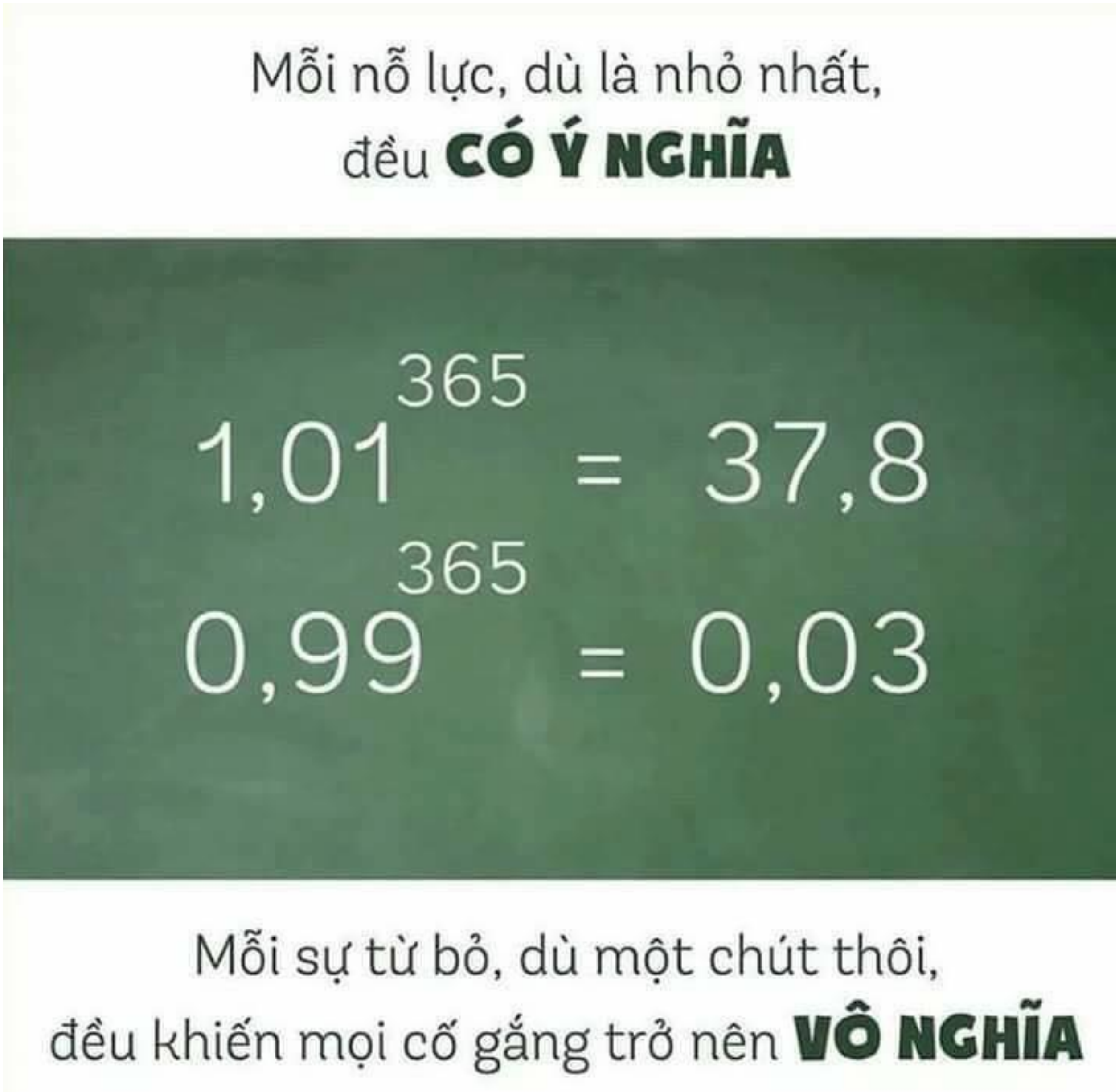

Mỗi nỗ lực, dù là nhỏ nhất,
đều CÓ Ý NGHĨA
1,01^365 = 37,8
0,99^365 = 0,03
Mỗi sự từ bỏ, dù một chút thôi,
đều khiến mọi cố gắng trở nên VÔ NGHĨA

ĐỀ 1601

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẢNG NAM

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN
Năm học: 2012 – 2013
Khóa thi: Ngày 4 tháng 7 năm 2012
Môn: TOÁN (Toán chung)
Thời gian làm bài: 120 phút *(không kể thời gian giao đề)*

Câu 1: ***(2,0 điểm)***

Cho biểu thức: $A = \left(\dfrac{x - 2\sqrt{3x} + 3}{x - 3}\right)\left(\sqrt{4x} + \sqrt{12}\right)$.

a) Tìm điều kiện của x để biểu thức A có nghĩa.

b) Rút gọn biểu thức A.

c) Tính giá trị của A khi $x = 4 - 2\sqrt{3}$.

Câu 2: ***(2,0 điểm)***

a) Xác định các hệ số a, b của hàm số y = ax + b, biết đồ thị của nó là đường thẳng song song với đường thẳng y = – 2x + 1 và đi qua điểm M(1 ; – 3).

b) Giải hệ phương trình (không sử dụng máy tính cầm tay):

$$\begin{cases} \sqrt{2}x + y = 3 \\ \sqrt{2}x - y = 1 \end{cases}$$

Câu 3: ***(2,0 điểm)***

Cho parabol (P): $y = \dfrac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (d): y = (m – 1)x – 2 (với m là tham số).

a) Vẽ (P).

b) Tìm m để (d) tiếp xúc với (P) tại điểm có hoành độ dương.

c) Với m tìm được ở câu b), hãy xác định tọa độ tiếp điểm của (P) và (d).

Câu 4: ***(4,0 điểm)***

Cho tam giác ABC vuông tại A. Qua C kẻ đường thẳng d vuông góc với AC. Từ trung điểm M của cạnh AC kẻ ME vuông góc với BC (E thuộc BC), đường thẳng ME cắt đường thẳng d tại H và cắt đường thẳng AB tại K.

a) Chứng minh: $\Delta AMK = \Delta CMH$, từ đó suy ra tứ giác AKCH là hình bình hành.

b) Gọi D là giao điểm của AH và BM. Chứng minh tứ giác DMCH nội tiếp và xác định tâm O của đường tròn ngoại tiếp tứ giác đó.

c) Chứng minh: AD.AH = 2ME.MK.

d) Cho AB = a và $ACB = 30^0$. Tính độ dài đường tròn ngoại tiếp tứ giác DMCH theo a.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẢNG NAM

ĐỀ CHÍNH THỨC

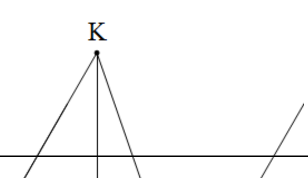
KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN
Năm học: 2012 – 2013
Khóa thi: Ngày 4 tháng 7 năm 2012
Môn: TOÁN (Toán chung)
Thời gian làm bài: 120 phút *(không kể thời gian giao đề)*

HƯỚNG DẪN CHẤM THI

(Bản hướng dẫn này gồm 02 trang)

Câu		**Nội dung**	**Điểm**
Câu 1 (2,0)	a) (0,5)	Điều kiện: $x \geq 0$	0,25
		và $x \neq 3$	0,25
	b) (1,0)	Biến đổi được: $x-2\sqrt{3x}+3=\left(\sqrt{x}-\sqrt{3}\right)^2$	0,25
		$x-3=\left(\sqrt{x}-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{x}+\sqrt{3}\right)$	0,25
		$\sqrt{4x}+\sqrt{12}=2\left(\sqrt{x}+\sqrt{3}\right)$	0,25
		$A = \dfrac{\left(\sqrt{x}-\sqrt{3}\right)^2}{\left(\sqrt{x}-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{x}+\sqrt{3}\right)}.2\left(\sqrt{x}+\sqrt{3}\right)=2\left(\sqrt{x}-\sqrt{3}\right)$	0,25
	c) (0,5)	Biến đổi được: $x=4-2\sqrt{3}=\left(\sqrt{3}-1\right)^2$	0,25

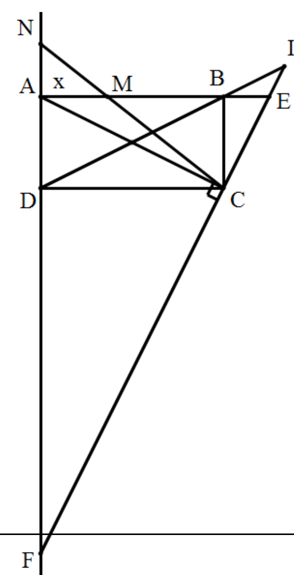
		Tính được: A = – 2	0,25
Câu 2 (2,0)	a) (1,0)	+ Vì đường thẳng y = ax + b song song với đường thẳng y = – 2x + 1 nên a = – 2 (không yêu cầu nêu b $\neq$ 1) + Thay tọa độ điểm M (1 ; – 3) và a = – 2 vào y = ax + b + Tìm được: b = – 1	0,5 0,25 0,25
	b) (1,0)	$\begin{cases}\sqrt{2}x+y=3\\ \sqrt{2}x-y=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2y=2\\ \sqrt{2}x+y=3\end{cases}$ Tính được: y = 1 x = $\sqrt{2}$ Vậy nghiệm của hệ phương trình đã cho là: (x ; y) = ($\sqrt{2}$; 1)	0,25 0,25 0,25 0,25
Câu 3 (2,0)	a) (0,5)	+ Lập bảng giá trị đúng (chọn tối thiểu 3 giá trị của x trong đó phải có giá trị x = 0). + Vẽ đúng dạng của (P).	0,25 0,25
	b) (1,0)	+ Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d): $\frac{1}{2}x^2=(m-1)x-2$ $\Leftrightarrow$ x^2 – 2(m – 1)x +4 = 0 + Lập luận được: $\begin{cases}\Delta'=0\\ \frac{-b'}{a}>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}(m-1)^2-4=0\\ m-1>0\end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases}\text{m}=-1 \text{ hoặc m }=3\\ \text{m}>1\end{cases}$ + Kết luận được: m = 3	0,25 0,25 0,25 0,25
	c) (0,5)	+ Tìm được hoành độ tiếp điểm: $x=\frac{-b'}{a}=\frac{m-1}{1}=\frac{3-1}{1}=2$ +Tính được tung độ tiếp điểm: y = 2 và kết luận đúng tọa độ tiếp điểm là (2; 2).	0,25 0,25

Câu		**Nội dung**	**Điểm**
Câu 4 (4,0)	Hình vẽ (0,25)		

			0,25
	a) (1,0)	+ AM = MC (gt) , $KAM = HCM = 90^0, AMK = CMH$ (đđ) + $\Delta AMK = \Delta CMH(g.c.g)$ + suy ra: MK = MH + Vì MK = MH và MA = MC nên tứ giác AKCH là hình bình hành.	0,25 0,25 0,25 0,25
	b) (1,0)	+ Nêu được: CA $\perp$ BK và KE $\perp$ BC , suy ra M là trực tâm tam giác KBC. + Nêu được: KC // AH và BM $\perp$KC, suy ra BM $\perp$AH. +$HDM + HCM = 90^0 + 90^0 = 180^0$ => Tứ giác DMCH nội tiếp. + $MCH = 90^0$ => Tâm O của đường tròn ngoại tiếp tứ giác DMCH là trung điểm MH.	0,25 0,25 0,25 0,25
	c) (1,0)	+ Chứng minh được hai tam giác ADM và ACH đồng dạng (g.g) +$\Rightarrow \frac{AM}{AH} = \frac{AD}{AC} \Rightarrow AM.AC = AH.AD \Rightarrow 2AM^2 = AH.AD(v\text{ìAC=2AM})$ $\Rightarrow AM^2 = \frac{AH.AD}{2}$(1) + Ta lại có: MC^2 = ME.MH và MH=MK nên MC^2 = ME.MK (2) + Mặt khác: MC = MA (gt) (3) Từ (1), (2), (3) => $\frac{AH.AD}{2} = ME.MK$ => AH.AD = 2ME.MK	0,25 0,25 0,25 0,25
	d) (0,75)	+ ΔABC vuông tại A, góc C = 30^0 nên AC = a$\sqrt{3}$. + $ACB = MHC = 30^0$(cùng phụ góc CMH) => MH = 2MC Mà AC = 2MC nên: MH = AC = a$\sqrt{3}$. + Độ dài đường tròn ngoại tiếp tứ giác DMCH là:	0,25 0,25

		$C = 2\pi\left(\frac{MH}{2}\right) = 2\pi\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right) = \pi a\sqrt{3}$	0,25

	d (0,75)	+ Tam giác ABC vuông tại A nên: AC = AB.cotC = $a\sqrt{3}$. $+ CMH = 90^0 - ACB = 60^0$ => $MH = \frac{MC}{\cos CMH} = \frac{AC}{2\cos 60^0} = AC = a\sqrt{3}$ Diện tích hình tròn (O): + $S_{(O)} = \pi\left(\frac{MH}{2}\right)^2 = \pi\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}\pi a^2$	0,25 0,25 0,25

	b) (0,75) Tìm m để $\|y_A - y_B\| = 2$.	
	Giải PT (1) được hai nghiệm: $x_1 = -2$ và $x_2 = m - 1$ Tính được: $y_1 = -4$, $y_2 = -(m-1)^2$ $\|y_A - y_B\| = \|y_1 - y_2\| = \|m^2 - 2m - 3\|$ $\|y_A - y_B\| = 2 \Leftrightarrow m^2 - 2m - 3 = 2$ hoặc $m^2 - 2m - 3 = -2$ $\Leftrightarrow m = 1 \pm \sqrt{6}$ hoặc $m = 1 \pm \sqrt{2}$	0,25 0,25 0,25
Câu 4 **(4,0 điểm)**	a) (1,0) Chứng minh tứ giác EBDF nội tiếp trong đường tròn.	
	Ta có: $ADB = ACB$ $AEC = ACB$ (cùng phụ với BAC) $\Rightarrow ADB = AEC$ $\Rightarrow$ tứ giác EBDF nội tiếp  	0,25 0,25 0,25 0,25

	b) (1,5) Tính ID	
	Tam giác AEC vuông tại C và BC $\perp$ AE nên: BE.BA = BC^2 $\Rightarrow \mathrm{BE} = \dfrac{\mathrm{BC}^2}{\mathrm{BA}} = 1$ BE//CD $\Rightarrow \dfrac{\mathrm{IB}}{\mathrm{ID}} = \dfrac{\mathrm{BE}}{\mathrm{CD}} = \dfrac{1}{4}$ $\Rightarrow \dfrac{\mathrm{BD}}{\mathrm{ID}} = \dfrac{3}{4}$ $\Rightarrow \mathrm{ID} = \dfrac{4}{3}\mathrm{BD}$ và tính được: BD = $2\sqrt{5}$ $\Rightarrow \mathrm{ID} = \dfrac{8\sqrt{5}}{3}$ (cm)	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 4 (tt)	c) (1,5 điểm) Xác định vị trí điểm M để $S_1 = \dfrac{3}{2}S_2$	
	Đặt AM = x, 0 < x < 4 $\Rightarrow$ MB = 4− x , ME = 5 − x Ta có: $\dfrac{AN}{BC} = \dfrac{\mathrm{AM}}{\mathrm{MB}} \Rightarrow AN = \dfrac{BC.\mathrm{AM}}{\mathrm{MB}} = \dfrac{2.x}{4-x}$ $S_1 = \dfrac{1}{2}\mathrm{BC.ME} = 5 - \mathrm{x}$, $S_2 = \dfrac{1}{2}\mathrm{AM.AN} = \dfrac{\mathrm{x}^2}{4-\mathrm{x}}$ $S_1 = \dfrac{3}{2}S_2 \Leftrightarrow 5 - x = \dfrac{3}{2}.\dfrac{\mathrm{x}^2}{4-\mathrm{x}} \Leftrightarrow x^2 + 18x - 40 = 0$ $\Leftrightarrow$ x = 2 (vì 0 < x < 4) Vậy M là trung điểm AB .	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25
Câu 5 (1,0 điểm)	Cho a, b ≥ 0 và a + b ≤ 2. Chứng minh : $\dfrac{2+\mathrm{a}}{1+\mathrm{a}} + \dfrac{1-2\mathrm{b}}{1+2\mathrm{b}} \geq \dfrac{8}{7}$	
	Bất đẳng thức cần chứng minh tương đương với: $\dfrac{1}{1+a} + \dfrac{2}{1+2b} \geq \dfrac{8}{7}$	0,25

	Ta có: $\frac{1}{a+1}+\frac{2}{2b+1}=\frac{1}{a+1}+\frac{1}{b+\frac{1}{2}}\geq 2\frac{1}{\sqrt{(a+1)(b+\frac{1}{2})}}$ (1) (bđt Côsi)	0,25
	$\sqrt{(a+1)(b+\frac{1}{2})}\leq\frac{a+1+b+\frac{1}{2}}{2}\leq\frac{7}{4}$ (bđt Cô si) $\Rightarrow \frac{2}{\sqrt{(a+1)(b+\frac{1}{2})}}\geq\frac{8}{7}$ (2) Từ (1) và (2) suy ra: $\frac{1}{1+a}+\frac{2}{1+2b}\geq\frac{8}{7}$	0,25
	Dấu "=" xảy ra chỉ khi : a + 1 = b + $\frac{1}{2}$ và a + b = 2 $\Leftrightarrow$ a = $\frac{3}{4}$ và b = $\frac{5}{4}$	0,25

ĐỀ 1602

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẢNG NAM

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN
Năm học: 2012 – 2013
Khóa thi: Ngày 4 tháng 7 năm 2012
Môn: TOÁN (Chuyên Toán)
Thời gian làm bài: 150 phút *(không kể thời gian giao đề)*

Câu 1: ***(1,5 điểm)***

a) Rút gọn biểu thức: A = $\frac{a-\sqrt{a}-6}{4-a}-\frac{1}{\sqrt{a}-2}$ (với a ≥ 0 và a ≠ 4).

b) Cho $x=\frac{\sqrt{28-16\sqrt{3}}}{\sqrt{3}-1}$. Tính giá trị của biểu thức: $P=(x^2+2x-1)^{2012}$.

Câu 2: ***(2,0 điểm)***

a) Giải phương trình: $\sqrt{3(1-x)}-\sqrt{3+x}=2$.

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 + xy - 4x = -6 \\ y^2 + xy = -1 \end{cases}$

Câu 3: ***(1,5 điểm)***

Cho parabol (P): $y = -x^2$ và đường thẳng (d): $y = (3 - m)x + 2 - 2m$ (m là tham số).

a) Chứng minh rằng với $m \neq -1$ thì (d) luôn cắt (P) tại 2 điểm phân biệt A, B.

b) Gọi y_A, y_B lần lượt là tung độ các điểm A, B. Tìm m để $|y_A - y_B| = 2$.

Câu 4: ***(4,0 điểm)***

Cho hình chữ nhật ABCD có AB = 4 cm, AD = 2 cm. Đường thẳng vuông góc với AC tại C cắt các đường thẳng AB và AD lần lượt tại E và F.

a) Chứng minh tứ giác EBDF nội tiếp trong đường tròn.

b) Gọi I là giao điểm của các đường thẳng BD và EF. Tính độ dài đoạn thẳng ID.

c) M là điểm thay đổi trên cạnh AB (M khác A, M khác B), đường thẳng CM cắt đường thẳng AD tại N. Gọi S_1 là diện tích tam giác CME, S_2 là diện tích tam giác AMN. Xác định vị trí điểm M để $S_1 = \frac{3}{2}S_2$.

Câu 5: ***(1,0 điểm)***

Cho a, b là hai số thực không âm thỏa: $a + b \leq 2$.

Chứng minh: $\frac{2+a}{1+a} + \frac{1-2b}{1+2b} \geq \frac{8}{7}$.

--------------- Hết ---------------

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẢNG NAM

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN
Năm học: 2012 – 2013
Khóa thi: Ngày 4 tháng 7 năm 2012

Môn: TOÁN (Chuyên Toán)

Thời gian làm bài: 150 phút *(không kể thời gian giao đề)*

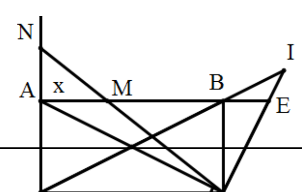
HƯỚNG DẪN CHẤM THI

(Bản hướng dẫn này gồm 03 trang)

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1 (1,5 điểm)	a) (0,75) $A = \dfrac{a-\sqrt{a}-6}{4-a} - \dfrac{1}{\sqrt{a}-2}$ (a ≥ 0 và a ≠4)	
	$A = \dfrac{(\sqrt{a}+2)(\sqrt{a}-3)}{(2+\sqrt{a})(2-\sqrt{a})} - \dfrac{1}{\sqrt{a}-2}$ $= \dfrac{\sqrt{a}-3}{2-\sqrt{a}} + \dfrac{1}{2-\sqrt{a}}$ $= -1$	0,25 0,25 0,25
	b) (0,75) Cho $x = \dfrac{\sqrt{28-16\sqrt{3}}}{\sqrt{3}-1}$. Tính: $P=(x^2+2x-1)^{2012}$	
	$x = \dfrac{\sqrt{(4-2\sqrt{3})^2}}{\sqrt{3}-1} = \dfrac{4-2\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1} = \dfrac{(\sqrt{3}-1)^2}{\sqrt{3}-1} = \sqrt{3}-1$ $\Rightarrow x^2+2x-1=1$ $\Rightarrow P=(x^2+2x-1)^{2012}=1$	0,25 0,25 0,25
Câu 2 (2,0 điểm)	a) (1,0) Giải phương trình: $\sqrt{3(1-x)} - \sqrt{3+x} = 2$ (1)	
	Bình phương 2 vế của (1) ta được: $3(1-x)+3+x-2\sqrt{3(1-x)(3+x)}=4$ $\Rightarrow \sqrt{3(1-x)(3+x)} = 1-x$ $\Rightarrow 3(1-x)(3+x)=1-2x+x^2$ $\Rightarrow x^2+x-2=0 \Rightarrow$ x = 1 hoặc x =−2 Thử lại, x = −2 là nghiệm .	0,25 0,25 0,25 0,25
	b) (1,0) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2+xy-4x=-6 & (1) \\ y^2+xy=-1 & (2) \end{cases}$ (I)	
	Nếu (x;y) là nghiệm của (2) thì y ≠ 0.	0,25

	Do đó: (2) $\Leftrightarrow x = \dfrac{-y^2-1}{y}$ (3) Thay (3) vào (1) và biến đổi, ta được: $4y^3 + 7y^2 + 4y + 1 = 0$ $\Leftrightarrow (y + 1)(4y^2 + 3y + 1) = 0$ (thí sinh có thể bỏ qua bước này) $\Leftrightarrow y = -1$ $y = -1 \Rightarrow x = 2$ Vậy hệ có một nghiệm: $(x ; y) = (2 ; -1)$.	0,25 0,25 0,25

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 3 **(1,5 điểm)**	a) (0,75) (P): $y = -x^2$, (d): $y = (3 - m)x + 2 - 2m$. Chứng minh rằng với $m \neq -1$ thì (d) luôn cắt (P) tại 2 điểm phân biệt A, B	
	Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d): $-x^2 = (3 - m)x + 2 - 2m$. $\Leftrightarrow x^2 + (3 - m)x + 2 - 2m = 0$ (1) $\Delta = (3-m)^2 - 4(2 - 2m) = m^2 + 2m + 1$ Viết được: $\Delta = (m + 1)^2 > 0$, với $m \neq -1$ và kết luận đúng.	0,25 0,25 0,25
	b) (0,75) Tìm m để $\|y_A - y_B\| = 2$.	
	Giải PT (1) được hai nghiệm: $x_1 = -2$ và $x_2 = m - 1$ Tính được: $y_1 = -4$, $y_2 = -(m - 1)^2$ $\|y_A - y_B\| = \|y_1 - y_2\| = \|m^2-2m-3\|$ $\|y_A - y_B\| = 2 \Leftrightarrow m^2 - 2m - 3 = 2$ hoặc $m^2 - 2m - 3 = -2$ $\Leftrightarrow m = 1 \pm \sqrt{6}$ hoặc $m = 1 \pm \sqrt{2}$	0,25 0,25 0,25
Câu 4 **(4,0 điểm)**	a) (1,0) Chứng minh tứ giác EBDF nội tiếp trong đường tròn.	
	Ta có: $ADB = ACB$ $AEC = ACB$ (cùng phụ với BAC) $\Rightarrow ADB = AEC$ $\Rightarrow$ tứ giác EBDF nội tiếp	0,25 0,25 0,25 0,25



	b) (1,5) Tính ID	
	Tam giác AEC vuông tại C và BC $\perp$ AE nên: BE.BA = BC^2	0,25
	$\Rightarrow \text{BE} = \dfrac{\text{BC}^2}{\text{BA}} = 1$	0,25
	BE//CD $\Rightarrow \dfrac{\text{IB}}{\text{ID}} = \dfrac{\text{BE}}{\text{CD}} = \dfrac{1}{4}$	0,25
	$\Rightarrow \dfrac{\text{BD}}{\text{ID}} = \dfrac{3}{4}$	0,25
	$\Rightarrow \text{ID} = \dfrac{4}{3}\text{BD}$ và tính được: BD = $2\sqrt{5}$	0,25
	$\Rightarrow \text{ID} = \dfrac{8\sqrt{5}}{3}$ (cm)	0,25

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 4 (tt)	c) (1,5 điểm) Xác định vị trí điểm M để $S_1 = \dfrac{3}{2}S_2$	
	Đặt AM = x, 0 < x < 4	0,25
	$\Rightarrow$ MB = 4− x , ME = 5 − x	0,25
	Ta có: $\dfrac{AN}{BC} = \dfrac{\text{AM}}{\text{MB}} \Rightarrow AN = \dfrac{BC.\text{AM}}{\text{MB}} = \dfrac{2.x}{4-x}$	0,25
	$S_1 = \dfrac{1}{2}\text{BC.ME} = 5 - \text{x}$, $S_2 = \dfrac{1}{2}\text{AM.AN} = \dfrac{\text{x}^2}{4-\text{x}}$	0,25
	$S_1 = \dfrac{3}{2}S_2 \Leftrightarrow 5 - x = \dfrac{3}{2}.\dfrac{x^2}{4-x} \Leftrightarrow x^2 + 18x - 40 = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow$ x = 2 (vì 0 < x < 4)	
	Vậy M là trung điểm AB .	0,25

Câu 5 **(1,0 điểm)**	Cho a, b ≥ 0 và a + b ≤ 2. Chứng minh : $\frac{2+a}{1+a}+\frac{1-2b}{1+2b}\geq\frac{8}{7}$	
	Bất đẳng thức cần chứng minh tương đương với: $\frac{1}{1+a}+\frac{2}{1+2b}\geq\frac{8}{7}$ Ta có: $\frac{1}{a+1}+\frac{2}{2b+1}=\frac{1}{a+1}+\frac{1}{b+\frac{1}{2}}\geq 2\frac{1}{\sqrt{(a+1)(b+\frac{1}{2})}}$ (1) (bđt Côsi) $\sqrt{(a+1)(b+\frac{1}{2})}\leq\frac{a+1+b+\frac{1}{2}}{2}\leq\frac{7}{4}$ (bđt Cô si) $\Rightarrow\frac{2}{\sqrt{(a+1)(b+\frac{1}{2})}}\geq\frac{8}{7}$ (2) Từ (1) và (2) suy ra: $\frac{1}{1+a}+\frac{2}{1+2b}\geq\frac{8}{7}$ Dấu "=" xảy ra chỉ khi : a + 1 = b + $\frac{1}{2}$ và a + b = 2 ⇔ a = $\frac{3}{4}$ và b = $\frac{5}{4}$	0,25 0,25 0,25 0,25

ĐỀ 1603

SỞ GIÁO DỤC – ĐÀO TẠO
VĨNH LONG

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2012 – 2013
Môn thi : TOÁN
Thời gian làm bài : 120 phút, không kể thời gian giao đề

Câu 1: (2,5 điểm) Giải phương trình và hệ phương trình:

a) 2x – 1 = 3

b) $x^2-12x+35=0$

c) $\begin{cases}2x+3y=13\\3x+y=9\end{cases}$

Câu 2: (2,5 điểm)

a) Vẽ đường thẳng (d): y = 2x – 1

b) Chứng minh rằng đường thẳng (d) tiếp xúc với parabol (P): y = x^2

c) Tìm a và b để đường thẳng (d'): y = ax + b song song với đường thẳng (d) và đi qua điểm M(0; 2).

Câu 3: (1,0 điểm)

Tìm tham, số thực m để phương trình $x^2 - 2mx + m - 1 = 0$ có một nghiệm bằng 0. Tính nghiệm còn lại.

Câu 4: (1,0 điểm)

Rút gọn biểu thức: $A = \left(1 + \dfrac{a+\sqrt{a}}{\sqrt{a}+1}\right)\left(1 - \dfrac{a-\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1}\right)$, với $a \ge 0, a \ne 1$

Câu 5: (2 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp trong đường tròn tâm O. Gọi AH và BK lần lượt là các đường cao của tam giác ABC.

a) Chứng minh tứ giác AKHB nội tiếp đường tròn. Xác định tâm của đường tròn này

b) Gọi (d) là tiếp tuyến với đường tròn (O) tại C. Chứng minh rằng $ABH = HKC$ và $HK \perp OC$.

Câu 6: (1 điểm)

Tính diện tích xung quanh và thể tích của một hình nón có đường kính đường tròn đáy d = 24 (cm) và độ dài đường sinh $\ell = 20$ (cm).

ĐỀ 1604

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH BÀ RỊA-VŨNG TÀU

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
Năm học 2012 – 2013

MÔN THI: TOÁN
Ngày thi: 05 tháng 7 năm 2012
(Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian giao đề)

Bài 1: (3,0 điểm)

a) Rút gọn biểu thức: $A = 5\sqrt{3} + 2\sqrt{48} - \sqrt{300}$

b) Giải phương trình: $x^2 + 8x - 9 = 0$

c) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x - y = 21 \\ 2x + y = 9 \end{cases}$

Bài 2: (1,5 điểm) Cho parabol (P): $y = \dfrac{1}{4}x^2$ và đường thẳng (d): $y = \dfrac{1}{2}x + 2$

a) Vẽ (P) và (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ

b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

Bài 3: (1,5 điểm)

Hai đội công nhân cùng làm một công việc. Nếu hai đội làm chung thì hoàn thành sau 12 ngày. Nếu mỗi đội làm riêng thì dội một sẽ hoàn thành công việc nhanh hơn đội hai là 7 ngày. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi đội phải làm trong bao nhiêu ngày để hoàn thành công việc đó?

Bài 4: (3,5 điểm)

Cho đường tròn (O) đường kính AB. Vẽ tiếp tuyến Ax với đường tròn (O). Trên Ax lấy điểm M sao cho AM > AB, MB cắt (O) tại N (N khác B). Qua trung điểm P của đoạn AM, dựng đường thẳng vuông góc với AM cắt BM tại Q.

a) Chứng minh tứ giác APQN nội tiếp đường tròn.

b) Gọi C là điểm trên cung lớn NB của đường tròn (O) (C khác N và C khác B).

Chứng minh: $BCN = OQN$

c) Chứng minh PN là tiếp tuyến của đường tròn (O).

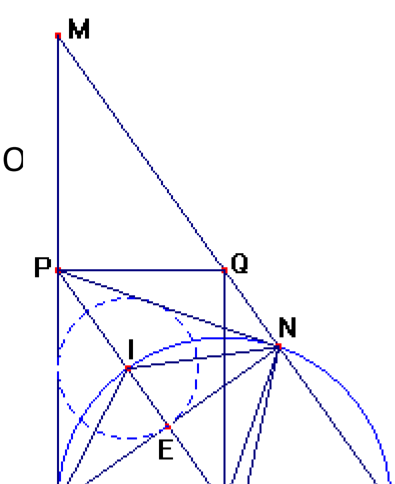
d) Giả sử đường tròn nội tiếp ΔANP có độ dài đường kính bằng độ dài đoạn OA.

Tính giá trị của $\dfrac{AM}{AB}$

Bài 5: (0,5 điểm)

Cho phương trình $x^2-2(m-1)x+m^2-m-1=0$ (m là tham số). Khi phương trình trên có nghiệm x_1, x_2, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $M=(x_1-1)^2+(x_2-1)^2+m$

Đáp án bài hình



a) Tứ giác APQN có $APQ = ANQ = 90^o \Rightarrow APQ + ANQ = 180^o$

b) Ta có PA = PM và PQ ⊥ AM ⇒ QM = QB ⇒OQ // AM ⇒ O

$OQN = NAB$ (cùng phụ với ABN)

$BCN = NAB$ (cùng chắn NB)

$\Rightarrow BCN = OQN$

c) Cách 1: $OQN = NAB \Rightarrow$ tứ giác AONQ nội tiếp.

Kết hợp câu a suy ra 5 điểm A, O, N, Q, P cùng nằm trên một đường tròn

$ONP = OAP = 90^o \Rightarrow ON \perp NP \Rightarrow$ NP là tiếp tuyến của (O)

Cách 2: $PAN = PNA$ (do ΔPAN cân tại P)

$ONB = OBN$ (do ΔONB cân tại O)

Nhưng $PAN = OBN$ (cùng phụ với NAB)

$\Rightarrow PNA = ONB$

Mà $ONB + ONA = 90^o \Rightarrow PNA + ONA = 90^o = PNO \Rightarrow ON \perp PN \Rightarrow$ NP là tiếp tuyến của (O)

d) Gọi I là giao điểm của PO và (O), suy ra I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác APN

$OE = EI = \frac{R}{2}$ (R là bán kính đường tròn (O)) $\Rightarrow \Delta AIE$ đều $\Rightarrow AE = R\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\Delta AEO \backsim \Delta PAO$ (g-g) $\Rightarrow \frac{AE}{PA} = \frac{EO}{AO} \Rightarrow \frac{2PA}{2AO} = \frac{MA}{AB} = \frac{AE}{EO} = \frac{\frac{R\sqrt{3}}{2}}{\frac{R}{2}} = \sqrt{3}$

ĐỀ 1605

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO **ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT**

TỈNH HẬU GIANG **NĂM HỌC 2012 – 2013**

ĐỀ CHÍNH THỨC

MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: *120 phút (không kể thời gian giao đề)*

Đề thi có 01 trang

Bài 1: (0,5 điểm) Rút gọn biểu thức: $A = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{6}}{1-\sqrt{2}} + \frac{2+\sqrt{8}}{1+\sqrt{2}}$

Bài 2: (1,5 điểm) Không sử dụng máy tính cầm tay, hãy giải phương trình và hệ phương trình sau:

a) $x^2 + x - 20 = 0$ b) $\begin{cases} x - 2y = 5 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$

Bài 3: (2,0 điểm)

a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số: y = -2x^2
b) Tìm toạ độ các giao điểm của (P) và đường thẳng (D): y = x – 1 bằng phép tính.

Bài 4: (2,0 điểm) Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m - 3 = 0$ (m là tham số)

a) Chứng minh phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt.
b) Gọi hai nghiệm của phương trình là x_1, x_2. Xác định m để giá trị của biểu thức $A = x_1{}^2 + x_2{}^2$ nhỏ nhất

Bài 5: (4,0 điểm) Cho đường tròn (O; R) và một điểm S ở bên ngoài đường tròn vẽ hai tiếp tuyến SA, SB và đường thẳng a đi qua S cắt đường tròn (O; R) tại M, N với M nằm giữa S và N (đường thẳng a không đi qua tâm O).

a) Chứng minh SO$\perp$AB
b) Gọi I là trung điểm của MN và H là giao điểm của SO và AB; hai đường thẳng OI và AB cắt nhau tại E. Chứng minh: OI.OE = R^2
c) Chứng minh tứ giác SHIE nội tiếp đường tròn
d) Cho SO = 2R và MN = R$\sqrt{3}$. Tính diện tích tam giác ESM theo R

ĐỀ 1606

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BẾN TRE

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI TUYỂN SINH 10
TRUNG HỌC PHỔ THÔNG CHUYÊN BẾN TRE NĂM HỌC 2012 – 2013
MÔN TOÁN (chung)
Thời gian 120 phút (không kể phát đề)

Câu 1 (2,0 điểm). Không dùng máy tính bỏ túi, hãy rút gọn các biểu thức sau:

a) $A = \left(\dfrac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} + \dfrac{3}{\sqrt{6}+\sqrt{3}}\right)\left(\sqrt{6}-\sqrt{5}\right)$

b) $B = \dfrac{2x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}} - \dfrac{x-1}{\sqrt{x}+1} - \dfrac{x\sqrt{x}-1}{x+\sqrt{x}+1}$, (với $x > 0$)

Câu 2 (2,5 điểm). Giải phương trình và hệ phương trình sau:

a) $\left(x^2-x+1\right)^2 - 3\left(x^2-x+1\right) - 4 = 0$

b) $\begin{cases} \dfrac{2}{x}+\dfrac{6}{y}=11 \\ \dfrac{4}{x}-\dfrac{9}{y}=1 \end{cases}$

Câu 3 (2,5 điểm).

a) Chứng minh rằng phương trình $x^2-2mx+3m-8=0$ luôn có hai nghiệm phân biệt x_1; x_2 với mọi m. Với giá trị nào của m thì hai nghiệm x_1; x_2 thỏa mãn $(x_1-2)(x_2-2)<0$

b) Cho x, y, z là ba số thực dương thỏa: $x^2+y^2+z^2=1$. Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{x^2+y^2}+\frac{1}{y^2+z^2}+\frac{1}{z^2+x^2} \le 3+\frac{x^3+y^3+z^3}{2xyz}$$

Đẳng thức xảy ra khi nào?

Câu 4 (3,0 điểm). Cho nửa đường tròn tâm *O* đường kính *AB*. Từ *A, B* vẽ các tiếp tuyến *Ax, By* về phía có chứa nửa đường tròn *(O)*. Lấy điểm *M* thuộc đoạn thẳng *OA*; điểm *N* thuộc nửa đường tròn *(O)*. Đường tròn *(O')* ngoại tiếp tam giác *AMN* cắt *Ax* tại *C;* đường thẳng *CN* cắt *By* tại *D.*

a) Chứng minh tứ giác *BMND* nội tiếp.

b) Chứng minh *DM* là tiếp tuyến của đường tròn *(O')*.

3/ Gọi *I* là giao điểm của *AN* và *CM; K* là giao điểm của *BN* và *DM*. Chứng minh *IK* song song *AB*.

ĐỀ 1607

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO BẾN TRE

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI TUYỂN SINH 10

TRUNG HỌC PHỔ THÔNG CHUYÊN BẾN TRE

NĂM HỌC 2012 – 2013

MÔN TOÁN CHUYÊN

Thời gian 120 phút (không kể phát đề)

Bài 1: **(3 điểm)**

Cho biểu thức

$$A=\left(\sqrt{x}+2\right):\left[\frac{x+8}{x\sqrt{x}+8}+\frac{\sqrt{x}}{x-2\sqrt{x}+4}-\frac{1}{2+\sqrt{x}}\right] \text{ với } x\ge 0$$

1/ Rút gọn biểu thức A.

2/ Đặt $B=\dfrac{8}{x+6-A}+\sqrt{x}$. Tìm x để biểu thức B đạt giá trị nhỏ nhất

Bài 2:

Giải các phương trình và hệ phương trình sau

1/ $2x^2-8x+\sqrt{x^2-4x+16}=4$

2/ $3\left(x^2+2\right)=10\sqrt{x^3+1}$

3/ $\begin{cases} 2x-y-xy=13 \\ 15\left(\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{1}{y-2}\right)=2 \end{cases}$

Bài 3:

1/ Xác định tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2-2x+2m-5=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1; x_2. Với giá trị nào của m thì hai nghiệm x_1; x_2 thỏa điều kiện $\left(x_1-mx_2\right)\left(x_2-mx_1\right)=-10$

2/ Cho ba số thực dương a, b, c. Chứng minh rằng

$$\frac{a^2}{b+3c}+\frac{b^2}{c+3a}+\frac{c^2}{a+3b}\ge\frac{a+b+c}{4}$$

Bài 4:

Cho tam giác ABC nhọn, vẽ đường cao AH. Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của H lên hai cạnh AB, AC. Đường thẳng qua A vuông góc với EF cắt cạnh BC tại D.

1/ Chứng minh đường thẳng AD đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABC.

2/ Gọi I, K lần lượt là hình chiếu của D lên hai cạnh AB, AC. Chứng minh tam giác DIK đồng dạng với tam giác HEF.

3/ Chứng minh $\dfrac{BH}{CD}.\dfrac{BD}{CH}=\dfrac{AB^2}{AC^2}$

ĐỀ 1608

Bài 1. (2,5 điểm)

a) Rút gọn A = $2\sqrt{16} - 6\sqrt{9} + \sqrt{36}$

b) Giải phương trình bậc hai : $x^2 - 2\sqrt{2}x + 1 = 0$

c) Giải hệ phương trình : $\begin{cases} 3x - y = 7 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$

Bài 2. (2,0 điểm)

Cho hàm số y = x + 1 (*) có đồ thị là đường thẳng (d)

a) Tìm hệ số góc và vẽ đồ thị hàm số (*)

b) Tìm a để (P): $y = ax^2$ đi qua điểm M (1 ;2).Xác định tọa độ giao điểm của đường thẳng (d) và Parabol (P) với a vừa tìm được .

Bài 3. (2,0 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 3 = 0$

a) Với giá trị nào của m thì phương trình có hai nghiệm phân biệt.
b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm thỏa tích hai nghiệm không lớn hơn tổng hai nghiệm.

Bài 4. (3,5 điểm)

Cho đường tròn (O) bán kính R = 3 cm và một điểm I nằm ngoài đường tròn, biết rằng OI = 4cm.Từ I kẻ hai tiếp tuyến IA và IB với đường tròn (A,B là tiếp điểm).

a) Chứng minh tứ giác OAIB nội tiếp.

b)Từ I kẻ đường thẳng vuông góc với OI cắt tia OA tại O’.Tính OO’ và diện tích tam giác IOO’ .

c) Từ O’ kẻ O’C vuông góc BI cắt đường thẳng BI tại C.Chứng minh O’I là tia phân giác của **AO'C**

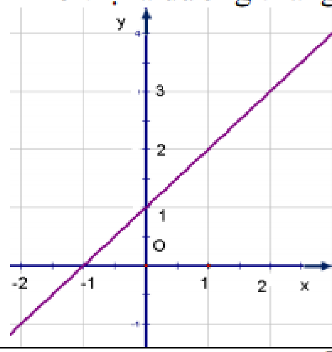
------ Hết------

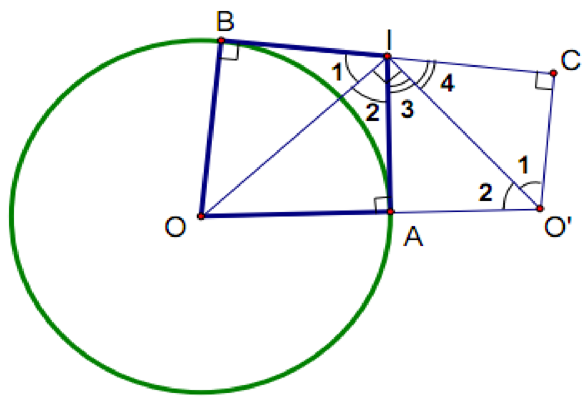
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
AN GIANG

HƯỚNG DẪN CHẤM THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
MÔN TOÁN
Năm học 2012 – 2013

A. ĐÁP ÁN.

Bài	Câu	BÀI GIẢI	Điểm
Bài 1	Câu a	$A = 2\sqrt{16} - 6\sqrt{9} + \sqrt{36}$ $= 2.4 - 6.3 + 6$ $= -4$	0,5 điểm
	Câu b	$x^2 - 2\sqrt{2}x + 1 = 0$ + Biệt thức $\Delta' = b'^2 - ac = \left(-\sqrt{2}\right)^2 - 1 = 1 > 0$ + Phương trình có hai nghiệm $x_1 = \dfrac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a} = \sqrt{2} + 1$ $x_2 = \dfrac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a} = \sqrt{2} - 1$	1,0 điểm
	Câu c	$\begin{cases} 3x - y = 7 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 10 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 4 + y = 3 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$ Vậy hệ phương trình có nghiệm $(2; -1)$.	1,0 điểm

<table>
<tr><td rowspan="3">Bài 2</td><td>Câu a</td><td>$y = x + 1$ (*)
+ Hệ số góc $a = 1$
+ Bảng giá trị đặc biệt
<table><tr><td>x</td><td>-1 0</td></tr><tr><td>y</td><td>0 1</td></tr></table>+Đồ thị là đường thẳng (d) hình vẽ

</td><td>1,0 điểm</td></tr>
<tr><td>Câu b</td><td>+Parabol (P) : $y = ax^2$ đi qua điểm M(1;2) ta được
$$2 = a.1^2 \Leftrightarrow a = 2$$
(P): $y = 2x^2$.</td><td>1,0 điểm</td></tr>
<tr><td></td><td>+ Hoành độ giao điểm (P) và (d) là nghiệm của phương trình
$$2x^2 = x + 1 \Leftrightarrow 2x^2 - x - 1 = 0$$
+ Phương trình có a + b + c = 0 nên có hai nghiệm
$x_1 = 1; x_2 = -\frac{1}{2}$
+Với $x_1 = 1 \Rightarrow y_1 = 2$
$x_2 = -\frac{1}{2} \Rightarrow y_2 = \frac{1}{2}$
Vậy giao điểm (d) và (P) là M(1;2) và N($-\frac{1}{2}$;$\frac{1}{2}$).</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>Câu a</td><td>$$x^2 - 2(m + 1)x + m^2 + 3 = 0$$
+ $\Delta' = (m + 1)^2 - (m^2 + 3)$
$= m^2 + 2m + 1 - m^2 - 3 = 2m - 2$
+ Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi
$$\Delta' > 0$$
$$\Leftrightarrow 2m - 2 > 0 \Leftrightarrow m > 1$$
Vậy $m > 1$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt</td><td>1,0 điểm</td></tr>
</table>

Bài 3	Câu b	+ $S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = 2(m+1)$ $P = x_1.x_2 = \frac{c}{a} = m^2 + 3$ + Phương trình có tích hai nghiệm không lớn hơn tổng hai nghiệm khi $P \leq S$ $m^2 + 3 \leq 2m + 2 \Leftrightarrow m^2 - 2m + 1 \leq 0$ $\Leftrightarrow (m-1)^2 \leq 0$ +Do $(m-1)^2 \geq 0$ với mọi m nên bất phương trình trên có nghiệm $m = 1$ +Với $m = 1$ ta có phương trình $x^2 - 4x + 4 = 0$ phương trình có nghiệm $x_1 = x_2 = 2$ thỏa đề.	1,0 điểm
Bài 4	Câu a	 (hình vẽ 0,5 điểm cho câu a) Xét tứ giác OAIB có + $\widehat{OAI} = 90^0$ (IA là tiếp tuyến vuông góc với bán kính) + $\widehat{OBI} = 90^0$ (IB là tiếp tuyến vuông góc với bán kính) + $\Rightarrow \widehat{OAI} + \widehat{OBI} = 180^0$ +Vậy tứ giác OAIB nội tiếp do có tổng hai góc đối bằng 180^o	1,5điểm

	Câu b	+Tam giác IOO' vuông tại I có IA là đường cao. Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ta được $OI^2 = OA.OO'$ + $\Rightarrow OO' = \frac{OI^2}{OA} = \frac{16}{3} cm$ + Mặt khác ta lại có $IA^2 = AO.AO' = 3.\frac{7}{3} = 7$ $\Rightarrow IA = \sqrt{7}\ cm$ + Diện tích tam giác IOO' là $S_{IOO'} = \frac{1}{2}IA.OO' = \frac{1}{2}.\sqrt{7}.\frac{16}{3} = \frac{8\sqrt{7}}{3} cm^2$	1,0điểm
	Câu c	+ Ta có $\widehat{O_1'} = \widehat{I_1}$ (góc có cạnh tương ứng vuông góc) + $\widehat{O_2'} = \widehat{I_2}$ (góc có cạnh tương ứng vuông góc) + Mà $\widehat{I_1} = \widehat{I_2}$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) + Vậy $\widehat{O_1}' = \widehat{O_2}'$ hay O'I là tia phân giác của góc $\widehat{AO'C}$	1,0 điểm

B. HƯỚNG DẪN CHẤM.

+ Học sinh làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa
+ Điểm chấm có thể chia nhỏ đến 0,25.

ĐỀ 1609

Câu 1: a) Cho biết a = $2+\sqrt{3}$ và b = $2-\sqrt{3}$. Tính giá trị biểu thức: P = a + b – ab.

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 3x + y = 5 \\ x - 2y = -3 \end{cases}$.

Câu 2: Cho biểu thức $P = \left(\frac{1}{x - \sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x} - 1}\right) : \frac{\sqrt{x}}{x - 2\sqrt{x} + 1}$ (với x > 0, x $\neq$ 1)

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tìm các giá trị của x để P > $\frac{1}{2}$.

Câu 3: Cho phương trình: $x^2 - 5x + m = 0$ (m là tham số).

a) Giải phương trình trên khi m = 6.

b) Tìm m để phương trình trên có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn: $|x_1 - x_2| = 3$.

Câu 4: Cho đường tròn tâm O đường kính AB. Vẽ dây cung CD vuông góc với AB tại

I (I nằm giữa A và O). Lấy điểm E trên cung nhỏ BC (E khác B và C), AE cắt CD tại F. Chứng minh:

a) BEFI là tứ giác nội tiếp đường tròn.

b) AE.AF = AC^2.

c) Khi E chạy trên cung nhỏ BC thì tâm đường tròn ngoại tiếp ΔCEF luôn thuộc một đường thẳng cố định.

Câu 5: Cho hai số dương a, b thỏa mãn: a + b ≤ $2\sqrt{2}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$.

Câu 1: a) Ta có: a + b = $(2+\sqrt{3})$ + $(2-\sqrt{3})$ = 4

a.b = $(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3}$ = 1. Suy ra P = 3.

b) $\begin{cases} 3x + y = 5 \\ x - 2y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x + 2y = 10 \\ x - 2y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x = 7 \\ y = 5 - 3x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$.

Câu 2:

$$\text{a) } P = \left(\frac{1}{x - \sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x} - 1}\right) : \frac{\sqrt{x}}{x - 2\sqrt{x} + 1}$$

$$= \left(\frac{1}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)}\right) . \frac{\left(\sqrt{x}-1\right)^2}{\sqrt{x}}$$

$$= \frac{1+\sqrt{x}}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)} . \frac{\left(\sqrt{x}-1\right)^2}{\sqrt{x}} = \frac{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}{\sqrt{x}.\sqrt{x}} = \frac{x - 1}{x}$$

b) Với x > 0, x ≠ 1 thì $\frac{x - 1}{x} > \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2(x - 1) > x \Leftrightarrow x > 2$.

Vậy với x > 2 thì P > $\frac{1}{2}$.

Câu 3: a) Với m = 6, ta có phương trình: $x^2 - 5x + 6 = 0$

Δ = 25 – 4.6 = 1 . Suy ra phương trình có hai nghiệm: $x_1 = 3$; $x_2 = 2$.

b) Ta có: Δ = 25 – 4.m

Để phương trình đã cho có nghiệm thì Δ ≥ 0 $\Leftrightarrow m \le \frac{25}{4}$ (*)

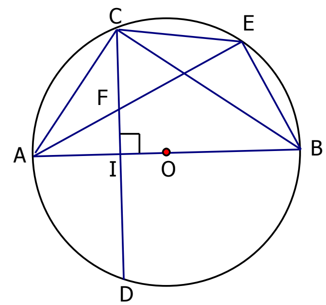
Theo hệ thức Vi-ét, ta có $x_1 + x_2 = 5$ (1); $x_1x_2 = m$ (2).

Mặt khác theo bài ra thì $\left|x_1 - x_2\right| = 3$ (3). Từ (1) và (3) suy ra $x_1 = 4$; $x_2 = 1$ hoặc $x_1 = 1$;

$x_2 = 4$ (4)

Từ (2) và (4) suy ra: m = 4. Thử lại thì thoả mãn.

Câu 4:



a) Tứ giác BEFI có: $BIF = 90^0$ (gt) (gt)

$BEF = BEA = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Suy ra tứ giác BEFI nội tiếp đường tròn đường kính BF

b) Vì AB $\perp$ CD nên $AC = AD$,

suy ra $ACF = AEC$.

Xét ΔACF và ΔAEC có góc A chung và $ACF = AEC$.

Suy ra: ΔACF ~ với $\Delta AEC \Rightarrow \frac{AC}{AF} = \frac{AE}{AC}$

$\Rightarrow AE.AF = AC^2$

c) Theo câu b) ta có $ACF = AEC$, suy ra AC là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp ΔCEF (1).

Mặt khác $ACB = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn), suy ra $AC \perp CB$ (2). Từ (1) và (2) suy ra CB chứa đường kính của đường tròn ngoại tiếp ΔCEF, mà CB cố định nên tâm của đường tròn ngoại tiếp ΔCEF thuộc CB cố định khi E thay đổi trên cung nhỏ BC.

Câu 5: Ta có $(a + b)^2 – 4ab = (a - b)^2 \geq 0 \Rightarrow (a + b)^2 \geq 4ab$

$\Leftrightarrow \frac{(a+b)}{ab} \geq \frac{4}{(a+b)} \Leftrightarrow \frac{1}{b} + \frac{1}{a} \geq \frac{4}{(a+b)} \Rightarrow P \geq \frac{4}{(a+b)}$, mà $a + b \leq 2\sqrt{2}$

$\Rightarrow \frac{4}{(a+b)} \geq \frac{4}{2\sqrt{2}} \Rightarrow P \geq \sqrt{2}$. Dấu “ = ” xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} (a-b)^2 = 0 \\ a + b = 2\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow a = b = \sqrt{2}$. Vậy: min P = $\sqrt{2}$.

Lời bình:

<u>Câu IIb</u>

Các bạn tham khảo thêm một lời giải sau

1) Ta có a = 1. $\Delta = 25 - 4m$. Gọi x_1, x_2 là các nghiệm nếu có của phương trình.

Từ công thức $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \Delta}{2a} \Rightarrow |x_1 - x_2| = \dfrac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$. Vậy nên phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thoă mãn $|x_1 - x_2| = 3 \Leftrightarrow |x_1 - x_2| = \dfrac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = 3 \overset{a=1}{\Leftrightarrow} \Delta = 9 \Leftrightarrow 25 - 4m = 9 \Leftrightarrow m = 4$.

2) Có thể bạn dang băn khoăn không thấy điều kiện $\Delta \geq 0$. Xin đừng, bởi $|x_1 - x_2| = 3 \Leftrightarrow \Delta = 9$. Điều băn khoăn ấy càng làm nổi bật ưu điểm của lời giải trên. Lời giải đã giảm thiểu tối đa các phép toán, điều ấy đồng hành giảm bớt nguy sơ sai sót.

Câu IVb

- Để chứng minh một đẳng thức của tích các đoạn thẳng người ta thường gán các đoạn thẳng ấy vào một cặp tam giác đồng dạng. Một thủ thuật để dễ nhận ra cặp tam giác đồng dạng là chuyển "hình thức" đẳng thức đoạn thẳng ở dạng tích về dạng thương. Khi đó mỗi tam giác được xét sẽ có cạnh hoặc là nằm cùng một vế, hoặc cùng nằm ở tử thức, hoặc cùng nằm ở mẫu thức.

Trong bài toán trên $AE.AF = AC^2 \Leftrightarrow \dfrac{AC}{AF} = \dfrac{AE}{AC}$. Đẳng thức mách bảo ta xét các cặp tam giác đồng dạng ΔACF (có cạnh nằm vế trái) và ΔACE (có cạnh nằm vế phải).

- Khi một đoạn thẳng là trung bình nhân của hai đoạn thẳng còn lại, chẳng hạn $AE.AF = AC^2$ thì AC là cạnh chung của hai tam giác, còn AE và AF không cùng năm trong một tam giác cần xét.

Trong bài toán trên AC là cạnh chung của hai tam giác ΔACE và ΔACF

Câu IVc

- Nếu (Δ) là đường thẳng cố định chứa tâm của đường tròn biến thiên có các đặc điểm sau:

+ Nếu đường tròn có hai điểm cố định thì (Δ) là trung trực của đoạn thẳng nối hai điểm cố định ấy.

+ Nếu đường tròn có một điểm cố định thì (Δ) là đường thẳng đi qua điểm đó và

– hoặc là $(\Delta) \perp (\Delta')$,

– hoặc là $(\Delta) // (\Delta')$,

– hoặc là (Δ) tạo với (Δ') một góc không đổi

(trong đó (Δ') là một đường thẳng cố định có sẵn).

• Trong bài toán trên, đường tròn ngoại tiếp ΔCEF chỉ có một điểm C là cố định. Lại thấy $CB \perp CA$ mà CA cố định nên phán đoán có thể CB là đường thẳng phải tìm. Đó là điều dẫn dắt lời giải trên.

Câu V

Việc tìm GTNN của biểu thức P bao giờ cũng vận hành theo sơ đồ "bé dần": $P \geq B$, (trong tài liệu này chúng tôi sử dụng B - chữ cái đầu của chữ bé hơn).

1) Giả thiết $a + b \leq 2\sqrt{2}$ đang ngược với sơ đồ "bé dần" nên ta phải chuyển hoá $a + b \leq 2\sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{1}{a+b} \geq \frac{1}{2\sqrt{2}}$.

Từ đó mà lời giải đánh giá P theo $\frac{1}{a+b}$.

2) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b}$ với $a > 0$, $b > 0$ là một bất đẳng thức đáng nhớ. Tuy là một hệ quả của bất đẳng

Cô-si, nhưng nó được vận dụng rất nhiều. Chúng ta còn gặp lại nó trong một số đề sau.

3) Các bạn tham khảo lời giải khác của bài toán như là một cách chứng minh bất đẳng thức trên.

Với hai số $a > 0$, $b > 0$ ta có $P = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \overset{Co-si}{\geq} \frac{2}{\sqrt{ab}} \overset{Co-si}{\geq} \frac{2.2}{a+b} = \frac{4}{a+b} \geq \frac{4}{2\sqrt{2}} = \sqrt{2}$. Dấu đẳng thức có khi $a = b = \sqrt{2}$. Vậy $\min P = \sqrt{2}$.

ĐỀ 1610

Câu 1: a) Rút gọn biểu thức: $\frac{1}{3-\sqrt{7}} - \frac{1}{3+\sqrt{7}}$.

b) Giải phương trình: $x^2 - 7x + 3 = 0$.

Câu 2: a) Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng d: $y = -x + 2$ và Parabol (P): $y = x^2$.

b) Cho hệ phương trình: $\begin{cases} 4x + ay = b \\ x - by = a \end{cases}$.

Tìm a và b để hệ đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y) = (2;-1)$.

Câu 3: Một xe lửa cần vận chuyển một lượng hàng. Người lái xe tính rằng nếu xếp mỗi toa 15 tấn hàng thì còn thừa lại 5 tấn, còn nếu xếp mỗi toa 16 tấn thì có thể chở thêm 3 tấn nữa. Hỏi xe lửa có mấy toa và phải chở bao nhiêu tấn hàng.

Câu 4: Từ một điểm A nằm ngoài đường tròn (O;R) ta vẽ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là tiếp điểm). Trên cung nhỏ BC lấy một điểm M, vẽ $MI \perp AB$, $MK \perp AC$ $(I \in AB, K \in AC)$

a) Chứng minh: AIMK là tứ giác nội tiếp đường tròn.

b) Vẽ $MP \perp BC$ $(P \in BC)$. Chứng minh: $MPK = MBC$.

c) Xác định vị trí của điểm M trên cung nhỏ BC để tích MI.MK.MP đạt giá trị lớn nhất.

Câu 5: Giải phương trình: $\dfrac{\sqrt{x-2009}-1}{x-2009}+\dfrac{\sqrt{y-2010}-1}{y-2010}+\dfrac{\sqrt{z-2011}-1}{z-2011}=\dfrac{3}{4}$

Câu 1: a) $\dfrac{1}{3-\sqrt{7}}-\dfrac{1}{3+\sqrt{7}}=\dfrac{\left(3+\sqrt{7}\right)-\left(3-\sqrt{7}\right)}{\left(3-\sqrt{7}\right)\left(3+\sqrt{7}\right)}=\dfrac{2\sqrt{7}}{2}=\sqrt{7}$

b) $\Delta = 49 - 4.3 = 37$; phương trình có 2 nghiệm phân biệt:

$x_1=\dfrac{7+\sqrt{37}}{2}; x_2=\dfrac{7-\sqrt{37}}{2}$.

Câu 2: a) Hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) và Parabol (P) là nghiệm của phương trình: $-x + 2 = x^2 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$. Phương trình này có tổng các hệ số bằng 0 nên có 2 nghiệm là 1 và – 2.

+ Với x = 1 thì y = 1, ta có giao điểm thứ nhất là (1;1)

+ Với x = - 2 thì y = 4, ta có giao điểm thứ hai là (- 2; 4)

Vậy (d) giao với (P) tại 2 điểm có tọa độ là (1;1) và (- 2; 4)

b) Thay x = 2 và y = -1 vào hệ đã cho ta được:

$$\begin{cases}8-a=b\\2+b=a\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2+b\\8-(2+b)=b\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=5\\b=3\end{cases}.$$

Thử lại : Thay a = 5 và b = 3 vào hệ đã cho thì hệ có nghiệm duy nhất (2; - 1).

Vậy a = 5; b = 3 thì hệ đã cho có nghiệm duy nhất (2; - 1).

Câu 3: Gọi x là số toa xe lửa và y là số tấn hàng phải chở

Điều kiện: $x \in N^*$, $y > 0$.

Theo bài ra ta có hệ phương trình: $\begin{cases}15x=y-5\\16x=y+3\end{cases}$. Giải ra ta được: x = 8, y = 125 (thỏa mãn)

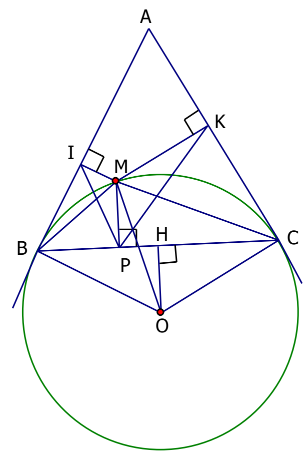
Vậy xe lửa có 8 toa và cần phải chở 125 tấn hàng.

Câu 4:

a) Ta có: $AIM = AKM = 90^0$ (gt), suy ra tứ giác AIMK nội tiếp đường tròn đường kính AM.

b) Tứ giác CPMK có $MPC = MKC = 90^0$ (gt). Do đó CPMK là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow MPK = MCK$ (1). Vì KC là tiếp tuyến của (O) nên ta có: $MCK = MBC$ (cùng chắn MC) (2). Từ (1) và (2) suy ra $MPK = MBC$ (3)

c)



Chứng minh tương tự câu b ta có BPMI là tứ giác nội tiếp.

Suy ra: $MIP = MBP$ (4). Từ (3) và (4) suy ra $MPK = MIP$.

Tương tự ta chứng minh được $MKP = MPI$.

Suy ra: MPK ~ $\Delta MIP \Rightarrow$

$$\frac{MP}{MK} = \frac{MI}{MP}$$

$\Rightarrow MI.MK = MP^2 \Rightarrow$ $MI.MK.MP = MP^3$.

Do đó MI.MK.MP lớn nhất khi và chỉ khi MP lớn nhất (4)

- Gọi H là hình chiếu của O trên BC, suy ra OH là hằng số (do BC cố định).

Lại có: $MP + OH \le OM = R \Rightarrow MP \le R - OH$. Do đó MP lớn nhất bằng R – OH khi và chỉ khi O, H, M thẳng hàng hay M nằm chính giữa cung nhỏ BC (5). Từ (4) và (5) suy ra max $(MI.MK.MP) = (R - OH)^3 \Leftrightarrow$ M nằm chính giữa cung nhỏ BC.

Câu 5: Đặt $\sqrt{x - 2009} = a; \sqrt{y - 2010} = b; \sqrt{z - 2011} = c$

(với a, b, c > 0). Khi đó phương trình đã cho trở thành:

$$\frac{a-1}{a^2}+\frac{b-1}{b^2}+\frac{c-1}{c^2}=\frac{3}{4} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{4}-\frac{1}{a}+\frac{1}{a^2}\right)+\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{b}+\frac{1}{b^2}\right)+\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{c}+\frac{1}{c^2}\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}-\frac{1}{a}\right)^2+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{b}\right)^2+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{c}\right)^2=0 \Leftrightarrow a=b=c=2$$

Suy ra: x = 2013, y = 2014, z = 2015.

Lời bình:

Câu IVc

Lời bình sau Đề số 1 cho thấy: Nếu có $AE.AF.AC = AC^3 \Leftrightarrow AE.AF = AC^2$ thì thường AC là cạnh chung của hai tam giác ΔACE và ΔACF.

Quan sát hình vẽ ta thấy MP là cạnh chung của hai tam giác MPI và MPK, nên ta phán đoán $MI.MK.MP= MP^3$.

Nếu phán đoán ấy là đúng thì GTLN của MI.MK.MP chính là GTLN của MP. Đó là điều dẫn dắt lời giải trên.

Câu IIa

⌧Lời nhắn

Hoành độ giao điểm của hai đồ thị (d): y = kx + b và (P) : $y = ax^2$ là nghiệm của phương trình $ax^2 = kx + b$ (1). Số nghiệm của phương trình (1) bằng số giao điểm của đồ thị hai hàm số trên.

Câu V

1) • Việc đặt a, b, c thay cho các căn thức là cách làm để dễ nhìn bài toán, Với mọi số dương a, b, c ta luôn có

$$\frac{a-1}{a^2}+\frac{b-1}{b^2}+\frac{c-1}{c^2}\le\frac{3}{4}. \quad (1)$$

Thay vì đặt câu hỏi khi nào thì dấu đẳng thức xẩy ra, người ta đặt bài toán giải phương trình

$$\frac{a-1}{a^2}+\frac{b-1}{b^2}+\frac{c-1}{c^2}=\frac{3}{4}. \quad (2)$$

• Vai trò của a, b, c đều bình đẳng nên trong (1) ta nghĩ đến đánh giá $\frac{a-1}{a^2}\le\frac{1}{4}$.

Thật vậy $\frac{a-1}{a^2} \le \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{a-1}{a^2} - \frac{1}{4} \le 0 \Leftrightarrow -\frac{(a-2)^2}{a^2} \le 0$. Dấu đẳng thức có khi và chỉ khi a = 2. Tương tự ta cũng có $\frac{b-1}{b^2} \le \frac{1}{4}$, $\frac{c-1}{c^2} \le \frac{1}{4}$. Dấu đẳng thức có khi và chỉ khi b = 2, c = 2.

2) Mỗi giá trị của biến cân bằng bất đẳng thức được gọi là điểm rơi của bất đẳng thức ấy.

Theo đó, bất đẳng thức (1) các biến a, b, c đều có chung một điểm rơi là a = b = c = 2.

Khi vai trò của các biến trong bài toán chứng minh bất đẳng thức bình đẳng với nhau thì các biến ấy có chung một điểm rơi.

Phương trình diễn tả dấu bằng trong bất đẳng thức được gọi là "phương trình điểm rơi".

3) Phương trình (2) thuộc dạng "phương trình điểm rơi"

Tại điểm rơi a = b = c = 2 ta có $\frac{a-1}{a^2} = \frac{b-1}{b^2} = \frac{c-1}{c^2} = \frac{1}{4}$.

Điều đó cắt nghĩa điểm mấu chốt của lời giải là tách $\frac{3}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$:

$$(2) \Leftrightarrow \left(\frac{a-1}{a^2} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{b-1}{b^2} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{c-1}{c^2} - \frac{1}{4}\right) = 0.$$

4) Phần lớn các phương trình chứa hai biến trở lên trong chương trình THCS đều là "phương trình điểm rơi".

ĐỀ 1611

Câu 1: Giải phương trình và hệ phương trình sau:

a) $x^4 + 3x^2 - 4 = 0$

b) $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 3x + 4y = -1 \end{cases}$

Câu 2: Rút gọn các biểu thức:

a) $A = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{6}}{1-\sqrt{2}} - \frac{2+\sqrt{8}}{1+\sqrt{2}}$

b) $B = \left(\frac{1}{x-4} - \frac{1}{x+4\sqrt{x}+4}\right).\frac{x+2\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ (với $x > 0$, $x \ne 4$).

Câu 3: a) Vẽ đồ thị các hàm số $y = -x^2$ và $y = x - 2$ trên cùng một hệ trục tọa độ.

b) Tìm tọa độ giao điểm của các đồ thị đã vẽ ở trên bằng phép tính.

Câu 4: Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp trong đường tròn (O;R). Các đường cao BE và CF cắt nhau tại H.

a) Chứng minh: AEHF và BCEF là các tứ giác nội tiếp đường tròn.

b) Gọi M và N thứ tự là giao điểm thứ hai của đường tròn (O;R) với BE và CF. Chứng minh: MN // EF.

c) Chứng minh rằng OA $\perp$ EF.

Câu 5: Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = x^2 - x\sqrt{y} + x + y - \sqrt{y} + 1$$

Câu 1: a) Đặt $x^2 = y$, $y \geq 0$. Khi đó phương trình đã cho có dạng: $y^2 + 3y - 4 = 0$ (1).

Phương trình (1) có tổng các hệ số bằng 0 nên (1) có hai nghiệm $y_1 = 1$; $y_2 = -4$. Do $y \geq 0$ nên chỉ có $y_1 = 1$ thỏa mãn. Với $y_1 = 1$ ta tính được $x = \pm 1$. Vậy phương trình có nghiệm là $x = \pm 1$.

b) $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 3x + 4y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x + 4y = 4 \\ 3x + 4y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 5 \\ 2x + y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$

Câu 2: a) $A = \dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{6}}{1-\sqrt{2}} - \dfrac{2+\sqrt{8}}{1+\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{3}\left(1-\sqrt{2}\right)}{1-\sqrt{2}} - \dfrac{2\left(1+\sqrt{2}\right)}{1+\sqrt{2}} = \sqrt{3} - 2$

b) $B = \left(\dfrac{1}{x-4} - \dfrac{1}{x+4\sqrt{x}+4}\right).\dfrac{x+2\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = \left(\dfrac{1}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)} - \dfrac{1}{(\sqrt{x}+2)^2}\right).\dfrac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}}$

$$= \frac{1}{\sqrt{x}-2} - \frac{1}{\sqrt{x}+2} = \frac{\left(\sqrt{x}+2\right)-\left(\sqrt{x}-2\right)}{x-4} = \frac{4}{x-4}$$

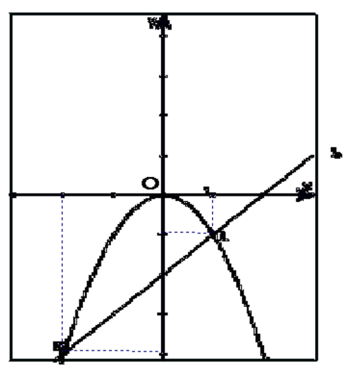
Câu 3:

a) Vẽ đồ thị các hàm số $y = -x^2$ và $y = x - 2$.

b) Hoành độ giao điểm của đường thẳng $y = x - 2$ và parabol $y = -x^2$ là nghiệm của phương trình: $-x^2 = x - 2$ $\Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$

Suy ra các giao điểm cần tìm là: L(1; -1) và K (- 2; - 4)

(xem hình vẽ).



Câu 4:

a) Tứ giác AEHF có: $AEH = AFH = 90^0$ (gt). Suy ra AEHFlà tứ giác nội tiếp.

- Tứ giác BCEF có: $BEC = BFC = 90^0$ (gt). Suy ra BCEF là tứ giác nội tiếp.

b) Tứ giác BCEF nội tiếp suy ra: $BEF = BCF$ (1). Mặt khác $BMN = BCN =$

BCF

(góc nội tiếp cùng chắn BN) (2). Từ (1) và (2) suy ra: $BEF = BMN \Rightarrow$ MN // EF.
c) Ta có: $ABM = ACN$ (do BCEF nội tiếp) $\Rightarrow AM = AN \Rightarrow$ AM = AN, lại có OM = ON nên suy ra OA là đường trung trực của MN $\Rightarrow OA \perp MN$, mà MN song song với EF nên suy ra $OA \perp EF$.
Câu 5: ĐK: $y \geq 0$; $x \in$ R. Ta có: P =

$$x^2 - x\sqrt{y} + x + y - \sqrt{y} + 1 = x^2 - x(\sqrt{y} - 1) + \frac{\left(\sqrt{y}-1\right)^2}{4} + \frac{3y}{4} - \frac{\sqrt{y}}{2} + \frac{3}{4}$$

$$= \left(x - \frac{\sqrt{y}-1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}\left(\sqrt{y} - \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{2}{3} \geq \frac{2}{3}.$$ Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{-1}{3} \\ y = \dfrac{1}{9} \end{cases}$.

Suy ra: $\text{Min P} = \dfrac{2}{3}$.

ĐỀ 1612

Câu 1: a) Trục căn thức ở mẫu của các biểu thức sau: $\dfrac{4}{\sqrt{3}}$; $\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1}$.

b) Trong hệ trục tọa độ Oxy, biết đồ thị hàm số y = ax^2 đi qua điểm M (- 2; $\dfrac{1}{4}$). Tìm hệ số a.

Câu 2: Giải phương trình và hệ phương trình sau:

a) $\sqrt{2x + 1} = 7 - x$

b) $\begin{cases} 2x + 3y = 2 \\ x - y = \dfrac{1}{6} \end{cases}$

Câu 3: Cho phương trình ẩn x: $x^2 - 2mx + 4 = 0$ (1)

a) Giải phương trình đã cho khi m = 3.

b) Tìm giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn: (x_1 +

$1)^2 + (x_2 + 1)^2 = 2$.

Câu 4: Cho hình vuông ABCD có hai đường chéo cắt nhau tại E. Lấy I thuộc cạnh AB, M thuộc cạnh BC sao cho: $IEM = 90^0$ (I và M không trùng với các đỉnh của hình vuông).

a) Chứng minh rằng BIEM là tứ giác nội tiếp đường tròn.

b) Tính số đo của góc IME

c) Gọi N là giao điểm của tia AM và tia DC; K là giao điểm của BN và tia EM. Chứng minh $CK \perp BN$.

Câu 5: Cho a, b, c là độ dài 3 cạnh của một tam giác. Chứng minh:

$ab + bc + ca \le a^2 + b^2 + c^2 < 2(ab + bc + ca)$.

Câu 1:

a) $\frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{\left(\sqrt{3}\right)^2} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$; $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1} = \frac{\sqrt{5}\left(\sqrt{5}+1\right)}{\left(\sqrt{5}-1\right)\left(\sqrt{5}+1\right)} = \frac{5+\sqrt{5}}{\left(\sqrt{5}\right)^2-1} = \frac{5+\sqrt{5}}{4}$.

b) Thay x = - 2 và $y = \frac{1}{4}$ vào hàm số $y = ax^2$ ta được:

$$\frac{1}{4} = a.(-2)^2 \Leftrightarrow 4a = \frac{1}{4} \Leftrightarrow a = \frac{1}{16}.$$

Câu 2:

a) $\sqrt{2x+1} = 7 - x \Leftrightarrow \begin{cases} 7 - x \ge 0 \\ 2x + 1 = (7 - x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \le 7 \ (1) \\ x^2 - 16x + 48 = 0 \end{cases}$

Giải phương trình: $x^2 - 16x + 48 = 0$ ta được hai nghiệm là 4 và 12. Đối chiếu với điều kiện (1) thì chỉ có x = 4 là nghiệm của phương trình đã cho.

b) $\begin{cases} 2x + 3y = 2 \\ x - y = \frac{1}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 6y = 4 \\ 6x - 6y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10x = 5 \\ y = x - \frac{1}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = \frac{1}{3} \end{cases}$.

Câu 3: a) Với m = 3 ta có phương trình: $x^2 - 6x + 4 = 0$.

Giải ra ta được hai nghiệm: $x_1 = 3 + \sqrt{5}$; $x_2 = 3 - \sqrt{5}$.

b) Ta có: $\Delta' = m^2 - 4$

Phương trình (1) có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' \ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \ge 2 \\ m \le -2 \end{array}\right.$ (*).

Theo hệ thức Vi-ét ta có: $x_1 + x_2 = 2m$ và $x_1x_2 = 4$. Suy ra: $(x_1 + 1)^2 + (x_2 + 1)^2 = 2$

$\Leftrightarrow x_1^2 + 2x_1 + x_2^2 + 2x_2 = 0 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) = 0 \Leftrightarrow 4m^2 - 8 + 4m = 0$

$\Leftrightarrow m^2 + m - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m_1 = 1 \\ m_2 = -2 \end{array}\right.$.

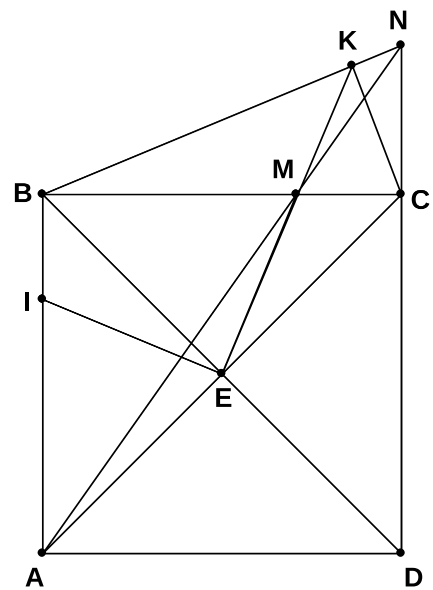
Đối chiếu với điều kiện (*) ta thấy chỉ có nghiệm $m_2 = -2$ thỏa mãn. Vậy m = - 2 là giá trị cần tìm.

Câu 4:

a) Tứ giác BIEM có: $IBM = IEM = 90^0$ (gt); suy ra tứ giác BIEM nội tiếp đường tròn đường kính IM.

b) Tứ giác BIEM nội tiếp suy ra: $IME = IBE = 45^0$ (do ABCD là hình vuông).

c) ΔEBI và ΔECM có:



$IBE = MCE = 45^0$, BE = CE ,

$BEI = CEM$ (do $IEM = BEC = 90^0$)

$\Rightarrow \Delta EBI = \Delta ECM$ (g-c-g)$\Rightarrow$ MC = IB; suy ra MB = IA

Vì CN // BA nên theo định lí Thalet, ta có: $\frac{MA}{MN} = \frac{MB}{MC} = \frac{IA}{IB}$.

Suy ra IM song song với BN (định lí Thalet đảo)

$\Rightarrow BKE = IME = 45^0$ (2). Lại có $BCE = 45^0$ (do ABCD là hình vuông).

Suy ra $BKE = BCE \Rightarrow$ BKCE là tứ giác nội tiếp.

Suy ra: $BKC + BEC = 180^0$ mà $BEC = 90^0$; suy ra $BKC = 90^0$; hay $CK \perp BN$.

Câu 5:

Ta có: $(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 \geq 0 \Leftrightarrow 2\left(a^2 + b^2 + c^2\right) \geq 2(ab + bc + ca)$

$\Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$ (1).

Vì a, b, c là độ dài 3 cạnh của một tam giác nên ta có: $a^2 < a.(b + c) \Rightarrow a^2 < ab + ac$.

Tương tự: $b^2 < ab + bc$; $c^2 < ca + bc$. Suy ra: $a^2 + b^2 + c^2 < 2(ab + bc + ca)$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra điều phải chứng minh.

ĐỀ 1613

Câu 1: a) Thực hiện phép tính: $\left(\sqrt{\frac{3}{2}}-\sqrt{\frac{2}{3}}\right).\sqrt{6}$

b) Trong hệ trục tọa độ Oxy, biết đường thẳng y = ax + b đi qua điểm A(2; 3) và điểm B(-2;1) Tìm các hệ số a và b.

Câu 2: Giải các phương trình sau:

a) $x^2 - 3x + 1 = 0$

b) $\frac{x}{x-1} + \frac{-2}{x+1} = \frac{4}{x^2-1}$

Câu 3: Hai ô tô khởi hành cùng một lúc trên quãng đường từ A đến B dài 120 km. Mỗi giờ ô tô thứ nhất chạy nhanh hơn ô tô thứ hai là 10 km nên đến B trước ô tô thứ hai là 0,4 giờ. Tính vận tốc của mỗi ô tô.

Câu 4: Cho đường tròn (O;R); AB và CD là hai đường kính khác nhau của đường tròn. Tiếp tuyến tại B của đường tròn (O;R) cắt các đường thẳng AC, AD thứ tự tại E và F.

a) Chứng minh tứ giác ACBD là hình chữ nhật.

b) Chứng minh $\Delta ACD \sim \Delta CBE$

c) Chứng minh tứ giác CDFE nội tiếp được đường tròn.

d) Gọi S, S_1, S_2 thứ tự là diện tích của ΔAEF, ΔBCE và ΔBDF. Chứng minh: $\sqrt{S_1}+\sqrt{S_2}=\sqrt{S}$.

Câu 5: Giải phương trình: $10\sqrt{x^3+1} = 3\left(x^2+2\right)$

Câu 1: a) $\left(\sqrt{\frac{3}{2}}-\sqrt{\frac{2}{3}}\right).\sqrt{6}=\sqrt{\frac{3}{2}}.\sqrt{6}-\sqrt{\frac{2}{3}}.\sqrt{6}=\sqrt{\frac{3}{2}.6}-\sqrt{\frac{2}{3}.6}=3-2=1$

b) Vì đường thẳng y = ax + b đi qua điểm A(2; 3) nên thay x = 2 và y = 3 vào phương trình đường thẳng ta được: 3 = 2a + b (1). Tương tự: 1 = -2a + b (2). Từ đó ta có hệ:

$$\begin{cases}2a+b=3\\-2a+b=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2b=4\\2a+b=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\frac{1}{2}\\b=2\end{cases}.$$

Câu 2: a) Giải phương trình: $x^2 - 3x + 1 = 0$. Ta có: $\Delta = 9 - 4 = 5$

Phương trình có hai nghiệm: $x_1 = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$; $x_2 = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$.

b) Điều kiện: $x \neq \pm 1$.

$$\frac{x}{x-1}+\frac{-2}{x+1}=\frac{4}{x^2-1}\Leftrightarrow\frac{x(x+1)}{x^2-1}+\frac{-2(x-1)}{x^2-1}=\frac{4}{x^2-1}$$

$\Leftrightarrow$ x(x + 1) – 2(x – 1) = 4 $\Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = -1 \\ x_2 = 2 \end{array}\right.$.

Đối chiếu với điều kiện suy ra phương trình đã cho có nghiệm duy nhất x = 2.

Câu 3: Gọi vận tốc của ô tô thứ nhất là x (km/h). Suy ra vận tốc của ô tô thứ hai là: x – 10 (km/h) (Đk: x > 10).

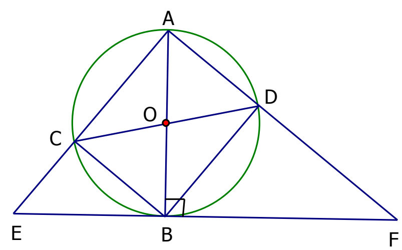
Thời gian để ô tô thứ nhất và ô tô thứ hai chạy từ A đến B lần lượt là $\frac{120}{x}$(h) và $\frac{120}{x - 10}$(h).

Theo bài ra ta có phương trình: $\frac{120}{x} = \frac{120}{x - 10} - 0,4$

Giải ra ta được x = 60 (thỏa mãn).Vậy vận tốc của ô tô thứ nhất là 60 km/h và ô tô thứ hai là 50 km/h.

Câu 4:

a) Tứ giác ACBD có hai đường chéo AB và CD bằng nhau và cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường, suy ra ACBD là hình chữ nhật



b) Tứ giác ACBD là hình chữ nhật suy ra:

$CAD = BCE = 90^0$ (1). Lại có $CBE = \frac{1}{2}$ sđ BC (góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung);

$ACD = \frac{1}{2}$ sđ AD (góc nội tiếp), mà BC = AD (do BC = AD) $\Rightarrow$ CBE = ACD (2). Từ (1) và (2) suy ra $\Delta ACD \sim \Delta CBE$.

c) Vì ACBD là hình chữ nhật nên CB song song với AF, suy ra: CBE = DFE (3). Từ (2) và (3) suy ra ACD = DFE do đó tứ giác CDFE nội tiếp được đường tròn.

d) Do CB // AF nên $\Delta CBE \sim \Delta AFE$, suy ra: $\frac{S_1}{S} = \frac{EB^2}{EF^2}$

$\Rightarrow \sqrt{\frac{S_1}{S}} = \frac{EB}{EF}$. Tương tự ta có $\sqrt{\frac{S_2}{S}} = \frac{BF}{EF}$. Từ đó suy ra: $\sqrt{\frac{S_1}{S}} + \sqrt{\frac{S_2}{S}} = 1 \Rightarrow \sqrt{S_1} + \sqrt{S_2} = \sqrt{S}$.

Câu 5: Đk: $x^3 + 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -1$ (1).

Đặt: a = $\sqrt{x+1}$; b = $\sqrt{x^2-x+1}$,(a$\geq$0; b>0) (2) $\Rightarrow$ $a^2+b^2=x^2+2$.
Khi đó phương trình đã cho trở thành: $10.ab = 3.(a^2+b^2) \Leftrightarrow (a-3b)(3a-b)=0$
$\Leftrightarrow$ a = 3b hoặc b = 3a.
+) Nếu a = 3b thì từ (2) suy ra: $\sqrt{x+1} = 3\sqrt{x^2-x+1} \Leftrightarrow 9x^2 - 10x + 8 = 0$ (vô nghiệm).
+) Nếu b = 3a thì từ (2) suy ra: $3\sqrt{x+1} = \sqrt{x^2-x+1} \Leftrightarrow 9x + 9 = x^2 - x + 1 \Leftrightarrow x^2 - 10x - 8 = 0$. Phương trình có hai nghiệm $x_1 = 5+\sqrt{33}$; $x_2 = 5-\sqrt{33}$ (thỏa mãn (1)).
Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm $x_1 = 5+\sqrt{33}$ và $x_2 = 5-\sqrt{33}$.

Lời bình:
Câu IV

1) Để chứng minh đẳng thức (*) về diện tích các tam giác (chẳng hạn $\sqrt{S_1}+\sqrt{S_2}=\sqrt{S}$ (*))

Bạn có thể nghĩ đến một trong ba cách sau :

• Nếu ba tam giác tương ứng có một cạnh bằng nhau thì biến đổi (*) về đẳng thức các đường cao tương ứng h_1, h_2, h để chứng minh (chẳng hạn(*) $\Leftrightarrow$ $h_1 + h_2 = h$).

• Nếu ba tam giác tương ứng có một đường cao bằng nhau thì biến đổi (*) về đẳng thức các cạnh tương ứng a_1, a_2, a để chứng minh (chẳng hạn(*) $\Leftrightarrow$ $a_1 + a_2 = a$).

• Nếu hai trương hợp trên không xẩy ra thì biến đổi (*) về đẳng thức tỉ số diện tích để chứng minh (chẳng hạn(*) $\Leftrightarrow$ $\sqrt{\frac{S_1}{S}}+\sqrt{\frac{S_2}{S}}=1$). Thường đẳng thức về tỷ số diện tích tam giác là đẳng thức về tỉ số các cạnh tương ứng trong các cặp tam giác đồng dạng.

2) Trong bài toán trên, hai khả năng đầu không xảy ra. Điều đó dẫn chúng ta đến lời giải với các cặp tam giác đồng dạng.

Câu V

Để các bạn có cách nhìn khái quát, chúng tôi khai triển bài toán trên một bình diện mới.

Viết lại $10\sqrt{x^3+1} = 3(x^2+2) \Leftrightarrow 10\sqrt{(x+1)(x^2-x+1)} = 3[(x+1)+x^2-x+1]$ ***(1)***

Phương trình (1) có dạng $\alpha.P(x) + \beta.Q(x) + \gamma.\sqrt{P(x)Q(x)} = 0$ $(\alpha\neq 0, \beta\neq 0, \gamma\neq 0)$ ***(2)***

(phương trình đẳng cấp đối với P(x) và Q(x)). Đặt $\sqrt{Q(x)} = t.\sqrt{P(x)}$, ***(3)***

phương trình (1) được đưa về $\alpha t^2+\gamma t+\beta=0.$ (4)

Sau khi tìm được t từ (4), thế vào (3) để tìm x.

ĐỀ 1614

Câu 1: Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A = \left(2+\dfrac{3+\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}\right).\left(2-\dfrac{3-\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}\right)$

b) $B = \left(\dfrac{\sqrt{b}}{a-\sqrt{ab}} - \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{ab}-b}\right).\left(a\sqrt{b}-b\sqrt{a}\right)$ (với $a > 0,\ b > 0,\ a \neq b$)

Câu 2: a) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x - y = -1 & (1) \\ \dfrac{2}{x} + \dfrac{3}{y} = 2 & (2) \end{cases}$

b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình: $x^2 - x - 3 = 0$. Tính giá trị biểu thức: $P = x_1^2 + x_2^2$.

Câu 3:

a) Biết đường thẳng $y = ax + b$ đi qua điểm M (2; $\dfrac{1}{2}$) và song song với đường thẳng $2x + y = 3$. Tìm các hệ số a và b.

b) Tính các kích thước của một hình chữ nhật có diện tích bằng 40 cm^2, biết rằng nếu tăng mỗi kích thước thêm 3 cm thì diện tích tăng thêm 48 cm^2.

Câu 4: Cho tam giác ABC vuông tại A, M là một điểm thuộc cạnh AC (M khác A và C). Đường tròn đường kính MC cắt BC tại N và cắt tia BM tại I. Chứng minh rằng:

a) ABNM và ABCI là các tứ giác nội tiếp đường tròn.

b) NM là tia phân giác của góc $\widehat{ANI}$.

c) $BM.BI + CM.CA = AB^2 + AC^2$.

Câu 5: Cho biểu thức $A = 2x - 2\sqrt{xy} + y - 2\sqrt{x} + 3$. Hỏi A có giá trị nhỏ nhất hay không? Vì sao?

Câu 1:

a) $A = \left(2+\dfrac{3+\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}\right).\left(2-\dfrac{3-\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}\right) = \left(2+\dfrac{\sqrt{3}\left(\sqrt{3}+1\right)}{\sqrt{3}+1}\right)\left(2-\dfrac{\sqrt{3}\left(\sqrt{3}-1\right)}{\sqrt{3}-1}\right)$

$= \left(2+\sqrt{3}\right)\left(2-\sqrt{3}\right) = 1.$

b) $\left(\dfrac{\sqrt{b}}{a-\sqrt{ab}}-\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{ab}-b}\right).\left(a\sqrt{b}-b\sqrt{a}\right)=\left(\dfrac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)}-\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)}\right).\sqrt{ab}\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)$

$=\dfrac{\sqrt{b}.\sqrt{ab}}{\sqrt{a}}-\dfrac{\sqrt{a}.\sqrt{ab}}{\sqrt{b}}=b-a.\ \left(a>0, b>0, a\neq b\right)$

Câu 2:

a) Đk: $x\neq 0$ và $y\neq 0.(*)$

Rút y từ phương trình (1) rồi thế vào phương trình (2) ta được:

$\dfrac{2}{x}+\dfrac{3}{x+1}=2\Leftrightarrow 2x^2-3x-2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\ x=-\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$.

+ Với x = 2, suy ra y = x + 1 = 3 (thoả mãn (*))

+ Với $x=-\dfrac{1}{2}$, suy ra y = x +1 = $\dfrac{1}{2}$ (thoả mãn (*))

Vậy hệ đã cho có hai nghiệm: (2; 3) và $\left(-\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right)$.

b) Phương trình $x^2 - x - 3 = 0$ có các hệ số a, c trái dấu nên có hai nghiệm phân biệt x_1; x_2.

Áp dụng hệ thức Vi-ét, ta có: $x_1 + x_2 = 1$ và $x_1x_2 = -3$.

Do đó: $P = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 1 + 6 = 7$.

Câu 3:

a) Viết đường thẳng 2x + y = 3 về dạng y = - 2x + 3.

Vì đường thẳng y = ax + b song song với đường thẳng trên, suy ra a = - 2 (1)

Vì đường thẳng y = ax + b đi qua điểm M (2; $\dfrac{1}{2}$) nên ta có: $\dfrac{1}{2}=2a+b$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra a = - 2 và b = $\dfrac{9}{2}$.

b) Gọi các kích thước của hình chữ nhật là x (cm) và y (cm)
(x; y > 0).

Theo bài ra ta có hệ phương trình: $\begin{cases}xy=40\\ (x+3)(y+3)=xy+48\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}xy=40\\ x+y=13\end{cases}$.

Suy ra x, y là hai nghiệm của phương trình: $t^2 - 13t + 40 = 0$ (1).

Giải phương trình (1) ta được hai nghiệm là 8 và 5.

Vậy các kích thước của hình chữ nhật là 8 cm và 5 cm.

Câu 4:

a) Ta có:

$MAB = 90^0$ (gt)(1).

$MNC = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

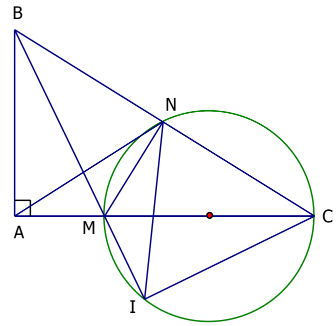
$\Rightarrow MNB = 90^0$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra ABNM là tứ giác nội tiếp.

Tương tự, tứ giác ABCI có:

$BAC = BIC = 90^0$

$\Rightarrow$ ABCI là tứ giác nội tiếp đường tròn.



b) Tứ giác ABNM nội tiếp suy ra $MNA = MBA$ (góc nội tiếp cùng chắn cung AM) (3).

Tứ giác MNCI nội tiếp suy ra $MNI = MCI$ (góc nội tiếp cùng chắn cung MI) (4).

Tứ giác ABCI nội tiếp suy ra $MBA = MCI$ (góc nội tiếp cùng chắn cung AI) (5).

Từ (3),(4),(5) suy ra $MNI = MNA \Rightarrow$ NM là tia phân giác của ANI.

c) ΔBNM và ΔBIC có chung góc B và $BNM = BIC = 90^0 \Rightarrow \Delta BNM \sim \Delta BIC$ (g.g) $\Rightarrow \dfrac{BN}{BM} = \dfrac{BI}{BC}$

$\Rightarrow\subset$ BM.BI = BN . BC .

Tương tự ta có: CM.CA = CN.CB.

Suy ra: BM.BI + CM.CA = BC^2 (6).

Áp dụng định lí Pitago cho tam giác ABC vuông tại A ta có:

$BC^2 = AB^2 + AC^2$ (7).

Từ (6) và (7) suy ra điều phải chứng minh.

Câu 5: A = $2x - 2\sqrt{xy} + y - 2\sqrt{x} + 3$.

Trước hết ta thấy biểu thức A có nghĩa khi và chỉ khi: $\begin{cases} x \geq 0 \\ xy \geq 0 \end{cases}$ (1).

Từ (1) ta thấy nếu x = 0 thì y nhận mọi giá trị tùy ý thuộc R (2).

Mặt khác, khi x = 0 thì A = y + 3 mà y có thể nhỏ tùy ý nên A cũng có thể nhỏ tùy ý. Vậy biểu thức A không có giá trị nhỏ nhất.

ĐỀ 1615

Câu 1: a) Tìm điều kiện của x biểu thức sau có nghĩa: $A = \sqrt{x - 1} + \sqrt{3 - x}$

b) Tính: $\dfrac{1}{3-\sqrt{5}} - \dfrac{1}{\sqrt{5}+1}$

Câu 2: Giải phương trình và bất phương trình sau:

a) $(x - 3)^2 = 4$

b) $\dfrac{x - 1}{2x + 1} < \dfrac{1}{2}$

Câu 3: Cho phương trình ẩn x: $x^2 - 2mx - 1 = 0$ (1)

a) Chứng minh rằng phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2.

b) Tìm các giá trị của m để: $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 7$.

Câu 4: Cho đường tròn (O;R) có đường kính AB. Vẽ dây cung CD vuông góc với AB (CD không đi qua tâm O). Trên tia đối của tia BA lấy điểm S; SC cắt (O; R) tại điểm thứ hai là M.

a) Chứng minh ΔSMA đồng dạng với ΔSBC.

b) Gọi H là giao điểm của MA và BC; K là giao điểm của MD và AB. Chứng minh BMHK là tứ giác nội tiếp và HK // CD.

c) Chứng minh: $OK.OS = R^2$.

Câu 5: Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^3 + 1 = 2y \\ y^3 + 1 = 2x \end{cases}$.

Câu 1: a) Biểu thức A có nghĩa $\Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 \ge 0 \\ 3 - x \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \le x \le 3$.

b) $\dfrac{1}{3-\sqrt{5}} - \dfrac{1}{\sqrt{5}+1} = \dfrac{3+\sqrt{5}}{\left(3-\sqrt{5}\right)\left(3+\sqrt{5}\right)} - \dfrac{\sqrt{5}-1}{\left(\sqrt{5}+1\right)\left(\sqrt{5}-1\right)}$

$= \dfrac{3+\sqrt{5}}{9-5} - \dfrac{\sqrt{5}-1}{5-1} = \dfrac{\left(3+\sqrt{5}\right)-\left(\sqrt{5}-1\right)}{4} = 1$.

Câu 2: a) $(x - 3)^2 = 4 \Leftrightarrow x - 3 = \pm 2 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 5 \\ x = 1 \end{array}\right.$.

Vậy phương trình có 2 nghiệm $x = 5$; $x = 1$

b) Đk: $x \ne -\dfrac{1}{2}$.

$$\frac{x-1}{2x+1} < \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{x-1}{2x+1} - \frac{1}{2} < 0 \Leftrightarrow \frac{(2x-2)-(2x+1)}{2(2x+1)} < 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-3}{2(2x+1)} < 0 \Leftrightarrow 2x+1>0 \Leftrightarrow x > -\frac{1}{2}.$$

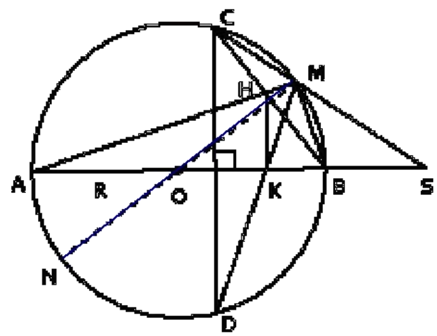
Câu 3: a) Ta có $\Delta' = m^2 + 1 > 0, \forall m \in R$. Do đó phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt.

b) Theo định lí Vi-ét thì: $x_1 + x_2 = 2m$ và $x_1.x_2 = -1$.

Ta có: $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 7 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 3x_1.x_2 = 7$

$\Leftrightarrow 4m^2 + 3 = 7 \Leftrightarrow m^2 = 1 \Leftrightarrow m = \pm 1$.

Câu 4:



a) ΔSBC và ΔSMA có:

$BSC = MSA$,

$SCB = SAM$

(góc nội tiếp cùng chắn MB).

$\Rightarrow \Delta SBC \sim \Delta SMA$.

b) Vì $AB \perp CD$ nên $AC = AD$.

Suy ra $MHB = MKB$ (vì cùng bằng $\frac{1}{2}(sdAD + sdMB) \Rightarrow$ tứ giác BMHK nội tiếp được đường tròn

$\Rightarrow HMB + HKB = 180^0$ (1).

Lại có: $HMB = AMB = 90^0$ (2)

(góc nội tiếp chắn nửa đường tròn).

Từ (1) và (2) suy ra $HKB = 90^0$, do đó HK // CD (cùng vuông góc với AB).

c) Vẽ đường kính MN, suy ra $MB = AN$.

Ta có: $OSM = ASC = \frac{1}{2}(\text{sđ}\,AC - \text{sđ}\,BM)$; $OMK = NMD = \frac{1}{2}\text{sđ}\,ND = \frac{1}{2}(\text{sđ}\,AD - \text{sđ}\,AN)$;

mà $AC = AD$ và $MB = AN$ nên suy ra $OSM = OMK$

$\Rightarrow \Delta OSM \sim \Delta OMK\ (g.g) \Rightarrow \frac{OS}{OM} = \frac{OM}{OK} \Rightarrow OK.OS = OM^2 = R^2$.

Câu 5: Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^3 + 1 = 2y\ (1) \\ y^3 + 1 = 2x\ (2) \end{cases}$

Lấy pt (1) trừ pt (2) ta được: $x^3 - y^3 = 2(y - x)$

$\Leftrightarrow (x - y)(x^2 - xy + y^2 + 2) = 0 \Leftrightarrow x - y = 0 \Leftrightarrow x = y.$

(do $x^2 - xy + y^2 + 2 = \left(x - \frac{y}{2}\right)^2 + \frac{3y^2}{4} + 2 > 0$)

Với x = y ta có phương trình: $x^3 - 2x + 1 = 0$

$\Leftrightarrow (x - 1)(x^2 + x - 1) = 0 \Leftrightarrow x = 1;\ x = \frac{-1+\sqrt{5}}{2};\ x = \frac{-1-\sqrt{5}}{2}$.

Vậy hệ đã cho có 3 nghiệm là: $(1;1), \left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2}; \frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right), \left(\frac{-1-\sqrt{5}}{2}; \frac{-1-\sqrt{5}}{2}\right)$.

ĐỀ 1616

Câu 1: a) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - 3y = -1 \end{cases}$

b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình: $3x^2 - x - 2 = 0$. Tính giá trị biểu thức: $P = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$.

Câu 2: Cho biểu thức $A = \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1} - \frac{\sqrt{a}}{a - \sqrt{a}}\right) : \frac{\sqrt{a}+1}{a - 1}$ với $a > 0$, $a \neq 1$

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tìm các giá trị của a để $A < 0$.

Câu 3: Cho phương trình ẩn x: $x^2 - x + 1 + m = 0$ (1)

a) Giải phương trình đã cho với m = 0.

b) Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn: $x_1x_2.(x_1x_2 - 2) = 3(x_1 + x_2)$.

Câu 4: Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB = 2R và tia tiếp tuyến Ax cùng phía với nửa đường tròn đối với AB. Từ điểm M trên Ax kẻ tiếp tuyến thứ hai MC với nửa đường tròn (C là tiếp điểm). AC cắt OM tại E; MB cắt nửa đường tròn (O) tại D (D khác B).

a) Chứng minh: AMCO và AMDE là các tứ giác nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh $ADE = ACO$.

c) Vẽ CH vuông góc với AB (H $\in$ AB). Chứng minh rằng MB đi qua trung điểm của CH.

Câu 5: Cho các số a, b, c $\in [0\,;\,1]$. Chứng minh rằng: $a + b^2 + c^3 - ab - bc - ca \le 1$.

Câu 1:

a) $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - 3y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x + 3y = 15 \\ x - 3y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x = 14 \\ y = 5 - 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$

b) Phương trình $3x^2 - x - 2 = 0$ có các hệ số a và c trái dấu nên luôn có hai nghiệm phân biệt $x_1$và x_2.

Theo hệ thức Vi-ét ta có: $x_1 + x_2 = \dfrac{1}{3}$ và $x_1.x_2 = -\dfrac{2}{3}$.

Do đó $P = \dfrac{1}{x_1} + \dfrac{1}{x_2} = \dfrac{x_2 + x_1}{x_1 x_2} = \dfrac{1}{3} : \left(-\dfrac{2}{3}\right) = -\dfrac{1}{2}$.

Câu 2:

a) $A = \left(\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{a} - 1} - \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}(\sqrt{a} - 1)}\right) : \dfrac{\sqrt{a} + 1}{(\sqrt{a} - 1)(\sqrt{a} + 1)} = \left(\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{a} - 1} - \dfrac{1}{(\sqrt{a} - 1)}\right).\left(\sqrt{a} - 1\right) = \sqrt{a} - 1$

b) $A < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0,\ a \neq 1 \\ \sqrt{a} < 1 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < a < 1$.

Câu 3: a) Với m = 0 ta có phương trình $x^2 - x + 1 = 0$

Vì $\Delta = -3 < 0$ nên phương trình trên vô nghiệm.

b) Ta có: $\Delta = 1 - 4(1 + m) = -3 - 4m$.

Để phương trình có nghiệm thì $\Delta \ge 0 \Leftrightarrow -3 - 4m \ge 0 \Leftrightarrow 4m \le -3 \Leftrightarrow m \le \dfrac{-3}{4}$ (1).

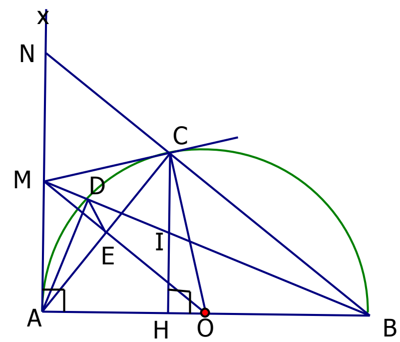
Theo hệ thức Vi-ét ta có: $x_1 + x_2 = 1$ và $x_1.x_2 = 1 + m$

Thay vào đẳng thức: $x_1x_2.(x_1x_2 - 2) = 3(x_1 + x_2)$, ta được:

$(1 + m)(1 + m - 2) = 3 \Leftrightarrow m^2 = 4 \Leftrightarrow m = \pm 2$.

Đối chiếu với điều kiện (1) suy ra chỉ có m = -2 thỏa mãn.

Câu 4:



a) Vì MA, MC là tiếp tuyến nên:

$MAO = MCO = 90^0$

$\Rightarrow$ AMCO là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính MO.

$ADB = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow ADM = 90^0$ (1)

Lại có: OA = OC = R; MA = MC (tính chất tiếp tuyến). Suy ra OM là đường trung trực của AC

$\Rightarrow AEM = 90^0$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra MADE là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính MA.

b) Tứ giác AMDE nội tiếp suy ra: $ADE = AME = AMO$ (góc nội tiếp cùng chắn cung AE) (3)

Tứ giác AMCO nội tiếp suy ra: $AMO = ACO$ (góc nội tiếp cùng chắn cung AO) (4).

Từ (3) và (4) suy ra $ADE = ACO$

c) Tia BC cắt Ax tại N. Ta có $ACB = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow ACN = 90^0$, suy ra ΔACN vuông tại C. Lại có MC = MA nên suy ra được MC = MN, do đó MA = MN (5).

Mặt khác ta có CH // NA (cùng vuông góc với AB) nên theo định lí Ta-lét thì $\frac{IC}{MN} = \frac{IH}{MA}\left(= \frac{BI}{BM}\right)$ (6).

Từ (5) và (6) suy ra IC = IH hay MB đi qua trung điểm của CH.

Câu 5: Vì b, c $\in [0;1]$ nên suy ra $b^2 \le b;\ c^3 \le c$. Do đó:

$a + b^2 + c^3 – ab – bc – ca \le a + b + c – ab – bc – ca$ (1).

Lại có: $a + b + c – ab – bc – ca = (a – 1)(b – 1)(c – 1) – abc + 1$ (2)

Vì a, b, c $\in [0\ ;\ 1]$ nên $(a – 1)(b – 1)(c – 1) \le 0\ ;\ – abc \le 0$

Do đó từ (2) suy ra $a + b + c – ab – bc – ca \le 1$ (3).

Từ (1) và (3) suy ra $a + b^2 + c^3 – ab – bc – ca \le 1$.

ĐỀ 1617

Câu 1: a) Cho hàm số y = $\left(\sqrt{3}-2\right)x + 1$. Tính giá trị của hàm số khi x = $\sqrt{3}+2$.

b) Tìm m để đường thẳng y = 2x – 1 và đường thẳng y = 3x + m cắt nhau tại một điểm nằm trên trục hoành.

Câu 2: a) Rút gọn biểu thức: $A = \left(\dfrac{3\sqrt{x}+6}{x-4}+\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}\right):\dfrac{x-9}{\sqrt{x}-3}$ với $x \geq 0, x \neq 4, x \neq 9$.

b) Giải phương trình: $\dfrac{x^2-3x+5}{(x+2)(x-3)}=\dfrac{1}{x-3}$

Câu 3: Cho hệ phương trình: $\begin{cases}3x - y = 2m - 1\\ x + 2y = 3m + 2\end{cases}$ (1)

a) Giải hệ phương trình đã cho khi m = 1.

b) Tìm m để hệ (1) có nghiệm (x; y) thỏa mãn: $x^2 + y^2 = 10$.

Câu 4: Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB. Lấy điểm M thuộc đoạn thẳng OA, điểm N thuộc nửa đường tròn (O). Từ A và B vẽ các tiếp tuyến Ax và By. Đường thẳng qua N và vuông góc với NM cắt Ax, By thứ tự tại C và D.

a) Chứng minh ACNM và BDNM là các tứ giác nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh ΔANB đồng dạng với ΔCMD.

c) Gọi I là giao điểm của AN và CM, K là giao điểm của BN và DM. Chứng minh IK //AB.

Câu 5: Chứng minh rằng: $\dfrac{a+b}{\sqrt{a(3a+b)}+\sqrt{b(3b+a)}} \geq \dfrac{1}{2}$ với a, b là các số dương.

Câu 1: a) Thay x = $\sqrt{3}+2$ vào hàm số ta được:

$y = \left(\sqrt{3}-2\right)\left(\sqrt{3}+2\right)+1=\left(\sqrt{3}\right)^2-2^2+1=0$.

b) Đường thẳng y = 2x – 1 cắt trục hoành tại điểm có hoành độ x = $\dfrac{1}{2}$; còn đường thẳng y = 3x + m cắt trục hoành tại điểm có hoành độ x = $-\dfrac{m}{3}$. Suy ra hai đường thẳng cắt nhau tại một điểm trên trục hoành $\Leftrightarrow -\dfrac{m}{3}=\dfrac{1}{2} \Rightarrow m = \dfrac{-3}{2}$.

Câu 2: a) $A = \left(\dfrac{3\sqrt{x}+6}{x-4}+\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}\right):\dfrac{x-9}{\sqrt{x}-3}$

$$=\left(\frac{3(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}+\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}\right):\frac{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}{\sqrt{x}-3}$$

$$=\left(\frac{3+\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}\right).\frac{1}{\sqrt{x}+3}=\frac{1}{\sqrt{x}-2}$$, với $x \geq 0, x \neq 4, x \neq 9$.

b) Điều kiện: $x \neq 3$ và $x \neq -2$ (1).

$$(1) \Leftrightarrow \frac{x^2-3x+5}{(x+2)(x-3)}=\frac{1}{x-3} \Leftrightarrow \frac{x^2-3x+5}{(x+2)(x-3)}=\frac{x+2}{(x+2)(x-3)} \Leftrightarrow x^2-3x+5=x+2$$

$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0$. Giải ra ta được: $x_1 = 1$ (thỏa mãn); $x_2 = 3$ (loại do (1)).

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $x = 1$.

Câu 3: a) Thay $m = 1$ vào hệ đã cho ta được:

$$\begin{cases} 3x - y = 1 \\ x + 2y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 2y = 2 \\ x + 2y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x = 7 \\ x + 2y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}.$$

Vậy phương trình có nghiệm (1; 2).

b) Giải hệ đã cho theo m ta được:

$$\begin{cases} 3x - y = 2m - 1 \\ x + 2y = 3m + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 2y = 4m - 2 \\ x + 2y = 3m + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x = 7m \\ x + 2y = 3m + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ y = m + 1 \end{cases}$$

Nghiệm của hệ đã cho thỏa mãn $x^2 + y^2 = 10$

$\Leftrightarrow m^2 + (m + 1)^2 = 10 \Leftrightarrow 2m^2 + 2m - 9 = 0$.

Giải ra ta được: $m_1 = \dfrac{-1+\sqrt{19}}{2}; m_2 = \dfrac{-1-\sqrt{19}}{2}$.

Câu 4:

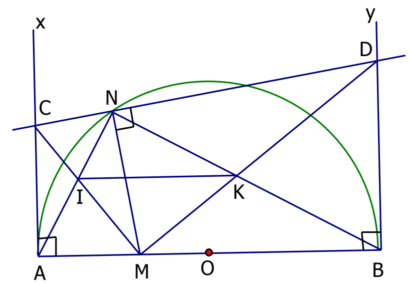
a) Tứ giác ACNM có: $MNC = 90^0$ (gt) $MAC = 90^0$ (tínhchất tiếp tuyến).

$\Rightarrow$ ACNM là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính MC. Tương tự tứ giác BDNM nội tiếp đường tròn đường kính MD.

b) ΔANB và ΔCMD có:

$ABN = CDM$ (do tứ giác BDNM nội tiếp)

$BAN = DCM$ (do tứ giác ACNM nội tiếp) $\Rightarrow \Delta ANB \sim \Delta CMD$ (g.g)



c) $\Delta ANB \sim \Delta CMD \Rightarrow$

$CMD = ANB = 90^0$ (do ANB là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O)).

Suy ra $IMK = INK = 90^0 \Rightarrow$ IMKN là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính IK

$\Rightarrow IKN = IMN$ (1).

Tứ giác ACNM nội tiếp

$\Rightarrow IMN = NAC$ (góc nội tiếp cùng chắn cung NC) (2).

Lại có: $NAC = ABN = (\frac{1}{2}$ sđ AN) (3).

Từ (1), (2), (3) suy ra $IKN = ABN \Rightarrow$ IK // AB (đpcm).

Câu 5: Ta có: $\dfrac{a+b}{\sqrt{a(3a+b)}+\sqrt{b(3b+a)}} = \dfrac{2(a+b)}{\sqrt{4a(3a+b)}+\sqrt{4b(3b+a)}}$ (1)

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho các số dương ta được:

$\sqrt{4a(3a+b)} \le \dfrac{4a+(3a+b)}{2} = \dfrac{7a+b}{2}$ (2)

$\sqrt{4b(3b+a)} \le \dfrac{4b+(3b+a)}{2} = \dfrac{7b+a}{2}$ (3)

Từ (2) và (3) suy ra: $\sqrt{4a(3a+b)}+\sqrt{4b(3b+a)} \le 4a+4b$ (4)

Từ (1) và (4) suy ra:

$\dfrac{a+b}{\sqrt{a(3a+b)}+\sqrt{b(3b+a)}} \ge \dfrac{2(a+b)}{4a+4b} = \dfrac{1}{2}$. Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi a = b.

ĐỀ 1618

Câu 1:

a) $A = 3\sqrt{8} - \sqrt{50} - \sqrt{\left(\sqrt{2}-1\right)^2} = 6\sqrt{2} - 5\sqrt{2} - \left|\sqrt{2}-1\right| = \sqrt{2} - \left(\sqrt{2}-1\right) = 1$

b) $B = \dfrac{2}{x-1}.\sqrt{\dfrac{x^2-2x+1}{4x^2}} = \dfrac{2}{x-1}\sqrt{\dfrac{(x-1)^2}{2^2x^2}} = \dfrac{2}{x-1}.\dfrac{|x-1|}{2|x|}$

Vì 0 < x < 1 nên $|x - 1| = -(x - 1)$; $|x| = x \Rightarrow B = \dfrac{-2(x-1)}{2x(x-1)} = -\dfrac{1}{x}$.

Câu 2: a) $\begin{cases} 2(x-1)+y=3 \\ x-3y=-8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+y=5 \\ 2x-6y=-16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+y=5 \\ 7y=21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases}$

b) $x + 3\sqrt{x} - 4 = 0$

Đặt $\sqrt{x} = t$ $(t \geq 0)$ (1)

Khi đó phương trình đã cho trở thành: $t^2 + 3t - 4 = 0$ (2)

Phương trình (2) có tổng các hệ số bằng 0; suy ra (2) có hai nghiệm: $t_1 = 1$ (thỏa mãn (1)); $t_2 = -4$ (loại do (1)).

Thay $t_1 = 1$ vào (1) suy ra x = 1 là nghiệm của phương trình đã cho.

Câu 3: Gọi x là số sản phẩm loại I mà xí nghiệp sản xuất được trong 1 giờ(x > 0).

Suy ra số sản phẩm loại II sản xuất được trong một giờ là x + 10.

Thời gian sản xuất 120 sản phẩm loại I là $\dfrac{120}{x}$ (giờ)

Thời gian sản xuất 120 sản phẩm loại II là $\dfrac{120}{x+10}$ (giờ)

Theo bài ra ta có phương trình: $\dfrac{120}{x} + \dfrac{120}{x+10} = 7$ (1)

Giải phương trình (1) ta được $x_1 = 30$ (thỏa mãn); $x_2 = \dfrac{-40}{7}$ (loại).

Vậy mỗi giờ xí nghiệp sản xuất được 30 sản phẩm loại I và 40 sản phẩm loại II.

Câu 4:

a) Ta có ABC và ABD lần lượt là các góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O) và (O') $\Rightarrow ABC = ABD = 90^0$

Suy ra C, B, D thẳng hàng.

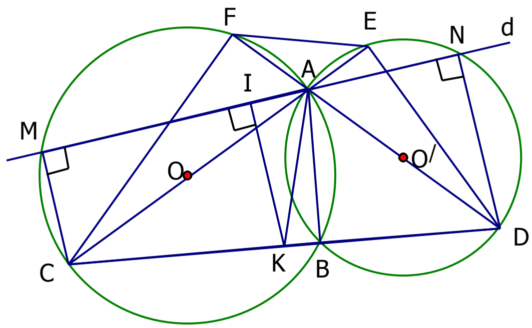
b) Xét tứ giác CDEF có:

$CFD = CFA = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O))

$CED = AED = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O')

$\Rightarrow CFD = CED = 90^0$ suy ra

CDEF là tứ giác nội tiếp.



c) Ta có $CMA = DNA = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn); suy ra CM // DN hay CMND là hình thang.

Gọi I, K thứ tự là trung điểm của MN và CD. Khi đó IK là đường trung bình của hình thang CMND. Suy ra IK // CM // DN (1) và CM + DN = 2.IK (2)

Từ (1) suy ra IK $\perp$ MN $\Rightarrow$ IK $\leq$ KA (3) (KA là hằng số do A và K cố định).

Từ (2) và (3) suy ra: CM + DN $\leq$ 2KA. Dấu “ = ” xảy ra khi và chỉ khi IK = AK $\Leftrightarrow$ d $\perp$ AK tại A.

Vậy khi đường thẳng d vuông góc AK tại A thì (CM + DN) đạt giá trị lớn nhất bằng 2KA.

Câu 5: Ta có:

$$\left(x+\sqrt{x^2+2011}\right)\left(y+\sqrt{y^2+2011}\right)=2011 \qquad (1)\ (gt)$$

$$\left(x+\sqrt{x^2+2011}\right)\left(x-\sqrt{x^2+2011}\right)=-2011 \qquad (2)$$

$$\left(y+\sqrt{y^2+2011}\right)\left(y-\sqrt{y^2+2011}\right)=-2011 \qquad (3)$$

Từ (1) và (2) suy ra:

$$\left(y+\sqrt{y^2+2011}\right)=-\left(x-\sqrt{x^2+2011}\right) \qquad (4)$$

Từ (1) và (3) suy ra:

$$\left(x+\sqrt{x^2+2011}\right)=-\left(y-\sqrt{y^2+2011}\right) \qquad (5)$$

Cộng (4) và (5) theo từng vế và rút gọn ta được:

$x + y = -(x + y) \Rightarrow 2(x + y) = 0 \Rightarrow x + y = 0.$

ĐỀ 1619

Câu 1: 1) Rút gọn biểu thức:

$$A = \left(\frac{1 - a\sqrt{a}}{1 - \sqrt{a}} + \sqrt{a}\right)\left(\frac{1 - \sqrt{a}}{1 - a}\right)^2 \text{ với } a \geq 0 \text{ và } a \neq 1.$$

2) Giải phương trình: $2x^2 - 5x + 3 = 0$

Câu 2: 1) Với giá trị nào của k, hàm số $y = (3 - k)x + 2$ nghịch biến trên R.

2) Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} 4x + y = 5 \\ 3x - 2y = -12 \end{cases}$$

Câu 3: Cho phương trình $x^2 - 6x + m = 0$.

1) Với giá trị nào của m thì phương trình có 2 nghiệm trái dấu.

2) Tìm m để phương trình có 2 nghiệm x_1, x_2 thoả mãn điều kiện $x_1 - x_2 = 4$.

Câu 4: Cho đường tròn (O; R), đường kính AB. Dây BC = R. Từ B kẻ tiếp tuyến Bx với đường tròn. Tia AC cắt Bx tại M. Gọi E là trung điểm của AC.

1) Chứng minh tứ giác OBME nội tiếp đường tròn.

2) Gọi I là giao điểm của BE với OM. Chứng minh: IB.IE = IM.IO.

Câu 5: Cho $x > 0$, $y > 0$ và $x + y \geq 6$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức :

$$P = 3x + 2y + \frac{6}{x} + \frac{8}{y}.$$

Câu 1: 1) Rút gọn

$$A = \left[\frac{\left(1 - \sqrt{a}\right)\left(1 + \sqrt{a} + a\right)}{1 - \sqrt{a}} + \sqrt{a}\right]\left[\frac{1 - \sqrt{a}}{\left(1 - \sqrt{a}\right)\left(1 + \sqrt{a}\right)}\right]^2$$

$$= \left(1 + 2\sqrt{a} + a\right).\frac{1}{\left(1 + \sqrt{a}\right)^2} = \left(1 + \sqrt{a}\right)^2.\frac{1}{\left(1 + \sqrt{a}\right)^2} = 1.$$

2) Giải phương trình: $2x^2 - 5x + 3 = 0$

Phương trình có tổng các hệ số bằng 0 nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt $x_1 = 1$, $x_2 = \frac{3}{2}$.

Câu 2: 1) Hàm số nghịch biến khi trên R khi và chỉ khi $3 - k < 0 \Leftrightarrow k > 3$

2) Giải hệ: $\begin{cases} 4x + y = 5 \\ 3x - 2y = -12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x + 2y = 10 \\ 3x - 2y = -12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11x = -2 \\ 4x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{-2}{11} \\ y = \dfrac{63}{11} \end{cases}$

Câu 3: 1) Phương trình có 2 nghiệm trái dấu khi: $m < 0$

2) Phương trình có 2 nghiệm x_1, x_2 $\Leftrightarrow \Delta' = 9 - m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 9$

Theo hệ thứcViét ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 6 & (1) \\ x_1 \cdot x_2 = m & (2) \end{cases}$

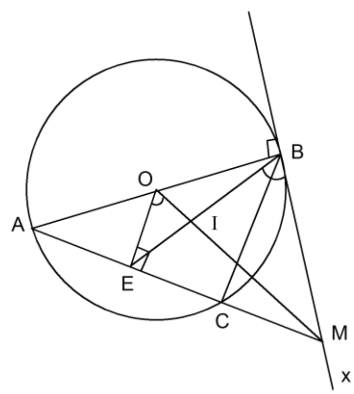
Theo yêu cầu của bài ra $x_1 - x_2 = 4$ (3)

Từ (1) và (3) $\Rightarrow x_1 = 5$, thay vào (1) $\Rightarrow x_2 = 1$

Suy ra $m = x_1.x_2 = 5$ (thoả mãn)

Vậy $m = 5$ là giá trị cần tìm.

Câu 4:



a) Ta có E là trung điểm của AC$\Rightarrow$ OE $\perp$ AC hay OEM = 90^0.

Ta có Bx $\perp$ AB $\Rightarrow$ ABx $=90^0$.

nên tứ giác CBME nội tiếp.

b) Vì tứ giác OEMB nội tiếp $\Rightarrow$ OMB = OEB (cung chắn OB), EOM = EBM (cùng chắn cung EM) $\Rightarrow \Delta$ EIO ~ Δ MIB (g.g)$\Rightarrow$ IB.IE = M.IO

Câu 5: Ta có : $P = 3x + 2y + \frac{6}{x} + \frac{8}{y} = (\frac{3}{2}x + \frac{3}{2}y) + (\frac{3}{2}x + \frac{6}{x}) + (\frac{y}{2} + \frac{8}{y})$

Do $\frac{3}{2}x + \frac{3}{2}y = \frac{3}{2}(x + y) \geq \frac{3}{2} . 6 = 9.$

$\frac{3x}{2} + \frac{6}{x} \geq 2\sqrt{\frac{3x}{2} . \frac{6}{x}} = 6$, $\frac{y}{2} + \frac{8}{y} \geq 2\sqrt{\frac{y}{2} . \frac{8}{y}} = 4$

Suy ra $P \geq 9 + 6 + 4 = 19$

Dấu bằng xẩy ra khi $\begin{cases} x + y = 6 \\ \dfrac{3x}{2} = \dfrac{6}{x} \\ \dfrac{y}{2} = \dfrac{8}{y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$

Vậy min P = 19.

ĐỀ 1620

Câu 1: Tính gọn biểu thức:

1) $A = \sqrt{20} - \sqrt{45} + 3\sqrt{18} + \sqrt{72}$.

2) $B = \left(1 + \dfrac{a + \sqrt{a}}{\sqrt{a} + 1}\right)\left(1 + \dfrac{a - \sqrt{a}}{1 - \sqrt{a}}\right)$ với $a \geq 0, a \neq 1$.

Câu 2: 1) Cho hàm số $y = ax^2$, biết đồ thị hàm số đi qua điểm A (- 2 ; -12). Tìm a.

2) Cho phương trình: $x^2 + 2(m + 1)x + m^2 = 0$. (1)

a. Giải phương trình với m = 5

b. Tìm m để phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt, trong đó có 1 nghiệm bằng - 2.

Câu 3: Một thửa ruộng hình chữ nhật, nếu tăng chiều dài thêm 2m, chiều rộng thêm 3m thì tích tăng thêm $100m^2$. Nếu giảm cả chiều dài và chiều rộng đi 2m thì diện tích giảm đi $68m^2$. diện tích thửa ruộng đó.

Câu 4: Cho tam giác ABC vuông ở A. Trên cạnh AC lấy 1 điểm M, dựng đường tròn tâm (O đường kính MC. Đường thẳng BM cắt đường tròn tâm (O) tại D, đường thẳng AD cắt đường tâm (O) tại S.

1) Chứng minh tứ giác ABCD là tứ giác nội tiếp và CA là tia phân giác của góc $\widehat{BCS}$.

2) Gọi E là giao điểm của BC với đường tròn (O). Chứng minh các đường thẳng BA, CD đồng quy.

3) Chứng minh M là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ADE.

Câu 5: Giải phương trình.

$$\sqrt{x^2 - 3x + 2} + \sqrt{x + 3} = \sqrt{x - 2} + \sqrt{x^2 + 2x - 3}$$

$= \left(1 + \dfrac{\sqrt{a}(\sqrt{a} + 1)}{\sqrt{a} + 1}\right)\left(1 - \dfrac{\sqrt{a}(\sqrt{a} - 1)}{\sqrt{a} - 1}\right) = (1 + \sqrt{a})(1 - \sqrt{a}) = 1 - a$

Câu 2: 1) Đồ thị hàm số đi qua điểm M (- 2; -12) nên ta có: $-12 = a.(-2)^2 \Leftrightarrow 4a = -12$
$\Leftrightarrow a = -3$. Khi đó hàm số là $y = -3x^2$.

2) a) Với m = 5 ta có phương trình: $x^2 + 12x + 25 = 0$.

$\Delta' = 6^2 - 25 = 36 - 25 = 11$

$x_1 = -6 - \sqrt{11}$; $x_2 = -6 + \sqrt{11}$

b) Phương trình có 2 nghiệm phân biệt khi:

$\Delta' > 0 \Leftrightarrow (m+1)^2 - m^2 > 0 \Leftrightarrow 2m + 1 > 0 \Leftrightarrow m > \frac{-1}{2}$ (*)

Phương trình có nghiệm x = - 2 $\Leftrightarrow 4 - 4(m+1) + m^2 = 0$

$\Leftrightarrow m^2 - 4m = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = 4 \end{array}\right.$ (thoả mãn điều kiện (*))

Vậy m = 0 hoặc m = 4 là các giá trị cần tìm.

Câu 3:

Gọi chiều dài của thửa ruộng là x, chiều rộng là y. (x, y > 0, x tính bằng m)

Diện tích thửa ruộng là x.y

Nếu tăng chiều dài thêm 2m, chiều rộng thêm 3 m thì diện tích thửa ruộng lúc này là: (x + 2
(y + 3)

Nếu giảm cả chiều dài và chiều rộng 2m thì diện tích thửa ruộng còn lại là (x-2) (y-2).

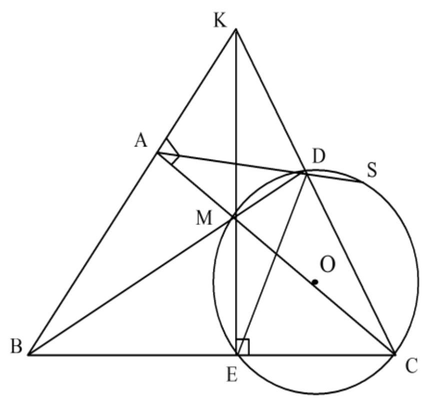
Theo bài ra ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} (x+2)(y+3) = xy + 100 \\ (x-2)(y-2) = xy - 68 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} xy + 3x + 2y + 6 = xy + 100 \\ xy - 2x - 2y + 4 = xy - 68 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2y = 94 \\ 2x + 2y = 72 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 22 \\ x + y = 36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 22 \\ y = 14 \end{cases}.$$

Vậy diện tích thửa ruộng là: S = 22 .14= 308 (m^2).



Câu 4: 1) Ta có $BAC = 90^0$ (gt)

$MDC = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

A, D nhìn BC dưới góc 90^0, tứ giác ABCD nội tiếp

Vì tứ giác ABCD nội tiếp.$\Rightarrow ADB = ACB$ (cùng chắn cung AB). (1)

Ta có tứ giác DMCS nội tiếp$\Rightarrow ADB = ACS$ (cùng bù với MDS). (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow BCA = ACS$.

2) Giả sử BA cắt CD tại K. Ta có BD $\perp$ CK, CA $\perp$ BK.

$\Rightarrow$ M là trực tâm ΔKBC. Mặt khác $MEC = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Rightarrow$ K, M, E thẳng hàng, hay BA, EM, CD đồng quy tại K.

3) Vì tứ giác ABCD nội tiếp $\Rightarrow DAC = DBC$ (cùng chắn DC). (3)

Mặt khác tứ giác BAME nội tiếp $\Rightarrow MAE = MBE$ (cùng chắn ME). (4)

Từ (3) và (4) $\Rightarrow$ $DAM = MAE$ hay AM là tia phân giác DAE.
Chứng minh tương tự: $ADM = MDE$ hay DM là tia phân giác ADE.
Vậy M là tâm đường tròn nội tiếp ΔADE.

Câu 5: Ta có: $x^2 - 3x + 2 = (x - 1)(x - 2)$, $x^2 + 2x - 3 = (x - 1)(x + 3)$
Điều kiện: $x \geq 2$ (*)
Phương trình đã cho $\Leftrightarrow \sqrt{(x - 1)(x - 2)} - \sqrt{(x - 1)(x + 3)} + \sqrt{x + 3} - \sqrt{x - 2} = 0$

$\Leftrightarrow \sqrt{x - 1}\,(\sqrt{x - 2} - \sqrt{x + 3}) - (\sqrt{x - 2} - \sqrt{x + 3}) = 0$

$\Leftrightarrow \left(\sqrt{x - 2} - \sqrt{x + 3}\right)\left(\sqrt{x - 1} - 1\right) = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{x - 2} = \sqrt{x + 3} \quad (VN) \\ \sqrt{x - 1} - 1 = 0\end{array}\right. \Leftrightarrow x = 2$ (thoả mãn đk (*))

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất là $x = 2$.

ĐỀ 1621

Câu 1: Cho biểu thức: $P = \left(\dfrac{a\sqrt{a} - 1}{a - \sqrt{a}} - \dfrac{a\sqrt{a} + 1}{a + \sqrt{a}}\right) : \dfrac{a + 2}{a - 2}$ với $a > 0, a \neq 1, a \neq 2$.

1) Rút gọn P.
2) Tìm giá trị nguyên của a để P có giá trị nguyên.

Câu 2: 1) Cho đường thẳng d có phương trình: $ax + (2a - 1)y + 3 = 0$
Tìm a để đường thẳng d đi qua điểm M (1, -1). Khi đó, hãy tìm hệ số góc của đường thẳng d.

2) Cho phương trình bậc 2: $(m - 1)x^2 - 2mx + m + 1 = 0$.
a) Tìm m, biết phương trình có nghiệm $x = 0$.
b) Xác định giá trị của m để phương trình có tích 2 nghiệm bằng 5, từ đó hãy tính tổng 2 nghiệm của phương trình.

Câu 3: Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} 4x + 7y = 18 \\ 3x - y = 1 \end{cases}$$

Câu 4: Cho ΔABC cân tại A, I là tâm đường tròn nội tiếp, K là tâm đường tròn bàng tiếp góc A, O là trung điểm của IK.

1) Chứng minh 4 điểm B, I, C, K cùng thuộc một đường tròn tâm O.
2) Chứng minh AC là tiếp tuyến của đường tròn tâm (O).
3) Tính bán kính của đường tròn (O), biết AB = AC = 20cm, BC = 24cm.

Câu 5: Giải phương trình: $x^2 + \sqrt{x + 2010} = 2010$.

Câu 1:

1) Điều kiện: $a \ge 0,\ a \ne 1, a \ne 2$

Ta có: $P = \left[\dfrac{(\sqrt{a}-1)(a+\sqrt{a}+1)}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)} - \dfrac{(\sqrt{a}+1)(a-\sqrt{a}+1)}{\sqrt{a}(\sqrt{a}+1)}\right] : \dfrac{a+2}{a-2}$

$= \dfrac{a+\sqrt{a}+1-a+\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}} : \dfrac{a+2}{a-2} = \dfrac{2(a-2)}{a+2}$

2) Ta có: $P = \dfrac{2a-4}{a+2} = \dfrac{2a+4-8}{a+2} = 2 - \dfrac{8}{a+2}$

P nhận giá trị nguyên khi và chỉ khi $8 \vdots (a+2)$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a+2 = \pm 1 \\ a+2 = \pm 2 \\ a+2 = \pm 4 \\ a+2 = \pm 8 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = -1;\ a = -3 \\ a = 0\ ;\ a = -4 \\ a = 2\ ;\ a = -6 \\ a = 6\ ;\ a = -10 \end{array}\right.$

Câu 2:

1) Đường thẳng đi qua điểm M (1; -1) khi a + (2a - 1) . (- 1) + 3 = 0

$\Leftrightarrow a - 2a + 4 = 0 \Leftrightarrow a = 4$

Suy ra đường thẳng đó là $4x + 7y + 3 = 0 \Leftrightarrow 7y = -4x - 3 \Leftrightarrow y = \dfrac{-4}{7}x - \dfrac{3}{7}$

nên hệ số góc của đường thẳng là $\dfrac{-4}{7}$

2) a) Phương trình có nghiệm x = 0 nên: $m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = -1$.

b) Phương trình có 2 nghiệm khi:

$\Delta' = m^2 - (m-1)(m+1) \ge 0 \Leftrightarrow m^2 - m^2 + 1 \ge 0$, đúng $\forall m$.

Ta có $x_1.x_2 = 5 \Leftrightarrow \dfrac{m+1}{m-1} = 5 \Leftrightarrow m + 1 = 5m - 5 \Leftrightarrow 4m = 6 \Leftrightarrow m = \dfrac{3}{2}$.

Với $m = \dfrac{3}{2}$ ta có phương trình : $\dfrac{1}{2}x^2 - 3x + \dfrac{5}{2} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 5 = 0$

Khi đó $x_1 + x_2 = \dfrac{-b}{a} = 6$

Câu 3: Hệ đã cho $\Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 7y = 18 \\ 21x - 7y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 25x = 25 \\ 3x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$.

Câu 4:

1) Theo giả thiết ta có:

$B_1 = B_2$, $B_3 = B_4$

Mà

$B_1 + B_2 + B_3 + B_4 = 180^0$

$B_2 + B_3 = 90^0$

Tương tự $C_2 + C_3 = 90^0$

Xét tứ giác BICK có

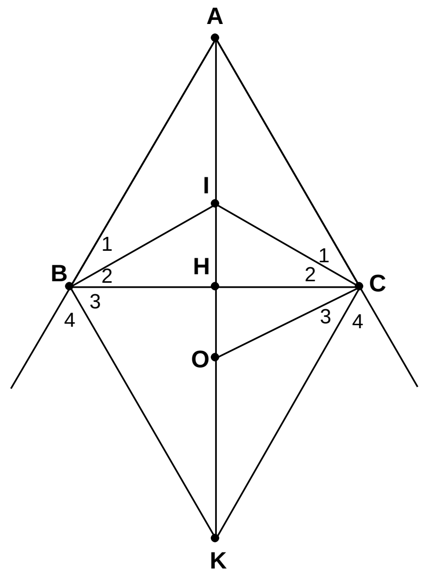
$B + C = 180^0$

$\Rightarrow$ 4 điểm B, I, C, K thuộc đường tròn tâm O đường kính IK.

2) Nối CK ta có OI = OC = OK (vì ΔICK vuông tại C)$\Rightarrow$ Δ IOC cân tại O

$\Rightarrow$ $OIC = ICO$. (1)

Ta lại có $C_1 = C_2$ (gt). Gọi H là giao điểm của AI với BC.



Ta có AH $\perp$ BC. (Vì Δ ABC cân tại A).

Trong Δ IHC có $HIC + ICH = 90^0$ $\Rightarrow$ $OCI + ICA = 90^0$.

Hay $ACO = 90^0$ hay AC là tiếp tuyến của đường tròn tâm (O).

3) Ta có BH = CH = 12 (cm).

Trong Δ vuông ACH có $AH^2 = AC^2 - CH^2 = 20^2 - 12^2 = 256 \Rightarrow AH = 16$

Trong tam giác ACH, CI là phân giác góc C ta có:

$$\frac{IA}{IH} = \frac{AC}{CH} \Rightarrow \frac{AH - IH}{IH} = \frac{AC}{CH} = \frac{20}{12} = \frac{5}{3} \Rightarrow (16 - IH) . 3 = 5 . IH \Rightarrow IH = 6$$

Trong Δ vuông ICH có $IC^2 = IH^2 + HC^2 = 6^2 + 12^2 = 180$

Trong Δ vuông ICK có $IC^2 = IH . IK$

$$\Rightarrow IK = \frac{IC^2}{IH} = \frac{180}{6} = 30 ,\ OI = OK = OC = 15 \text{ (cm)}$$

Câu 5:

Ta có $x^2 + \sqrt{x + 2010} = 2010$ (1) Điều kiện: $x \geq - 2010$

$(1) \Leftrightarrow x^2 + x + \frac{1}{4} - x - 2010 + \sqrt{x + 2010} - \frac{1}{4} = 0$

$\Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \left(\sqrt{x + 2010} - \frac{1}{2}\right)^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x + \frac{1}{2} = \sqrt{x + 2010} - \frac{1}{2}. & (2) \\ x + \frac{1}{2} = -\sqrt{x + 2010} + \frac{1}{2}. & (3) \end{array}\right.$

Giải (2) : $(2) \Leftrightarrow \begin{cases} x + 1 \geq 0 \\ (x+1)^2 = x + 2010 \quad (4) \end{cases}$

$(4) \Leftrightarrow (x + 1)^2 = x + 2010 \Leftrightarrow x^2 + x - 2009 = 0$

$\Delta = 1 + 4 . 2009 = 8037$

$x_1 = \frac{-1 + \sqrt{8037}}{2}$; $x_2 = \frac{-1 - \sqrt{8037}}{2}$ (loại)

Giải (3): $(3) \Leftrightarrow x = -\sqrt{x + 2010} \Leftrightarrow \begin{cases} -2010 \leq x \leq 0 \\ x^2 = x + 2010 \quad (5) \end{cases}$

$(5) \Leftrightarrow x^2 - x - 2010 = 0 . \Delta = 1 + 4 . 2010 = 8041$,

$x_1 = \frac{1 + \sqrt{8041}}{2}$; $x_2 = \frac{1 - \sqrt{8041}}{2}$ (loại nghiệm x_1)

Vậy phương tình có 2 nghiệm: $x = \frac{-1 + \sqrt{8037}}{2}$; $x = \frac{1 - \sqrt{8041}}{2}$.

ĐỀ 1622

Câu 1: Cho biểu thức

$$P = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 2} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2} + \frac{2 + 5\sqrt{x}}{4 - x} \text{ với } x \geq 0, x \neq 4.$$

1) Rút gọn P.

2) Tìm x để P = 2.

Câu 2: Trong mặt phẳng, với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng d có phương trình: $y = (m - 1)x + n$.

1) Với giá trị nào của m và n thì d song song với trục Ox.

2) Xác định phương trình của d, biết d đi qua điểm A(1; - 1) và có hệ số góc bằng -3.

Câu 3: Cho phương trình: $x^2 - 2(m - 1)x - m - 3 = 0$ (1)

1) Giải phương trình với m = -3

2) Tìm m để phương trình (1) có 2 nghiệm thoả mãn hệ thức $x_1^2 + x_2^2 = 10$.

3) Tìm hệ thức liên hệ giữa các nghiệm không phụ thuộc giá trị của m.

Câu 4: Cho tam giác ABC vuông ở A (AB > AC), đường cao AH. Trên nửa mặt phẳng bờ BC chứa điểm A, vẽ nửa đường tròn đường kính BH cắt AB tại E, nửa đường tròn đường kính HC cắt AC tại F. Chứng minh:

1) Tứ giác AFHE là hình chữ nhật.
2) Tứ giác BEFC là tứ giác nội tiếp đường tròn.
3) EF là tiếp tuyến chung của 2 nửa đường tròn đường kính BH và HC.

Câu 5: Các số thực x, a, b, c thay đổi, thỏa mãn hệ:

$$\begin{cases} x + a + b + c = 7 & (1) \\ x^2 + a^2 + b^2 + c^2 = 13 & (2) \end{cases}$$

Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của x.

Câu 1: 1) Ta có : $P = \dfrac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 2} + \dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2} - \dfrac{2 + 5\sqrt{x}}{x - 4}$

$$P = \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}+2) + 2\sqrt{x}(\sqrt{x}-2) - 2 - 5\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} =$$

$$= \frac{x + 3\sqrt{x} + 2 + 2x - 4\sqrt{x} - 2 - 5\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}$$

$$= \frac{3x - 6\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} = \frac{3\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$$

2) P = 2 khi $\dfrac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} = 2 \Leftrightarrow 3\sqrt{x} = 2\sqrt{x} + 4 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 4 \Leftrightarrow x = 16$

Câu 2: 1) d song song với trục Ox khi và chỉ khi $\begin{cases} m - 1 = 0 \\ n \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ n \neq 0 \end{cases}$.

2) Từ giả thiết, ta có: $\begin{cases} m - 1 = -3 \\ -1 = m - 1 + n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ n = 2 \end{cases}$.

Vậy đường thẳng d có phương trình: $y = -3x + 2$

Câu 3: 1) Với m = - 3 ta có phương trình: $x^2 + 8x = 0 \Leftrightarrow x(x + 8) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -8 \end{array}\right.$

2) Phương trình (1) có 2 nghiệm khi:

$\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow (m - 1)^2 + (m + 3) \geq 0 \Leftrightarrow m^2 - 2m + 1 + m + 3 \geq 0$

$\Leftrightarrow m^2 - m + 4 > 0 \Leftrightarrow (m - \frac{1}{2})^2 + \frac{15}{4} > 0$ đúng $\forall m$

Chứng tỏ phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\forall$ m

Theo hệ thức Vi ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) & (1) \\ x_1 - x_2 = -m-3 & (2) \end{cases}$

Ta có $x_1^2 + x_2^2 = 10 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 10 \Leftrightarrow 4(m-1)^2 + 2(m+3) = 10$

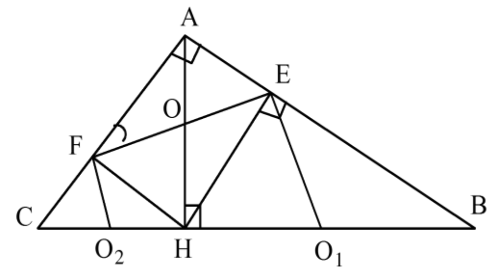
$\Leftrightarrow 4m^2 - 6m + 10 = 10 \Leftrightarrow 2m(2m-3) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = \dfrac{3}{2} \end{array}\right.$

3) Từ (2) ta có $m = -x_1x_2 - 3$ thế vào (1) ta có:

$x_1 + x_2 = 2(-x_1x_2 - 3 - 1) = -2x_1x_2 - 8$

$\Leftrightarrow x_1 + x_2 + 2x_1x_2 + 8 = 0$

Đây là hệ thức liên hệ giữa các nghiệm không phụ thuộc m.



Câu 4: 1) Từ giả thiết suy ra $CFH = 90^0$, $HEB = 90^0$. (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Trong tứ giác AFHE có: $A = F = E = 90^0 \Rightarrow$ AFHE là hình chữ nhật.

2) Vì AEHF là hình chữ nhật $\Rightarrow$ AEHF nội tiếp $\Rightarrow AFE = AHE$ (góc nội tiếp chắn AE) (1)

Ta lại có $AHE = ABH$ (góc có cạnh tương ứng $\perp$) (2)

Từ (1) và (2)

$\Rightarrow AFE = ABH$ mà $CFE + AFE = 180^0$

$\Rightarrow CFE + ABH = 180^0$. Vậy tứ giác BEFC nội tiếp.

3) Gọi O_1, O_2 lần lượt là tâm đường tròn đường kính HB và đường kính HC.

Gọi O là giao điểm AH và EF. Vì AFHE là hình chữ nhật. $\Rightarrow OF = OH \Rightarrow \Delta FOH$ cân tại O $\Rightarrow OFH = OHF$. Vì Δ CFH vuông tại F $\Rightarrow O_2C = O_2F = O_2H \Rightarrow \Delta HO_2F$ cân tại O_2. $\Rightarrow O_2FH = O_2HF$ mà $O_2HF + FHA = 90^0$. $\Rightarrow O_2FH + HFO = 90^0$. Vậy EF là tiếp tuyến của đường tròn tâm O_2.

Chứng minh tương tự EF là tiếp tuyến của đường tròn tâm O_1.

Vậy EF là tiếp tuyến chung của 2 nửa đường tròn.

Câu 5: Tìm GTLN, GTNN của x thoả mãn.

$\begin{cases} x + a + b + c = 7 & (1) \\ x^2 + a^2 + b^2 + c^2 = 13 & (2) \end{cases}$

Từ (1) $\Rightarrow a + b + c = 7 - x$.. Từ (2) $\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = 13 - x^2$.

Ta chứng minh: $3(a^2 + b^2 + c^2) \geq (a + b + c)^2$.

$\Leftrightarrow 3a^2 + 3b^2 + 3c^2 - a^2 - b^2 - c^2 - 2ab - 2ac - 2bc \geq 0$

$\Leftrightarrow (a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 \geq 0$ (đpcm)

Suy ra $3(13 - x^2) \geq (7 - x)^2$. $\Leftrightarrow 3(13 - x^2) \geq 49 - 14x + x^2$.

$\Leftrightarrow 4x^2 - 14x + 10 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq \frac{5}{2}$.

$x = \frac{5}{2}$ khi $a = b = c = \frac{3}{2}$, $x = 1$ khi $a = b = c = 2$.

Vậy $\max x = \frac{5}{2}$, $\min x = 1$.

ĐỀ 1623

Câu 1: Cho biểu thức: $K = \frac{x}{\sqrt{x} - 1} - \frac{2x - \sqrt{x}}{x - \sqrt{x}}$ với $x > 0$ và $x \neq 1$

1) Rút gọn biểu thức K
2) Tìm giá trị của biểu thức K tại $x = 4 + 2\sqrt{3}$

Câu 2: 1) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, đường thẳng $y = ax + b$ đi qua điểm M (-1; 2) và song song với đường thẳng $y = 3x + 1$. Tìm hệ số a và b.

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 3x + 2y = 6 \\ x - 3y = 2 \end{cases}$

Câu 3: Một đội xe nhận vận chuyển 96 tấn hàng. Nhưng khi sắp khởi hành có thêm 3 xe nữa, nên mỗi xe chở ít hơn lúc đầu 1,6 tấn hàng. Hỏi lúc đầu đội xe có bao nhiêu chiếc.

Câu 4: Cho đường tròn (O) với dây BC cố định và một điểm A thay đổi trên cung lớn BC sao cho AC > AB và AC> BC. Gọi D là điểm chính giữa của cung nhỏ BC. Các tiếp tuyến của (O) tại D và C cắt nhau tại E. Gọi P, Q lần lượt là giao điểm của các cặp đường thẳng AB với CD; AD với CE.

1) Chứng minh rằng: DE//BC
2) Chứng minh tứ giác PACQ nội tiếp đường tròn.
3) Gọi giao điểm của các dây AD và BC là F. Chứng minh hệ thức: $\frac{1}{CE} = \frac{1}{CQ} + \frac{1}{CF}$

Câu 5: Cho các số dương a, b, c. Chứng minh rằng:

$$1 < \frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+a} < 2$$

Câu 1:

1) $K = \frac{x}{\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}(2\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} = \frac{x - 2\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}-1} = \sqrt{x} - 1$

2) Khi $x = 4 + 2\sqrt{3}$, ta có: $K = \sqrt{4+2\sqrt{3}} - 1 = \sqrt{\left(\sqrt{3}+1\right)^2} - 1 = \sqrt{3} + 1 - 1 = \sqrt{3}$

Câu 2:

1) Đường thẳng y = ax + b song song với đường thẳng y = 3x + 1 nên a = 3.

Vì đường thẳng y = ax + b đi qua điểm M (-1;2) nên ta có:2 = 3.(-1) + b $\Leftrightarrow$ b= 5 (t/m vì b $\neq$

Vậy: a = 3, b = 5 là các giá trị cần tìm.

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 3x + 2y = 6 \\ x - 3y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(3y+2) + 2y = 6 \\ x = 3y + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11y = 0 \\ x = 3y + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases}$.

Bài 3:

Gọi x là số xe lúc đầu (x nguyên dương, chiếc)

Số xe lúc sau là : x+3 (chiếc)

Lúc đầu mỗi xe chở : $\frac{96}{x}$ (tấn hàng)

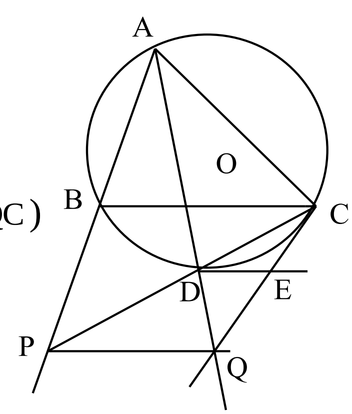
Lúc sau mỗi xe chở : $\frac{96}{x+3}$ (tấn hàng)

Ta có phương trình **:** $\frac{96}{x} - \frac{96}{x+3} = 1,6 \Leftrightarrow x^2 + 3x - 180 = 0$

Giải phương trình ta được: $x_1 = -15$; $x_2 = 12$.

Vậy đoàn xe lúc đầu có: 12 (chiếc).

Câu 4:



1) $CDE = \frac{1}{2}$Sđ DC $= \frac{1}{2}$Sđ BD = BCD

$\Rightarrow$ DE// BC (2 góc ở vị trí so le trong)

2) $APC = \frac{1}{2}$ sđ (AC - DC) = AQC

$\Rightarrow$ Tứ giác PACQ nội tiếp (vì APC = AQC)

3) Tứ giác APQC nội tiếp

CPQ = CAQ (cùng chắn CQ)

CAQ = CDE (cùng chắn DC)

Suy ra CPQ = CDE $\Rightarrow$ DE // PQ

Ta có : $\frac{DE}{PQ} = \frac{CE}{CQ}$ (vì DE//PQ) (1) , $\frac{DE}{FC} = \frac{QE}{QC}$ (vì DE// BC) (2)

Cộng (1) và (2) : $\frac{DE}{PQ} + \frac{DE}{FC} = \frac{CE + QE}{CQ} = \frac{CQ}{CQ} = 1 \Rightarrow \frac{1}{PQ} + \frac{1}{FC} = \frac{1}{DE}$ (3)

ED = EC (t/c tiếp tuyến); từ (1) suy ra PQ = CQ

Thay vào (3) ta có : $\frac{1}{CQ} + \frac{1}{CF} = \frac{1}{CE}$

Câu 5 : Ta có $\frac{a}{a+b+c} < \frac{a}{b+a} < \frac{a+c}{a+b+c}$ (1)

$\frac{b}{a+b+c} < \frac{b}{b+c} < \frac{b+a}{a+b+c}$ (2)

$\frac{c}{a+b+c} < \frac{c}{c+a} < \frac{c+b}{a+b+c}$ (3)

Cộng từng vế (1), (2), (3), ta được : $1 < \frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+a} < 2$, đpcm

ĐỀ 1624

Câu 1: Cho $x_1 = \sqrt{3+\sqrt{5}}$ và $x_2 = \sqrt{3-\sqrt{5}}$

Hãy tính: $A = x_1 . x_2$; $B = x_1^2 + x_2^2$

Câu 2: Cho phương trình ẩn x: $x^2 - (2m+1)x + m^2 + 5m = 0$

a) Giải phương trình với m = -2.

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm sao cho tích các nghiệm bằng 6.

Câu 3: Cho hai đường thẳng (d): $y = -x + m + 2$ và (d’): $y = (m^2 - 2)x + 1$

a) Khi m = -2, hãy tìm toạ độ giao điểm của chúng.

b) Tìm m để (d) song song với (d’)

Câu 4: Cho 3 điểm A, B, C thẳng hàng (B nằm giữa A và C). Vẽ đường tròn tâm O đường kính BC; AT là tiếp tuyến vẽ từ A. Từ tiếp điểm T vẽ đường thẳng vuông góc với BC, đường thẳng này cắt BC tại H và cắt đường tròn tại K ($K \neq T$). Đặt OB = R.

a) Chứng minh $OH.OA = R^2$.

b) Chứng minh TB là phân giác của góc ATH.

c) Từ B vẽ đường thẳng song song với TC. Gọi D, E lần lượt là giao điểm của đường thẳng vừa vẽ với TK và TA. Chứng minh rằng ΔTED cân.

d) Chứng minh $\frac{HB}{HC} = \frac{AB}{AC}$

Câu 5: Cho x, y là hai số thực thoả mãn: $(x+y)^2 + 7(x+y) + y^2 + 10 = 0$

Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức A = x + y + 1

Câu 1:

$$A = x_1.x_2 = \sqrt{3+\sqrt{5}}\,.\,\sqrt{3-\sqrt{5}} = \sqrt{\left(3+\sqrt{5}\right)\left(3-\sqrt{5}\right)} = \sqrt{3^2-\left(\sqrt{5}\right)^2} = \sqrt{9-5} = \sqrt{4} = 2$$

$$B = x_1^2 + x_2^2 = \left(\sqrt{3+\sqrt{5}}\right)^2 + \left(\sqrt{3-\sqrt{5}}\right)^2 = 3+\sqrt{5}+3-\sqrt{5} = 6$$

Câu 2: a) $m = -2$, phương trình là: $x^2 + 3x - 6 = 0$; $\Delta = 33 > 0$, phương trình có hai nghiệm

phân biệt $x_{1,2} = \dfrac{-3 \pm \sqrt{33}}{2}$

b) Ta có $\Delta = [-(2m+1]^2 - 4(m^2 + 5m) = 4m^2 + 4m + 1 - 4m^2 - 20m = 1 - 16m$.

Phương trình có hai nghiệm $\Leftrightarrow \Delta \geq 0 \Leftrightarrow 1 - 16m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq \dfrac{1}{16}$

Khi đó hệ thức Vi-ét ta có tích các nghiệm là $m^2 + 5m$.

Mà tích các nghiệm bằng 6, do đó $m^2 + 5m = 6 \Leftrightarrow m^2 + 5m - 6 = 0$

Ta thấy $a + b + c = 1 + 5 + (-6) = 0$ nên $m_1 = 1$; $m_2 = -6$.

Đối chiếu với điều kiện $m \leq \dfrac{1}{16}$ thì $m = -6$ là giá trị cần tìm.

Câu 3: a) Khi $m = -2$, ta có hai đường thẳng $y = -x - 2 + 2 = -x$ và $y = (4-2)x + 1 = 2x + 1$

Ta có toạ độ giao điểm của 2 đường thẳng trên là nghiệm của hệ $\begin{cases} y = -x \\ y = 2x + 1 \end{cases}$

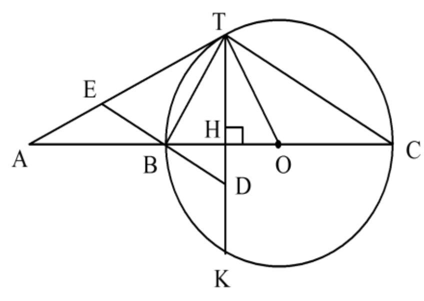
$\Rightarrow -x = 2x + 1 \Leftrightarrow x = -\dfrac{1}{3}$. Từ đó tính được : $y = \dfrac{1}{3}$.

Vậy tọa độ giao điểm là $A(-\dfrac{1}{3};\dfrac{1}{3})$.

b) Hai đường thẳng (d), (d') song song khi và chỉ khi

$$\begin{cases} m^2 - 2 = -1 \\ m + 2 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 1 \\ m \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1$$

Vậy $m = 1$ thì hai đường thẳng đã cho song song với nhau..



Câu 4: a) Trong tam giác vuông ATO có:

$R^2 = OT^2 = OA\,.\,OH$ (Hệ thức lượng trong tam giác vuông)

b) Ta có $ATB = BCT \ni$ (cùng chắn cung TB)

$BCT = BTH$ (góc nhọn có cạnh tương ứng vuông góc).

$\Rightarrow$ ATB = BTH hay TB là tia phân giác của góc ATH.

c) Ta có ED // TC mà TC $\perp$ TB nên ED $\perp$ TB. Δ TED có TB vừa là đường cao vừa là đường phân giác nên ΔTED cân tại T.

d) BD // TC nên $\frac{HB}{HC} = \frac{BD}{TC} = \frac{BE}{TC}$ (vì BD = BE)   (1)

BE // TC nên $\frac{BE}{TC} = \frac{AB}{AC}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $\frac{HB}{HC} = \frac{AB}{AC}$

Câu 5: Từ giả thiết: $(x + y)^2 + 7(x + y) + y^2 + 10 = 0$

$$\Rightarrow (x+y)^2 + 2.(x+y).\frac{7}{2} + \left(\frac{7}{2}\right)^2 - \left(\frac{7}{2}\right)^2 + 10 = -y^2 \le 0$$

$$\left(x + y + \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} \le 0 \Rightarrow \left(x + y + \frac{7}{2}\right)^2 \le \frac{9}{4}.$$

Giải ra được $-4 \le x + y + 1 \le -1$.

A = -1 khi x = - 2 và y = 0, A = - 4 khi x = -5 và y = 0.

Vậy giá trị nhỏ nhất của A là - 4 và giá trị lớn nhất của A là - 1.

ĐỀ 1625

Câu 1: Rút gọn các biểu thức:

1) $\sqrt{45} + \sqrt{20} - \sqrt{5}$.

2) $\frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{x - 4}{\sqrt{x} + 2}$ với x > 0.

Câu 2: Một thửa vườn hình chữ nhật có chu vi bằng 72m. Nếu tăng chiều rộng lên gấp đôi và chiều dài lên gấp ba thì chu vi của thửa vườn mới là 194m. Hãy tìm diện tích của thửa vườn đã cho lúc ban đầu.

Câu 3: Cho phương trình: $x^2 - 4x + m + 1 = 0$ (1)

1) Giải phương trình (1) khi m = 2.

2) Tìm giá trị của m để phương trình (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn đẳng thức $x_1^2 + x_2^2 = 5(x_1 + x_2)$

Câu 4: Cho 2 đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại hai điểm A, B phân biệt. Đường thẳng OA cắt (O), (O') lần lượt tại điểm thứ hai C, D. Đường thẳng $O'A$ cắt (O), (O') lần lượt tại điểm thứ hai E, F.

1. Chứng minh 3 đường thẳng AB, CE và DF đồng quy tại một điểm I.
2. Chứng minh tứ giác BEIF nội tiếp được trong một đường tròn.

3. Cho PQ là tiếp tuyến chung của (O) và (O') (P $\in$ (O), Q $\in (O')$).

Chứng minh đường thẳng AB đi qua trung điểm của đoạn thẳng PQ.

Câu 5: Giải phương trình: $\frac{1}{x} + \frac{1}{\sqrt{2-x^2}} = 2$

Câu 1: Rút gọn biểu thức:

1) $\sqrt{45}+\sqrt{20}-\sqrt{5} = \sqrt{3^2.5}+\sqrt{2^2.5}-\sqrt{5}$

$= 3\sqrt{5}+2\sqrt{5}-\sqrt{5} = 4\sqrt{5}$

2) $\frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}+\frac{x-4}{\sqrt{x}+2} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}}+\frac{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}{\sqrt{x}+2}$

$= \sqrt{x}+1+\sqrt{x}-2 = 2\sqrt{x}-1$

Câu 2: Gọi x là chiều dài, y là chiều rộng của hình chữ nhật

(điều kiện: x > 0, y > 0, x, y tính bằng mét)

Theo bài ra ta có: $2(x + y) = 72 \Leftrightarrow x + y = 36$ (1)

Sau khi tăng chiều dài gấp 3, chiều rộng gấp đôi, ta có :

$2(3x + 2y) = 194 \Leftrightarrow 3x + 2y = 97$ (2)

Ta có hệ PT : $\begin{cases} x + y = 36 \\ 3x + 2y = 97 \end{cases}$ Giải hệ ta được: $\begin{cases} x = 25 \\ y = 11 \end{cases}$

Đối chiếu điều kiện bài toán ta thấy x, y thỏa mãn.

Vậy diện tích thửa vườn là: S = xy = 25.11 = 275 (m^2)

Câu 3:

1) Khi m = 2, PT đã cho trở thành: $x^2 - 4x + 3 = 0$

Ta thấy: a + b + c = 1 - 4 + 3 = 0

Vậy PT đã cho có 2 nghiệm: $x_1 = 1$; $x_2 = 3$

2) Điều kiện để phương trình đã cho có nghiệm là: $\Delta' = b'^2 - ac \geq 0 \Leftrightarrow$ $2^2-(m+1)\geq 0$

$\Leftrightarrow 3 - m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 3$ (1)

Áp dụng hệ thức Vi ét ta có : $\begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_1x_2 = m+1 \end{cases}$

$x_1^2 + x_2^2 = 5(x_1 + x_2) \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 5(x_1 + x_2)$

$\Leftrightarrow 4^2 - 2(m+1) = 5.4 \Leftrightarrow 2(m+1) = -4 \Leftrightarrow m = -3$

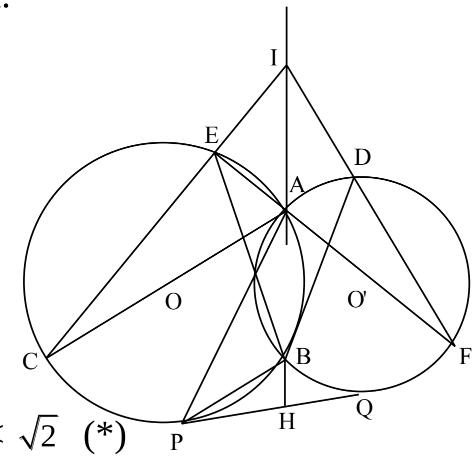
Kết hợp với điều kiện (1) , ta có m = - 3

Câu 4 :

1. Ta có: ABC = 1v (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

ABF = 1v (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) nên B, C, F thẳng hàng.. AB, CE và DF là 3 đường cao của tam giác ACF nên chúng đồng quy.

2. Do $IEF = IBF = 90^0$ suy ra BEIF nội tiếp đường tròn.



3. Gọi H là giao điểm của AB và PQ

Ta chứng minh được các tam giác AHP và PHB đồng dạng $\Rightarrow$

$$\frac{HP}{HB} = \frac{HA}{HP} \Rightarrow HP^2 = HA.HB$$

Tương tự, $HQ^2 = HA.HB$.

Vậy HP = HQ hay H là trung điểm PQ.

Câu 5:

Điều kiện $x \neq 0$ và $2 - x^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 0$ và $|x| < \sqrt{2}$ (*)

Đặt $y = \sqrt{2 - x^2} > 0$

Ta có: $\begin{cases} x^2 + y^2 = 2 & (1) \\ \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} = 2 & (2) \end{cases}$

Từ (2) ta có : x + y = 2xy. Thay vào (1) Có : xy = 1 hoặc xy = $-\dfrac{1}{2}$

* Nếu xy = 1 thì x + y = 2. Giải ra, ta có : $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$.

* Nếu xy = $-\dfrac{1}{2}$ thì x + y = -1. Giải ra, ta có : $\begin{cases} x = \dfrac{-1+\sqrt{3}}{2} \\ y = \dfrac{-1-\sqrt{3}}{2} \end{cases}$; $\begin{cases} x = \dfrac{-1-\sqrt{3}}{2} \\ y = \dfrac{-1+\sqrt{3}}{2} \end{cases}$..

Đối chiếu đk (*), phương trình đã cho có 2 nghiệm : x = 1 ; x = $\dfrac{-1-\sqrt{3}}{2}$.

🖂 **Lời nhắn .**

Câu IV.1

Liên hệ với lời bình sau câu 4b đề 12

ĐỀ 1626

Câu 1: Cho các biểu thức A = $\dfrac{5+7\sqrt{5}}{\sqrt{5}} + \dfrac{11+\sqrt{11}}{1+\sqrt{11}}$, $B = \sqrt{5} : \dfrac{5}{5+\sqrt{55}}$

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Chứng minh: A - B = 7.

Câu 2: Cho hệ phương trình $\begin{cases} 3x + my = 5 \\ mx - y = 1 \end{cases}$

a) Giải hệ khi m = 2

b) Chứng minh hệ có nghiệm duy nhất với mọi m.

Câu 3: Một tam giác vuông có cạnh huyền dài 10m. Hai cạnh góc vuông hơn kém nhau 2m. Tính các cạnh góc vuông.

Câu 4: Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB. Điểm M thuộc nửa đường tròn, điểm C thuộc đoạn OA. Trên nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng AB chứa điểm M vẽ tiếp tuyến Ax, By. Đường thẳng qua M vuông góc với MC cắt Ax, By lần lượt tại P và Q; AM cắt CP tại E, BM cắt CQ tại F.

a) Chứng minh tứ giác APMC nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh góc $\mathrm{PCQ} = 90^0$.

c) Chứng minh AB // EF.

Câu 5: Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \dfrac{x^4 + 2x^2 + 2}{x^2 + 1}$.

Câu 1: a) $A = \dfrac{\sqrt{5}(\sqrt{5}+7)}{\sqrt{5}} + \dfrac{\sqrt{11}(\sqrt{11}+1)}{1+\sqrt{11}} = \sqrt{5}+7+\sqrt{11}.$

b) $B = \sqrt{5}.\dfrac{\sqrt{5}(\sqrt{5}+\sqrt{11})}{5} = \sqrt{5}+\sqrt{11}$.

Vậy $A - B = \sqrt{5}+7+\sqrt{11} - \sqrt{5} - \sqrt{11} = 7$, đpcm.

Câu 2: a) Với m = 2 ta có hệ

$$\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ 2x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 1 \\ 3x + 2(2x - 1) = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 1 \\ 7x = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm (x; y) = (1; 1).

b) Hệ có nghiệm duy nhất khi: $\dfrac{3}{m} \neq \dfrac{m}{-1} \Leftrightarrow m^2 \neq -3$ với mọi m

Vậy hệ phương trình luôn có nghiệm duy nhất với mọi m.

Câu 3: Gọi cạnh góc vuông nhỏ là x.

Cạnh góc vuông lớn là x + 2

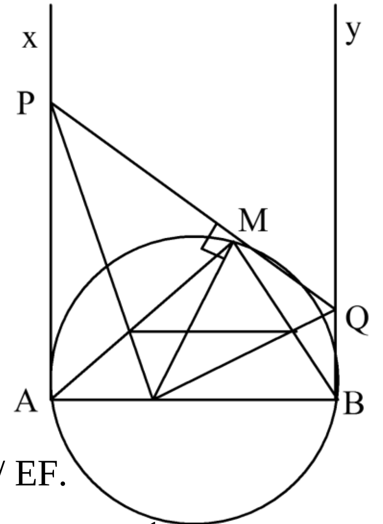
Điều kiện: $0 < x < 10$, x tính bằng m.

Theo định lý Pitago ta có phương trình: $x^2 + (x + 2)^2 = 10^2$.

Giải phương trình ta được $x_1 = 6$ (t/m), $x_2 = -8$ (loại).

Vậy cạnh góc vuông nhỏ là 6m; cạnh góc vuông lớn là 8m.

Câu 4: a) Ta có $PAC = 90^0$ $PAC + PMC = 180^0$
nên tứ giác APMC nội tiếp



b) Do tứ giác APMC nội tiếp nên $MPC = MAC$ (1)

Dễ thấy tứ giác BCMQ nội tiếp suy ra $MQC = MBC$ (2)

Lại có $MAC + MBC = 90^0$ (3). Từ (1), (2), (3) ta có :

$MPC + MBC = 90^0 \Rightarrow PCQ = 90^0$.

d) Ta có $BMQ = BCQ$ (Tứ giác BCMQ nội tiếp)

$BMQ = AMC$ (Cùng phụ với BMC) $EMC = EFC$

(Tứ giác CEMF nội tiếp). Nên $BCQ = EFC$ hay AB // EF.

Câu 5: $P = x^2 + 1 + \dfrac{1}{x^2+1} \geq 2\sqrt{(x^2+1)\dfrac{1}{x^2+1}}$, $P = 2 \Leftrightarrow x^2 + 1 = \dfrac{1}{x^2+1} \Leftrightarrow x = 0$. Vậy min

2.

ĐỀ 1627

Bài 1(1đ): Cho biểu thức

$$P = \frac{x\sqrt{x}-3}{x-2\sqrt{x}-3} - \frac{2(\sqrt{x}-3)}{\sqrt{x}+1} + \frac{\sqrt{x}+3}{3-\sqrt{x}}$$

Rút gọn P.

Bài 2(1đ): Cho a, b, c là độ dài 3 cạnh của một tam giác. Chứng minh rằng ph- ơng trình:

$x^2 +$ (a + b + c)x + ab + bc + ca = 0 vô nghiệm.

Bài 3(1đ): Giải ph- ơng trình sau:

$$4\sqrt{5-x} + 6\sqrt{2x+7} = x + 25$$

Bài 4(1đ): Giải hệ ph- ơng trình sau:

$$\begin{cases} 2x^2 - y^2 + xy + y - 5x + 2 = 0 \\ x^2 + y^2 + x + y - 4 = 0 \end{cases}$$

Bài 5(1đ): Chứng minh rằng:

$$\left(\sqrt[3]{3+2\sqrt{2}} + \sqrt[3]{3-2\sqrt{2}}\right)^8 > 3^6$$

Bài 6(1đ): Cho x, y, z> 0 thoả mãn: $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} + \dfrac{1}{z} = \sqrt{3}$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{\sqrt{2x^2 + y^2}}{xy} + \frac{\sqrt{2y^2 + z^2}}{yz} + \frac{\sqrt{2z^2 + x^2}}{zx}$$

Bài 7(1đ): Trong mặt phẳng 0xy cho đ- ờng thẳng (d) có ph- ơng trình

2kx + (k - 1)y = 2 (k là tham số)

a) Tìm k để đ- ờng thẳng (d) song song đ- ờng thẳng y = x $\sqrt{3}$. Khi đó tính góc tạo bởi đ- ờng thẳng (d) với 0x.

b) Tìm k để khoảng cách từ gốc toạ độ đến đ- ờng thẳng (d) lớn nhất.

Bài 8(1đ): Cho góc vuông x0y và 2 điểm A, B trên Ox (OB > OA >0), điểm M bất kỳ trên cạnh Oy(M $\neq$ O). Đ- ờng tròn (T) đ- ờng kính AB cắt tia MA,MB lần l- ợt tại điểm thứ hai:

C , E . Tia OE cắt đ- ờng tròn (T) tại điểm thứ hai F.

1. Chứng minh 4 điểm: O, A, E, M nằm trên 1 đ- ờng tròn.
2. Tứ giác OCFM là hình gì? Tại sao?

Bài 9(1đ): Cho tam giác ABC nhọn có 3 đ- ờng cao: AA_1, BB_1, CC_1 đồng quy tại H.

Chứng minh rằng: $\frac{HA}{HA_1} + \frac{HB}{HB_1} + \frac{HC}{HC_1} \geq 6$ .Dấu "=" xảy ra khi nào?

Bài 10(1đ): Cho 3 tia Ox, Oy, Oz không đồng phẳng, đôi một vuông góc với nhau. Lấy điểm A, B, C bất kỳ trên Ox, Oy và Oz.

a) Gọi H là trực tâm của tam giác ABC. Chứng minh rằng: OH vuông góc với mặt phẳng ABC

b) Chứng minh rằng: $S^2_{ABC} = S^2_{OAB} + S^2_{OBC} + S^2_{OAC}$.

ĐÁP ÁN:

Bài	Bài giải	Điể
Bài 1 (1 điểm)	Điều kiện: $\begin{cases} x \geq 0 \\ x - 2\sqrt{x} - 3 \neq 0 \Leftrightarrow 0 \leq x \neq 9 \\ \sqrt{x} - 3 \neq 0 \end{cases}$ * Rút gọn:	0.2 0.2 0.2

	$P=\dfrac{x\sqrt{x}-3-2(\sqrt{x}-3)^2-(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-3)}$ $=\dfrac{x\sqrt{x}-3x+8\sqrt{x}-24}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-3)}$ $=\dfrac{x+8}{\sqrt{x}+1}$	0.2
Bài 2 (1 điểm)	Ta có: $\Delta=(a+b+c)^2-4(ab+bc+ca)=a^2+b^2+c^2-2ab-2bc-2ca$ * Vì a, b, c là 3 cạnh $\Delta \Rightarrow$ $a^2<(b+c)a$ $b^2<(a+c)b$ $c^2<(a+b)c$ $\Rightarrow a^2+b^2+c^2<2ab+2ac+2bc$ $\Rightarrow \Delta<0 \Rightarrow$ ph- ơng trình vô nghiệm.	0.2 0.2 0.2 0.2
Bài 3 (1 điểm)	* Điều kiện: $\begin{cases}5-x\ge 0\\ 2x+7\ge 0\end{cases} \Leftrightarrow -7/2\le x\le 5$ * Ph- ơng trình $\Leftrightarrow (2x+7-6\sqrt{2x+7}+9)+(5-x-4\sqrt{5-x}+4)=0$ $\Leftrightarrow \left(\sqrt{2x+7}-3\right)^2+\left(\sqrt{5-x}-2\right)^2=0$ $\Leftrightarrow \begin{cases}\sqrt{2x+7}-3=0\\ \sqrt{5-x}-2=0\end{cases}$ $\Leftrightarrow x=1$	0.2 0.2 0.2 0.2
Bài 4 (1 ®iÓm)	Giải hệ: $\begin{cases}2x^2+xy-y^2-5x+y-2=0 \quad (1)\\ x^2+y^2+x+y-4=0 \quad (2)\end{cases}$ Từ (1) $\Leftrightarrow 2x^2+(y-5)x-y^2+y+2=0$ $\Delta_x=(y-5)^2-8(-y^2+y+2)=9(y-1)^2$ $\Rightarrow \left[\begin{array}{l}x=\dfrac{5-y-3(y-1)}{4}=2-y\\ x=\dfrac{5-y+3(y-1)}{4}=\dfrac{y+1}{2}\end{array}\right.$	0.2

	* Với: x = 2 - y, ta có hệ: $\begin{cases}x=2-y\\x^2+y^2+x+y-4=0\end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases}x=2-y\\y^2-2y+1=0\end{cases} \Leftrightarrow x=y=1$ *Với $x=\frac{y+1}{2}$, ta có hệ: $\begin{cases}x=\frac{y+1}{2}\\x^2+y^2+x+y-4=0\end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases}y=2x-1\\5x^2-x-4=0\end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l}x=y=1\\ \begin{cases}x=-\frac{4}{5}\\y=-\frac{13}{5}\end{cases}\end{array}\right.$ Vậy hệ có 2 nghiệm: (1;1) và $\left(-\frac{4}{5};-\frac{13}{5}\right)$	0.2 0.2 0.2
Bài 5 (1 điểm)	Đặt a = x + y, với: $x=\sqrt[3]{3+2\sqrt{2}};y=\sqrt[3]{3-2\sqrt{2}}$ Ta phải chứng minh: $a^8>3^6$ Ta có: $\begin{cases}x^3+y^3=6\\x.y=1\end{cases}$ $\Rightarrow a^3=(x+y)^3=x^3+y^3+3xy(x+y)=6+3a$ $=3(1+1+a)\overset{\cos y}{>}3.3\sqrt[3]{1.1.a}$ (vì: x > 1; y > 0 $\Rightarrow$ a > 1) $\Rightarrow a^9>9^3.a \Leftrightarrow a^8>3^6$ (đpcm).	0.2 0.2 0.2 0.2
Bài 6 (1 điểm)	* □p dụng bất đẳng thức Bunhiacopsky cho: 1, $\sqrt{2}$ và $\frac{1}{x}$, $\frac{\sqrt{2}}{y}$	0.2

	$$(1^2+\sqrt{2}^2)\left(\frac{1}{x^2}+\frac{2}{y^2}\right)\ge\left(\frac{1}{x}+\frac{2}{y}\right)^2$$ $$\Rightarrow\frac{\sqrt{2x^2+y^2}}{xy}=\sqrt{\frac{2}{y^2}+\frac{1}{x^2}}\ge\frac{1}{\sqrt{3}}\left(\frac{1}{x}+\frac{2}{y}\right)\qquad(1)$$ Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi x = y T- ơng tự: $$\frac{\sqrt{2y^2+z^2}}{yz}\ge\frac{1}{\sqrt{3}}\left(\frac{1}{y}+\frac{2}{z}\right)\qquad(2)$$ $$\frac{\sqrt{2z^2+x^2}}{zx}\ge\frac{1}{\sqrt{3}}\left(\frac{1}{z}+\frac{2}{x}\right)\qquad(3)$$ Từ (1), (2), (3) $\Rightarrow P\ge\frac{1}{\sqrt{3}}\left(\frac{3}{x}+\frac{3}{y}+\frac{3}{z}\right)=3$ Suy ra: P_{min} = 3 khi: x = y = z = $\sqrt{3}$.	0.2 0.2 0.2
Bài 7 (1 điểm)	1).* Với k = 1 suy ra ph- ơng trình (d): x = 1 không song song: y = $\sqrt{3}x$ * Với k ≠ 1: (d) có dạng: $y=-\frac{2k}{k-1}.x+\frac{2}{k-1}$ để: (d) // y = $\sqrt{3}x \Leftrightarrow -\frac{2k}{k-1}=\sqrt{3}\Rightarrow k=\sqrt{3}(2-\sqrt{3})$ Khi đó (d) tạo Ox một góc nhọn α với: tgα = $\sqrt{3}\Rightarrow$ α = 60^0. 2)* Với k = 1 thì khoảng cách từ O đến (d): x = 1 là 1. * k = 0 suy ra (d) có dạng: y = -2, khi đó khoảng cách từ O đến (d) là 2. * Với k ≠ 0 và k ≠ 1. Gọi A = d ∩ Ox, suy ra A(1/k; 0) B = d ∩ Oy, suy ra B(0; 2/k-1) Suy ra: OA = $\left\|\frac{1}{k}\right\|;OB=\left\|\frac{2}{k-1}\right\|$ Xét tam giác vuông AOB, ta có : $$\frac{1}{OH^2}=\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB^2}$$ $$\Rightarrow OH=\frac{2}{\sqrt{5k^2-2k+1}}=\frac{2}{\sqrt{5\left(k-\frac{1}{5}\right)^2+\frac{4}{5}}}\le\frac{2}{\frac{2}{\sqrt{5}}}=\sqrt{5}$$ Suy ra $(OH)_{max}$ = $\sqrt{5}$ khi: k = 1/5. Vậy k = 1/5 thì khoảng cách từ O đến (d) lớn nhất.	0.25 0.2 0.2 0.2

<table>
<tr>
<td>Bài 8
(1điểm)</td>
<td>a) Xét tứ giác OAEM có:
$\hat{O} + \hat{E} = 2v$
(Vì: $\hat{E} = 1v$ góc nội tiếp...)
Suy ra: O, A, E, M
cùng thuộc đ- ờng tròn.
O x
b) Tứ giác OAEM nội tiếp, suy ra: $\hat{M}_1 = \hat{E}_1$
*Mặt khác: A, C, E, F cùng thuộc đ- ờng tròn (T) suy ra: $\hat{E}_1 = \hat{C}_1$
Do đó: $\hat{M}_1 = \hat{C}_1 \Rightarrow OM // FC \Rightarrow$ Tứ giác OCFM là hình thang.</td>
<td>0.2
0.2
0.2
0.2</td>
</tr>
<tr>
<td>Bài 9
(1điểm)</td>
<td>b)* Do tam giác ABC nhọn, nên H nằm trong tam giác.
* Đặt S = $S_{\Delta ABC}$; $S_1 = S_{HBC}$; $S_2 = S_{HAC}$; $S_3 = S_{HAB}$.
Ta có:
$\frac{S}{S_1} = \frac{\frac{1}{2}.AA_1.BC}{\frac{1}{2}.HA_1.BC} = \frac{AA_1}{HA_1} = 1 + \frac{HA}{HA_1}$
Tơng tự: $\frac{S}{S_2} = 1 + \frac{HB}{HB_1}$ $\frac{S}{S_3} = 1 + \frac{HC}{HC_1}$
Suy ra:
$\frac{HA}{HA_1} + \frac{HB}{HB_1} + \frac{HC}{HC_1} = S\left(\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} + \frac{1}{S_3}\right) - 3$
$= (S_1 + S_2 + S_3)\left(\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} + \frac{1}{S_3}\right) - 3$
Theo bất đẳng thức Côsy: $= (S_1 + S_2 + S_3)\left(\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} + \frac{1}{S_3}\right) \geq 9$
$\Rightarrow \frac{HA}{HA_1} + \frac{HB}{HB_1} + \frac{HC}{HC_1} \geq 9 - 3 = 6$
Dấu "=" xảy ra khi tam giác ABC đều</td>
<td>0.2
0.2
0.2
0.2</td>
</tr>
</table>

Bài 10 (1điểm)	a) Gọi AM, CN là đ- ờng cao của tam giác ABC. Ta có: $AB \perp CN$ $AB \perp OC$ (vì: $OC \perp$ mặt phẳng (ABO) Suy ra: $AB \perp mp(ONC) \Rightarrow AB \perp OH$ (1). T- ơng tự: $BC \perp AM$; $BC \perp OA$, suy ra: $BC \perp mp\ (OAM) \Rightarrow OH \perp BC$ (2). Từ (1) và (2) suy ra: $OH \perp mp(ABC)$ b) Đặt OA = a; OB = b; OC = c. Ta có: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}CN.AB \Rightarrow S_{\Delta ABC}{}^2 = \frac{1}{4}CN^2.AB^2 = \frac{1}{4}(OC^2 + ON^2).(OA^2 + OB^2)$ Mặt khác: Do tam giác OAB vuông, suy ra: $\frac{1}{ON^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \Rightarrow ON^2 = \frac{a^2b^2}{a^2+b^2}$ $\Rightarrow S_{\Delta ABC}{}^2 = \frac{1}{4}\left(c^2 + \frac{a^2b^2}{a^2+b^2}\right)(a^2+b^2) = \frac{1}{4}a^2b^2 + \frac{1}{4}c^2b^2 + \frac{1}{4}a^2c^2 =$ $= S_{OBC}{}^2 + S_{OAB}{}^2 + S_{OAC}{}^2$	0.2 0.2 0.2 0.2

ĐỀ 1628

Câu 1: Cho P = $\frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}+1}{x-1}$

a/. Rút gọn P.

b/. Chứng minh: P < $\frac{1}{3}$ với $x \geq 0$ và $x \neq 1$.

Câu 2: Cho ph- ơng trình : $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 3 = 0$ (1) ; m là tham số.

a/. Tìm m để ph- ơng trình (1) có nghiệm.

b/. Tìm m để ph- ơng trình (1) có hai nghiệm sao cho nghiệm này bằng ba lần nghiệm kia.

Câu 3: a/. Giải ph- ơng trình : $\frac{1}{x} + \frac{1}{\sqrt{2-x^2}} = 2$

b/. Cho a, b, c là các số thực thõa mãn : $\begin{cases} a \geq 0 \\ b \geq 0 \\ a+2b-4c+2=0 \\ 2a-b+7c-11=0 \end{cases}$

Tìm giá trị lớn nhất và giá trị bé nhất của Q = 6 a + 7 b + 2006 c.

Câu 4: Cho $\triangle ABC$ cân tại A với AB > BC. Điểm D di động trên cạnh AB, (D không trùng với A, B). Gọi (O) là đ- ờng tròn ngoại tiếp $\triangle BCD$. Tiếp tuyến của (O) tại C và D cắt nhau ở K .

a/. Chứng minh tứ giác ADCK nội tiếp.

b/. Tứ giác ABCK là hình gì? Vì sao?

c/. Xác định vị trí điểm D sao cho tứ giác ABCK là hình bình hành.

<u>Đáp án</u>

<u>Câu 1:</u> Điều kiện: $x \geq 0$ và $x \neq 1$. (0,25 điểm)

$$P = \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}$$

$$= \frac{x+2}{(\sqrt{x})^3-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1}$$

$$= \frac{x+2+(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)-(x+\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}$$

$$= \frac{x-\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} = \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1}$$

b/. Với $x \geq 0$ và $x \neq 1$ .Ta có: $P < \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} < \frac{1}{3}$

$\Leftrightarrow 3\sqrt{x} < x + \sqrt{x} + 1$; (vì $x + \sqrt{x} + 1 > 0$)

$\Leftrightarrow x - 2\sqrt{x} + 1 > 0$

$\Leftrightarrow (\sqrt{x} - 1)^2 > 0$. (Đúng vì $x \geq 0$ và $x \neq 1$)

<u>Câu 2:</u>a/. Ph- ơng trình (1) có nghiệm khi và chỉ khi $\Delta' \geq 0$.

$\Leftrightarrow (m - 1)^2 - m^2 - 3 \geq 0$

$\Leftrightarrow 4 - 2m \geq 0$

$\Leftrightarrow m \leq 2$.

b/. Với $m \leq 2$ thì (1) có 2 nghiệm.

Gọi một nghiệm của (1) là a thì nghiệm kia là 3a . Theo Viet ,ta có:

$$\begin{cases} a+3a = 2m-2 \\ a.3a = m^2-3 \end{cases}$$

$\Rightarrow a= \frac{m-1}{2} \Rightarrow 3(\frac{m-1}{2})^2 = m^2 - 3$

$\Leftrightarrow m^2 + 6m - 15 = 0$

$\Leftrightarrow m = -3 \pm 2\sqrt{6}$ (thõa mãn điều kiện).

<u>Câu 3:</u>

Điều kiện $x \neq 0$; $2 - x^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 0$; $|x| < \sqrt{2}$.

Đặt $y = \sqrt{2-x^2} > 0$

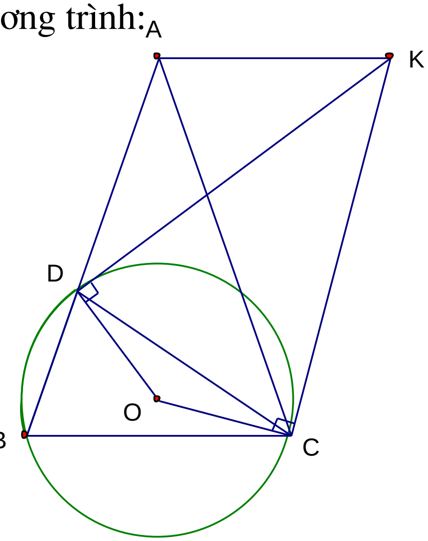
Ta có: $\begin{cases} x^2 + y^2 = 2 & (1) \\ \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} = 2 & (2) \end{cases}$

Từ (2) có : x + y = 2xy. Thay vào (1) có : xy = 1 hoặc xy = $-\frac{1}{2}$

* Nếu xy = 1 thì x+ y = 2. Khi đó x, y là nghiệm của ph- ơng trình:

$X^2 - 2X + 1 = 0 \Leftrightarrow X = 1 \Rightarrow x = y = 1.$

* Nếu xy = $-\frac{1}{2}$ thì x+ y = -1. Khi đó x, y là nghiệm của ph- ơng trình:



$X^2 + X - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow X = \frac{-1 \pm \sqrt{3}}{2}$

Vì y > 0 nên: $y = \frac{-1+\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x = \frac{-1-\sqrt{3}}{2}$

Vậy ph- ơng trình có hai nghiệm: $x_1 = 1$; $x_2 = \frac{-1-\sqrt{3}}{2}$

Câu 4: c/. Theo câu b, tứ giác ABCK là hình thang.

Do đó, tứ giác ABCK là hình bình hành $\Leftrightarrow$ AB // CK

$\Leftrightarrow BAC = ACK$

Mà $ACK = \frac{1}{2}$ sđ EC = $\frac{1}{2}$ sđ BD = DCB

Nên $BCD = BAC$

Dựng tia Cy sao cho $BCy = BAC$ .Khi đó, D là giao điểm của AB và Cy.

Với giả thiết $AB > BC$ thì $BCA > BAC > BDC$.

$\Rightarrow D \in AB$.

Vậy điểm D xác định nh- trên là điểm cần tìm

ĐỀ 1629

Câu 1: a) Xác định x $\in$R để biểu thức :A = $\sqrt{x^2+1} - x - \frac{1}{\sqrt{x^2+1} - x}$ Là một số tự nhiên

b. Cho biểu thức: P = $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{xy} + \sqrt{x} + 2} + \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{yz} + \sqrt{y} + 1} + \frac{2\sqrt{z}}{\sqrt{zx} + 2\sqrt{z} + 2}$ Biết x.y.z = 4 , tính $\sqrt{P}$.

Câu 2: Cho các điểm A(-2;0) ; B(0;4) ; C(1;1) ; D(-3;2)

a. Chứng minh 3 điểm A, B ,D thẳng hàng; 3 điểm A, B, C không thẳng hàng.
b. Tính diện tích tam giác ABC.

Câu3 Giải ph- ơng trình: $\sqrt{x-1} - \sqrt[3]{2-x} = 5$

Câu 4 Cho đ- ờng tròn (O;R) và một điểm A sao cho OA = R$\sqrt{2}$. Vẽ các tiếp tuyến AB, AC với đ- ờng tròn. Một góc $\angle xOy = 45^0$ cắt đoạn thẳng AB và AC lần l- ợt tại D và E.

Chứng minh rằng:

a.DE là tiếp tuyến của đ- ờng tròn (O).

b. $\frac{2}{3}R < DE < R$

đáp án

Câu 1: a.

$$A = \sqrt{x^2+1} - x - \frac{\sqrt{x^2+1}+x}{(\sqrt{x^2+1}-x).(\sqrt{x^2+1}+x)} = \sqrt{x^2+1} - x - (\sqrt{x^2+1}+x) = -2x$$

A là số tự nhiên $\Leftrightarrow$ -2x là số tự nhiên $\Leftrightarrow$ x = $\frac{k}{2}$

(trong đó k $\in$Z và k$\leq$ 0)

b.Điều kiện xác định: x,y,z $\geq$ 0, kết hpọ với x.y.z = 4 ta đ- ợc x, y, z > 0 và $\sqrt{xyz} = 2$

Nhân cả tử và mẫu của hạng tử thứ 2 với $\sqrt{x}$; thay 2 ở mẫu của hạng tử thứ 3 bởi $\sqrt{xyz}$ ta đ- ợc:

$$P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{xy}+\sqrt{x}+2} + \frac{\sqrt{xy}}{\sqrt{xy}+\sqrt{x}+2} + \frac{2\sqrt{z}}{\sqrt{z}(\sqrt{x}+2+\sqrt{xy}} = \frac{\sqrt{x}+\sqrt{xy}+2}{\sqrt{xy}+\sqrt{x}+2} = 1 \qquad (1đ)$$

$\Rightarrow \sqrt{P} = 1$ vì P > 0

Câu 2: a.Đ- ờng thẳng đi qua 2 điểm A và B có dạng y = ax + b

Điểm A(-2;0) và B(0;4) thuộc đ- ờng thẳng AB nên $\Rightarrow$ b = 4; a = 2

Vậy đ- ờng thẳng AB là y = 2x + 4.

Điểm C(1;1) có toạ độ không thoả mãn y = 2x + 4 nên C không thuộc đ- ờng thẳng AB $\Rightarrow$ A, B, C không thẳng hàng.

Điểm D(-3;2) có toạ độ thoả mãn y = 2x + 4 nên điểm D thuộc đ- ờng thẳng AB $\Rightarrow$ A,B,D thẳng hàn

b.Ta có :

$AB^2 = (-2 - 0)^2 + (0 - 4)^2 = 20$

$AC^2 = (-2 - 1)^2 + (0 - 1)^2 = 10$

$BC^2 = (0 - 1)^2 + (4 - 1)^2 = 10$

$\Rightarrow AB^2 = AC^2 + BC^2 \Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại C

Vậy $S_{\Delta ABC}$ = 1/2AC.BC = $\frac{1}{2}\sqrt{10}.\sqrt{10} = 5$ (đơn vị diện tích)

Câu 3: Đkxđ x$\geq$1, đặt $\sqrt{x-1} = u;\ \sqrt[3]{2-x} = v$ ta có hệ ph- ơng trình:

$$\begin{cases} u - v = 5 \\ u^2 + v^3 = 1 \end{cases}$$

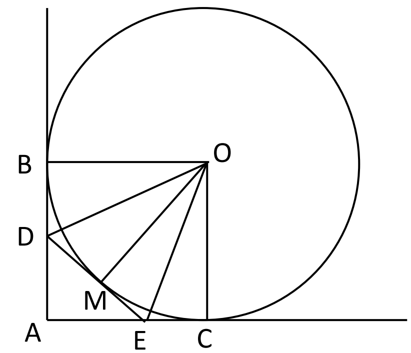
Giải hệ ph- ơng trình bằng ph- ơng pháp thế ta đ- ợc: v = 2

$\Rightarrow$ x = 10.

Câu 4

a.áp dụng định lí Pitago tính đ- ợc

AB = AC = R $\Rightarrow$ ABOC là hình vuông (0.5đ)



Kẻ bán kính OM sao cho

$\angle BOD = \angle MOD \Rightarrow$

$\angle MOE = \angle EOC$ (0.5đ)

Chứng minh $\Delta BOD = \Delta MOD$

$\Rightarrow \angle OMD = \angle OBD = 90^0$

T- ơng tự: $\angle OME = 90^0$

$\Rightarrow$D, M, E thẳng hàng. Do đó DE là tiếp tuyến của đ- ờng tròn (O).

b.Xét ΔADE có DE < AD +AE mà DE = DB + EC

$\Rightarrow$2ED < AD +AE +DB + EC hay 2DE < AB + AC = 2R$\Rightarrow$DE < R

Ta có DE > AD; DE > AE ; DE = DB + EC

Cộng từng vế ta đ- ợc: 3DE > 2R $\Rightarrow$ DE > $\frac{2}{3}$R

Vậy R > DE > $\frac{2}{3}$R

ĐỀ 1630

Câu 1: Cho hàm số f(x) = $\sqrt{x^2-4x+4}$

a) Tính f(-1); f(5)

b) Tìm x để f(x) = 10

c) Rút gọn A = $\frac{f(x)}{x^2-4}$ khi x $\neq \pm 2$

Câu 2: Giải hệ ph- ơng trình

$$\begin{cases} x(y-2)=(x+2)(y-4) \\ (x-3)(2y+7)=(2x-7)(y+3) \end{cases}$$

Câu 3: Cho biểu thức

$$A = \left(\frac{x\sqrt{x}+1}{x-1} - \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}\right) : \left(\sqrt{x} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}\right) \text{ với } x > 0 \text{ và } x \neq 1$$

a) Rút gọn A

2) Tìm giá trị của x để A = 3

Câu 4: Từ điểm P nằm ngoài đ- ờng tròn tâm O bán kính R, kẻ hai tiếp tuyến PA; PB. Gọi H là chân đ- ờng vuông góc hạ từ A đến đ- ờng kính BC.

a) Chứng minh rằng PC cắt AH tại trung điểm E của AH

b) Giả sử PO = d. Tính AH theo R và d.

Câu 5: Cho ph- ơng trình $2x^2 + (2m - 1)x + m - 1 = 0$

Không giải ph- ơng trình, tìm m để ph- ơng trình có hai nghiệm phân biệt x_1; x_2 thỏa mãn: $3x_1 - 4x_2 = 11$

đáp án

Câu 1

a) f(x) = $\sqrt{x^2-4x+4} = \sqrt{(x-2)^2} = |x-2|$

Suy ra f(-1) = 3; f(5) = 3

b) $f(x) = 10 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-2=10 \\ x-2=-10 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=12 \\ x=-8 \end{array}\right.$

c) $A = \dfrac{f(x)}{x^2-4} = \dfrac{|x-2|}{(x-2)(x+2)}$

Với x > 2 suy ra x - 2 > 0 suy ra $A = \dfrac{1}{x+2}$

Với x < 2 suy ra x - 2 < 0 suy ra $A = -\dfrac{1}{x+2}$

Câu 2

$$\begin{cases} x(y-2) = (x+2)(y-4) \\ (x-3)(2y+7) = (2x-7)(y+3) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} xy - 2x = xy + 2y - 4x - 8 \\ 2xy - 6y + 7x - 21 = 2xy - 7y + 6x - 21 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - y = -4 \\ x + y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 2 \end{cases}$$

Câu 3a) Ta có: $A = \left(\frac{x\sqrt{x}+1}{x-1}-\frac{x-1}{\sqrt{x}-1}\right):\left(\sqrt{x}+\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}\right)$

$$= \left(\frac{(\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}-\frac{x-1}{\sqrt{x}-1}\right):\left(\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}-1}+\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}\right)$$

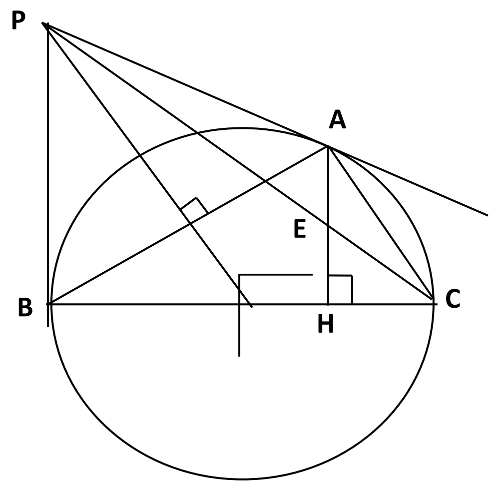
$$= \left(\frac{x-\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}-\frac{x-1}{\sqrt{x}-1}\right):\left(\frac{x-\sqrt{x}+\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}\right)$$

$$= \frac{x-\sqrt{x}+1-x+1}{\sqrt{x}-1}:\frac{x}{\sqrt{x}-1}$$

$$= \frac{-\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}:\frac{x}{\sqrt{x}-1} = \frac{-\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}\cdot\frac{\sqrt{x}-1}{x} = \frac{2-\sqrt{x}}{x}$$

b) A = 3 => $\frac{2-\sqrt{x}}{x} = 3$ => $3x + \sqrt{x} - 2 = 0$ => x = 2/3

Câu 4



a) Do HA // PB (Cùng vuông góc với BC)

b) nên theo định lý Ta let áp dụng cho tam giác CPB ta có

$$\frac{EH}{PB} = \frac{CH}{CB}\ ; \qquad (1)$$

Mặt khác, do PO // AC (cùng vuông góc với AB)

=> $\widehat{POB} = \widehat{ACB}$ (hai góc đồng vị)

$$=> \quad \Delta\, AHC \ \infty\ \Delta\, POB$$

Do đó: $\dfrac{AH}{PB} = \dfrac{CH}{OB}$ (2)

Do CB = 2OB, kết hợp (1) và (2) ta suy ra AH = 2EH hay E là trug điểm của AH.

b) Xét tam giác vuông BAC, đ- ờng cao AH ta có $AH^2 = BH.CH = (2R - CH).CH$

Theo (1) và do AH = 2EH ta có

$$AH^2 = (2R - \frac{AH.CB}{2PB})\frac{AH.CB}{2PB}.$$

$$\Leftrightarrow \quad AH^2.4PB^2 = (4R.PB - AH.CB).AH.CB$$

$$\Leftrightarrow \quad 4AH.PB^2 = 4R.PB.CB - AH.CB^2$$

$$\Leftrightarrow \quad AH\,(4PB^2 + CB^2) = 4R.PB.CB$$

$$\Leftrightarrow \quad AH = \frac{4R.CB.PB}{4.PB^2 + CB^2} = \frac{4R.2R.PB}{4PB^2 + (2R)^2}$$

$$= \frac{8R^2.\sqrt{d^2 - R^2}}{4(d^2 - R^2) + 4R^2} = \frac{2.R^2.\sqrt{d^2 - R^2}}{d^2}$$

Câu 5 (1đ)

Để ph- ơng trình có 2 nghiệm phân biệt x_1 ; x_2 thì $\Delta > 0$

$<=> \ (2m - 1)^2 - 4.\ 2.\ (m - 1) > 0$

Từ đó suy ra $m \neq 1,5$ (1)

Mặt khác, theo định lý Viét và giả thiết ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\dfrac{2m - 1}{2} \\ x_1.x_2 = \dfrac{m - 1}{2} \\ 3x_1 - 4x_2 = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \dfrac{13 - 4m}{7} \\ x_1 = \dfrac{7m - 7}{26 - 8m} \\ 3\dfrac{13 - 4m}{7} - 4\dfrac{7m - 7}{26 - 8m} = 11 \end{cases}$$

Giải ph- ơng trình $3\frac{13-4m}{7}-4\frac{7m-7}{26-8m}=11$

ta đ- ợc m = - 2 và m = 4,125 (2)

Đối chiếu điều kiện (1) và (2) ta có: Với m = - 2 hoặc m = 4,125 thì ph- ơng trình đã cho có hai nghiệm phân biệt t

ĐỀ 1631

Câu 1 : a. Rút gọn biểu thức . $A=\sqrt{1+\frac{1}{a^2}+\frac{1}{(a+1)^2}}$ Với a > 0.

b. Tính giá trị của tổng. $B=\sqrt{1+\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}}+\sqrt{1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}}+...+\sqrt{1+\frac{1}{99^2}+\frac{1}{100^2}}$

Câu 2 : Cho pt $x^2-mx+m-1=0$

a. Chứng minh rằng pt luôn luôn có nghiệm với $\forall m$.

b. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của pt. Tìm GTLN, GTNN của bt.

$$P=\frac{2x_1x_2+3}{x_1{}^2+x_2{}^2+2(x_1x_2+1)}$$

Câu 3 : Cho $x\ge 1, \quad y\ge 1$ **Chứng minh.**

$$\frac{1}{1+x^2}+\frac{1}{1+y^2}\ge\frac{2}{1+xy}$$

Câu 4 Cho đ- ờng tròn tâm o và dây AB. M là điểm chuyển động trên đ- ờng tròn, từM kẻ MH ⊥ AB (H ∈ AB). Gọi E và F lần l- ợt là hình chiếu vuông góc của H trên MA và MB. Qua M kẻ đ- ờng thẳng vuông góc với è cắt dây AB tại D.

1. Chứng minh rằng đ- ờng thẳng MD luôn đi qua 1 điểm cố định khi M thay đổi trên đ- ờng tròn.

2. Chứng minh.

$$\frac{MA^2}{MB^2}=\frac{AH}{BD}\cdot\frac{AD}{BH}$$

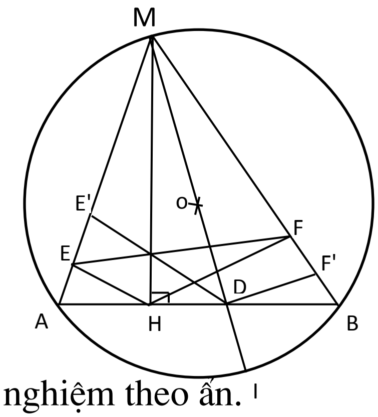
H- ớng dẫn

Câu 1 a. Bình ph- ơng 2 vế $\Rightarrow A=\frac{a^2+a+1}{a(a+1)}$ (Vì a > 0).

c. áp dụng câu a.

$$A = 1 + \frac{1}{a} - \frac{1}{a+1}$$

$$\Rightarrow B = 100 - \frac{1}{100} = \frac{9999}{100}$$



Câu 2 a. : cm $\Delta \geq 0 \quad \forall m$

B (2 đ) áp dụng hệ thức Viet ta có:

$\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 x_2 = m - 1 \end{cases} \Rightarrow P = \dfrac{2m+1}{m^2+2}$ (1) Tìm đk để pt (1) có nghiệm theo ẩn.

$$\Rightarrow -\frac{1}{2} \leq P \leq 1$$

$$\Rightarrow GTLN = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow m = -2$$

$$GTNN = 1 \Leftrightarrow m = 1$$

Câu 3 : Chuyển vế quy đồng ta đ- ợc.

bđt $\Leftrightarrow \dfrac{x(y-x)}{(1+x^2)(1+xy)} + \dfrac{y(x-y)}{(1+y^2)(1+xy)} \geq 0$

$\Leftrightarrow (x-y)^2(xy-1) \geq 0$ đúng vì $xy \geq 1$

Câu 4: a

- Kẻ thêm đ- ờng phụ.
- Chứng minh MD là đ- ờng kính của (o)

=> ....

b.

Gọi E', F' lần l- ợt là hình chiếu của D trên MA và MB.

Đặt HE = H_1

HF = H_2

$$\Rightarrow \frac{AH}{BD} \cdot \frac{AD}{BH} = \frac{HE.h_1.MA^2}{HF.h_2.MB^2} \qquad (1)$$

$$\Leftrightarrow \Delta HEF \ \infty \ \Delta DF'E'$$

$$\Rightarrow HF.h_2 = HE.h$$

Thay vào (1) ta có: $\dfrac{MA^2}{MB^2} = \dfrac{AH}{BD} \cdot \dfrac{AD}{BH}$

ĐỀ 1632

Câu 1: Cho biểu thức $D = \left[\dfrac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{1-\sqrt{ab}} + \dfrac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{1+\sqrt{ab}}\right] : \left[1+\dfrac{a+b+2ab}{1-ab}\right]$

a) Tìm điều kiện xác định của D và rút gọn D

b) Tính giá trị của D với a = $\dfrac{2}{2-\sqrt{3}}$

c) Tìm giá trị lớn nhất của D

Câu 2: Cho ph- ơng trình $\dfrac{2}{2-\sqrt{3}}x^2 - mx + \dfrac{2}{2-\sqrt{3}}m^2 + 4m - 1 = 0$ (1)

a) Giải ph- ơng trình (1) với m = -1

b) Tìm m để ph- ơng trình (1) có 2 nghiệm thoã mãn $\dfrac{1}{x_1} + \dfrac{1}{x_2} = x_1 + x_2$

Câu 3: Cho tam giác ABC đ- ờng phân giác AI, biết AB = c, AC = b, $\hat{A} = \alpha(\alpha = 90^0)$ Chứng min

rằng AI = $\dfrac{2bc.Cos\dfrac{\alpha}{2}}{b+c}$ (Cho Sin2$\alpha = 2Sin\alpha Cos\alpha$)

Câu 4: Cho đ- ờng tròn (O) đ- ờng kính AB và một điểm N di động trên một nửa đ- ờng tròn sa

cho $N\overset{\frown}{A} \le N\overset{\frown}{B}$. Vẽ vào trong đ- ờng tròn hình vuông ANMP.

a) Chứng minh rằng đ- ờng thẳng NP luôn đi qua điểm cố định Q.

b) Gọi I là tâm đ- ờng tròn nội tiếp tam giác NAB. Chứng minh tứ giác ABMI nội tiếp.

c) Chứng minh đ- ờng thẳng MP luôn đi qua một điểm cố định.

Câu 5: Cho x,y,z; xy + yz + zx = 0 và x + y + z = -1

Hãy tính giá trị của:

$$B = \frac{xy}{z} + \frac{zx}{y} + \frac{xyz}{x}$$

<u>Đáp án</u>

Câu 1: a) - Điều kiện xác định của D là $\begin{cases} a \ge 0 \\ b \ge 0 \\ ab \ne 1 \end{cases}$

- Rút gọn D

D = $\left[\dfrac{2\sqrt{a}+2b\sqrt{a}}{1-ab}\right]:\left[\dfrac{a+b+ab}{1-ab}\right]$

D = $\dfrac{2\sqrt{a}}{a+1}$

b) a = $\dfrac{2}{2+\sqrt{3}}=\dfrac{2(2+\sqrt{3})}{1}=(\sqrt{3}+1)^2 \Rightarrow \sqrt{a}=\sqrt{3}+1$

Vậy D = $\dfrac{2+2\sqrt{3}}{\dfrac{2}{2\sqrt{3}}+1}=\dfrac{2\sqrt{3}-2}{4-\sqrt{3}}$

c) áp dụng bất đẳng thức cauchy ta có

$2\sqrt{a}\le a+1 \Rightarrow D\le 1$

Vậy giá trị của D là 1

Câu 2: a) m = -1 ph- ơng trình (1) $\Leftrightarrow \dfrac{1}{2}x^2+x-\dfrac{9}{2}=0 \Leftrightarrow x^2+2x-9=0$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1=-1-\sqrt{10} \\ x_2=-1+\sqrt{10} \end{cases}$$

b) Để ph- ơng trình 1 có 2 nghiệm thì $\Delta\ge 0 \Leftrightarrow -8m+2\ge 0 \Leftrightarrow m\le\dfrac{1}{4}$ $(*)$

+ Để ph- ơng trình có nghiệm khác 0 $\Leftrightarrow \dfrac{1}{2}m^2+4m-1\ne 0 \Rightarrow \begin{cases} m_1\ne -4-3\sqrt{2} \\ m_2\ne -4+3\sqrt{2} \end{cases}$ $(*)$

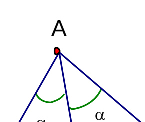
+ $\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}=x_1+x_2 \Leftrightarrow (x_1+x_2)(x_1x_2-1)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1+x_2=0 \\ x_1x_2-1=0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m=0 \\ m^2+8m-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=0 \\ m=-4-\sqrt{19} \\ m=-4+\sqrt{19} \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện (*)và (**) ta đ- ợc m = 0 và $m=-4-\sqrt{19}$

Câu 3:

+ $S_{\Delta ABI}=\dfrac{1}{2}AI.cSin\dfrac{\alpha}{2}$;



$+\ S_{\Delta AIC} = \frac{1}{2} AI.bSin\frac{\alpha}{2};$

$+\ S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} bcSin\alpha;$

$S_{\Delta ABC} = S_{\Delta ABI} + S_{\Delta AIC}$

$\Rightarrow bcSin\alpha = AISin\frac{\alpha}{2}(b+c)$

$$\Rightarrow AI = \frac{bcSin\alpha}{Sin\frac{\alpha}{2}(b+c)} = \frac{2bcCos\frac{\alpha}{2}}{b+c}$$

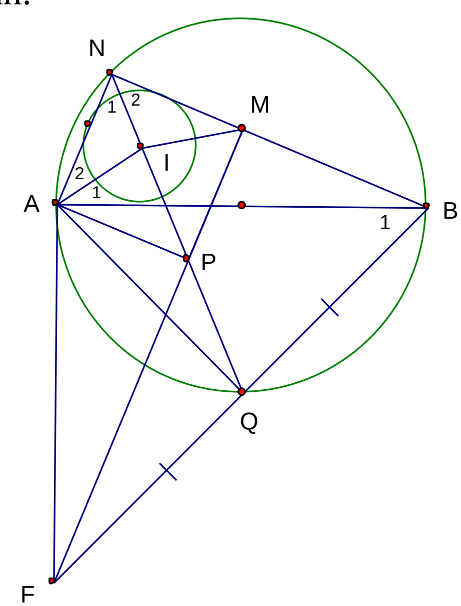
Câu 4: a) $\hat{N}_1 = \hat{N}_2$ Gọi Q = NP $\cap (O)$

$\Rightarrow Q\widehat{A} = Q\widehat{B}$ Suy ra Q cố định

b) $\hat{A}_1 = \hat{M}_1 (= \hat{A}_2)$

$\Rightarrow$ Tứ giác ABMI nội tiếp

c) Trên tia đối của QB lấy điểm F sao cho QF = QB, F cố định.



Tam giác ABF có: AQ = QB = QF

$\Rightarrow \Delta$ ABF vuông tại A $\Rightarrow \hat{B} = 45^0 \Rightarrow A\hat{F}B = 45^0$

Lại có $\hat{P}_1 = 45^0 \Rightarrow AFB = \hat{P}_1 \Rightarrow$ Tứ giác APQF nội tiếp

$\Rightarrow A\hat{P}F = A\hat{Q}F = 90^0$

Ta có: $A\hat{P}F + A\hat{P}M = 90^0 + 90^0 = 180^0$

$\Rightarrow$ M_1,P,F Thẳng hàng

Câu 5: Biến đổi B = xyz $\left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2}\right) = \cdots = xyz.\frac{2}{xyz} = 2$

ĐỀ 1633

Bài 1: Cho biểu thức $A = \dfrac{\sqrt{x-\sqrt{4(x-1)}}+\sqrt{x+\sqrt{4(x-1)}}}{\sqrt{x^2-4(x-1)}}.\left(1-\dfrac{1}{x-1}\right)$

a) Tìm điều kiện của x để A xác định

b) Rút gọn A

Bài 2 : Trên cùng một mặt phẳng tọa độ cho hai điểm A(5; 2) và B(3; -4)

a) Viết ph- ơng tình đ- ờng thẳng AB

b) Xác định điểm M trên trục hoành để tam giác MAB cân tại M

Bài 3 : Tìm tất cả các số tự nhiên m để ph- ơng trình ẩn x sau:

$x^2 - m^2x + m + 1 = 0$

có nghiệm nguyên.

Bài 4 : Cho tam giác ABC. Phân giác AD (D $\in$ BC) vẽ đ- ờng tròn tâm O qua A và D đồng thời tiếp xúc với BC tại D. Đ- ờng tròn này cắt AB và AC lần l- ợt tại E và F. Chứng minh

a) EF // BC

b) Các tam giác AED và ADC; àD và ABD là các tam giác đồng dạng.

c) AE.AC = à.AB = AC^2

Bài 5 : Cho các số d- ơng x, y thỏa mãn điều kiện $x^2 + y^2 \geq x^3 + y^4$. Chứng minh:

$x^3 + y^3 \leq x^2 + y^2 \leq x + y \leq 2$

Đáp án

Bài 1:

a) Điều kiện x thỏa mãn

$$\begin{cases} x-1 \neq 0 \\ x-\sqrt{4(x-1)} \geq 0 \\ x+\sqrt{4(x-1)} \geq 0 \\ x^2-4(x-1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \geq 1 \\ x \geq 1 \\ x \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1 \text{ và } x \neq 2$$

KL: A xác định khi 1 < x < 2 hoặc x > 2

b) Rút gọn A

$$A = \frac{\sqrt{(\sqrt{x-1}-1)^2}+\sqrt{(\sqrt{x-1}+1)^2}}{\sqrt{(x-2)^2}}.\frac{x-2}{x-1}$$

$$A = \frac{\left|\sqrt{x-1}-1\right|+\sqrt{x-1}+1}{|x-2|}.\frac{x-2}{x-1}$$

Với 1 < x < 2 $\qquad A = \dfrac{2}{1-x}$

Với x > 2 $\quad A = \dfrac{2}{\sqrt{x-1}}$

Kết luận

Với $1 < x < 2$ thì $A = \dfrac{2}{1-x}$

Với $x > 2$ thì $A = \dfrac{2}{\sqrt{x-1}}$

Bài 2:

a) A và B có hoành độ và tung độ đều khác nhau nên ph- ơng trình đ- ờng thẳng AB có dạng y = ax + b

$A(5; 2) \in AB \Rightarrow 5a + b = 2$

$B(3; -4) \in AB \Rightarrow 3a + b = -4$

Giải hệ ta có a = 3; b = -13

Vậy ph- ơng trình đ- ờng thẳng AB là y = 3x - 13

b) Giả sử M (x, 0) ∈ xx' ta có

$MA = \sqrt{(x-5)^2 + (0-2)^2}$

$MB = \sqrt{(x-3)^2 + (0+4)^2}$

□MAB cân $\Rightarrow MA = MB \Leftrightarrow \sqrt{(x-5)^2+4} = \sqrt{(x-3)^2+16}$

$\Leftrightarrow (x - 5)^2 + 4 = (x - 3)^2 + 16$

$\Leftrightarrow x = 1$

Kết luận: Điểm cần tìm: M(1; 0)

Bài 3:

Phương trình có nghiệm nguyên khi □ = $m^4 - 4m - 4$ là số chính ph- ơng

Ta lại có: m = 0; 1 thì □ < 0 loại

m = 2 thì □ = 4 = 2^2 nhận

$m \geq 3$ thì $2m(m - 2) > 5 \Leftrightarrow 2m^2 - 4m - 5 > 0$

$\Leftrightarrow$□□ - $(2m^2 - 2m - 5)$ < □ < □ + 4m + 4

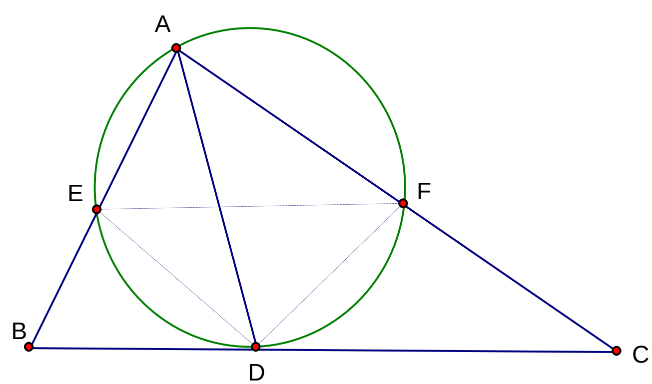
$\Leftrightarrow m^4 - 2m + 1 <$ □ $< m^4$

$\Leftrightarrow (m^2 - 1)^2 <$ □ $< (m^2)^2$

□ không chính phương

Vậy m = 2 là giá trị cần tìm.

Bài 4:



a) $EAD = EFD(=\frac{1}{2}sdED)$ (0,25)

$FAD = FDC(=\frac{1}{2}sdFD)$ (0,25)

mà $EDA = FAD \Rightarrow EFD = FDC$ (0,25)

$\Rightarrow$ EF // BC (2 góc so le trong bằng nhau)

b) AD là phân giác góc BAC nên $DE = DF$

sđ $ACD = \frac{1}{2}$ sđ($AED - DF$) = $\frac{1}{2}$ sđ AE = sđ ADE

do đó $ACD = ADE$ và $EAD = DAC$

$\Rightarrow$ □D□□□□□□□ADC (g.g)

T- ơng tự: sđ $ADF = \frac{1}{2} sd AF = \frac{1}{2} sd(AFD - DF) = \frac{1}{2}(sd AFD - DE) = sd ABD \Rightarrow ADF = ABD$

do đó □AFD ~ □□□□(g.g

c) Theo trên:

\+ □AED ~ □□DB

$\Rightarrow \frac{AE}{AD} = \frac{AD}{AC}$ hay $AD^2 = AE.AC$ (1)

\+ □ADF ~ □ABD $\Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AF}{AD}$

$\Rightarrow AD^2 = AB.AF$ (2)

Từ (1) và (2) ta có $AD^2 = AE.AC = AB.AF$

Bài 5 (1đ):

Ta có $(y^2 - y) + 2 \geq 0 \Rightarrow 2y^3 \leq y^4 + y^2$

$\Rightarrow (x^3 + y^2) + (x^2 + y^3) \leq (x^2 + y^2) + (y^4 + x^3)$

mà $x^3 + y^4 \leq x^2 + y^3$ do đó

$x^3 + y^3 \leq x^2 + y^2$ (1)

\+ Ta có: $x(x - 1)^2 \geq 0$: $y(y + 1)(y - 1)^2 \geq 0$

$\Rightarrow x(x - 1)^2 + y(y + 1)(y - 1)^2 \geq 0$

$\Rightarrow x^3 - 2x^2 + x + y^4 - y^3 - y^2 + y \geq 0$

$\Rightarrow (x^2 + y^2) + (x^2 + y3) \leq (x + y) + (x^3 + y^4)$

mà $x^2 + y^3 \geq x^3 + y^4$

$\Rightarrow x^2 + y^2 \leq x + y$ (2)

và $(x + 1)(x - 1) \geq 0$. $\quad (y - 1)(y^3 - 1) \geq 0$

$x^3 - x^2 - x + 1 + y^4 - y - y^3 + 1 \geq 0$

$\Rightarrow (x + y) + (x^2 + y^3) \leq 2 + (x^3 + y^4)$

mà $x^2 + y^3 \geq x^3 + y^4$

$\Rightarrow x + y \leq 2$

Từ (1) (2) và (3) ta có:

$x^3 + y^3 \leq x^2 + y^2 \leq x + y \leq 2$

ĐỀ 1634

Bài 1: Cho biểu thức M = $\frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6}+\frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}+\frac{\sqrt{x+3}}{2-\sqrt{x}}$

a. Tìm điều kiện của x để M có nghĩa và rút gọn M

b. Tìm x để M = 5

c. Tìm x $\in$ Z để M $\in$ Z.

bài 2: a) Tìm x, y nguyên dơng thoã mãn phong trình

$3x^2 + 10xy + 8y^2 = 96$

b)tìm x, y biết / x - 2005/ + /x - 2006/ +/y - 2007/+/x- 2008/ = 3

Bài 3: a. Cho các số x, y, z dơng thoã mãn $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=4$

Chứng ming rằng: $\frac{1}{2x+y+z}+\frac{1}{x+2y+z}+\frac{1}{x+y+2z}\le 1$

b. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: B = $\frac{x^2-2x+2006}{x^2}$ (với x $\neq 0$)

Bài 4: Cho hình vuông ABCD. Kẻ tia Ax, Ay sao cho $x\hat{A}y = 45^0$

Tia Ax cắt CB và BD lần lợt tại E và P, tia Ay cắt CD và BD lần lợt tại F và Q

a. Chứng minh 5 điểm E; P; Q; F; C cùng nằm trên một đờng tròn

b. $S_{\Delta AEF} = 2\,S_{\Delta APQ}$

Kẻ đờng trung trực của CD cắt AE tại M. Tính số đo góc MAB biết $C\hat{P}D = C\hat{M}D$

Bài 5: (1đ)

Cho ba số a, b , c khác 0 thoã mãn: $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=0$; Hãy tính P = $\frac{ac}{c^2}+\frac{bc}{a^2}+\frac{ac}{b^2}$

đáp án

Bài 1:M = $\frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6}+\frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}+\frac{\sqrt{x}+3}{2-\sqrt{x}}$

a.ĐK $x\ge 0; x\neq 4; x\neq 9$ 0,5đ

Rút gọn M = $\frac{2\sqrt{x}-9-(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)+(2\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}$

Biến đổi ta có kết quả: M = $\frac{x-\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}$ M = $\frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}-2)} \Leftrightarrow M=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$

$$\text{b.. M} = 5 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3} = 5$$

$$\Rightarrow \sqrt{x}+1 = 5\left(\sqrt{x}-3\right)$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x}+1 = 5\sqrt{x}-15$$

$$\Leftrightarrow 16 = 4\sqrt{x}$$

$$\Rightarrow \sqrt{x} = \frac{16}{4} = 4 \Rightarrow x = 16$$

c. M = $\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} = \frac{\sqrt{x}-3+4}{\sqrt{x}-3} = 1 + \frac{4}{\sqrt{x}-3}$

Do M $\in z$ nên $\sqrt{x}-3$ là ớc của 4 $\Rightarrow$ $\sqrt{x}-3$ nhận các giá trị: -4; -2; -1; 1; 2; 4

$\Rightarrow x \in \{1;4;16;25;49\}$ do $x \neq 4 \Rightarrow x \in \{1;16;25;49\}$

<u>Bài 2</u> a. $3x^2 + 10xy + 8y^2 = 96$

<--> $3x^2 + 4xy + 6xy + 8y^2 = 96$

<--> $(3x^2 + 6xy) + (4xy + 8y^2) = 96$

<--> $3x(x + 2y) + 4y(x + 2y) = 96$

<--> $(x + 2y)(3x + 4y) = 96$

Do x, y nguyên dơng nên x + 2y; 3x + 4y nguyen dơng và $3x + 4y > x + 2y \geq 3$

mà $96 = 2^5. 3$ có các ớc là: 1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 24; 32; 48; 96 đợc biểu diễn thành tích 2 thừa số không nhỏ hơn 3 là: 96 = 3.32 = 4.24 = 6. 16 = 8. 12

Lại có x + 2y và 3x + 4y có tích là 96 (Là số chẵn) có tổng 4x + 6y là số chẵn do đó

$\begin{cases} x + 2y = 6 \\ 3x + 4y = 24 \end{cases}$ Hệ PT này vô nghiệm

Hoặc $\begin{cases} x + 2y = 6 \\ 3x + 4y = 16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \end{cases}$

Hoặc $\begin{cases} x + 2y = 8 \\ 3x + 4y = 12 \end{cases}$ Hệ PT vô nghiệm

Vậy cấp số x, y nguyên dơng cần tìm là (x, y) = (4, 1)

b. ta có /A/ = /-A/ $\geq A \forall A$

Nên /x - 2005/ + / x - 2006/ = / x - 2005/ + / 2008 - x/

$\geq /x - 2005 + 2008 - x/ \geq /3/ = 3$ (1)

mà /x - 2005/ + / x - 2006/ + / y - 2007/ + / x - 2008/ = 3 (2)

Kết hợp (1 và (2) ta có / x - 2006/ + / y - 2007/ ≤ 0 (3)

(3) sảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} /x - 2006/ = 0 \\ /y - 2007/ = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2006 \\ y = 2007 \end{cases}$

BÀI 3

a. Trớc hết ta chứng minh bất đẳng thức phụ

b. Với mọi a, b thuộc R: x, y > 0 ta có $\frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{y} \geq \frac{(a+b)^2}{x+y}$ (*)

<-->$(a^2y + b^2x)(x + y) \geq (a+b)^2 xy$

$\Leftrightarrow a^2y^2 + a^2xy + b^2x^2 + b^2xy \geq a^2xy + 2abxy + b^2xy$

$\Leftrightarrow a^2y^2 + b^2x^2 \geq 2abxy$

$\Leftrightarrow a^2y^2 - 2abxy + b^2x^2 \geq 0$

$\Leftrightarrow (ay - bx)^2 \geq 0$ (**) bất đẳng thức (**) đúng với mọi a, b, và x,y > 0

Dấu (=) xảy ra khi ay = bx hay $\frac{a}{x} = \frac{b}{y}$

áp dung bất đẳng thức (*) hai lần ta có

$$\frac{1}{2x+y+z} = \frac{\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)^2}{2x+y+z} \leq \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2}{x+y} + \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2}{x+z} = \frac{\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\right)^2}{x+y} + \frac{\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\right)^2}{x+z}$$

$$\leq \frac{\left(\frac{1}{4}\right)^2}{x} + \frac{\left(\frac{1}{4}\right)^2}{y} + \frac{\left(\frac{1}{4}\right)^2}{x} + \frac{\left(\frac{1}{4}\right)^2}{z} = \frac{1}{16}\left(\frac{2}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right)$$

Tơng tự $\frac{1}{x+2y+z} \leq \frac{1}{16}\left(\frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{1}{z}\right)$

$$\frac{1}{x+y+2z} \le \frac{1}{16}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{2}{z}\right)$$

Cộng từng vế các bất đẳng thức trên ta có:

$$\frac{1}{2x+y+z}+\frac{1}{x+2y+z}+\frac{1}{x+y+2z} \le \frac{1}{16}\left(\frac{2}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)+\frac{1}{16}\left(\frac{1}{x}+\frac{2}{y}+\frac{1}{z}\right)+\frac{1}{16}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{2}{z}\right)$$

$$\le \frac{1}{16}\left(\frac{4}{x}+\frac{4}{y}+\frac{4}{z}\right) \le \frac{4}{16}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right) \le \frac{1}{4}.4=1$$

Vì $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=4$

$$B=\frac{x^2-2x+2006}{x^2}\left(x \ne 0\right)$$

Ta có: $B=\frac{x^2-2x+2006}{x^2} \Leftrightarrow B=\frac{2006x^2-2.2006x+2006^2}{2006x}$

$$\Leftrightarrow B=\frac{(x-2006)^2+2005x^2}{x^2} \Leftrightarrow \frac{(x-2006)^2+2005}{2006x^2}+\frac{2005}{2006}$$

Vì $(x - 2006)^2 \ge 0$ với mọi x

$x^2 > 0$ với mọi x khác 0

$$\Rightarrow \frac{\left(x-2006\right)^2}{2006x^2} \ge 0 \Rightarrow B \ge \frac{2005}{2006} \Rightarrow B=\frac{2005}{2006} khi x=2006$$

<u>Bài 4</u>a. $E\hat{B}Q = E\hat{A}Q = 45^0 \Rightarrow \square E\hat{B}AQ$ nội tiếp; $\hat{B} = 90^0$ → góc AQE = 90^0 → gócEQF = 90^0

Tơng tự góc FDP = góc FAP = 45^0

→ Tứ giác FDAP nội tiếp góc D = 90^0 → góc APF = 90^0 → góc EPF = 90^0 ….. 0,25đ

Các điểm Q, P,C luôn nhìn dới 1góc90^0 nên 5 điểm E, P, Q, F, C cùng nằm trên 1 đờng tròn đờng kính EF ……………0,25đ

b. Ta có góc APQ + góc QPE = 180^0 (2 góc kề bù) $\Rightarrow$góc APQ = góc AFE

Góc AFE + góc EPQ = 180^0

→Tam giác APQ đồng dạng với tam giác AEF (g.g)

$$\rightarrow \frac{S_{\Delta APQ}}{S_{\Delta AEF}} = k^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow 2S_{\Delta APQ} = S_{\Delta AEE}$$

c. góc CPD = góc CMD → tứ giác MPCD nội tiếp → góc MCD = góc CPD (cùng chắn cung MD)

Lại có góc MPD = góc CPD (do BD là trung trực của AC)

góc MCD = góc MDC (do M thuộc trung trực của DC)

→ góc CPD = gócMDC = góc CMD = gócMCD → tam giác MDC đều → góc CMD $= 60^0$

→ tam giác DMA cân tại D (vì AD = DC = DM)

Và góc ADM =gócADC – gócMDC $= 90^0 - 60^0 = 30^0$

→ góc MAD = góc AMD $(180^0 - 30^0) : 2 = 75^0$

→ gócMAB $= 90^0 - 75^0 = 15^0$

Bài 5Đặt x = 1/a; y =1/b; z = 1/c → x + y + z = 0 (vì 1/a = 1/b + 1/c = 0)

→ $x = -(y + z)$

→ $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = -(y + z)^3 + y^3 - 3xyz$

→ $-(y^3 + 3y^2z + 3y^2z^2 + z^3) + y^3 + z^3 - 3xyz = -3yz(y + z + x) = -3yz.0 = 0$

Từ $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = 0$ → $x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$

→ $1/a^3 + 1/b^3 + 1/c^3\ 3\ 1/a^3 .1/b^3 .1/c^3 = 3/abc$

Do đó $P = ab/c^2 + bc/a^2 + ac/b^2 = abc\ (1/a^3 + 1/b^3 + 1/c^3) = abc.3/abc = 3$

nếu 1/a + 1/b + 1/c =o thì $P = ab/c^2 + bc/a^2 + ac/b^2 = 3$

ĐỀ 1635

Bài 1Cho biểu thức A = $\sqrt{\frac{(x^2-3)^2+12x^2}{x^2}} + \sqrt{(x+2)^2-8x^2}$

a. Rút gọn biểu thức A

b. Tìm những giá trị nguyên của x sao cho biểu thức A cũng có giá trị nguyên.

Bài 2: (2 điểm)

Cho các đ- ờng thẳng:

$y = x-2$ (d_1)

$y = 2x - 4$ (d_2)

$y = mx + (m+2)$ (d_3)

a. Tìm điểm cố định mà đ- ờng thẳng (d_3) luôn đi qua với mọi giá trị của m.

b. Tìm m để ba đ- ờng thẳng (d_1); (d_2); (d_3) đồng quy .

Bài 3: Cho ph- ơng trình $x^2 - 2(m-1)x + m - 3 = 0$ (1)

a. Chứng minh ph- ơng trình luôn có 2 nghiệm phân biệt.

b. Tìm một hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm của ph- ơng trình (1) mà không phụ thuộc v
m.

c. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = x^2_1 + x^2_2$ (với x_1, x_2 là nghiệm của ph- ơng trình (1))

Bài 4: Cho đ- ờng tròn (o) với dây BC cố định và một điểm A thay đổi vị trí trên cung lớn BC s
cho AC>AB và AC > BC . Gọi D là điểm chính giữa của cung nhỏ BC. Các tiếp tuyến của (O) t
D và C cắt nhau tại E. Gọi P, Q lần l- ợt là giao điểm của các cặp đ- ờng thẳng AB với CD; AD
CE.

a. Chứng minh rằng DE// BC

b. Chứng minh tứ giác PACQ nội tiếp

c. Gọi giao điểm của các dây AD và BC là F

Chứng minh hệ thức: $\frac{1}{CE} = \frac{1}{CQ} + \frac{1}{CE}$

Bài 5: Cho các số d- ơng a, b, c Chứng minh rằng: $1 < \frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+a} < 2$

đáp án

Bài 1: - Điều kiện : $x \neq 0$

a. Rút gọn: $A = \sqrt{\frac{x^4 + 6x^2 + 9}{x^2}} + \sqrt{x^2 - 4x + 4}$

$$= \frac{x^2 + 3}{|x|} + |x - 2|$$

- Với x <0: $A = \frac{-2x^2 + 2x - 3}{x}$

- Với $0 < x \leq 2$: $A = \frac{2x + 3}{x}$

- Với x>2 : $A = \frac{2x^2 - 2x + 3}{x}$

b. Tìm x nguyên để A nguyên:

A nguyên <=> $x^2 + 3 \vdots |x|$

<=> $3 \vdots |x|$ => $x = \{-1;-3;1;3\}$

Bài 2:

a. (d_1) : y = mx + (m +2)

<=> m (x+1)+ (2-y) = 0

Để hàm số luôn qua điểm cố định với mọi m

$$\begin{cases} x+1=0 \\ 2-y=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$$

Vậy N(-1; 2) là điểm cố định mà (d_3) đi qua

b. Gọi M là giao điểm (d_1) và (d_2) . Tọa độ M là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} y = x-2 \\ y = 2x-4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=0 \end{cases}$$

Vậy M (2; 0) .

Nếu (d_3) đi qua M(2,0) thì M(2,0) là nghiệm (d_3)

Ta có : 0 = 2m + (m+2) => m= $-\frac{2}{3}$

Vậy m = $-\frac{2}{3}$ thì (d_1); (d_2); (d_3) đồng quy

Bài 3: a. $\Delta' = m^2 - 3m + 4 = (m - \frac{3}{2})^2 + \frac{7}{4} > 0 \quad \forall m$.

Vậy ph- ơng trình có 2 nghiệm phân biệt

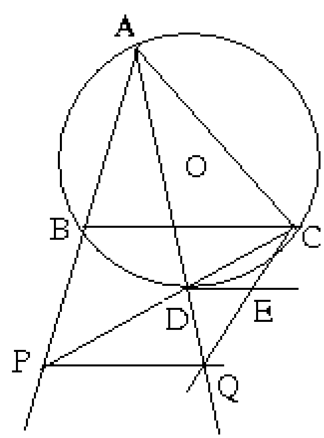
b. Theo Viét: $\begin{cases} x_1+x_2 = 2(m-1) \\ x_1x_2 = m-3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1+x_2 = 2m-2 \\ 2x_1x_2 = 2m-6 \end{cases}$

<=> $x_1 + x_2 - 2x_1x_2 - 4 = 0$ không phụ thuộc vào m

a. $P = x_1^2 + x_1^2 = (x_1+x_2)^2 - 2x_1x_2 = 4(m-1)^2 - 2(m-3)$

$$= (2m - \frac{5}{2})^2 + \frac{15}{4} \geq \frac{15}{4} \forall m$$

Vậy $P_{min} = \frac{15}{4}$ với m = $\frac{5}{4}$



Bài 4: Vẽ hình đúng – viết giả thiết – kết luận

a. Sđ$\angle CDE = \frac{1}{2}$ Sđ $\overset{\frown}{DC} = \frac{1}{2}$ Sđ $\overset{\frown}{BD} = \angle BCD$

=> DE// BC (2 góc vị trí so le)

b. $\angle APC = \frac{1}{2}$ sđ (AC - DC) = $\angle$ AQC

=> ▱ APQC nội tiếp (vì $\angle$ APC = $\angle$ AQC cùng nhìn đoan AC)

c.Tứ giác APQC nội tiếp

$\angle$CPQ = $\angle$ CAQ (cùng chắn cung CQ)
$\angle$CAQ = $\angle$ CDE (cùng chắn cung DC)
Suy ra $\angle$ CPQ = $\angle$ CDE => DE// PQ

Ta có: $\frac{DE}{PQ} = \frac{CE}{CQ}$ (vì DE//PQ) (1)

$\frac{DE}{FC} = \frac{QE}{QC}$ (vì DE// BC) (2)

Cộng (1) và (2) : $\frac{DE}{PQ} + \frac{DE}{FC} = \frac{CE+QE}{CQ} = \frac{CQ}{CQ} = 1$

=> $\frac{1}{PQ} + \frac{1}{FC} = \frac{1}{DE}$ (3)

ED = EC (t/c tiếp tuyến) từ (1) suy ra PQ = CQ

Thay vào (3) : $\frac{1}{CQ} + \frac{1}{CF} = \frac{1}{CE}$

<u>Bài 5:</u>Ta có: $\frac{a}{a+b+c} < \frac{a}{b+a} < \frac{a+c}{a+b+c}$ (1)

$\frac{b}{a+b+c} < \frac{b}{b+c} < \frac{b+a}{a+b+c}$ (2)

$\frac{c}{a+b+c} < \frac{c}{c+a} < \frac{c+b}{a+b+c}$ (3)

Cộng từng vế (1),(2),(3) :

$$1 < \frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+a} < 2$$

ĐỀ 1636

I.Trắc nghiệm:(2 điểm)

Hãy ghi lại một chữ cái đứng tr- ớc khẳng định đúng nhất.

Câu 1: **Kết quả của phép tính** $\left(8\sqrt{18} - 2\sqrt{98} + \sqrt{72}\right) : \sqrt{2}$ **là :**

A . 4 B . $5\sqrt{2}+6$ **C . 16** **D . 44**

Câu 2 : **Giá trị nào của m thì ph- ơng trình $mx^2 + 2x + 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt :**

A. $m \neq 0$ B. $m < \frac{1}{4}$ C. $m \neq 0$ và $m < \frac{1}{4}$ D. $m \neq 0$ và $m < 1$

Câu 3 :**Cho** $\triangle ABC$ **nội tiếp đ- ờng tròn (O) có** $B = 60^0; C = 45^0$. **Sđ** BC **là:**

A . 75^0 **B . 105^0** **C . 135^0** **D . 150^0**

Câu 4 : **Một hình nón có bán kính đ- ờng tròn đáy là 3cm, chiều cao là 4cm thì diện tích xung quanh hình nón là:**

A 9 π **(cm^2)** **B. 12** π **(cm^2)** **C . 15**π **(cm^2)** **D. 18** π **(cm^2)**

II. Tự Luận: (8 điểm)

Câu 5 : **Cho biểu thức A=**$\frac{x+1-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}+\frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$

a) Tìm x để biểu thức A có nghĩa.

b) Rút gọn biểu thức A.

c) Với giá trị nào của x thì A<1.

Câu 6 : **Hai vòi n- ớc cùng chảy vào một bể thì đầy bể sau 2 giờ 24 phút. Nếu chảy riêng từng vòi thì vòi thứ nhất chảy đầy bể nhanh hơn vòi thứ hai 2 giờ. Hỏi nếu mở riêng từng vòi thì mỗi vòi chảy bao lâu thì đầy bể?**

Câu 7 : **Cho đ- ờng tròn tâm (O) đ- ờng kính AB. Trên tia đối của tia AB lấy điểm C (AB>BC). Vẽ đ- ờng tròn tâm (O$'$) đ- ờng kính BC.Gọi I là trung điểm của AC. Vẽ dây MN vuông góc với AC tại I, MC cắt đ- ờng tròn tâm O$'$ tại D.**

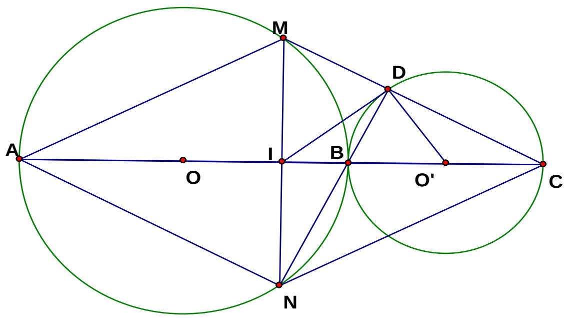
a) Tứ giác AMCN là hình gì? Tại sao?

b) Chứng minh tứ giác NIDC nội tiếp?

c) Xác định vị trí t- ơng đối của ID và đ- ờng tròn tâm (O) với đ- ờng tròn tâm (O').

Đáp án

Câu	Nội dung	Điểm
1	C	0.5
2	D	0.5
3	D	0.5
4	C	0.5
5	a) A có nghĩa $\Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 0 \\ \sqrt{x}-1 \ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 0 \\ x \ne 1 \end{cases}$	0.5
	b) A= $\dfrac{\left(\sqrt{x}-1\right)^2}{\sqrt{x}-1} + \dfrac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)}{\sqrt{x}+1}$	0.5
	$= \sqrt{x}-1+\sqrt{x}$	0.25
	$=2\sqrt{x}-1$	0.25
	c) A<1 $\Rightarrow$ $2\sqrt{x}-1<1$	0.25
	$\Rightarrow 2\sqrt{x}<2$	0.25
	$\Rightarrow \sqrt{x}<1$ $\Rightarrow$ x<1	0.25
	Kết hợp điều kiện câu a) $\Rightarrow$ Vậy với $0 \le x < 1$ thì A<1	0.25
6	2giờ 24 phút= $\dfrac{12}{5}$ giờ Gọi thời gian vòi thứ nhất chảy một mình đầy bể là x (giờ) (Đk x>0)	0.25
	Thời gian vòi thứ hai chảy một mình đầy bể là: x+2 (giờ) Trong 1 giờ vòi thứ nhất chảy đ- ợc : $\dfrac{1}{x}$ (bể) Trong 1 giờ vòi thứ hai chảy đ- ợc : $\dfrac{1}{x+2}$ (bể) Trong 1 giờ cả hai vòi chảy đ- ợc : $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x+2}$ (bể)	0.5

	Theo bài ra ta có ph- ơng trình: $\frac{1}{x}+\frac{1}{x+2}=\frac{1}{\frac{12}{5}}$	0.25
	Giaỉ ph- ơng trình ta đ- ợc x_1=4; x_2=-$\frac{6}{5}$ (loại)	0.75
	Vậy: Thời gian vòi thứ nhất chảy một mình đầy bể là:4 giờ Thời gian vòi thứ hai chảy một mình đầy bể là: 4+2 =6(giờ)	0.25
7	Vẽ hình và ghi gt, kl đúng  	0.5
	a) Đ- ờng kính AB$\perp$MN (gt) $\Rightarrow$I là trung điểm của MN (Đ- ờng kính và dây cung)	0.5
	IA=IC (gt) $\Rightarrow$Tứ giác AMCN có đ- ơng chéo AC và MN cắt nhau tại trung điểm của mỗi đ- ờng và vuông góc với nhau nên là hình thoi.	0.5
	b) $ANB = 90^0$ (góc nội tiếp chắn 1/2 đ- ờng tròn tâm (O)) $\Rightarrow$BN $\perp$AN.	
	AN// MC (cạnh đối hình thoi AMCN). $\Rightarrow$BN $\perp$MC (1)	
	$BDC = 90^0$(góc nội tiếp chắn 1/2 đ- ờng tròn tâm (O')) BD $\perp$MC (2)	
	Từ (1) và (2) $\Rightarrow$ N,B,D thẳng hàng do đó $NDC = 90^0$(3). $NIC = 90^0$ (vì AC$\perp$MN) (4)	0.5
	Từ (3) và (4) $\Rightarrow$N,I,D,C cùng nằm trên đ- ờng tròn đ- ờng kính NC $\Rightarrow$ Tứ giác NIDC nội tiếp	0.5
	c) O$\in$BA. $O'$$\in$BC mà BA vafBC là hai tia đối nhau $\Rightarrow$B nằm giữa O và O' do đó ta có OO'=OB + O'B $\Rightarrow$ đ- ờng tròn (O) và đ- ờng tròn (O') tiếp xúc ngoài tại B	0.5
	$\triangle$MDN vuông tại D nên trung tuyến DI =$\frac{1}{2}$MN =MI $\Rightarrow$ $\triangle$MDI cân $\Rightarrow$	

	$IMD = IDM$. **T- ơng tự ta có** $O'DC = O'CD$ **mà** $IMD + O'CD = 90^0$ **(vì** $MIC = 90^0$ **)**	**0.25**
	$\Rightarrow IDM + O'DC = 90^0$ **mà** $MDC = 180^0 \Rightarrow IDO' = 90^0$ **do đó ID** $\perp$ **DO** $\Rightarrow$ **ID là tiếp tuyến của đ- ờng tròn (O').**	**0.25**

Chú ý: Nếu thí sinh làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa

ĐỀ 1637

<u>Câu1</u> : Cho biểu thức

$$A=\left(\frac{x^3-1}{x-1}+x\right)\left(\frac{x^3+1}{x+1}-x\right):\frac{x(1-x^2)^2}{x^2-2} \text{ Với } x\neq\sqrt{2};\pm1$$

.a, Ruý gọn biểu thức A

.b , Tính giá trị của biểu thức khi cho x=$\sqrt{6+2\sqrt{2}}$

c. Tìm giá trị của x để A=3

<u>Câu2</u>.a, Giải hệ ph- ơng trình:

$$\begin{cases}(x-y)^2+3(x-y)=4\\ 2x+3y=12\end{cases}$$

b. Giải bất ph- ơng trình:

$$\frac{x^3-4x^2-2x-15}{x^2+x+3}<0$$

<u>Câu3</u>. Cho ph- ơng trình (2m-1)x^2-2mx+1=0

Xác định m để ph- ơng trình trên có nghiệm thuộc khoảng (-1,0)

<u>Câu 4</u>. Cho nửa đ- ờng tròn tâm O , đ- ờng kính BC .Điểm A thuộc nửa đ- ờng tròn đó D- ng hình vuông ABCD thuộc nửa mặt phẳng bờ AB, không chứa đỉnh C. Gọi Flà giao điểm của Aevà nửa đ- ờng tròn (O) . Gọi Klà giao điểm của CFvà ED

a. chứng minh rằng 4 điểm E,B,F,K. nằm trên một đ- ờng tròn
b. Tam giác BKC là tam giác gì ? Vì sao. ?

đáp án

<u>Câu 1</u>: a. Rút gọn A=$\frac{x^2-2}{x}$

b.Thay x= $\sqrt{6+2\sqrt{2}}$ vào A ta đ- ợc A= $\frac{4+2\sqrt{2}}{\sqrt{6+2\sqrt{2}}}$

c.A=3<=> x^2-3x-2=0=> x=$\frac{3\pm\sqrt{17}}{2}$

<u>Câu 2</u> : a)Đặt x-y=a ta đ- ợc pt: a^2+3a=4 => a=-1;a=-4

Từ đó ta có $\begin{cases}(x-y)^2+3(x-y)=4\\2x+3y=12\end{cases}$ <=>

$*\begin{cases}x-y=1\\2x+3y=12\end{cases}(1)$

$*\begin{cases}x-y=-4\\2x+3y=12\end{cases}(2)$

Giải hệ (1) ta đ- ợc x=3, y=2

Giải hệ (2) ta đ- ợc x=0, y=4

Vậy hệ ph- ơng trình có nghiệm là x=3, y=2 hoặc x=0; y=4

b) Ta có $x^3-4x^2-2x-15=(x-5)(x^2+x+3)$

mà $x^2+x+3=(x+1/2)^2+11/4>0$ với mọi x

Vậy bất ph- ơng trình t- ơng đ- ơng với x-5>0 =>x>5

Câu 3: Ph- ơng trình: $(2m-1)x^2-2mx+1=0$

- Xét 2m-1=0=> m=1/2 pt trở thành −x+1=0=> x=1
- Xét 2m-1≠0=> m≠ 1/2 khi đó ta có

  $\Delta' = m^2-2m+1=(m-1)^2\geq 0$ mọi m=> pt có nghiệm với mọi m

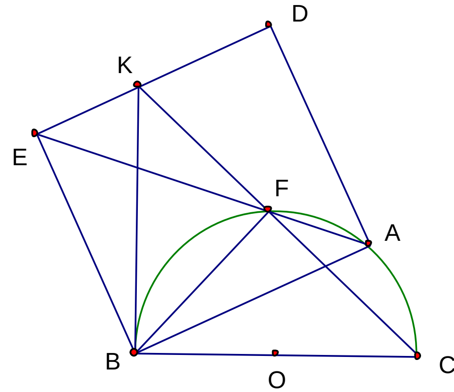
  ta thấy nghiệm x=1 không thuộc (-1,0)

  với m≠ 1/2 pt còn có nghiệm x=$\frac{m-m+1}{2m-1}=\frac{1}{2m-1}$

  pt có nghiệm trong khoảng (-1,0)=> -1<$\frac{1}{2m-1}$<0

  $\begin{cases}\frac{1}{2m-1}+1>0\\2m-1<0\end{cases}$ => $\begin{cases}\frac{2m}{2m-1}>0\\2m-1<0\end{cases}$ =>m<0

  Vậy Pt có nghiệm trong khoảng (-1,0) khi và chỉ khi m<0



Câu 4:

a. Ta có ∠KEB= 90^0

mặt khác ∠BFC= 90^0(góc nội tiếp chắn nửa đ- ờng tròn)

do CF kéo dài cắt ED tại D

=> ∠BFK= 90^0 => E,F thuộc đ- ờng tròn đ- ờng kính BK

hay 4 điểm E,F,B,K thuộc đ- ờng tròn đ- ờng kính BK.

b. ∠BCF= ∠BAF

Mà ∠ BAF= ∠BAE=45^0=> ∠ BCF= 45^0

Ta có ∠BKF= ∠ BEF

Mà ∠ BEF= ∠ BEA=45^0(EA là đ- ờng chéo của hình vuông ABED)=> ∠BKF=45^0

Vì ∠ BKC= ∠ BCK= 45^0=> tam giác BCK vuông cân tại B

ĐỀ 1638

Bài 1: Cho biểu thức: P = $\left(\frac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}}-\frac{x\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}}\right):\left(\frac{2\left(x-2\sqrt{x}+1\right)}{x-1}\right)$

a,Rút gọn P

b,Tìm x nguyên để P có giá trị nguyên.

Bài 2: Cho ph- ơng trình: x^2-(2m + 1)x + m^2 + m - 6= 0 (*)

a.Tìm m để ph- ơng trình (*) có 2 nghiệm âm.

b.Tìm m để ph- ơng trình (*) có 2 nghiệm x_1; x_2 thoả mãn $\left|x_1^3-x_2^3\right|=50$

Bài 3: Cho ph- ơng trình: $ax^2 + bx + c = 0$ có hai nghiệm d- ơng phân biệt x_1, x_2Chứng minh:

a,Ph- ơng trình $ct^2 + bt + a = 0$ cũng có hai nghiệm d- ơng phân biệt t_1 và t_2.

b,Chứng minh: $x_1 + x_2 + t_1 + t_2 \geq 4$

Bài 4: Cho tam giác có các góc nhọn ABC nội tiếp đ- ờng tròn tâm O . H là trực tâm của tam giác. D là một điểm trên cung BC không chứa điểm A.

a, Xác định vị trí của điểm D để tứ giác BHCD là hình bình hành.

b, Gọi P và Q lần l- ợt là các điểm đối xứng của điểm D qua các đ- ờng thẳng AB và AC . Chứng minh rằng 3 điểm P; H; Q thẳng hàng.

c, Tìm vị trí của điểm D để PQ có độ dài lớn nhất.

Bài 5: Cho hai số d- ơng x; y thoả mãn: $x + y \leq 1$

Tìm giá trị nhỏ nhất của: A = $\frac{1}{x^2+y^2}+\frac{501}{xy}$

Đáp án

Bài 1: **(2 điểm).** ĐK: $x \geq 0; x \neq 1$

a, Rút gọn: P = $\frac{2x(x-1)}{x(x-1)}:\frac{2\left(\sqrt{x}-1\right)^2}{x-1}$ <=> P = $\frac{\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}-1)^2}=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$

b. P $= \dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} = 1 + \dfrac{2}{\sqrt{x}-1}$

Để P nguyên thì

$\sqrt{x}-1=1 \Rightarrow \sqrt{x}=2 \Rightarrow x=4$
$\sqrt{x}-1=-1 \Rightarrow \sqrt{x}=0 \Rightarrow x=0$
$\sqrt{x}-1=2 \Rightarrow \sqrt{x}=3 \Rightarrow x=9$
$\sqrt{x}-1=-2 \Rightarrow \sqrt{x}=-1(Loai)$

Vậy với x= $\{0;4;9\}$ thì P có giá trị nguyên.

Bài 2: Để ph- ơng trình có hai nghiệm âm thì:

$$\begin{cases} \Delta = (2m+1)^2 - 4(m^2+m-6) \geq 0 \\ x_1x_2 = m^2+m-6 > 0 \\ x_1+x_2 = 2m+1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 25 > 0 \\ (m-2)(m+3) > 0 \Leftrightarrow m < -3 \\ m < -\dfrac{1}{2} \end{cases}$$

b. Giải ph- ơng trình: $\left|(m-2)^3 - (m+3)^3\right| = 50$

$$\Leftrightarrow \left|5(3m^2+3m+7)\right| = 50 \Leftrightarrow m^2+m-1=0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m_1 = \dfrac{-1+\sqrt{5}}{2} \\ m_2 = \dfrac{-1-\sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

<u>Bài 3</u>: a. Vì x_1 là nghiệm của ph- ơng trình: $ax^2 + bx + c = 0$ nên $ax_1^2 + bx_1 + c$ =0. .

Vì $x_1 > 0$ => c.$\left(\dfrac{1}{x^1}\right)^2 + b.\dfrac{1}{x_1} + a = 0.$ Chứng tỏ $\dfrac{1}{x_1}$ là một nghiệm d- ơng của ph- ơng trình: $ct^2 + bt + a = 0$; $t_1 = \dfrac{1}{x_1}$ Vì x_2 là nghiệm của ph- ơng trình:

$ax^2 + bx + c = 0$ => $ax_2^2 + bx_2 + c = 0$

vì $x_2 > 0$ nên c. $\left(\dfrac{1}{x_2}\right)^2 + b.\left(\dfrac{1}{x_2}\right) + a = 0$ điều này chứng tỏ $\dfrac{1}{x_2}$ là một nghiệm d- ơng của ph- ơng trình $ct^2 + bt + a = 0$; $t_2 = \frac{1}{x_2}$

Vậy nếu ph- ơng trình: $ax^2 + bx + c = 0$ có hai nghiệm d- ơng phân biệt x_1; x_2 thì ph- ơng trình : $ct^2 + bt + a = 0$ cũng có hai nghiệm d- ơng phân biệt t_1 ; t_2 . $t_1 = \frac{1}{x_1}$

; $t_2 = \frac{1}{x_2}$

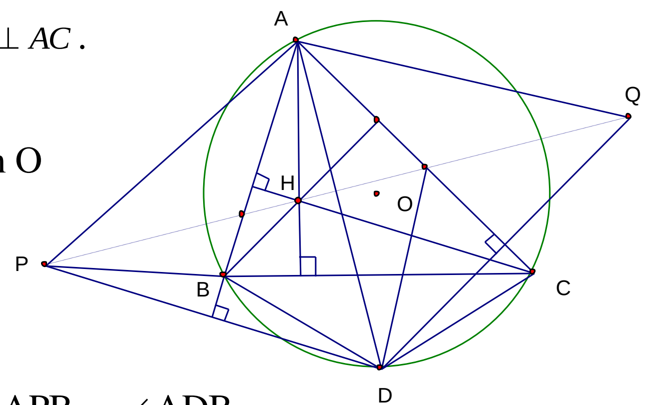
b. Do x_1; x_1; t_1; t_2 đều là những nghiệm d- ơng nên

$t_1 + x_1 = \frac{1}{x_1} + x_1 \geq 2$ $\qquad\qquad$ $t_2 + x_2 = \frac{1}{x_2} + x_2 \geq 2$

Do đó $x_1 + x_2 + t_1 + t_2 \geq 4$

<u>Bài 4</u>

a. Giả sử đã tìm đ- ợc điểm D trên cung BC sao cho tứ giác BHCD là hình bình hành . Khi đó: BD//HC; CD//HB vì H là trực tâm tam giác ABC nên



CH $\perp AB$ và BH $\perp AC$ => BD $\perp AB$ và CD $\perp AC$.

Do đó: $\angle ABD = 90^0$ và $\angle ACD = 90^0$.

Vậy AD là đ- ờng kính của đ- ờng tròn tâm O

Ng- ợc lại nếu D là đầu đ- ờng kính AD của đ- ờng tròn tâm O thì tứ giác BHCD là hình bình hành.

b) Vì P đối xứng với D qua AB nên $\angle APB = \angle ADB$

nh- ng $\angle ADB = \angle ACB$ nh- ng $\angle ADB = \angle ACB$

Do đó: $\angle APB = \angle ACB$ Mặt khác:

$\angle AHB + \angle ACB = 180^0$ => $\angle APB + \angle AHB = 180^0$

Tứ giác APBH nội tiếp đ- ợc đ- ờng tròn nên $\angle PAB = \angle PHB$

Mà $\angle PAB = \angle DAB$ do đó: $\angle PHB = \angle DAB$

Chứng minh t- ơng tự ta có: $\angle CHQ = \angle DAC$

Vậy $\angle PHQ = \angle PHB + \angle BHC + \angle CHQ = \angle BAC + \angle BHC = 180^0$

Ba điểm P; H; Q thẳng hàng

c). Ta thấy Δ APQ là tam giác cân đỉnh A

Có AP = AQ = AD và $\angle$PAQ = $\angle$2BAC không đổi nên cạnh đáy PQ

đạt giá trị lớn nhất ⇔ AP và AQ là lớn nhất hay ⇔ AD là lớn nhất

⇔ D là đầu đ- ờng kính kẻ từ A của đ- ờng tròn tâm O

ĐỀ 1639

Bài 1: Cho biểu thức: $P = \dfrac{x}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})(1-\sqrt{y})} - \dfrac{y}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x}+1)} - \dfrac{xy}{(\sqrt{x}+1)(1-\sqrt{y})}$

a). Tìm điều kiện của x và y để P xác định . Rút gọn P.

b). Tìm x,y nguyên thỏa mãn phong trình P = 2.

Bài 2: Cho parabol (P) : y = $-x^2$ và đờng thẳng (d) có hệ số góc m đi qua điểm M(-1 ; -2) .

a). Chứng minh rằng với mọi giá trị của m (d) luôn cắt (P) tại hai điểm A , B phân biệt

b). Xác định m để A,B nằm về hai phía của trục tung.

Bài 3: Giải hệ phong trình :

$$\begin{cases} x + y + z = 9 \\ \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} + \dfrac{1}{z} = 1 \\ xy + yz + zx = 27 \end{cases}$$

Bài 4: Cho đ- ờng tròn (O) đờng kính AB = 2R và C là một điểm thuộc đ- ờng tròn $(C \neq A ; C \neq B)$. Trên nửa mặt phẳng bờ AB có chứa điểm C , kẻ tia Ax tiếp xúc với đờng tròn (O), gọi M là điểm chính giữa của cung nhỏ AC . Tia BC cắt Ax tại Q , tia AM cắt BC tại N.

a). Chứng minh các tam giác BAN và MCN cân .

b). Khi MB = MQ , tính BC theo R.

Bài 5: Cho $x, y, z \in R$ thỏa mãn : $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} + \dfrac{1}{z} = \dfrac{1}{x+y+z}$

Hãy tính giá trị của biểu thức : M = $\dfrac{3}{4} + (x^8 - y^8)(y^9 + z^9)(z^{10} - x^{10})$.

Đáp án

Bài 1: a). Điều kiện để P xác định là :; $x \geq 0 \,;\, y \geq 0 \,;\, y \neq 1 \,;\, x + y \neq 0$.

*). Rút gọn P: $P = \dfrac{x(1+\sqrt{x}) - y(1-\sqrt{y}) - xy\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)}{\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)\left(1+\sqrt{x}\right)\left(1-\sqrt{y}\right)} = \dfrac{(x-y)+\left(x\sqrt{x}+y\sqrt{y}\right) - xy\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)}{\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)\left(1+\sqrt{x}\right)\left(1-\sqrt{y}\right)}$

$= \dfrac{\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}+x-\sqrt{xy}+y-xy\right)}{\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)\left(1+\sqrt{x}\right)\left(1-\sqrt{y}\right)} = \dfrac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)-\sqrt{y}\left(\sqrt{x}+1\right)+y\left(1+\sqrt{x}\right)\left(1-\sqrt{x}\right)}{\left(1+\sqrt{x}\right)\left(1-\sqrt{y}\right)}$

$= \dfrac{\sqrt{x}-\sqrt{y}+y-y\sqrt{x}}{\left(1-\sqrt{y}\right)} = \dfrac{\sqrt{x}\left(1-\sqrt{y}\right)\left(1+\sqrt{y}\right)-\sqrt{y}\left(1-\sqrt{y}\right)}{\left(1-\sqrt{y}\right)} = \sqrt{x}+\sqrt{xy}-\sqrt{y}.$

Vậy P = $\sqrt{x}+\sqrt{xy}-\sqrt{y}.$

b). P = 2 $\Leftrightarrow$ $\sqrt{x}+\sqrt{xy}-\sqrt{y}.=2$

$\Leftrightarrow \sqrt{x}\left(1+\sqrt{y}\right)-\left(\sqrt{y}+1\right)=1$

$\Leftrightarrow \left(\sqrt{x}-1\right)\left(1+\sqrt{y}\right)=1$

Ta có: 1 + $\sqrt{y}\ge 1 \Rightarrow \sqrt{x}-1\le 1 \Leftrightarrow 0\le x\le 4 \Rightarrow$ x = 0; 1; 2; 3 ; 4

Thay vào ta cócác cặp giá trị (4; 0) và (2 ; 2) thoả mãn

<u>Bài 2:</u> a). Đ- ờng thẳng (d) có hệ số góc m và đi qua điểm M(-1 ; -2) . Nên phơng trình đờng th

(d) là : y = mx + m – 2.

Hoành độ giao điểm của (d) và (P) là nghiệm của phơng trình:

$-x^2 = mx + m - 2$

$\Leftrightarrow x^2 + mx + m - 2 = 0$ (*)

Vì phơng trình (*) có $\Delta = m^2 - 4m + 8 = (m-2)^2 + 4 > 0\ \forall m$ nên phơng trình (*) luôn có hai nghiệm phân biệt , do đó (d) và (P) luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt A và B.

b). A và B nằm về hai phía của trục tung $\Leftrightarrow$ phơng trình : $x^2 + mx + m - 2 = 0$ có hai nghiệm dấu $\Leftrightarrow$ m – 2 < 0 $\Leftrightarrow$ m < 2.

Bài 3: $\begin{cases} x+y+z=9 & (1) \\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=1 & (2) \\ xy+yz+xz=27 & (3) \end{cases}$

ĐKXĐ : $x\ne 0$, $y\ne 0$, $z\ne 0.$

$$\Rightarrow (x+y+z)^2 = 81 \Leftrightarrow x^2+y^2+z^2+2(xy+yz+zx) = 81$$

$$\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2 = 81-2(xy+yz+zx) \Leftrightarrow x^2+y^2+z^2 = 27$$

$$\Rightarrow x^2+y^2+z^2 = (xy+yz+zx) \Rightarrow 2(x^2+y^2+z^2) - 2(xy+yz+zx) = 0$$

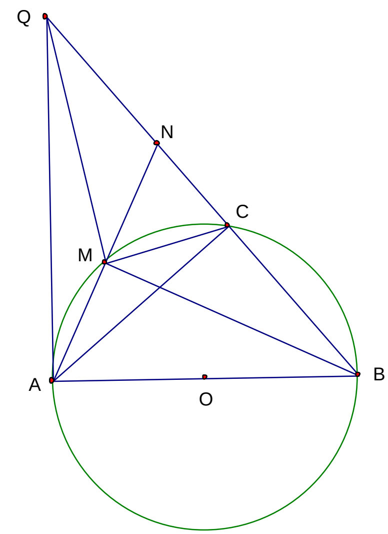
$$\Leftrightarrow (x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}(x-y)^2=0\\(y-z)^2=0\\(z-x)^2=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=y\\y=z\\z=x\end{cases} \Leftrightarrow x=y=z$$

Thay vào (1) => x = y = z = 3 .

Ta thấy x = y = z = 3 thõa mãn hệ phong trình . Vậy hệ phong trình có nghiệm duy nhất x = y = z = 3.

Bài 4:



a). Xét ΔABM và ΔNBM .

Ta có: AB là đờng kính của đờng tròn (O)

nên :AMB = NMB = 90° .

M là điểm chính giữa của cung nhỏ AC

nên ABM = MBN => BAM = BNM

=> ΔBAN cân đỉnh B.

Tứ giác AMCB nội tiếp

=> BAM = MCN (cùng bù với góc MCB).

=> MCN = MNC (cùng bằng góc BAM).

=> Tam giác MCN cân đỉnh M

b). Xét $\Delta\ MCB$ và $\Delta\ MNQ$ có :

MC = MN (theo cm trên MNC cân) ; MB = MQ (theo gt)

$\angle$ BMC = $\angle$ MNQ (vì : $\angle$MCB = $\angle$MNC ; $\angle$MBC = $\angle$MQN).

=> $\Delta\ MCB = \Delta\ MNQ\ (c.g.c)$. => BC = NQ .

Xét tam giác vuông ABQ có $AC \perp BQ \Rightarrow$ AB^2 = BC . BQ = BC(BN + NQ)

=> AB^2 = BC .(AB + BC) = BC(BC + 2R)

=> $4R^2$ = BC(BC + 2R) => BC = $(\sqrt{5}-1)R$

Bài 5:

Từ : $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=\dfrac{1}{x+y+z}$ => $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}-\dfrac{1}{x+y+z}=0$

=> $\dfrac{x+y}{xy}+\dfrac{x+y+z-z}{z(x+y+z)}=0$

$$\Rightarrow (z+y)\left(\frac{1}{xy}+\frac{1}{z(x+y+z)}\right)=0$$

$$\Rightarrow (x+y)\left(\frac{zx+zy+z^2+xy}{xyz(x+y+z)}\right)=0$$

$$\Rightarrow (x+y)(y+z)(z+x)=0$$

Ta có : $x^8 - y^8 = (x+y)(x-y)(x^2+y^2)(x^4+y^4).=$

$y^9 + z^9 = (y+z)(y^8 - y^7z + y^6z^2 - .... + z^8)$

$z^{10} - x^{10} = (z+x)(z^4 - z^3x + z^2x^2 - zx^3 + x^4)(z^5 - x^5)$

Vậy $M = \frac{3}{4} + (x+y)(y+z)(z+x).A = \frac{3}{4}$

ĐỀ 1640

Bài 1: 1) Cho đ- ờng thẳng d xác định bởi $y = 2x + 4$. Đ- ờng thẳng d' đối xứng với đ- ờng thẳng d qua đ- ờng thẳng $y = x$ là:

A.$y = \frac{1}{2}x + 2$; B.$y = x - 2$; C.$y = \frac{1}{2}x - 2$; D.$y = -2x - 4$

Hãy chọn câu trả lời đúng.

2) Một hình trụ có chiều cao gấp đôi đ- ờng kính đáy đựng đầy n- ớc, nhúng chìm vào bình một hình cầu khi lấy ra mực n- ớc trong bình còn lại $\frac{2}{3}$ bình. Tỉ số giữa bán kính hình trụ và bán kính hình cầu là A.2 ; B.$\sqrt[3]{2}$; C. $\sqrt[3]{3}$; D. một kết quả khác.

Bìa2: **1)** Giải ph- ơng trình: $2x^4 - 11x^3 + 19x^2 - 11x + 2 = 0$

2) Cho $x + y = 1$ $(x > 0; y > 0)$ Tìm giá trị lớn nhất của $A = \sqrt{x} + \sqrt{y}$

Bài 3: **1)** Tìm các số nguyên a, b, c sao cho đa thức : $(x + a)(x - 4) - 7$

Phân tích thành thừa số đ- ợc : $(x + b).(x + c)$

2) Cho tam giác nhọn xây, B, C lần l- ợt là các điểm cố định trên tia Ax, Ay sao cho AB < AC, điểm M di động trong góc xAy sao cho $\frac{MA}{MB} = \frac{1}{2}$

Xác định vị trí điểm M để MB + 2 MC đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 4: Cho đ- ờng tròn tâm O đ- ờng kính AB và CD vuông góc với nhau, lấy điểm I bất kỳ trên đoan CD.

a) Tìm điểm M trên tia AD, điểm N trên tia AC sao cho I lag trung điểm của MN.

b) Chứng minh tổng MA + NA không đổi.

c) Chứng minh rằng đ- ờng tròn ngoại tiếp tam giác AMN đi qua hai điểm cố định.

H□ỚNG DẪN

Bài 1: 1) Chọn C. Trả lời đúng.

2) Chọn D. Kết quả khác: Đáp số là: 1

Bài 2 : 1)$A = (n+1)^4 + n^4 + 1 = (n^2+2n+1)^2 - n^2 + (n^4+n^2+1)$

$= (n^2+3n+1)(n^2+n+1) + (n^2+n+1)(n^2-n+1)$

$= (n^2+n+1)(2n^2+2n+2) = 2(n^2+n+1)^2$

Vậy A chia hết cho 1 số chính ph- ơng khác 1 với mọi số nguyên d- ơng n.

2) Do $A > 0$ nên A lớn nhất $\Leftrightarrow$ A^2 lớn nhất.

Xét $A^2 = (\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 = x + y + 2\sqrt{xy} = 1 + 2\sqrt{xy}$ (1)

Ta có: $\dfrac{x+y}{2} \geq \sqrt{xy}$ (Bất đẳng thức Cô si)

=> $1 \geq 2\sqrt{xy}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $A^2 = 1 + 2\sqrt{xy} \leq 1 + 2 = 2$

Max $A^2 = 2$ <=> $x = y = \dfrac{1}{2}$, max $A = \sqrt{2}$ <=> $x = y = \dfrac{1}{2}$

Bài3 **Câu 1**Với mọi x ta có $(x+a)(x-4) - 7 = (x+b)(x+c)$

Nên với $x = 4$ thì $-7 = (4+b)(4+c)$

Có 2 tr- ờng hợp: $\begin{cases} 4+b=1 \\ 4+c=-7 \end{cases}$ và $\begin{cases} 4+b=7 \\ 4+c=-1 \end{cases}$

Tr- ờng hợp thứ nhất cho $b = -3$, $c = -11$, $a = -10$

Ta có $(x-10)(x-4) - 7 = (x-3)(x-11)$

Tr- ờng hợp thứ hai cho $b = 3$, $c = -5$, $a = 2$

Ta có $(x+2)(x-4) - 7 = (x+3)(x-5)$

Câu2 **(1,5điểm)**

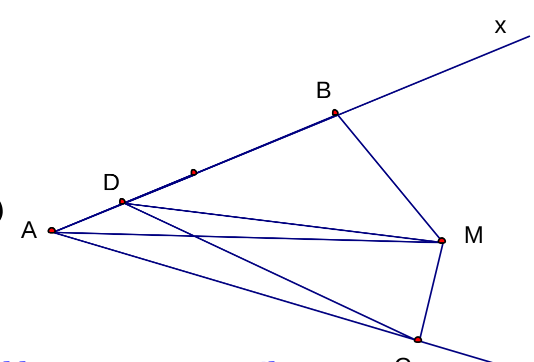
Gọi D là điểm trên cạnh AB sao cho:

$AD = \dfrac{1}{4}AB$. Ta có D là điểm cố định

Mà $\dfrac{MA}{AB} = \dfrac{1}{2}$ (gt) do đó $\dfrac{AD}{MA} = \dfrac{1}{2}$

Xét tam giác AMB và tam giác ADM có MâB (chung)

$$\frac{MA}{AB} = \frac{AD}{MA} = \frac{1}{2}$$



Do đó Δ AMB ~ Δ ADM => $\dfrac{MB}{MD} = \dfrac{MA}{AD} = 2$

=> MD = 2MD (0,25 điểm)

Xét ba điểm M, D, C : MD + MC $\geq$ DC (không đổi)

Do đó MB + 2MC = 2(MD + MC) $\geq$ 2DC

Dấu "=" xảy ra <=> M thuộc đoạn thẳng DC

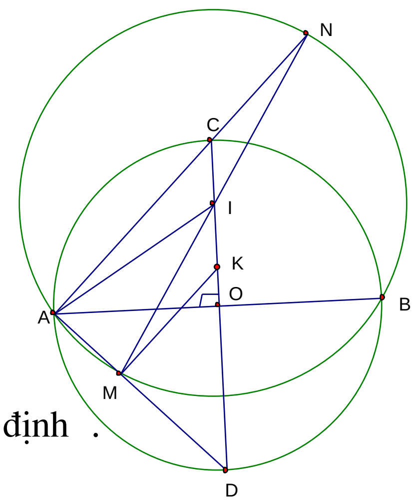
Giá trị nhỏ nhất của MB + 2 MC là 2 DC

* Cách dựng điểm M.

- Dựng đ- ờng tròn tâm A bán kính $\frac{1}{2}$ AB

- Dựng D trên tia Ax sao cho AD = $\frac{1}{4}$ AB

M là giao điểm của DC và đ- ờng tròn (A; $\frac{1}{2}$ AB)



Bài 4: a) Dựng (I, IA) cắt AD tại M cắt tia AC tại N

Do $\widehat{MAN} = 90^0$ nên MN là đ- ờng kính

Vậy I là trung điểm của MN

b) Kẻ MK // AC ta có : ΔINC = ΔIMK (g.c.g)

=> CN = MK = MD (vì ΔMKD vuông cân)

Vậy AM+AN=AM+CN+CA=AM+MD+CA

=> AM = AN = AD + AC không đổi

c) Ta có IA = IB = IM = IN

Vậy đ- ờng tròn ngoại tiếp ΔAMN đi qua hai điểm A, B cố định .

ĐỀ 1641

Câu 1: Cho hàm số f(x) = $\sqrt{x^2 - 4x + 4}$

a) Tính f(-1); f(5)

b) Tìm x để f(x) = 10

c) Rút gọn A = $\dfrac{f(x)}{x^2 - 4}$ khi x $\neq \pm 2$

Câu 2: Giải hệ ph- ơng trình $\begin{cases} x(y-2) = (x+2)(y-4) \\ (x-3)(2y+7) = (2x-7)(y+3) \end{cases}$

Câu 3: Cho biểu thức A = $\left(\dfrac{x\sqrt{x}+1}{x-1} - \dfrac{x-1}{\sqrt{x}-1}\right) : \left(\sqrt{x} + \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}\right)$ với x > 0 và x $\neq$ 1

a) Rút gọn A

b) Tìm giá trị của x để A = 3

Câu 4: Từ điểm P nằm ngoài đ-ờng tròn tâm O bán kính R, kẻ hai tiếp tuyến PA; PB. Gọi H là chân đ-ờng vuông góc hạ từ A đến đ-ờng kính BC.

a) Chứng minh rằng PC cắt AH tại trung điểm E của AH

b) Giả sử PO = d. Tính AH theo R và d.

Câu 5: Cho ph-ơng trình $2x^2 + (2m - 1)x + m - 1 = 0$

Không giải ph-ơng trình, tìm m để ph-ơng trình có hai nghiệm phân biệt x_1; x_2 thỏa mãn: $3x_1 - 4x_2 = 11$

đáp án

Câu 1a) $\quad f(x) = \sqrt{x^2-4x+4} = \sqrt{(x-2)^2} = |x-2|$

Suy ra f(-1) = 3; f(5) = 3

b) $\quad f(x) = 10 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-2=10 \\ x-2=-10 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=12 \\ x=-8 \end{array}\right.$

c) $\quad A = \dfrac{f(x)}{x^2-4} = \dfrac{|x-2|}{(x-2)(x+2)}$

Với x > 2 suy ra x - 2 > 0 suy ra $A = \dfrac{1}{x+2}$

Với x < 2 suy ra x - 2 < 0 suy ra $A = -\dfrac{1}{x+2}$

Câu 2

$$\begin{cases} x(y-2) = (x+2)(y-4) \\ (x-3)(2y+7) = (2x-7)(y+3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy-2x = xy+2y-4x-8 \\ 2xy-6y+7x-21 = 2xy-7y+6x-21 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-y=-4 \\ x+y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=2 \end{cases}$$

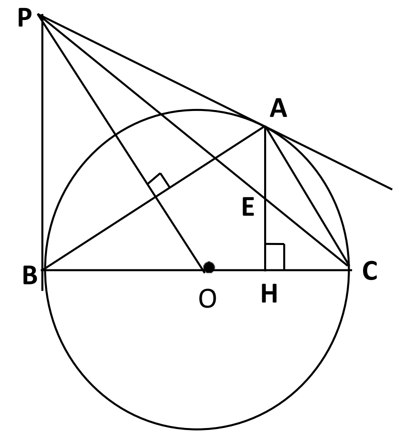
Câu 3 a) $\quad$ Ta có: $\quad A = \left(\dfrac{x\sqrt{x}+1}{x-1} - \dfrac{x-1}{\sqrt{x}-1}\right) : \left(\sqrt{x} + \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}\right) =$

$$\left(\frac{(\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} - \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}\right) : \left(\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}\right) = \left(\frac{x-\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} - \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}\right) : \left(\frac{x-\sqrt{x}+\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}\right) =$$

$$\frac{x-\sqrt{x}+1-x+1}{\sqrt{x}-1}:\frac{x}{\sqrt{x}-1}= \quad \frac{-\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}:\frac{x}{\sqrt{x}-1} \quad = \quad \frac{-\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}\cdot\frac{\sqrt{x}-1}{x}= \quad \frac{2-\sqrt{x}}{x}$$

b) A = 3 => $\frac{2-\sqrt{x}}{x}$ = 3 => 3x + $\sqrt{x}$ - 2 = 0 => x = 2/3

Câu 4



Do HA // PB (Cùng vuông góc với BC)

a) nên theo định lý Ta let áp dụng cho CPB ta có

$\frac{EH}{PB}=\frac{CH}{CB}$; (1)

Mặt khác, do PO // AC (cùng vuông góc với AB)

=> $\angle$POB = $\angle$ACB (hai góc đồng vị)

=> Δ AHC ∞ Δ POB

Do đó: $\frac{AH}{PB}=\frac{CH}{OB}$ (2)

Do CB = 2OB, kết hợp (1) và (2) ta suy ra AH = 2EH hay E là trung điểm của AH.

b) Xét tam giác vuông BAC, đ- ờng cao AH ta có AH^2 = BH.CH = (2R - CH).CH

Theo (1) và do AH = 2EH ta có

$$AH^2=(2R-\frac{AH.CB}{2PB})\frac{AH.CB}{2PB}.$$

$\Leftrightarrow$ $AH^2.4PB^2$ = (4R.PB - AH.CB).AH.CB

$\Leftrightarrow$ $4AH.PB^2$ = $4R.PB.CB - AH.CB^2$

$\Leftrightarrow$ AH ($4PB^2 + CB^2$) = 4R.PB.CB

$$\Leftrightarrow \quad AH=\frac{4R.CB.PB}{4.PB^2+CB^2}=\frac{4R.2R.PB}{4PB^2+(2R)^2}$$

$$=\frac{8R^2.\sqrt{d^2-R^2}}{4(d^2-R^2)+4R^2}=\frac{2.R^2.\sqrt{d^2-R^2}}{d^2}$$

Câu 5 Để ph- ơng trình có 2 nghiệm phân biệt x_1 ; x_2 thì $\Delta > 0$

<=> $(2m - 1)^2$ - 4. 2. (m - 1) > 0

Từ đó suy ra $m \neq 1,5$ (1)

Mặt khác, theo định lý Viét và giả thiết ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\dfrac{2m-1}{2} \\ x_1.x_2 = \dfrac{m-1}{2} \\ 3x_1 - 4x_2 = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \dfrac{13-4m}{7} \\ x_1 = \dfrac{7m-7}{26-8m} \\ 3\dfrac{13-4m}{7} - 4\dfrac{7m-7}{26-8m} = 11 \end{cases}$$

Giải ph- ơng trình $3\dfrac{13-4m}{7} - 4\dfrac{7m-7}{26-8m} = 11$

ta đ- ợc m = - 2 và m = 4,125 (2)

Đối chiếu điều kiện (1) và (2) ta có: Với m = - 2 hoặc m = 4,125 thì ph- ơng trình đã ch hai nghiệm phân biệt thỏa mãn: $x_1 + x_2 = 11$

ĐỀ 1642

Câu 1: a) Xác định x $\in$R để biểu thức :A = $\sqrt{x^2+1} - x - \dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}-x}$ Là một số tự nhiên

b. Cho biểu thức: P = $\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{xy}+\sqrt{x}+2} + \dfrac{\sqrt{y}}{\sqrt{yz}+\sqrt{y}+1} + \dfrac{2\sqrt{z}}{\sqrt{zx}+2\sqrt{z}+2}$ Biết x.y.z = 4 , tính $\sqrt{P}$

.

Câu 2: Cho các điểm A(-2;0) ; B(0;4) ; C(1;1) ; D(-3;2)

a. Chứng minh 3 điểm A, B ,D thẳng hàng; 3 điểm A, B, C không thẳng hàng.
b. Tính diện tích tam giác ABC.

Câu3 Giải ph- ơng trình: $\sqrt{x-1} - \sqrt[3]{2-x} = 5$

Câu 4 Cho đ- ờng tròn (O;R) và một điểm A sao cho OA = R$\sqrt{2}$. Vẽ các tiếp tuyến AB, AC với đ- ờng tròn. Một góc $\angle$xOy = 45^0 cắt đoạn thẳng AB và AC lần l- ợt tại D và E.

Chứng minh rằng:

a.DE là tiếp tuyến của đ- ờng tròn (O).

b. $\dfrac{2}{3}R < DE < R$

đáp án

Câu 1: a.

$$A = \sqrt{x^2+1} - x - \frac{\sqrt{x^2+1}+x}{(\sqrt{x^2+1}-x).(\sqrt{x^2+1}+x)} = \sqrt{x^2+1} - x - (\sqrt{x^2+1}+x) = -2x$$

A là số tự nhiên $\Leftrightarrow$ -2x là số tự nhiên $\Leftrightarrow x = \frac{k}{2}$

(trong đó k $\in$ Z và k $\le$ 0)

b.Điều kiện xác định: x,y,z $\ge$ 0, kết hpọ với x.y.z = 4 ta đ- ợc x, y, z > 0 và $\sqrt{xyz} = 2$

Nhân cả tử và mẫu của hạng tử thứ 2 với $\sqrt{x}$; thay 2 ở mẫu của hạng tử thứ 3 bởi $\sqrt{xyz}$ ta đ- ợc:

$$P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{xy}+\sqrt{x}+2} + \frac{\sqrt{xy}}{\sqrt{xy}+\sqrt{x}+2} + \frac{2\sqrt{z}}{\sqrt{z}(\sqrt{x}+2+\sqrt{xy})} = \frac{\sqrt{x}+\sqrt{xy}+2}{\sqrt{xy}+\sqrt{x}+2} = 1 \qquad (1đ)$$

$\Rightarrow \sqrt{P} = 1$ vì P > 0

<u>Câu 2</u>: a.Đ- ờng thẳng đi qua 2 điểm A và B có dạng y = ax + b

Điểm A(-2;0) và B(0;4) thuộc đ- ờng thẳng AB nên $\Rightarrow$ b = 4; a = 2

Vậy đ- ờng thẳng AB là y = 2x + 4.

Điểm C(1;1) có toạ độ không thoả mãn y = 2x + 4 nên C không thuộc đ- ờng thẳng AB

$\Rightarrow$ A, B, C không thẳng hàng.

Điểm D(-3;2) có toạ độ thoả mãn y = 2x + 4 nên điểm D thuộc đ- ờng thẳng AB $\Rightarrow$ A,B,D thẳng hàng

b.Ta có :

$AB^2 = (-2 - 0)^2 + (0 - 4)^2 = 20$

$AC^2 = (-2 - 1)^2 + (0 - 1)^2 = 10$

$BC^2 = (0 - 1)^2 + (4 - 1)^2 = 10$

$\Rightarrow AB^2 = AC^2 + BC^2 \Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại C

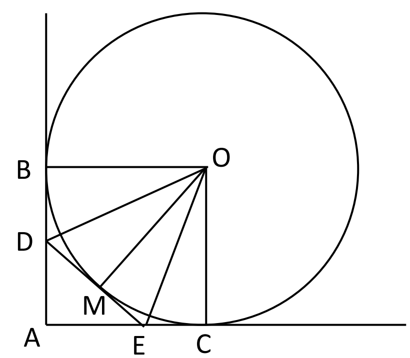
Vậy $S_{\Delta ABC}$ = 1/2AC.BC = $\frac{1}{2}\sqrt{10}.\sqrt{10} = 5$ (đơn vị diện tích)

<u>Câu 3</u>: Đkxđ $x \ge 1$, đặt $\sqrt{x-1} = u;\ \sqrt[3]{2-x} = v$ ta có hệ ph- ơng trình:

$$\begin{cases} u - v = 5 \\ u^2 + v^3 = 1 \end{cases}$$

Giải hệ ph- ơng trình bằng ph- ơng pháp thế ta đ- ợc: v = 2

$\Rightarrow$ x = 10.



<u>Câu 4</u>

a.áp dụng định lí Pitago tính đ- ợc

AB = AC = R $\Rightarrow$ ABOC là hình vuông (0.5đ)

Kẻ bán kính OM sao cho

$\angle BOD = \angle MOD \Rightarrow$

$\angle MOE = \angle EOC$ (0.5đ)

Chứng minh $\Delta BOD = \Delta MOD$

$\Rightarrow \angle OMD = \angle OBD = 90^0$

T- ơng tự: $\angle OME = 90^0$

$\Rightarrow$ D, M, E thẳng hàng. Do đó DE là tiếp tuyến của đ- ờng tròn (O).

b.Xét ΔADE có DE < AD +AE mà DE = DB + EC

$\Rightarrow$ 2ED < AD +AE +DB + EC hay 2DE < AB + AC = 2R $\Rightarrow$ DE < R

Ta có DE > AD; DE > AE ; DE = DB + EC

Cộng từng vế ta đ- ợc: 3DE > 2R $\Rightarrow$ DE > $\frac{2}{3}$R

Vậy R > DE > $\frac{2}{3}$R

ĐỀ 1643

Câu 1: Cho hàm số f(x) = $\sqrt{x^2 - 4x + 4}$

a) Tính f(-1); f(5)

b) Tìm x để f(x) = 10

c) Rút gọn A = $\frac{f(x)}{x^2 - 4}$ khi x $\neq \pm 2$

Câu 2: Giải hệ ph- ơng trình

$$\begin{cases} x(y-2) = (x+2)(y-4) \\ (x-3)(2y+7) = (2x-7)(y+3) \end{cases}$$

Câu 3: Cho biểu thức

$$A = \left(\frac{x\sqrt{x}+1}{x-1} - \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} \right) : \left(\sqrt{x} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \right) \text{ với } x > 0 \text{ và } x \neq 1$$

a) Rút gọn A

2) Tìm giá trị của x để A = 3

Câu 4: Từ điểm P nằm ngoài đ- ờng tròn tâm O bán kính R, kẻ hai tiếp tuyến PA; PB. Gọi H là chân đ- ờng vuông góc hạ từ A đến đ- ờng kính BC.

a) Chứng minh rằng PC cắt AH tại trung điểm E của AH

b) Giả sử PO = d. Tính AH theo R và d.

Câu 5: Cho ph- ơng trình $2x^2 + (2m - 1)x + m - 1 = 0$

Không giải ph- ơng trình, tìm m để ph- ơng trình có hai nghiệm phân biệt x_1; x_2 thỏa mãn: $3x_1 - 4x_2 = 11$

□□P □N

Câu 1

a) f(x) = $\sqrt{x^2-4x+4} = \sqrt{(x-2)^2} = |x-2|$

Suy ra f(-1) = 3; f(5) = 3

b) $f(x) = 10 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-2=10 \\ x-2=-10 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=12 \\ x=-8 \end{array}\right.$

c) $A = \dfrac{f(x)}{x^2-4} = \dfrac{|x-2|}{(x-2)(x+2)}$

Với x > 2 suy ra x - 2 > 0 suy ra $A = \dfrac{1}{x+2}$

Với x < 2 suy ra x - 2 < 0 suy ra $A = -\dfrac{1}{x+2}$

Câu 2

$$\begin{cases} x(y-2) = (x+2)(y-4) \\ (x-3)(2y+7) = (2x-7)(y+3) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} xy-2x = xy+2y-4x-8 \\ 2xy-6y+7x-21 = 2xy-7y+6x-21 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-y=-4 \\ x+y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 2 \end{cases}$$

Câu 3a) Ta có: A = $\left(\dfrac{x\sqrt{x}+1}{x-1} - \dfrac{x-1}{\sqrt{x}-1}\right) : \left(\sqrt{x} + \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}\right)$

$$= \left(\frac{(\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} - \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}\right) : \left(\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}\right)$$

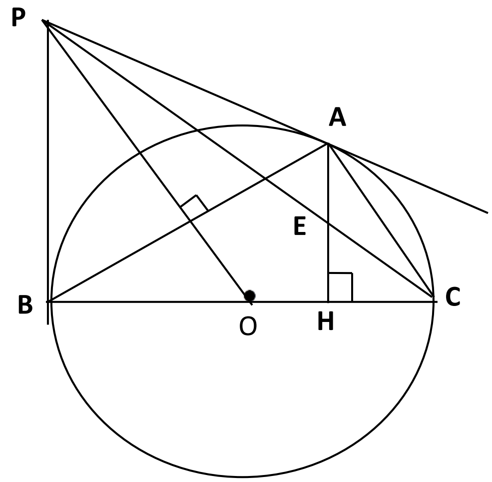
$$= \left(\frac{x-\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} - \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}\right) : \left(\frac{x-\sqrt{x}+\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}\right)$$

$$= \frac{x-\sqrt{x}+1-x+1}{\sqrt{x}-1} : \frac{x}{\sqrt{x}-1}$$

$$= \frac{-\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1} : \frac{x}{\sqrt{x}-1} = \frac{-\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1} \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{x} = \frac{2-\sqrt{x}}{x}$$

b) A = 3 => $\frac{2-\sqrt{x}}{x} = 3$ => $3x + \sqrt{x} - 2 = 0$ => x = 2/3

Câu 4



a) Do HA // PB (Cùng vuông góc với BC)

b) nên theo định lý Ta let áp dụng cho tam giác CPB ta có

$$\frac{EH}{PB} = \frac{CH}{CB} ; \qquad (1)$$

Mặt khác, do PO // AC (cùng vuông góc với AB)

=> $\widehat{POB} = \widehat{ACB}$ (hai góc đồng vị)

=> Δ AHC ∞ Δ POB

Do đó: $\frac{AH}{PB} = \frac{CH}{OB}$ (2)

Do CB = 2OB, kết hợp (1) và (2) ta suy ra AH = 2EH hay E là trug điểm của AH.

b) Xét tam giác vuông BAC, đ- ờng cao AH ta có AH^2 = BH.CH = (2R - CH).CH

Theo (1) và do AH = 2EH ta có

$$AH^2 = (2R - \frac{AH.CB}{2PB})\frac{AH.CB}{2PB}.$$

$$\Leftrightarrow \quad AH^2.4PB^2 = (4R.PB - AH.CB).AH.CB$$

$$\Leftrightarrow \quad 4AH.PB^2 \quad = 4R.PB.CB - AH.CB^2$$

$$\Leftrightarrow \quad AH\ (4PB^2 + CB^2) = 4R.PB.CB$$

$$\Leftrightarrow \quad AH = \frac{4R.CB.PB}{4.PB^2 + CB^2} = \frac{4R.2R.PB}{4PB^2 + (2R)^2}$$

$$= \frac{8R^2.\sqrt{d^2 - R^2}}{4(d^2 - R^2) + 4R^2} = \frac{2.R^2.\sqrt{d^2 - R^2}}{d^2}$$

Câu 5 (1đ)

Để ph- ơng trình có 2 nghiệm phân biệt x_1 ; x_2 thì $\Delta > 0$

<=> $(2m - 1)^2 - 4.\ 2.\ (m - 1) > 0$

Từ đó suy ra $m \neq 1,5$ (1)

Mặt khác, theo định lý Viét và giả thiết ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\dfrac{2m-1}{2} \\ x_1.x_2 = \dfrac{m-1}{2} \\ 3x_1 - 4x_2 = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \dfrac{13\text{ - }4m}{7} \\ x_1 = \dfrac{7m-7}{26\text{ - }8m} \\ 3\dfrac{13\text{ - }4m}{7} - 4\dfrac{7m-7}{26\text{ - }8m} = 11 \end{cases}$$

Giải ph- ơng trình $3\dfrac{13\text{ - }4m}{7} - 4\dfrac{7m-7}{26\text{ - }8m} = 11$

ta đ- ợc m = - 2 và m = 4,125 (2)

Đối chiếu điều kiện (1) và (2) ta có: Với m = - 2 hoặc m = 4,125 thì ph- ơng trình đã cho có hai nghiệm phân biệt t

ĐỀ 1644

Câu 1 : a. Rút gọn biểu thức . $A = \sqrt{1 + \dfrac{1}{a^2} + \dfrac{1}{(a+1)^2}}$ Với a > 0.

b. Tính giá trị của tổng. $B=\sqrt{1+\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}}+\sqrt{1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}}+...+\sqrt{1+\frac{1}{99^2}+\frac{1}{100^2}}$

Câu 2 : Cho pt $x^2-mx+m-1=0$

a. Chứng minh rằng pt luôn luôn có nghiệm với $\forall m$.

b. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của pt. Tìm GTLN, GTNN của bt.

$$P=\frac{2x_1x_2+3}{x_1{}^2+x_2{}^2+2(x_1x_2+1)}$$

Câu 3 : Cho $x\geq 1,\quad y\geq 1$ **Chứng minh.**

$$\frac{1}{1+x^2}+\frac{1}{1+y^2}\geq\frac{2}{1+xy}$$

Câu 4 Cho đ- ờng tròn tâm o và dây AB. M là điểm chuyển động trên đ- ờng tròn, từM kẻ MH ⊥ AB (H ∈ AB). Gọi E và F lần l- ợt là hình chiếu vuông góc của H trên MA và MB. Qua M kẻ đ- ờng thẳng vuông góc với è cắt dây AB tại D.

1. Chứng minh rằng đ- ờng thẳng MD luôn đi qua 1 điểm cố định khi M thay đổi trên đ- ờng tròn.

2. Chứng minh.

$$\frac{MA^2}{MB^2}=\frac{AH}{BD}\cdot\frac{AD}{BH}$$

H- ớng dẫn

Câu 1 a. Bình ph- ơng 2 vế $\Rightarrow A=\frac{a^2+a+1}{a(a+1)}$ (Vì $a>0$).

d. áp dụng câu a.

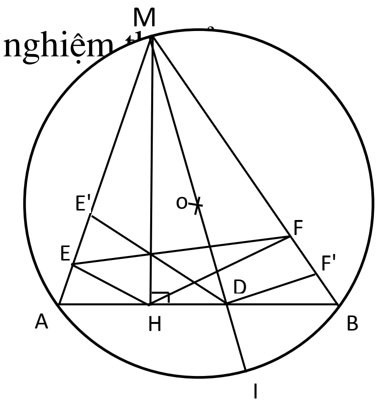
$$A=1+\frac{1}{a}-\frac{1}{a+1}$$

$$\Rightarrow B=100-\frac{1}{100}=\frac{9999}{100}$$

Câu 2 a. : cm $\Delta\geq 0\quad\forall m$

B (2 đ) áp dụng hệ thức Viet ta có:

$\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 x_2 = m - 1 \end{cases} \Rightarrow P = \dfrac{2m+1}{m^2+2}$ (1) Tìm đk để pt (1) có nghiệm



$\Rightarrow -\dfrac{1}{2} \le P \le 1$

$\Rightarrow GTLN = -\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow m = -2$

$GTNN = 1 \Leftrightarrow m = 1$

Câu 3 : Chuyển vế quy đồng ta đ- ợc.

bđt $\Leftrightarrow \dfrac{x(y-x)}{(1+x^2)(1+xy)} + \dfrac{y(x-y)}{(1+y^2)(1+xy)} \ge 0$

$\Leftrightarrow (x-y)^2(xy-1) \ge 0$ đúng vì $xy \ge 1$

Câu 4: a

- Kẻ thêm đ- ờng phụ.
- Chứng minh MD là đ- ờng kính của (o)

=> ....

b.

Gọi E', F' lần l- ợt là hình chiếu của D trên MA và MB.

Đặt HE = H_1

HF = H_2

$\Rightarrow \dfrac{AH}{BD} \cdot \dfrac{AD}{BH} = \dfrac{HE.h_1.MA^2}{HF.h_2.MB^2} \qquad (1)$

$\Leftrightarrow \Delta HEF \;\infty\; \Delta DF'E'$

$\Rightarrow HF.h_2 = HE.h$

Thay vào (1) ta có: $\dfrac{MA^2}{MB^2} = \dfrac{AH}{BD} \cdot \dfrac{AD}{BH}$

ĐỀ 1645

Câu 1: Cho biểu thức D = $\left[\dfrac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{1-\sqrt{ab}} + \dfrac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{1+\sqrt{ab}}\right] : \left[1 + \dfrac{a+b+2ab}{1-ab}\right]$

a) Tìm điều kiện xác định của D và rút gọn D

b) Tính giá trị của D với a = $\dfrac{2}{2-\sqrt{3}}$

c) Tìm giá trị lớn nhất của D

Câu 2: Cho ph- ơng trình $\frac{2}{2-\sqrt{3}}x^2 - mx + \frac{2}{2-\sqrt{3}}m^2 + 4m - 1 = 0$ (1)

a) Giải ph- ơng trình (1) với m = -1

b) Tìm m để ph- ơng trình (1) có 2 nghiệm thoã mãn $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=x_1+x_2$

Câu 3: Cho tam giác ABC đ- ờng phân giác AI, biết AB = c, AC = b,

$\hat{A}=\alpha(\alpha=90^0)$ Chứng minh rằng $AI = \dfrac{2bc.Cos\frac{\alpha}{2}}{b+c}$ (Cho $Sin2\alpha = 2Sin\alpha Cos\alpha$)

Câu 4: Cho đ- ờng tròn (O) đ- ờng kính AB và một điểm N di động trên một nửa đ- ờng tròn sao cho $N\overset{\frown}{A} \le N\overset{\frown}{B}$. Vẽ vào trong đ- ờng tròn hình vuông ANMP.

a) Chứng minh rằng đ- ờng thẳng NP luôn đi qua điểm cố định Q.

b) Gọi I là tâm đ- ờng tròn nội tiếp tam giác NAB. Chứng minh tứ giác ABMI nội tiếp.

c) Chứng minh đ- ờng thẳng MP luôn đi qua một điểm cố định.

Câu 5: Cho x,y,z; xy + yz + zx = 0 và x + y + z = -1

Hãy tính giá trị của:

$$B = \frac{xy}{z}+\frac{zx}{y}+\frac{xyz}{x}$$

ĐÁP ÁN

Câu 1: a) - Điều kiện xác định của D là $\begin{cases} a \ge 0 \\ b \ge 0 \\ ab \ne 1 \end{cases}$

- Rút gọn D

$$D = \left[\frac{2\sqrt{a}+2b\sqrt{a}}{1-ab}\right] : \left[\frac{a+b+ab}{1-ab}\right]$$

$$D = \frac{2\sqrt{a}}{a+1}$$

b) $a = \frac{2}{2+\sqrt{3}} = \frac{2(2+\sqrt{3})}{1} = (\sqrt{3}+1)^2 \Rightarrow \sqrt{a} = \sqrt{3}+1$

Vậy D = $\dfrac{2+2\sqrt{3}}{\dfrac{2}{2\sqrt{3}}+1}=\dfrac{2\sqrt{3}-2}{4-\sqrt{3}}$

c) áp dụng bất đẳng thức cauchy ta có

$2\sqrt{a}\le a+1\Rightarrow D\le 1$

Vậy giá trị của D là 1

Câu 2: a) m = -1 ph- ơng trình (1) $\Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2+x-\frac{9}{2}=0\Leftrightarrow x^2+2x-9=0$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1=-1-\sqrt{10} \\ x_2=-1+\sqrt{10} \end{cases}$$

b) Để ph- ơng trình 1 có 2 nghiệm thì $\Delta\ge 0\Leftrightarrow -8m+2\ge 0\Leftrightarrow m\le \frac{1}{4}$ (*)

+ Để ph- ơng trình có nghiệm khác 0 $\Leftrightarrow \frac{1}{2}m^2+4m-1\ne 0 \Rightarrow \begin{cases} m_1\ne -4-3\sqrt{2} \\ m_2\ne -4+3\sqrt{2} \end{cases}$ (*)

$$+\ \frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=x_1+x_2\Leftrightarrow (x_1+x_2)(x_1x_2-1)=0\Leftrightarrow \begin{cases} x_1+x_2=0 \\ x_1x_2-1=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m=0 \\ m^2+8m-3=0 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} m=0 \\ m=-4-\sqrt{19} \\ m=-4+\sqrt{19} \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện (*)và (**) ta đ- ợc m = 0 và $m=-4-\sqrt{19}$

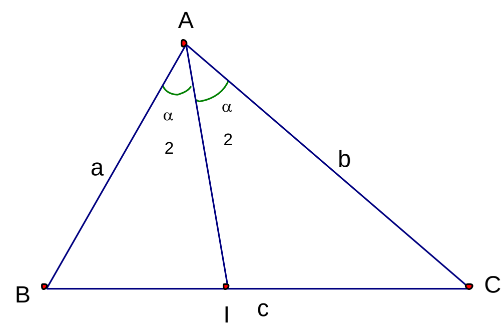
Câu 3:

$+\ S_{\Delta ABI}=\frac{1}{2}AI.cSin\frac{\alpha}{2};$

$+\ S_{\Delta AIC}=\frac{1}{2}AI.bSin\frac{\alpha}{2};$

$+\ S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}bcSin\alpha;$

$S_{\Delta ABC}=S_{\Delta ABI}+S_{\Delta AIC}$



$$\Rightarrow bcSin\alpha = AISin\frac{\alpha}{2}(b+c)$$

$$\Rightarrow AI = \frac{bcSin\alpha}{Sin\frac{\alpha}{2}(b+c)} = \frac{2bcCos\frac{\alpha}{2}}{b+c}$$

Câu 4: a) $\hat{N}_1 = \hat{N}_2$ Gọi Q = NP $\cap (O)$

$\Rightarrow Q\overset{\frown}{A} = Q\overset{\frown}{B}$ Suy ra Q cố định

b) $\hat{A}_1 = \hat{M}_1 (= \hat{A}_2)$

$\Rightarrow$ Tứ giác ABMI nội tiếp

c) Trên tia đối của QB lấy điểm F sao cho QF = QB, F cố định.

Tam giác ABF có: AQ = QB = QF

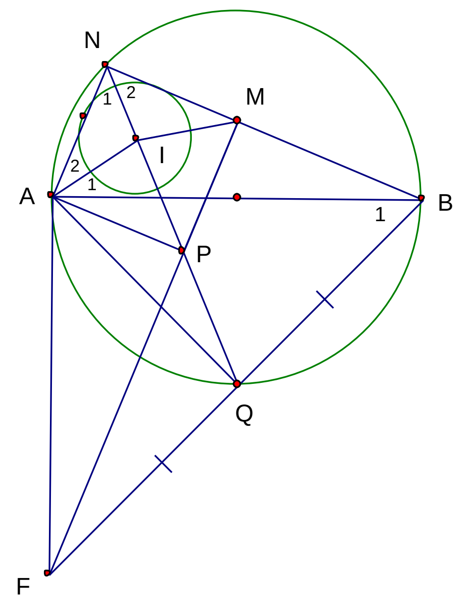
$\Rightarrow \Delta$ ABF vuông tại A $\Rightarrow \hat{B} = 45^0 \Rightarrow A\hat{F}B = 45^0$

Lại có $\hat{P}_1 = 45^0 \Rightarrow AFB = \hat{P}_1 \Rightarrow$ Tứ giác APQF nội tiếp

$\Rightarrow A\hat{P}F = A\hat{Q}F = 90^0$

Ta có: $A\hat{P}F + A\hat{P}M = 90^0 + 90^0 = 180^0$

$\Rightarrow$ M_1,P,F Thẳng hàng



Câu 5: Biến đổi B = xyz $\left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2}\right) = \cdots = xyz.\frac{2}{xyz} = 2$

ĐỀ 1646

Bài 1: Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x - \sqrt{4(x-1)}} + \sqrt{x + \sqrt{4(x-1)}}}{\sqrt{x^2 - 4(x-1)}}.\left(1 - \frac{1}{x-1}\right)$

a) Tìm điều kiện của x để A xác định

b) Rút gọn A

Bài 2 : Trên cùng một mặt phẳng tọa độ cho hai điểm A(5; 2) và B(3; -4)

a) Viết ph- ơng tình đ- ờng thẳng AB

b) Xác định điểm M trên trục hoành để tam giác MAB cân tại M

Bài 3 : Tìm tất cả các số tự nhiên m để ph- ơng trình ẩn x sau:

$x^2 - m^2x + m + 1 = 0$

có nghiệm nguyên.

Bài 4 : Cho tam giác ABC. Phân giác AD (D $\in$ BC) vẽ đ- ờng tròn tâm O qua A và D đồng thời tiếp xúc với BC tại D. Đ- ờng tròn này cắt AB và AC lần l- ợt tại E và F. Chứng minh

a) EF // BC

b) Các tam giác AED và ADC; àD và ABD là các tam giác đồng dạng.

c) AE.AC = à.AB = AC^2

Bài 5 : Cho các số d- ơng x, y thỏa mãn điều kiện $x^2 + y^2 \geq x^3 + y^4$. Chứng minh:

$x^3 + y^3 \leq x^2 + y^2 \leq x + y \leq 2$

Đáp án

Bài 1:

a) Điều kiện x thỏa mãn

$$\begin{cases} x-1 \neq 0 \\ x-\sqrt{4(x-1)} \geq 0 \\ x+\sqrt{4(x-1)} \geq 0 \\ x^2-4(x-1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \geq 1 \\ x \geq 1 \\ x \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1 \text{ và } x \neq 2$$

KL: A xác định khi 1 < x < 2 hoặc x > 2

b) Rút gọn A

$$A = \frac{\sqrt{(\sqrt{x-1}-1)^2}+\sqrt{(\sqrt{x-1}+1)^2}}{\sqrt{(x-2)^2}}.\frac{x-2}{x-1}$$

$$A = \frac{\left|\sqrt{x-1}-1\right|+\sqrt{x-1}+1}{\left|x-2\right|}.\frac{x-2}{x-1}$$

Với 1 < x < 2 $\quad A = \dfrac{2}{1-x}$

Với x > 2 $\quad A = \dfrac{2}{\sqrt{x-1}}$

Kết luận

Với 1 < x < 2 thì $A = \dfrac{2}{1-x}$

Với x > 2 thì $A = \dfrac{2}{\sqrt{x-1}}$

Bài 2:

a) A và B có hoành độ và tung độ đều khác nhau nên ph- ơng trình đ- ờng thẳng AB có dạng y =
+ b

A(5; 2) ∈ AB ⇒ 5a + b = 2

B(3; -4) ∈ AB ⇒ 3a + b = -4

Giải hệ ta có a = 3; b = -13

Vậy ph- ơng trình đ- ờng thẳng AB là y = 3x - 13

b) Giả sử M (x, 0) $\in$ xx' ta có

MA = $\sqrt{(x-5)^2+(0-2)^2}$

MB = $\sqrt{(x-3)^2+(0+4)^2}$

□MAB cân $\Rightarrow$ MA = MB $\Leftrightarrow$ $\sqrt{(x-5)^2+4}=\sqrt{(x-3)^2+16}$

$\Leftrightarrow$ (x - 5)^2 + 4 = (x - 3)^2 + 16

$\Leftrightarrow$ x = 1

Kết luận: Điểm cần tìm: M(1; 0)

Bài 3:

Ph- ơng trình có nghiệm nguyên khi □ = m^4 - 4m - 4 là số chính ph- ơng

Ta lại có: m = 0; 1 thì □ < 0 loại

m = 2 thì □ = 4 = 2^2 nhận

m $\geq$ 3 thì 2m(m - 2) > 5 $\Leftrightarrow$ 2m^2 - 4m - 5 > 0

$\Leftrightarrow$□□ - (2m^2 - 2m - 5) < □ < □ + 4m + 4

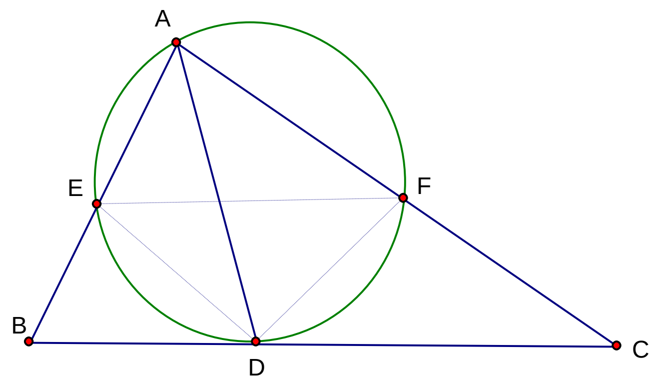
$\Leftrightarrow$ m^4 - 2m + 1 < □ < m^4

$\Leftrightarrow$ (m^2 - 1)^2 < □ < (m^2)^2

□ không chính ph- ơng

Vậy m = 2 là giá trị cần tìm.

Bài 4:



a) $EAD = EFD(=\frac{1}{2}sdED)$ (0,25)

$FAD = FDC(=\frac{1}{2}sdFD)$ (0,25)

mà $EDA = FAD \Rightarrow EFD = FDC$ (0,25)

$\Rightarrow$ EF // BC (2 góc so le trong bằng nhau)

b) AD là phân giác góc BAC nên $DE = DF$

sđ $ACD = \frac{1}{2}$sđ($AED - DF$) = $\frac{1}{2}$ sđ AE = sđ ADE

do đó $ACD = ADE$ và $EAD = DAC$

$\Rightarrow$ □D□□□□□□□□ADC (g.g)

T- ơng tự: sđ $ADF = \frac{1}{2}sdAF = \frac{1}{2}sd(AFD - DF) = \frac{1}{2}(sdAFD - DE) = sdABD \Rightarrow ADF = ABD$

do đó □AFD ~ □□□□(g.g

c) Theo trên:

+ □AED ~ □□DB

$$\Rightarrow \frac{AE}{AD} = \frac{AD}{AC}$$ hay AD^2 = AE.AC (1)

+ $\triangle ADF \sim \triangle ABD \Rightarrow \dfrac{AD}{AB} = \dfrac{AF}{AD}$

$\Rightarrow AD^2 = AB.AF$ (2)

Từ (1) và (2) ta có $AD^2 = AE.AC = AB.AF$

Bài 5 (1đ):

Ta có $(y^2 - y) + 2 \geq 0 \Rightarrow 2y^3 \leq y^4 + y^2$

$\Rightarrow (x^3 + y^2) + (x^2 + y^3) \leq (x^2 + y^2) + (y^4 + x^3)$

mà $x^3 + y^4 \leq x^2 + y^3$ do đó

$x^3 + y^3 \leq x^2 + y^2$ (1)

+ Ta có: $x(x - 1)^2 \geq 0$: $y(y + 1)(y - 1)^2 \geq 0$

$\Rightarrow x(x - 1)^2 + y(y + 1)(y - 1)^2 \geq 0$

$\Rightarrow x^3 - 2x^2 + x + y^4 - y^3 - y^2 + y \geq 0$

$\Rightarrow (x^2 + y^2) + (x^2 + y3) \leq (x + y) + (x^3 + y^4)$

mà $x^2 + y^3 \geq x^3 + y^4$

$\Rightarrow x^2 + y^2 \leq x + y$ (2)

và $(x + 1)(x - 1) \geq 0$. $\quad (y - 1)(y^3 - 1) \geq 0$

$x^3 - x^2 - x + 1 + y^4 - y - y^3 + 1 \geq 0$

$\Rightarrow (x + y) + (x^2 + y^3) \leq 2 + (x^3 + y^4)$

mà $x^2 + y^3 \geq x^3 + y^4$

$\Rightarrow x + y \leq 2$

Từ (1) (2) và (3) ta có:

$x^3 + y^3 \leq x^2 + y^2 \leq x + y \leq 2$

ĐỀ 1647

Câu 1 (3 điểm)

1) Giải các phơng trình sau :

a) $4x + 3 = 0$

b) $2x - x^2 = 0$

2) Giải hệ phơng trình : $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 5 + y = 4x \end{cases}$

Câu 2(2 điểm)

1) Cho biểu thức : $P = \dfrac{\sqrt{a}+3}{\sqrt{a}-2} - \dfrac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+2} + \dfrac{4\sqrt{a}-4}{4-a}$ $\quad (a > 0\ ;\ a \neq 4)$

a) Rút gọn P .

b) Tính giá trị của P với $a = 9$.

2) Cho phơng trình : $x^2 - (m + 4)x + 3m + 3 = 0$ (m là tham số)

a) Xác định m để phơng trình có một nghiệm bằng 2 . Tìm nghiệm còn lại .

b) Xác định m để phơng trình có hai nghiệm x_1 ; x_2 thoả mãn $x_1^3 + x_2^3 \geq 0$

Câu 3 (1 điểm)

Khoảng cách giữa hai thành phố A và B là 180 km . Một ô tô đi từ A đến B , nghỉ 90 ph B , rồi lại từ B về A . Thời gian lúc đi đến lúc trở về A là 10 giờ . Biết vận tốc lúc về kém vận lúc đi là 5 km/h . Tính vận tốc lúc đi của ô tô .

Câu 4 (3 điểm)

Tứ giác ABCD nội tiếp đờng tròn đờng kính AD . Hai đờng chéo AC , BD cắt nhau tại I Hình chiếu vuông góc của E trên AD là F . Đờng thẳng CF cắt đờng tròn tại điểm thứ hai là M Giao điểm của BD và CF là N

Chứng minh :

a) CEFD là tứ giác nội tiếp .

b) Tia FA là tia phân giác của góc BFM .

c) BE . DN = EN . BD

Câu 5 (1 điểm)

Tìm m để giá trị lớn nhất của biểu thức $\frac{2x+m}{x^2+1}$ bằng 2 .

ĐỀ 1648

(Thi tuyển sinh lớp 10 - THPT năm 2006 - 2007 - 120 phút - Ngày 30 / 6 / 2006

Câu 1 (3 điểm)

1) Giải các phơng trình sau :

a) 5(x - 1) = 2

b) $x^2 - 6 = 0$

2) Tìm toạ độ giao điểm của đờng thẳng y = 3x - 4 với hai trục toạ độ .

Câu 2 (2 điểm)

1) Giả sử đờng thẳng (d) có phơng trình : y = ax + b .

Xác định a , b để (d) đi qua hai điểm A (1 ; 3) và B (- 3 ; - 1)

2) Gọi x_1 ; x_2 là hai nghiệm của phơng trình $x^2 - 2(m - 1)x - 4 = 0$ (m là tham số)

Tìm m để : $|x_1| + |x_2| = 5$

3) Rút gọn biểu thức : P = $\frac{\sqrt{x}+1}{2\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}-1}{2\sqrt{x}+2} - \frac{2}{\sqrt{x}-1} (x \geq 0; x \neq 0)$

Câu 3(1 điểm)

Một hình chữ nhật có diện tích 300 m^2 . Nếu giảm chiều rộng đi 3 m , tăng chiều dài thêm 5m thì ta đợc hình chữ nhật mới có diện tích bằng diện tích bằng diện tích hình chữ nhật ban đầu . Tính chu vi hình chữ nhật ban đầu .

Câu 4 (3 điểm)

Cho điểm A ở ngoài đờng tròn tâm O . Kẻ hai tiếp tuyến AB , AC với đờng tròn (B , C là tiếp điểm) . M là điểm bất kỳ trên cung nhỏ BC ($M \neq B$; $M \neq C$) . Gọi D , E , F tơng ứng là hình chiếu vuông góc của M trên các đờng thẳng AB , AC , BC ; H là giao điểm của MB và DF ; K là giao điểm của MC và EF .

1) Chứng minh :

a) MECF là tứ giác nội tiếp .

b) MF vuông góc với HK .

2) Tìm vị trí của M trên cung nhỏ BC để tích MD . ME lớn nhất .

Câu 5 (1 điểm) Trong mặt phẳng toạ độ (Oxy) cho điểm A (-3 ; 0) và Parabol (P) có phơng trình $y = x^2$. Hãy tìm toạ độ của điểm M thuộc (P) để cho độ dài đoạn thẳng AM nhỏ nhất .

ĐỀ 1649

Câu 1: Rút gọn các biểu thức :

a) $A = \dfrac{2}{\sqrt{5} - 2} - \dfrac{2}{\sqrt{5} + 2}$

b) $B = \left(\sqrt{x} - \dfrac{1}{\sqrt{x}}\right) : \left(\dfrac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}} + \dfrac{1 - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x}}\right)$ với $x > 0, x \neq 1.$

Câu 2: Cho phương trình $x^2 - (m + 5)x - m + 6 = 0$ (1)

a) Giải phương trình với m = 1

b) Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có một nghiệm x = - 2

c) Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có nghiệm x_1, x_2 thoả mãn $x_1^2x_2 + x_1x_2^2 = 24$

Câu 3: Một phòng họp có 360 chỗ ngồi và được chia thành các dãy có số chỗ ngồi bằng nhau. nếu thêm cho mỗi dãy 4 chỗ ngồi và bớt đi 3 dãy thì số chỗ ngồi trong phòng không thay đổi. Hỏi ban đầu số chỗ ngồi trong phòng họp được chia thành bao nhiêu dãy.

Câu 4: Cho đường tròn (O,R) và một điểm S ở ngoài đường tròn. Vẽ hai tiếp tuyến SA, SB (A, B là các tiếp điểm). Vẽ đường thẳng a đi qua S và cắt đường tròn (O) tại M và N, với M nằm giữa S và N (đường thẳng a không đi qua tâm O).

a) Chứng minh: $SO \perp AB$

b) Gọi H là giao điểm của SO và AB; gọi I là trung điểm của MN. Hai đường thẳng OI và AB cắt nhau tại E. Chứng minh rằng IHSE là tứ giác nội tiếp đường tròn.

c) Chứng minh $OI.OE = R^2$.

Câu 5: Tìm m để phương trình ẩn x sau đây có ba nghiệm phân biệt:

$$x^3 - 2mx^2 + (m^2 + 1)x - m = 0 \quad (1).$$

Câu 1: a) $A = \dfrac{2(\sqrt{5}+2) - 2(\sqrt{5}-2)}{\left(\sqrt{5}-2\right)\left(\sqrt{5}+2\right)} = \dfrac{2\sqrt{5}+4-2\sqrt{5}+4}{\left(\sqrt{5}\right)^2 - 2^2} = \dfrac{8}{5-4} = 8$.

b) Ta có:

$$B = \frac{x-1}{\sqrt{x}} : \frac{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right) + 1 - \sqrt{x}}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)} = \frac{x-1}{\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)}{x-1+1-\sqrt{x}}$$

$$= \frac{(x-1)\left(\sqrt{x}+1\right)}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)} = \frac{\left(\sqrt{x}+1\right)^2}{\sqrt{x}}$$

Câu 2: $x^2 - (m+5)x - m + 6 = 0 \qquad (1)$

a) Khi m = 1, ta có phương trình $x^2 - 6x + 5 = 0$

$a + b + c = 1 - 6 + 5 = 0 \Rightarrow x_1 = 1; x_2 = 5$

b) Phương trình (1) có nghiệm x = - 2 khi:

$(-2)^2 - (m+5) . (-2) - m + 6 = 0 \Leftrightarrow 4 + 2m + 10 - m + 6 = 0 \Leftrightarrow m = -20$

c) $\Delta = (m+5)^2 - 4(-m+6) = m^2 + 10m + 25 + 4m - 24 = m^2 + 14m + 1$

Phương trình (1) có nghiệm khi $\Delta = m^2 + 14m + 1 \geq 0 \quad (*)$

Với điều kiện trên, áp dụng định lí Vi-ét, ta có:

$S = x_1 + x_2 = m + 5$; $P = x_1 . x_2 = -m + 6$. Khi đó: $x_1^2x_2 + x_1x_2^2 = 24 \Leftrightarrow x_1x_2(x_1 + x_2) = 24$

$\Leftrightarrow (-m+6)(m+5) = 24 \Leftrightarrow m^2 - m - 6 = 0 \Leftrightarrow m = 3; m = -2.$

Giá trị m = 3 thoả mãn, m = - 2 không thoả mãn điều kiện. (*)

Vậy m = 3 là giá trị cần tìm.

Câu 3: Gọi x là số dãy ghế trong phòng lúc đầu (x nguyên, x > 3)

x - 3 là số dãy ghế lúc sau.

Số chỗ ngồi trên mỗi dãy lúc đầu: $\dfrac{360}{x}$ (chỗ), số chỗ ngồi trên mỗi dãy lúc sau: $\dfrac{360}{x-3}$ (chỗ)

Ta có phương trình: $\dfrac{360}{x-3} - \dfrac{360}{x} = 4$

Giải ra được $x_1 = 18$ (thỏa mãn); $x_2 = -15$ (loại)

Vậy trong phòng có 18 dãy ghế.

Câu 4: a) ΔSAB cân tại S (vì SA = SB - theo t/c 2 tiếp tuyến cắt nhau) nên tia phân giác SO cũng là đường cao $\Rightarrow SO \perp AB$

b) $SHE = SIE = 90^0 \Rightarrow IHSE$ nội tiếp đường tròn đường kính SE.

c) $\Delta SOI \sim \Delta EOH$ (g.g) $\Rightarrow \frac{OI}{OH} = \frac{SO}{OE}$

$\Rightarrow OI \cdot OE = OH \cdot OS = R^2$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông SOB)

Câu 5: (1) $\Leftrightarrow x^3 - 2mx^2 + m^2x + x - m = 0$, $\Leftrightarrow x(x^2 - 2mx + m^2) + x - m = 0$

$\Leftrightarrow x(x - m)^2 + (x - m) = 0$

$\Leftrightarrow (x - m)(x^2 - mx + 1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = m \\ x^2 - mx + 1 = 0 \quad (2) \end{array}\right.$

Để phương trình đã cho có ba nghiệm phân biệt thì (2) có hai nghiệm phân biệt khác m. Dễ thấy x = m không là nghiệm của (2). Vậy (2) có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

$\Delta = m^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m > 2 \\ m < -2 \end{array}\right.$.

Vậy các giá trị m cần tìm là: $\left[\begin{array}{l} m > 2 \\ m < -2 \end{array}\right.$.

ĐỀ 1650

Câu 1. 1) Trục căn thức ở mẫu số $\frac{2}{\sqrt{5}-1}$.

2) Giải hệ phương trình : $\begin{cases} x - y = 4 \\ 2x + 3 = 0 \end{cases}$.

Câu 2. Cho hai hàm số: $y = x^2$ và $y = x + 2$

1) Vẽ đồ thị của hai hàm số này trên cùng một hệ trục Oxy.

2) Tìm toạ độ các giao điểm M, N của hai đồ thị trên bằng phép tính.

Câu 3. Cho phương trình $2x^2 + (2m-1)x + m - 1 = 0$ với m là tham số.

1) Giải phương trình khi $m = 2$.

2) Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thoả mãn

$4x_1^2 + 2x_1x_2 + 4x_2^2 = 1$.

Câu 4. Cho đường tròn (O) có đường kính AB và điểm C thuộc đường tròn đó (C khác A , B). Lấy điểm D thuộc dây BC (D khác B, C). Tia AD cắt cung nhỏ BC tại điểm E, tia AC cắt tia BE tại điểm F.

1) Chứng minh rằng FCDE là tứ giác nội tiếp đường tròn.

2) Chứng minh rằng DA.DE = DB.DC.

3) Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác FCDE, chứng minh rằng IC là tiếp tuyến

của đường tròn (O) .

Câu 5. Tìm nghiệm dương của phương trình : $7x^2 + 7x = \sqrt{\dfrac{4x+9}{28}}$.

Câu 1.

1) A = $\dfrac{2}{\sqrt{5}-1} = \dfrac{2\left(\sqrt{5}+1\right)}{\left(\sqrt{5}-1\right)\left(\sqrt{5}+1\right)} = \dfrac{2\left(\sqrt{5}+1\right)}{4} = \dfrac{\sqrt{5}+1}{2}$.

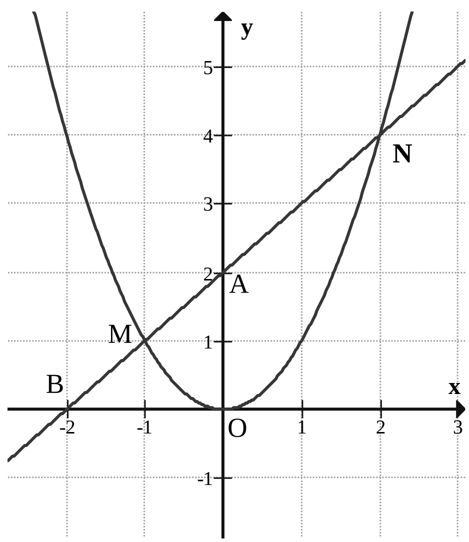
2) Ta có hệ $\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = -3 \\ y = x - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\dfrac{3}{2} \\ y = -\dfrac{11}{2} \end{cases}$.

Câu 2.

1) Vẽ đồ thị $y = x^2$ thông qua bảng giá trị

x	-2	-1	0	1	2
y	4	1	0	1	4

Vẽ đồ thị $y = x + 2$ qua các điểm A(0, 2) và B(-2,0).



2) Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị

$x^2 = x + 2$ hay $x^2 - x - 2 = 0$.

Phương trình này có nghiệm: $x_1 = -1 \Rightarrow y_1 = 1$ và $x_2 = 2 \Rightarrow y_2 = 4$.

Vậy hai đồ thị cắt nhau tại hai điểm M(-1, 1) và N(2, 4).

Câu 3.

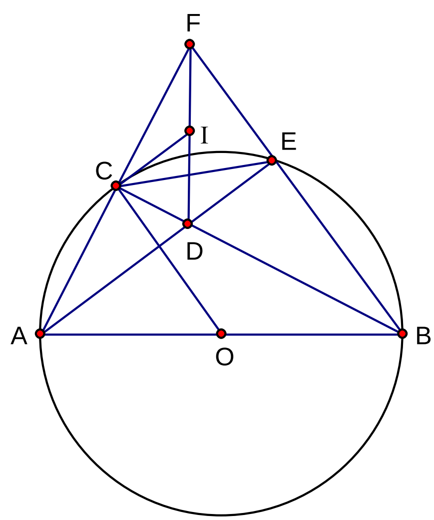
1) Với $m = 2$, ta có phương trình: $2x^2 + 3x + 1 = 0$. Các hệ số của phương trình thoả mãn $a - b + c = 2 - 3 + 1 = 0$ nên phương trình có các nghiệm: $x_1 = -1,\ x_2 = -\frac{1}{2}$.

2) Phương trình có biệt thức $\Delta = (2m-1)^2 - 4.2.(m-1) = (2m-3)^2 \geq 0$ nên phương trình luôn có hai nghiệm x_1, x_2 với mọi m.

Theo định lý Viet, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\dfrac{2m-1}{2} \\ x_1.x_2 = \dfrac{m-1}{2} \end{cases}$.

Điều kiện đề bài $4x_1^2 + 2x_1x_2 + 4x_2^2 = 1 \Leftrightarrow 4(x_1 + x_2)^2 - 6x_1x_2 = 1$. Từ đó ta có: $(1-2m)^2 - 3(m-1) = 1 \Leftrightarrow 4m^2 - 7m + 3 = 0$.

Phương trình này có tổng các hệ số $a + b + c = 4 + (-7) + 3 = 0$ nên phương trình này có các nghiệm $m_1 = 1, m_2 = \frac{3}{4}$. Vậy các giá trị cần tìm của m là $m = 1, m = \frac{3}{4}$.



Câu 4. 1) Tứ giác FCDE có 2 góc đối : $FED = FCD = 90^o$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn). Suy ra tứ giác FCDE nội tiếp.

2) Xét hai tam giác ACD và BED có: $ACD = BED = 90^0$, $ADC = BDE$ (đối đỉnh) nên ΔACD~ΔBED. Từ đó ta có tỷ số : $\frac{DC}{DA} = \frac{DE}{DB} \Rightarrow DC.DB = DA.DE$.

3) I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác FCDE $\Rightarrow$ tam giác ICD cân $\Rightarrow$ $ICD = IDC = FEC$ (chắn cung FC). Mặt khác tam giác OBC cân nên $OCB = OBC = DEC$ (chắn cung AC của (O)). Từ đó $ICO = ICD + DCO = FEC + DEC = FED = 90^0 \Rightarrow$ IC $\perp$ CO hay IC là tiếp tuyến của đường tròn (O).

Câu 5. Đặt $\sqrt{\frac{4x+9}{28}} = y + \frac{1}{2}$, $y \geq -\frac{1}{2}$ ta có $\frac{4x+9}{28} = y^2 + y + \frac{1}{4} \Leftrightarrow 7y^2 + 7y = x + \frac{1}{2}$.

Cùng với phương trình ban đầu ta có hệ: $\begin{cases} 7x^2 + 7x = y + \frac{1}{2} \\ 7y^2 + 7y = x + \frac{1}{2} \end{cases}$.

Trừ vế cho vế của hai phương trình ta thu được

$7(x^2 - y^2) + 7(x - y) = y - x \Leftrightarrow (x-y)(7x+7y+8) = 0 \Leftrightarrow x - y = 0$ (vì $x > 0$ và $y \geq -\frac{1}{2}$ nên $7x + 7y + 8 > 0$) hay $x = y$.

Thay vào một phương trình trên ta được $7x^2 + 6x - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{-6-\sqrt{50}}{14} \\ x = \frac{-6+\sqrt{50}}{14} \end{array}\right.$. Đối chiếu với điều kiện của x, y ta được nghiệm là $x = \frac{-6+\sqrt{50}}{14}$.

Lời bình:

Câu V

Chắc chắn sẽ hỏi đằng sau phép đặt ẩn phụ $\sqrt{\frac{4x+9}{28}} = y + \frac{1}{2}$ ***có sự "mách bảo" nào không?***

Ta có $7x^2 + 7x = \sqrt{\frac{4x+9}{28}} \Leftrightarrow 7\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = \sqrt{\frac{4x+9}{28}} + \frac{1}{4}$

Dưới hình thức mới phương trình đã cho thuộc dạng

$(ax + b)^2 = p\sqrt{a'x + b'} + qx + r$, $(a \neq 0, a' \neq 0, p \neq 0)$

Một lần Lời bình sau câu 5 đề 13 đã chỉ dẫn cách đặt ẩn phụ như trên.