Mỗi nỗ lực, dù là nhỏ nhất,
đều **CÓ Ý NGHĨA**

$$1,01^{365} = 37,8$$

$$0,99^{365} = 0,03$$

Mỗi sự từ bỏ, dù một chút thôi,
đều khiến mọi cố gắng trở nên **VÔ NGHĨA**

ĐỀ SỐ 951

Bài 1. *(2 điểm)*

Cho biểu thức $K = \left(\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1} - \dfrac{1}{a-\sqrt{a}}\right) : \left(\dfrac{1}{\sqrt{a}+1} - \dfrac{2}{a-1}\right)$

a) Rút gọn biểu thức K.

b) Tính giá trị của K khi $a = 3 + 2\sqrt{2}$.

c) Tìm giá trị của a sao cho $K < 0$.

Bài 2. *(2 điểm)* Cho hệ phương trình: $\begin{cases} mx - y = 1 \\ \dfrac{x}{2} - \dfrac{y}{3} = 334 \end{cases}$

a) Giải hệ phương trình khi cho $m = 1$.

b) Tìm giá trị của m để hệ phương trình vô nghiệm.

Bài 3. *(4 điểm)* Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB. Từ A và B kẻ hai tiếp tuyến Ax và By. Qua điểm M thuộc nửa đường tròn này, kẻ tiếp tuyến thứ ba, cắt các tiếp tuyến Ax và By lần lượt ở E và F.

a) Chứng minh AEMO là tứ giác nội tiếp.

b) AM cắt EO tạo P, BM cắt OF tại Q. Tứ giác MPOQ là hình gì? Tại sao?.

c) Kẻ MH vuông góc với AB (H thuộc AB). Gọi K là giao điểm của MH và EB. So sánh MK với KH.

d) Cho AB = 2R và gọi r là bán kính nội tiếp tam giác EOF. Chứng minh rằng: $\dfrac{1}{3} < \dfrac{r}{R} < \dfrac{1}{2}$.

Bài 4. *(2 điểm)*

Người ta rót đầy nước vào một chiếc ly hình nón thì được 8 cm^3. Sau đó người ta rót nước từ ly ra để chiều cao mực nướ chỉ còn lại một nửa. Hãy tính thể tích lượng nước còn lại trong ly?

ĐỀ SỐ 952

Bài 1. *(2,5 điểm)*

Cho biểu thức $P = \left(\dfrac{4\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}} + \dfrac{8x}{4-x}\right) : \left(\dfrac{\sqrt{x}-1}{x-2\sqrt{x}} - \dfrac{2}{\sqrt{x}}\right)$

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tính giá trị của x để P = - 1.

c) Tìm m để với mọi giá trị $x > 9$ ta có $m(\sqrt{x} - 3)P > x + 1$.

Bài 2. *(2 điểm) Giải bài toán bằng cách lập phương trình*:

Theo kế hoạch hai tổ sản xuất 600 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Do áp dụng kỹ thuật mới nên tổ I đã vượt mức 18% và tổ II đã vượt mức 21%. Vì vậy trong thời gian quy định họ đã hoàn thành vượt mức 120 sản phẩm. Hỏi số sản phẩm được giao của mỗi tổ theo kế hoạch là bao nhiêu?

Bài 3. *(3,5 điểm)* Cho đường tròn (O), đường kính AB cố định, điểm I nằm giữa A và O sao cho $AI = \frac{2}{3}AO$. Kẻ dây MN vuông góc với AB tại I. Gọi C là điểm tuỳ ý thuộc cung lớn MN sao cho C không trùng với M, N và B. Nối AC cắt MN tại E.

a) Chứng minh tứ giác IECB nội tiếp được trong một đường tròn.

b) Chứng minh $\Delta AME \sim \Delta ACM$ và $AM^2 = AE.AC$.

c) Chứng minh $AE.AC - AI.IB = AI^2$.

d) Hãy xác định vị trí của điểm C sao cho khoảng cách từ N đến tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác CME là nhỏ nhất.

Bài 4. *(2 điểm)*

Một hình chữ nhật ABCD có diện tích là 2 cm^2, chu vi là 6 cm và AB > AD. Cho hình chữ nhật này quay quanh cạnh AB một vòng ta được một hình gì? Hãy tính thể tích và diện tích xung quanh của hình được tạo thành.

ĐỀ SỐ 953

Bài 1. *(1,5 điểm)*

a) Cho biết $A = 9 + 3\sqrt{7}$ và $B = 9 - 3\sqrt{7}$. Hãy so sánh A + B và A.B.

b) Tính giá trị của biểu thức: $M = \left(\frac{1}{3-\sqrt{5}} - \frac{1}{3+\sqrt{5}}\right) : \frac{5-\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1}$

Bài 2. *(2 điểm)*

a) Giải phương trình: $x^4 + 24x^2 - 25 = 0$.

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x - y = 2 \\ 9x + 8y = 34 \end{cases}$

Bài 3. *(1,5 điểm)*

Cho phương trình: $x^2 - 2mx + (m - 1)^3 = 0$ với x là ẩn số, m là tham số.

a) Giải phương trình (1) khi m = -1.

b) Xác định m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt, trong đó một nghiệm bằng bình phương của nghiệm còn lại.

Bài 4. *(3 điểm)*

Cho tam giác ABC có các góc đều nhọn, góc A bằng 45^0. Vẽ các đường cao BD và CE của tam giác ABC. Gọi H là giao điểm của BD và CE.

a) Chứng minh tứ giác ADHE nội tiếp được trong một đường tròn.

b) Chứng minh: HD = DC.

c) Tính tỉ số: $\frac{DE}{BC}$.

d) Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Chứng minh OA vuông góc với DE.

Bài 5. *(2 điểm)*

Một hình trụ bằng thạch cao có thể tích là 12 cm^3 người ta gọt đi để được một hình nón có đáy là một đáy của hình trụ và chiều cao đúng bằng một nửa chiều cao hình trụ. Hãy tình thể tích hình nón.

ĐỀ SỐ 954

Bài 1. *(điểm)* Cho hàm số y = f(x) = $\sqrt{2-x}+\sqrt{x+2}$.
a) Tìm tập xác định của hàm số.
b) Chứng minh f(a) = f(- a) với - 2 ≤ a ≤ 2.
c) Chứng minh $y^2 \geq 4$.
Bài 2. *(điểm)* Giải bài toán bằng cách lập phương trình:
Một tam giác có chiều cao bằng $\frac{2}{5}$ cạnh đáy. Nếu chiều cao giảm đi 2 dm và cacnhj đáy tăng thêm 3 dm thì diện tích của nó giảm đi 14 dm^2. Tính chiều cao và cạnh đáy của tam giác.
Bài 3. *(điểm)*
Cho hình bình hành ABCD có đỉnh D nằm trên đường tròn đường kính AB. Hạ BN và DM cùng vuông góc với đường chéo AC.
Chứng minh:
a) Tứ giác CBMD nội tiếp được trong đường tròn.
b) Khi điểm D di động trên đường tròn thì $\angle BMD + \angle BCD$ không đổi.
c) DB.DC = DN.AC.
Bài 4. *(điểm)*
Cho hình thoi ABCD với giao điểm hai đường chéo là O. Một đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (ABCD) tại O. Lấy một điểm S trên d. Nối SA, SB, SC, SD.
a) Chứng minh AC vuông góc với mặt phẳng (SBD).
b) Chứng minh mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt phẳng (ABCD) và mặt phẳng (SBD).
c) Tính SO, biết AB = 8 cm; $\angle ABD = 30^0$, $\angle ASC = 60^0$.
Bài 5. *(điểm)*
Chứng minh rằng: Nếu x, y là các số dương thì $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\geq\frac{4}{x+y}$.
Bất đẳng thức trở thành đẳng thức khi nào?

ĐỀ SỐ 955

Bài 1. *(điểm)* Cho $A=\frac{1}{2(1+\sqrt{x}+2)}+\frac{1}{2(1-\sqrt{x}+2)}$.
a) Tìm x để A có nghĩa.
b) Rút gọn A.
Bài 2. *(điểm)*
a) Giải hệ phương trình $\begin{cases}3x+2y=5\\ x-y=\dfrac{15}{2}\end{cases}$
b) Giải phương trình $\sqrt{2}x^2-5\sqrt{2}x+4\sqrt{2}=0$
Bài 3. *(điểm)*

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O), gọi D là điểm chính giữa của cung nhỏ BC. Hai tiếp tuyến tại C và D với đường tròn (O) cắt nhau tại E. Gọi P, Q lần lượt là giao điểm của các cặp đường thẳng AB và CD; AD và CE.

a) Chứng minh BC// DE.

b) Chứng minh tứ giác CODE; APQC nội tiếp được.

c) Tứ giác BCQP là hình gì?

Bài 4. *(điểm)*

Cho hình chóp tứ giác đều SABC có cạnh bên bằng 24 cm và đường cao bằng 20 cm.

a) Tính thể tích của hình chóp.

b) Tính diện tích toàn phần của hình chóp.

Bài 5. *(điểm)*

Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \sqrt{(x+2005)^2} + \sqrt{(x+2006)^2}$

ĐỀ SỐ 956

Bài 1. *(điểm)*

Cho đường thẳng (D) có phương trình: y = - 3x + m. Xác định (D) trong mỗi trường hợp sau:

a) (D) đi qua điểm A(-1; 2).

b) (D) cắt trục hoành tại điểm B có hoành độ bằng $-\frac{2}{3}$.

Bài 2. *(điểm)* Cho biểu thức $A = \frac{2}{x^2 + 2x + 3}$.

a) Tìm x để A có nghĩa.

b) Với giá trị nào của x thì A đạt giá trị lớn nhất, tìm giá trị đó.

Bài 3. *(điểm)*

Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại A và B. Các tiếp tuyến tại A của các đường tròn (O) và (O') cắt đường tròn (O') và (O) theo thừ tự tại C và D. Gọi P và Q lần lượt là trung điểm của các dây AC và AD. Chứng minh:

a) Hai tam giác ABD và CBA đồng dạng.

b) $\angle BQD = \angle APB$.

c) Từ giác APBQ nội tiếp.

Bài 4. *(điểm)*

Cho tam giác ABC vuông tại B. Vẽ nửa đường thẳng AS vuông góc với mặt phẳng (ABC). Kẻ AM vuông góc với SB.

a) Chứng minh AM vuông góc với mặt phẳng (SBC).

b) Tính thể tích hình chóp SABC, biết AC = 2a; SA = h và $\angle ACB = 30^0$.

Bài 5. *(điểm)*

Chứng minh rằng: Nếu x, y, z > 0 thoả mãn $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 4$ thì

$$\frac{1}{2x+y+z} + \frac{1}{x+2y+z} + \frac{1}{x+y+2z} \le 1.$$

ĐỀ SỐ 957

Bài 1. *(điểm)* Tìm x biết: $x\sqrt{12}+\sqrt{18}=x\sqrt{8}+\sqrt{27}$.

Bài 2. *(điểm)* Cho phương trình bậc hai $3x^2 + mx + 12 = 0$. (1)

a) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.

b) Tìm m để phương trình có một nghiệm bằng 1, tìm nghiệm còn lại.

Bài 3. *(điểm)*

Một xe máy đi từ A đến B trong một thời gian dự định. Nếu vận tốc tăng thêm 14 km/giờ thì đến sớm 2 giờ, nếu giảm vận tộc đi 4 km/giờ thì đến muộn 1 giờ. Tính vận tốc dự định và thời gian dự định.

Bài 4. *(điểm)*

Từ điểm A ngoài đường tròn (O) kẻ hai tiếp tuyến AB, AC và cát tuyến AKD sao cho BD song song với AC. Nối BK cắt AC ở I.

a) Nêu cách vẽ cát tuyến AKD sao cho BD// AC.

b) Chứng minh: $IC^2 = IK.IB$.

c) Cho góc BAC bằng 60^0. Chứng minh cát tuyến AKD đi qua O.

Bài 5. *(điểm)*

Biết rằng a, b là các số thoả mãn $a > b > 0$ và $a.b = 1$. Chứng minh $\dfrac{a^2+b^2}{a-b}\geq 2\sqrt{2}$.

ĐỀ SÔ 958

Bài 1. *(điểm)* Cho biểu thức $P=\left[\sqrt{x}+\dfrac{y-\sqrt{xy}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}\right]:\left[\dfrac{x}{\sqrt{xy}+y}+\dfrac{y}{\sqrt{xy}-x}-\dfrac{x+y}{\sqrt{xy}}\right]$

a) Với giá trị nào của x và y thì biểu thức có nghĩa?

b) Rút gọn P.

c) Tìm số trị của biểu thức với $x = 3$; $y = 4+2\sqrt{3}$

Bài 2. *(điểm)*

a) Cho hàm số $y = ax + b$

Tính a, b biết đồ thị của hàm số đi qua điểm (2; - 1) và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 3/2.

b) Viết công thức một hàm số, biết đồ thị của nó song song với đồ thị hàm số trên và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng - 1.

Bài 3. *(điểm)* Giải bài toán bằng cách lập phương trình:

Nhà trường tổ chức cho 180 học sinh khối 9 đi tham quan di tích lịch sử. Người ta dự tính: Nếu dùng loại xe lớn chuyên chở một lượt hết số học sinh thì phải điều ít hơn nếu dùng loại xe nhỏ là 2 chiếc. Biết rằng mỗi xe lớn có nhiều hơn mỗi xe nhỏ là 15 chỗ ngồi. Tính số xe lớn nếu loại xe đó dược huy động.

Bài 4. *(điểm)*

Cho tam giác ABC cân ở A, có góc A nhọn. Đường vuông góc với AB tại A cắt đường thẳng BC tại E. Kẻ EN vuông góc với AC. Gọi M là trung điểm của BC. Hai đường thẳng AM và EN cắt nhau ở F.

a) Tìm những tứ giác có thể nội tiếp được đường tròn. Giải thích vì sao? Xác định tâm các đường tròn đó.

b) Chứng minh EB là tia phân giác của góc AEF.

c) Chứng minh M là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AFN.

Bài 5. *(điểm)*

Chứng minh rằng trong các hình hộp chữ nhật có cùng tổng ba kích thước thì hình lập phương có thể tích lớn nhất.

ĐỀ SỐ 959

Bài 1. *(điểm)*

a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số $y = x^2$ và đường thẳng (D) có phương trình $y = 2x + 3$.

Từ đó suy ra nghiệm của phương trình $x^2 - 2x - 3 = 0$ (có giải thích).

b) Viết phương trình đường thẳng (d) song song với đường thẳng (D) và tiếp xúc với (P).

Bài 2. *(điểm)*

Một thửa ruộng hình chữ nhật có chu vi 250 m. Tính diện tích của thửa ruộng biết rằng nếu chiều dài giảm 3 lần và chiều rộng tăng 2 lần thì chu vi thửa ruộng vẫn không thay đổi.

Bài 3. *(điểm)*

Tìm m sao cho hệ phương trình hai ẩn x, y: $\begin{cases} nx + y = m \\ x + y = y \end{cases}$ có nghiệm với mọi giá trị của n.

Bài 4. *(điểm)*

Cho nửa đường tròn tâm O, đường kính BC. Điểm A thuộc nửa đường tròn đó. Dựng hình vuông ABED thuộc nửa mặt phẳng bờ AB, không chứa điểm C. Gọi F là giao điểm của AE và nửa đường tròn tâm (O). K là giao điểm của CF và ED.

a) Chứng minh rằng bốn điểm E, B, F, K nằm trên một đường tròn.

b) BKC là tam giác gì? Vì sao?

c) Tìm quỹ tích điểm E khi A di động trên nửa đường tròn (O)

Bài 5. *(điểm)*

Chứng minh rằng: Nếu a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác thì

$(a + b - c)(b + c - a)(c + a - b) \le abc$.

Đẳng thức xảy ra khi nào?

ĐỀ SỐ 960

Bài 1. *(2 điểm)* Cho biểu thức:

$$A = \left(\frac{x^3 - 1}{x - 1} + x\right)\left(\frac{x^3 + 1}{x + 1} - x\right) : \frac{x\left(1 - x^2\right)^3}{x^2 - 2}, \text{ với } x \ne \pm\sqrt{2}; \pm 1$$

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tính giá trị của A khi cho $x = \sqrt{6 + 2\sqrt{2}}$.

c) Tính giá trị của x để A = 3.

Bài 2. *(2 điểm)*

Một tàu thuỷ chạy trên khúc sông dài 120 km, cả đi và về mất 6 giờ 45 phút. Tính vận tốc của tàu thuỷ khi nước yên lặng, biết vận tốc của dòng nước là 4 km/h.

Bài 3. *(2 điểm)* Giải các bất phương trình sau:

a) $5 + 4x(x + 3) > 1 + 4x(x + 5)$.

b) $\dfrac{x^3 - 4x^2 - 2x - 15}{x^2 + x + 3} < 0$.

Bài 4. *(4 điểm)*

Cho tam giác ABC vuông tại C, có BC = $\dfrac{1}{2}$AB. Trên cạnh BC lấy điểm E (E ≠ B, C), từ B kẻ đường thẳng d vuông góc với AE, gọi giao điểm của d với AE, AC kéo dài lần lượt tại I, K.

a) Tính độ lớn góc CIK.

b) Chứng minh KA.KC = KB.KI.

c) Gọi H là giao điểm của đường tròn đường kính AK với cạnh AB, chứng minh rằng H, E, K thẳng hàng.

d) Tìm quỹ tích điểm I khi E chạy trên BC.

ĐỀ SỐ 961

Bài 1. *(2 điểm)* Cho biểu thức:

$$K = \left(\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} + \frac{x^2 - 4x - 1}{x^2 - 1}\right).\frac{x + 2003}{x}$$

a) Tìm điều kiện đối với x để biểu thức xác định.

b) Rút gọn biểu thức K.

c) Với những giá trị nguyên nào của x thì biểu thức K có giá trị nguyên?

Bài 2. *(2 điểm)*

Cho hàm số y = x + m (D). Tìm các giá trị của m để đường thẳng (D):

a) Đi qua điểm A(1; 2003);

b) Song song với đường thẳng x - y + 3 = 0;

c) Tiếp xúc với parabol $y = -\dfrac{1}{4}x^2$.

Bài 3. *(3 điểm)*

a) Giải toán bằng cách lập phương trình:

Một hình chữ nhật có đường chéo bằng 13 m và chiều dài lớn hơn chiều rộng 7 m. Tính diện tích hình chữ nhật đó.

b) Chứng minh bất đẳng thức:

$$\frac{2002}{\sqrt{2003}} + \frac{2003}{\sqrt{2002}} > \sqrt{2002} + \sqrt{2003}.$$

Bài 4. *(3 điểm)*

Cho tam giác ABC vuông ở A. Nửa đường tròn đường kính AB cắt BC tại D. Trên cung AD lấy một điểm E. Nối BE và kéo dài cắt AC tại F.

a) Chứng minh CDEF là một tứ giác nội tiếp.

b) Kéo dài DE cắt AC ở K. Tia phân giác của góc CKD cắt EF và CD tại M và N. Tia phân giác của góc CBF cắt DE và CF tại P và Q. Tứ giác MPNQ là hình gì? Tại sao?

c) Gọi r, r_1, r_2 theo thứ tự là bán kính các đường tròn nội tiếp các tam giác ABC, ADB, ADC. Chứng minh rằng $r^2 = r_1^2 + r_2^2$.

ĐỀ SỐ 962

Bài 1. *(2,5 điểm)*

a) Giải phương trình: $\sqrt{x^2-4x+4}-49=0$.

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}(x-y)^2+3(x-y)=4\\ 2x+3y=12\end{cases}$

c) Giải bất phương trình: $2+\dfrac{2(x+1)}{8}<3-\dfrac{x-1}{4}$.

Bài 2. *(2 điểm)*

a) Tìm giá trị của x để biểu thức $\dfrac{1}{x^2-2\sqrt{2}x+5}$ có giá trị lớn nhất.

b) Rút gọn biểu thức: $P=\left(\dfrac{a+\sqrt{a^2-b^2}}{a-\sqrt{a^2-b^2}}-\dfrac{a-\sqrt{a^2-b^2}}{a+\sqrt{a^2-b^2}}\right):\dfrac{4\sqrt{a^4-a^2b^2}}{b^2}$, với $|a|>|b|>0$.

Bài 3. *(2 điểm)*

Nếu hai vòi nước cùng chảy vào một cái bể không có nước thì sau 12 giờ bể đầy. Sau khi hai vòi cùng chảy 8 giờ thì người ta khoá vòi I, còn vòi II tiếp tục chảy. Do tăng công suất vòi II lên gấp đôi, nên vòi II đã chảy đầy phần còn lại của bể trong 3 giờ rưỡi. Hỏi nếu mỗi vòi chảy một mình với công suất bình thường thì bao lâu mới đầy bể?

Bài 4. *(3,5 điểm)*

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, đường cao AE và CD cắt nhau tại H (H là trực tâm của tam giác ABC).

a) Chứng minh đường trung trực của đoạn HE đi qua trung điểm I của đoạn thẳng BH.

b) Gọi K là trung điểm cạnh AC. Chứng minh KD là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác BDE.

ĐỀ SỐ 963

Bài 1. *(2 điểm)* Cho hệ phương trình: $\begin{cases} x + ay + 1 \\ ax + y = 2 \end{cases}$ (1)

a) Giải hệ phương trình (1) khi a = 2.

b) Với giá trị nào của a thì hệ (1) có nghiệm duy nhất.

Bài 2. *(2 điểm)* Cho biểu thức $A = \left(\frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} + \frac{1}{1-\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{2}$ với $x > 0$ và $x \neq 1$.

a) Rút gọn biểu thức A;

b) Chứng minh rằng: $0 < A < 2$.

Bài 3. *(2 điểm)* Cho phương trình $(m - 1)x^2 + 2mx^2 + m - 2 = 0$. (*)

a) Giải phương trình (*) khi m = 1.

b) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt.

Bài 4. *(3 điểm)*

Từ điểm M nằm ngoài đường tròn tâm O bán kính R vẽ hai tiếp tuyến AM, MB (A, B là tiếp điểm) và một đường thẳng qua M cắt đường tròn tại C và D. Gọi I là trung điểm của CD. Gọi E, F, K lần lượt là giao điểm của đường thẳng AB với các đường thẳng OM, MD, OI.

a) Chứng minh rằng: $R^2 = OE.OM = OI.OK$.

b) Chứng minh rằng 5 điểm M, A, B, O, I cùng thuộc một đường tròn.

c) Khi cung CAD nhỏ hơn cung CBD, chứng minh rằng góc DEC bằng hai lần góc DBC.

Bài 5. *(1 điểm)*

Cho ba số dương x, y, z thoả mãn x + y + z = 1. Chứng minh rằng:

$$\frac{3}{xy + yz + zx} + \frac{2}{x^2 + y^2 + z^2} > 14.$$

ĐỀ SỐ 964

Bài 1. *(2 điểm)* Cho hám số $y = f(x) = \frac{3}{2}x^2$.

a) Hãy tính f(2), f(- 3), $f(-\sqrt{3})$, $f(\frac{\sqrt{2}}{3})$.

b) Các điểm $A(1; \frac{3}{2})$, $B(\sqrt{2}; 3)$, C(- 2; - 6), $D(-\frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{3}{4})$ có thuộc đồ thị của hàm số không?

Bài 2. *(2,5 điểm)* Giải các phưng trình:

a) $\frac{1}{x-4} + \frac{1}{x+4} = \frac{1}{3}$ b) (2x - 1)(x + 4) = (x + 1)(x - 4).

Bài 3. *(1 điểm)* Cho phương trình $2x^2 - 5x + 1 = 0$.

Tính $x_1\sqrt{x_2} + x_2\sqrt{x_1}$ (với x_1 và x_2 là hai nghiệm của phương trình)

Bài 4. *(3,5 điểm)*

Cho hai đường tròn (O_1) và (O_2) cắt nhau tại A và B, tiếp tuyến chung với hai đường tròn (O_1) và (O_2) về phía nửa mặt phẳng bờ O_1O_2 chứa điểm B, có tiếp điểm thứ tự là E và F. Qua A kẻ cát tuyến song song với EF cắt đường tròn (O_1), (O_2) thứ tự tại C, D. Đường thẳng CE và đường thẳng DF cắt nhau tại I.

a) Chứng minh IA vuông góc với CD.

b) Chứng minh tứ giác IEBF là tứ giác nội tiếp.

c) Chứng minh đường thẳng AB đi qua trung điểm của EF.

Bài 5. *(1 điểm)* Tìm số nguyên m để $\sqrt{m^2+m+23}$ là số hữu tỉ.

ĐỀ SỐ 965

Bài 1. *(điểm)* Xét biểu thức: $P=\left(\frac{\sqrt{x}-2}{x-1}-\frac{\sqrt{x}+2}{x+2\sqrt{x}+1}\right).\left(\frac{1-x}{\sqrt{2}}\right)^2$

a) Rút gọn P.

b) Chứng minh rằng nếu $0<x<1$ thì $P>0$.

c) Tìm giá trị lớn nhất của P.

Bài 2. *(điểm)*

Giải hệ phương trình: $\begin{cases} y-x=xy \\ 4x+3y=5xy. \end{cases}$

Bài 3. *(điểm)*

Cho nửa tròn (O; R). Hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. E là điểm chính giữa của cung nhỏ BC và AE cắt CO ở F, DE cắt AB ở M.

a) CEF và EMB là các tam giác gì?

b) Chứng minh rằng tứ giác FCBM nội tiếp được trong một đường tròn. Tìm tâm đường tròn đó.

c) Chứng minh rằng các đường thẳng OE, BF, CHiNG MINH đồng quy.

Bài 4. *(điểm)*

Phân tích ra thừa số: $a^4 - 5a^3 + 10a + 4$.

áp dụng giải phương trình: $\frac{x^4+4}{x^2-2}=5x$.

ĐỀ SỐ 966

Bài 1. *(4 điểm)* Cho phương trình: $(2m - 1)x^2 - 2mx + 1 = 0$.

a) Xác định m để phương trình trên có nghiệm thuộc khoảng (- 1; 0).

b) Xác định m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thoả mãn $\left|x_1^2-x_2^2\right|=1$.

Bài 2. *(5 điểm)* Giải các phương trình và hệ phương trình sau đây:

a) $\sqrt{7-x}+\sqrt{x-5}=x^2-12x+38$.

b) $\begin{cases} x^2+y^2+x+y=8 \\ x^2+y^2+xy=7. \end{cases}$

c) $\begin{cases} \sqrt{x+1}+\sqrt{y}=1 \\ \sqrt{x}+\sqrt{y+1}=1. \end{cases}$

Bài 3. *(3 điểm)*

a) Cho a > c, b > c, c > 0. Chứng minh: $\sqrt{c(a-c)}+\sqrt{c(b-c)} \le \sqrt{ab}$.

b) Cho x ≥ 1, y ≥ 1. Chứng minh: $\dfrac{1}{1+x^2}+\dfrac{1}{1+y^2} \ge \dfrac{2}{1+xy}$.

Bài 4. *(3 điểm)*

Từ điểm A ở ngoài đường tròn (O), kẻ các tiếp tuyến AB, AC với các đường tròn (B, C là các tiếp điểm). Trên tia đối của tia BC lấy điểm D. Gọi E là giao điểm của DO và AC. Qua E vẽ tiếp tuyến thứ hai với đường tròn (O), tiếp tuyến này cắt đường thẳng AB ở K. Chứng minh bốn điểm D, B, O, K cùng thuộc một đường tròn.

Bài 5. *(2 điểm)*

Cho tam giác ABC vuông tại A có M là trung điểm của BC. Có hai đường thẳng di động và vuông góc với nhau tại M cắt các đoạn AB và AC lần lượt tại D và E. Xác định vị trí của D và E để diện tích tam giác DME đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 6. *(3 điểm)*

Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau ở hai điểm A và B. Qua A vẽ hai đường thẳng (d) và (d'), đường thẳng (d) cắt (O) tại C và cắt (O') tại D, đường thẳng (d') cắt (O) tại M và cắt (O') tại N sao cho AB là phân giác của góc MAD. Chứng minh rằng CD = MN.

ĐỀ SỐ 967

Bài 1. *(điểm)* Rút gọn biểu thức:

$$A=\frac{3+\sqrt{5}}{\sqrt{10}+\sqrt{3+\sqrt{5}}}-\frac{3-\sqrt{5}}{\sqrt{10}+\sqrt{3-\sqrt{5}}}.$$

Bài 2. *(điểm)*

Gọi a, b là hai nghiệm của phương trình bậc hai x^2 - x - 1 = 0.Chứng minh rằng các biểu thức P = a + b + a^3 + b^3; Q = a^2 + b^2 a^4 + b^4; R = a^{2001} + b^{2001} + a^{2003} + b^{2003} là những số nguyên và chia hết cho 5.

Bài 3. *(điểm)* Cho hệ phương trình (x và y là các ẩn số):

$$\begin{cases} 2x^2-xy=1 \\ 4x^2+4xy-y^2=m. \end{cases} \qquad (1)$$

a) Giải hệ phương trình (1) với m = 7.

b) Tìm m sao cho hệ phương trình (1) có nghiệm.

Bài 4. *(điểm)*

Cho hai vòng tròn (C_1) và (C_2) tiếp xúc ngoài nhau tại điểm T. Hai vòng tròn này nằm trong vòng tròn (C_3) và tiếp xúc với (C_3) tương ứng tại M và N. Tiếp tuyến chung tại T của (C_1) và (C_2) cắt (C_3) tại P. PM cắt vòng tròn (C_1) tại điểm thứ hai A và MN cắt (C_1) tại điểm thứ hai B. PN cắt vòng tròn (C_2) tại điểm thứ hai D và MN cắt (C_2) tại điểm thứ hai C.

a) Chứng minh rằng tứ giác ABCD là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh rằng các đường thẳng AB, CD và PT đồng quy.

Bài 5. *(điểm)*

Một ngũ giác có tính chất: Tất cả các tam giác có ba đỉnh là ba đỉnh liên tiếp của ngũ giác, đều có diện tích bằng 1. Tính diện tích của ngũ giác đó.

ĐỀ SỐ 968

Bài 1. *(5 điểm)* Cho a, b, c là các số dương.

1/ Cho $A = \dfrac{a+b}{2}; B = \sqrt{ab}$, hãy chứng minh:

a) $A \geq B$.

b) $B < \dfrac{(a-b)^2}{8(A-B)} < A$ với $a \neq b$.

2/ Rút gọn biểu thức: $\sqrt{a+b+c+2\sqrt{ac+bc}} + \sqrt{a+b+c-2\sqrt{ac+bc}}$.

Bài 2. *(4 điểm)*

Giả sử hai phương trình bậc hai ẩn x: $a_1x^2 + b_1x + c_1 = 0$ và $a_2x^2 + b_2x + c_2 = 0$ có nghiệm chung. Chứng minh rằng: $(a_1c_2 - a_2c_1)^2 = (a_1b_1 - a_2b_1)(b_1c_2 - b_2c_1)$.

Bài 3. *(3 điểm)*

Với giá trị nào của m thì một trong các nghiệm của phương trình $x^2 - 8x + 4m = 0$ sẽ gấp đôi một nghiệm nào đó của phương trình $x^2 + x - 4m = 0$.

Bài 4. *(4 điểm)*

Cho đường tròn tâm O, một dây AB cố định, C là một điểm chuyển động trên cung nhỏ AB. Gọi M là trung điểm của dây BC, từ M vẽ MN vuông góc với tia AC ($N \in AC$).

a) Chứng minh rằng đường thẳng MN luôn đi qua một điểm cố định.

b) Tìm tập hợp điểm M.

Bài 5. *(4 điểm)*

Cho đường tròn (O; R) nội tiếp tam giác ABC, tiếp xúc với cạnh AB, AC lần lượt ở D và E.

a) Gọi O' là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ADE, tính OO'.

b) Các đường phân giác trong của góc B và góc C cắt đường thẳng DE lần lượt ở M và N. Chứng minh tứ giác BCMN nội tiếp.

c) Chứng minh: $\dfrac{MN}{BC} = \dfrac{DM}{AC} = \dfrac{EN}{AB}$.

ĐỀ SỐ 969

Bài 1. *(7 điểm)* Rút gọn:

a) $A = \dfrac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{3}}} + \dfrac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{2-\sqrt{3}}}$.

b) $B = \left(\sqrt{\dfrac{2}{3}} + \sqrt{\dfrac{3}{2}} + 2\right)\left(\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{4\sqrt{2}} - \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}\right)\left(24+8\sqrt{6}\right)\left(\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}\right)$.

c) $C=\sqrt{1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}}+\sqrt{1+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}}+\sqrt{1+\frac{1}{4^2}+\frac{1}{5^2}}+...+\sqrt{1+\frac{1}{2002^2}+\frac{1}{2003^2}}$.

Bài 2. *(2 điểm)* Giải phương trình: $x^2+9x+20=2\sqrt{3x+10}$.

Bài 3. *(3 điểm)*

a) Với x, y không âm; tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$P=x-2\sqrt{xy}+3y-2\sqrt{x}+2004,5$.

b) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $f(x)=\frac{x}{2}+\sqrt{1-x-2x^2}$.

Bài 4. *(8 điểm)*

Cho đường tròn (O; R) và hai đường kính bất kì AB và CD sao cho tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) cắt các đường thẳng BC và BD tại hai điểm tương ứng là E và F. Gọi P và Q lần lượt là trực tâm của các đoạn thẳng EA và AF.

1) Chứng minh rằng trực tâm H của tam giác BPQ là trung điểm của đoạn thẳng OA.

2) Hai đường kính AB và CD có vị trí tương đối như thế nào thì tam giác BPQ có diện tích nhỏ nhất.

3) Chứng minh các hệ thức sau: $CE.DF.EF = CD^3$ và $\frac{BE^3}{BF^3}=\frac{CE}{DF}$.

4) Nếu tam giác vuông BEF có một hình vuông BMKN nội tiếp ($K\in EF$; $M\in BE$ và $N\in BF$) sao cho cạnh hình vuông tỉ lệ với bán kính đường tròn nội tiếp tam giác BEF theo tỉ số $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$ thì các góc của tam giác BEF là bao nhiêu?

ĐỀ SỐ 970

Bài 1. *(4 điểm)* Cho biểu thức: $A=\frac{\sqrt{x+4\sqrt{x-4}}+\sqrt{x-4\sqrt{x-4}}}{\sqrt{1-\frac{8}{x}+\frac{16}{x^2}}}$.

Rút gọn rồi tìm giá trị nguyên của x để A có giá trị nguyên.

Bài 2. *(4 điểm)* Rút gọn các biểu thức:

a) $\sqrt{4+\sqrt{7}}-\sqrt{4-\sqrt{7}}-\sqrt{2}$.

b) $\sqrt{6+2\sqrt{2}\sqrt{3-\sqrt{\sqrt{2}+\sqrt{12}+\sqrt{18-\sqrt{128}}}}}$.

Bài 3. *(4 điểm)* Cho phương trình bậc hai ẩn x: $x^2 - 2(m -1)x + 2m^2 - 3m + 1 = 0$.

a) Chứng minh rằng phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $0 \le m \le 1$.

b) Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình, chứng minh: $|x_1+x_2+x_1x_2|\le\frac{9}{8}$.

Bài 4. *(5 điểm)*

Cho tam giác ABC vuông ở A, đường cao AH. Vẽ đường tròn tâm O đường kính AH. Đường tròn này cắt các cạnh AB, AC theo thứ tự ở D và E.

a) Chứng minh tứ giác ADHE là hình chữ nhật và 3 điểm D, O, E thẳng hàng.
b) Các tiếp tuyến của đường tròn tâm O kẻ từ D và E cắt cạnh BC tương ứng tại M và N. Chứng minh M, N lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng HB, HC.
c) Cho AB = 8cm; AC = 19cm. Tính diện tích tứ giác MDEN?
Bài 5. *(3 điểm)*
Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn tâm O, vẽ tia Ax vuông góc với AD, cắt BC tại E; tia Ay vuông góc với AB cắt CD tại F. Chứng minh EF đi qua O.

ĐỀ SỐ 971

Bài 1. *(điểm)* Rút gọn biểu thức: $A = \sqrt{x - 2 - 2\sqrt{x - 3}} - \sqrt{x + 1 - 4\sqrt{x - 3}}$, với $3 \le x \le 4$.
Bài 2. *(điểm)*
a) Chứng minh rằng: $\sqrt{a^2 + b^2} \ge \dfrac{a + b}{\sqrt{2}}$ với mọi a, b.
b) Cho tam giác ABC, gọi M là một điểm nằm bên trong tam giác. Các đường thẳng AM, BM, CM lần lượt cắt các cạnh BC, CA, AB tại D, E, F. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức
$$P = \sqrt{\frac{AM}{MD}} + \sqrt{\frac{BM}{ME}} + \sqrt{\frac{CM}{MF}}.$$
Bài 3. *(điểm)*
Giải phương trình nghiệm nguyên: $5x + 25 = - 3xy + 8y^2$.
Bài 4. *(điểm)*
Cho đường tròn tâm O đường kính AB. Từ A và B ta vẽ hai dây cung AC và BD cắt nhau tại N. Hai tiếp tuyến Cx, Dy của đường tròn cắt nhau tại M. Gọi P là giao điểm của hai đường thẳng AD và BC.
a) Chứng minh PN vuông góc với AB.
b) Chứng minh P, M, N thẳng hàng.
Bài 5. *(điểm)*
Cho một hình vuông có độ dài bằng 1 m, trong hình vuong đó đặt 55 đường tròn, mỗi đường tròn có đường kính $\dfrac{1}{9}$ m. Chứng minh rằng tồn tại một đường thẳng giao với ít nhất bảy đường tròn.

ĐỀ SỐ 972

Bài 1. *(điểm)*
Tìm một số có 5 chữ số. Biết rằng nếu ta xoá đi 3 chữ số cuối cùng thì sẽ được số mới bằng căn bậc ba của số ban đầu.
Bài 2. *(điểm)* Chứng minh rằng:
$$(a + b + c + d)^2 \ge \frac{8}{3}(ab + ac + ad + bc + bd + cd)$$ với a, b, c, d $\in$R.

Bài 3. *(điểm)*

a) Phân tích đa thức sau thành nhân tử: $x+3\sqrt{x}+2$; $x+4\sqrt{x}+3$.

b) Chứng minh giá trị của biểu thức:

$$M=\frac{2x}{x+3\sqrt{x}+2}+\frac{5\sqrt{x}+1}{x+4\sqrt{x}+3}+\frac{\sqrt{x}+10}{x+5\sqrt{x}+6}\ \text{(với } x\geq 0)$$

không phụ thuộc vào biến số x.

Bài 4. *(điểm)*

Cho tam giác AHC có ba góc nhọn, đường cao HE. Trên đoạn HE lấy điểm B sao cho tia CB vuông góc với AH; hai trung tuyến AM và BK của tam giác ABC cắt nhau tại I, hai trung trực của các đoạn thẳng AC và BC cắt nhau tại O.

a) Chứng minh $\Delta ABH \sim \Delta MKO$.

b) Chứng minh: $\sqrt{\dfrac{IO^3+IK^3+IM^3}{IA^3+IH^3+IB^3}}=\dfrac{\sqrt{2}}{4}$.

ĐỀ SỐ 973

A. Phần bắt buộc:

Bài 1. *(4 điểm)* Giải các phương trình và hệ phương trình sau đây:

a) $\sqrt{2x-3}+\sqrt{5-2x}=3x^2-12x+14$.

b) $\begin{cases}\sqrt{x+1}+\sqrt{y}=4\\ x+y=7.\end{cases}$

Bài 2. *(4 điểm)*

a) Cho $xy = 1$ và $x > y$. Chứng minh: $\dfrac{x^2+y^2}{x-y}\geq 2\sqrt{2}$.

b) Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác thoả mãn $a + b + c = 2$.

Chứng minh: $a^2 + b^2 + c^2 + 2abc < 2$.

Bài 3. *(4 điểm)*

Cho tam giác ABC cân tại A nội tiếp đường tròn tâm O, đường kính AI. Gọi E là trung điểm của AB và K là trung điểm của OI. Chứng minh tứ giác AEKC nội tiếp được một đường tròn.

Bài 4. *(4 điểm)*

Cho nửa đường tròn tâm O, đường kính AB = 2R và M là một điểm thuộc nửa đường tròn (khác A và B). Tiếp tuyến của (O) tại M cắt các tiếp tuyến tại A và B của đường tròn (O) lần lượt tại các điểm C và D. Tìm giá trị nhỏ nhất của tổng diện tích hai tam giác ACM và BDM.

B. Phần chọn. *Học sinh chọn một trong hai bài sau đây:*

Bài 5a. *(4 điểm)*

a) Xác định m để phương trình $2x^2 + 2mx + m^2 - 2 = 0$ có hai nghiệm.

b) Gọi hai nghiệm là x_1, x_2, tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $A = |2x_1x_2 + x_1 + x_2 - 4|$.

Bài 5b. *(4 điểm)*

Cho biểu thức: $P=\left[1-\frac{x-3\sqrt{x}}{x-9}\right]:\left[\frac{\sqrt{x}-3}{2-\sqrt{x}}+\frac{\sqrt{x}-2}{3+\sqrt{x}}-\frac{9-x}{x+\sqrt{x}-6}\right]$ ($x\ge 0$, $x\neq 9$, $x\neq 4$).

a) Thu gọn biểu thức P.

b) Tìm các giá trị của x để $P=1$.

ĐỀ SỐ 974

Bài 1. *(3 điểm)*

a) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x+y+z=6 \\ xy+yz-zx=-1 \\ x^2+y^2+z^2=14. \end{cases}$

b) Cho hai số x, y thoả mãn đẳng thức: $8x^2+y^2+\frac{1}{4x^2}=4.$

Xác định x, y để tích xy đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 2. *(3,5 điểm)*

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O), gọi M là trung điểm của cạnh BC, H là trực tâm tam giác ABC và K là hình chiếu vuông góc của A trên cạnh BC. Tính độ dài AK và diện tích tam giác ABC, biết rằng $OM=HK=\frac{1}{4}KM$ và $AM=30$ cm.

Bài 3. *(3,5 điểm)*

a) Tìm m để cho phương trình $(m+1)x^2-3mx+4m=0$ có nghiệm dương.

b) Giải phương trình: $x^2+3x+1=(x+3)\sqrt{x^2+1}.$

ĐỀ SỐ 975

Bài 1. *(3,5 điểm)*

a) Giải phương trình: $\frac{x^2+\sqrt{3}}{x+\sqrt{x^2+\sqrt{3}}}+\frac{x^2-\sqrt{3}}{x-\sqrt{x^2-\sqrt{3}}}=x.$

b) Chứng minh: $\frac{1}{1+a^2}+\frac{1}{1+b^2}\ge\frac{2}{1+ab}$ với $a\ge 1$, $b\ge 1$.

Bài 2. *(3,5 điểm)*

Cho tam giác ABC nội tiếp trong đường tròn (O). I là trung điểm của BC, M là điểm trên đoạn CI (M khác C và I), đường thẳng AM cắt đường tròn (O) tại D. Tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác AMI tại M cắt các đường thẳng BD, DC lần lượt tại P và Q.

Chứng minh DM.IA = MP.IB và tính tỉ số $\frac{MP}{MQ}$.

Bài 3. *(3 điểm)*

a) Giải phương trình: $\sqrt[5]{x-1}+\sqrt[3]{x+8}=x^3+1$.

b) Tìm các số x, y, z nguyên dương thoả mãn đẳng thức: 2(y + z) = x(yz - 1).

ĐỀ SỐ 976

Bài 1. *(6 điểm)*

1) Chứng minh rằng: $A=\dfrac{2\sqrt{3+\sqrt{5-\sqrt{3+\sqrt{48}}}}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}$ là số nguyên.

2) Tìm tất cả các số tự nhiên có 3 chữ số $\overline{abc}$ sao cho $\begin{cases}\overline{abc}=n^2-1\\ \overline{cba}=(a-2)^2\end{cases}$ với n là số nguyên lớn hơn 2.

Bài 2. *(6 điểm)*

1) Giải phương trình: $x^3+2x^2+2\sqrt{2}x+2\sqrt{2}=0$.

2) Cho parabol (P): $y=\dfrac{1}{4}x^2$ và đường thẳng (d): $y=-\dfrac{1}{2}x+2$.

a) Vẽ (P) và (d) trên cùng hệ trục toạ độ Oxy.

b) Gọi A, B là các giao điểm của (P) và (d). Tìm điểm M trên cung AB của (P) sao cho diện tích tam giác MAB lớn nhất.

c) Tìm điểm N trên trên trục hoành sao cho NA + NB ngắn nhất.

Bài 3. *(8 điểm)*

1) Cho đường tròn tâm O và dây cung BC không qua tâm O. Một điểm A chuyển động trên đường tròn (A khác B, C). Gọi M là trung điểm của AC, H là chân đường vuông góc hạ từ M xuống đường thẳng AB. Chứng minh rằng H nằm trên một đường tròn cố định.

2) Cho hai đường tròn (O; R) và (O'; R') với R' > R, cắt nhau tại hai điểm A, B. Tia OA cắt đường tròn (O') tại C và tia O'A cắt đường tròn (O) tại D. Tia BD cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác ACD tại E. So sánh độ dài các đoạn BC và BE.

ĐỀ SỐ 977

Bài 1. *(2 điểm)* Cho biểu thức: $A=\dfrac{\sqrt{a+4\sqrt{a-4}}+\sqrt{a-4\sqrt{a-4}}}{\sqrt{1-\dfrac{8}{a}+\dfrac{16}{a^2}}}$.

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tìm các giá trị a nguyên lớn hơn 8 ($a\in Z$; $a>8$) để A có giá trị nguyên.

Bài 2. *(2 điểm)*

a) Giải phương trình: $\dfrac{5}{x^2-4x+5}-x^2+4x-1=0$

b) Trong mặt phẳng toạ độ Oxy cho ba đường thẳng có phương trình:

(d_1): $y = \frac{1}{2}x + 4$;　　　(d_2): $y = 2$;　　　(d_3): $y = (k + 1)x + k$.

Tìm k để cho ba đường thẳng đã cho đồng quy.

Bài 3. *(2,5 điểm)*

Cho phương trình bậc hai đối với x: $(m + 1)x^2 - 2(m - 1)x + m - 3 = 0$ với $m \neq - 1$.　(1)

a) Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m.

b) Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của (1), tìm m để $x_1x_2 > 0$ và $x_1 = 2x_2$.

Bài 4. *(3,5 điểm)*

Từ điểm A nằm ngoài đường tròn tâm O kẻ hai tiếp tuyến AB và AC (B, C là các tiếp điểm). Gọi M là điểm bất kì trên cung nhỏ BC của đường tròn (O) (M khác B, C). Tiếp tuyến qua M cắt AB và AC tại E và F. Đường thẳng BC cắt OE và OF ở P và Q.

a) Chứng minh tứ giác PQFE nội tiếp được trong một đường tròn.

b) Chứng minh tỉ số $\frac{PQ}{FE}$ không đổi khi M di chuyển trên đường tròn.

ĐỀ SỐ 978

Bài 1. *(điểm)*

1) Giải phương trình: $\sqrt{8+\sqrt{x}} + \sqrt{5-\sqrt{x}} = 5$.

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} (x+1)(y+1) = 8 \\ x(x+1) + y(y+1) + xy = 17. \end{cases}$

Bài 2. *(điểm)* Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác.

Chứng minh rằng phương trình $x^2 + (a + b + c)x + ab + bc + ca = 0$ vô nghiệm.

Bài 3. *(điểm)*

Tìm tất cả các số nguyên n sao cho $n^2 + 2002$ là số chính phương.

Bài 4. *(điểm)*

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{1}{1+xy} + \frac{1}{1+yz} + \frac{1}{1+zx}$.

trong đó x, y, z là các số dương thay đổi thoả mãn điều kiện $x^2 + y^2 + z^2 \leq 3$.

Bài 5. *(điểm)*

Cho hình vuông ABCD, M là một điểm thay đổi trên cạnh BC (M không trùng với B) và N thay đổi trên cạnh CD (N không trùng với D) sao cho $\angle MAN = \angle MAB + \angle NAD$.

1) BD cắt AN và AM tương ứng tại P và Q. Chứng minh rằng năm điểm P, Q, M, C, N cùng nằm trên một đường tròn.

2) Chứng minh rằng đường thẳng MN luôn tiếp xúc với một đường tròn cố định khi M và N thay đổi.

3) Kí hiệu diện tích của tam giác APQ là S_1 và diện tích tứ giác PQMN là S_2.

Chứng minh rằng tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ không đổi khi M và N thay đổi.

ĐỀ SỐ 979

Bài 1. *(điểm)*

1) Giải phương trình: $\sqrt{x^2-3x+2}+\sqrt{x+3}=\sqrt{x-2}+\sqrt{x^2+2x-3}.$

2) Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $x + xy + y = 9$.

Bài 2. *(điểm)*

Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2+y^2+xy=1 \\ x^3+y^3=x+3y. \end{cases}$

Bài 3. *(điểm)*

Cho mười số nguyên dương 1, 2, 3, …, 10. Sắp xếp mười số đó một cách tuỳ ý thành một hàng. Cộng mỗi số với số thứ tự của nó trong hàng ta được mười tổng. Chứng minh rằng: trong mười tổng đó tồn tại ít nhất hai tổng có cùng chữ số tận cùng giống nhau.

Bài 4. *(điểm)*

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P=\dfrac{4a}{b+c-a}+\dfrac{9b}{a+c-b}+\dfrac{16c}{a+b-c}$

trong đó a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác.

Bài 5. *(điểm)*

Đường tròn (C) tâm I nội tiếp tam giác ABC tiếp xúc với các cạnh BC, CA, AB tương ứng tại các điểm A', B', C'.

1) Gọi các giao điểm của đường tròn (C) với các đoạn IA, IB, IC lần lượt là M, N, P. Chứng minh rằng các đường thẳng A'M, B'N, C'P đồng quy.

2) Kéo dài đoạn AI cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC tại D (khác A). Chứng minh rằng $\dfrac{IB.IC}{ID}=2r$, trong đó r là bán kính của đường tròn (C).

ĐỀ SỐ 980

Bài 1. *(điểm)* Chứng minh đẳng thức: $\dfrac{1+\frac{\sqrt{3}}{2}}{1+\sqrt{1+\frac{\sqrt{3}}{2}}}+\dfrac{1-\frac{\sqrt{3}}{2}}{1-\sqrt{1-\frac{\sqrt{3}}{2}}}=1.$

Bài 2. *(điểm)* Giải phương trình: $x^3-x^2-x=\dfrac{1}{3}.$

Bài 3. *(điểm)* Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x+y=\sqrt{4z-1} \\ y+z=\sqrt{4x-1} \\ z+x=\sqrt{4y-1}. \end{cases}$

Bài 4. *(điểm)* Tìm tất cả các số có 5 chữ số $\sqrt[3]{\overline{abcde}}=\overline{ab}.$

Bài 5. *(điểm)*

Đường tròn (O) nội tiếp tam giác ABC tiếp xúc với các cạnh BC, CA, AB theo thứ tự ở D, E và F. Đường thẳng vuông góc với OC ở O cắt hai cạnh CA và CB lần lượt ở I vad J. Một điểm P chuyển động trên cung nhỏ DE không chứa điểm F, tiếp tuyến tại P của (O) cắt hai cạnh CA, CB lần lượt tại M và N. Chứng minh rằng :

a) $\angle MON = \varphi$ (không đổi), hãy các định φ theo các góc của tam giác ABC.

b) Ba tam giác IMO, OMN, JON đồng dạng với nhau. Từ đó suy ra: $IM.JN = OI^2 = OJ^2$. (*)

c) Đảo lại, nếu M và N là hai điểm theo thứ tự lấy trên hai đoạn thẳng CE và CD thảo mãn hệ thức (*) thì MN tiếp xúc với đường tròn (O).

ĐỀ SỐ 981

Bài 1. *(điểm)*

Chứng minh rằng số: $x_0 = \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}} - \sqrt{6-3\sqrt{2+\sqrt{3}}}$ là một nghiệm của phương trình $x^4 - 16x^2 + 32 = 0$.

Bài 2. *(điểm)*

Cho $x > 0$, $y > 0$ thoả mãn $x + y \geq 6$. Hãy tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = 3x + 2y + \frac{6}{x} + \frac{8}{y}.$$

Bài 3. *(điểm)*

Cho số nguyên tố $p > 3$. Biết rằng có số tự nhiên n sao cho trong cach viết thập phân của số p^n có đúng 20 chữ số. Chứng minh rằng trong 20 chữ số này có ít nhất 3 chữ số giống nhau.

Bài 4. *(điểm)*

Cho tam giác ABC. M, N là trung điểm của các đoạn CA, CB tương ứng.

1) I là điểm bất kỳ trên đường thẳng MN ($I \neq M$, $I \neq N$). Chứng minh rằng: trong ba tam giác IBC, ICA, IAB có một tam giác mà diện tích của nó bằng tổng các diện tích của hai tam giác còn lại.

2) Trường hợp I là giao điểm của tai NM với đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Chứng minh rằng: $\dfrac{BC}{IA} = \dfrac{CA}{IB} = \dfrac{AB}{IC}$.

Bài 5. *(điểm)*

Cho số tự nhiên $n > 1$ và $n + 2$ số nguyên dương $a_1, a_2, \ldots, a_{n+2}$ thoả mãn điều kiện $1 \leq a_1 < a_2 < \ldots < a_{n+2} \leq 3n$. Chứng minh rằng: Luôn tồn tại hai số a_i, a_j ($1 \leq j < i \leq n + 2$) sao cho $n < a_i - a_j < 2n$.

ĐỀ SỐ 982

Bài 1. *(1,5 điểm)*

Cho phương trình $x^2 + x - 1 = 0$. Chứng minh rằng phương trình có hai nghiệm trái dấu. Gọi x_1 là nghiệm âm của phương trình.

Hãy tính giá trị của biểu thức: $P = \sqrt{x_1^{\,8} + 10x_1 + 13} + x_1$.

Bài 2. *(2 điểm)* Cho biểu thức $P = x.\sqrt{5-x} + (3-x).\sqrt{2+x}$.
Tìm giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của P khi $0 \le x \le 3$.
Bài 3. *(2 điểm)*
a) Chứng minh rằng không tồn tại các số nguyên a, b, c sao cho:
$a^2 + b^2 + c^2 = 2007$.
b) Chứng minh rằng không tồn tại các số hữu tỉ x, y, z sao cho:
$x^2 + y^2 + z^2 + x + 3y + 5z + 7 = 0$
Bài 4. *(2,5 điểm)*
Cho tam giác ABC vuông tại A. Vẽ đường cao AH. Gọi (O) là đường tròn ngoại tiếp tam giác AHC. Trên cung nhỏ AH của đường tròn (O) lấy hai điểm D và E sao cho BD = BE = BA. Đường thửng BM cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai N.
a) Chứng minh rằng tứ giác BDNE nội tiếp đường tròn.
b) Chứng minh đường tròn ngoại tiếp tứ giác BDNE và đường tròn (O) tiếp xúc với nhau.
Bài 5. *(2 điểm)*
Có n điểm, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Hai điểm bất kỳ được nối với nhau bằng một đoạn thẳng, mỗi đoạn được tô một màu xanh, đỏ hoặc vàng. Biết rằng: có ít nhất một đoạn màu xanh, một đoạn màu đỏ và một đoạn màu vàng; không có điểm nào mà các đoạn thẳng xuất phát từ đó có đủ cả 3 màu và không có tam giác nào tạo bởi các đoạn thẳng đã nối có 3 cạnh cùng màu.
a) Chứng minh rằng không tồn tại 3 đoạn thẳng cùng màu xuất phát từ cùng một điểm.
b) Hãy cho biết có nhiều nhất bao nhiêu điểm thoả mãn đầu bài?

ĐỀ SỐ 983

Bài 1. *(1,5 điểm)* Cho hai số dương a và b. Xét tập hợp T các số có dạng:
$T = \{ax + by$, trong đó $x > 0, y > 0$ và $x + y = 1\}$.
Chứng minh rằng: các số $\dfrac{2ab}{a+b}$ và $\sqrt{ab}$ đều thuộc tập hợp T.
Bài 2. *(2 điểm)*
Cho tam giác ABC, D và E là các tiếp điểm của đường tròn nội tiếp với các cạnh AB và AC. Chứng minh đường phân giác trong của góc B, đường trung bình của tam giác song song với cạnh AB và đường thẳng DE đồng quy.
Bài 3. *(2,5 điểm)*
1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}(x+y)(x^2-y^2)=45\\(x-y)(x^2+y^2)=85.\end{cases}$
2) Tìm các số hữu tỉ a, b, c sao cho các số $a+\dfrac{1}{b}, b+\dfrac{1}{c}, c+\dfrac{1}{a}$ là các số nguyên dương.
Bài 4. *(1 điểm)* Tìm đa thức f(x) và g(x) với các hệ số nguyên sao cho:
$\dfrac{f\left(\sqrt{2}+\sqrt{7}\right)}{g\left(\sqrt{2}+\sqrt{7}\right)} = \sqrt{2}$.

Bài 5. *(1,5 điểm)* Tìm số nguyên tố p để $4p^2 + 1$ và $6p^2 + 1$ là các số nguyên tố.

Bài 6. *(1,5 điểm)* Cho phương trình $x^2 + ax + b = 0$ có hai nghiệm là x_1 và x_2 ($x_1 \neq x_2$), đặt $u_n = \dfrac{x_1^{\,n} - x_2^{\,n}}{x_1 - x_2}$ (n là số tự nhiên).

Tìm các giá trị a, b sao cho $u_{n+1}.u_{n+2} - u_n.u_{n+3} = (-1)^n$ với mọi số tự nhiên n, từ đó suy ra $u_n + u_{n+1} = u_{n+2}$.

ĐỀ SỐ 984

Bài 1. *(điểm)* Giải phương trình: $\dfrac{6x-3}{\sqrt{x}-\sqrt{1-x}} = 3 + 2.\sqrt{x-x^2}$.

Bài 2. *(điểm)* Chứng minh rằng:

$\left[\sqrt{1}\right] + \left[\sqrt{2}\right] + \left[\sqrt{3}\right] + \ldots + \left[\sqrt{2003^2 - 1}\right]$ chia hết cho 1001x 2003.

Bài 3. *(điểm)* Biết rằng phương trình $x^2 - 3x + 1 = 0$ có nghiệm x = a. Hãy tìm một giá trị của $b \in Z$ để phương trình $x^{16} - b.x^8 + 1 = 0$ có nghiệm x = a.

Bài 4. *(điểm)*

Trong tập cặp số thực (x, y) thoả mãn điều kiện $\dfrac{x^2 - x + y^2 - y}{x^2 + y^2 - 1} \leq 0,$ hãy tìm các cặp số có tổng $x + 2y$ lớn nhất.

Bài 5. *(điểm)*

Từ một điểm P ở ngoài đường tròn (O), kẻ hai tiếp tuyến PE, PF tới đường tròn (E, F là hai tiếp điểm). Một cát tuyến thay đổi đi qua P, cắt đường tròn tại hai điểm A, B (A nằm giữa P và B) và cắt EF tại Q.

a) Khi cát tuyến đi qua O, chứng minh: $\dfrac{PA}{PB} = \dfrac{QA}{QB}$. (1)

b) Đẳng thức (1) có còn đúng không, khi cát tuyến trên không đi qua điểm O? Hãy chứng minh điều đó.

ĐỀ SỐ 985

Bài 1. *(2,5 điểm)*

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 4x + y = 1 \\ 2x - 7y = 8. \end{cases}$

2) Cho biểu thức $A = \dfrac{x-y}{y^2}.\sqrt{\dfrac{x^2y^4}{x^2 - 2xy + y^2}}$ với $x \neq y$, $y \neq 0$.

Rút gọn biểu thức A. Tính giá trị của A khi $x = \dfrac{27}{7}$ và $y = \left(\dfrac{17}{7}\right)^{2003}$.

Bài 2. *(2,5 điểm)*

1) Chứng tỏ rằng phương trình $x^2 - 4x + 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2. Lập phương trình bậc hai có nghiệm x_1^2 và x_2^2.

2) Tìm m để phương trình $x^2 - 2mx + 2m - 3 = 0$ có hai nghiệm cùng dấu. Khi đó hai nghiệm có cùng dấu âm hay cùng dấu dương?

Bài 3. *(3 điểm)*

Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại A và B. Đường tiếp tuyến với (O') vẽ từ A cắt (O) tại điểm M; đường tiếp tuyến với (O) vẽ từ A cắt (O') tại N. Đường tròn tâm I ngoại tiếp tam giác MAN cắt AB kéo dài tại P.

1) Chứng minh rằng tứ giác OAO'I là hình bình hành.

2) Chứng minh rằng bốn điểm O, B, I, O' nằm trên một đường tròn.

3) Chứng minh rằng BP = BA.

Bài 4. *(2 điểm)*

1) Cho a, b, c là các số dương thoả mãn điều kiện a + b + c = 1.

Chứng minh rằng: $\sqrt{a+b}+\sqrt{b+c}+\sqrt{c+a}\le\sqrt{6}$.

2) Cho tam giác đều ABC. Điểm M trên cạnh BC ($M \neq B$, $M \neq C$); vẽ MD vuông góc với AB và ME vuông góc với AC ($D \in AB$; $E \in AC$). Xác định vị trí của điểm M để diện tích của tam giác MDE lớn nhất.

ĐỀ SỐ 986

Bài 1. *(2,5 điểm)* Giải các phương trình sau:

1) $\dfrac{1}{x-2}+\dfrac{3}{6-x}=2$

2) $\sqrt{2x+5}=2x-1$.

Bài 2. *(2,5 điểm)* Cho phương trình $x^2 - 5mx - 4m = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2.

1) Chứng minh rằng: $x_1^2 + 5mx_2 - 4m > 0$.

2) Xác định giá trị của m để biểu thức:

$\dfrac{m^2}{x_1^2+5mx_2-12m}+\dfrac{x_2^2+5mx_1+12}{m^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 3. *(2,0 điểm)* Tìm giá trị của m để phương trình:

$x^2 + x + m - 2 = 0$ và $x^2 + (m - 2)x + 8 = 0$ có nghiệm chung.

Bài 4. *(3,0 điểm)*

Cho đường tròn tâm O và dây AB, M là điểm chuyển động trên đường tròn, từ M kẻ MH vuông góc với AB ($H \in AB$), Gọi E và F lần lượt là hình chiếu vuông góc của H trên MA và MB. Qua M kẻ đường thẳng vuông góc với EF cắt dây AB tại D.

1) Chứng minh rằng đường thẳng MD luôn đi qua một điểm cố định khi M thay đổi trên đường tròn.

2) Chứng minh $\dfrac{MA^2}{MB^2}=\dfrac{AH}{BD}.\dfrac{AD}{BH}$.

ĐỀ SỐ 987

Bài 1. *(2 điểm)*

a) Cho $M=\sqrt{\frac{x^2-\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1}-\frac{x^2+\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}+1}+x+1}$. Rút gọn M với $0\le x\le 1$.

b) Giải phương trình: $\sqrt[3]{x+1}+\sqrt[3]{x-1}=\sqrt[3]{5x}$

Bài 2. *(2,5 điểm)*

a) Cho x, y thảo mãn: $\begin{cases}x^3+2y^2-4y+3=0\\x^2+x^2y^2-2y=0.\end{cases}$

Tính $Q = x^2 + y^2$.

b) Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$A=\left(u+\frac{1}{u}\right)^2+\left(v+\frac{1}{v}\right)^2$ với $u + v = 1$ và $u > 0$; $v > 0$.

Bài 3. *(2,5 điểm)*

Cho tam giác có số đo các đường cao là các số nguyên, bán kính đường tròn nội tiếp tam giác bằng 1. Chứng minh rằng tam giác đó là tam giác đều.

Bài 4. *(2 điểm)*

Cho tam giác ABC vuông ở A, có góc B bằng 20^0, vẽ phân giác trong BI, vẽ góc ACH bằng 30^0 về phía trong tam giác. Tính góc CHI.

Bài 5. *(1 điểm)*

Có hay không 2003 điểm trên mặt phẳng mà bất kỳ ba điểm nào trong chúng đều tạo thành một tam giác có góc tù?

ĐỀ SỐ 988

Bài 1. *(1 điểm)* Chứng minh rằng có giá trị không phụ thuộc vào x:

$$A=\sqrt{x}+\frac{\sqrt[3]{2-\sqrt{3}}.\sqrt[6]{7+4\sqrt{3}}-x}{\sqrt[4]{9-4\sqrt{5}}.\sqrt{2+\sqrt{5}}+\sqrt{x}}.$$

Bài 2. *(2 điểm)* Với mỗi số nguyên dương n, đặt $P_n = 1.2.3\ldots n$ (tích các số tự nhiên liên tiếp từ 1 đến n). Chứng minh rằng:

1) $1 + 1.P_1 + 2.P_2 + 3.P_3 + \ldots + n.P_n = P_{n+1}$.

2) $\frac{1}{P_2}+\frac{2}{P_3}+\frac{3}{P_4}+\ldots+\frac{n-1}{P_n}<1.$

Bài 3. *(2 điểm)* Tìm các số nguyên dương n sao cho: $x = 2n + 2003$ và $y = 3n + 2005$ đều là những số chính phương.

Bài 4. *(3 điểm)*

Xét phương trình ẩn x: $(2x^2 - 4x + a + 5)(x^2 - 2x + a)(|x - 1| - a - 1) = 0$.

1) Giải phương trình ứng với $a = -1$.

2) Tìm tất cả các giá trị của tham số a để phương trình đã cho có đúng 3 nghiệm phân biệt.

Bài 5. *(3 điểm)*

Qua một điểm M tuỳ ý đã cho trên đáy lớn AB của hình thang ABCD ta kẻ các đường thẳng song song với hai đường chéo AC và BD. Các đường thẳng song song này cắt hai cạnh BC và AD lần lượt tại E và F. Đoạn EF cắt AC và BD tại I và J tương ứng.

1) Chứng minh rằng nếu H là trung điểm của đoạn IJ thì H cũng là trung điểm của đoạn EF.

2) Trong trường hợp AB = 2CD, hãy chỉ ra vị trí của một điểm M trên AB sao cho EJ = JI = IF.

ĐỀ SỐ 989

Bài 1. *(2 điểm)* Tính giá trị biểu thức:

$$P=\frac{\left(2003^2.2013+31.2004-1\right)\left(2003.2008+4\right)}{2004.2005.2006.2007.2008}.$$

Bài 2. *(2 điểm)* Cho ba số x_1, x_2, x_3 khác 0, thoả mãn điều kiện:

$$\begin{cases}x_1+x_2+x_3=a\\ x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1=0\\ x_1x_2x_3=b.\end{cases}$$

Xét dấu tích a.b.

Bài 3. *(2 điểm)*

Giải phương trình: $\left(ax^2+bx+c\right)\left(cx^2+bx+a\right)=0$, trong đó a, b, c là những số nguyên đã cho $(a,c\neq 0)$, biết rằng $x=\left(\sqrt{2}+1\right)^2$ là một nghiệm của phương trình này.

Bài 4. *(2 điểm)*

Cho a, b, c là ba số dương khác nhau đôi một. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P=\frac{(a-x)(a-y)}{a(a-b)(a-c)}+\frac{(b-x)(b-y)}{b(b-c)(b-a)}+\frac{(c-x)(c-y)}{c(c-a)(c-b)}$$

trong đó x, y là hai số dương thay đổi nhưng luôn có tổng bằng 1.

Bài 5. *(2 điểm)*

Cho A là một điểm cố định trên đường tròn (C) tâm O, bán kính 1. Giả sử m là đỉnh góc vuông của một tam giác vuông ABM với cạnh huyền AB là một dây cung của đường tròn (C).

1) Chứng minh rằng: $OM \le \sqrt{2}$.

2) Hãy nói rõ cách dựng các đỉnh góc vuông của tam giác vuông ABM có cạnh huyền AB là một dây của đường tròn (C) và $OM=\sqrt{2}$.

ĐỀ SỐ 990

Bài 1. *(2 điểm)*

a) Thu gọn biểu thức sau: $P=\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6}+\sqrt{8}+4}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{4}}$.

b) Tính giá trị của biểu thức khi $x^2 - 2y^2 = xy$ và $y \neq 0$.

Bài 2. *(2 điểm)* Giải các phương trình sau:

a) $2\sqrt[3]{x^2}-5\sqrt[3]{x}=3;$ b) $x^3-x^2-x=\frac{1}{3}.$

Bài 3. *(2 điểm)*

a) Tìm hai số tự nhiên a và b luôn thoả mãn: $a-b=\frac{a}{b}.$

b) Cho hai số dương a, b và a + b = 5. Tìm giá trị nhỏ nhất của tổng: $P=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}.$

Bài 4. *(1,5 điểm)* Cho hệ phương trình: $\begin{cases}x-3y-3=0\\x^2+y^2-2x-2y-9=0.\end{cases}$

Gọi $(x_1; y_1)$ và $(x_2; y_2)$ là hai nghiệm của hệ phương trình trên. Hãy tính giá trị của biểu thức: $M = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2$.

Bài 5. *(2,5 điểm)*

Cho đường tròn tâm O và một dây AB của đường tròn đó. Các tiếp tuyến vẽ từ A và B của đường tròn cắt nhau tại C. D là một điểm trên đường tròn có đường kính OC (D khác A và B). CD cắt cung AB của đường tròn (O) tại E (E nằm giữa C và D). Chứng minh:

a) $\angle BED = \angle DAE$.

b) $DE^2 = DA. DB$.

ĐỀ SỐ 991

Bài 1. *(3 điểm)* Cho biểu thức: $P=\frac{x^2-\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1}-\frac{2x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}+\frac{2(x-1)}{\sqrt{x}-1}.$

1) Rút gọn P.

2) Tìm giá trị nhỏ nhất của P.

3) Tìm x để biểu thức $Q=\frac{2\sqrt{x}}{P}$ nhận giá trị là số nguyên.

Bài 2. *(2 điểm)*

Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho parabol (P): $y = - x^2$ và đường thẳng (d) đi qua điểm I(0; - 1) có hệ số góc k.

1) Viết phương trình đường thẳng (d). Chứng minh rằng: Với mọi giá trị của k, đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B.

2) Gọi hoành độ của điểm A và B là x_1 và x_2, chứng minh $|x_1 - x_2| \geq 2$.

3) Chứng minh ΔOAB vuông.

Bài 3. *(4 điểm)*

Cho đoạn thẳng AB = 2a có trung điểm là O. Trên cùng nửa mặt phẳng bờ AB dựng nửa đường tròn (O) đường kính AB và nửa đường tròn (O') đường kính AO. Trên (O') lấy một điểm M (khác A và O), tia OM cắt (O) tại C, gọi D là giao điểm thứ hai của CA với (O').

1) Chứng minh ΔADM cân.

2) Tiếp tuyến tại C của (O) cắt tia OD tại E, xác định vị trí tương đối của đường thẳng EA đối với (O) và (O').
3) Đường thẳng AM cắt OD tại H, đường tròn ngoại tiếp ΔCOH cắt (O) tại điểm thứ hai là N. Chứng minh ba điểm A, M, N thẳng hàng.
4) Tại vị trí của M sao cho ME//AB, hãy tính độ dài đoạn thẳng OM theo a.

ĐỀ SỐ 992

Bài 1. *(1,5 điểm)*
Cho hai số tự nhiên a và b, chứng minh rằng nếu $a^2 + b^2$ chia hết cho 3 thì a và b cùng chia hết cho 3.

Bài 2. *(2 điểm)* Cho phương trình: $\left(\frac{1}{x}\right)^2 + \left(\frac{1}{x+1}\right)^2 = m$

1) Giải phương trình với m = 15.
2) Tìm m để phương trình có 4 nghiệm phân biệt.

Bài 3. *(2 điểm)*
Cho x, y là các số nguyên dương thoả mãn: x + y = 2003.
Tính giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của biểu thức: $P = x(x^2 + y) + y(y^2 + x)$.

Bài 4. *(3 điểm)*
Cho đường tròn (O) với dây BC cố định (BC < 2R) và điểm A trên cung lớn BC (A không trùng với B, C và điểm chính giữa của cung). Gọi H là hình chiếu của A trên BC, E và F lần lượt là hình chiếu của B và C trên đường kính.AA'.
1) Chứng minh rằng HE vuông góc với AC.
2) Chứng minh ΔHEF đồng dạng với ΔABC.
3) Khi A di chuyển, chứng minh tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác HEF cố định.

Bài 5. *(1,5 điểm)*
Lấy 4 điểm ở miền trong của một tứ giác để cùng với bốn đỉnh ta được 8 điểm, trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Biết diện tích của tứ giác là 1, chứng minh rằng tồn tại một tam giác có ba đỉnh lấy từ 8 điểm đã cho có diện tích không vượt quá $\frac{1}{10}$. Tổng quát hoá bài toán cho n - giác lồi với n điểm nằm ở miền trong của đa giác đó.

ĐỀ SỐ 993

Bài 1. *(2 điểm)*
Giải phương trình: $\left(\sqrt{x+5} - \sqrt{x+2}\right)\left(1 + \sqrt{x^2 + 7x + 10}\right) = 3.$

Bài 2. *(2 điểm)*
Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x^3 + 3x^2y = 5 \\ y^3 + 6xy^2 = 7. \end{cases}$

Bài 3. *(2 điểm)*
Tìm các số nguyên x, y thoả mãn đẳng thức: $2y^2x + x + y + 1 = x^2 + 2y^2 + xy$.

Bài 4. *(2 điểm)*
Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB = 2R (R là một độ dài cho trước). M, N là hai điểm trên nửa đường tròn (O) sao cho M thuộc cung AN và tổng các khoảng cách từ A, B đến đường thẳng MN bằng $R\sqrt{3}$.

1) Tính độ dài đoạn MN theo R.

2) Gọi giao điểm của hai dây AN và BM là I, giao điểm của các đường thẳng AM và BN là K. Chứng minh rằng bốn điểm M, N, I, K cùng nằm trên một đường tròn. Tính bán kính của đường tròn đó theo R.

3) Tìm giá trị lớn nhất của diện tích tam giác KAB theo R khi M, N thay đổi nhưng vẫn thoả mãn giả thiết của bài toán.

Bài 5. *(2 điểm)*
Biết rằng x, y,z là các số thực thoả mãn điều kiện: $x + y + z + xy + yz + zx = 6$.
Chứng minh rằng: $x^2 + y^2 + z^2 \geq 3$.

ĐỀ SỐ 994

Bài 1. *(2 điểm)* Cho phương trình: $x^4 + 2mx^2 + 4 = 0$
Tìm giá trị của tham số m để phương trình có 4 nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3, x_4 thoả mãn $x_1^2 + x_2^4 + x_3^4 + x_4^4 = 32$.

Bài 2. *(2 điểm)*
Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x^2 + xy - y^2 - 5x + y + 2 = 0 \\ x^2 + y^2 + x + y - 4 = 0. \end{cases}$

Bài 3. *(2 điểm)*
Tìm các số nguyên x, y thoả mãn đẳng thức: $x^2 + xy + y^2 = x^2y^2$.

Bài 4. *(2 điểm)*
Đường tròn tâm O nội tiếp tam giác ABC tiếp xúc với các cạnh BC, CA, AB tương ứng tại các điểm D, E, F. Đường tròn tâm O' bàng tiếp trong góc A của tam giác ABC tiếp xúc với cạnh BC và phần kéo dài của các cạnh AB, AC tương ứng tại các điểm P, M, N.

1) Chứng minh rằng: BP = CD.

2) Trên đường thẳng MN ta lấy các điểm I và K sao cho CK//AB, BI//AC. Chứng minh rằng các tứ giác BICE và BKCF là các hình bình hành.

3) Gọi (S) là đường tròn đi qua 3 điểm I, K, P. Chứng minh rằng (S) tiếp xúc với các đường thẳng BC, BI, CK.

Bài 5. *(2 điểm)*
Số thực x thay đổi và thoả mãn điều kiện $x^2 + (3 - x)^2 \geq 5$.
Tìm giá trị nhỏ nhất của các biểu thức: $P = x^4 + (3 - x)^4 + 6x^2(3 - x)^2$.

ĐỀ SỐ 995

Bài 1. *(2 điểm)* Cho biểu thức $P(x) = \dfrac{2x - \sqrt{x^2 - 1}}{3x^2 - 4x + 1}$.

1) Tìm tất cả các giá trị của x để P(x) xác định. Rút gọn P(x);

2) Chứng minh rằng nếu $x > 1$ thì $P(x).P(-x) < 0$.

Bài 2. *(2 điểm)*

1) Cho phương trình: $\dfrac{x^2 - 2(2m+1)x + 3m^2 + 6m}{x-2} = 0.$ (1)

a) Giải phương trình trên khi $m = \dfrac{2}{3}$;

b) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1 và x_2 thoả mãn $x_1 + 2x_2 = 16$.

2) Giải phương trình: $\sqrt{\dfrac{2x}{1+x}} + \sqrt{\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2x}} = 2.$

Bài 3. *(2 điểm)*

1) Cho x, y là hai số thực thoả mãn $x^2 + 4y^2 = 1$. Chứng minh rằng: $|x + y| \le \dfrac{\sqrt{5}}{2}$;

2) Cho phân số $A = \dfrac{n^2 + 4}{n + 5}$. Hỏi có bao nhiêu số tự nhiên thoả mãn $1 \le n \le 2004$ sao cho A là phân số chưa tối giản.

Bài 4. *(3 điểm)*

Cho hai đường tròn (O_1) và (O_2) cắt nhau tại P và Q. Tiếp tuyến chung gần P hơn của hai đường tròn tiếp xúc với (O_1) tại A, tiếp xúc với (O_2) tại B. Tiếp tuyến của đường tròn (O_1) tại P cắt (O_2) tại điểm thứ hai D khác P, đường thẳng AP cắt đường thẳng BD tại R. Hãy Chứng minh rằng:

1) Bốn điểm A, B, Q, R cùng thuộc một đường tròn;

2) Tam giác BPR cân;

3) Đường tròn ngoại tiếp tam giác PQR tiếp xúc với PB và RB.

Bài 5. *(1 điểm)*

Cho tam giác ABC có BC < CA < AB. Trên AB lấy điểm D, trên AC lấy điểm E sao cho DB = BC = CE. Chứng minh rằng khoảng cách giữa tâm đường tròn nội tiếp và tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ADE.

ĐỀ SỐ 996

Bài 1. *(2 điểm)* Cho biểu thức:

$$M = \left(\frac{2x\sqrt{x}+x-\sqrt{x}}{x\sqrt{x}-1} - \frac{x+\sqrt{x}}{x-1}\right).\frac{x-1}{2x+\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{2\sqrt{x}-1}.$$

a) Hãy tìm điều kiện của x để biểu thức M có nghĩa, sau đó rút gọn M.

b) Với giá trị nào của x thì biểu thức M đạt giá trị nhỏ nhất và tìm giá trị nhỏ nhất đó của M?

Bài 2. *(2 điểm)*

a) Giải phương trình: $(x^2 + 3x + 2)(x^2 + 7x + 12) = 24$.

b) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P = 2 - 5x^2 - y^2 - 4xy + 2x$.

Bài 3. *(2 điểm)*

Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 6x^2 - 3xy + x = 1 - y \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$

Bài 4. *(2 điểm)*

Cho đường tròn (O) và dây cung BC cố định. Gọi A là điểm di động trên cung lớn BC của đường tròn (O), (A khác B, C). Tia phân giác của góc ACB cắt đường tròn (O) tại điểm D khác điểm C, lấy điểm I thuộc đoạn CD sao cho DI = DB. Đường thẳng BI cắt đường tròn (O) tại điểm K khác điểm B.

a) Chứng minh tam giác KAC cân.

b) Chứng minh đường thẳng AI luôn đi qua một điểm J cố định, từ đó hãy xác định vị trí của A để độ dài đoạn AI là lớn nhất.

c) Trên tia đối của tia AB lấy điểm M sao cho AM = AC. Tìm tập hợp các điểm M khi A di động trên cung lớn AB của đường tròn (O).

Bài 5. *(1 điểm)*

Hãy tìm cặp số (x; y) sao cho y nhỏ nhất thoả mãn: $x^2 + 5y^2 + 2y - 3xy - 3 = 0$.

ĐỀ SỐ 997

Bài 1. *(điểm)*

1) Tính giá trị của biểu thức: $P = x^3 + y^3 - 3(x + y) + 2004$.

Biết rằng: $x = \sqrt[3]{3+2\sqrt{2}} + \sqrt[3]{3-2\sqrt{2}}$; $y = \sqrt[3]{17+12\sqrt{2}} + \sqrt[3]{17-12\sqrt{2}}$.

2) Rút gọn biểu thức sau:

$$P = \frac{1}{1+\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{9}} + \frac{1}{\sqrt{9}+\sqrt{13}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2001}+\sqrt{2005}}.$$

Bài 2. *(điểm)* Giải các phương trình sau:

1) $x^2 + \sqrt{x+2004} = 2004$.

2) $x^3 - 3\sqrt{2}x^2 + 3x + \sqrt{2} = 0$.

Bài 3. *(điểm)*

Giả sử tam giác ABC có diện tích bằng 1, gọi a, b, c và h_a, h_b, h_c tương ứng là độ dài các cạnh và các đường cao của tam giác ABC. Chứng minh rằng:
$(a^2 + b^2 + c^2)(h_a^2 + h_b^2 + h_c^2) \geq 36$. Dấu đẳng thức xảy ra khi nào?.

Bài 4. *(điểm)*

Cho tam giác ABC có góc A bằng 36^0, AC = b, AB = c (với b > c). Đường kính EF của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC vuông góc với BC tại M. Gọi I và J là chân đường vuông góc hạ từ E xuống các đường thẳng AB và AC. Gọi H và K là chân đường vuông góc hạ từ F xuống các đường thẳng AB và AC.

1) Chứng minh các tứ giác AIEJ và CMJE nội tiếp.
2) Chứng minh I, J, M thẳng hàng và IJ vuông góc với HK.
3) Tính độ dài cạnh BC và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC theo b, c.
4) Tính IH + JK theo b, c.

ĐỀ SỐ 998

Bài 1. *(điểm)*

a) Tìm các giá trị của tham số m để tập nghiệm của phương trình sau có đúng một phần tử:

$$\frac{x^2 - 2m^2x + 2m^4 - 7m^2 + 6}{x^2 + 7x + 12} = 0.$$

b) Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y + z + \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} + \dfrac{1}{z} = \dfrac{51}{4} \\ x^2 + y^2 + z^2 + \dfrac{1}{x^2} + \dfrac{1}{y^2} + \dfrac{1}{z^2} = \dfrac{771}{16}. \end{cases}$$

Bài 2. *(điểm)*

Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của biểu thức P = x - y + 2004, trong đó các số thức x và y thoả mãn hệ thức: $\dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{16} = 36.$

Bài 3. *(điểm)*

Chứng minh rằng tồn tại các số tự nhiên a, b, c nghiệm đúng phương trình
$x^2 + y^2 + z^2 = 3xyz$ và thoả mãn điều kiện: $\min\{a; b; c\} > 24$.

Bài 4. *(điểm)*

Cho ngũ giác ABCDE. Gọi M, N, P, Q là các trung điểm của AB, BC, DE, EA. Chứng minh rằng: MN đi qua trung điểm của PQ khi và chỉ khi MN//CD.

Bài 5. *(điểm)*

Cho đường thẳng xy và một điểm A cố định nằm ngoài đường thẳng ấy. Điểm M chuyển động trên xy. Trên đoạn thẳng AM lấy điểm I sao cho $AI.AM = k^2$, trong đó k là số dương cho trước và k nhỏ hơn khoảng cách từ A đến đường thẳng xy. Dựng hình vuông AIJK. Tìm tập hợp điểm I và tập hợp điểm K.

ĐỀ SỐ 999

Bài 1. *(điểm)*

1) Giải phương trình: $|x+1|+|x-1|=1+|x^2-1|$.

2) Tìm nghiệm nguyên của hệ:

$$\begin{cases} 2y^2-x^2-xy+2y-2x=7 \\ x^3+y^3+x-y=8. \end{cases}$$

Bài 2. *(điểm)*

Cho các số thức dương a và b thoả mãn:

$a^{100}+b^{100}=a^{101}+b^{101}=a^{102}+b^{102}$.

Hãy tìm giá trị của biểu thức: $P = a^{2004} + b^{2004}$.

Bài 3. *(điểm)*

Cho tam giác ABC có AB = 3cm, BC = 4cm, CA = 5cm. Đường cao, đường phân giác, đường trung tuyến của tam giác kẻ từ đỉnh B chia tam giác thành bốn phần. Hãy tính diện tích mỗi phần.

Bài 4. *(điểm)*

Cho tứ giác ABCD nội tiếp trong đường tròn có hai đường chéo AC và BD vuông góc với nhau tại H (H không trùng với tâm đường tròn). Gọi M và N lần lượt là chân các đường vuông góc hạ từ H xuống các đường thẳng AB và BC; P và Q lần lượt là giao điểm của đường thẳng MH và NH với các đường thẳng CD và DA. Chứng minh rằng đường thẳng PQ song song với đường thẳng AC và bốn điểm M, N, P, Q nằm trên cùng một đường tròn.

Bài 5. *(điểm)*

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$Q=\frac{1}{2}\left(\frac{x^{10}}{y^2}+\frac{y^{10}}{x^2}\right)+\frac{1}{4}\left(x^{16}+y^{16}\right)-\left(1+x^2y^2\right)^2.$$

ĐỀ SỐ 1000

Bài 1. *(điểm)*

Giải phương trình: $\sqrt{x+3}+\sqrt{x-1}=2$.

Bài 2. *(điểm)*

Giải hệ phương trình: $\begin{cases}(x+y)(x^2+y^2)=5\\(x-y)(x^2-y^2)=3.\end{cases}$

Bài 3. *(điểm)*

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P=\dfrac{(x^3+y^3)-(x^2+y^2)}{(x-1)(y-1)}$ trong đó x, y là những số thực lớn hơn 1.

Bài 4. *(điểm)*

Cho hình vuông ABCD và điểm M nằm trong hình vuông.

1) Tìm tất cả các vị trí điểm M sao cho $\angle MAB = \angle MBC = \angle MCD = \angle MDA$.

2) Xét điểm M nằm trên đường chéo AC. Gọi N là chân đường vuông góc hạ từ điểm M xuống cạnh AB và O là trung điểm của đoạn AM. Chứng minh rằng tỉ số $\dfrac{OB}{CN}$ có giá trị không đổi khi M di chuyển trên đường chéo AC.

3) Với giả thiết M nằm trên đường chéo AC, xét các đường tròn (S_1) và (S_2) có đường kính tương ứng là AM và CN. Hai tiếp tuyến chung của (S_1) và (S_2) tiếp xúc với (S_2) tại P và Q. Chứng minh rằng đường thẳng PQ tiếp xúc với (S_1).

Bài 5. *(điểm)*

Với số thực a, ta định nghĩa phần nguyên của số a là số nguyên lớn nhất không vượt quá a và kí hiệu là [a]. Dãy các số $x_0, x_1, x_2, \ldots, x_n, \ldots$ được xác định bởi công thức $x_n=\left[\dfrac{n+1}{\sqrt{2}}\right]-\left[\dfrac{n}{\sqrt{2}}\right]$. Hỏi trong 200 số $\{x_0, x_1, x_2, \ldots, x_{199}\}$ có bao nhiêu số khác 0?

(Cho biết $1{,}41 < \sqrt{2} < 1{,}42$).