

1. Wyznacz prawdopodobieństwo przeżycia przez osobę 55-letnią co najmniej 10 lat, jeśli analogiczne prawdopodobieństwo dla osoby 25 letniej wynosi 0.8 oraz natężenie zgonów opisuje funkcja:

$$\mu_x = kx \quad \text{dla } x > 0 \quad .$$

- (A) 0.40 (B) 0.64 (C) 0.80 (D) 0.81
(E) 0.90

2. Czterdziestoletnia osoba zaciągnęła kredyt na 10 lat, z roczną ratą w wysokości r spłacaną w formie renty ciągłej z oprocentowaniem δ . Dla pokrycia długu wystawiono polisę dającą w momencie śmierci dłużnika wypłatę równą pozostałej kwocie długu. Przyjmując tę samą stopę procentową δ wskaż formułę wyznaczającą jednorazową składkę netto za tę polisę.

(A) $\frac{r}{\delta}(\bar{A}_{40:\overline{10}|}^1 + v^{10} \cdot {}_{10}p_{40})$

(B) $\frac{r}{\delta}(\bar{A}_{40:\overline{10}|}^1 - v^{10} \cdot {}_{10}p_{40})$

(C) $\frac{r}{\delta}(\bar{A}_{40:\overline{10}|}^1 - v^{10} \cdot {}_{10}q_{40})$

(D) $\frac{r}{\delta}(\bar{A}_{40:\overline{10}|}^1 - v^{10} \cdot {}_{10}q_{40})$

(E) $\frac{r}{\delta}(\bar{A}_{40:\overline{10}|}^1 + v^{10} \cdot {}_{10}q_{40})$

3. Na życie pięćdziesięciolatka wystawiono bezterminową polisę dającą wypłatę 1 na koniec roku, w którym nastąpi śmierć. Wyznacz jednorazową składkę netto (podaj najbliższą wartość), jeśli wiadomo że: (i) analogiczna składka dla osoby o rok młodszej wynosi 0.6 , (ii) stopa procentowa $i=10\%$, (iii) dane są wartości funkcji komutacyjnych $D_{49} = 850$ oraz $D_{50} = 765$.

- (A) 0.651 (B) 0.654 (C) 0.657 (D) 0.660
(E) 0.663

4. Osobie czterdziestoletniej wystawiono polisę na rentę dożywotnią, odroczoną na 20 lat, płatną w wysokości 1 na początek roku. Wyznacz jednorazową składkę netto za tę polisę, jeśli wiadomo że:

$$A_{40} = 0.112$$

$$\ddot{s}_{40:\overline{20}|} = 77.7$$

$${}_{20}p_{40} = 0.78$$

$$i = 0.1$$

(A) 0.76

(B) 0.80

(C) 0.84

(D) 0.88

(E) 0.92

5. Uprość wyrażenie:

$$\frac{\left(P_{40:\overline{10}|} - {}_{10}P_{40}\right) \cdot \ddot{a}_{40:\overline{10}|}}{v^{10} \cdot {}_{10}P_{40}}$$

gdzie “duże P” oznaczają roczne (płatne na początek roku) składki netto w pełni dyskretnym modelu, a mianowicie:

$P_{40:\overline{10}|}$ składkę w terminowym ubezpieczeniu na życie i dożycie,
 ${}_{10}P_{40}$ 10-letnią składkę w bezterminowym ubezpieczeniu na życie.

- (A) A_{40} (B) $1 - A_{40}$ (C) $A_{40:\overline{10}|}$
 (D) A_{50} (E) $1 - A_{50}$

6. W pełni ciągłym modelu składki netto przyjmij stałe natężenie zgonów $\mu_x = \mu$ dla wszystkich $x > 0$ oraz daną sumę $\mu + \delta = 0.1$. Składka $\bar{P}(\bar{A}_{x:10|})$ w dziesięcioletnim ubezpieczeniu na życie i dożycie dla osoby w wieku x -lat wynosi:

- (A) $\frac{e}{0.1e - 1} - \delta$ (B) $\frac{e - 1}{0.1e} - \delta$ (C) $\frac{e - 1}{0.1e} - (0.1 - \delta)$
- (D) $\frac{0.1e}{e - 1} - \delta$
- (E) żadne z powyższych.

7. W ubezpieczeniu na całe życie czterdziestolatka ze świadczeniem 10 000 zł, płatnym na koniec roku, w którym nastąpiła śmierć, roczna składka opłacana jest w czterech kwartalnych ratach po 30 zł. Składkę tę wyznaczono przy stopie procentowej $i=0.1$ oraz przy założeniu jednostajnego rozkładu zgonów w ciągu roku. Wyznacz poziom rezerwy składek netto po dziesięciu latach ubezpieczenia (podaj najbliższą wartość), jeśli wiadomo, że $A_{50} = 0.19$ oraz $\ddot{a}_{50} = 8.90$.

- (A) 878 (B) 915 (C) 1288 (D) 1525
(E) 1645

8. W ubezpieczeniu na życie z terminem 20 lat świadczenie jest płatne w momencie śmierci i wynosi:

(1) 1.50 zł, gdy przyczyną śmierci był wypadek,

(2) 1 zł, gdy śmierć spowodowała inna przyczyna.

Natężenia zgonów według obydwu przyczyn opisują odpowiednio:

$$\mu_{x+t}^{(1)} = \frac{t}{60} \qquad \mu_{x+t}^{(2)} = \frac{t}{40} \quad .$$

Wyznacz jednorazową składkę netto za tę polisę przy zerowej stopie procentowej.

(A) $\frac{3}{2}(1 - e^{-5})$

(B) $\frac{6}{5}(1 - e^{-20/3})$

(C) $\frac{3}{2}(1 - e^{-20/3})$

(D) $\frac{6}{5}(1 - e^{-25/3})$

(E) $\frac{3}{2}(1 - e^{-25/3})$

9. W terminowym, dwudziestoletnim, ubezpieczeniu na życie i dożycie dla osoby 45-letniej z sumą ubezpieczenia 1000 świadczenie śmiertelne płatne jest na koniec roku. Wyznacz składkę brutto płatną raz w roku (na początek roku) przez pierwszych 10 lat ubezpieczenia, jeśli wiadomo że:

(i) $A_{45:\overline{20}|} = 0.4266$

(ii) $\ddot{a}_{45:\overline{10}|} = 8.30$

(iii) $\ddot{a}_{45:\overline{20}|} = 12.10$

- (iv) jednorazowe koszty związane z wystawieniem polisy wynoszą 5% sumy ubezpieczenia,

- (v) okresowe koszty (ponoszone na początku roku) zbierania składek wynoszą 10% składki brutto,

- (vi) okresowe koszty administracyjne (ponoszone na początku każdego roku przez okres ważności ubezpieczenia) wynoszą 1% sumy ubezpieczenia.

(A) 65

(B) 70

(C) 75

(D) 80

(E) 85

- 10.** Dany jest plan emerytalny, w którym przejście na emeryturę następuje nie później niż w wieku 65 lat ($l_{65}^{(e)} = 0$). Roczna składka w wysokości 100 płaćta jest w sposób ciągły. Wyznacz (podaj najbliższą wartość) aktualną wartość przyszłych składek uczestnika planu w wieku 55 lat, jeśli wiadomo, że:
- (i) prawdopodobieństwo wypadnięcia z planu (łącznie ze wszystkich powodów) ma rozkład jednostajny na przedziale wieku od 55 do 65 lat,
 - (ii) natężenie oprocentowania wynosi 0.1 .

- (A) 331 (B) 368 (C) 404 (D) 441
- (E) 478

Egzamin dla Aktuariuszy z 26 października 1996 r.**Matematyka ubezpieczeń życiowych****Arkusz odpowiedzi***

Imię i nazwisko :Klucz odpowiedzi.....

Pesel

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja ♦
1	B	
2	C	
3	C	
4	A	
5	E	
6	D	
7	A	
8	D	
9	D	
10	B	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.