

1. Wyznacz margines wypłacalności ubezpieczyciela zgodnie z obowiązującym

Rozporządzeniem Ministra Finansów z 17 października 1995 r. dla portfela ryzyk na wypadek śmierci. Cały portfel jest reasekurowany proporcjonalnie (umowa typu *quota share*) z udziałem własnym 60% ryzyka śmierci oraz 60% rezerwy matematycznej.

Typ ubezpieczenia	Okres ubezpieczenia	Liczba umów	Kwota na 1 polisę	
			Suma ubezpieczenia wynikająca z umowy	Rezerwa matematyczna brutto
U1	2 lata	100	10 000	1 200
U2	4 lata	200	20 000	3 000
U3	10 lat	500	30 000	5 000
U4	10 lat	600	25 000	4 000

Ubezpieczenie U4 jest związane z funduszem inwestycyjnym w taki sposób, że ubezpieczyciel nie ponosi ryzyka inwestycyjnego. W ubezpieczeniu tym koszty administracyjne są rozłożone na cały okres ubezpieczenia.

Podaj najbliższą wartość.

- | | | |
|-------------|-------------|-------------|
| (A) 165 000 | (B) 180 000 | (C) 195 000 |
| (D) 210 000 | (E) 225 000 | |

2. W danej populacji śmiertelnością rządzi prawo de Moivre'a z wiekiem granicznym ω . O wieku x wiadomo, że osoby w tym wieku umierają w ciągu doby dwa razy rzadziej niż osoby dwukrotnie starsze. Oblicz prawdopodobieństwo, że osoba w wieku x dożyje wieku $2x$.

- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{2}{3}$
(E) $\frac{3}{4}$

3. Dana jest liczba całkowita x oraz

$$A_x = 0.5$$

$$p_x = 0.6$$

$$v = 0.95$$

Oblicz $A_{x+\frac{1}{2}}$ korzystając z założenia o jednostajnym rozkładzie śmierci w ciągu roku.

(A) 0.360

(B) 0.375

(C) 0.390

(D) 0.405

(E) 0.420

4. W dziesięcioletnim ubezpieczeniu na życie i dożycie suma ubezpieczenia wynosi w pierwszym roku 10000 zł i rośnie o 1000 zł tuż po każdej rocznicy wystawienia polisy. Świadczenie śmiertelne płatne jest na koniec roku śmierci. Wyznacz jednorazową składkę netto dla ubezpieczonego w wieku 50 lat, jeśli dane są:

$$A_{50} = 0.1831$$

$$(IA)_{50} = 2.3686$$

$$D_{50} = 7475$$

$$A_{60} = 0.2922$$

$$(IA)_{60} = 2.9000$$

$$D_{60} = 2450$$

Podaj najbliższą wartość.

(A) 7480

(B) 7690

(C) 7900

(D) 8110

(E) 8330

5. Na osobę w wieku x lat wystawiono bezterminowe ubezpieczenie na życie z wypłatą 1 zł na koniec roku śmierci. Składka netto płacona jest na początku każdego roku w stałej wysokości P_x . Wiadomo ponadto, że w pierwszych dwóch latach ubezpieczenia x -latka jednakowa jest ta część składki, która pokrywa ryzyko śmierci.

Dane są :

$$q_x = 0.05$$

$$q_{x+1} = 0.055$$

$$v = 0.95$$

Oblicz P_{x+2} (podaj najbliższą wartość).

- (A) 0.150 (B) 0.152 (C) 0.154 (D) 0.156
(E) 0.158

6. W 20-letnim ubezpieczeniu na dożycie z sumą ubezpieczenia 10 000 na początku każdego roku płacona jest składka w stałej wysokości. Umowa przewiduje, że w przypadku śmierci ubezpieczonego w okresie ważności ubezpieczenia ubezpieczyciel zwraca uposażonemu (na koniec roku śmierci) bez oprocentowania wpłacone składki w ilości:

- 5 rocznych składek w przypadku śmierci po 10 a przed 16 rokiem ubezpieczenia,
- 10 rocznych składek w przypadku śmierci w 16 roku lub w następnych latach ubezpieczenia.

Wiadomo, że płacona składka jest o 20% wyższa od składki netto. Wyznacz roczną składkę netto mając dane:

$$i = 10\%$$

$${}_{20}p_x = 0.6$$

$$A^1_{x:\overline{10}|} = 0.087$$

$$A^1_{x:\overline{15}|} = 0.120$$

$$A^1_{x:\overline{20}|} = 0.145$$

Podaj najbliższą wartość.

- (A) 106.50 (B) 109.50 (C) 112.50 (D) 115.50
(E) 118.50

7. W bezterminowym ubezpieczeniu na życie świadczenie śmiertelne płatne jest na koniec roku śmierci. Składka płacona jest dożywotnio, na początku każdego roku, w stałej wysokości. Kupując ubezpieczenie ubezpieczony zastanawia się nad wyborem sumy ubezpieczenia. Podaj o ile wzrośnie roczna składka brutto za to ubezpieczenie, jeśli ubezpieczony wybierze kwotę wyższą o kolejny tysiąc złotych.

Wiadomo że:

- $d = 5\%$
- $A_x = 0.25$
- koszty obciążające składkę brutto, ponoszone w momencie inkasa składki:
 - w pierwszym roku 40% składki brutto,
 - w następnych latach 10% składki brutto,
- koszty na 1 tysiąc sumy ubezpieczenia, ponoszone na początku każdego roku:
 - w pierwszym roku 15 zł,
 - w następnych latach 5 zł,
- koszty na polisę, ponoszone na początku roku:
 - w pierwszym roku 100 zł,
 - w następnych latach 20 zł,
- jednorazowy koszt ponoszony przy wypłacie świadczenia śmiertelnego: 100 zł

Podaj najbliższą wartość.

(A) 21.40 (B) 22.40 (C) 23.40 (D) 24.40 (E) 25.40

8. Polisa grupowa ubezpiecza życie czterech osób w następujący sposób.

Świadczenie wypłacane jest na koniec roku każdej z trzech pierwszych śmierci, wszystkim pozostającym przy życiu w chwili tej śmierci (ewentualnie innej osobie uprawnionej w przypadku nie dożycia końca roku), każdemu po 1 zł. Jednoczesna śmierć dwojga lub więcej osób nie jest możliwa. Nie ma żadnej wypłaty za śmierć ostatniej osoby.

Śmiertelność w tej populacji ma stałą intensywność wymierania $\mu_x = 0.04$,
natomiast $\delta = 0.05$. Oblicz jednorazową składkę netto za to ubezpieczenie.
Podaj najbliższą wartość.

- (A) 3.3 (B) 3.4 (C) 3.5 (D) 3.6
(E) 3.7

9. Mąż, obecnie w wieku x , ubezpiecza się na wypadek śmierci i na wypadek inwalidztwa. Natężenia obu rodzajów szkodowości wynoszą odpowiednio:

$$\mu_{x+t}^{(ms)} = 0.015 \quad \mu_{x+t}^{(mi)} = 0.005$$

Jeśli mąż zostanie inwalidą, to nie ma szans na wyjście z inwalidztwa i przechodzi do podpopulacji o wyższej śmiertelności $\mu_{x+t}^{(\dot{s})} = 0.04$.

Natężenie wymierania w populacji kobiet wynosi $\mu_{x+t}^{(\dot{s})} = 0.01$.

Jeśli mąż umrze (nie będąc inwalidą), to jego żona, obecnie w wieku y , będzie pobierać dożywotnio rentę ciągłą z intensywnością roczną \bar{P} . Jeśli natomiast mąż zostanie inwalidą, to do końca swego życia będzie pobierał rentę ciągłą z intensywnością roczną $2\bar{P}$.

Mąż płaci składki w formie renty ciągłej z intensywnością roczną $\bar{\pi}$, aż do wystąpienia jednego ze zdarzeń: własnej śmierci lub inwalidztwa, śmierci żony.

Intensywność oprocentowania wynosi $\delta = 0.05$.

Oblicz $\frac{\bar{\pi}}{\bar{P}}$. Podaj najbliższą wartość.

- (A) 0.377 (B) 0.431 (C) 0.452 (D) 0.486
(E) 0.547

10. Wszyscy uczestnicy planu emerytalnego przystępują do niego w wieku $a=30$ lat oraz przechodzą na emeryturę (jeśli utrzymują aktywny status) w wieku $r=65$ lat. Składka emerytalna płacona jest w sposób ciągły przez cały aktywny okres uczestnictwa w planie ze stałą roczną intensywnością równą :

$$\bar{P} = 1000 \cdot \frac{{}_a\overline{a}_{r-a}|}{{}_a\overline{a}_{\infty}|} .$$

Wyznacz rezerwę składek emerytalnych przypadającą na uczestnika planu w wieku $x=50$ lat. Dane są:

$$\frac{{}_{30}\overline{a}_{35}|}{{}_{30}\overline{a}_{20}|} = 1.2666$$

$$\bar{a}_{65} = 9.2925$$

$$A_{50:\overline{15}|}^1 = 0.3546 .$$

Podaj najbliższą wartość.

(A) 2600
(E) 3800

(B) 2900

(C) 3200

(D) 3500

Egzamin dla Aktuariuszy z 5 grudnia 1998 r.**Matematyka ubezpieczeń życiowych****Arkusz odpowiedzi***

Imię i nazwisko :KLUCZ ODPOWIEDZI.....

Pesel

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja♦
1	B	
2	C	
3	C	
4	A	
5	B	
6	C	
7	E	
8	D	
9	A	
10	A	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.