

1. . Dany jest wiek całkowity x . Następujące prawdopodobieństwa przeżycia:

$$g = {}_2p_{x+1/3}, \quad h = {}_2p_{x+1/2}, \quad j = {}_2p_{x+3/4}$$

obliczono stosując interpolację zakładającą, że natężenie wymierania jest stałe w rocznym przedziale między kolejnymi wiekami całkowitymi. Wówczas liczby g, h, j spełniają tożsamość:

- (A) $gj = h^2$ (B) $g^2 j = h^3$ (C) $gj^2 = h^3$ (D) $g^3 j^2 = h^5$
(E) $g^2 j^3 = h^5$

2. Rozważamy 20-letnie ubezpieczenie na życie i dożycie dla (x) i zmianę tablic trwania życia, która spełnia warunki:

$$P^{(\Delta)}(K(x) = k) = P(K(x) = k) + \Delta, \text{ dla } 0 \leq k \leq 19.$$

gdzie $\Delta \geq 0$. Wiadomo ponadto, że dla $\Delta = 0,004$

$$A_{x:\overline{20}|}^{(0,004)} = A_{x:\overline{20}|} + 0,01.$$

Podaj analogiczną składkę dla $\Delta = 0,006$, czyli $A_{x:\overline{20}|}^{(0,006)}$

- (A) $A_{x:\overline{20}|} + 0,015$ (B) $A_{x:\overline{20}|} + 0,014$
(C) $A_{x:\overline{20}|} + 0,013$ (D) $A_{x:\overline{20}|} + 0,012$
(E) $A_{x:\overline{20}|} + 0,010$.

3. Rozpatrujemy dwa ubezpieczenia rentowe dyskretnego typu dla osoby w wieku 25 lat, z płatnościami na początku roku. Niech $P(40)$ oznacza właściwy poziom rocznej składki, która będzie płacona przez (25), przez najbliższe 40 lat (w formie renty życiowej) i sfinansuje w aktuarialnym sensie emeryturę, która będzie mu wypłacana corocznie w wysokości 1, począwszy od 65 roku życia, aż do śmierci. Analogicznie, niech $P(41)$ oznacza właściwy poziom corocznej składki, która będzie płacona przez (25), przez najbliższe 41 lat (w formie renty życiowej) i sfinansuje w aktuarialnym sensie emeryturę, która będzie mu wypłacana corocznie w wysokości 1, począwszy od 66 roku życia, aż do śmierci. W przypadku przedwczesnej śmierci nie przewidziano żadnych świadczeń. Oblicz $P(41)/P(40)$. Dane są:

$$A_{25:\overline{40}|}^1 = 0,093469, \quad \ddot{a}_{25:\overline{40}|} = 17,051899, \quad {}_{40|}\ddot{a}_{25} = 0,869420.$$

Podaj najbliższą wartość.

- (A) 0,79 (B) 0,84 (C) 0,89 (D) 0,94
(E) 0,99.

4. Na życie osoby w wieku $(x+0,4)$ lat [x jest liczbą całkowitą] wystawiono dożywotnią polisę na życie z sumą ubezpieczenia 10 000, płatną na koniec roku śmierci. Stała, roczna składka jest płacona z góry za kolejne lata ubezpieczenia. Wyznacz składkę roczną, przyjmując założenie UDD dla śmiertelności w kolejnych latach życia oraz następujące dane:

$$\ddot{a}_x = 10,3188 \qquad q_x = 0,011 \qquad i=8\%$$

. Podaj najbliższą wartość.

- (A) 233,70 (B) 234,00 (C) 234,30 (D) 234,60
(E) 234,90

5. Rozważamy ubezpieczenie terminowe ciągłe dla (x) , które wypłaci 1 w chwili śmierci, opłacane za pomocą renty ciągłej składek ze zmienną intensywnością $\pi(t)$, malejącą liniowo przez cały okres ubezpieczenia. Oto wzór na maksymalną wartość wyrażenia $v^t V(t)$ w całym okresie ubezpieczenia (v oznacza techniczny czynnik dyskontujący, $V(t)$ oznacza rezerwę składek netto po t latach)

$$\begin{array}{lll} \text{(A)} & \left(t - \frac{\pi(t)}{\mu_{x+t}}\right)v^t & \text{(B)} \quad \left(1 - \frac{\pi(t)}{\mu_{x+t}}\right)v^t \quad \text{(C)} \quad 1 - \frac{\pi(t)}{\mu_{x+t}} \\ \text{(D)} & t - \frac{\pi(t)}{\mu_{x+t}} & \text{(E)} \quad t\mu_{x+t} - \frac{\pi(t)}{\mu_{x+t}} \end{array}$$

6. Rozpatrujemy n -letnie ubezpieczenie na życie i dożycie dyskretnego typu. W dziesiątym roku suma ubezpieczenia wynosiła 72 tys. zł. Osiągnięty przy stopie technicznej $i=3\%$ zysk inwestycyjny umożliwia od 11 roku polisy wzrost sumy ubezpieczenia o 8%, pod warunkiem analogicznego wzrostu rocznej składki.

Podaj nową sumę ubezpieczenia, jeśli ubezpieczony zdecydował się na wzrost składki o 3%. Dane są:

$$A_{x:\overline{n}|} = 0,52475$$

$$A_{x:\overline{10}|} = 0,75018$$

$${}_{10}p_x = 0,93423$$

Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 75 600 (B) 75 650 (C) 75 700 (D) 75 750
(E) 75 800

7. Rozpatrujemy 20-letnie ubezpieczenie na życie i dożycie dyskretnego typu, ze stałą składką roczną płaconą przez cały okres ubezpieczenia. Składka brutto obciążona jest narzutem na koszty administracyjne. Przez pierwszych 10 lat ubezpieczenia koszty (wg. wartości na początek roku) wynoszą 10% składki brutto, a przez ostatnie 10 lat, 6% składki brutto.

Wyznacz rezerwę na koszty administracyjne po 10 latach ubezpieczenia, jeśli wiadomo, że liczona na ten sam moment prospektywna wartość składek brutto wynosi 6450 zł oraz

$$\frac{\ddot{a}_{x:\overline{10}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{20}|}} = 0,6975$$

Wskaż najbliższą wartość.

- | | | | | | | | |
|-----|------|-----|------|-----|-----|-----|----|
| (A) | -270 | (B) | -180 | (C) | -90 | (D) | 90 |
| (E) | 180 | | | | | | |

8. W danej populacji śmiertelność ma w każdym kolejnym roku życia rozkład jednostajny. Dla osoby (x) wystawiono 20-letnią polisę na życie i dożycie, wypłacając świadczenie śmiertelne na koniec roku śmierci. Ponieważ osoba (x) jest nałogowym palaczem, do kalkulacji składki przyjęto śmiertelność podwyższoną w stosunku do standardowej o stały czynnik $b=0,019$, czyli przyjęto $\mu_{x+k+s}^* = \mu_{x+k+s} + b$ dla całkowitych k oraz dla $0 \leq s < 1$. Składkę skalkulowano przy stopie technicznej $i=4\%$.

Wyznacz jednorazową składkę netto w tym ubezpieczeniu za 1000 zł sumy ubezpieczenia, jeśli dla populacji standardowej znane są:

$${}_{20}p_x = 0,7943 \quad \bar{a}_{x:20|}(i = 4\%) = 12,9508 \quad \bar{a}_{x:20|}(i = 6\%) = 11,1039$$

Podaj najbliższą wartość.

- | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| (A) | 520 | (B) | 540 | (C) | 560 | (D) | 580 |
| (E) | 600 | | | | | | |

9. Ojciec (41) oraz matka (39) ubezpieczają dziecko (5) na wypadek sieroctwa: jeśli przed osiągnięciem wieku 18 lat dziecko zostanie całkowitą sierotą, to począwszy od chwili śmierci drugiego z rodziców będzie otrzymywać rentę życiową ciągłą, z intensywnością 1 na rok, aż do wieku 18. Obliczyć jednorazową składkę netto za to ubezpieczenie, jeśli wiadomo, że

$$\mu_{39+t} \equiv 0,01 \quad , \quad \mu_{41+t} \equiv 0,015 \quad , \quad \mu_{5+t} \equiv 0,008 \quad , \quad \delta = 0,03.$$

Podaj najbliższą wartość.

- (A) 0,02 (B) 0,07 (C) 0,12 (D) 0,17
(E) 0,22.

10. Rozpatrujemy kohortę 50-letnich uczestników planu emerytalnego, wszyscy urodzeni 1 stycznia. W planie utrzymywana jest rezerwa kapitalizująca bieżącą wartość świadczeń śmiertelnych dla uczestników umierających przed osiągnięciem wieku emerytalnego 65 lat. Rezerwa ta jest aktualizowana na początku każdego roku.

Wymiar jednorazowego świadczenia śmiertelnego jest następujący:

$$D_{50+t} = 10000 + 0,15 \cdot [t] \cdot (AS)_{50+t} \quad 0 < t \leq 15$$

gdzie $[t]$ jest częścią całkowitą t oraz $(AS)_x$ jest rocznym wynagrodzeniem osoby w wieku x lat. Płace zmieniają się raz w roku, na początku roku. Tuż po podwyżce $(AS)_{50} = 25000$.

W kohorcie 50-latków ubytki śmiertelne stanowią $\frac{1}{4}$ całkowitych ubytków z planu, czyli

$$4 \cdot q_{50}^{(d)} = q_{50}^{(\tau)} = 0,012$$

Aktualna wartość rezerwy na jednego uczestnika $apv(D)_{50} = 305$, po

sprowadzeniu na środek roku wypłat wszystkich umierających w danym roku.

Podaj o jaką kwotę zmniejszy się analogiczna rezerwa $apv(D)_{51}$, jeśli $i=4\%$. Podaj najbliższą wartość.

(A) 15
(E) 23

(B) 17

(C) 19

(D) 21

XXVIII Egzamin dla Aktuariuszy z 25 stycznia 2003 r.**Matematyka ubezpieczeń życiowych****Arkusz odpowiedzi***

Imię i nazwisko :Klucz odpowiedzi.....

Pesel

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja ♦
1	D	
2	A	
3	C	
4	A	
5	B	
6	E	
7	B	
8	C	
9	B	
10	A	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.