

Komisja Egzaminacyjna dla Aktuariuszy

XXXIX Egzamin dla Aktuariuszy z 5 czerwca 2006 r.

Część II

Matematyka ubezpieczeń życiowych

Imię i nazwisko osoby egzaminowanej:

Czas egzaminu: 100 minut

Warszawa, 5 czerwca 2006 r.

1. Populacja kobiet (F) jest populacją Weibulla, natomiast śmiertelność mężczyzn (M) opisuje zależność:

$$\mu_x^{(M)} = c \cdot \mu_x^{(F)}$$

Dla jakiej wartości parametru c zachodzi:

$$\frac{{}_{40}P_{20}^{(M)}}{{}_{40}P_{20}^{(F)}} = 0,8876 \quad \frac{{}_{20}P_{40}^{(M)}}{{}_{20}P_{40}^{(F)}} = 0,94 \quad \frac{{}_{20}P_{40}^{(F)}}{{}_{20}P_{20}^{(F)}} = 0,97 \ .$$

Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 1,07 (B) 1,09 (C) 1,11 (D) 1,13
(E) 1,15

2. Rozważamy dyskretny typ bezterminowego ubezpieczenia na życie (40) z rosnącą sumą ubezpieczenia $Z(k+1) = S + B(k+1)$, gdzie S jest kwotą bazową, a $B(k+1)$ bonusem na koniec $k+1$ roku ubezpieczenia. W momencie wystawienia polisy $B(0) = B$, a następnie przed każdą n -tą rocznicą polisy bonus zwiększa się do poziomu $B(n) = a \cdot S + (1+b) \cdot B(n-1)$.

Przykładowo, śmierć w pierwszym roku ubezpieczenia spowoduje wypłatę na koniec roku w wysokości $Z(1) = S + a \cdot S + (1+b) \cdot B$.

Wyznacz jednorazową składkę netto za to ubezpieczenie, jeśli

$$S = 100\,000 \quad B = 10\,000 \quad a = 5\% \quad b = 3\% \quad i = 5\% ,$$

a ubezpieczeni pochodzą z populacji de Moivre'a z granicznym wiekiem $\omega = 90$ lat. Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 88 060 (B) 102 040 (C) 112 400 (D) 126 180
(E) 142 660

3. Dane są:

$$P(LA)_x = 0,473 \quad P(LA)_{x+20} = 0,652 \quad P_{x:\overline{20}|}^1 = 0,0273 \quad P_{x+20} = 0,0487$$

$$\ddot{a}_x = 17,43 \quad \ddot{a}_{x:\overline{20}|} = 13,27 \quad \ddot{a}_{x+20} = 11,47$$

Wyznacz $P(LA)_{x:\overline{20}|}^1$. Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 0,108 (B) 0,110 (C) 0,112 (D) 0,114
(E) 0,116

4. Na życie (x) wystawiono 20-letnie ubezpieczenie ze stałą składką płatną na początku kolejnych lat ubezpieczenia. Świadczenie śmiertelne 10 000 zł jest wypłacane na koniec miesiąca śmierci. Śmierć (x) przerywa płacenie składek i uruchamia wypłatę świadczenia rentowego 500 zł miesięcznie, pierwszy raz na początku następnego miesiąca po śmierci (x). Renta jest płacona do końca 20-letniego okresu ubezpieczenia.

Wyznacz roczną składkę netto za to ubezpieczenie, przyjmując UDD dla śmiertelności wewnątrz roku. Dane są:

$$\ddot{a}_{x:\overline{20}|} = 11,95 \quad {}_{20}p_x = 0,7075 \quad i = 5\%$$

Wskaż najbliższą wartość.

- | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| (A) | 723 | (B) | 729 | (C) | 735 | (D) | 741 |
| (E) | 747 | | | | | | |

5. Rozważamy ciągły model 20-letniego ubezpieczenia na dożycie z sumą ubezpieczenia 10 000 zł. Składka jest płacona przez cały okres ubezpieczenia z malejącą intensywnością

$$\pi(t) = \bar{P} \cdot \left(1 - \frac{\bar{a}_{x:\bar{t}|}}{\bar{a}_{x:\overline{20}|}} \right) \quad 0 \leq t \leq 20 \quad .$$

Wyznacz \bar{P} , jeśli ubezpieczeni są z populacji o wykładniczym rozkładzie czasu trwania życia, $\mu = 0,03$, $\delta = 0,02$. Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 542 (B) 552 (C) 562 (D) 572
(E) 582

6. Rozważamy ciągły model 20-letniego ubezpieczenia na życie z sumą ubezpieczenia malejącą jednostajnie od 100 000 do zera. Składka jest płacona przez cały okres ubezpieczenia ze stałą roczną intensywnością.

By uniknąć straty w przypadku rezygnacji z ubezpieczenia, ubezpieczyciel żąda zabezpieczenia majątkowego w walorach nie zmieniających swej wartości w czasie. Zabezpieczenie jest zwracane w momencie śmierci lub na koniec okresu ubezpieczenia.

Wyznacz minimalną wysokość zabezpieczenia majątkowego, jeśli ubezpieczeni są z populacji o wykładniczym rozkładzie czasu trwania życia, $\mu = 0,02$, $\delta = 0,03$. Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 4800 (B) 4940 (C) 5080 (D) 5220
(E) 5360

7. Rozważamy dyskretny typ 20-letniego ubezpieczenia na życie i dożycie na kwotę 10 000 zł. Składki są płacone przez cały okres ubezpieczenia na początku roku. Roczna składka brutto wynosi 705 zł, a składka netto 394 zł.

Oprócz stałych kosztów inkasa składki ubezpieczyciel ponosi (na początku każdego roku) stałe koszty administracyjne oraz jednorazowe koszty akwizycji. W pierwszym roku koszty akwizycji i administracyjne wyniosły 550 zł.

Wyznacz wysokość kosztów inkasa składki (w procentach składki brutto), jeśli po dziesięciu latach ubezpieczenia rezerwa brutto osiągnęła 3770 zł, a rezerwa netto 3963 zł. Przyjmij $i=4\%$.

Wskaż najbliższą wartość.

- | | | | |
|----------|----------|----------|----------|
| (A) 7,9% | (B) 8,1% | (C) 8,3% | (D) 8,5% |
| (E) 8,7% | | | |

8. Na życie (x) oraz (y) w tym samym wieku 60 lat zawarto ubezpieczenie rentowe o następującym profilu wypłat: od momentu śmierci (x) ubezpieczenie wypłaca przez 10 lat rentę ciągłą z intensywnością 10 000 na rok, a następnie – jeśli (y) nadal żyje – ciągłą rentę dożywotnią dla (y) z tą samą intensywnością. Wyznacz jednorazową składkę netto za to ubezpieczenie, jeśli obydwa życia są od siebie niezależne i pochodzą z tej samej populacji. Dane są:

$$\delta = 0,05 \quad {}_{10}p_{60} = 0,8542 \quad \bar{a}_{60} = 12,012 \quad \bar{a}_{\overline{70:60}} = 12,872$$

Wskaż najbliższą wartość.

- | | | | | | | | |
|-----|--------|-----|--------|-----|--------|-----|--------|
| (A) | 35 890 | (B) | 35 940 | (C) | 35 990 | (D) | 36 040 |
| (E) | 36 090 | | | | | | |

9. Rozpatrujemy ciągły model bezterminowego ubezpieczenia z dwoma wykluczającymi się ryzykami: śmiercią ($J=1$) oraz inwalidztwem ($J=2$). Śmierć wywołuje natychmiastową wypłatę w wysokości k ($0 < k < 1$), a inwalidztwo natychmiastową wypłatę w wysokości $(1-k)$. Składka jest płacona ze stałą intensywnością przez cały okres ubezpieczenia. Wyznacz wartość parametru k , dla której wariancja straty ubezpieczyciela $Var(L)$ jest najmniejsza. Dane są:

$$\mu_{x+t}^{(1)} = 0,03 \qquad \mu_{x+t}^{(2)} = 0,02 \qquad \delta = 0,05 .$$

Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 0,2 (B) 0,3 (C) 0,4 (D) 0,5
(E) 0,6

10. Rozpatrujemy ciągły model planu emerytalnego. Plan wypłaca po osiągnięciu wieku emerytalnego 65 lat emeryturę z roczną intensywnością 300 zł za każdy rok stażu w planie. Składka emerytalna, ustalona metodą *entry-age*, jest płacona ze stałą roczną intensywnością.
- Wypadanie z planu przed wiekiem emerytalnym opisuje prawo de Moivre'a z granicznym wiekiem 125 lat. Jeśli wypadający otrzymują świadczenia, to są one finansowane z innych zasobów planu. Po przejściu na emeryturę uczestnicy wymierają według prawa de Moivre'a z granicznym wiekiem 95 lat.
- Wyznacz wartość obecną przyszłych składek 45-letniego uczestnika, który przystąpił do planu w wieku 25 lat. Przyjmij $\delta = 0,05$.
- Wskaż najbliższą wartość.

- | | | | | | | | |
|-----|------|-----|------|-----|------|-----|------|
| (A) | 6970 | (B) | 7130 | (C) | 7290 | (D) | 7450 |
| (E) | 7580 | | | | | | |

XXXIX Egzamin dla Aktuariuszy z 5 czerwca 2006 r.**Matematyka ubezpieczeń życiowych****Arkusz odpowiedzi***

Imię i nazwisko :Klucz odpowiedzi.....

Pesel

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja ♦
1	E	
2	A	
3	C	
4	D	
5	E	
6	B	
7	A	
8	A	
9	C	
10	B	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.