

Komisja Egzaminacyjna dla Aktuariuszy

XXXIV Egzamin dla Aktuariuszy z 17 stycznia 2005 r.

Część II

Matematyka ubezpieczeń życiowych

Imię i nazwisko osoby egzaminowanej:

Czas egzaminu: 100 minut

Warszawa, 17.01.2005 r.

1. W danej populacji intensywność śmiertelności mężczyzn jest dla każdego wieku o połowę wyższa niż w przypadku kobiet. Oblicz prawdopodobieństwo, że losowo wybrany mężczyzna w wieku (x) będzie żył co najmniej tak długo, jak losowo wybrana kobieta w wieku (x) .

- (A) 0,27 (B) 0,30 (C) 0,33 (D) 0,37
(E) 0,40

2. Intensywność śmiertelności w populacji A jest dla każdego wieku wyższa o stałą $\delta > 0$ niż w populacji B, czyli $\mu_{x+t}^A = \mu_{x+t}^B + \delta$. Niech symbole $\bar{A}_x(\lambda)$ oraz $\bar{a}_x(\lambda)$ oznaczają odpowiednie składki obliczone przy intensywności oprocentowania λ . Prawdziwe jest:

(A) $\delta^2 \cdot \bar{a}_x^A(0) + \delta \cdot \bar{A}_x^B(\delta) = 1$

(B) $\delta^2 \cdot \bar{a}_x^A(\delta) + \delta \cdot \bar{A}_x^B(\delta) = 1$

(C) $\delta \cdot \bar{a}_x^A(\delta) + \frac{1}{\delta} \cdot \bar{A}_x^B(\delta) = 1$

(D) $\delta \cdot \bar{a}_x^A(\delta) + \bar{A}_x^B(\delta) = 1$

(E) $\delta \cdot \bar{a}_x^A(0) + \bar{A}_x^B(\delta) = 1$

3. Na życie (x) wystawiono 20-letnie ubezpieczenie ze świadczeniem śmiertelnym 20 000 (płatnym na koniec roku śmierci) oraz kwotą 50 000 w przypadku dożycia do wieku ($x+20$). Składka netto P jest płacona na początku roku przez cały okres ubezpieczenia.

Po 10 latach ubezpieczenia wiadomo, że podwojenie składki P spowoduje wzrost obydwu sum ubezpieczenia o 38%, natomiast podwojenie samego świadczenia śmiertelnego wywoła wzrost składki o 45%.

Oblicz wysokość składki P w tym ubezpieczeniu. Dane są:

$$v=0,95 \quad \ddot{a}_{x+10:\overline{10}|} = 7,135$$

Wskaż najbliższą wartość.

- | | | | | | | | |
|-----|------|-----|------|-----|------|-----|------|
| (A) | 1365 | (B) | 1400 | (C) | 1435 | (D) | 1470 |
| (E) | 1505 | | | | | | |

4. Rozważamy 20-letnie ubezpieczenie na życie i dożycie dla osoby w wieku (x) z sumą ubezpieczenia 10 000 oraz składką płaconą na początku roku przez cały okres ubezpieczenia. Świadczenie śmiertelne jest wypłacane na koniec roku śmierci.

Jeśli ubezpieczony jest niepalący, to płaci składkę netto $P_{x:\overline{20}|}$, a jeżeli jest palaczem, to jest traktowany jako osoba o 5 lat starsza i płaci składkę netto $P_{x+5:\overline{20}|}$. Aktuarialnie ekwiwalentne dla palacza jest również ubezpieczenie, w którym płaci on składkę $P_{x:\overline{20}|}$, lecz ma zmniejszone świadczenie śmiertelne o kwotę D .

Wyznacz kwotę D (podaj najbliższą wartość). Dane są:

$$v=0,95$$

$${}_{20}p_{x+5} = 0,6$$

$$\ddot{a}_{x:\overline{20}|} = 11,73$$

$$\ddot{a}_{x+5:\overline{20}|} = 11,23$$

(A) 1866
(E) 1922

(B) 1880

(C) 1894

(D) 1908

5. Rozważamy ciągły model bezterminowego ubezpieczenia na życie z sumą ubezpieczenia 1 oraz składką płatną przez cały okres ubezpieczenia. Oblicz ${}_5\bar{V}_x$, jeśli dane są:

$$\frac{\partial}{\partial x}({}_5\bar{V}_x) = 0,025 \quad \mu_x = 0,012 \quad \mu_{x+5} = 0,018 \quad \bar{a}_x = 12,5$$

Wskaż najbliższą wartość

- (A) 0,34 (B) 0,36 (C) 0,38 (D) 0,40
(E) 0,42

6. Rozważamy 20-letnie ubezpieczenie rentowe, w którym śmierć ubezpieczonego (40) odwraca kierunek płatności. Płatności przypadają na początek kolejnego roku ubezpieczenia; gdy są składką, mają wysokość P , a gdy rentą pośmiertną, mają wysokość 10 000. Po zawarciu umowy ubezpieczenie jest nieodwołalne i składki są płacone z konta depozytowego.

W momencie wystawienia polisy ubezpieczyciel ustala sobie plan rezerw na cały okres ubezpieczenia. Podaj wysokość rezerwy netto liczonej z 10-letnim wyprzedzeniem. Dane są: $v=0,95$

$D_{40}= 120\ 720$	$D_{50}= 67\ 525$	$D_{60}= 34\ 375$
$N_{40}=1\ 818\ 855$	$N_{50}=872\ 015$	$N_{60}=358\ 920$
$l_{40}= 939\ 370$	$l_{50}= 877\ 590$	$l_{60}= 746\ 150$

Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 4780 (B) 4860 (C) 4940 (D) 5020
(E) 5100

7. Rozpatrujemy 20-letnie ubezpieczenie na życie i dożycie z sumą ubezpieczenia 10 000. Świadczenie śmiertelne jest płacone na koniec roku śmierci. Składka jest płacona na początku roku przez cały okres ubezpieczenia. Narzuty na jednorazowe koszty początkowe wynoszą 5% składki brutto, a narzuty na koszty administracyjne 8% składki brutto. Koszty administracyjne są ponoszone w stałej kwocie na początku roku przez cały okres ubezpieczenia. Ubezpieczyciel rozważa ekwiwalentne przesunięcie części kosztów administracyjnych do kosztów początkowych (outsourcing obsługi ubezpieczenia). Wiadomo, że można przesunąć maksymalnie 24,285% kosztów administracyjnych, by nie przekroczyć dopuszczonego w polskich przepisach górnego pułapu kosztów początkowych. Podaj wysokość składki brutto, jeśli $\ddot{a}_{x:\overline{20}|} = 11,73$. Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 390 (B) 400 (C) 410 (D) 420
(E) 430

8. Pracodawca kupuje dla pracowników 20-letnie ubezpieczenie na życie, wypłacające świadczenie w momencie śmierci. Składka jest płacona w sposób ciągły ze stałą intensywnością przez cały okres ubezpieczenia. Pracownicy podlegają ryzyku zawodowemu, które, niezależnie od wieku, podnosi intensywność śmiertelności o stały czynnik $k=0,05$.
W normalnych warunkach ubezpieczyciel stosuje tablicę, która daje osobie w wieku (x) lat prawdopodobieństwo ${}_{20}p_x = 0,8$ oraz $\bar{a}_{x:20|}(\delta) = 3,5 + 1,4 \cdot \delta^{-0,6}$ dla $0,02 \leq \delta \leq 0,12$.
Podaj roczną intensywność składki na 1000 zł sumy ubezpieczenia dla $\delta = 0,04$.
Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 52 (B) 62 (C) 78 (D) 82
(E) 86

9. Rozpatrujemy bezterminowe ubezpieczenie na dwa niezależne życia dwóch osób w tym samym wieku i z tych samych tablic. Ubezpieczenie wypłaca świadczenie na koniec roku śmierci.

Wiadomo, że za tę samą kwotę jednorazowej składki netto można uzyskać świadczenie śmiertelne w wysokości:

14 020 zł, gdy jest to ubezpieczenie na pojedyncze życie osoby (x),

21 900 zł, wypłacane tylko wtedy, gdy (x) umrze, a (y) żyje.

Podaj, jaką sumę ubezpieczenia uzyskają (x) oraz (y) za tę samą kwotę w ubezpieczeniu, które wypłaca po śmierci drugiej osoby. Wskaż najbliższą wartość.

- | | | | | | | | |
|-----|--------|-----|--------|-----|--------|-----|--------|
| (A) | 19 480 | (B) | 19 600 | (C) | 19 720 | (D) | 19 840 |
| (E) | 19 960 | | | | | | |

10. Grupa osób w wieku 65 lat, dysponująca takim samym kapitałem, zakupiła dożywotnią emeryturę po koszcie składki netto. Emerytura jest płaćna raz w roku, na początku roku. Ubezpieczyciel ustalił początkową wysokość emerytury przy założeniu, że będzie ona stała przez cały okres ubezpieczenia. Umowa przewiduje, że po pięciu latach ubezpieczyciel zweryfikuje założenia na temat śmiertelności i wyznaczy nową, ekwiwalentną wysokość emerytury dla pozostałego okresu ubezpieczenia, jednak bez rozliczania zysków lub strat z pierwszych pięciu lat.

Po pierwszym pięcioleciu ustalono, że ubezpieczona kohorta ma cechy populacji z tych samych tablic, co przyjęte na początku, jednak z wiekiem niższym o 5 lat.

Podaj, o ile procent zostanie obniżona nowa emerytura. Wskaż najbliższą wartość.

Dane są:

$$D_{60} = 34\,375$$

$$N_{60} = 358\,919$$

$$D_{65} = 23\,065$$

$$N_{65} = 210\,865$$

$$D_{70} = 14\,517$$

$$N_{70} = 113\,650$$

(A) 17,9
(E) 20,3

(B) 18,5

(C) 19,1

(D) 19,7

XXXIV Egzamin dla Aktuariuszy z 17 stycznia 2005 r.**Matematyka ubezpieczeń życiowych****Arkusz odpowiedzi***

Imię i nazwisko :Klucz odpowiedzi.....

Pesel

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja ♦
1	E	
2	E	
3	A	
4	D	
5	B	
6	C	
7	E	
8	A	
9	A	
10	D	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.