

**Komisja Egzaminacyjna dla Aktuariuszy**

**XXXX Egzamin dla Aktuariuszy z 9 października 2006 r.**

**Część II**

**Matematyka ubezpieczeń życiowych**

**Imię i nazwisko osoby egzaminowanej: .....**

Czas egzaminu: 100 minut

Warszawa, 9 października 2006 r.

1. Śmiertelność populacji z granicznym wiekiem 100 lat opisuje

$$\mu_x = \frac{0,6}{100 - x}.$$

Oblicz prawdopodobieństwo dożycia przez noworodka wieku  $x = e_0^\circ$ .

Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 0,333      (B) 0,444      (C) 0,500      (D) 0,555  
(E) 0,666

2. Osoba ( $x$ ) pochodzi z populacji, w której  $T(x)$  ma gęstość  $g(t) = \beta^2 \cdot t \cdot e^{-\beta \cdot t}$ .

Wyznacz  $Var(Z)$  w bezterminowym ubezpieczeniu na życie z sumą ubezpieczenia

1 zł płaconą w momencie śmierci, jeśli  $\bar{A}_x = 0,16$ . Wskaż najbliższą wartość.

- (A) 0,028                      (B) 0,031                      (C) 0,034                      (D) 0,037  
(E) 0,040

3. Dane są :  $i = 5\%$

$$D_{40} = 13791$$

$$N_{40} = 236\,670$$

$$\sum_{x=40}^{60} D_x = 181\,124$$

$$\sum_{x=40}^{60} N_x = 2\,815\,710$$

Wyznacz  $(DA)_{40:\overline{20}|}^1$ . Wskaż najbliższą wartość.

(A) 0,416

(B) 0,419

(C) 0,422

(D) 0,425

(E) 0,428

4. Rozpatrujemy ciągły model ubezpieczenia. Ubezpieczenie I oraz II dają na moment wystawienia polisy dla  $(x)$  identyczny rozkład straty ubezpieczyciela  $(L_I)$  oraz zysku ubezpieczyciela  $(-L_{II})$ .

Ubezpieczenie I jest bezterminowym ubezpieczeniem na życie z sumą ubezpieczenia 1 oraz składką płaconą ze stałą intensywnością przez cały okres ubezpieczenia.

Ubezpieczenie II jest rentą dożywotnią, wypłacającą świadczenie ze stałą intensywnością.

Podaj intensywność świadczenia rentowego, jeśli  $\bar{A}_x = 0,15$  oraz  $\delta = 0,05$ .

Wskaż najbliższą wartość.

- |     |        |     |       |     |       |     |       |
|-----|--------|-----|-------|-----|-------|-----|-------|
| (A) | 0,0588 | (B) | 0,162 | (C) | 0,333 | (D) | 0,667 |
| (E) | 1      |     |       |     |       |     |       |

5. Rozpatrujemy ciągły model 20-letniego ubezpieczenia na życie i dożycie wystawionego na osobę z populacji o wykładniczym rozkładzie czasu życia. Składka ma być płacona ze stałą intensywnością przez cały okres ubezpieczenia. Po 10 latach ubezpieczony poprosił o zmianę warunków ubezpieczenia: składka ma być obniżona do połowy i wyznaczony zostanie nowy termin ważności ubezpieczenia. Utrzymano oryginalną sumę ubezpieczenia oraz zasadę, że składka jest płacona przez cały okres ważności ubezpieczenia. Podaj nowy okres ważności ubezpieczenia od momentu zmiany warunków, jeśli  $\mu_x = 0,04$  oraz  $\delta = 0,06$ . Wskaż najbliższą wartość.

- (A)  $17\frac{10}{12}$       (B)  $18\frac{4}{12}$       (C)  $18\frac{10}{12}$       (D)  $19\frac{4}{12}$   
(E)  $19\frac{10}{12}$

6. Rozpatrujemy dyskretny typ ubezpieczenia na życie i dożycie dla ( $x$ ) z sumą ubezpieczenia 10 000 zł oraz roczną składką netto 1100 zł.

Na koniec 1-szego roku ubezpieczyciel osiągnął zysk techniczny dzięki przychodom z lokat powyżej stopy technicznej. Zysk techniczny z oszczędności,  $G_1^s$ , powstający dzięki lokatom rezerwy netto oraz składki na oszczędności, przeznaczono w całości na wzrost rezerwy. W rezultacie nowa rezerwa netto wynosi 1050 zł, a od drugiego roku suma ubezpieczenia oraz składka są wyższe o 10%.

Wyznacz stopę techniczną w tym ubezpieczeniu (podaj najbliższą wartość), jeśli  $q_x = 0,02$

- (A) 3,2%                      (B) 3,4%                      (C) 3,6%                      (D) 3,8%  
(E) 4,0%

7. Rozpatrujemy dyskretny typ bezterminowego ubezpieczenia na życie z sumą ubezpieczenia 10 000 zł i składką płaconą na początku roku, w stałej wysokości, przez cały okres ubezpieczenia.
- Ubezpieczyciel poniósł koszty początkowe oraz ponosi na początku każdego roku ubezpieczenia stałą kwotę kosztów administracyjnych. W pierwszym roku bieżące płatności z tytułu obydwu kosztów przekroczyły o 400 zł poziom składki brutto.
- Wiadomo, że na moment wystawienia polisy strumień kosztów administracyjnych jest równoważny kosztowi początkowemu.
- Wyznacz udział narzutu na łączne koszty w składce brutto, jeśli dane są:

$$i = 4\%$$

$$\ddot{a}_x = 11,1$$

Wskaż najbliższą wartość.

- |         |         |         |         |
|---------|---------|---------|---------|
| (A) 22% | (B) 23% | (C) 24% | (D) 25% |
| (E) 26% |         |         |         |



8. Rozpatrujemy ciągły typ renty wdowiej dla pary osób z populacji o wykładniczym rozkładzie trwania życia.

Jeśli on ( $y$ ) umrze wcześniej niż ona ( $x$ ), to ona zaczyna otrzymywać dożywotnią rentę z intensywnością 10 000 zł na rok.

Jeśli ona umrze wcześniej niż on, to on otrzymuje w chwili jej śmierci zwrot wpłaconych składek bez oprocentowania.

W ubezpieczeniu tym składka netto jest płacona ze stałą intensywnością  $\bar{P}$  aż do pierwszej śmierci.

Wyznacz intensywność składki  $\bar{P}$ , jeśli dane są:

$$\mu_x = 0,01 \quad \mu_y = 0,03 \quad \delta = 0,04$$

Wskaż najbliższą wartość

- |     |        |     |       |     |       |     |        |
|-----|--------|-----|-------|-----|-------|-----|--------|
| (A) | 6 860  | (B) | 7 260 | (C) | 8 630 | (D) | 10 720 |
| (E) | 11 430 |     |       |     |       |     |        |

9. Na osobę ( $x$ ) wystawiono roczną polisę wypłacającą świadczenie na koniec okresu ubezpieczenia. Życie ubezpieczonego jest narażone na trzy niezależne od siebie ryzyka. Pierwsze jest typowym demograficznym ryzykiem śmierci i osiąga poziom  ${}_1^*q_x^{(1)} = 0,05$ . Drugie wiąże się ze specyficznym schorzeniem ubezpieczonego i wynosi  ${}_1^*q_x^{(2)} = 0,1$ . Trzecie wynika ze szczególnego trybu życia ubezpieczonego i osiąga poziom  ${}_1^*q_x^{(3)} = 0,15$ .
- Wszystkie trzy ryzyka mają jednostajny rozkład w ciągu roku.
- Polisa wypłaca 200 000 zł za śmierć z powodu pierwszego ryzyka lub 100 000 zł za śmierć wywołaną drugim ryzykiem. Śmierć z tytułu trzeciego ryzyka nie jest objęta ubezpieczeniem.
- Wyznacz składkę za to ubezpieczenie przy  $v = 0,96$ . Wskaż najbliższą wartość.
- (A) 17 100      (B) 17 400      (C) 17 700      (D) 18 000  
(E) 18 300

10. Uczestnicy pewnego planu emerytalnego przystępują do planu w wieku 25 lat, a przechodzą na emeryturę w wieku 65 lat. Prawdopodobieństwo, że 25-letni uczestnik dojdzie w planie do emerytury wynosi 0,55. Plan wystartował w momencie  $t=0$  ze 120 uczestnikami w wieku 25 lat i od tej liczba wstępujących rośnie ze stałą intensywnością 4% na rok.

Plan wypłaca każdemu emerytowi taką samą emeryturę ze stałą intensywnością wypłaty.

Wyznacz intensywność rocznego kosztu normalnego  $P(t)$  dla momentu  $t=60$  na 1 złotówkę rocznej emerytury, jeśli  $\delta = 0,04$  oraz  $\bar{a}_{65} = 12,5$ . Podaj najbliższą wartość.

(A) 1740  
(E) 1836

(B) 1764

(C) 1788

(D) 1812

**XXXX Egzamin dla Aktuariuszy z 9 października 2006 r.****Matematyka ubezpieczeń życiowych****Arkusz odpowiedzi\***

Imię i nazwisko : .....

Pesel .....Klucz odpowiedzi.....

| Zadanie nr | Odpowiedź | Punktacja ♦ |
|------------|-----------|-------------|
| 1          | D         |             |
| 2          | D         |             |
| 3          | E         |             |
| 4          | A         |             |
| 5          | A         |             |
| 6          | A         |             |
| 7          | E         |             |
| 8          | A         |             |
| 9          | A         |             |
| 10         | E         |             |
|            |           |             |

\* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.