczenie z intensywnością 1000 zł na rok. Ubezpieczyciel gwarantuje, że wypłaty będą trwały tak długo, aż suma świadczeń (bez oprocentowania) osiągnie $2/3$ jednorazowej składki netto.

Podaj przybliżoną wartość składki netto, jeśli (x) jest z populacji o wykładniczym rozkładzie trwania życia z $\mu = 0,05$ oraz $\delta = 0,05$.

- (A) 9 450 (B) 10 950 (C) 12 450 (D) 13 950
(E) 15 450

4. Rozważamy 20-letnie ubezpieczenie na życie i dożycie dla (x), wypłacające świadczenie śmiertelne na koniec roku śmierci.

Dla (x) równoważne są dwa ubezpieczenia z gwarantowanym wzrostem sumy ubezpieczenia. W obydwu bonus zwiększa sumę ubezpieczenia w końcu roku, przed ewentualną wypłatą świadczenia.

Pierwsze ubezpieczenia daje coroczny wzrost bieżącej sumy ubezpieczenia o 2%.

Drugie powiększa co roku sumę ubezpieczenia o $r\%$ wyjściowej kwoty (sumy ubezpieczenia na moment wystawienia polisy).

Obydwa ubezpieczenia wyceniono przy technicznej stopie 7%.

Wyznacz stopę waloryzacji r (podaj najbliższą wartość). Dane są:

	stopa techniczna			
	7%	5,1%	4,9%	4,7%
$1000 \cdot A_{x:\overline{20} }^1$	188,86	227,18	231,83	236,61
$1000 \cdot A_{x:\overline{20} }^{\frac{1}{1}}$	154,97	221,75	230,36	239,33
$1000 \cdot (IA)_{x:\overline{20} }^1$	1 893,38	2 407,90	2 471,30	2 536,70

(A) 2,11%

(B) 2,19%

(C) 2,27%

(D) 2,37%

(E) 2,65%

5. Bezterminowe ubezpieczenie na życie (x), wystawione za jednorazową składkę netto \bar{A}_x , wypłaca 1 w chwili śmierci. Ubezpieczony (x) jest wybrany z populacji de Moivre'a z wiekiem granicznym ω . Obliczyć granicę wyrażenia ${}^2\bar{A}_x / \bar{A}_x^2$, gdy $x \rightarrow \omega$.

Wskaż najbliższą odpowiedź.

- (A) 1 (B) 0,75 (C) 0,50 (D) 0,25
(E) 0

6. Rozważamy bezterminowe ubezpieczenie na życie dla (x) , wybranego z populacji z wykładniczym rozkładem trwania życia $\mu_{x+t} \equiv 0,01$. Wiadomo, że umówione sumy ubezpieczenia rosną z roku na rok w postępie arytmetycznym $c_{k+1} = a + kb$, $b > 0$ i podobnie, w postępie arytmetycznym rosną coroczne składki netto $\pi_k = f + kg$, $g > 0$.

Dane są ${}_1V$, ${}_2V$, ${}_{11}V$, ${}_{12}V$ oraz $\delta = 0,04$. Wówczas ${}_{13}V$ wyraża się wzorem

- | | |
|---|---|
| (A) ${}_{12}V - {}_{11}V + 1,73{}_2V - 1,73{}_1V$ | (B) ${}_{12}V - 2{}_1V - 1,73{}_2V + 3,47{}_1V$ |
| (C) $2{}_2V - {}_{11}V - 1,73{}_2V + 3,47{}_1V$ | (D) ${}_{12}V - 2{}_1V + 1,73{}_2V - 3,47{}_1V$ |
| (E) $2{}_2V - {}_{11}V + 1,73{}_2V - 3,47{}_1V$ | |

7. Terminowe ubezpieczenie na życie i dożycie dla (x) wypłaca świadczenie śmiertelne na koniec roku śmierci. Ubezpieczony płaci na początku roku stałą składkę przez cały okres ubezpieczenia.

Składniki rezerwy brutto sumują się po pierwszym roku do wartości $-17,83$ zł na tysiąc zł sumy ubezpieczenia oraz osiągają zero na koniec drugiego roku.

Wyznacz roczną składkę netto (na 1000 zł sumy ubezpieczenia), jeśli początkowe koszty akwizycji wynoszą 3,5% sumy ubezpieczenia oraz

$$i = 6\%$$

$$p_{x+1} = 0,995 \text{ .}$$

Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 19,86 (B) 20,06 (C) 20,26 (D) 20,46
(E) 20,66

8. Rozważamy bezterminowe ubezpieczenie na życie dla (x) , wypłacające sumę ubezpieczenia 200 000, jeśli ubezpieczony zginie w wypadku ($J=1$) lub 100 000, jeśli przyczyną śmierci nie był wypadek ($J=2$). Do rachunków aktuarialnych przyjęto techniczną intensywność oprocentowania na poziomie $\delta = 0,05$. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że ubezpieczony zginie w wypadku pod warunkiem, że wartość obecna wypłaconego świadczenia, obliczona na moment wystawienia polisy przekroczy 85 000. Dane są:

$$\mu_{1,x+t} \equiv 0,003 \quad , \quad \mu_{2,x+t} \equiv 0,01 \quad .$$

Podaj najbliższą wartość.

- (A) 0,75 (B) 0,70 (C) 0,65 (D) 0,60
(E) 0,55

9. Dla pary osób (x) oraz (y) możliwa jest renta rewersyjna $R1$, ważna przez 10 lat od wystawienia polisy, płaćcą życia (y) po śmierci (x).
Druga renta, $R2$, jest bezterminowa i wypłaca życiu (y) po 10 latach - lub wcześniej, jeśli umrze (x).
Obydwie renty wypłacają 1 zł raz na początku roku. Podaj, o ile złotych jest droższa renta $R2$ od $R1$, jeśli:

$$i = 5\%$$

$${}_{10}p_y = 0,8618$$

$$\ddot{a}_{y+10} = 9,4572$$

(A) 4,6
(E) 5,0

(B) 4,7

(C) 4,8

(D) 4,9

10. Plan emerytalny dopuszcza przejście na emeryturę między 60 a 70 rokiem życia.

Plan wypłaca w formie renty ciągłej emeryturę, której roczna wysokość wynosi 25% finalnego wynagrodzenia rocznego. Wyznacz wartość przyszłych świadczeń 40-letniego uczestnika planu, którego roczne wynagrodzenie wynosi obecnie 20 000 i będzie rosło w sposób ciągły o 5% rocznie. Dane są:

$$\mu_{40+t}^{(\tau)} = \frac{1}{30-t} \quad \text{dla } 0 < t < 30$$

$$\mu_{40+t}^{(r)} = \begin{cases} \frac{2}{3}(30-t) & 20 < t < 30 \\ 0 & \text{inaczej} \end{cases}$$

$$\bar{a}_{40+t} = 20 - \frac{t}{4}$$

$$i = 5\%$$

- | | | | | | | | |
|-----|--------|-----|--------|-----|--------|-----|--------|
| (A) | 14 775 | (B) | 15 025 | (C) | 15 275 | (D) | 15 525 |
| (E) | 15 775 | | | | | | |

XXIX Egzamin dla Aktuariuszy z 17 maja 2003 r.**Matematyka ubezpieczeń życiowych****Arkusz odpowiedzi***

Imię i nazwisko :Klucz odpowiedzi.....

Pesel

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja ♦
1	B	
2	E	
3	B	
4	D	
5	A	
6	E	
7	A	
8	D	
9	E	
10	C	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.