

1. Pięciu osobników pochodzi z populacji, w której pojedyncze życie podlega ryzyku śmierci

$$\mu_{x+t} = A + B \cdot 2^{x+t}.$$

Wyznacz prawdopodobieństwo, że z grupy tej nikt nie umrze w ciągu najbliższych 5 lat, jeśli obecnie dwa życia mają (y) lat, a trzy kolejne odpowiednio $(y+1)$, $(y+2)$ oraz $(y+5)$ lat. Znałe są prawdopodobieństwa dla pojedynczych osób:

$${}_5p_{y+1} = 0,952707$$

$${}_5p_{y+2} = 0,930628$$

$${}_5p_{y+3} = 0,887992$$

$${}_5p_{y+4} = 0,808492$$

Podaj najbliższą wartość.

- | | | | | | | | |
|-----|-------|-----|-------|-----|-------|-----|-------|
| (A) | 0,345 | (B) | 0,506 | (C) | 0,552 | (D) | 0,698 |
| (E) | 0,785 | | | | | | |

2. Rozpatrujemy grupę osób w wieku $(x+1/3)$ lat i analizujemy śmiertelność w tej grupie do wieku $(x+1)$ lat. Znamy jedynie $q_x = 0,06$, dlatego rozważamy założenie UDD oraz założenie Balducciego. Podaj, dla jakiego u intensywność wymierania $\mu_{x+1/3+u}$ będzie o 2% wyższa według Balducciego w stosunku do UDD. Podaj najbliższą wartość.

- (A) 0,168 (B) 0,172 (C) 0,176 (D) 0,180
(E) 0,184

3. Osoba w wieku (x) lat zakupiła terminowe ubezpieczenie na życie za składkę netto $\bar{A}_{x:\overline{n}|}^1 = 0,39347$. Taką samą kwotę zapłaciła osoba o 1 dzień starsza, ponieważ odpowiednio skrócono termin jej ubezpieczenia. O ile dni krócej trwać będzie ubezpieczenie osoby starszej? Dane są:

$$\bar{A}_{x:\overline{n}|} = 0,69674 \quad \mu_x = 0,05 \quad \mu_{x+n} = 0,1 \quad \delta = 0,05$$

Podaj najbliższą wartość.

- (A) 0,55 (B) 0,65 (C) 0,85 (D) 1,05
(E) 1,35

4. Rozpatrujemy bezterminowe ubezpieczenie na życie (x), wypłacające 1 zł na koniec roku śmierci, ze stałą składką płaconą dożywotnio na początku każdego roku ubezpieczenia.

Przy składce $P_x = \frac{A_x}{\ddot{a}_x}$ strata L ubezpieczyciela ma wariancję $Var(L) = 0,40$.

Ubezpieczyciel postanowił zastosować składkę $\hat{P}_x = (1 + \lambda)P_x$, uwzględniającą narzut na ryzyko. Wyznacz $Var(\hat{L})$, czyli wariancję straty przy składce \hat{P}_x , jeśli $A_x = 0,1$ oraz $\lambda = 0,25$. Podaj najbliższą wartość.

- (A) 0,420 (B) 0,425 (C) 0,430 (D) 0,435
(E) 0,440

5. Osoba (x) zawarła 20-letnie ubezpieczenie na życie i dożycie na kwotę 100 000, płatną na koniec roku śmierci. Roczna składka jest płacona na początku roku przez cały okres ubezpieczenia.

Po 10 latach ubezpieczony przestał płacić składkę. Ubezpieczenie zamieniono na bezskładkowe dożywotnie ubezpieczenie na życie z sumą 100 000 oraz bezskładkowe ubezpieczenie na dożycie wieku $x+20$ lat, z sumą ubezpieczenia S .

Wyznacz S , jeśli dane są:

$$v = 0,95$$

$${}_{10}p_x = 0,975$$

$${}_{20}p_x = 0,920$$

$$\ddot{a}_x = 16,658$$

$$\ddot{a}_{x+10} = 14,907$$

$${}_{10|}\ddot{a}_{x+10} = 7,036$$

Podaj najbliższą wartość.

- (A) 19 000 (B) 19 500 (C) 20 000 (D) 20 500
(E) 21 000

6. W bezterminowym ubezpieczeniu na życie (x) roczna składka jest płacona na początku roku przez cały okres ubezpieczenia, a świadczenia pośmiertne jest płacone na koniec roku śmierci.

W $(k+1)$ roku ubezpieczyciel osiągnął zysk techniczny dzięki stopie oprocentowania lokat przewyższającej stopę techniczną. Zysk techniczny z oszczędności, G_{k+1}^s , powstający dzięki lokatom rezerwy netto oraz składki na oszczędności, przeznaczono w całości na wzrost sumy ubezpieczenia. W rezultacie od przyszłego roku suma ubezpieczenia oraz składka wzrosną o 10%.

Podaj nadwyżkę stopy przychodów z lokat ponad stopę techniczną, jeśli wiadomo, że na złotówkę sumy ubezpieczenia składka na oszczędności $\pi_k^s = 0.00144$ oraz dane są $\ddot{a}_x = 10.4032$, $\ddot{a}_{x+k} = 9.8570$, $\ddot{a}_{x+k+1} = 9.7859$.

Podaj najbliższą wartość w punktach procentowych.

- | | | | | | | | |
|-----|----|-----|-----|-----|----|-----|------|
| (A) | 9 | (B) | 9,5 | (C) | 10 | (D) | 10,5 |
| (E) | 11 | | | | | | |

7. Ubezpieczenie rentowe dla (x) przewiduje dożywotnią rentę, wypłacaną na początku każdego roku po n -letnim okresie płacenia składek. Składki są płacone raz w roku, na początku roku. Ubezpieczyciel przez cały okres ubezpieczenia (na początku każdego roku) ponosi koszty administracyjne, niezależne od wysokości renty, w kwocie 25 zł rocznie. Ponosi również koszty zmienne, a mianowicie:
- w wysokości 10% składki brutto, w momencie poboru składki,
 - w wysokości 5% wypłacanej renty, w momencie wypłaty renty.
- Podaj wysokość składki brutto za kolejne (drugie, trzecie,) 100 zł rocznej renty. Dane są:

$$\ddot{a}_x = 19,6$$

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = 8,5 \text{ .}$$

Podaj najbliższą wartość.

- | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|--------|-----|-----|-----|--------|
| (A) | 145 | (B) | 147,50 | (C) | 150 | (D) | 152,50 |
| (E) | 155 | | | | | | |

8. Na życie ($x=60$) oraz ($y=60$) wykupiona została za jednorazową składkę netto renta rewersyjna $1000 \cdot \bar{a}_{x|y}$. Osoby (x) oraz (y) pochodzą z populacji de Moivre'a z parametrem odpowiednio $\omega_x = 90$ oraz $\omega_y = 120$. Wyznacz rezerwę netto po 10 latach tego ubezpieczenia, jeśli ubezpieczyciel wie jedynie, że nie wystąpił powód do uruchomienia wypłat renty, jednak nie ma innych informacji o statusie obydwójga osób. Dane jest $\delta = 0,02$. Podaj najbliższą wartość.

- (A) 8250 (B) 8550 (C) 8850 (D) 9150
(E) 9450

9. Na osobę (x) wystawiono roczną polisę życiową, wypłacającą 100 000 na koniec okresu ubezpieczenia. Ubezpieczony został zaliczony do populacji, której odpowiada $p_x = 0,94$. W populacji tej śmiertelność ma w ciągu roku jednostajny rozkład.

W momencie zawierania ubezpieczenia wiadomo, że ubezpieczony podda się za 8 miesięcy krótkiej operacji, którą przeżywa tylko 60% pacjentów. Jeśli pacjent przeżyje operację, to jej wpływ na zdrowie i szanse dalszego życia może się ujawnić nie wcześniej niż za pół roku. Zawarta umowa ubezpieczenia wyłącza świadczenie z tytułu śmierci w trakcie tej operacji.

Wyznacz składkę netto za to ubezpieczenie przy $v=0,95$.

- | | | | |
|----------|----------|----------|----------|
| (A) 4860 | (B) 4900 | (C) 4940 | (D) 4980 |
| (E) 5020 | | | |

10. Rozważamy plan emerytalny, w którym pracownicy wstępują do planu w wieku 25 lat, a przechodzą na emeryturę w wieku 65 lat. Składka normalna (*normal cost rate*) dla pracownika w wieku 50 lat osiąga intensywność 1000 zł na rok. Osoba wypadająca z planu przed wiekiem emerytalnym otrzymuje świadczenie finansowane z innej składki.

Podaj kwotę którą zgromadzi w planie osoba przechodząca na emeryturę (według wartości na moment wypłaty pierwszej emerytury) jeśli:

$$\text{funkcja kumulacji uprawnień } M(x) = \frac{\bar{a}_{25:x-25|}}{\bar{a}_{25:40|}},$$

$$\text{funkcja przetrwania w planie } s(x) = \frac{150 - x}{125}$$

$$\text{oraz } \delta = 0,05.$$

Podaj najbliższą wartość.

- | | | |
|-------------|-------------|-------------|
| (A) 162 250 | (B) 163 500 | (C) 164 750 |
| (D) 166 000 | (E) 167 250 | |

XXXII Egzamin dla Aktuariuszy z 7 czerwca 2004 r.**Matematyka ubezpieczeń życiowych****Arkusz odpowiedzi***

Imię i nazwisko :Klucz odpowiedzi.....

PeselGrupa 1.....

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja ♦
1	C	
2	B	
3	B	
4	A	
5	E	
6	E	
7	D	
8	B	
9	C	
10	E	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.