

1. Dla życia (x) dane są prawdopodobieństwa śmierci dla trzech kolejnych lat:

$$q_x = 0.1 \qquad q_{x+1} = 0.2 \qquad q_{x+2} = 0.3 \quad .$$

Przy założeniu jednostajnego rozkładu zgonów w ciągu roku podaj najbliższą wartość dla oczekiwanej liczby lat, którą przeżyje w trzyletnim okresie życie (x).

- (A) 1.900 (B) 2.072 (C) 2.172
(D) 2.372 (E) 2.900

2. W danej populacji śmiertelność podlega prawu de Moivre'a z granicznym wiekiem $\omega = 100$.

Oblicz (wskaż najbliższą liczbę) wariancję obecnej wartości świadczeń w bezterminowym ubezpieczeniu na życie dla (40), wypłacającym 100 zł w momencie śmierci.

Dane jest $\bar{a}_{60|} = 20.00$ przy tej samej intensywności oprocentowania, którą wykorzystano do kalkulacji \bar{A}_{40} . Dla ułatwienia podajemy wartość $\bar{a}_{60|} = 10.60$ przy intensywności oprocentowania dwukrotnie wyższej od tej, którą wykorzystano do kalkulacji \bar{A}_{40} .

- | | | |
|---------|----------|---------|
| (A) 660 | (B) 680 | (C) 860 |
| (D) 880 | (E) 1440 | |

3. Rozpatrujemy w pełni dyskretny model bezterminowego ubezpieczenia na życie z sumą ubezpieczenia płaconą na koniec roku śmierci i stałą składką płaconą dożywotnio na początku roku.

Oblicz o ile procent jest wyższa jednorazowa składka dla osoby w wieku $x+20$ od analogicznej składki dla osoby w wieku x lat. Dane są:

$${}_{20}p_x = 0.7391, \quad \frac{M_{x+20}}{M_x} = 0.522 \quad \text{oraz roczne oprocentowanie } i=5\%.$$

Podaj najbliższą liczbę.

- | | | |
|-----------|-----------|-----------|
| (A) 83.5% | (B) 84.5% | (C) 85.5% |
| (D) 86.5% | (E) 87.5% | |

4. Mamy dane:

i. $\ddot{a}_{x+2} = 7$, ${}_3|\ddot{a}_x = 4.408$ dla oprocentowania rocznego $i = 5\%$,

ii. $\ddot{a}_{x:\overline{3}|} = 2.549$ dla $i = 7\%$.

Znajdź \ddot{a}_x dla $i = 5\%$ (podaj najbliższą liczbę).

(A) 7.0 (B) 7.2 (C) 7.4 (D) 7.6

(E) dane są sprzeczne

5. Rozpatrujemy dwa w pełni ciągle ubezpieczenia dla (x) :

- I : bezterminowe ubezpieczenie na życie z sumą ubezpieczenia 1, w którym dożywotnia składka płacona jest ze stałą intensywnością,
II : rentę dożywotnią, płacącą 1 rocznie, zakupioną za jednorazową składkę w momencie zawarcia umowy.

Składki są obliczane z zasady równoważności. Zmienne losowe L^I oraz L^{II} są stratami ubezpieczyciela w momencie zawarcia umowy, odpowiednio w ubezpieczeniu I oraz II. Wiemy, że $\bar{a}_x = 20$.

Które z poniższych równań są prawdziwe?

(1) $Var(L^I) = \frac{1}{400} Var(L^{II})$

(4) $L^I = \frac{1}{20} L^{II}$

(2) $Var(L^I) = Var(L^{II})$

(5) $L^I = -\frac{\delta}{20} L^{II}$, $|\delta| < 1$.

(3) $L^I = -\frac{1}{20} L^{II}$

(A) (1) i (3)

(B) (1) i (4)

(C) (2)

(D) (5)

(E) żadna z podanych odpowiedzi

6. Znajdź ${}_5P_{\overline{30:10}|}$ mając dane:

$$P_{\overline{30:10}|} = P_1, \quad P_{\overline{30:5}|} = P_2, \quad \ddot{a}_{\overline{35:5}|} = a$$

oraz stopę dyskontową d .

(A) $P_1 + P_2 \cdot a$ (B) $P_1 + d + P_2 \cdot a$ (C) $P_1(1 + P_2 \cdot a)$

(D) $(P_1 + d)(1 + P_2 \cdot a)$ (E) $P_1(1 + P_2 \cdot a) + d$

7. Rozpatrujemy n -letnie ubezpieczenie na życie i dożycie dla (x) na sumę 1 płatną na koniec roku śmierci. Składki w stałej wysokości wpływają na początku roku przez cały okres ubezpieczenia, dopóki żyje (x) . Znajdź matematyczną rezerwę netto na koniec pierwszego roku ubezpieczenia, jeśli wiadomo że:

$$(I\ddot{a})_{x:\overline{n}|} = 4.52 \quad , \quad (I\ddot{a})_{x+1:\overline{n-1}|} = 2.57 \quad , \quad q_x = 0.1 \quad , \\ v = 0.9 \quad .$$

Podaj najbliższą wartość.

- (A) dane są sprzeczne (B) 0.17 (C) 0.21
(D) 0.24 (E) 0.27

8. Dożywotnie ubezpieczenie rentowe dla osoby w wieku 45 lat daje odroczoną na 20 lat rentę w wysokości 1000 zł, płatną na początku każdego roku. Składka za to ubezpieczenie płacona jest na początku roku w stałej wysokości przez okres odroczenia (dopóki żyje ubezpieczony).

Wiedząc, że tak określona roczna składka netto wynosi 122 zł, podaj składkę brutto, jeśli:

- i. koszty inkasa składki są potrącane na początku roku w wysokości 12% składki brutto przez cały okres płatności składek,
- ii. przez cały okres płatności składek ponoszone są na początku roku koszty administracyjne w wysokości 50 zł rocznie,
- iii. po wygaśnięciu płatności składek ponoszone są na początku każdego roku ważności ubezpieczenia koszty administracyjne w wysokości 40 zł rocznie.

Podaj najbliższą liczbę.

- | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| (A) | 186 | (B) | 191 | (C) | 196 | (D) | 201 |
| (E) | 206 | | | | | | |

9. Rozpatrujemy bezterminowe ubezpieczenie na dwa niezależne życia (x) oraz (y), ze świadczeniem 5000 płatnym w momencie pierwszej śmierci i 2000 w momencie drugiej śmierci.

Składki są płacone w sposób ciągły do momentu drugiej śmierci z następującymi rocznymi intensywnościami:

- P dopóki żyje (x) oraz (y),
- $\frac{2}{3}P$ od momentu śmierci (x), dopóki żyje (y) (o ile (x) umarł przed (y)),
- $\frac{1}{2}P$ od momentu śmierci (y), dopóki żyje (x) (o ile (y) umarł przed (x)).

Znajdź P wyznaczone z zasady równoważności (podaj najbliższą wartość) mając dane:

$$\bar{a}_x = 18, \quad \bar{a}_y = 16, \quad \bar{a}_{xy} = 22, \quad \delta = 0.04.$$

- (A) 120 (B) 130 (C) 140 (D) 150
(E) 160

- 10.** W pewnym planie emerytalnym opisywanym przez model ciągły wiek wejścia do planu wynosi 35 lat, a wiek emerytalny 65 lat. Zakładamy, że prawdopodobieństwo $s(x)$ utrzymania się w planie zależy tylko od wieku x uczestnika oraz $s(65) = 0.5$. Intensywność wchodzenia do planu, który rozpoczął działalność w chwili $t=0$, wynosi w chwili t $n(t) = e^{0.05t}$ ($t \geq 0$).

Znajdź stopę kosztu normalnego $P(t)$ dla $t=50$ (podaj najbliższą liczbę), jeśli emerytura jest wypłacana ze stałą intensywnością 500 rocznie, $\bar{a}_{65}^h = 15$ oraz $\delta = 0.05$. Zobowiązania planu wobec uczestnika w momencie przystępowania wynoszą 0.

- | | | | | | |
|-----|----------------|-----|-------|-----|------|
| (A) | za mało danych | (B) | 3750 | (C) | 6190 |
| (D) | 9750 | (E) | 10190 | | |

Egzamin dla Aktuariuszy z 30 maja 1998 r.**Matematyka ubezpieczeń życiowych****Arkusz odpowiedzi***Imię i nazwisko : ...**Klucz dla 30.05.1998 r.**

Pesel

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja [♦]
1	D	
2	A	
3	E	
4	A	
5	A	
6	C	
7	E	
8	D	
9	E	
10	E	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.