

Komisja Egzaminacyjna dla Aktuariuszy

XLII Egzamin dla Aktuariuszy z 14 maja 2007 r.

Część I

Matematyka finansowa

Imię i nazwisko osoby egzaminowanej:

Czas egzaminu: 100 minut

-
1. Cena europejskiej opcji sprzedaży o terminie realizacji $T = 1$ rok, wynosi $P = 1.03$ w chwili 0. Aktualna (w chwili 0) cena akcji nie płaćącej dywidendy wynosi $S_0 = 42$, zaś cena wykonania $K = 40$. Roczna ciągła stopa procentowa wolna od ryzyka wynosi $\delta = 10\%$. Wyznacz wartość rocznej opcji kupna C dla tego samego instrumentu podstawowego z ceną wykonania K przy założeniu braku arbitrażu.
- A) 6.84
B) 6.11
C) 5.65
D) 4.98
E) 4.34

2. Znaleźć wartość obecną renty wieczystej, która wypłaca kwotę $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{k}$ na koniec roku k ($k = 1, 2, \dots$). Stopa dyskontowa $i = 5\%$. Odpowiedź (podaj najbliższą wartość):

- A) 60
- B) 61
- C) 62
- D) 63
- E) 64

3. Wypukłość (*convexity*) strumienia płatności określa się jako $\bar{c} = \frac{PV''(i)}{PV(i)}$, gdzie PV oznacza

wartość obecną strumienia płatności, zaś $i > 0$ – stopę dyskontową. Duration pewnej renty

płatnej na koniec roku k w kwocie R_k wynosi $\frac{1+i}{i}$, $k = 1, 2, \dots$. Wyznacz wypukłość tej

renty dla $i = 10\%$. Odpowiedź (podaj najbliższą wartość).

- A) 200
- B) 220
- C) 240
- D) 260
- E) 280

4. Efektywna stopa zwrotu w okresie od $t - 1$ do t wynosi i_t , $t = 1, 2, \dots, n$. Zakładamy, że i_t są niezależnymi zmiennymi losowymi o jednakowych rozkładach ze średnią i oraz wariancją s^2 .

Rozważamy:

- a) zakumulowaną wartość kwoty 1 na koniec okresu n (oznaczaną przez $a(n)$),
- b) obecną wartość płatności 1 zrobionej na koniec okresu n (oznaczanej przez $a^{-1}(n)$),
- c) przyszłą wartość (na koniec roku n) jednostkowej renty pewnej n -letniej, płatnej na początku roku $t = 1, 2, \dots, n$, oznaczanej przez $\ddot{s}_{\overline{n}|}$.

Które stwierdzenia spośród poniższych są prawdziwe:

- (i) Wariancję $a(n)$ opisuje wzór $\text{Var}(a(n)) = (1 + 2i + i^2 + s^2)^n - (1 + i)^{2n}$
- (ii) Wartość oczekiwaną $\ddot{s}_{\overline{n}|}$ opisuje wzór $E(\ddot{s}_{\overline{n}|}) = \frac{(1 + i)^n - 1}{i} (1 + i)$
- (iii) Wartość oczekiwaną $a^{-1}(n)$ opisuje wzór $E(a^{-1}(n)) = (1 + i)^{-n}$

Odpowiedź:

- A) Tylko (i)
- B) Tylko (i) i (ii)
- C) Wszystkie
- D) Tylko (ii) i (iii)
- E) Tylko (ii)

5. Rachunek oszczędnościowy założono w chwili 0 z wpłatą początkową 1. Następnie na rachunek dokonywane są w sposób ciągły wpłaty z roczną intensywnością $C_t = \frac{t}{1+t} B_t$, gdzie B_t oznacza wartość rachunku w chwili $t > 0$. Ciągła intensywność oprocentowania środków na rachunku wynosi $\delta_t = \frac{1}{1+\alpha+t}$. Wyznacz α jeżeli $B_1 = 2e$. Odpowiedź (podaj najbliższą wartość):

- A) 2/3
- B) 1/3
- C) 0
- D) -1/3
- E) -2/3

6. Roczna opcja typu europejskiego oferuje możliwość zakupu po cenie 50 PLN jednej akcji spółki A lub spółki B (wybranej przez inwestora w momencie realizacji opcji). Inwestor przyjmuje następujące założenia:

- rozkład ceny akcji spółki A za rok jest równomierny $< 30 ; 70 >$
- rozkład ceny akcji spółki B za rok jest równomierny $< 2 * X / 3 ; 1,5 * X >$, gdzie X ceną akcji spółki A.

Jaką maksymalną kwotę byłby skłonny zapłacić inwestor za opcję jeżeli oczekuje rocznej stopy zwrotu $i = 15\%$ z tej inwestycji ? Podaj najbliższą wartość.

- A) 9,25
- B) 9,85
- C) 10,45
- D) 11,05
- E) 11,65

7. Inwestor inwestuje na 3 lata równomiernie środki o wartości 1 mln PLN w grupę n firm o podwyższonym stopniu ryzyka. Prawdopodobieństwo podwojenia wartości każdej z inwestycji w ciągu dowolnego roku wynosi 40%, braku zmiany wartości 40% i bankructwa 20%. Inwestycje jak również ich wyniki w kolejnych latach są wzajemnie niezależne. Ile musi wynosić co najmniej n , aby inwestor miał 99% pewności osiągnięcia po 3 latach 50% zysku nominalnego od całości inwestycji początkowej? Podaj najbliższą wartość. Wartość dystrybuanty standardowego rozkładu normalnego $F(2.326) = 0.99$.

- A) 389
- B) 438
- C) 481
- D) 522
- E) 569

8. Bank chce ubezpieczyć udzielony kredyt 30-letni. Kredyt ma następujące parametry:

- a) spłacany jest w 20 równych ratach na koniec kolejnych lat, począwszy od końca 11 roku
- b) efektywna stopa oprocentowania $i_1 = 8\%$ w skali roku
- c) kwota kredytu 400 000 PLN
- d) na koniec 20 roku (po zapłaceniu 10-tej raty) kredytobiorca ma możliwość zaciągnięcia dodatkowego kredytu w wysokości równej wielkości aktualnego zadłużenia z tytułu kredytu dotychczasowego. Przyjmujemy założenie, że kredytobiorca zawsze skorzysta z tej opcji, o ile będzie wówczas wypłacalny (nie dojdzie wcześniej do jego bankructwa). Dodatkowy kredyt spłacany jest w 10 równych ratach płatnych na koniec kolejnych lat przy tej samej stopie $i_1 = 8\%$. Prawdopodobieństwo bankructwa kredytobiorcy w każdym z lat $1, 2, \dots, 30$ wynosi 0.4% o ile nie doszło do niego wcześniej (bankructwo jest nieodwracalne i może wystąpić tylko raz). W przypadku bankructwa kredytobiorcy, ubezpieczyciel przejmuje na siebie spłacanie kredytu i musi spłacić wszystkie pozostałe do zapłaty raty w terminach ich płatności (również wynikające z zaciągniętego kredytu dodatkowego, o ile miał miejsce). Ile wynosi składka jednorazowa netto, jeżeli zakład ubezpieczeń stosuje do takiego ubezpieczenia roczną stopę techniczną $i_2 = 5\%$? Podaj najbliższą wartość.

- A) 51 111
- B) 52 484
- C) 53 706
- D) 54 923
- E) 56 179

9. Inwestor zamierza nabyć 15-letnią obligację zerokuponową o nominale 1000 PLN po cenie $1000 / (1,06)^{15}$ PLN. Obligacja posiada opcję przedwczesnego wykupu przez emitenta za 8 lat po cenie $1000 / (1,05)^7$ PLN. Rozkład zerokuponowej stopy 7-letniej za 8 lat jest równomierny na przedziale (4%;8%). Ile wynosi wartość oczekiwana rocznej efektywnej stopy zwrotu inwestora w okresie 15 lat (inwestor reinwestuje środki po stopie rynkowej, o ile nastąpi wcześniejszy wykup, który to wykup następuje zawsze, o ile jest korzystny dla emitenta)? Podaj najbliższą wartość.

- A) 5,88%
- B) 5,91%
- C) 5,94%
- D) 5,97%
- E) 6,00%

10. Portfel aktywów zakładu ubezpieczeń na życie składa się z trzech instrumentów: instrument A z udziałem 25%, instrument B z udziałem 40%, instrument C z udziałem 35%. Strategia inwestycyjna zakłada utrzymanie tej alokacji w horyzoncie najbliższego roku. Dla potrzeb wyceny portfela zakłada się 4 scenariusze rozwoju rynku finansowego w ciągu najbliższego roku. Założenia te przedstawiają się następująco:

Symulacja	Index	t=0	t=1
1	Index_A	1	1.04
	Index_B	1	1.03
	Index_C	1	1.13
	czynnik dyskontujący	1	0.96
2	Index_A	1	1.17
	Index_B	1	1.3
	Index_C	1	0.84
	czynnik dyskontujący	1	0.95
3	Index_A	1	0.98
	Index_B	1	1.2
	Index_C	1	1.02
	czynnik dyskontujący	1	0.94
4	Index_A	1	1.03
	Index_B	1	0.78
	Index_C	1	1.12
	czynnik dyskontujący	1	0.95

Index_A, Index_B, Index_C są indeksami przedstawiającymi wzrost wartości instrumentów A, B i C (wartość startowa w t=0 wynosi zawsze 1), moment t=1 oznacza koniec pierwszego roku. Zakładamy, że każda z czterech symulacji ma takie samo prawdopodobieństwo realizacji. Zakład ubezpieczeń dzieli się zyskami z ubezpieczonymi przekazując część nadwyżki zrealizowanego zysku ponad techniczną stopę procentową. Wypłata świadczeń dla ubezpieczonych na koniec 1 roku obliczana jest według wzoru:

$$\text{Rezerwa} * 85\% * \text{Max}(r - i; 0)$$

i - techniczna stopa procentowa równa 3%,

r - stopa zwrotu z portfela aktywów na koniec pierwszego roku.

Rozpatrujemy polisę dla której wartość rezerwy na koniec pierwszego roku będzie wynosić 1000PLN. Podaj obecną (na moment t=0) oczekiwaną wartość świadczenia wypłaconego na koniec 1 roku z tytułu udziału w zyskach*:

- A) 25.83
- B) 33.48
- C) 35.27
- D) 99.50
- E) 141.10

*) Obliczona wartość będzie wyceną wbudowanej opcji stopy gwarantowanej.

Egzamin dla Aktuariuszy z 14 maja 2007 r.**Matematyka finansowa****Arkusz odpowiedzi***~~Imię i nazwisko~~**KLUCZ ODPOWIEDZI.**~~Pesel:~~

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja •
1	A	
2	E	
3	A	
4	B	
5	E	
6	A	
7	D	
8	C	
9	C	
10	B	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*. •
Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.