

1. 10 000 osób urodzonych 1 września 1939 r. spotkało się 1 stycznia 1997 r. Ile z nich stawi się najprawdopodobniej na umówione spotkanie 1 stycznia 2007 r., jeśli jedyną przyczyną nieobecności może być śmierć. Zakładamy, że ich życia są niezależne oraz

$$p_{57} = 0.90$$

$${}_9p_{58} = 0.40$$

$$p_{67} = 0.85$$

Przyjmij założenie o jednostajnym rozkładzie zgonów w ciągu roku oraz przyjmij, że 1 września dzieli rok na dwie części w stosunku 2:1.

(A) 3529
(E) 3547

(B) 3534

(C) 3538

(D) 3543

2. Rozważmy dwa rodzaje polis:

- polisa I, wystawiona na 40-latkę, jest 9-letnim ubezpieczeniem terminowym na życie ze świadczeniem rosnącym z roku na rok o 1000 zł, począwszy od sumy ubezpieczenia 1000 w pierwszym roku. Świadczenia są wypłacane na koniec roku śmierci,
- polisa II ma te same parametry, z tym że świadczenie maleje co roku o 1000 począwszy od wyjściowej kwoty 9000 zł.

Kowariancja wartości obecnej wypłat z pary polis I i II sprzedanych tej samej osobie wynosi $0.005 \cdot 10^6$. Wiadomo ponadto, że

$$A_{40:\overline{9}|}^1 = 0.025 \quad {}^2A_{40:\overline{9}|}^1 = 0.006 \quad .$$

Oblicz $E(S)$ oraz $Var(S)$ dla portfela 100 niezależnych polis, w którym występuje po 50 polis obydwu typów.

- | | | |
|-----|------------------|-------------------------|
| (A) | $E(S) = 12\,500$ | $Var(S) = 24\,525\,000$ |
| (B) | $E(S) = 16\,200$ | $Var(S) = 24\,525\,000$ |
| (C) | $E(S) = 17\,900$ | $Var(S) = 25\,615\,000$ |
| (D) | $E(S) = 16\,200$ | $Var(S) = 26\,375\,000$ |
| (E) | $E(S) = 12\,500$ | $Var(S) = 26\,375\,000$ |

3. Kupując bezterminowe ubezpieczenie, 35-latek ma do wyboru dwie równoważne formuły rocznych składek netto, płaconych dożywotnio na początku roku:
- roczna składka rosnąca według wzoru $20 + 5 \cdot (k + 1)$, gdzie $k = 0, 1, \dots$,
 - roczna składka rosnąca według wzoru $1 + b \cdot (k + 1)$, gdzie $k = 0, 1, \dots$.

Wyznacz wartość parametru b , jeśli znane są:

$$D_{35} = 12\,260$$

$$N_{35} = 176\,410$$

$$S_{35} = 2\,165\,170$$

- (A) 6.05 (B) 6.55 (C) 7.05 (D) 7.55
(E) 8.05

4. Osobie 40-letniej wystawiono 10-letnią polisę na życie ze świadczeniem w wysokości 10 000 płatnym na koniec roku śmierci. Kontrakt przewiduje ponadto zwrot składek netto bez odsetek w formie renty 10-letniej w przypadku dożycia do wieku 50 lat (składki będą zwracane co miesiąc, nie dłużej niż do 60 roku życia).

Oblicz (podaj najbliższą wartość) miesięczną składkę netto dla tego ubezpieczenia, jeśli zgony mają jednostajny rozkład w ciągu roku, a ponadto wiadomo że:

$$D_{40} = 9\,000$$

$$N_{40} = 135\,000$$

$$d = 0.05$$

$$D_{50} = 4\,800$$

$$N_{50} = 64\,500$$

$$\alpha(12) \approx 1$$

$$D_{60} = 2\,500$$

$$N_{60} = 27\,700$$

$$\beta(12) \approx \frac{11}{24}$$

- (A) 14.90 (B) 15.65 (C) 16.40 D) 17.15
(E) 17.90

5. Rozważając problem kalkulacji składki rocznej dla 35-latka, kupującego bezterminowe ubezpieczenie na życie z wypłatą 10 000 na koniec roku śmierci, stwierdzono, że 10% narzut na składkę netto wywoła 7% wzrost odchylenia standardowego straty z tej polisy. Oblicz składkę netto (wskaż najbliższą wartość), jeśli wiadomo, że $\ddot{a}_{35} = 14.02927$.

- (A) 500 (B) 515 (C) 530 (D) 545
(E) 560

6. Na osobę w wieku x -lat wystawiono 30-letnią polisę na życie, dającą przez pierwsze 10 lat wypłatę 15 000, przez następne 10 lat kwotę 10 000 oraz 5 000 przez ostatnie 10 lat ważności polisy. Świadczenie pośmiertne jest płatne na koniec roku śmierci.

Wyznacz składkę $E(Z)+SD(Z)$ dla tej polisy, (SD oznacza odchylenie standardowe), jeśli wiadomo że:

- Z_1, Z_2, Z_3 to wartości obecne wypłat z 10-letnich polis wystawionych na x -latka, dających wypłatę 1 na koniec roku śmierci, i odroczone odpowiednio o 0 lat, 10 lat oraz 20 lat,
- dla zmiennych Z_1, Z_2, Z_3 znane są:

$$\begin{array}{ll} Var(Z_1) = 0.007225, & Cov(Z_1, Z_2) = -0.0033 \\ Var(Z_2) = 0.0036 & Cov(Z_1, Z_3) = -0.003 \\ Var(Z_3) = 0.003025 & Cov(Z_2, Z_3) = -0.00275 \end{array}$$

Podaj najbliższą wartość wyznaczonej składki.

- (A) 2230 (B) 2245 (C) 2260 (D) 2275
- (E) 2290

7. Osoba 33-letnia kupiła bezterminowe ubezpieczenie na życie ze świadczeniem 10 000 płatnym na koniec roku śmierci, płacąc na początku każdego roku składkę netto w wysokości P . Po 21 latach osoba ta przerywa płacenie składek i otrzymuje propozycję ekwiwalentnych aktuarialnie rozwiązań:

- zamiany polisy na bezskładową ze świadczeniem zredukowanym do 6 000 ,
- albo wypłaty rezerwy netto w formie dożywotniej renty w wysokości 300, płatnej na początku każdego roku.

Dysponując tymi informacjami wyznacz składkę P .

- | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| (A) | 200 | (B) | 250 | (C) | 300 | (D) | 350 |
| (E) | 400 | | | | | | |

8. Składka brutto w 20-letnim ubezpieczeniu na życie i dożycie dla 40-latka (świadczenie pośmiertne płatne na koniec roku śmierci, składka płatna rocznie na początku roku) jest powiązana ze składką netto wzorem:

$$P_{40:\overline{20}|}^{brutto} = \frac{11}{9} \cdot P_{40:\overline{20}|} + 0.061111\dots$$

Koszt inkasa składki wynosi $\beta = 10\%$ składki brutto. Jednorazowe wydatki związane z wystawieniem polisy w wysokości $\alpha\%$ sumy ubezpieczenia są rezerwowane metodą Zillmera. Koszty bieżącej obsługi polisy w każdym roku jej ważności wynoszą $\gamma\%$ sumy ubezpieczenia i są ponoszone na początku roku. Wyznacz (podaj najbliższą wartość) rezerwę składek brutto po 10 latach tego ubezpieczenia, jeśli wiadomo, że:

$d = 0.05$	$D_{50} = 4900$	$D_{60} = 2500$
$M_{40} = 1500$	$M_{50} = 1200$	$M_{60} = 900$
$N_{40} = 135000$	$N_{50} = 65000$	$N_{60} = 30000$

- | | | | | | | | |
|-----|------|-----|------|-----|------|-----|------|
| (A) | 0.21 | (B) | 0.24 | (C) | 0.27 | (D) | 0.30 |
| (E) | 0.33 | | | | | | |

9. Mąż (x-lat) i żona (x-lat) mają do wyboru:

- kupić bezterminowe ubezpieczenie na życie męża, ze świadczeniem w wysokości 10 000 zł płatnym na koniec roku śmierci,
- kupić bezterminowe ubezpieczenie na życie obojga, ze świadczeniem 10 000 zł płatnym na koniec roku pierwszej śmierci.

Jeśli wybiorą pierwszy sposób ubezpieczenia, to roczna składka netto, płatna na początek roku, będzie wynosić 100 zł. Wyznacz roczną składkę netto, płatną na początku roku, dla drugiego typu ubezpieczenia, jeśli wiadomo, że śmiertelnością w tej populacji rządzi prawo Gompertza, z natężeniem zgonów

$$\mu_{x+t} = B \cdot 2^{x+t}$$

oraz $p_x = 0.995$, $v = 0.95$.

Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 103.20 (B) 103.35 (C) 103.50 (D) 103.65
(E) 103.80

- 10.** W pewnym planie emerytalnym funkcja skalująca płace S_x jest liniowa i unormowana tak, że $S_{25} = 1$. Wiadomo ponadto, że przewidywana płaca 30-letniego uczestnika planu wzrośnie 2.5 raza przez następne 20 lat. Podaj S_x .

(A) $\frac{x}{25}$

(B) $\frac{2x}{25} - 1$

(C) $\frac{3x}{25} - 2$

(D) $\frac{4x}{25} - 3$

(E) $\frac{x}{5} - 4$

Egzamin dla Aktuariuszy z 18 stycznia 1997 r.**Matematyka ubezpieczeń życiowych****Arkusz odpowiedzi***

Imię i nazwisko :Klucz odpowiedzi.....

Pesel

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja ♦
1	C	
2	E	
3	B	
4	D	
5	A	
6	E	
7	A	
8	D	
9	B	
10	C	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.