
1. Oczekiwane dalsze trwanie życia osoby w wieku x lat wynosi $e_x = E[K(x)] = 28.5$ roku. Znajdź p_x , jeśli $e_{x+1} = 27.7$ roku. Podaj najbliższą wartość.

- (A) 0.99011 (B) 0.99125 (C) 0.99278
(D) 0.99303 (E) za mało danych

2. Przy stałej intensywności zgonów w populacji $\mu > 0$ i stałej intensywności oprocentowania $\delta > 0$, jednorazowa składka netto w ciągłym ubezpieczeniu na całe życie dającym świadczenie 1 w momencie śmierci jest równa $P(\mu, \delta)$. Znajdź $P(\mu, \delta)$, jeśli wiadomo, że $P(4\mu, 3\delta) = 0.5$.

Podaj najbliższą wartość.

- (A) 0.43 (B) 0.48 (C) 0.52 (D) 0.55
(E) 0.58

3. Znajdź wariancję zmiennej losowej $Y = \bar{a}_{\overline{T}|}$ przy stałej intensywności oprocentowania $\delta > 0$, wiedząc że:

$$\bar{a}_x = 9 \text{ przy intensywności oprocentowania } \delta,$$

$$\bar{a}_x = 6 \text{ przy intensywności oprocentowania } 2\delta,$$

$${}^2\bar{A}_x / \bar{A}_x = 2/3.$$

- (A) $3/2$ (B) 3 (C) 9 (D) $27/2$
(E) 27

4. Bezterminowe ubezpieczenie na życie dla osoby 35-letniej daje wypłatę w wysokości 1 na koniec roku śmierci. Składki są pobierane na początku każdego roku ubezpieczenia. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że zebrane składki pokryją przynajmniej połowę świadczenia. Wiadomo, że:

$$\delta = 0.06$$

w danej populacji długość życia ma rozkład wykładniczy z $\mu = 0.02$.

- (A) $e^{-0.3}$ (B) $e^{-0.32}$ (C) $e^{-0.34}$ (D) $e^{-0.36}$
(E) $e^{-0.38}$

5. Osoba w wieku 35 lat zawiera ubezpieczenie na całe życie, dające wypłatę w wysokości $1000 \cdot (k + 1)$ na koniec roku śmierci, jeśli ubezpieczony zmarł w $(k + 1)$ roku ważności polisy ($k = 0, 1, \dots$). Składki są pobierane na początku każdego roku w formie renty rosnącej: $\pi, 2\pi, \dots, (k + 1)\pi$.

Oblicz π jeśli dane są:

$$v = 0.95$$

$$\frac{\partial \ddot{a}_{35}}{\partial v} \cdot \frac{v}{\ddot{a}_{35}} = 1 \quad .$$

- (A) 400 (B) 450 (C) 500 (D) 550
(E) 600

6. W ubezpieczeniu na wypadek śmierci i dożycia zawartym na okres n lat składka jest opłacana na początku każdego roku, a świadczenie wypłacane na końcu roku. Ubezpieczenie zostało skalkulowane przy stopie $i = 5\%$. Po t -latach trwania ubezpieczenia zdecydowano się zmienić założenia przyjęte do kalkulacji rezerw:

1. zmniejszono stopę techniczną z $i = 5\%$ do $i = 4\%$,
2. zwiększono prawdopodobieństwo zgonu dla roku t z $q_{x+t} = 0.02$ do $q_{x+t} = 0.10$.

Wyznacz, o ile wzrośnie rezerwa matematyczna netto na koniec t -tego roku w wyniku zmian. Dane są:

$$\ddot{a}_{x:n} = 11.22 \text{ przy stopie } i = 5\% \text{ oraz } q_{x+t} = 0.02 ,$$

$$\ddot{a}_{x:n} = 12.05 \text{ przy stopie } i = 4\% \text{ oraz } q_{x+t} = 0.02 ,$$

$$\ddot{a}_{x+t:n-t} = 7.47 \text{ przy stopie } i = 5\% \text{ oraz } q_{x+t} = 0.02 ,$$

$$\ddot{a}_{x+t:n-t} = 7.77 \text{ przy stopie } i = 4\% \text{ oraz } q_{x+t} = 0.02 ,$$

suma ubezpieczenia wynosi 1 000 .

Podaj najbliższą wartość.

- (A) 60 (B) 70 (C) 80 (D) 90
(E) 100

7. Ubezpieczenie na całe życie dla osoby 30-letniej daje świadczenie 1 na koniec roku śmierci, a składki pobierane są na początku każdego roku. Oblicz, jaką część składki netto będzie stanowić składka na pokrycie bieżącego, rocznego ryzyka śmierci (*premium for the net amount at risk*) po 15 latach, jeśli dane są:

$$i = 5\%$$

$${}_{16}p_{30} = 0.96$$

$$q_{45} = 0.004$$

$$A^1_{30:\overline{16}|} = 0.025$$

$$A_{30} = 0.14$$

- (A) 38% (B) 39% (C) 40% (D) 41%
(E) 42%

8. Osoba w wieku 25 lat zawiera ubezpieczenie ze składką płatną rocznie z góry do osiągnięcia wieku 45 lat. Z tytułu umowy ubezpieczenia wypłacane są następujące świadczenia:
1. w przypadku śmierci ubezpieczonego do ukończenia przez niego wieku 45 lat: 20 000,
 2. w przypadku śmierci ubezpieczonego po ukończeniu 45 lat: 10 000,
 3. w przypadku dożycia przez ubezpieczonego do wieku 45 lat: zwrot wpłaconych składek (bez odsetek).
- Świadczenia z tytułu śmierci wypłacane są w momencie śmierci ubezpieczonego.

Z tytułu umowy ubezpieczenia wypłacana jest prowizja równa 50% pierwszej składki oraz 10% kolejnych składek. Koszty przyjęte do kalkulacji składki wynoszą:

- koszty zawarcia ubezpieczenia: 50,
- roczne koszty obsługi ubezpieczenia (ponoszone na początku każdego roku): 10.

Wyznacz roczną składkę brutto, przyjmując następujące dane:

$$\ddot{a}_{25:\overline{20}|} = 12.83 ,$$

$$A_{25} = 0.15 ,$$

$$i = 0.05 ,$$

$${}_{20}E_{25} = 0.35 ,$$

w ciągu każdego roku rozkład zgonów jest jednostajny.

Podaj najbliższą wartość.

- (A) 490 (B) 500 (C) 510 (D) 520
- (E) 530

9. Bezterminowe ubezpieczenie na życie dwóch osób (x) oraz (y) daje wypłatę świadczenia w wysokości 1 na koniec roku drugiej śmierci. Składka jest płacona rocznie z góry przez cały okres ubezpieczenia w wysokości P dopóki żyje (x) oraz $0.7P$ po śmierci (x), dopóki żyje (y).

Oblicz P wiedząc, że dalsze długości trwania życia (x) i (y) są niezależnymi zmiennymi losowymi o rozkładach określonych przez tę samą tablicę trwania życia oraz przyjmując dane:

$$\ddot{a}_x = \ddot{a}_y = 7 \qquad \ddot{a}_{xy} = 4.37 \qquad i = 0.05$$

Podaj najbliższą wartość.

- | | | |
|----------|----------|----------|
| (A) 0.01 | (B) 0.02 | (C) 0.04 |
| (D) 0.06 | (E) 0.08 | |

10. W pewnym funkcjonującym od dawna planie emerytalnym przystąpienie do planu następuje w wieku 30 lat, a przejście na emeryturę w wieku 65 lat.

Kohorta wchodzących do planu rośnie w sposób ciągły z roczną intensywnością 5%, a funkcja przeżycia zależy tylko od wieku uczestnika planu.

Wynagrodzenia uczestników zależą tylko od ich wieku. Wszystkie wynagrodzenia rosną w sposób ciągły z roczną intensywnością 3%. Pierwsza emerytura stanowi 30% ostatniego wynagrodzenia. Emerytury są płacone w formie renty ciągłej i są indeksowane w sposób ciągły z roczną intensywnością 1%.

Intensywność oprocentowania $\delta = 4\%$.

Plan jest finansowany przez pracodawcę w taki sposób, że kapitalizuje on w przedziale czasu $(t, t+dt)$ pełną wartość świadczeń osób przechodzących na emeryturę (*terminal funding*).

Obecny koszt finansowania tego planu wynosi 1000. Podaj kwotę, którą pracodawca wpłaci do funduszu emerytalnego za 5 lat.

Podaj najbliższą wartość.

- (A) 1 420 (B) 1 490 (C) 1 570 (D) 1 730
(E) 1 820

Egzamin dla Aktuariuszy z 21 czerwca 1997 r.**Matematyka ubezpieczeń życiowych****Arkusz odpowiedzi***

Imię i nazwisko :Klucz odpowiedzi.....

Pesel

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja ♦
1	D	
2	A	
3	E	
4	A	
5	B	
6	D	
7	E	
8	D	
9	D	
10	B	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.