

1. W danej populacji intensywność śmiertelności zmienia się skokowo w rocznicę narodzin i jest stała aż do następnych urodzin.

Jaka jest oczekiwana liczba osób z kohorty miliona 60-latków, które umrą po skończeniu 61 lat i 8 miesięcy a przed skończeniem 62 lat i 4 miesięcy. Dane są:

$$q_{60} = 0,01 \qquad q_{61} = 0,03 \qquad q_{62} = 0,05 \ .$$

Przyjmij, że 1 miesiąc to  $1/12$  roku. Podaj najbliższą wartość.

- (A) 26067            (B) 26071            (C) 26075            (D) 26079  
(E) 26083

2. Rozważamy populację z wykładniczym rozkładem trwania życia oraz bezterminowe ubezpieczenie na życie wypłacające 1000 zł w momencie śmierci. Dla populacji  $A$  jednorazowa składka netto za takie ubezpieczenie wynosi 429 zł. Podaj składkę dla populacji  $B$  z dwukrotnie wyższą intensywnością śmiertelności oraz o połowę niższą intensywnością oprocentowania. Podaj najbliższą wartość.

- (A) 650                      (B) 675                      (C) 700                      (D) 725  
(E) 750

3. Wystawiono bezterminowe ubezpieczenie na życie ( $x$ ) z roczną składką brutto, płaconą (na początku roku) dożywotnio w wysokości 1570 zł. Suma wykupu polisy osiągnęła po 10 latach 10000 zł i powinna dalej rosnąć o 1250 zł rocznie. Przed zapłaceniem 11-tej składki ubezpieczony zawiesił płacenie składek, korzystając z opcji automatycznego kredytowania składek przy stopie  $i=5\%$ . Jaki jest maksymalny okres dalszej ważności tego ubezpieczenia bez wznowienia płatności składek? Podaj całkowitą liczbę lat.

- (A) 8                      (B) 9                      (C) 10                      (D) 11  
(E) 12

4. Na życie (50) z populacji de Moivre'a z parametrem  $\omega = 100$  wystawiono bezterminowe ubezpieczenie, wypłacające świadczenie w momencie śmierci. Składka netto płacona jest dożywotnio w formie stałej renty ciągłej. Z jakim prawdopodobieństwem wartość wpłaconych składek netto pokryje w tym ubezpieczeniu co najmniej  $2/3$  wartości świadczenia? Przyjmij  $\delta = 0,05$ . Podaj najbliższą wartość.

- (A) 0,694                      (B) 0,701                      (C) 0,714                      (D) 0,723  
(E) 0,736

5. Za tę samą kwotę jednorazowej składki netto można kupić jedną z dwóch rent dożywotnich dla ( $x$ ), wypłacając świadczenie na początku każdego roku ubezpieczenia, od zaraz. Pierwsza renta daje w pierwszych dziesięciu latach ubezpieczenia dwukrotnie wyższe wypłaty niż w późniejszym okresie. Druga renta na odwrót: w pierwszych dziesięciu latach połowę tego, co później. Podaj, o ile procent jest wyższa pierwsza wypłata pierwszej renty od pierwszej wypłaty drugiej renty. Dane są:

$$A_{x:\overline{10}|}^1 = 0,3175 \quad \frac{\ddot{a}_x}{\ddot{a}_{x+10}} = 1,35 .$$

Podaj najbliższą wartość.

- |     |      |     |      |     |      |     |      |
|-----|------|-----|------|-----|------|-----|------|
| (A) | 37,5 | (B) | 40,0 | (C) | 42,5 | (D) | 45,0 |
| (E) | 47,5 |     |      |     |      |     |      |

6. Rozważamy ciągły typ  $n$ -letniego ubezpieczenia na życie i dożycie z sumą ubezpieczenia 1 zł. Składki netto są płacone w formie renty ciągłej, ze stałą intensywnością równą 0,068722 zł, przez cały okres ubezpieczenia.

Podaj wartość  $n$  w ubezpieczeniu wystawionym na życie ( $x$ ), jeśli dane jest oprocentowanie  $\delta = 0,06$  oraz wiadomo, że rezerwy składek netto opisuje w tym ubezpieczeniu formuła:

$$V(t) = \frac{e^{0,1t} - 1}{e^{0,1n} - 1} \quad \text{dla } 0 \leq t \leq n$$

Podaj najbliższą wartość.

- |     |    |     |    |     |    |     |    |
|-----|----|-----|----|-----|----|-----|----|
| (A) | 11 | (B) | 12 | (C) | 13 | (D) | 14 |
| (E) | 15 |     |    |     |    |     |    |

7. Dożywotnie ubezpieczenie rentowe dla ( $x$ ) daje rentę w wysokości 10000 zł rocznie, płaconą na początku roku ubezpieczenia. Składka za to ubezpieczenie jest płaconą przez 20 lat, w stałej wysokości, na początku roku. Wiedząc, że roczna składka netto wynosi 1350 zł, podaj roczną składkę brutto, jeśli
- koszty inkasa składki w wysokości 10% są potrącane na początku roku przez cały okres płatności składek,
  - przez cały okres płatności składek ponoszone są na początku roku koszty administracyjne w wysokości 120 zł,
  - po wygaśnięciu płatności składek ponoszone są na początku roku koszty administracyjne w wysokości 180 zł rocznie.

Podaj najbliższą wartość.

- |     |      |     |      |     |      |     |      |
|-----|------|-----|------|-----|------|-----|------|
| (A) | 1660 | (B) | 1663 | (C) | 1666 | (D) | 1669 |
| (E) | 1672 |     |      |     |      |     |      |

8. Bezterminowe ubezpieczenie na życie ( $x$ ) wypłaca świadczenie w momencie śmierci, w wysokości zależnej od przyczyny śmierci:

50 000	śmierć w wyniku długiej, ciężkiej choroby (CH),
30 000	śmierć spowodowana nieszczęśliwym wypadkiem (NW)
10 000	śmierć z innej przyczyny.

Wiadomo, że dla osobnika w wieku  $x$ , dla każdego  $t \geq 0$  zachodzi

$$\mu_{x+t}^{(CH)} = \frac{1}{5} \mu_{x+t}^{(Inne)} \quad \text{oraz} \quad \mu_{x+t}^{(NW)} = \frac{2}{5} \mu_{x+t}^{(Inne)}.$$

Ponadto dana jest funkcja przeżycia (względem wszystkich przyczyn śmierci)

${}_t p_x = (0,9608)^t$  oraz intensywność oprocentowania  $\delta = 0,05$ .

Przez pierwsze 20 lat ubezpieczenia płacona jest składka o stałej intensywności.

Wyznacz roczną intensywność składki. Podaj najbliższą wartość.

- |     |      |     |     |     |     |     |     |
|-----|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| (A) | 900  | (B) | 930 | (C) | 960 | (D) | 990 |
| (E) | 1020 |     |     |     |     |     |     |



9. Bezterminowe ubezpieczenie dla dwojga osób ( $x$ ) oraz ( $y$ ) wypłaca 200 000 w momencie pierwszej śmierci oraz 100 000 w momencie drugiej śmierci. Składka jest płacona w sposób ciągły z intensywnością zależną od statusu ubezpieczonych:

$P$             gdy żyją ( $x$ ) oraz ( $y$ ),  
 $0,5P$         gdy żyje ( $x$ ), lecz nie żyje ( $y$ ),  
 $0$             w pozostałych przypadkach.

Podaj wysokość składki  $P$ . Dane są :

$$\delta = 0,05 \qquad \bar{a}_x = 8,7 \qquad \bar{a}_y = 12 \qquad \bar{a}_{x:y} = 7,7 .$$

Wskaż najbliższą wartość.

- (A)    18 640            (B)    19 270            (C)    19 690            (D)    20 130  
(E)    20 660

10. Rozpatrujemy ciągły model planu emerytalnego z wiekiem wejścia do planu 30 lat oraz wiekiem przejścia na emeryturę 65 lat. Plan rozpoczął działalność w momencie  $t=0$ , a wchodzenie do planu w chwili  $t$  ( $t \geq 0$ ) ma intensywność  $n(t) = e^{0,03t}$ . Utrzymanie uczestnictwa w planie opisuje funkcja  $s(x)$ , zależna tylko od wieku uczestnika. Wiadomo, że  $s(65) = 0,60$ . Emerytura jest wypłacana ze stałą intensywnością 1000 zł rocznie. Wyznacz intensywność kosztu normalnego  $P(t)$  finansowania tego planu w momencie  $t=60$ . Dane są  $\delta = 0,03$  oraz  $\bar{a}_{65} = 20$ . Podaj najbliższą wartość.

- |     |       |     |       |     |       |     |       |
|-----|-------|-----|-------|-----|-------|-----|-------|
| (A) | 23800 | (B) | 24200 | (C) | 24600 | (D) | 25000 |
| (E) | 25400 |     |       |     |       |     |       |

**XXXIII Egzamin dla Aktuariuszy z 11 października 2004 r.****Matematyka ubezpieczeń życiowych****Arkusz odpowiedzi\***

Imię i nazwisko : .....Klucz odpowiedzi.....

Pesel .....

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja ♦
1	D	
2	E	
3	E	
4	A	
5	B	
6	E	
7	A	
8	C	
9	B	
10	E	

\* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.