

Komisja Egzaminacyjna dla Aktuariuszy

Egzamin dla Aktuariuszy z 17 czerwca 2000 r.

Część I

Matematyka finansowa

Imię i nazwisko osoby egzaminowanej:

Czas egzaminu: 100 minut

Ośrodek Doskonalenia Kadr Resortu Finansów, Warszawa 17 czerwca 2000 r.

1. Które z powyższych tożsamości są prawdziwe:

I.
$$\left(I^{(m)}a\right)_{\infty}^{(m)} = \frac{1}{m(i^{(m)} - d^{(m)})}$$

II. Jeżeli $a_{\overline{n}|} = p$ oraz $(Ia)_{\overline{n}|} = q$ to $i = \frac{n-p}{(n+1)p-q}$

III. Jeżeli $a_{\overline{m}|} - a_{\overline{n}|} = p$ to $\ddot{a}_{\overline{m+k}|}^{(t)} - \ddot{a}_{\overline{n+k}|}^{(t)} = p \cdot \frac{iv^k}{d^{(t)}}$

Odpowiedź:

- A. tylko I
B. tylko I, II
C. I, II i III
D. tylko I i III
E. żadna z powyższych odpowiedzi A,B,C,D nie jest prawdziwa

2. Nowa maszyna, której cena wynosi a , na koniec okresu n lat ma wartość b .

Jeżeli wiadomo, że:

- wartość maszyny po czasie t od chwili zakupu przy zastosowaniu metody amortyzacji liniowej (*straight-line method*) wynosi $AL(t)$

oraz

- wartość maszyny po czasie t od chwili zakupu przy zastosowaniu metody liniowo malejących odpisów amortyzacyjnych (*sum-of-the-digit method*) wynosi $AS(t)$

to dla jakiej wartości t funkcja $AS(t) - AL(t)$ przyjmuje minimum.

Odpowiedź:

A. $\frac{n \cdot (a - b)}{2 \cdot (a + b)}$

B. $\frac{2 \cdot n + 1}{4}$

C. $\frac{3 \cdot n}{4}$

D. $\frac{n}{2}$

E. $\frac{n}{4}$

3. Na okres 10 lat została zaciągnięta pożyczka, którą pożyczkobiorca spłacił równymi ratami płatnymi na koniec każdego roku. Ile wynosi całkowita kwota spłaconych odsetek jeżeli:

- kapitał spłacony w pierwszych trzech ratach wyniósł 1253 zł
- kapitał spłacony w ostatnich trzech ratach wyniósł 1763 zł

Odpowiedź (podaj najbliższą wartość):

- A.** 1425 zł
- B.** 1475 zł
- C.** 1500 zł
- D.** 1550 zł
- E.** 1575 zł

4. Dane są renty ciągłe, w których wysokość płatności w chwili t wynosi t zaś natężenie oprocentowania zależne jest od długości okresu wypłacania renty i wynosi $\frac{1}{n}$.

Wyznacz ile razy obecna wartość renty wypłacanej przez okres 3 lat jest większa od obecnej wartości wypłacanej przez okres 2 lat.

Odpowiedź:

- A. 1,50 razy
- B. 2,25 razy
- C. 3,00 razy
- D. 3,75 razy
- E. żadna z powyższych odpowiedzi A,B,C,D nie jest prawdziwa

5. 10-letnia obligacja o wartości 1000 płaci kupony półroczne każdy o wysokości 50. Środki otrzymane z kuponów są reinwestowane przy stopie $i^{(2)} = 4\%$.

Wyznacz kwotę za którą inwestor zakupił obligacje, jeżeli efektywna stopa zwrotu z inwestycji w ciągu 10-letniego okresu inwestowania wyniesie $i = 10\%$.

Odpowiedź (podaj najbliższą wartość):

- A. 850
- B. 854
- C. 858
- D. 862
- E. 866

6. Pożyczka jest spłacana za pomocą 10 malejących spłat na końcu każdego okresu odpowiednio w wysokości 20, 19, 18, 17, 16,...11 dokonywanych na końcu każdego roku.

Znajdź wysokość oprocentowania zapłaconego w piątej spłacie.

Odpowiedź :

A. $17 - 11 \cdot v^6 - \ddot{a}_{\overline{6}|}$

B. $17 - 11 \cdot v^6 - a_{\overline{6}|}$

C. $16 - 11 \cdot v^6 - a_{\overline{6}|}$

D. $16 - 11 \cdot v^6 - \ddot{a}_{\overline{6}|}$

E. żadna z powyższych odpowiedzi A,B,C,D nie jest prawdziwa

7. Niech \bar{d}_k oznacza duration renty malejącej, której obecna wartość jest oznaczana przez $(Da)_{\overline{k}|}$. Wyznacz $\lim_{k \rightarrow \infty} (\bar{d}_k)$ przy stopie procentowej $i = 5\%$.

Odpowiedź:

- A. 0
- B. 20
- C. 21
- D. ∞
- E. żadna z powyższych odpowiedzi A,B,C,D nie jest prawdziwa

8. Obligacja o wartości nominalnej równej wartości wykupu 1 500 zł ze stopą kuponową C będzie wykupiona po n latach. W przypadku gdy zwiększymy stopę kuponową o 1%, cena zakupu wzrośnie o 75 zł. Cena zakupu obligacji została wyliczona przy stopie zwrotu 6% o półrocznej kapitalizacji odsetek.

Inna obligacja o wartości nominalnej równej wartości wykupu 1500 zł będzie wykupiona po $2n$ latach. Oblicz jej cenę zakupu przy stopie zwrotu 6% o półrocznej kapitalizacji odsetek, jeżeli jej stopa kuponowa wynosi 7%.

Wszystkie obligacje wypłacają półroczne kupony.

Odpowiedź (podaj najbliższą wartość):

- A. 1600
- B. 1630
- C. 1660
- D. 1690
- E. 1720

9. Oblicz wartość końcową miesięcznej renty o wysokości kwartałami stałej po upływie 15 miesięcy wiedząc, że wysokość rat wzrośnie w kolejnych kwartałach o 4%. Na początku renta wynosi 150 zł. Miesięczna stopa procentowa wynosi 2%.

Odpowiedź (podaj najbliższą wartość):

- A.** 2785
- B.** 2795
- C.** 2805
- D.** 2815
- E.** 2825

10. Dane są dwie renty wieczyste A i B, gdzie

- 1) renta A – w wysokości 1 płatna na koniec każdego roku,
- 2) renta B – w wysokości 1 płatna na koniec co drugiego roku.

Różnica pomiędzy obecną wartością renty A, wyznaczoną przy stopie technicznej i , a obecną wartością renty B wyznaczoną również przy stopie technicznej i , wynosi $\sqrt{2}$. Wyznacz stopę techniczną i .

Odpowiedź (podaj najbliższą wartość):

- A.** 0,1
- B.** 0,2
- C.** 0,3
- D.** 0,4
- E.** 0,5

Egzamin dla Aktuariuszy z 17 czerwca 2000 r.**Matematyka finansowa****Arkusz odpowiedzi***

Imię i nazwisko :Klucz odpowiedzi.....

Pesel

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja ♦
1	C	
2	D	
3	B	
4	B	
5	B	
6	A	
7	C	
8	B	
9	B	
10	D	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.