

---

**Komisja Egzaminacyjna dla Aktuariuszy**  
**XXXVII Egzamin dla Aktuariuszy z 5 grudnia 2005 r.**

**Część I**

**Matematyka finansowa**

**Imię i nazwisko osoby egzaminowanej:**

.....

**WERSJA TESTU**

**A**

Czas egzaminu: 100 minut

1. Zakład ubezpieczeń oferuje klientowi 35 letnią rentę pewną o równych płatnościach na koniec kolejnych lat przy stopie  $i = 5\%$ . Dodatkowo przy każdej płatności renty zakład wypłaci klientowi  $3/4$  zysku osiągniętego ponad stopę  $i$  w ostatnim roku (liczonego od kwoty rezerwy netto na początku roku). Ile wyniesie suma wszystkich wypłat dodatkowych z tytułu podziału zysku jeżeli:
- zakład wypracuje stopy zwrotu  $i_1 = 9\%$  przez pierwszych 10 lat,  $i_2 = 8\%$  przez kolejnych 10 lat,  $i_3 = 7\%$  przez następne 10 lat oraz  $i_4 = 6\%$  przez ostatnie 5 lat,
  - klient nabył rentę za składkę jednorazową netto w wysokości 100 000 zł.

Podaj najbliższą wartość:

- A) 52 126
- B) 53 413
- C) 54 768
- D) 56 084
- E) 57 355

2. Inwestor zaciąga 50 letni kredyt w kwocie 100 000 zł spłacany w równych ratach na koniec kolejnych lat. Ile wynosi roczna rata  $R$  jeżeli oprocentowanie kredytu wynosi:

8% w latach  $5k+1$ ,

12% w latach  $5k+2$ ,

6% w latach  $5k+3$ ,

14% w latach  $5k+4$ ,

10% w latach  $5k+5$ ,

gdzie  $k = 0, 1, \dots, 9$ .

Podaj najbliższą wartość.

A) 9 778

B) 9 826

C) 9 872

D) 9 935

E) 9 981

3. Bieżące ceny rocznych europejskich opcji na akcje spółki X są następujące:

cena wykonania	50	60	70
cena call	15	9	5
cena put	13	20	28

Inwestor chce nabyć instrument wypłacający za rok kwotę:

$120 - 2 * \text{cena akcji za rok,}$	o ile cena akcji $< 50$
$220 - 4 * \text{cena akcji za rok,}$	o ile cena akcji będzie w przedziale $[50, 60)$
$100 - 2 * \text{cena akcji za rok,}$	o ile cena akcji będzie w przedziale $[60, 70)$
$\text{cena akcji za rok} - 110,$	o ile cena akcji $\geq 70$

Ile wynosi cena takiego instrumentu przy założeniu braku kosztów transakcyjnych oraz braku możliwości arbitrażu ? (podaj najbliższą wartość)

- A) 19
- B) 22
- C) 25
- D) 28
- E) 31

4. Bieżąca rynkowa krzywa zerokuponowa w PLN dana jest funkcją  $f(t) > 0$  dla  $t > 0$ , gdzie  $f(t)$  – stopa zerokuponowa w skali roku,  $t$  - czas inwestycji w latach. Uniemożliwiający arbitraż kurs terminowy USD / PLN dany jest funkcją:

$$g(t) = 4 \cdot \left( \frac{1 + f(t)}{1.02 + \frac{t}{300}} \right)^t,$$

gdzie  $g(t)$  –  $t$ -letni kurs terminowy 1 USD wyrażony w PLN.

Bieżący kurs wynosi 1 USD = 4 PLN.

Ile wynosi wartość bieżąca 5-letniej obligacji skarbowej denominowanej w USD o kuponie rocznym 150 USD i nominale 1200 USD ? Podaj najbliższą wartość.

- A) 6 493 PLN
- B) 6 597 PLN
- C) 6 672 PLN
- D) 6 741 PLN
- E) 6 825 PLN

5. Rachunek oszczędnościowy założono w chwili 0 bez początkowych wpłat. Następnie na rachunek dokonywane są w sposób ciągły wpłaty z roczną intensywnością  $C_t$  w chwili  $t > 0$ . Ciągła intensywność oprocentowania środków na rachunku wynosi  $\delta_t = \frac{1}{1+t}$ . Zakumulowana wartość funduszu w chwili  $t > 0$  wynosi  $B_t = (1+t)*t$ . Wyznacz  $C_t$ .

Odpowiedź (podaj najbliższą wartość):

- A)  $t+1$
- B)  $t$
- C)  $\ln t$
- D)  $\ln(t+1)$
- E)  $1$

6. Niech  $dur(\cdot)$  oznacza duration. Oblicz wartość obecną nieskończonej renty ciągłej o intensywności płatności  $t^3$  w chwili  $t$ , jeżeli  $dur((\bar{I}\bar{a})_{\infty|}) = \alpha$ , zaś intensywność oprocentowania wynosi  $\delta$ .

Odpowiedź:

- A)  $3\alpha \bar{a}_{\infty|}$ ,
- B)  $\frac{3\alpha \bar{a}_{\infty|}}{\delta^2}$ ,
- C)  $\frac{3\alpha \delta \bar{a}_{\infty|}}{1 + \delta}$ ,
- D)  $4\alpha \bar{a}_{\infty|}$ ,
- E)  $\frac{4\alpha}{\delta^2}$

7. Bank udzielił 30-letniego kredytu mieszkaniowego w kwocie 500 000 zł. Kredytobiorca spłaca równe miesięczne raty z dołu, przy nominalnej rocznej stopie oprocentowania 6 %. Niektóre raty są spłacane z opóźnieniem, za co kredytobiorca płaci karę w wysokości  $\frac{1}{30}$  kwoty odsetek zawartych w danej racie. Prawdopodobieństwo, że kredytobiorca spóźni się w danym miesiącu z płatnością raty wynosi 0,05 (jest identyczne dla każdej z rat). Wartość oczekiwana łącznej kwoty kar zapłaconych przez kredytobiorcę z tytułu opóźnień wynosi (podaj najbliższą wartość):

- A) 765
- B) 815
- C) 865
- D) 915
- E) 965



- 
8. Znaleźć wartość obecną renty wieczystej, która wypłaca kwotę  $1/k$  na koniec roku  $k$  ( $k = 1, 2, 3, \dots$ ).

Stopa dyskontowa  $i = 5\%$ . Odpowiedź (podaj najbliższą wartość):

- A) 3.025
- B) 3.045
- C) 3.065
- D) 3.085
- E) 3.105

9. Zakład ubezpieczeń majątkowych emituje 10-letnią obligację katastroficzną z rocznym kuponem  $X$  i nominałem 1200 zł. W momencie wystąpienia pierwszej katastrofy wszystkie przyszłe płatności z tytułu obligacji zostają umorzone. Ile wynosi kupon tej obligacji jeżeli:

- a) prawdopodobieństwo co najmniej jednej katastrofy w każdym roku  $p = 5\%$  i są one niezależne,
- b) druga i kolejne katastrofy w dowolnym czasie nie mają wpływu na płatności z obligacji,
- c) inwestorzy dyskontują wszystkie płatności z obligacji stopą  $i = 8\%$  w skali roku,
- d) rynkowa cena obligacji wynosi 850.

Podaj najbliższą wartość:

- A) 86
- B) 90
- C) 94
- D) 98
- E) 102

10. Współczynnik delta rocznej europejskiej opcji kupna (pochodna ceny opcji względem ceny instrumentu podstawowego) wynosi  $\Delta_C = 0.9332$ . Wiadomo, że:

- a) Odchylenie standardowe zmienności cen akcji wynosi  $\sigma = 0.3$ ,
- b) Roczna ciągła stopa procentowa wolna od ryzyka  $\delta = 10\%$ ,
- c) Bieżąca cena akcji wynosi 100.

Wyznacz obecną cenę rocznej europejskiej opcji sprzedaży. Do oszacowania wartości opcji należy użyć modelu Blacka-Scholesa. Przybliżone wartości dystrybucyj standardowego rozkładu normalnego  $N(0,1)$  podaje tabela:

t	<b>0</b>	<b>0.05</b>	<b>0.1</b>	<b>0.15</b>	<b>0.2</b>	<b>0.25</b>	<b>0.3</b>	<b>0.35</b>
N(t)	0.5000	0.5199	0.5398	0.5596	0.5793	0.5987	0.6179	0.6368
t	<b>0.4</b>	<b>0.45</b>	<b>0.5</b>	<b>0.55</b>	<b>0.6</b>	<b>0.65</b>	<b>0.7</b>	<b>0.75</b>
N(t)	0.6554	0.6736	0.6915	0.7088	0.7257	0.7422	0.7580	0.7734
t	<b>0.8</b>	<b>0.85</b>	<b>0.9</b>	<b>0.95</b>	<b>1</b>	<b>1.05</b>	<b>1.1</b>	<b>1.15</b>
N(t)	0.7881	0.8023	0.8159	0.8289	0.8413	0.8531	0.8643	0.8749
t	<b>1.2</b>	<b>1.25</b>	<b>1.3</b>	<b>1.35</b>	<b>1.4</b>	<b>1.45</b>	<b>1.5</b>	<b>1.55</b>
N(t)	0.8849	0.8944	0.9032	0.9115	0.9192	0.9265	0.9332	0.9394
t	<b>1.6</b>	<b>1.65</b>	<b>1.7</b>	<b>1.75</b>	<b>1.8</b>	<b>1.85</b>	<b>1.9</b>	<b>1.95</b>
N(t)	0.9452	0.9505	0.9554	0.9599	0.9641	0.9678	0.9713	0.9744
t	<b>2</b>	<b>2.05</b>	<b>2.1</b>	<b>2.15</b>	<b>2.2</b>	<b>2.25</b>	<b>2.3</b>	<b>2.35</b>
N(t)	0.9772	0.9798	0.9821	0.9842	0.9861	0.9878	0.9893	0.9906
t	<b>2.4</b>	<b>2.45</b>	<b>2.5</b>	<b>2.55</b>	<b>2.6</b>	<b>2.65</b>	<b>2.7</b>	<b>2.75</b>
N(t)	0.9918	0.9929	0.9938	0.9946	0.9953	0.9960	0.9965	0.9970
t	<b>2.8</b>	<b>2.85</b>	<b>2.9</b>	<b>2.95</b>	<b>3</b>	<b>3.05</b>	<b>3.1</b>	<b>3.15</b>
N(t)	0.9974	0.9978	0.9981	0.9984	0.9987	0.9989	0.9990	0.9992

Odpowiedź (podaj najbliższą wartość):

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) 5

**Egzamin dla Aktuariuszy z 5 grudnia 2005 r.****Matematyka finansowa****Arkusz odpowiedzi\***

Imię i nazwisko: .....

Pesel: .....

OZNACZENIE WERSJI TESTU .....

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja ♦
1	B	
2	D	
3	C	
4	D	
5	A	
6	B	
7	E	
8	B	
9	D	
10	A	

---

\* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.