
1. Znajdź ${}^o e_x$ wiedząc, że $p_x = 0.9$ oraz ${}^o e_{x+1} = 35.2$. Zakładamy liniowy rozkład umieralności w przedziale $(x, x+1)$. Podaj najbliższą wartość.

- (A) 31.7 (B) 32.6 (C) 34.6 (D) 35.7
(E) 36.1

2. Bezterminowe ubezpieczenie na życie dla (x) daje wypłatę 1 w momencie śmierci. Odchylenie standardowe wartości obecnej tej wypłaty równa się jednorazowej składce netto w tym ubezpieczeniu. Oblicz tę składkę (podaj najbliższą wartość), jeśli wiadomo, że długość życia ma w rozważanej populacji rozkład wykładniczy.

- (A) 0.29 (B) 0.32 (C) 0.35 (D) 0.38
(E) 0.41

3. Bezterminowe ubezpieczenie na życie dla (x) przewiduje świadczenie w wysokości 1 na koniec roku śmierci. Składki netto są płacone rocznie z góry w tej samej wysokości P przez cały okres ubezpieczenia. Znajdź wszystkie wartości P (podaj najbliższy przedział), dla których prawdopodobieństwo dodatniej straty ubezpieczyciela (wyplata wyższa od składek) jest mniejsze niż 0.1. Wiadomo że: intensywność umieralności w tej populacji jest stała i wynosi $\mu = 0.06$, oprocentowanie roczne $i = 5\%$.

- (A) $P \geq 0.14$ (B) $P \geq 0.30$ (C) $P \geq 0.46$
(D) $P \geq 0.62$ (E) $P \geq 0.78$

4. W danej populacji długość życia ma rozkład de Moivre'a z granicznym wiekiem ω . Dla grupy 500 osób w wieku $x = \omega - 50$ przygotowane zostało ubezpieczenie rentowe, dające w zamian za jednorazową składkę netto P dożywotnią rentę ciągłą, wypłacającą świadczenie z intensywnością 1 w ciągu roku.

Oblicz składkę netto P (podaj najbliższą wartość), jeśli wiadomo, że ubezpieczyciel ustalił ją tak, by z prawdopodobieństwem 0.95 pokryć koszty netto wypłat rentowych. Dane są:

$$\delta = 5\%$$

$$\bar{a}_{50|} = 18.3583$$

$${}^2\bar{a}_{50|} = 9.9326$$

$$\Phi(1.645) = 0.95$$

- (A) 12.8 (B) 12.9 (C) 13.0 (D) 13.1
(E) 13.2

5. Ubezpieczenie zostało opłacone jednorazową składką brutto w wysokości 10. Umowa ubezpieczenia przewiduje:
- zwrot zapłaconej kwoty bez odsetek w formie ciągłej renty pewnej płaćcej 1 rocznie ze stałą intensywnością płatności w każdym momencie równą 1,
 - w razie dożycia przez ubezpieczonego końca płatności renty pewnej, wypłacanie dożywotniej ciągłej renty płaćcej 1 rocznie ze stałą intensywnością płatności w każdym momencie równą 1.
- Przy zawieraniu umowy pobrana została opłata na koszty w wysokości r % składki brutto. Znajdź wysokość narzutu r wiedząc, że intensywność oprocentowania $\delta = 0.1$, a intensywność umieralności w populacji jest stała i równa $\mu = 0.1$.

- (A) 18% (B) 21% (C) 24% (D) 27%
- (E) 30%

6. W ubezpieczeniu na życie dla (x) na sumę 3000 (płatną na koniec roku śmierci) składki są płacone rocznie z góry. Począwszy od wieku $x+k$ ich wysokość wynosi $P=100$. Znajdź rezerwę netto ${}_{k+\frac{1}{3}}V$, wiedząc że ${}_kV = 1000$, $q_{x+k} = 0.06$ oraz oprocentowanie roczne $i = 7\%$. Zakładamy liniowy rozkład śmiertelności w okresach ułamkowych. Podaj najbliższą wartość.

- (A) 1020 (B) 1060 (C) 1086 (D) 1090
(E) 1096

7. W trzyletnim ubezpieczeniu czasowym o sumie ubezpieczenia równej 10,000 do kalkulacji składki zgodnie z zasadą równoważności przyjęto model z dwoma ubytkami - śmiercią i rezygnacją. Tabela ubytków została przedstawiona poniżej:

k	$l_{x+t}^{(\tau)}$	$d_{x+t}^{(s)}$	$d_{x+t}^{(r)}$
0	1,000	2	100
1	898	3	50
2	845	5	
$d_{x+t}^{(s)}$	liczba osób umierających w roku k		
$d_{x+t}^{(r)}$	liczba osób rezygnujących w roku k		

Stała składka jest opłacana na początku każdego roku, a świadczenia są wypłacane na końcu roku śmierci. Koszty stanowią 60% składki brutto w pierwszym roku trwania ubezpieczenia oraz 10 % składki brutto w drugim i trzecim roku trwania ubezpieczenia. W przypadku rezygnacji z ubezpieczenia wartość wykupu nie jest wypłacana. Wyznacz roczną składkę brutto przy technicznej stopie procentowej $i = 5\%$. Podaj najbliższą wartość.

- (A) 42 (B) 44 (C) 46 (D) 48
 (E) 50

8. Mąż (30) wykupuje dla żony (20) rentę wdowią ciągłą, płacącą z intensywnością 12000 zł na rok od momentu jego śmierci. Składki płacone są do momentu pierwszej śmierci w formie renty ciągłej z intensywnością P na rok. Oblicz P jeśli dane są :

$$\mu_{30+t}^{(m)} = 0.02$$

$$\mu_{20+t}^{(z)} = 0.01$$

$$\delta = 0.05$$

(A) 3800

(B) 4000

(C) 4200

(D) 4400

(E) 4600

9. Śmiertelnością w danej populacji rządzi prawo de Moivre'a z wiekiem granicznym $\omega = 100$. Prawdopodobieństwo, że przyczyną śmierci był wypadek, pod warunkiem że nastąpiła w wieku x wynosi $1 - \frac{x}{100}$. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że 25-latek zginie w wypadku, pod warunkiem że dożyje co najmniej wieku 75 lat. Podaj najbliższą wartość.

- | | | |
|-----------|-----------|----------|
| (A) 0.1 | (B) 0.125 | (C) 0.15 |
| (D) 0.175 | (E) 0.2 | |

10. Wyznacz koszt normalny (*normal cost rate*) aktywnego uczestnika planu emerytalnego w momencie, gdy uczestnik ma $x=40$ lat, jeśli wiadomo że:

- uczestnik przystąpił do planu w wieku $a=25$ lat,
- wiek emerytalny wynosi $r=65$ lat,
- emerytura będzie płaćta w sposób ciągły z intensywnością 1000 rocznie,
- obecna wartość (na moment $x=40$ lat) przyszłego świadczenia emerytalnego płaconego z intensywnością 1 rocznie wynosi 6.50 ,
- funkcja kumulacji uprawnień (*accrual function*) ma postać:

$$M(x) = \frac{\bar{a}_{\overline{a:x-a}|}}{\bar{a}_{\overline{a:r-a}|}},$$

- w populacji jest stała intensywność umieralności $\mu = 0.06$,
- intensywność oprocentowania $\delta = 0.04$.

Podaj najbliższą wartość.

- (A) 33 (B) 54 (C) 90 D) 148
- (E) 244

Egzamin dla Aktuariuszy z 24 listopada 1997 r.**Matematyka ubezpieczeń życiowych****Arkusz odpowiedzi***

Imię i nazwisko :Klucz odpowiedzi.....

Pesel

Zadanie nr	Odpowiedź	Punktacja ♦
1	B	
2	A	
3	C	
4	C	
5	E	
6	D	
7	D	
8	B	
9	B	
10	D	

* Oceniane są wyłącznie odpowiedzi umieszczone w *Arkuszu odpowiedzi*.

♦ Wypełnia Komisja Egzaminacyjna.