

Mỗi nỗ lực, dù là nhỏ nhất,
đều **CÓ Ý NGHĨA**

$$1,01^{\frac{365}{365}} = 37,8$$
$$0,99^{\frac{365}{365}} = 0,03$$

Mỗi sự từ bỏ, dù một chút thôi,
đều khiến mọi cố gắng trở nên **VÔ NGHĨA**

SỞ GD&ĐT VĨNH PHÚC

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ 051
KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN NĂM HỌC 2013-2014
ĐỀ THI MÔN: TOÁN
Dành cho tất cả các thí sinh
Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian giao đề.

Câu 1 (2,0 điểm). Cho biểu thức $P = \left(\frac{x^3 + 1}{x+1} - x \right) : (x-1)$, với $x \neq 1, x \neq -1$.

- a) Rút gọn biểu thức P .
- b) Tìm tất cả các giá trị của x để $P = x^2 - 7$.

Câu 2 (2,0 điểm).

a) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \frac{2}{x} - \frac{3}{y-1} = -1 \\ \frac{3}{x} + \frac{1}{y-1} = 4 \end{cases}$

b) Giải phương trình: $\frac{x+1}{99} + \frac{x+2}{98} = \frac{x+3}{97} + \frac{x+4}{96}$

Câu 3 (2,0 điểm). Cho phương trình $x^2 - (2m-1)x + m-2 = 0$, (x là ẩn, m là tham số).

- a) Giải phương trình đã cho với $m = 1$.
- b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình đã cho có hai nghiệm và tổng lập phương của hai nghiệm đó bằng 27.

Câu 4 (3,0 điểm).

Cho đường tròn (O) và điểm M nằm ngoài (O) . Từ điểm M kẻ hai tiếp tuyến MA, MC (A, C là các tiếp điểm) tới đường tròn (O) . Từ điểm M kẻ cát tuyến MBD (B nằm giữa M và D , MBD không đi qua O). Gọi H là giao điểm của OM và AC . Từ C kẻ đường thẳng song song với BD cắt đường tròn (O) tại E (E khác C), gọi K là giao điểm của AE và BD . Chứng minh:

- a) Tứ giác $OAMC$ nội tiếp.
- b) K là trung điểm của BD .
- c) AC là phân giác của góc BHD .

Câu 5 (1,0 điểm). Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = 1$. Chứng minh:

$$\sqrt{\frac{ab + 2c^2}{1 + ab - c^2}} + \sqrt{\frac{bc + 2a^2}{1 + bc - a^2}} + \sqrt{\frac{ca + 2b^2}{1 + ca - b^2}} \geq 2 + ab + bc + ca$$

-----HẾT-----

Cần bộ coi thi không giải thích gì thêm!

Họ và tên thí sinh:.....; SBD:.....

A. LƯU Ý CHUNG

- Hướng dẫn chấm chỉ trình bày một cách giải với những ý cơ bản phải có. Khi chấm bài học sinh làm theo cách khác nếu đúng và đủ ý thì vẫn cho điểm tối đa.
- Điểm toàn bài tính đến 0,25 và không làm tròn.
- Với bài hình học nếu thí sinh không vẽ hình phần nào thì không cho điểm tương ứng với phần đó.

B. ĐÁP ÁN VÀ THANG ĐIỂM

Câu	Ý	Nội dung trình bày	Điểm
1		Cho biểu thức $P = \left(\frac{x^3+1}{x+1} - x \right) : (x-1)$, với $x \neq 1, x \neq -1$.	
	a	Rút gọn biểu thức P . $P = \left(\frac{(x+1)(x^2-x+1)}{x+1} - x \right) : (x-1)$ $= (x^2 - 2x + 1) : (x-1)$ $= x-1. Vậy P = x-1.$	1,0 0,50 0,25 0,25
	b	Tìm tất cả các giá trị của x để $P = x^2 - 7$. Theo phần a) ta có $P = x^2 - 7 \Leftrightarrow x-1 = x^2 - 7$ (1) $(1) \Leftrightarrow x^2 - x - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 3 \end{cases}$. KL các giá trị của x cần tìm là: $\begin{cases} x = -2 \\ x = 3 \end{cases}$	1,0 0,50 0,50
2	a	Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \frac{2}{x} - \frac{3}{y-1} = -1 \\ \frac{3}{x} + \frac{1}{y-1} = 4 \end{cases}$ Điều kiện xác định: $x \neq 0, y \neq 1$. Đặt $a = \frac{1}{x}, b = \frac{1}{y-1}$ Thay vào hệ đã cho ta được $\begin{cases} 2a - 3b = -1 \\ 3a + b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - 3b = -1 \\ 9a + 3b = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11a = 11 \\ 2a - 3b = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}$	1,0 0,25 0,50

	$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y-1=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$. Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(x; y) = (1; 2)$.	0,25
b	<p>Giải phương trình: $\frac{x+1}{99} + \frac{x+2}{98} = \frac{x+3}{97} + \frac{x+4}{96}$</p> <p>Để ý rằng $99+1=98+2=97+3=96+4$ nên phương trình được viết lại về dạng $\frac{x+1}{99} + 1 + \frac{x+2}{98} + 1 = \frac{x+3}{97} + 1 + \frac{x+4}{96} + 1 \quad (1)$</p> <p>Phương trình (1) tương đương với $\frac{x+100}{99} + \frac{x+100}{98} = \frac{x+100}{97} + \frac{x+100}{96} \Leftrightarrow (x+100)\left(\frac{1}{99} + \frac{1}{98} - \frac{1}{97} - \frac{1}{96}\right) = 0 \Leftrightarrow x = -100$</p> <p>Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $x = -100$.</p>	1,0 0,50 0,50
3	Cho phương trình $x^2 - (2m-1)x + m-2 = 0$, (x là ẩn, m là tham số).	
a	<p>Giải phương trình khi $m=1$.</p> <p>Khi $m=1$ phương trình có dạng $x^2 - x - 1 = 0$</p> <p>Phương trình này có biệt thức $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 \times (-1) = 5 > 0$, $\sqrt{\Delta} = \sqrt{5}$</p> <p>Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1 = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$ và $x_2 = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$</p>	1,0 0,25 0,25 0,50
b	<p>Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình đã cho có hai nghiệm và tổng lập phương của hai nghiệm đó bằng 27.</p> <p>Phương trình đã cho có biệt thức $\Delta = [-(2m-1)]^2 - 4 \times 1 \times (m-2) = 4m^2 - 8m + 9 = 4(m-1)^2 + 5 > 0$, $\forall m$</p> <p>Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi giá trị của tham số m.</p> <p>Khi đó, theo định lý Viết: $x_1 + x_2 = 2m-1$, $x_1 x_2 = m-2$</p> <p>Ta có $x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1 x_2 (x_1 + x_2) = 8m^3 - 18m^2 + 21m - 7$</p> <p>$x_1^3 + x_2^3 = 27 \Leftrightarrow 8m^3 - 18m^2 + 21m - 34 = 0 \Leftrightarrow (m-2)(8m^2 - 2m + 17) = 0 \quad (1)$</p> <p>Do phương trình $8m^2 - 2m + 17 = 0$ có biệt thức $\Delta = 4 - 4 \times 8 \times 17 < 0$ nên (1) $\Leftrightarrow m = 2$</p> <p>Vậy $m = 2$.</p>	1,0 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25

4	<p>Tứ giác $OAMC$ nội tiếp.</p> <p>Do MA, MC là tiếp tuyến của (O) nên $OA \perp MA, OC \perp MC \Rightarrow OAM = OCM = 90^\circ$</p> <p>$\Rightarrow OAM + OCM = 180^\circ \Rightarrow$ Tứ giác $OAMC$ nội tiếp đường tròn đường kính OM.</p> <p>b K là trung điểm của BD.</p> <p>Do $CE // BD$ nên $AKM = AEC, AEC = ACM$ (cùng chắn cung AC) $\Rightarrow AKM = ACM$. Suy ra tứ giác $AKCM$ nội tiếp.</p> <p>Suy ra 5 điểm M, A, K, O, C cùng thuộc đường tròn đường kính $OM \Rightarrow OKM = 90^\circ$ hay OK vuông góc với BD. Suy ra K là trung điểm của BD.</p> <p>c AH là phân giác của góc BHD.</p> <p>Ta có: $MH \cdot MO = MA^2, MA^2 = MB \cdot MD$ (Do $\Delta MBA, \Delta MAD$ đồng dạng)</p> <p>$\Rightarrow MH \cdot MO = MB \cdot MD \Rightarrow \Delta MBH, \Delta MOD$ đồng dạng $\Rightarrow BHM = ODM \Rightarrow$ tứ giác $BHOD$ nội tiếp $\Rightarrow MHB = BDO$ (1)</p> <p>Tam giác OBD cân tại O nên $BDO = OBD$ (2)</p> <p>Tứ giác $BHOD$ nội tiếp nên $OBD = OHD$ (3)</p> <p>Từ (1), (2) và (3) suy ra $MHB = OHD \Rightarrow BHA = DHA \Rightarrow AC$ là phân giác của góc BHD.</p>	1,0 0,50 0,50 1,0 0,50 0,50 1,0 0,25 0,25 0,25 0,25
5	<p>Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = 1$. Chứng minh:</p> $\sqrt{\frac{ab+2c^2}{1+ab-c^2}} + \sqrt{\frac{bc+2a^2}{1+bc-a^2}} + \sqrt{\frac{ca+2b^2}{1+ca-b^2}} \geq 2 + ab + bc + ca$ <p>Do $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ nên ta có</p> $\sqrt{\frac{ab+2c^2}{1+ab-c^2}} = \sqrt{\frac{ab+2c^2}{a^2+b^2+c^2+ab-c^2}} = \sqrt{\frac{ab+2c^2}{a^2+b^2+ab}} = \frac{ab+2c^2}{\sqrt{(ab+2c^2)(a^2+b^2+ab)}}$	1,0 0,25

	<p>Áp dụng bất đẳng thức $\sqrt{xy} \leq \frac{x+y}{2}$, ($x, y > 0$)</p> $\Rightarrow \sqrt{(ab+2c^2)(a^2+b^2+ab)} \leq \frac{2c^2+a^2+b^2+2ab}{2} \leq \frac{2(a^2+b^2+c^2)}{2} = a^2+b^2+c^2$ $\Rightarrow \sqrt{\frac{ab+2c^2}{1+ab-c^2}} = \frac{ab+2c^2}{\sqrt{(ab+2c^2)(a^2+b^2+ab)}} \geq \frac{ab+2c^2}{a^2+b^2+c^2} = ab+2c^2 \quad (1)$ <p>Tương tự $\sqrt{\frac{bc+2a^2}{1+bc-a^2}} \geq bc+2a^2 \quad (2)$ và $\sqrt{\frac{ca+2b^2}{1+ca-b^2}} \geq ca+2b^2 \quad (3)$</p> <p>Cộng vế theo vế các bất đẳng thức (1), (2), (3) kết hợp $a^2+b^2+c^2=1$ ta có bất đẳng thức cần chứng minh. Dấu “=” khi $a=b=c=\frac{1}{\sqrt{3}}$.</p>	0,25 0,25 0,25
--	---	----------------------

-----Hết-----

UBND TỈNH BẮC NINH
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ 052
ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2011 - 2012

Môn thi: Toán
Thời gian: 120 phút (*Không kể thời gian giao nhau*)
Ngày thi: 09 - 07 - 2011

Bài 1(1,5 điểm)

a) So sánh: $3\sqrt{5}$ và $4\sqrt{3}$

b) Rót gần đúng: $A = \frac{3+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}} - \frac{3-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}$

Bài 2 (2,0 điểm)

Cho hệ phương trình: $\begin{cases} 2x + y = 5m - 1 \\ x - 2y = 2 \end{cases}$ (m là tham số)

a) Giải hệ phương trình với m = 1

b) Tìm m để hệ có nghiệm (x;y) thỏa mãn: $x^2 - 2y^2 = 1$.

Bài 3 (2,0 điểm) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc phương trình:

Một người đi xe máy từ A đến B cách nhau 24 km. Khi đi từ A trễ về A ngay lập tức tăng thêm vận tốc 4km/h so với lối thường, và đến được B sớm hơn 30 phút.

Bài 4 (3,5 điểm)

Cho \angle -êng tròn $(O; R)$, đường kính BC cùa \odot phẳng ($BC < 2R$) và \odot có tâm A di \angle -êng tròn cung lõi BC sao cho tam giác ABC có ba góc nhăn. C, c \angle -êng cao BD và CE của tam giác ABC cùa nhau tại H .

a) Chứng minh rằng $\angle BHD = \angle AHE$ là đúng.

b) Giả sử $\angle BAC = 60^\circ$, hãy tính khoảng cách từ trung điểm O của \odot đến BC theo R .

c) Chứng minh rằng $\angle BHD = \angle AHE$ là đúng khi qua A và C vuông góc với DE lần lượt tại H và D .

d) Phản ứng với ABD có CE tì M, cùa AC tì P. Phản ứng với ACE có BD tì N, cùa AB tì Q. Tính $\angle MNPQ$ là \angle bao nhiêu? Tì sao?

Bài 5 (1,0 điểm)

Cho bài toán: $P = xy(x-2)(y+6)+12x^2 - 24x + 3y^2 + 18y + 36$. Chứng minh P luôn dương với $x, y \in \mathbb{R}$

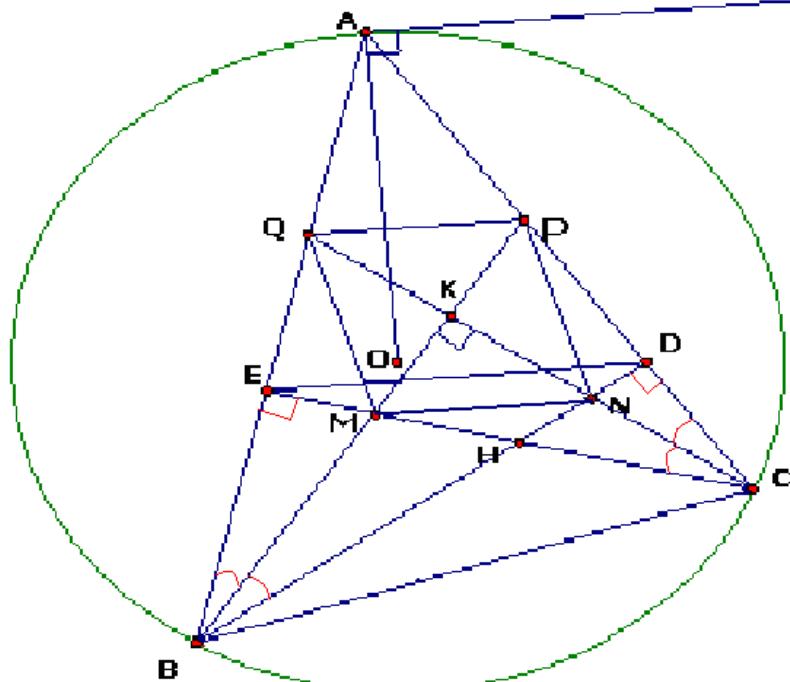
Bài 4

c) Kề tiếp tuyến Ax ta có $\angle xAC = \angle ABC$ mà từ $\triangle BEDC$ nội tiếp nên $\angle ABC = \angle ADE$. Từ đó suy ra $\angle xAC = \angle ADE$ suy ra Ax song song với DE nên AO vuông góc với DE . Vậy O là điểm cố định.

d) Từ $\triangle AEHD$ nội tiếp $\Rightarrow \angle HBC + \angle HCB = \angle BAC$.

Từ $\triangle BEDC$ nội tiếp $\Rightarrow \angle EBD = \angle ECD \Rightarrow \angle ACE = \angle KBH + \angle KCH$.

Mà $\angle EAC + \angle ECA = 90^\circ$
nên: $\angle KBH + \angle KCH + \angle BAC = 90^\circ$
 $\Rightarrow \angle KBH + \angle KCH + \angle HBC + \angle HCB = 90^\circ$
 $\Rightarrow \angle BKC = 90^\circ \Rightarrow BK, CK$ lần lượt là trung trực
của QN và $PM \Rightarrow QN, PM$ vuông góc với nhau
tại trung điểm mỗi đường \Rightarrow $\triangle MNPQ$ là
hình thoi



Bài 5:

$$\begin{aligned}
 P &= xy(x-2)(y+6) + 12x(x-2) + 3y(y+6) + 36 \\
 &= x(x-2)(y^2 + 6y + 12) + 3(y^2 + 6y + 12) = (y^2 + 6y + 12)(x^2 - 2x + 3) \\
 &= [(y+3)^2 + 3][(x-1)^2 + 2] \geq 3.2 > 0 \forall x, y \in R
 \end{aligned}$$

|

ĐỀ 053**SỞ GD&ĐT HÒA BÌNH****Đề chính thức****KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2010-2011****ĐỀ THI MÔN TOÁN****LỚP CHẤT LƯỢNG CAO TRƯỜNG PT DTNT TỈNH****Ngày thi : 21 tháng 7 năm 2010**Thời gian làm bài 150 phút (*không kể thời gian giao đề*)

(Đề thi gồm có 01 trang)

Câu 1 (2 điểm) Cho biểu thức : $A = \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{x-\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{x+\sqrt{2}} \right) : \frac{x - \sqrt{6}}{x^2 - 2}$

- a) Tìm x để biểu thức A có nghĩa ;
- b) Rút gọn biểu thức A.

Câu 2 (2 điểm) Cho phương trình : $x^2 - mx - x - m - 3 = 0$ (1), (m là tham số).

- a) Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi giá trị của m ;
- b) Tìm giá trị của m để biểu thức $P = x_1^2 + x_2^2 - x_1 x_2 + 3x_1 + 3x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 3 (2 điểm) Một canô đi xuôi dòng sông từ bến A đến bến B hết 6 giờ, đi ngược dòng sông từ bến B về bến A hết 8 giờ. (Vận tốc dòng nước không thay đổi)

- a) Hỏi vận tốc của canô khi nước yên lặng gấp mấy lần vận tốc dòng nước chảy ?
- b) Nếu thả trôi một bè nứa từ bến A đến bến B thì hết bao nhiêu thời gian ?

Câu 4 (3 điểm)

1. Cho tam giác ABC vuông tại A và $AB = 10\text{cm}$. Gọi H là chân đường cao kẻ từ A xuống BC. Biết rằng $HB = 6\text{cm}$, tính độ dài cạnh huyền BC.

2. Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O), H là trực tâm của tam giác, AH cắt đường tròn (O) tại D (D khác A). Chứng minh rằng tam giác HBD cân.

3. **Hãy nêu cách vẽ** hình vuông ABCD khi biết tâm I của hình vuông và các điểm M, N lần lượt thuộc các đường thẳng AB, CD. (Ba điểm M, I, N không thẳng hàng).

Câu 5 (1 điểm) Giải hệ phương trình : $\begin{cases} x^2y^2 - xy - 2 = 0 \\ x^2 + y^2 = x^2y^2 \end{cases}$

Hết

Họ và tên thí sinh : Số báo danh : Phòng thi :

Giám thi 1 (Họ và tên, chữ ký) :

Giám thi 2 (Họ và tên, chữ ký) :

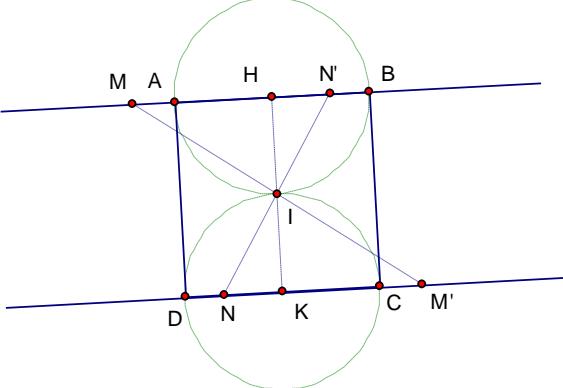
Square GD & Square T HOÀ BÌNH KÍCH THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 NĂM HỌC 2010-2011

H-íng dÉn chÊm DTNT Chất lượng cao

(Mãi c, ch gi¶i kh,c ®óng ®Óu cho ®iÓm t--ng ®ong)

Câu	ý	H-íng dÉn chÊm	điểm
1	1a	$x \neq \sqrt{2}, x \neq -\sqrt{2}, x \neq \sqrt{6}$	1
	1b	$A = \frac{x^2 - 2 - x\sqrt{2} - 2 + x\sqrt{2} - 2}{x^2 - 2} : \frac{x - \sqrt{6}}{x^2 - 2}$ $= \frac{x^2 - 6}{x^2 - 2} \cdot \frac{x^2 - 2}{x - \sqrt{6}} = x + \sqrt{6}$	0.5 0.5
2	2a	$Ví Ót (1) \Leftrightarrow x^2 - (m+1)x - (m+3) = 0$ $Ta có \Delta = (m+1)^2 + 4(m+3) = m^2 + 6m + 13 = (m+3)^2 + 4 > 0 \forall m$ $Vì \Delta > 0 \forall m \text{ n}^{\text{a}}n \text{ ph}^- \text{ng tr} \times nh (1) \text{ lu} \ll n \text{ c} \dot{a} \text{ hai nghi} \ddot{O}m \text{ ph} @n \text{ bi} \ddot{O}t \text{ v} \ddot{I}i m.$	0.5 0.5
	2b	+ Theo định lý Viet ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = m+1 \\ x_1x_2 = -(m+3) \end{cases}$ + Lúc đó: $P = (m+1)^2 + 3(m+3) + 3(m+1) = m^2 + 8m + 13 = (m+4)^2 - 3 \geq -3$ + Vậy với $m = -4$ thì P đạt giá trị nhỏ nhất bằng -3.	0.5 0.5
3	3a	+ Gọi x, y l- ợt là vận tốc thật của canô và vận tốc dòng nước chảy, từ giả thiết ta có ph- ong trình: $6(x+y) = 8(x-y) \Rightarrow 2x = 14y \Rightarrow x = 7y$. + Vậy vận tốc của canô khi nước yờn lặng gấp 7 lần vận tốc dòng n- ớc.	0.5 0.5

	3b	<p>+ Gọi khoảng cách giữa hai bến A, B là S, ta có: $6(x+y) = S \Leftrightarrow 48y = S$.</p> <p>+ Vậy thà trui bè nứa xuôi từ A đến B hết sô thời gian là $\frac{S}{y} = 48$ (giờ).</p>	0.5 0.5
	4a	<p>áp dụng hệ thức l- ợng trong tam giác vuông ABC, ta có:</p> $BA^2 = BH \cdot BC \Rightarrow BC = \frac{BA^2}{BH} = \frac{50}{3}$ <p>Vậy độ dài cạnh huyền là: $\frac{50}{3}$ (cm)</p>	1
4	4b	<p>+ BH cắt AC tại E. Chứng minh đ- ợc $\Delta BHI \sim \Delta AHE \Rightarrow HAC = HBC$ (1)</p> <p>+ Lại có: $HAC = DBC$ (2)</p> <p>+ Từ (1) và (2) suy ra: BC là phân giác của $\angle DBH$ (3)</p> <p>+ Kết hợp (3) với giả thiết $BC \perp HD$ suy ra tam giác DBH cân tại B.</p>	0.5 0.5
4	4c	<p>+ Gọi M' và N' lần lượt là điểm đối xứng của M và N qua tâm I của hình vuông ABCD. Suy ra $MN' \parallel M'N$</p> <p>+ Gọi H, K lần lượt là chân các đường vuông góc hạ từ I xuống các đường thẳng MN' và $M'N$. Vẽ đường tròn tâm H, bán kính HI cắt MN' tại hai điểm A và B; vẽ đường tròn tâm K, bán kính KI cắt $M'N$ tại hai điểm C và D.</p> <p>+ Nối 4 điểm A, B, C, D theo thứ tự ta được hình vuông ABCD.</p>	0.5 0.5



(Thí sinh kh^íng c^hn ph^on tÝch, ch^ong minh c^h d^Ùng)

			0.5
5	<p>+ Có $x^2y^2 - xy - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} xy = -1 \\ xy = 2 \end{cases}$</p> <p>+ Giải hệ $\begin{cases} xy = -1 \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ y = -\frac{1}{x} \\ x^2 + \frac{1}{x^2} = 1 \end{cases}$, Vô nghiệm</p> <p>+ Giải hệ $\begin{cases} xy = 2 \\ x^2 + y^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ y = \frac{2}{x} \\ x^2 + \frac{4}{x^2} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow x = y = \pm\sqrt{2}$</p> <p>Kết luận hệ có hai nghiệm: $\{(\sqrt{2}; \sqrt{2}); (-\sqrt{2}; -\sqrt{2})\}$</p>	0.25	0.25

ĐỀ 054

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
Thành phố Hồ Chí Minh

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT

Năm học 2007 – 2008

Môn Toán – Thời gian: 120 phút

ĐỀ

Câu 1: (1,5 điểm) Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

- a. $x^2 - 2\sqrt{5}x + 4 = 0$ c. $\begin{cases} 5x + 6y = 17 \\ 9x - y = 7 \end{cases}$
- b. $x^4 - 29x^2 + 100 = 0$

Câu 2 : (1,5 điểm) Thu gọn các biểu thức sau :

$$a. A = \frac{\sqrt{4-2\sqrt{3}}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}} \quad b. B = (3\sqrt{2}+\sqrt{6})\sqrt{6-3\sqrt{3}}$$

Câu 3 : (1 điểm)

Một khu vườn hình chữ nhật có diện tích bằng $675m^2$ và có chu vi bằng 120m. Tìm chiều dài và chiều rộng của khu vườn

Bài 4 : (2 điểm)

Cho phương trình : $x^2 - 2mx + m^2 - m - 1 = 0$ với m là tham số và x là ẩn số

a) Giải phương trình với $m = 1$

b) Tìm m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2

c) Với điều kiện câu b hãy tìm m để biểu thức $A = x_1x_2 - x_1 - x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 5: (4 điểm) Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn ($AB < AC$). Đường tròn đường kính BC cắt AB, AC theo thứ tự tại E và F. Biết rằng BF cắt CE tại H và AH cắt BC tại D.

a) Chứng minh tứ giác BEFC nội tiếp và AH vuông góc với BC.

b) Chứng minh $AE \cdot AB = AF \cdot AC$

c) Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và K là trung điểm của BC. Tính tỉ số $\frac{OK}{BC}$ khi tứ giác BHOC nội tiếp.

d) Cho $HF = 3cm$, $HB = 4cm$, $CE = 8cm$ và $HC > HE$. Tính HC

Câu 1: (1,5 điểm) Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

$$a. x^2 - 2\sqrt{5}x + 4 = 0 \quad c. \begin{cases} 5x + 6y = 17 \\ 9x - y = 7 \end{cases}$$

$$b. x^4 - 29x^2 + 100 = 0$$

Giải :

$$a. x^2 - 2\sqrt{5}x + 4 = 0$$

$$\Delta = (-2\sqrt{5})^2 - 4 \cdot 4 = 4 \rightarrow \sqrt{\Delta} = 2 \rightarrow x_1 = \frac{2\sqrt{5} - 2}{2} = \sqrt{5} - 1; x_2 = \sqrt{5} + 1$$

b. Đặt $t = x^2$ ($t \geq 0$) thay vào phương trình trở thành : $t^2 - 29t + 100 = 0$

$$\Delta = (-29)^2 - 4 \cdot 100 = 441 \rightarrow \sqrt{\Delta} = 21 \rightarrow t_1 = 4, t_2 = 25$$

Với $t_1 = 4 = x^2 \leftrightarrow x = \pm 2$; $t_2 = 25 \leftrightarrow x = \pm 5$

Vậy phương trình có 4 nghiệm : $x = \pm 2, x = \pm 5$

$$c. \begin{cases} 5x + 6y = 17 \\ 9x - y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x + 6y = 17 \\ 54x - 6y = 42 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 59x = 59 \\ 9x - y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

Câu 2 : (1,5 điểm) Thu gọn các biểu thức sau :

$$a. A = \frac{\sqrt{4-2\sqrt{3}}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}$$

$$b. B = (3\sqrt{2} + \sqrt{6}) \sqrt{6-3\sqrt{3}}$$

Giải :

$$a. A = \frac{\sqrt{4-2\sqrt{3}}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}}{\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)} = \frac{|\sqrt{3}-1|}{\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$b. B = (3\sqrt{2} + \sqrt{6}) \sqrt{6-3\sqrt{3}} = \sqrt{3(2-\sqrt{3})(24+12\sqrt{3})} = \sqrt{3(2-\sqrt{3})12(2+\sqrt{3})} = 6$$

Câu 3 : (1 điểm)

Một khu vườn hình chữ nhật có diện tích bằng $675m^2$ và có chu vi bằng 120m. Tìm chiều dài và chiều rộng của khu vườn.

Giải:

Gọi x, y là chiều dài và chiều rộng của khu vườn hình chữ nhật, ta có $x > y > 0$

Và $\begin{cases} x+y=60 \\ xy=675 \end{cases}$

x, y là nghiệm của phương trình $X^2 - 60X + 675 = 0$

$$X_1 = 15, X_2 = 45 \rightarrow x = 45 \text{ và } y = 15$$

Bài 4 : (2 điểm)

Cho phương trình : $x^2 - 2mx + m^2 - m - 1 = 0$ với m là tham số và x là ẩn số

a) Giải phương trình với $m = 1$

b) Tìm m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt x, x_2

c) Với điều kiện câu b hãy tìm m để biểu thức $A = x_1x_2 - x_1 - x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Giải:

a) $m = 1$ ta được phương trình : $x^2 - 2x - 1 = 0$

$$(x-1)^2 = 0 \leftrightarrow x = 1$$

$$b) \Delta' = m^2 - m^2 + m - 1 = m - 1$$

phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\leftrightarrow \Delta' > 0 \leftrightarrow m > 1$

c) Theo Viet, ta có :

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = 2m \\ x_1x_2 = \frac{c}{a} = m^2 - m + 1 \end{cases}$$

$$A = m^2 - m + 1 - 2m = m^2 - 3m + 1$$

$$A = \left(m - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{5}{4}$$

A đạt giá trị nhỏ nhất khi $A = -\frac{5}{4}$ khi $m = \frac{3}{2} > 1$ (nhận)

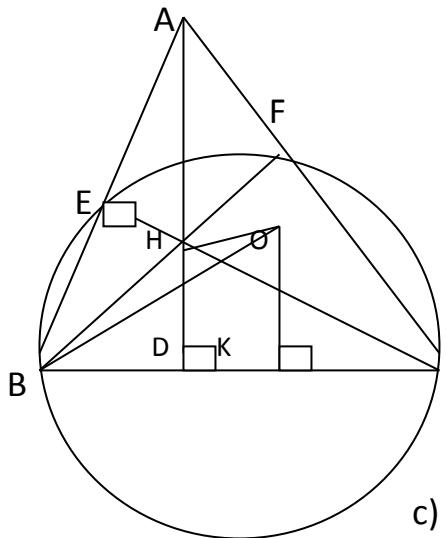
Câu 5: (4 điểm) Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn ($AB < AC$). Đường tròn đường kính BC cắt AB,

AC theo thứ tự tại E và F. Biết rằng BF cắt CE tại H và AH cắt BC tại D.

- a) Chứng minh tứ giác BEFC nội tiếp và AH vuông góc với BC.
b) Chứng minh $AE \cdot AB = AF \cdot AC$

c) Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và K là trung điểm của BC. Tính tỉ số $\frac{OK}{BC}$ khi tứ giác BHOC nội tiếp.

d) Cho $HF = 3\text{cm}$, $HB = 4\text{cm}$, $CE = 8\text{cm}$ và $HC > HE$. Tính HC



Giải:

a) Góc $BEC = BFE = 90^\circ$ (Tam giác BEC
và BFC nội tiếp nửa đường tròn đường kính BC)
Suy ra tứ giác BEFC nội tiếp

trong tam giác ABC, BF và CE là 2 đường cao suy
ra H là trực tâm. Suy ra AH vuông góc BC

b) Hai tam giác vuông AFB và AEC có góc A
chung, suy ra tam giác AFB đồng dạng với tam
C tam giác AEC

Suy ra $\frac{AE}{AC} = \frac{AF}{AB}$. Suy ra $AE \cdot AB = AF \cdot AC$

c) Tứ giác BHOC nội tiếp suy ra $\text{góc } BHC = \text{BOC}$ (1)
 $\text{góc } BHC = 180^\circ - \text{góc } A$, $\text{góc } BOC = 2 \hat{A}$

Từ (1) suy ra $2 \hat{A} = 180^\circ - \hat{A}$, suy ra $\hat{A} = 60^\circ$

Suy ra góc BOK = 60°

Suy ra $\frac{OK}{BK} = \frac{1}{\sqrt{3}}$. Suy ra $\frac{OK}{BC} = \frac{1}{2\sqrt{3}}$

d) Đặt $HC = x$, $HE = y$ ($x > y > 0$)

Ta có tam giác HEB đồng dạng với tam giác HFC suy ra $HE \cdot HC = HF \cdot HB$

Ta có 1 phương trình $x + y = 8$

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 8 \\ xy = 12 \end{array} \right\}$$

x, y là nghiệm của PT : $x^2 - 8x + 12 = 0$. Suy ra $x = 6$, $y = 2$. Suy ra $HC = 6$

Hết

ĐỀ 055

**ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 MÔN TOÁN CHUNG
TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN BÌNH ĐỊNH
NĂM HỌC 2008– 2009**

Ngày thi: 17/06/2008 - Thời gian làm bài: 150 phút

Câu 1. (1 điểm)

Hãy rút gọn biểu thức:

$$A = \frac{a\sqrt{a}-1}{a-\sqrt{a}} - \frac{a\sqrt{a}+1}{a+\sqrt{a}} \text{ (với } a > 0, a \neq 1)$$

Câu 2. (2 điểm)

Cho hàm số bậc nhất $y = (1-\sqrt{3})x - 1$

- a) Hàm số đã cho là đồng biến hay nghịch biến trên \mathbb{R} ? Vì sao?
- b) Tính giá trị của y khi $x = 1+\sqrt{3}$.

Câu 3. (3 điểm)

Cho phương trình bậc hai:

$$x^2 - 4x + m + 1 = 0$$

- a) Tìm điều kiện của tham số m để phương trình có hai nghiệm phân biệt.
- b) Giải phương trình khi $m = 0$.

Câu 4. (3 điểm)

Cho tam giác ABC ngoại tiếp đường tròn (O). Trên cạnh BC lấy điểm M, trên cạnh BA lấy điểm N, trên cạnh CA lấy điểm P sao cho $BM = BN$ và $CM = CP$. Chứng minh rằng:

- a) O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MNP.
- b) Tứ giác ANOP nội tiếp đường tròn.

Câu 5. (1 điểm)

Cho một tam giác có số đo ba cạnh là x, y, z nguyên thỏa mãn:

$$2x^2 + 3y^2 + 2z^2 - 4xy + 2xz - 20 = 0$$

Chứng minh tam giác đã cho là tam giác đều.

**GIẢI ĐỀ THI VÀO LỚP 10 MÔN TOÁN CHUNG
TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN BÌNH ĐỊNH
NĂM HỌC 2008 – 2009 – Ngày: 17/06/2008**
Thời gian làm bài: 150 phút

Câu 1.(1 điểm)

Rút gọn:

$$A = \frac{a\sqrt{a}-1}{a-\sqrt{a}} - \frac{a\sqrt{a}+1}{a+\sqrt{a}} \text{ (a} > 0, a \neq 1)$$

$$= \frac{(\sqrt{a})^3 - 1}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)} - \frac{(\sqrt{a})^3 + 1}{\sqrt{a}(\sqrt{a}+1)} = \frac{a + \sqrt{a} + 1}{\sqrt{a}} - \frac{a - \sqrt{a} + 1}{\sqrt{a}}$$

$$= \frac{a + \sqrt{a} + 1 - a + \sqrt{a} - 1}{\sqrt{a}} = \frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = 2 \quad (a > 0, a \neq 1)$$

Câu 2.(2 điểm)

a) Hàm số $y = (1 - \sqrt{3})x - 1$ đồng biến trên \mathbb{R} vì có hệ số $a = (1 - \sqrt{3}) < 0$.

b) Khi $x = 1 + \sqrt{3}$ thì $y = (1 - \sqrt{3})(1 + \sqrt{3}) - 1 = 1 - 3 - 1 = -3$.

Câu 3.(3 điểm)

a) Phương trình $x^2 - 4x + m + 1 = 0$

Ta có biệt số $\Delta' = 4 - (m + 1) = 3 - m$.

Điều kiện để phương trình có hai nghiệm phân biệt là:

$$\Delta' > 0 \Leftrightarrow 3 - m > 0 \Leftrightarrow m < 3.$$

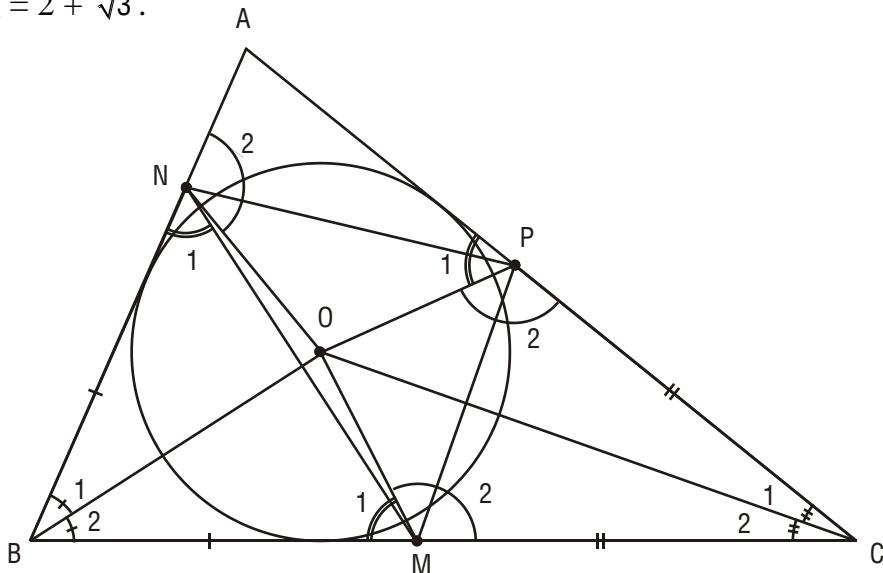
b) Khi $m = 0$ thì phương trình đã cho trở thành: $x^2 - 4x + 1 = 0$

$$\Delta' = 4 - 1 = 3 > 0$$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$$x_1 = 2 - \sqrt{3}, x_2 = 2 + \sqrt{3}.$$

Câu 4.(3 điểm)



a) Chứng minh O là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle MNP$

Ta có: O là giao điểm ba đường phân giác của $\triangle ABC$ nên từ điều kiện giả thiết suy ra:

$$\triangle OBM \cong \triangle OMN \text{ (c.g.c)} \Rightarrow OM = ON \quad (1)$$

$$\triangle OCM \cong \triangle OCP \text{ (c.g.c)} \Rightarrow OM = OP \quad (2)$$

Từ (1), (2) suy ra $OM = ON = OP$.

Vậy O là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle MNP$.

b) Chứng minh tứ giác ANOP nội tiếp

Ta có $\Delta OBM = \Delta OMN \Rightarrow M_1 = N_1$, $\Delta OCM = \Delta OCP \Rightarrow P_2 = M_2$

Mặt khác $P_1 + P_2 = 180^\circ = M_1 + M_2$ (kè bù) $\Rightarrow P_1 = M_1 \Rightarrow P_1 = N_1$

Vì $N_1 + N_2 = 180^\circ$ nên $P_1 + N_2 = 180^\circ$.

Vậy tứ giác ANOP nội tiếp đường tròn.

Câu 5. (1 điểm)

Chứng minh tam giác đều

Ta có: $2x^2 + 3y^2 + 2z^2 - 4xy + 2xz - 20 = 0$ (1)

Vì $x, y, z \in N^*$ nên từ (1) suy ra y là số chẵn.

Đặt $y = 2k$ ($k \in N^*$), thay vào (1):

$$2x^2 + 12k^2 + 2z^2 - 8xk + 2xz - 20 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 6k^2 + z^2 - 4xk + xz - 10 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x(4k - z) + (6k^2 + z^2 - 10) = 0 \quad (2)$$

Xem (2) là phương trình bậc hai theo ẩn x .

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \Delta &= (4k - z)^2 - 4(6k^2 + z^2 - 10) = 16k^2 - 8kz + z^2 - 24k^2 - 4z^2 + 40 = \\ &= -8k^2 - 8kz - 3z^2 + 40 \end{aligned}$$

Nếu $k \geq 2$, thì do $z \geq 1$ suy ra $\Delta < 0$: phương trình (2) vô nghiệm.

Do đó $k = 1$, suy ra $y = 2$.

Thay $k = 1$ vào biệt thức Δ :

$$\Delta = -8 - 8z - 3z^2 + 40 = -3z^2 - 8z + 32$$

Nếu $z \geq 3$ thì $\Delta < 0$: phương trình (2) vô nghiệm.

Do đó $z = 1$, hoặc 2 .

Nếu $z = 1$ thì $\Delta = -3 - 8 + 32 = 21$: không chính phương, suy ra phương trình (2) không có nghiệm nguyên.

Do đó $z = 2$.

Thay $z = 2$, $k = 1$ vào phương trình (2):

$$x^2 - 2x + (6 + 4 - 10) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x(x - 2) = 0 \Leftrightarrow x = 2 \quad (x > 0)$$

Suy ra $x = y = z = 2$.

Vậy tam giác đã cho là tam giác đều.

ĐỀ 056**sở giáo dục và đào tạo đề thi tuyển sinh lớp 10 - thpt****lào cai****Năm học 2010 – 2011****Môn thi: Toán****§Ò chÝnh thöc***Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian giao đề)***Câu 1 (2,0 điểm)**

1. Thực hiện phép tính: a) $\sqrt{\frac{36}{9}}$ b) $\sqrt{25-9}:2$

2. Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{2x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}$

a) Tìm giá trị của x để A có nghĩa b) Rút gọn biểu thức A .

Câu 2 (2,0 điểm):

1. Cho hai đường thẳng d và d' có phương trình lần lượt là:

$d: y = ax + a - 1$ (với a là tham số)

$d': y = x + 1$

a) Tìm các giá trị của a để hàm số $y = ax + a - 1$ đồng biến, nghịch biến.

b) Tìm giá trị của a để $d // d'$; $d \perp d'$.

2. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y = 2x + m - 4$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{1}{4}x^2$ tại hai điểm phân biệt.

Câu 3 (2,0 điểm)

1) Giải phương trình: $x^2 - 4x + 3 = 0$.

2) Tìm giá trị của m để biểu thức $A = x_1^2 + x_2^2 + 3x_1x_2$ đạt giá trị lớn nhất. Biết rằng $x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình: $x^2 - 4x + m = 0$.

Câu 4 (1,0 điểm).

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x - y = 6 \end{cases}$

2) Tmf các giá trị của a để hệ phương trình: $\begin{cases} ax + y = 3 \\ x - y = 6 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất.

Câu 5 (3 điểm).

Cho tam giác ABC vuông tại A. Gọi M là trung điểm của AC. Đường tròn đường kính CM cắt BC ở điểm thứ hai là N. BM kéo dài gấp đôi đường tròn tại D.

1) Chứng minh 4 điểm B, A, D, C nằm trên một đường tròn.

2) Chứng minh $MN \cdot BC = AB \cdot MC$

3) Chứng minh rằng tiếp tuyến tại M của đường tròn đường kính MC đi qua tâm của đường tròn ngoại tiếp tứ giác BADC.

----- Hết -----
Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Bài giải tóm tắt đề thi vào 10 Lào Cai 2010 - 2011:

Câu 1 (2,0 điểm)

1. Thực hiện phép tính: a) $\sqrt{\frac{36}{9}}$ (KQ: = 2) b) $\sqrt{25-9}:2$ (KQ: = 2)
2. Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{2x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}$
 - a) A có nghĩa khi $x > 0$ và $x \neq 1$
 - b) Rút gọn biểu thức A. KQ: A = -1

Câu 2 (2,0 điểm):

1. Cho hai đường thẳng d và d' có phương trình lần lượt là:

$$d: y = ax + a - 1 \quad (\text{với } a \text{ là tham số})$$

$$d': y = x + 1$$

- a) Tìm các giá trị của a để hàm số $y = ax + a - 1$ đồng biến, nghịch biến.

$$y = ax + a - 1 \quad \text{đồng biến khi } a > 0;$$

nghịch biến khi $a < 0$

$$\text{b) } d \parallel d' \text{ khi } \begin{cases} a = 1 \\ a - 1 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow a = 1$$

$$d \perp d' \text{ khi } a \cdot 1 = -1 \Leftrightarrow a = -1.$$

2. Đồ thị hàm số $y = 2x + m - 4$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{1}{4}x^2$ tại hai điểm phân biệt khi phương trình

hoành độ: $\frac{1}{4}x^2 - 2x - m + 4 = 0$ có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow \frac{1}{4}m > 0 \Leftrightarrow m > 0 .$$

Câu 3 (2,0 điểm)

- 1) Giải phương trình: $x^2 - 4x + 3 = 0$.

Phương trình có: $a + b + c = 1 - 4 + 3 = 0$ nên $x_1 = 1; x_2 = 3$

2) Tìm giá trị của m để biểu thức $A = x_1^2 + x_2^2 + 3x_1x_2$ đạt giá trị lớn nhất. Biết rằng $x_1; x_2$ là hai nghiệm của ph-ong trình: $x^2 - 4x + m = 0$.

ph-ong trình: $x^2 - 4x + m = 0$ có hai nghiệm $x_1; x_2$ khi $\Delta' = 2 - m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 2$.

Theo viết: $x_1 + x_2 = 4$ (1); $x_1 \cdot x_2 = m$ (2).

Theo đâu bài: $A = x_1^2 + x_2^2 + 3x_1x_2 = (x_1 + x_2)^2 + x_1 \cdot x_2$ (3)

Thế (1) và (2) vào (3) ta có $A = 16 + m$ do $m \leq 2$ nên GTLN của A là 18 khi $m = 2$.

Câu 4 (1,0 điểm).

$$1) \text{ Giải hệ ph-ong trình: } \begin{cases} 2x + y = 3 \\ x - y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 9 \\ x - y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -3 \end{cases}$$

$$2) \text{ Tìm các giá trị của } a \text{ để hệ ph-ong trình: } \begin{cases} ax + y = 3 \\ x - y = 6 \end{cases} \text{ có nghiệm duy nhất.}$$

$\begin{cases} ax + y = 3 \\ x - y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a+1)x = 9 (*) \\ x - y = 6 \end{cases}$ Hệ ph-ong trình có nghiệm duy nhất khi ph-ong trình (*) có nghiệm duy nhất, khi $a+1 \neq 0 \Leftrightarrow a \neq -1$.

Câu 5 (3 điểm).

Cho tam giác ABC vuông tại A. Gọi M là trung điểm của AC. Đ-òng tròn đ-òng kính CM cắt BC ở điểm thứ hai là N. BM kéo dài gấp đ-òng tròn tại D.

1) Chứng minh 4 điểm B, A, D, C nằm trên một đ-òng tròn.

2) Chứng minh $MN \cdot BC = AB \cdot MC$

3) Chứng minh rằng tiếp tuyến tại M của đ-òng tròn đ-òng kính MC đi qua tâm của đ-òng tròn ngoại tiếp tứ giác BADC.

1) Hai điểm A và D nhìn đoạn BC đ-ới cùng một góc vuông nên ABCD là tứ giác nội tiếp đ-òng tròn đ-òng kính BC

Hay 4 điểm B, A, D, C nằm trên một đ-òng tròn.

2) Xét hai tam giác NMC và ABC có:

C chung; $MNC = BAC$ (cùng bằng 90°)

nên $\Delta NMC \sim \Delta ABC$ (g-g)

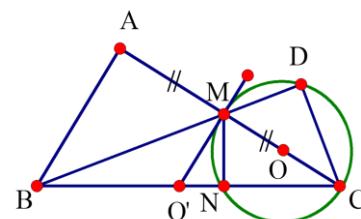
suy ra $\frac{MN}{AB} = \frac{MC}{BC} \Leftrightarrow MN \cdot BC = AB \cdot MC$

3) Gọi O' là tâm đ-òng tròn ngoại tiếp tứ giác ABCD ta có O' là trung điểm BC

Kẻ tiếp tuyến của (O) tại M là Mx ta có $Mx \parallel AB$ (cùng vuông góc với AC).

M là trung điểm của AC nên Mx phải đi qua trung điểm (O') của BC.

Vậy tiếp tuyến tại M của đ-òng tròn đ-òng kính MC đi qua tâm O' của đ-òng tròn ngoại tiếp tứ



giác BADC.

ĐỀ 057

PHÒNG GD&ĐT NAM ĐÀN
TRƯỜNG THCS NAM GIANG

ĐỀ THI THỬ VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2015 – 2016

Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút

Câu I (3 điểm). Cho biểu thức

$$A = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} + \frac{3-11\sqrt{x}}{9-x}$$

- a) Nêu điều kiện xác định và rút gọn biểu thức A.
- b) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 1/9$.
- c) Tìm x để $A < 1$.

Câu II (2 điểm). Cho phương trình bậc hai sau, với tham số m.

$$x^2 - 2mx - m^2 - 1 = 0 \quad (1)$$

- a) Giải phương trình (1) khi $m = 2$.
- b) Tìm giá trị của tham số m để phương trình (1) có hai nghiệm $x_1; x_2$ thoả mãn:

$$\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = -\frac{5}{2}$$

Câu III (1,5 điểm). Hai tổ cùng làm một công việc trong 15 giờ thì xong . Nếu tổ (I) làm trong 3 giờ, tổ (II) làm trong 5 giờ thì được 25% công việc . Hỏi mỗi tổ làm riêng trong bao lâu thì xong công việc đó?

Câu IV (3,5 điểm). Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O), BD và CE là hai đường cao của tam giác , chúng cắt nhau tại H và cắt đường tròn (O) lần lượt ở D' và E' .

Chứng minh:

- a) Tứ giác BEDC nội tiếp
- b) DE song song D'E'
- c) Cho BD cố định. Chứng minh rằng khi A di động trên cung lớn AB sao cho tam giác ABC là tam giác nhọn thì bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ADE không đổi.

Đáp án đề thi thử vào lớp 10 môn Toán - THCS Nam Giang năm 2015

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
I. (1,5đ)	a. (1,5đ)	Điều kiện xác định của biểu thức A là: $\begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 9 \end{cases}$	0,50
		$A = \frac{2\sqrt{x}(\sqrt{x}-3) + (\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}+3) - (3-11\sqrt{x})}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}$	0,50
		$A = \frac{3x+9\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}$	0,25
		$A = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$	0,25
I. (3,0đ)	b. 0,75đ	Ta thấy $x = \frac{1}{9} \in \text{ĐKXĐ}$, nên vào ta có $A = \frac{3\sqrt{\frac{1}{9}}}{\sqrt{\frac{1}{9}-3}} = \frac{-3}{8}$	0,50
		$= \frac{-3}{8}$	0,25
		$A < 1 \Leftrightarrow \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} < 1 \Leftrightarrow \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - 1 < 0$	0,25
I. (3,0đ)	c. 0,75đ	$\Leftrightarrow \frac{2\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-3} < 0$	0,25
		$\Leftrightarrow \sqrt{x}-3 < 0$ (vì $2\sqrt{x}+3 > 0$ với $\forall x \in \text{ĐKXĐ}$)	0,25
		$\Leftrightarrow 0 \leq x < 9$	0,25
II. (2,0đ)	a. (1,00đ)	Khi $m = 2$, phương trình (1) trở thành $x^2 - 4x - 5 = 0$	0,25
		$\Delta' = 9$ (Hoặc nhận thấy $a - b + c = 0$)	0,25
		Nghiệm của phương trình là: $x = -1 ; x = 5$	0,50
	b. (1,00đ)	Ta có: $\Delta' = (-m)^2 - (-m^2 - 1) = 1 > 0$. Nên pt luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m .	0,25
		Khi đó, theo hệ thức Vi-ét ta có: $x_1 + x_2 = 2m$; $x_1 x_2 = -m^2 - 1$ (*)	0,25
		Mà theo bài ra: $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = -\frac{5}{2} \Leftrightarrow \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1 x_2} = -\frac{5}{2}$ $\Leftrightarrow \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2}{x_1 x_2} = -\frac{5}{2}$ $\Leftrightarrow \frac{(x_1 + x_2)^2}{x_1 x_2} - 2 = -\frac{5}{2}$ (2)	0,25
		Thay (*) vào (2) ta được: $7m^2 = 1 \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{\frac{1}{7}}$	0,25

III. (1,5đ)	<p>Gọi x (h) là thời gian tớ (I) làm riêng xong công việc . Gọi y (h) là thời gian tớ (II) làm riêng xong công việc . $(x > 15, y > 15)$</p> <p>Trong 1 giờ: Tớ (I) làm được : $1/x$ công việc Tớ (II) làm được: $1/y$ công việc</p> <p>Vì hai tớ cùng làm sẽ hoàn thành công việc trong thời gian 15 giờ ,nên ta có pt: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{15}$</p> <p>Vì nếu tớ (I) làm trong 3 giờ và tớ (II) làm trong 5 giờ thì làm được 75% công việc nên ta có pt: $\frac{3}{x} + \frac{5}{y} = \frac{1}{4}$</p> <p>Từ đó ta có hệ $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{15} \\ \frac{3}{x} + \frac{5}{y} = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{24} \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{40} \end{cases}$</p> <p>$\begin{cases} x = 24 \\ y = 40 \end{cases}$ (thoả mãn điều kiện)</p> <p>Vậy tớ (I) làm riêng xong công việc trong 24 giờ , tớ (II) làm riêng xong công việc trong 40 giờ .</p>	0,25 0,25 0,50 0,25
----------------	--	--

[V. (3,5đ)	a. (1,5đ)	<p>Vì BD và CE là đường cao nên $BDC = 90^\circ$ và $CEB = 90^\circ$</p> <p>Do đó: E thuộc đường tròn đường kính BC</p> <p>D cũng thuộc đường tròn đường kính BC</p> <p>Vậy tứ giác BEDC nội tiếp đường tròn</p>	0,50
	b. (1,25đ)	<p>Vì tứ giác BEDC nội tiếp nên: $\angle B = \angle D$ (2 góc nội tiếp cùng chắn \widehat{BC})</p> <p>Xét đường tròn (O) có: $\angle B = \angle B'$ (2 góc nội tiếp cùng chắn $\widehat{B'C}$)</p> <p>Suy ra: $\angle D = \angle B'$ mà 2 góc này ở vị trí đồng vị nên: $DE // D'E'$</p>	0,50
	c. (0,75đ)	<p>Tứ giác AEHD có : $AEH + ADH = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ nên nội tiếp đường tròn đường kính AH. Do đó , bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ADE là $\frac{1}{2}AH$</p> <p>Vẽ đường kính AN của đường tròn (O).</p> <p>Khi đó: $NCA = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)</p> <p>$\Rightarrow NC \perp AC$ mà $BD \perp AC \Rightarrow NC // BD$ (1)</p> <p>tương tự có : $BN // CE$ (2)</p> <p>Từ (1) và (2) suy ra tứ giác BHCN là hình bình hành.</p> <p>Gọi M là giao điểm của BC và HN , ta có M là trung điểm của BC (t/c của hình bình hành)</p> <p>Xét $\triangle ANH$ có OM là đường trung bình của tam giác nên :</p> <p>$AH = 2 \cdot OM$ không đổi (đpcm)</p>	0,5
			0,25

ĐỀ 058

Câu 1: (4,0 điểm)

Tìm các nghiệm nguyên của phương trình: $5x^2 + 4y^2 = 10x + 19$

Câu 2: (2,0 điểm)

Xét một hình vuông và một hình tam giác, nếu có cùng diện tích thì hình nào có chu vi lớn hơn?

Câu 3: (5,0 điểm)

Tìm GTNN của biểu thức: $\frac{a^2}{1-a} + \frac{b^2}{1-b} + \frac{1}{a+b} + a + b$, trong đó $a, b > 0$ và $a + b < 1$

Câu 4: (3,0 điểm) Tìm x biết: $(\sqrt{x-1} + 1)^3 + 2\sqrt{x-1} = 2 - x$

Câu 5: (6,0 điểm)

Cho hình vuông ABCD. M là điểm trên đường chéo BD. Hạ ME vuông góc với AB và MF vuông góc với AD.

- Chứng minh $DE \perp CF$; $EF = CM$
 - Chứng minh ba đường thẳng DE, BF và CM đồng qui.
 - Xác định vị trí của điểm M để tứ giác AEMF có diện tích lớn nhất.
-

Đáp án

Câu	Nội dung	Điểm
1 (4 điểm)	$5x^2 + 4y^2 = 10x + 19 \Leftrightarrow 5x^2 - 10x + 5 = 24 - 4y^2$ $5(x-1)^2 = 4(6-y^2)$ <p>Ta lại có: $y \in Z$, $6-y^2 \geq 0$ và $6-y^2:5$ nên $y^2 = 1 \Rightarrow y = \pm 1$</p> <p>Với $y^2 = 1$, ta được: $5(x-1)^2 = 4(6-1^2) = 20$</p> $\Rightarrow \begin{cases} x-1=2 \\ x-1=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=-1 \end{cases}$ <p>Vậy phương trình đã cho có 4 nghiệm nguyên $(x; y)$, đó là: $(3; 1); (3; -1); (-1; 1); (-1; -1)$</p>	0,5đ 0,5đ 1,5đ 1,0đ 0,5đ
2 (2 điểm)	<p>Gọi a, b, c là độ dài các cạnh của tam giác, h_a là độ dài đường cao ứng với cạnh a của tam giác, x là độ dài cạnh hình vuông, S là diện tích của mỗi hình. Ta có:</p> $b+c > 2h_a \Rightarrow a+b+c > a+2h_a \geq 2\sqrt{a \cdot 2h_a} = 2\sqrt{4S} = 4S$ $= 4\sqrt{x^2} = 4x$ <p>(Mỗi dấu của phép biến đổi ghi 0,25đ)</p> <p>Vậy chu vi của hình tam giác lớn hơn chu vi của hình vuông.</p>	1,75đ 0,25đ
3 (5 điểm)	$\frac{a^2}{1-a} + \frac{b^2}{1-b} + \frac{1}{a+b} + a+b = \frac{a^2}{1-a} + 1 + a + \frac{b^2}{1-b} + 1 + b + \frac{1}{a+b} - 2$ $= \frac{1}{1-a} + \frac{1}{1-b} + \frac{1}{a+b} - 2$ <p>Theo BĐT Bunhiaepski ta có:</p> $\left(\frac{1}{1-a} + \frac{1}{1-b} + \frac{1}{a+b} \right) \cdot (1-a+1-b+a+b) \geq (1+1+1)^2.$	2,0đ 0,5đ 1,0đ

Câu c: 1,5 điểm	ME + MF = FA + FD là số không đổi. ⇒ ME.MF lớn nhất khi ME = MF Lúc đó M là trung điểm của BD	0,5đ 0,5đ 0,5đ
------------------------	---	----------------------

Ghi chú:- Mọi cách giải khác, đúng, phù hợp vẫn ghi điểm tối đa
 - Đối với bài toán hình học, nếu hình vẽ sai mà phần chứng minh đúng thì không chấm bài hình.

ĐỀ 059

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HẢI DƯƠNG

ĐỀ CHÍNH THỨC

KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2010 - 2011

Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian giao đề

Ngày thi: 08 tháng 07 năm 2010 (Đợt 2)

Câu 1 (3 điểm)

- a) Vẽ đồ thị của hàm số $y = 2x - 4$.
- b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x = 2y - 3 \\ y = 2x - 3 \end{cases}$.
- c) Rút gọn biểu thức $P = \frac{9\sqrt{a} - \sqrt{25a} + \sqrt{4a^3}}{a^2 + 2a}$ với $a > 0$.

Câu 2 (2 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 3x + m = 0$ (1) (x là ẩn).

- a) Giải phương trình (1) khi $m = 1$.
- b) Tìm các giá trị m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn

$$\sqrt{x_1^2 + 1} + \sqrt{x_2^2 + 1} = 3\sqrt{3}.$$

Câu 3 (1 điểm)

Khoảng cách giữa hai bến sông A và B là 48 km. Một canô đi từ bến A đến bến B, rồi quay lại bến A. Thời gian cả đi và về là 5 giờ (không tính thời gian nghỉ). Tính vận tốc của canô trong nước yên lặng, biết rằng vận tốc của dòng nước là 4 km/h.

Câu 4 (3 điểm)

Cho hình vuông ABCD có độ dài cạnh bằng a , M là điểm thay đổi trên cạnh BC (M khác B) và N là điểm thay đổi trên cạnh CD (N khác C) sao cho $\text{MAN} = 45^\circ$. Đường chéo BD cắt AM và AN lần lượt tại P và Q.

- a) Chứng minh tứ giác ABMQ là tứ giác nội tiếp.
- b) Gọi H là giao điểm của MQ và NP. Chứng minh AH vuông góc với MN.
- c) Xác định vị trí điểm M và điểm N để tam giác AMN có diện tích lớn nhất.

Câu 5 (1 điểm)

Chứng minh $a^3 + b^3 \geq ab(a+b)$ với mọi $a, b \geq 0$. Áp dụng kết quả trên, chứng minh bất đẳng thức $\frac{1}{a^3 + b^3 + 1} + \frac{1}{b^3 + c^3 + 1} + \frac{1}{c^3 + a^3 + 1} \leq 1$ với mọi a, b, c là các số dương thỏa mãn $abc = 1$.

-----Hết-----

Họ tên thí sinh: Số báo danh:

Chữ ký của giám thị 1: Chữ ký của giám thị 2:

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HẢI DƯƠNG**

**ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM CHẤM MÔN TOÁN
KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2010 – 2011 (đợt 2)
Ngày thi: 08 tháng 07 năm 2010**

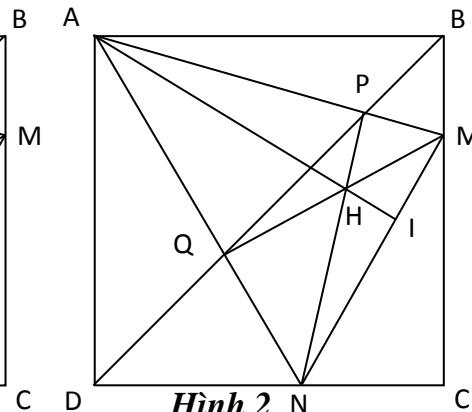
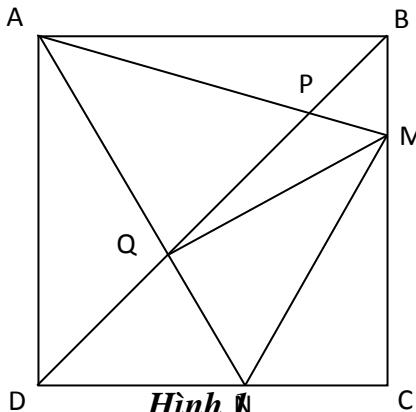
I) HƯỚNG DẪN CHUNG.

- Thí sinh làm bài theo cách riêng nhưng đáp ứng được yêu cầu cơ bản vẫn cho đủ điểm.
- Việc chi tiết điểm số (nếu có) so với biểu điểm phải được thống nhất trong Hội đồng chấm.
- Sau khi cộng điểm toàn bài, điểm lẻ đến 0,25 điểm.

II) ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM CHẤM.

Câu	Y	Nội dung	Điểm
1	a	Vẽ đồ thị của hàm số $y = 2x - 4$	1,00
		Đồ thị cắt trục Ox tại A (2;0) (HS có thể lấy điểm khác) Đồ thị cắt trục Oy tại B (0;-4) (HS có thể lấy điểm khác) Vẽ được đồ thị hàm số	0,25 0,25 0,5
	b	Giải hệ phương trình $\begin{cases} x = 2y - 3 \\ y = 2x - 3 \end{cases}$	1,00
		Hệ $\Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = -3 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$ (HS có thể dùng phép thế hoặc phép trừ) Tìm được $x = 3$ Tìm được $y = 3$ Kết luận. Hệ có nghiệm duy nhất $x = 3, y = 3$	0,25 0,25 0,25 0,25
	c	Rút gọn biểu thức $P = \frac{9\sqrt{a} - \sqrt{25a} + \sqrt{4a^3}}{a^2 + 2a}$ với $a > 0$	1,00
		$9\sqrt{a} - \sqrt{25a} + \sqrt{4a^3} = 9\sqrt{a} - 5\sqrt{a} + 2a\sqrt{a}$	0,25

		$= 2\sqrt{a}(a+2)$ $a^2 + 2a = a(a+2)$ $P = \frac{2}{\sqrt{a}}$ hoặc $\frac{2\sqrt{a}}{a}$	0,25 0,25 0,25
2	a	Giải phương trình $x^2 - 3x + m = 0$ khi $m = 1$.	1,00
		$m = 1$ ta có phương trình $x^2 - 3x + 1 = 0$ $\Delta = 9 - 4 = 5$ $x_1 = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}, x_2 = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$ (mỗi nghiệm đúng cho 0,25)	0,25 0,25 0,5
	b	Tìm m để x_1, x_2 thỏa mãn $\sqrt{x_1^2 + 1} + \sqrt{x_2^2 + 1} = 3\sqrt{3}$	1,00
		<p>Pt (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta = 9 - 4m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{9}{4}$ (1)</p> <p>Theo định lí Viet $x_1 + x_2 = 3, x_1 x_2 = m$. Bình phương ta được</p> $x_1^2 + x_2^2 + 2 + 2\sqrt{(x_1^2 + 1)(x_2^2 + 1)} = 27$ $\Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 + 2\sqrt{x_1^2 x_2^2 + x_1^2 + x_2^2 + 1} = 25.$ <p>Tính được $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 9 - 2m$ và đưa hệ thức</p> <p>trên về dạng $\sqrt{m^2 - 2m + 10} = m + 8$ (2)</p> $\Rightarrow m^2 - 2m + 10 = m^2 + 16m + 64 \Leftrightarrow 18m = -54 \Leftrightarrow m = -3.$ <p>Thử lại thấy $m = -3$ thỏa mãn pt (2) và điều kiện (1).</p>	0,25 0,25 0,25 0,25
3		Tính vận tốc của canô trong nước yên lặng	1,00
		<p>Gọi vận tốc canô trong nước yên lặng là x (km/h, $x > 4$)</p> <p>Vận tốc canô khi nước xuôi dòng là $x + 4$ và thời gian canô chạy</p> <p>khi nước xuôi dòng là $\frac{48}{x+4}$.</p> <p>Vận tốc canô khi nước ngược dòng là $x - 4$ và thời gian canô chạy</p> <p>khi nước ngược dòng là $\frac{48}{x-4}$.</p> <p>Theo giả thiết ta có phương trình $\frac{48}{x+4} + \frac{48}{x-4} = 5$</p> <p>pt $\Leftrightarrow 48(x-4 + x+4) = 5(x^2 - 16) \Leftrightarrow 5x^2 - 96x - 80 = 0$</p> <p>Giải phương trình ta được $x = -0,8$ (loại), $x = 20$ (thỏa mãn)</p> <p>Vậy vận tốc canô trong nước yên lặng là 20 km/h</p>	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25
4	a	Chứng minh tứ giác ABMQ là tứ giác nội tiếp	1,00



Vẽ được hình 1

Theo giả thiết $QAM = 45^\circ$ và $QBM = 45^\circ$

$\Rightarrow QAM = QBM \Rightarrow ABMQ$ là tứ giác nội tiếp

0,5

0,25

0,25

b	Chứng minh AH vuông góc với MN	1,00
---	--------------------------------	------

$ABMQ$ là tứ giác nội tiếp suy ra $AQM + ABM = 180^\circ$

$ABM = 90^\circ \Rightarrow AQM = 90^\circ \Rightarrow MQ \perp AN$

Tương tự ta có $ADNP$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow NP \perp AM$

Suy ra H là trực tâm của tam giác $AMN \Rightarrow AH \perp MN$

* **Chú ý.** Lập luận trên vẫn đúng khi M trùng với C

0,25

0,25

0,25

0,25

c	Xác định vị trí điểm M và N để ΔAMN có diện tích lớn nhất	1,00
---	---	------

M là điểm thay đổi trên cạnh BC (M khác B) nên có 2 TH

TH 1. M không trùng với C, khi đó M, N, C không thẳng hàng.

Gọi I là giao điểm của AH và MN và S là diện tích tam giác AMN

$$\text{thì } S = \frac{1}{2} AI \cdot MN.$$

Tứ giác APHQ nội tiếp suy ra $PAH = PQH$ (1)

Tứ giác ABMQ nội tiếp suy ra $BAM = BQM$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $PAH = BAM$ hay $MAI = MBA$

0,25

Hai tam giác vuông MAI và MAB có $MAI = MBA$, AM chung suy ra $\Delta MAI = \Delta MAB \Rightarrow AI = AB = a, IM = BM$

Tương tự $\Delta NAI = \Delta NAD \Rightarrow IN = DN$. Từ đó

$$S = \frac{1}{2} AI \cdot MN = \frac{1}{2} a \cdot MN$$

Ta có $MN < MC + NC = a - BM + a - DN = 2a - (IM + IN)$

0,25

0,25

	Vậy $MN < 2a - MN$ hay $MN < a \Rightarrow S = \frac{1}{2}a.MN < \frac{1}{2}a^2$. TH 2. M trùng với C, khi đó N trùng với D và $\Delta AMN = \Delta ACD$ nên $S = \frac{1}{2}AD.DC = \frac{1}{2}a^2$ Vậy ΔAMN có diện tích lớn nhất $\Leftrightarrow M \equiv C$ và $N \equiv D$.	0,25
5	$\frac{1}{a^3 + b^3 + 1} + \frac{1}{b^3 + c^3 + 1} + \frac{1}{c^3 + a^3 + 1} \leq 1$	1,00
	$a^3 + b^3 \geq ab(a+b) \Leftrightarrow a^2(a-b) + b^2(b-a) \geq 0$ $\Leftrightarrow (a-b)(a^2 - b^2) \geq 0 \Leftrightarrow (a-b)^2(a+b) \geq 0, \text{ đúng } \forall a, b \geq 0$ $a^3 + b^3 \geq ab(a+b) \Leftrightarrow a^3 + b^3 + abc \geq ab(a+b) + abc$ $\Leftrightarrow a^3 + b^3 + 1 \geq ab(a+b+c) \Leftrightarrow \frac{1}{a^3 + b^3 + 1} \leq \frac{1}{ab(a+b+c)}$ <p>(Do các vế đều dương). Tương tự, cộng lại ta được</p> $\frac{1}{a^3 + b^3 + 1} + \frac{1}{b^3 + c^3 + 1} + \frac{1}{c^3 + a^3 + 1}$ $\leq \frac{1}{ab(a+b+c)} + \frac{1}{bc(a+b+c)} + \frac{1}{ca(a+b+c)} = 1$	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI**

ĐỀ 060
KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
Năm học: 2012 – 2013

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: Toán

Ngày thi: 21 tháng 6 năm 2012

Thời gian làm bài: 120 phút

Bài I (2,5 điểm)

1) Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x+4}}{\sqrt{x+2}}$. Tính giá trị của A khi $x = 36$

2) Rút gọn biểu thức $B = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+4}} + \frac{4}{\sqrt{x}-4} \right) : \frac{x+16}{\sqrt{x+2}}$ (với $x \geq 0; x \neq 16$)

3) Với các của biểu thức A và B nói trên, hãy tìm các giá trị của x nguyên để giá trị của biểu thức $B(A - 1)$ là số nguyên

Bài II (2,0 điểm). Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Hai người cùng làm chung một công việc trong $\frac{12}{5}$ giờ thì xong. Nếu mỗi người làm một mình thì người thứ nhất hoàn thành công việc trong ít hơn người thứ hai là 2 giờ. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi người phải làm trong bao nhiêu thời gian để xong công việc?

Bài III (1,5 điểm)

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = 2 \\ \frac{6}{x} - \frac{2}{y} = 1 \end{cases}$$

2) Cho phương trình: $x^2 - (4m - 1)x + 3m^2 - 2m = 0$ (ẩn x). Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện: $x_1^2 + x_2^2 = 7$

Bài IV (3,5 điểm)

Cho đường tròn (O; R) có đường kính AB. Bán kính CO vuông góc với AB, M là một điểm bất kỳ trên cung nhỏ AC (M khác A, C); BM cắt AC tại H. Gọi K là hình chiếu của H trên AB.

1) Chứng minh CBKH là tứ giác nội tiếp.

2) Chứng minh $ACM = ACK$

3) Trên đoạn thẳng BM lấy điểm E sao cho $BE = AM$. Chứng minh tam giác ECM là tam giác vuông cân tại C

4) Gọi d là tiếp tuyến của (O) tại điểm A; cho P là điểm nằm trên d sao cho hai điểm P, C nằm trong cùng một nửa mặt phẳng bờ AB và $\frac{AP \cdot MB}{MA} = R$. Chứng minh đường thẳng PB đi qua trung điểm của đoạn thẳng HK

Bài V (0,5 điểm). Với x, y là các số dương thỏa mãn điều kiện $x \geq 2y$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$M = \frac{x^2 + y^2}{xy}$$

.....Hết.....

Lưu ý: Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:Số báo danh:

Chữ ký của giám thi 1:

Chữ ký của giám thi 2:

GỢI Ý – ĐÁP ÁN

Bài I: (2,5 điểm)

1) Với $x = 36$, ta có: $A = \frac{\sqrt{36} + 4}{\sqrt{36} + 2} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$

2) Với $x \geq 16$, $x \neq 16$ ta có :

$$B = \left(\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 4)}{x - 16} + \frac{4(\sqrt{x} + 4)}{x - 16} \right) \frac{\sqrt{x} + 2}{x + 16} = \frac{(x + 16)(\sqrt{x} + 2)}{(x - 16)(x + 16)} = \frac{\sqrt{x} + 2}{x - 16}$$

$$3) \text{ Ta có: } B(A-1) = \frac{\sqrt{x}+2}{x-16} \cdot \left(\frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}+2} - 1 \right) = \frac{\sqrt{x}+2}{x-16} \cdot \frac{2}{\sqrt{x}+2} = \frac{2}{x-16}.$$

Để $B(A-1)$ nguyên, x nguyên thì $x-16$ là ước của 2, mà $U(2) = \{\pm 1; \pm 2\}$

Ta có bảng giá trị tương ứng:

$x-16$	1	-1	2	-2
x	17	15	18	14

Kết hợp ĐK $x \geq 0, x \neq 16$, để $B(A-1)$ nguyên thì $x \in \{14; 15; 17; 18\}$

Bài II: (2,0 điểm)

Gọi thời gian người thứ nhất hoàn thành một mình xong công việc là x (giờ), ĐK $x > \frac{12}{5}$

Thì thời gian người thứ hai làm một mình xong công việc là $x+2$ (giờ)

Mỗi giờ người thứ nhất làm được $\frac{1}{x}$ (cv), người thứ hai làm được $\frac{1}{x+2}$ (cv)

Vì cả hai người cùng làm xong công việc trong $\frac{12}{5}$ giờ nên mỗi giờ cả hai đội làm được $1 \cdot \frac{12}{5} = \frac{5}{12}$ (cv)

Do đó ta có phương trình

$$\begin{aligned} \frac{1}{x} + \frac{1}{x+2} &= \frac{5}{12} \\ \Leftrightarrow \frac{x+2+x}{x(x+2)} &= \frac{5}{12} \\ \Leftrightarrow 5x^2 - 14x - 24 &= 0 \\ \Delta' &= 49 + 120 = 169, \sqrt{\Delta'} = 13 \\ \Rightarrow x &= \frac{7-13}{5} = \frac{-6}{5} \text{ (loại)} \text{ và } x = \frac{7+13}{5} = \frac{20}{5} = 4 \text{ (TMĐK)} \end{aligned}$$

Vậy người thứ nhất làm xong công việc trong 4 giờ,

người thứ hai làm xong công việc trong $4+2 = 6$ giờ.

$$\text{Bài III: (1,5 điểm)} 1) \text{ Giải hệ: } \begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = 2 \\ \frac{6}{x} - \frac{2}{y} = 1 \end{cases}, (\text{ĐK: } x, y \neq 0).$$

$$\text{Hệ} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4}{x} + \frac{2}{y} = 4 \\ \frac{6}{x} - \frac{2}{y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4}{x} + \frac{6}{x} = 4+1 \\ \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{10}{x} = 5 \\ \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ \frac{2}{2} + \frac{1}{y} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}. \text{(TMĐK)}$$

Vậy hệ có nghiệm $(x; y) = (2; 1)$.

2) + Phương trình đã cho có $\Delta = (4m-1)^2 - 12m^2 + 8m = 4m^2 + 1 > 0, \forall m$

Vậy phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\forall m$

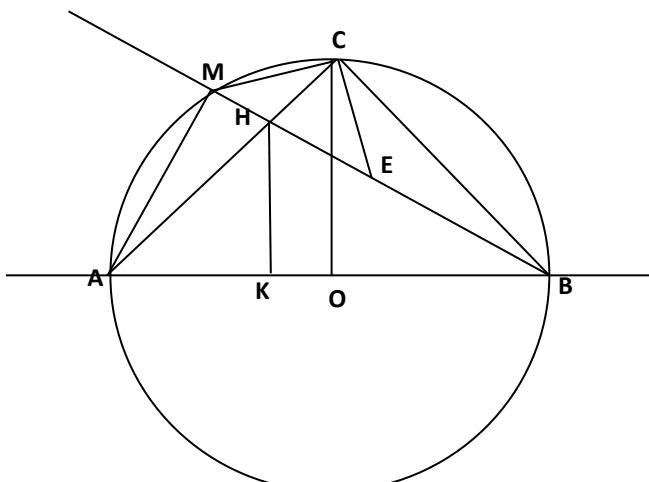
+ Theo ĐL Vi -ết, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 4m - 1 \\ x_1 x_2 = 3m^2 - 2m \end{cases}$

Khi đó: $x_1^2 + x_2^2 = 7 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 7$
 $\Leftrightarrow (4m - 1)^2 - 2(3m^2 - 2m) = 7 \Leftrightarrow 10m^2 - 4m - 6 = 0 \Leftrightarrow 5m^2 - 2m - 3 = 0$

Ta thấy tổng các hệ số: $a + b + c = 0 \Rightarrow m = 1$ hay $m = \frac{-3}{5}$.

Trả lời: Vậy....

Bài IV: (3,5 điểm)



- 1) Ta có $HCB = 90^\circ$ (do chắn nửa đường tròn đk AB)
 $HKB = 90^\circ$ (do K là hình chiếu của H trên AB)
 $\Rightarrow HCB + HKB = 180^\circ$ nên tứ giác CBKH nội tiếp trong đường tròn đường kính HB.

- 2) Ta có $ACM = ABM$ (do cùng chắn AM của (O))
và $ACK = HCK = HBK$ (vì cùng chắn HK của đtròn đk HB)
Vậy $ACM = ACK$

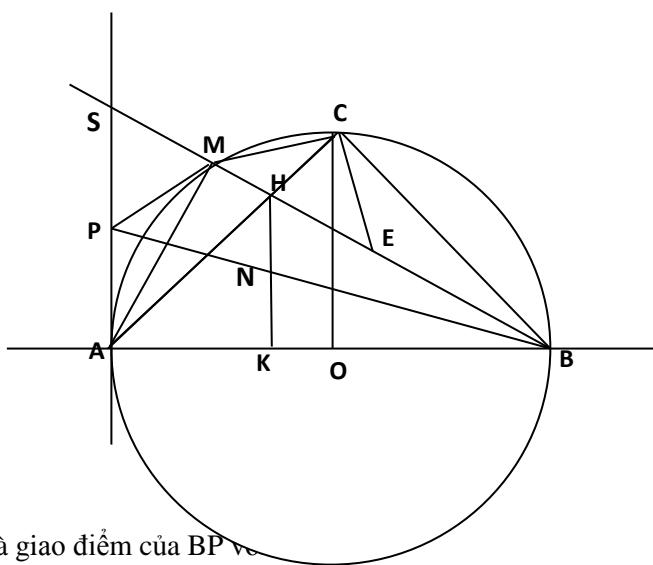
- 3) Vì $OC \perp AB$ nên C là điểm chính giữa của cung AB $\Rightarrow AC = BC$ và $sd AC = sd BC = 90^\circ$
Xét 2 tam giác MAC và EBC có

$MA = EB$ (gt), $AC = CB$ (cmt) và $MAC = MBC$ vì cùng chắn cung MC của (O)
 $\Rightarrow MAC$ và EBC (cgc) $\Rightarrow CM = CE \Rightarrow$ tam giác MCE cân tại C (1)

Ta lại có $CMB = 45^\circ$ (vì chắn cung $CB = 90^\circ$)

$\Rightarrow CEM = CMB = 45^\circ$ (tính chất tam giác MCE cân tại C)

Mà $CME + CEM + MCE = 180^\circ$ (Tính chất tổng ba góc trong tam giác) $\Rightarrow MCE = 90^\circ$ (2)
Từ (1), (2) \Rightarrow tam giác MCE là tam giác vuông cân tại C (đpcm).



4) Gọi S là giao điểm của BM và đường thẳng (d), N là giao điểm của BP và

Xét ΔPAM và ΔOBM :

Theo giả thiết ta có $\frac{AP \cdot MB}{MA} = R \Leftrightarrow \frac{AP}{MA} = \frac{OB}{MB}$ (vì có $R = OB$).

Mặt khác ta có $PAM = ABM$ (vì cùng chắn cung AM của (O))

$\Rightarrow \Delta PAM \sim \Delta OBM$

$$\Rightarrow \frac{AP}{PM} = \frac{OB}{OM} = 1 \Rightarrow PA = PM \text{ (do } OB = OM = R\text{)} \quad (3)$$

Vì $AMB = 90^\circ$ (do chắn nửa đtròn(O)) $\Rightarrow AMS = 90^\circ$

$$\Rightarrow \text{tam giác } AMS \text{ vuông tại } M \Rightarrow PAM + PSM = 90^\circ$$

và $PMA + PMS = 90^\circ$

Mà $PM = PA$ (cmt) nên $PAM = PMA$

Từ (3) và (4) $\Rightarrow PA = PS$ hay P là trung điểm của AS.

$$\left. \begin{aligned} &PMS = PSM \Rightarrow PS = PM \\ &\Rightarrow PMS = PSM \end{aligned} \right\} \Rightarrow PS = PM \quad (4)$$

Vì $HK \parallel AS$ (cùng vuông góc AB) nên theo ĐL Ta-lét, ta có: $\frac{NK}{PA} = \frac{BN}{BP} = \frac{HN}{PS}$ hay $\frac{NK}{PA} = \frac{HN}{PS}$
mà $PA = PS$ (cmt) $\Rightarrow NK = NH$ hay BP đi qua trung điểm N của HK. (đpcm)

Bài V: (0,5 điểm)

Cách 1(không sử dụng BĐT Co Si)

$$\text{Ta có } M = \frac{x^2 + y^2}{xy} = \frac{(x^2 - 4xy + 4y^2) + 4xy - 3y^2}{xy} = \frac{(x-2y)^2 + 4xy - 3y^2}{xy} = \frac{(x-2y)^2}{xy} + 4 - \frac{3y}{x}$$

Vì $(x - 2y)^2 \geq 0$, dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow x = 2y$

$$x \geq 2y \Rightarrow \frac{y}{x} \leq \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{-3y}{x} \geq \frac{-3}{2}, \text{dấu “=” xảy ra } \Leftrightarrow x = 2y$$

Từ đó ta có $M \geq 0 + 4 \cdot \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$, dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow x = 2y$

Vậy GTNN của M là $\frac{5}{2}$, đạt được khi $x = 2y$

Cách 2:

$$\text{Ta có } M = \frac{x^2 + y^2}{xy} = \frac{x^2}{xy} + \frac{y^2}{xy} = \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \left(\frac{x}{4y} + \frac{y}{x}\right) + \frac{3x}{4y}$$

Vì $x, y > 0$, áp dụng bdt Co si cho 2 số dương $\frac{x}{4y}; \frac{y}{x}$ ta có $\frac{x}{4y} + \frac{y}{x} \geq 2\sqrt{\frac{x}{4y} \cdot \frac{y}{x}} = 1$,

dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow x = 2y$

$$\text{Vì } x \geq 2y \Rightarrow \frac{x}{y} \geq 2 \Rightarrow \frac{3}{4} \cdot \frac{x}{y} \geq \frac{6}{4} = \frac{3}{2}, \text{dấu “=” xảy ra } \Leftrightarrow x = 2y$$

Từ đó ta có $M \geq 1 + \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$, dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow x = 2y$

Vậy GTNN của M là $\frac{5}{2}$, đạt được khi $x = 2y$

Cách 3:

$$\text{Ta có } M = \frac{x^2 + y^2}{xy} = \frac{x^2}{xy} + \frac{y^2}{xy} = \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \left(\frac{x}{y} + \frac{4y}{x}\right) - \frac{3y}{x}$$

Vì $x, y > 0$, áp dụng bdt Co si cho 2 số dương $\frac{x}{y}; \frac{4y}{x}$ ta có $\frac{x}{y} + \frac{4y}{x} \geq 2\sqrt{\frac{x}{y} \cdot \frac{4y}{x}} = 4$,

dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow x = 2y$

$$\text{Vì } x \geq 2y \Rightarrow \frac{y}{x} \leq \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{-3y}{x} \geq \frac{-3}{2}, \text{dấu “=” xảy ra } \Leftrightarrow x = 2y$$

Từ đó ta có $M \geq 4 - \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$, dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow x = 2y$

Vậy GTNN của M là $\frac{5}{2}$, đạt được khi $x = 2y$

Cách 4:

$$\text{Ta có } M = \frac{x^2 + y^2}{xy} = \frac{\frac{4x^2}{4} + y^2}{xy} = \frac{\frac{x^2}{4} + y^2 + \frac{3x^2}{4}}{xy} = \frac{\frac{x^2}{4} + y^2}{xy} + \frac{3x^2}{4xy} = \frac{\frac{x^2}{4} + y^2}{xy} + \frac{3x}{4y}$$

Vì $x, y > 0$, áp dụng bđt Co si cho 2 số dương $\frac{x^2}{4}; y^2$ ta có $\frac{x^2}{4} + y^2 \geq 2\sqrt{\frac{x^2}{4} \cdot y^2} = xy$,

dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow x = 2y$

Vì $x \geq 2y \Rightarrow \frac{x}{y} \geq 2 \Rightarrow \frac{3}{4} \cdot \frac{x}{y} \geq \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$, dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow x = 2y$

Từ đó ta có $M \geq \frac{xy}{xy} + \frac{3}{2} = 1 + \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$, dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow x = 2y$

Vậy GTNN của M là $\frac{5}{2}$, đạt được khi $x = 2y$

ĐỀ 061

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TP.HCM
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
Năm học: 2012 – 2013
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1: (2 điểm)

Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a) $2x^2 - x - 3 = 0$

b) $\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 3x + 2y = 4 \end{cases}$

c) $x^4 + x^2 - 12 = 0$

d) $x^2 - 2\sqrt{2}x - 7 = 0$

Bài 2: (1,5 điểm)

a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số $y = \frac{1}{4}x^2$ và đường thẳng (D): $y = -\frac{1}{2}x + 2$ trên cùng một hệ trục tọa độ.
b) Tìm tọa độ các giao điểm của (P) và (D) ở câu trên bằng phép tính.

Bài 3: (1,5 điểm)

Thu gọn các biểu thức sau:

$$A = \frac{1}{x+\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x}}{x-1} - \frac{1}{x-\sqrt{x}} \quad \text{với } x > 0; x \neq 1$$

$$B = (2-\sqrt{3})\sqrt{26+15\sqrt{3}} - (2+\sqrt{3})\sqrt{26-15\sqrt{3}}$$

Bài 4: (1,5 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 2mx + m - 2 = 0$ (x là ẩn số)

Chứng minh rằng phương trình luôn luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi m .

Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình.

-24

Tìm m để biểu thức $M = \frac{-24}{x_1^2 + x_2^2 - 6x_1x_2}$ đạt giá trị nhỏ nhất

Bài 5: (3,5 điểm)

Cho đường tròn (O) có tâm O và điểm M nằm ngoài đường tròn (O). Đường thẳng MO cắt (O) tại E và F ($ME < MF$). Vẽ cát

tuyến MAB và tiếp tuyến MC của (O) (C là tiếp điểm, A nằm giữa hai điểm M và B, A và C nằm khác phía đối với đường thẳng MO).

Chứng minh rằng $MA \cdot MB = ME \cdot MF$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm C lên đường thẳng MO. Chứng minh tứ giác AHOB nội tiếp.

Trên nửa mặt phẳng bờ OM có chứa điểm A, vẽ nửa đường tròn đường kính MF; nửa đường tròn này cắt tiếp tuyến tại E của (O) ở K. Gọi S là giao điểm của hai đường thẳng CO và KF. Chứng minh rằng đường thẳng MS vuông góc với đường thẳng KC.

Gọi P và Q lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp các tam giác EFS và ABS và T là trung điểm của KS. Chứng minh ba điểm P, Q, T thẳng hàng.

BÀI GIẢI

Bài 1: (2 điểm)

Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

$$a) \quad 2x^2 - x - 3 = 0 \quad (a)$$

Vì phương trình (a) có $a - b + c = 0$ nên

$$(a) \quad \Leftrightarrow x = -1 \text{ hay } x = \frac{3}{2}$$

$$b) \quad \begin{cases} 2x - 3y = 7 & (1) \\ 3x + 2y = 4 & (2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3y = 7 & (1) \\ x + 5y = -3 & (3) \end{cases} ((2) - (1))$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -13y = 13 & ((1) - 2(3)) \\ x + 5y = -3 & (3) ((2) - (1)) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$c) \quad x^4 + x^2 - 12 = 0 \quad (C)$$

Đặt $u = x^2 \geq 0$, phương trình thành: $u^2 + u - 12 = 0 \quad (*)$

$$(*) \text{ có } \Delta = 49 \text{ nên } (*) \Leftrightarrow u = \frac{-1+7}{2} = 3 \quad \text{hay} \quad u = \frac{-1-7}{2} = -4 \quad (\text{loại})$$

Do đó, (C) $\Leftrightarrow x^2 = 3 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{3}$

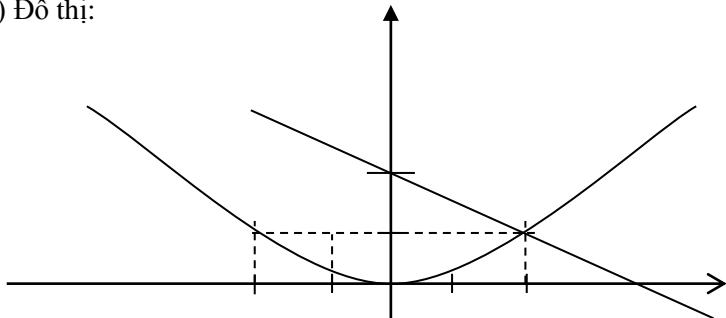
Cách khác: (C) $\Leftrightarrow (x^2 - 3)(x^2 + 4) = 0 \Leftrightarrow x^2 = 3 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{3}$

$$d) \quad x^2 - 2\sqrt{2}x - 7 = 0 \quad (d)$$

$$\Delta' = 2 + 7 = 9 \text{ do đó } (d) \Leftrightarrow x = \sqrt{2} \pm 3$$

Bài 2:

a) Đồ thị:



Lưu ý: (P) đi qua $O(0;0)$, $(\pm 2; 1), (\pm 4; 4)$

(D) đi qua $(-4; 4), (2; 1)$

b) PT hoành độ giao điểm của (P) và (D) là

$$\frac{1}{4}x^2 = -\frac{1}{2}x + 2 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow x = -4 \text{ hay } x = 2$$

$$y(-4) = 4, y(2) = 1$$

Vậy toạ độ giao điểm của (P) và (D) là $(-4; 4), (2; 1)$.

Bài 3: Thu gọn các biểu thức sau:

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{x+\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x}}{x-1} - \frac{1}{x-\sqrt{x}} = \frac{x-\sqrt{x}-x-\sqrt{x}}{x^2-x} + \frac{2\sqrt{x}}{x-1} \\ &= \frac{-2\sqrt{x}}{x(x-1)} + \frac{2\sqrt{x}}{x-1} = \frac{2\sqrt{x}}{x-1} \left[-\frac{1}{x} + 1 \right] = \frac{2\sqrt{x}(x-1)}{x(x-1)} = \frac{2}{\sqrt{x}} \quad \text{với } x > 0; x \neq 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= (2-\sqrt{3})\sqrt{26+15\sqrt{3}} - (2+\sqrt{3})\sqrt{26-15\sqrt{3}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}(2-\sqrt{3})\sqrt{52+30\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{2}}(2+\sqrt{3})\sqrt{52-30\sqrt{3}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}(2-\sqrt{3})\sqrt{(3\sqrt{3}+5)^2} - \frac{1}{\sqrt{2}}(2+\sqrt{3})\sqrt{(3\sqrt{3}-5)^2} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}(2-\sqrt{3})(3\sqrt{3}+5) - \frac{1}{\sqrt{2}}(2+\sqrt{3})(3\sqrt{3}-5) = \sqrt{2} \end{aligned}$$

Câu 4:

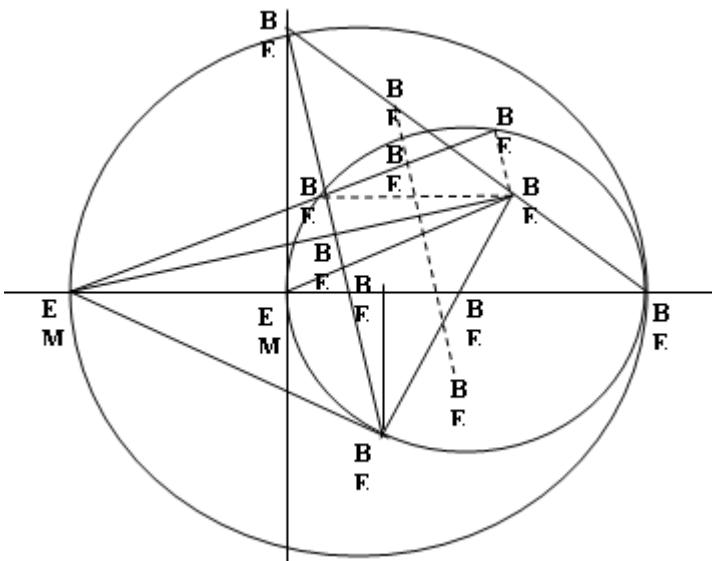
a/ Phương trình (1) có $\Delta' = m^2 - 4m + 8 = (m-2)^2 + 4 > 0$ với mọi m nên phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt với mọi m .

$$-\frac{b}{a} = 2m \quad \frac{c}{a} = m-2$$

b/ Do đó, theo Viet, với mọi m , ta có: $S = -\frac{b}{a}; P = \frac{c}{a}$

$$\begin{aligned}
 M &= \frac{-24}{(x_1 + x_2)^2 - 8x_1 x_2} = \frac{-24}{4m^2 - 8m + 16} = \frac{-6}{m^2 - 2m + 4} \\
 &= \frac{-6}{(m-1)^2 + 3}. \text{ Khi } m = 1 \text{ ta có } (m-1)^2 + 3 \text{ nhỏ nhất} \\
 \Rightarrow -M &= \frac{6}{(m-1)^2 + 3} \quad \Rightarrow M = \frac{-6}{(m-1)^2 + 3} \text{ nhỏ nhất khi } m = 1 \\
 \text{Vậy } M &\text{ đạt giá trị nhỏ nhất là } -2 \text{ khi } m = 1
 \end{aligned}$$

Câu 5



Vì ta có do hai tam giác đồng dạng MAE và MBF

$$\frac{MA}{ME} = \frac{MF}{MB} \Rightarrow MA \cdot MB = ME \cdot MF$$

Nên $\frac{MA}{ME} = \frac{MF}{MB} \Rightarrow MA \cdot MB = ME \cdot MF$ (Phương tích của M đối với đường tròn tâm O)

Do hệ thức lượng trong đường tròn ta có $MA \cdot MB = MC^2$, mặt khác hệ thức lượng trong tam giác vuông MCO ta có $MH \cdot MO = MC^2 \Rightarrow MA \cdot MB = MH \cdot MO$ nên tứ giác AHOB nội tiếp trong đường tròn.

Xét tứ giác MKSC nội tiếp trong đường tròn đường kính MS (có hai góc K và C vuông). Vậy ta có: $MK^2 = ME \cdot MF = MC^2$ nên $MK = MC$. Do đó MS chính là đường trung trực của KC nên MS vuông góc với KC tại V.

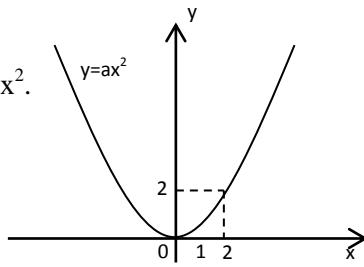
Do hệ thức lượng trong tam giác MCS ta có $MC^2 = MV \cdot MS \Rightarrow MA \cdot MB = MV \cdot MS$ nên S, V thuộc đường tròn tâm Q. Tương tự với ta cũng có $MC^2 = MV \cdot MS = ME \cdot MF$ nên S, V thuộc đường tròn tâm P từ đó dây chung SV vuông góc đường nối tâm PQ và là đường trung trực của VS (đường nối hai tâm của hai đường tròn). Nên PQ cũng đi qua trung điểm của KS (do định lí trung bình của tam giác SKV). Vậy 3 điểm T, Q, P thẳng hàng.

ThS. Hoàng Hữu Vinh

(Trung tâm luyện thi Vĩnh Viễn – TP.HCM)

Bài 1: (2,0 điểm)1) Giải phương trình: $(x + 1)(x + 2) = 0$ 2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x + y = -1 \\ x - 2y = 7 \end{cases}$ **Bài 2:** (1,0 điểm)Rút gọn biểu thức $A = (\sqrt{10} - \sqrt{2})\sqrt{3 + \sqrt{5}}$ **Bài 3:** (1,5 điểm)Biết rằng đường cong trong hình vẽ bên là một parabol $y = ax^2$.1) Tìm hệ số a .

2) Gọi M và N là các giao điểm của đường thẳng

 $y = x + 4$ với parabol. Tìm tọa độ của các điểm M và N.**Bài 4:** (2,0 điểm)Cho phương trình $x^2 - 2x - 3m^2 = 0$, với m là tham số.1) Giải phương trình khi $m = 1$.2) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 khác 0 và thỏa điều kiện $\frac{x_1}{x_2} - \frac{x_2}{x_1} = \frac{8}{3}$.**Bài 5:** (3,5 điểm)Cho hai đường tròn (O) và (O') tiếp xúc ngoài tại A. Kẻ tiếp tuyến chung ngoài BC, $B \in (O)$, $C \in (O')$. Đường thẳng BO cắt (O) tại điểm thứ hai là D.

1) Chứng minh rằng tứ giác CO'OB là một hình thang vuông.

2) Chứng minh rằng ba điểm A, C, D thẳng hàng.

3) Từ D kẻ tiếp tuyến DE với đường tròn (O') (E là tiếp điểm). Chứng minh rằng $DB = DE$.

BÀI GIẢI

Bài 1:

1) $(x + 1)(x + 2) = 0 \Leftrightarrow x + 1 = 0$ hay $x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -1$ hay $x = -2$

2) $\begin{cases} 2x + y = -1 & (1) \\ x - 2y = 7 & (2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5y = -15 & ((1) - 2(2)) \\ x = 7 + 2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -3 \\ x = -1 \end{cases}$

Bài 2: $A = (\sqrt{10} - \sqrt{2})\sqrt{3 + \sqrt{5}} = (\sqrt{5} - 1)\sqrt{6 + 2\sqrt{5}} =$

$(\sqrt{5} - 1)\sqrt{(\sqrt{5} + 1)^2} = (\sqrt{5} - 1)(\sqrt{5} + 1) = 4$

Bài 3:1) Theo đồ thị ta có $y(2) = 2 \Rightarrow 2 = a \cdot 2^2 \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}$ 2) Phương trình hoành độ giao điểm của $y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $y = x + 4$ là :

$x + 4 = \frac{1}{2}x^2 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow x = -2$ hay $x = 4$

 $y(-2) = 2$; $y(4) = 8$. Vậy tọa độ các điểm M và N là $(-2; 2)$ và $(4; 8)$.**Bài 4:**

1) Khi $m = 1$, phương trình thành : $x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = -1$ hay $x = 3$ (có dạng $a-b+c=0$)

2) Với $x_1, x_2 \neq 0$, ta có : $\frac{x_1}{x_2} - \frac{x_2}{x_1} = \frac{8}{3} \Leftrightarrow 3(x_1^2 - x_2^2) = 8x_1x_2 \Leftrightarrow 3(x_1 + x_2)(x_1 - x_2) = 8x_1x_2$

Ta có : $a.c = -3m^2 \leq 0$ nên $\Delta \geq 0, \forall m$

Khi $\Delta \geq 0$ ta có : $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = 2$ và $x_1.x_2 = \frac{c}{a} = -3m^2 \leq 0$

Điều kiện để phương trình có 2 nghiệm $\neq 0$ mà $m \neq 0 \Rightarrow \Delta > 0$ và $x_1.x_2 < 0 \Rightarrow x_1 < x_2$

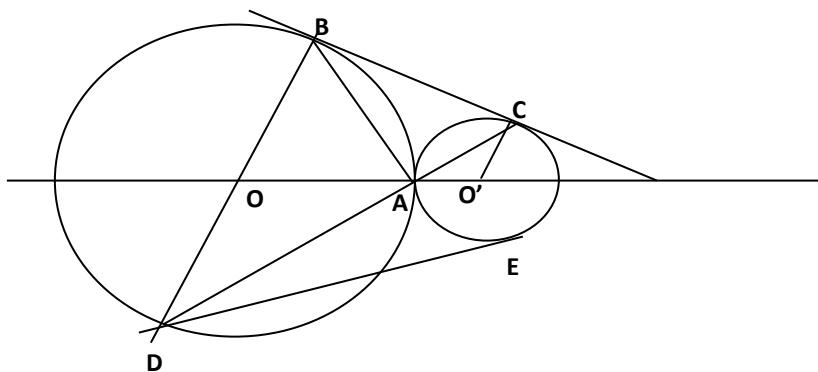
Với $a = 1 \Rightarrow x_1 = -b - \sqrt{\Delta}$ và $x_2 = -b + \sqrt{\Delta} \Rightarrow x_1 - x_2 = 2\sqrt{\Delta} = 2\sqrt{1+3m^2}$

Do đó, ycbt $\Leftrightarrow 3(2)(-2\sqrt{1+3m^2}) = 8(-3m^2)$ và $m \neq 0$

$\Leftrightarrow \sqrt{1+3m^2} = 2m^2$ (hiển nhiên $m = 0$ không là nghiệm)

$\Leftrightarrow 4m^4 - 3m^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow m^2 = 1$ hay $m^2 = -1/4$ (loại) $\Leftrightarrow m = \pm 1$

Bài 5:



1) Theo tính chất của tiếp tuyến ta có $OB, O'C$ vuông góc với $BC \Rightarrow$ tứ giác $CO'OB$ là hình thang vuông.

2) Ta có góc $ABC =$ góc $BDC \Rightarrow$ góc $ABC +$ góc $BCA = 90^\circ \Rightarrow$ góc $BAC = 90^\circ$

Mặt khác, ta có góc $BAD = 90^\circ$ (nội tiếp nửa đường tròn)

Vậy ta có góc $DAC = 180^\circ$ nên 3 điểm D, A, C thẳng hàng.

3) Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông DBC ta có $DB^2 = DA \cdot DC$

Mặt khác, theo hệ thức lượng trong đường tròn (chứng minh bằng tam giác đồng dạng) ta có $DE^2 = DA \cdot DC \Rightarrow DB = DE$.

ThS. Phạm Hồng Danh
(Trung tâm LTĐH Vĩnh Viễn – TP.HCM)

ĐỀ 063

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÀNH PHỐ THANH HÓA

ĐỀ CHÍNH THỨC

Đề thi gồm 01 trang

KÝ THI VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN LÂM SƠN
NĂM HỌC 2015 - 2016
Môn: TOÁN

(Dành cho tất cả các thí sinh)

Thời gian làm bài: 120 phút

(Không kể thời gian giao đề)

Ngày thi: 12 tháng 6 năm 2015

Câu 1: (2,0 điểm) Cho biểu thức: $M = \left(\frac{a}{a-2\sqrt{a}} + \frac{a}{\sqrt{a}-2} \right) \cdot \frac{\sqrt{a}+1}{a-4\sqrt{a}+4}$, ($a > 0$ và $a \neq 4$).

a/ Rút gọn biểu thức M .

b/ Tìm tất cả các giá trị của a để $M \leq 0$.

Câu 2: (2,5 điểm)

a/ Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x + \frac{3}{y} = 3 \\ x - \frac{2}{y} = 5 \end{cases}$

b/ Cho phương trình: $x^2 + 2(m-2)x - m^2 = 0$, với m là tham số. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn: $x_1 < x_2$ và $|x_1| - |x_2| = 6$.

Câu 3: (1,5 điểm) Giải phương trình: $5\sqrt{x^3 + 1} = 2(x^2 + 2)$.

Câu 4: (3,0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A và (C) là đường tròn tâm C bán kính CA . Lấy điểm D thuộc đường tròn (C) và nằm trong tam giác ABC . Gọi M là điểm trên cạnh AB sao cho $\widehat{BDM} = \frac{1}{2}\widehat{ACD}$; N là giao điểm của đường thẳng MD với đường cao AH của tam giác ABC ; E là giao điểm thứ hai của đường thẳng BD với đường tròn (C) . Chứng minh rằng:

a/ MN song song với AE .

b/ $BD \cdot BE = BA^2$ và tứ giác $DHCE$ nội tiếp.

c/ HA là đường phân giác của góc \widehat{DHE} và D là trung điểm của đoạn thẳng MN .

Câu 5: (1,0 điểm) Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn: $x + y + z = 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của

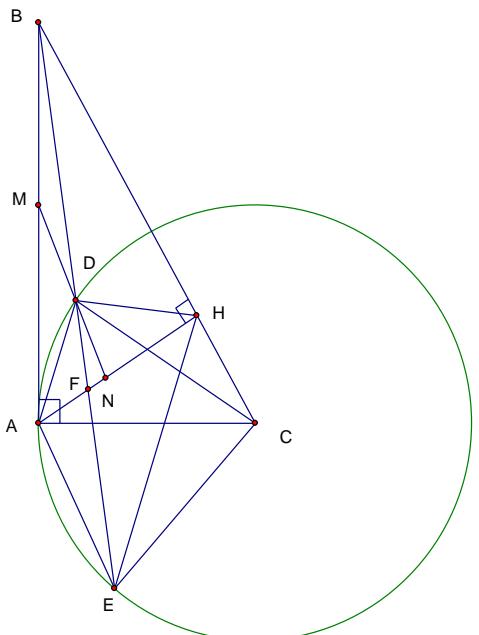
biểu thức: $S = \frac{x}{1+y^2} + \frac{y}{1+z^2} + \frac{z}{1+x^2}$.

---- Hết ----

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ THI CHUYÊN LAM SON – MÔN TOÁN CHUNG

Câu	Nội Dung	Điểm
Bài 1	<p>a/ Rút gọn biểu thức M ($a > 0$ và $a \neq 4$)</p> $M = \left(\frac{a}{a-2\sqrt{a}} + \frac{a}{\sqrt{a}-2} \right) : \frac{\sqrt{a}+1}{a-4\sqrt{a}+4}$ $M = \left(\frac{a}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-2)} + \frac{a}{\sqrt{a}-2} \right) : \frac{\sqrt{a}+1}{(\sqrt{a}-2)^2}$ $M = \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-2} + \frac{a}{\sqrt{a}-2} \right) \cdot \frac{(\sqrt{a}-2)^2}{\sqrt{a}+1} = \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a}+1)}{\sqrt{a}-2} \cdot \frac{(\sqrt{a}-2)^2}{\sqrt{a}+1}$ $M = \sqrt{a}(\sqrt{a}-2) = a - 2\sqrt{a}$	
	<p>b/ Tìm tất cả các giá trị của a để $M \leq 0$</p> $M \leq 0 \Rightarrow \sqrt{a}(\sqrt{a}-2) \leq 0 \Rightarrow \sqrt{a}-2 \leq 0 \text{ (do } \sqrt{a} \geq 0)$ $\Rightarrow \sqrt{a} \leq 2 \Rightarrow a \leq 4$ <p>Kết hợp điều kiện: Với $0 < a < 4$ thì $M \leq 0$. Không xảy ra dấu $=$ vì $a \neq 0$ và $a \neq 4$.</p>	
Bài 2	<p>a/ Giải hệ phương trình</p> $\begin{cases} 2x + \frac{3}{y} = 3 \\ x - \frac{2}{y} = 5 \end{cases}$ <p>Điều kiện: $y \neq 0$. Đặt $\frac{1}{y} = t$ ta có hệ phương trình</p> $\begin{cases} 2x + 3t = 3 \\ x - 2t = 5(2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3t = 3 \\ 2x - 4t = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -7t = 7 \\ x - 2t = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ x = 3 \end{cases}$ <p>Với $t = -1 \Rightarrow \frac{1}{y} = -1 \Rightarrow y = -1$</p> <p>Vậy hệ phương trình có 1 nghiệm duy nhất $\begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}$</p>	
	<p>b/ $x^2 + 2(m-2)x - m^2 = 0$ (m là tham số)</p> <p>Ta có $\Delta' = (m-2)^2 + m^2$</p> <p>Do $\begin{cases} (m-2)^2 \geq 0 \\ m^2 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \Delta' = (m-2)^2 + m^2 \geq 0$</p> <p>Dấu = xảy ra khi $\begin{cases} (m-2)^2 = 0 \\ m^2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = 0 \end{cases} \Rightarrow m \in \Phi$</p>	

	<p>Vậy $\Delta' = (m-2)^2 + m^2 > 0$. Vậy phương trình có 2 nghiệm phân biệt $x_1 < x_2$</p> <p>Theo viet ta có : $\begin{cases} x_1 + x_2 = 4 - 2m \\ x_1 \cdot x_2 = -m^2 \end{cases}$</p> <p>Để $x_1 - x_2 = 6 \Rightarrow (x_1 - x_2)^2 = 36 \Rightarrow x_1^2 + x_2^2 - 2 x_1 \cdot x_2 = 36 \quad (1)$</p> <p>Do $x_1 \cdot x_2 = -m^2 \leq 0 \Rightarrow x_1 \cdot x_2 = -x_1 \cdot x_2$</p> <p>Thay vào (1) $\Rightarrow x_1^2 + x_2^2 + 2x_1 \cdot x_2 = 36 \Rightarrow (x_1 + x_2)^2 = 36 \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 6 \\ x_1 + x_2 = -6 \end{cases}$</p> <ul style="list-style-type: none"> - Nếu : $x_1 + x_2 = 6 \Rightarrow 4 - 2m = 6 \Rightarrow m = -1$ - Nếu : $x_1 + x_2 = -6 \Rightarrow 4 - 2m = -6 \Rightarrow m = 5$ <p>Với $m = -1$, thay vào ta có phương trình $x^2 - 6x - 1 = 0$. có $\Delta' = 10 > 0$ Phương trình có 2 nghiệm $x_1 < x_2$ là $x_2 = 3 + \sqrt{10}$ và $x_1 = 3 - \sqrt{10}$</p> <p>Khi đó : $3 - \sqrt{10} - 3 + \sqrt{10} = -6$ (KTM)</p> <p>Với $m = 5$, thay vào ta có phương trình $x^2 + 6x - 25 = 0$. có $\Delta' = 34 > 0$ Phương trình có 2 nghiệm $x_1 < x_2$ là $x_2 = -3 + \sqrt{34}$ và $x_1 = -3 - \sqrt{34}$</p> <p>Khi đó : $-3 - \sqrt{34} - -3 + \sqrt{34} = 6$ (TM)</p> <p>Vậy $m = 5$.</p>
Bài 3	<p>Giải phương trình : $5\sqrt{x^3 + 1} = 2(x^2 + 2)$: Điều kiện $x \geq -1$</p> <p>PT $\Leftrightarrow 5\sqrt{(x+1)(x^2 - x + 1)} = 2(x^2 + 2)$</p> <p>Đặt $\sqrt{(x+1)} = a, \sqrt{(x^2 - x + 1)} = b$ Đ/K $a, b \geq 0$</p> <p>$\Rightarrow a^2 + b^2 = x+1 + x^2 - x + 1 = x^2 + 2$, thay vào ta có PT</p> <p>$5ab = 2(a^2 + b^2) \Rightarrow -2a^2 - 2b^2 + 5ab = 0 \Rightarrow (2a - b)(2b - a) = 0$</p> <p>TH1 : $2a - b = 0 \Rightarrow 2a = b \Rightarrow 2\sqrt{x+1} = \sqrt{x^2 - x + 1}$</p> <p>$\Rightarrow 4x + 4 = x^2 - x + 1 \Rightarrow x^2 - 5x - 3 = 0$ có $\Delta = 37 > 0$</p> <p>P/trình có 2 nghiệm $x_1 = \frac{5 + \sqrt{37}}{2}$ (TMĐK), $x_2 = \frac{5 - \sqrt{37}}{2}$ (TMĐK)</p> <p>TH2 : $2b - a = 0 \Rightarrow 2b = a \Rightarrow 2\sqrt{x^2 - x + 1} = \sqrt{x+1}$</p> <p>$\Rightarrow 4x^2 - 4x + 4 = x + 1 \Rightarrow 4x^2 - 5x + 3 = 0$, có $\Delta = -23 < 0$: PTVN</p> <p>Vậy phương trình ban đầu có hai nghiệm : $x_1 = \frac{5 + \sqrt{37}}{2}$ và $x_2 = \frac{5 - \sqrt{37}}{2}$</p>

Bài 4

a/ Chứng minh $MN \parallel AE$

Xét đường tròn (C) ta có : $AED = \frac{1}{2}ACD$ (góc nội tiếp bằng nửa góc ở tâm cùng chắn cung AD) (1)
 $BDM = \frac{1}{2}ACD$ (gt) (2)

Từ 1, 2 $\Rightarrow AED = BDM$
 $\Rightarrow MN \parallel AE$ (Vì có 2 góc đồng vị bằng nhau)

b/ Chứng minh $BD \cdot BE = DA^2$ và túc giác DHCE nội tiếp
+ Chứng minh $BD \cdot BE = BA^2$

Xét ΔBAD và ΔBEA có

ABE chung (3)

$BAD = BEA$ (cùng chắn cung AD) (4)

Từ 3,4 $\Rightarrow \Delta BAD \sim \Delta BEA$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{BD}{BA} = \frac{BA}{BE} \Rightarrow BD \cdot BE = BA^2 \quad (5) \text{ (ĐPCM)}$$

+ Chứng minh DHCE nội tiếp

Xét ΔBAC vuông tại A có AH là đường cao $\Rightarrow BA^2 = BH \cdot BC$ (Hệ thức) (6)

$$\text{Từ 5,6 } \Rightarrow BD \cdot BE = BH \cdot BC \Rightarrow \frac{BD}{BC} = \frac{BH}{BE} \quad (7) \text{ mà } CBE \text{ chung (8)}$$

$\Rightarrow \Delta BDH \sim \Delta BCE$ (c.g.c) $\Rightarrow BHD = BEC$ (Hai góc tương ứng) (9)

Mà $BHD + DHC = 180^\circ$ (10)

Từ 9,10 $\Rightarrow DHC + BEC = 180^\circ \Rightarrow$ Túc giác DHCE nội tiếp (Đ/I) (ĐPCM)

c/ Chứng minh HA là đường phân giác của góc DHE và D là trung điểm của đoạn thẳng MN
+ Chứng minh HA là đường phân giác của góc DHE

	<p>Xét ΔCHE và ΔCEB có HCE chung (11)</p> <p>Xét ΔBAC vuông tại A có AH là đường cao $\Rightarrow CA^2 = CH.CB$ (Hệ thức)</p> <p>Hay $CE^2 = CH.CB$ (do $CE = CA = R$) $\Rightarrow \frac{CE}{CB} = \frac{CH}{CE}$ (12)</p> <p>Từ 11,12 $\Rightarrow \Delta CHE$ và ΔCEB (c.g.c) $\Rightarrow CHE = CEB$ (13)</p> <p>Từ 9.13 $\Rightarrow CHE = BHD$</p> <p>$\Rightarrow AHE = AHD$ (cùng phụ với 2 góc bằng nhau)</p> <p>$\Rightarrow HA$ là đường phân giác của góc DHE</p> <p>+ D là trung điểm của đoạn thẳng MN</p> <p>Ta có : $MD//AE$ (câu a) $\Rightarrow \frac{DM}{EA} = \frac{BD}{BE}$ (talet) (14)</p> <p>Gọi giao của DE và AH là F</p> <p>Ta có : $\frac{DN}{EA} = \frac{FD}{FE} = \frac{HD}{HE}$ (Ta lết – T/c tia phân giác) (15)</p> <p>Ta có : $\Delta HDB \sim \Delta HCE$ (g.g) $\Rightarrow \frac{HD}{HC} = \frac{BD}{CE} \Rightarrow HD.CE = HC.BD$ (16)</p> <p>Ta có : $\Delta CHE \sim \Delta CEB$ (g.g) $\Rightarrow \frac{HC}{CE} = \frac{HE}{BE} \Rightarrow HC.BE = HE.CE$ (17)</p> <p>Từ 16,17 $\Rightarrow \frac{HD.CE}{HE.CE} = \frac{HC.BD}{HC.BE} \Rightarrow \frac{HD}{HE} = \frac{BD}{BE}$ (18)</p> <p>Từ 14.15.18 $\Rightarrow \frac{DM}{EA} = \frac{DN}{EA} \Rightarrow DM = DN$</p> <p>$\Rightarrow$ D là trung điểm của MN (ĐPCM)</p>
Bài 5	<p>Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn : $x + y + z = 3$</p> <p>Tìm giá trị nhỏ nhất của $S = \frac{x}{1+y^2} + \frac{y}{1+z^2} + \frac{z}{1+x^2}$</p> <p>Ta có : $\frac{x}{1+y^2} + \frac{xy^2}{1+y^2} = x; \frac{y}{1+z^2} + \frac{yz^2}{1+z^2} = y; \frac{z}{1+x^2} + \frac{zx^2}{1+x^2} = z$</p> <p>$\Rightarrow S = \frac{x}{1+y^2} + \frac{y}{1+z^2} + \frac{z}{1+x^2} = (x+y+z) - \left(\frac{xy^2}{1+y^2} + \frac{yz^2}{1+z^2} + \frac{zx^2}{1+x^2} \right)$</p> <p>$S = 3 - \left(\frac{xy^2}{1+y^2} + \frac{yz^2}{1+z^2} + \frac{zx^2}{1+x^2} \right)$</p> <p>Ta có</p> <p>$\frac{xy^2}{1+y^2} \leq \frac{xy^2}{2y} = \frac{xy}{2}; \frac{yz^2}{1+z^2} \leq \frac{yz^2}{2z} = \frac{yz}{2}; \frac{zx^2}{1+x^2} \leq \frac{zx^2}{2x} = \frac{zx}{2}$</p> <p>$\Rightarrow \frac{xy^2}{1+y^2} + \frac{yz^2}{1+z^2} + \frac{zx^2}{1+x^2} \leq \frac{xy+yz+zx}{2}$</p> <p>$\Rightarrow S \geq 3 - \frac{xy+yz+zx}{2}$</p>

Do $(x+y+z)^2 \geq 3(xy+yz+zx) \Rightarrow xy+yz+zx \leq 3$ $\Rightarrow S \geq 3 - \frac{3}{2} \Rightarrow S \geq \frac{3}{2}$ $\Rightarrow S_{\min} = \frac{3}{2}$ khi $x=y=z=1$	
--	--

*GV: Nguyễn Đức Tính – TP Thanh hóa
 Liên tục nhận dạy HS khu vực TPTH môn toán
 Liên Hệ : 0914.853.901
 Địa chỉ : 06/07/335 – Đường Nguyễn Tĩnh – TP Thanh hóa
 (Cách sở tài chính thanh hóa 300m)*

ĐỀ 064

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI KHỐI 9 SỐ 1 (SUẤT TẦM)

Câu 1 : (3.0 điểm). Chứng minh rằng :

- a) $\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2} < 1 \quad (n \geq 1)$.
- b) $(n+1)(n+2) \dots (n+n) \vdots 2^n \quad (\forall n \in N^*)$

Câu 2 : (3.0 điểm). Chứng minh rằng :

$$a^5 - a \vdots 30 \quad (\forall a \in Z)$$

Từ đó suy ra rằng nếu $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n \vdots 30$

thì : $a_1^5 + a_2^5 + a_3^5 + \dots + a_n^5 \vdots 30 \quad (\forall a_i \in Z, i = \overline{1, n})$

Câu 3 : (5.0 điểm)

- a) Cho $0 < x < 2$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức :

$$A = \frac{9x}{2-x} + \frac{2}{x}$$

- b) Cho a, b, c là ba số dương.

$$\frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{c+a} + \frac{c^2}{a+b} \geq \frac{a+b+c}{2}$$

Câu 4: (2,5 điểm). Giải phương trình :

$$(\sqrt{x-1} + 1)^3 + 2\sqrt{x-1} = 2-x$$

Câu 5 : (3.0 điểm).

Cho hình vuông ABCD cạnh a. Qua đỉnh A vẽ đường thẳng cắt cạnh BC ở M và

cắt cạnh DC ở N. Chứng minh : $\frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AN^2} = \frac{1}{a^2}$

Câu 6 : (3.5 điểm)

Cho tam giác ABC vuông ở A. Vẽ phía ngoài tam giác đó các tam giác ABD vuông cân ở B và

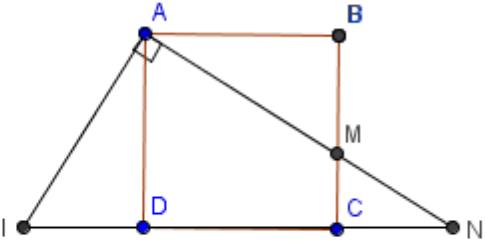
tam giác ACF vuông cân ở C. Gọi H là giao điểm của AB và CD ; K là giao điểm của AC và BF. Chứng minh :

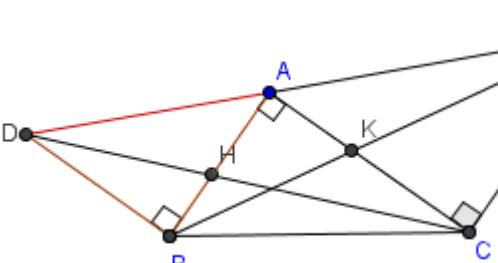
- a) $AH = AK$.
- b) $AH^2 = BH \cdot CK$.

III. Đáp án và biểu điểm :

Câu		Đáp án	Điểm
1	a	Ta có : $\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2} < \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{(n-1)n} = \frac{n-1}{n} < 1 (\forall n \geq 1)$	1,5 đ
	b	$(n+1)(n+2)\dots(n+n) = \frac{1.2\dots2n}{1.2\dots n} = 1.3.5\dots(2n-1). \frac{2.4.6.(2n-1)}{1.2\dots n} = 1.3.5\dots(2n-1).2^n : 2^n$	1,5 đ
2		<p>Ta có : $a^5 - a = a(a^4 - 1) = a(a^2 + 1)(a - 1)(a + 1)$ Mà : $a(a^2 + 1)(a - 1)(a + 1) \vdots 6$ Nếu : $a \vdots 5 \Rightarrow a^5 - a \vdots 5$ Nếu a chia 5 dư $\pm 1 \Rightarrow a^2 - 1 \vdots 5 \Rightarrow a^5 - a \vdots 5$ Nếu a chia 5 dư $\pm 2 \Rightarrow a^2 + 1 \vdots 5 \Rightarrow a^5 - a \vdots 5$ Vậy : $a^5 - a \vdots 5$. Mà : $(5,6) = 1$. Vậy : $a^5 - a \vdots 5$ Lại có : $a_1^5 + a_2^5 + a_3^5 + \dots + a_n^5 =$ $(a_1^5 - a_1) + (a_2^5 - a_2) + \dots + (a_n^5 - a_n) + (a_1 + a_2 + \dots + a_n)$ Từ chứng minh trên thì $a_1^5 - a_1 \vdots 30; a_2^5 - a_2 \vdots 30; \dots; a_n^5 - a_n \vdots 30$ Vậy : $a_1^5 + a_2^5 + a_3^5 + \dots + a_n^5 \vdots 30 (\forall a_i \in Z, i = \overline{1, n})$</p>	0,5đ 0,25đ 0,25 đ 0,25 đ 0,25 đ 0,25 đ 1,0 đ 0,5 đ
3	a	<p>Ta có : $A = \frac{9x}{2-x} + \frac{2-x}{x} + 1$ Với $0 < x < 2$, ta có : $\frac{9x}{2-x} + \frac{2-x}{x} \geq 2\sqrt{\frac{9x}{2-x} \cdot \frac{2-x}{x}} = 6$ (Bất đẳng thức Côsi) Suy ra : $A \geq 7$ Đầu « » xảy ra khi và chỉ khi : $\frac{9x}{2-x} = \frac{2-x}{x} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$ Vậy : $\min A = 7 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$</p>	1,0 đ 0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ
	b	<p>Vì $a, b, c > 0$, áp dụng bất đẳng thức Côsi ta có :</p> $\frac{a^2}{b+c} + \frac{b+c}{4} \geq 2\sqrt{\frac{a^2}{b+c} \cdot \frac{b+c}{4}} = a$ $\frac{b^2}{c+a} + \frac{c+a}{4} \geq 2\sqrt{\frac{b^2}{c+a} \cdot \frac{c+a}{4}} = b$ $\frac{c^2}{a+b} + \frac{a+b}{4} \geq 2\sqrt{\frac{c^2}{a+b} \cdot \frac{a+b}{4}} = c$	0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ

	Suy ra : $\frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{c+a} + \frac{c^2}{a+b} + \frac{a+b+c}{2} \geq a+b+c$ $\Leftrightarrow \frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{c+a} + \frac{c^2}{a+b} \geq \frac{a+b+c}{2}$ (đpcm)	
4	ĐKX Đ : $x \geq 1$. Đặt $y = \sqrt{x-1}$ (với $y \geq 0$) $\Rightarrow x = y^2 + 1$ Khi đó: $(y+1)^3 + 2y = 2 - (y^2 + 1) \Leftrightarrow y^3 + 4y^2 + 5y = 0 \Leftrightarrow y[(y+2)^2 + 1] = 0$ Vì $(y+2)^2 + 1 > 0$ nên $y[(y+2)^2 + 1] = 0 \Leftrightarrow y = 0$. suy ra : $x = 1$	0,5 đ 1,0 đ 0,5 đ 0,5 đ

5	 <p>-Nếu được cách vẽ qua A và vuông góc với AM cắt DC tại I -Nếu được trong tam giác vuông AIC có :</p> $\frac{1}{AD^2} = \frac{1}{AN^2} + \frac{1}{AI^2}$ <p>-Chứng minh được</p> $\Delta_v ABM = \Delta_v ADI (g - c - g)$ <p>Suy ra : $AM = AI$</p> <p>Do đó: $\frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AN^2} = \frac{1}{a^2}$</p>	0,5 đ 0,5 đ 1,0 đ 0,5 đ 0,5 đ
---	---	---

6	<p>a</p>  <p>-Đặt $AC = CF = b$; $AB = BD = c$</p> <p>-Ta có : $\frac{AH}{HB} = \frac{AC}{BD} = \frac{b}{c}$ (1)</p> $\frac{AK}{KC} = \frac{AB}{CF} = \frac{c}{b}$ (2) <p>- Từ (1) và (2) suy ra :</p> $\frac{AH}{c} = \frac{AH}{AH + HB} = \frac{b}{b+c}$ $\frac{AK}{b} = \frac{AK}{AK + KC} = \frac{c}{b+c}$ <p>Do đó: $AH = AK =$</p>	0,5 đ 0,5 đ 1,0 đ 0,5 đ
---	---	----------------------------------

	<p>b</p> <p>Từ (1) và (2) suy ra : $\frac{AH}{HB} = \frac{KC}{AK}$</p> <p>Mà: $AH = AK$ (cm câu a)</p> <p>Suy ra: $AH^2 = BH \cdot CK$</p>	<p>0,5 đ 0,25 đ 0,25 đ</p>
--	---	------------------------------------

ĐỀ 065

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÀNH PHỐ ĐÀ NẴNG**

**KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
THPT CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN NĂM 2013**

ĐỀ CHÍNH THỨC

MÔN THI : TOÁN

Thời gian : 150 phút (*không tính thời gian giao đề*)

Bài 1. (2,5 điểm)

a) Tìm các nghiệm của phương trình $2x^2 + 4x + 3a = 0$ (1), biết rằng phương trình (1) có một nghiệm là số đối của một nghiệm nào đó của phương trình $2x^2 - 4x - 3a = 0$.

b) Cho hệ thức $x^2 + (x^2 + 2)y + 6x + 9 = 0$ với x, y là các số thực. Tìm giá trị nhỏ nhất của y .

Bài 2. (2,5 điểm)

$$\begin{cases} (x^4 + 1)(y^4 + 1) = 4xy \\ \sqrt[3]{x-1} - \sqrt{y-1} = 1 - x^3 \end{cases}$$

a) Giải hệ phương trình:

b) Tìm các số nguyên x, y sao cho $2x - 2\sqrt{y+2} = 2\sqrt{2x+1} - y$

Bài 3. (3,5 điểm)

Cho đoạn thẳng BC có M là trung điểm. Gọi H là một điểm của đoạn thẳng BM (H khác các điểm B và M). Trên đường thẳng vuông góc với BC tại H lấy điểm A sao cho $\angle BAH = \angle MAC$.

Đường tròn tâm A bán kính AB cắt đoạn thẳng BC tại điểm thứ hai ở D và cắt đoạn thẳng AC tại E. Gọi P là giao điểm của AM và EB.

a) Đặt $AB = r$, tính $DH \cdot AM$ theo r .

b) Gọi h_1, h_2, h_3 lần lượt là khoảng cách từ điểm P đến các đường thẳng BC, CA, AB. Chứng

minh rằng: $\frac{h_2}{AB} + \frac{h_3}{AC} < 1 - \frac{2h_1}{BC}$

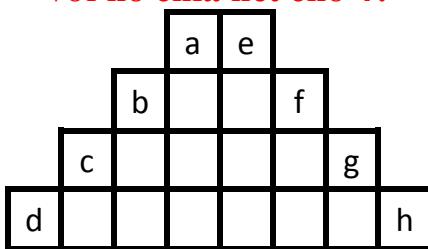
c) Gọi Q là giao điểm thứ hai của hai đường tròn ngoại tiếp hai tam giác APE và BPM.

Chứng minh rằng tứ giác BCEQ là tứ giác nội tiếp.

Bài 4. (1,5 điểm)

Cho một tháp số (gồm 20 ô vuông giống nhau) như hình vẽ. Mỗi ô vuông được ghi một số nguyên dương n với $1 \leq n \leq 20$, hai ô vuông bất kỳ không được ghi cùng một số. Ta quy định trong tháp số này 2 ô vuông kề nhau là 2 ô vuông có chung cạnh. Hỏi có thể có cách ghi nào

thỏa mãn điều kiện: Chọn 1 ô vuông bất kỳ (khác với các ô vuông được đặt tên a, b, c, d, e, f, g, h như hình vẽ) thì tổng của số được ghi trong ô đó và các số được ghi trong 3 ô vuông kề với nó chia hết cho 4?



-----HẾT-----

ĐÁP ÁN Bài 1.

a) Gọi x_0 là nghiệm của phương trình: $2x^2 + 4x + 3a = 0$ (1)

$\Rightarrow -x_0$ là nghiệm của phương trình: $2x^2 - 4x - 3a = 0$ (2)

Thay x_0 vào phương trình (1), ta có: $2x_0^2 + 4x_0 + 3a = 0$ (a)

Thay $-x_0$ vào phương trình (2), ta có: $2(-x_0)^2 - 4(-x_0) - 3a = 0 \Leftrightarrow 2x_0^2 + 4x_0 - 3a = 0$ (b)

Lấy (a) trừ (b) về theo vế, ta có: $6a = 0 \Leftrightarrow a = 0$

Khi đó: (1) $\Leftrightarrow 2x_0^2 + 4x_0 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = -2 \end{cases}$$

Vậy: Nghiệm của phương trình $2x^2 + 4x + 3a = 0$ là $S = \{-2; 0\}$

b) Ta có: $x^2 + (x^2 + 2)y + 6x + 9 = 0$

$$\Leftrightarrow x^2 + x^2y + 2y + 6x + 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow (1+y)x^2 + 6x + 2y + 9 = 0 \quad (1)$$

TH1: $y = -1$, khi đó: (1) $\Leftrightarrow (1-1)x^2 + 6x + 2.(-1) + 9 = 0 \Leftrightarrow 6x = -7 \Leftrightarrow x = \frac{-7}{6}$ (a)

TH2: $y \neq -1$, khi đó: phương trình (1) là phương trình bậc hai theo ẩn x và y là tham số

$$\Delta' = 3^2 - (1+y)(2y+9)$$

$$= 9 - (2y^2 + 11y + 9)$$

$$= -2y^2 - 11y$$

Để phương trình (1) có nghiệm thì $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow -2y^2 - 11y \geq 0 \Leftrightarrow y(2y + 11) \leq 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y \leq 0 \\ 2y + 11 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \leq 0 \\ y \geq -\frac{11}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y \geq 0 \\ 2y + 11 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \geq 0 \\ y \leq -\frac{11}{2} \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{11}{2} \leq y \leq 0$$

và $y \neq -1$ (b)

Từ (a) và (b) suy ra: **y đạt giá trị lớn nhất là 0**

Thay $y = 0$ vào (1), ta có: $(1+0)x^2 + 6x + 2 \cdot 0 + 9 = 0$

$$\Leftrightarrow x^2 + 6x + 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+3)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -3$$

Vậy: **y đạt giá trị lớn nhất là 0 khi $x = -3$**

Bài 2.

a) **Điều kiện:** $x > 0, y \geq 1$

Áp dụng bất đẳng thức cosi, ta có: $x^4 + 1 \geq 2x^2, y^4 + 1 \geq 2y^2$

Nên: $(x^4 + 1)(y^4 + 1) \geq 4x^2y^2$

hay: $4xy \geq 4x^2y^2$

$$\Leftrightarrow xy - x^2y^2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow xy(1 - xy) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 1 - xy \geq 0 \quad (\text{vì } x > 0, y \geq 1)$$

$$\Leftrightarrow xy \leq 1 \Leftrightarrow x \leq \frac{1}{y} \leq 1 \quad (\text{vì } y \geq 1)$$

Ta có: $\sqrt[3]{x-1} - \sqrt{y-1} \leq \sqrt[3]{1-1} - \sqrt{1-1} = 0 - 0 = 0$

và: $1 - x^3 \geq 1 - 1^3 = 0$

Nên: $\sqrt[3]{x-1} - \sqrt{y-1} \leq 0 \leq 1 - x^3$

Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow x = y = 1$ (TM)

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất: $(x; y) = (1; 1)$

b) $2x - 2\sqrt{y+2} = 2\sqrt{2x+1} - y$ (**Điều kiện:** $x \geq 0, y \geq -2$)

$$\Leftrightarrow 2x + y = 2(\sqrt{y+2} + \sqrt{2x+1})$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{2x+1}-1)^2 + (\sqrt{y+2}-1)^2 = 5 \quad (1)$$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow \begin{cases} (\sqrt{2x+1}-1)^2 = 5 - (\sqrt{y+2}-1)^2 \leq 5 \\ (\sqrt{y+2}-1)^2 = 5 - (\sqrt{2x+1}-1)^2 \leq 5 \end{cases} \\
&\Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{5} \leq \sqrt{2x+1}-1 \leq \sqrt{5} \\ -\sqrt{5} \leq \sqrt{y+2}-1 \leq \sqrt{5} \end{cases} \\
&\Leftrightarrow \begin{cases} 1-\sqrt{5} \leq \sqrt{2x+1} \leq 1+\sqrt{5} \\ 1-\sqrt{5} \leq \sqrt{y+2} \leq 1+\sqrt{5} \end{cases} \\
&\Leftrightarrow \begin{cases} 2x+1 \leq (1+\sqrt{5})^2 = 6+2\sqrt{5} \\ y+2 \leq (1+\sqrt{5})^2 = 6+2\sqrt{5} \end{cases} \\
&\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{5+2\sqrt{5}}{2} \\ y \leq 4+2\sqrt{5} \end{cases} \\
&\Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq \frac{5+2\sqrt{5}}{2} \\ -2 \leq y \leq 4+2\sqrt{5} \end{cases}
\end{aligned}$$

Kết hợp với điều kiện, ta có:

Vì x, y là số nguyên nên $\sqrt{y+2} + \sqrt{2x+1} \in \mathbb{Z}$

Ta xét các trường hợp:

TH1: $2x+1$ và $y+2$ là số chính phương

Mà: $0 \leq x \leq \frac{5+2\sqrt{5}}{2} \Leftrightarrow 1 \leq 2x+1 \leq 6+2\sqrt{5}$

Nên: $2x+1 \in \{1; 9\}$ (vì $2x+1$ là số lẻ) $\Leftrightarrow x \in \{0; 4\}$

- Với: $x=0$, ta có: $2.0+y=2(\sqrt{y+2}+\sqrt{2.0+1})$

$$\Leftrightarrow y = 2(\sqrt{y+2}+1)$$

$$\Leftrightarrow y - 2\sqrt{y+2} - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{y+2}-1)^2 = 5$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{y+2}-1 = \sqrt{5} \\ \sqrt{y+2}-1 = -\sqrt{5} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{y+2} = 1+\sqrt{5} \\ \sqrt{y+2} = 1-\sqrt{5} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow \begin{cases} y+2=6+2\sqrt{5} \\ y+2=6-2\sqrt{5} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} y=4+2\sqrt{5} \\ y=4-2\sqrt{5} \end{cases} \text{ (loại)} \end{aligned}$$

- VỚI: $x=4$, ta có: $2.4+y=2(\sqrt{y+2}+\sqrt{2.4+1})$

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow y+8=2(\sqrt{y+2}+3) \\ &\Leftrightarrow y+2-2\sqrt{y+2}=0 \\ &\Leftrightarrow \sqrt{y+2}(\sqrt{y+2}-2)=0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} y=-2 \\ y=2 \end{cases} \text{ (TM)} \end{aligned}$$

H2: $\sqrt{2x+1}=a+\sqrt{m}$ và $\sqrt{y+2}=b-\sqrt{m}$ ($a \in \mathbb{Z}, b, m \in \mathbb{N}^*$ và m không phải là số chính phương)

$$\begin{aligned} (1) &\Leftrightarrow (a+\sqrt{m}-1)^2+(b-\sqrt{m}-1)^2=5 \\ &\Leftrightarrow (a-1)^2+m+2(a-1)\sqrt{m}+(b-1)^2+m-2(b-1)\sqrt{m}-5=0 \\ &\Leftrightarrow (a-1)^2+(b-1)^2+2m+2\sqrt{m}(a-1-b+1)-5=0 \\ &\Leftrightarrow (a-1)^2+(b-1)^2+2m+2\sqrt{m}(a-b)-5=0 \end{aligned}$$

Vì $a, b, m \in \mathbb{N}$ nên: $(a-1)^2+(b-1)^2+2m-5$ và $a-b$ là số nguyên

Mà: \sqrt{m} là số vô tỉ

$$\begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} (a-1)^2+(b-1)^2+2m-5=0 \\ a-b=0 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left. \begin{array}{l} (a-1)^2+(b-1)^2+2m-5=0 \\ a=b \end{array} \right\} (2) \end{array}$$

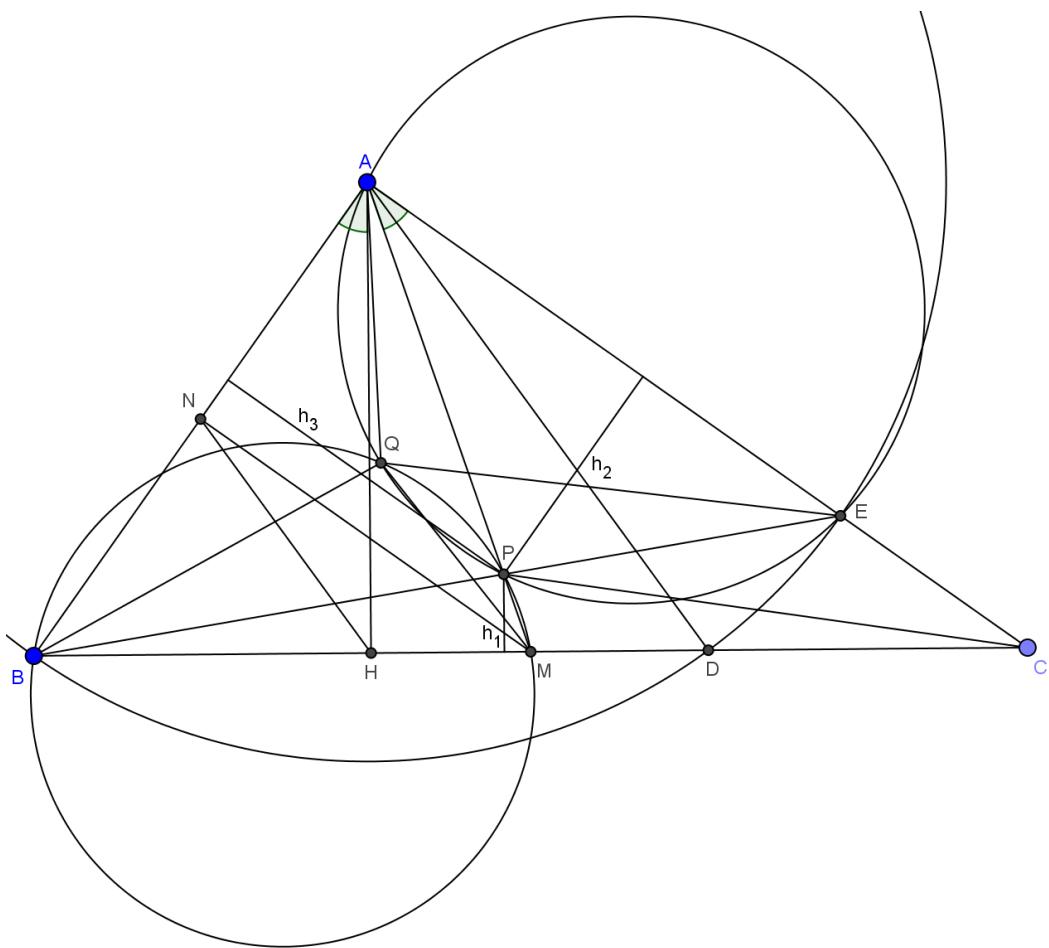
(2) $\Leftrightarrow 2(a-1)^2+2m=5$ (loại vì vế trái chia hết cho 2, vế phải không chia hết cho 2)

H3: $\sqrt{2x+1}=a-\sqrt{m}$ và $\sqrt{y+2}=b+\sqrt{m}$ ($b \in \mathbb{Z}, a, m \in \mathbb{N}^*$ và m không phải là số chính phương)

Giải tương tự, trường hợp này bị loại.

Vậy: Phương trình có nghiệm nguyên: $(x; y) \in \{(4; -2); (4; 2)\}$.

Bài 3.



a)

Gọi N là trung điểm AB.

ΔAHB vuông tại H có đường trung tuyến HN ứng với cạnh huyền AB

$$\Rightarrow AN = NH \Rightarrow NHA = BAH = MAC$$

C/m: MN là đường trung bình $\Delta ABC \Rightarrow MN // AC \Rightarrow NMA = MAC$

Do đó: $NMA = NHA \Rightarrow ANHM$ nội tiếp

$$\Rightarrow ANM = AHM = 90^\circ \Rightarrow MN \perp AB \Rightarrow AC \perp AB$$

ΔABC vuông tại A có đường trung tuyến AM ứng với cạnh huyền BC

$$\Rightarrow MA = MB \Rightarrow MAN = ABH = ADH$$

$$\Delta DHA \Rightarrow \frac{AN}{DH} = \frac{AM}{DA} \Rightarrow DH \cdot AM = AN \cdot AD = \frac{AB}{2} \cdot AD = \frac{r^2}{2}$$

$$\text{Vậy } DH \cdot AM = \frac{r^2}{2}.$$

$$\begin{aligned}
 \text{b)} \quad & \frac{h_2}{AB} + \frac{h_3}{AC} < 1 - \frac{2h_1}{BC} \\
 \Leftrightarrow & \frac{2(S_{ABC} - S_{BPC})}{AH \cdot BC} < 1 - \frac{2h_1}{BC} \\
 \Leftrightarrow & 1 - \frac{h_1}{AH} < 1 - \frac{2h_1}{BC} \\
 \Leftrightarrow & \frac{1}{AH} > \frac{2}{BC} \\
 \Leftrightarrow & BC > 2AH \\
 \Leftrightarrow & 2AM > 2AH \\
 \Leftrightarrow & AM > AH \quad (\text{luôn đúng})
 \end{aligned}$$

c)

Ta có: $QBE = QMA; QEB = QAM$

$\Rightarrow \Delta QBE$ đồng dạng ΔQMA (g.g)

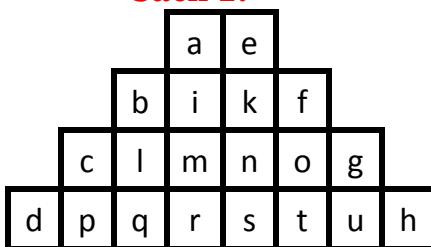
$$\Rightarrow \frac{QB}{QE} = \frac{QM}{QA} \quad \text{và} \quad BQE = MQA \Rightarrow BQM = EQA$$

$$\Rightarrow \Delta BQM$$
 đồng dạng ΔEQA (c.g.c) $\Rightarrow QBC = QEA$

Vậy BCEQ là tứ giác nội tiếp.

Bài 5.

Cách 1:



Ghi tên các ô như hình.

i sử tồn tại cách ghi thỏa mãn điều kiện: Chọn 1 ô vuông bất kỳ thì tổng của số được ghi trong ô đó và các số được ghi trong 3 ô vuông kề với nó chia hết cho 4.

Trong các số từ 1 đến 20 ta chỉ chọn được tối đa 5 số có cùng số dư khi chia cho 4.

Ta có: $(m+n+i+l):4 \equiv r \pmod{4}$ và $(m+n+i+r):4 \equiv r \pmod{4}$

$(m+n+i+l):4 \equiv r \pmod{4}$ và $(m+n+r+l):4 \equiv r \pmod{4}$

$(m+i+l+n):4 \equiv r \pmod{4}$ và $(m+n+i+r):4 \equiv r \pmod{4}$

nên: $i \equiv l \equiv r \equiv n \pmod{4}$

Lại có: $(n+k+m+s):4 \text{ và } (r+q+m+s):4 \Rightarrow n+k \equiv r+q \pmod{4}$

$(n+k+o+s):4 \text{ và } (t+u+o+s):4 \Rightarrow n+k \equiv t+u \pmod{4}$

nên: $r+q \equiv t+u \pmod{4}$

Và: $(m+n+l+r):4 \text{ và } (p+q+l+r):4 \Rightarrow m+n \equiv p+q \pmod{4}$

$(m+n+o+s):4 \text{ và } (t+u+o+s):4 \Rightarrow m+n \equiv t+u \pmod{4}$

nên: $p+q \equiv t+u \pmod{4} \Rightarrow p+q \equiv r+q \pmod{4} \Rightarrow p \equiv r \pmod{4}$

Do đó: $i \equiv l \equiv r \equiv n \equiv p \pmod{4}$

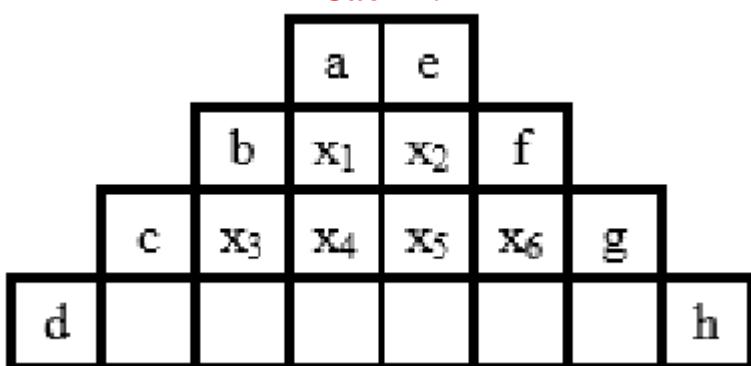
Tương tự: $k \equiv o \equiv s \equiv m \equiv u \pmod{4}$

Mặt khác: $(n+k+o+s):4 \text{ và } (t+s+o+u):4 \text{ và } k \equiv o \equiv s \equiv u \pmod{4} \Rightarrow n \equiv t \pmod{4}$

Do đó: $i \equiv l \equiv r \equiv n \equiv p \equiv t \pmod{4}$ (vô lí \odot)

Vậy: không có cách xếp nào thỏa mãn yêu cầu bài toán

Cách 2:



Ta đánh dấu các ô trên như hình vẽ.

Ở đây các ô: x_i , $i = \overline{1, 6}$ đều có các ô xung quanh.

Xét theo vị trí x_i , theo đề bài, ta có:

$$\begin{cases} 4 | x_1 + a + b + x_4 & (1) \\ 4 | x_1 + b + x_2 + x_4 & (2) \\ 4 | x_1 + a + x_2 + x_4 & (3) \\ 4 | x_1 + a + b + x_2 & (4) \end{cases}$$

$$\Rightarrow 4x_1 + 3(a+b+x_4+x_2) : 4$$

$$\Rightarrow 3(a+b+x_4+x_2) : 4$$

$$\Rightarrow (a+b+x_4+x_2) : 4 \quad (5)$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 \vdots 4 \\ x_1 - a \vdots 4 \\ x_1 - b \vdots 4 \\ x_1 - x_4 \vdots 4 \end{cases}$$

Từ (1), (2), (3), (4) và (5), ta được:

Do đó: x_1, a, b, x_4 đồng dư (mod 4)

Làm tương tự đối với các ô x_2, x_3, x_5, x_6 .

Khi đó, ta có ít nhất 12 số đồng dư (mod 4)

là: từ 1 đến 20 chỉ có 4 lớp số, mỗi lớp có 5 số đồng dư (mod 4) và 12 số này phải khác nhau.

Vậy: không có cách xếp nào thỏa mãn yêu cầu bài toán

Biên soạn bởi LÊ BẢO HIỆP & NGUYỄN PHƯỚC LỘC

ĐỀ 066

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN NĂM 2016

MÔN THI : TOÁN

Thời gian : 150 phút (không tính thời gian giao đề)

Bài 1. (1,5 điểm)

$$P = \frac{a}{a+1} + \sqrt{1+a^2 + \frac{a^2}{(a+1)^2}}$$

Cho biểu thức với $a \neq -1$.

Rút gọn biểu thức P và tính giá trị của P khi $a = 2016$.

Bài 2. (2,0 điểm)

a) Tìm tất cả các số nguyên dương k và số thực x sao cho :

$$(k-1)x^2 + 2(k-3)x + k - 2 = 0$$

b) Tìm tất cả các số nguyên dương x và số nguyên tố p sao cho :

$$x^5 + x^4 + 1 = p^2$$

Bài 3. (2,5 điểm) Giải các phương trình sau :

a) $(17-6x)\sqrt{3x-5} + (6x-7)\sqrt{7-3x} = 2 + 8\sqrt{36x-9x^2-35}$

b) $\sqrt{x^2 - 3x + 2} = \sqrt{10x - 20} - \sqrt{x - 3}$

Bài 4. (1,5 điểm)

Cho tam giác ABC có $BAC > 90^\circ$, $AB < AC$ và nội tiếp đường tròn tâm O. Trung tuyến AM của tam giác ABC cắt (O) tại điểm thứ hai là D. Tiếp tuyến của (O) tại D cắt đường thẳng BC tại S. Trên cung nhỏ DC của (O) lấy điểm E, đường thẳng SE cắt (O) tại điểm thứ hai là F. Gọi P, Q lần lượt là giao điểm của các đường thẳng AE, AF với BC.

a) Chứng minh MODS là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh QB = PC.

Bài 5. (1,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A có AB < AC. Đường tròn tâm I nội tiếp tam giác ABC và tiếp xúc với cạnh AC tại D. Gọi M là trung điểm của AC, đường thẳng IM cắt AB tại N. Chứng minh tứ giác IBND là hình bình hành.

Bài 6. (1,5 điểm)

Người ta dùng một số quân cờ hình tetromino gồm 4 ô vuông kích thước 1×1 , hình chữ L, có thể xoay hoặc lật ngược như hình 1 để ghép phủ kín một bàn cờ hình vuông kích thước $n \times n$ (n là số nguyên dương) gồm n^2 ô vuông kích thước 1×1 như hình 2 theo hai qui tắc sau:

Hình 1

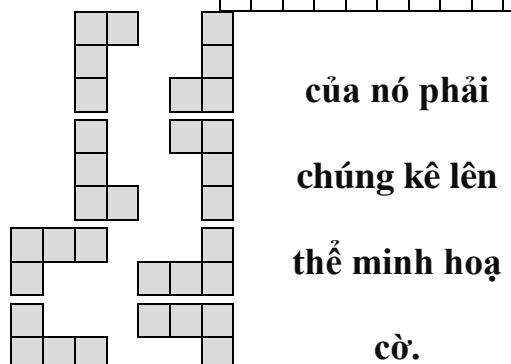
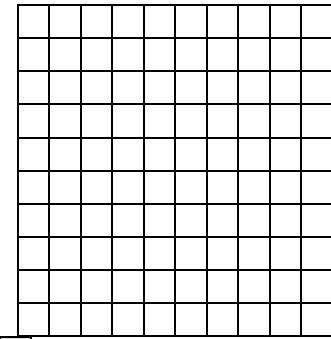
Hình 2

i/ Với mỗi quân cờ sau khi ghép vào bàn cờ, các ô vuông trùng với các ô vuông của bàn cờ.

ii/ Không có hai quân cờ nào mà sau khi ghép vào bàn cờ nhau.

a) Khi $n = 4$, hãy chỉ ra một cách ghép phủ kín bàn cờ (có bằng hình vẽ).

b) Tìm tất cả các giá trị của n để có thể ghép phủ kín bàn



-----HẾT-----

ĐÁP ÁN

Bài 1.

$$\begin{aligned}
 P &= \frac{a}{a+1} + \sqrt{1+a^2 + \frac{a^2}{(a+1)^2}} \\
 &= \frac{a}{a+1} + \sqrt{(a+1)^2 + \frac{a^2}{(a+1)^2} - 2a} \\
 &= \frac{a}{a+1} + \sqrt{\left(a+1 - \frac{a}{a+1}\right)^2} \\
 &= \frac{a}{a+1} + \left|a+1 - \frac{a}{a+1}\right|
 \end{aligned}$$

$$\text{Ta có: } a+1 - \frac{a}{a+1} = \frac{(a+1)^2 - a}{a+1} = \frac{a^2 + a + 1}{a+1} = \frac{\left(a + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}}{a+1}$$

- Xét $a > -1 \Leftrightarrow a+1 > 0 \Rightarrow a+1 - \frac{a}{a+1} > 0$

Khi đó: $P = \frac{a}{a+1} + a+1 - \frac{a}{a+1} = a+1$

- Xét $a < -1 \Leftrightarrow a+1 < 0 \Rightarrow a+1 - \frac{a}{a+1} < 0$

Khi đó: $P = \frac{a}{a+1} + \frac{a}{a+1} - (a+1) = \frac{2a}{a+1} - (a+1) = \frac{2a - (a+1)^2}{a+1} = \frac{-a^2 - 1}{a+1}$

Vì $a = 2016 > -1 \Rightarrow P = a+1 = 2016+1 = 2017$

Bài 2.

a) $(k-1)x^2 + 2(k-3)x + k-2 = 0 \quad (*)$

- Xét $k=1$ có: $(*) \Leftrightarrow -4x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-1}{4}$

- Xét $k \neq 1$ có:

$$\Delta' = (k-3)^2 - (k-1)(k-2) = (k^2 - 6k + 9) - (k^2 - 3k + 2) = -3k + 7 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow k \leq \frac{7}{3}$$

Vì k nguyên dương và $k \neq 1 \Rightarrow k = 2$

$$(*) \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x(x-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Khi đó:

Vậy $(k; x) \in \left\{ \left(1; \frac{-1}{4}\right); (2; 0); (2; 2) \right\}$.

b)

Ta có: $x^5 + x^4 + 1$
 $= (x^5 - x^2) + (x^4 - x) + (x^2 + x + 1)$
 $= x^2(x^3 - 1) + x(x^3 - 1) + (x^2 + x + 1)$
 $= x^2(x-1)(x^2 + x + 1) + x(x-1)(x^2 + x + 1) + (x^2 + x + 1)$
 $= (x^2 + x + 1)[x^2(x-1) + x(x-1) + 1]$

$$\begin{aligned}
 &= (x^2 + x + 1)(x^3 - x^2 + x^2 - x + 1) \\
 &= (x^2 + x + 1)(x^3 - x + 1) = p^2
 \end{aligned}$$

Vì p là số nguyên tố nên xảy ra 3 trường hợp:

TH1: $\begin{cases} x^2 + x + 1 = 1 \\ x^3 - x + 1 = p^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + x = 0 \\ x^3 - x + 1 = p^2 \end{cases}$ (loại vì x nguyên dương)

TH2: $\begin{cases} x^2 + x + 1 = p^2 \\ x^3 - x + 1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p^2 = x^2 + x + 1 \\ x^3 - x = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p = \sqrt{3} \\ x = 1 \end{cases}$ (loại)

TH3: $\begin{cases} x^2 + x + 1 = p \\ x^3 - x + 1 = p \end{cases}$

$$\begin{aligned}
 &\Rightarrow x^2 + x + 1 = x^3 - x + 1 \\
 &\Leftrightarrow x^3 - x^2 - 2x = 0 \\
 &\Leftrightarrow x(x-2)(x+1) = 0
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow x = 2 \text{ (vì } x \text{ nguyên dương)}$$

Khi đó: $p = x^2 + x + 1 = 2^2 + 2 + 1 = 7$ (chọn)

Vậy $x = 2; p = 7$.

Bài 3.

a) $(17 - 6x)\sqrt{3x-5} + (6x - 7)\sqrt{7-3x} = 2 + 8\sqrt{36x - 9x^2 - 35}$ (Đk: $\frac{5}{3} \leq x \leq \frac{7}{3}$)

$$\Leftrightarrow (17 - 6x)\sqrt{3x-5} + (6x - 7)\sqrt{7-3x} = 2 + 8\sqrt{(3x-5)(7-3x)}$$

Đặt: $a = \sqrt{3x-5} \geq 0$ và $b = \sqrt{7-3x} \geq 0$, ta có: $a^2 + b^2 = 2$

và: $(2b^2 + 3).a + (2a^2 + 3).b = 2 + 8ab$

$$\Leftrightarrow 2ab^2 + 3a + 2a^2b + 3b = a^2 + b^2 + 8ab \text{ (vì } a^2 + b^2 = 2 \text{)}$$

$$\Leftrightarrow (2ab + 3)(a + b) = (a + b)^2 + 6ab \text{ (*)}$$

Đặt: $a + b = u \geq 0$ và $ab = v \geq 0$

Ta có: $a^2 + b^2 = 2 \Leftrightarrow (a + b)^2 - 2ab = 2 \Leftrightarrow u^2 - 2v = 2 \Leftrightarrow 2v = u^2 - 2$

$$(*) \Leftrightarrow (2v + 3)u = u^2 + 6v$$

$$\Leftrightarrow (u^2 - 2 + 3)u = u^2 + 3(u^2 - 2) \text{ (vì } 2v = u^2 - 2 \text{)}$$

$$\Leftrightarrow u^3 + u = u^2 + 3u^2 - 6$$

$$\Leftrightarrow u^3 - 4u^2 + u - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow (u - 3)(u - 2)(u + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u = 3 \\ v = \frac{7}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u = 3 \\ u = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} u = 2 \\ v = 1 \end{cases}$$

- VỚI: $\begin{cases} u = 3 \\ v = \frac{7}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=3 \\ ab=\frac{7}{2} \end{cases}$, KHI ĐÓ: a, b LÀ NGHIỆM CỦA PHƯƠNG TRÌNH: $t^2 - 3t + \frac{7}{2} = 0$

LẬP: $\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot \frac{7}{2} = -5 < 0$. Suy ra phuong trình trê vô nghiệm.

- VỚI: $\begin{cases} u = 2 \\ v = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=2 \\ ab=1 \end{cases}$, KHI ĐÓ: a, b LÀ NGHIỆM CỦA PHƯƠNG TRÌNH: $t^2 - 2t + 1 = 0 \Leftrightarrow t = 1$

$$\Leftrightarrow a = b = 1 \text{ (TM)}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3x-5} = \sqrt{7-3x} = 1$$

$$\Leftrightarrow x = 2 \text{ (TM)}$$

Vậy: Phuong trình đã cho có nghiệm duy nhất: $x = 2$

b) $\sqrt{x^2 - 3x + 2} = \sqrt{10x - 20} - \sqrt{x - 3}$ (Đk: $x \geq 3$)

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2 - 3x + 2} + \sqrt{x - 3} = \sqrt{10x - 20}$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 + x - 3 + 2\sqrt{(x-1)(x-2)(x-3)} = 10x - 20$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 12x + 9 + 2\sqrt{(x-1)(x-2)(x-3)} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x-3) - 8(x-2) + 2\sqrt{(x-1)(x-2)(x-3)} = 0$$

ĐẶT: $a = \sqrt{(x-1)(x-3)} \geq 0$ và $b = \sqrt{x-2} \geq 0$, ta có phuong trình:

$$\Leftrightarrow a^2 - 8b^2 + 2ab = 0$$

$$\Leftrightarrow (a-2b)(a+4b) = 0$$

TH1: $a = 2b$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x-1)(x-3)} = 2\sqrt{x-2}$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x-3) = 4(x-2)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 4x - 8$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 8x + 11 = 0$$

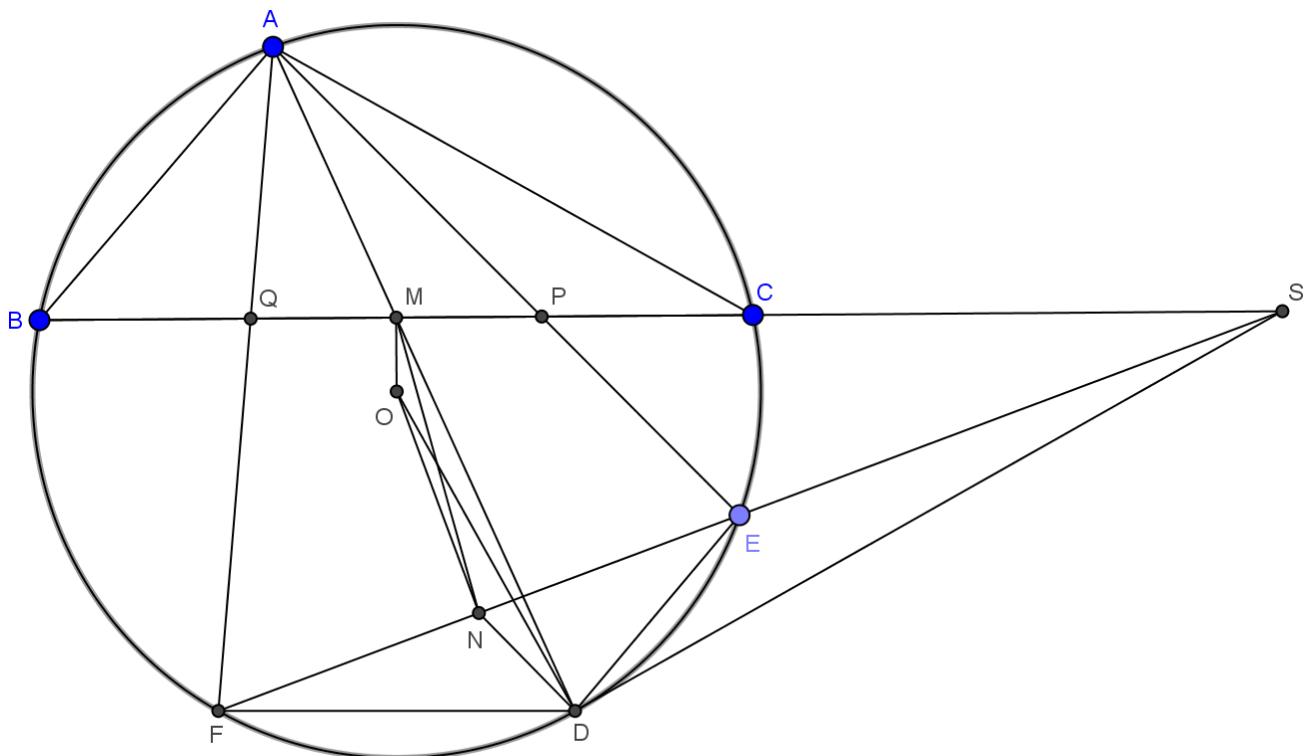
$$\Leftrightarrow x = 4 + \sqrt{5} \text{ (vì } x \geq 3\text{)}$$

TH2: $a+4b=0 \Leftrightarrow a=b=0$ (vì $a \geq 0$ và $b \geq 0$)

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x-1)(x-3)} = 2\sqrt{x-2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=3 \\ x=2 \end{cases} \text{ (vô lí)}$$

Vậy: Phương trình đã cho có nghiệm duy nhất: $x = 4 + \sqrt{5}$
Bài 4.



a)

Vì M là trung điểm dây BC $\Rightarrow OM \perp BC \Rightarrow OMS = 90^\circ$

Vì DS là tiếp tuyến của (O) $\Rightarrow ODS = 90^\circ$

Tứ giác MODS có: $OMS + ODS = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

Vậy MODS là tứ giác nội tiếp.

b)

Gọi N là trung điểm dây EF.

Chứng minh MNDS nội tiếp $\Rightarrow END = SMD = AMQ \Rightarrow FND = AMP$

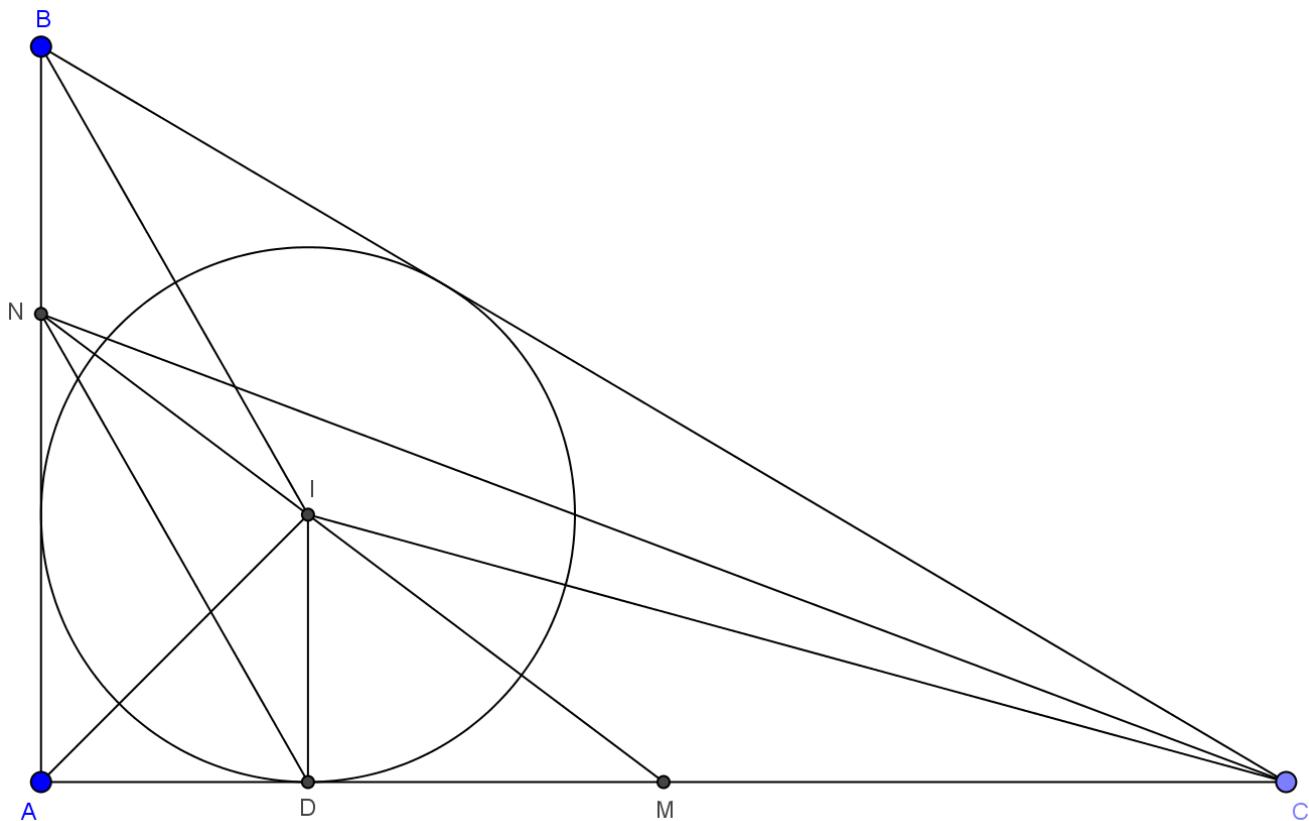
$$\Delta END \text{ đồng dạng} \quad \Delta AMQ \Rightarrow \frac{EN}{AM} = \frac{ND}{MQ} \Rightarrow MQ = \frac{AM \cdot ND}{EN}$$

$$\Delta FND \text{ đồng dạng} \quad \Delta AMP \Rightarrow \frac{FN}{AM} = \frac{ND}{MP} \Rightarrow MP = \frac{AM \cdot ND}{FN}$$

Mà $EN = FN$ (vì N là trung điểm EF)

$$\Rightarrow MQ = MP \Rightarrow QB = PC$$

Bài 5.



Đặt $BC = a, CA = b; AB = c$

$$\Rightarrow AD = ID = \frac{b+c-a}{2}$$

$$\Rightarrow DM = AM - AD = \frac{b}{2} - \frac{b+c-a}{2} = \frac{a-c}{2}$$

$$\Delta AMN \text{ có } ID // AN \Rightarrow \frac{ID}{AN} = \frac{DM}{AM} = \frac{a-c}{2} : \frac{b}{2} = \frac{a-c}{b}$$

$$\Rightarrow AN = \frac{b}{a-c} \cdot ID = \frac{b}{a-c} \cdot \frac{b+c-a}{2} = \frac{b^2 + bc - ab}{2(a-c)}$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow BN &= AB - AN = c - \frac{b^2 + bc - ab}{2(a-c)} = \frac{2ac - 2c^2 - b^2 - bc + ab}{2(a-c)} \\ &= \frac{ab - bc + ac - c^2 - (b^2 + c^2) + ac}{2(a-c)} = \frac{ab - bc + ac - c^2 - a^2 + ac}{2(a-c)}\end{aligned}$$

$$= \frac{(b+c-a)(a-c)}{2(a-c)} = \frac{b+c-a}{2} = ID$$

**Mà BN // ID (cùng vuông góc AC)
Vậy IBND là hình bình hành.**

ĐỀ 067

GÁO DỤC – ĐÀOTẠOKỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT NĂM 2012

BÌNH ĐỊNH

Đề chính thức

Khóa ngày 29 tháng 6 năm 2012

Môn thi: Toán

Ngày thi: 30/6/2012

Thời gian làm bài: 120 phút (Không kể thời gian giao đề)

1 (3,0đ) Học sinh không sử dụng máy tính bỏ túi:

a) Giải phương trình: $2x - 5 = 0$

$$\begin{cases} y - x = 2 \\ 5x - 3y = 10 \end{cases}$$

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} y - x = 2 \\ 5x - 3y = 10 \end{cases}$

$$A = \frac{5\sqrt{a}-3}{\sqrt{a}-2} + \frac{3\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}+2} - \frac{a^2+2\sqrt{a}+8}{a-4}; \text{ với } a \geq 0, a \neq 4$$

c) Rút gọn biểu thức: $B = \sqrt{4+2\sqrt{3}} + \sqrt{7-4\sqrt{3}}$.

d) Tính giá trị biểu thức: $B = \sqrt{4+2\sqrt{3}} + \sqrt{7-4\sqrt{3}}$.

2 (2,0đ)

o parabpl (P) và đường thẳng (d) có phương trình lần lượt là $y = mx^2$ và $y = (m+2)x + m - 1$ (m tham số, $m \neq 0$)

a) Với $m = -1$ tìm tọa độ các giao điểm của (d) và (P).

b) Chứng minh rằng với mọi $m \neq 0$ đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

3 (2,0đ)

uảng đường từ Qui Nhơn đến Bồng Sơn dài 100km. Cùng một lúc một xe máy khởi hành từ Qui Nhơn đi Bồng Sơn và một xe ô tô khởi hành từ Bồng Sơn đi Qui Nhơn. Sau khi hai xe gặp nhau, xe máy đi 1 giờ 30 phút nữa mới đến Bồng Sơn. Biết vận tốc hai xe không thay đổi trên suốt quãng đường đi và vận tốc xe máy kém vận tốc xe ô tô là 20 km/giờ, tính vận tốc của mỗi xe?

4 (3,0đ)

ho đường tròn tâm O đường kính $AB = 2R$. Gọi C là trung điểm của đoạn OA, qua C kẻ dây MN vuông góc với OA tại C. Gọi K là điểm tùy ý trên cung nhỏ BM, H là giao điểm của AK và MN.

a) Chứng minh tứ giác BCHK là tứ giác nội tiếp.

b) **Chứng minh** $AK \cdot AH = R^2$.

c) Trên KN lấy điểm I sao cho $KI = KM$, chứng minh $NI = KB$.

Hết

BÀI GIẢI

Bài 1 (3,0đ)

a) **Giai phương trình:** $2x - 5 = 0$

$$\Leftrightarrow 2x = 5$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{5}{2}$$

Vậy PT đã cho có nghiệm $x = \frac{5}{2}$.

$$\begin{cases} y - x = 2 \\ 5x - 3y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 3y = -6 \\ 5x - 3y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x = -16 \\ 5x - 3y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = 10 \end{cases}$$

b) **Giai hệ phương trình:**

$$\begin{cases} x = 8 \\ y = 10 \end{cases}$$

Vậy hệ PT đã cho có nghiệm:

$$A = \frac{5\sqrt{a}-3}{\sqrt{a}-2} + \frac{3\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}+2} - \frac{a^2+2\sqrt{a}+8}{a-4}$$

c) **Ta có:**

Với: $a \geq 0, a \neq 4$ **ta có biểu thức A có nghĩa.**

$$\begin{aligned} \Rightarrow A &= \frac{(5\sqrt{a}-3)(\sqrt{a}+2)+(3\sqrt{a}+1)(\sqrt{a}-2)-(a^2+2\sqrt{a}+8)}{a-4} \\ &= \frac{-a^2+8a-16}{a-4} = \frac{-(a-4)^2}{a-4} = -(a-4) = 4-a \end{aligned}$$

d) **Tính giá trị biểu thức:**

$$\begin{aligned} B &= \sqrt{4+2\sqrt{3}} + \sqrt{7-4\sqrt{3}} = \sqrt{3+2\sqrt{3}.1+1} + \sqrt{4-2.2.\sqrt{3}+3} = \sqrt{(\sqrt{3}+1)^2} + \sqrt{(2-\sqrt{3})^2} \\ &= |\sqrt{3}+1| + |2-\sqrt{3}| = \sqrt{3}+1+2-\sqrt{3} = 3 \quad (\text{Vì: } \sqrt{3}+1 > 0; 2-\sqrt{3} > 0) \end{aligned}$$

Bài 2 (2,0đ)

a) **Ta có:** (P): $y = mx^2$

$$(d): y = (m+2)x + m - 1 \quad (m \text{ tham số, } m \neq 0)$$

$$\text{Với: } m = -1$$

$$\Rightarrow (P): y = -x^2$$

$$(d): y = (-1+2)x + (-1) - 1 \Leftrightarrow y = x - 2$$

PT hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:

$$-x^2 = x - 2 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \quad (a=1; b=1; c=-2)$$

Ta có: $a+b+c = 1+1+(-2) = 0 \Rightarrow$ PT có hai nghiệm: $x_1 = 1; x_2 = -2$

Với $x_1 = 1 \Rightarrow y = 1 - 2 = -1 \Rightarrow A(1; -1)$

Với $x_2 = -2 \Rightarrow y = -2 - 2 = -4 \Rightarrow B(-2; -4)$

Vậy: (P) cắt (d) tại hai điểm: $A(1; -1); B(-2; -4)$

a) Ta có: (P): $y = mx^2$

$$(d): y = (m+2)x + m - 1 \quad (m \neq 0)$$

PT hoành độ giao điểm của (P) và (d) là: $mx^2 = (m+2)x + m - 1$

$$\Leftrightarrow mx^2 - (m+2)x - m + 1 = 0 \quad (m \neq 0) \quad (1)$$

$$(a=m; b=-(m+2); c=-m+1)$$

$$\Delta = [-(m+2)]^2 - 4m(-m+1) = (m+2)^2 - 4m(-m+1) = 5m^2 + 4 > 0 \quad (\text{Với mọi } m. Vì: m^2 \geq 0 \text{ với mọi } m)$$

Đây PT (1) có hai nghiệm với mọi m \Rightarrow (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt với mọi m.

Bài 3 (2,0đ)

$$2h30' = \frac{3}{2}h$$

Ta có:

Gọi $x(\text{km/h})$ là vận tốc của xe máy ($x > 0$)

Vận tốc xe ô tô là: $x + 20 \text{ (km/h)}$

$$\frac{3}{2}h \text{ là } \frac{3x}{2}(\text{km})$$

Quảng đường xe máy đi

Vậy quảng đường xe ô tô đi từ lúc khởi hành đến lúc gặp nhau là: $\frac{3x}{2}(\text{km})$.

Quảng đường xe máy đi từ lúc khởi hành đến lúc gặp nhau là: $100 - \frac{3x}{2} = \frac{200 - 3x}{2}(\text{km})$.

$$\frac{3x}{2} : (x+20) = \frac{3x}{2(x+20)}(h)$$

Thời gian xe ô tô đi từ lúc khởi hành đến lúc gặp nhau là:

$$\frac{200 - 3x}{2} : x = \frac{200 - 3x}{2x}(h)$$

Thời gian xe máy đi từ lúc khởi hành đến lúc gặp nhau là:

$$Ta có PT: \frac{3x}{2(x+20)} = \frac{200-3x}{2x}$$

$$PT Viet: 3x^2 = (200-3x)(x+20)$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 = 200x + 4000 - 3x^2 - 60x$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 70x - 2000 = 0 \quad (a=3; b'=-35; c=-2000)$$

$$\Delta' = (-35)^2 - 3.(-2000) = 7225 > 0$$

$$\therefore \sqrt{\Delta'} = \sqrt{7225} = 85$$

$$x_1 = \frac{35+85}{3} = 40 \quad (Thỏa dk) \quad x_2 = \frac{35-85}{3} = \frac{-50}{3} \quad (loai)$$

Vậy PT có hai nghiệm phân biệt:

TL: Vận tốc xe máy là: 40 km/h

Vận tốc xe ô tô là: $40 + 20 = 60$ (km/h).

Bài 4 (3,0đ)

Chứng minh tứ giác BCHK là tứ giác nội tiếp:

Đt tứ giác BCKH

Ta có: $BCH = 90^\circ$ (gt)

$BKH = 90^\circ$ (nội tiếp nua duong tròn (O))

có: $\Rightarrow BCH + BKH = 180^\circ$

> Tứ giác BCKH nội tiếp. (định lí).

Chứng minh $AK \cdot AH = R^2$:

Đt $\triangle ACH$ và $\triangle AKB$ vuông tại C và K (gt)

i có: BAK (góc chung)

Vậy: $\triangle AKB \sim \triangle ACH$

$$\Rightarrow \frac{AK}{AC} = \frac{AB}{AH} \Rightarrow AK \cdot AH = AB \cdot AC = 2R \cdot \frac{R}{2} = R^2.$$

Chứng minh NI = KB:

Đt $\triangle AMO$

có: $OA = OM$ (bán kính (O))

> $\triangle AMO$ cân tại O (1)

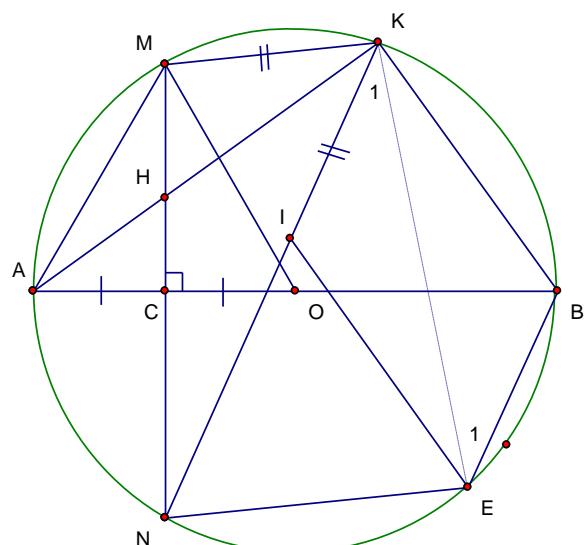
i có: OM là đường cao $\triangle AMO$ (do $MC \perp AO$ (gt))

OM là trung tuyến $\triangle AMO$ (do $AC = CO$ (gt))

> $\triangle AMO$ cân tại M (2)

> (1) (2) $\Rightarrow \triangle AMO$ đều $\Rightarrow MAO = 60^\circ$

> $SdMKB = 120^\circ$ (cung chắn góc nội tiếp bằng 60°)



$$\Rightarrow Sd BEN = Sd MKB = 120^\circ \quad (3)$$

(Do đường kính AB vuông góc với dây MN của đường tròn (O)

$$\Rightarrow BN = MB \Rightarrow Sd BEN = Sd MKB = 120^\circ)$$

Trên cung nhỏ BN lấy điểm E sao cho $NE = KB$ (4)

Từ (3) và (4) $\Rightarrow BE = MK \Rightarrow BE = MK$ (hai dây chéo hai cung bằng nhau)

Mà: $KI = MK$ (gt)

$$\Rightarrow BE = KI$$

Xét tứ giác BEIK ta có $BE = KI$ (Cmt)

Và $BE // KI$ (vì $K_1 = E_1$ chéo hai cung $NE = KB$ từ (4))

\Rightarrow BFIK là hình bình hành. (có một cặp cạnh đối vừa song song vừa bằng nhau)

$\Rightarrow KB = IE$ (cạnh đối hình bình hành)

Mà: $KB = NE$ (Do $KB = NE$ từ (4))

$$\Rightarrow IE = NE$$

Vậy: $\triangle NEI$ cân tại E

Lại có $Sd MKB = 120^\circ$ (Cmt)

$$\Rightarrow Sd MK + Sd KB = Sd BE + Sd KB = 120^\circ \quad (MK = BE)$$

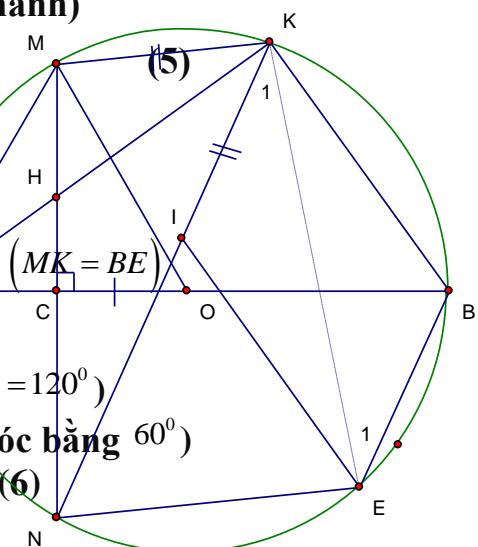
Hay: $Sd KBE = 120^\circ$

$\Rightarrow KNE = 60^\circ$ (chéo cung có $Sd KBE = 120^\circ$)

Vậy: $\triangle NEI$ đều (Vì tam giác cân có một góc bằng 60°)

$\Rightarrow NI = NE$

Từ (5) và (6) $\Rightarrow NI = KB$



Hết

Bài 1. (1,5 điểm).

1. Thực hiện phép tính : $A = 3\sqrt{2} - 4\sqrt{9 \cdot 2}$

2. Cho biểu thức $P = \left(\frac{a + \sqrt{a}}{\sqrt{a} + 1} + 1 \right) \left(\frac{a - \sqrt{a}}{\sqrt{a} - 1} - 1 \right)$ với $a \geq 0; a \neq 1$.

a) Chứng minh $P = a - 1$.

b) Tính giá trị của P khi $a = \sqrt{4 + 2\sqrt{3}}$.

Bài 2. (2,5 điểm).

1. Giải phương trình $x^2 - 5x + 6 = 0$

2. Tìm m để phương trình $x^2 - 5x - m + 7 = 0$ có hai nghiệm $x_1; x_2$ thỏa mãn hệ thức

$$x_1^2 + x_2^2 = 13.$$

3. Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị (P) và đường thẳng (d) : $y = -x + 2$

a) Vẽ (P) và (d) trên cùng một hệ trục tọa độ.

b) Bằng phép tính hãy tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d).

Bài 3. (1,5 điểm).

Hai vòi nước cùng chảy vào một cái bể không có nước thì trong 5 giờ sẽ đầy bể. Nếu vòi thứ

nhất chảy trong 3 giờ và vòi thứ hai chảy trong 4 giờ thì được $\frac{2}{3}$ bể nước.
Hỏi nếu mỗi vòi chảy một mình thì trong bao lâu mới đầy bể ?

Bài 4. (3,5 điểm).

Cho đường tròn ($O; R$) và một điểm S nằm bên ngoài đường tròn. Kẻ các tiếp tuyến SA, SB với đường tròn (A, B là các tiếp điểm). Một đường thẳng đi qua S (không đi qua tâm O) cắt đường tròn ($O; R$) tại hai điểm M và N với M nằm giữa S và N. Gọi H là giao điểm của SO và AB; I là trung điểm MN. Hai đường thẳng OI và AB cắt nhau tại E.

a) Chứng minh IHSE là tứ giác nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh $OI \cdot OE = R^2$.

c) Cho $SO = 2R$ và $MN = R\sqrt{3}$. Tính diện tích tam giác ESM theo R.

Bài 5. (1,0 điểm).

Giải phương trình $\sqrt{2010 - x} + \sqrt{x - 2008} = x^2 - 4018x + 4036083$

----- Hết -----

Ghi chú : Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Họ và tên thí sinh.....Số báo danh.....
 Giám thị 1 :.....Giám thị 2 :.....

**SỞ GIÁO DỤC - ĐÀO TẠO
QUẢNG NGÃI**

**KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
Năm học 2009 - 2010**

**HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ CHÍNH THỨC
MÔN TOÁN**

Tóm tắt cách giải	Biểu điểm
Bài 1 : (1,5 điểm) Bài 1.1 (0,5 điểm) $\begin{aligned} 3\sqrt{2} - 4\sqrt{9 \cdot 2} &= 3\sqrt{2} - 12\sqrt{2} \\ &= -9\sqrt{2} \end{aligned}$	0,25 điểm 0,25 điểm
Bài 1.2. (1,0 điểm) a) Chứng minh $P = a - 1$: $\begin{aligned} P &= \left(\frac{a + \sqrt{a}}{\sqrt{a} + 1} + 1 \right) \left(\frac{a - \sqrt{a}}{\sqrt{a} - 1} - 1 \right) = \left(\frac{\sqrt{a}(\sqrt{a} + 1)}{\sqrt{a} + 1} + 1 \right) \left(\frac{\sqrt{a}(\sqrt{a} - 1)}{\sqrt{a} - 1} - 1 \right) \\ &= (\sqrt{a} + 1)(\sqrt{a} - 1) = a - 1 \end{aligned}$ Vậy $P = a - 1$	0,25 điểm
b) Tính giá trị của P khi $a = \sqrt{4 + 2\sqrt{3}}$ $\begin{aligned} a &= \sqrt{4 + 2\sqrt{3}} = \sqrt{3 + 2\sqrt{3} + 1} = \sqrt{(\sqrt{3} + 1)^2} = \sqrt{3} + 1 \\ P &= a - 1 = \sqrt{3} + 1 - 1 = \sqrt{3} \end{aligned}$	0,25 điểm 0,25 điểm
Bài 2 : (2,5 điểm) 1. (0,5 điểm) Giải phương trình $x^2 - 5x + 6 = 0$ Ta có $\Delta = 25 - 24 = 1$ Tính được: $x_1 = 2; x_2 = 3$ 2. (1,0 điểm) Ta có $\Delta = 25 - 4(-m + 7) = 25 + 4m - 28 = 4m - 3$ Phương trình (1) có hai nghiệm $x_1; x_2 \Leftrightarrow \Delta = 4m - 3 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{3}{4}$	0,25 điểm 0,25 điểm 0,25 điểm 0,25 điểm

Với điều kiện $m \geq \frac{3}{4}$, ta có: $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 13$

$$\Leftrightarrow 25 - 2(-m + 7) = 13$$

$$\Leftrightarrow 2m = 2 \Leftrightarrow m = 1 \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

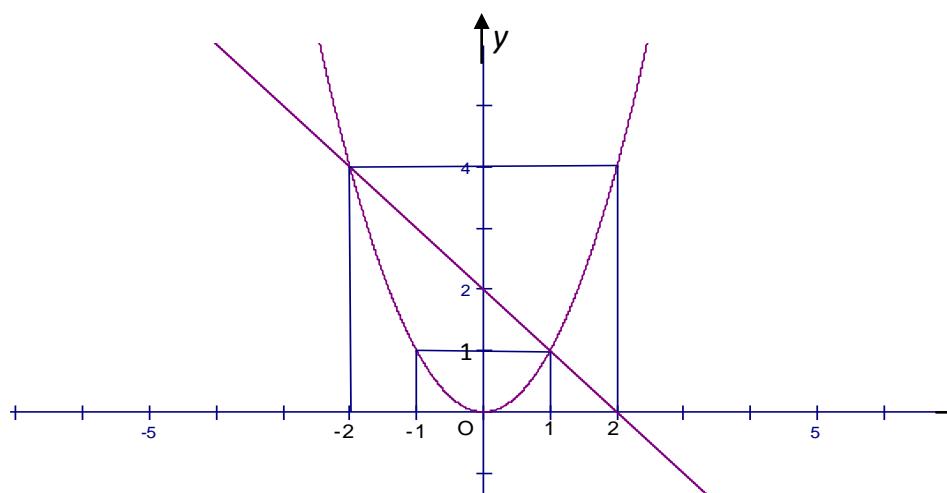
Vậy $m = 1$ là giá trị cần tìm

3.(1,0 điểm)

a) Vẽ Parabol (P) và đường thẳng (d) :

Bảng giá trị tương ứng:

x	-2	-1	0	1	2
$y = -x + 2$	4	3	2	1	0
$y = x^2$	4	1	0	1	4



b) Hoành độ giao điểm của (P) và (d) là nghiệm của phương trình :

$$x^2 + x - 2 = 0 ; \text{ Giải phương trình ta được } x_1 = 1 \text{ và } x_2 = -2$$

Vậy tọa độ giao điểm là $(1 ; 1)$ và $(-2 ; 4)$

Bài 3 (1,5 điểm)

Gọi thời gian vòi thứ nhất chảy một mình đầy bể nước là x (h) và thời gian vòi thứ hai chảy một mình đầy bể nước là y (h).

Điều kiện : $x, y > 5$.

Trong một giờ, vòi thứ nhất chảy được $\frac{1}{x}$ bể.

Trong một giờ vòi thứ hai chảy được $\frac{1}{y}$ bể.

Trong một giờ cả hai vòi chảy được : $\frac{1}{5}$ bể.

Theo đề bài ta có hệ phương trình :

0,25 điểm

0,25 điểm

0,5 điểm

0,25 điểm

0,25 điểm

0,25 điểm

0,25 điểm

$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{5} \\ \frac{3}{x} + \frac{4}{y} = \frac{2}{3} \end{cases}$ <p>Giải hệ phương trình ta được $x = 7,5$; $y = 15$ (thích hợp)</p> <p>Trả lời : Thời gian vòi thứ nhất chảy một mình đầy bể nước là 7,5 (h) (hay 7 giờ 30 phút).</p> <p>Thời gian vòi thứ hai chảy một mình đầy bể nước là 15 (h).</p>	0,5 điểm 0,25 điểm 0,25 điểm
Bài 4 (3,5 điểm) Vẽ hình đúng	0,5 điểm
<p>a) Chứng minh tứ giác IHSE nội tiếp trong một đường tròn :</p> <p>Ta có $SA = SB$ (tính chất của tiếp tuyến)</p> <p>Nên ΔSAB cân tại S</p> <p>Do đó tia phân giác SO cũng là đường cao $\Rightarrow SO \perp AB$</p> <p>I là trung điểm của MN nên $OI \perp MN$</p> <p>Do đó $\angle SHE = \angle SIE = 1V$</p> <p>$\Rightarrow$ Hai điểm H và I cùng nhìn đoạn SE dưới 1 góc vuông nên tứ giác IHSE nội tiếp đường tròn đường kính SE</p>	0,25 điểm 0,25 điểm 0,25 điểm 0,25 điểm 0,25 điểm 0,25 điểm
<p>b) ΔSOI đồng dạng ΔEOH (g.g)</p> $\Rightarrow \frac{OI}{OH} = \frac{OS}{OE} \Rightarrow OI \cdot OE = OH \cdot OS$	0,25 điểm 0,25 điểm
mà $OH \cdot OS = OB^2 = R^2$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông SOB) nên $OI \cdot OE = R^2$	0,25 điểm 0,25 điểm
<p>c) Tính được $OI = \frac{R}{2} \Rightarrow OE = \frac{R^2}{OI} = 2R \Rightarrow EI = OE - OI = \frac{3R}{2}$</p>	0,25 điểm
Mặt khác $SI = \sqrt{SO^2 - OI^2} = \frac{R\sqrt{15}}{2}$	0,25 điểm 0,25 điểm

$\Rightarrow SM = SI - MI = \frac{R\sqrt{3}(\sqrt{5}-1)}{2}$ <p>Vậy $S_{ESM} = \frac{SM.EI}{2} = \frac{R^2 3\sqrt{3}(\sqrt{5}-1)}{8}$</p>	<i>0,25 điểm</i>
<p>Bài 5 (1,0 điểm)</p> <p>Phương trình : $\sqrt{2010-x} + \sqrt{x-2008} = x^2 - 4018x + 4036083$ (*)</p> <p>Điều kiện $\begin{cases} 2010-x \geq 0 \\ x-2008 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 2008 \leq x \leq 2010$</p> <p>Áp dụng tính chất $(a+b)^2 \leq 2(a^2 + b^2)$ với mọi a, b</p> <p>Ta có : $(\sqrt{2010-x} + \sqrt{x-2008})^2 \leq 2(2010-x+x-2008) = 4$</p> $\Rightarrow \sqrt{2010-x} + \sqrt{x-2008} \leq 2 \quad (1)$ <p>Mặt khác $x^2 - 4018x + 4036083 = (x-2009)^2 + 2 \geq 2 \quad (2)$</p> <p>Từ (1) và (2) ta suy ra : (*) $\Leftrightarrow \sqrt{2010-x} + \sqrt{x-2008} = (x-2009)^2 + 2 = 2$</p> $\Leftrightarrow (x-2009)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 2009 \text{ (thích hợp)}$ <p>Vậy phương trình có một nghiệm duy nhất là $x = 2009$</p>	<i>0,25 điểm</i>
	<i>0,25 điểm</i>
	<i>0,25 điểm</i>
	<i>0,25 điểm</i>

Ghi chú:

- **Hướng dẫn chấm** chỉ trích bày một trong các cách giải, mọi cách giải khác nếu đúng vẫn cho điểm tối đa theo biểu điểm qui định ở từng bài.
- **Đáp án có chẽ** còn trình bày tóm tắt, biểu điểm có chẽ còn chưa chi tiết cho từng bước biến đổi, lập luận; tổ giám khảo cần thảo luận thống nhất trước khi chấm.
- **Điểm toàn bộ** bài không làm tròn số.

ĐỀ 069

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THANH HÓA**

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Đề thi gồm 1 trang

**KỲ THI VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN LAM SƠN
NĂM HỌC 2014 - 2015
Môn thi : TOÁN**

(Dành cho tất cả các thí sinh)

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi: 17/6/2014

Bài 1: (2,0 điểm):

$$\text{Cho biểu thức } C = \frac{a}{a-16} - \frac{2}{\sqrt{a}-4} - \frac{2}{\sqrt{a}+4}$$

1. Tìm điều kiện của a để biểu thức C có nghĩa và rút gọn C .
2. Tính giá trị của biểu thức C khi $a = 9 - 4\sqrt{5}$.

Bài 2: (2,0 điểm):

$$\begin{cases} (m-1)x + y = 2 \\ mx + y = m+1 \end{cases} \quad (m \text{ là tham số})$$

1. Giải hệ phương trình khi $m = 2$.

Chứng minh rằng với mọi m , hệ phương trình luôn có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thỏa mãn: $x + 2y \leq 3$

Bài 3: (2,0 điểm):

- 1) Trong hệ tọa độ Oxy, tìm m để đường thẳng (d) : $y = mx - m + 2$ cắt Parabol (P) : $y = 2x^2$ tại hai điểm phân biệt nằm bên phải trục tung.

$$\begin{cases} \sqrt[3]{x+2y} = 4 - x - y \\ \sqrt[3]{2x+6} + \sqrt{2y} = 2 \end{cases}$$

- 1) (3,0 điểm): Cho đường tròn O đường kính BC và một điểm A nằm bất kì trên đường tròn (A khác B và C). Gọi AH là đường cao của ΔABC , đường tròn tâm I đường kính AH cắt các dây cung AB , AC tương ứng tại D , E .

1. Chứng minh rằng: góc DHE bằng 90° và $AB \cdot AD = AC \cdot AE$

Các tiếp tuyến của đường tròn (I) tại D và E cắt BC tương ứng tại G và F . Tính số đo góc GIF

3. Xác định vị trí điểm A trên đường tròn (O) để tứ giác $DEFG$ có diện tích lớn nhất

Bài 5: (1,0 điểm):

Cho ba số thực x, y, z . Tìm giá trị lớn nhất biểu thức

$$S = \frac{xyz(x+y+z+\sqrt{x^2+y^2+z^2})}{(x^2+y^2+z^2)(xy+yz+zx)}$$

**Lê i gii vu thang ®iÓm ton chung Lam Son
Nguy thi : 17/062014**

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1 2.0	<p>1/ Tìm điều kiện của a để biểu thức C có nghĩa, rút gọn C.</p> <p>+ Biểu thức C có nghĩa khi</p> $\begin{cases} a \geq 0 \\ a - 16 \neq 0 \\ \sqrt{a} - 4 \neq 0 \\ \sqrt{a} + 4 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \geq 0 \\ a \neq 16 \\ a \neq 16 \\ \text{moi } a \geq 0 \end{cases} \Rightarrow a \geq 0, a \neq 16$ <p>+ Rút gọn biểu thức C</p> $C = \frac{a}{a-16} - \frac{2}{\sqrt{a}-4} - \frac{2}{\sqrt{a}+4} = \frac{a}{(\sqrt{a}-4)(\sqrt{a}+4)} - \frac{2}{\sqrt{a}-4} - \frac{2}{\sqrt{a}+4}$ $C = \frac{a - 2(\sqrt{a}+4) - 2(\sqrt{a}-4)}{(\sqrt{a}-4)(\sqrt{a}+4)} = \frac{a - 2\sqrt{a} - 8 - 2\sqrt{a} + 8}{(\sqrt{a}-4)(\sqrt{a}+4)} = \frac{a - 4\sqrt{a}}{(\sqrt{a}-4)(\sqrt{a}+4)}$ $C = \frac{a - 4\sqrt{a}}{(\sqrt{a}-4)(\sqrt{a}+4)} = \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a}-4)}{(\sqrt{a}-4)(\sqrt{a}+4)} = \frac{\sqrt{a}}{(\sqrt{a}+4)}$ <p>2/ Tính giá trị của C , khi a = 9 + 4√5</p> <p>Ta có : a = 9 + 4√5 = 4 + 4√5 + 5 = (2 + √5)² $\Rightarrow \sqrt{a} = \sqrt{(2 + \sqrt{5})^2} = 2 + \sqrt{5}$</p> <p>Vậy : C = $\frac{\sqrt{a}}{(\sqrt{a}+4)} = \frac{2 + \sqrt{5}}{2 + \sqrt{5} + 4} = \frac{2 + \sqrt{5}}{6 + \sqrt{5}}$</p>	0.25 1.25 0.5
Câu 2 2.0	<p>Cho hệ ph-ong trình : $\begin{cases} (m-1)x + y = 2 \\ mx + y = m+1 \end{cases}$ (m là tham số)</p> <p>1/ Giải hệ ph-ong trình khi m = 2</p> <p>Khi m = 2 thay vào ta có hệ ph-ong trình</p>	0.75

	$\begin{cases} (2-1)x + y = 2 \\ 2x + y = 2+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 2 \\ 2x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$ <p>Kết luận : Với $m = 2$ hệ ph- ờng trình có một nghiệm duy nhất $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$</p> <p>2/ Chứng minh rằng với mọi m hệ ph- ờng trình luôn có nghiệm duy nhất $(x ; y)$ thỏa mãn $2x + y \leq 3$</p> $\begin{cases} (m-1)x + y = 2 \\ mx + y = m+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 - (m-1)x \\ mx + 2 - (m-1)x = m+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 - (m-1)x \\ mx + 2 - mx + x = m+1 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 - (m-1)x \\ x = m-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 - (m-1)(m-1) \\ x = m-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -m^2 + 2m + 1 \\ x = m-1 \end{cases}$ <p>Vậy với mọi m hệ ph- ờng trình luôn có nghiệm duy nhất : $\begin{cases} y = -m^2 + 2m + 1 \\ x = m-1 \end{cases}$</p> <p>Ta có : $2x + y - 3 = 2(m-1) - m^2 + 2m + 1 - 3 = 2m - 2 - m^2 + 2m + 1 - 3$</p> $2x + y - 3 = -m^2 + 4m - 4 = -(m-2)^2 \geq 0 \Rightarrow 2x + y - 3 \geq 0 \Rightarrow 2x + y \geq 3$	0.25
Câu 3	<p>1/ Trong hệ tọa độ Oxy , tìm m để đ- ờng thẳng $(d) : y = mx - m + 2$ cắt Parabol $(P) y = 2x^2$ tại hai điểm phân biệt nằm bên phải trục tung</p> <p>Hoành độ giao điểm của đ- ờng thẳng (d) và Parabol (P) là nghiệm của ph- ờng trình : $2x^2 = mx - m + 2 \Leftrightarrow 2x^2 - mx + m - 2 = 0 \quad (1)$</p> <p>Có : $\Delta = m^2 - 4.2.(m-2) = m^2 - 8m + 16 = (m-4)^2$</p> <p>Để đ- ờng thẳng $(d) : y = mx - m + 2$ cắt Parabol $(P) y = 2x^2$ tại hai điểm phân biệt nằm bên phải trục tung thì</p> <p>2.0</p> $\begin{cases} \Delta > 0 \\ x_1 + x_2 > 0 \\ x_1 x_2 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (m-4)^2 > 0 \\ \frac{m}{2} > 0 \\ \frac{m-2}{2} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m \neq 4 \\ m > 0 \Rightarrow m > 2, m \neq 4 \\ m > 2 \end{cases}$ <p>Kết luận : để đ- ờng thẳng $(d) : y = mx - m + 2$ cắt Parabol $(P) y = 2x^2$ tại hai điểm phân biệt nằm bên phải trục tung thì : $m > 2, m \neq 4$</p>	1.0

2/ Giải hệ ph- ờng trình : $\begin{cases} 3\sqrt{x+2y} = 4-x-2y & (1) \\ \sqrt[3]{2x+6} + \sqrt{2y} = 2 & (2) \end{cases}$

Điều kiện : $\begin{cases} x+2y \geq 0 \\ 2y \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+2y \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} (*)$

Đặt $\sqrt{x+2y} = t \geq 0$, thay vào ph- ờng trình (1) ta có

$$3t = 4 - t^2 \Rightarrow t^2 + 3t - 4 = 0$$

$1 + 3 - 4 = 0$, nên ph- ờng trình có hai nghiệm $t = 1$ và $t = -4$ (loại)

Với $t = 1 \Rightarrow \sqrt{x+2y} = 1 \Rightarrow x+2y = 1 \Rightarrow x = 1 - 2y$, thay vào ph- ờng trình (2) ta có

$$\sqrt[3]{2(1-2y)+6} + \sqrt{2y} = 2 \Leftrightarrow \sqrt[3]{-4y+8} + \sqrt{2y} = 2 \Leftrightarrow \sqrt[3]{-4y+8} = 2 - \sqrt{2y}$$

$$\Leftrightarrow -4y+8 = 8 - 12\sqrt{2y} + 12y - 2y\sqrt{2y} \Leftrightarrow 16y - 12\sqrt{2y} - 2y\sqrt{2y} = 0$$

$$\Leftrightarrow 8y - 6\sqrt{2y} - y\sqrt{2y} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{y}(-\sqrt{2}y + 8\sqrt{y} - 6\sqrt{2}) = 0$$

$$\Leftrightarrow -\sqrt{y}(\sqrt{y} - \sqrt{2})(\sqrt{2}\sqrt{y} - 6) = 0$$

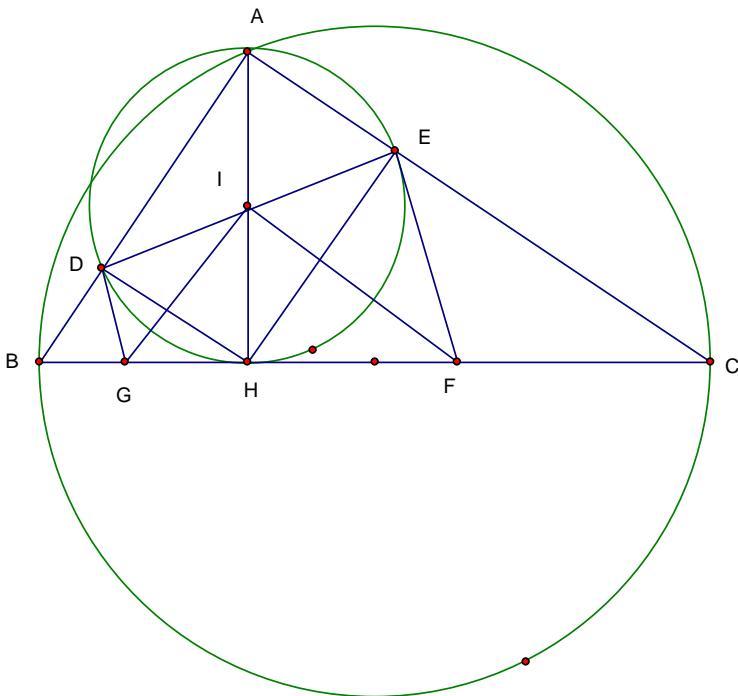
TH 1 : $\sqrt{y} = 0 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow x = 1$ (thỏa mãn *)

TH2 : $\sqrt{y} = \sqrt{2} \Rightarrow y = 2 \Rightarrow x = -3$ (thỏa mãn *)

TH3 : $\sqrt{y} = \frac{6}{\sqrt{2}} \Rightarrow y = 18 \Rightarrow x = -35$ (thỏa mãn *)

Vậy hệ ph- ờng trình có 3 nghiệm $(x, y) = (1; 0), (-3, 2), (-35, 18)$

1.0



**Câu 4
3.0**

1. Chứng minh $DHE = 90^\circ$

Tứ giác ADHE có : $A = D = E \Rightarrow ADHE$ là hình chữ nhật $\Rightarrow DHE = 90^\circ$

Chứng minh $AB \cdot AD = AC \cdot AE$

Xét hai tam giác vuông HAB và HAC ta có : $AB \cdot AD = AH^2 = AC \cdot AE$

2/ Tính góc GIF

$DHE = 90^\circ \Rightarrow DE$ là đ- òng kính $\Rightarrow I$ thuộc DE

$$\Rightarrow DIE = \frac{1}{2} DIH + \frac{1}{2} HIE = \frac{1}{2} DIE = 90^\circ$$

3/ Tứ giác DEFG là hình thang vuông có đ- òng cao $DE = AH$

$$\text{Hai đáy } DG = GH = GB = \frac{1}{2} BH \text{ và } EF = FC = FH = \frac{1}{2} HC$$

\Rightarrow diện tích hình tứ giác DEFG là

$$\frac{\frac{1}{2}(HB+HC) \cdot AH}{2} = \frac{BC \cdot AH}{4}$$

lớn nhất khi AH lớn nhất vì $BC = 2R$ không đổi

Ta có : AH lớn nhất $\Rightarrow AH$ là đ- òng kính $\Rightarrow A$ là trung điểm cung AB

Câu 5

Cho ba số thực d- ơng x,y,z . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

0.5

0.5

1.0

1.0

1.0

1.0

$$S = \frac{xyz(x + y + z + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2})}{(x^2 + y^2 + z^2)(xy + yz + zx)}$$

Theo bài toán: $(x + y + z)^2 \leq 3(x^2 + y^2 + z^2) \Rightarrow (x + y + z) \leq \sqrt{3}\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

$$\Rightarrow S \leq \frac{xyz(\sqrt{3}\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2})}{(x^2 + y^2 + z^2)(xy + yz + zx)} = \frac{xyz(\sqrt{3} + 1)}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}(xy + yz + zx)}$$

$$S \leq \frac{xyz(\sqrt{3} + 1)}{\sqrt{3}\sqrt[6]{x^2y^2z^2}3\sqrt[3]{x^2y^2z^2}} = \frac{\sqrt{3} + 1}{3\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow S_{\max} = \frac{\sqrt{3} + 1}{3\sqrt{3}} \text{ khi } x = y = z$$

Chú ý

1/ Bài hình không vẽ hình hoặc vẽ hình sai không chấm điểm

2/ Làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa

ĐỀ 070

Ô GIAÙO DUÏC VAØ ÑAØO TAÏO
BÌNH THUẬN

KYØ THI TUYEÅN SINH VAØO LÔÙP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN TRẦN HƯNG ĐẠO

Năm học : 2011 – 2012

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi này có 01 trang)

Môn: Toán (hệ số 1)

Thời gian: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

ĐỀ

Bài 1: (2 điểm)

$$A = \frac{a\sqrt{b} + b\sqrt{a}}{\sqrt{ab}} \text{ và } B = \frac{(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 - 4\sqrt{ab}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}$$

Cho hai biểu thức:

(với $a > 0, b > 0$ và $a \neq b$)

1/ Rút gọn A và B

2/ Tính tích A.B với $a = 2\sqrt{5}, b = \sqrt{5}$

Bài 2: (2 điểm)

Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

1/ $x^4 - 6x^3 + 27x - 22 = 0$

$$\begin{cases} \frac{2}{2x-3y} - \frac{3}{x+y} = 4 \\ \frac{1}{2x-3y} + \frac{2}{x+y} = 9 \end{cases}$$

Bài 3: (2 điểm)

Một xe ô tô đi từ A đến B cách nhau 180km. Sau khi đi được 2 giờ, ô tô dừng lại để đổ xăng và nghỉ ngoi mất 15 phút rồi tiếp tục đi với vận tốc tăng thêm 20 km/h và đến B đúng giờ đã định. Tìm vận tốc ban đầu của xe ô tô.

Bài 4: (3 điểm)

Cho tam giác đều ABC cạnh a, nội tiếp trong đường tròn (O).

1/ Tính theo a phần diện tích hình tròn (O) nằm ngoài tam giác ABC.

Trên cạnh BC lấy điểm M tùy ý (M khác B, C); từ M kẻ MP, MQ lần lượt vuông góc với AB,

AC tại P, Q. Chứng minh:

a/ Tứ giác APMQ nội tiếp.

b/ Khi điểm M di động trên cạnh BC thì tổng $MP + MQ$ không đổi.

Bài 5: (1 điểm)

Cho tam giác ABC có $\hat{A} = 60^\circ$. Chứng minh $BC^2 = AB^2 + AC^2 - AB \cdot AC$

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN KỲ THI TS VÀO 10 THĐ(hệ số 1) - Năm học 2011 – 2012

LỜI GIẢI TÓM TẮT

Bài 1: (2đ)

1/ (1,0đ)

$$A = \frac{\sqrt{ab}(\sqrt{a} + \sqrt{b})}{\sqrt{ab}} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

ĐIỂM

0,5

$$B = \frac{a+b-2\sqrt{ab}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \sqrt{a}-\sqrt{b}$$

0,5

2/ (1,0 đ)

$$A \cdot B = (\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = a - b = \sqrt{5}$$

1,0

Bài 2: (2đ)**1/ (1,0 đ)**

$$\begin{aligned}x^4 - 6x^3 + 27x - 22 &= 0 \Leftrightarrow x^4 - 6x^3 + 9x^2 + 9x^2 - 9x^2 + 27x - 22 = 0 \\&\Leftrightarrow (x^2 - 3x)^2 - 9(x^2 - 3x) - 22 = 0\end{aligned}$$

0,25

Đặt $t = x^2 - 3x$, ta có pt : $t^2 - 9t - 22 = 0 \Leftrightarrow t = -2 ; t = 11$

0,25

- $t = -2 : x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1 ; x = 2$
- $t = 11 : x^2 - 3x - 11 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{53}}{2}$

0,25

0,25

Kết luận phương trình có 4 nghiệm

2/(1,0 đ)

Điều kiện $2x - 3y \neq 0$ và $x + y \neq 0$

0,25

$$\text{Đặt } u = \frac{1}{2x - 3y}; \quad v = \frac{1}{x + y}$$

$$\text{Ta có hệ : } \begin{cases} 2u - 3v = 4 \\ u + 2v = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u = 5 \\ v = 2 \end{cases}$$

0,25

$$\text{Khi đó : } \begin{cases} \frac{1}{2x - 3y} = 5 \\ \frac{1}{x + y} = 2 \end{cases} \quad \text{hay} \quad \begin{cases} 2x - 3y = \frac{1}{5} \\ x + y = \frac{1}{2} \end{cases}$$

0,25

$$\text{Tính được } \begin{cases} x = \frac{17}{50} \\ y = \frac{4}{25} \end{cases} \quad (\text{thỏa điều kiện})$$

0,25

Bài 3: (2đ)

Gọi x (km/h) là vận tốc ban đầu của xe ô tô ($x > 0$)

0,25

Thì vận tốc lúc sau là $x + 20$ (km/h)

0,25

Quãng đường đi được sau 2 giờ là: $2x$ (km)

0,25

Quãng đường đi sau khi nghỉ ngơi là: $180 - 2x$ (km)

$$\text{Viết được phương trình: } \frac{180}{x} = 2 + \frac{1}{4} + \frac{180 - 2x}{x + 20}$$

0,5

$$\text{Hay } x^2 + 180x - 14400 = 0$$

0,25

Tìm được $x = 60$; $x = -240$ (loại)

0,25

Vậy vận tốc ban đầu của xe là 60km/h

0,25

Bài 4: (3đ)

1/ Gọi S là phần diện tích (O) nằm ngoài tam giác ABC:

$$\text{Ta có: Bán kính (O)} : R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$S = \pi \cdot \frac{a^2}{3} - \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$= a^2 \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4} \right)$$

2/

a/ Các điểm P và Q nhìn đoạn AM dưới một góc vuông nên thuộc đường tròn đường kính AM

do đó tứ giác APMQ nội tiếp

b/ Vẽ AH là đường cao tam giác ABC.

$$S_{\Delta ABC} = S_{\Delta ABM} + S_{\Delta ACM}$$

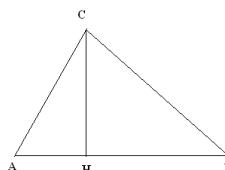
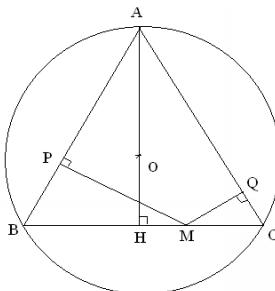
hay: $BC \cdot AH = AB \cdot MP + AC \cdot MQ = BC(MP + MQ)$ (do ABC đều)

$$\text{hay } AH = MP + MQ = \frac{a\sqrt{3}}{2} \text{ không đổi.}$$

Bài 5: (1đ)

Gọi CH là đường cao hạ từ C và $\hat{A} = 60^\circ$ nên $AC = 2AH$

$$\begin{aligned} AB^2 + AC^2 - AB \cdot AC &= (AH+HB)^2 + AH^2 + HC^2 - (AH+HB) \cdot 2AH \\ &= HB^2 + HC^2 = BC^2. \end{aligned}$$



ĐỀ 071

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
GIA LAI**

ĐỀ CHÍNH THỨC

**KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 CHUYÊN
Năm học 2010 – 2011**

Môn thi : TOÁN (Không chuyên)

Thời gian làm bài : 120 phút (không kể thời gian phát đề)

**ĐỀ BÀI:
Câu 1: (1,5 điểm)**

a) Phân tích đa thức sau thành nhân tử: $x^3 - 2x^2y + xy^2 - 25x$

b) Giải phương trình: $(x^2 - 5x + 7)^2 + x^2 - 5x + 5 = 0$

Câu 2: (2,5 điểm)

$$\text{Cho biểu thức: } P = \frac{2x}{\sqrt{x} - \sqrt{x^3} + \sqrt{x^5}} \cdot \frac{(1+x)^2}{1+x^3}, \text{ với } x > 0$$

a) Rút gọn P.

$$x = \frac{1}{4}; x = 3 - 2\sqrt{2}$$

b) Xác định giá trị của P khi

c) Tìm giá trị lớn nhất của P.

Câu 3: (1 điểm)

Viết phương trình các đường thẳng song song với đường thẳng $y = -x + 2010$ và cắt đồ thị hàm

số $y = \frac{1}{2011}x^2$ tại điểm có tung độ bằng 2011

Câu 4: (2 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x - 2 = 0 \ (m \in \mathbb{R})$.

a) Giải phương trình với $m = 0$

b) Chứng minh rằng với mọi $m \in \mathbb{R}$, phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$.

c) Chứng minh rằng nếu m là số nguyên chẵn thì giá trị của biểu thức $x_1^2 + x_2^2$ là số nguyên chia hết cho 8.

Câu 5: (3 điểm)

Cho hai đường tròn bằng nhau (O) và (O') cắt nhau tại hai điểm A và B. Qua B, kẻ đường thẳng vuông góc với AB, cắt (O) và (O') lần lượt tại các điểm thứ hai là C và D.

a) Chứng minh B là trung điểm của CD.

b) Lấy điểm E trên cung nhỏ BC của đường tròn (O). Gọi giao điểm thứ hai của đường thẳng EB với đường tròn (O') là F và giao điểm của hai đường thẳng CE, DF là M. Chứng minh rằng tam giác EAF cân và tứ giác ACMD là tứ giác nội tiếp.

.....Hết.....

ĐÁP ÁN Môn : TOÁN (Không chuyên)

Câu 1 (1,5 điểm)	a/ $x^3 - 2x^2y + xy^2 - 25x = x(x^2 - 2xy + y^2 - 25)$ $= x[(x-y)^2 - 25]$
-----------------------------	--

$$= x(x - y + 5)(x - y - 5)$$

b/ Đặt $t = x^2 - 5x + 7$. Phương trình trở thành: $t^2 + t - 2 = 0$

Giải Pt ta được: $t_1 = 1$; $t_2 = -2$

Với $t = 1 \Rightarrow x^2 - 5x + 7 = 1 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow x_1 = 2$; $x_2 = 3$

Với $t = -2 \Rightarrow x^2 - 5x + 7 = -2 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 9 = 0$, Pt vô nghiệm.

Vậy: Pt đã cho có hai nghiệm $x_1 = 2$; $x_2 = 3$

**Câu 2
(2,5điểm)**

$$a/ P = \frac{2x}{\sqrt{x} - \sqrt{x^3} + \sqrt{x^5}} : \frac{(1+x)^2}{1+x^3} = \frac{2x}{\sqrt{x}(1-x+x^2)} \cdot \frac{(1+x)(1-x+x^2)}{(1+x)^2} = \frac{2\sqrt{x}}{1+x}$$

$$b/ Khi x = \frac{1}{4} \Rightarrow P = \frac{4}{5};$$

$$Khi x = 3-2\sqrt{2} = (\sqrt{2}-1)^2 \Rightarrow P = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$c/ P = \frac{2\sqrt{x}}{1+x} = \frac{x+1-(x-2\sqrt{x}+1)}{1+x} = 1 - \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{1+x} \leq 1$$

$$(Vì x > 0 \Rightarrow 1+x > 0; (\sqrt{x}-1)^2 \geq 0)$$

$$Đ dấu "=" xảy ra khi (\sqrt{x}-1)^2 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x}-1=0 \Leftrightarrow x=1$$

Vậy: GTLN của P là 1 khi $x = 1$

**Câu 3
(1,0điểm)**

Giả sử đường thẳng d có dạng: $y = ax + b$ ($b \neq 0$) (*)

Ta có: $+d // dt: y = -x + 2010 \Rightarrow a = -1$

+ d cắt đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2011}x^2$ tại điểm có tung độ $y = 2011$ nên:

$$2011 = \frac{1}{2011} \cdot x^2 \Rightarrow x = 2011; -2011$$

Th₁: Thay $x = 2011$; $y = 2011$; $a = -1$ vào (*) ta được $b = 0$

$$(d): y = -x$$

Th₂: Thay $x = -2011$; $y = 2011$; $a = -1$ vào (*) ta được $b = 4022$

$$(d): y = -x + 4022$$

**Câu 4
(2điểm)**

Xét phương trình: $x^2 - 2(m-1)x - 2 = 0$ ($m \in R$).

a/ $m = 0$, phương trình trở thành: $x^2 + 2x - 2 = 0$

Giải Pt ta được: $x_1 = \sqrt{3} - 1$; $x_2 = -(\sqrt{3} + 1)$

b/ $\Delta' = [-(m-1)]^2 + 2 = (m-1)^2 + 2 > 0, \forall m$ vì $(m-1)^2 \geq 0$

Vậy Pt luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2

c/ Theo hệ thức Viets, ta có: $x_1 + x_2 = 2(m-1)$; $x_1x_2 = -2$. Khi đó:

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 4(m-1)^2 + 4 = 4.(m^2 - 2m + 2)$$

Mặt khác: m là số nguyên chẵn $\Rightarrow m = 2k$ (k là số nguyên)

$$m^2 = 4k^2; 2m = 4k \Rightarrow m^2 - 2m + 2 = 4k^2 - 4k + 2$$

chia hết cho 2

Do đó: $x_1^2 + x_2^2 = 4.(m^2 - 2m + 2)$ chia hết cho 8

Câu

bài 5 (3,0 điểm)

a/ + $AB \perp CD$ (gt) $\Rightarrow ABC = 90^\circ \Rightarrow AC$ là đường kính của đường tròn (O)
 + $AB \perp CD$ (gt) $\Rightarrow ABD = 90^\circ \Rightarrow AD$ là đường kính của đường tròn (O')
 + (O); (O') là hai đường tròn bằng nhau $\Rightarrow AC = AD = 2R$
 $\Rightarrow \Delta ACD$ cân tại A. Khi đó: đường cao AB đồng thời là đường trung tuyến.
 Vậy: B là trung điểm của CD.

b/ + Chứng minh ΔAEF cân tại A

Ta có : $AEB = ACB$ (cùng chắn cung AB); $AFB = ADB$ (cùng chắn cung AB)

Mà : $ACB = ADB$ (vì ΔACD cân tại A)

Do đó: $AEB = AFB \Rightarrow \Delta AEF$ cân tại A
 + Chứng minh: tứ giác ACMD nội tiếp.

Ta có: $AE = AF$ (ΔAEF cân tại A)
 $\Rightarrow \Delta AEC = \Delta AFD$ (cạnh huyền – cạnh góc vuông)
 $\Rightarrow ACE = ADF$ (2 góc tương ứng)

Mà: $ADM + ADF = 180^\circ$ (kề bù) $\Rightarrow ADM + AEM = 180^\circ$
 Vậy: tứ giác ACMD là tứ giác nội tiếp.

ĐỀ 072

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH BÌNH DƯƠNG

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH 10 THPT
NĂM HỌC 2012 – 2013
Môn thi: TOÁN
Thời gian: 120 phút

(Không kể thời gian phát đề)

Bài 1 (1điểm)

Cho biểu thức : $A = \frac{2}{5}\sqrt{50x} - \frac{3}{4}\sqrt{8x}$

- 1) Rút gọn biểu thức A
- 2) Tính giá trị của x khi A = 1

Bài 2 (1,5điểm)

1) Vẽ đồ thị (P) hàm số $y = \frac{x^2}{2}$

- 2) Xác định m để đường thẳng (d): $y = x - m$ cắt (P) tại điểm A có hoành độ bằng 1.
Tìm tung độ của điểm A .

Bài 3(2điểm)

$$\begin{cases} 2x - y = 4 \\ 3x - y = 3 \end{cases}$$

- 1) Giải hệ phương trình
- 2) Giải phương trình $x^4 + x^2 - 6 = 0$

Bài 4 (2điểm)

Cho phương trình $x^2 - 2mx - 2m - 5 = 0$ (m là tham số)

- 1) Chứng minh rằng phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi giá trị m .
- 2) Tìm m để $|x_1 - x_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất ($x_1; x_2$ là 2 nghiệm của phương trình)

Bài 5 (3,5 điểm)

Cho đường tròn (O) và điểm M ở ngoài đường tròn. Qua M kẻ các tiếp tuyến MA, MB và cát tuyến MPQ ($MP < MQ$). Gọi I là trung điểm của dây cung PQ, E là giao điểm thứ 2 giữa đường thẳng BI và đường tròn (O). Chứng minh:

- 1) Tứ giác BOIM nội tiếp. Xác định tâm của đường tròn ngoại tiếp tứ giác đó.
- 2) $BOM = BEA$
- 3) $AE // PQ$
- 4) 3 điểm O, I, K thẳng hàng, với K là trung điểm của EA .

-----Hết-----

**Giải đề thi
Bài 1 (1điểm)
Cho biểu thức :**

1) Rút gọn biểu thức A (đk: $x \geq 0$)

$$A = \frac{2}{5}\sqrt{50x} - \frac{3}{4}\sqrt{8x} = 2\sqrt{2x} - \frac{3}{2}\sqrt{2x} = \frac{1}{2}\sqrt{2x}$$

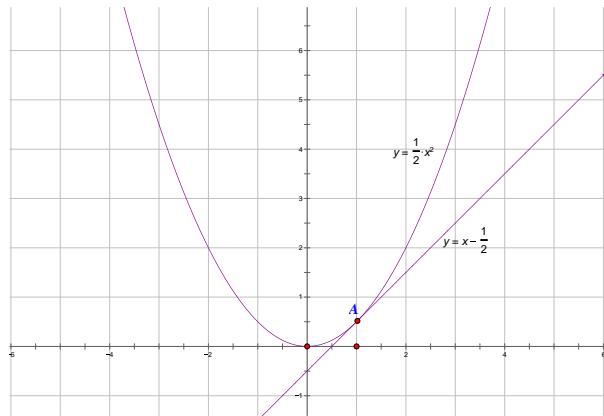
2) Khi $A = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2}\sqrt{2x} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{2x} = 2 \Leftrightarrow 2x = 4 \Leftrightarrow x = 2$ (tmđk)

Bài 2 (1,5điểm)

1) Vẽ đồ thị (P) hàm số $y = \frac{x^2}{2}$

Lập bảng:

x	-4	-2	0	2	4
$y = \frac{x^2}{2}$	8	2	0	2	8



2) .

- Vì (d) cắt (P) tại điểm A có hoành độ bằng 1. Tức là $x_A = 1$, thay vào (P) ta được y_A

$= \frac{1}{2}$ là tung độ của điểm A

- Thay x_A, y_A vào (d) ta được: $\frac{1}{2} = 1 - m \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$

- Vậy $m = \frac{1}{2}$ và tung độ của điểm A là $\frac{1}{2}$.

Bài 3(2điểm)

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y = 4 \\ 3x - y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ 2x - y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ 2.(-1) - y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -6 \end{cases}$

2) Giải phương trình $x^4 + x^2 - 6 = 0$ (*)

Đặt $t = x^2$ (đk: $x \geq 0$)

$(*) \Leftrightarrow t^2 + t - 6 = 0$ (*)

Giải Δ , $\Rightarrow \begin{cases} t_1 = 2(nhan) \\ t_2 = -3(loai) \end{cases}$

Với $t = t_1 = x^2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2}$

Vậy phương trình có 2 nghiệm: $x_1 = \sqrt{2}$; $x_2 = -\sqrt{2}$

Bài 4 (2 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 2mx - 2m - 5 = 0$ (m là tham số)

$$1) \Delta' = (-m)^2 - (-2m - 5) = m^2 + 2m + 5 = (m+2)^2 + 4 > 0, \text{ với mọi } m$$

Nên phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi giá trị m.

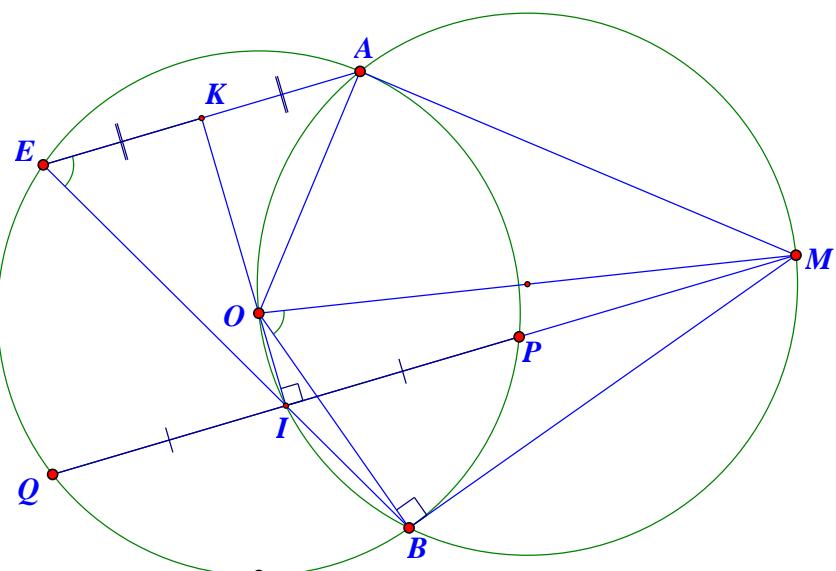
$$2) \text{ Theo hệ thức Vi-ét ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 \cdot x_2 = -2m - 5 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } (x_1 - x_2)^2 &= (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 \cdot x_2 \\ &= (2m)^2 - 4(-2m - 5) = 4m^2 + 8m + 20 \\ &= (2m + 2)^2 + 16 \geq 16 \\ \Rightarrow |x_1 - x_2| &\geq 4 \end{aligned}$$

Dấu “=” xảy ra khi $2m + 2 = 0 \Leftrightarrow m = -1$

Vậy: $m = -1$ thì $|x_1 - x_2| = 4$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 5 (3,5 điểm)



a) Có: $MB \perp OB$ (t/c tiếp tuyến), $\Rightarrow \angle MBO = 90^\circ$

$OI \perp PQ$ (Vì $IP = IQ$, Q.h vuông góc đường kính và dây), $\Rightarrow \angle MIO = 90^\circ$

Xét Tứ giác BOIM có:

$$\angle MBO = \angle MIO (= 90^\circ)$$

Tứ giác BOIM nội tiếp đường tròn đường kính OM (2 đỉnh cùng nhìn 1 cạnh nối 2 đỉnh còn lại dưới góc bằng nhau). Và tâm của đường tròn ngoại tiếp là trung điểm đường kính OM.

b) Theo t/c 2 tiếp tuyến cắt nhau tại M của (O), ta có:
OM là tia phân giác của góc AOB

$$\Rightarrow BOM = \frac{1}{2} AOB$$

Mà: $AEB = \frac{1}{2} AOB$ (góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung AB)

Nên: $BOM = BEA$

c) Có: $BOM = BIM$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung BM)

Mà: $BOM = BEA$ (câu b))

Nên: $BIM = BEA$ và ở vị trí đồng vị
 $\Rightarrow AE // PQ$

d) Có: $OK \perp AE$ (Vì KE=KA, Q.h vuông góc đường kính và dây)

$\Rightarrow OK \perp PQ$ (Vì $AE // PQ$)

Mà $OI \perp PQ$ (cmt)

Nên: $OK // OI$

Theo tiên đề Oclit $OK \equiv OI$

\Rightarrow 3 điểm O, I, K thẳng hàng.

-----hết-----

ĐỀ 073

SỞ GD-ĐT ĐỒNG NAI

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT NĂM 2010

Khóa ngày : 29,30/06/2011

Môn thi : Toán học

Thời gian làm bài : 120 phút
 Đề

Bài 1: 1) Giải phương trình : $2x^2 - 3x - 2 = 0$

2) Giải HPT:

$$\begin{cases} x + 3y = 7 \\ 2x - 3y = 0 \end{cases}$$

3) Rút gọn :

ĐỀ CHÍNH THỨC

$$P = \sqrt{5} + \sqrt{80} - \sqrt{125}$$

Bài 2

Cho (P): $y = x^2$ và (d) : $y = 2(1-m)x + 3$ (m là tham số)

- a) Vẽ (P)
- b) Ch/m : (P) & (d) luôn cắt nhau tại 2 điểm phân biệt với mọi m
- c) Tìm m để (P) & (d) cắt nhau tại điểm có tung độ bằng 1

Bài 3. Cho (O, R) đường kính ABC nằm trên đường tròn (khác A và B). M là điểm chính giữa của cung nhỏ BC .

1) Ch/m: AM là phân giác góc BAC

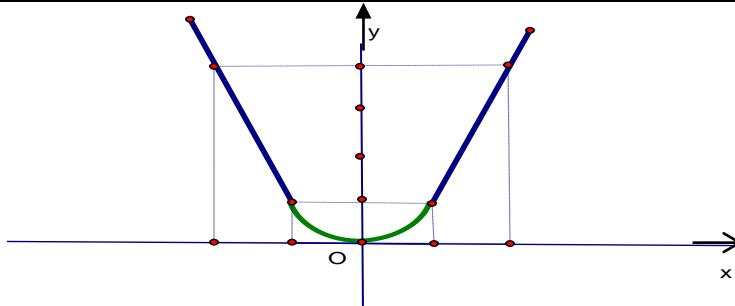
2) Biết $AC = R$ Tính BC , MB

3) BC cắt AM tại N . ch/m: $MN \cdot MA = MC^2$

Bài 4. Ch/m : $P = x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + 1 \geq 0$, với mọi m .

BÀI	NỘI DUNG
1 (2,5đ)	<p>1) Giải phương trình : $2x^2 - 3x - 2 = 0$ $\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-2) = 25 \Rightarrow x_1 = \frac{3+5}{4} = 2 ; x_2 = \frac{3-5}{4} = \frac{-1}{2}$</p> <p>2) Giải HPT:</p> $\begin{cases} x+3y=7 \\ 2x-3y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+3y=7 \\ 3x=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{7}{3} \\ y=\frac{14}{9} \end{cases}$ <p>3) Rút gọn :</p> $P = \sqrt{5} + \sqrt{80} - \sqrt{125} = \sqrt{5} + 4\sqrt{5} - 5\sqrt{5} = 0$ <p>4) Biết : $\sqrt{a+b} = \sqrt{a-1} + \sqrt{b-1}$ (*) ; ($a \geq 1, b \geq 1$) ch/m : $a + b = ab$ Vì $a \geq 1, b \geq 1 \Rightarrow a-1 \geq 0, b-1 \geq 0, a+b \geq 0$ (*) $\Leftrightarrow a+b = a-1+b-1 + 2\sqrt{(a-1)(b-1)}$ $\Leftrightarrow \sqrt{(a-1)(b-1)} = 1 \Leftrightarrow ab - a - b + 1 = 1$ $\Leftrightarrow a + b = ab$ (dpcm)</p>
2 (3đ)	<p>Cho (P): $y = x^2$ và (d) : $y = 2(1-m)x + 3$ (m là tham số)</p> <p>Vẽ (P) :</p>

x	-2	-1	0	1	2
y	4	1	0	1	4



2) Ch/m : (P) & (d) luôn cắt nhau tại 2 điểm phân biệt với mọi m

Phương trình hoành độ giao điểm :

$$x^2 = 2(1-m)x + 3 \Leftrightarrow x^2 - 2(1-m)x - 3 = 0$$

C1: vì a,c trái dấu nên phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt \rightarrow đpcm

C2: ta có : $\Delta' = (1-m)^2 + 3 > 0$, với mọi m

\rightarrow (P) & (d) luôn cắt nhau tại 2 điểm phân biệt với mọi m

3) Tìm m để (P) & (d) cắt nhau tại điểm có tung độ bằng 1

Gọi $A = (P) \cap (d) \Rightarrow A(x; 1)$

Thay tọa độ điểm A vào (P), Ta được : $x^2 = 1 \rightarrow x = 1$ hoặc $x = -1$

* Với $x = 1 \rightarrow A(1; 1)$ thay vào (d) $\rightarrow m = 2$

* Với $x = -1 \rightarrow A(-1; 1)$ thay vào (d) $\rightarrow m = 0$

Cho (O, R) đường kính ABC nằm trên đường tròn (khác A và B). M là điểm chính giữa của cung nhỏ BC.

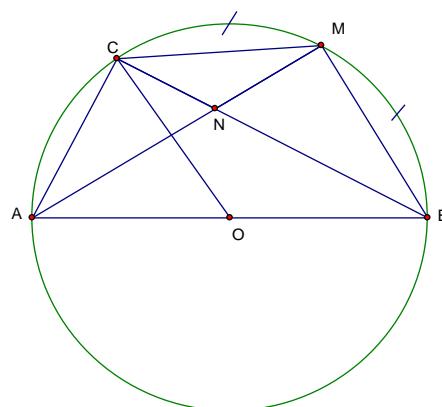
1) Ch/m: AM là phân giác góc BAC

Ta có : cung MB = cung MC (gt)

Nên : $BAM = MAC$ (2 góc nội tiếp chắn 2 cung bằng nhau)

Suy ra : AM là phân giác góc BAC

3
(3,5đ)



2) Biết AC = R Tính BC, MB

Ta có : $ACB = 90^\circ$ (góc nt chắn nửa đtròn)

Áp dụng đly Pitago : $BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{(2R)^2 - R^2} = R\sqrt{3}$

	<p>ΔOAC đều ($OA=OC=AC=R$)</p> $\Rightarrow AOC = 60^\circ \Rightarrow COB = 120^\circ \Rightarrow \angle BOC = 120^\circ \Rightarrow \angle BOM = \frac{1}{2} \angle BOC = 60^\circ$ <p>và: $AOC = 60^\circ \Rightarrow \angle OAC = 60^\circ$</p> $\Rightarrow BM = AC \Rightarrow BM = AC = R$
	<p>3) <u>BC cắt AM tại N . ch/m: $MN \cdot MA = MC^2$</u>.</p> <p>Xét ΔACM và ΔCNM có :</p> $AMN chung \text{ và } \angle CAM = \angle MCB (do CM = BM)$ $\Rightarrow \Delta ACM \sim \Delta CNM \Rightarrow \frac{MC}{MN} = \frac{AM}{MC} \Rightarrow MN \cdot AM = MC^2$
4 (1đ)	<p>Ch/m : $P = x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + 1 \geq 0$, với mọi m .</p> <p>Ta có :</p> $\begin{aligned} P &= x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + 1 = x^4 - 2x^3 + x^2 + x^2 - 2x + 1 \\ &= (x^4 - 2x^3 + x^2) + (x^2 - 2x + 1) \\ &= (x^2 - x)^2 + (x - 1)^2 \geq 0, \text{ với mọi m} \end{aligned}$ <p>“=” xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x = 0 \\ x - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1$</p>

ĐỀ 074

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT TP.ĐÀ
 NẴNG Năm học: 2011 - 2012
 ĐỀ CHÍNH THỨC MÔN: TOÁN
 Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1: (2,0 điểm)

3) Giải phương trình: $(2x+1)(3-x)+4=0$

$$\begin{cases} 3x - |y| = 1 \\ 5x + 3y = 11 \end{cases}$$

4) Giải hệ phương trình:

Bài 2: (1,0 điểm)

Rút gọn biểu thức $Q = \left(\frac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-1} + \frac{5-\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1} \right) : \frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$.

Bài 3: (2,0 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 2x - 2m^2 = 0$ (m là tham số).

a) Giải phương trình khi $m = 0$

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 khác 0 và thỏa điều kiện $x_1^2 = 4x_2^2$.

Bài 4: (1,5 điểm)

Một hình chữ nhật có chu vi bằng 28 cm và mỗi đường chéo của nó có độ dài 10 cm. Tìm độ dài các cạnh của hình chữ nhật đó.

Bài 5: (3,5 điểm)

Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn đường kính AD. Gọi M là một điểm di động trên cung nhỏ AB (M không trùng với các điểm A và B).

a) Chứng minh rằng MD là đường phân giác của góc BMC.

b) Cho $AD = 2R$. Tính diện tích của tứ giác ABDC theo R

c) Gọi K là giao điểm của AB và MD, H là giao điểm của AD và MC. Chứng minh rằng ba đường thẳng AM, BD, HK đồng quy.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

TP.ĐÀ NẴNG Năm học: 2011 - 2012

ĐỀ CHÍNH THỨC MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút

BÀI GIẢI

Bài 1:

a) $(2x + 1)(3-x) + 4 = 0$ (1) $\Leftrightarrow -2x^2 + 5x + 3 + 4 = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 5x - 7 = 0$ (2)

Phương trình (2) có $a - b + c = 0$ nên phương trình (1) có 2 nghiệm là

$$x_1 = -1 \text{ và } x_2 = \frac{7}{2}$$

b) $\begin{cases} 3x - |y| = 1 \\ 5x + 3y = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - y = 1, y \geq 0 \\ 5x + 3y = 11 \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} 3x + y = 1, y < 0 \\ 5x + 3y = 11 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - y = 1, y \geq 0 \\ 14x = 14 \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} 3x + y = 1, y < 0 \\ -4x = 8 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 1 \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} y = 7, y < 0 \\ x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 1 \end{cases}$$

Bài 2: Q =

$$\begin{aligned} & [\frac{\sqrt{3}(\sqrt{2}-1)}{\sqrt{2}-1} + \frac{\sqrt{5}(\sqrt{5}-1)}{\sqrt{5}-1}] : \frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = [\sqrt{3}+\sqrt{5}] : \frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} \\ & = \frac{(\sqrt{3}+\sqrt{5})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{2} = 1 \end{aligned}$$

Bài 3:

a) $x_2 - 2x - 2m^2 = 0$ (1)

$m=0$, (1) $\Leftrightarrow x_2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x(x - 2) = 0 \Leftrightarrow x=0$ hay $x=2$

b) $\Delta' = 1 + 2m^2 > 0$ với mọi $m \Rightarrow$ phương trình (1) có nghiệm với mọi m

Theo Viet, ta có: $x_1 + x_2 = 2 \Rightarrow x_1 = 2 - x_2$

Ta có: $x_1^2 = 4x_2^2 \Rightarrow (2 - x_2)^2 = 4x_2^2 \Leftrightarrow 2 - x_2 = 2x_2$ hay $2 - x_2 = -2x_2$
 $\Leftrightarrow x_2 = 2/3$ hay $x_2 = -2$.

Với $x_2 = 2/3$ thì $x_1 = 4/3$, với $x_2 = -2$ thì $x_1 = 4$

$$\Rightarrow -2m^2 = x_1 \cdot x_2 = 8/9 \text{ (loại)} \text{ hay } -2m^2 = x_1 \cdot x_2 = -8 \Leftrightarrow m = \pm 2$$

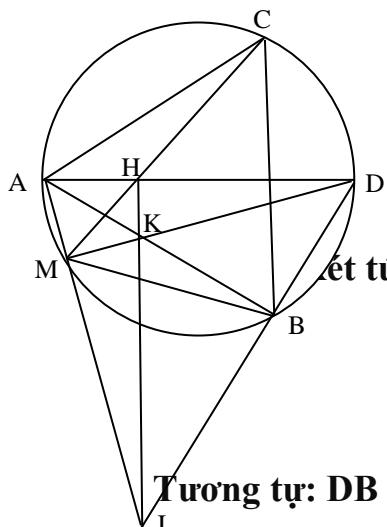
Bài 4: Gọi a, b là độ dài của 2 cạnh hình chữ nhật.

Theo giả thiết ta có: $a + b = 14$ (1) và $a^2 + b^2 = 102 = 100$ (2)

Từ (2) $\Rightarrow (a + b)^2 - 2ab = 100$ (3). Thay (1) vào (3) $\Rightarrow ab = 48$ (4)

Từ (1) và (4) ta có a, b là nghiệm của phương trình: $X^2 - 14X + 48 = 0$

$$\Rightarrow a = 8 \text{ cm và } b = 6 \text{ cm}$$

**Bài 5:**

a) Ta có: cung DC = cung DB chẵn 600° nên góc CMD =
góc DMB = 300°
 \Rightarrow MD là phân giác của góc BMC

Làm tú giác ABCD có 2 đường chéo AD và BC vuông góc nhau nên :

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AD \cdot BC = \frac{1}{2} 2R \cdot R\sqrt{3} = R^2 \sqrt{3}$$

c) Ta có góc AMD = 900° (chẵn $\frac{1}{2}$ đường tròn)

Tương tự: DB \perp AB, vậy K chính là trực tâm của $\triangle IAD$ (I là giao điểm của AM và DB)

Xét tứ giác AHKM, ta có:

góc HAK = góc HMK = 300, nên dễ dàng \Rightarrow tứ giác này nội tiếp.

Vậy góc AHK = góc AMK = 900

Nên KH vuông góc với AD

Vậy HK chính là đường cao phát xuất từ I của ΔIAD

Vậy ta có AM, BD, HK đồng quy tại I.

TS. Nguyễn Phú Vinh

(Trường THPT Vĩnh Viễn - TP.HCM)

ĐỀ 075

Bài 1: (2 điểm)

Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^2 + 2y = 8 \\ y^2 - 2x = 8 \end{cases}$$

Bài 2: (2 điểm)

Chứng minh rằng phương trình: $x^4 - 2(m^2 + 2)x^2 + m^4 + 3 = 0$ luôn có 4 nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3, x_4 với mọi giá trị của m .

Tìm giá trị m sao cho $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 = 11$.

Bài 3: (3 điểm)

Cho hình vuông cố định PQRS. Xét một điểm M thay đổi ở trên cạnh PQ ($M \neq P, M \neq Q$). Đường thẳng RM cắt đường chéo QS của hình vuông PQRS tại E. Đường tròn ngoại tiếp tam giác RMQ cắt đường thẳng QS tại F ($F \neq Q$). Đường thẳng RF cắt cạnh SP của hình vuông PQRS tại N.

1. Chứng tỏ rằng: $ERF = QRE + SRF$.
2. Chứng minh rằng khi M thay đổi trên cạnh PQ của hình vuông PQRS thì đường tròn ngoại tiếp tam giác MEF luôn đi qua một điểm cố định.
3. Chứng minh rằng: $MN = MQ + NS$.

Bài 4: (2 điểm)

Tìm tất cả các cặp số nguyên p, q sao cho đẳng thức sau đúng:

$$\sqrt{p-2} + \sqrt{q-3} = \sqrt{pq - 2p - q + 1}$$

Bài 5: (1 điểm)

Chứng minh với mọi số thực x, y, z luôn có:

$$|x+y-z| + |y+z-x| + |z+x-y| + |x+y+z| \geq 2(|x| + |y| + |z|)$$

B.1	$\begin{cases} x^2 + 2y = 8 \\ y^2 - 2x = 8 \end{cases}$	(2đ)
	Ta có: $(x^2 + 2y) - (y^2 - 2x) = 0$.	0,25
	Hay $(x+y)(x-y+2) = 0$.	0,25
	+ Nếu $x+y=0$, thay $y=-x$ vào phương trình đầu thì: $x^2 - 2x = 8 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 8 = 0$	0,25
	Giải ra: $x=4; x=-2$	0,25
	Trường hợp này hệ có hai nghiệm: $(x; y) = (4; -4); (x; y) = (-2; 2)$	0,25
	+ Nếu $x-y+2=0$, thay $y=x+2$ vào phương trình đầu thì: $x^2 + 2(x+2) = 8 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 4 = 0$	0,25
	Giải ra: $x = -1 - \sqrt{5}; x = -1 + \sqrt{5}$.	0,25
	Trường hợp này hệ có hai nghiệm: $(x; y) = (-1 - \sqrt{5}; 1 - \sqrt{5}); (x; y) = (-1 + \sqrt{5}; 1 + \sqrt{5})$	0,25
B.2	$x^4 - 2(m^2 + 2)x^2 + m^4 + 3 = 0 \quad (1)$	(2đ)
	Đặt: $t = x^2$, ta có: $t^2 - 2(m^2 + 2)t + m^4 + 3 = 0 \quad (2) \quad (t \geq 0)$.	0,25
	Ta chứng tỏ (2) luôn có hai nghiệm: $0 < t_1 < t_2$.	0,25
	$\Delta' = (m^2 + 2)^2 - (m^4 + 3) = 4m^2 + 1 > 0$ với mọi m . Vậy (2) luôn có hai nghiệm phân biệt t_1, t_2 .	0,25
	$t_1 \cdot t_2 = m^4 + 3 > 0$ với mọi m .	0,25
	$t_1 + t_2 = 2(m^2 + 2) > 0$ với mọi m .	0,25
	Do đó phương trình (1) có 4 nghiệm: $-\sqrt{t_1}, +\sqrt{t_1}, -\sqrt{t_2}, +\sqrt{t_2}$.	
	$\begin{aligned} x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 &= (-\sqrt{t_1})^2 + (\sqrt{t_1})^2 + (-\sqrt{t_2})^2 + (\sqrt{t_2})^2 + (-\sqrt{t_1}) \cdot (\sqrt{t_1}) \cdot (-\sqrt{t_2}) \cdot (\sqrt{t_2}) \\ &= 2(t_1 + t_2) + t_1 \cdot t_2 \end{aligned}$	0,25
	$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 = 4(m^2 + 2) + m^4 + 3 = m^4 + 4m^2 + 11$.	0,25
	$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 = 11 \Leftrightarrow m^4 + 4m^2 + 11 = 11 \Leftrightarrow m^4 + 4m^2 = 0 \Leftrightarrow m = 0$	0,25

B.3		3 đ
Câu 3.I		(1đ)

		Hình vẽ đúng	0,25
		Đường tròn ngoại tiếp tam giác RMQ có đường kính RM . $ERF = MRF = MQF = 45^\circ$ (3)	0,25
		F nằm trong đoạn ES. $90^\circ = QRE + ERF + FRS$ Do đó : $QRE + SRF = 45^\circ$ (4)	0,25
		Từ (3) và (4) : $ERF = QRE + SRF$.	0,25
Câu 3.2			(1đ)
	Ta chứng minh đường tròn ngoại tiếp tam giác MEF luôn qua điểm cố định P.	0,25	
	Ta có : $NSE = 45^\circ = NRE$. Do đó N, S, R, E ở trên đường tròn đường kính NR.	0,25	
	Ta cũng có: $FME = 45^\circ = FNE$. Do đó N, F, E, M ở trên đường tròn đường kính MN.	0,25	
	Do $MPN = 90^\circ$ nên đường tròn ngoại tiếp tam giác MEF đi qua điểm P.	0,25	
Câu 3.3			(1đ)
	Tam giác RMN có hai đường cao MF và NE. Gọi H là giao điểm của MF và NE, ta có RH là đường cao thứ ba. RH vuông góc với MN tại D. Do đó : $DRM = ENM$.	0,25	
	Ta có: $ENM = EFM$ (do M, N, F, E ở trên một đường tròn); $EFM = QFM = QRM$ (do M, F, R, Q ở trên một đường tròn). Suy ra: $DRM = QRM$. D nằm trong đoạn MN.	0,25	
	Hai tam giác vuông DRM và QRM bằng nhau, suy ra : $MQ = MD$	0,25	
	Tương tự : Hai tam giác vuông DRN và SRN bằng nhau, suy ra : $NS = ND$. Từ đó : $MN = MQ + NS$	0,25	
B. 4	$\sqrt{p-2} + \sqrt{q-3} = \sqrt{pq - 2p - q + 1}$ (α)		(2đ)
	Điều kiện: $p-2 \geq 0$, $q-3 \geq 0$, $pq - 2p - q + 1 \geq 0$. (p, q là các số nguyên)		0,25
	Bình phương hai vế của (α): $2\sqrt{p-2} \cdot \sqrt{q-3} = pq - 3p - 2q + 6$.		0,25

	Hay : $2\sqrt{(p-2)(q-3)} = (p-2)(q-3)$.	0,25
	Tiếp tục bình phương : $4(p-2)(q-3) = (p-2)^2(q-3)^2$.	0,25
	+ Nếu $p=2$ thì (α) trở thành: $\sqrt{0} + \sqrt{q-3} = \sqrt{q-3}$, đúng với mọi số nguyên $q \geq 3$ tùy ý.	0,25
	+ Nếu $q=3$ thì (α) trở thành: $\sqrt{p-2} + \sqrt{0} = \sqrt{p-2}$, đúng với mọi số nguyên $p \geq 2$ tùy ý.	0,25
	+ Xét $p > 2$ và $q > 3$. Ta có: $4 = (p-2)(q-3)$ (p, q là các số nguyên) Chỉ xảy ra các trường hợp: 1/ $p-2=1, q-3=4$; 2/ $p-2=2, q-3=2$; 3/ $p-2=4, q-3=1$.	0,25
	Ta có thêm các cặp ($p; q$): $(3; 7)$, $(4; 5)$, $(6, 4)$. Kiểm tra lại đẳng thức (α): $\sqrt{1} + \sqrt{4} = \sqrt{9}$; $\sqrt{2} + \sqrt{2} = \sqrt{8}$; $\sqrt{4} + \sqrt{1} = \sqrt{9}$	0,25
B.5	$ x+y-z + y+z-x + z+x-y + x+y+z \geq 2(x + y + z)$ (*)	(1đ)
	Đặt: $a = x+y-z$, $b = y+z-x$, $c = z+x-y$. Trong ba số a, b, c bao giờ cũng có ít nhất hai số cùng dấu, chẵng hạn: $a \cdot b \geq 0$. Lúc này: $ x+y-z + y+z-x = a + b = a+b = 2 y $	0,25
	Ta có: $x+y+z = a+b+c$; $2x = a+c$; $2z = b+c$. Do đó để chứng minh (*) đúng, chỉ cần chứng tỏ: $ c + a+b+c \geq a+c + b+c $ (***) đúng với $a \cdot b \geq 0$.	0,25
	Ta có: (***) $\Leftrightarrow c \cdot a+b+c + ab \geq a+c \cdot b+c \Leftrightarrow ca+cb+c^2 + ab \geq (ca+cb+c^2) + ab $ (***)	0,25
	Đặt: $ca+cb+c^2 = A$; $ab = B$, ta có $B = B $ (do $a \cdot b \geq 0$) ta có: (***) $\Leftrightarrow A + B \geq A+B \Leftrightarrow A \cdot B \geq AB \Leftrightarrow AB \geq AB$. Dấu đẳng thức xảy ra trong trường hợp các số: $a, b, c, a+b+c$ chia làm 2 cặp cùng dấu. Ví dụ: $ab \geq 0$ và $c(a+b+c) \geq 0$.	0,25
	<u>Chú ý:</u> Có thể chia ra các trường hợp tùy theo dấu của a, b, c (có 8 trường hợp) để chứng minh(*)	

ĐỀ 076

UBND TỈNH AN GIANG SỞ GIÁO
DỤC-ĐÀO TẠO

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN THOẠI NGỌC HẦU
NĂM HỌC 2011-2012

ĐỀ CHÍNH THỨC**MÔN TOÁN**

*Thời gian làm bài: 120 phút,
(không kể thời gian giao đề)*

SBD..... Phòng....

Câu I (2,0 điểm)

1. Rút gọn rồi tính giá trị của biểu thức (không sử dụng máy tính):

$$A = 3x - 2 + \sqrt{2x^2 - 2x\sqrt{2} + 1}, \text{ với } x = -\sqrt{2}$$

$$2. \text{Tính: } \left(\frac{\sqrt{21} - \sqrt{7}}{\sqrt{3} - 1} + \frac{\sqrt{15} - \sqrt{3}}{1 - \sqrt{5}} \right) : \frac{4\sqrt{5}}{\sqrt{3} + \sqrt{7}}$$

Câu II (2,0 điểm)

Giải các phương trình sau:

$$1. \frac{1}{1-2x} = \frac{2}{1+2x} + \frac{1}{1-4x^2}$$

$$2. x^3 - 3x^2 - 4x = 0$$

Câu III (1,5 điểm)

Trong mặt phẳng Oxy, cho parabol (P): $y = -\frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (d):

$$y = mx + m - 1.$$

1. Chứng minh đường thẳng (d) luôn cắt parabol tại 2 điểm phân biệt khi m thay đổi.
2. Với giá trị nào của m thì đường thẳng (d) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2.

Câu IV (1,5 điểm)

$$1. \text{Giải hệ phương trình: } \begin{cases} 5x^2 - 7y = 27 \\ -3x^2 + 2y = -14 \end{cases}$$

2. Chứng minh bất đẳng thức: $a.b > a+b$, với $a > 2$ và $b > 2$.

Câu V (3,0 điểm)

Cho nửa đường tròn tâm O, đường kính AB=2r, Ax và By là 2 tiếp tuyến với nửa đường tròn tại A và B. Lấy 1 điểm M thuộc cung AB và vẽ tiếp tuyến thứ ba cắt Ax, By lần lượt tại C và D.

1. Chứng minh COD là tam giác vuông.
2. Chứng minh tích AC.BD có giá trị không đổi khi M di động trên cung AB.
3. Cho góc AOM bằng 60 độ và I là giao điểm của AB và CD. Tính theo r độ dài các đoạn AC, BD và thể tích của hình do hình thang vuông ABDC quay quanh AB sinh ra.

HẾT

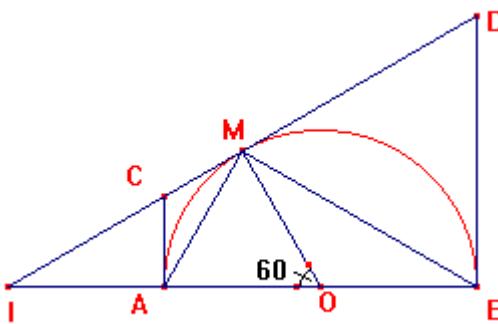
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO AN GIANG <hr/> ĐỀ CHÍNH THỨC	HƯỚNG DẪN CHÂM THI TUYỂN SINH LỚP 10 TRƯỜNG THPT CHUYÊN THOẠI NGỌC HẦU Năm học 2011-2012-Khóa ngày 15-6-2011 Môn: TOÁN <hr/>
--	---

A-LƯỢC GIẢI-BIỂU ĐIỂM

Câu điểm)	Bài	Lược giải	Điểm
	1	Ta có: $2x^2 - 2x\sqrt{2} + 1 = (x\sqrt{2} - 1)^2$ <p>Do đó :</p>	

I (2 đ)	$A = 3x - 2 + \sqrt{(x\sqrt{2} - 1)^2}$ $A = 3x - 2 + x\sqrt{2} - 1 $ <p>Vì $x = -\sqrt{2}$ nên $x\sqrt{2} - 1 = -3 = 3$</p> <p>Vậy: $A = 1 - 3\sqrt{2}$</p>	1,0
II (2 đ)	<p>1</p> <p>Điều kiện: $x \neq \pm \frac{1}{2}$</p> <p>Quy đồng và khử mẫu, được:</p> $1 + 2x = 2(1 - 2x) + 1$ $\Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$ (thỏa điều kiện) <p>Vậy nghiệm của phương trình cho là $x = 1/3$.</p> <p>2</p> $x^3 - 3x^2 - 4x = 0$ $\Leftrightarrow x(x^2 - 3x - 4) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 4 \end{cases}$	1,0
III (1,5đ)	<p>1</p> <p>Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d):</p> $-\frac{1}{2}x^2 = mx + m - 1$ $\Leftrightarrow x^2 + 2mx + 2m - 2 = 0 \quad (*)$ $(*) \Rightarrow \Delta' = m^2 - (2m - 2) = m^2 - 2m + 2$ $= (m - 1)^2 + 1 > 0, \quad \forall m \in R$	1,0

	2	Vậy phương trình (*) luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m. Nói cách khác (d) luôn cắt (P) tại 2 điểm phân biệt khi m thay đổi. Thay tọa độ giao điểm của (d) với trục tung vào phương trình đường thẳng: $2 = m \cdot 0 + m - 1$ Suy ra $m=3$ Vậy với $m = 3$ thì (d) cắt trục tung tại điểm $(0;2)$.	1,0 0,5
IV (1,5đ)	1	$\begin{cases} 5x^2 - 7y = 27 & (1) \\ -3x^2 + 2y = -14 & (2) \end{cases}$ $(1) \Rightarrow y = \frac{5x^2 - 27}{7}, \text{ thay vào (2):}$ $-3x^2 + 2 \cdot \frac{5x^2 - 27}{7} = -14$ $\Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm 2$ $\text{Với } x = \pm 2 \Rightarrow y = \frac{5 \cdot 4 - 27}{7} = -1$ <p>Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm $(2;-1)$ và $(-2;-1)$.</p>	0,75
	2	$a \cdot b > a+b$, với $a > 2$ và $b > 2$. Vì $a > 2$ và $b > 0$ nên $a \cdot b > 2 \cdot b$ (1) Vì $b > 2$ và $a > 0$ nên $b \cdot a > 2 \cdot a$ (2) Cộng (1) và (2) ta được: $2ab > 2(a+b) \Leftrightarrow ab > a+b$ (đpcm)	0,75
V (3,0đ)	1	<p>Theo tính chất của các tiếp tuyến cắt nhau, ta có OC là tia phân giác của góc AOM và OD là tia phân giác của góc BOM. Mà AOM, BOM là 2 góc kề bù. Suy ra $OC \perp OD$</p>	0,25 0,75

	<p>2 Vậy tam giác COD vuông tại O.</p> <p>Theo tính chất của 2 tiếp tuyến cắt nhau, ta có: $CA = CM; DB = DM$.</p> <p>Trong tam giác vuông COD với đường cao OM, ta có: $OM^2 = MC \cdot MD \Leftrightarrow r^2 = MC \cdot MD = AC \cdot BD$</p> <p>Vậy khi M di động trên nửa đường tròn, tích $AC \cdot BD$ có giá trị không đổi (bằng r^2).</p>	0,75
3	 <p>Tam giác cân AOM ($OA=OM=r$) có góc $AOM = 60^\circ$ nên nó là tam giác đều. Suy ra $AM=AO= MO= r$.</p> <p>Lại có tam giác IOM vuông tại M nên $AM=AI=AO=r$ và góc $MIO=30^\circ$.</p> <p>Tam giác AIC vuông tại A có góc $\hat{I} = 30^\circ$ nên</p> $AC = IA \cdot \tan 30^\circ = \frac{r\sqrt{3}}{3}.$ $AC \cdot BD = r^2 \Rightarrow BD = \frac{r^2}{AC} = r\sqrt{3}$ <p>Thể tích hình nón cùt sinh ra bởi hình thang vuông ABDC quay quanh AB:</p> $V = \frac{1}{3}\pi \cdot AB(AC^2 + BD^2 + AC \cdot BD) = \frac{1}{3}\pi \cdot 2r \left(\frac{r^2}{3} + 3r^2 + r^2 \right) = \frac{26\pi \cdot r^3}{9}$	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25

B-HƯỚNG DẪN:

- 1-Học sinh làm cách khác mà đúng vẫn được điểm tối đa.
- 2-Trong bài hình học, chỉ chấm hình vẽ 1 lần –nếu đúng; không có hình hoặc hình sai thì không chấm phần lời giải tương ứng.
- 3-Điểm số có thể chia nhỏ tới 0,25. Tổng điểm toàn bài không làm tròn.

ĐỀ 77

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH BÀ RỊA-VŨNG TÀU
ĐỀ CHÍNH THỨC**

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT

Năm học 2015 – 2016

MÔN THI: TOÁN

Ngày thi: 15 tháng 6 năm 2015

Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1: (2,5 điểm)

a) Giải phương trình: $x(x+3) = x^2 + 6$

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 3x - 2y = 11 \\ x + 2y = 1 \end{cases}$

c) Rút gọn biểu thức: $P = \frac{2}{\sqrt{3}-1} - \sqrt{27} + \frac{3}{\sqrt{3}}$

Bài 2: (2,0 điểm)

Cho parabol (P): $y = x^2$

a) Vẽ Parabol (P)

b) Tìm tọa độ các giao điểm của (P) và đường thẳng (d): $y = 2x + 3$

Bài 3: (1,5 điểm)

a) Cho phương trình $x^2 + x + m - 2 = 0$ (1). Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1^2 + 2x_1x_2 - x_2 = 1$.

b) Giải phương trình $\frac{1}{x^2 - x} - 2x^2 + 2x + 1 = 0$

Bài 4: (3,5 điểm)

Cho đường tròn (O) và một điểm A nằm ngoài (O). Dựng cát tuyến AMN không đi qua O, M nằm giữa A và N. Dựng hai tiếp tuyến AB, AC với (O) (B, C là hai tiếp điểm và C thuộc cung nhỏ MN). Gọi I là trung điểm của MN.

a) Chứng minh tứ giác OI nội tiếp.

b) Hai tia BO và CI lần lượt cắt (O) tại D và E (D khác B, E khác C). Chứng minh góc CED = góc BAO.

c) Chứng minh OI vuông góc với BE

d) Đường thẳng OI cắt đường tròn tại P và Q (I thuộc OP); MN cắt BC tại F; T là giao điểm thứ hai của PF và (O). Chứng minh ba điểm A; T; Q thẳng hàng.

Bài 5: (0,5 điểm) Cho hai số dương x, y thỏa $x \geq 2y$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{2x^2 + y^2 - 2xy}{xy}$$

HƯỚNG DẪN GIẢI

Bài 1: (2,5 điểm)

a) Giải phương trình: $x(x+3) = x^2 + 6$

Phương trình tương đương với: $x^2 + 3x - x^2 - 6 = 0$

$$\Leftrightarrow x = 2$$

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x = 2$.

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 3x - 2y = 11 \\ x + 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x = 12 \\ x + 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (3; -1)$

c) Rút gọn biểu thức: $P = \frac{2}{\sqrt{3}-1} - \sqrt{27} + \frac{3}{\sqrt{3}}$

$$\text{Ta có: } P = \frac{2(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} - 3\sqrt{3} + \sqrt{3} = \frac{2(\sqrt{3}+1)}{3-1} - 2\sqrt{3} = \sqrt{3} + 1 - 2\sqrt{3} = 1 - \sqrt{3}$$

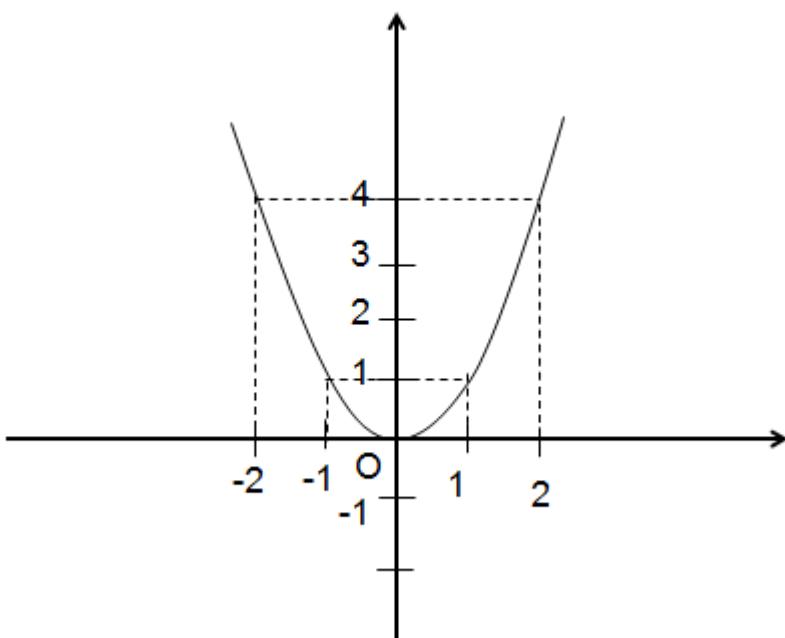
Bài 2: (2,0 điểm)

Cho parabol (P): $y = x^2$

a) Vẽ Parabol (P)

Bảng giá trị:

x	-2	-1	0	1	2
y	4	1	0	1	4



b) Tìm tọa độ các giao của (P) và đường thẳng (d): $y = 2x + 3$

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là: $x^2 = 2x + 3$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$$

Ta có: $a = 1$; $b = -2$; $c = -3$

Có: $a - b + c = 0$

Nên phương trình có 2 nghiệm: $x = -1$; $x = -c/a = 3$

Với $x = -1$ ta có $y = 1 \Rightarrow A(-1; 1)$

Với $x = 3$ ta có $y = 9 \Rightarrow B(3; 9)$

Vậy d cắt (P) tại 2 điểm phân biệt A và B như trên.

Bài 3: (1,5 điểm)

a) Cho phương trình $x^2 + x + m - 2 = 0$ (1). Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1^2 + 2x_1x_2 - x_2 = 1$.

+ Để pt có 2 nghiệm phân biệt thì $\Delta = 9 - 4m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{9}{4}$

+ Theo Viet ta có: $x_1 + x_2 = -1$; $x_1 \cdot x_2 = m - 2$

Khi $m < \frac{9}{4}$ thì pt có 2 nghiệm phân biệt nên $x_1^2 + x_1 + m - 2 = 0 \Leftrightarrow x_1^2 = -x_1 - m + 2$

$$x_1^2 + 2x_1x_2 - x_2 = 1 \Leftrightarrow -x_1 - m + 2 + 2x_1x_2 - x_2 = 1$$

$$\text{+Ta có} \Leftrightarrow -(x_1 + x_2) - m + 2 + 2x_1x_2 = 1$$

$$\Leftrightarrow 1 - m + 2 + 2(m - 2) = 1 \Leftrightarrow m = 2$$

b) Giải phương trình $\frac{1}{x^2 - x} - 2x^2 + 2x + 1 = 0$ ĐK: $\begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x^2 - x} - 2(x^2 - x) + 1 = 0. \quad (1) \text{ Đặt } t = x^2 - x \quad (t \neq 0)$$

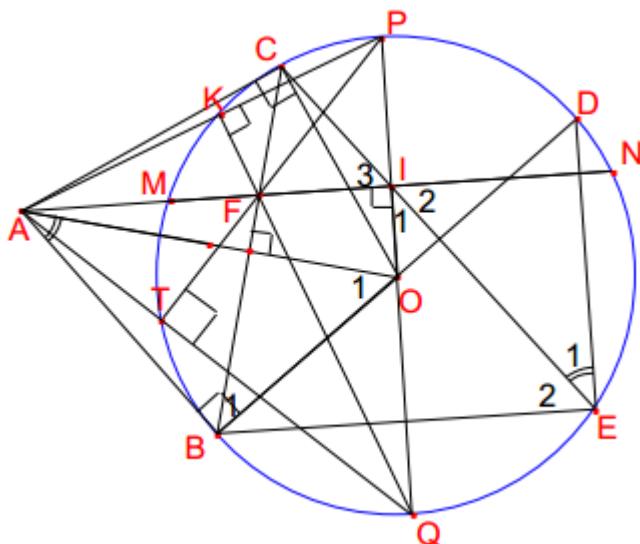
$$(1) \Leftrightarrow \frac{1}{t} - 2t + 1 = 0 \Leftrightarrow 2t^2 - t - 1 = 0.$$

Có: $a + b + c = 2 - 1 - 1 = 0$ nên phương trình có 2 nghiệm: $x_1 = 1; x_2 = -1/2$.

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt: $x_1 = 1; x_2 = -1/2$.

Bài 4: (3,5 điểm)

a\ Chứng minh tứ giác OI nội tiếp.



+ Ta có $\angle ABO = 90^\circ$ (tctt)

$\angle AIO = 90^\circ$ ($IM = IN$)

+ Suy ra $\angle ABO + \angle AIO = 180^\circ$ nên tứ giác $ABOI$ nội tiếp đường tròn đường kính AO .

b\ Chứng minh $\angle CED = \angle BAO$

+ Vì $AB; AC$ là hai tiếp tuyến của (O) nên $AO \perp BC$

+ Ta có: $E_1 = B_1$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung CD của đường tròn (O))

$\angle BAO = B_1$ (cùng phụ O_1)

Suy ra $E_1 = BAO$ hay $\angle CED = \angle BAO$

c) Chứng minh OI vuông góc với BE

+ Ta có: $E_2 = ABC$ (cùng chắn cung BC); $\angle ABC = I_3$ (A, B, O, I, C cùng thuộc đường tròn đường kính AO);

$I_3 = I_2$ (đđ)

Suy ra $E_2 = I_2$. Mà hai góc này ở vị trí so le trong nên $MN // BE$.

+ Ta lại có $MN \perp OI$ ($IM = IN$) nên $OI \perp BE$

d) Chứng minh ba điểm $A; T; Q$ thẳng hàng.

+ Gọi K là giao điểm OF và AP

+ Ta có $\angle QKP = 90^\circ$ (góc nt chắn nửa đường tròn) nên $QK \perp AP$

+ Trong tam giác APQ có hai đường cao AI và QK cắt nhau tại F nên F là trực tâm.

Suy ra PF là đường cao thứ 3 của tam giác APQ nên $PF \perp QA$ (1)

+ Ta lại có $\angle QTP = 90^\circ$ (góc nt chắn nửa đường tròn) nên $PF \perp QT$ (2)

Từ (1);(2) suy ra $QA \equiv QT$. Do đó 3 điểm $A; T; Q$ thẳng hàng.

Bài 5: (0,5 điểm) Cho hai số dương x, y thỏa $x \geq 2y$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{2x^2 + y^2 - 2xy}{xy}$$

$$\begin{aligned}
 P &= \frac{2x^2 + y^2 - 2xy}{xy} = \frac{x^2 + y^2 + x^2 - 2xy}{xy} = \frac{x^2 + y^2}{xy} + \frac{x^2 - 2xy}{xy} \\
 &= \frac{4x^2 + 4y^2}{4xy} + \frac{x^2 - 2xy}{xy} = \frac{3x^2}{4xy} + \frac{x^2 + 4y^2}{4xy} + \frac{x(x-2y)}{xy} \\
 &= \frac{3}{4} \cdot \frac{x}{y} + \frac{x^2 + 4y^2}{4xy} + \frac{x-2y}{y} \geq \frac{3}{4} \cdot 2 + 1 + 0 = \frac{5}{2}
 \end{aligned}$$

vì $\begin{cases} \frac{x}{y} \geq 2 \\ x^2 + 4y^2 \geq 2\sqrt{x^2 \cdot 4y^2} = 4xy \\ x-2y \geq 0 \\ y > 0 \end{cases}$

$$\Rightarrow P_{\min} = \frac{5}{2} \text{ khi } x = 2y$$

ĐỀ 78

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

VĨNH LONG

NĂM HỌC 2017 – 2018

Môn thi: TOÁN

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

Bài 1. (1.0 điểm)

Tính giá trị biểu thức sau:

a) $A = 3\sqrt{8} - 2\sqrt{18} + 4\sqrt{72}$ b) $B = \sqrt{6-2\sqrt{5}} - \sqrt{(1+\sqrt{5})^2}$

Bài 2. (2.5 điểm) Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a) $5x^2 - 16x + 3 = 0$ b) $x^4 + 9x^2 - 10 = 0$ c) $\begin{cases} 3x - 2y = 10 \\ x + 3y = 7 \end{cases}$

Bài 3. (1.5 điểm)

a) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho Parabol (P): $y = 2x^2$. Vẽ đồ thị parabol (P).

b) Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m-1 = 0$ (m là tham số). Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $3x_1 + x_2 = 0$.

Bài 4. (1.0 điểm)

Hai vòi nước cùng chảy vào một cái bể không có nước trong 6 giờ thì đầy bể. Nếu để riêng vòi thứ nhất chảy trong 2 giờ, sau đó đóng lại và mở vòi thứ hai chảy tiếp trong 3 giờ nữa thì được $\frac{2}{5}$ bể. Hỏi nếu chảy riêng thì mỗi vòi chảy đầy bể trong bao lâu?

Bài 5. (1.0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 30\text{cm}$, $AC = 40\text{cm}$. Tính độ dài đường cao AH và số đo góc B (làm tròn đến độ).

Bài 6. (2.0 điểm)

Từ điểm A nằm ngoài đường tròn (O) . Vẽ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (O) , (B, C là hai tiếp điểm).

a) Chứng minh tứ giác $ABOC$ nội tiếp được đường tròn.

b) Vẽ cát tuyến ADE của (O) sao cho cát tuyến ADE nằm giữa 2 tia $AO, AB; D, E$ thuộc đường tròn (O) và D nằm giữa A, E . Chứng minh $AB^2 = AD \cdot AE$.

c) Gọi F là điểm đối xứng của D qua AO , H là giao điểm của AO và BC . Chứng minh: ba điểm E, F, H thẳng hàng.

Bài 7. (1.0 điểm)

Cho $\sqrt{a}, \sqrt{b}, \sqrt{c}$ là độ dài các cạnh của tam giác. Giải phương trình sau:

$$ax^2 + (a+b-c)x + b = 0$$

...HẾT ...

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: SBD:

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

VĨNH LONG

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

NĂM HỌC 2017 – 2018

Môn thi: TOÁN

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN

Bài 1. (1.0 điểm)

Tính giá trị biểu thức sau:

a) $A = 3\sqrt{8} - 2\sqrt{18} + 4\sqrt{72}$

b) $B = \sqrt{6 - 2\sqrt{5}} - \sqrt{(1 + \sqrt{5})^2}$

Lời giải

a) $A = 3 \cdot 2\sqrt{2} - 2 \cdot 3\sqrt{2} + 4 \cdot 6\sqrt{2} = 24\sqrt{2}$ (bấm máy 0.25)

b) $B = \sqrt{6 - 2\sqrt{5}} - \sqrt{(1 + \sqrt{5})^2} = \sqrt{(\sqrt{5} - 1)^2} - \sqrt{(1 + \sqrt{5})^2} = |\sqrt{5} - 1| - |1 + \sqrt{5}| \Leftrightarrow B = \sqrt{5} - 1 - (1 + \sqrt{5}) = -2$ (bấm máy 0.25)

Bài 2. (2.5 điểm) Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a) $5x^2 - 16x + 3 = 0$

b) $x^4 + 9x^2 - 10 = 0$

c) $\begin{cases} 3x - 2y = 10 \\ x + 3y = 7 \end{cases}$

Lời giải

a) $5x^2 - 16x + 3 = 0$

Ta có: $\Delta = 196 > 0$

Phương trình có 2 nghiệm $x_1 = 3, x_2 = \frac{1}{5}$

b) $x^4 + 9x^2 - 10 = 0$

Đặt $t = x^2, t \geq 0$, phương trình trở thành $t^2 + 9t - 10 = 0$

Giải ra được $t = 1$ (nhận); $t = -10$ (loại)

Khi $t = 1$, ta có $x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

c) $\begin{cases} 3x - 2y = 10 \\ x + 3y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 10 \quad (1) \\ 3x + 9y = 21 \quad (2) \end{cases}$

(1) - (2) cùng vế ta được: $y = 1$

Thay $y = 1$ vào (1) ta được $x = 4$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất là $x = 4; y = 1$.

Bài 3. (1.5 điểm)

a) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho Parabol $(P): y = 2x^2$. Vẽ đồ thị parabol (P).

b) Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m-1 = 0$ (m là tham số). Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $3x_1 + x_2 = 0$.

Lời giải

a) Vẽ Parabol $(P): y = 2x^2$

Bảng giá trị giữa x và y:

x	-2	-1	0	1	2
y	8	2	0	2	8

Vẽ đúng đồ thị

b) Phương trình có $\Delta' = (m+1)^2 - 1.(m-1) = m^2 + 2m + 1 - m + 1 = m^2 + m + 2$.

$$\Delta' = m^2 + m + 2 = \left(m + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(2 - \frac{1}{4}\right) = \left(m + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} > 0, \forall m.$$

Vậy phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m .

Khi đó, theo Vi-ét $x_1 + x_2 = 2m + 2$ (1);

$$x_1 \cdot x_2 = m - 1. \quad (2)$$

Theo đề bài ta có $3x_1 + x_2 = 0$ (3)

Từ (1) và (3) suy ra $x_1 = -1 - m; x_2 = 3m + 3$ thay vào (2) ta được

$$(-1 - m)(3m + 3) = m - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

Bài 4. (1.0 điểm)

Hai vòi nước cùng chảy vào một cái bể không có nước trong 6 giờ thì đầy bể. Nếu để riêng vòi thứ nhất chảy trong 2 giờ, sau đó đóng lại và mở vòi thứ hai chảy tiếp trong 3 giờ nữa thì được $\frac{2}{5}$ bể. Hỏi nếu chảy riêng thì mỗi vòi chảy đầy bể trong bao lâu?

Lời giải

Gọi thời gian vòi thứ nhất chảy riêng đầy bể là x (giờ) ($x > 6$)

thời gian vòi thứ hai chảy riêng đầy bể là y (giờ) ($y > 6$)

Hai vòi nước cùng chảy vào một cái bể không có nước trong 6 giờ thì đầy bể

$$\Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \quad (1)$$

vòi thứ nhất chảy trong 2 giờ, sau đó đóng lại và mở vòi thứ hai chảy tiếp trong 3 giờ nữa thì được $\frac{2}{5}$ bể \Rightarrow

$$2 \cdot \frac{1}{x} + 3 \cdot \frac{1}{y} = \frac{2}{5} \quad (2)$$

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \\ 2 \cdot \frac{1}{x} + 3 \cdot \frac{1}{y} = \frac{2}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 15 \end{cases}$$

Đối chiếu với điều kiện, giá trị $x = 10$; $y = 15$ thỏa mãn.

Vậy thời gian vòi thứ nhất chảy riêng đầy bể là 10 giờ, thời gian vòi thứ hai chảy riêng đầy bể là 15 giờ.

Bài 5. (1.0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 30\text{cm}$, $AC = 40\text{cm}$. Tính độ dài đường cao AH và số đo góc B (làm tròn đến độ).

Lời giải

$$\text{Ta có } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} \Rightarrow AH = 24\text{cm}$$

$$\tan B = \frac{AC}{AB} = \frac{40}{30} \Rightarrow B \approx 53^\circ$$

Bài 6. (2.0 điểm)

Từ điểm A nằm ngoài đường tròn (O) . Vẽ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (O) , (B, C là hai tiếp điểm).

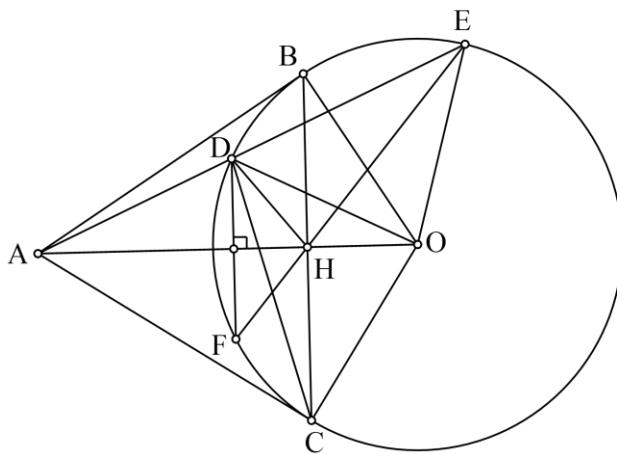
a) Chứng minh tứ giác $ABOC$ nội tiếp được đường tròn.

b) Vẽ cát tuyến ADE của (O) sao cho cát tuyến ADE nằm giữa 2 tia AO, AB ; D, E thuộc đường tròn (O) và D nằm giữa A, E . Chứng minh $AB^2 = AD \cdot AE$.

c) Gọi F là điểm đối xứng của D qua AO , H là giao điểm của AO và BC . Chứng minh: ba điểm $E,$

F, H thẳng hàng.

Lời giải



a) Chứng minh tứ giác ABOC nội tiếp được đường tròn.

$$\angle ABO = 90^\circ$$

$$\angle ACO = 90^\circ$$

$$\angle ABO + \angle ACO = 180^\circ \text{ suy ra tứ giác ABOC nội tiếp được đường tròn.}$$

b) Vẽ cát tuyến ADE của (O) sao cho ADE nằm giữa 2 tia AO, AB; D, E ∈ (O) và D nằm giữa A, E.
Chứng minh $AB^2 = AD \cdot AE$.

Tam giác ADB đồng dạng với tam giác ABE

$$\Rightarrow \frac{AB}{AE} = \frac{AD}{AB} \Leftrightarrow AB^2 = AD \cdot AE$$

c) Gọi F là điểm đối xứng của D qua AO, H là giao điểm của AO và BC. Chứng minh: ba điểm E, F, H thẳng hàng.

Ta có $\angle DHA = \angle EHO$

nên $\angle DHA = \angle EHO = \angle AHF$. Suy ra $\angle AHE + \angle AHF = 180^\circ \Rightarrow$ ba điểm E, F, H thẳng hàng.

Bài 7. (1.0 điểm)

Cho $\sqrt{a}, \sqrt{b}, \sqrt{c}$ là độ dài các cạnh của tam giác. Giải phương trình sau:

$$ax^2 + (a+b-c)x + b = 0$$

Lời giải

$$\begin{aligned} \Delta &= (a+b-c)^2 - 4ab = (a+b-c)^2 - (2\sqrt{ab})^2 \\ &= (a+b-c-2\sqrt{ab})(a+b-c+2\sqrt{ab}) = ((\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 - \sqrt{c}^2)((\sqrt{a}+\sqrt{b})^2 - \sqrt{c}^2) \\ &= (\sqrt{a}-\sqrt{b}-\sqrt{c})(\sqrt{a}-\sqrt{b}+\sqrt{c})(\sqrt{a}+\sqrt{b}-\sqrt{c})(\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}) \end{aligned}$$

Vì $\sqrt{a}, \sqrt{b}, \sqrt{c}$ là độ dài các cạnh của tam giác nên

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} - \sqrt{c} < 0, \sqrt{a} - \sqrt{b} + \sqrt{c} > 0, \sqrt{a} + \sqrt{b} - \sqrt{c} > 0, \sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} > 0$$

$\Rightarrow \Delta < 0$ suy ra phương trình vô nghiệm.

ĐỀ 79

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

BÌNH ĐỊNH

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT

NĂM HỌC 2015 – 2016

Môn thi: Toán

Ngày thi : 18-06-2015

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

Bài 1: (2,0 điểm).

a) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ x + y = 1 \end{cases}$

b) Rút gọn biểu thức: $P = \frac{(1-a\sqrt{a})}{1-\sqrt{a}} + \sqrt{a} \cdot \left(\frac{1-\sqrt{a}}{1-a}\right)^2$ (với $a \geq 0; a \neq 1$)

Bài 2: (2,0 điểm).

Cho phương trình: $x^2 + 2(1-m)x - 3 + m = 0$; m là tham số

- a) Giải phương trình với $m = 0$
- b) Chứng minh phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m .
- c) Tìm giá trị của m để phương trình có hai nghiệm đối nhau.

Bài 3: (2,0 điểm).

Trên một vùng biển được xem như bằng phẳng và không có chướng ngại vật. Vào lúc 6 giờ có một tàu cá đi thẳng qua tọa độ X theo hướng Từ Nam đến Bắc với vận tốc

không đổi. Đến 7 giờ một tàu du lịch cũng đi thẳng qua tọa độ X theo hướng từ Đông sang Tây với vận tốc lớn hơn vận tốc tàu cá 12 km/h. Đến 8 giờ khoảng cách giữa hai tàu là 60 km. Tính vận tốc của mỗi tàu.

Bài 4: (3,0 điểm).

Cho tam giác ABC ($AB < AC$) có 3 góc nhọn nội tiếp trong đường tròn ($O; R$). Vẽ đường cao AH của tam giác ABC, đường kính AD của đường tròn. Gọi E, F lần lượt là chân đường vuông góc kẻ từ C và B xuống đường thẳng AD. M là trung điểm của BC.

- a) Chứng minh các tứ giác ABHF và BMFO nội tiếp.
- b) Chứng minh $HE // BD$.
- c) Chứng minh: $S_{ABC} = \frac{AB \cdot AC \cdot BC}{4R}$ (S_{ABC} là diện tích tam giác ABC)

Bài 5: (1,0 điểm).

Cho các số thực $a, b, c > 0$ thỏa mãn $a + b + c = 3$. Chứng minh rằng:

$$N = \frac{3+a^2}{b+c} + \frac{3+b^2}{c+a} + \frac{3+c^2}{a+b} \geq 6$$

-----Hết-----

HƯỚNG DẪN GIẢI

Bài 1: (2,0 điểm).

a) Ta có: $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ x + y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x + y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất là $(x; y) = (0; 1)$

b) Với $a \geq 0$ $a \neq 1$ ta có:

$$\begin{aligned} P &= \left(\frac{1-a\sqrt{a}}{1-\sqrt{a}} + \sqrt{a} \right) \cdot \left(\frac{1-\sqrt{a}}{1-a} \right)^2 \\ &= \left(\frac{(1-\sqrt{a})(1+\sqrt{a}+\sqrt{a^2})}{1-\sqrt{a}} + \sqrt{a} \right) \left(\frac{1-\sqrt{a}}{(1-\sqrt{a})(1+\sqrt{a})} \right)^2 \\ &= (1+\sqrt{a})^2 \cdot \frac{1}{(1+\sqrt{a})^2} = 1 \end{aligned}$$

Bài 2: (2,0 điểm).

a) Thay $m = 0$ vào phương trình đã cho ta được: $x^2 + 2x - 3 = 0$

Ta có $a + b + c = 1 + 2 - 3 = 0$, phương trình có hai nghiệm là: $x_1 = 1; x_2 = -3$

Vậy $m = 0$ phương trình có hai nghiệm là: $x_1 = 1; x_2 = -3$

b) Ta có: $\Delta' = (1-m)^2 - 1(-3+m) = m^2 - 2m + 1 + 3 - m$

$$= m^2 - 3m + 4 = \left(m - \frac{3}{2} \right)^2 + \frac{7}{4} > 0 \forall m$$

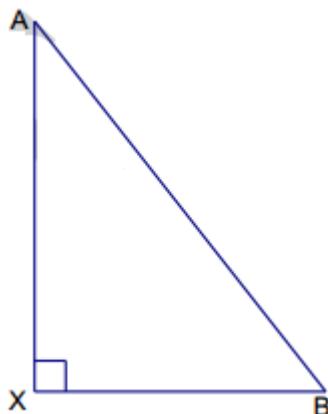
Vậy phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị m .

c) Vì phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị m .

Nên phương trình có hai nghiệm đối nhau khi: $x_1 + x_2 = 0$ Hay $0 = x_1 + x_2 = -2(1-m) \Leftrightarrow m = 1$

Vậy phương trình (1) có hai nghiệm đối nhau khi $m = 1$

Bài 3: (2,0 điểm).



- Gọi vận tốc của tàu cá là: x (km/h), $x > 0$ - Vận tốc của tàu du lịch là: $x + 12$ km/h - Đến 8 giờ thì hai tàu cách nhau khoảng $AB = 60$ km

lúc đó, thời gian tàu cá đã đi là: $8 - 6 = 2$ (giờ)

thời gian tàu du lịch đã đi là: $8 - 7 = 1$ (giờ)

Giả sử tàu cá đến điểm A, tàu du lịch đến điểm B

Tàu cá đã đi đoạn $XA = 2x$ (km)

Tàu du lịch đã đi đoạn $XB = 1 \cdot (x+12) = x+12$ (km)

Vì $XA \perp XB$ (do hai phương Bắc – Nam và Đông – Tây vuông góc nhau)

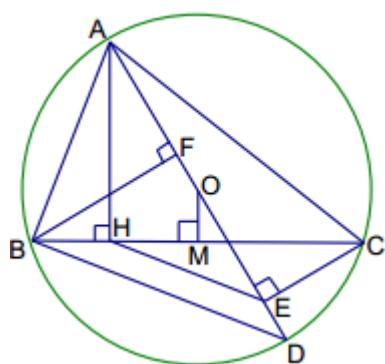
Nên theo định lý Pytago, ta có: $XA^2 + XB^2 = AB^2$

$$\Leftrightarrow (2x)^2 + (x+12)^2 = 60^2 \Leftrightarrow 5x^2 + 24x - 3456 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -28,8(L) \\ x_2 = 24(TM) \end{cases}$$

Vậy vận tốc của tàu cá và tàu du lịch lần lượt là: 24 km/h và 36 km/h

Bài 4: (3,0 điểm).



a) Chứng minh các tứ giác ABHF và BMFO nội tiếp. - Dễ chứng minh $AHB = BFA = 90^\circ \Rightarrow$

H và F thuộc đường tròn đường kính AB (quỹ tích cung chứa góc)

Vậy tứ giác ABHF nội tiếp đường tròn đường kính AB - M là trung điểm của BC (gt), suy ra: $OM \perp BC$

khi đó: $BFO = BMO = 90^\circ \Rightarrow$ M, F thuộc đường tròn đường kính OB (quỹ tích cung chứa góc)

Vậy tứ giác BMOF nội tiếp đường tròn đường kính OB

b) Chứng minh $HE \parallel BD$.

Dễ chứng minh tứ giác ACEH nội tiếp đường tròn đường kính AC, suy ra: $CHE = CAE (= \frac{1}{2} \text{sđ } CE)$

Lại có: $CAB = CAD = CBD$ ($= \frac{1}{2}$ số $\angle CD$)

nên $CHE = CBD$ và chúng ở vị trí so le trong suy ra: $HE \parallel BD$

d) Chứng minh: $S_{ABC} = \frac{AB \cdot AC \cdot BC}{4R}$ (S_{ABC} là diện tích tam giác ABC)

Ta có: $S_{ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AH = \frac{1}{2} BC \cdot AB \cdot \sin ABC$

Mặt khác: trong tam giác ABD có: $ABD = 90^\circ$ (nội tiếp chắn nửa đường tròn)

nên $AB = AD \sin D = 2R \sin ACB$

Tương tự cũng có: $AC = 2R \sin ABC$ và $BC = 2R \sin BAC$

Khi đó $AB \cdot AC \cdot BC = 8R^3 \cdot \sin BAC \cdot \sin CBA \cdot \sin ACB$ (1)

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AB \cdot \sin ABC = \frac{1}{2} \cdot 2R \cdot \sin BAC \cdot 2R \cdot \sin ACB \cdot \sin CBA = 2R^2 \sin BAC \cdot \sin ACB \cdot \sin CBA \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow \frac{S_{ABC}}{AB \cdot BC \cdot CA} = \frac{1}{4R}$$

$$\text{Vậy } S_{ABC} = \frac{AB \cdot AC \cdot BC}{4R}$$

Bài 5: (1,0 điểm).

Cho các số thực $a, b, c > 0$ thỏa mãn $a + b + c = 3$. Chứng minh rằng:

$$N = \frac{3+a^2}{b+c} + \frac{3+b^2}{c+a} + \frac{3+c^2}{a+b} \geq 6$$

Ta có:

$$\begin{aligned} N &= \left(\frac{3}{b+c} + \frac{3}{c+a} + \frac{3}{a+b} \right) + \left(\frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{c+a} + \frac{c^2}{a+b} \right) \\ &= 3 \left(\frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} + \frac{1}{a+b} \right) + \left(\frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{c+a} + \frac{c^2}{a+b} \right) \\ &= (a+b+c) \left(\frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} + \frac{1}{a+b} \right) + \left(\frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{c+a} + \frac{c^2}{a+b} \right) \\ &= \frac{1}{2} [(a+b) + (b+c) + (c+a)] \left(\frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} + \frac{1}{a+b} \right) + \left(\frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{c+a} + \frac{c^2}{a+b} \right) \\ &= \frac{1}{2} (x+y+z) \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) + \left(\frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{y} + \frac{c^2}{z} \right) \quad (1) \end{aligned}$$

Với $x = b+c > 0; y = c+a > 0; z = a+b > 0$

Trong đó

$$\begin{aligned} (x+y+z) \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) &= 3 + \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \right) + \left(\frac{y}{z} + \frac{z}{y} \right) + \left(\frac{z}{x} + \frac{x}{z} \right) \\ &= 3 + \left[\frac{(x-y)^2}{xy} + 2 \right] + \left[\frac{(y-z)^2}{yz} + 2 \right] + \left[\frac{(z-x)^2}{xz} + 2 \right] \geq 9 \end{aligned}$$

(1) xẩy ra dấu “=” khi và chỉ khi $x = y = z$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b+c=a+c=a+b \\ a+b+c=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3-a=3-b=3-c \\ a+b+c=3 \end{cases} \Leftrightarrow a=b=c=1$$

Còn

$$\begin{aligned} \frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{y} + \frac{c^2}{z} &= \frac{(3-x)^2}{x} + \frac{(3-y)^2}{y} + \frac{(3-z)^2}{z} = \left(\frac{9}{x}-6-x\right) + \left(\frac{9}{y}-6-y\right) + \left(\frac{9}{z}-6-z\right) \\ &= 9\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) - 18 + (x+y+z) = \frac{3}{2}(x+y+z)\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) - 12 \quad (\text{vi } x+y+z=2(a+b+c)=6) \end{aligned}$$

và kết hợp với (1) suy ra: $\frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{y} + \frac{c^2}{z} \geq \frac{3}{2}, 9-12=\frac{3}{2}$

(2) xẩy ra dấu “=” khi và chỉ khi $x=y=z \Leftrightarrow a=b=c=1$

Do đó từ (1) và (2) suy ra: $N \geq \frac{1}{2} \cdot 9 + \frac{3}{2} = 6$, dấu “=” xẩy ra khi và chỉ khi $a=b=c=1$

Vậy $N = \frac{3+a^2}{b+c} + \frac{3+b^2}{c+a} + \frac{3+c^2}{a+b} \geq 6$; dấu “=” xẩy ra khi và chỉ khi $a=b=c=1$

Cách 2:

$$\begin{aligned} N &= \frac{3+a^2}{b+c} + \frac{3+b^2}{c+a} + \frac{3+c^2}{a+b} = 3\left(\frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} + \frac{1}{a+b}\right) + \left(\frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{c+a} + \frac{c^2}{a+b}\right) \\ &\geq 3\left[\frac{(1+1+1)^2}{2(a+b+c)}\right] + \left[\frac{(a+b+c)^2}{2(a+b+c)}\right] = 3 \cdot \frac{9}{6} + \frac{9}{6} = 6 \end{aligned}$$

Dấu = xẩy ra khi $a=b=c=1$

----- --- Hết -----

ĐỀ 80

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BÌNH THUẬN

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT

Năm học: 2015 – 2016 – Khoá ngày: 15/06/2015

Môn thi: TOÁN

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 120 phút (Không kể thời gian phát đề)

Bài 1: (2 điểm) Giải phương trình và hệ phương trình sau:

a) $x^2+x-6=0$ b) $\begin{cases} x+y=8 \\ x-y=2 \end{cases}$

Bài 2: (2 điểm) Rút gọn biểu thức :

a) $A = \sqrt{27} - 2\sqrt{12} - \sqrt{75}$

b) $B = \frac{1}{3+\sqrt{7}} + \frac{1}{3-\sqrt{7}}$

Bài 3: (2 điểm)

a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số $y=x^2$

b) Chứng minh rằng đường thẳng (d) $y=kx+1$ luôn cắt đồ thị (P) tại hai điểm phân biệt với mọi k.

Bài 4: (4 điểm)

Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB = 2R, D là một điểm tùy ý trên nửa đường tròn (D khác A và D khác B). Các tiếp tuyến với nửa đường tròn (O) tại A và D cắt nhau tại C, BC cắt nửa đường tròn (O) tại điểm thứ hai I E. Kẻ DF vuông góc với AB tại F.

- a) Chứng minh : Tam giác OACD nội tiếp.
- b) Chứng minh: $CD^2 = CE \cdot CB$
- c) Chứng minh: Đường thẳng BC đi qua trung điểm của DF.
- d) Giải sử $OC = 2R$, tính diện tích phần tam giác ACD nằm ngoại nửa đường tròn (O) theo R.

HẾT*Giám thi không giải thích gì thêm*

Họ và tên thí sinh Số báo danh

Chữ ký của giám thị 1 : Chữ ký của giám thị 2

ĐÁP ÁN

Bài 1		
1đ	a	$x^2 + x - 6 = 0$ $\Delta = 1^2 - 4 \cdot (-6) = 25$ $\sqrt{\Delta} = 5$ $\Rightarrow x_1 = \frac{-1+5}{2} = 2$ $x_2 = \frac{-1-5}{2} = -3$
1đ	b	$\begin{cases} x+y=8 \\ x-y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x=10 \\ x+y=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=3 \end{cases}$
Bài 2		

	a	$A = \sqrt{27} - 2\sqrt{27} - \sqrt{75} = 3\sqrt{3} - 4\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = -6\sqrt{3}$
	b	$B = \frac{1}{3+\sqrt{7}} + \frac{1}{3-\sqrt{7}} = \frac{6}{3^2 - \sqrt{7}^2} = \frac{6}{9-7} = 3$
Bài 3	a	<p>Lập đúng bảng giá trị và vẽ hình (1đ) $y=x^2$</p>
	b	<p>PT hoành độ giao điểm của (P) và (d)</p> $x^2 = kx + 1$ $x^2 - kx - 1 = 0$ $\Delta = k^2 + 4$ <p>Vì $k^2 \geq 0$ với mọi giá trị k Nên $k^2 + 4 > 0$ với mọi giá trị k $\Rightarrow \Delta > 0$ với mọi giá trị k Vậy đường thẳng (d) $y = kx + 1$ luôn cắt đồ thị (P) tại hai điểm phân biệt với mọi k.</p>
Bài 4	a	

	a	Xét tam giác OACD có: CAO=90(CA là tiếp tuyến) CDO=90(CD là tiếp tuyến) =>CAO+CDO=180 =>Tứ giác OACD nội tiếp
	b	Xét tam giác CDE và tam giác CBD có: DCE chung và CDE=CBD($=\frac{1}{2}$ số cung DE) => Xét tam giác CDE đồng dạng với tam giác CBD (g.g) $\Rightarrow \frac{CD}{CB} = \frac{CE}{CD} \Rightarrow CD^2 = CE.CB$
	c	Tia BD cắt Ax tại A'. Gọi I là giao điểm của Bc v DF Ta có ADB= 90° (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) =>ADA= 90° , suy ra $\Delta ADA'$ vuông tại D. Lại có CD = CA (t/c 2 tiếp tuyến cắt nhau) nên suy ra đ ợc CD = CA', do đó CA = A'C (1). Mặt khác ta có DF // AA' (cùng vuông góc với AB) nên theo định lý Ta-lét thì $\frac{ID}{CA'} = \frac{IF}{CA} (= \frac{BI}{BC})$ (2) Từ (1) và (2) suy ra ID = IF Vậy BC đi qua trung điểm của DF.
	d	$\tan \cos COD = \frac{OD}{OC} = \frac{1}{2} \Rightarrow COD = 60^\circ$ $\Rightarrow AOD = 120^\circ$ $S_{quat} = \frac{\pi.R.120}{360} = \frac{\pi R}{3} (\text{dv dt})$ Tính CD = $R\sqrt{3}$ $S_{\Delta OCD} = \frac{1}{2} CD \cdot DO = \frac{1}{2} R\sqrt{3} \cdot R = \frac{\sqrt{3}}{2} R^2 (\text{dv dt})$ $S_{OACD} = 2S_{\Delta OCD} = \sqrt{3}R^2 (\text{dv dt})$ Diện tích phần tam giác ACD nằm ngoài nửa đường tròn (O) $S_{OACD} - S_{quat} = \sqrt{3}R^2 - \frac{\pi R}{3} (\text{dv dt})$

ĐỀ 81**Câu 1 :** Cho biểu thức

$$A = \left(\frac{x^3 - 1}{x - 1} + x \right) \left(\frac{x^3 + 1}{x + 1} - x \right) : \frac{x(1-x^2)^2}{x^2 - 2} \quad \text{Với } x \neq \sqrt{2}; \pm 1$$

.a, Rúy gọn biểu thức A

b , Tính giá trị của biểu thức khi cho $x=\sqrt{6+2\sqrt{2}}$

c. Tìm giá trị của x để A=3

Câu 2.a, Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} (x-y)^2 + 3(x-y) = 4 \\ 2x+3y = 12 \end{cases}$$

b. Giải bất phương trình:

$$\frac{x^3 - 4x^2 - 2x - 15}{x^2 + x + 3} < 0$$

Câu 3. Cho phương trình $(2m-1)x^2 - 2mx + 1 = 0$

Xác định m để phương trình trên có nghiệm thuộc khoảng $(-1, 0)$

Câu 4. Cho nửa đường tròn tâm O , đường kính BC .Điểm A thuộc nửa đường tròn đó D- ng hình vuông ABCD thuộc nửa mặt phẳng bờ AB, không chứa đỉnh C. Gọi F là giao điểm của AE và nửa đường tròn (O) . Gọi K là giao điểm của CF và ED

- a. chứng minh rằng 4 điểm E,B,F,K. nằm trên một đường tròn
- b. Tam giác BKC là tam giác gì ? Vì sao ?

đáp án

Câu 1: a. Rút gọn $A = \frac{x^2 - 2}{x}$

b.Thay $x = \sqrt{6+2\sqrt{2}}$ vào A ta được $A = \frac{4+2\sqrt{2}}{\sqrt{6+2\sqrt{2}}}$

c. $A=3 \Leftrightarrow x^2-3x-2=0 \Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2}$

Câu 2 : a)Đặt $x-y=a$ ta để- ợc pt: $a^2+3a=4 \Rightarrow a=-1; a=-4$

Từ đó ta có $\begin{cases} (x-y)^2 + 3(x-y) = 4 \\ 2x+3y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow$

$$* \begin{cases} x-y=1 \\ 2x+3y=12 \end{cases} \quad (1)$$

$$* \begin{cases} x-y=-4 \\ 2x+3y=12 \end{cases} \quad (2)$$

Giai hệ (1) ta để- ợc $x=3, y=2$

Giai hệ (2) ta để- ợc $x=0, y=4$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là $x=3, y=2$ hoặc $x=0; y=4$

a) Ta có $x^3-4x^2-2x-15=(x-5)(x^2+x+3)$

mà $x^2+x+3=(x+1/2)^2+11/4>0$ với mọi x

Vậy bất phương trình $x^3-4x^2-2x-15>0 \Rightarrow x>5$

Câu 3: Ph- ơng trình: $(2m-1)x^2 - 2mx + 1 = 0$

- Xét $2m-1=0 \Rightarrow m=1/2$ pt trở thành $-x+1=0 \Rightarrow x=1$
- Xét $2m-1 \neq 0 \Rightarrow m \neq 1/2$ khi đó ta có
 $\Delta = m^2 - 2m + 1 = (m-1)^2 \geq 0$ mọi $m \Rightarrow$ pt có nghiệm với mọi m
ta thấy nghiệm $x=1$ không thuộc $(-1, 0)$
với $m \neq 1/2$ pt còn có nghiệm $x = \frac{m-m+1}{2m-1} = \frac{1}{2m-1}$
pt có nghiệm trong khoảng $(-1, 0) \Rightarrow -1 < \frac{1}{2m-1} < 0$

$$\begin{cases} \frac{1}{2m-1} + 1 > 0 \\ 2m-1 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{2m}{2m-1} > 0 \\ 2m-1 < 0 \end{cases} \Rightarrow m < 0$$

Vậy Pt có nghiệm trong khoảng $(-1, 0)$ khi và chỉ khi $m < 0$

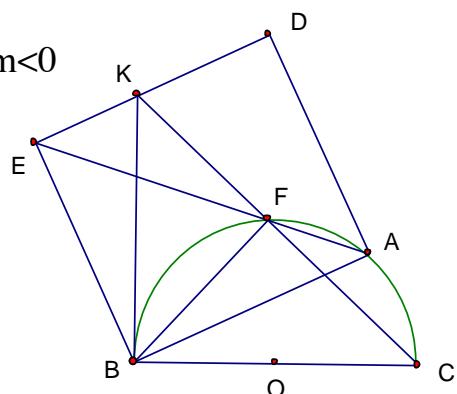
Câu 4:

- a. Ta có $\angle KEB = 90^\circ$
mặt khác $\angle BFC = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đ- ờng tròn)
do CF kéo dài cắt ED tại D
 $\Rightarrow \angle BFK = 90^\circ \Rightarrow E, F$ thuộc đ- ờng tròn đ- ờng kính BK
hay 4 điểm E, F, B, K thuộc đ- ờng tròn đ- ờng kính BK.

- b. $\angle BCF = \angle BAF$
Mà $\angle BAF = \angle BAE = 45^\circ \Rightarrow \angle BCF = 45^\circ$

Ta có $\angle BKF = \angle BEF$

Mà $\angle BEF = \angle BEA = 45^\circ$ (EA là đ- ờng chéo của hình vuông ABED) $\Rightarrow \angle BKF = 45^\circ$
Vì $\angle BKC = \angle BCK = 45^\circ \Rightarrow$ tam giác BCK vuông cân tại B



ĐỀ 82

Bài 1: Cho biểu thức: $P = \left(\frac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}} - \frac{x\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{2(x-2\sqrt{x}+1)}{x-1} \right)$

a, Rút gọn P

b, Tìm x nguyên để P có giá trị nguyên.

Bài 2: Cho ph- ờng trình: $x^2 - (2m+1)x + m^2 + m - 6 = 0$ (*)

a. Tìm m để ph- ờng trình (*) có 2 nghiệm âm.

b. Tìm m để ph- ờng trình (*) có 2 nghiệm x_1, x_2 thoả mãn $|x_1^3 - x_2^3| = 50$

Bài 3: Cho ph- ờng trình: $ax^2 + bx + c = 0$ có hai nghiệm d- ờng phân biệt x_1, x_2 Chứng minh:

a, Ph- ơng trình $ct^2 + bt + a = 0$ cũng có hai nghiệm d- ơng phân biệt t_1 và t_2 .

b, Chứng minh: $x_1 + x_2 + t_1 + t_2 \geq 4$

Bài 4: Cho tam giác có các góc nhọn ABC nội tiếp đ- ờng tròn tâm O . H là trực tâm của tam giác. D là một điểm trên cung BC không chứa điểm A.

a, Xác định vị trí của điểm D để tứ giác BHCD là hình bình hành.

b, Gọi P và Q lần l- ợt là các điểm đối xứng của điểm D qua các đ- ờng thẳng AB và AC .

Chứng minh rằng 3 điểm P; H; Q thẳng hàng.

c, Tìm vị trí của điểm D để PQ có độ dài lớn nhất.

Bài 5: Cho hai số d- ơng x; y thoả mãn: $x + y \leq 1$

Tìm giá trị nhỏ nhất của: $A = \frac{1}{x^2 + y^2} + \frac{501}{xy}$

Đáp án

Bài 1: (2 điểm). ĐK: $x \geq 0; x \neq 1$

$$\text{a, Rút gọn: } P = \frac{2x(x-1)}{x(x-1)} : \frac{2(\sqrt{x}-1)^2}{x-1} \quad \Leftrightarrow \quad P = \frac{\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}-1)^2} = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$$

$$\text{b. } P = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} = 1 + \frac{2}{\sqrt{x}-1}$$

Để P nguyên thì

$$\sqrt{x}-1=1 \Rightarrow \sqrt{x}=2 \Rightarrow x=4$$

$$\sqrt{x}-1=-1 \Rightarrow \sqrt{x}=0 \Rightarrow x=0$$

$$\sqrt{x}-1=2 \Rightarrow \sqrt{x}=3 \Rightarrow x=9$$

$$\sqrt{x}-1=-2 \Rightarrow \sqrt{x}=-1 (\text{Loại})$$

Vậy với $x = \{0; 4; 9\}$ thì P có giá trị nguyên.

Bài 2: Để ph- ơng trình có hai nghiệm âm thì:

$$\begin{cases} \Delta = (2m+1)^2 - 4(m^2 + m - 6) \geq 0 \\ x_1 x_2 = m^2 + m - 6 > 0 \\ x_1 + x_2 = 2m + 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 25 > 0 \\ (m-2)(m+3) > 0 \Leftrightarrow m < -3 \\ m < -\frac{1}{2} \end{cases}$$

b. Giải ph- ơng trình: $|(m-2)^3 - (m+3)^3| = 50$

$$\Leftrightarrow |5(3m^2 + 3m + 7)| = 50 \Leftrightarrow m^2 + m - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m_1 = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \\ m_2 = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

Bài 3: a. Vì x_1 là nghiệm của ph- ơng trình: $ax^2 + bx + c = 0$ nên $ax_1^2 + bx_1 + c = 0$.

Vì $x_1 > 0 \Rightarrow c \left(\frac{1}{x_1} \right)^2 + b \cdot \frac{1}{x_1} + a = 0$. Chứng tỏ $\frac{1}{x_1}$ là một nghiệm d- ơng của ph- ơng trình: $ct^2 + bt$

+ a = 0; $t_1 = \frac{1}{x_1}$ Vì x_2 là nghiệm của ph- ơng trình:

$$ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow ax_2^2 + bx_2 + c = 0$$

vì $x_2 > 0$ nên $c \left(\frac{1}{x_2} \right)^2 + b \left(\frac{1}{x_2} \right) + a = 0$ điều này chứng tỏ $\frac{1}{x_2}$ là một nghiệm d- ơng của ph- Ơng trình

$$ct^2 + bt + a = 0 ; t_2 = \frac{1}{x_2}$$

Vậy nếu ph- Ơng trình: $ax^2 + bx + c = 0$ có hai nghiệm d- Ơng phân biệt $x_1; x_2$ thì ph- Ơng trình: ct^2

+ bt + a = 0 cũng có hai nghiệm d- Ơng phân biệt $t_1; t_2$; $t_1 \cdot t_2 = \frac{1}{x_1} ; t_2 = \frac{1}{x_2}$

b. Do $x_1; x_1; t_1; t_2$ đều là những nghiệm d- Ơng nên

$$t_1 + x_1 = \frac{1}{x_1} + x_1 \geq 2 \quad t_2 + x_2 = \frac{1}{x_2} + x_2 \geq 2$$

Do đó $x_1 + x_2 + t_1 + t_2 \geq 4$

Bài 4

a. Giả sử đã tìm đ- ợc điểm D trên cung BC sao cho tứ giác BHCD là hình bình hành . Khi đó: $BD \parallel HC$; $CD \parallel HB$ vì H là trực tâm tam giác ABC nên $CH \perp AB$ và $BH \perp AC \Rightarrow BD \perp AB$ và $CD \perp AC$.

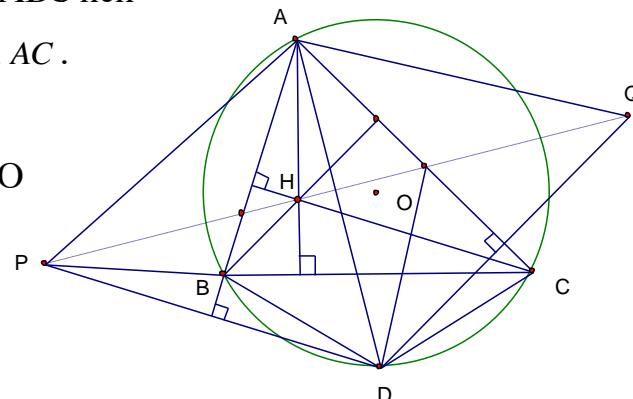
Do đó: $\angle ABD = 90^\circ$ và $\angle ACD = 90^\circ$.

Vậy AD là đ- ờng kính của đ- ờng tròn tâm O

Ng- ợc lại nếu D là đầu đ- ờng kính AD

của đ- ờng tròn tâm O thì

tứ giác BHCD là hình bình hành.



a. Vì P đối xứng với D qua AB nên $\angle APB = \angle ADB$

nh- ng $\angle ADB = \angle ACB$ nh- ng $\angle APB = \angle ACB$

Do đó: $\angle APB = \angle ACB$ Mặt khác:

$$\angle AHB + \angle ACB = 180^\circ \Rightarrow \angle APB + \angle AHB = 180^\circ$$

Tứ giác APBH nội tiếp đ- ợc đ- ờng tròn nên $\angle PAB = \angle PHB$

Mà $\angle PAB = \angle DAB$ do đó: $\angle PHB = \angle DAB$

Chứng minh t- ơng tự ta có: $\angle CHQ = \angle DAC$

$$\text{Vậy } \angle PHQ = \angle PHB + \angle BHC + \angle CHQ = \angle BAC + \angle BHC = 180^\circ$$

Ba điểm P; H; Q thẳng hàng

c). Ta thấy $\triangle APQ$ là tam giác cân đỉnh A

Có $AP = AQ = AD$ và $\angle PAQ = \angle 2BAC$ không đổi nên cạnh đáy PQ

đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow AP$ và AQ là lớn nhất hay $\Leftrightarrow AD$ là lớn nhất

$\Leftrightarrow D$ là đầu đ- ờng kính kẻ từ A của đ- ờng tròn tâm O

ĐỀ 83

Bài 1: Cho biểu thức: $P = \frac{x}{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(1 - \sqrt{y})} - \frac{y}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} \left(\frac{1}{\sqrt{x} + 1} - \frac{xy}{(\sqrt{x} + 1)(1 - \sqrt{y})} \right)$

a). Tìm điều kiện của x và y để P xác định . Rút gọn P.

b). Tìm x,y nguyên thỏa mãn phong trình $P = 2$.

Bài 2: Cho parabol (P) : $y = -x^2$ và đòng thẳng (d) có hệ số góc m đi qua điểm M(-1 ; -2) .

a). Chứng minh rằng với mọi giá trị của m (d) luôn cắt (P) tại hai điểm A , B phân biệt

b). Xác định m để A,B nằm về hai phía của trục tung.

Bài 3: Giải hệ phong trình :

$$\begin{cases} x + y + z = 9 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1 \\ xy + yz + zx = 27 \end{cases}$$

Bài 4: Cho đ-ờng tròn (O) đồng kính $AB = 2R$ và C là một điểm thuộc đ-ờng tròn ($C \neq A ; C \neq B$) .

Trên nửa mặt phẳng bờ AB có chứa điểm C , kẻ tia Ax tiếp xúc với đòng tròn (O), gọi M là điểm chính giữa của cung nhỏ AC . Tia BC cắt Ax tại Q , tia AM cắt BC tại N.

a). Chứng minh các tam giác BAN và MCN cân .

b). Khi $MB = MQ$, tính BC theo R.

Bài 5: Cho $x, y, z \in R$ thỏa mãn : $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{x+y+z}$

Hãy tính giá trị của biểu thức : $M = \frac{3}{4} + (x^8 - y^8)(y^9 + z^9)(z^{10} - x^{10})$.

Đáp án

Bài 1: a). Điều kiện để P xác định là :; $x \geq 0 ; y \geq 0 ; y \neq 1 ; x + y \neq 0$.

*). Rút gọn P: $P = \frac{x(1 + \sqrt{x}) - y(1 - \sqrt{y}) - xy(\sqrt{x} + \sqrt{y})}{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(1 + \sqrt{x})(1 - \sqrt{y})} = \frac{(x - y) + (x\sqrt{x} + y\sqrt{y}) - xy(\sqrt{x} + \sqrt{y})}{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(1 + \sqrt{x})(1 - \sqrt{y})}$

$$= \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y} + x - \sqrt{xy} + y - xy)}{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(1 + \sqrt{x})(1 - \sqrt{y})} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1) - \sqrt{y}(\sqrt{x} + 1) + y(1 + \sqrt{x})(1 - \sqrt{x})}{(1 + \sqrt{x})(1 - \sqrt{y})}$$

$$= \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y} + y - y\sqrt{x}}{(1 - \sqrt{y})} = \frac{\sqrt{x}(1 - \sqrt{y})(1 + \sqrt{y}) - \sqrt{y}(1 - \sqrt{y})}{(1 - \sqrt{y})} = \sqrt{x} + \sqrt{xy} - \sqrt{y}.$$

Vậy $P = \sqrt{x} + \sqrt{xy} - \sqrt{y}$.

b). $P = 2 \Leftrightarrow \sqrt{x} + \sqrt{xy} - \sqrt{y} = 2$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x}(1 + \sqrt{y}) - (\sqrt{y} + 1) = 1$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{x} - 1)(1 + \sqrt{y}) = 1$$

Ta có: $1 + \sqrt{y} \geq 1 \Rightarrow \sqrt{x} - 1 \leq 1 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 4 \Rightarrow x = 0; 1; 2; 3; 4$

Thay vào ta có các cặp giá trị (4; 0) và (2; 2) thỏa mãn

Bài 2: a). Đ-ờng thẳng (d) có hệ số góc m và đi qua điểm M(-1 ; -2) . Nên phong trình đòng thẳng (d) là : $y = mx + m - 2$.

Hoành độ giao điểm của (d) và (P) là nghiệm của phong trình:

$$-x^2 = mx + m - 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + mx + m - 2 = 0 \quad (*)$$

Vì phong trình (*) có $\Delta = m^2 - 4m + 8 = (m - 2)^2 + 4 > 0 \forall m$ nên phong trình (*) luôn có hai nghiệm phân biệt, do đó (d) và (P) luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt A và B.

b). A và B nằm về hai phía của trục tung \Leftrightarrow phong trình : $x^2 + mx + m - 2 = 0$ có hai nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow m - 2 < 0 \Leftrightarrow m < 2$.

Bài 3: $\begin{cases} x + y + z = 9 & (1) \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1 & (2) \\ xy + yz + zx = 27 & (3) \end{cases}$

ĐKXĐ : $x \neq 0, y \neq 0, z \neq 0$.

$$\begin{aligned} &\Rightarrow (x + y + z)^2 = 81 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + zx) = 81 \\ &\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 81 - 2(xy + yz + zx) \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 27 \\ &\Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = (xy + yz + zx) \Rightarrow 2(x^2 + y^2 + z^2) - 2(xy + yz + zx) = 0 \\ &\Leftrightarrow (x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} (x-y)^2 = 0 \\ (y-z)^2 = 0 \\ (z-x)^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=y \\ y=z \\ z=x \end{cases} \Leftrightarrow x=y=z \end{aligned}$$

Thay vào (1) $\Rightarrow x = y = z = 3$.

Ta thấy $x = y = z = 3$ thỏa mãn hệ phong trình. Vậy hệ phong trình có nghiệm duy nhất $x = y = z = 3$.

Bài 4:

a). Xét ΔABM và ΔNBM .

Ta có: AB là đồng kính của đồng tròn (O)
nên : $\angle AMB = \angle NMB = 90^\circ$.

M là điểm chính giữa của cung nhỏ AC
nên $\angle ABM = \angle MBN \Rightarrow \angle BAM = \angle BN M$

$\Rightarrow \Delta BAN$ cân đỉnh B.

Tứ giác AMCB nội tiếp

$\Rightarrow \angle BAM = \angle MCN$ (cùng bù với góc MCB).

$\Rightarrow \angle MCN = \angle MNC$ (cùng bằng góc BAM).

\Rightarrow Tam giác MCN cân đỉnh M

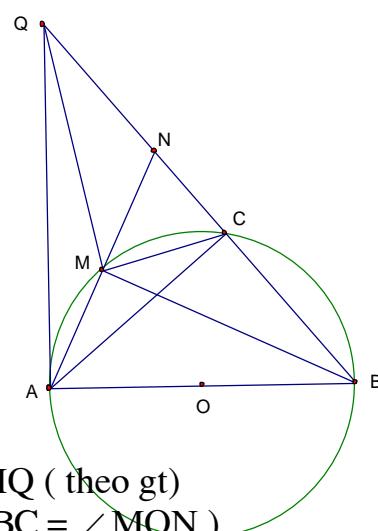
b). Xét ΔMCB và ΔMNQ có :

$MC = MN$ (theo cm trên MNC cân); $MB = MQ$ (theo gt)

$\angle BMC = \angle MNQ$ (vì : $\angle MCB = \angle MNC$; $\angle MBC = \angle MQN$).

$\Rightarrow \Delta MCB \cong \Delta MNQ$ (c.g.c). $\Rightarrow BC = NQ$.

Xét tam giác vuông ABQ có $AC \perp BQ \Rightarrow AB^2 = BC \cdot BQ = BC(BN + NQ)$



$$\Rightarrow AB^2 = BC \cdot (AB + BC) = BC(BC + 2R)$$

$$\Rightarrow 4R^2 = BC(BC + 2R) \Rightarrow BC = (\sqrt{5} - 1)R$$

Bài 5:

$$\text{Từ: } \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{x+y+z} \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} - \frac{1}{x+y+z} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{x+y}{xy} + \frac{x+y+z-z}{z(x+y+z)} = 0$$

$$\Rightarrow (z+y)\left(\frac{1}{xy} + \frac{1}{z(x+y+z)}\right) = 0$$

$$\Rightarrow (x+y)\left(\frac{zx+zy+z^2+xy}{xyz(x+y+z)}\right) = 0$$

$$\Rightarrow (x+y)(y+z)(z+x) = 0$$

$$\text{Ta có: } x^8 - y^8 = (x+y)(x-y)(x^2+y^2)(x^4+y^4) =$$

$$y^9 + z^9 = (y+z)(y^8 - y^7z + y^6z^2 - \dots + z^8)$$

$$z^{10} - x^{10} = (z+x)(z^4 - z^3x + z^2x^2 - zx^3 + x^4)(z^5 - x^5)$$

$$\text{Vậy } M = \frac{3}{4} + (x+y)(y+z)(z+x).A = \frac{3}{4}$$

ĐỀ 84

Bài 1: 1) Cho đường thẳng d xác định bởi $y = 2x + 4$. Đường thẳng d' đối xứng với đường thẳng d qua đường thẳng $y = x$ là:

- A. $y = \frac{1}{2}x + 2$; B. $y = x - 2$; C. $y = \frac{1}{2}x - 2$; D. $y = -2x - 4$

Hãy chọn câu trả lời đúng.

2) Một hình trụ có chiều cao gấp đôi đường kính đáy đựng đầy n-óc, nhúng chìm vào bình một hình cầu khi lấy ra mực n-óc trong bình còn lại $\frac{2}{3}$ bình. Tỉ số giữa bán kính hình trụ và bán kính hình cầu là A. 2; B. $\sqrt[3]{2}$; C. $\sqrt[3]{3}$; D. một kết quả khác.

Bài 2: 1) Giải phương trình: $2x^4 - 11x^3 + 19x^2 - 11x + 2 = 0$

- 2) Cho $x + y = 1$ ($x > 0$; $y > 0$) Tìm giá trị lớn nhất của $A = \sqrt{x} + \sqrt{y}$

Bài 3: 1) Tìm các số nguyên a, b, c sao cho đa thức: $(x+a)(x-4) - 7$

Phân tích thành thừa số đ-óc: $(x+b).(x+c)$

2) Cho tam giác nhọn $XABC$, B, C lần l-ợt là các điểm cố định trên tia Ax, Ay sao cho $AB < AC$, điểm M di động trong góc XAY sao cho $\frac{MA}{MB} = \frac{1}{2}$

Xác định vị trí điểm M để $MB + 2MC$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 4: Cho đường tròn tâm O đường kính AB và CD vuông góc với nhau, lấy điểm I bất kỳ trên đoạn CD.

- a) Tìm điểm M trên tia AD, điểm N trên tia AC sao cho I là trung điểm của MN.
- b) Chứng minh tổng MA + NA không đổi.
- c) Chứng minh rằng đường tròn ngoại tiếp tam giác AMN đi qua hai điểm cố định.

H- ống dẫn

Bài 1: 1) Chọn C. Trả lời đúng.

2) Chọn D. Kết quả khác: Đáp số là: 1

$$\begin{aligned} \text{Bài 2: } 1) A &= (n+1)^4 + n^4 + 1 = (n^2 + 2n + 1)^2 - n^2 + (n^4 + n^2 + 1) \\ &= (n^2 + 3n + 1)(n^2 + n + 1) + (n^2 + n + 1)(n^2 - n + 1) \\ &= (n^2 + n + 1)(2n^2 + 2n + 2) = 2(n^2 + n + 1)^2 \end{aligned}$$

Vậy A chia hết cho 1 số chính phương khác 1 với mọi số nguyên dương n.

2) Do $A > 0$ nên A lớn nhất $\Leftrightarrow A^2$ lớn nhất.

$$\text{Xét } A^2 = (\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 = x + y + 2\sqrt{xy} = 1 + 2\sqrt{xy} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \frac{x+y}{2} &\geq \sqrt{xy} \text{ (Bất đẳng thức Cô si)} \\ \Rightarrow 1 &\geq 2\sqrt{xy} \quad (2) \end{aligned}$$

Từ (1) và (2) suy ra: $A^2 = 1 + 2\sqrt{xy} \leq 1 + 2 = 2$

$$\text{Max } A^2 = 2 \Leftrightarrow x = y = \frac{1}{2}, \text{ max } A = \sqrt{2} \Leftrightarrow x = y = \frac{1}{2}$$

Bài 3 Câu 1 Với mọi x ta có $(x+a)(x-4) - 7 = (x+b)(x+c)$

Nên với $x = 4$ thì $-7 = (4+b)(4+c)$

$$\text{Có 2 trường hợp: } \begin{cases} 4+b=1 \\ 4+c=-7 \end{cases} \text{ và } \begin{cases} 4+b=7 \\ 4+c=-1 \end{cases}$$

Trường hợp thứ nhất cho $b = -3, c = -11, a = -10$

$$\text{Ta có } (x-10)(x-4) - 7 = (x-3)(x-11)$$

Trường hợp thứ hai cho $b = 3, c = -5, a = 2$

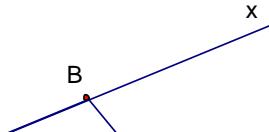
$$\text{Ta có } (x+2)(x-4) - 7 = (x+3)(x-5)$$

Câu 2 (1,5 điểm)

Gọi D là điểm trên cạnh AB sao cho:

$$AD = \frac{1}{4}AB. \text{ Ta có D là điểm cố định}$$

$$\text{Mà } \frac{MA}{AB} = \frac{1}{2} \text{ (gt) do đó } \frac{AD}{MA} = \frac{1}{2}$$



Xét tam giác AMB và tam giác ADM có MâB (chung)

$$\frac{MA}{AB} = \frac{AD}{MA} = \frac{1}{2}$$

Do đó $\Delta AMB \sim \Delta ADM \Rightarrow \frac{MB}{MD} = \frac{MA}{AD} = 2$

$$\Rightarrow MD = 2MD \quad (0,25 \text{ điểm})$$

Xét ba điểm M, D, C: $MD + MC \geq DC$ (không đổi)

$$\text{Do đó } MB + 2MC = 2(MD + MC) \geq 2DC$$

Dấu " $=$ " xảy ra $\Leftrightarrow M$ thuộc đoạn thẳng DC

Giá trị nhỏ nhất của MB + 2 MC là 2 DC

* Cách dựng điểm M.

- Dựng đ-òng tròn tâm A bán kính $\frac{1}{2} AB$

- Dựng D trên tia Ax sao cho $AD = \frac{1}{4} AB$

M là giao điểm của DC và đ-òng tròn $(A; \frac{1}{2} AB)$

Bài 4: a) Dựng (I, IA) cắt AD tại M cắt tia AC tại N

Do $M\hat{A}N = 90^\circ$ nên MN là đ-òng kính

Vậy I là trung điểm của MN

b) Kẻ MK // AC ta có: $\Delta INC = \Delta IMK$ (g.c.g)

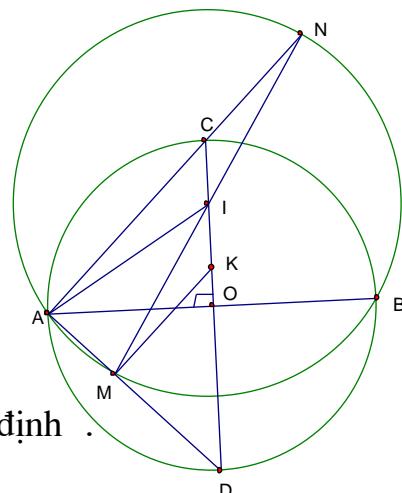
$$\Rightarrow CN = MK = MD \quad (\text{vì } \Delta MKD \text{ vuông cân})$$

Vậy $AM + AN = AM + CN + CA = AM + MD + CA$

$\Rightarrow AM = AN = AD + AC$ không đổi

c) Ta có $IA = IB = IM = IN$

Vậy đ-òng tròn ngoại tiếp ΔAMN đi qua hai điểm A, B cố định .



ĐỀ 85

Bài 1. Cho ba số x, y, z thoả mãn đồng thời :

$$x^2 + 2y + 1 = y^2 + 2z + 1 = z^2 + 2x + 1 = 0$$

Tính giá trị của biểu thức : $A = x^{2007} + y^{2007} + z^{2007}$.

Bài 2). Cho biểu thức : $M = x^2 - 5x + y^2 + xy - 4y + 2014$.

Với giá trị nào của x, y thì M đạt giá trị nhỏ nhất ? Tìm giá trị nhỏ nhất đó

Bài 3. Giải hệ ph-ong trình :

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + x + y = 18 \\ x(x+1).y(y+1) = 72 \end{cases}$$

Bài 4. Cho đ- ờng tròn tâm O đ- ờng kính AB bán kính R. Tiếp tuyến tại điểm M bbất kỳ trên đ- ờng tròn (O) cắt các tiếp tuyến tại A và B lần l- ợt tại C và D.

a.Chứng minh : $AC \cdot BD = R^2$.

b.Tìm vị trí của điểm M để chu vi tam giác COD là nhỏ nhất .

Bài 5. Cho a, b là các số thực d- ơng. Chứng minh rằng :

$$(a+b)^2 + \frac{a+b}{2} \geq 2a\sqrt{b} + 2b\sqrt{a}$$

Bài 6). Cho tam giác ABC có phân giác AD. Chứng minh : $AD^2 = AB \cdot AC - BD \cdot DC$.

H- ống dẫn giải

Bài 1. Từ giả thiết ta có :

$$\begin{cases} x^2 + 2y + 1 = 0 \\ y^2 + 2z + 1 = 0 \\ z^2 + 2x + 1 = 0 \end{cases}$$

Cộng từng vế các đẳng thức ta có : $(x^2 + 2x + 1) + (y^2 + 2y + 1) + (z^2 + 2z + 1) = 0$

$$\Rightarrow (x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 = 0 \\ y+1 = 0 \\ z+1 = 0 \end{cases} \Rightarrow x = y = z = 1$$

$$\Rightarrow A = x^{2007} + y^{2007} + z^{2007} = (-1)^{2007} + (-1)^{2007} + (-1)^{2007} = -3 \quad \text{Vậy : } A = -3.$$

Bài 2. (1,5 điểm) Ta có :

$$M = (x^2 + 4x + 4) + (y^2 + 2y + 1) + (xy - x - 2y + 2) + 2007$$

$$M = (x-2)^2 + (y-1)^2 + (x-2)(y-1) + 2007$$

$$\Rightarrow M = \left[(x-2) + \frac{1}{2}(y-1) \right]^2 + \frac{3}{4}(y-1)^2 + 2007$$

$$\text{Do } (y-1)^2 \geq 0 \text{ và } \left[(x-2) + \frac{1}{2}(y-1) \right]^2 \geq 0 \quad \forall x, y$$

$$\Rightarrow M \geq 2007 \quad \Rightarrow M_{\min} = 2007 \Leftrightarrow x = 2; y = 1$$

Bài 3. Đặt : $\begin{cases} u = x(x+1) \\ v = y(y+1) \end{cases}$ Ta có : $\begin{cases} u+v=18 \\ uv=72 \end{cases} \Rightarrow u; v \text{ là nghiệm của ph- ơng trình :}$

$$X^2 - 18X + 72 = 0 \Rightarrow X_1 = 12; X_2 = 6$$

$$\Rightarrow \begin{cases} u = 12 \\ v = 6 \end{cases}; \quad \begin{cases} u = 6 \\ v = 12 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x(x+1) = 12 \\ y(y+1) = 6 \end{cases}; \quad \begin{cases} x(x+1) = 6 \\ y(y+1) = 12 \end{cases}$$

Giải hai hệ trên ta đ- ợc : Nghiệm của hệ là :

$(3; 2); (-4; 2); (3; -3); (-4; -3)$ và các hoán vị.

Bài 4. a.Ta có $CA = CM; DB = DM$

Các tia OC và OD là phân giác của hai góc AOM và MOB nên $OC \perp OD$

Tam giác COD vuông đỉnh O , OM là đ- ờng cao thuộc cạnh huyền CD nên :

$$MO^2 = CM \cdot MD$$

$$\Rightarrow R^2 = AC \cdot BD$$

b.Các tứ giác $ACMO$; $BDMO$ nội tiếp

$$\Rightarrow MCO = MAO; MDO = MBO$$

$$\Rightarrow \triangle COD \sim \triangle AMB (g.g) (0,25\text{đ})$$

$$\text{Do đó : } \frac{\text{Chu vi } \triangle COD}{\text{Chu vi } \triangle AMB} = \frac{OM}{MH_1} (\text{MH}_1 \perp AB)$$

$$\text{Do } MH_1 \leq OM \text{ nên } \frac{OM}{MH_1} \geq 1$$

$$\Rightarrow \text{Chu vi } \triangle COD \geq \text{chu vi } \triangle AMB$$

Dấu = xảy ra $\Leftrightarrow MH_1 = OM \Leftrightarrow M \equiv O \Rightarrow M$ là điểm chính giữa của cung AB

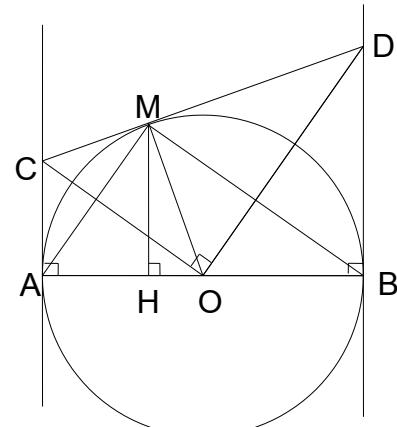
Bài 5 (1,5 điểm) Ta có : $\left(\sqrt{a} - \frac{1}{2}\right)^2 \geq 0; \left(\sqrt{b} - \frac{1}{2}\right)^2 \geq 0 \quad \forall a, b > 0$

$$\Rightarrow a - \sqrt{a} + \frac{1}{4} \geq 0; b - \sqrt{b} + \frac{1}{4} \geq 0 \Rightarrow (a - \sqrt{a} + \frac{1}{4}) + (b - \sqrt{b} + \frac{1}{4}) \geq 0 \quad \forall a, b > 0$$

$$\Rightarrow a + b + \frac{1}{2} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b} > 0 \quad \text{Mặt khác } a + b \geq 2\sqrt{ab} > 0$$

$$\text{Nhân từng vế ta có : } (a+b) \left[(a+b) + \frac{1}{2} \right] \geq 2\sqrt{ab} (\sqrt{a} + \sqrt{b})$$

$$\Rightarrow (a+b)^2 + \frac{(a+b)}{2} \geq 2a\sqrt{b} + 2b\sqrt{a}$$



Bài 6. (1 điểm) Vẽ đ- ờng tròn tâm O ngoại tiếp $\triangle ABC$

Gọi E là giao điểm của AD và (O)

Ta có: $\triangle ABD \sim \triangle CED$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{BD}{ED} = \frac{AD}{CD} \Rightarrow AB \cdot ED = BD \cdot CD$$

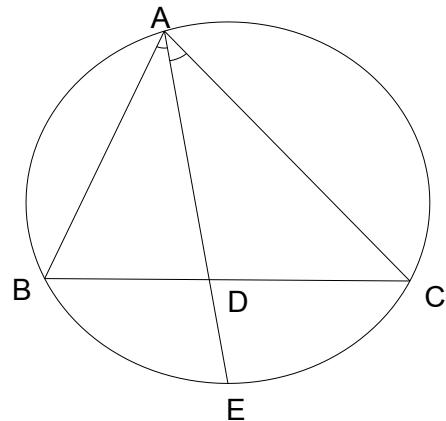
$$\Rightarrow AD \cdot (AE - AD) = BD \cdot CD$$

$$\Rightarrow AD^2 = AD \cdot AE - BD \cdot CD$$

Lại có : $\triangle ABD \sim \triangle AEC$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{AB}{AE} = \frac{AD}{AC} \Rightarrow AB \cdot AC = AE \cdot AD$$

$$\Rightarrow AD^2 = AB \cdot AC - BD \cdot CD$$



ĐỀ 86

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 4}$

a) Tính $f(-1); f(5)$

b) Tìm x để $f(x) = 10$

c) Rút gọn $A = \frac{f(x)}{x^2 - 4}$ khi $x \neq \pm 2$

Câu 2: Giải hệ ph- ơng trình $\begin{cases} x(y-2) = (x+2)(y-4) \\ (x-3)(2y+7) = (2x-7)(y+3) \end{cases}$

Câu 3: Cho biểu thức $A = \left(\frac{x\sqrt{x}+1}{x-1} - \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} \right) : \left(\sqrt{x} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \right)$ với $x > 0$ và $x \neq 1$

a) Rút gọn A

b) Tìm giá trị của x để $A = 3$

Câu 4: Từ điểm P nằm ngoài đ- ờng tròn tâm O bán kính R, kẻ hai tiếp tuyến PA; PB. Gọi H là chân đ- ờng vuông góc hạ từ A đến đ- ờng kính BC.

a) Chứng minh rằng PC cắt AH tại trung điểm E của AH

b) Giả sử $PO = d$. Tính AH theo R và d.

Câu 5: Cho ph- ơng trình $2x^2 + (2m - 1)x + m - 1 = 0$

Không giải ph- ơng trình, tìm m để ph- ơng trình có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thỏa mãn: $3x_1 - 4x_2 = 11$

đáp án

Câu 1a) $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 4} = \sqrt{(x-2)^2} = |x-2|$

Suy ra $f(-1) = 3; f(5) = 3$

b) $f(x) = 10 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 = 10 \\ x-2 = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ x = -8 \end{cases}$

c) $A = \frac{f(x)}{x^2 - 4} = \frac{|x-2|}{(x-2)(x+2)}$

Với $x > 2$ suy ra $x - 2 > 0$ suy ra $A = \frac{1}{x+2}$

Với $x < 2$ suy ra $x - 2 < 0$ suy ra $A = -\frac{1}{x+2}$

Câu 2

$$\begin{aligned} \begin{cases} x(y-2) = (x+2)(y-4) \\ (x-3)(2y+7) = (2x-7)(y+3) \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} xy - 2x = xy + 2y - 4x - 8 \\ 2xy - 6y + 7x - 21 = 2xy - 7y + 6x - 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = -4 \\ x + y = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 2 \end{cases} \end{aligned}$$

Câu 3 a) Ta

$$\begin{aligned} \text{có: } A &= \left(\frac{x\sqrt{x}+1}{x-1} - \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} \right) : \left(\sqrt{x} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \right) = \left(\frac{(\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} - \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \right) = \\ &= \left(\frac{x-\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} - \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} \right) : \left(\frac{x-\sqrt{x}+\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \right) = \frac{x-\sqrt{x}+1-x+1}{\sqrt{x}-1} : \frac{x}{\sqrt{x}-1} = \frac{-\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1} : \frac{x}{\sqrt{x}-1} = \\ &= \frac{-\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1} \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{x} = \frac{2-\sqrt{x}}{x} \end{aligned}$$

b) $A = 3 \Rightarrow \frac{2-\sqrt{x}}{x} = 3 \Rightarrow 3x + \sqrt{x} - 2 = 0 \Rightarrow x = 2/3$

Câu 4

Do HA // PB (Cùng vuông góc với BC)



1) nêu theo định lý Talet áp dụng cho CPB ta có

$$\frac{EH}{PB} = \frac{CH}{CB}; \quad (1)$$

Mặt khác, do PO // AC (cùng vuông góc với AB)

$$\Rightarrow \angle POB = \angle ACB \text{ (hai góc đồng vị)}$$

$$\Rightarrow \Delta AHC \sim \Delta POB$$

$$\text{Do đó: } \frac{AH}{PB} = \frac{CH}{OB} \quad (2)$$

Do CB = 2OB, kết hợp (1) và (2) ta suy ra AH = 2EH hay E là trung điểm của AH.

b) Xét tam giác vuông BAC, đường cao AH ta có AH² = BH.CB = (2R - CH).CH

Theo (1) và do AH = 2EH ta có

$$\begin{aligned} AH^2 &= (2R - \frac{AH \cdot CB}{2PB}) \frac{AH \cdot CB}{2PB} \\ \Leftrightarrow AH^2 \cdot 4PB^2 &= (4R \cdot PB - AH \cdot CB) \cdot AH \cdot CB \\ \Leftrightarrow 4AH \cdot PB^2 &= 4R \cdot PB \cdot CB - AH \cdot CB^2 \\ \Leftrightarrow AH(4PB^2 + CB^2) &= 4R \cdot PB \cdot CB \\ \Leftrightarrow AH &= \frac{4R \cdot CB \cdot PB}{4 \cdot PB^2 + CB^2} = \frac{4R \cdot 2R \cdot PB}{4PB^2 + (2R)^2} \\ &= \frac{8R^2 \cdot \sqrt{d^2 - R^2}}{4(d^2 - R^2) + 4R^2} = \frac{2R^2 \cdot \sqrt{d^2 - R^2}}{d^2} \end{aligned}$$

Câu 5 Để phương trình có 2 nghiệm phân biệt x₁; x₂ thì Δ > 0

$$\Leftrightarrow (2m - 1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (m - 1) > 0$$

$$\text{Từ đó suy ra } m \neq 1,5 \quad (1)$$

Mặt khác, theo định lý Viết và giả thiết ta có:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 + x_2 = -\frac{2m-1}{2} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{m-1}{2} \\ 3x_1 - 4x_2 = 11 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x_1 = \frac{13-4m}{7} \\ x_1 = \frac{7m-7}{26-8m} \\ 3\frac{13-4m}{7} - 4\frac{7m-7}{26-8m} = 11 \end{array} \right.$$

$$\text{Giải ph- ơng trình } 3\frac{13-4m}{7} - 4\frac{7m-7}{26-8m} = 11$$

ta đ- ợc $m = -2$ và $m = 4,125$ (2)

Đối chiếu điều kiện (1) và (2) ta có: Với $m = -2$ hoặc $m = 4,125$ thì ph- ơng trình đã cho có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn: $x_1 + x_2 = 11$

ĐỀ 87

Câu 1: Cho $P = \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}+1}{x-1}$

a/. Rút gọn P.

b/. Chứng minh: $P < \frac{1}{3}$ với $x \geq 0$ và $x \neq 1$.

Câu 2: Cho ph- ơng trình: $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 3 = 0$ (1); m là tham số.

a/. Tìm m để ph- ơng trình (1) có nghiệm.

b/. Tìm m để ph- ơng trình (1) có hai nghiệm sao cho nghiệm này bằng ba lần nghiệm kia.

Câu 3: a/. Giải ph- ơng trình: $\frac{1}{x} + \frac{1}{\sqrt{2-x^2}} = 2$

b/. Cho a, b, c là các số thực thỏa mãn: $\begin{cases} a \geq 0 \\ b \geq 0 \\ a+2b-4c+2=0 \\ 2a-b+7c-11=0 \end{cases}$

Tìm giá trị lớn nhất và giá trị bé nhất của $Q = 6a + 7b + 2006c$.

Câu 4: Cho $\triangle ABC$ cân tại A với $AB > BC$. Điểm D di động trên cạnh AB, (D không trùng với A, B). Gọi (O) là đ- ờng tròn ngoại tiếp $\triangle BCD$. Tiếp tuyến của (O) tại C và D cắt nhau ở K.

a/. Chứng minh tứ giác ADCK nội tiếp.

b/. Tứ giác ABCK là hình gì? Vì sao?

c/. Xác định vị trí điểm D sao cho tứ giác ABCK là hình bình hành.

Đáp án

Câu 1: Điều kiện: $x \geq 0$ và $x \neq 1$. (0,25 điểm)

$$\begin{aligned} P &= \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} \\ &= \frac{x+2}{(\sqrt{x})^3-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} \\ &= \frac{x+2+(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)-(x+\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} \end{aligned}$$

$$= \frac{x - \sqrt{x}}{(\sqrt{x} - 1)(x + \sqrt{x} + 1)} = \frac{\sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1}$$

b/. Với $x \geq 0$ và $x \neq 1$. Ta có: $P < \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1} < \frac{1}{3}$

$$\Leftrightarrow 3\sqrt{x} < x + \sqrt{x} + 1 ; (\text{vì } x + \sqrt{x} + 1 > 0)$$

$$\Leftrightarrow x - 2\sqrt{x} + 1 > 0$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{x} - 1)^2 > 0. (\text{Đúng vì } x \geq 0 \text{ và } x \neq 1)$$

Câu 2:a/. Ph- ơng trình (1) có nghiệm khi và chỉ khi $\Delta' \geq 0$.

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow (m - 1)^2 - m^2 - 3 \geq 0 \\ &\Leftrightarrow 4 - 2m \geq 0 \\ &\Leftrightarrow m \leq 2. \end{aligned}$$

b/. Với $m \leq 2$ thì (1) có 2 nghiệm.

Gọi một nghiệm của (1) là a thì nghiệm kia là $3a$. Theo Viet ,ta có:

$$\begin{cases} a + 3a = 2m - 2 \\ a \cdot 3a = m^2 - 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = \frac{m-1}{2} \Rightarrow 3\left(\frac{m-1}{2}\right)^2 = m^2 - 3$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 6m - 15 = 0$$

$$\Leftrightarrow m = -3 \pm 2\sqrt{6} \quad (\text{thõa mãn điều kiện}).$$

Câu 3:

Điều kiện $x \neq 0 ; 2 - x^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 0 ; |x| < \sqrt{2}$.

Đặt $y = \sqrt{2 - x^2} > 0$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2 & (1) \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 2 & (2) \end{cases}$$

Từ (2) có : $x + y = 2xy$. Thay vào (1) có : $xy = 1$ hoặc $xy = -\frac{1}{2}$

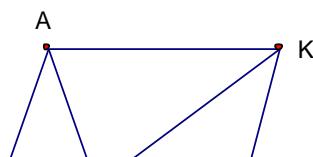
* Nếu $xy = 1$ thì $x + y = 2$. Khi đó x, y là nghiệm của ph- ơng trình:

$$X^2 - 2X + 1 = 0 \Leftrightarrow X = 1 \Rightarrow x = y = 1.$$

* Nếu $xy = -\frac{1}{2}$ thì $x + y = -1$. Khi đó x, y là nghiệm của ph- ơng trình:

$$X^2 + X - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow X = \frac{-1 \pm \sqrt{3}}{2}$$

Vì $y > 0$ nên: $y = \frac{-1 + \sqrt{3}}{2} \Rightarrow x = \frac{-1 - \sqrt{3}}{2}$



Vậy ph- ơng trình có hai nghiệm: $x_1 = 1$; $x_2 = \frac{-1-\sqrt{3}}{2}$

Câu 4: c/. Theo câu b, tứ giác ABCK là hình thang.

$$\begin{aligned} \text{Do đó, tứ giác ABCK là hình bình hành} &\Leftrightarrow AB // CK \\ &\Leftrightarrow BAC = ACK \end{aligned}$$

$$\text{Mà } ACK = \frac{1}{2} \text{sđ } EC = \frac{1}{2} \text{sđ } BD = DCB$$

$$\text{Nên } BCD = BAC$$

Dụng tia Cy sao cho $BCy = BAC$. Khi đó, D là giao điểm của AB và Cy.

Với giả thiết $AB > BC$ thì $BCA > BAC > BDC$.

$$\Rightarrow D \in AB.$$

Vậy điểm D xác định nh- trên là điểm cần tìm.

ĐỀ 88

Câu 1: a) Xác định $x \in \mathbb{R}$ để biểu thức: $A = \sqrt{x^2 + 1} - x - \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1} - x}$ Là một số tự nhiên

b. Cho biểu thức: $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{xy} + \sqrt{x} + 2} + \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{yz} + \sqrt{y} + 1} + \frac{2\sqrt{z}}{\sqrt{zx} + 2\sqrt{z} + 2}$ Biết $x.y.z = 4$, tính \sqrt{P} .

Câu 2: Cho các điểm A(-2;0) ; B(0;4) ; C(1;1) ; D(-3;2)

- 1) Chứng minh 3 điểm A, B ,D thẳng hàng; 3 điểm A, B, C không thẳng hàng.
- 2) Tính diện tích tam giác ABC.

Câu 3 Giải ph- ơng trình: $\sqrt{x-1} - \sqrt[3]{2-x} = 5$

Câu 4 Cho đ- ờng tròn ($O; R$) và một điểm A sao cho $OA = R\sqrt{2}$. Vẽ các tiếp tuyến AB, AC với đ- ờng tròn. Một góc $\angle xOy = 45^\circ$ cắt đoạn thẳng AB và AC lần l- ợt tại D và E.

Chứng minh rằng:

a.DE là tiếp tuyến của đ- ờng tròn (O).

$$\text{b. } \frac{2}{3}R < DE < R$$

đáp án

Câu 1: a.

$$A = \sqrt{x^2 + 1} - x - \frac{\sqrt{x^2 + 1} + x}{(\sqrt{x^2 + 1} - x)(\sqrt{x^2 + 1} + x)} = \sqrt{x^2 + 1} - x - (\sqrt{x^2 + 1} + x) = -2x$$

A là số tự nhiên $\Leftrightarrow -2x$ là số tự nhiên $\Leftrightarrow x = \frac{k}{2}$

(trong đó $k \in \mathbb{Z}$ và $k \leq 0$)

b. Điều kiện xác định: $x, y, z \geq 0$, kết hợp với $x.y.z = 4$ ta đ- ợc $x, y, z > 0$ và $\sqrt{xyz} = 2$

Nhân cả tử và mẫu của hạng tử thứ 2 với \sqrt{x} ; thay 2 ở mẫu của hạng tử thứ 3 bởi \sqrt{xyz} ta đ- ợc:

$$P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{xy} + \sqrt{x} + 2} + \frac{\sqrt{xy}}{\sqrt{xy} + \sqrt{x} + 2} + \frac{2\sqrt{z}}{\sqrt{z}(\sqrt{x} + 2 + \sqrt{xy})} = \frac{\sqrt{x} + \sqrt{xy} + 2}{\sqrt{xy} + \sqrt{x} + 2} = 1 \quad (1đ)$$

$$\Rightarrow \sqrt{P} = 1 \text{ vì } P > 0$$

Câu 2: a. Đ- ờng thẳng đi qua 2 điểm A và B có dạng $y = ax + b$

Điểm A(-2;0) và B(0;4) thuộc đ- ờng thẳng AB nên $\Rightarrow b = 4$; $a = 2$

Vậy đ- ờng thẳng AB là $y = 2x + 4$.

Điểm C(1;1) có toạ độ không thoả mãn $y = 2x + 4$ nên C không thuộc đ- ờng thẳng AB $\Rightarrow A, B, C$ không thẳng hàng.

Điểm D(-3;2) có toạ độ thoả mãn $y = 2x + 4$ nên điểm D thuộc đ- ờng thẳng AB $\Rightarrow A, B, D$ thẳng hàng

b. Ta có :

$$AB^2 = (-2 - 0)^2 + (0 - 4)^2 = 20$$

$$AC^2 = (-2 - 1)^2 + (0 - 1)^2 = 10$$

$$BC^2 = (0 - 1)^2 + (4 - 1)^2 = 10$$

$$\Rightarrow AB^2 = AC^2 + BC^2 \Rightarrow \Delta ABC \text{ vuông tại } C$$

$$\text{Vậy } S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AC \cdot BC = \frac{1}{2}\sqrt{10} \cdot \sqrt{10} = 5 \text{ (đơn vị diện tích)}$$

Câu 3: Đkxđ $x \geq 1$, đặt $\sqrt{x-1} = u$; $\sqrt[3]{2-x} = v$ ta có hệ ph- ơng trình:

$$\begin{cases} u - v = 5 \\ u^2 + v^3 = 1 \end{cases}$$

Giải hệ ph- ơng trình bằng ph- ơng pháp thế ta đ- ợc: $v = 2$

$$\Rightarrow x = 10.$$

Câu 4

a. áp dụng định lí Pitago tính đ- ợc

$AB = AC = R \Rightarrow ABOC$ là hình vuông (0.5đ)

Ké bán kính OM sao cho

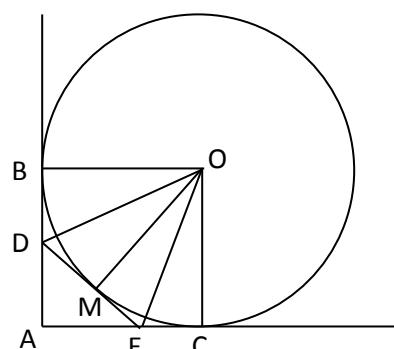
$$\angle BOD = \angle MOD \Rightarrow$$

$$\angle MOE = \angle EOC \text{ (0.5đ)}$$

Chứng minh $\Delta BOD = \Delta MOD$

$$\Rightarrow \angle OMD = \angle OBD = 90^\circ$$

T- ơng tự: $\angle OME = 90^\circ$



$\Rightarrow D, M, E$ thẳng hàng. Do đó DE là tiếp tuyến của đ- ờng tròn (O).

b.Xét ΔADE có $DE < AD + AE$ mà $DE = DB + EC$

$\Rightarrow 2ED < AD + AE + DB + EC$ hay $2DE < AB + AC = 2R \Rightarrow DE < R$

Ta có $DE > AD$; $DE > AE$; $DE = DB + EC$

Cộng từng vế ta đ- ợc: $3DE > 2R \Rightarrow DE > \frac{2}{3}R$

Vậy $R > DE > \frac{2}{3}R$

ĐỀ 89

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 4}$

a) Tính $f(-1)$; $f(5)$

b) Tìm x để $f(x) = 10$

c) Rút gọn $A = \frac{f(x)}{x^2 - 4}$ khi $x \neq \pm 2$

Câu 2: Giải hệ ph- ơng trình

$$\begin{cases} x(y-2) = (x+2)(y-4) \\ (x-3)(2y+7) = (2x-7)(y+3) \end{cases}$$

Câu 3: Cho biểu thức

$$A = \left(\frac{x\sqrt{x}+1}{x-1} - \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} \right) : \left(\sqrt{x} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \right) \text{ với } x > 0 \text{ và } x \neq 1$$

a) Rút gọn A

2) Tìm giá trị của x để $A = 3$

Câu 4: Từ điểm P nằm ngoài đ- ờng tròn tâm O bán kính R , kẻ hai tiếp tuyến PA ; PB . Gọi H là chân đ- ờng vuông góc hạ từ A đến đ- ờng kính BC .

a) Chứng minh rằng PC cắt AH tại trung điểm E của AH

b) Giả sử $PO = d$. Tính AH theo R và d .

Câu 5: Cho ph- ơng trình $2x^2 + (2m - 1)x + m - 1 = 0$

Không giải ph- ơng trình, tìm m để ph- ơng trình có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thỏa mãn: $3x_1 - 4x_2$

= 11

đáp án

Câu 1

a) $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 4} = \sqrt{(x-2)^2} = |x-2|$

Suy ra $f(-1) = 3; f(5) = 3$

b) $f(x) = 10 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 = 10 \\ x-2 = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ x = -8 \end{cases}$

c) $A = \frac{f(x)}{x^2 - 4} = \frac{|x-2|}{(x-2)(x+2)}$

Với $x > 2$ suy ra $x - 2 > 0$ suy ra $A = \frac{1}{x+2}$

Với $x < 2$ suy ra $x - 2 < 0$ suy ra $A = -\frac{1}{x+2}$

Câu 2

$$\begin{aligned} &\begin{cases} x(y-2) = (x+2)(y-4) \\ (x-3)(2y+7) = (2x-7)(y+3) \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} xy - 2x = xy + 2y - 4x - 8 \\ 2xy - 6y + 7x - 21 = 2xy - 7y + 6x - 21 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x - y = -4 \\ x + y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 2 \end{cases} \end{aligned}$$

Câu 3a) Ta có: $A = \left(\frac{x\sqrt{x}+1}{x-1} - \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} \right) : \left(\sqrt{x} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \right)$

$$= \left(\frac{(\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} - \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \right)$$

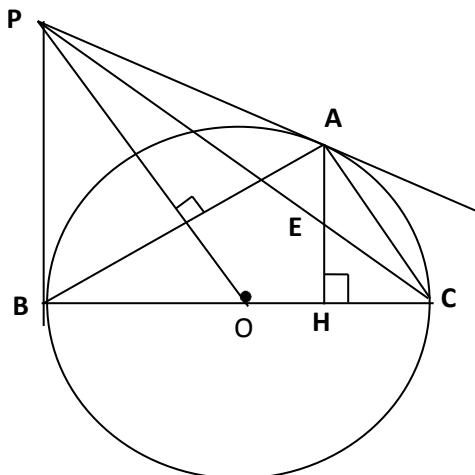
$$= \left(\frac{x-\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} - \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} \right) : \left(\frac{x-\sqrt{x}+\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \right)$$

$$= \frac{x-\sqrt{x}+1-x+1}{\sqrt{x}-1} : \frac{x}{\sqrt{x}-1}$$

$$= \frac{-\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1} : \frac{x}{\sqrt{x}-1} = \frac{-\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1} \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{x} = \frac{2-\sqrt{x}}{x}$$

b) $A = 3 \Rightarrow \frac{2-\sqrt{x}}{x} = 3 \Rightarrow 3x + \sqrt{x} - 2 = 0 \Rightarrow x = 2/3$

Câu 4



- 1) Do $HA \parallel PB$ (Cùng vuông góc với BC)
- 2) nên theo định lý Talet áp dụng cho tam giác CPB ta có

$$\frac{EH}{PB} = \frac{CH}{CB}; \quad (1)$$

Mặt khác, do $PO \parallel AC$ (cùng vuông góc với AB)
 $\Rightarrow \widehat{POB} = \widehat{ACB}$ (hai góc đồng vị)
 $\Rightarrow \Delta AHC \sim \Delta POB$

$$\text{Do đó: } \frac{AH}{PB} = \frac{CH}{OB} \quad (2)$$

Do $CB = 2OB$, kết hợp (1) và (2) ta suy ra $AH = 2EH$ hay E là trung điểm của AH .

- b) Xét tam giác vuông BAC , đ-ờng cao AH ta có $AH^2 = BH \cdot CH = (2R - CH) \cdot CH$

Theo (1) và do $AH = 2EH$ ta có

$$AH^2 = (2R - \frac{AH \cdot CB}{2PB}) \frac{AH \cdot CB}{2PB}$$

$$\Leftrightarrow AH^2 \cdot 4PB^2 = (4R \cdot PB - AH \cdot CB) \cdot AH \cdot CB$$

$$\begin{aligned}
 &\Leftrightarrow 4AH.PB^2 = 4R.PB.CB - AH.CB^2 \\
 &\Leftrightarrow AH(4PB^2 + CB^2) = 4R.PB.CB \\
 &\Leftrightarrow AH = \frac{4R.CB.PB}{4.PB^2 + CB^2} = \frac{4R.2R.PB}{4PB^2 + (2R)^2} \\
 &= \frac{8R^2 \cdot \sqrt{d^2 - R^2}}{4(d^2 - R^2) + 4R^2} = \frac{2.R^2 \cdot \sqrt{d^2 - R^2}}{d^2}
 \end{aligned}$$

Câu 5 (1d)

Để ph- ơng trình có 2 nghiệm phân biệt $x_1 ; x_2$ thì $\Delta > 0$

$$\Leftrightarrow (2m - 1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (m - 1) > 0$$

$$\text{Từ đó suy ra } m \neq 1,5 \quad (1)$$

Mặt khác, theo định lý Viết và giả thiết ta có:

$$\left\{
 \begin{array}{l}
 x_1 + x_2 = -\frac{2m-1}{2} \\
 x_1 \cdot x_2 = \frac{m-1}{2} \\
 3x_1 - 4x_2 = 11
 \end{array}
 \right. \Leftrightarrow \left\{
 \begin{array}{l}
 x_1 = \frac{13-4m}{7} \\
 x_1 = \frac{7m-7}{26-8m} \\
 3\frac{13-4m}{7} - 4\frac{7m-7}{26-8m} = 11
 \end{array}
 \right.$$

$$\text{Giải ph- ơng trình } 3\frac{13-4m}{7} - 4\frac{7m-7}{26-8m} = 11$$

$$\text{ta đ- ợc } m = -2 \text{ và } m = 4,125 \quad (2)$$

Đối chiếu điều kiện (1) và (2) ta có: Với $m = -2$ hoặc $m = 4,125$ thì ph- ơng trình đã cho có hai nghiệm phân biệt t

ĐỀ 90

Câu I : Tính giá trị của biểu thức:

$$A = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{7}} + \frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{9}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{97} + \sqrt{99}}$$

$$B = 35 + 335 + 3335 + \dots + \underbrace{333\dots35}_{99s\in 3}$$

Câu II : Phân tích thành nhân tử :

a) $X^2 - 7X - 18$

b) $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)$

c) $1 + a^5 + a^{10}$

Câu III :

a. Chứng minh : $(ab+cd)^2 \leq (a^2+c^2)(b^2+d^2)$

b. áp dụng : cho $x+4y = 5$. Tìm GTNN của biểu thức : $M = 4x^2 + 4y^2$

Câu 4 : Cho tam giác ABC nội tiếp đ- ờng tròn (O), I là trung điểm của BC, M là một điểm trên đoạn CI (M khác C và I). Đ- ờng thẳng AM cắt (O) tại D, tiếp tuyến của đ- ờng tròn ngoại tiếp tam giác AIM tại M cắt BD và DC tại P và Q.

a. Chứng minh $DM \cdot AI = MP \cdot IB$

b. Tính tỉ số : $\frac{MP}{MQ}$

Câu 5:

$$\text{Cho } P = \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 3}}{\sqrt{1-x}}$$

Tìm điều kiện để biểu thức có nghĩa, rút gọn biểu thức.

đáp án

Câu 1 :

$$\begin{aligned} 1) A &= \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{7}} + \frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{9}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{97}+\sqrt{99}} \\ &= \frac{1}{2} (\sqrt{5}-\sqrt{3} + \sqrt{7}-\sqrt{5} + \sqrt{9}-\sqrt{7} + \dots + \sqrt{99}-\sqrt{97}) = \frac{1}{2} (\sqrt{99}-\sqrt{3}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) B &= 35 + 335 + 3335 + \dots + \underbrace{333\dots35}_{99sẽ3} = \\ &= 33 + 2 + 333 + 2 + 3333 + 2 + \dots + 333\dots33 + 2 \\ &= 2.99 + (33 + 333 + 3333 + \dots + 333\dots33) \\ &= 198 + \frac{1}{3} (99 + 999 + 9999 + \dots + 999\dots99) \end{aligned}$$

$$198 + \frac{1}{3} (10^2 - 1 + 10^3 - 1 + 10^4 - 1 + \dots + 10^{100} - 1) = 198 - 33 +$$

$$B = \left(\frac{10^{101} - 10^2}{27} \right) + 165$$

Câu 2: 1) $x^2 - 7x - 18 = x^2 - 4 - 7x - 14 = (x-2)(x+2) - 7(x+2) = (x+2)(x-9)$ (1đ)

$$\begin{aligned} 2) (x+1)(x+2)(x+3)(x+4) - 3 &= (x+1)(x+4)(x+2)(x+3) - 3 \\ &= (x^2 + 5x + 4)(x^2 + 5x + 6) - 3 = [x^2 + 5x + 4][(x^2 + 5x + 4) + 2] - 3 \\ &= (x^2 + 5x + 4)^2 + 2(x^2 + 5x + 4) - 3 = (x^2 + 5x + 4)^2 - 1 + 2(x^2 + 5x + 4) - 2 \\ &= [(x^2 + 5x + 4) - 1][(x^2 + 5x + 4) + 1] + 2[(x^2 + 5x + 4) - 1] \end{aligned}$$

$$= (x^2 + 5x + 3)(x^2 + 5x + 7)$$

$$3) a^{10} + a^5 + 1$$

$$= a^{10} + a^9 + a^8 + a^7 + a^6 + a^5 + a^5 + a^4 + a^3 + a^2 + a + 1$$

$$- (a^9 + a^8 + a^7) - (a^6 + a^5 + a^4) - (a^3 + a^2 + a)$$

$$= a^8(a^2 + a + 1) + a^5(a^2 + a + 1) + a^3(a^2 + a + 1) + (a^2 + a + 1) - a^7(a^2 + a + 1)$$

$$- a^4(a^2 + a + 1) - a(a^2 + a + 1)$$

$$= (a^2 + a + 1)(a^8 - a^7 + a^5 - a^4 + a^3 - a + 1)$$

Câu 3: 4đ

$$1) \text{ Ta có : } (ab+cd)^2 \leq (a^2+c^2)(b^2+d^2) \Leftrightarrow$$

$$a^2b^2 + 2abcd + c^2d^2 \leq a^2b^2 + a^2d^2 + c^2b^2 + c^2d^2 \Leftrightarrow$$

$$0 \leq a^2d^2 - 2abcd + c^2b^2 \Leftrightarrow$$

$$0 \leq (ad - bc)^2 \quad (\text{đpcm})$$

Dấu = xẩy ra khi $ad = bc$.

2) áp dụng hằng đẳng thức trên ta có :

$$5^2 = (x+4y)^2 = (x + 4y) \leq (x^2 + y^2)(1+16) \Rightarrow$$

$$x^2 + y^2 \geq \frac{25}{17} \Rightarrow 4x^2 + 4y^2 \geq \frac{100}{17} \text{ dấu = xẩy ra khi } x = \frac{5}{17}, y = \frac{20}{17} \quad (2\text{đ})$$

Câu 4 : 5đ

Ta có : góc DMP = góc AMQ = góc AIC. Mặt khác góc ADB = góc BCA =>

$$\Delta MPD \text{ đồng dạng với } \Delta ICA \Rightarrow \frac{DM}{CI} = \frac{MP}{IA} \Rightarrow DM \cdot IA = MP \cdot CI \text{ hay } DM \cdot IA = MP \cdot IB \quad (1).$$

Ta có góc ADC = góc CBA,

Góc DMQ = 180° - AMQ = 180° - góc AIM = góc BIA.

Do đó ΔDMQ đồng dạng với ΔBIA =>

$$\frac{DM}{BI} = \frac{MQ}{IA} \Rightarrow DM \cdot IA = MQ \cdot IB \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta suy ra } \frac{MP}{MQ} = 1$$

Câu 5

Để P xác định thì : $x^2 - 4x + 3 \geq 0$ và $1-x > 0$

$$\text{Từ } 1-x > 0 \Rightarrow x < 1$$

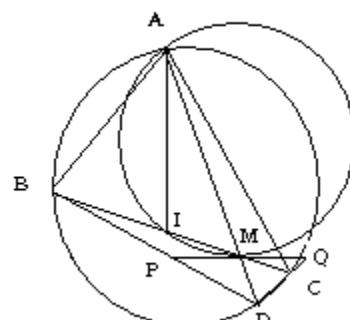
Mặt khác : $x^2 - 4x + 3 = (x-1)(x-3)$, Vì $x < 1$ nên ta có :

$$(x-1) < 0 \text{ và } (x-3) < 0 \text{ từ đó suy ra tích của } (x-1)(x-3) > 0$$

Vậy với $x < 1$ thì biểu thức có nghĩa.

Với $x < 1$ Ta có :

$$P = \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 3}}{\sqrt{1-x}} = \frac{\sqrt{(x-1)(x-3)}}{\sqrt{1-x}} = \sqrt{3-x}$$



ĐỀ 91

Câu 1 : a. Rút gọn biểu thức . $A = \sqrt{1 + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{(a+1)^2}}$ Với $a > 0$.

b. Tính giá trị của tổng. $B = \sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots} + \sqrt{1 + \frac{1}{99^2} + \frac{1}{100^2}}$

Câu 2 : Cho pt $x^2 - mx + m - 1 = 0$

a. Chứng minh rằng pt luôn luôn có nghiệm với $\forall m$.

b. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của pt. Tìm GTLN, GTNN của bt.

$$P = \frac{2x_1x_2 + 3}{x_1^2 + x_2^2 + 2(x_1x_2 + 1)}$$

Câu 3 : Cho $x \geq 1, y \geq 1$ **Chứng minh.**

$$\frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{1+y^2} \geq \frac{2}{1+xy}$$

Câu 4 Cho đ- ờng tròn tâm o và dây AB. M là điểm chuyển động trên đ- ờng tròn, từ M kẻ MH $\perp AB$ ($H \in AB$). Gọi E và F lần l- ợt là hình chiếu vuông góc của H trên MA và MB. Qua M kẻ đ- ờng thẳng vuông góc với è cắt dây AB tại D.

1. Chứng minh rằng đ- ờng thẳng MD luôn đi qua 1 điểm cố định khi M thay đổi trên đ- ờng tròn.

2. Chứng minh.

$$\frac{MA^2}{MB^2} = \frac{AH}{BD} \cdot \frac{AD}{BH}$$

H- ống dẫn

Câu 1 a. Bình ph- ơng 2 vế $\Rightarrow A = \frac{a^2 + a + 1}{a(a+1)}$ (Vì $a > 0$).

3) áp dụng câu a.

$$A = 1 + \frac{1}{a} - \frac{1}{a+1}$$

$$\Rightarrow B = 100 - \frac{1}{100} = \frac{9999}{100}$$

Câu 2 a. : cm $\Delta \geq 0 \quad \forall m$

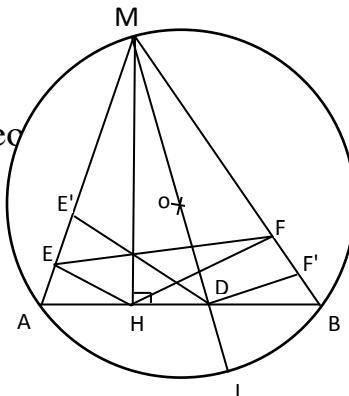
B (2 đ) áp dụng hệ thức Viet ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 x_2 = m - 1 \end{cases} \Rightarrow P = \frac{2m+1}{m^2+2} \quad (1) \text{ Tìm đk để pt (1) có nghiệm theo}$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2} \leq P \leq 1$$

$$\Rightarrow GTLN = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow m = -2$$

$$GTNN = 1 \Leftrightarrow m = 1$$



Câu 3 : Chuyển vế quy đồng ta đ- ợc.

$$\begin{aligned} \text{bđt} &\Leftrightarrow \frac{x(y-x)}{(1+x^2)(1+xy)} + \frac{y(x-y)}{(1+y^2)(1+xy)} \geq 0 \\ &\Leftrightarrow (x-y)^2(xy-1) \geq 0 \text{ đúng vì } xy \geq 1 \end{aligned}$$

Câu 4: a

- Kẻ thêm đ- ờng phụ.
- Chứng minh MD là đ- ờng kính của (o)
- =>
- b.

Gọi E' , F' lần l- ợt là hình chiếu của D trên MA và MB .

$$\text{Đặt } HE = H_1$$

$$HF = H_2$$

$$\Rightarrow \frac{AH}{BD} \cdot \frac{AD}{BH} = \frac{HE.h_1 \cdot MA^2}{HF.h_2 \cdot MB^2} \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow \Delta HEF \propto \Delta DFE'$$

$$\Rightarrow HF.h_2 = HE.h$$

$$\text{Thay vào (1) ta có: } \frac{MA^2}{MB^2} = \frac{AH}{BD} \cdot \frac{AD}{BH}$$

ĐỀ 92

Câu 1: Cho biểu thức $D = \left[\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{1 - \sqrt{ab}} + \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{1 + \sqrt{ab}} \right] : \left[1 + \frac{a+b+2ab}{1-ab} \right]$

a) Tìm điều kiện xác định của D và rút gọn D

b) Tính giá trị của D với $a = \frac{2}{2-\sqrt{3}}$

c) Tìm giá trị lớn nhất của D

Câu 2: Cho ph- ơng trình $\frac{2}{2-\sqrt{3}}x^2 - mx + \frac{2}{2-\sqrt{3}}m^2 + 4m - 1 = 0$ (1)

a) Giải ph- ơng trình (1) với $m = -1$

b) Tìm m để ph- ơng trình (1) có 2 nghiệm thoả mãn $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = x_1 + x_2$

Câu 3: Cho tam giác ABC đ- ờng phân giác AI, biết $AB = c$, $AC = b$, $\hat{A} = \alpha (\alpha = 90^\circ)$ Chứng minh

$$\text{rằng } AI = \frac{2bc \cdot \cos \frac{\alpha}{2}}{b+c} \quad (\text{Cho } \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha)$$

Câu 4: Cho đ- ờng tròn (O) đ- ờng kính AB và một điểm N di động trên một nửa đ- ờng tròn sao cho $N\hat{A} \leq N\hat{B}$. Vẽ vào trong đ- ờng tròn hình vuông ANMP.

a) Chứng minh rằng đ- ờng thẳng NP luôn đi qua điểm cố định Q.

b) Gọi I là tâm đ- ờng tròn nội tiếp tam giác NAB. Chứng minh tứ giác ABMI nội tiếp.

c) Chứng minh đ- ờng thẳng MP luôn đi qua một điểm cố định.

Câu 5: Cho x, y, z ; $xy + yz + zx = 0$ và $x + y + z = -1$

Hãy tính giá trị của:

$$B = \frac{xy}{z} + \frac{zx}{y} + \frac{yz}{x}$$

Đáp án

Câu 1: a) - Điều kiện xác định của D là $\begin{cases} a \geq 0 \\ b \geq 0 \\ ab \neq 1 \end{cases}$

- Rút gọn D

$$D = \left[\frac{2\sqrt{a} + 2b\sqrt{a}}{1-ab} \right] : \left[\frac{a+b+ab}{1-ab} \right]$$

$$D = \frac{2\sqrt{a}}{a+1}$$

$$\text{b)} a = \frac{2}{2+\sqrt{3}} = \frac{2(2+\sqrt{3})}{1} = (\sqrt{3}+1)^2 \Rightarrow \sqrt{a} = \sqrt{3}+1$$

$$\text{Vậy } D = \frac{\frac{2+2\sqrt{3}}{2}}{\frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} + 1} = \frac{2\sqrt{3}-2}{4-\sqrt{3}}$$

c) áp dụng bất đẳng thức cauchy ta có

$$2\sqrt{a} \leq a+1 \Rightarrow D \leq 1$$

Vậy giá trị của D là 1

Câu 2: a) $m = -1$ ph- ơng trình (1) $\Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 + x - \frac{9}{2} = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 9 = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = -1 - \sqrt{10} \\ x_2 = -1 + \sqrt{10} \end{cases}$$

b) Để ph- ơng trình 1 có 2 nghiệm thì $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow -8m + 2 \geq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{1}{4}$ (*)

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}m^2 + 4m - 1 \neq 0$$

+ Để ph- ơng trình có nghiệm khác 0 $\Rightarrow \begin{cases} m_1 \neq -4 - 3\sqrt{2} \\ m_2 \neq -4 + 3\sqrt{2} \end{cases}$ (**)

$$+ \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = x_1 + x_2 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)(x_1 x_2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \\ x_1 x_2 - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m = 0 \\ m^2 + 8m - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -4 - \sqrt{19} \\ m = -4 + \sqrt{19} \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện (*) và (**) ta đ- ợc $m = 0$ và $m = -4 - \sqrt{19}$

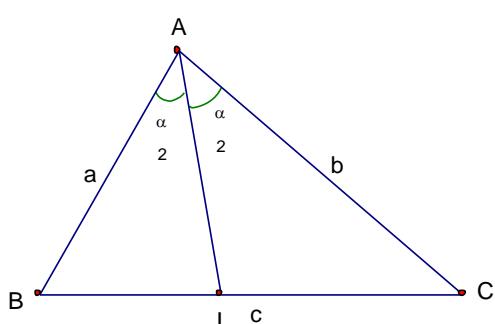
Câu 3:

$$+ S_{\Delta ABI} = \frac{1}{2} AI \cdot c \sin \frac{\alpha}{2};$$

$$+ S_{\Delta AIC} = \frac{1}{2} AI \cdot b \sin \frac{\alpha}{2};$$

$$+ S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} bc \sin \alpha;$$

$$S_{\Delta ABC} = S_{\Delta ABI} + S_{\Delta AIC}$$



$$\Rightarrow bc \sin \alpha = AI \sin \frac{\alpha}{2} (b+c)$$

$$\Rightarrow AI = \frac{bc \sin \alpha}{\sin \frac{\alpha}{2} (b+c)} = \frac{2bc \cos \frac{\alpha}{2}}{b+c}$$

Câu 4: a) $\hat{N}_1 = \hat{N}_2$ Gọi Q = NP $\cap (O)$

$\Rightarrow Q\hat{A} = Q\hat{B}$ Suy ra Q cố định

b) $\hat{A}_1 = \hat{M}_1 (= \hat{A}_2)$

\Rightarrow Tứ giác ABMI nội tiếp

c) Trên tia đối của QB lấy điểm F sao cho QF = QB, F cố định.

Tam giác ABF có: $AQ = QB = QF$

$\Rightarrow \Delta ABF$ vuông tại A $\Rightarrow \hat{B} = 45^\circ \Rightarrow A\hat{F}B = 45^\circ$

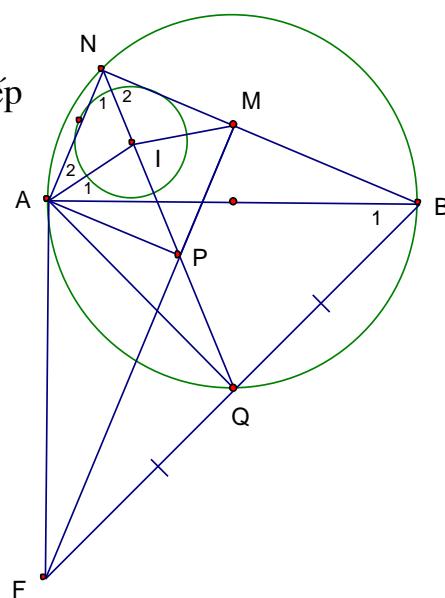
Lại có $\hat{P}_1 = 45^\circ \Rightarrow AFB = \hat{P}_1 \Rightarrow$ Tứ giác APQF nội tiếp

$\Rightarrow A\hat{P}F = A\hat{Q}F = 90^\circ$

Ta có: $A\hat{P}F + A\hat{P}M = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow M_1, P, F$ thẳng hàng

Câu 5: Biến đổi $B = xyz \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} \right) = \dots = xyz \cdot \frac{2}{xyz} = 2$



ĐỀ 93

Bài 1: Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x - \sqrt{4(x-1)}} + \sqrt{x + \sqrt{4(x-1)}}}{\sqrt{x^2 - 4(x-1)}} \cdot \left(1 - \frac{1}{x-1} \right)$

- a) Tìm điều kiện của x để A xác định
- b) Rút gọn A

Bài 2 : Trên cùng một mặt phẳng tọa độ cho hai điểm A(5; 2) và B(3; -4)

- a) Viết phương trình đường thẳng AB
- b) Xác định điểm M trên trục hoành để tam giác MAB cân tại M

Bài 3 : Tìm tất cả các số tự nhiên m để phương trình sau:

$$x^2 - m^2x + m + 1 = 0$$

có nghiệm nguyên.

Bài 4 : Cho tam giác ABC. Phân giác AD ($D \in BC$) vẽ đ-ờng tròn tâm O qua A và D đồng thời tiếp xúc với BC tại D. Đ-ờng tròn này cắt AB và AC lần l-ợt tại E và F. Chứng minh

- a) $EF // BC$
- b) Các tam giác AED và ADC; àD và ABD là các tam giác đồng dạng.
- c) $AE \cdot AC = AE \cdot AB = AC^2$

Bài 5 : Cho các số d-ơng x, y thỏa mãn điều kiện $x^2 + y^2 \geq x^3 + y^4$. Chứng minh:

$$x^3 + y^3 \leq x^2 + y^2 \leq x + y \leq 2$$

Đáp án

Bài 1:

a) Điều kiện x thỏa mãn

$$\begin{cases} x - 1 \neq 0 \\ x - \sqrt{4(x-1)} \geq 0 \\ x + \sqrt{4(x-1)} \geq 0 \\ x^2 - 4(x-1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \geq 1 \\ x \geq 1 \\ x \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1 \text{ và } x \neq 2$$

KL: A xác định khi $1 < x < 2$ hoặc $x > 2$

b) Rút gọn A

$$A = \frac{\sqrt{(\sqrt{x-1}-1)^2} + \sqrt{(\sqrt{x-1}+1)^2}}{\sqrt{(x-2)^2}} \cdot \frac{x-2}{x-1}$$

$$A = \frac{|\sqrt{x-1}-1| + \sqrt{x-1}+1}{|x-2|} \cdot \frac{x-2}{x-1}$$

$$\text{Với } 1 < x < 2 \quad A = \frac{2}{1-x}$$

$$\text{Với } x > 2 \quad A = \frac{2}{\sqrt{x-1}}$$

Kết luận

$$\text{Với } 1 < x < 2 \text{ thì } A = \frac{2}{1-x}$$

$$\text{Với } x > 2 \text{ thì } A = \frac{2}{\sqrt{x-1}}$$

Bài 2:

a) A và B có hoành độ và tung độ đều khác nhau nên ph-ơng trình đ-ờng thẳng AB có dạng $y = ax + b$

$$A(5; 2) \in AB \Rightarrow 5a + b = 2$$

$$B(3; -4) \in AB \Rightarrow 3a + b = -4$$

$$\text{Giải hệ ta có } a = 3; b = -13$$

$$\text{Vậy ph-ơng trình đ-ờng thẳng AB là } y = 3x - 13$$

b) Giả sử $M(x, 0) \in xx'$ ta có

$$MA = \sqrt{(x-5)^2 + (0-2)^2}$$

$$MB = \sqrt{(x-3)^2 + (0+4)^2}$$

$$\square MAB \text{ cân} \Rightarrow MA = MB \Leftrightarrow \sqrt{(x-5)^2 + 4} = \sqrt{(x-3)^2 + 16}$$

$$\Leftrightarrow (x-5)^2 + 4 = (x-3)^2 + 16$$

$$\Leftrightarrow x = 1$$

Kết luận: Điểm cần tìm: $M(1; 0)$

Bài 3:

Phương trình có nghiệm nguyên khi $\square = m^4 - 4m - 4$ là số chính ph- ơng

Ta lại có: $m = 0; 1$ thì $\square < 0$ loại

$m = 2$ thì $\square = 4 = 2^2$ nhận

$m \geq 3$ thì $2m(m-2) > 5 \Leftrightarrow 2m^2 - 4m - 5 > 0$

$$\Leftrightarrow \square - (2m^2 - 2m - 5) < \square < \square + 4m + 4$$

$$\Leftrightarrow m^4 - 2m + 1 < \square < m^4$$

$$\Leftrightarrow (m^2 - 1)^2 < \square < (m^2)^2$$

\square không chính phương

Vậy $m = 2$ là giá trị cần tìm.

Bài 4:

a) $EAD = EFD (= \frac{1}{2} sđ ED)$ (0,25)

$FAD = FDC (= \frac{1}{2} sđ FD)$ (0,25)

mà $EDA = FAD \Rightarrow EFD = FDC$ (0,25)

$\Rightarrow EF // BC$ (2 góc so le trong bằng nhau)

b) AD là phân giác góc BAC nên $DE = DF$

$$sđ ACD = \frac{1}{2} sđ(AED - DF) = \frac{1}{2} sđ AE = sđ ADE$$

do đó $ACD = ADE$ và $EAD = DAC$

$$\Rightarrow \square D\square\square\square\square\ADC (\text{g.g})$$

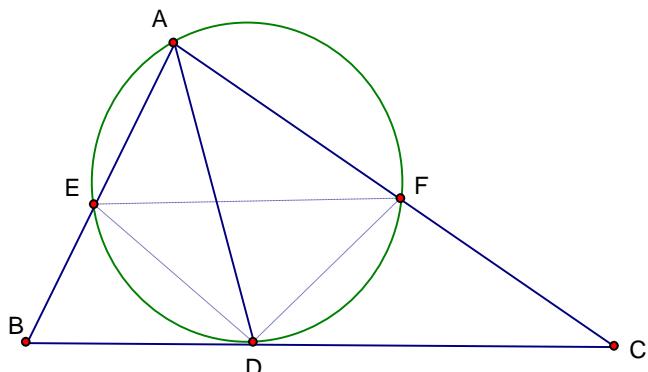
T- ơng tự: $sđ ADF = \frac{1}{2} sđ AF = \frac{1}{2} sđ(AFD - DE) = \frac{1}{2}(sđ AFD - DE) = sđ ABD \Rightarrow ADF = ABD$

do đó $\square AFD \sim \square D\square\ADC$ (g.g)

c) Theo trên:

+ $\square AED \sim \square DB$

$$\Rightarrow \frac{AE}{AD} = \frac{AD}{AC} \text{ hay } AD^2 = AE \cdot AC \quad (1)$$



$$+ \square ADF \sim \square ABD \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AF}{AD}$$

$$\Rightarrow AD^2 = AB \cdot AF \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có $AD^2 = AE \cdot AC = AB \cdot AF$

Bài 5 (1d):

Ta có $(y^2 - y) + 2 \geq 0 \Rightarrow 2y^3 \leq y^4 + y^2$

$$\Rightarrow (x^3 + y^2) + (x^2 + y^3) \leq (x^2 + y^2) + (y^4 + x^3)$$

mà $x^3 + y^4 \leq x^2 + y^3$ do đó

$$x^3 + y^3 \leq x^2 + y^2 \quad (1)$$

+ Ta có: $x(x - 1)^2 \geq 0: y(y + 1)(y - 1)^2 \geq 0$

$$\Rightarrow x(x - 1)^2 + y(y + 1)(y - 1)^2 \geq 0$$

$$\Rightarrow x^3 - 2x^2 + x + y^4 - y^3 - y^2 + y \geq 0$$

$$\Rightarrow (x^2 + y^2) + (x^2 + y^3) \leq (x + y) + (x^3 + y^4)$$

mà $x^2 + y^3 \geq x^3 + y^4$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 \leq x + y \quad (2)$$

và $(x + 1)(x - 1) \geq 0. \quad (y - 1)(y^3 - 1) \geq 0$

$$x^3 - x^2 - x + 1 + y^4 - y - y^3 + 1 \geq 0$$

$$\Rightarrow (x + y) + (x^2 + y^3) \leq 2 + (x^3 + y^4)$$

mà $x^2 + y^3 \geq x^3 + y^4$

$$\Rightarrow x + y \leq 2$$

Từ (1) (2) và (3) ta có:

$$x^3 + y^3 \leq x^2 + y^2 \leq x + y \leq 2$$

ĐỀ 94

Bài 1: Cho biểu thức $M = \frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6} + \frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} + \frac{\sqrt{x}+3}{2-\sqrt{x}}$

- a. Tìm điều kiện của x để M có nghĩa và rút gọn M
- b. Tìm x để $M = 5$
- c. Tìm $x \in \mathbb{Z}$ để $M \in \mathbb{Z}$.

bài 2: a) Tìm x, y nguyên dương thoả mãn phong trình

$$3x^2 + 10xy + 8y^2 = 96$$

b) tìm x, y biết $/x - 2005/ + /x - 2006/ + /y - 2007/ + /x - 2008/ = 3$

Bài 3: a. Cho các số x, y, z dương thoả mãn $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 4$

Chứng minh rằng: $\frac{1}{2x+y+z} + \frac{1}{x+2y+z} + \frac{1}{x+y+2z} \leq 1$

b. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $B = \frac{x^2 - 2x + 2006}{x^2}$ (với $x \neq 0$)

Bài 4: Cho hình vuông ABCD. Kẻ tia Ax, Ay sao cho $\hat{xAy} = 45^\circ$

Tia Ax cắt CB và BD lần lượt tại E và P, tia Ay cắt CD và BD lần lượt tại F và Q

a) Chứng minh 5 điểm E; P; Q; F; C cùng nằm trên một đường tròn

b) $S_{\Delta AEF} = 2 S_{\Delta APQ}$

Ké đồng trung trực của CD cắt AE tại M. Tính số đo góc MAB biết $\hat{CPD} = \hat{CMD}$

Bài 5: (1đ)

Cho ba số a, b, c khác 0 thoả mãn: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0$; Hãy tính $P = \frac{ac}{c^2} + \frac{bc}{a^2} + \frac{ac}{b^2}$

đáp án

Bài 1: $M = \frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6} + \frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} + \frac{\sqrt{x}+3}{2-\sqrt{x}}$

a.ĐK $x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$ 0,5đ

$$\text{Rút gọn } M = \frac{2\sqrt{x}-9 - (\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3) + (2\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}$$

Biến đổi ta có kết quả: $M = \frac{x-\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)} \quad M = \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}-2)} \Leftrightarrow M = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$

$$\text{b.. } M=5 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}=5$$

$$\Rightarrow \sqrt{x}+1=5(\sqrt{x}-3)$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x}+1=5\sqrt{x}-15$$

$$\Leftrightarrow 16=4\sqrt{x}$$

$$\Rightarrow \sqrt{x}=\frac{16}{4}=4 \Rightarrow x=16$$

c. $M = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} = \frac{\sqrt{x}-3+4}{\sqrt{x}-3} = 1 + \frac{4}{\sqrt{x}-3}$

Do $M \in \mathbb{Z}$ nên $\sqrt{x}-3$ là ước của 4 $\Rightarrow \sqrt{x}-3$ nhận các giá trị: -4; -2; -1; 1; 2; 4

$$\Rightarrow x \in \{1; 4; 16; 25; 49\} \text{ do } x \neq 4 \Rightarrow x \in \{1; 16; 25; 49\}$$

Bài 2 a. $3x^2 + 10xy + 8y^2 = 96$

$$<\rightarrow 3x^2 + 4xy + 6xy + 8y^2 = 96$$

$$<\rightarrow (3x^2 + 6xy) + (4xy + 8y^2) = 96$$

$$<\rightarrow 3x(x+2y) + 4y(x+2y) = 96$$

$$<\rightarrow (x+2y)(3x+4y) = 96$$

Do x, y nguyên dương nên $x+2y; 3x+4y$ nguyên dương và $3x+4y > x+2y \geq 3$

mà $96 = 2^5 \cdot 3$ có các ước là: 1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 24; 32; 48; 96 được biểu diễn thành tích 2 thừa số không nhỏ hơn 3 là: $96 = 3 \cdot 32 = 4 \cdot 24 = 6 \cdot 16 = 8 \cdot 12$

Lại có $x + 2y$ và $3x + 4y$ có tích là 96 (Là số chẵn) có tổng $4x + 6y$ là số chẵn do đó

$$\begin{cases} x + 2y = 6 \\ 3x + 4y = 24 \end{cases} \text{ Hệ PT này vô nghiệm}$$

$$\text{Hoặc } \begin{cases} x + 2y = 6 \\ 3x + 4y = 16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$\text{Hoặc } \begin{cases} x + 2y = 8 \\ 3x + 4y = 12 \end{cases} \text{ Hệ PT vô nghiệm}$$

Vậy cặp số x, y nguyên dương cần tìm là $(x, y) = (4, 1)$

b. ta có $|A| = |-A| \geq A \forall A$

$$\text{Nên } |x - 2005| + |x - 2006| = |x - 2005| + |2008 - x| \geq |x - 2005 + 2008 - x| \geq |3| = 3 \quad (1)$$

$$\text{mà } |x - 2005| + |x - 2006| + |y - 2007| + |x - 2008| = 3 \quad (2)$$

$$\text{Kết hợp (1) và (2) ta có } |x - 2006| + |y - 2007| \leq 0 \quad (3)$$

$$(3) \text{ xảy ra khi và chỉ khi } \begin{cases} |x - 2006| = 0 \\ |y - 2007| = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2006 \\ y = 2007 \end{cases}$$

Bài 3

a) Trớc hết ta chứng minh bất đẳng thức phụ

$$\text{b) Với mọi } a, b \in \mathbb{R}: x, y > 0 \text{ ta có } \frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{y} \geq \frac{(a+b)^2}{x+y} \quad (*)$$

$$\Leftrightarrow (a^2y + b^2x)(x + y) \geq (a + b)^2 xy$$

$$\Leftrightarrow a^2y^2 + a^2xy + b^2x^2 + b^2xy \geq a^2xy + 2abxy + b^2xy$$

$$\Leftrightarrow a^2y^2 + b^2x^2 \geq 2abxy$$

$$\Leftrightarrow a^2y^2 - 2abxy + b^2x^2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (ay - bx)^2 \geq 0 \quad (**)$$
 bất đẳng thức $(**)$ đúng với mọi a, b , và $x, y > 0$

Dấu $(=)$ xảy ra khi $ay = bx$ hay $\frac{a}{x} = \frac{b}{y}$

$$\text{áp dụng bất đẳng thức (*) hai lần ta có } \frac{1}{2x+y+z} = \frac{\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right)^2}{2x+y+z} \leq \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2}{x+y} + \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2}{x+z} = \frac{\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right)^2}{x+y} + \frac{\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right)^2}{x+z}$$

$$\leq \frac{\left(\frac{1}{4}\right)^2}{x} + \frac{\left(\frac{1}{4}\right)^2}{y} + \frac{\left(\frac{1}{4}\right)^2}{x} + \frac{\left(\frac{1}{4}\right)^2}{z} = \frac{1}{16} \left(\frac{2}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right)$$

Tổng tự $\frac{1}{x+2y+z} \leq \frac{1}{16} \left(\frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{1}{z} \right)$

$$\frac{1}{x+y+2z} \leq \frac{1}{16} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{z} \right)$$

Cộng từng vế các bất đẳng thức trên ta có:

$$\frac{1}{2x+y+z} + \frac{1}{x+2y+z} + \frac{1}{x+y+2z} \leq \frac{1}{16} \left(\frac{2}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) + \frac{1}{16} \left(\frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{1}{z} \right) + \frac{1}{16} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{z} \right)$$

$$\leq \frac{1}{16} \left(\frac{4}{x} + \frac{4}{y} + \frac{4}{z} \right) \leq \frac{1}{16} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) \leq \frac{1}{4} \cdot 4 = 1$$

Vì $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 4$

$$B = \frac{x^2 - 2x + 2006}{x^2} (x \neq 0)$$

Ta có: $B = \frac{x^2 - 2x + 2006}{x^2} \Leftrightarrow B = \frac{2006x^2 - 2 \cdot 2006x + 2006^2}{2006x}$

$$\Leftrightarrow B = \frac{(x - 2006)^2 + 2005x^2}{x^2} \Leftrightarrow \frac{(x - 2006)^2 + 2005}{2006x^2} + \frac{2005}{2006}$$

Vì $(x - 2006)^2 \geq 0$ với mọi x

$x^2 > 0$ với mọi x khác 0

$$\Rightarrow \frac{(x - 2006)^2}{2006x^2} \geq 0 \Rightarrow B \geq \frac{2005}{2006} \Rightarrow B = \frac{2005}{2006} \text{ khi } x = 2006$$

Bài 4a. $E\hat{B}Q = E\hat{A}Q = 45^\circ \Rightarrow \square E\hat{B}A\hat{Q}$ nội tiếp; $\hat{B} = 90^\circ \Rightarrow$ góc AQE = $90^\circ \Rightarrow$ góc EQF = 90°

Tổng tự góc FDP = góc FAP = 45°

\rightarrow Tứ giác FDAP nội tiếp góc D = $90^\circ \rightarrow$ góc APF = $90^\circ \rightarrow$ góc EPF = $90^\circ \dots 0,25\text{đ}$

Các điểm Q, P, C luôn nhìn dối 1 góc 90° nên 5 điểm E, P, Q, F, C cùng nằm trên 1 đường tròn đường kính EF
.....0,25đ

b. Ta có góc APQ + góc QPE = 180° (2 góc kề bù) \Rightarrow góc APQ = góc AFE

$$\text{Góc AFE} + \text{góc EPQ} = 180^\circ$$

→ Tam giác APQ đồng dạng với tam giác AEF (g.g)

$$\rightarrow \frac{S_{\Delta APQ}}{S_{\Delta AEF}} = k^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow 2S_{\Delta APQ} = S_{\Delta AEE}$$

c) góc CPD = góc CMD → tứ giác MPCD nội tiếp → góc MCD = góc CPD (cùng chắn cung MD)

Lại có góc MPD = góc CPD (do BD là trung trực của AC)

góc MCD = góc MDC (do M thuộc trung trực của DC)

→ góc CPD = góc MDC = góc CMD = góc MCD → tam giác MDC đều → góc CMD = 60°

→ tam giác DMA cân tại D (vì AD = DC = DM)

$$\text{Và góc ADM} = \text{góc ADC} - \text{góc MDC} = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

$$\rightarrow \text{góc MAD} = \text{góc AMD} (180^\circ - 30^\circ) : 2 = 75^\circ$$

$$\rightarrow \text{góc MAB} = 90^\circ - 75^\circ = 15^\circ$$

Bài 5 Đặt $x = 1/a$; $y = 1/b$; $z = 1/c \rightarrow x + y + z = 0$ (vì $1/a = 1/b + 1/c = 0$)

$$\rightarrow x = -(y + z)$$

$$\rightarrow x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = -(y + z)^3 + y^3 - 3xyz$$

$$\rightarrow -(y^3 + 3y^2z + 3yz^2 + z^3) + y^3 + z^3 - 3xyz = -3yz(y + z + x) = -3yz \cdot 0 = 0$$

$$\text{Từ } x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = 0 \rightarrow x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$$

$$\rightarrow 1/a^3 + 1/b^3 + 1/c^3 = 3(1/a^3)(1/b^3)(1/c^3) = 3/abc$$

$$\text{Do đó } P = ab/c^2 + bc/a^2 + ac/b^2 = abc(1/a^3 + 1/b^3 + 1/c^3) = abc \cdot 3/abc = 3$$

$$\text{nếu } 1/a + 1/b + 1/c = 0 \text{ thì } P = ab/c^2 + bc/a^2 + ac/b^2 = 3$$

ĐỀ 95

Bài 1 Cho biểu thức $A = \sqrt{\frac{(x^2 - 3)^2 + 12x^2}{x^2}} + \sqrt{(x+2)^2 - 8x^2}$

a. Rút gọn biểu thức A

b. Tìm những giá trị nguyên của x sao cho biểu thức A cũng có giá trị nguyên.

Bài 2: (2 điểm)

Cho các đường thẳng:

$$y = x - 2 \quad (d_1)$$

$$y = 2x - 4 \quad (d_2)$$

$$y = mx + (m+2) \quad (d_3)$$

a. Tìm điểm cố định mà đường thẳng (d_3) luôn đi qua với mọi giá trị của m.

b. Tìm m để ba đường thẳng (d_1); (d_2); (d_3) đồng quy.

Bài 3: Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m - 3 = 0$ (1)

a. Chứng minh phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt.

b. Tìm một hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm của phương trình (1) mà không phụ thuộc vào m.

c. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = x_1^2 + x_2^2$ (với x_1, x_2 là nghiệm của phương trình (1))

Bài 4: Cho đường tròn (O) với dây BC cố định và một điểm A thay đổi vị trí trên cung lớn BC sao cho $AC > AB$ và $AC > BC$. Gọi D là điểm chính giữa của cung nhỏ BC . Các tiếp tuyến của (O) tại D và C cắt nhau tại E . Gọi P, Q lần lượt là giao điểm của các cặp đường thẳng AB với CD ; AD và CE .

- a. Chứng minh rằng $DE \parallel BC$
- b. Chứng minh tứ giác $PACQ$ nội tiếp
- c. Gọi giao điểm của các dây AD và BC là F

Chứng minh hệ thức: $\frac{1}{CE} = \frac{1}{CQ} + \frac{1}{CE}$

Bài 5: Cho các số dương a, b, c Chứng minh rằng: $1 < \frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+a} < 2$

đáp án

Bài 1: - Điều kiện: $x \neq 0$

$$\begin{aligned} \text{a. Rút gọn: } A &= \sqrt{\frac{x^4 + 6x^2 + 9}{x^2}} + \sqrt{x^2 - 4x + 4} \\ &= \frac{x^2 + 3}{|x|} + |x - 2| \end{aligned}$$

$$\text{- Với } x < 0: \quad A = \frac{-2x^2 + 2x - 3}{x}$$

$$\text{- Với } 0 < x \leq 2: \quad A = \frac{2x + 3}{x}$$

$$\text{- Với } x > 2: \quad A = \frac{2x^2 - 2x + 3}{x}$$

b. Tìm x nguyên để A nguyên:

$$\begin{aligned} A \text{ nguyên} &\Leftrightarrow x^2 + 3 \text{ }\vdots |x| \\ &\Leftrightarrow 3 \vdots |x| \Rightarrow x = \{-1; -3; 1; 3\} \end{aligned}$$

Bài 2:

$$\begin{aligned} \text{a. } (d_1) : y &= mx + (m+2) \\ &\Leftrightarrow m(x+1) + (2-y) = 0 \end{aligned}$$

Để hàm số luôn qua điểm cố định với mọi m

$$\begin{cases} x+1=0 \\ 2-y=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$$

Vậy $N(-1; 2)$ là điểm cố định mà (d_3) đi qua

b. Gọi M là giao điểm (d_1) và (d_2) . Tọa độ M là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} y = x - 2 \\ y = 2x - 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases}$$

Vậy $M(2; 0)$.

Nếu (d_3) đi qua $M(2,0)$ thì $M(2,0)$ là nghiệm (d_3)

Ta có: $0 = 2m + (m+2) \Rightarrow m = -\frac{2}{3}$

Vậy $m = -\frac{2}{3}$ thì $(d_1); (d_2); (d_3)$ đồng quy

Bài 3: a. $\Delta' = m^2 - 3m + 4 = (m - \frac{3}{2})^2 + \frac{7}{4} > 0 \quad \forall m$.

Vậy ph- ơng trình có 2 nghiệm phân biệt

b. Theo Viết: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) \\ x_1 x_2 = m-3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 2m-2 \\ 2x_1 x_2 = 2m-6 \end{cases}$

$\Leftrightarrow x_1 + x_2 - 2x_1 x_2 - 4 = 0$ không phụ thuộc vào m

$$\begin{aligned} 1) P &= x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 4(m-1)^2 - 2(m-3) \\ &= (2m - \frac{5}{2})^2 + \frac{15}{4} \geq \frac{15}{4} \quad \forall m \end{aligned}$$

Vậy $P_{\min} = \frac{15}{4}$ với $m = \frac{5}{4}$

Bài 4: Vẽ hình đúng – viết giả thiết – kết luận

a. $Sđ \angle CDE = \frac{1}{2} Sđ DC = \frac{1}{2} Sđ BD = \angle BCD$

$\Rightarrow DE \parallel BC$ (2 góc vị trí so le)

b. $\angle APC = \frac{1}{2} sđ(AC - DC) = \angle AQC$

$\Rightarrow \square APQC$ nội tiếp (vì $\angle APC = \angle AQC$ cùng nhìn đoạn AC)

c. Tứ giác APQC nội tiếp

$$\angle CPQ = \angle CAQ \text{ (cùng chắn cung } CQ)$$

$$\angle CAQ = \angle CDE \text{ (cùng chắn cung } DC)$$

Suy ra $\angle CPQ = \angle CDE \Rightarrow DE \parallel PQ$

Ta có: $\frac{DE}{PQ} = \frac{CE}{CQ}$ (vì $DE \parallel PQ$) (1)

$$\frac{DE}{FC} = \frac{QE}{QC} \text{ (vì } DE \parallel BC) \quad (2)$$

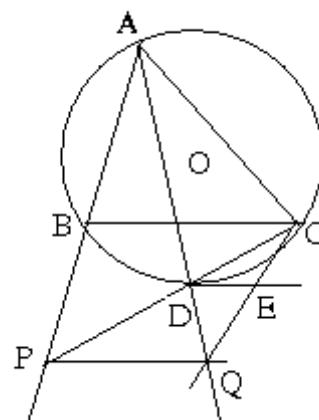
Cộng (1) và (2): $\frac{DE}{PQ} + \frac{DE}{FC} = \frac{CE + QE}{CQ} = \frac{CQ}{CQ} = 1$

$$\Rightarrow \frac{1}{PQ} + \frac{1}{FC} = \frac{1}{DE} \quad (3)$$

$ED = EC$ (t/c tiếp tuyến) từ (1) suy ra $PQ = CQ$

Thay vào (3): $\frac{1}{CQ} + \frac{1}{CF} = \frac{1}{CE}$

Bài 5: Ta có: $\frac{a}{a+b+c} < \frac{a}{b+a} < \frac{a+c}{a+b+c} \quad (1)$



$$\frac{b}{a+b+c} < \frac{b}{b+c} < \frac{b+a}{a+b+c} \quad (2)$$

$$\frac{c}{a+b+c} < \frac{c}{c+a} < \frac{c+b}{a+b+c} \quad (3)$$

Cộng từng vế (1),(2),(3) :

$$1 < \frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+a} < 2$$

ĐỀ 96

Câu 1

Giải các ph- ơng trình sau.

a, $\sqrt{2x-3} + 3 = x$

b, $\frac{2}{x+1} + \frac{x^2}{x^2-1} = \frac{1}{x-1}$

Câu 2

Cho hàm số: $y = (m+1)x - 2m + 5$ ($m \neq -1$)

a, Tìm giá trị của m để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ

b, Chứng minh rằng đồ thị hàm số luôn luôn đi qua một điểm cố định khi

Tìm điểm cố định đó?

c, Tìm giá trị của m để đồ thị hàm số đi qua giao điểm của hai đ- ờng thẳng

$3x - 2y = -9$ và $y = 1 - 2x$

bằng -2
m thay đổi.

Câu 3

Hai tỉnh A, B cách nhau 60 km. Có một xe đạp đi từ A đến B. Khi xe đạp bắt đầu khởi hành thì có một xe máy cách A 40 km đi đến A rồi trở về B ngay. Tìm vận tốc của mỗi xe biết xe gắn máy về B trước xe đạp 40 phút và vận tốc xe gắn máy hơn vận tốc xe đạp là 15km/h.

Câu 4

Cho ΔABC có các góc đều nhọn nội tiếp đ- ờng tròn (O, R) . Các đ- ờng nhau tại H và lần l- ợt cắt đ- ờng tròn (O, R) tại P, Q

a, Chứng minh: $EF // PQ$

b, Chứng minh: $OA \perp EF$

c, Có nhận xét gì về các bán kính của các đ- ờng tròn ngoại tiếp các tam giác AHB, BHC, AHC

Đáp án

Đề 17

Câu 1

a, pt $\Leftrightarrow \sqrt{2x-3} = x-3$

ĐK: $x \geq 3$

$$\Leftrightarrow x^2 - 8x + 12 = 0$$

$$x_1 = 6 ; x_2 = 2(\text{loại})$$

b, ĐK: $x \neq \pm 1$

$$\text{pt} \Leftrightarrow x^2 + x - 3 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2} \text{ (t/m)}$$

Câu 2

$$a, m = \frac{3}{4}$$

$$b, m(x - 2) + (x - y + 5) = 0$$

Điểm cố định là (2; 3)

c, Toạ độ giao điểm của hai đường thẳng $3x - 2y = -9$ và $y = 1 - 2x$ là (-1 ; 3)

Đs: $m = 1$

Câu 3

Gọi vận tốc của người đi xe đạp là x (km/h) ĐK: $x > 0$

Vận tốc người đi xe máy là: $x + 15$ km/h

Thời gian người đi xe đạp đã đi là: $\frac{60}{x}$ (h)

Thời gian người đi xe máy đã đi là: $\frac{100}{x+15}$ (h)

Do xe máy đến B trước 40' = $\frac{2}{3}$ (h) nên ta có pt

$$\frac{60}{x} - \frac{100}{x+15} = \frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 75x - 1350 = 0$$

$$\Delta = 11025 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 105$$

$$x_1 = 15 \quad ; \quad x_2 = -90 \text{ (loại)}$$

Vận tốc xe đạp là 15 km/h. Vận tốc người đi xe máy là $15 + 15 = 30$ km/h

Câu 4

a, Tứ giác AFEC nội tiếp $F_1 = B_1$

mà $B_1 = Q_1 \Rightarrow Q_1 = F_1 \Rightarrow EF \parallel PQ$

b, Ta có $C_1 = B_2$ (góc có cạnh是对称 vuông)

$$\Rightarrow AP = AQ \Rightarrow OA \perp PQ$$

mà $PQ \parallel EF \Rightarrow OA \perp EF$

c, Chứng minh H, Q đối xứng qua AB

$$\Rightarrow \Delta AQB = \Delta AHB$$

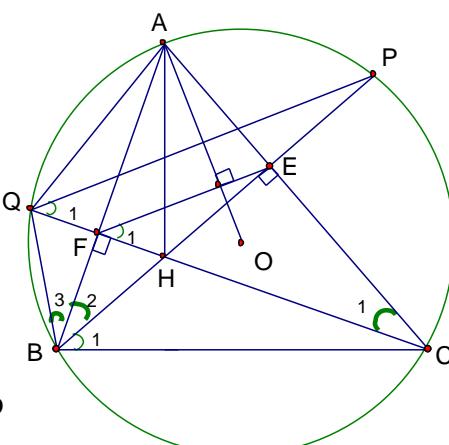
\Rightarrow chúng có cùng bán kính đường tròn ngoại tiếp

\Rightarrow bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔAQB bằng R

(bằng bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔABC)

\Rightarrow bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔAHB bằng R

Chứng minh $t\circ\Delta$ tự có bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔBHC ; ΔAHC bằng R



Vậy các tam giác AHB, BHC, AHC có bán kính đ-ờng tròn ngoại tiếp bằng nhau

Câu 5

$$\text{Đặt } x_1 = \frac{a}{b}; x_2 = \frac{b}{c}; x_3 = \frac{c}{a}$$

$$\text{Xét } f(x) = (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3) = x^3 - ux^2 + vx - 1$$

$$\text{Trong đó } u = x_1 + x_2 + x_3 = \frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} \in \mathbb{Z}$$

$$v = x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 = \frac{a}{c} + \frac{b}{a} + \frac{c}{b} \in \mathbb{Z}$$

Nhận xét: Nếu đa thức $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{Z}; a \neq 0$)

$$\text{có nghiệm hữu tỉ } x = \frac{p}{q} \text{ (p, q } \in \mathbb{Z}; q \neq 0; (p, q) = 1)$$

thì p là - óc của d còn q là - óc của a.

áp dụng nhận xét trên ta có

Đa thức $f(x)$ có 3 nghiệm hữu tỉ x_1, x_2, x_3 và các nghiệm này là - óc của 1

$$\Rightarrow \begin{cases} |x_1| = 1 \\ |x_2| = 1 \Rightarrow |a| = |b| = |c| \\ |x_3| = 1 \end{cases}$$

ĐỀ 97

Câu 1 (3 điểm)

Cho biểu thức :

$$A = \left(\frac{1}{\sqrt{x-1}} + \frac{1}{\sqrt{x+1}} \right)^2 \cdot \frac{x^2 - 1}{2} - \sqrt{1-x^2}$$

- 2) Tìm điều kiện của x để biểu thức A có nghĩa .
- 3) Rút gọn biểu thức A .
- 4) Giải phương trình theo x khi $A = -2$.

Câu 2 (1 điểm)

Giải phương trình :

$$\sqrt{5x-1} - \sqrt{3x-2} = \sqrt{x-1}$$

Câu 3 (3 điểm)

Trong mặt phẳng toạ độ cho điểm A (-2, 2) và đường thẳng (D) : $y = -2(x+1)$.

- 4) Điểm A có thuộc (D) hay không ?
- 5) Tìm a trong hàm số $y = ax^2$ có đồ thị (P) đi qua A .
- 6) Viết phương trình đường thẳng đi qua A và vuông góc với (D) .

Câu 4 (3 điểm)

Cho hình vuông ABCD cố định , có độ dài cạnh là a .E là điểm đi chuyển trên đoạn CD (E khác D) , đường thẳng AE cắt đường thẳng BC tại F , đường thẳng vuông góc với AE tại A cắt đường thẳng CD tại K .

- 3) Chứng minh tam giác ABF = tam giác ADK từ đó suy ra tam giác AFK vuông cân .
- 4) Gọi I là trung điểm của FK , Chứng minh I là tâm đường tròn đi qua A , C , F , K .
- 5) Tính số đo góc AIF , suy ra 4 điểm A , B , F , I cùng nằm trên một đường tròn .

ĐỀ 98

Câu 1

Giải các ph- ơng trình sau

$$a, \sqrt{x^2 - 4x + 4} = 2007$$

$$b, \sqrt{x-7}(x^2 - 64) = 0$$

Câu 2

Cho па ra bol (P): $y = \frac{1}{2}x^2$

a, Gọi A, B là hai điểm trên đồ thị (P) có hoành độ lần l- ợt là -2; 4. Viết ph- ơng trình đ- ờng thẳng đi qua A, B

b, Chứng minh rằng đ- ờng thẳng (d): $y = mx - 2m + 3$ cắt (P) tại hai điểm phân biệt. Gọi x_1, x_2 là hoành độ hai giao điểm ấy.

Tìm m thoả mãn $x_1^2 + x_2^2 = 24$

Câu 3

Một phòng họp có 90 ng- ời họp đ- ợc sắp xếp ngồi đều trên các dãy ghế. Nếu ta bớt đi 5 dãy ghế thì mỗi dãy ghế còn lại phải xếp thêm 3 ng- ời mới đủ chỗ. Hỏi lúc đầu có mấy dãy ghế và mỗi dãy ghế đ- ợc xếp bao nhiêu ng- ời?

Câu 4

Cho ΔMNK có các góc đều nhọn nội tiếp đ- ờng tròn (O, R). Các đ- ờng cắt nhau tại H và lần l- ợt cắt đ- ờng tròn (O, R) tại P, Q

a, Chứng minh: $EF // PQ$

b, Chứng minh: $OM \perp EF$

c, Có nhận xét gì về các bán kính của các đ- ờng tròn ngoại tiếp các tam giác MHN, NHK, MHK

Câu 1

a, pt $\Leftrightarrow |x - 2| = 2007$

$x - 2 = 2007$ hoặc $x - 2 = -2007$

$x = 2009$ hoặc $x = 2005$

b, ĐK: $x \geq 7$

$$\text{pt} \Rightarrow x - 7 = 0 \text{ hoặc } x^2 - 16 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 7; x = \pm 8$$

ĐS: $x = 7; x = 8$

Câu 2

a, Vì A, B thuộc (P) nên A(-2; 2) B(4; 8)

Ph- ơng trình đ- ờng thẳng qua A, B có dạng $y = ax + b$

vì đ- ờng thẳng đi qua A, B nên ta có hệ pt

$$\begin{cases} -2a + b = 2 \\ 4a + b = 8 \end{cases} \Leftrightarrow a = 1; b = 4$$

đ- ờng thẳng cần tìm là $y = x + 4$

b, Hoành độ giao điểm là nghiệm của pt

$$x^2 - 2mx + 4m - 6 = 0$$

$$\Delta = (m - 2)^2 + 2 > 0 \text{ với mọi } m$$

$$x_1^2 + x_2^2 = 24$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 24$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 2m - 3 = 0 \Rightarrow m = -1; m = 3$$

Câu 3

Gọi số dây ghế có lúc đầu là x (dây) ĐK: x nguyên d- ơng và $x > 5$

Thì mỗi dây phải xếp $\frac{90}{x}$ ng- ời

Sau khi bót 5 dây thì số dây ghế là $x - 5$ dây

Mỗi dây phải xếp $\frac{90}{x-5}$ ng- ời

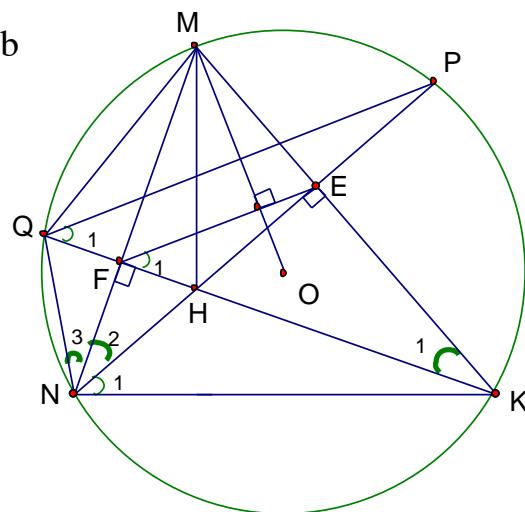
$$\text{Theo bài ra ta có pt: } \frac{90}{x-5} - \frac{90}{x} = 3$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 5x - 150 = 0$$

$$x_1 = 15; x_2 = -10 \text{ (loại)}$$

Vậy lúc đầu phòng họp có 15 dây ghế và mỗi dây có 6 ng- ời

Câu 4



ĐỀ 99

Câu 1 (2 điểm)

$$\text{Cho hàm số: } y = \frac{1}{2}x^2$$

- d) Nếu tập xác định, chiều biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số.
e) Lập phương trình đồng thăng đi qua điểm (2, -6) có hệ số góc a và tiếp xúc với đồ thị hàm số trên.

Câu 2 (3 điểm)

Cho phương trình: $x^2 - mx + m - 1 = 0$.

- c. Gọi hai nghiệm của phương trình là x_1, x_2 . Tính giá trị của biểu thức.

$$M = \frac{x_1^2 + x_2^2 - 1}{x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2}. \text{ Từ đó tìm } m \text{ để } M > 0.$$

- d. Tìm giá trị của m để biểu thức $P = x_1^2 + x_2^2 - 1$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 3 (2 điểm)

Giải phương trình:

c. $\sqrt{x-4} = 4-x$

d. $|2x+3| = 3-x$

Câu 4 (3 điểm)

Cho hai đường tròn (O_1) và (O_2) có bán kính bằng R cắt nhau tại A và B, qua A vẽ cát tuyến cắt hai đường tròn (O_1) và (O_2) thứ tự tại E và F, đường thăng EC, DF cắt nhau tại P.

- d. Chứng minh rằng: $BE = BF$.
e. Một cát tuyến qua A và vuông góc với AB cắt (O_1) và (O_2) lần lượt tại C,D. Chứng minh tứ giác BEPF, BCPD nội tiếp và BP vuông góc với EF.
f. Tính diện tích phần giao nhau của hai đường tròn khi $AB = R$.

ĐỀ 100

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HẢI DƯƠNG

ĐỀ THI VÀO 10 THPT

NĂM HỌC 2016 – 2017

Môn thi: TOÁN

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian giao đề

(Đề thi gồm có 01 trang)

Câu 1 (2 điểm) Giải phương trình và hệ phương trình sau:

a) $(x+3)^2 = 16$

b)
$$\begin{cases} 2x + y - 3 = 0 \\ \frac{x}{4} = \frac{y}{3} - 1 \end{cases}$$

Câu 2 (2,0 điểm)

- a) Rút gọn biểu thức: $A = \left(\frac{2\sqrt{x}+x}{x\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) : \left(1 - \frac{\sqrt{x}+2}{x+\sqrt{x}+1} \right)$ với $x \geq 0, x \neq 1$

- b) Tìm m để phương trình $x^2 - 5x + m - 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 - 2x_1x_2 + 3x_2 = 1$

Câu 3 (2,0 điểm)

- a) Tìm a và b biết đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua điểm $A(-1; 5)$ và song song với đường thăng $y = 3x + 1$

- b) Một đội xe phải chuyên chở 36 tấn hàng. Trước khi làm việc, đội xe đó được bổ sung thêm 3 xe nữa nên mỗi xe chở ít hơn 1 tấn so với dự định. Hỏi đội xe lúc đầu có bao nhiêu xe? Biết rằng số hàng chở trên tất cả các xe có khối lượng bằng nhau

Câu 4 (3,0 điểm) Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB . Gọi C là điểm cố định thuộc đoạn thẳng OB (C khác O và B). Dựng đường thẳng d vuông góc với AB tại điểm C , cắt nửa đường tròn (O) tại điểm M . Trên cung nhỏ MB lấy điểm N bất kỳ (N khác M và B), tia AN cắt đường thẳng d tại điểm F , tia BN cắt đường thẳng d tại điểm E . Đường thẳng AE cắt nửa đường tròn (O) tại điểm D (D khác A).

- Chứng minh $AD \cdot AE = AC \cdot AB$
- Chứng minh: Ba điểm B, F, D thẳng hàng và F là tâm đường tròn nội tiếp ΔCDN
- Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔAEF . Chứng minh rằng điểm I luôn nằm trên một đường thẳng cố định khi điểm N di chuyển trên cung nhỏ MB

Câu 5 (1,0 điểm) Cho a, b, c là ba số thực dương thỏa mãn $abc = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = \frac{ab}{a^5 + b^5 + ab} + \frac{bc}{b^5 + c^5 + bc} + \frac{ca}{c^5 + a^5 + ca}$$

—————Hết—————

ĐÁP ÁN

Câu 1 (2,0 điểm)

a) $(x+3)^2 = 16$

$\Leftrightarrow (x+3)^2 = 4^2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+3=4 \\ x+3=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-7 \end{cases}$$

Vậy phương trình có 2 nghiệm $x = 1; x = -7$

b)
$$\begin{cases} 2x+y-3=0 \\ \frac{x}{4}=\frac{y}{3}-1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x+y=3 \\ 3x=4y-12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+y=3 \\ 3x-4y=-12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x+4y=12 \\ 3x-4y=-12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11x=0 \\ 3x=4y-12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=3 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(0;3)$

Câu 2 (2,0 điểm)

a) $A = \left(\frac{2\sqrt{x}+x}{x\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) : \left(1 - \frac{\sqrt{x}+2}{x+\sqrt{x}+1} \right)$ với $x \geq 0, x \neq 1$

$$= \left(\frac{2\sqrt{x}+x}{(\sqrt{x})^3-1} - \frac{\sqrt{x}+x+1}{(\sqrt{x})^3-1} \right) : \frac{\sqrt{x}+x+1-(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}+x+1}$$

$$= \frac{2\sqrt{x}+x-\sqrt{x}-x-1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+x+1)} \cdot \frac{\sqrt{x}+x+1}{\sqrt{x}+x+1-\sqrt{x}-2}$$

$$= \frac{2\sqrt{x}+x-\sqrt{x}-x-1}{(\sqrt{x}-1)(x-1)}$$

$$= \frac{\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}-1)(x-1)}$$

$$= \frac{1}{x-1}$$

b) $x^2 - 5x + m-3 = 0$ (1)

Phương trình (1) có 2 nghiệm $x_1; x_2$

$$\Leftrightarrow \Delta > 0$$

$$\Leftrightarrow (-5)^2 - 4(m-3) > 0$$

$$\Leftrightarrow 25 - 4m + 12 > 0$$

$$\Leftrightarrow 37 - 4m > 0$$

$$\Leftrightarrow m < \frac{37}{4}$$

Với $m < \frac{37}{4}$. Áp dụng định lý vi-et cho phương trình (1) ta có

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \\ x_1 x_2 = m-3 \end{cases}$$

Ta có: $x_1^2 - 2x_1 x_2 + 3x_2 = 1$ (*)

Thay $x_1 = 5 - x_2$ vào (*) ta được:

$$(5 - x_2)^2 - 2(5 - x_2) \cdot x_2 + 3x_2 = 1$$

$$\Leftrightarrow 3x_2^2 - 17x_2 + 24 = 0$$

$$\Delta = 1$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{17+1}{6} = 3 \\ x_2 = \frac{17-1}{6} = \frac{8}{3} \end{cases}$$

+Với $x_2 = 3 \Rightarrow x_1 = 2$

Thay $x_1 x_2 = m-3 \Rightarrow 2 \cdot 3 = m-3 \Rightarrow m = 9$ (Thỏa mãn)

$$+ \forall x_2 = \frac{8}{3} \Rightarrow x_1 = \frac{7}{3}$$

$$\text{Thay } x_1 \cdot x_2 = m - 3 \Rightarrow \frac{8}{3} \cdot \frac{7}{3} = m - 3 \Rightarrow m = \frac{83}{9} \text{ (Thỏa mãn)}$$

$$\text{Vậy } m=3 \text{ hoặc } m=\frac{83}{9}$$

Câu 3 (2,0 điểm)

a) Đồ thị hàm số $y = ax + b$ song song với đường thẳng $y = 3x + 1$ nên ta có $a = 3$ và $b \neq 1$

Do điểm A(-1;5) thuộc đồ thị hàm số $y = ax + b$ nên ta có:

$$5 = a \cdot (-1) + b$$

$$\Leftrightarrow 5 = 3 \cdot (-1) + b$$

$$\Leftrightarrow b = 8 \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy $a = 3$, $b = 8$ thỏa mãn yêu cầu bài toán

b) Gọi số xe của đội lúc đầu là x (xe), ($x > 0$)

Sau khi bổ sung thêm 3 xe thì số xe của đội là: $x + 3$ (xe)

Theo dự định thì mỗi xe phải chở số tấn hàng là: $\frac{36}{x}$ (tấn)

Thực tế mỗi xe phải chở số tấn hàng là: $\frac{36}{x+3}$ (tấn)

Theo bài ra ta có phương trình:

$$\frac{36}{x} - \frac{36}{x+3} = 1$$

$$\Leftrightarrow 36(x+3) - 36x = x(x+3)$$

$$\Leftrightarrow 36x + 108 - 36x - x^2 - 3x = 0$$

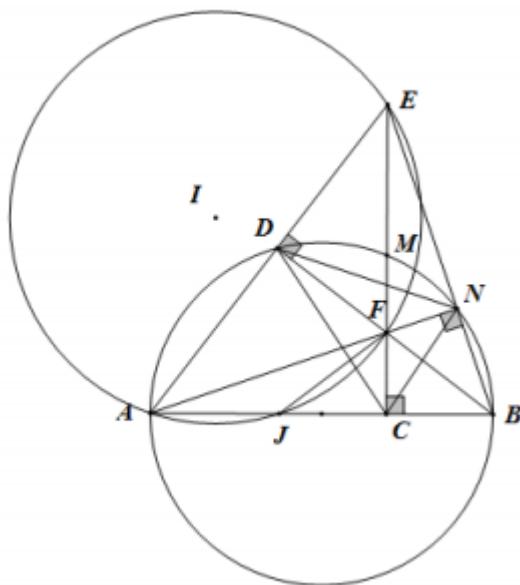
$$\Leftrightarrow x^2 + 3x - 108 = 0$$

$$\Delta = 3^2 - 4 \cdot (-108) = 441 > 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-3 - \sqrt{441}}{2} = -12 \\ x = \frac{-3 + \sqrt{441}}{2} = 9(TM) \end{cases}$$

Vậy số xe lúc đầu của đội là 9 xe.

Câu 5



a) Có $\angle ADB = \angle ANB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

\Rightarrow Tam giác ADB đồng dạng với tam giác ACE(g-g)

$$\Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{AB}{AE} \Rightarrow AD \cdot AE = AC \cdot AB$$

b) + Có $AN \perp EB$, $EC \perp AB$, EC giao AN tại F nên F là trực tâm của tam giác AEB

$\Rightarrow BF \perp EA$

Mà $BD \perp EA \Rightarrow B, D, F$ thẳng hàng

+ Tứ giác ADCF có hai góc đối bằng 90° nên là tứ giác nội tiếp, suy ra $\angle DCF = \angle DAF$

Tương tự ta có: $\angle NCF = \angle NBF$

Mà $\angle DAF = \angle NBF$ (cùng phụ với góc $\angle AEB$) $\Rightarrow \angle DCF = \angle NCF$

Suy ra CF là phân giác của góc $\angle DCN$

Tương tự ta cũng có DF là phân giác của góc $\angle NDC$

Vậy F là tâm đường tròn nội tiếp tam giác DCN

c) Gọi J là giao của (I) với đoạn AB .

Có $\angle FAC = \angle CEB (= 90^\circ - \angle ABE) \Rightarrow$ tam giác FAC đồng dạng với tam giác BEC(g-g)

$$\Rightarrow \frac{FC}{BC} = \frac{AC}{EC} \Rightarrow CF \cdot CE = BC \cdot AC$$

Vì $\angle AEFJ$ là tứ giác nội tiếp nên $\angle FJC = \angle FEA (= 180^\circ - \angle AJF)$

$$\Rightarrow$$
 Tam giác CFJ đồng dạng với tam giác CAE(g-g) $\Rightarrow \frac{CF}{CA} = \frac{CJ}{CE} \Rightarrow CF \cdot CE = CA \cdot CJ$

Suy ra $BC \cdot AC = CA \cdot CJ \Rightarrow BC = CJ \Rightarrow C$ là trung điểm BJ (vì $J \neq B$)

Suy ra J là điểm cố định

Có $|IA| = |IJ|$ nên I luôn thuộc đường trung trực của AJ , là đường cố định.

Câu 5

Áp dụng bất đẳng thức Côsi cho 5 số dương, ta có:

$$a^5 + a^5 + a^5 + b^5 + b^5 \geq 5\sqrt[5]{a^5 \cdot a^5 \cdot a^5 \cdot b^5 \cdot b^5} = 5a^3b^2$$

$$\Rightarrow 3a^5 + 2b^5 \geq 5a^3b^2$$

Tương tự ta có:

$$2a^5 + 3b^5 \geq 5a^2b^3$$

$$\Rightarrow 5a^5 + 5b^5 \geq 5(a^3b^2 + a^2b^3) \Rightarrow a^5 + b^5 \geq a^2b^2(a + b)$$

$$\Rightarrow \frac{ab}{a^5 + b^5 + ab} \leq \frac{ab}{a^2b^2(a+b) + ab} = \frac{1}{ab(a+b)+1} = \frac{c}{abc(a+b)+c} = \frac{c}{a+b+c}$$

Ta có 2 bất đẳng thức tương tự, cộng lại ta có:

$$P = \frac{c}{a+b+c} + \frac{a}{a+b+c} + \frac{b}{a+b+c} = 1$$

Dấu bằng xảy ra khi $a = b = c = 1$

Vậy GTLN của P là 1