

Mỗi nỗ lực, dù là nhỏ nhất,
đều **CÓ Ý NGHĨA**

$$1,01^{365} = 37,8$$
$$0,99^{365} = 0,03$$

Mỗi sự từ bỏ, dù một chút thôi,
đều khiến mọi cố gắng trở nên **VÔ NGHĨA**

**SỞ GIÁO DỤC - ĐÀO
TẠO
HÀ NAM**

ĐỀ 1901
KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
CHUYÊN
NĂM HỌC 2011-2012
MÔN : TOÁN- ĐỀ CHUNG

Bài 1: (2 đ) 1/ Rút gọn: $P = \left(\frac{6}{5+\sqrt{5}} + \frac{1-\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}} \right) : \frac{1}{\sqrt{45}}$

2/ Giải PT : $x^3 - 3x^2 + \sqrt{5}x = 0$

Bài 2: (2 đ) Cho hàm số $y = -8x^2$ có đồ thị là (P)

a/ Tìm tọa độ của 2 điểm A, B trên đồ thị (P) có hoành độ lần lượt là -1 và $\frac{1}{2}$.

b/ Viết phương trình đường thẳng AB

Bài 3: (2 đ)

1/ Tìm giá trị của x thoả mãn:

$$\frac{1}{16\sqrt{17}+68} + \frac{1}{17\sqrt{18}+18\sqrt{17}} + \dots + \frac{1}{x\sqrt{x+1}+(x+1)\sqrt{x}} = \frac{499}{2012}$$

2/ Cho x, y là các số không âm thoả mãn : $x+y = 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất , giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x^4y + xy^4 + x^3 + y^3 - 5(x^2 + y^2) + 14x^2y^2 - 58xy + 6$

Bài 4 (4 đ)

Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn (O) và AD là đường kính. Gọi I là điểm chính giữa của cung nhỏ BC; đường thẳng AI cắt dây cung BC và đường thẳng DC lần lượt tại E,M ; đường thẳng DI cắt dây cung BC và đường thẳng AB lần lượt tại F, N.

a / C/m hai tam giác IAN và IDM đồng dạng .

b / C/m tứ giác ANMD là tứ giác nội tiếp.

c / C/m đẳng thức: IE.IA = IF.ID

d / C/m OI vuông góc với MN

Hết

ĐỀ 1902

Bài 1: (2,5 đ)

$$\text{Cho biểu thức } B = \left(\frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1} - \frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1} \right) \left(\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}} \right)^2$$

- a) Rút gọn B.
- b) Có giá trị nào của a để $B = 0$ không?
- c) Tìm a để $B > 0$

Bài 2: (2 điểm) Giải các hệ phương trình:

$$\begin{array}{ll} \text{a.} \begin{cases} 2x - y = -1 \\ x - 2y = -5 \end{cases} & \text{b.} \begin{cases} y = 2|x-1| + 3 \\ x = 2y - 5 \end{cases} \end{array}$$

Bài 3: (2 điểm) Một người đi xe đạp từ Bắc Ninh lên Bắc Giang đường dài 20 km với vận tốc đều. Do công việc gấp nên người ấy đã đi nhanh hơn dự định 3km/h và đến sớm hơn dự định đúng 20 phút. Tính vận tốc người ấy dự định đi.

Bài 4: (3,5 đ) Cho đường tròn tâm O bàn kính R. Hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. E là điểm chạy trên cung nhỏ CB. Trên tia đối của tia EA lấy điểm M sao cho EM = EB.

- a) Tứ giác ACBD là hình gì?
- b) Chứng minh ED là phân giác của góc AEB và đường CE vuông góc với BM.
- c) Khi E thay đổi, chứng minh M chạy trên một đường tròn. Xác định tâm và bán kính của đường tròn đó.

ĐỀ 1903**Câu 1 (2 điểm)**

$$\text{Cho hàm số : } y = \frac{1}{2}x^2$$

- 1) Nêu tập xác định, chiều biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số.
- 2) Lập phương trình đồng thẳng đi qua điểm (2 , -6) có hệ số góc a và tiếp xúc với đồ thị hàm số trên .

Câu 2 (3 điểm)

$$\text{Cho phương trình : } x^2 - mx + m - 1 = 0 .$$

- 1) Gọi hai nghiệm của phương trình là x_1, x_2 . Tính giá trị của biểu thức .

$$M = \frac{x_1^2 + x_2^2 - 1}{x_1 x_2 + x_1 x_2^2} . \text{ Từ đó tìm m để } M > 0 .$$

- 2) Tìm giá trị của m để biểu thức $P = x_1^2 + x_2^2 - 1$ đạt giá trị nhỏ nhất .

Câu 3 (2 điểm)

Giải phương trình :

a) $\sqrt{x-4} = 4-x$

b) $|2x+3| = 3-x$

Câu 4 (3 điểm)

Cho hai đường tròn (O_1) và (O_2) có bán kính bằng R cắt nhau tại A và B , qua A vẽ cát tuyến cắt hai đường tròn (O_1) và (O_2) thứ tự tại E và F , đường thẳng EC , DF cắt nhau tại P .

1) Chứng minh rằng : $BE = BF$.

2) Một cát tuyến qua A và vuông góc với AB cắt (O_1) và (O_2) lần lượt tại C,D . Chứng minh tứ giác BEPF , BCPD nội tiếp và BP vuông góc với EF .

3) Tính diện tích phần giao nhau của hai đường tròn khi $AB = R$.

ĐỀ 1904

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THPT

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10

TỈNH ĐỒNG NAI

Năm học 2014 – 2015

ĐỀ CHÍNH THỨC

MÔN THI: TOÁN

Thời gian: 120 phút

Câu 1. (2 điểm)

1) Giải phương trình $4x^2 - 9 = 0$

2) Giải phương trình $2x^4 - 17x^2 - 9 = 0$

3) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x - 7y = -26 \\ 5x + 3y = -16 \end{cases}$

Câu 2. (1 điểm)

1) Vẽ đồ thị hàm số $y = -x^2$

2) Tìm m để đồ thị hàm số $y = mx + 1$ song song với đường thẳng $y = x$

Câu 3. (2 điểm)

1) Cho a là số thực dương khác 1.

$$\text{Rút gọn biểu thức } P = \frac{a\sqrt{a} - 2a + \sqrt{a}}{\sqrt{a} - a}$$

2) Tìm tham số k để phương trình $x^2 - x + k = 0$ (với x là ẩn số thực) có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 thỏa $(x_1)^2 + (x_2)^2 = 3$

3) Phân tích đa thức thành phân tử: $x^2 - 5/3 x - 2/3$

Câu 4. (1,25 điểm) Cho tam giác vuông có diện tích bằng 54 cm^2 và tổng độ dài hai góc vuông bằng 21 cm . Tính độ dài cạnh huyền của tam giác vuông đã cho.

Câu 5. (3,75 điểm) Cho tam giác ABC có đường cao AH, biết $\text{góc } BCA < \text{góc } ABC < \text{góc } CAB < 90^\circ$. Gọi đường tròn (O) tâm O là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC. Gọi D là giao điểm của tia AI với đường tròn (O), biết D khác A. Gọi E và F lần lượt là giao điểm của đường thẳng AH với hai đường thẳng BD và CI, biết E nằm giữa hai điểm B và D.

- 1) Chứng minh $BH = AB \cdot \cos \text{góc } ABC$. Suy ra $BC = AB \cdot \cos \text{góc } ABC + AC \cdot \cos \text{góc } BCA$.
- 2) Chứng minh bốn điểm B, E, I, F cùng thuộc một đường tròn.
- 3) Xác định tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác IBC .

ĐỀ 1905

BỘ GIÁO DỤC ĐÀO TẠO

TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM HÀ NỘI

CỘNG HÒA XÃ HỘI CHỦ NGHĨA VIỆT NAM

Độc Lập - Tự Do - Hạnh Phúc

ĐỀ CHÍNH

ĐỀ THI TUYỂN SINH
VÀO KHỐI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG CHUYÊN NĂM 2010
Môn thi: Toán học
(Dùng cho mọi thí sinh thi vào trường chuyên)
Thời gian làm bài :120 phút

Câu 1:

$$A = \left[\frac{3}{2} - \left(x^4 - \frac{x^4 + 1}{x^2 + 1} \right) \left(\frac{x^3 - x(4x-1)-4}{x^7 + 6x^6 - x - 6} \right) \right] \div \left(\frac{x^2 + 29x + 78}{3x^2 + 12x - 36} \right)$$

1. Rút gọn biểu thức A

2. Tìm tất các giá trị nguyên của x để biểu thức A có giá trị nguyên

Câu 2:

Cho hai đường thẳng

$$(d1): y = (2m^2 + 1)x + 2m - 1$$

$$(d2): y = m^2x + m - 2 \quad \text{Với } m \text{ là tham số}$$

1. Tìm tọa độ giao điểm I của d1 và d2 theo m

2. Khi m thay đổi, hãy chứng minh điểm I luôn thuộc đường thẳng cố định.

Câu 3 :

Giả sử cho bộ ba số thực $(x; y; z)$ thoả mãn hệ

$$\begin{cases} x+1 = x+z \\ xy + z^2 - 7x + 10 = 0 \end{cases}$$

1. Chứng minh $x^2 + y^2 = -z^2 + 12z - 19$

2. Tìm tất cả bộ số x, y, z sao cho $x^2 + y^2 = 17$

Câu 4 :

Cho hình vuông ABCD có độ dài bằng cạnh a. Trong hình vuông đó lấy điểm K sao cho tam giác ABK đều. Các đường thẳng BK và AD cắt nhau ở P.

1. Tính độ dài KC theo a

2. Trên AD lấy I sao cho $DI = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ Cl cắt BP ở H.

Chứng minh CHDP là nội tiếp.

3. Gọi M và L lần lượt là trung điểm CP và KD. Chứng minh $LM = \frac{a}{2}$

Câu 5: Giải phương trình : $(x^2 - 5x + 1)(x^2 - 4) = 6(x-1)^2$

-----Hết-----

**GIẢI ĐỀ THI TUYỂN SINH
VÀO KHỐI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG CHUYÊN NĂM 2010**
Môn thi: Toán học
(Dùng cho mọi thí sinh thi vào trường chuyên)

Câu 1:

$$A = \left[\frac{3}{2} - \left(x^4 - \frac{x^4 + 1}{x^2 + 1} \right) \left(\frac{x^3 - x(4x-1)-4}{x^7+6x^6-x-6} \right) \right] \div \left(\frac{x^2 + 29x + 78}{3x^2 + 12x - 36} \right)$$

1. Rút gọn biểu thức A

2. Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để biểu thức A có giá trị nguyên

Hướng dẫn

1.

$$A = \left[\frac{3}{2} - \left(\frac{x^6 + x^4 - x^4 - 1}{x^2 + 1} \right) \cdot \left(\frac{x^3 - 4x^2 + x - 4}{x^6(x+6) - (x+6)} \right) \right] : \left(\frac{x^2 + 3x + 26x + 78}{3(x^2 - 2x + 6x - 12)} \right)$$

$$A = \left[\frac{3}{2} - \left(\frac{x^6 - 1}{x^2 + 1} \right) \cdot \left(\frac{(x-4)(x^2 + 1)}{(x+6)(x^6 - 1)} \right) \right] : \left(\frac{(x+3)(x+26)}{3(x-2)(x+6)} \right)$$

$$A = \left[\frac{3}{2} - \frac{x-4}{x+6} \right] \cdot \frac{3(x-2)(x+6)}{(x+3)(x+26)} = \frac{3x+18-2x+8}{2(x+6)} \cdot \frac{3(x-2)(x+6)}{(x+3)(x+26)}$$

$$A = \frac{3x+18-2x+8}{2(x+6)} \cdot \frac{3(x-2)(x+6)}{(x+3)(x+26)} = \frac{x+26}{2(x+6)} \cdot \frac{3(x-2)(x+6)}{(x+3)(x+26)} = \frac{3(x-2)}{2(x+3)}$$

$$2. A = \frac{3(x-2)}{2(x+3)}$$

Xét $2A = \frac{3(x-2)}{x+3} = \frac{3(x+3)-15}{x+3} = 3 - \frac{15}{x+3} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x+3 \in U(15)$

x+3	-15	-5	-3	-1	1	3	5	15
x	-18	-8	-6	-4	-2	0	2	12
2A	4	6	8	18	-12	-2	0	2
A	2	3	4	9	-6	-1	0	1

Vậy $x \in \{-18; -8; -6; -4; -2; 0; 2; 12\}$ thì A nguyên

Câu 2:

Cho hai đ- ờng thẳng

$$(d1): y = (2m^2 + 1)x + 2m - 1$$

$$(d2): y = m^2x + m - 2 \quad \text{Với } m \text{ là tham số}$$

1. Tìm tọa độ giao điểm I của d_1 và d_2 theo m

2. Khi m thay đổi, hãy chứng minh điểm I luôn thuộc đ- ờng thẳng cố định.

Hướng dẫn

$$\begin{cases} y = (2m^2 + 1)x + 2m - 1 \\ y = m^2x + m - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2m^2 + 1)x + 2m - 1 - m^2x - m + 2 = 0 \\ y = m^2x + m - 2 \end{cases}$$

$$1. Giải h\bar{e}\Leftrightarrow \begin{cases} (m^2 + 1)x = -(m + 1) \\ y = m^2x + m - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-(m + 1)}{m^2 + 1} \\ y = \frac{-m^2(m + 1)}{m^2 + 1} + m - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-(m + 1)}{m^2 + 1} \\ y = \frac{-m^3 - m^2 + m^3 + m - 2m}{m^2 + 1} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-(m + 1)}{m^2 + 1} \\ y = \frac{-3m^2 + m - 2}{m^2 + 1} \end{cases}$$

$$\text{ta đ\~uợc } I\left(\frac{-(m + 1)}{m^2 + 1}; \frac{-3m^2 + m - 2}{m^2 + 1}\right)$$

$$2. \text{ta có } y = \frac{-3(m^2 + 1) + (m + 1)}{m^2 + 1} = -3 - x$$

V\~o\~y I thu\~oc đ\~o\~ng th\~ang y=-x-3 c\~o\~c đ\~inh

C\u00e1u 3 :

Giả sử cho bộ ba số thực (x;y;z) thoả mãn h\bar{e}

$$\begin{cases} x + 1 = y + z & (1) \\ xy + z^2 - 7z + 10 = 0 & (2) \end{cases}$$

$$1. \text{Chứng minh } x^2 + y^2 = -z^2 + 12z - 19$$

$$2. \text{Tìm tất cả bộ số } x,y,z \text{ sao cho } x^2 + y^2 = 17$$

H\u00f4ng d\u00e1n

$$1. \text{Từ (1) ta có } x-y=z-1 \Leftrightarrow x^2-2xy+y^2=1-2z+z^2 \Leftrightarrow x^2+y^2=2xy+1-2z+z^2 (*)$$

$$\text{Từ (2) ta có } xy=-z^2+7z-10 \text{ thay vào (*)}$$

$$\text{ta có } x^2 + y^2 = 2(-z^2+7z-10) + z^2 - 2z + 1 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = -z^2 + 12z - 19 \text{ (đpcm)}$$

$$2. \text{ta có } -z^2 + 12z - 19 = 17 \Leftrightarrow z^2 - 12z + 36 = 0 \Leftrightarrow (z - 6)^2 = 0 \Leftrightarrow z = 6 \text{ thay vào ta có h\bar{e}}$$

$$\begin{cases} x - y = -5 \\ x^2 + y^2 = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x + 5 \\ x^2 + (x + 5)^2 - 17 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x + 5 \\ 2x^2 + 10x + 8 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = x + 5 \\ (x + 4)(x + 1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = -1 \\ y = 4 \end{cases} \\ \begin{cases} x = -4 \\ y = 1 \end{cases} \end{cases}$$

ĐỀ 1906

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPTCHUYÊN QUỐC HỌC

NĂM HỌC 2017-2018

Khóa ngày 02 tháng 6 năm 2017

Môn thi: TOÁN (CHUYÊN TOÁN)

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đền)

Câu 1: (1,5 điểm)

- a) Cho các biểu thức $P(x) = \frac{1}{x} + \frac{9-x}{x+3\sqrt{x}}$, $Q(x) = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$ với $x > 0$. Tìm số nguyên x nhỏ nhất thỏa mãn $\frac{P(x)}{Q(x)} \leq \frac{1}{2}$.

- b) Tính giá trị của biểu thức $F = \frac{2x^4 - 21x^3 + 55x^2 - 32x - 4012}{x^2 - 10x + 20}$ khi $x = 5 - \sqrt{3}$ (không sử dụng máy tính cầm tay).

Câu 2: (2,0 điểm)

- a) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol $(P): y = x^2$, đường thẳng (d) có hệ số góc k và đi qua điểm $M(0; 1)$. Chứng minh rằng với mọi giá trị của k , (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B có hoành độ x_1, x_2 thỏa điều kiện $|x_1 - x_2| \geq 2$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^3 + y^3 = 9 \\ x^2 + 2y^2 = x + 4y \end{cases}$.

Câu 3: (1,5 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)\sqrt{x^2 + 1} + m^2 - m - 2 = 0$ (1) (x là ẩn số).

- a) Giải phương trình (1) khi $m = 0$.

- b) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình (1) có bốn nghiệm phân biệt.

Câu 4: (3,0 điểm)

Cho đường tròn (O) có tâm O và hai điểm C, D trên (O) sao cho ba điểm C, O, D không thẳng hàng. Gọi Ct là tia đối của tia CD , M là điểm tùy ý trên Ct , M khác C . Qua M kẻ các tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (O) (A và B là các tiếp điểm, B thuộc cung nhỏ CD). Gọi I là trung điểm của CD , H là giao điểm của đường thẳng MO và đường thẳng AB .

- a) Chứng minh tứ giác $MAIB$ nội tiếp.

- b) Chứng minh đường thẳng AB luôn đi qua một điểm cố định khi M di động trên tia Ct .

- c) Chứng minh $\frac{MD}{MC} = \frac{HA^2}{HC^2}$.

Câu 5: (2,0 điểm)

- a) Cho a, b, c là các số dương thay đổi và thỏa mãn điều kiện $\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ac} = 1$.
 Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $E = \frac{a^2}{a+b} + \frac{b^2}{b+c} + \frac{c^2}{c+a}$.
- b) Tìm tất cả các số nguyên dương n sao cho $n^2 + 3^n$ là một số chính phương.

----- Kết -----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh : Số báo danh :

Chữ ký của giám thị 1 : Chữ ký của giám thị 2 :

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THỦA THIÊN HUẾ**

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

**KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN QUỐC HỌC
NĂM HỌC 2017-2018**

Khóa ngày 02 tháng 6 năm 2017

Môn thi: TOÁN (CHUYÊN TOÁN)

HƯỚNG DẪN CHẤM – ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM

Câu	Đáp án	Điểm
1 (1,5 điểm)	a) Cho các biểu thức $P(x) = \frac{1}{x} + \frac{9-x}{x+3\sqrt{x}}$, $Q(x) = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$ với $x > 0$. Tìm số nguyên x nhỏ nhất thỏa mãn $\frac{P(x)}{Q(x)} \leq \frac{1}{2}$.	0,75
	Ta có $Q(x) = 1 + \frac{1}{\sqrt{x}} > 0, \forall x > 0$. Do đó $\frac{P(x)}{Q(x)} \leq \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2P(x) \leq Q(x)$	0,25
	$\Leftrightarrow 2\left(\frac{1}{x} + \frac{9-x}{x+3\sqrt{x}}\right) \leq \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} \Leftrightarrow 3x - 5\sqrt{x} - 2 \geq 0$	0,25
	$\Leftrightarrow (\sqrt{x}-2)(3\sqrt{x}+1) \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} \geq 2 \Leftrightarrow x \geq 4$ (vì $3\sqrt{x}+1 > 0$).	0,25
	Vậy giá trị nguyên nhỏ nhất của x cần tìm là $x = 4$.	
	b) Tính giá trị của biểu thức $F = \frac{2x^4 - 21x^3 + 55x^2 - 32x - 4012}{x^2 - 10x + 20}$ khi $x = 5 - \sqrt{3}$ (không dùng máy tính cầm tay).	0,75
	Ta có $x = 5 - \sqrt{3}$ suy ra $5 - x = \sqrt{3}$. Do đó $(5 - x)^2 = 3 \Leftrightarrow x^2 - 10x + 22 = 0$.	0,25
	Ta có $F = \frac{(x^2 - 10x + 22)(2x^2 - x + 1) - 4034}{x^2 - 10x + 20}$.	0,25

	Mà $x^2 - 10x + 22 = 0$ nên $x^2 - 10x + 20 = -2$. Suy ra $F = \frac{-4034}{-2} = 2017$.	0,25
2 (2,0 diểm)	a) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol (P): $y = x^2$, đường thẳng (d) có hệ số góc k và đi qua điểm M(0; 1). Chứng minh rằng với mọi giá trị của k, (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B có hoành độ x_1, x_2 thỏa điều kiện $x_1 - x_2 \geq 2$.	1,00
	Đường thẳng (d) có phương trình $y = kx + 1$.	0,25
	Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là $x^2 - kx - 1 = 0$ (1).	0,25
	Ta có $\Delta = k^2 + 4 > 0$, với mọi k nên phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt. Suy ra (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.	0,25
	Theo định lý Vi-ét, ta có: $x_1 + x_2 = k$, $x_1 x_2 = 2$.	0,25
	Suy ra $(x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 = k^2 + 4 \geq 4$.	0,25
	Do đó $ x_1 - x_2 \geq 2$ (dấu "=" xảy ra khi $k = 0$).	0,25
	b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^3 + y^3 = 9 & (1) \\ x^2 + 2y^2 = x + 4y & (2) \end{cases}$	1,00
	Nhân hai vế phương trình (2) cho 3, ta được $3x^2 + 6y^2 = 3x + 12y$ (3).	0,25
	Trừ hai phương trình (1) và (3) vế theo vế, ta được $(x-1)^3 = (2-y)^3 \Leftrightarrow y = 3-x$.	0,25
3 (1,5 diểm)	Thế $y = 3-x$ vào (3), ta được $x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ hoặc $x = 2$.	0,25
	Với $x = 1$ thì $y = 2$. Với $x = 2$ thì $y = 1$.	0,25
	Hệ phương trình có hai nghiệm $(2; 1), (1; 2)$.	0,25
	Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)\sqrt{x^2 + 1} + m^2 - m - 2 = 0$ (1) (x là ẩn số).	0,50
	a) Giải phương trình (1) khi $m = 0$.	
	Khi $m = 0$, phương trình trở thành $x^2 - 2\sqrt{x^2 + 1} - 2 = 0$.	0,25
	Đặt $t = \sqrt{x^2 + 1}$, $t \geq 1$. Ta có phương trình $t^2 - 2t - 3 = 0 \Leftrightarrow t = 3$ hoặc $t = -1$ (loại).	0,25
	Với $t = 3$, khi đó $\sqrt{x^2 + 1} = 3 \Leftrightarrow x^2 = 8 \Leftrightarrow x = \pm 2\sqrt{2}$.	0,25
	b) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình (1) có bốn nghiệm phân biệt.	1,00
	Đặt $t = \sqrt{x^2 + 1}$, $t \geq 1$ phương trình trở thành $t^2 - 2(m+1)t + m^2 - m - 3 = 0$ (2).	0,25
	(1) có 4 nghiệm phân biệt \Leftrightarrow (2) có 2 nghiệm phân biệt t_1, t_2 cùng lớn hơn 1	
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ (t_1 - 1)(t_2 - 1) > 0 \\ t_1 - 1 + t_2 - 1 > 0 \end{cases}$	0,25

	$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ t_1 t_2 - (t_1 + t_2) + 1 > 0 \\ t_1 + t_2 - 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m^2 + 2m + 1) - (m^2 - m - 3) > 0 \\ m^2 - m - 3 - (2m + 2) + 1 > 0 \\ 2m + 2 - 2 > 0 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 3m + 4 > 0 \\ m^2 - 3m - 4 > 0 \\ 2m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -4/3 \\ m < -1 \text{ hoặc } m > 4 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 4.$	0,25
	Vậy với $m > 4$ thì phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt.	
4 (3,0 diểm)	<p>Cho đường tròn (O) có tâm O và hai điểm C, D trên (O) sao cho ba điểm C, O, D không thẳng hàng. Gọi Ct là tia đối của tia CD, M là điểm tùy ý trên Ct, M khác C. Qua M kẻ các tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (O) (A và B là các tiếp điểm, B thuộc cung nhỏ CD). Gọi I là trung điểm của CD, H là giao điểm của đường thẳng MO và đường thẳng AB.</p> <p>a) Chứng minh tứ giác $MAIB$ nội tiếp.</p>	1,00
	MA, MB là các tiếp tuyến của đường tròn $(O) \Rightarrow \angle MAO = \angle MBO = 90^\circ$.	0,25
	I là trung điểm của CD nên $OI \perp CD \Rightarrow \angle OI = 90^\circ$.	0,25
	Suy ra các điểm A, I, B cùng thuộc đường tròn đường kính MO .	0,25
	Vậy tứ giác $MAIB$ nội tiếp đường tròn đường kính MO .	0,25
	b) Chứng minh đường thẳng AB luôn đi qua một điểm cố định khi M di động trên tia Ct .	1,00
	Các tiếp tuyến tại C và D cắt nhau tại Q nằm trên đường thẳng OI .	
	Ta có $\triangle MAC$ đồng dạng với $\triangle MDA$ (M chung và $\angle MAC = \angle MDA = \frac{1}{2}\angle ACD$).	
	Suy ra $\frac{MA}{MD} = \frac{MC}{MA} \Leftrightarrow MA^2 = MC \cdot MD$.	0,25
	Mà $\triangle MAO$ vuông ở A có đường cao AH nên $MA^2 = MH \cdot MO$.	

	<p>Suy ra $MC \cdot MD = MH \cdot MO \Rightarrow \frac{MC}{MH} = \frac{MO}{MD}$. Do đó ΔMCH và ΔMOD đồng dạng.</p> <p>Từ đó $CHM = ODM$. Suy ra tứ giác CHOD nội tiếp (1).</p> <p>Tứ giác QCQD có $OCQ = ODQ = 90^\circ$ nên nội tiếp đường kính OQ (2).</p> <p>Từ (1) và (2) ta có năm điểm C, H, O, D, Q thuộc đường tròn đường kính OQ.</p> <p>Suy ra $QHO = 90^\circ$. Do đó $QH \perp MO$ tại H.</p> <p>Mà $AB \perp MO$ tại H. Do đó hai đường thẳng QH và AB trùng nhau. Suy ra Q nằm trên đường thẳng AB.</p> <p>Vì d và (O) và C, D, I cố định nên Q cố định.</p> <p>Vậy AB luôn đi qua một điểm cố định Q khi M di động trên tia Ct.</p> <p>c) Chứng minh $\frac{MD}{MC} = \frac{HA^2}{HC^2}$.</p>	
	<p>Hai tam giác MBC và MDB có M chung và $MBC = MDB = \frac{1}{2}sđBC$ nên đồng dạng.</p> <p>Suy ra $\frac{MD}{MB} = \frac{MB}{MC} = \frac{BD}{BC} \Rightarrow \frac{MD}{MC} = \frac{MB^2}{MC^2} = \left(\frac{BD}{BC}\right)^2$ (3).</p> <p>Lại có $CAH = CDB = \frac{1}{2}sđBC$ (4).</p> <p>Mà ΔMCH đồng dạng với ΔMOD nên $MHC = MDO$.</p> <p>Suy ra $AHC = 90^\circ + MHC = 90^\circ + CDO = 90^\circ + \frac{180^\circ - COD}{2} = 180^\circ - \frac{1}{2}COD$</p> $= \frac{1}{2}(360^\circ - COD) = \frac{1}{2}sđCAD = CBD$ (5).	0,25
	<p>Từ (4), (5) ta có hai tam giác AHC và DBC đồng dạng. Suy ra $\frac{BD}{BC} = \frac{HA}{HC}$ (6).</p> <p>Từ (3) và (6) suy ra $\frac{MD}{MC} = \frac{HA^2}{HC^2}$.</p>	0,25
5 (2,0 diểm)	<p>a) Cho a, b, c là các số dương thay đổi và thỏa mãn điều kiện $\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ac} = 1$.</p> <p>Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $E = \frac{a^2}{a+b} + \frac{b^2}{b+c} + \frac{c^2}{c+a}$.</p> <p>Ta có $\frac{a^2}{a+b} + \frac{a+b}{4} \geq 2\sqrt{\frac{a^2}{a+b} \cdot \frac{a+b}{4}} = a$.</p> <p>Chứng minh tương tự ta có $\frac{b^2}{b+c} + \frac{b+c}{4} \geq b$, $\frac{c^2}{c+a} + \frac{c+a}{4} \geq c$.</p>	1,00 0,25

	Cộng các bất đẳng thức trên vế theo vế ta được $\frac{a^2}{a+b} + \frac{b^2}{b+c} + \frac{c^2}{c+a} + \frac{a+b}{4} + \frac{b+c}{4} + \frac{c+a}{4} \geq a+b+c$ $\Leftrightarrow \frac{a^2}{a+b} + \frac{b^2}{b+c} + \frac{c^2}{c+a} \geq \frac{a+b+c}{2}.$	0,25
	Do $a+b \geq 2\sqrt{ab}$, $b+c \geq 2\sqrt{bc}$, $c+a \geq 2\sqrt{ca}$ nên $a+b+c \geq \sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ac} = 1$. Suy ra $\frac{a^2}{a+b} + \frac{b^2}{b+c} + \frac{c^2}{c+a} \geq \frac{1}{2}$. Đẳng thức xảy ra khi $a=b=c=\frac{1}{3}$.	0,25
	Vậy giá trị nhỏ nhất của E là $\frac{1}{2}$, đạt được tại $a=b=c=\frac{1}{3}$.	0,25
	b) Tìm tất cả các số nguyên dương n sao cho $n^2 + 3^n$ là một số chính phương.	1,00
	Gọi m là số nguyên dương thỏa mãn $n^2 + 3^n = m^2$. Khi đó $(m-n)(m+n) = 3^n$. Suy ra tồn tại số tự nhiên k sao cho $m-n = 3^k$ và $m+n = 3^{n-k}$. Vì $m-n < m+n$ nên $k < n-k$, do đó $n-2k \geq 1$.	0,25
	Nếu $n-2k=1$ thì $2n = (m+n)-(m-n) = 3^{n-k} - 3^k = 3^k(3^{n-2k} - 1) = 3^k(3^1 - 1) = 2 \cdot 3^k$. Vì vậy $n = 3^k = 2k+1$. + Nếu $k=0$ thì $n=1$. + Nếu $k=1$ thì $n=3$. + Nếu $k \geq 2$ thì $3^k - 1 = 2(3^{k-1} + 3^{k-2} + \dots + 3 + 1) > 2k$ (*).	0,25
	Nếu $n-2k > 1$ thì $k \leq n-k-2$. Do đó $3^k \leq 3^{n-k-2}$. Suy ra $2n = 3^{n-k} - 3^k \geq 3^{n-k} - 3^{n-k-2} = 3^{n-k-2}(3^2 - 1) = 8 \cdot 3^{n-k-2}$.	0,25
	Áp dụng (*), ta có $3^{n-k-2} \geq 1 + 2(n-k-2) = 2n - 2k - 3$. Suy ra $2n \geq 8(2n - 2k - 3) \Leftrightarrow 8k + 12 \geq 7n$. Mặt khác $n \geq 2k+2$ nên $7n \geq 14k+14$, mâu thuẫn. Vậy $n=1$ hoặc $n=3$.	0,25
	Cách khác: Giả sử $n^2 + 3^n = m^2$ (1), với m là số nguyên dương, $m > n$. Khi đó $(m-n)(m+n) = 3^n$. Suy ra $m+n = 3^p$, $m-n = 3^q$, với p, q là các số tự nhiên và $p > q$. Ta có $\frac{m+n}{m-n} = 3^{p-q} \Rightarrow 1 + 2 \cdot \frac{n}{m-n} = 3^{p-q} \Rightarrow \frac{n}{m-n} = \frac{3^{p-q}-1}{2} \geq 1 \Rightarrow 2n \geq m$. Suy ra $n^2 + 3^n \leq 4n^2 \Rightarrow 3^n \leq 3n^2$ (2). Thử trực tiếp $n=1, n=2, n=3$ thỏa mãn (2), nhưng chỉ có $n=1, n=3$ thỏa mãn (1).	0,25

	<p>Ta chứng minh (2) không đúng với $n \geq 4$.</p> <p>Thật vậy:</p> <ul style="list-style-type: none"> + $n = 4 : 3^4 > 3 \cdot 4^2$. + Giả sử $3^n > 3n^2$ với $n \geq 4$. + Suy ra $3^{n+1} = 3 \cdot 3^n > 3 \cdot 3n^2 = 3(n+1)^2 + 3(2n^2 - 2n - 1) > 3(n+1)^2$ với $n \geq 4$. <p>Vậy bài toán có hai nghiệm $n=1$ hoặc $n=3$.</p>	0,25
--	--	------

- Học sinh làm cách khác đáp án nhưng kết quả đúng vẫn cho điểm tối đa.
- Điểm toàn bài chấm điểm lẻ đến 0,25.
- Đáp án gồm 04 trang.

----- Kết -----

ĐỀ 1907 ĐỀ THI VÀO 10

Bài 1. (2,5 điểm)

- a) Rút gọn $A = 2\sqrt{16} - 6\sqrt{9} + \sqrt{36}$
- b) Giải phương trình bậc hai : $x^2 - 2\sqrt{2}x + 1 = 0$
- c) Giải hệ phương trình : $\begin{cases} 3x - y = 7 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$

Bài 2. (2,0 điểm)

- Cho hàm số $y = x + 1$ (*) có đồ thị là đường thẳng (d)
- a) Tìm hệ số góc và vẽ đồ thị hàm số (*)
 - b) Tìm a để (P): $y = ax^2$ đi qua điểm $M(1; 2)$. Xác định tọa độ giao điểm của đường thẳng (d) và Parabol (P) với a vừa tìm được.

Bài 3. (2,0 điểm)

- Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 3 = 0$ Với giá trị nào của m thì phương trình có hai nghiệm phân biệt.

- a) Tìm m để phương trình có hai nghiệm thỏa mãn tích hai nghiệm không lớn hơn tổng hai nghiệm.

Bài 4. (3,5 điểm)

- Cho đường tròn (O) bán kính $R = 3$ cm và một điểm I nằm ngoài đường tròn, biết rằng $OI = 4$ cm. Từ I kẻ hai tiếp tuyến IA và IB với đường tròn (A, B là tiếp điểm).

- a) Chứng minh tứ giác OAIB nội tiếp.

b) Từ I kẻ đường thẳng vuông góc với OI cắt tia OA tại O'. Tính OO' và diện tích tam giác IOO' .

c) Từ O' kẻ O'C vuông góc BI cắt đường thẳng BI tại C. Chứng minh O'I là tia phân giác của $\angle AOC$

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HƯỚNG DẪN CHẤM THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
AN GIANG MÔN TOÁN
Năm học 2012 – 2013**

A. ĐÁP ÁN.

Bài	Câu	BÀI GIẢI	Điểm
Bài 1	Câu a	$\begin{aligned} A &= 2\sqrt{16} - 6\sqrt{9} + \sqrt{36} \\ &= 2.4 - 6.3 + 6 \\ &= -4 \end{aligned}$	0,5 điểm
	Câu b	$x^2 - 2\sqrt{2}x + 1 = 0$ <p>+ Biết thức $\Delta' = b'^2 - ac = (-\sqrt{2})^2 - 1 = 1 > 0$</p> <p>+ Phương trình có hai nghiệm</p> $x_1 = \frac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a} = \sqrt{2} + 1$ $x_2 = \frac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a} = \sqrt{2} - 1$	1,0 điểm

	<p>Câu c</p> $\begin{aligned} & \begin{cases} 3x - y = 7 \\ 2x + y = 3 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 10 \\ 2x + y = 3 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 2x + y = 3 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 4 + y = 3 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases} \end{aligned}$ <p>Vậy hệ phương trình có nghiệm $(2; -1)$.</p>	1,0 điểm						
Bài 2	<p>Câu a</p> <p>$y = x + 1$ (*)</p> <p>+ Hệ số góc $a = 1$</p> <p>+ Bảng giá trị đặc biệt</p> <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td>x</td><td>-1</td><td>0</td></tr> <tr> <td>y</td><td>0</td><td>1</td></tr> </table> <p>+Đồ thị là đường thẳng (d) hình vẽ</p>	x	-1	0	y	0	1	1,0 điểm
x	-1	0						
y	0	1						
<p>Câu b</p> <p>+Parabol (P): $y = ax^2$ đi qua điểm $M(1;2)$ ta được $2 = a \cdot 1^2 \Leftrightarrow a = 2$</p> <p>$(P)$: $y = 2x^2$.</p>	1,0 điểm							

		<p>+ Hoành độ giao điểm (P) và (d) là nghiệm của phương trình $2x^2 = x + 1 \Leftrightarrow 2x^2 - x - 1 = 0$</p> <p>+ Phương trình có $a + b + c = 0$ nên có hai nghiệm $x_1 = 1; x_2 = -\frac{1}{2}$</p> <p>+Với $x_1 = 1 \Rightarrow y_1 = 2$ $x_2 = -\frac{1}{2} \Rightarrow y_2 = \frac{1}{2}$</p> <p>Vậy giao điểm (d) và (P) là $M(1;2)$ và $N(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$.</p>	
Bài 3	Câu a	$x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 3 = 0$ + $\Delta' = (m+1)^2 - (m^2 + 3)$ $= m^2 + 2m + 1 - m^2 - 3 = 2m - 2$ + Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi $\Delta' > 0$ $\Leftrightarrow 2m - 2 > 0 \Leftrightarrow m > 1$ Vậy $m > 1$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt	1,0 điểm
	Câu b	+ $S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = 2(m+1)$ $P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = m^2 + 3$ + Phương trình có tích hai nghiệm không lớn hơn tổng hai nghiệm khi $P \leq S$ $m^2 + 3 \leq 2m + 2 \Leftrightarrow m^2 - 2m + 1 \leq 0$ $\Leftrightarrow (m-1)^2 \leq 0$ +Do $(m-1)^2 \geq 0$ với mọi m nên bất phương trình trên có nghiệm $m = 1$ +Với $m = 1$ ta có phương trình $x^2 - 4x + 4 = 0$ phương trình có nghiệm $x_1 = x_2 = 2$ thỏa đề.	1,0 điểm

<p>Bài 4</p>	<p>Câu a</p> <p>(hình vẽ 0,5 điểm cho câu a)</p>	<p>1,5 điểm</p>
<p>Câu b</p>	<p>Xét tứ giác OAIB có + $\widehat{OAI} = 90^\circ$ (IA là tiếp tuyến vuông góc với bán kính) + $\widehat{OBI} = 90^\circ$ (IB là tiếp tuyến vuông góc với bán kính) + $\Rightarrow \widehat{OAI} + \widehat{OBI} = 180^\circ$ + Vậy tứ giác OAIB nội tiếp do có tổng hai góc đối bằng 180°</p> <p>+ Tam giác $\triangle IOO'$ vuông tại I có IA là đường cao. Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ta được</p> $OI^2 = OA \cdot OO'$ <p>+ $\Rightarrow OO' = \frac{OI^2}{OA} = \frac{16}{3} \text{ cm}$</p> <p>+ Mặt khác ta lại có $IA^2 = AO \cdot AO' = 3 \cdot \frac{7}{3} = 7$ $\Rightarrow IA = \sqrt{7} \text{ cm}$</p> <p>+ Diện tích tam giác $\triangle IOO'$ là</p> $S_{IOO'} = \frac{1}{2} IA \cdot OO' = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{7} \cdot \frac{16}{3} = \frac{8\sqrt{7}}{3} \text{ cm}^2$	<p>1,0 điểm</p>
<p>Câu c</p>	<p>+ Ta có $\widehat{O_1} = \widehat{l_1}$ (góc có cạnh tương ứng vuông góc) + $\widehat{O_2} = \widehat{l_2}$ (góc có cạnh tương ứng vuông góc) + Mà $\widehat{l_1} = \widehat{l_2}$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) + Vậy $\widehat{O_1} = \widehat{O_2}$ hay $O'I$ là tia phân giác của góc $\widehat{AO'C}$</p>	<p>1,0 điểm</p>

B. HƯỚNG DẪN CHẤM.

- + Học sinh làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa
- + Điểm chấm có thể chia nhỏ đến 0,25.

ĐỀ 1908

ĐỀ THI VÀO 10

Câu 1: (2 điểm)

a/ Rút gọn biểu thức $A = \frac{5 + \sqrt{5}}{1 + \sqrt{5}}$

b/ Chứng minh đẳng thức: $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} - \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \frac{2b}{a - b} = 1$ với $a \geq 0; a \geq 0$ và $a \neq b$

Câu 2: (1,5 điểm)

Giải phương trình: $x^2 + 3x - 108 = 0$

Câu 3: (2 điểm)

Một ca nô chạy trên sông, xuôi dòng 120km và ngược dòng 120km, thời gian cả đi và về hết 11 giờ. Hãy tìm vận tốc ca nô trong nước yên lặng, biết rằng vận tốc của nước chảy là 2km/h.

Câu 4: (3,5 điểm)

Cho tam giác đều ABC có đường cao AH, M là điểm bất kỳ trên cạnh BC (M không trùng với B và C). Gọi P, Q theo thứ tự là chân các đường vuông góc kẽ từ M đến AB và AC, O là trung điểm của AM. Chứng minh rằng:

- a/ Các điểm A, P, M, H, Q cùng nằm trên một đường tròn.
- b/ Tứ giác OPHQ là hình gì?
- c/ Xác định vị trí của M trên cạnh BC để đoạn PQ có độ dài nhỏ nhất.

Câu 5: (1 điểm)

Cho a, b là các số dương. Chứng minh rằng

$$\therefore \frac{2a^2 + 3b^2}{2a^3 + 3b^3} + \frac{2b^2 + 3a^2}{2b^3 + 3a^3} \leq \frac{4}{a+b}$$

ĐÁP ÁN
ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT NĂM HỌC 2007 – 2008

Câu 1: a/ $A = \frac{5+\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}(1+\sqrt{5})}{1+\sqrt{5}} = \sqrt{5}$

b/ Với $a \geq 0; b \geq 0$ và $a \neq b$, ta có: $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} - \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} - \frac{2b}{a-b} = \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{a-b} - \frac{\sqrt{b}(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{a-b} - \frac{2b}{a-b} = \frac{a+\sqrt{ab}-\sqrt{ab}+b-2b}{a-b} = \frac{a-b}{a-b} = 1$

Câu 2: Ta có: $\Delta = (-3)^2 - 4.1.(-108) = 9 + 432 = 441 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 21$

Vậy phương trình có 2 nghiệm phân biệt: $x_1 = \frac{-3-21}{2} = -12$; $x_2 = \frac{-3+21}{2} = 9$

Câu 3: Gọi x (km/h) là vận tốc ca nô khi nước yên lặng ($x > 2$)

Vận tốc của ca nô khi xuôi dòng: $x+2$ (km/h)

Vận tốc của ca nô khi ngược dòng: $x-2$ (km/h)

Thời gian ca nô xuôi dòng: $\frac{120}{x+2}$ (h)

Thời gian ca nô ngược dòng: $\frac{120}{x-2}$ (h)

Theo đề bài ta có pt: $\frac{120}{x+2} + \frac{120}{x-2} = 11 \Leftrightarrow 120(x-2) + 120(x+2) = 11(x-2)(x+2)$

$\Leftrightarrow 11x^2 - 240x - 44 = 0$; $\Delta = 120^2 + 11.44 = 14400 + 484 = 14884 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 122$

$x_1 = -\frac{2}{11}$ (loại); $x_2 = 22$ (TM)

Vậy vận tốc ca nô khi nước yên lặng là 22km/h

Câu 4: a/ Chứng minh A, P, M, H, Q cùng nằm trên một đường tròn

Ta có: $APM = AHM = AQM = 90^\circ$ (Gt)

⇒ Các điểm A, P, M, H, Q cùng nằm trên một đường tròn đường kính AM^A

b/ Tứ giác OPHQ là hình gì?

O là trọng điểm AM nên O là tâm đường tròn đường kính AM

⇒ OP = OH = OQ

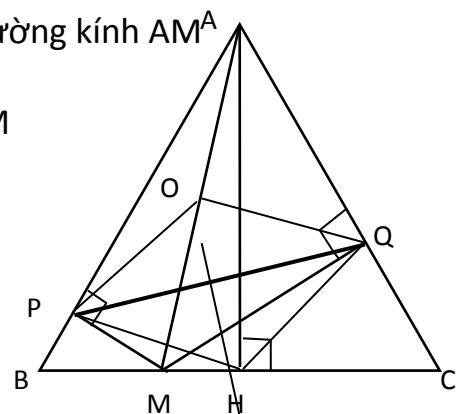
Ta có: $PAH = 30^\circ$ (Vì $\triangle ABC$ đều có AH là đường cao)

⇒ $POH = 60^\circ$

Tương tự ta cũng có được: $QOH = 60^\circ$

⇒ $\triangle OPH$ và $\triangle OHQ$ là các tam giác đều bằng nhau.

⇒ $OP = PH = HQ = OQ \Rightarrow$ Tứ giác OPHQ là hình thoi.



c/ Xác định vị trí của M trên cạnh BC để đoạn PQ có độ dài nhỏ nhất.

$$\text{Ta có: } PQ = OQ\sqrt{3} = OM\sqrt{3} = \frac{AM\sqrt{3}}{2}$$

$\Rightarrow PQ$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow AM$ nhỏ nhất $\Rightarrow AM \perp BC \Leftrightarrow M$ trùng H.

Cách 2:

Ta có: $PQ \leq OP + OQ = OA + OM = AM$

$\Rightarrow PQ$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow AM$ nhỏ nhất $\Rightarrow AM \perp BC \Leftrightarrow M$ trùng H.

Câu 5:

$$\text{Ta có: } \frac{2a^2 + 3b^2}{2a^3 + 3b^3} + \frac{2b^2 + 3a^2}{2b^3 + 3a^3} \leq \frac{4}{a+b} \Leftrightarrow \frac{4}{a+b} - \frac{2a^2 + 3b^2}{2a^3 + 3b^3} - \frac{2b^2 + 3a^2}{2b^3 + 3a^3} \geq 0 \quad (1)$$

Với $a, b > 0 \Rightarrow a+b; 2a^3 + 3b^3; 2b^3 + 3a^3 > 0$

$$(1) \Leftrightarrow 4(2a^3 + 3b^3)(2b^3 + 3a^3) - (2a^2 + 3b^2)(a+b)(2b^3 + 3a^3) - (2b^2 + 3a^2)(a+b)(2a^3 + 3b^3) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 26a^3b^3 + 12a^6 + 12b^6 - 13a^2b^4 - 13a^4b^2 - 12ab^5 - 12a^5b \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (13a^3b^3 - 13a^2b^4) + (13a^3b^3 - 13a^4b^2) + (12a^6 - 12ab^5) + (12b^6 - 12a^5b) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 13a^2b^2(a-b)(b-a) + 12(a^5 - b^5)(a-b) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 12(a^5 - b^5)(a-b) - 13a^2b^2(a-b)^2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 12(a-b)^2(a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4) - 13a^2b^2(a-b)^2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (a-b)^2(12a^4 + 12a^3b + 12ab^3 + 12b^4 - a^2b^2) \geq 0 \quad (2)$$

Ta có: $(a-b)^2 \geq 0$ với mọi a, b.

Và $12a^4 + 12a^3b + 12ab^3 + 12b^4 - a^2b^2 > 0$ với mọi a, b > 0. Vì:

Nếu $a = b > 0 \Rightarrow a^2b^2 = a^4$

$$0 < a < b \Rightarrow a^2b^2 < ab^3$$

$$a > b > 0 \Rightarrow a^2b^2 < a^3b$$

Do đó (2) ≥ 0 với mọi a, b > 0

Vậy (1) ≥ 0 với mọi a, b > 0, dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow a = b$.

ĐỀ 1909

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HẢI DƯƠNG

ĐỀ THI VÀO 10 THPT

NĂM HỌC 2016 – 2017

Môn thi: TOÁN

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian giao đề
(Đề thi gồm có 01 trang)

Câu 1 (2 điểm) Giải phương trình và hệ phương trình sau:

$$a)(x+3)^2 = 16$$

$$b) \begin{cases} 2x + y - 3 = 0 \\ \frac{x}{4} = \frac{y}{3} - 1 \end{cases}$$

Câu 2 (2,0 điểm)

- a) Rút gọn biểu thức: $A = \left(\frac{2\sqrt{x}+x}{x\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) : \left(1 - \frac{\sqrt{x}+2}{x+\sqrt{x}+1} \right)$ với $x \geq 0, x \neq 1$
- b) Tìm m để phương trình $x^2 - 5x + m - 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 - 2x_1x_2 + 3x_2 = 1$

Câu 3 (2,0 điểm)

- a) Tìm a và b biết đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua điểm A(-1;5) và song song với đường thẳng $y = 3x + 1$
- b) Một đội xe phải chuyên chở 36 tấn hàng. Trước khi làm việc, đội xe đó được bổ sung thêm 3 xe nữa nên mỗi xe chở ít hơn 1 tấn so với dự định. Hỏi đội xe lúc đầu có bao nhiêu xe? Biết rằng số hàng chở trên tất cả các xe có khối lượng bằng nhau

Câu 4 (3,0 điểm) Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB. Gọi C là điểm cố định thuộc đoạn thẳng OB (C khác O và B). Dựng đường thẳng d vuông góc với AB tại điểm C, cắt nửa đường tròn (O) tại điểm M. Trên cung nhỏ MB lấy điểm N bất kỳ (N khác M và B), tia AN cắt đường thẳng d tại điểm F, tia BN cắt đường thẳng d tại điểm E. Đường thẳng AE cắt nửa đường tròn (O) tại điểm D (D khác A).

- a) Chứng minh $AD \cdot AE = AC \cdot AB$
- b) Chứng minh: Ba điểm B, F, D thẳng hàng và F là tâm đường tròn nội tiếp ΔCDN
- c) Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔAEF . Chứng minh rằng điểm I luôn nằm trên một đường thẳng cố định khi điểm N di chuyển trên cung nhỏ MB

Câu 5 (1,0 điểm) Cho a, b, c là ba số thực dương thỏa mãn $abc = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = \frac{ab}{a^5 + b^5 + ab} + \frac{bc}{b^5 + c^5 + bc} + \frac{ca}{c^5 + a^5 + ca}$$

————— Hết —————

ĐÁP ÁN

Câu 1 (2,0 điểm)

$$\begin{aligned}
 \text{a) } & (x+3)^2 = 16 \\
 \Leftrightarrow & (x+3)^2 = 4^2 \\
 \Leftrightarrow & \begin{cases} x+3=4 \\ x+3=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-7 \end{cases}
 \end{aligned}$$

Vậy phương trình có 2 nghiệm $x = 1; x = -7$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } & \begin{cases} 2x+y-3=0 \\ \frac{x}{4}=\frac{y}{3}-1 \end{cases} \\
 \Leftrightarrow & \begin{cases} 2x+y=3 \\ 3x=4y-12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+y=3 \\ 3x-4y=-12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x+4y=12 \\ 3x-4y=-12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11x=0 \\ 3x=4y-12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=3 \end{cases}
 \end{aligned}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(0;3)$

Câu 2 (2,0 điểm)

$$\begin{aligned}
 \text{a) } & A = \left(\frac{2\sqrt{x}+x}{x\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) : \left(1 - \frac{\sqrt{x}+2}{x+\sqrt{x}+1} \right) \text{ với } x \geq 0, x \neq 1 \\
 & = \left(\frac{2\sqrt{x}+x}{(\sqrt{x})^3-1} - \frac{\sqrt{x}+x+1}{(\sqrt{x})^3-1} \right) : \frac{\sqrt{x}+x+1-(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}+x+1} \\
 & = \frac{2\sqrt{x}+x-\sqrt{x}-x-1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+x+1)} \cdot \frac{\sqrt{x}+x+1}{\sqrt{x}+x+1-\sqrt{x}-2} \\
 & = \frac{2\sqrt{x}+x-\sqrt{x}-x-1}{(\sqrt{x}-1)(x-1)} \\
 & = \frac{\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}-1)(x-1)} \\
 & = \frac{1}{x-1}
 \end{aligned}$$

$$\text{b) } x^2 - 5x + m-3 = 0 \text{ (1)}$$

Phương trình (1) có 2 nghiệm $x_1; x_2$

$$\begin{aligned}
 \Leftrightarrow & \Delta > 0 \\
 \Leftrightarrow & (-5)^2 - 4(m-3) > 0 \\
 \Leftrightarrow & 25 - 4m + 12 > 0
 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow 37 - 4m > 0$$

$$\Leftrightarrow m < \frac{37}{4}$$

Với $m < \frac{37}{4}$. Áp dụng định lý vi-et cho phương trình (1) ta có

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \\ x_1 x_2 = m - 3 \end{cases}$$

Ta có: $x_1^2 - 2x_1 x_2 + 3x_2 = 1$ (*)

Thay $x_1 = 5 - x_2$ vào (*) ta được:

$$(5 - x_2)^2 - 2(5 - x_2) \cdot x_2 + 3x_2 = 1$$

$$\Leftrightarrow 3x_2^2 - 17x_2 + 24 = 0$$

$$\Delta = 1$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{17+1}{6} = 3 \\ x_2 = \frac{17-1}{6} = \frac{8}{3} \end{cases}$$

+Với $x_2 = 3 \Rightarrow x_1 = 2$

Thay $x_1 \cdot x_2 = m - 3 \Rightarrow 2 \cdot 3 = m - 3 \Rightarrow m = 9$ (Thỏa mãn)

$$+Với x_2 = \frac{8}{3} \Rightarrow x_1 = \frac{7}{3}$$

Thay $x_1 \cdot x_2 = m - 3 \Rightarrow \frac{8}{3} \cdot \frac{7}{3} = m - 3 \Rightarrow m = \frac{83}{9}$ (Thỏa mãn)

$$Vậy m=3 hoặc m=\frac{83}{9}$$

Câu 3 (2,0 điểm)

a) Đồ thị hàm số $y = ax + b$ song song với đường thẳng $y = 3x + 1$ nên ta có $a = 3$ và $b \neq 1$
Do điểm A(-1;5) thuộc đồ thị hàm số $y = ax + b$ nên ta có:

$$5 = a \cdot (-1) + b$$

$$\Leftrightarrow 5 = 3 \cdot (-1) + b$$

$$\Leftrightarrow b = 8 \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy $a = 3$, $b = 8$ thỏa mãn yêu cầu bài toán

b) Gọi số xe của đội lúc đầu là x (xe), ($x > 0$)

Sau khi bổ sung thêm 3 xe thì số xe của đội là: $x + 3$ (xe)

Theo dự định thì mỗi xe phải chở số tấn hàng là: $\frac{36}{x}$ (tấn)

Thực tế mỗi xe phải chở số tấn hàng là: $\frac{36}{x+3}$ (tấn)

Theo bài ra ta có phương trình:

$$\frac{36}{x} - \frac{36}{x+3} = 1$$

$$\Leftrightarrow 36(x+3) - 36x = x(x+3)$$

$$\Leftrightarrow 36x + 108 - 36x - x^2 - 3x = 0$$

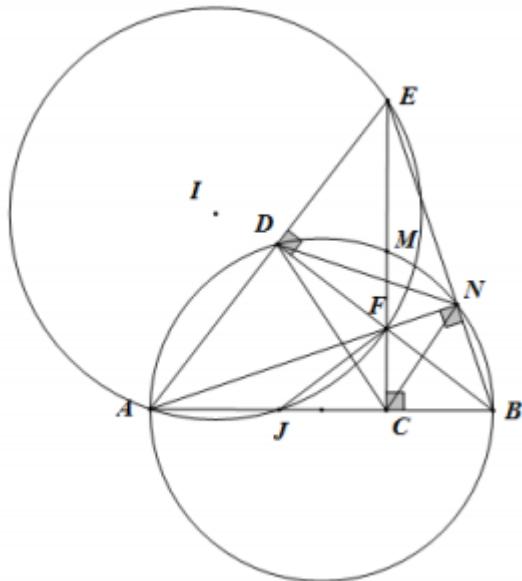
$$\Leftrightarrow x^2 + 3x - 108 = 0$$

$$\Delta = 3^2 - 4 \cdot (-108) = 441 > 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-3 - \sqrt{441}}{2} = -12 \\ x = \frac{-3 + \sqrt{441}}{2} = 9(TM) \end{cases}$$

Vậy số xe lúc đầu của đội là 9 xe.

Câu 5



a) Có $\angle ADB = \angle ANB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

\Rightarrow Tam giác ADB đồng dạng với tam giác ACE (g-g)

$$\Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{AB}{AE} \Rightarrow AD \cdot AE = AC \cdot AB$$

b) + Có $AN \perp EB$, $EC \perp AB$, EC giao AN tại F nên F là trực tâm của tam giác AEB
 $\Rightarrow BF \perp EA$

Mà $BD \perp EA \Rightarrow B, D, F$ thẳng hàng

+ Tứ giác ADFC có hai góc đối bằng 90° nên là tứ giác nội tiếp, suy ra $\angle DCF = \angle DAF$
 Tương tự ta có: $\angle NCF = \angle NBF$

Mà $\angle DAF = \angle NBF$ (cùng phụ với góc AEB) $\Rightarrow \angle DCF = \angle NCF$

Suy ra CF là phân giác của góc DCN

Tương tự ta cũng có DF là phân giác của góc NDC

Vậy F là tâm đường tròn nội tiếp tam giác DCN

c) Gọi J là giao của (I) với đoạn AB.

Có $\angle FAC = \angle CEB (= 90^\circ - \angle ABE) \Rightarrow$ tam giác FAC đồng dạng với tam giác BEC (g-g)

$$\Rightarrow \frac{FC}{BC} = \frac{AC}{EC} \Rightarrow CF \cdot CE = BC \cdot AC$$

Vì AEFJ là tứ giác nội tiếp nên $\angle FJC = \angle FEA (=180^\circ - \angle AJF)$

$$\Rightarrow \text{Tam giác CFJ đồng dạng với tam giác CAE} \Rightarrow \frac{CF}{CA} = \frac{CJ}{CE} \Rightarrow CF \cdot CE = CA \cdot CJ$$

Suy ra $BC \cdot AC = CA \cdot CJ \Rightarrow BC = CJ \Rightarrow C$ là trung điểm BJ (vì J \neq B)

Suy ra J là điểm cố định

Có IA = IJ nên I luôn thuộc đường trung trực của AJ, là đường cố định.

Câu 5

Áp dụng bất đẳng thức Côsi cho 5 số dương, ta có:

$$a^5 + a^5 + a^5 + b^5 + b^5 \geq 5\sqrt[5]{a^5 \cdot a^5 \cdot a^5 \cdot b^5 \cdot b^5} = 5a^3b^2$$

$$\Rightarrow 3a^5 + 2b^5 \geq 5a^3b^2$$

Tương tự ta có:

$$2a^5 + 3b^5 \geq 5a^2b^3$$

$$\Rightarrow 5a^5 + 5b^5 \geq 5(a^3b^2 + a^2b^3) \Rightarrow a^5 + b^5 \geq a^2b^2(a+b)$$

$$\Rightarrow \frac{ab}{a^5 + b^5 + ab} \leq \frac{ab}{a^2b^2(a+b) + ab} = \frac{1}{ab(a+b) + 1} = \frac{c}{abc(a+b) + c} = \frac{c}{a+b+c}$$

Ta có 2 bất đẳng thức tương tự, cộng lại ta có:

$$P = \frac{c}{a+b+c} + \frac{a}{a+b+c} + \frac{b}{a+b+c} = 1$$

Dấu bằng xảy ra khi $a = b = c = 1$

Vậy GTLN của P là 1

ĐỀ 1910

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TUYÊN
QUANG

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN

NĂM HỌC 2012 - 2013

MÔN THI: TOÁN CHUYÊN

Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

(Đề này có 01 trang)

Câu 1 (3 điểm).

1) Giải phương trình: $\sqrt{x+3} + \sqrt{6-x} - \sqrt{(x+3)(6-x)} = 3$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x+y+z=1 \\ 2x+2y-2xy+z^2=1 \end{cases}$

3) Tìm nghiệm nguyên (x, y) của phương trình

$$x^2 + x - y^2 + y = 3$$

Câu 2 (2 điểm). Cho phương trình: $x^4 - 2(m^2 + 2)x^2 + m^4 + 3 = 0$

1) Chứng minh rằng phương trình luôn có 4 nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3, x_4 với mọi giá trị của m

2) Tìm giá trị của m sao cho các nghiệm của phương trình thỏa mãn:

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_1x_2x_3x_4 = 11$$

Câu 3 (1 điểm). Chứng minh: $A = n^3 + 11n$ chia hết cho 6 với mọi $n \in \mathbb{N}$

Câu 4 (3 điểm). Cho góc xOy có số đo bằng 60° . Đường tròn có tâm K nằm trong góc xOy tiếp xúc với tia Ox tại M và tiếp xúc với tia Oy tại N . Trên tia Ox lấy điểm P sao cho $OP = 3OM$. Tiếp tuyến của đường tròn (K) qua P cắt tia Oy tại Q khác O . Đường thẳng PK cắt đường thẳng MN ở E . Đường thẳng QK cắt đường thẳng MN ở F .

- a) Chứng minh tam giác MPE đồng dạng với tam giác KPQ .
- b) Chứng minh tứ giác $PQEF$ nội tiếp được trong đường tròn.
- c) Gọi D là trung điểm của đoạn PQ . Chứng minh tam giác DEF là một tam giác đều.

Câu 5 (1 điểm). Chứng minh:

$$\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{6}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{119}+\sqrt{120}} > 5$$

-Hết-

Ghi chú:

- + Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.
- + Thí sinh không được sử dụng tài liệu trong khi làm bài.

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TUYÊN QUANG**

**KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN
NĂM HỌC 2012-2013**

**HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN
TOÁN CHUYÊN**

(Đáp án có 04 trang)

Câu	Hướng dẫn giải	Điểm
Câu 1	<p>1) Giải pt: $\sqrt{x+3} + \sqrt{6-x} - \sqrt{(x+3)(6-x)} = 3$</p> <p>đ/k: $\begin{cases} x+3 \geq 0 \\ 6-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 6$</p> <p>Đặt: $\begin{cases} u = \sqrt{x+3} \\ v = \sqrt{6-x} \end{cases}$, $u, v \geq 0$</p> <p>pt trở thành: $\begin{cases} u^2 + v^2 = 9 \\ u + v - uv = 3 \end{cases}$</p> $\Leftrightarrow \begin{cases} (u+v)^2 - 2uv = 9 \\ u+v = 3+uv \end{cases}$ $\Rightarrow (3+uv)^2 - 2uv = 9$ $\Leftrightarrow \begin{cases} uv = 0 \\ uv = -4 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} u = 0 \\ v = 0 \end{cases}$	1,0 điểm 0,25 0,25 0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x+3} = 0 \\ \sqrt{6-x} = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 6 \end{cases}$	0,25
	Vậy pt có nghiệm $x=-3; x=6$	0,25
	<p>2) Giải hệ pt:</p> $\begin{cases} x+y+z=1 \\ 2x+2y-2xy+z^2=1 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x+y=1-z \\ 2xy=z^2-2(x+y)-1 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x+y=1-z \\ 2xy=z^2-2z+1=(1-z)^2 \end{cases}$ $\Leftrightarrow 2xy=(x+y)^2$	1,0 điểm 0,25 0,25 0,25

	$\Leftrightarrow x^2 + y^2 = 0$ $\Leftrightarrow x=y=0; z=1$ Hệ pt có nghiệm duy nhất: $(x,y,z)=(0,0,1)$	0,25
	<p>3) Tìm nghiệm nguyên (x,y):</p> $x^2 + x - y^2 + y = 3 \Leftrightarrow x^2 - y^2 + x + y = 3$ $\Leftrightarrow (x-y)(x+y) + x + y = 3 \Leftrightarrow (x+y)(x-y+1) = 3$ <p>Để phương trình có nghiệm nguyên thì:</p> <p><u>Trường hợp 1:</u></p> $\begin{cases} x+y=1 \\ x-y+1=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=1 \\ x-y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{3}{2} \\ y=-\frac{1}{2} \end{cases} \text{ (loại)}$ <p><u>Trường hợp 2:</u></p> $\begin{cases} x+y=3 \\ x-y+1=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=3 \\ x-y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{3}{2} \\ y=\frac{3}{2} \end{cases} \text{ (loại)}$ <p><u>Trường hợp 3:</u></p> $\begin{cases} x+y=-1 \\ x-y+1=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=-1 \\ x-y=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{-5}{2} \\ y=\frac{3}{2} \end{cases} \text{ (loại)}$ <p><u>Trường hợp 4:</u></p> $\begin{cases} x+y=-3 \\ x-y+1=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=-3 \\ x-y=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{-5}{2} \\ y=\frac{-1}{2} \end{cases} \text{ (loại)}$ <p>Vậy pt không có nghiệm nguyên</p>	1,0 điểm 0,25 0,25 0,25
Câu 2	<p>Cho phương trình: $x^4 - 2(m^2+2)x^2 + m^4 + 3 = 0$</p> <p>1) Chứng minh rằng phương trình luôn có 4 nghiệm phân biệt</p> $x^4 - 2(m^2+2)x^2 + m^4 + 3 = 0 \quad (1)$	1,0 điểm 0,25

	<p>Đặt: $t = x^2$ ($t \geq 0$)</p> <p>pt trở thành: $t^2 - 2(m^2+2)t + m^4 + 3 = 0$ (2)</p> <p>Ta chứng tỏ (2) luôn có 2 nghiệm $0 < t_1 < t_2$ $\Delta' = (m^2+2)^2 - (m^4+3) = 4m^2 + 1 > 0, \forall m$</p> <p>Vậy (2) luôn có 2 nghiệm phân biệt t_1, t_2</p> <p>Ta có: $t_1 \cdot t_2 = m^4 + 3$ $t_1 + t_2 = 2(m^2 + 2) > 0, \forall m$</p> <p>Do đó pt (1) có 4 nghiệm: $-\sqrt{t_1}, \sqrt{t_1}, -\sqrt{t_2}, \sqrt{t_2}$</p>	0,25
	<p>2) Tìm giá trị của m sao cho $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_1x_2x_3x_4 = 11$</p> <p>Ta có: $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_1x_2x_3x_4$ $= 2(t_1+t_2)+t_1 \cdot t_2$ $= 4(m^2+2) + m^4+3 = m^4+4m^2+11$ do đó: $m^4+4m^2=0$ $\Leftrightarrow m=0$</p>	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25
Câu 3	<p>Chứng minh: $A = n^3 + 11n$, chia hết cho 6 với mọi $n \in \mathbb{N}$</p> <p>$A = n^3 - n + 12n$ $= n(n^2 - 1) + 12n$ $= n(n + 1)(n - 1) + 12n$</p> <p>Vì $n(n + 1)(n - 1) : 6$ và $12n : 6$ Vậy $A : 6$</p>	0,25 0,25 0,25 0,25
Câu 4		3,0 điểm

	<p>c) Gọi D là trung điểm của đoạn PQ. Chứng minh: $\triangle DEF$ đều.</p> <p>Do hai tam giác MPE và KPQ đồng dạng nên: $\frac{PM}{PK} = \frac{PE}{PQ}$. Suy ra: $\frac{PM}{PE} = \frac{PK}{PQ}$.</p> <p>Ngoài ra: $MPK = EPQ$. Do đó, hai tam giác MPK và EPQ đồng dạng.</p> <p>Từ đó: $PEQ = PMK = 90^\circ$.</p> <p>Suy ra, D là tâm của đường tròn ngoại tiếp tứ giác PQEF.</p> <p>Vì vậy, tam giác DEF cân tại D.</p> <p>Ta có: $FDP = 2FQD = OQP$; $EDQ = 2EPD = OPQ$.</p> <p>$FDE = 180^\circ - (FDP + EDQ) = POQ = 60^\circ$</p> <p>Từ đó, tam giác DEF là tam giác đều.</p>	0,25
Câu 5	Chứng minh:	1.0 điểm
	<p>Ta có:</p> $\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} > \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$ $\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} > \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{5}}$ <p>.....</p> $\frac{1}{\sqrt{119}+\sqrt{120}} > \frac{1}{\sqrt{120}+\sqrt{121}}$	0,25
	$\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{119}+\sqrt{120}} > \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{5}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{120}+\sqrt{121}}$ $\Rightarrow 2(\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{119}+\sqrt{120}}) > \frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{120}+\sqrt{121}}$	0,25
	$\Rightarrow 2(\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{119}+\sqrt{120}}) > \sqrt{2}-1+\sqrt{3}-\sqrt{2}+\sqrt{4}-\sqrt{3}+\dots+\sqrt{121}-\sqrt{120}$ $\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{6}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{119}+\sqrt{120}} > 5$	0,25

ĐỀ THI VÀO 10

Câu 1. (1.5 điểm) Cho các số dương a,b,c,d . Chứng minh rằng trong 4 số

$a^2 + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}; b^2 + \frac{1}{c} + \frac{1}{d}; c^2 + \frac{1}{d} + \frac{1}{a}; d^2 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ Có ít nhất một số không nhỏ hơn 3.

Câu 2. (1.5 điểm) Giải phương trình $\sqrt{(x^2 + 2x)^2 + 4(x+1)^2} - \sqrt{x^2 + (x+1)^2 + (x^2 + x)^2} = 2017$

Câu 3. (3.0 điểm)

1.Tìm tất cả các số nguyên dương a,b,c,d thỏa mãn $a^2 = b^3; c^3 = d^4; a = d + 98$

2.Tìm tất cả các số thực x sao cho trong 4 số $x - \sqrt{2}; x^2 + 2\sqrt{2}; x - \frac{1}{x}; x + \frac{1}{x}$ có đúng một số không phải là số nguyên.

Câu 4. (3điểm) Cho đường tròn (O) bán kính R và một điểm M nằm ngoài (O) .Kẻ hai tiếp tuyến MA, MB tới đường tròn (O) (A, B là hai tiếp điểm). Trên đoạn thẳng AB lấy điểm C (C khác A, C khác B). Gọi I; K là trung điểm MA, MC .Đường thẳng KA cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai D.

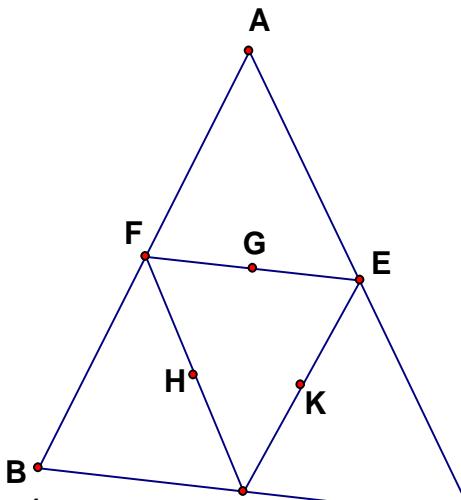
1. Chứng minh $KO^2 - KM^2 = R^2$

2.Chứng minh tứ giác BCDM là tứ giác nội tiếp.

3.Gọi E là giao điểm thứ hai của đường thẳng MD với đường tròn (O) và N là trung điểm KE đường thẳng KE cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai F. Chứng minh rằng bốn điểm I, A, N, F cùng nằm trên một đường tròn.

Câu 5. (1.0 điểm)

Xét hình bên : Ta viết các số 1, 2, 3, 4,..9 vào vị trí của 9 điểm trong hình vẽ bên sao cho mỗi số chỉ xuất hiện đúng một lần và tổng ba số trên một cạnh của tam giác bằng 18. Hai cách viết được gọi là như nhau nếu bộ số viết ở các điểm (A;B;C;D;E;F;G;H;K) của mỗi cách là trùng nhau. Hỏi có bao nhiêu cách viết phân biệt ? Tại sao?



Vòng 2

Câu 1. (1.5 điểm)

Giả sử cả bốn số đều nhỏ hơn 3 thì $P = a^2 + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + b^2 + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} + c^2 + \frac{1}{d} + \frac{1}{a} + d^2 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} < 3$

Mặt khác

$$P = a^2 + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + b^2 + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} + c^2 + \frac{1}{d} + \frac{1}{a} + d^2 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 2\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d}\right)$$

$$Do \ 4(a^2 + b^2 + c^2 + d^2) \geq (a+b+c+d)^2; \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} \geq \frac{4}{a+b+c+d} \Rightarrow$$

$$P \geq \frac{(a+b+c+d)^2}{4} + \frac{16}{a+b+c+d} + \frac{16}{a+b+c+d} \geq 3\sqrt[3]{\frac{(a+b+c+d)^2}{4} \cdot \frac{16}{a+b+c+d} \cdot \frac{16}{a+b+c+d}} = 12$$

giả sử suy ra có ít nhất một số không nhỏ hơn 3.

Câu 2. (1.5 điểm) Giải phương trình $\sqrt{(x^2 + 2x)^2 + 4(x+1)^2} - \sqrt{x^2 + (x+1)^2 + (x^2 + x)^2} = 2017$

ĐKXĐ $\forall x \in R$

$$\sqrt{(x^2 + 2x)^2 + 4(x+1)^2} - \sqrt{x^2 + (x+1)^2 + (x^2 + x)^2} = 2017$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^4 + 2x^3 + 4x^2 + 4x^2 + 8x + 8} - \sqrt{x^2 + x^2 + 2x + 1 + x^4 + 2x^3 + x^2} = 2017$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x^2 + 2x + 2)^2} - \sqrt{(x^2 + x + 1)^2} = 2017 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 2 - x^2 - x - 1 = 2017 \Leftrightarrow x = 2016$$

Câu 3. (3.0 điểm)

1. Tìm tất cả các số nguyên dương a, b, c, d thỏa mãn $a^2 = b^3; c^3 = d^4; a = d + 98$

2. Tìm tất cả các số thực x sao cho trong 4 số $x - \sqrt{2}; x^2 + 2\sqrt{2}; x - \frac{1}{x}; x + \frac{1}{x}$ có đúng một số

phải là số nguyên.

Hướng dẫn

1. Giả sử $a = p_1^{x_1} \cdot p_2^{x_2} \cdot p_3^{x_3} \dots p_n^{x_n}$ trong đó p_1, p_2, \dots, p_n là các số nguyên tố $x_1, x_2, \dots, x_n \in N$

Tương tự $d = q_1^{y_1} \cdot q_2^{y_2} \cdot q_3^{y_3} \dots q_n^{y_n}$ trong đó q_1, q_2, \dots, q_n là các số nguyên tố $y_1, y_2, \dots, y_n \in N$

Ta có a,d > 1

$$\forall a^2 = p_1^{2x_1} \cdot p_2^{2x_2} \cdot p_3^{2x_3} \cdots p_n^{2x_n} = b^3 \Rightarrow 2x_1, 2x_2, 2x_3, \dots, 2x_n \vdots 3 \Rightarrow x_1, x_2, x_3, \dots, x_n \vdots 3 \Rightarrow a = x^3, (x \in \mathbb{Z}^+)$$

Chứng minh tương tự $d = y^3, (y \in \mathbb{Z}^+)$ từ giả thiết

$$a = d + 98 \Rightarrow x^3 = y^3 + 98 \Leftrightarrow (x-y)(x^2 + xy + y^2) = 98 \text{ vi } a > d \Rightarrow x - y > 0$$

$$(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2 < x^2 + xy + y^2 \Rightarrow x - y < x^2 + xy + y^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - y = 1 \\ x^2 + xy + y^2 = 98 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 1 \\ (y+1)^2 + (y+1)y + y^2 = 98 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 1 \\ 3y^2 + 3y - 97 = 0 \end{cases} \Rightarrow y \notin \mathbb{Z} \Rightarrow x \notin \mathbb{Z}$$

Hoặc

$$\begin{cases} x - y = 2 \\ x^2 + xy + y^2 = 49 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 2 \\ (y+2)^2 + (y+2)y + y^2 = 49 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 2 \\ y^2 + 2y - 15 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 \\ x = 5 \\ y = -5 < 0 \\ x = -3 < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x = 5; y = 3$$

$$\text{Vậy } a = 5^3 = 125; d = 3^3 = 27; b = 25; c = 81$$

2. Nếu $x - \frac{1}{x}; x + \frac{1}{x}$ nguyên ta có $x - \frac{1}{x} + x + \frac{1}{x} = 2x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \mathbb{Q}$ suy ra $x - \sqrt{2}; x^2 + 2\sqrt{2}$ đều không

hữu tỷ do vậy một trong hai số $x - \frac{1}{x}; x + \frac{1}{x}$ không là số nguyên khi đó

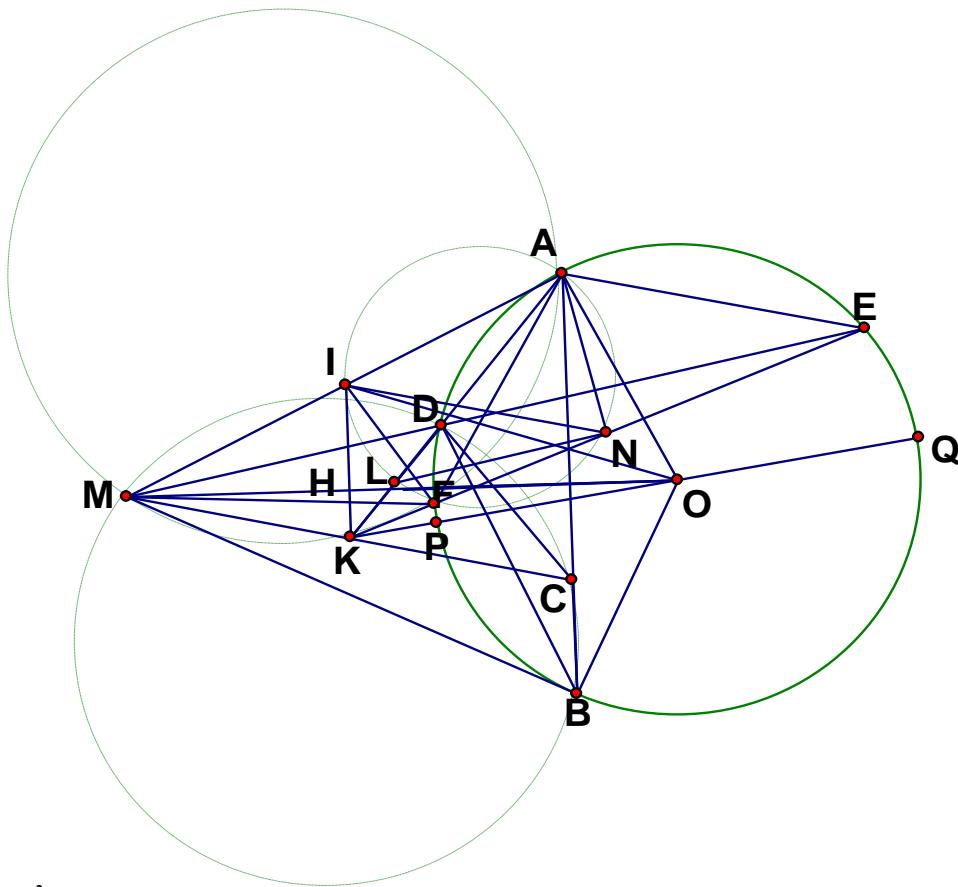
$$x - \sqrt{2}; x^2 + 2\sqrt{2} \in \mathbb{Z} \Rightarrow x - \sqrt{2} + x^2 + 2\sqrt{2} \in \mathbb{Z}$$

Đặt

$$x - \sqrt{2} = a, (a \in \mathbb{Z}) \Rightarrow x^2 + 2\sqrt{2} = (a + \sqrt{2})^2 + 2\sqrt{2} = a^2 + 2 + 2\sqrt{2}(a+1) \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{2}(a+1) \in \mathbb{Z} \Rightarrow a+1=0 \Rightarrow a=-1$$

Thử lại đúng vậy $x = \sqrt{2} - 1$



Câu 4. (3điểm)

- a) Ta có $IM = IA$ và $KM = KC \Rightarrow IK$ là đường trung bình $\Delta AMC \Rightarrow IK // AC$.
 $AC = AB$ (2 tiếp tuyến cắt nhau tại M) và $OA = OB = R \Rightarrow OM$ là trung trực của $AB \Rightarrow OM \perp AB \Rightarrow IK \perp OM$. Gọi OM tại H .Áp dụng định lý pythagora ta có cho các tam giác vuông $MHI; KHO; MHK, OHI$ ta có
 $MI^2 = MH^2 + HI^2; KO^2 = KH^2 + HO^2; MK^2 = MH^2 + HK^2; OI^2 = KH^2 + HO^2$ suy ra
 $MI^2 + KO^2 = MK^2 + IO^2 \Rightarrow KO^2 - KM^2 = IO^2 - MI^2 = IO^2 - IA^2 = OA^2 = R^2$ (vì $IM = IA$)
Vậy : $KO^2 - KM^2 = R^2$

- b) Nối KO cắt đường tròn tại Q, P.Ta có $KM = KC$ Suy ra $KO^2 - KM^2 = R^2 \Leftrightarrow KO^2 - KC^2 = R^2 \Rightarrow$
 $KC^2 = KO^2 - OP^2 = (KO + OP)(KO - OP) = KQ \cdot KP$

Ta lại có $KQ \cdot KP = KD \cdot KA \Rightarrow KC^2 = KD \cdot KA \Rightarrow \Delta CKD \sim \Delta AKD (c.g.c) \Rightarrow DCK = KAC = DBM$
Vậy tứ giác MDCB nội tiếp.

c) Gọi L là trung điểm của KD ta có $AEM = MAK = EMK$ vì $\Delta MKD \sim \Delta AKM (c.g.c) \Rightarrow AE \parallel KM$

Mặt khác ta có $KF \cdot KE = KD \cdot KA \Rightarrow KF \cdot KN = KL \cdot KA \Rightarrow ANFL$ nội tiếp

Suy ra $LAF = LNF = MEK = FMK$ (vì $KF \cdot KE = KD \cdot KA = KC^2 = KM^2$) hay $KAF = KMF \Rightarrow \text{tugiac} MKFA$

$\Rightarrow AFN = AMK = AIN \Rightarrow I, A, N, F$ cùng thuộc một đường tròn

Câu 5. (1.0 điểm)

Ta thấy có 2 số là 9 và 8 trong dãy 1,2,3,4,...,9 tổng 2 số với 1 bằng 18 ta thấy tại điểm A (tương B,C) không thể điền số 1 vì nếu trái lại thì B,F phải điền cặp 8,9 ;tại C,E điền cặp 8,9

Điều này vô lí .Tương tự tại D,E,F cũng không thể điền số 1 vậy số 1 được điền tại H, G,K

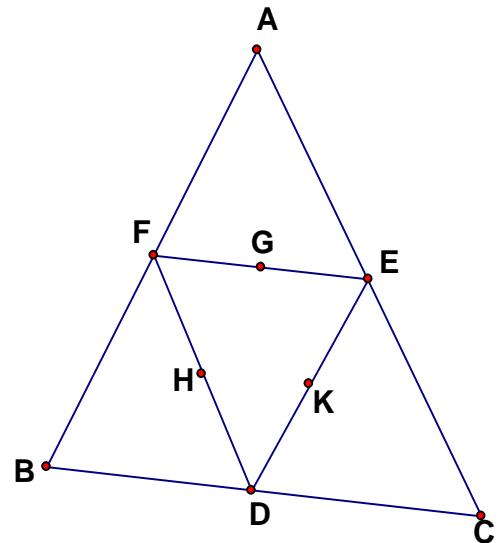
Xét trường hợp số 1 được điền tại G (tương tự tại H,K) khi đó E điền số 8 ,F điền số 9 (hoặc ngay lại).Giả sử tại A điền a;C điền c, D điền d, K điền k ,tại H điền k+1,

tại B điền c+1. khi đó a,d;c; c+1,k,k+1 phân biệt thuộc $\{2,3,4,5,6,7\}$

Khi đó

$$\begin{cases} a+c=9 \\ d+k=9 \Rightarrow d \in \{3;5;7\} \text{ thu } d=7(\text{thoả man}) \\ d+2c=17 \end{cases}$$

Vậy a=4;c=5;k=2 có 3.2=6 (cách)



ĐỀ 1912

SỞ GIÁO DỤC – ĐÀO TẠO KÌ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT

QUẢNG NGÃI

ĐỀ CHÍNH THỨC

NĂM HỌC: 2016– 2017

MÔN: TOÁN (Hệ không chuyên)

Thời gian làm bài: 120 phút

Ngày thi: 14 – 6 – 2016

Bài 1: (1,5 điểm)

1. Thực hiện phép tính: $\sqrt{25} + \sqrt{8} \cdot \sqrt{2}$

2. Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị là (P) và hàm số $y = x + 2$ có đồ thị là (d).

a) Vẽ (P) và (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy.

b) Bằng phép tính hãy tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d).

Bài 2: (2,0 điểm)

1. Giải phương trình và hệ phương trình sau:

a) $x^4 - 7x^2 - 18 = 0$

b) $\begin{cases} 2x - y = 8 \\ 3x + 2y = 19 \end{cases}$

2. Cho phương trình: $x^2 + 2(m - 3)x - 4m + 7 = 0$ (với m là tham số).

a) Chứng minh phương trình trên luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m.

b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình đã cho, hãy tìm hệ thức liên hệ giữa x_1 và x_2 không phụ thuộc vào m.

Bài 3: (2,0 điểm)

Cho hai vòi nước cùng chảy vào một cái bể không có nước thì trong 7 giờ 12 phút sẽ đầy bể. Nếu vòi thứ nhất chảy trong 4 giờ rồi khóa lại và cho vòi thứ hai chảy trong 3 giờ thì được $\frac{1}{2}$ bể nước. Hỏi nếu mỗi vòi chảy một mình thì trong bao lâu mới đầy bể?

Bài 4: (3,5 điểm)

Từ một điểm M nằm ở bên ngoài đường tròn tâm O bán kính R, vẽ các tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (A, B là các tiếp điểm). Vẽ cát tuyến MCD không đi qua tâm O của đường tròn (C nằm giữa M, D). Gọi E là trung điểm của dây CD.

a) Chứng minh năm điểm M, A, B, E, O cùng thuộc một đường tròn.

b) Trong trường hợp OM = 2R và C là trung điểm của đoạn thẳng MD. Hãy tính độ dài đoạn thẳng MD theo R.

c) Chứng minh hệ thức $CD^2 = 4AE \cdot BE$

Bài 5: (1,0 điểm) Cho x, y là các số thực khác 0. Tìm giá trị nhỏ nhất của

$$A = 3\left(\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2}\right) - 8\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right)$$

----- Hết -----

Ghi chú: Giám thị coi thi không giải thích gì thêm

LỜI GIẢI CHI TIẾT ĐỀ THI VÀO 10 MÔN TOÁN NĂM HỌC 2016 – 2017
(QUẢNG NGÃI)

Bài 1: (1,5 điểm)

1) $\sqrt{25} + \sqrt{8} \cdot \sqrt{2} = 5 + 4 = 9$

2a) Vẽ (P): $y = x^2$

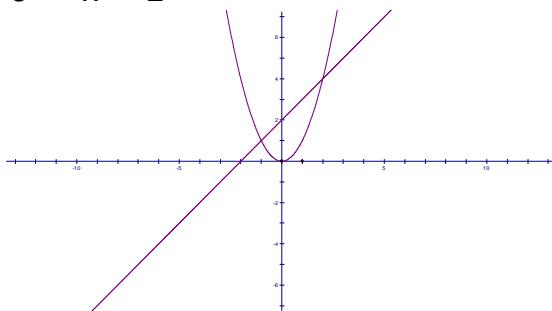
Bảng giá trị giữa x và y:

x	-2	-1	0	1	2
y	4	1	0	1	4

Vẽ (d): $y = x + 2$

Cho $x = 0 \Rightarrow y = 2$

$y = 0 \Rightarrow x = -2$



b) Pt hoành độ giao điểm của (P) và (d) là: $x^2 = x + 2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$

Pt có $a - b + c = 1 - (-1) - 2 = 0$ nên $x_1 = -1, x_2 = 2$

$$x_1 = -1 \Rightarrow y_1 = 1$$

$$x_2 = 2 \Rightarrow y_2 = 4$$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (d) là: $(-1; 1)$ và $(2; 4)$

Bài 2: (2,0 điểm)

$$1a) x^4 - 7x^2 - 18 = 0$$

Đặt $t = x^2 \geq 0$ ta được pt: $t^2 - 7t - 18 = 0$

$$\Delta = (-7)^2 - 4 \cdot (-18) = 121 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 11$$

$$\Rightarrow t_1 = \frac{7+11}{2} = 9 \text{ (nhận)}, t_2 = \frac{7-11}{2} = -2 \text{ (loại)}$$

Với $t = 9 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$

$$b) \begin{cases} 2x - y = 8 \\ 3x + 2y = 19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 2y = 16 \\ 3x + 2y = 19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x = 35 \\ 2x - y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$2) Phương trình: x^2 + 2(m-3)x - 4m + 7 = 0 (*)$$

$$a) Ta có: \Delta' = (m-3)^2 - (-4m+7) = m^2 - 6m + 9 + 4m - 7 = m^2 - 2m + 2 = (m-1)^2 + 1 > 0 \text{ với mọi } m.$$

Vậy pt (*) luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi m.

b) Gọi x_1, x_2 là 2 nghiệm của pt (*), theo hệ thức Vi-et ta có:

$$x_1 + x_2 = -2(m-3) = -2m + 6 \quad (1)$$

$$x_1 x_2 = -4m + 7 \quad (2)$$

Từ (1) $\Rightarrow 2x_1 + 2x_2 - 12 = -4m$ thay vào (2) ta được:

$$x_1 x_2 = 2x_1 + 2x_2 - 12 + 7 \Rightarrow 2x_1 + 2x_2 - x_1 x_2 = 5$$

Bài 3: (2,0 điểm)

Gọi x (h) là thời gian vòi thứ nhất chảy một mình đầy bể. ĐK: $x > \frac{36}{5}$

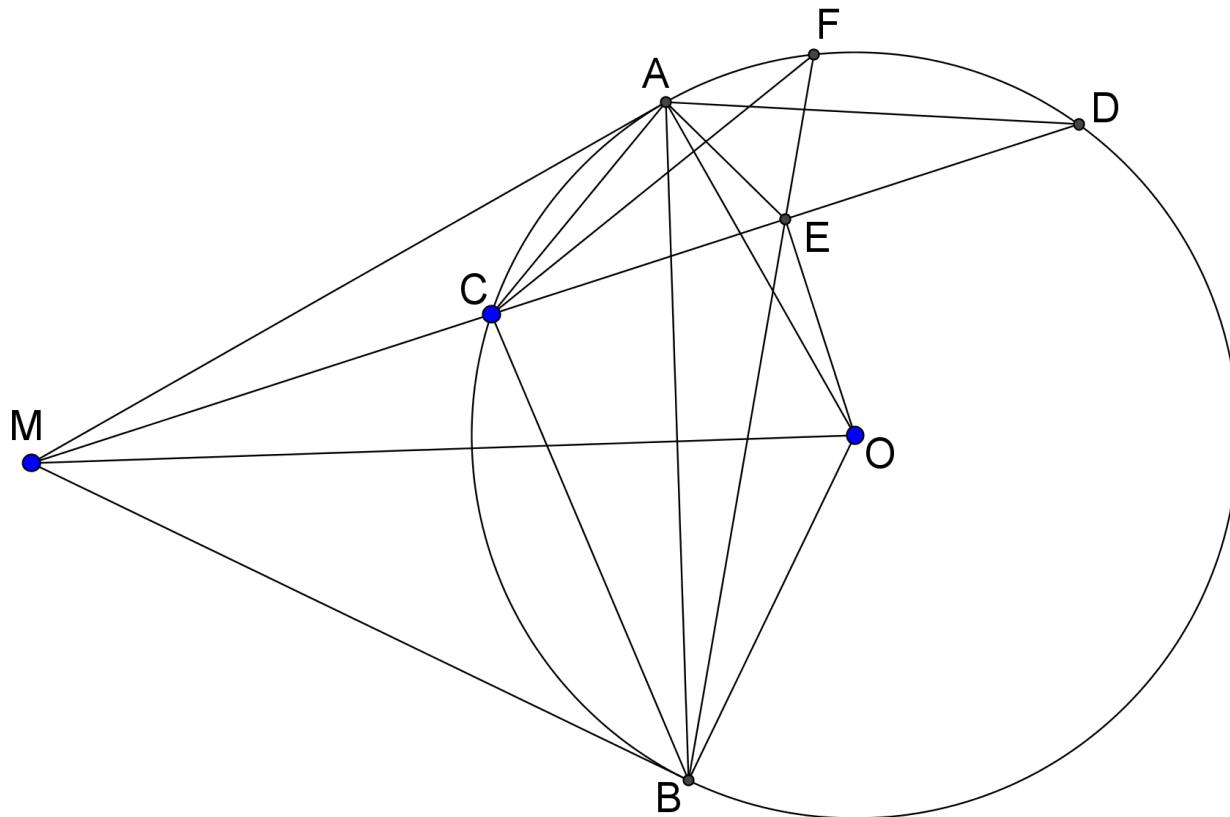
y (h) là thời gian vòi thứ hai chảy một mình đầy bể. ĐK: $y > \frac{36}{5}$

Theo đề bài, ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{36} \\ \frac{4}{x} + \frac{3}{y} = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = 18 \end{cases}$$

Vậy nếu chảy riêng một mình thì vòi thứ nhất chảy trong 12(h); vòi thứ hai chảy trong 18(h)

Bài 4: (3,5 điểm)



a) C/m: M, A, B, E, O cùng thuộc một đường tròn

Xét tứ giác MAOB có $\hat{A} + \hat{B} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

=> Tứ giác MAOB nội tiếp đường tròn đường kính OM (1)

Xét tứ giác MEOB có $\widehat{MEO} = 90^\circ$ (vì OE đi qua trung điểm của BC)

=> $\widehat{MEO} + \widehat{MBO} = 180^\circ$

=> Tứ giác MEOB nội tiếp đường tròn đường kính OM (2)

Từ (1) và (2) => M, A, B, E, O cùng thuộc một đường tròn đường kính OM

b) Cho $OM = 2R$, $CM = CD$. Tính MD theo R

Xét ΔMAC và ΔMDA có:

\hat{M} chung

$\widehat{MAC} = \widehat{MDA}$ (cùng chắn cung AC)

$\Rightarrow \Delta MAC \sim \Delta MDA$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{MA}{MD} = \frac{MC}{MA} \Rightarrow MA^2 = MC \cdot MD = MC \cdot 2MC = 2MC^2$$

$$\text{Mà } MA^2 = OM^2 - OA^2 = 4R^2 - R^2 = 3R^2$$

$$\Rightarrow 3R^2 = 2 \cdot MC^2 \Rightarrow MC = \frac{R\sqrt{6}}{2} \Rightarrow MD = R\sqrt{6}$$

c) C/m: $CD^2 = 4AE \cdot BE$

Ta có: $CD^2 = 4CE^2 \Rightarrow CD^2 = 4AE \cdot BE \Leftrightarrow 4CE^2 = 4AE \cdot BE \Leftrightarrow CE^2 = AE \cdot BE$

Kéo dài BE cắt (O) tại F. Xét ΔCEA và ΔBEC có:

$\widehat{MEA} = \widehat{MBA}$ (cùng chắn cung MA)

$\widehat{MEB} = \widehat{MAB}$ (cùng chắn cung MB)

$$\text{Mà } \widehat{MA} = \widehat{MB} \Rightarrow \widehat{MEA} = \widehat{MEB} \quad (1)$$

$\widehat{AFB} = \widehat{MAB}$ (cùng chắn cung AB)

$\widehat{MEB} = \widehat{MAB}$ (cùng chắn cung MB)

$$\Rightarrow \widehat{AFB} = \widehat{MEB} \Rightarrow \frac{sđ(\widehat{AC} + \widehat{CB})}{2} = \frac{sđ(\widehat{FD} + \widehat{CB})}{2}$$

$$\Rightarrow \widehat{AC} = \widehat{FD} \Rightarrow \widehat{AD} = \widehat{CF}$$

$$\Rightarrow \widehat{ACE} = \widehat{CBE} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \Delta CEA \sim \Delta BEC$ (g.g)

$$\frac{CE}{BE} = \frac{AE}{CE} \Rightarrow CE^2 = AE \cdot BE \Rightarrow CD^2 = 4AE \cdot BE \quad (\text{Đpcm})$$

Bài 5: (1,0 điểm)

Đặt $t = \frac{x}{y} + \frac{y}{x}$ thì x tồn tại $\Leftrightarrow |t| \geq 2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t \geq 2 \\ t \leq -2 \end{array} \right.$

$$A = 3 \left[\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \right)^2 - 2 \frac{x}{y} \cdot \frac{y}{x} \right] - 8 \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \right) = 3(t^2 - 2) - 8t = 3t^2 - 8t - 6$$

GTNN của A với $x \neq 0$ bằng GTNN của $3t^2 - 8t - 6$ với $|t| \geq 2$

Khi $t = 2$ thì $A = 3.4 - 8.2 - 6 = -10$

Khi $t = -2$ thì $A = 3.4 - 8.(-2) - 6 = 22$

Vậy GTNN của A là -10 $\Leftrightarrow t = 2 \Leftrightarrow \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 2$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2 + y^2}{xy} = 2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 2xy \Leftrightarrow (x - y)^2 = 0 \Leftrightarrow x = y$$

$$\text{*Cách 2: } A = 3 \left(\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2} \right) - 8 \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \right) = \left(\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2} \right) + 2 \left[\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \right)^2 - 4 \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \right) + 4 \right] - 12$$

$$A = \left(\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2} \right) + 2 \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x} - 2 \right)^2 - 12$$

Với $x, y \neq 0$, áp dụng BĐT AM - GM ta có: $\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2} \geq 2$ (1)

Và $\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x} - 2 \right)^2 \geq 0$ với $x, y \neq 0$ (2)

Suy ra: $A \geq 2 + 0 - 12 = -10$ (3)

Dấu “=” ở (3) xảy ra \Leftrightarrow dấu “=” ở (1), (2) đồng thời xảy ra, nghĩ là:

$$\begin{cases} \frac{x^2}{y^2} = \frac{y^2}{x^2} \\ \frac{x}{y} + \frac{y}{x} - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = y$$

Vậy $\text{Min A} = -10 \Leftrightarrow x = y$

*Cách 3: $A = 3m^2 - 8m - 6 = 3(m - \frac{4}{3})^2 - \frac{34}{3} \geq -\frac{34}{3}$ với $m = \frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2$

$$A = 3m^2 - 8m - 6 = 3m^2 - 12m + 12 + 4m - 8 - 10 = 3(m-2)^2 + 4(m-2) - 10$$

Với $m = \frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2$ thì $m = \frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2 \Rightarrow (m-2)^2 \geq 0$

và $m = \frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2 \Rightarrow 4(m-2) \geq 0$

$$\text{nên } A = 3m^2 - 8m - 6 = 3m^2 - 12m + 12 + 4m - 8 - 10 = 3(m-2)^2 + 4(m-2) - 10 \geq -10$$

$\text{Min A} = -10$ khi $m = \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 2 \Rightarrow x = y$

ĐỀ 1913

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI

ĐỀ CHÍNH THỨC

KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

Năm học 2016 – 2017

Môn thi: TOÁN

Ngày thi: 08 tháng 6 năm 2016

Thời gian làm bài: 120 phút

Bài I (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức $A = \frac{7}{\sqrt{x}+8}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} + \frac{2\sqrt{x}-24}{x-9}$ với $x \geq 0, x \neq 9$

- Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 25$

2) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x+8}}{\sqrt{x+3}}$

3) Tìm x để biểu thức $P = A \cdot B$ có giá trị là số nguyên

Bài II (2,0 điểm)

Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích 720 m^2 . Nếu tăng chiều dài thêm 10m và giảm chiều rộng 6m thì diện tích mảnh vườn không đổi. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn.

Bài III (2,0 điểm)

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases} \frac{3x}{x-1} - \frac{2}{y+2} = 4 \\ \frac{2x}{x-1} + \frac{1}{y+2} = 5 \end{cases}$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng (d): $y = 3x + m - 1$ và parabol (P): $y = x^2$

a) Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi m

b) Gọi x_1, x_2 là hoành độ các giao điểm của (d) và (P). Tìm m để $(x_1+1)(x_2+1)=1$

Bài IV (3,5 điểm)

Cho đường tròn (O) và một điểm A nằm ngoài đường tròn. Kẻ tiếp tuyến AB với đường tròn (O) (B là tiếp điểm) và đường kính BC. Trên đoạn thẳng CO lấy điểm I (I khác C, I khác O). Đường thẳng AI cắt (O) tại hai điểm D và E (D nằm giữa A và E). Gọi H là trung điểm của đoạn thẳng DE.

1) Chứng minh bốn điểm A, B, O, H cùng nằm trên một đường tròn.

2) Chứng minh $\frac{AB}{AE} = \frac{BD}{BE}$

3) Đường thẳng d đi qua điểm E song song với AO, d cắt BC tại điểm K. Chứng minh $HK // DC$

4) Tia CD cắt AO tại điểm P, tia EO cắt BP tại điểm F. Chứng minh tứ giác BECF là hình chữ nhật.

Bài V (0,5 điểm)

Với các số thực x, y thỏa mãn $x - \sqrt{x+6} = \sqrt{y+6} - y$ tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x + y$

**ĐÁP ÁN ĐỀ THI VÀO 10 THPT
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ NỘI
NĂM HỌC 2016 – 2017
Môn thi: TOÁN**

Bài I.(2,0 điểm)

1) $x = 25$ nên ta có: $\sqrt{x} = 5$

$$\text{Khi đó ta có: } A = \frac{7}{5+8} = \frac{7}{13}$$

2)

$$\begin{aligned} B &= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} + \frac{2\sqrt{x}-24}{x-9} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} + \frac{2\sqrt{x}-24}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \\ &= \frac{x+3\sqrt{x}+2\sqrt{x}-24}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \frac{x-3\sqrt{x}+8\sqrt{x}-24}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \\ &= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)+8(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \frac{(\sqrt{x}+8)(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \frac{\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}+3} \end{aligned}$$

3) $P = A \cdot B$ nên ta có:

$$P = \frac{7}{\sqrt{x}+8} \cdot \frac{\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}+3} = \frac{7}{\sqrt{x}+3}$$

+) Ta có $x \geq 0$ nên $P > 0$

$$+) x \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x}+3 \geq 3 \Leftrightarrow \frac{7}{\sqrt{x}+3} \leq \frac{7}{3}$$

$$\text{Nên: } 0 < P \leq \frac{7}{3}$$

Để $P \in \mathbb{Z} \Rightarrow P \in \{1;2\}$

+) $P = 1 \Leftrightarrow x = 16$ (thỏa mãn điều kiện)

+) $P = 2 \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy $x \in \left\{ \frac{1}{4}; 16 \right\}$

Bài II (2 điểm). Giải bài toán bằng cách lập phương trình, hệ phương trình

Gọi chiều rộng của mảnh vườn hình chữ nhật là x ($x > 0$; đơn vị: m)

Vì diện tích của của mảnh vườn hình chữ nhật là 720 m^2 nên chiều dài là: $\frac{720}{x} (\text{m})$

Sau khi thay đổi kích thước:

Chiều rộng của của mảnh vườn hình chữ nhật là: $x - 6$ (m)

Chiều dài của của mảnh vườn hình chữ nhật là: $\frac{720}{x} + 10$ (m)

Vì diện tích của mảnh vườn hình chữ nhật không đổi nên ta có phương trình:

$$(x-6) \cdot \left(\frac{720}{x} + 10 \right) = 720$$

$$\Rightarrow (x-6)(72+x) = 72x$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 6x - 432 = 0$$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt: $x_1 = 24$ (thỏa mãn điều kiện); $x_2 = -18$ (loại)

Vậy chiều rộng mảnh đất hình chữ nhật đó là 24 m; chiều dài mảnh đất hình chữ nhật đó là: 720/24 = 30 (m)

Bài III (2 điểm)

1) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{3x}{x-1} - \frac{2}{y+2} = 4 \\ \frac{2x}{x-1} + \frac{1}{y+2} = 5 \end{cases} \quad \text{ĐK } x \neq 1; y \neq -2$$

Đặt $\begin{cases} \frac{x}{x-1} = a \\ \frac{1}{y+2} = b \end{cases}$ ($b \neq 0$) Khi đó hệ phương trình trở thành:

$$\begin{cases} 3a - 2b = 4 \\ 2a + b = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a - 2b = 4 \\ 4a + 2b = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7a = 14 \\ 2a + b = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases}$$

Khi đó ta có: $\begin{cases} \frac{x}{x-1} = 2 \\ \frac{1}{y+2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$ (TM)

Vậy hệ phương trình có 1 nghiệm duy nhất (2;-1)

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng (d): $y = 3x + m^2 - 1$ và parabol (P): $y =$

a) Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi m

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P):

$$x^2 = 3x + m^2 - 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x - m^2 + 1 = 0 (*)$$

$$\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-m^2 + 1) = 4m^2 + 5 > 0 \forall m$$

\Leftrightarrow Phương trình (*) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m

\Leftrightarrow (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi m.

b) Gọi x_1 ; x_2 là hoành độ các giao điểm của (d) và (P). Tìm m để $(x_1+1)(x_2+1)=1$

Ta có:

$$(x_1+1)(x_2+1) = 1$$

$$\Leftrightarrow x_1 x_2 + (x_1 + x_2) = 0$$

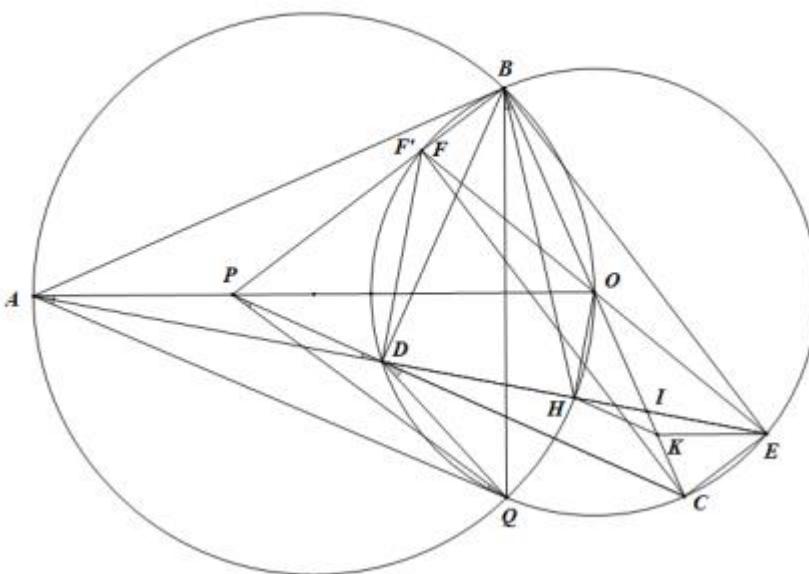
Áp dụng hệ thức Vi-et cho (*): $\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 x_2 = -m^2 + 1 \end{cases}$

$$(**) \Leftrightarrow -m^2 + 1 + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 = 4 \Leftrightarrow m = \pm 2$$

Vậy $m = \pm 2$

Bài IV (3,5 điểm)



1) Vì AB là tiếp tuyến của (O) nên $AB \perp BO \Rightarrow \text{góc } ABO = 90^\circ$

Vì H là trung điểm của dây DE của (O) nên $OH \perp DE \Rightarrow \text{góc } AHO = 90^\circ$

Suy ra $\text{góc } ABO + \text{góc } AHO = 180^\circ \Rightarrow \text{AHOB là tứ giác nội tiếp}$

Suy ra bốn điểm A, H, O, B nằm trên cùng một đường tròn.

2) Có $\text{góc } ABD = \text{góc } AEB$ (góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung và góc nội tiếp cùng chắn BD)

Xét ΔABD và ΔAEB có chung góc BAE, $\text{góc } ABD = \text{góc } AEB$ nên

Tam giác ABD đồng dạng với tam giác AEB (g-g) $\Rightarrow \frac{AB}{AE} = \frac{BD}{EB}$

3) Vì ABOH là tứ giác nội tiếp nên $\text{góc } OAH = \text{góc } OBH$

Vì $EK // AO$ nên $\text{góc } OAH = \text{góc } HEK$

Suy ra $\text{góc } OBH = \text{góc } HEK \Rightarrow BHKE là tứ giác nội tiếp \Rightarrow \text{góc } KHE = \text{góc } KBE$

Vì BDCE là tứ giác nội tiếp nên $\text{góc } KBE = \text{góc } CDE$

Suy ra $\text{góc } KHE = \text{góc } CDE \Rightarrow KH // CD$

4) Gọi F' là giao điểm của BP và đường tròn (O).

Gọi AQ là tiếp tuyến thứ 2 của (O)

Vì BDQC là tứ giác nội tiếp nên góc QDC = góc QBC(1)

Vì ABOQ là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính AO nên góc QBC = góc QAO (2)

Từ (1), (2) \Rightarrow góc QDC = góc OAQ \Rightarrow APDQ là tứ giác nội tiếp

\Rightarrow góc PDA = góc PQA (3)

Có góc PDA = góc EDC = góc EBC (4)

Ta có $\Delta ABP = \Delta AQP$ (c.g.c) \Rightarrow góc PQA = góc PBA (5)

Từ (3), (4), (5) \Rightarrow góc PBA = góc EBC

Suy ra góc PBE = góc ABC = 90° \Rightarrow góc F'BE = 90° \Rightarrow F'E là đường kính của (O)

$\Rightarrow F' \in OE \Rightarrow F' \equiv F$

Vì FBEC là tứ giác nội tiếp nên góc FCE = $180^\circ -$ góc FBE = 90°

Tứ giác FBEC có góc FCE = góc FBE = góc BEC = 90° nên là hình chữ nhật.

Bài V (0,5 điểm)

Điều kiện: $x \geq -6$, $y \geq -6$

Từ điều kiện đề bài ta có $x + y \geq 0$ và

$$x + y = \sqrt{x+6} + \sqrt{y+6} \Leftrightarrow (x+y)^2 = x + y + 12 + 2\sqrt{(x+6)(y+6)} \quad (*)$$

Áp dụng bất đẳng thức Côsi cho hai số không âm, ta có

$$2\sqrt{(x+6)(y+6)} \leq (x+6) + (y+6) = x + y + 12$$

$$\Rightarrow (x+y)^2 = x + y + 12 + 2\sqrt{(x+6)(y+6)} \leq 2(x+y) + 24$$

$$\Leftrightarrow (x+y)^2 - 2(x+y) - 24 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow -4 \leq x+y \leq 6$$

Khi $x = y = 3$ thì $x + y = 6$

Ta có $2\sqrt{(x+6)(y+6)} \geq 0$ nên từ (*) suy ra

$$(x+y)^2 \geq x + y + 12$$

$$\Leftrightarrow (x+y-4)(x+y+3) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow x+y \geq 4 \quad (Do \ x+y+3 > 0)$$

Khi $x = 10$, $y = -6$ hoặc $x = -6$, $y = 10$ thì $x + y = 4$

Vậy GTLN của P là 6 khi $x = y = 3$ và GTNN của P là 4 khi $x = 10$, $y = -6$ hoặc $x = -6$, $y = 10$

Bài 1: (3.0 điểm)

1\ Giải phương trình và hệ phương trình sau:

a\ $x^2 - 6x + 8 = 0$

b\ $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$

2\ Cho biểu thức: $A = 2\sqrt{x} - \sqrt{4x} + \sqrt{\frac{x}{9}}$ (Với $x \geq 0$)

a\ Rút gọn biểu thức A

b\ Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$.

Bài 2: (1.5 điểm)

Cho parabol (P): $y = \frac{3}{4}x^2$ và đường thẳng (d): $y = x + m$ (với m là tham số)

1\ Vẽ parabol (P)

2\ Tìm tất cả các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

Bài 3: (1.5 điểm):

Một mảnh đất hình chữ nhật có diện tích bằng 600 m^2 . Do thực hiện quy hoạch chung, người ta đã cắt giảm chiều dài mảnh đất 10 m nên phần còn lại của mảnh đất trở thành hình vuông. Tính chiều rộng và chiều dài của mảnh đất hình chữ nhật ban đầu.

Bài 4: (3.5 điểm): Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, nội tiếp đường tròn (O), các đường cao AM, BN, CP của tam giác ABC đồng quy tại H ($M \in BC, N \in AC, P \in AB$)

1\ Chứng minh tứ giác MHNC nội tiếp đường tròn.

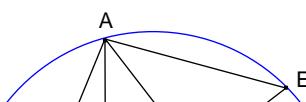
2\ Kéo dài AH cắt (O) tại điểm thứ hai là D. Chứng minh: $DBC = NBC$

3\ Tiếp tuyến tại C của đường tròn ngoại tiếp tứ giác MHNC cắt đường thẳng AD tại K. Chứng minh: $KM \cdot KH + HC^2 = KH^2$.

4\ Kéo dài BH và CH lần lượt cắt (O) tại các điểm thứ hai là Q và E.

Tính giá trị của tổng: $\frac{DM}{AM} + \frac{QN}{BN} + \frac{EP}{CP}$.

Bài 5: (0,5 điểm) Cho ba số a, b, c thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 \leq 18$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = 3ab + bc + ca$



Bài 4:

a\ Tứ giác MHNC nội tiếp đường tròn đường kính CH ($\angle CNH + \angle CMH = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ và chúng là hai góc đối nhau)

b\ Tứ giác MBAN nội tiếp đường tròn đường kính AB (vì có hai đỉnh liên tiếp M, N cùng nhìn AB dưới góc 90°) $\Rightarrow \angle NBM = \angle MAN$ (cùng chắn cung MN)

$$\text{hay } \angle NBC = \angle CAD$$

Trong đường tròn (O) : $\angle CAD = \angle DBC$ (cùng chắn cung CD)

$$\Rightarrow \angle NBC = \angle DBC$$

c\ Trong tam giác vuông KCH có CM là đường cao nên ta có :
 $KM \cdot KH = KC^2$; $HK^2 = KC^2 + HC^2 \Rightarrow KM \cdot KH + HC^2 = KH^2$

d\ Từ câu b $\angle NBC = \angle DBC$ và $BM \perp HD$ suy ra tam giác DBH cân tại B $\Rightarrow MD = MH$
Tương tự tam giác AHE cân tại A $\Rightarrow PE = PH$

Tam giác AQH cân tại A $\Rightarrow NQ = NH$

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } & \frac{MD}{MA} + \frac{NQ}{NB} + \frac{PE}{PC} = \frac{MH}{MA} + \frac{NH}{NB} + \frac{PH}{PC} = \frac{2 \cdot BC \cdot MH}{2 \cdot BC \cdot MA} + \frac{2 \cdot AC \cdot NH}{2 \cdot AC \cdot NB} + \frac{2 \cdot AB \cdot PH}{2 \cdot AB \cdot PC} \\ &= \frac{S_{HBC}}{S_{ABC}} + \frac{S_{HAC}}{S_{ABC}} + \frac{S_{HAB}}{S_{ABC}} = \frac{S_{HBC} + S_{HAC} + S_{HAB}}{S_{ABC}} = \frac{S_{ABC}}{S_{ABC}} = 1 \end{aligned}$$

Bài 5

$$0 \leq (a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) \Rightarrow ab + bc + ca \geq \frac{-(a^2 + b^2 + c^2)}{2} = -9 \quad (1)$$

$$\text{Mặt khác: } (a+b)^2 \geq 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 \geq -2ab \Leftrightarrow 2ab \geq -(a^2 + b^2) \geq -(a^2 + b^2 + c^2) \geq -18 \Rightarrow 2ab \geq -18$$

Cộng từng vế (1) và (2) ta được $P = 3ab + bc + ca \geq -27 \Rightarrow P_{\min} = -27$ khi $\begin{cases} a^2 + b^2 + c^2 = 18 \\ a + b = 0 \\ c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -3 \\ c = 0 \end{cases}$

ĐỀ 1915

ĐỀ THI VÀO 10

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM: Thời gian làm bài 30 phút / 5,0 điểm

(Chọn phương án đúng cho mỗi câu và ghi vào giấy làm bài. Ví dụ: câu 1 chọn A thì ghi 1.A)

Câu 1. Cho x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình: $x^2 - 5x + 3 = 0$. Khi đó $(x_1 + 1)$ và $(x_2 + 1)$ là hai nghiệm của phương trình:

- A. $x^2 - 5x + 5 = 0$ B. $x^2 - 7x + 5 = 0$ C. $x^2 - 7x + 9 = 0$ D. $x^2 - 7x + 8 = 0$

Câu 2. Cho x_1, x_2 là hai nghiệm dương của phương trình: $x^2 - 7x + 1 = 0$. Khi đó $\sqrt{x_1}$ và $\sqrt{x_2}$ là hai nghiệm của phương trình:

- A. $x^2 - 3x + 1 = 0$ B. $x^2 - \sqrt{7}x + 1 = 0$ C. $x^2 - 3x - 1 = 0$ D. $x^2 - \sqrt{7}x - 1 = 0$

Câu 3. Cho ba đường thẳng: (d_1) : $y = 2x - 1$; (d_2) : $y = -x + 5$; (d_3) : $y = mx - m$. Để ba đường thẳng trên đồng quy thì m phải thoả điều kiện:

- A. $m = -1$ B. $m = 1$ C. $m = 2$ D. $m = 3$

Câu 4. Cho parabol (P) : $y = ax^2$ và điểm $A(1 - \sqrt{2}; 1)$. Để (P) đi qua A thì a phải thoả điều kiện:

- A. $a = 1 - \sqrt{2}$ B. $a = 1 + 2\sqrt{2}$ C. $a = 3 - 2\sqrt{2}$ D. $3 + 2\sqrt{2}$

Câu 5. Cho phương trình $(m-1)x^2 - 2mx - m + 1 = 0$ có nghiệm khi m thoả điều kiện:

- A. $m \geq 1$ B. $m \leq 1$ C. $m \neq 1$ D. Với mọi giá trị

Câu 6. Cho phương trình $(m+1)x^2 - 2mx + m = 0$ có hai nghiệm phân biệt khi m thoả điều kiện:

- A. $m > 0$ B. $m < 0$ C. $m < 0$ và $m \neq -1$ D. $m > 0$ và $m \neq 1$

Câu 7. Tam giác ABC có độ dài ba cạnh lần lượt là: $3a; 4a; 5a$. Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng:

- A. $\frac{7}{2}a$ B. $\frac{5}{2}a$ C. $\frac{5a\sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{5a\sqrt{3}}{2}$

Câu 8. Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn. Biết $A = \frac{2}{3}C$, khi đó số đo góc A bằng:

- A. 60° B. 72° C. 108° D. 120°

Câu 9. Cho đường tròn tâm O, bán kính $R = 5a$. Hai dây AB và CD song song nhau và C, D thuộc cung nhỏ AB. Biết $AB = 8a; CD = 6a$, khi đó khoảng cách giữa hai dây bằng:

- A. $1a$ B. $2a$ C. $\frac{3a}{2}$ D. $\frac{5a}{2}$

Câu 10. Nếu diện tích mặt cầu tăng lên 2 lần thì thể tích hình cầu tăng lên mấy lần?:

A. $2\sqrt{2}$

B. 2

C. 4

D. 8

II. PHẦN TỰ LUẬN: Thời gian làm bài 120 phút/15 điểm.

Bài 1. (3,0 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 2(m+1) - m + 1 = 0$

1. Xác định m để phương trình có hai nghiệm khác 0.

2. Xác định m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thoả: $\left| \frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} \right| = 2$.

Bài 2. (3,5 điểm)

Cho parabol (P): $y = \frac{-x^2}{2}$ và đường thẳng (d): $y = -mx + 2m$; (m là tham số)

- Tìm m để (d) tiếp xúc với (P). Xác định toạ độ các điểm tiếp xúc đó.
- Chứng minh (d) luôn đi qua một điểm cố định I, xác định toạ độ của I.
- Gọi A, B là hai điểm tiếp xúc ở câu a). Tính diện tích tam giác AIB

Bài 3. (3,5 điểm)

1. Giải phương trình: $\sqrt{x^2 + 4\sqrt{x^2 - 4}} = x^2 - 4$

2. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = \sqrt[3]{4(x^3 + y^3)} \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$

Bài 4. (2,5 điểm)

Cho A và M là hai điểm trên đường tròn tâm O, bán kính R; B là điểm đối xứng của O qua A và D là trung điểm của OA

1. Chứng minh hai tam giác $\triangle OMD$ và $\triangle OBM$ đồng dạng.

2. Tính độ dài MB khi $MOA = 60^\circ$.

3. Cho C là điểm cố định nằm ngoài đường tròn, xác định vị trí của M trên đường tròn để tổng $2MC + MB$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 5. (2,0 điểm)

Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $x^3 + y^3 - x^2y - xy^2 = 5$.

BÀI GIẢI

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM:

1.C 2.A 3.D 4.D 5.D 6.C 7.B 8.B 9.A 10.A.

II. PHẦN TƯ LUÂN:

Bài 1: Phương trình $x^2 - 2(m+1)x - m + 1 = 0$ (1)

1) Phương trình (1) có hai nghiệm khác 0

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' \geq 0 \\ -m+1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+1)^2 + m - 1 \geq 0 \\ m \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m(m+3) \geq 0 \\ m \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 0 \\ m \leq -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 0 \\ m \neq 1 \\ m \leq -3 \end{cases}$$

Vậy: $m \geq 0, m \neq 1$ hoặc $m \leq -3$.

2) Áp dụng hệ thức Vi-ét, ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m + 2 \\ x_1 x_2 = -m + 1 \end{cases} \quad \text{Do đó: } \left| \frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} \right| = 2 \Leftrightarrow \left| \frac{x_2 - x_1}{x_1 x_2} \right| = 2$$

$$\Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 = 4(x_1 x_2)^2$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 = 4(x_1 x_2)^2$$

$$\Leftrightarrow (2m + 2)^2 - 4(-m + 1) = 4(-m + 1)^2$$

$$\Leftrightarrow 20m - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{1}{5}$$

$$\text{Vậy: } m = \frac{1}{5}$$

Bài 2:

1) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:

$$-\frac{x^2}{2} = -mx + 2m \Leftrightarrow x^2 - 2mx + 4m = 0$$

$$\text{Đường thẳng (d) tiếp xúc với (P)} \Leftrightarrow \Delta' = m^2 - 4m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 4 \end{cases}$$

- Với $m = 0 \Rightarrow$ tiếp điểm $O(0;0)$
- Với $m = 4 \Rightarrow$ tiếp điểm $B(4;8)$

2) Phương trình: $y = -mx + 2m \Leftrightarrow (-x + 2)m - y = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -x + 2 = 0 \\ -y = 0 \end{cases}, \forall m$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases}$$

Vậy: I(2;0)

$$\begin{aligned} 3) S_{AIB} &= \frac{1}{2} AI \cdot BH \text{ (H là hình chiếu của B/Ox)} \\ &= \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 8 \\ &= 8 \text{ (đvdt)} \end{aligned}$$

Bài 3:

1) Phương trình $\sqrt{x^2 + 4\sqrt{x^2 - 4}} = x^2 - 4$

Đặt $t = x^2 - 4 \geq 0$, Khi đó, ta có phương trình:

$$\sqrt{t + 4 + 4\sqrt{t}} = t \Leftrightarrow \sqrt{(\sqrt{t} + 2)^2} = t$$

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow |\sqrt{t} + 2| = t \\ &\Leftrightarrow t - \sqrt{t} - 2 = 0 \quad (\text{do } \sqrt{t} + 2 > 0) \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{t} = -1 \text{ (loại)} \\ \sqrt{t} = 2 \text{ (nhận)} \end{cases} \end{aligned}$$

Do đó: $t = x^2 - 4 = 4 \Leftrightarrow x = \pm 2\sqrt{2}$

Vậy phương trình có 2 nghiệm $x = \pm 2\sqrt{2}$.

2) Hệ phương trình $\begin{cases} x + y = \sqrt[3]{4(x^3 + y^3)} & (1) \\ x^2 + y^2 = 1 & (2) \end{cases}$

Ta có :

$$\begin{aligned} (1) &\Leftrightarrow (x + y)^3 = 4(x^3 + y^3) \\ &\Leftrightarrow (x^3 + y^3) + 3xy(x + y) - 4(x^3 + y^3) = 0 \\ &\Leftrightarrow -3(x^3 + y^3) + 3xy(x + y) = 0 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow -3(x + y)(x - y)^2 = 0 \quad \Leftrightarrow 3(x + y)[(x + y)^2 - 4xy] = 0$$

(2) $\Leftrightarrow (x + y)^2 - 2xy = 1$. Đặt $\begin{cases} a = x + y \\ b = xy \end{cases}$ ta được:

$$\begin{cases} 3a(a^2 - 4b) = 0 \\ a^2 - 2b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a = 0 \\ a^2 - 2b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0, b = -\frac{1}{2} \\ a = \sqrt{2}, b = \frac{1}{2} \\ a = -\sqrt{2}, b = \frac{1}{2} \end{cases}$$

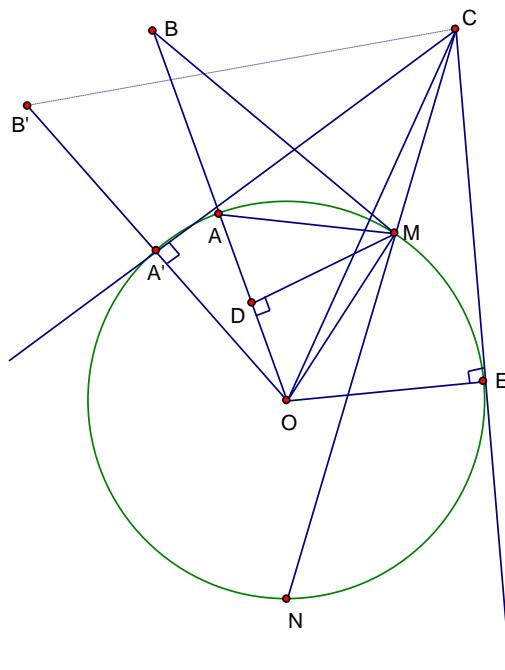
. VỚI $\begin{cases} a = 0 \\ b = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 0 \\ xy = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow (x, y) = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right); \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

. VỚI $\begin{cases} a = \sqrt{2} \\ b = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = \sqrt{2} \\ xy = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \left(x = y = \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

. VỚI $\begin{cases} a = -\sqrt{2} \\ b = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = -\sqrt{2} \\ xy = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \left(x = y = -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

Vậy hệ pt đã cho có 4 nghiệm: $(x, y) = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right), \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right), \left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right), \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

Bài 4:



1) ΔOMD và ΔOBM có:

Ô : góc chung

$$\frac{OM}{OB} = \frac{OD}{OM} \quad (= \frac{1}{2})$$

Do đó $\Delta OMD \sim \Delta OBM$ (c.g.c) $\Rightarrow \frac{DM}{BM} = \frac{1}{2}$

2) ΔMOA đều (do $OA = OM$ và $\angle MOA = 60^\circ$) nên:

MD vuông góc với OA tại $D \Rightarrow MD = OD \cdot \sqrt{3} = \frac{R\sqrt{3}}{2}$

Mà $\frac{DM}{BM} = \frac{1}{2}$ (cmt). Do đó:

$$MB = 2MD = R\sqrt{3} \quad (\text{đvđd})$$

3) Vẽ (d) qua C cắt (O) tại M và N, tiếp tuyến CE.

Ta có: $\Delta CME \sim \Delta CEN$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{CM}{CE} = \frac{CE}{CN} \Leftrightarrow CE^2 = CM \cdot CN$$

ĐỀ 1916**Bài 1:** (3.5 điểm)

a) Giải phương trình

$$\sqrt[3]{x+2} + \sqrt[3]{7-x} = 3$$

b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 2+3x = \frac{8}{y^3} \\ x^3 - 2 = \frac{6}{y} \end{cases}$$

Bài 2: (1.0 điểm)Tìm số thực a để phương trình sau có nghiệm nguyên

$$x^2 - ax + a + 2 = 0 .$$

Bài 3: (2.0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A có đường phân giác trong BE (E thuộc AC). Đường tròn đường kính AB cắt BE, BC lần lượt tại M, N (khác B). Đường thẳng AM cắt BC tại K. Chứng minh: AE.AN = AM.AK.

Bài 4: (1.5 điểm)

Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn, trung tuyến AO có độ dài bằng độ dài cạnh BC. Đường tròn đường kính BC cắt các cạnh AB, AC thứ tự tại M, N (M khác B, N khác C). Đường tròn ngoại tiếp tam giác AMN và đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC cắt đường thẳng AO lần lượt tại I và K. Chứng minh tứ giác BOIM nội tiếp được một đường tròn và tứ giác BICK là hình bình hành.

Bài 5: (2.0 điểm)

a) Bên trong đường tròn tâm O bán kính 1 cho tam giác ABC có diện tích lớn hơn hoặc bằng 1. Chứng minh rằng điểm O nằm trong hoặc nằm trên cạnh của tam giác ABC.

b) Cho a, b, c là các số thực dương thay đổi thỏa mãn: $a+b+c=3$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = a^2 + b^2 + c^2 + \frac{ab + bc + ca}{a^2b + b^2c + c^2a}$$

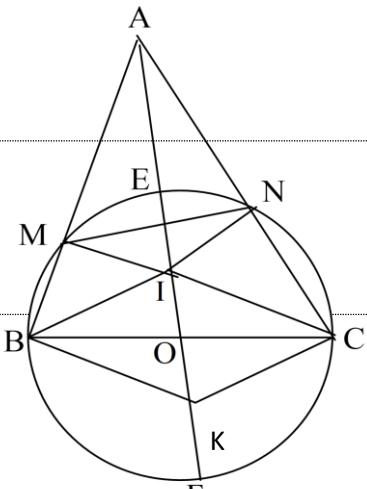
Hết**Họ và tên thí sinh SBD.....**

* Thí sinh không được sử dụng tài liệu.

* Giám thị không giải thích gì thêm.

Năm học 2009 - 2010
Hướng dẫn chấm thi
Bản hướng dẫn chấm gồm 03 trang

	<i>Nội dung đáp án</i>	Điển
Bài 1		3,5
a	$\begin{aligned} & \sqrt[3]{x+2} + \sqrt[3]{7-x} = 3 \\ \Leftrightarrow & x+2+7-x+3\sqrt[3]{x+2}\cdot\sqrt[3]{7-x}\left(\sqrt[3]{x+2}+\sqrt[3]{7-x}\right) = 27 \\ \Rightarrow & 9 + 9\cdot\sqrt[3]{(x+2)(7-x)} = 27 \\ \Leftrightarrow & \sqrt[3]{(x+2)(7-x)} = 2 \in \\ \Leftrightarrow & (x+2)(7-x) = 8 \\ \Leftrightarrow & x^2 - 5x - 6 = 0 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x = -1 \\ x = 6 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)} \end{aligned}$	2,0
b		1,50
	<p>Đặt $\frac{2}{y} = z$</p> <p>Hệ đã cho trở thành $\begin{cases} 2+3x = z^3 \\ 2+3z = x^3 \end{cases}$</p> $\begin{aligned} \Rightarrow & 3(x-z) = z^3 - x^3 \\ \Leftrightarrow & (x-z)(x^2+xz+z^2+3) = 0 \\ \Leftrightarrow & x = z \quad (\text{vì } x^2+xz+z^2+3 > 0, \forall x, z). \end{aligned}$ <p>Từ đó ta có phương trình: $x^3 - 3x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$</p> <p>Vậy hệ đã cho có 2 nghiệm: $(x, y) = (-1; -2), (2, 1)$</p>	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25
Bài 2:		1,0
	<p>Điều kiện để phương trình có nghiệm: $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow a^2 - 4a - 8 \geq 0$ (*).</p> <p>Gọi x_1, x_2 là 2 nghiệm nguyên của phương trình đã cho (giả sử $x_1 \geq x_2$).</p> <p>Theo định lý Viết: $\begin{cases} x_1 + x_2 = a \\ x_1 \cdot x_2 = a + 2 \end{cases} \Rightarrow x_1 \cdot x_2 - x_1 - x_2 = 2$</p> $\Rightarrow (x_1 - 1)(x_2 - 1) = 3$	0,25 0,25 0,25

	$\Rightarrow \begin{cases} x_1 - 1 = 3 \\ x_2 - 1 = 1 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x_1 - 1 = -1 \\ x_2 - 1 = -3 \end{cases}$ (do $x_1 - 1 \geq x_2 - 1$) $\Rightarrow \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = 2 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = -2 \end{cases}$ Suy ra $a = 6$ hoặc $a = -2$ (thỏa mãn (*)) Thủ lại ta thấy $a = 6, a = -2$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.	0,25
Bài 3:	Vì BE là phân giác $\angle ABC$ nên $\angle ABM = \angle MBC \Rightarrow AM = MN$ $\Rightarrow MAE = MAN$ (1) Vì M, N thuộc đường tròn đường kính AB nên $\angle AMB = \angle ANB = 90^\circ$ $\Rightarrow \angle ANK = \angle AEM = 90^\circ$, kết hợp với (1) ta có tam giácAME đồng dạng với tam giác ANK $\Rightarrow \frac{AN}{AM} = \frac{AK}{AE}$ $\Rightarrow AN \cdot AE = AM \cdot AK$ (đpcm)	2,0
Bài 4:	 <p>Vì tứ giác AMIN nội tiếp nên $\angle ANM = \angle AIM$ Vì tứ giác BMNC nội tiếp nên $\angle ANM = \angle ABC$ $\Rightarrow \angle AIM = \angle ABC$. Suy ra tứ giác BOIM nội tiếp</p> <p>Từ chứng minh trên suy ra tam giácAMI đồng dạng với tam giácAOB</p> $\Rightarrow \frac{AM}{AO} = \frac{AI}{AB} \Rightarrow AI \cdot AO = AM \cdot AB$ (1)	1,5
	<p>Gọi E, F là giao điểm của đường thẳng AO với (O) (E nằm giữa A, O).</p> <p>Chứng minh tương tự (1) ta được: $AM \cdot AB = AE \cdot AF$ $= (AO - R)(AO + R)$ (với $BC = 2R$) $= AO^2 - R^2 = 3R^2$</p> $\Rightarrow AI \cdot AO = 3R^2 \Rightarrow AI = \frac{3R^2}{AO} = \frac{3R^2}{2R} = \frac{3R}{2} \Rightarrow OI = \frac{R}{2}$ (2)	0,25

	<p>Tam giác AOB và tam giác COK đồng dạng nên:</p> $OA \cdot OK = OB \cdot OC = R^2$ $\Rightarrow OK = \frac{R^2}{OA} = \frac{R^2}{2R} = \frac{R}{2} \quad (3)$ <p>Từ (2), (3) suy ra $OI = OK$ Suy ra O là trung điểm IK, mà O là trung điểm của BC Vì vậy BICK là hình bình hành</p>	0,25
Bài 5:		2,0
a,	<p>Giả sử O nằm ngoài miền tam giác ABC. Không mất tính tổng quát, giả sử A và O nằm về 2 phía của đường thẳng BC Suy ra đoạn AO cắt đường thẳng BC tại K. Kẻ AH vuông góc với BC tại H. Suy ra $AH \leq AK < AO < 1$ suy ra $AH < 1$ Suy ra $S_{\Delta ABC} = \frac{AH \cdot BC}{2} < \frac{2.1}{2} = 1$ (mâu thuẫn với giả thiết). Suy ra điều phải chứng minh.</p>	1,0
b,	<p>Ta có: $3(a^2 + b^2 + c^2) = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2)$ $= a^3 + b^3 + c^3 + a^2b + b^2c + c^2a + ab^2 + bc^2 + ca^2$</p> <p>mà $a^3 + ab^2 \geq 2a^2b$ (áp dụng BĐT Côsi) $b^3 + bc^2 \geq 2b^2c$ $c^3 + ca^2 \geq 2c^2a$</p> <p>Suy ra $3(a^2 + b^2 + c^2) \geq 3(a^2b + b^2c + c^2a) > 0$</p> <p>Suy ra $P = a^2 + b^2 + c^2 + \frac{ab + bc + ca}{a^2 + b^2 + c^2}$ $\Rightarrow P \geq a^2 + b^2 + c^2 + \frac{9 - (a^2 + b^2 + c^2)}{2(a^2 + b^2 + c^2)}$</p> <p>Đặt $t = a^2 + b^2 + c^2$, ta chứng minh được $t \geq 3$. Suy ra $P \geq t + \frac{9-t}{2t} = \frac{t}{2} + \frac{9}{2t} + \frac{t}{2} - \frac{1}{2} \geq 3 + \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = 4 \Rightarrow P \geq 4$</p> <p>Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c = 1$ Vậy giá trị nhỏ nhất của P là 4</p>	1,0

ĐỀ 1917**4 ĐỀ TUYỂN SINH LỚP 10 CHUYÊN:**

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HẢI DƯƠNG

Đề chính thức

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN NGUYỄN TRÃI

Năm học 2009-2010

Môn thi : Toán

Thời gian làm bài: 150 phút

Ngày thi 08 tháng 7 năm 2009

(Đề thi gồm: 01 trang)

N HUẾ, HƯNG YÊN, VĨNH PHÚC

Câu I (2.5 điểm):

1) Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + xy = 3 \\ xy + 3x^2 = 4 \end{cases}$$

2) Tìm m nguyên để phương trình sau có ít nhất một nghiệm nguyên:

$$4x^2 + 4mx + 2m^2 - 5m + 6 = 0$$

Câu II (2.5 điểm):

1) Rút gọn biểu thức:

$$A = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{4 - x^2}} \left[\sqrt{(2+x)^3} - \sqrt{(2-x)^3} \right]}{4 + \sqrt{4 - x^2}} \text{ với } -2 \leq x \leq 2$$

2) Cho trước số hữu tỉ m sao cho $\sqrt[3]{m}$ là số vô tỉ. Tìm các số hữu tỉ a, b, c để:
 $a\sqrt[3]{m^2} + b\sqrt[3]{m} + c = 0$

Câu III (2.0 điểm):

1) Cho đa thức bậc ba $f(x)$ với hệ số của x^3 là một số nguyên dương và biết $f(5) - f(3) = 2010$. Chứng minh rằng: $f(7) - f(1)$ là hợp số.

2) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P = \left| \sqrt{x^2 - 4x + 5} - \sqrt{x^2 + 6x + 13} \right|$

Câu IV (2.0 điểm):

Cho tam giác MNP có ba góc nhọn và các điểm A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của M, N, P trên NP, MP, MN. Trên các đoạn thẳng AC, AB lần lượt lấy D, E sao cho DE song song với NP. Trên tia AB lấy điểm K sao cho $DK \perp MK$. Chứng minh rằng:

1) $MD = ME$

2) Tứ giác MDEK nội tiếp. Từ đó suy ra điểm M là tâm của đường tròn bàng tiếp góc DAK của tam giác DAK.

Câu V (1.0 điểm):

Trên đường tròn (O) lấy hai điểm cố định A và C phân biệt. Tìm vị trí của các điểm B và D thuộc đường tròn đó để chu vi tứ giác ABCD có giá trị lớn nhất.

-----Hết-----

Họ và tên thí sinh :Số báo danh :

Chữ ký của giám thị 1 :Chữ ký của giám thị 2:.....

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HẢI DƯƠNG

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN NGUYỄN TRÃI
Năm học 2009-2010
Môn thi : Toán
Hướng dẫn chấm

Câu	Phần	Nội dung	
Câu I	1)	$x^2 + y^2 + xy = 3 \quad (1)$	
2,5 điểm	1,5 điểm	$\begin{cases} xy + 3x^2 = 4 & (2) \\ \end{cases}$ <p>Từ (2) $\Rightarrow x \neq 0$. Từ đó $y = \frac{4 - 3x^2}{x}$, thay vào (1) ta có:</p> $x^2 + \left(\frac{4 - 3x^2}{x}\right)^2 + x \cdot \frac{4 - 3x^2}{x} = 3$ $\Leftrightarrow 7x^4 - 23x^2 + 16 = 0$ <p>Giải ra ta được $x^2 = 1$ hoặc $x^2 = \frac{16}{7}$</p> <p>Từ $x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1 \Rightarrow y = \pm 1$; $x^2 = \frac{16}{7} \Leftrightarrow x = \pm \frac{4\sqrt{7}}{7} \Rightarrow y = \mp \frac{5\sqrt{7}}{7}$</p> <p>Vậy hệ có nghiệm $(x; y)$ là $(1; 1); (-1; -1); \left(\frac{4\sqrt{7}}{7}; \frac{-5\sqrt{7}}{7}\right); \left(\frac{-4\sqrt{7}}{7}; \frac{5\sqrt{7}}{7}\right)$</p>	

Khi $m = 2 \Rightarrow \Delta_x' = 0 \Rightarrow x = -1$ (thỏa mãn)

Khi $m = 3 \Rightarrow \Delta_x' = 0 \Rightarrow x = -1,5$ (loại).

Vậy $m = 2$.

Câu II

1) Đặt $a = \sqrt{2+x}$; $b = \sqrt{2-x}$ ($a, b \geq 0$)

$\Rightarrow a^2 + b^2 = 4$; $a^2 - b^2 = 2x$

$$\Rightarrow A = \frac{\sqrt{2+ab}(a^3 - b^3)}{4+ab} = \frac{\sqrt{2+ab}(a-b)(a^2 + ab + b^2)}{4+ab}$$

$$\Rightarrow A = \frac{\sqrt{2+ab}(a-b)(4+ab)}{4+ab} = \sqrt{2+ab}(a-b)$$

$$\Rightarrow A\sqrt{2} = \sqrt{4+2ab}(a-b)$$

$$\Rightarrow A\sqrt{2} = \sqrt{(a^2 + b^2 + 2ab)}(a-b) = (a+b)(a-b)$$

$$\Rightarrow A\sqrt{2} = a^2 - b^2 = 2x \Rightarrow A = x\sqrt{2}$$

2) $a\sqrt[3]{m^2} + b\sqrt[3]{m} + c = 0$ (1)

1,0 điểm Giả sử có (1)

$$\Rightarrow b\sqrt[3]{m^2} + c\sqrt[3]{m} + am = 0 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1), (2)} \Rightarrow (b^2 - ac)\sqrt[3]{m} = (a^2 m - bc)$$

Nếu $a^2 m - bc \neq 0 \Rightarrow \sqrt[3]{m} = \frac{a^2 m - bc}{b^2 - ac}$ là số hữu tỉ. Trái với giả thiết!

$$\Rightarrow \begin{cases} b^2 - ac = 0 \\ a^2 m - bc = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b^3 = abc \\ bc = am^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow b^3 = a^3 m \Rightarrow b = a\sqrt[3]{m}. \text{ Nếu } b \neq 0 \text{ thì } \sqrt[3]{m} = \frac{b}{a} \text{ là số hữu tỉ. Trái với giả}$$

thiết! $\Rightarrow a = 0; b = 0$. Từ đó ta tìm được $c = 0$.

Ngược lại nếu $a = b = c = 0$ thì (1) luôn đúng. Vậy: $a = b = c = 0$

Câu III

1) Theo bài ra $f(x)$ có dạng: $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với a nguyên dương.

2 điểm

1,0 điểm Ta có: $2010 = f(5) - f(3) = (5^3 - 3^3)a + (5^2 - 3^2)b + (5 - 3)c$
 $= 98a + 16b + 2c \Rightarrow 16b + 2c = (2010 - 98a)$

$$\begin{aligned} \text{Ta có } f(7) - f(1) &= (7^3 - 1^3)a + (7^2 - 1^2)b + (7 - 1)c \\ &= 342a + 48b + 6c = 342a + 3(16b + 2c) \\ &= 342a + 3(2010 - 98a) = 48a + 6030 = 3.(16a + 2010) : 3 \end{aligned}$$

Vì a nguyên dương nên $16a + 2010 > 1$. Vậy $f(7) - f(1)$ là hợp số

2) $P = \left| \sqrt{(x-2)^2 + 1^2} - \sqrt{(x+3)^2 + 2^2} \right|$

1,0 điểm Trên mặt phẳng tọa độ Oxy lấy các điểm $A(x-2; 1)$, $B(x+3; 2)$

$$\text{Ta chứng minh được: } AB = \sqrt{(x-2-x-3)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{25+1} = \sqrt{26}$$

$$OA = \sqrt{(x-2)^2 + 1^2}, OB = \sqrt{(x+3)^2 + 2^2}$$

Mặt khác ta có: $|OA - OB| \leq AB$

$$\Rightarrow \left| \sqrt{(x-2)^2 + 1^2} - \sqrt{(x+3)^2 + 2^2} \right| \leq \sqrt{26}$$

Dấu “=” xảy ra khi A thuộc đoạn OB hoặc B thuộc đoạn OA

$$\Rightarrow \frac{x-2}{x+3} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 7. \text{ Thử lại } x = 7 \text{ thì } A(5; 1); B(10; 2) \text{ nên A thuộc đoạn}$$

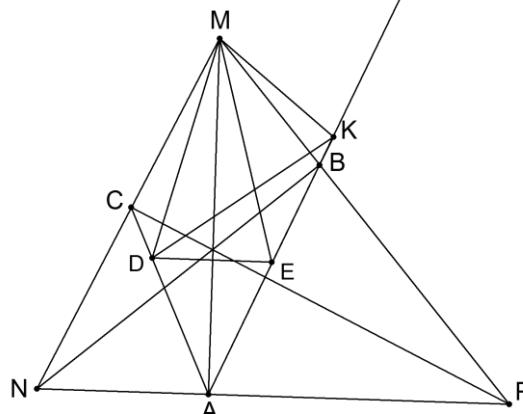
OB. Vậy Max P = $\sqrt{26}$ khi $x = 7$.

Câu IV

1)

2 điểm

0,75 điểm



Ta dễ dàng chứng minh tứ giác MBAN nội tiếp $\Rightarrow \angle MAB = \angle MNB$, MCAP nội tiếp $\Rightarrow \angle CAM = \angle CPM$.

Lại có $\angle BNM = \angle CPM$
(cùng phụ góc NMP)

$$\Rightarrow \angle CAM = \angle BAM \quad (1)$$

Do $DE \parallel NP$ mặt khác

$$MA \perp NP \Rightarrow MA \perp DE \quad (2)$$

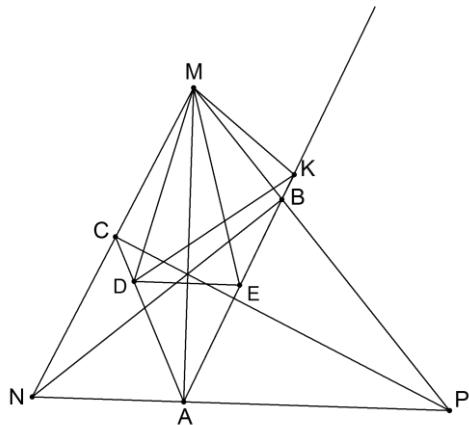
Từ (1), (2) $\Rightarrow \triangle ADE$ cân tại A

$\Rightarrow MA$ là trung trực của DE

$$\Rightarrow MD = ME$$

2)

1,25 điểm



Do $DE \parallel NP$ nên $DEK = NAB$, mặt khác tứ giác $MNAB$ nội tiếp nên:

$$NMB + NAB = 180^\circ \Rightarrow NMB + DEK = 180^\circ$$

Theo giả thiết $DMK = NMP \Rightarrow DMK + DEK = 180^\circ$

\Rightarrow Tứ giác $MDEK$ nội tiếp

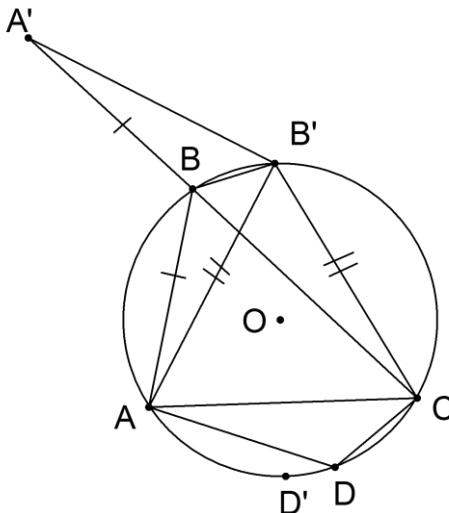
Do MA là trung trực của $DE \Rightarrow \DeltaMEA = \DeltaMDA$

$$\Rightarrow MEA = MDA \Rightarrow MEK = MDC.$$

Vì $MEK = MDK \Rightarrow MDK = MDC \Rightarrow DM$ là phân giác của góc CDK , kết hợp với AM là phân giác $DAB \Rightarrow M$ là tâm của đường tròn bàng tiếp góc DAK của tam giác DAK .

Câu V

1 điểm



Không mất tổng quát giả sử: $AB \leq AC$. Gọi B' là điểm chính giữa cung $ABC \Rightarrow AB' = CB'$

Trên tia đối của BC lấy điểm A' sao cho $BA' = BA \Rightarrow AB + BC = CA'$

Ta có: $B'BC = B'AC = B'CA$ (1); $B'CA + B'BA = 180^\circ$ (2)

$$B'BC + B'BA' = 180^\circ \quad (3); \text{Từ (1), (2), (3)} \Rightarrow B'BA = B'BA'$$

Hai tam giác $A'BB'$ và ABB' bằng nhau $\Rightarrow A'B' = B'A$

Ta có $\Rightarrow B'A + B'C = B'A' + B'C \geq A'C = AB + BC$ ($B'A + B'C$ không đổi vì B', A, C cố định). Dấu “=” xảy ra khi B trùng với B' .

Hoàn toàn tương tự nếu gọi D' là điểm chính giữa cung ADC thì ta cũng có $AD' + CD' \geq AD + CD$. Dấu “=” xảy ra khi D trùng với D' .

\Rightarrow Chu vi tứ giác $ABCD$ lớn nhất khi B, D là các điểm chính giữa các cung AC của đường tròn (O)

Chú ý: Nếu thí sinh làm theo cách khác, lời giải đúng vẫn cho điểm tối đa.

ĐỀ 1918

Bài 1: Cho biểu thức $K = \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a} - 1} - \frac{1}{a - \sqrt{a}} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{a} + 1} + \frac{2}{a - 1} \right)$

- a. Rút gọn biểu thức K
- b. Tính giá trị của K khi $a = 3 + 2\sqrt{2}$
- c. Tìm các giá trị của a sao cho $K < 0$

Bài 2: Cho phương trình: $x^2 - 2(m-3)x - 2(m-1) = 0$ (1)

- a) Chứng minh rằng phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m ;
- b) Gọi x_1, x_2 là 2 nghiệm của phương trình (1). Tìm giá trị nhỏ nhất của $x_1^2 + x_2^2$.

Bài 3: Theo kế hoạch hai tổ sản xuất 600 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Do áp dụng thuật mới nên tổ I đã vượt mức 18% và tổ II đã vượt mức 21%. Vì vậy trong thời gian quy định hoàn thành vượt mức 120 sản phẩm. Hỏi số sản phẩm được giao của mỗi tổ theo kế hoạch?

Bài 4: Cho tam giác ABC có các góc đều nhọn, $A \leq 45^\circ$. Vẽ các đường cao BD và CE của tam giác

Gọi H là giao điểm của BD và CE .

- a. Chứng minh tứ giác $ADHE$ nội tiếp được trong một đường tròn.

b. Chứng minh: HD = DC

c. Tính tỉ số: $\frac{DE}{BC}$

d. Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Chứng minh OA vuông góc với DE.

Bài 5: Cho a, b là các số thực dương.

Chứng minh rằng: $(a+b)^2 + \frac{a+b}{2} \geq 2a\sqrt{b} + 2b\sqrt{a}$

Bài giải:

Bài 1: Điều kiện $a > 0$ và $a \neq 1$

$$\begin{aligned} K &= \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1} - \frac{1}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{a}+1} + \frac{2}{(\sqrt{a}+1)(\sqrt{a}-1)} \right) \\ &= \frac{a-1}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)} : \frac{\sqrt{a}+1}{(\sqrt{a}+1)(\sqrt{a}-1)} \\ &= \frac{a-1}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)} \cdot (\sqrt{a}-1) = \frac{a-1}{\sqrt{a}} \end{aligned}$$

b. $a = 3 + 2\sqrt{2} = (1 + \sqrt{2})^2 \Rightarrow \sqrt{a} = 1 + \sqrt{2}$

$$K = \frac{3 + 2\sqrt{2} - 1}{1 + \sqrt{2}} = \frac{2(1 + \sqrt{2})}{1 + \sqrt{2}} = 2$$

c. $K < 0 \Leftrightarrow \frac{a-1}{\sqrt{a}} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a-1 < 0 \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 1 \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < a < 1$

Bài 2:

a) $\Delta = m^2 - 4m + 7 = (m-2)^2 + 3 > 0$: Phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi giá trị

b) Áp dụng hệ thức Viết: $x_1 + x_2 = m - 3$

$$x_1 x_2 = -2(m - 1)$$

$$\text{Ta có: } x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2$$

$$= 4(m - 3)^2 + 4(m - 1)$$

$$= 4m^2 - 20m + 32$$

$$= (2m - 5)^2 + 7 \geq 7$$

Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow 2m - 5 = 0 \Leftrightarrow m = 2,5$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $x_1^2 + x_2^2$ là 7 khi $m = 2,5$

Bài 3:

Gọi x, y là số sản phẩm của tổ I, II theo kế hoạch (điều kiện $x, y \in \mathbb{N}^*$;
 $x, y < 600$).

Theo giả thiết ta có phương trình $x + y = 600$

Số sản phẩm tăng của tổ I là: $\frac{8}{100}x$ (sản phẩm)

Số sản phẩm tăng của tổ II là: $\frac{21}{100}y$ (sản phẩm)

Từ đó có phương trình thứ hai: $\frac{18}{100}x + \frac{21}{100}y = 120$

Do đó x và y thỏa mãn hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 600 \\ \frac{18}{100}x + \frac{21}{100}y = 120 \end{cases}$

Giải ra được $x = 200$, $y = 400$ (thỏa điều kiện)

Vậy: Số sản phẩm được giao của tổ I, tổ II theo kế hoạch thứ tự là 200 và 400 sản phẩm

Bài 4:

a. Ta có $\widehat{ADH} = \widehat{AEH} = 90^\circ$, suy ra $\widehat{AEH} + \widehat{ADH} = 180^\circ$

\Rightarrow Tứ giác AEHD nội tiếp đường tròn đường kính AH.

b. ΔAEC vuông có $\widehat{EAC} = 45^\circ$ nên $\widehat{ECA} = 45^\circ$, từ đó ΔHDC vuông cân tại D.

Vậy $DH = DC$

c) Ta có $\widehat{BEC} = \widehat{BDC} = 90^\circ$ nên tứ giác BEDC nội tiếp đường tròn đường kính BC $\Rightarrow \widehat{AED} = \widehat{ACB}$ (cùng bù với \widehat{DEB}) suy ra $\Delta AED \sim \Delta ACB$

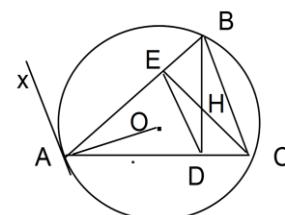
$$\text{do đó: } \frac{\widehat{DE}}{\widehat{BC}} = \frac{\widehat{AE}}{\widehat{AC}} = \frac{\widehat{AE}}{\widehat{AE}\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

d. Dựng tia tiếp tuyến Ax với đường tròn (O),

ta có $\widehat{BAx} = \widehat{BCA}$ (góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây và góc nội tiếp cùng chắn cung AB),

mà $\widehat{BCA} = \widehat{AED}$

$\Rightarrow \widehat{BAx} = \widehat{AED}$ mà chúng là cặp góc so le trong do đó $DE \parallel Ax$.



Mặt khác, $OA \perp Ax$ (Ax là tiếp tuyến),

Vậy $OA \perp ED$ (đpcm)

$$\underline{\text{Bài 5}} : \text{Ta có : } \left(\sqrt{a} - \frac{1}{2} \right)^2 \geq 0 ; \left(\sqrt{b} - \frac{1}{2} \right)^2 \geq 0, \text{ với mọi } a, b > 0 \Rightarrow a - \sqrt{a} + \frac{1}{4} \geq 0; b - \sqrt{b} + \frac{1}{4} \geq 0$$

$$\Rightarrow a - \sqrt{a} + \frac{1}{4} + b - \sqrt{b} + \frac{1}{4} \geq 0$$

$$\Rightarrow a + b + \frac{1}{2} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b} > 0$$

$$\text{Mặt khác } (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0 \Leftrightarrow a + b \geq 2\sqrt{ab} > 0$$

Nhân từng vế ta có :

$$(a + b) \left[a + b + \frac{1}{2} \right] \geq 2\sqrt{ab} (\sqrt{a} + \sqrt{b})$$

$$\text{hay: } (a + b)^2 + \frac{a + b}{2} \geq 2a\sqrt{b} + 2b\sqrt{a}$$

ĐỀ 1919

ĐỀ ÔN THI VÀO LỚP 10

ĐỀ SỐ 2

Bài 1: Cho biểu thức: $P = \left(\frac{4\sqrt{x}}{2 + \sqrt{x}} + \frac{8x}{4 - x} \right) : \left(\frac{\sqrt{x} - 1}{x - 2\sqrt{x}} - \frac{2}{\sqrt{x}} \right)$

- a) Rút gọn P.
- b) Tìm giá trị của x để $P = -1$.

Bài 2: Cho hệ phương trình:
$$\begin{cases} mx - y = 1 \\ \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 335 \end{cases}$$

- a) Giải hệ phương trình khi cho $m = 1$.
- b) Tìm giá trị của m để hệ phương trình vô nghiệm.

Bài 3: Cho parabol (P) : $y = -x^2$ và đường thẳng (d) có hệ số góc m đi qua điểm $M(-1; -2)$.

- a) Chứng minh rằng với mọi giá trị của m thì (d) luôn cắt (P) tại hai điểm A, B phân biệt.
- b) Xác định m để A, B nằm về hai phía của trục tung.

Bài 4:

Cho phương trình: $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 3 = 0$ (1); m là tham số.

- a) Tìm m để phương trình (1) có nghiệm.
- b) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm sao cho nghiệm này bằng ba lần nghiệm kia.

Bài 5:

Cho đường tròn (O) , đường kính AB cố định, điểm I nằm giữa A và O sao

cho $AI = \frac{2}{3}AO$. Kẻ dây MN vuông góc với AB tại I . Gọi C là điểm tùy ý thuộc

cung lớn MN sao cho C không trùng với M, N và B . Nối AC cắt MN tại E .

- a) Chứng minh tứ giác $IECB$ nội tiếp được trong một đường tròn.
- b) Chứng minh tam giác AME đồng dạng với tam giác ACM và $AM^2 = AE \cdot AC$
- c) Chứng minh: $AE \cdot AC - AI \cdot IB = AI^2$
- d) Hãy xác định vị trí của điểm C sao cho khoảng cách từ N đến tâm đường tròn

ngoại tiếp tam giác CME là nhỏ nhất.

Giải:

Bài 1:

$$\begin{aligned} \text{a. } P &= \frac{4\sqrt{x}(2 - \sqrt{x}) + 8x}{(2 + \sqrt{x})(2 - \sqrt{x})} : \frac{(\sqrt{x} - 1) - 2(\sqrt{x} - 2)}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)} \\ &= \frac{8\sqrt{x} + 4x}{(2 + \sqrt{x})(2 - \sqrt{x})} : \frac{3 - \sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)} \\ &= \frac{8\sqrt{x} + 4x}{(2 + \sqrt{x})(2 - \sqrt{x})} \cdot \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)}{3 - \sqrt{x}} = \frac{4x}{\sqrt{x} - 3} \end{aligned}$$

Điều kiện $x > 0; x \neq 4$ và $x \neq 9$

$$\text{b. Với } x > 0; x \neq 4 \text{ và } x \neq 9; P = -1 \text{ khi và chỉ khi: } \frac{4x}{\sqrt{x} - 3} = -1$$

$$\text{hay: } 4x + \sqrt{x} - 3 = 0.$$

Đặt $y = \sqrt{x} > 0$ ta có: $4y^2 + y - 3 = 0$ có dạng $a - b + c = 0$

$$\Rightarrow y = -1; y = \frac{3}{4}$$

$$\text{Vì } y > 0 \text{ nên chỉ nhận } y = \frac{3}{4} \text{ nên } \sqrt{x} = \frac{3}{4}$$

$$\text{Vậy: } P = -1 \Leftrightarrow x = \frac{9}{16}$$

Bài 2:

$$\text{a. Khi } m = 1 \text{ ta có hệ phương trình: } \begin{cases} x - y = 1 \\ \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 335 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 1 \\ 3x - 2y = 2010 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 2y = 2 \\ 3x - 2y = 2010 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2008 \\ y = 2007 \end{cases}$$

Vậy với $m = 1$ hệ phương trình đã cho có nghiệm $\begin{cases} x = 2008 \\ y = 2007 \end{cases}$

b.

$$\begin{cases} mx - y = 1 \\ \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 335 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = mx - 1 \\ y = \frac{3}{2}x - 1005 \end{cases} \quad (*)$$

Hệ phương trình vô nghiệm $\Leftrightarrow (*)$ vô nghiệm $\Leftrightarrow m = \frac{3}{2}$ (vì đã có $-1 \neq -1005$)

Bài 3:

a) Đường thẳng (d) có hệ số góc m có dạng $y = mx + b$ và (d) đi qua điểm $M(-1; -2)$ nên:

$$m(-1) + b \Leftrightarrow b = m - 2$$

Vậy: Phương trình đường thẳng (d) là $y = mx + m - 2$.

Hoành độ giao điểm của (d) và (P) là nghiệm của phương trình:

$$-x^2 = mx + m - 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + mx + m - 2 = 0 \quad (*)$$

Vì phương trình (*) có $\Delta = m^2 - 4m + 8 = (m-2)^2 + 4 > 0$ với mọi m nên phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt, do đó (d) và (P) luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt A và B.

b) A và B nằm về hai phía của trục tung

$$\Leftrightarrow x^2 + mx + m - 2 = 0 \text{ có hai nghiệm trái dấu} \Leftrightarrow x_1 x_2 < 0.$$

Áp dụng hệ thức Vi-et: $x_1 x_2 = m - 2$

$$x_1 x_2 < 0 \Leftrightarrow m - 2 < 0 \Leftrightarrow m < 2.$$

Vậy: Để A, B nằm về hai phía của trục tung thì $m < 2$.

Bài 4: Phương trình (1) có nghiệm khi và chỉ khi $\Delta' \geq 0$.

$$\Leftrightarrow (m-1)^2 - m^2 + 3 \geq 0 \Leftrightarrow 4 - 2m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 2.$$

b) Với $m \leq 2$ thì (1) có 2 nghiệm.

Gọi một nghiệm của (1) là a thì nghiệm kia là $3a$.

Áp dụng hệ thức Vi-et, ta có:

$$\begin{cases} a + 3a = 2m - 2 \\ a \cdot 3a = m^2 - 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = \frac{m-1}{2} \Rightarrow 3\left(\frac{m-1}{2}\right)^2 = m^2 - 3$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 6m - 15 = 0$$

$$\Delta' = 9 - 1 \cdot (-15) = 24; \sqrt{\Delta'} = 2\sqrt{6}$$

$$m_1 = -3 + 2\sqrt{6}; m_2 = -3 - 2\sqrt{6} \quad (\text{thỏa mãn điều kiện } m \leq 2).$$

Vậy: Với $m_1 = -3 + 2\sqrt{6}$; $m_2 = -3 - 2\sqrt{6}$ thì phương trình (1) có hai nghiệm sao cho $nghiệm$ bằng ba lần $nghiệm$ kia.

Bài 5:

a. Ta có: $\widehat{EIB} = 90^\circ$ (giả thiết)

$\widehat{ECB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Vậy: tứ giác IECB là nội tiếp đường tròn đường kính EB

b. Ta có:

$$\text{sđ } \overbrace{AM}^{\text{c}} = \text{sđ } \overbrace{AN}^{\text{c}} \text{ (đường kính MN} \perp \text{dây AB)}$$

$$\Rightarrow \angle AME = \angle ACM \text{ (góc nội tiếp)}$$

Lại có \widehat{A} chung, suy ra $\triangleAME \sim \triangle ACM$

$$\text{Do đó: } \frac{AC}{AM} = \frac{AM}{AE} \Leftrightarrow AM^2 = AE \cdot AC$$

c. MI là đường cao của tam giác vuông MAB nên $MI^2 = AI \cdot IB$

Trừ từng vế của hệ thức ở câu b với hệ thức trên

$$\text{Ta có: } AE \cdot AC - AI \cdot IB = AM^2 - MI^2 = AI^2$$

d. Từ câu b suy ra AM là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác

Ta thấy khoảng cách NK nhỏ nhất khi và chỉ khi $NK \perp BM$.

Dựng hình chiếu vuông góc của N trên BM ta được K. Điểm C là giao của đường tròn tâm O với đường tròn tâm K, bán kính KM.

ĐỀ 1920

Bài 1: Cho $A = \frac{1}{2(1 + \sqrt{x+2})} + \frac{1}{2(1 - \sqrt{x+2})}$

- a. Tìm x để A có nghĩa
- b. Rút gọn A
- c. Tìm các giá trị của x để A có giá trị dương

Bài 2:

a. Giải phương trình: $x^4 + 24x^2 - 25 = 0$

b. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x - y = 2 \\ 9x + 8y = 34 \end{cases}$

Bài 3: Cho phương trình: $x^2 - 2mx + (m-1)^2 = 0$ với x là ẩn số, m là tham số(1)

a. Giải phương trình (1) khi $m = -1$

b. Xác định m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt, trong đó một nghiệm bằng bình phương của nghiệm còn lại.

Bài 4: Cho parabol (P): $y = 2x^2$ và đường thẳng (d): $2x + y - 4 = 0$

a) Vẽ (P)

b) Tìm tọa độ giao điểm A, B của (P) và (d) bằng đồ thị và bằng phép tính

c) Gọi A' , B' là hình chiếu của A, B trên trục hoành. Tính diện tích tứ giác $ABB'A'$.

Bài 5: Cho nửa đường tròn (0) đường kính AB. Từ A và B kẻ hai tiếp tuyến Ax và By. Qua điểm M thuộc nửa đường tròn này, kẻ tiếp tuyến thứ ba, cắt các tiếp tuyến Ax và By lần lượt ở E và F.

a. Chứng minh AEMO là tứ giác nội tiếp

b. AM cắt OE tại P, BM cắt OF tại Q. Tứ giác MPOQ là hình gì? Tại sao?

c. Kẻ MH vuông góc với AB (H thuộc AB). Gọi K là giao điểm của MH và EB. So sánh MK với KH.

d. Cho $AB = 2R$ và gọi r là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác EOF.

Chứng minh rằng: $\frac{1}{3} < \frac{r}{R} < \frac{1}{2}$

Hướng dẫn giải:

Bài 1:

$$\text{a. A có nghĩa} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2 \geq 0 \\ \sqrt{x+2} \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x + 2 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x \neq -1 \end{cases} (*)$$

$$\text{b. } A = \frac{1}{2(1 + \sqrt{x+2})} + \frac{1}{2(1 - \sqrt{x+2})} = \frac{(1 - \sqrt{x+2}) + (1 + \sqrt{x+2})}{2[1 - (\sqrt{x+2})^2]} = \frac{-1}{x+1}$$

$$\text{c. A có giá trị dương khi} \Leftrightarrow \frac{-1}{x+1} > 0 \Leftrightarrow x+1 < 0 \text{ và } x \text{ thỏa mãn (*)}$$

$$\Leftrightarrow x < -1 \text{ và } x \text{ thỏa mãn (*)}$$

$$\Leftrightarrow -2 \leq x < -1$$

Bài 2:

a. Giải phương trình: $x^4 + 24x^2 - 25 = 0$

Đặt $t = x^2$, $t \geq 0$, phương trình đã cho trở thành: $t^2 + 24t - 25 = 0$

có $a + b + c = 0$ nên $t = 1$ hoặc $t = -25$, vì $t \geq 0$ ta chọn $t = 1$

Từ đó phương trình có hai nghiệm $x = -1$ và $x = 1$

b. Thế $y = 2x - 2$ vào phương trình $9x + 8y = 34$ ta được: $25x = 50$

$$\Leftrightarrow x = 2.$$

Từ đó ta có $y = 2$

Nghiệm của hệ phương trình đã cho là $\begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$

Bài 3:

a) Phương trình: $x^2 - 2mx + (m - 1)^3 = 0$ với x là ẩn số, m là tham số.(1)

Khi $m = -1$, phương trình đã cho có dạng $x^2 + 2x - 8 = 0$

$$\Delta' = 1 + 8 = 9$$

$$\sqrt{\Delta'} = 3$$

Phương trình có nghiệm: $x_1 = -1 + 3 = 2$; $x_2 = -1 - 3 = -4$

b. Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' = m^2 - (m - 1)^3 > 0$ (*)

Giả sử phương trình có hai nghiệm là u, u^2 thì theo định lí Vi-ét ta có:

$$\begin{cases} u + u^2 = 2m & (1) \\ u \cdot u^2 = (m - 1)^3 & (2) \end{cases}$$

Từ (2) ta có $u = m - 1$, thay vào (1) ta được:

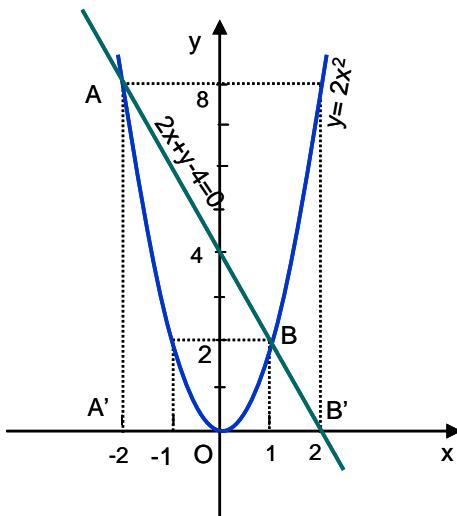
$$(m - 1) + (m - 1)^2 = 2m \Leftrightarrow m^2 - 3m = 0$$

$\Leftrightarrow m(m - 3) = 0 \Leftrightarrow m = 0$ hoặc $m = 3$: Cả hai giá trị này đều thỏa mãn điều kiện (*),
tương ứng với $u = -1$ hoặc $u = 2$.

Vậy với $m \in \{0; 3\}$ thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt, trong đó một nghiệm bằng bình phương của nghiệm còn lại.

Bài 4:

a) Vẽ (P):



- Bảng giá trị:

x	-2	-1	0	1	2
y	8	2	0	2	8

Đồ thị hàm số $y = 2x^2$ là parabol (P) đỉnh O, nhận Oy

làm trục đối xứng, nằm phía trên trục hoành

b) *Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng đồ thị:

- Đường thẳng (d): $2x + y - 4 = 0$ hay $y = -2x + 4$

+ cắt trục tung tại điểm $(0; 4)$

+ cắt trục hoành tại điểm $(2; 0)$

Nhìn đồ thị ta có (P) và (d) cắt nhau tại $A(-2; 8), B(1; 2)$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (d) là $A(-2; 8), B(1; 2)$

*Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính:

Hoành độ giao điểm của (P) và (d) là nghiệm của phương trình:

$$2x^2 = -2x + 4 \text{ hay: } 2x^2 + 2x - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \text{ có } a + b + c = 1 + 1 - 2 = 0$$

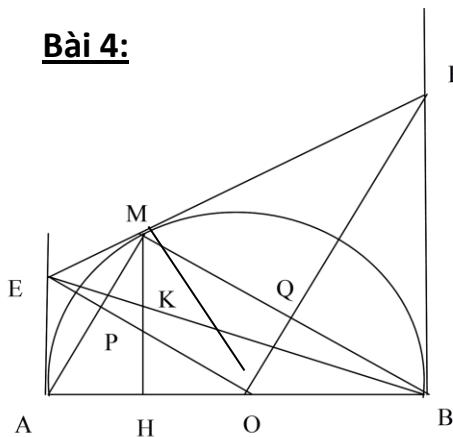
nên có nghiệm: $x_1 = 1; x_2 = -2$; suy ra: $y_1 = 2; y_2 = 8$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (d) là A(-2; 8). B(1; 2)

b) Hình thang AA'B'B có $AA' = 8$; $BB' = 2$; đường cao $A'H = 3$ nên có diện tích:

$$S = \frac{(8+2) \cdot 3}{2} = 15 \text{ (đơn vị diện tích)}$$

Bài 4:



a. Tứ giác AEMO có:

$$\hat{\angle} EAO = 90^\circ \text{ (AE là tiếp tuyến)}$$

$$\hat{\angle} EMO = 90^\circ \text{ (EM là tiếp tuyến)}$$

$$\Rightarrow \hat{\angle} EAO + \hat{\angle} EMO = 180^\circ$$

Vậy: Tứ giác AEMO là tứ giác nội tiếp

b. Ta có: $\hat{\angle} AMB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$$AM \perp OE \text{ (EM và EA là 2 tiếp tuyến)} \Rightarrow \hat{\angle} MPO = 90^\circ$$

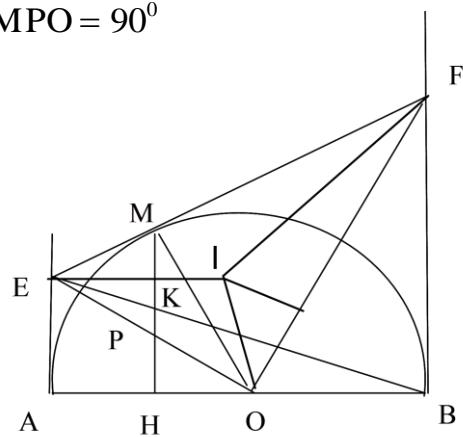
$$\text{Tương tự, } \hat{\angle} MQO = 90^\circ$$

\Rightarrow Tứ giác MPOQ là hình chữ nhật

c. Ta có: $MK // BF$ (cùng vuông góc AB)

$$\Rightarrow \Delta EMK \sim \Delta EFB \Rightarrow \frac{EM}{EF} = \frac{MK}{BF}$$

$$\Rightarrow \frac{EM}{MK} = \frac{EF}{FB}$$



Vì $MF = FB$ (MF và FB là hai tiếp tuyến) nên: $\frac{EM}{MK} = \frac{EF}{MF}$ (1)

Áp dụng định lí Ta-let ta có:

$$\frac{EF}{MF} = \frac{EB}{KB} (\text{MK} \parallel BF); \frac{EB}{KB} = \frac{AB}{HB} (\text{KH} \parallel EA) \Rightarrow \frac{EF}{MF} = \frac{AB}{HB} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) (2) có: } \frac{EM}{MK} = \frac{AB}{HB} \quad (3)$$

$$\text{Mặt khác, } \Delta EAB \sim \Delta KHB (\text{MH} \parallel AE) \Rightarrow \frac{EA}{HK} = \frac{AB}{HB} \quad (4)$$

$$\text{Từ (3) (4) có: } \frac{EM}{MK} = \frac{EA}{HK}$$

mà $EM = EA$ (EM và EA là 2 tiếp tuyến) do đó: $MK = KH$

d. Ta có OE là phân giác của $A\hat{O}M$ ($EA; EM$ là tiếp tuyến); OF là phân giác của $M\hat{O}B$ ($FB; FM$ là tiếp tuyến) mà $A\hat{O}M$ và $M\hat{O}B$ là hai góc kề bù nên $OE \perp OF$

$\Rightarrow \Delta EOF$ vuông ($\hat{EOF} = 90^\circ$). OM là đường cao và $OM = R$

Gọi độ dài 3 cạnh của ΔEOF là a, b, c . I là tâm đường tròn nội tiếp ΔEOF .

$$\text{Ta có: } S_{EOF} = S_{EIF} + S_{OIF} + S_{EIO} = \frac{1}{2}r.EF + \frac{1}{2}r.OF + \frac{1}{2}r.OE$$

$$= \frac{1}{2}r.(EF + OF + OE) = \frac{1}{2}r.(a + b + c)$$

$$\text{Mặt khác: } S_{EOF} = \frac{1}{2}OM.EF = \frac{1}{2}aR$$

$$\Rightarrow aR = r(a + b + c)$$

$$\Rightarrow \frac{r}{R} = \frac{a}{a + b + c} \quad (1)$$

Áp dụng bất đẳng thức trong ΔEOF ta có: $b + c > a \Rightarrow a + b + c > 2a$

$$\Rightarrow \frac{1}{a + b + c} < \frac{1}{2a} \Rightarrow \frac{a}{a + b + c} < \frac{a}{2a} = \frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\text{Mặt khác } b < a, c < a \Rightarrow a + b + c < 3a \Rightarrow \frac{1}{a+b+c} > \frac{1}{3a}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{a+b+c} > \frac{a}{3a} = \frac{1}{3} \quad (3)$$

$$\text{Từ (1); (2); (3) ta có: } \frac{1}{3} < \frac{r}{R} < \frac{1}{2}$$

*Ghi chú: Câu 4d là câu nâng cao, chỉ áp dụng cho trường chuyên.

ĐỀ 1921

Bài 1:

$$\text{Cho biểu thức } A = \left(\frac{x\sqrt{x}+1}{x-1} - \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} \right) : \left(\sqrt{x} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \right) \text{ với } x > 0 \text{ và } x \neq 1$$

a) Rút gọn A.

b) Tìm giá trị của x để $A = 3$.

Bài 2:

a. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ x - y = \frac{15}{2} \end{cases}$$

b. Giải phương trình $\sqrt{2}x^2 - 5\sqrt{2}x + 4\sqrt{2} = 0$

Bài 3:

a) Vẽ đồ thị (P): $y = -2x^2$.

b) Lấy 3 điểm A, B, C trên (P), A có hoành độ là -2 , B có tung độ là -8 , C có hoành độ là -1 . Tính diện tích tam giác ABC.

Bài 4:

Một tam giác có chiều cao bằng $\frac{2}{5}$ cạnh đáy. Nếu chiều cao giảm đi 2cm và cạnh đáy tăng thêm 3cm thì diện tích của nó giảm đi 14cm^2 . Tính chiều cao và cạnh đáy của tam giác.

Bài 5:

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O), gọi D là điểm chính giữa của cung nhỏ BC. Hai tiếp tuyến tại C và D với đường tròn (O) cắt nhau tại E. Gọi P, Q lần lượt là giao điểm của các cặp đường thẳng AB và CD; AD và CE.

- Chứng minh $BC \parallel DE$.
- Chứng minh các tứ giác CODE; APQC nội tiếp được.
- Tứ giác BCQP là hình gì?

Giải:

Bài 1:

$$\text{Ta có: } A = \left(\frac{x\sqrt{x} + 1}{x - 1} - \frac{x - 1}{\sqrt{x} - 1} \right) : \left(\sqrt{x} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} \right) \text{ với } x > 0 \text{ và } x \neq 1$$

$$= \left(\frac{(\sqrt{x} + 1)(x - \sqrt{x} + 1)}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)} - \frac{x - 1}{\sqrt{x} - 1} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)}{\sqrt{x} - 1} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} \right)$$

$$= \left(\frac{x - \sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1} - \frac{x - 1}{\sqrt{x} - 1} \right) : \left(\frac{x - \sqrt{x} + \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} \right)$$

$$= \frac{x - \sqrt{x} + 1 - x + 1}{\sqrt{x} - 1} : \frac{x}{\sqrt{x} - 1}$$

$$= \frac{-\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 1} : \frac{x}{\sqrt{x} - 1}$$

$$= \frac{-\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 1} \cdot \frac{\sqrt{x} - 1}{x} = \frac{2 - \sqrt{x}}{x}$$

b) $A = 3 \Rightarrow \frac{2 - \sqrt{x}}{x} = 3 \Rightarrow 3x + \sqrt{x} - 2 = 0$

Đặt $y = \sqrt{x} > 0$ ta có: $3y^2 + y - 2 = 0$ vì $a - b + c = 3 - 1 - 2 = 0$ nên :

$$y = -1 \text{ hoặc } y = \frac{2}{3}; \text{ vì } y > 0 \text{ nên chỉ nhận } y = \frac{2}{3}$$

Vậy: $x = y^2 = \frac{4}{9}$

Bài 2:

a. $\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ x - y = \frac{15}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ 2x - 2y = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 20 \\ x - y = 7,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -3,5 \end{cases}$

Hệ phương trình có nghiệm $\begin{cases} x = 4 \\ y = -3,5 \end{cases}$

b. Phương trình $\sqrt{2}x^2 - 5\sqrt{2}x + 4\sqrt{2} = 0$ có $a + b + c = \sqrt{2} - 5\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = 0$

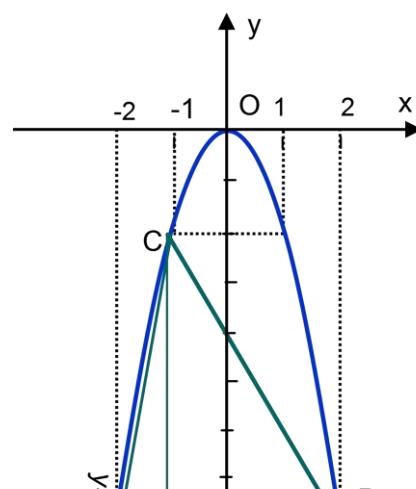
Vậy phương trình có 2 nghiệm: $x_1 = 1; x_2 = \frac{c}{a} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 4$

Bài 3:

a) Vẽ đồ thị (P): $y = -2x^2$.

Bảng giá trị:

x	-2	-1	0	1	2
y	-8	-2	0	2	8



Đồ thị hàm số $y = -2x^2$ là parabol đỉnh O, nhận Oy

làm trục đối xứng, nằm phía dưới trục hoành.

b) Tính diện tích tam giác ABC

-Tung độ điểm A: $y = -2(-2)^2 = -8$

-Hoành độ điểm B là nghiệm của phương trình:

$$-2x^2 = -8 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$$

Vì A và B là 2 điểm khác nhau nên hoành độ điểm B là $x = 2$

-Tung độ điểm C: $y = -2(-1)^2 = -2$

Vậy tọa độ các đỉnh của tam giác là: A(-2; -8); B(2; -8); C(-1; -2)

Ta có $AB \perp Oy$ và $AB = 4$.

Từ C hạ CH $\perp AB \Rightarrow CH // Oy$ và $CH = 6$

Diện tích tam giác ABC: $S = \frac{1}{2} AB \cdot CH = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 6 = 12$ (đvdt)

Bài 4: Gọi chiều cao và cạnh đáy của tam giác đã cho là x và y ($x > 0; y > 0$, tính bằng dm). Diện tích tam giác là: $\frac{1}{2} xy$ (dm^2)

Chiều cao mới là $x - 2$ (dm); cạnh đáy mới là $y + 3$ (dm);

diện tích mới là $\frac{1}{2} (x - 2)(y + 3)$ (dm^2)

Theo đề bài ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x = \frac{2}{5}y \\ \frac{1}{2}xy - \frac{1}{2}(x-2)(y+3) = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{5}y \\ xy - (xy + 3x - 2y - 6) = 28 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{5}y \\ -3x + 2y = 22 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 11 \\ y = \frac{55}{2} \end{cases} \quad (\text{thỏa mãn điều kiện})$$

Trả lời: Chiều cao của tam giác là 11dm và cạnh đáy của tam giác là $\frac{55}{2}$ dm

Bài 5:

a. Ta có $sđ \widehat{BCD} = \frac{1}{2} sđ \widehat{BD}$

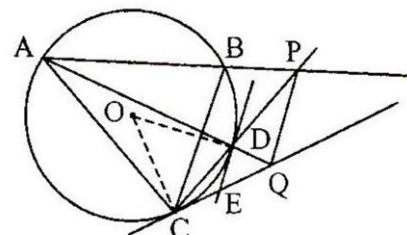
Do DE là tiếp tuyến của đường tròn (O)

$\Rightarrow sđ \widehat{CDE} = \frac{1}{2} sđ \widehat{CD}$, mà $\widehat{BD} = \widehat{CD}$ (giả thiết)

$\Rightarrow \widehat{BCD} = \widehat{CDE} \Rightarrow DE \parallel BC$

b. $\widehat{ODE} = 90^\circ$ (vì DE là tiếp tuyến), $\widehat{OCE} = 90^\circ$ (vì CE là tiếp tuyến)

$\Rightarrow \widehat{ODE} + \widehat{OCE} = 180^\circ$. Do đó CODE là tứ giác nội tiếp.



Mặt khác $sđ \widehat{PAQ} = \frac{1}{2} sđ \widehat{BD}$; $sđ \widehat{PCQ} = \frac{1}{2} sđ \widehat{CD}$

mà $\widehat{BD} = \widehat{CD}$ (giả thiết) suy ra $\widehat{PAQ} = \widehat{PCQ}$.

Vậy APQC là tứ giác nội tiếp.

c. APQC là tứ giác nội tiếp, nên $\widehat{QPC} = \widehat{QAC}$ (cùng chắn \widehat{CQ})

Lại có $\overline{PCB} = \overline{BAD}$ (góc nội tiếp cùng chắn \overline{BD}).

và $\overline{QAC} = \overline{BAD}$, suy ra $\overline{QPC} = \overline{PCB} \Rightarrow PQ \parallel BC$

Vậy $BCQP$ là hình thang .

ĐỀ 1922

SỞ GD & ĐT H- NG YÊN

NĂM HỌC 2011-2012

Nguy thi 5/7/2011

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10

THPT KHÔNG CHUYÊN

Mùn To_n: Théi gian 120' khung kÓ giao ®ò

Phần A. Trắc nghiệm: (2 điểm). Hãy chọn ph- ơng án đúng và viết chữ cái đứng tr- ớc ph- ơng án đó vào bài làm.

Câu 1. Giá trị của biểu thức $\sqrt{18a}$ (với $a \geq 0$) bằng

- A. $9\sqrt{a}$ B. $3a\sqrt{2}$ C. $2\sqrt{3a}$ D. $3\sqrt{2a}$

Câu 2. Biểu thức $\sqrt{2x-2} + x - 3$ có nghĩa khi và chỉ khi

- A. $x \geq 3$ B. $x \neq 1$ C. $x \geq 1$ D. $x \leq 1$

Câu 3. Điểm $M(-1;2)$ thuộc đồ thị $y=ax^2$ khi a bằng

- A.2 B.4 C.-2 D.0,5

Câu 4. Gọi S, P là tổng và tích các nghiệm của ph- ơng trình $x^2+8x-7=0$. Khi đó $S+P$ bằng

- A.-1 B. -15 C. 1 D.15

Câu 5. Ph- ơng trình $x^2-(a+1)x+a=0$ có nghiệm là

- A. $x_1=1; x_2=-a$ B. $x_1=-1; x_2=a$ C. $x_1=1; x_2=a$ D. $x_1=-1; x_2=-a$

Câu 6. Cho $(O;R)$ và đ- ờng thẳng (d) . Biết rằng (d) và $(O;R)$ không giao nhau, khoảng cách từ O đến (d) bằng 5. Khi đó:

- A. $R<5$ B. $R=5$ C. $R>5$ D. $R \geq 5$

Câu 7. Tam giác ABC vuông tại A có $AC=3cm$; $AB=4cm$. Khi đó $\sin B$ bằng

- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{4}{5}$ D. $\frac{4}{3}$

Câu 8. Một hình nón có chiều cao h và đ- ờng kính đáy d . Thể tích của hình nón đó là

- A. $\frac{1}{3}\pi d^2 h$ B. $\frac{1}{4}\pi d^2 h$ C. $\frac{1}{6}\pi d^2 h$ D. $\frac{1}{12}\pi d^2 h$

Phần B. Tự luận (8điểm)

Bài 1.(1,5 điểm)

a) Rút gọn biểu thức $P = (4\sqrt{2} - \sqrt{8} + 2) \cdot \sqrt{2} - \sqrt{8}$

b) Tìm toạ độ giao điểm của hai đồ thị hàm số $y=x^2$ và $y=3x-2$.

Bài 2. (1,0 điểm) Một công ty vận tải điều một số xe tải đến kho hàng để chở 21 tấn hàng. Khi đến kho thì có 1 xe bị hỏng nên để chở hết l- ợng hàng đó, mỗi xe phải chở thêm 0,5 tấn so với dự định ban đầu. Hỏi lúc đầu công ty đã điều đến kho hàng bao nhiêu xe? Biết rằng khối l- ợng hàng chở ở mỗi xe là nh- nhau.

Bài 3. (1,5 điểm) Cho hệ ph- ơng trình

$$\begin{cases} (m-1)x-my=3m-1 \\ 2x-y=m+5 \end{cases}$$

a) Giải hệ ph- ơng trình với $m=2$

b) Tìm m để hệ ph- ơng trình có nghiệm duy nhất $(x;y)$ sao cho $x^2-y^2<4$.

Bài 4. (3,0 điểm) Cho đ- ờng tròn tâm O bán kính R và một đ- ờng thẳng (d) cố định, (d) và đ- ờng tròn ($O;R$) không giao nhau. Gọi H là chân đ- ờng vuông góc kẻ từ O xuống đ- ờng thẳng (d), M là điểm thay đổi trên (d) (M không trùng với H). Từ M kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với đ- ờng tròn ($O;R$) (với A, B là các tiếp điểm). Dây cung AB cắt AH tại I. Chứng minh:

a) 5 điểm O, A, B, H và M cùng nằm trên cùng một đ- ờng tròn.

b) $IH \cdot IO = IA \cdot IB$

c) Khi M thay đổi trên (d) thì tích $IA \cdot IB$ không đổi.

Bài 5. (1,0 điểm) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $y = -4(x^2 - x + 1) + 3|2x - 1|$ với $-1 < x < 1$.

-----Hết-----

Gợi ý lời giải

Phân A. Trắc nghiệm (Mỗi đáp án đúng 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8
Đáp án	D	C	D	B	C	B	B	D

Phân B. Tự luận

Bài 1.

a) $P = (4\sqrt{2} - \sqrt{8} + 2) \cdot \sqrt{2} - \sqrt{8} = 8 - 4 + 2\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 4$

b) Giải hệ ph- ơng trình toạ độ giao điểm

$$\begin{cases} y=x^2 \\ y=3x-2 \end{cases}$$

Ta đ- ợc hai cặp nghiệm $(1;1)$ và $(2;4)$. Vậy toạ độ giao điểm của chúng là 2 điểm $(1;1)$ và $(2;4)$.

Bài 2. Gọi số xe lúc đầu mà công ty điều đến kho là x (xe) (x nguyên và $x > 1$)

Do vậy mỗi xe dự định chở $\frac{21}{x}$ tấn hàng.

Số xe thực tế phải chở hàng là $x-1$ (xe) nên mỗi xe phải chở $\frac{21}{x-1}$ tấn.

Theo bài ra ta có ph- ơng trình $\frac{21}{x-1} - \frac{21}{x} = \frac{1}{2}$ (Đổi $0,5 = \frac{1}{2}$)

Giải ph- ơng trình ta đ- ợc $x_1=7$ và $x_2=-6$ (Loại)

Vậy số xe ban đầu là 7 xe.

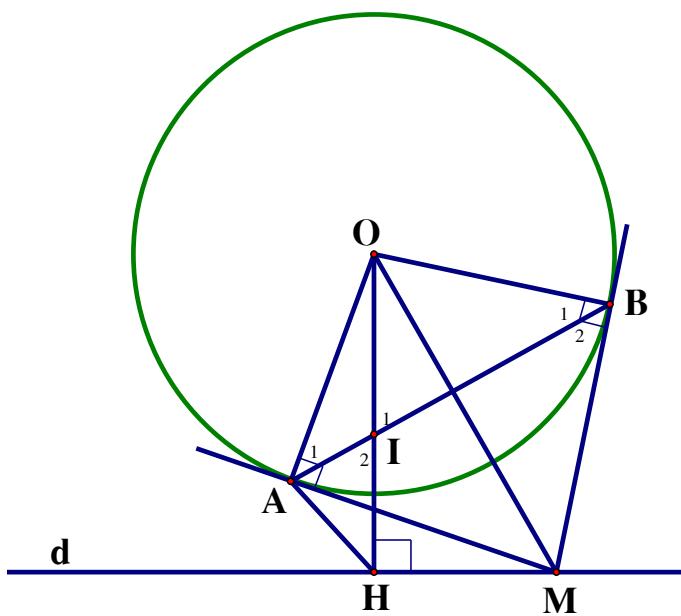
Bài 3.

- a) Với $m=2$ ta có hệ ph- ơng trình $\begin{cases} x-2y=5 \\ 2x-y=7 \end{cases}$ giải hệ pt ta đ- ợc nghiệm $(x;y)=(4;1)$
- b) Từ $2x-y=m+5$ suy ra $y=2x-m-5$ thế vào $(m-1)x-my=3m-1$ ta đ- ợc $(m+1)x=(m+1)^2$. Khi đó hpt có nghiệm duy nhất khi $m\neq -1$. Từ đó ta có nghiệm duy nhất của hệ là $(x;y)=(m-3)$.

Để $(x;y)$ thoả mãn $x^2-y^2<4$ ta phải có $(m+1)^2-(m-3)^2<4$. Giải bất ph- ơng trình ẩn m ta đ- ợc $m < \frac{3}{2}$

Vậy với $m\neq -1$ và $m < \frac{3}{2}$ thì hpt cho có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thoả mãn $x^2-y^2<4$.

Bài 4. Vẽ hình nh- sau



- a) Ta có các góc OAM , OBM và góc OHM đều có số đo là 90° nên 5 điểm O, A, B, H, M cùng nằm trên đ- ờng tròn đ- ờng kính OM .
- b) Ta chứng minh tam giác OIB đồng dạng với tam giác AIH . Từ đó ta suy ra $IH \cdot IO = IA \cdot IB$
- c) Ta chứng minh đ- ợc hai tam giác OIA và OAH đồng dạng (g.g). Từ đó suy ra $IO \cdot OH = OA^2$. Do vậy $IO = \frac{OA^2}{OH}$

Theo chứng minh trên ta có

$$IA \cdot IB = IH \cdot IO = IO(OH - IO) = \frac{OA^2}{OH} (OH - \frac{OA^2}{OH})$$

Hay $IA \cdot IB =$

$$\frac{OA^2}{OH^2} (OH^2 - OA^2) = \frac{R^2}{OH^2} (OH^2 - R^2) \text{ không đổi} \\ (\text{vì } R \text{ không đổi và } (d) \text{ cố định nên } OH \text{ không đổi})$$

Bài 5. Xét 2 tr- ờng hợp

$$\text{TH1: với } -1 < x < \frac{1}{2} \text{ ta có } y = -4(x^2 - x + 1) - 3(2x - 1) = -4x^2 - 2x - 1$$

$$\text{TH2: Với } \frac{1}{2} \leq x < 1 \text{ ta có } y = -4(x^2 - x + 1) + 3(2x - 1) = -4x^2 + 10x - 7$$

Tìm GTLN của các biểu thức trong các tr- ờng hợp và loại tr- ờng hợp giá trị x tìm

đ- ợc không thoả mãn tr- ờng hợp đang xet.

(Bài h^{ình} d^{ạng} d^{ẫn} đ^ể đọc đăng bởi antoantet16@yahoo.com.vn xin các bạn tham khảo và chia sẻ các cách giải hay hơn. Xin trân trọng cảm ơn!)

ĐỀ 1923

Bài 1: (2 điểm)

a/ Tính giá trị biểu thức: $M = (\sqrt{8} - 3\sqrt{2} + \sqrt{10})(\sqrt{2} + \sqrt{10}) : \sqrt[3]{-64}$

b/ Không dùng máy tính hãy so sánh: $A = \sqrt{10} + \sqrt{13}$ với $B = \sqrt{11} + \sqrt{12}$

Bài 2: (2 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 2(m-3)x + 4 = 0$

a/ Tìm m để phương trình nhận $x = -3$ làm nghiệm.

b/ Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 28$.

Bài 3: (2 điểm)

Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không chứa nước thì sau 3 giờ 36 phút đầy bể. Nếu để chảy một mình thì vòi thứ nhất chảy đầy bể nhanh hơn vòi thứ hai là 3 giờ. Tính thời gian mỗi vòi chảy một mình đầy bể.

Bài 4: (3 điểm)

Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB và điểm M nằm trên nửa đường tròn ($M \neq A, M \neq B$). Tia BM cắt tiếp tuyến của nửa đường tròn kẻ từ A tại I, phân giác của góc IAM cắt nửa đường tròn tại E, cắt BM tại F. Tia BE cắt AI tại H, cắt AM tại K. Chứng minh rằng:

a/ Tam giác ABF là tam giác cân.

b/ $BE \cdot BH = BM \cdot BI$

c/ Tứ giác $AKFH$ là hình thoi.

Bài 5: (1 điểm)

Giải phương trình $x^2 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = \frac{27}{4}$

----- Hết -----

Họ và tên thí sinh: SBD: Phòng thi:

Giám thi 1 (họ và tên, chữ ký):

Giám thi 2 (họ và tên, chữ ký):

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN - 2013
(Dành cho các chuyên Nga, Pháp, Trung)

Bài	ý	Nội dung	Điểm
1 (2đ)	a	$M = (-\sqrt{2} + \sqrt{10})(\sqrt{2} + \sqrt{10}) : \sqrt[3]{-64}$	0,5 đ
		$M = 8 : (-4) = -2$	0,5 đ
	b	$A^2 = 23 + 2\sqrt{10 \cdot 13} = 23 + 2\sqrt{130}$	0,25 đ
		$B^2 = 23 + 2\sqrt{11 \cdot 12} = 23 + 2\sqrt{132}$	0,25 đ
		$\Rightarrow B^2 > A^2$, mà $A > 0, B > 0$. Vậy $B > A$	0,5 đ
	a	Thay $x = -3$ vào pt $\Rightarrow 9 + 6(m-3) + 4 = 0$	0,5 đ
2(2 đ)		$\Rightarrow m = \frac{5}{6}$	0,5 đ
		Ta có $\Delta' = (m-3)^2 - 4$	0,25 đ
	b	Pt có 2 nghiệm pb $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow (m-3)^2 > 4 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 5 \\ m < 1 \end{cases}$	0,25 đ
		$x_1^2 + x_2^2 = 28 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 28$	0,25 đ
		$\Leftrightarrow (m-3)^2 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 6(tm) \\ m = 0(tm) \end{cases}$. KL...	0,25 đ
3(2đ)	a	Gọi thời gian để vòi thứ nhất chảy một mình đầy bể là x (h, $x > 0$) \Rightarrow Một giờ vòi thứ nhất chảy được $\frac{1}{x}$ bể	0,5 đ
	b	\Rightarrow thời gian để vòi thứ hai chảy một mình đầy bể là $x+3$ (h) \Rightarrow Một giờ vòi thứ hai chảy được $\frac{1}{x+3}$ bể	0,5 đ
		Đổi 3 giờ 36 phút = $\frac{18}{5}$ giờ. Ta có pt $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+3} = \frac{5}{18}$	0,5 đ
		Giải ra được $x = 6$ và KL...	0,5 đ

4 (3d)		
a	<p>Ta có $AEB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow AE \perp EB$</p> <p>Mà AE là phân giác của góc IAM nên BE cũng là phân giác của góc ABM. Do đó tam giác ABF cân tại B.</p>	0,5 đ
b	<p>Trong tam giác ABH vuông tại A có AE là đường cao do đó $BE \cdot BH = AB^2$</p> <p>Trong tam giác ABI vuông tại A có AM là đường cao do đó $BM \cdot BI = AB^2$. Vậy $BE \cdot BH = BM \cdot BI$</p>	0,5 đ
c	<p>Vì BE là đường trung trực của AF nên ta có $KA = KF$, $HA = HF$ (1)</p> <p>Mặt khác trong tam giác AHK có AE vừa là đường cao vừa là đường phân giác nên tam giác AHK cân tại A $\Rightarrow AH = AK$ (2)</p> <p>Từ (1) và (2) \Rightarrow Tứ giác AKFH là hình thoi.</p>	0,5 đ
5 (1d)	<p>ĐK: $x \neq 0$. Ta có pt $(x^2 + \frac{1}{x^2}) + (x + \frac{1}{x}) = \frac{27}{4} \Leftrightarrow (x + \frac{1}{x})^2 + (x + \frac{1}{x}) = \frac{35}{4}$</p> <p>Đặt $x + \frac{1}{x} = t$ ta có pt: $t^2 + t = \frac{35}{4} \Leftrightarrow 4t^2 + 4t - 35 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{5}{2} \\ t = -\frac{7}{2} \end{cases}$</p> <p>+/ Với $t = \frac{5}{2} \Rightarrow x + \frac{1}{x} = \frac{5}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$</p> <p>+/ Với $t = -\frac{7}{2} \Rightarrow x + \frac{1}{x} = -\frac{7}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-7 + \sqrt{33}}{4} \\ x = \frac{-7 - \sqrt{33}}{4} \end{cases}$</p>	0,25 đ 0,25 đ 0,25 đ 0,25 đ

SƠ GD & ĐT HOÀ BÌNH

Đề chính thức

ĐỀ 1924

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 NĂM HỌC 2013 – 2014
TRƯỜNG THPT CHUYÊN HOÀNG VĂN THỤ

ĐỀ THI MÔN TOÁN

(**Dành cho chuyên Tin**)

Ngày thi: 28 tháng 6 năm 2013

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Đề thi gồm có 01 trang

Bài 1: (2 điểm)

a/ Rút gọn biểu thức $P = \left(\frac{\sqrt{x}-2}{x-1} - \frac{\sqrt{x}+2}{x+2\sqrt{x}+1} \right) \cdot \left(\frac{1-x}{\sqrt{2}} \right)^2$

b/ Tìm giá trị x nguyên để biểu thức $M = \frac{x^2+1}{x-1}$ nhận giá trị nguyên.

Bài 2: (2 điểm)

a/ Tìm m để đường thẳng (a): $y = x + 2m$ cắt đường thẳng (b): $y = 2x - 4$ tại một điểm trên trực hoành.

b/ Cho phương trình $x^2 + 2(m+1)x + 2m - 11 = 0$ (x là ẩn, m là tham số).

Tìm m để phương trình có một nghiệm nhỏ hơn 1, một nghiệm lớn hơn 1.

Bài 3: (2 điểm)

Trên quãng đường AB dài 60 km, người thứ nhất đi xe máy từ A đến B, người thứ hai đi xe đạp từ B đến A. Họ khởi hành cùng một lúc và gặp nhau tại C sau khi khởi hành được 1 giờ 20 phút. Từ C người thứ nhất đi tiếp đến B và người thứ hai đi tiếp đến A. Kết quả người thứ nhất đến nơi sớm hơn người thứ hai là 2 giờ. Tính vận tốc của mỗi người, biết rằng trên suốt quãng đường cả hai người đều đi với vận tốc không đổi.

Bài 4: (3 điểm)

Cho hình bình hành $ABCD$ có đường chéo $AC > BD$. Kẻ $CH \perp AD, CK \perp AB$.

a/ Chứng minh $\triangle CKH$ đồng dạng $\triangle BCA$

b/ Chứng minh $HK = AC \cdot \sin BAD$

c/ Tính diện tích tứ giác $AKCH$ biết $BAD = 60^\circ$, $AB = 6\text{cm}$, $AD = 8\text{cm}$.

Bài 5: (1 điểm)

Cho $x > 0$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = x^2 - x + \frac{1}{x} + 2013$

----- Hết -----

Họ và tên thí sinh: SBD: Phòng thi:

Giám thị 1 (họ và tên, chữ ký):

Giám thị 2 (họ và tên, chữ ký):

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN - 2013 (Dành cho chuyên Tin)

Bài	ý	Nội dung	Điểm
1 (2đ)	a	ĐK: $x \geq 0, x \neq 1$	0,25 đ
		$P = \left[\frac{\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} - \frac{\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}+1)^2} \right] \cdot \frac{(1-x)^2}{2}$	0,25 đ
		$P = \frac{-2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+1)^2(\sqrt{x}-1)} \cdot \frac{(\sqrt{x}-1)^2(\sqrt{x}+1)^2}{2} = -x + \sqrt{x}$	0,5 đ
	b	Ta có $M = x+1 + \frac{2}{x-1}$	0,5 đ
		M nhận giá trị nguyên $\Leftrightarrow x-1$ là ước của 2	0,25 đ
		$\Rightarrow \begin{cases} x-1 = \pm 1 \\ x-1 = \pm 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \\ x=3 \\ x=-1 \end{cases} . \text{KL...}$	0,25 đ
2 (2 đ)	a	Đường thẳng (b): $y = 2x - 4$ cắt trục hoành tại điểm $A(2;0)$	0,5 đ
		$Ycbt \Leftrightarrow$ đường thẳng (a): $y = x + 2m$ đi qua A, từ đó tìm được $m = -1$	0,5 đ
	b	Ta có $\Delta' = m^2 + 12 > 0, \forall m$	0,25 đ
		PT luôn có hai nghiệm phân biệt, gọi hai nghiệm đó là x_1 và x_2	0,25 đ
		Theo định lý vi-et ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = -2(m+1) \\ x_1 x_2 = 2m - 11 \end{cases}$	
		$Ycbt \Leftrightarrow (x_1 - 1)(x_2 - 1) < 0 \Leftrightarrow x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 1 < 0$	0,25 đ

	$\Leftrightarrow m < 2$	0,25 đ
3 (2đ)	Gọi vận tốc của người thứ nhất là x (km/h, $x>0$) Gọi vận tốc của người thứ hai là y (km/h, $y>0$)	0,5 đ
	$\text{Đổi } 1 \text{ giờ } 20 \text{ phút} = \frac{4}{3} \text{ giờ} \Rightarrow \frac{4}{3}(x+y) = 60 \Rightarrow x+y = 45$	0,5 đ
	Mặt khác ta có pt $\frac{60}{x} + 2 = \frac{60}{y}$	0,5 đ
	Từ đó giải ra được $x = 30(\text{km/h}), y = 15(\text{km/h})$. KL...	0,5 đ
4 (3đ)		
a	Vì $AKC = AHC = 90^\circ$ nên tứ giác AKCH nội tiếp	0,25 đ
	$\Rightarrow BAC = KHC, CKH = CAH$	0,25 đ
	Mặt khác $CAH = ACB$ (so le trong)	0,25 đ
	$\Rightarrow CKH = ACB$ nên ΔCKH đồng dạng ΔBCA (g-g).	0,25 đ
b	Ta có $\sin BAD = \sin KBC = \frac{KC}{BC}$	0,5 đ
	Mà ΔCKH đồng dạng $\Delta BCA \Rightarrow \frac{CK}{BC} = \frac{HK}{AC}$	0,25 đ
	$\Rightarrow \frac{HK}{AC} = \sin BAD \Rightarrow HK = AC \cdot \sin BAD$	0,25 đ
	Trong tam giác KBC vuông tại K có $KBC = 60^\circ$ và $BC = 8 \text{ cm}$ nên $KC = 4\sqrt{3} \text{ cm}, BK = 4\text{cm}.$	0,25 đ
c	Trong tam giác CHD vuông tại H có $CDH = 60^\circ$ và $DC = 6 \text{ cm}$ nên $CH = 3\sqrt{3} \text{ cm}, HD = 3\text{cm}.$	0,25 đ
	$\Rightarrow S_{\Delta ACK} = \frac{1}{2} AK \cdot CK = 20\sqrt{3} (\text{cm}^2),$	0,25 đ

		$\Rightarrow S_{\Delta ACH} = \frac{1}{2} AH \cdot CH = \frac{33\sqrt{3}}{2} (cm^2)$		Chú lời g khác đ/c diễn đ/cbr
		Vậy $S_{AKCH} = \frac{73\sqrt{3}}{2} (cm^2)$	0,25 đ	
Bài 5 (1 điểm)		Ta có $A = x^2 - x + \frac{1}{x} + 2013 = (x-1)^2 + (x+\frac{1}{x}) + 2012$	0,5 đ	
		$A \geq 0 + 2 + 2012 = 2014$. Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow x = 1$	0,25 đ	
		Vậy $A_{\min} = 2014$ khi $x = 1$.	0,25 đ	

ĐỀ 1925

SỞ GD&ĐT HÒA BÌNH

KÌ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 CHUYÊN NĂM HỌC 2013-2014

Đề chính thức

TRƯỜNG THPT CHUYÊN HOÀNG VĂN THỤ HÒA BÌNH

ĐỀ THI MÔN TOÁN

Ngày thi: 28/ 6/ 2013

Thời gian: 120 phút.

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM(2 điểm) (thí sinh không cần giải thích và không phải chép lại đề bài, hãy viết kết quả các bài toán sau vào tờ giấy thi)

1. Tam giác ABC vuông tại A, có cạnh BC bằng $\sqrt{7}$ cm, $ABC = 30^\circ$, Cạnh AB = ...
2. Giá trị của m để đường thẳng $y = -3x + m$ cắt đường thẳng $y = x$ tại 1 điểm có hoành độ bằng $\frac{1}{2}$ là...
3. Biểu thức $A = \sqrt{22 - 12\sqrt{2}}$ có giá trị rút gọn là...
4. Tập hợp nghiệm của phương trình $x(x + 1) + (x + 3)(x - 2) + 2 = 0$ là...

PHẦN II. TỰ LUẬN (8 điểm)

Bài 1: (2 điểm)

Cho phương trình $x^2 - (2m + 1)x - m^2 + m - 1 = 0$ (x là ẩn, m là tham số).

- Giải phương trình với $m = 1$.
- Chứng minh rằng phương trình luôn có 2 nghiệm trái dấu với mọi giá trị của m .

Bài 2: (2 điểm) Năm 2012, tổng số dân của 2 tỉnh A và B là 5 triệu người. Năm 2013, tổng số dân của 2 tỉnh A và B là 5 072 000 người. Biết tỷ lệ tăng dân số của tỉnh A là 2%; tỉnh B là 1%. Hỏi dân số của mỗi tỉnh năm 2013?

Bài 3: (3 điểm) Cho tam giác ABC cân tại A nội tiếp trong đường tròn (O). Các tiếp tuyến tại B và C của đường tròn (O) cắt nhau tại K. Kẻ đường kính AD. Chứng minh rằng:

- Ba điểm K, A, D thẳng hàng.
- Bốn điểm A, B, K, H cùng thuộc một đường tròn, với H là giao điểm của BD và AC.

c) KH song song với BC.

Bài 4: (1 điểm) Giả sử AD, BE và CF là các đường phân giác trong của tam giác ABC. Chứng minh rằng tam giác ABC đều khi và chỉ khi diện tích tam giác DEF bằng $\frac{1}{4}$ diện tích tam giác ABC.

..... Hết

Giải sơ lược

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM:

1. $AB = \frac{\sqrt{21}}{2} \text{ cm}$

2. $m = 2$

3. $3\sqrt{2} - 2$

4. $x = 1$ và $x = -2$

PHẦN II. TỰ LUẬN:

Bài 1.

a) Với $m = 1$ ta có PT: $x^2 - (2 \cdot 1 + 1)x - 1^2 + 1 - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3x - 1 = 0$ Giải PT ta có

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$$

c) Vì $a = 1 > 0$ và $c = -\left(m - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{3}{4} < 0$ với mọi giá trị của m nên PT đã cho luôn có 2 nghiệm trái dấu với mọi m .

Bài 2. Gọi số dân của tỉnh A và B năm 2013 lần lượt là x và y (triệu người)

ĐK: x, y nguyên dương

Thì ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 5 \\ \frac{102x}{100} + \frac{101y}{100} = 5,072 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 5 \\ 102x + 101y = 507,2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2,2 \\ y = 2,8 \end{cases}$

x, y thỏa ĐK

Vậy số dân của tỉnh A và B năm 2013 là: $2,2 \cdot \frac{102}{100} = 2,244$ triệu người

và $2,8 \cdot \frac{101}{100} = 2,8281$ triệu người.

Bài 3.

a) Ta có $AB = AC$; $OB = OC$;

$KB = KC \Rightarrow A, O, K$ nằm trên đường
trung trực của BC .

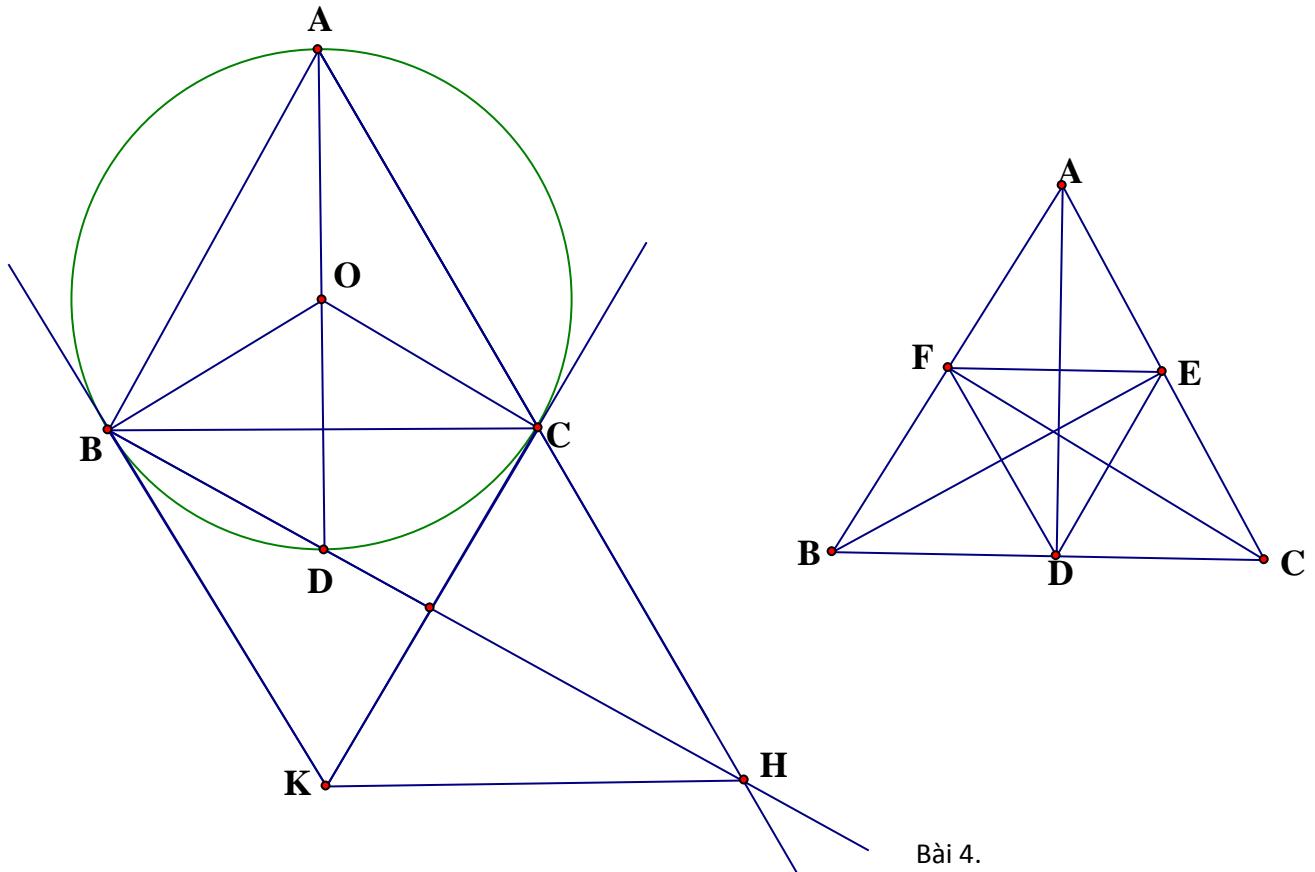
Mà D thuộc AD nên D cũng nằm trên
đường trung trực của $BC \Rightarrow A, K, D$
thẳng hàng.

b) Vì D nằm trên đường trung
trực của BC nên $AD \perp BC \Rightarrow$

$$DB = DC \Rightarrow KBH = KAH$$

\Rightarrow Tứ giác $BAKH$ nội tiếp

c) $KH // BC$ vì cùng vuông góc với BC .



Bài 4.

+ Chứng minh điều kiện cần: Cho Tam giác ABC đều, AD, BE và CF là các đường phân giác trong của tam giác ABC ta cần chứng minh: $\frac{S_{DEF}}{S_{ABC}} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$

Do tam giác ABC đều và AD, BE, CF là các đường phân giác của tam giác nên ta có

$$\frac{DE}{AB} = \frac{EF}{BC} = \frac{DF}{AC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \Delta DEF \text{ đồng dạng với } \Delta ABC \Rightarrow \frac{S_{DEF}}{S_{ABC}} = \left(\frac{DE}{AB}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

+ Chứng minh điều kiện đủ: Cho Tam giác ABC, AD, BE và CF là các đường phân giác trong của tam giác,

thỏa $\frac{S_{DEF}}{S_{ABC}} = \frac{1}{4}$, ta cần chứng minh: ΔABC là tam giác đều.

Đặt $BC = a; AC = b; AB = c (a, b, c > 0)$

Vì AD là phân giác BAC nên ta có $\frac{DB}{DC} = \frac{c}{b} \Rightarrow \frac{DB}{DB+DC} = \frac{c}{c+b} \Rightarrow \frac{DB}{a} = \frac{c}{c+b} \Rightarrow DB = \frac{ac}{c+b}$
 $\Leftrightarrow DC = a - DB = a - \frac{ac}{c+b} = \frac{ab}{c+b}$

Chứng minh tương tự ta có: $EC = \frac{ab}{a+c}$; $EA = \frac{bc}{a+c}$; $FA = \frac{bc}{a+b}$; $FB = \frac{ca}{a+b}$.

Ta có $\frac{S_{DEF}}{S_{ABC}} = \frac{S_{ABC} - S_{AEF} - S_{BDF} - S_{CDE}}{S_{ABC}} = 1 - \frac{S_{AEF}}{S_{ABC}} - \frac{S_{BDF}}{S_{ABC}} - \frac{S_{CDE}}{S_{ABC}} = 1 - \frac{AF \cdot AE}{AB \cdot AC} - \frac{BF \cdot BD}{BA \cdot BC} - \frac{CE \cdot CD}{CA \cdot CB} = \dots =$

$\frac{2abc}{(a+b)(b+c)(c+a)}$ theo giả thiết ta có: $\frac{2abc}{(a+b)(b+c)(c+a)} = \frac{1}{4}$

$\Leftrightarrow (a+b)(b+c)(c+a) = 8abc \Leftrightarrow a(b-c)^2 + b(c-a)^2 + c(b-a)^2 = 0$

$\Rightarrow a = b = c \Rightarrow \Delta ABC$ là tam giác đều.

Vậy

ĐỀ 1926

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NAM
 ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
 NĂM HỌC: 2013 – 2014

Môn: Toán (Chuyên Toán)

Thời gian làm bài: 150 phút (Không kể thời gian giao đề)

Bài 1. (2,0 điểm)

Cho biểu thức $M = \frac{2\sqrt{a}(\sqrt{a} + \sqrt{2a} - \sqrt{3b}) + \sqrt{3b}(2\sqrt{a} - \sqrt{3b}) - 2a\sqrt{a}}{a\sqrt{2} + \sqrt{3ab}}$

a) Tìm điều kiện của a và b để M xác định và rút gọn M .

b) Tính giá trị của M khi $a = 1 + 3\sqrt{2}$, $b = 10 + \frac{11\sqrt{8}}{3}$

Bài 2. (2,0 điểm)

Cho phương trình $x^3 - 5x^2 + (2m + 5)x - 4m + 2 = 0$, m là tham số.

a) Tìm điều kiện của m để phương trình có ba nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3 .

b) Tìm giá trị của m để $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 11$.

Bài 3. (1,0 điểm)

Cho số nguyên dương n và các số $A = \underbrace{444\dots4}_{2n}$ (A gồm $2n$ chữ số 4); $B = \underbrace{888\dots8}_n$ (B gồm n chữ số 8). Chứng minh rằng $A + 2B + 4$ là số chính phương.

Bài 4. (4,0 điểm)

Cho đường tròn (O), đường thẳng d cắt (O) tại hai điểm C và D. Từ điểm M tuỳ ý trên d kẻ các tiếp tuyến MA và MB với (O) (A và B là các tiếp điểm). Gọi I là trung điểm của CD.

- Chứng minh tứ giác MAIB nội tiếp.
- Các đường thẳng MO và AB cắt nhau tại H. Chứng minh H thuộc đường tròn ngoại tiếp $\triangle COD$.
- Chứng minh rằng đường thẳng AB luôn đi qua một điểm cố định khi M thay đổi trên đường thẳng d.
- Chứng minh $\frac{MD}{MC} = \frac{HA^2}{HC^2}$

Bài 5. (1,0 điểm)

Cho ba số thực $a, b, c > 0$ thoả mãn $a + b + c = 2013$.

Chứng minh $\frac{a}{a + \sqrt{2013a + bc}} + \frac{b}{b + \sqrt{2013b + ca}} + \frac{c}{c + \sqrt{2013c + ab}} \leq 1$.

Dấu đẳng thức xảy ra khi nào?

HẾT

Họ tên thí sinh:..... Số báo danh:.....

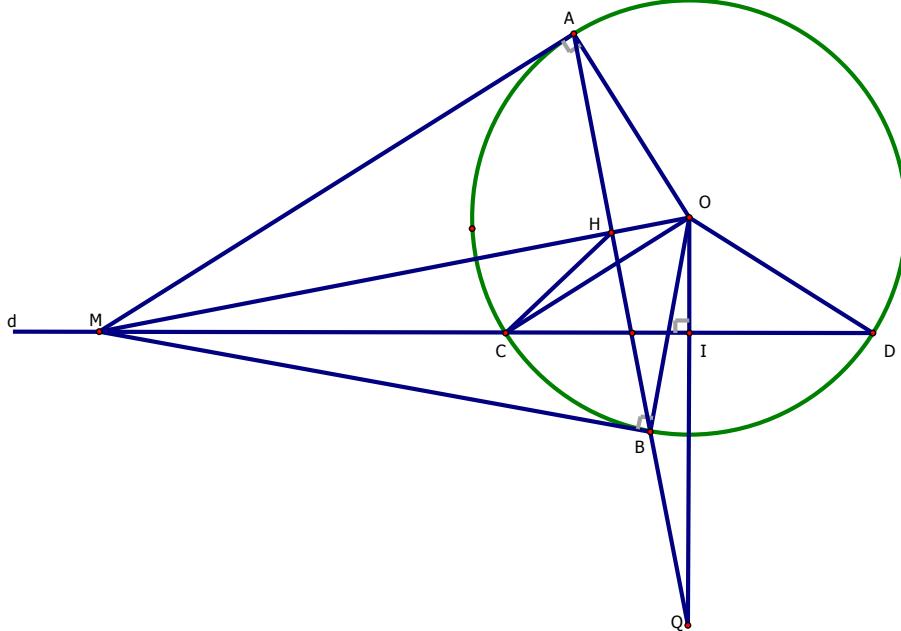
Chữ ký của giám thị số 1:..... Chữ ký của giám thị số 2:.....

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ NAM

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT NĂM HỌC: 2013 – 2014 Môn: Toán (Chuyên Toán) HƯỚNG DẪN CHẤM (Hướng dẫn này gồm 4 trang)

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1 (2,0 đ)	a) $M = \frac{2\sqrt{a}(\sqrt{a} + \sqrt{2a} - \sqrt{3b}) + \sqrt{3b}(2\sqrt{a} - \sqrt{3b}) - 2a\sqrt{a}}{a\sqrt{2} + \sqrt{3ab}}$	
	ĐK xác định của M: $\begin{cases} a, b \geq 0 \\ a \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ b \geq 0 \end{cases}$	0,25
	$M = \frac{2a + 2a\sqrt{2} - 2\sqrt{3ab} + 2\sqrt{3ab} - 3b - 2a\sqrt{2}}{a\sqrt{2} + \sqrt{3ab}}$	0,25
	$= \frac{2a - 3b}{a\sqrt{2} + \sqrt{3ab}} = \frac{(\sqrt{2a} + \sqrt{3b})(\sqrt{2a} - \sqrt{3b})}{\sqrt{a}(\sqrt{2a} + \sqrt{3b})} = \frac{\sqrt{2a} - \sqrt{3b}}{\sqrt{a}}$	0,5
	b) Ta có $M = \sqrt{2} - \sqrt{\frac{3b}{a}}$ với $a = 1 + 3\sqrt{2}$, $b = 10 + \frac{11\sqrt{8}}{3}$	0,25

	$\Rightarrow \frac{3b}{a} = \frac{30+22\sqrt{2}}{1+3\sqrt{2}} = \frac{(30+22\sqrt{2})(3\sqrt{2}-1)}{(1+3\sqrt{2})(3\sqrt{2}-1)} = \frac{102+68\sqrt{2}}{17}$	0,25
	Vậy $\sqrt{\frac{3b}{a}} = \sqrt{6+4\sqrt{2}} = \sqrt{(2+\sqrt{2})^2} = 2+\sqrt{2}$	0,25
	Từ đó $M = \sqrt{2} - (2 + \sqrt{2}) = -2$	0,25
Câu 2 (2,0 đ)	a) $x^3 - 5x^2 + (2m+5)x - 4m + 2 = 0$ (1)	
	$\Leftrightarrow (x-2)(x^2 - 3x + 2m-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x^2 - 3x + 2m-1 = 0 (*) \end{cases}$ Nếu $\begin{cases} x=2 \\ x^2 - 3x + 2m-1 = 0 \end{cases}$ trừ 0,25 điểm	0,25
	Để (1) có ba nghiệm phân biệt thì pt (*) có hai nghiệm phân biệt khác 2	0,25
	Điều kiện là $\begin{cases} \Delta > 0 \\ 4-6+2m-1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 13-8m > 0 \\ 2m \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{3}{2} \neq m < \frac{13}{8}$	0,5
	b) Ta có ba nghiệm phân biệt của phương trình (1) là $x_1 = 2$; x_2 ; x_3 trong đó x_2 ; x_3 là hai nghiệm phân biệt của pt (*)	0,25
	Khi đó $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 11 \Leftrightarrow 4 + (x_2 + x_3)^2 - 2x_2x_3 = 11 \Leftrightarrow (x_2 + x_3)^2 - 2x_2x_3 = 7$ (**)	0,25
	áp dụng định lý Vi-ét đối với pt (*) ta có $\begin{cases} x_2 + x_3 = 3 \\ x_2 \cdot x_3 = 2m-1 \end{cases}$ (0,25 đ)	0,5
	Vậy (***) $\Leftrightarrow 9 - 2(2m-1) = 7 \Leftrightarrow m = 1$ (thoả mãn ĐK)	
	Vậy $m = 1$ là giá trị cần tìm.	
	Ta có $A = \underbrace{444\dots4}_{2n} = \underbrace{444\dots4}_{n} \underbrace{000\dots0}_{n} + \underbrace{444\dots4}_{n} = \underbrace{444\dots4}_{n} \cdot (10^n - 1) + \underbrace{888\dots8}_{n}$	0,25
Câu 3 (1,0 đ)	$= 4 \underbrace{111\dots1}_{n} \underbrace{999\dots9}_{n} + B = 4 \underbrace{111\dots1}_{n} \cdot 9 \underbrace{111\dots1}_{n} + B = \left(6 \underbrace{111\dots1}_{n} \right)^2 + B$	0,25
	$= \left(\frac{3}{4} \cdot \underbrace{888\dots8}_{n} \right)^2 + B = \left(\frac{3}{4} B \right)^2 + B$	0,25
	Khi đó	
	$A + 2B + 4 = \left(\frac{3}{4} B \right)^2 + B + 2B + 4 = \left(\frac{3}{4} B \right)^2 + 2 \cdot \frac{3}{4} B \cdot 2 + 4 = \left(\frac{3}{4} B + 2 \right)^2$ $= \left(\frac{3}{4} \cdot \underbrace{888\dots8}_{n} + 2 \right)^2 = \left(3 \underbrace{222\dots2}_{n} + 2 \right)^2 = \left(\underbrace{666\dots68}_{n-1} \right)^2$	0,25
	Ta có điều phải chứng minh.	



Câu 4
(4,0 đ)

a) MA, MB là các tiếp tuyến của (O)

$$\Rightarrow MAO = MBO = 90^\circ$$

0,25

I là trung điểm của CD $\Rightarrow OI \perp CD \Rightarrow MIO = 90^\circ$

0,25

$\Rightarrow A, I, B$ cùng thuộc đường tròn đường kính MO

0,25

\Rightarrow Tứ giác MAIB nội tiếp đường tròn đường kính MO.

b) MA = MB (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

$$OA = OB$$

0,25

$\Rightarrow MO$ là đường trung trực của AB

$$\Rightarrow MO \perp AB$$

0,25

$$\Rightarrow MH \cdot MO = MB^2 \text{ (hệ thức lượng trong tam giác vuông) (1)}$$

$$MBC = MBD = \frac{1}{2} \text{ sđ } BC$$

0,25

$$\Rightarrow \Delta MBC \sim \Delta MDB \text{ (g.g)}$$

$$\Rightarrow \frac{MB}{MC} = \frac{MD}{MB} \Rightarrow MC \cdot MD = MB^2 \text{ (2)}$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow MH \cdot MO = MC \cdot MD$$

0,25

$$\Rightarrow \frac{MC}{MH} = \frac{MO}{MD} \Rightarrow \Delta MCH \sim \Delta MOD \text{ (c.g.c)}$$

$$\Rightarrow MHC = MDO$$

0,25

\Rightarrow tứ giác CHOD nội tiếp

0,25

$\Rightarrow H$ thuộc đường tròn ngoại tiếp ΔCOD .

c) Gọi Q là giao điểm của AB và OI

0,25

Hai tam giác vuông MIO và QHO có IOH chung

0,25

$$\Rightarrow \Delta MIO \sim \Delta QHO$$

	$\Rightarrow \frac{MO}{OI} = \frac{OQ}{OH}$ $\Rightarrow OQ = \frac{MO \cdot OH}{OI} = \frac{OA^2}{OI} = \frac{R^2}{OI}$ <p>(R là bán kính (O) không đổi)</p>	0,25
	<p>O, I cố định \Rightarrow độ dài OI không đổi</p> <p>\Rightarrow lại có Q thuộc tia OI cố định</p> <p>\Rightarrow Q là điểm cố định \Rightarrow đpcm.</p>	0,5
	<p>d) $AHC = 90^\circ + MHC = 90^\circ + ODC = 90^\circ + \frac{180^\circ - COD}{2}$ (ΔCOD cân tại O)</p> $= 180^\circ - \frac{1}{2} COD = \frac{1}{2} (360^\circ - sdCBCB) = \frac{1}{2} sdCAD$ $= CBD \quad (3)$	0,25
	<p>$CAH = CDB \quad (4)$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung BC)</p> <p>Từ (3) và (4) $\Rightarrow \Delta AHC \sim \Delta DBC(g.g)$</p> $\Rightarrow \frac{HA}{HC} = \frac{BD}{BC} \quad (5)$	0,25
	<p>$\Delta MBC \sim \Delta MDB(g.g)$ (chứng minh trên)</p> $\Rightarrow \frac{MD}{MB} = \frac{MB}{MC} = \frac{BD}{BC}$ $\Rightarrow \left(\frac{BD}{BC} \right)^2 = \frac{MD}{MB} \cdot \frac{MB}{MC} = \frac{MD}{MC} \quad (6)$	0,25
	<p>Từ (5) và (6) $\Rightarrow \frac{MD}{MB} = \frac{HA^2}{HC^2}$</p>	0,25
Câu 5 (1,0 đ)	<p>Ta có $2013a + bc = (a + b + c)a + bc = a^2 + ab + ac + bc = a^2 + bc + a(b + c)$</p> <p>Theo BĐT Cô-Si cho hai số dương ta có $a^2 + bc \geq 2a\sqrt{bc}$. Từ đó</p> $a^2 + bc + a(b + c) \geq 2a\sqrt{bc} + a(b + c) = a(b + c + 2\sqrt{bc}) = a(\sqrt{b} + \sqrt{c})^2$	0,25
	<p>Vậy $\frac{a}{a + \sqrt{2013a + bc}} \leq \frac{a}{a + \sqrt{a(\sqrt{b} + \sqrt{c})^2}} = \frac{a}{\sqrt{a}(\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c})} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}}$ (1)</p>	0,25
	<p>Chứng minh tương tự được</p> $\frac{b}{b + \sqrt{2013b + ca}} \leq \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}} \quad (2) \text{ và } \frac{c}{c + \sqrt{2013c + ba}} \leq \frac{\sqrt{c}}{\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}} \quad (3)$	0,25
	<p>Cộng từng vế của (1); (2); (3) ta được</p> $\frac{a}{a + \sqrt{2013a + bc}} + \frac{b}{b + \sqrt{2013b + ca}} + \frac{c}{c + \sqrt{2013c + ab}} \leq \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}}{\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c}} = 1$	0,25

	Dùu “=” xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = bc \\ b^2 = ca \\ c^2 = ab \\ a + b + c = 2013 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = c = 671$	0,25
--	---	------

ĐỀ 1927**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
LANG SƠN****KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2013 – 2014****ĐỀ CHÍNH THỨC****Môn thi: TOÁN (Dành cho lớp chuyên)**

Thời gian làm bài 150 phút (không kể thời gian giao đề)
Đề thi gồm có 1 trang, 5 câu

Câu 1 (2 điểm)

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d): $y = 2x - m + 1$ và parabol (P): $y = -x^2$.

- a. Tìm m để đường thẳng (d) đi qua điểm $(1; 2)$;
- b. Giả sử đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$.
Tìm m để $(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 = 25$.

Câu 2 (2 điểm)

- a. Giải hệ phương trình $\begin{cases} \frac{3x}{x-1} - \frac{2y}{y+1} = 2 \\ \frac{2x}{x-1} + \frac{3y}{y+1} = 10 \end{cases}$;

b. Tìm x, y thỏa mãn $x - y + 1 = 2\sqrt{x-y} - \sqrt{x-2}$.

Câu 3 (2 điểm)

- a. Cho tam giác ABC vuông tại A, điểm M di động trên cạnh BC, gọi D, E lần lượt là hình chiếu của M trên AB, AC. Tìm vị trí điểm M để DE có độ dài nhỏ nhất.
- b. Với x là số thực. Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức $A = \frac{3x+4}{x^2+1}$.

Câu 4 (3 điểm)

Cho đường tròn đường kính AB; C là một điểm trên đường tròn (C khác A, B). Gọi I là giao điểm ba đường phân giác trong của tam giác ABC, các tia AI, CI lần lượt cắt đường tròn tại D, E.

- a. Chứng minh tam giác EAI cân;
- b. Chứng minh: IC.IE = IA.ID;
- c. Giả sử biết BI = a, AC = b. Tính AB theo a, b.

Câu 5 (1 điểm)

Chứng minh trong các số có dạng 20142014 ... 2014 có số chia hết cho 2013.

Hết

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
LANG SƠN**

**KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2013 – 2014**

Môn thi: TOÁN (Dành cho lớp chuyên)

HDC CHÍNH THỨC

Hướng dẫn chấm gồm có 2 trang

Chú ý:

- Học sinh có thể giải theo những cách khác nhau, nếu đúng thì giám khảo vẫn cho điểm tối đa ứng với phần đó
- Đối với bài hình học: Nếu học sinh không vẽ hình hoặc vẽ hình sai hẳn, không cho điểm;
- Điểm của bài thi không làm tròn, để lẻ đến 0,25 điểm.

Câu	Ý	Nội dung trình bày	Điểm
Câu 1 2 điểm	a	Đường thẳng (d) đi qua điểm (1; 2) $\Leftrightarrow 2 = 2.1 - m + 1$	0,5
		Vậy: $m = 1$	0,5
	b	Đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow x^2 + 2x - m + 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' = m > 0$	0,25
		Theo Định lí Viet: $x_1 + x_2 = -2$, $x_1 x_2 = -m + 1$	0,25
		Có: $y_1 = 2x_1 - m + 1$, $y_2 = 2x_2 - m + 1 \Rightarrow y_1 - y_2 = 2(x_1 - x_2)$ Nên: $25 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 = 5(x_1 - x_2)^2 \Rightarrow (x_1 - x_2)^2 = 5$	0,25
		Hay: $(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 = 5 \Rightarrow 4 - 4(-m + 1) = 5 \Rightarrow m = 5/4$ (t/m)	0,25
Câu 2 2 điểm	a	Đặt $u = \frac{x}{x-1}$; $v = \frac{y}{y+1}$	0,25
		Khi đó có hệ: $\begin{cases} 3u - 2v = 2 \\ 2u + 3v = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9u - 6v = 6 \\ 4u + 6v = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = 2 \\ v = 2 \end{cases}$	0,25
		Từ: $\frac{x}{x-1} = 2 \Rightarrow x = 2$; $\frac{y}{y+1} = 2 \Rightarrow y = -2$	0,25
		Vậy hệ có nghiệm (2; -2)	0,25

	b	<p>Ta có: $x - y + 1 = 2\sqrt{x-y} - \sqrt{x-2} \Leftrightarrow x - y + 1 - 2\sqrt{x-y} + \sqrt{x-2} = 0$.</p> <p>Hay: $(\sqrt{x-y} - 1)^2 + \sqrt{x-2} = 0$.</p> <p>Suy ra: $(\sqrt{x-y} - 1)^2 = \sqrt{x-2} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x-y} - 1 = \sqrt{x-2} = 0$.</p> <p>Vì vậy có: $x = 2; y = 1$.</p>	0,25
Câu 3 2 điểm	a	<p>Do: $\angle ADM = \angle AEM = \angle DAE = 90^\circ$ nên $\triangle ADM$ là hình chữ nhật</p> <p>Nên: $DE = AM$</p> <p>DE nhỏ nhất $\Leftrightarrow AM$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow AM \perp BC$</p> <p>Vì vậy: M là chân đường cao hạ từ A</p>	0,25 0,25 0,25 0,25
	b	$A = \frac{3x+4}{x^2+1} \Leftrightarrow A(x^2+1) = 3x+4 \Leftrightarrow Ax^2 - 3x + A - 4 = 0$, (*) có nghiệm x <p>Nếu $A = 0$ từ (*) có: $x = -4/3$</p> <p>Nếu $A \neq 0$ có: $\Delta = 9 - 4A(A-4) = -4(A-2)^2 + 25 \geq 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq A \leq \frac{9}{2}$</p> <p>Vậy: $\min A = -\frac{1}{2}$ khi $x = \frac{-b}{2a} = -3$; $\max A = \frac{9}{2}$ khi $x = \frac{1}{3}$</p>	0,25 0,25 0,25 0,25
Câu 4 3 điểm	a	<p>Vẽ hình để chứng minh a</p> <p>Do AD, CE là các đường phân giác nên: $DC = DB, EB = EA$</p> <p>Do đó: $DC + EA = DB + EB$</p> <p>Suy ra: $\angle AIE = \angle IAE$</p> <p>Vậy: tam giác EAI cân tại E</p>	0,25 0,25 0,25 0,25
	b	<p>Ta có: $\angle AIE = \angle CID$ (đối đỉnh)</p> <p>$\angle EAI = \angle DCI$ (cùng chắn cung DE)</p> <p>Do đó: $\triangle ICD \sim \triangle IAE$.</p> <p>Suy ra: $\frac{IC}{IA} = \frac{ID}{IE} \Rightarrow IC \cdot IE = IA \cdot ID$</p>	0,25 0,25 0,25 0,25
	c	<p>AC cắt BD tại F. Do AD vừa là đường phân giác vừa là đường cao nên $\triangle ABF$ cân. Do đó $AF = AB = x > 0$</p> <p>Do: $\angle DIB = \angle IBA + \angle IAB = 45^\circ$ nên $\triangle BID$ vuông cân</p>	0,25 0,25

	<p>suy ra: $DB = a/\sqrt{2} \Rightarrow BF = a\sqrt{2}$</p> <p>Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ACB và BCF có:</p> $BC^2 = AB^2 - AC^2 = BF^2 - CF^2 \text{ hay: } x^2 - b^2 = 2a^2 - (x - b)^2 \Leftrightarrow x^2 - bx - a^2 = 0$ <p>Có: $x = \frac{b - \sqrt{b^2 + 4a^2}}{2}$ (loại), $x = \frac{b + \sqrt{b^2 + 4a^2}}{2}$. Vậy $AB = \frac{b + \sqrt{b^2 + 4a^2}}{2}$</p>	0,25
Câu 5	Ta xét 2014 số khác nhau có dạng 20142014...2014 = a_n , có n bộ 2014. $n \in \mathbb{N}^*$ Trong 2014 số này có ít nhất hai số khi chia cho 2013 có cùng số dư.	0,25
1 điểm	Giả sử 2 số đó là a_i, a_j ($j > i$). Khi đó $a_j - a_i \vdots 2013$ hay: $\underbrace{20142014...2014}_{j \text{ số } 2014} - \underbrace{20142014...2014}_{i \text{ số } 2014} = \underbrace{20142014...2014}_{j-i \text{ số } 2014} \underbrace{0000...0000}_{4i \text{ số } 0} \vdots 2013$	0,25
	Số có dạng $20142014...2014 \cdot 10^{4i} \vdots 2013$ Vì $\text{UCLN}(10, 2013) = 1$ nên $\text{UCLN}(10^n, 2013) = 1$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$	0,25
	Vậy: có số dạng 20142014...2014 chia hết cho 2013	0,25

ĐỀ 1928SỞ GD & ĐT QUẢNG BÌNH**KÝ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2013 - 2014****ĐỀ CHÍNH THỨC***Khoá ngày 26 - 06 - 2013**Môn : TOÁN (CHUYÊN)*SBD: *Thời gian làm bài : 150 phút (không kể thời gian giao đề)***Đề thi gồm có 01 trang****Câu 1 (2,0 điểm): Rút gọn các biểu thức sau:**

a) $A = (5 + \sqrt{21})(\sqrt{14} - \sqrt{6})\sqrt{5 - \sqrt{21}}$

b) $B = \frac{\sqrt{\sqrt{5}+2} + \sqrt{\sqrt{5}-2}}{\sqrt{2}} - \sqrt{\sqrt{5}+1}$

Câu 2 (2,0 điểm):

a) Giải phương trình: $(\sqrt{x+4} - 2)(\sqrt{4-x} + 2) = -2x$

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 - x + y^2 - 2y = 19 \\ xy(x-1)(2-y) = 20 \end{cases}$

Câu 3 (1,5 điểm): Cho $x, y, z > 0$ thoả mãn $x + y + z = 3$.

$$\text{Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: } P = \frac{x^2}{y+3z} + \frac{y^2}{z+3x} + \frac{z^2}{x+3y}$$

Câu 4 (3,5 điểm): Cho điểm A cố định nằm ngoài đường tròn (O; R) cố định. Từ điểm A kẻ đường thẳng d bất kỳ không đi qua O, cắt đường tròn (O) tại B, C (B nằm giữa A và C). Các tiếp tuyến của đường tròn (O) tại B, C cắt nhau tại D. Kẻ DH vuông góc với AO tại H; DH cắt cung nhỏ BC tại M. Gọi I là giao điểm của DO và BC.

- a) Chứng minh năm điểm B, C, D, H, O nằm trên một đường tròn.
- b) Chứng minh đường thẳng AM là tiếp tuyến của đường tròn (O).
- c) Chứng minh tích HB.HC không đổi khi đường thẳng d quay quanh điểm A.

Câu 5 (1,0 điểm): Chứng minh $N = 2012^{4n} + 2013^{4n} + 2014^{4n} + 2015^{4n}$ không phải là số chính phương với mọi n là số nguyên dương.

HƯỚNG DẪN VÀ ĐÁP ÁN CHẤM
ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2013 - 2014
Môn: TOÁN CHUYÊN
Khóa ngày 26 - 06 - 2013

* Đáp án chỉ trình bày một lời giải cho mỗi câu. Trong bài làm của học sinh yêu cầu phải lập luận lôgic chặt chẽ, đầy đủ, rõ ràng.

- * Trong mỗi câu, nếu học sinh giải sai ở bước giải trước thì cho điểm 0 đối với những bước giải sau có liên quan.
- * Điểm thành phần của mỗi câu nói chung phân chia đến 0.25 điểm. Đối với điểm thành phần là 0.5 điểm thì tùy tổ giám khảo để chia thành từng 0.25 điểm.
- * Học sinh không vẽ hình đối với Câu 4 thì cho điểm 0 đối với Câu 4. Trường hợp học sinh có vẽ hình, nếu vẽ sai ở cho điểm 0 ở ý đó.
- * Học sinh có lời giải khác đáp án (nếu đúng) vẫn cho điểm tối đa tùy theo mức điểm của từng câu.
- * Điểm của toàn bài là tổng (không làm tròn số) của điểm tất cả các câu.

Câu	Nội dung	Điểm
1		2,0 điểm
1a	$A = (5 + \sqrt{21})(\sqrt{14} - \sqrt{6})\sqrt{5 - \sqrt{21}} = \sqrt{5 + \sqrt{21}}(\sqrt{14} - \sqrt{6})\sqrt{5 + \sqrt{21}}\sqrt{5 - \sqrt{21}}$	0,25
	$= \sqrt{2}\sqrt{5 + \sqrt{21}}(\sqrt{7} - \sqrt{3}).2 = \sqrt{10 + 2\sqrt{21}}(\sqrt{7} - \sqrt{3}).2$	0,5
	$= \sqrt{(\sqrt{7} + \sqrt{3})^2}(\sqrt{7} - \sqrt{3}).2 = (\sqrt{7} + \sqrt{3})(\sqrt{7} - \sqrt{3}).2 = 8$	0,25
1b	$Ta có: \left(\frac{\sqrt{\sqrt{5}+2} + \sqrt{\sqrt{5}-2}}{\sqrt{2}} \right)^2 = \frac{\sqrt{5}+2 + \sqrt{5}-2 + 2\sqrt{\sqrt{5}+2}.\sqrt{\sqrt{5}-2}}{2}$	0,5

	$= \frac{2(\sqrt{5}+1)}{2} = \sqrt{5} + 1$ <i>Suy ra B = 0</i>	0,25 0,25
2		2,0 điểm
	ĐK: $-4 \leq x \leq 4$	0,25
	$(\sqrt{x+4} - 2)(\sqrt{4-x} + 2) = -2x \Leftrightarrow \frac{x(\sqrt{4-x} + 2)}{(\sqrt{x+4} + 2)} = -2x$	0,25
2a	$\Leftrightarrow x[\sqrt{4-x} + 2 + 2(\sqrt{x+4} + 2)] = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow x = 0$ (<i>vì</i> $\sqrt{4-x} + 2 + 2(\sqrt{x+4} + 2) > 0$) Kết luận $x=0$	0,25
	Ta có: $\begin{cases} x^2 - x + y^2 - 2y = 19 \\ xy(x-1)(2-y) = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x + y^2 - 2y = 19 \\ (x^2 - x)(y^2 - 2y) = -20 \end{cases}$ Đặt $a = x^2 - x$; $b = y^2 - 2y$. Ta có $\begin{cases} a + b = 19 \\ ab = -20 \end{cases}$	0,25
2b	Do đó a, b là hai nghiệm của phương trình $t^2 - 19t - 20 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = 20 \end{cases}$	0,25
	TH1: $\begin{cases} a = -1 \\ b = 20 \end{cases}$, ta có $\begin{cases} x^2 - x = -1 \\ y^2 - 2y = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x + 1 = 0 \\ y^2 - 2y - 20 = 0 \end{cases}$ (<i>vô nghiệm</i>)	0,25
	TH2: $\begin{cases} a = 20 \\ b = -1 \end{cases}$, ta có $\begin{cases} x^2 - x = 20 \\ y^2 - 2y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x - 20 = 0 \\ y^2 - 2y + 1 = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 1 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x = -4 \\ y = 1 \end{cases}$	0,25
	Vậy hệ phương trình có nghiệm $(5; 1)$ hoặc $(-4; 1)$	
3		1,5

	<p>Ta có: $\frac{x^2}{y+3z} + \frac{y+3z}{16} \geq 2 \cdot \sqrt{\frac{x^2}{y+3z} \cdot \frac{y+3z}{16}} = \frac{1}{2}x$</p> <p>$\frac{y^2}{z+3x} + \frac{z+3x}{16} \geq \frac{1}{2}y; \quad \frac{z^2}{x+3y} + \frac{x+3y}{16} \geq \frac{1}{2}z$</p> <p>Suy ra $P + \frac{y+3z+z+3x+x+3y}{16} \geq \frac{x+y+z}{2}$</p> $\Rightarrow P \geq \frac{x+y+z}{4} = \frac{3}{4}$ <p>GTNN của P là $\frac{3}{4}$ khi $x=y=z=1$</p>	0,5 0,5 0,25 0,25
4	Hình vẽ để chứng minh câu a cho 0,5	3,5 điểm
4a		0,5
4a	<p>Ta có: $DBO = DCO = 90^\circ$ (DB, DC là tiếp tuyến)</p> $DHO = 90^\circ$ ($DH \perp AO$) <p>Vậy ba điểm B, C, H nằm trên đường tròn đường kính DO hay năm điểm B, C, D, O, H nằm trên một đường tròn.</p>	0,25 0,25 0,5
4b	<p>Ta có $DO \perp BC$ tại I. Hai tam giác vuông OIA và OHD đồng dạng (có AOD chung).</p> <p>Suy ra $\frac{OI}{OH} = \frac{OA}{OD} \Rightarrow OI \cdot OD = OA \cdot OH$</p>	0,25 0,25

	<p><i>Trong tam giác vuông OBD, ta có $OI \cdot OD = OB^2 = OM^2$</i></p> <p><i>Do đó, $OA \cdot OH = OM^2 \Rightarrow \frac{OA}{OM} = \frac{OM}{OH}$</i></p>	0,25
	<p><i>Tam giác OMA và tam giác OHM có $\frac{OA}{OM} = \frac{OM}{OH}$ và $\angle MOH$ chung nên chúng đồng dạng. Suy ra $\angle OMA = 90^\circ$ nên AM là tiếp tuyến của đường tròn (O).</i></p>	0,25
4c	<p><i>Ta có $BHM = MHC$ (chắn hai cung DB, DC bằng nhau)</i></p> <p>$BHM = MBD + MDB = MCB + HCB = MCH$</p> <p><i>Suy ra hai tam giác BHM và MHC đồng dạng.</i></p> <p><i>Do đó $\frac{BH}{MH} = \frac{HM}{HC} \Rightarrow HB \cdot HC = MH^2$</i></p> <p><i>Do A, (O) cố định nên M, H cố định nên $HB \cdot HC = MH^2$ không đổi.</i></p>	0,25
		0,25
		0,25
		0,25
		1,0 điểm
5	<p><i>Ta có: 2012^4 có chữ số tận cùng bằng 6 nên 2012^{4n} có chữ số tận cùng bằng 6.</i></p> <p><i>2013^4 có chữ số tận cùng bằng 1 nên 2013^{4n} có chữ số tận cùng bằng 1.</i></p> <p>2014^2 có chữ số tận cùng bằng 6 nên 2014^{4n} có chữ số tận cùng bằng 6.</p> <p>2015^{4n} có chữ số tận cùng bằng 5.</p> <p><i>Do đó, $N = 2012^{4n} + 2013^{4n} + 2014^{4n} + 2015^{4n}$ có chữ số tận cùng bằng 8.</i></p> <p><i>Mặt khác, không có số chính phương nào có chữ số tận cùng bằng 8. Vậy N không phải là số chính phương.</i></p>	0,25
		0,25
		0,25
		0,25

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HẢI DƯƠNG**

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

ĐỀ 1929

**KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN
NGUYỄN TRÃI NĂM HỌC 2013- 2014**

Môn thi: TOÁN (chung)

Thời gian làm bài: 120 phút

Ngày thi 19 tháng 6 năm 2013

Câu I: (2,0 điểm)

1) Giải phương trình $(2x + 1)^2 + (x - 3)^2 = 10$

2) Xác định các hệ số m và n biết hệ phương trình $\begin{cases} 3x - my = 5 \\ mx + 2ny = 9 \end{cases}$ có nghiệm (1; -2)

Câu II: (2,0 điểm)

1) Rút gọn biểu thức $A = \frac{x-2\sqrt{x}+3}{x\sqrt{x}+1} + \frac{\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}+1}$ với $x \geq 0$

2) Hai người thợ quét sơn một ngôi nhà. Nếu họ cùng làm thì trong 6 ngày xong việc. Nếu họ làm riêng thì người thợ thứ nhất hoàn thành công việc chậm hơn người thợ thứ hai là 9 ngày. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi người thợ phải làm trong bao nhiêu ngày để xong việc.

Câu III: (2,0 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + 2m - 5 = 0$

1) Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm $x_1; x_2$ với mọi m.

2) Tìm các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm $x_1; x_2$ thỏa mãn điều kiện:

$$(x_1^2 - 2mx_1 + 2m - 1)(x_2^2 - 2mx_2 + 2m - 1) < 0$$

Câu IV: (3,0 điểm)

Cho ba điểm A, B, C cố định và thẳng hàng theo thứ tự đó. Đường tròn (O; R) thay đổi đi qua B và C sao cho O không thuộc BC. Từ điểm A vẽ hai tiếp tuyến AM và AN với đường tròn (O). Gọi I là trung điểm của BC, E là giao điểm của MN và BC, H là giao điểm của đường thẳng OI và đường thẳng MN.

1) Chứng minh bốn điểm M, N, O, I cùng thuộc một đường tròn.

2) Chứng minh $OI \cdot OH = R^2$.

3) Chứng minh đường thẳng MN luôn đi qua một điểm cố định.

Câu V: (1,0 điểm)

Cho tam giác ABC có chu vi bằng 2. Ký hiệu a, b, c là độ dài ba cạnh của tam giác.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = \frac{a}{b+c-a} + \frac{4b}{c+a-b} + \frac{9c}{a+b-c}$.

----- Kết -----

Họ và tên thí sinh : Số báo danh

Chữ ký của giám thị 1: Chữ ký của giám thị 2:

Hướng dẫn câu III:

2) Phương trình có hai nghiệm $x_1; x_2$ nên

$$\begin{cases} x_1^2 - 2(m-1)x_1 + 2m - 5 = 0 \\ x_2^2 - 2(m-1)x_2 + 2m - 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1^2 - 2mx_1 + 2m - 1 = 4 - 2x_1 \\ x_2^2 - 2mx_2 + 2m - 1 = 4 - 2x_2 \end{cases}$$

Theo định lí Vi-et ta có : $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m - 2 \\ x_1 \cdot x_2 = 2m - 5 \end{cases}$

Theo bài ra ta có :

$$(x_1^2 - 2mx_1 + 2m - 1)(x_2^2 - 2mx_2 + 2m - 1) < 0$$

$$\Leftrightarrow (4 - 2x_1) \cdot (4 - 2x_2) < 0$$

$$\Leftrightarrow 16 - 8(x_1 + x_2) + 4x_1 x_2 < 0$$

$$\Leftrightarrow 16 - 8(2m - 2) + 4(2m - 5) < 0$$

$$\Leftrightarrow m > \frac{3}{2}$$

Hướng dẫn câu IVc :

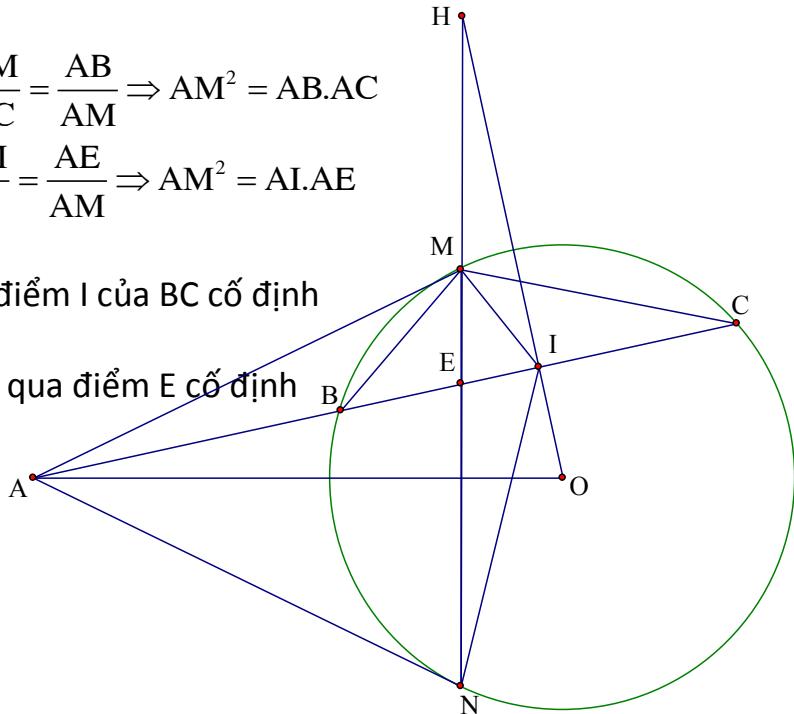
$$+ \Delta AMB \sim \Delta ACM (\text{g-g}) \Rightarrow \frac{AM}{AC} = \frac{AB}{AM} \Rightarrow AM^2 = AB \cdot AC$$

$$+ \Delta AME \sim \Delta AIM (\text{g-g}) \Rightarrow \frac{AM}{AI} = \frac{AE}{AM} \Rightarrow AM^2 = AI \cdot AE$$

$$\Rightarrow AB \cdot AC = AI \cdot AE (*)$$

Do A, B, C cố định nên trung điểm I của BC cố định
nên từ (*) suy ra E cố định.

Vậy đường thẳng MN luôn đi qua điểm E cố định



Hướng dẫn giải câu V:

Với a, b, c là độ dài ba cạnh của tam giác có chu vi bằng 2 nên $a + b + c = 2$.
Đặt $b + c - a = x; c + a - b = y; a + b - c = z$ do a, b, c là độ dài ba cạnh của tam giác nên $x, y, z > 0$.

Suy ra $x + y + z = 2$ (do $a + b + c = 2$) và $a = \frac{y+z}{2}; b = \frac{x+z}{2}; c = \frac{x+y}{2}$.

$$\begin{aligned} \text{Khi đó } S &= \frac{y+z}{2x} + \frac{4(x+z)}{2y} + \frac{9(x+y)}{2z} = \frac{1}{2} \left[\frac{y+z}{x} + \frac{4(x+z)}{y} + \frac{9(x+y)}{z} \right] \\ &= \frac{1}{2} \left[\left(\frac{y}{x} + \frac{4x}{y} \right) + \left(\frac{z}{x} + \frac{9x}{z} \right) + \left(\frac{4z}{y} + \frac{9y}{z} \right) \right] \end{aligned}$$

$$\text{Ta có: } \frac{y}{x} + \frac{4x}{y} = \left(\sqrt{\frac{y}{x}} - 2\sqrt{\frac{x}{y}} \right)^2 + 2 \geq 2$$

$$\frac{z}{x} + \frac{9x}{z} = \left(\sqrt{\frac{z}{x}} - 3\sqrt{\frac{x}{z}} \right)^2 + 6 \geq 6$$

$$\frac{4z}{y} + \frac{9y}{z} = \left(2\sqrt{\frac{z}{y}} - 3\sqrt{\frac{y}{z}} \right)^2 + 12 \geq 12$$

$$\Rightarrow S \geq \frac{1}{2}(4+6+12) = 11 \text{ Dấu "=" xảy ra khi}$$

$$\begin{cases} y = 2x \\ z = 3x \\ 2z = 3y \\ x + y + z = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ y = \frac{2}{3} \\ z = 1 \end{cases} \Leftrightarrow a = \frac{5}{6}; b = \frac{2}{3}; c = \frac{1}{2}$$

Khi đó: $a^2 = b^2 + c^2 \Leftrightarrow \Delta ABC$ vuông

Vậy $S_{\min} = 11 \Leftrightarrow \Delta ABC$ vuông $a = \frac{5}{6}; b = \frac{2}{3}; c = \frac{1}{2}$.

ĐỀ 1930**ĐỀ THI MÔN: TOÁN****ĐỀ CHÍNH THỨC**

*Dành cho thí sinh thi vào lớp chuyên Toán và chuyên Tin
Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề.*

Câu 1 (2,0 điểm). Cho phương trình $x^4 + 3x^3 - mx^2 + 9x + 9 = 0$ (m là tham số).

- a) Giải phương trình khi $m = -2$.
- b) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình đã cho có ít nhất một nghiệm dương.

Câu 2 (3,0 điểm).

- a) Giải phương trình $3x^2 - 4x\sqrt{4x-3} + 4x - 3 = 0$.
- b) Tìm tất cả các nghiệm nguyên x, y của phương trình $x^2 = y^2(x + y^4 + 2y^2)$.

Câu 3 (1,0 điểm). Cho a, b, c là các số thực dương thoả mãn $a + b + c = 3$. Chứng minh rằng

$$4(a^2 + b^2 + c^2) - (a^3 + b^3 + c^3) \geq 9.$$

Câu 4 (3,0 điểm). Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O) với $AB < AC$. Gọi M là trung điểm BC , AM cắt (O) tại điểm D khác A . Đường tròn ngoại tiếp tam giác MDC cắt đường thẳng AC tại E khác C . Đường tròn ngoại tiếp tam giác MDB cắt đường thẳng AB tại F khác B .

- a) Chứng minh rằng hai tam giác BDF, CDE đồng dạng và ba điểm E, M, F thẳng hàng.
- b) Chứng minh rằng $OA \perp EF$.
- c) Phân giác của góc BAC cắt EF tại điểm N . Phân giác của các góc CEN và BFN lần lượt cắt CN, BN tại P và Q . Chứng minh rằng PQ song song với BC .

Câu 5 (1,0 điểm). Tập hợp $A = \{1; 2; 3; \dots; 3n-1; 3n\}$ (n là số nguyên dương) được gọi là tập hợp **cân đối** nếu có thể chia A thành n tập hợp con A_1, A_2, \dots, A_n và thỏa mãn hai điều kiện sau:

- i) Mỗi tập hợp A_i ($i = 1, 2, \dots, n$) gồm ba số phân biệt và có một số bằng tổng của hai số còn lại.

ii) Các tập hợp A_1, A_2, \dots, A_n đôi một không có phần tử chung.

a) Chứng minh rằng tập $A = \{1; 2; 3; \dots; 92; 93\}$ không là tập hợp **cân đối**.

b) Chứng minh rằng tập $A = \{1; 2; 3; \dots; 830; 831\}$ là tập hợp **cân đối**.

— — Hết — —

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:

SỞ GD&ĐT VĨNH PHÚC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN NĂM HỌC 2016-2017

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN: TOÁN CHUYÊN

(Hướng dẫn chấm có 03 trang)

A. LƯU Ý CHUNG

- Hướng dẫn chấm chỉ trình bày một cách giải với những ý cơ bản phải có. Khi chấm, bài học sinh có thể làm theo cách kí túc xanh.
- Điểm toàn bài tính đến 0,25 và không làm tròn.
- Với bài hình học nếu thí sinh vẽ hình phần nào thì không cho điểm tương ứng với phần đó.

B. ĐÁP ÁN VÀ THANG ĐIỂM

Câu	Ý	Nội dung trình bày	Điểm
1			2,0
	a	Với $m = -2$, phương trình đã cho trở thành: $x^4 + 3x^3 + 2x^2 + 9x + 9 = 0$ Ta thấy ngay $x \neq 0$, chia hai vế của phương trình cho x^2 ta được: $x^2 + \frac{9}{x^2} + 3\left(x + \frac{3}{x}\right) + 2 = 0.$	0,25
		Đặt $t = x + \frac{3}{x}$, ta được phương trình: $t^2 + 3t - 4 = 0 \Leftrightarrow t = 1; t = -4.$	0,25
		Với $t = 1$ thì $x + \frac{3}{x} = 1 \Leftrightarrow x^2 - x + 3 = 0$ (vô nghiệm).	0,25
		Với $t = -4$ thì $x + \frac{3}{x} = -4 \Leftrightarrow x^2 + 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = -1; x = -3.$	0,25
	b	Vậy phương trình có hai nghiệm là $x = -1; x = -3.$ Trong trường hợp tổng quát ta có phương trình: $t^2 + 3t - 6 - m = 0$ (1).	0,25

	<p>Ta có $t = x + \frac{3}{x} \Leftrightarrow x^2 - tx + 3 = 0$ (2).</p> <p>Từ đó suy ra điều kiện để (2) có nghiệm dương là $t \geq 2\sqrt{3}$.</p> <p>Vậy PT đã cho có ít nhất một nghiệm dương khi và chỉ khi (1) có nghiệm $t \geq 2\sqrt{3}$.</p> <p>Xét PT (1) có $\Delta = 4m + 33 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -\frac{33}{4}$. Khi đó $t_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{4m+33}}{2}$.</p> <p>Do đó (1) có nghiệm $t \geq 2\sqrt{3}$ khi: $\frac{-3 + \sqrt{4m+33}}{2} \geq 2\sqrt{3} \Leftrightarrow m \geq 6(1 + \sqrt{3})$.</p> <p>Vậy giá trị cần tìm của m là $m \geq 6(1 + \sqrt{3})$.</p>	0,25
2		3,0
	<p>a</p> <p>ĐKXĐ: $x \geq \frac{3}{4}$.</p> <p>Phương trình đã cho tương đương: $(x - \sqrt{4x-3})(3x - \sqrt{4x-3}) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{4x-3} = x \\ \sqrt{4x-3} = 3x \end{cases}$</p> <p>$\sqrt{4x-3} = x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 4x-3 = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow x=1; x=3$.</p> <p>$\sqrt{4x-3} = 3x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 4x-3 = 9x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 9x^2 - 4x + 3 = 0 \end{cases}$ (vô nghiệm).</p> <p>Kết hợp điều kiện suy ra phương trình có nghiệm là $x=1; x=3$.</p>	0,25 0,5 0,5 0,5
	<p>b</p> <p>Ta có $x^2 = y^2(x + y^4 + 2y^2) \Leftrightarrow x^2 - y^2 \cdot x - y^4(y^2 + 2) = 0$ (1)</p> <p>Coi (1) là PT bậc hai ẩn x, ta có $\Delta = y^4(4y^2 + 9) \Rightarrow \sqrt{\Delta} = y^2\sqrt{4y^2 + 9}$.</p> <p>(1) có nghiệm nguyên nên $4y^2 + 9$ là số chính phương, đặt $4y^2 + 9 = k^2$ ($k \in \mathbb{N}$).</p> <p>Khi đó $(k-2y)(k+2y)=9$.</p> <p>Xét các trường hợp và chú ý $k \in \mathbb{N}$ ta được các bộ $(k, y) \in \{(5; 2); (5; -2); (3; 0)\}$.</p> <p>Với $y = \pm 2$ ta được: $x^2 - 4x - 96 = 0 \Leftrightarrow x = 12; x = -8$. Với $y = 0$ ta được: $x = 0$.</p> <p>Vậy các nghiệm cần tìm là $(x, y) \in \{(0; 0); (12; 2); (12; -2); (-8; 2); (-8; -2)\}$.</p>	0,25 0,25 0,25 0,25
3	<p>Bất đẳng thức cần chứng minh tương đương:</p> $4(a+b+c)(a^2+b^2+c^2) - 3(a^3+b^3+c^3) \geq 27$ $\Leftrightarrow 4(a+b+c)(a^2+b^2+c^2) - 3(a^3+b^3+c^3) \geq (a+b+c)^3$ $\Leftrightarrow (a^3+b^3+c^3) + 4(a^2b+b^2c+c^2a+ab^2+bc^2+ca^2) \geq (a+b+c)^3 \quad (1)$ <p>Ta có đẳng thức $(a+b+c)^3 = (a^3+b^3+c^3) + 3(a^2b+b^2c+c^2a+ab^2+bc^2+ca^2) + 6abc$.</p>	1,0 0,25 0,25 0,25

	<p>Do đó (1) tương đương với $a^2b + b^2c + c^2a + a^2c + b^2a + c^2b \geq 6abc$.</p> <p>Áp dụng bất đẳng thức AM-GM, ta có</p> $\begin{aligned} a^2b + b^2c + c^2a + a^2c + b^2a + c^2b &= a^2(b+c) + b^2(c+a) + c^2(a+b) \\ &\geq 2a^2\sqrt{bc} + 2b^2\sqrt{ca} + 2c^2\sqrt{ab} = 2(a^2\sqrt{bc} + b^2\sqrt{ca} + c^2\sqrt{ab}) \geq 6abc. \end{aligned}$ <p>Vậy BĐT (1) được chứng minh. Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c = 1$. (Chú ý: Học sinh được sử dụng BĐT AM-GM với 6 số hoặc BĐT Schur's để chứng minh).</p>	0,25
4		3,0
	<p>a</p> <p>Do các tứ giác $MECD, MBFD$ nội tiếp nên $\angle DEC = \angle DMC = \angle DFB$ (1)</p> <p>Tứ giác $ABDC$ nội tiếp nên $\angle DCE = \angle DCA = \angle DBF$ (2)</p> <p>Từ (1) và (2) suy ra $\triangle BDF \sim \triangle CDE$ ($g-g$).</p> <p>Từ $\triangle BDF \sim \triangle CDE \Rightarrow \angle EDC = \angle BDF$. Mà $\angle EMC = \angle EDC$ và $\angle BMF = \angle BDF$.</p> <p>Suy ra $\angle EMC = \angle BMF$. Vậy E, M, F thẳng hàng.</p>	0,25 0,25 0,25 0,5 0,25
	<p>b</p> <p>Từ hai tứ giác $MECD, MBFD$ nội tiếp nên $AB \cdot AF = AM \cdot AD = AE \cdot AC$, suy ra tứ giác $BECF$ nội tiếp. Do đó $\angle AFE = \angle ACB$.</p> <p>Vẽ tiếp tuyến Ax của (O) thì $\angle ACB = \angle BAx$. Do đó $\angle BAx = \angle AFE$, suy ra $Ax \parallel EF$.</p> <p>Vậy $OA \perp EF$.</p>	0,25 0,25 0,25
	<p>c</p> <p>Ta có $\triangle BDF \sim \triangle CDE$ nên $\frac{S_{BDF}}{S_{CDE}} = \frac{BF^2}{CE^2}$.</p> <p>Ta có $1 = \frac{MB}{MC} = \frac{S_{DAB}}{S_{DAC}} = \frac{S_{DAB}}{S_{BDF}} \cdot \frac{S_{BDF}}{S_{CDE}} \cdot \frac{S_{CDE}}{S_{DAC}} = \frac{AB}{BF} \cdot \frac{BF^2}{CE^2} \cdot \frac{CE}{AC} = \frac{AB \cdot BF}{CE \cdot AC}$.</p> <p>Từ đó $\frac{BF}{CE} = \frac{AC}{AB} = \frac{AF}{AE} = \frac{NF}{NE} \Rightarrow \frac{EN}{EC} = \frac{FN}{FB}$ (3).</p> <p>Theo tính chất phân giác ta có $\frac{PN}{PC} = \frac{EN}{EC}$ và $\frac{QN}{QB} = \frac{FN}{FB}$ (4).</p>	0,25 0,25 0,25 0,25

		Từ (3) và (4) suy ra $\frac{PN}{PC} = \frac{QN}{QB}$. Do đó PQ song song với BC .	
5			1,0
	a	<p>Giả sử $A = \{1; 2; 3; \dots; 93\}$ là tập hợp cân đối, khi đó mỗi tập A_i ($i = \overline{1, 31}$) có dạng $\{x_i; y_i; x_i + y_i\}$, như vậy tổng ba phần tử trong A_i là số chẵn. Do đó tổng các phần tử của tập A là số chẵn.</p> <p>Mặt khác tổng các phần tử trong A bằng: $1 + 2 + 3 + \dots + 93 = \frac{93.94}{2} = 93.47$ (là số lẻ). Mâu thuẫn này chỉ ra A là tập không cân đối.</p>	0,25
	b	<p>Nhận xét: Nếu tập $S_n = \{1; 2; 3; \dots; n\}$, với n chia hết cho 3 là tập hợp cân đối thì tập $S_{4n} = \{1; 2; 3; \dots; 4n\}$ và $S_{4n+3} = \{1; 2; 3; \dots; 4n+3\}$ cũng là tập hợp cân đối.</p> <p>Chứng minh. Từ tập S_{4n} ta chọn ra các tập con ba phần tử sau:</p> $\{1; 2n+n; 2n+n+1\}; \{3; 2n+n-1; 2n+n+2\}; \{5; 2n+n-2; 2n+n+3\}; \dots; \{2n-1; 2n+1; 4n\}.$ <p>Rõ ràng các tập con này đều thỏa mãn có một phần tử bằng tổng hai phần tử còn lại.</p> <p>Còn lại các số sau trong tập S_{4n} là $2, 4, 6, \dots, 2n$. Tuy nhiên vì tập S_n cân đối nên tập $\{2; 4; 6; \dots; 2n\}$ cũng cân đối. Vậy S_{4n} là tập cân đối.</p> <p>Tương tự từ tập S_{4n+3} ta chọn ra các tập con ba phần tử sau:</p> $\{1; 2n+n+2; 2n+n+3\}; \{3; 2n+n+1; 2n+n+4\}; \dots; \{2n+1; 2n+2; 4n+3\}.$ <p>Và còn lại các số là $2, 4, 6, \dots, 2n$, suy ra S_{4n+3} là tập cân đối.</p> <p>Trở lại bài toán. Ta có</p> $831 = 4.207 + 3$ $207 = 4.51 + 3$ $51 = 4.12 + 3$ $12 = 4.3$ <p>Chú ý là tập $\{1; 2; 3\}$ là cân đối nên theo nhận xét trên ta xây dựng được các tập hợp cân đối theo quy trình sau: $\{1; 2; 3\} \rightarrow \{1; 2; \dots; 12\} \rightarrow \{1; 2; \dots; 51\} \rightarrow \{1; 2; \dots; 207\} \rightarrow \{1; 2; \dots; 831\}$.</p> <p>Do đó tập $A = \{1; 2; 3; \dots; 831\}$ là tập hợp cân đối (đpcm).</p>	0,25

Đề Chính Thức**Môn : TOÁN**

Thời gian làm bài 120 phút (không kể thời gian giao đề)

Bài 1: (2 điểm)

- 1) Giải phương trình: $2x^2 + \sqrt{3}x = x^2 + 2\sqrt{3}x$
- 2) Xác định a và b để đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua hai điểm A(2;8) và B(3;2).

Bài 2: (2 điểm)

- 1) Rút gọn biểu thức: $A = \sqrt{2}(\sqrt{2}-2)(\sqrt{2}+1)^2$
- 2) Cho biểu thức: $B = \left(\frac{2}{1-\sqrt{x}} - \sqrt{x} \right) : \left(\frac{1}{1+\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x}}{1-x} \right)$ với $x \geq 0, x \neq 1$.
 - a) Rút gọn biểu thức B.
 - b) Tìm giá trị của x để biểu thức B = 5.

Bài 3: (1,5 điểm)

Cho phương trình: $x^2 - (2m+1)x + m^2 + \frac{1}{2} = 0$ (m là tham số) (1)

- 1) Với giá trị nào của m thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt?
- 2) Với giá trị nào của m thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho biểu thức $M = (x_1 - 1)(x_2 - 1)$ đạt giá trị nhỏ nhất?

Bài 4: (3,5 điểm)

Cho nửa đường tròn có tâm O và đường kính AB. Gọi M là điểm chính giữa của cung AB, P là điểm thuộc cung MB (P không trùng với M và B); đường thẳng AP cắt đường thẳng OM tại C, đường thẳng OM cắt đường thẳng BP tại D.

- 1) Chứng minh OBPC là một tứ giác nội tiếp.
- 2) Chứng minh hai tam giác BDO và CAO đồng dạng.
- 3) Tiếp tuyến của nửa đường tròn ở P cắt CD tại I. Chứng minh I là trung điểm của đoạn thẳng CD.

Bài 5: (1 điểm)

Chứng minh rằng phương trình $(a^4 - b^4)x^2 - 2(a^6 - ab^5)x + a^8 - a^2b^6 = 0$ luôn luôn có nghiệm với mọi a, b.

-----Hết-----

Họ tên thí sinh:..... Số báo danh:.....

Họ tên và chữ ký giám thị

Sở Giáo Dục Và Đào Tạo
 TỈNH ĐĂKLĂK
Đề Chính Thức

Kì Thi Tuyển Sinh Vào Lớp 10 THPT
 Năm Học 2010- 2011
 Môn: Toán –Chuyên
 Thời gian làm bài 150 phút

Bài 1:

- 1) Giải phương trình: $(x^2 - 4x)^2 + 9x^2 - 36x + 20 = 0$
- 2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} xy(x+3)(y+2) = -6 \\ x^2 + y^2 + 3x + 2y = 1 \end{cases}$

Bài 2:

- 1) Cho a là số thực dương thỏa mãn $a^2 \geq a+2$. Chứng minh phương trình:

$$x^2 + 2ax + 2a^2 - 4 = 0$$
- 2) Cho phương trình: $x^2 + x + m = 0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm $x_1; x_2$.
 Từ đó tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$A = x_1^3 + x_2^3 - x_1^2 - x_2^2$$

Bài 3:

- 1) Cho a,b,c là các số thực. Chứng minh rằng:

$$a^{2010} + b^{2010} + c^{2010} \geq a^{1005}b^{1005} + b^{1005}c^{1005} + c^{1005}a^{1005}$$
, với mọi a,b,c.
 Dấu bằng xảy ra khi nào?
- 2) Chứng minh biểu thức: $P = x^3(x^2 - 5) + 4x$ chia hết cho 5, với mọi x nguyên.
- 3) Tìm nghiệm nguyên x;y của phương trình:

$$x^2 + 2xy + 7(x+y) + 2y^2 + 10 = 0$$

Bài 4:

- 1) Cho hình vuông ABCD. Điểm M di chuyển trên tia đối của tia CD (M không trùng C). Trên đường thẳng BC lấy điểm N sao cho AN vuông góc với AM.

- a) Chứng minh MAN vuông cân.
- b) Xác định vị trí điểm M trên tia đối của tia CD sao cho tam giác AEC là tam giác đều, trong đó E là trung điểm của MN.
- 2) Cho hình thang ABCD vuông tại A và D, biết AB = 6 cm, BC = 5 cm và CD = 3 cm . Tính thể tích hình được tạo thành khi quay hình thang ABCD quanh AD đúng một vòng.

Sở Giáo Dục VÀ Đào Tạo

KÌ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

ĐăkLăk

Năm Học 2010-2011

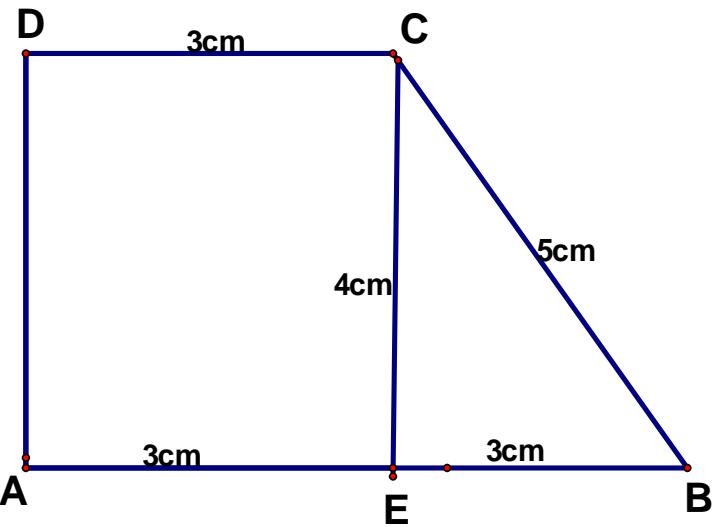
Đáp Án Đề Thi Toán – Chuyên (Năm 2010 -2011)

<u>Bài 1</u> (2đ)	Ý	NỘI DUNG	Điểm
	1	+ Đặt $t = x^2 - 4x = (x-2)^2 - 4 \geq -4$ + Phương trình cho trở thành $t^2 + 9t + 20 = 0 \Leftrightarrow t = -5 ; t = -4$ + Đối chiếu điều kiện $t = -4$ + Giải p/t $t = -4$ tức $x^2 - 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2$	0,25 0,25 0,25 0,25
	2	+ Viết lại hệ phương trình $\begin{cases} (x^2 + 3x)(y^2 + 2y) = -6 \\ x^2 + 3x + y^2 + 2y = 1 \end{cases}$ + Đặt $u = x^2 + 3x = \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} \geq -\frac{9}{4}$ và $v = y^2 + 2y = (y+1)^2 - 1 \geq -1$ Ta được hệ p/t : $\begin{cases} uv = -6 \\ u + v = 1 \end{cases}$ Lúc này u và v là hai nghiệm của p/t : $x^2 - x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = -2 ; x = 3$	0,25 0,25

		<p>Đổi chiều điều kiện $\begin{cases} u \geq -\frac{9}{4} \\ v \geq -1 \end{cases}$ ta có hệ $\begin{cases} x^2 + 3x = -2 \\ y^2 + 2y = 3 \end{cases}$</p> <p>+ Giải hệ ta được 4 nghiệm :</p> $\begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases}; \begin{cases} x = -1 \\ y = -3 \end{cases}; \begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases}; \begin{cases} x = -2 \\ y = -3 \end{cases}$	0,25
<u>Bài 2</u> (2đ)	1	<p>= Tính $\Delta' = a^2 - (2a^2 - 4) = 4 - a^2$</p> <p>+ Từ giải thiết $a > 0 ; a^2 \geq 2+a$ ta có $a^2 \geq 2\sqrt{2a} \Rightarrow a^4 \geq 8 \Rightarrow a \geq 2$</p> <p>+ Lúc này $\Delta' \leq 0$</p> <p>+ Kết luận : phương trình đã cho không có hai nghiệm phân biệt</p>	0,25 0,25 0,25
	2	$x^2 + x + m = 0 \quad (1)$ <p>P/T (1) có hai nghiệm phân biệt khi x_1, x_2 khi $\Delta = 1 - 4m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{1}{4}$</p> <p>+ Theo định lí Vi Et ta có : $\begin{cases} x_1 + x_2 = -1 \\ x_1 x_2 = m \end{cases}$</p> <p>+ $A = (x_1 + x_2) [(x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2] - [(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2] = 5m - 2$</p> <p>Vì $m \leq \frac{1}{4}$ nên $A \leq -\frac{3}{4}$ do đó giá trị lớn nhất của A là $-\frac{3}{4}$ khi $m = \frac{1}{4}$</p>	0,25 0,25 0,25 0,25
<u>Bài 3</u> (3đ)	1	<p>Đặt $x = a^{1005}, y = b^{1005}; z = c^{1005}$.</p> <p>Bất đẳng thức cần chứng minh trở thành</p> $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx$ $\Leftrightarrow 2(x^2 + y^2 + z^2) \geq 2(xy + yz + zx)$ $\Leftrightarrow (x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2 \geq 0, \forall x, y, z \in \mathbb{R} \text{ và dấu "=" xảy ra}$ <p>khi $x = y = z$ hay $a = b = c$</p>	0,25 0,25 0,25 0,25
	2	<p>+ Phân tích $P = x(x^4 - 5x^2 + 4) = x(x^2 - 1)(x^2 - 4)$</p> $= (x-2)(x-1)x(x+1)(x+2)$ <p>- Vì $x \in \mathbb{Z}$ thì P là tích của 5 số nguyên liên tiếp do đó $P \vdots 5$ với $\forall x \in \mathbb{Z}$</p>	0,25 0,25 0,5
	3	<p>+ Viết lại p/t đã cho về dạng $(x+y)^2 + 7(x+y) + y^2 + 10 = 0$</p> <p>Đặt $t = x+y$ ta có $t^2 + 7t + y^2 + 10 = 0 \quad (1)$</p> <p>Phương trình (1) có nghiệm theo t khi $\Delta = 49 - 4(10+y)^2 > 0, \Leftrightarrow y^2 \leq \frac{9}{4}$</p>	0,25 0,25

	<p>$\Leftrightarrow y \leq \frac{3}{2}$ mà $y \in \mathbb{Z} \Rightarrow y = -1; 0; 1$.</p> <p>+ Với $y = -1$ thì phương trình $x^2 + 5x + 5 = 0$ (vô nghiệm)</p> <p>+ Với $y = 0$ $x^2 + 7x + 10 = 0 \Leftrightarrow x = -5; x = -2$</p> <p>+ Với $y = 1$ giải tương tự không tồn tại số nguyên x thỏa đề bài.</p> <p>+ kết luận: pt đã cho có nghiệm x, y nguyên là $\begin{cases} x = -5 \\ y = 0 \end{cases}; \begin{cases} x = -2 \\ y = 0 \end{cases}$</p>	0,25 0,25
Bài 4: (3đ)	<p>Tứ giác MCAN nội tiếp (vì góc $MAN =$ góc $MCN = 90^\circ$)</p> <p>Ta có góc $AMN =$ góc CAN (vì góc nội tiếp cùng chắn cung AN)</p> <p>Mà góc $ACN = 45^\circ$ nên góc $AMN = 45^\circ$ do đó $\triangle AMN$ vuông cân tại A</p> <p>$\triangle MAN$ và $\triangle MCN$ là các tam giác vuông cân nên $AE = CE = \frac{MN}{2}$</p> <p>Để $\triangle AEC$ đều thì chỉ cần $AC = CE$.</p> <p>Đặt cạnh hình vuông bằng a ta có $AB = a$ ($a > 0$) $\Rightarrow AC = a\sqrt{2} \Rightarrow CE = a\sqrt{2}$</p> <p>$\Rightarrow MN = 2a\sqrt{2} \Rightarrow AM = 2a$.</p> <p>Vậy điểm M cần tìm là giao điểm của tia đối của tia CD với đường tròn tâm A, bán kính bằng $2AB$.</p>	0,25

2



Từ C dựng đường thẳng song song với AD cắt AB tại E $\Rightarrow EB = 3\text{cm}$

Ta có ΔCEB vuông tại E nên $CE = \sqrt{BC^2 - EB^2} = 4\text{cm}$

Khi quay hình thang ABCD quanh AD đúng một vòng hình thu được là hình nón cùt có bán kính đáy lớn $R = 6\text{ (cm)}$ và bán kính đáy nhỏ $R' = 3\text{ (cm)}$
và chiều cao $h = 4\text{ (cm)}$.

$$\begin{aligned}\text{Thể tích hình nón cùt là } V &= \frac{1}{3}\Pi h [R^2 + (R')^2 + RR'] \\ &= \frac{1}{3}\Pi 4 [6^2 + 3^2 + 6 \cdot 3] = 84 \text{ }\Pi (\text{cm}^3)\end{aligned}$$

B. HƯỚNG DẪN CHẤM

1) Điểm bài thi đánh giá theo mthang điểm từ 0 đến 10. Điểm bài thi là tổng các điểm thành phần và không làm tròn .

2) Học sinh giải cách khác nếu đúng vẫn cho điểm tối đa phần đó .

3) Đáp án và biểu điểm gồm 04 trang

***Hết **

ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu 1 (2,5 điểm)

a) Giải phương trình $x^4 - 6x^2 - 27 = 0$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} \frac{5}{x} - 3y = 2 \\ \frac{2}{x} + 7y = 9 \end{cases}$

c) Cho $x = \frac{\sqrt{4+2\sqrt{3}} + \sqrt{4-2\sqrt{3}}}{\sqrt{12}}$. Không dùng máy tính cầm tay, hãy rút gọn biểu

thức

$$P = (x^3 - x^9 + 1)^{2013}.$$

d) Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên n ta luôn có $n^3 + 3n^2 + 2n$ chia hết cho 6.

Câu 2 (1,5 điểm)

Cho phương trình $-x^2 + 2x + m + 1 = 0$ (m là tham số) (1).

a) Giải phương trình (1) khi $m = 2$.

b) Tìm các giá trị của tham số m để phương trình (1) có hai nghiệm $x_1; x_2$ là độ dài các cạnh góc vuông của một tam giác vuông có độ dài cạnh huyền bằng $\sqrt{3}$ (đơn vị độ dài).

Câu 3 (2,5 điểm).

Cho các hàm số $y = -x^2$ có đồ thị là (P) và $y = x - 2$ có đồ thị là (d).

a) Vẽ (P) và (d) trên cùng một hệ trục tọa độ vuông góc (đơn vị trên các trục số bằng nhau).

b) Xác định tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

c) Tìm điểm M thuộc (P) có hoành độ lớn hơn -2 và nhỏ hơn 1 đồng thời khoảng cách từ M đến đường thẳng (d) là lớn nhất.

Câu 4 (3,5 điểm)

Cho đường tròn tâm O bán kính R . Từ một điểm A nằm ngoài đường tròn kẻ các tiếp tuyến AP và AQ với đường tròn (P, Q là các tiếp điểm). Kẻ dây QB song song với AP . Nối AB cắt đường tròn tại C.

a) Chứng minh rằng:

i) Tứ giác $APOQ$ nội tiếp.

- ii) Tam giác PQB cân.
 iii) $AP^2 = AB \cdot AC$.
 b) Kéo dài QC cắt AP tại I . Chứng minh rằng $IA = IP$.
 c) Biết $AP = R\sqrt{3}$. Tính diện tích hình quạt tròn chẵn cung nhỏ PQ của đường tròn tâm O theo R .

- Hết -

GỢI Ý GIẢI

Câu 1 (2,5 điểm)

a) Giải phương trình $x^4 - 6x^2 - 27 = 0$ (1)

+ Đặt $t = x^2 \geq 0$, pt (1) trở thành: $t^2 - 6t - 27 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = 9 & (\text{thỏa ĐK}) \\ t_2 = -3 & (\text{không thỏa ĐK}) \end{cases}$

+ Với $t = 9 \Rightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow x = \pm 3$.

+ Vậy pt (1) có hai nghiệm $x_1 = 3; x_2 = -3$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} \frac{5}{x} - 3y = 2 \\ \frac{2}{x} + 7y = 9 \end{cases}$ (I)

+ Đặt $X = \frac{1}{x}$: ĐK: $x \neq 0$, hệ (I) trở thành: $\begin{cases} 5X - 3y = 2 \\ 2X + 7y = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} X = 1 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$

c) $x = \frac{\sqrt{4+2\sqrt{3}} + \sqrt{4-2\sqrt{3}}}{\sqrt{12}} = x = \frac{\sqrt{(\sqrt{3}+1)^2} + \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}}{\sqrt{12}}$
 $= \frac{\sqrt{3} + 1 + \sqrt{3} - 1}{2\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = 1$

$$\Rightarrow P = (x^3 - x^9 + 1)^{2013} = (1^3 - 1^9 + 1)^{2013} = 1^{2013} = 1.$$

Câu 2(1,5 điểm)

Phương trình $-x^2 + 2x + m + 1 = 0$ (m là tham số) (1).

- a) Khi $m = 2$, pt (1) có 2 nghiệm: $x_1 = -1; x_2 = 3$.
 b)

- + Pt (1) có 2 nghiệm $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta' = 1^2 - (-1)(m+1) = m+2 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -2$.
- + Áp dụng hệ thức Vi-ét cho pt(1): $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 \cdot x_2 = -m-1 \end{cases}$
- + Theo đề bài: $x_1^2 + x_2^2 = (\sqrt{3})^2$
 $\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 3$
 $\Leftrightarrow 2^2 - 2(-m-1) = 3 \Leftrightarrow m = -\frac{3}{2}$ (thỏa ĐK)

Câu 3 (2,5 điểm).

Cho các hàm số $y = -x^2$ có đồ thị là (P) và $y = x - 2$ có đồ thị là (d).

a) Đồ thị:

+ Bảng một số giá trị của (P):

x	-2	-1	0	1	2
$y = -x^2$	-4	-1	0	-1	-4

+ Vẽ (d):

Cho $x = 0 \Rightarrow y = -2 \Rightarrow (0; -2) \in (d)$

Cho $x = 1 \Rightarrow y = -1 \Rightarrow (1; -1) \in (d)$

b)

+ Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d):

$$-x^2 = x - 2 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_1 = -1 \Rightarrow (1; -1) \\ y_2 = -4 \Rightarrow (-2; -4) \end{cases}$$

+ Vậy tọa độ giao điểm của P và (d) là:

$(1; -1)$ và $(-2; -4)$

c)

+ Gọi các giao điểm của (P) và (d) là

$A(1; -1)$ và $B(-2; -4)$ và MH là khoảng cách

từ $M(x_M; y_M) \in (P)$ đến (d) $\Rightarrow MH \perp AB$

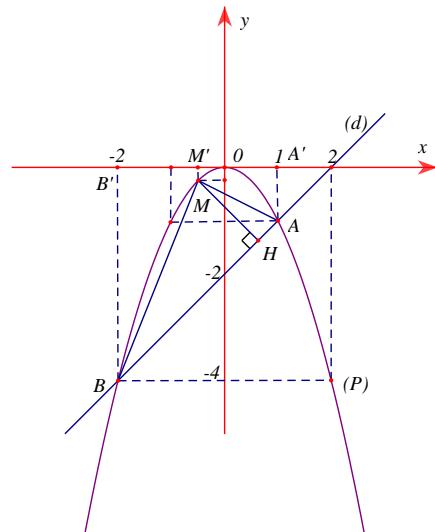
$$\Rightarrow S_{AMB} = \frac{1}{2} AB \cdot MH \Rightarrow MH \text{ lớn nhất khi } S_{AMB} \text{ lớn nhất}$$

+ Gọi A', B', M' lần lượt là hình chiếu của A, B, M

$$\text{lên trục O}x, \text{ đặt } x_M = m \Rightarrow y_M = -x_M^2 \Rightarrow |y_M| = |-x_M^2| = x_M^2 = m^2.$$

+ Ta có:

$$\begin{aligned} S_{AMB} &= S_{AA'B'B} - [S_{AA'M'M} + S_{BB'M'M}] \\ &= \frac{1}{2}(AA' + BB') \cdot A'B' - [\frac{1}{2}(AA' + MM') \cdot A'M' + \frac{1}{2}(BB' + MM') \cdot B'M'] \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2} \cdot (1+4) \cdot 3 - [\frac{1}{2} \cdot (1 + |y_M|) \cdot (1 + |x_M|) + \frac{1}{2} (4 + |y_M|) \cdot (2 - |x_M|)] \\
&= \frac{15}{2} - \frac{1}{2} [(1+m^2)(1+m) + (4+m^2)(2-m)] \\
&= \frac{15}{2} - \frac{1}{2} (3m^2 - 3m + 9) \\
&= \frac{15}{2} - \frac{3}{2} (m^2 - m + 3) \\
&= \frac{15}{2} - \frac{3}{2} [(m - \frac{1}{2})^2 + \frac{11}{4}] \\
&= \frac{27}{8} - \frac{3}{2} (m - \frac{1}{2})^2 \geq \frac{27}{8}
\end{aligned}$$

+ Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow m = \frac{1}{2} \in (-2; 1)$

Vậy khoảng cách lớn nhất đến (d) tại $M(\frac{1}{2}; -\frac{1}{4})$

Câu 4 (3,5 điểm)

a)

i) Chứng minh rằng tứ giác $APOQ$ nội tiếp:

$$APO = ADO = 90^\circ \text{ nhìn đengan } OA$$

\Rightarrow Tứ giác $APOQ$ nội tiếp đường tròn
đường kính OA .

ii) Chứng minh rằng tam giác PQB cân:

$$+ QB \parallel AP \Rightarrow PQB = QPA \text{ (so le trong)} \quad (1)$$

$$+ PBQ = QPA \text{ (cùng chắn } PC \text{ của } (O)) \quad (2)$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow PQB = PBQ \Rightarrow \Delta PQB$ cân tại P .

iii) Chứng minh rằng $AP^2 = AB \cdot AC$:

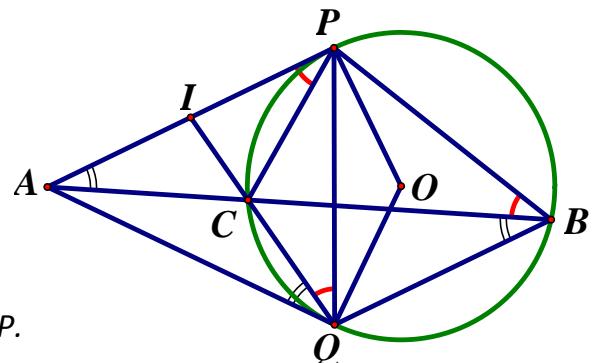
+ ΔAPC và ΔABP có:

$$\left. \begin{array}{l} BAP : chung \\ APC = PBC \text{ (cùng chắn } PC \text{)} \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta APC \sim \Delta ABP \text{ (g-g)}$$

$$\Rightarrow \frac{AP}{AB} = \frac{AC}{AP} \Leftrightarrow AP^2 = AB \cdot AC.$$

b) Chứng minh rằng $IA = IP$:

+ ΔIPC và ΔIQP có:



$$\left. \begin{array}{l} PIQ : chung \\ IPC = IQP (cùng chắn PC) \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta IPC \sim \Delta IQP (g-g) \Rightarrow \frac{IP}{IQ} = \frac{IC}{IP} \Leftrightarrow IP^2 = IC \cdot IQ \quad (1) \quad +$$

$$\left. \begin{array}{l} QB // AP \Rightarrow IAC = CBQ \text{ so le trong} \\ Mà: IQA = CBQ (cùng chắn CQ) \end{array} \right\} \Rightarrow IAC = IQA$$

+ ΔIAC và ΔIQA có:

$$\left. \begin{array}{l} AIQ : chung \\ IAC = IQA (cmt) \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta IAC \sim \Delta IQA (g-g) \Rightarrow \frac{IA}{IQ} = \frac{IC}{IA} \Leftrightarrow IA^2 = IC \cdot IQ \quad (2)$$

+ Từ (1) và (2) $\Rightarrow IA^2 = IP^2 \Leftrightarrow IA = IP.$

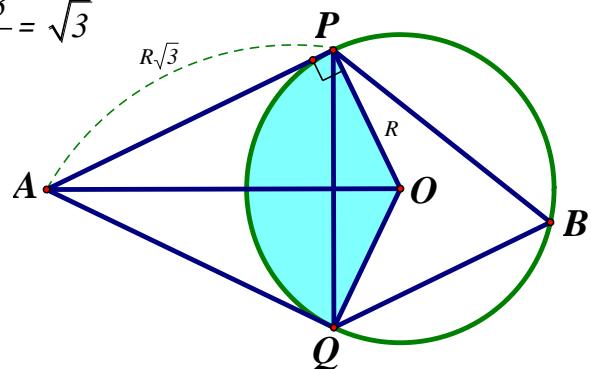
c) Biết $AP = R\sqrt{3}$. Tính diện tích hình quạt tròn chẵn cung nhỏ PQ của đường tròn tâm O theo R :

+ ΔOAP vuông tại $P \Rightarrow \tan AOP = \frac{AP}{OP} = \frac{R\sqrt{3}}{R} = \sqrt{3}$

$$\Rightarrow AOP = 60^\circ$$

$$\Rightarrow POQ = 120^\circ \Rightarrow n^\circ = \text{sđ } PQ = 120^\circ$$

$$\Rightarrow S_{quạt} = \frac{\pi R^2 n}{360} = \frac{\pi R^2 120}{360} = \frac{\pi R^2}{3} (\text{đvdt}).$$



ĐỀ 1933

SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO
BÌNH PHƯỚC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
Năm học: 2015-2016

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm có 01 trang)

Đề thi môn: TOÁN (chuyên)
Thời gian làm bài: 150 phút

tê

Câu 1.

$$P = \left(\frac{1}{a-1} + \frac{3\sqrt{a}+5}{a\sqrt{a}-a-\sqrt{a}+1} \right) \cdot \left(\frac{(\sqrt{a}+1)^2}{4\sqrt{a}} - 1 \right) \text{ với } a > 0, a \neq 1.$$

1) Rút gọn: P

2) Đặt $Q = (a - \sqrt{a} + 1) \cdot P$. Chứng minh $Q > 1$

Câu 2. Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 = 0$ (1) Tìm m để pt có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn

$$(x_1 - m)^2 + x_2 = m + 2 \quad (2)$$

Câu 3. 1) Giải pt $(x+1)\sqrt{2(x^2+4)} = x^2 - x - 2$ (1)

2) Giải hpt $\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{y} = x^2 + xy - 2y^2 & (1) \\ (\sqrt{x+3} - \sqrt{y})(1 + \sqrt{x^2 + 3x}) = 3 & (2) \end{cases}$

Câu 4 Giải pt trên tập số nguyên $x^{2015} = \sqrt{y(y+1)(y+2)(y+3)} + 1$ (1)

Câu 5. Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) nội tiếp trong đường tròn tâm O, bán kính R. Gọi H là trực tâm của tam giác ABC. Gọi M là trung điểm của BC.

1) Chứng minh rằng: $AH = 2OM$

2) Dựng hình bình hành AHIO. Gọi J là tâm Đường tròn ngoại tiếp tam giác OBC. Chứng minh rằng:

$$OI \cdot OJ = R^2$$

3) Gọi N là giao điểm của AH và đường tròn tâm O (N khác A). Gọi D là điểm bất kỳ trên cung nhỏ NC của đường tròn tâm O (D khác N và C). Gọi E là điểm đối xứng với D qua AC, K là giao điểm của AC và HE.

Chứng minh rằng: $ACH = ADK$.

Câu 6. 1) Cho a, b là các số thực dương. Chứng minh rằng: $\sqrt{(1+a)(1+b)} \geq 1 + \sqrt{ab}$

2) Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $a+b = ab$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{1}{a^2 + 2a} + \frac{1}{b^2 + 2b} + \sqrt{(1+a^2)(1+b^2)}$$

(vẽ phải của pt (1) ta thường hay gặp trong các bài toán giải hệ pt ta cần chú ý)

SƠ LƯỢC CÁCH GIẢI ĐỀ THI TOÁN CHUYÊN BÌNH PHƯỚC 2015-2016

Câu	Nội dung
1	<p>2) Đặt $Q = (a - \sqrt{a} + 1)P$. Chứng minh $Q > 1$</p> <p>Ta có: $Q = (a - \sqrt{a} + 1)P = \frac{a - \sqrt{a} + 1}{\sqrt{a}} = \frac{a - \sqrt{a} + 1}{\sqrt{a}} = \frac{(\sqrt{a} - 1)^2}{\sqrt{a}} + 1 > 1, \forall a > 0; a \neq 1$.</p> <p>(Cách khác: có thể tách ra rồi sử dụng bất đẳng thức và xét thấy dấu bằng không xảy ra suy ra $Q > 1$)</p>
2	<p>Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 = 0$ (1) Tìm m để pt có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn</p> $(x_1 - m)^2 + x_2 = m + 2 \quad (2)$

Pt (1) có hai nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -\frac{1}{2}$. Khi đó theo vi-ét ta có:

$$x_1 + x_2 = 2m + 2; x_1 x_2 = m^2$$

Vì x_1 là nghiệm của pt (1) nên $x_1^2 = 2(m+1)x_1 - m^2$ thay vào (2) ta được $2x_1 + x_2 = m + 2$

Từ vi-ét và giả thiết, ta có $-m(3m+2) = m^2 \Leftrightarrow \begin{cases} m=0 \\ m=-\frac{1}{2} \end{cases}$ (**thỏa mãn**)

Vậy $\begin{cases} m=0 \\ m=-\frac{1}{2} \end{cases}$ thỏa mãn ycbt.

3 **1) Giải pt** $(x+1)\sqrt{2(x^2+4)} = x^2 - x - 2$ **(1)**

ĐK: $x \in R$

$$\text{Pt (1)} \Leftrightarrow (x+1) \left[\sqrt{2(x^2+4)} - (x-2) \right] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x \geq 2 \Leftrightarrow x=-1 \\ x=-2 \end{cases}$$

Vậy pt có cnghiệm $x = -1$

$$\text{2) Giải hpt} \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{y} = x^2 + xy - 2y^2 & (1) \\ (\sqrt{x+3} - \sqrt{y})(1 + \sqrt{x^2 + 3x}) = 3 & (2) \end{cases}$$

(vết phải của pt (1) ta thường hay gặp trong các bài toán giải hệ pt ta cần chú ý)

$$\text{ĐK: } \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases} \quad (*)$$

$$\text{Từ pt (1) suy ra } (y-x) \left(x + 2y + \frac{1}{y\sqrt{x}} \right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y=x \\ x + 2y + \frac{1}{y\sqrt{x}} = 0 \end{cases}$$

+) Với $y=x$ thay vào (2) ta được

$$(\sqrt{x+3} - \sqrt{x})(1 + \sqrt{x^2 + 3x}) = 3 \Leftrightarrow 1 + \sqrt{x^2 + 3x} = \sqrt{x+3} + \sqrt{x} \Leftrightarrow (\sqrt{x+3} - 1)(\sqrt{x} - 1) = 0$$

(nhân hai vết pt với $\sqrt{x+3} + \sqrt{x}$) (Ta cũng có thể đặt $t = \sqrt{x+3} - \sqrt{x}$ rồi bình phương hai vết)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x+3} = 1 \\ \sqrt{x} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \text{ (L)} \\ x = 1 \Rightarrow y = 1 \end{cases}$$

+) Vì $x > 0; y > 0$ nên $x + 2y + \frac{1}{y\sqrt{x}} = 0$ vô nghiệm

Vậy nghiệm của hpt là: $(x; y) = (1; 1)$.

4

Giải pt trên tập số nguyên $x^{2015} = \sqrt{y(y+1)(y+2)(y+3)} + 1$ (1)

ĐK: $y(y+1)(y+2)(y+3) \geq 0$

$$\text{Pt (1)} \Leftrightarrow x^{2015} - 1 = \sqrt{(y^2 + 3y + 1)^2 - 1}$$

$$\text{Đặt: } y^2 + 3y + 1 = a \quad (a \in \mathbb{Z})$$

Vì x nguyên nên $x^{2015} - 1$ nguyên, suy ra

$$a^2 - 1 = k^2 \quad (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow a^2 - k^2 = 1 \Rightarrow (a-k)(a+k) = 1 \Rightarrow k = 0$$

$$\Rightarrow (y^2 + 3y + 1)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 + 3y + 1 = 1 \\ y^2 + 3y + 1 = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \Rightarrow x = 1 \\ y = -3 \Rightarrow x = 1 \\ y = -1 \Rightarrow x = 1 \\ y = -2 \Rightarrow x = 1 \end{cases} \quad (\text{thỏa mãn})$$

Vậy pt có 4 nghiệm nguyên $(x; y)$: $(1; 0), (1; -1), (1; -2), (1; -3)$.

(Ta thường hay gặp chứng minh biểu thức dưới dấu căn cộng 1 là số chính phương)

6

1) Cho a, b là các số thực dương. Chứng minh rằng: $\sqrt{(1+a)(1+b)} \geq 1 + \sqrt{ab}$

Ta chứng minh bằng phép biến đổi tương đương

2) Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $a+b=ab$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{1}{a^2 + 2a} + \frac{1}{b^2 + 2b} + \sqrt{(1+a^2)(1+b^2)}$$

(Ta cần sử dụng hai bđt phụ sau $\sqrt{(1+x)(1+y)} \geq 1 + \sqrt{xy}$ và $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq \frac{4}{x+y}$ nhưng phải

chứng minh hai bđt này mới được điểm tối đa)

$$\begin{aligned} \text{Cách 1: } P &\geq \frac{4}{a^2 + 2a + b^2 + 2b} + 1 + ab = \frac{4}{(a+b)^2 - 2ab + 2(a+b)} + 1 + ab = \frac{4}{a^2 b^2} + ab + 1 \\ &= \left(\frac{4}{a^2 b^2} + \frac{ab}{16} + \frac{ab}{16} \right) + \frac{7ab}{8} + 1 \geq 3 \cdot \sqrt[3]{4 \cdot \frac{1}{16} \cdot \frac{1}{16}} + \frac{7ab}{8} + 1 = \frac{7}{4} + \frac{7ab}{8} \end{aligned}$$

Mặt khác: từ giả thiết, ta có: $ab = a+b \geq 2\sqrt{ab} \Rightarrow ab \geq 4$

Do đó $P \geq \frac{7}{4} + \frac{7 \cdot 4}{8} = \frac{21}{4}$. Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng $\frac{21}{4}$ khi $a=b=2$

Bình luận: nếu không có bđt phụ thứ nhất, ta phải nghĩ đến sử dụng bđt Bu-nhia-copxki cho biểu thức dưới dấu căn. Còn tổng hai biểu thức nghịch đảo thì quá rõ, sau đó dùng pp pháp dồn biến)

Cách 2:

$$\begin{aligned}
 P &= \frac{1}{a^2+2a} + \frac{1}{b^2+2b} + \sqrt{(1+a^2)(1+b^2)} \geq \frac{1}{a^2+2a} + \frac{1}{b^2+2b} + 1 + ab = \frac{1}{a(a+2)} + \frac{1}{b(b+2)} + a+b+1 \\
 &= \left(\frac{1}{a(a+2)} + \frac{a}{16} + \frac{a+2}{32} \right) + \left(\frac{1}{b(b+2)} + \frac{b}{16} + \frac{b+2}{32} \right) + \frac{29}{32}(a+b) + \frac{7}{8} \\
 &\geq 3\sqrt[3]{1 \cdot \frac{1}{16} \cdot \frac{1}{32}} + 3\sqrt[3]{1 \cdot \frac{1}{16} \cdot \frac{1}{32}} + \frac{29}{32}(a+b) + \frac{7}{8} = \frac{13}{8} + \frac{29}{32}(a+b)
 \end{aligned}$$

Mặt khác: từ giả thiết, ta có: $a+b = ab \leq \frac{(a+b)^2}{4} \Rightarrow a+b \geq 4$

Do đó $P = \frac{13}{8} + \frac{29}{32}(a+b) \geq \frac{13}{8} + \frac{29}{32} \cdot 4 = \frac{21}{4}$

Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng $\frac{21}{4}$ tại $a=b=2$

Cách 3:

Ta có $a+b = ab \Rightarrow (a-1)(b-1) = 1$

Đặt $a-1=x \Rightarrow a=x+1; b-1=y \Rightarrow b=y+1; x.y=1$

$$\begin{aligned}
 \text{Khi đó } P &\geq \frac{1}{a^2+2a} + \frac{1}{b^2+2b} + 1 + ab = \frac{1}{a(a+2)} + \frac{1}{b(b+2)} + a+b+1 \\
 &= \frac{1}{(x+1)(x+3)} + \frac{1}{(y+1)(y+3)} + x+y+3
 \end{aligned}$$

- 5 Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) nội tiếp trong đường tròn tâm O , bán kính R . Gọi H là trực tâm của tam giác ABC . Gọi M là trung điểm của BC .
- 1) Chứng minh rằng: $AH = 2OM$
 - 2) Dựng hình bình hành $AHIO$. Gọi J là tâm Đường tròn ngoại tiếp tam giác OBC .
- Chứng minh rằng: $OI \cdot OJ = R^2$
- 3) Gọi N là giao điểm của AH và đường tròn tâm O (N khác A). Gọi D là điểm bất kỳ trên cung nhỏ NC của đường tròn tâm O (D kác N và C). Gọi E là điểm đối xứng với D qua AC , K là giao điểm của AC và HE . Chứng minh rằng: $ACH = ADK$.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO
TẠO
THÀNH PHỐ HỒ CHÍ
MINH

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi gồm 01 trang)

ĐỀ 1934
KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2016 – 2017
MÔN THI: TOÁN

Ngày thi: 12 tháng 6 năm 2016

**Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời
gian phát đề)**

Câu 1. (2 điểm)

Giải các phương trình và hệ phương trình sau

a) $x^2 - 2\sqrt{5}x + 5 = 0$

b) $4x^4 - 5x^2 - 9 = 0$

c) $\begin{cases} 2x + 5y = -1 \\ 3x - 2y = 8 \end{cases}$

d) $x(x+3) = 15 - (3x-1)$

Câu 2. (1,5 điểm)

- a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số $y = -\frac{x^2}{4}$ và đường thẳng (D): $y = \frac{x}{2} - 2$ trên cùng một hệ trục tọa độ

- b) Tìm tọa độ các giao điểm của (P) và (D) ở câu trên bằng phép tính

Câu 3. (1,5 điểm)

- a) Thu gọn biểu thức $A = \frac{2-\sqrt{3}}{1+\sqrt{4+2\sqrt{3}}} + \frac{2+\sqrt{3}}{1-\sqrt{4-2\sqrt{3}}}$

- b) Ông Sáu gửi một số tiền vào ngân hàng theo mức lãi suất tiết kiệm với kỳ hạn 1 năm là 6%. Tuy nhiên sau thời hạn một năm ông Sáu không đến nhận tiền lãi mà để thêm một năm nữa mới lãnh. Khi đó số tiền lãi có được sau năm đầu tiên sẽ được ngân hàng cộng dồn vào số tiền gửi ban đầu để thành số tiền gửi cho năm kế tiếp với mức lãi suất cũ. Sau 2 năm ông Sáu nhận được số tiền là 112.360.000 đồng (kể cả gốc lẫn lãi). Hỏi ban đầu ông Sáu đã gửi bao nhiêu tiền?

Câu 4. (1,5 điểm)

Cho phương trình: $x^2 - 2mx + m - 2 = 0$ (1) (x là ẩn số)

- a) Chứng minh phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi giá trị m
- b) Định m để hai nghiệm x_1, x_2 của phương trình (1) thỏa mãn

$$(1+x_1)(2-x_2)+(1+x_2)(2-x_1)=x_1^2+x_2^2+2$$

Câu 5. (3,5 điểm)

Cho ΔABC ($AB < AC$) có ba góc nhọn. Đường tròn tâm O đường kính BC cắt các cạnh AC , AB lần lượt tại D, E . Gọi H là giao điểm của BD và CE ; F là giao điểm của AH và BC .

- a) Chứng minh $AF \perp BC$ và góc $AFD =$ góc ACE
- b) Gọi M là trung điểm của AH . Chứng minh $MD \perp OD$ và 5 điểm M, D, O, F, E cùng thuộc một đường tròn.
- c) Gọi K là giao điểm của AH và DE . Chứng minh $MD^2 = MK \cdot MF$ và K là trực tâm của ΔMBC
- d) Chứng minh $\frac{2}{FK} = \frac{1}{FH} + \frac{1}{FA}$

ĐÁP ÁN

Câu 1.(2,0 điểm)

Giải các phương trình và hệ phương trình:

$$a) x^2 - 2\sqrt{5}x + 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - \sqrt{5})^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x - \sqrt{5} = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \sqrt{5}$$

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm $S = \{\sqrt{5}\}$

$$b) 4x^4 - 5x^2 - 9 = 0$$

Đặt $x^2 = t$ ($t \geq 0$)

Khi đó phương trình trở thành: $4t^2 - 5t - 9 = 0$ (*)

Ta có: $a - b + c = 4 - (-5) - 9 = 0$

Nên ta có phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt là: $t = -1$ (loại) và $t = \frac{9}{4}$ (thỏa mãn điều kiện)

$$\text{Với } t = \frac{9}{4} \text{ ta có: } x^2 = \frac{9}{4} \Leftrightarrow x = \pm \frac{3}{2}$$

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm là: $S = \left\{ \frac{-3}{2}; \frac{3}{2} \right\}$

$$c) \begin{cases} 2x + 5y = -1 \\ 3x - 2y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x + 15y = -3 \\ 6x - 4y = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 19y = -19 \\ 3x - 2y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có 1 nghiệm duy nhất $(x; y) = (2; -1)$.

d)

$$x(x+3) = 15 - (3x-1)$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 6x - 16 = 0$$

$$\Delta' = 9 + 16 = 25 > 0$$

Khi đó phương trình có 2 nghiệm phân biệt là: $x = -8$; $x = 2$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \{-8; 2\}$

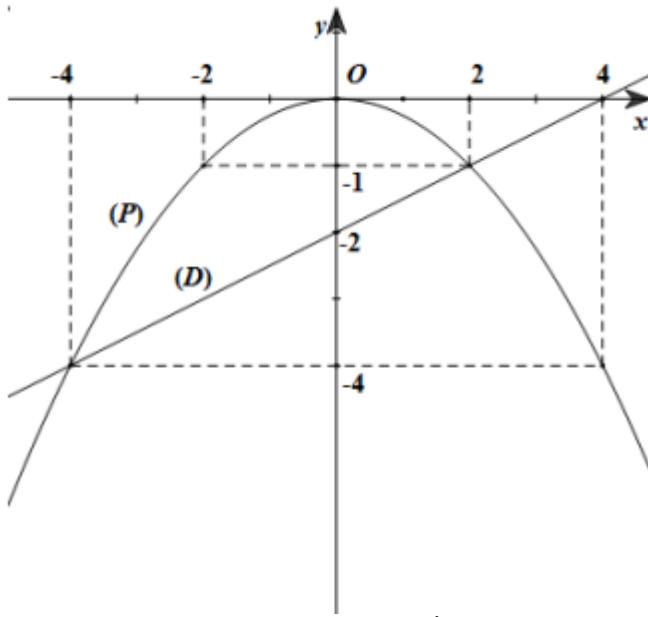
Câu 2.(1,5 điểm).

a)Vẽ đồ thị hai hàm số.

Bảng giá trị

x	-2	-1	0	1	2
$y = \frac{-x^2}{4}$	-4	-1	0	-1	-4
$y = \frac{x}{2} - 2$			-2		0

Đồ thị



b) Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P) bằng phép tính

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P)

$$\frac{-x^2}{4} = \frac{x}{2} - 2 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$\Delta' = 9$$

Phương trình trên có hai nghiệm phân biệt: $x_1=2$; $x_2=-4$

Với $x_1=2$ ta có $y_1=-1$, A(2;-1)

Với $x_1=-4$ ta có $y_1=-4$, B(-4;-4)

Vậy (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A(2 ; -1) ; B(-4 ; -4)

Câu 3 (1,5 điểm)

$$\begin{aligned}
a) A &= \frac{2-\sqrt{3}}{1+\sqrt{4+2\sqrt{3}}} + \frac{2+\sqrt{3}}{1-\sqrt{4-2\sqrt{3}}} \\
&= \frac{2-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3+2\cdot1\cdot\sqrt{3}+1}} + \frac{2+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3-2\cdot1\cdot\sqrt{3}+1}} \\
&= \frac{2-\sqrt{3}}{1+\sqrt{(\sqrt{3}+1)^2}} + \frac{2+\sqrt{3}}{1-\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}} \\
&= \frac{2-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}+1} + \frac{2+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}+1} \\
&= \frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} + \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} \\
&= \frac{(4-4\sqrt{3}+3)+(3+4\sqrt{3}+3)}{4-1} \\
&= \frac{14}{1} \\
&= 14
\end{aligned}$$

b) Gọi số tiền ông Sáu gửi ban đầu là x (đồng, $x > 0$).

Theo đề bài ta có:

Số tiền lãi sau 1 năm ông Sáu nhận được là: $0,06x$ (đồng).

Số tiền có được sau 1 năm của ông Sáu là: $x + 0,06x = 1,06x$ (đồng).

Số tiền lãi năm thứ 2 ông Sáu nhận được là: $1,06x \cdot 0,06 = 0,0636x$ (đồng).

Do vậy số tiền tổng cộng sau 2 năm ông Sáu nhận được là: $1,06x + 0,0636x = 1,1236x$ (đồng).

Mặt khác: $1,1236x = 112360000$ nên $x = 100000000$ (đồng) hay 100 triệu đồng.

Vậy ban đầu ông Sáu đã gửi 100 triệu đồng.

Câu 4 (1,5 điểm)

a) Ta có:

$$\begin{aligned}
\Delta &= (-2m)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (m - 2) \\
&= 4m^2 - 4m + 8 \\
&= (2m - 1)^2 + 7 \geq 7 > 0 \quad \forall m
\end{aligned}$$

\Leftrightarrow (1) luôn có 2 nghiệm với mọi m .

b) Theo định lý Viet ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 x_2 = m - 2 \end{cases}$

Ta có:

$$\begin{aligned}
(1+x_1)(2-x_2) + (1-x_2)(2-x_1) &= 2 + 2x_1 - x_2 - x_1 x_2 + 2 + 2x_2 - x_1 - x_1 x_2 \\
&= 4 + x_1 + x_2 - 2x_1 x_2 \\
&= 4 + 2m - 2(m - 2) = 8
\end{aligned}$$

Và

$$\begin{aligned}x_1^2 + x_2^2 + 2 &= (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 + 2 = (2m)^2 - 2(m-2) + 2 \\&= 4m^2 - 2m + 6\end{aligned}$$

Do vậy:

$$4m^2 - 2m + 6 = 8$$

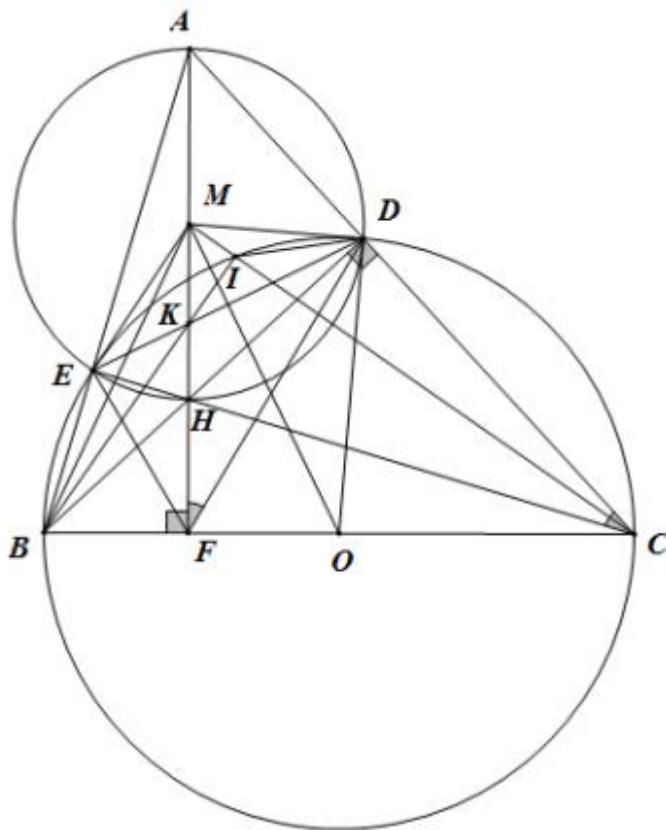
$$\Leftrightarrow 2m^2 - m - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (m-1)(2m+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy giá trị của m thỏa mãn là: $m = 1$; $m = -\frac{1}{2}$

Câu 5 (3,5 điểm)



a) Ta có góc $BEC =$ góc $BDC = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Suy ra $BD \perp AC$ và $CE \perp AB$. Mà BD cắt CE tại H nên H là trực tâm ΔABC .

Suy ra $AH \perp BC$

Vì $AH \perp BC$, $BD \perp AC$ nên góc $HFC =$ góc $HDC = 90^\circ$

Suy ra $\text{góc } HFC + \text{góc } HDC = 180^\circ$

Suy ra $HFCD$ là tứ giác nội tiếp

\Rightarrow góc $HFD =$ góc HCD

b) Vì M là trung điểm cạnh huyền của tam giác vuông ADH nên $MD = MA = MH$

Tương tự ta có $ME = MA = MH$

Suy ra $MD = ME$

$$\text{Mà } OD = OE \text{ nên } \Delta OEM = \Delta ODM (\text{c.c.c}) \Rightarrow \text{góc } MOE = \text{góc } MOD = \frac{1}{2} \text{ góc } EOD \quad (1)$$

Theo quan hệ giữa góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung, ta có $\text{góc } ECD = \frac{1}{2} \text{ góc } EOD \quad (2)$

Theo ý a) ta có $\text{góc } HFD = \text{góc } HCD = \text{góc } ECD \quad (3)$

Từ (1), (2), (3) $\Rightarrow \text{góc } MOD = \text{góc } HFD$ hay $\text{góc } MOD = \text{góc } MFD$

Suy ra tứ giác MFOD là tứ giác nội tiếp (4)

$$\Rightarrow \text{góc } MDO = 180^\circ - \text{góc } MFO = 90^\circ \Rightarrow MD \perp DO$$

Chứng minh tương tự ta có MEFO là tứ giác nội tiếp (5)

Từ (4) và (5) suy ra 5 điểm M, E, F, O, D cùng thuộc 1 đường tròn.

c) Gọi I là giao điểm thứ hai của MC với đường tròn (O)

Ta có $\text{góc } MDE = \text{góc } DCE$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung, cùng chắn cung DE) hay $\text{góc } MDK = \text{góc } MDE$

Mà $\text{góc } HCD = \text{góc } HFD$ (cmt) $\Rightarrow \text{góc } MDK = \text{góc } HFD$ hay $\text{góc } MDK = \text{góc } MFD$

\Rightarrow tam giác MDK đồng dạng với tam giác MFD(g-g)

$$\Rightarrow \frac{MD}{MF} = \frac{MK}{MD} \Rightarrow MD^2 = MK \cdot MF$$

Ta có $\text{góc } MDI = \text{góc } MCD$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung, cùng chắn cung DI)

\Rightarrow tam giác MDI đồng dạng với tam giác MCD(g-g)

$$\Rightarrow \frac{MD}{MC} = \frac{MI}{MD} \Rightarrow MD^2 = MI \cdot MC$$

$$\Rightarrow MI \cdot MC = MK \cdot MF = MD^2 \Rightarrow \frac{MI}{MF} = \frac{MK}{MC}$$

Xét ΔMKI và ΔMCF có

KMI chung

$$\frac{MI}{MF} = \frac{MK}{MC}$$

\Rightarrow tam giác MKI đồng dạng với tam giác MCF(c-g-c)

$$\Rightarrow \text{góc } MIK = \text{góc } MFC = 90^\circ \Rightarrow KI \perp MC$$

Mà $\text{góc } BIC = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) nên $BI \perp MC$

Suy ra B, K, I thẳng hàng $\Rightarrow BK \perp MC$

Mà $MK \perp BC$ nên K là trực tâm ΔMBC .

d) Vì $MA = MH$ nên

$$FA \cdot FH = (FM + MA)(FM - MH) = (FM + MA)(FM - MA) = FM^2 - MA^2$$

$$\text{Vì } MD^2 = MK \cdot MF \text{ (cmt) nên } FK \cdot FM = (FM - MK)FM = FM^2 - MK \cdot MF = FM^2 - MD^2$$

Mà $MD = MA \Rightarrow FA \cdot FH = FK \cdot FM$

$$\Rightarrow \frac{2}{FK} = \frac{2FM}{FA \cdot FH} = \frac{(FM + MA)(FM - MH)}{FA \cdot FH} = \frac{FA + FH}{FA \cdot FH} = \frac{1}{FA} + \frac{1}{FH} \text{ (đpcm)}$$

ĐỀ 1935**Câu 1 (1,5 điểm)**

a) Chứng minh rằng nếu số nguyên n lớn hơn 1 thoả mãn $n^2 + 4$ và $n^2 + 16$ là các số nguyên tố thì n chia hết cho 5.

b) Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $x^2 - 2y(x-y) = 2(x+1)$.

Câu 2 (2,0 điểm)

a) Rút gọn biểu thức: $A = \frac{\sqrt{2}(3+\sqrt{5})}{2\sqrt{2}+\sqrt{3+\sqrt{5}}} + \frac{\sqrt{2}(3-\sqrt{5})}{2\sqrt{2}-\sqrt{3-\sqrt{5}}}$.

b) Tìm m để phương trình: $(x-2)(x-3)(x+4)(x+5) = m$ có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 3 (2,0 điểm)

a) Giải phương trình: $x^2 - x - 4 = 2\sqrt{x-1}(1-x)$.

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^3 + xy^2 - 10y = 0 \\ x^2 + 6y^2 = 10 \end{cases}$.

Câu 4 (3,5 điểm)

Cho đường tròn $(O; R)$ và dây cung $BC = R\sqrt{3}$ cố định. Điểm A di động trên cung lớn BC sao cho tam giác ABC nhọn. Gọi E là điểm đối xứng với B qua AC và F là điểm đối xứng với C qua AB . Các đường tròn ngoại tiếp các tam giác ABE và ACF cắt nhau tại K (K không trùng A). Gọi H là giao điểm của BE và CF .

- a) Chứng minh KA là phân giác trong góc BKC và tứ giác $BHCK$ nội tiếp.
- b) Xác định vị trí điểm A để diện tích tứ giác $BHCK$ lớn nhất, tính diện tích lớn nhất của tứ giác đó theo R .
- c) Chứng minh AK luôn đi qua một điểm cố định.

Câu 5 (1,0 điểm)

Cho 3 số thực dương x, y, z thoả mãn: $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{y^2 z^2}{x(y^2 + z^2)} + \frac{z^2 x^2}{y(z^2 + x^2)} + \frac{x^2 y^2}{z(x^2 + y^2)}.$$

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
PHÚ THỌ**

ĐỀ CHÍNH THỨC

**KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRUNG HỌC PHỔ THÔNG CHUYÊN HÙNG VƯƠNG
NĂM HỌC 2015-2016
HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN: TOÁN
(Dành cho thí sinh thi vào lớp chuyên Toán)
(Hướng dẫn chấm gồm 05 trang)**

I. Một số chú ý khi chấm bài

- Hướng dẫn chấm thi dưới đây dựa vào lời giải sơ lược của một cách, khi chấm thi, cán bộ chấm thi cần bám sát yêu cầu trình bày lời giải đầy đủ, chi tiết, hợp lô-gic và có thể chia nhỏ đến 0,25 điểm.
- Thí sinh làm bài theo cách khác với Hướng dẫn mà đúng thì tổ chấm cần thống nhất cho điểm tương ứng với thang điểm của Hướng dẫn chấm.
- Điểm bài thi là tổng điểm các câu không làm tròn số.

II. Đáp án-thang điểm

Câu 1 (1,5 điểm)

a) Chứng minh rằng nếu số nguyên n lớn hơn 1 thoả mãn $n^2 + 4$ và $n^2 + 16$ là các số nguyên tố thì n chia hết cho 5.

b) Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $x^2 - 2y(x-y) = 2(x+1)$.

Nội dung	Điểm
a) (0,5 điểm) Ta có với mọi số nguyên m thì m^2 chia cho 5 dư 0, 1 hoặc 4. + Nếu n^2 chia cho 5 dư 1 thì $n^2 = 5k + 1 \Rightarrow n^2 + 4 = 5k + 5 \vdots 5; k \in \mathbb{N}^*$. nên $n^2 + 4$ không là số nguyên tố. + Nếu n^2 chia cho 5 dư 4 thì $n^2 = 5k + 4 \Rightarrow n^2 + 16 = 5k + 20 \vdots 5; k \in \mathbb{N}^*$. nên $n^2 + 16$ không là số nguyên tố. Vậy $n^2 \vdots 5$ hay n chia hết cho 5.	0,25
b) (1,0 điểm) $x^2 - 2y(x-y) = 2(x+1) \Leftrightarrow x^2 - 2(y+1)x + 2(y^2 - 1) = 0 \quad (1)$ Để phương trình (1) có nghiệm nguyên x thì Δ' theo y phải là số chính phương Ta có $\Delta' = y^2 + 2y + 1 - 2y^2 + 2 = -y^2 + 2y + 3 = 4 - (y-1)^2 \leq 4$. Δ' chính phương nên $\Delta' \in \{0; 1; 4\}$ + Nếu $\Delta' = 4 \Rightarrow (y-1)^2 = 0 \Leftrightarrow y = 1$ thay vào phương trình (1) ta có :	0,25

$$x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow x(x-4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=4 \end{cases}$$

+ Nếu $\Delta' = 1 \Rightarrow (y-1)^2 = 3 \Rightarrow y \notin \mathbb{Z}$.

$$+ \text{Nếu } \Delta' = 0 \Rightarrow (y-1)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} y=3 \\ y=-1 \end{cases}$$

+ Với $y=3$ thay vào phương trình (1) ta có: $x^2 - 8x + 16 = 0 \Leftrightarrow (x-4)^2 = 0 \Leftrightarrow x=4$.

+ Với $y=-1$ thay vào phương trình (1) ta có: $x^2 = 0 \Leftrightarrow x=0$.

Vậy phương trình (1) có 4 nghiệm nguyên: $(x; y) \in \{(0;1); (4;1); (4;3); (0;-1)\}$.

Câu 2 (2,0 điểm)

a) Rút gọn biểu thức: $A = \frac{\sqrt{2}(3+\sqrt{5})}{2\sqrt{2}+\sqrt{3+\sqrt{5}}} + \frac{\sqrt{2}(3-\sqrt{5})}{2\sqrt{2}-\sqrt{3-\sqrt{5}}}$.

b) Tìm m để phương trình: $(x-2)(x-3)(x+4)(x+5) = m$ có 4 nghiệm phân biệt.

Nội dung	Điểm
a) (1,0 điểm) $A = \frac{2(3+\sqrt{5})}{4+\sqrt{6+2\sqrt{5}}} + \frac{2(3-\sqrt{5})}{4-\sqrt{6-2\sqrt{5}}}$ $= 2 \left[\frac{3+\sqrt{5}}{4+\sqrt{(\sqrt{5}+1)^2}} + \frac{3-\sqrt{5}}{4-\sqrt{(\sqrt{5}-1)^2}} \right] = 2 \left(\frac{3+\sqrt{5}}{5+\sqrt{5}} + \frac{3-\sqrt{5}}{5-\sqrt{5}} \right)$ $= 2 \left[\frac{(3+\sqrt{5})(5-\sqrt{5}) + (3-\sqrt{5})(5+\sqrt{5})}{(5+\sqrt{5})(5-\sqrt{5})} \right] = 2 \left(\frac{15-3\sqrt{5}+5\sqrt{5}-5+15+3\sqrt{5}-5\sqrt{5}-5}{25-5} \right)$ $= 2 \cdot \frac{20}{20} = 2. \text{ Vậy } A = 2.$	0,25
b) (1,0 điểm) Phương trình $(x-2)(x-3)(x+4)(x+5) = m \Leftrightarrow (x^2 + 2x - 8)(x^2 + 2x - 15) = m$ (1)	0,25
Đặt $x^2 + 2x + 1 = (x+1)^2 = y$ ($y \geq 0$), phương trình (1) trở thành: $(y-9)(y-16) = m \Leftrightarrow y^2 - 25y + 144 - m = 0$ (2)	0,25
Nhận xét: Với mỗi giá trị $y > 0$ thì phương trình: $(x+1)^2 = y$ có 2 nghiệm phân biệt, do đó phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt \Leftrightarrow phương trình (2) có 2 nghiệm dương phân biệt.	0,25

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 4m + 49 > 0 \\ 25 > 0 \\ 144 - m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{-49}{4} < m < 144.$	0,25
---	------

Vậy với $\frac{-49}{4} < m < 144$ thì phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt.

0,25

Câu 3 (2,0 điểm)

a) Giải phương trình: $x^2 - x - 4 = 2\sqrt{x-1}(1-x)$.

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^3 + xy^2 - 10y = 0 \\ x^2 + 6y^2 = 10 \end{cases}$

Nội dung	Điểm
a) (1,0 điểm) Điều kiện: $x \geq 1$ (*). Ta có: $x^2 - x - 4 = 2\sqrt{x-1}(1-x) \Leftrightarrow x^2 + 2x\sqrt{x-1} + x - 1 - 2(x + \sqrt{x-1}) - 3 = 0$	0,25
Đặt $x + \sqrt{x-1} = y$ (Điều kiện: $y \geq 1$ (**)), phương trình trở thành $y^2 - 2y - 3 = 0$.	0,25
$y^2 - 2y - 3 = 0 \Leftrightarrow (y+1)(y-3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ y = 3 \end{cases}$	0,25
+ Với $y = -1$ không thỏa mãn điều kiện (**).	
+ Với $y = 3$ ta có phương trình:	
$x + \sqrt{x-1} = 3 \Leftrightarrow \sqrt{x-1} = 3 - x \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ x-1 = 9 - 6x + x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ x^2 - 7x + 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ [x=2 \Leftrightarrow x=2] \\ x=5 \end{cases}$	0,25
thỏa mãn điều kiện (*). Vậy phương trình có nghiệm $x = 2$.	
b) (1,0 điểm) $\begin{cases} x^3 + xy^2 - 10y = 0 \\ x^2 + 6y^2 = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 + xy^2 - (x^2 + 6y^2)y = 0 & (1) \\ x^2 + 6y^2 = 10 & (2) \end{cases}$	0,25
Từ phương trình (1) ta có	
$x^3 + xy^2 - (x^2 + 6y^2)y = 0 \Leftrightarrow x^3 + xy^2 - x^2y - 6y^3 = 0$	0,25
$\Leftrightarrow x^3 - 2x^2y + x^2y - 2xy^2 + 3xy^2 - 6y^3 = 0 \Leftrightarrow (x-2y)(x^2 + xy + 3y^2) = 0$	
$(x-2y)(x^2 + xy + 3y^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=2y \\ x^2 + xy + 3y^2 = 0 \end{cases}$	0,25
+ Trường hợp 1: $x^2 + xy + 3y^2 = 0 \Leftrightarrow \left(x + \frac{y}{2}\right)^2 + \frac{11y^2}{4} = 0 \Rightarrow x = y = 0$	0,25

Với $x = y = 0$ không thỏa mãn phương trình (2).

+ Trường hợp 2: $x = 2y$ thay vào phương trình (2) ta có:

$$4y^2 + 8y^2 = 12 \Leftrightarrow y^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \Rightarrow x = 2 \\ y = -1 \Rightarrow x = -2 \end{cases}$$

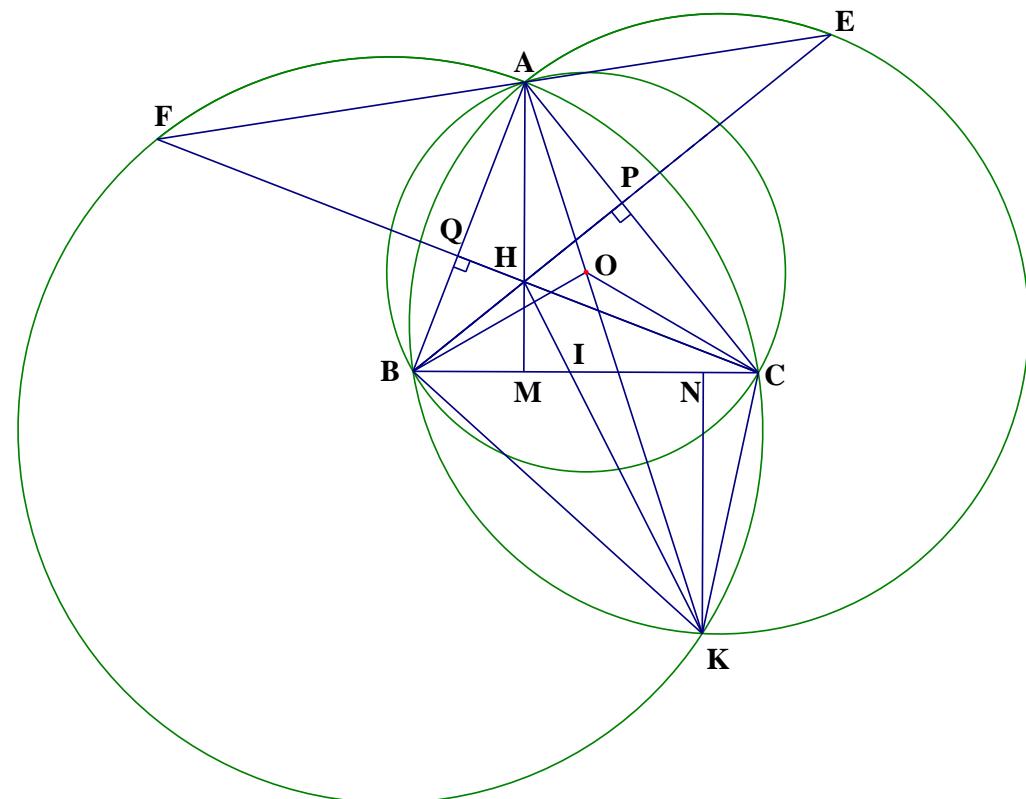
Vậy hệ phương trình có 2 nghiệm $(x; y) \in \{(2;1); (-2;-1)\}$.

Câu 4 (3,5 điểm)

Cho đường tròn $(O; R)$ và dây cung $BC = R\sqrt{3}$ cố định. Điểm A di động trên cung lớn BC sao cho tam giác ABC nhọn. Gọi E là điểm đối xứng với B qua AC và F là điểm đối xứng với C qua AB . Các đường tròn ngoại tiếp các tam giác ABE và ACF cắt nhau tại K (K không trùng A). Gọi H là giao điểm của BE và CF .

- a) Chứng minh KA là phân giác trong góc BKC và tứ giác $BHCK$ nội tiếp.
- b) Xác định vị trí điểm A để diện tích tứ giác $BHCK$ lớn nhất, tính diện tích lớn nhất của tứ giác đó theo R .
- c) Chứng minh AK luôn đi qua điểm cố định.

Nội dung	Điểm



a) (1,5 điểm)

Ta có $AKB = AEB$ (vì cùng chắn cung AB của đường tròn ngoại tiếp tam giác AEB)

Mà $ABE = AEB$ (tính chất đối xứng) suy ra $AKB = ABE$ (1)

$AKC = AFC$ (vì cùng chắn cung AC của đường tròn ngoại tiếp tam giác AFC)

$ACF = AFC$ (tính chất đối xứng) suy ra $AKC = ACF$ (2)

Mặt khác $ABE = ACF$ (cùng phụ với BAC) (3). Từ (1), (2), (3) suy ra $AKB = AKC$ hay KA là phân giác trong của góc BKC .

Gọi P, Q lần lượt là các giao điểm của BE với AC và CF với AB .

Ta có $BC = R\sqrt{3}$ nên $BOC = 120^\circ$; $BAC = \frac{1}{2}BOC = 60^\circ$. Trong tam giác vuông ABP

có $APB = 90^\circ$; $BAC = 60^\circ \Rightarrow ABP = 30^\circ$ hay $ABE = ACF = 30^\circ$.

Tứ giác $APHQ$ có

$AQH + APH = 180^\circ \Rightarrow PAQ + PHQ = 180^\circ \Rightarrow PHQ = 120^\circ \Rightarrow BHC = 120^\circ$ (đối đỉnh).

Ta có $AKC = ABE = 30^\circ$, $AKB = ACF = ABE = 30^\circ$ (theo chứng minh phần a).

Mà $BKC = AKC + AKB = AFC + AEB = ACF + ABE = 60^\circ$ suy ra $BHC + BKC = 180^\circ$ nên tứ giác $BHCK$ nội tiếp.

b) (1,5 điểm)

0,5

0,25

0,25

0,25

0,25

0,5

Gọi (O') là đường tròn đi qua bốn điểm B, H, C, K . Ta có dây cung $BC = R\sqrt{3}$,

$BKC = 60^\circ = BAC$ nên bán kính đường tròn (O') bằng bán kính R của đường tròn (O) .

Gọi M là giao điểm của AH và BC thì MH vuông góc với BC , kẻ KN vuông góc với BC (N thuộc BC), gọi I là giao điểm của HK và BC .

$$\text{Ta có } S_{BHCK} = S_{BHC} + S_{BCK} = \frac{1}{2}BC \cdot HM + \frac{1}{2}BC \cdot KN = \frac{1}{2}BC(HM + KN)$$

$$S_{BHCK} \leq \frac{1}{2}BC(HI + KI) = \frac{1}{2}BC \cdot KH \quad (\text{do } HM \leq HI; KN \leq KI).$$

Ta có KH là dây cung của đường tròn $(O'; R)$ suy ra $KH \leq 2R$ (không đổi)
nên S_{BHCK} lớn nhất khi $KH = 2R$ và $HM + KN = HK = 2R$.

$$\text{Giá trị lớn nhất } S_{BHCK} = \frac{1}{2}R\sqrt{3} \cdot 2R = R^2\sqrt{3}.$$

Khi HK là đường kính của đường tròn (O') thì M, I, N trùng nhau suy ra I là trung điểm của BC nên ΔABC cân tại A . Khi đó A là điểm chính giữa cung lớn BC .

c) (0,5 điểm)

Ta có $BOC = 120^\circ$; $BKC = 60^\circ$ suy ra $BOC + BKC = 180^\circ$
nên tứ giác $BOCK$ nội tiếp đường tròn.

Ta có $OB = OC = R$ suy ra $OB = OC \Rightarrow BKO = CKO$ hay KO là phân giác góc BKC
theo phần (a) KA là phân giác góc BKC nên K, O, A thẳng hàng hay AK đi qua O cố định

Câu 5 (1,0 điểm)

Cho 3 số thực dương x, y, z thỏa mãn: $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{y^2 z^2}{x(y^2 + z^2)} + \frac{z^2 x^2}{y(z^2 + x^2)} + \frac{x^2 y^2}{z(x^2 + y^2)}.$$

Nội dung

Điểm

$$\text{Ta có } P = \frac{1}{x\left(\frac{1}{z^2} + \frac{1}{y^2}\right)} + \frac{1}{y\left(\frac{1}{z^2} + \frac{1}{x^2}\right)} + \frac{1}{z\left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}\right)}$$

Đặt $\frac{1}{x} = a; \frac{1}{y} = b; \frac{1}{z} = c$ thì $a, b, c > 0$ và $a^2 + b^2 + c^2 = 1$.

$$P = \frac{a}{b^2 + c^2} + \frac{b}{c^2 + a^2} + \frac{c}{a^2 + b^2} = \frac{a^2}{a(1-a^2)} + \frac{b^2}{b(1-b^2)} + \frac{c^2}{c(1-c^2)}$$

Áp dụng bất đẳng thức Côsi cho 3 số dương ta có

$$a^2(1-a^2)^2 = \frac{1}{2} \cdot 2a^2(1-a^2)(1-a^2) \leq \frac{1}{2} \left(\frac{2a^2 + 1 - a^2 + 1 - a^2}{3} \right)^3 = \frac{4}{27}$$

$$\Rightarrow a(1-a^2) \leq \frac{2}{3\sqrt{3}} \Leftrightarrow \frac{a^2}{a(1-a^2)} \geq \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2 (1)$$

Tương tự: $\frac{b^2}{b(1-b^2)} \geq \frac{3\sqrt{3}}{2} b^2 \quad (2); \quad \frac{c^2}{c(1-c^2)} \geq \frac{3\sqrt{3}}{2} c^2 \quad (3)$

Từ (1); (2); (3) ta có $P \geq \frac{3\sqrt{3}}{2} (a^2 + b^2 + c^2) = \frac{3\sqrt{3}}{2}$. Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow a = b = c = \frac{1}{\sqrt{3}}$

hay $x = y = z = \sqrt{3}$. Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

0,25

0,25

ĐỀ 1936

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BẾN TRE**

ĐỀ CHÍNH THỨC

**ĐỀ THI TUYỂN SINH 10
TRUNG HỌC PHỔ THÔNG CHUYÊN BẾN TRE
NĂM HỌC 2013 – 2014
Môn: TOÁN (chung)
Thời gian: 120 phút (không kể phát đề)**

Câu 1 (2,5 điểm)

a) Giải phương trình $x^4 - 6x^2 - 27 = 0$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} \frac{5}{x} - 3y = 2 \\ \frac{2}{x} + 7y = 9 \end{cases}$

c) Cho $x = \frac{\sqrt{4+2\sqrt{3}} + \sqrt{4-2\sqrt{3}}}{\sqrt{12}}$. Không dùng máy tính cầm tay, hãy rút gọn biểu thức

$$P = (x^3 - x^9 + 1)^{2013}.$$

d) Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên n ta luôn có $n^3 + 3n^2 + 2n$ chia hết cho 6.

Câu 2 (1,5 điểm)

Cho phương trình $-x^2 + 2x + m + 1 = 0$ (m là tham số) (1).

c) Giải phương trình (1) khi $m = 2$.

d) Tìm các giá trị của tham số m để phương trình (1) có hai nghiệm $x_1; x_2$ là độ dài các cạnh góc vuông của một tam giác vuông có độ dài cạnh huyền bằng $\sqrt{3}$ (đơn vị độ dài).

Câu 3 (2,5 điểm).

Cho các hàm số $y = -x^2$ có đồ thị là (P) và $y = x - 2$ có đồ thị là (d).

- d) Vẽ (P) và (d) trên cùng một hệ trục tọa độ vuông góc (đơn vị trên các trục số bằng nhau).
- e) Xác định tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.
- f) Tìm điểm M thuộc (P) có hoành độ lớn hơn -2 và nhỏ hơn 1 đồng thời khoảng cách từ M đến đường thẳng (d) là lớn nhất.

Câu 4 (3,5 điểm)

Cho đường tròn tâm O bán kính R. Từ một điểm A nằm ngoài đường tròn kẻ các tiếp tuyến AP và AQ với đường tròn (P, Q là các tiếp điểm). Kẻ dây QB song song với AP. Nối AB cắt đường tròn tại C.

- d) Chứng minh rằng:
 - iv) Tứ giác APOQ nội tiếp.
 - v) Tam giác PQB cân.
 - vi) $AP^2 = AB \cdot AC$.
- e) Kéo dài QC cắt AP tại I. Chứng minh rằng $IA = IP$.
- f) Biết $AP = R\sqrt{3}$. Tính diện tích hình quạt tròn chắn cung nhỏ PQ của đường tròn tâm O theo R.

- Kết -

GỢI Ý GIẢI

Câu 1 (2,5 điểm)

a) Giải phương trình $x^4 - 6x^2 - 27 = 0$ (1)

+ Đặt $t = x^2 \geq 0$, pt (1) trở thành: $t^2 - 6t - 27 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = 9 & (\text{thỏa ĐK}) \\ t_2 = -3 & (\text{không thỏa ĐK}) \end{cases}$

+ Với $t = 9 \Rightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow x = \pm 3$.

+ Vậy pt (1) có hai nghiệm $x_1 = 3; x_2 = -3$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} \frac{5}{x} - 3y = 2 \\ \frac{2}{x} + 7y = 9 \end{cases}$ (I)

+ Đặt $X = \frac{1}{x}$: ĐK: $x \neq 0$, hệ (I) trở thành: $\begin{cases} 5X - 3y = 2 \\ 2X + 7y = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} X = 1 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$

$$\begin{aligned}
 c) \quad x &= \frac{\sqrt{4+2\sqrt{3}} + \sqrt{4-2\sqrt{3}}}{\sqrt{12}} = x = \frac{\sqrt{(\sqrt{3}+1)^2} + \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}}{\sqrt{12}} \\
 &= \frac{\sqrt{3} + 1 + \sqrt{3} - 1}{2\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = 1 \\
 \Rightarrow P &= (x^3 - x^9 + 1)^{2013} = (1^3 - 1^9 + 1)^{2013} = 1^{2013} = 1.
 \end{aligned}$$

Câu 2(1,5 điểm)

Phương trình $-x^2 + 2x + m + 1 = 0$ (m là tham số) (1).

a) Khi $m = 2$, pt (1) có 2 nghiệm: $x_1 = -1$; $x_2 = 3$.

b)

+ Pt (1) có 2 nghiệm $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta' = 1^2 - (-1)(m+1) = m+2 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -2$.

+ Áp dụng hệ thức Vi-ét cho pt(1): $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 \cdot x_2 = -m-1 \end{cases}$

+ Theo đề bài: $x_1^2 + x_2^2 = (\sqrt{3})^2$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 3$$

$$\Leftrightarrow 2^2 - 2(-m-1) = 3 \Leftrightarrow m = -\frac{3}{2} \text{ (thỏa ĐK)}$$

Câu 3 (2,5 điểm).

Cho các hàm số $y = -x^2$ có đồ thị là (P) và $y = x - 2$ có đồ thị là (d).

a) Đồ thị:

+ Bảng một số giá trị của (P):

x	-2	-1	0	1	2
$y = -x^2$	-4	-1	0	-1	-4

+ Vẽ (d):

Cho $x = 0 \Rightarrow y = -2 \Rightarrow (0; -2) \in (d)$

Cho $x = 1 \Rightarrow y = -1 \Rightarrow (1; -1) \in (d)$

b)

+ Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d):

$$-x^2 = x - 2 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_1 = -1 \Rightarrow (1; -1) \\ y_2 = -4 \Rightarrow (-2; -4) \end{cases}$$

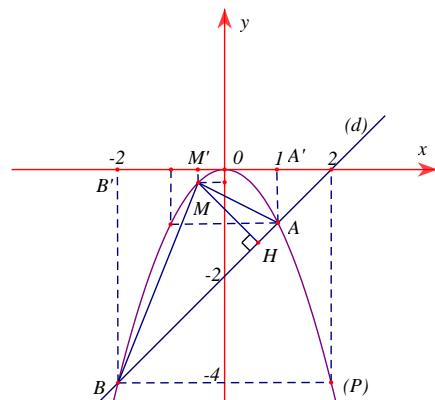
+ Vậy tọa độ giao điểm của P và (d) là:

$(1; -1)$ và $(-2; -4)$

c)

+ Gọi các giao điểm của (P) và (d) là

A($1; -1$) và B($-2; -4$) và MH là khoảng cách



từ $M(x_M; y_M) \in (P)$ đến (d) $\Rightarrow MH \perp AB$

$$\Rightarrow S_{AMB} = \frac{1}{2} AB \cdot MH \Rightarrow MH \text{ lớn nhất khi } S_{AMB} \text{ lớn nhất}$$

+ Gọi A', B', M' lần lượt là hình chiếu của A, B, M

$$\begin{aligned} \text{lên trục } Ox, \text{ đặt } x_M = m \Rightarrow y_M = -x_M^2 \\ \Rightarrow |y_M| = |-x_M^2| = x_M^2 = m^2. \end{aligned}$$

+ Ta có:

$$\begin{aligned} S_{AMB} &= S_{AA'B'B} - [S_{AA'M'M} + S_{BB'M'M}] \\ &= \frac{1}{2}(AA' + BB').A'B' - [\frac{1}{2}(AA' + MM').A'M' + \frac{1}{2}(BB' + MM').B'M'] \\ &= \frac{1}{2} \cdot (1+4) \cdot 3 - [\frac{1}{2} \cdot (1+|y_M|) \cdot (1+|x_M|) + \frac{1}{2} \cdot (4+|y_M|) \cdot (2-|x_M|)] \\ &= \frac{15}{2} - \frac{1}{2}[(1+m^2)(1+m) + (4+m^2)(2-m)] \\ &= \frac{15}{2} - \frac{1}{2}(3m^2 - 3m + 9) \\ &= \frac{15}{2} - \frac{3}{2}(m^2 - m + 3) \\ &= \frac{15}{2} - \frac{3}{2}[(m - \frac{1}{2})^2 + \frac{11}{4}] \\ &= \frac{27}{8} - \frac{3}{2}(m - \frac{1}{2})^2 \geq \frac{27}{8} \end{aligned}$$

$$+ \text{ Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow m = \frac{1}{2} \in (-2; 1)$$

Vậy khoảng cách lớn nhất đến (d) tại $M(\frac{1}{2}; -\frac{1}{4})$

Câu 4 (3,5 điểm)

a)

i) *Chứng minh rằng tứ giác $APOQ$ nội tiếp:*

$$APO = ADO = 90^\circ \text{ nhìn đoạn } OA$$

\Rightarrow Tứ giác $APOQ$ nội tiếp đường tròn
đường kính OA .

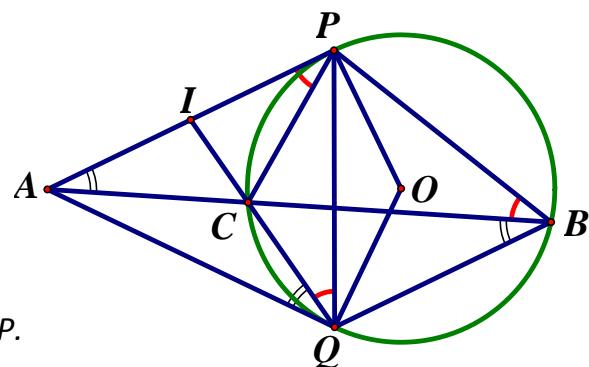
ii) *Chứng minh rằng tam giác PQB cân:*

$$+ QB \parallel AP \Rightarrow PQB = QPA \text{ (so le trong)} \quad (1)$$

$$+ PBQ = QPA \text{ (cùng chắn } PC \text{ của } (O)) \quad (2)$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow PQB = PBQ \Rightarrow \Delta PQB$ cân tại P .

iii) *Chứng minh rằng $AP^2 = AB \cdot AC$:*



+ $\triangle APC$ và $\triangle ABP$ có:

$$\left. \begin{array}{l} BAP : chung \\ APC = PBC (cùng chǎn PC) \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle APC \sim \triangle ABP (g-g)$$

$$\Rightarrow \frac{AP}{AB} = \frac{AC}{AP} \Leftrightarrow AP^2 = AB \cdot AC.$$

b) Chứng minh rằng $IA = IP$:

+ $\triangle IPC$ và $\triangle IQP$ có:

$$\left. \begin{array}{l} PIQ : chung \\ IPC = IQP (cùng chǎn PC) \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle IPC \sim \triangle IQP (g-g) \Rightarrow \frac{IP}{IQ} = \frac{IC}{IP} \Leftrightarrow IP^2 = IC \cdot IQ \quad (1)$$

$$\left. \begin{array}{l} QB // AP \Rightarrow IAC = CBQ \text{ so le trong} \\ Mà: IQA = CBQ (cùng chǎn CQ) \end{array} \right\} \Rightarrow IAC = IQA$$

+ $\triangle IAC$ và $\triangle IQA$ có:

$$\left. \begin{array}{l} AIQ : chung \\ IAC = IQA (cmt) \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle IAC \sim \triangle IQA (g-g) \Rightarrow \frac{IA}{IQ} = \frac{IC}{IA} \Leftrightarrow IA^2 = IC \cdot IQ \quad (2)$$

+ Từ (1) và (2) $\Rightarrow IA^2 = IP^2 \Leftrightarrow IA = IP$.

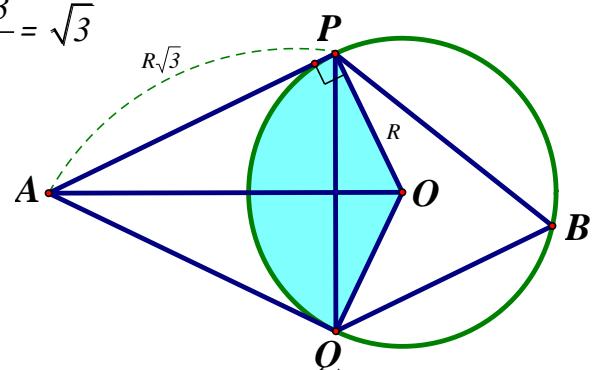
c) Biết $AP = R\sqrt{3}$. Tính diện tích hình quạt tròn chǎn cung nhỏ PQ của đường tròn tâm O theo R :

$$+ \triangle OAP vuông tại P \Rightarrow \tan AOP = \frac{AP}{OP} = \frac{R\sqrt{3}}{R} = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow AOP = 60^\circ$$

$$\Rightarrow POQ = 120^\circ \Rightarrow n^\circ = sđ PQ = 120^\circ$$

$$\Rightarrow S_{quạt} = \frac{\pi R^2 n}{360} = \frac{\pi R^2 120}{360} = \frac{\pi R^2}{3} (\text{đvdt}).$$



ĐỀ CHÍNH THỨC

SBD..... Phòng....

ĐỀ 1937
ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN THOẠI NGỌC HẦU
NĂM HỌC 2011-2012

MÔN TOÁN

*Thời gian làm bài: 120 phút,
(không kể thời gian giao đề)*

Câu I (2,0 điểm)

1. Rút gọn rồi tính giá trị của biểu thức (không sử dụng máy tính):

$$A = 3x - 2 + \sqrt{2x^2 - 2x\sqrt{2} + 1}, \text{ với } x = -\sqrt{2}$$

$$2. \text{Tính : } \left(\frac{\sqrt{21} - \sqrt{7}}{\sqrt{3} - 1} + \frac{\sqrt{15} - \sqrt{3}}{1 - \sqrt{5}} \right) : \frac{4\sqrt{5}}{\sqrt{3} + \sqrt{7}}$$

Câu II (2,0 điểm)

Giải các phương trình sau:

$$1. \frac{1}{1-2x} = \frac{2}{1+2x} + \frac{1}{1-4x^2}$$

$$2. x^3 - 3x^2 - 4x = 0$$

Câu III (1,5 điểm)

Trong mặt phẳng Oxy, cho parabol (P) : $y = -\frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (d):

$$y = mx + m - 1.$$

- Chứng minh đường thẳng (d) luôn cắt parabol tại 2 điểm phân biệt khi m thay đổi.
- Với giá trị nào của m thì đường thẳng (d) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2.

Câu IV (1,5 điểm)

- Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 5x^2 - 7y = 27 \\ -3x^2 + 2y = -14 \end{cases}$

- Chứng minh bất đẳng thức: $a.b > a+b$, với $a>2$ và $b>2$.

Câu V (3,0 điểm)

Cho nửa đường tròn tâm O, đường kính AB=2r, Ax và By là 2 tiếp tuyến với nửa đường tròn tại A và B. Lấy 1 điểm M thuộc cung AB và vẽ tiếp tuyến thứ ba cắt Ax, By lần lượt tại C và D.

- Chứng minh COD là tam giác vuông.

2. Chứng minh tích AC.BD có giá trị không đổi khi M di động trên cung AB.

3. Cho góc AOM bằng 60 độ và I là giao điểm của AB và CD. Tính theo r độ dài các đoạn AC, BD và thể tích của hình do hình thang vuông ABDC quay quanh AB sinh ra.

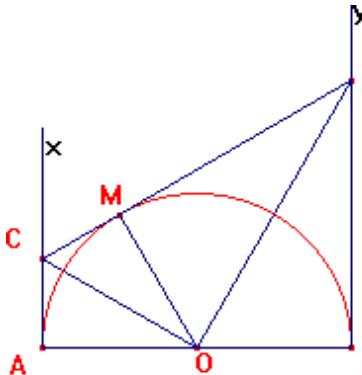
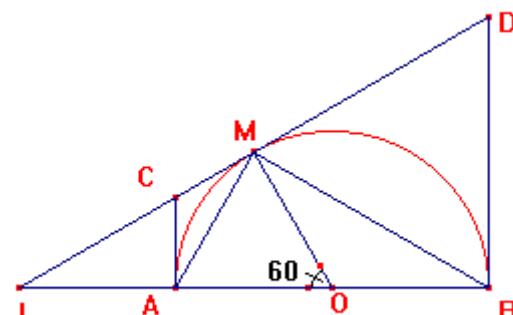
HẾT

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO AN GIANG <hr/> ĐỀ CHÍNH THỨC	HƯỚNG DẪN CHÂM THI TUYỂN SINH LỚP 10 TRƯỜNG THPT CHUYÊN THOẠI NGỌC HỒU Năm học 2011-2012-Khóa ngày 15-6-2011 Môn: TOÁN
--	--

A-LƯỢC GIẢI-BIỂU ĐIỂM

Câu điểm)	Bài	Lược giải	Điểm
I (2 đ)	1	<p>Ta có:</p> $2x^2 - 2x\sqrt{2} + 1 = (x\sqrt{2} - 1)^2$ <p>Do đó :</p> $A = 3x - 2 + \sqrt{(x\sqrt{2} - 1)^2}$ $A = 3x - 2 + x\sqrt{2} - 1 $ <p>Vì $x = -\sqrt{2}$ nên $x\sqrt{2} - 1 = -3 = 3$</p> <p>Vậy: $A = 1 - 3\sqrt{2}$</p>	1,0
	2	$\left(\frac{\sqrt{21} - \sqrt{7}}{\sqrt{3} - 1} + \frac{\sqrt{15} - \sqrt{3}}{1 - \sqrt{5}} \right) : \frac{4\sqrt{5}}{\sqrt{3} + \sqrt{7}}$ <ul style="list-style-type: none"> • $\frac{\sqrt{21} - \sqrt{7}}{\sqrt{3} - 1} = \frac{\sqrt{7}(\sqrt{3} - 1)}{\sqrt{3} - 1} = \sqrt{7}$ • $\frac{\sqrt{15} - \sqrt{3}}{1 - \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{3}(\sqrt{5} - 1)}{1 - \sqrt{5}} = -\sqrt{3}$ • $\left(\frac{\sqrt{21} - \sqrt{7}}{\sqrt{3} - 1} + \frac{\sqrt{15} - \sqrt{3}}{1 - \sqrt{5}} \right) : \frac{4\sqrt{5}}{\sqrt{3} + \sqrt{7}} = \frac{(\sqrt{7} - \sqrt{3})(\sqrt{3} + \sqrt{7})}{4\sqrt{5}}$ • $= \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$ 	1,0
II (2 đ)	1	<p>Điều kiện: $x \neq \pm \frac{1}{2}$</p> <p>Quy đồng và khử mẫu , được:</p> $1 + 2x = 2(1 - 2x) + 1$	

	2	$\Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$ (thỏa điều kiện) Vậy nghiệm của phương trình cho là $x = 1/3$. $x^3 - 3x^2 - 4x = 0$ $\Leftrightarrow x(x^2 - 3x - 4) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 4 \end{cases}$	1,0
III (1,5đ)	1	Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d): $-\frac{1}{2}x^2 = mx + m - 1$ $\Leftrightarrow x^2 + 2mx + 2m - 2 = 0 \quad (*)$ $(*) \Rightarrow \Delta' = m^2 - (2m - 2) = m^2 - 2m + 2$ $= (m - 1)^2 + 1 > 0, \quad \forall m \in R$ Vậy phương trình (*) luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m. Nói cách khác (d) luôn cắt (P) tại 2 điểm phân biệt khi m thay đổi.	1,0
	2	Thay tọa độ giao điểm của (d) với trục tung vào phương trình đường thẳng: $2 = m \cdot 0 + m - 1$ Suy ra $m = 3$ Vậy với $m = 3$ thì (d) cắt trục tung tại điểm $(0; 2)$.	0,5
IV (1,5đ)	1	$\begin{cases} 5x^2 - 7y = 27 & (1) \\ -3x^2 + 2y = -14 & (2) \end{cases}$ $(1) \Rightarrow y = \frac{5x^2 - 27}{7}, \text{ thay vào (2):}$ $-3x^2 + 2\frac{5x^2 - 27}{7} = -14$ $\Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm 2$ Với $x = \pm 2 \Rightarrow y = \frac{5 \cdot 4 - 27}{7} = -1$ Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm $(2; -1)$ và $(-2; -1)$.	0,75
	2	a.b > a+b , với a>2 và b>2. Vì a>2 và b>0 nên a.b>2.b (1)	

	Vì $b > 2$ và $a > 0$ nên $b.a > 2.a$ (2) Cộng (1) và (2) ta được: $2ab > 2(a+b) \Leftrightarrow ab > a+b$ (đpcm)	0,75
V (3,0đ)	 <p>1 Theo tính chất của các tiếp tuyến cắt nhau, ta có OC là tia phân giác của góc AOM và OD là tia phân giác của góc BOM. Mà AOM, BOM là 2 góc kề bù. Suy ra $OC \perp OD$ Vậy tam giác COD vuông tại O.</p> <p>2 Theo tính chất của 2 tiếp tuyến cắt nhau, ta có: $CA = CM; DB = DM$. Trong tam giác vuông COD với đường cao OM, ta có: $OM^2 = MC \cdot MD \Leftrightarrow r^2 = MC \cdot MD = AC \cdot BD$ Vậy khi M di động trên nửa đường tròn, tích $AC \cdot BD$ có giá trị không đổi (bằng r^2).</p> <p>3</p>  <p>Tam giác cân AOM ($OA=OM=r$) có góc $AOM = 60^\circ$ nên nó là tam giác đều. Suy ra $AM=AO= MO= r$. Lại có tam giác IOM vuông tại M nên $AM=AI=AO=r$ và góc $MIO=30^\circ$. Tam giác AIC vuông tại A có góc $\hat{I} = 30^\circ$ nên</p>	0,25 0,75 0,75

	$AC = IA \cdot \tan 30^\circ = \frac{r\sqrt{3}}{3}.$ $AC \cdot BD = r^2 \Rightarrow BD = \frac{r^2}{AC} = r\sqrt{3}$ <p>Thể tích hình nón cụt sinh ra bởi hình thang vuông ABDC quay quanh AB:</p> $V = \frac{1}{3}\pi \cdot AB(AC^2 + BD^2 + AC \cdot BD) = \frac{1}{3}\pi \cdot 2r \left(\frac{r^2}{3} + 3r^2 + r^2 \right) = \frac{26\pi \cdot r^3}{9}$	0,25
--	---	-------------

B-HƯỚNG DẪN:

- 1-Học sinh làm cách khác mà đúng vẫn được điểm tối đa.
- 2-Trong bài hình học, chỉ chấm hình vẽ 1 lần –nếu đúng; không có hình hoặc hình sai thì không chấm phần lời giải ứng.
- 3-Điểm số có thể chia nhỏ tới 0,25. Tổng điểm toàn bài không làm tròn.

ĐỀ 1938

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi gồm 01 trang)

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2016 – 2017
MÔN THI: TOÁN

Ngày thi: 12 tháng 6 năm 2016
Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1. (2 điểm)

Giải các phương trình và hệ phương trình sau

a) $x^2 - 2\sqrt{5}x + 5 = 0$

b) $4x^4 - 5x^2 - 9 = 0$

c) $\begin{cases} 2x + 5y = -1 \\ 3x - 2y = 8 \end{cases}$

d) $x(x+3) = 15 - (3x-1)$

Câu 2. (1,5 điểm)

- c) Vẽ đồ thị (P) của hàm số $y = -\frac{x^2}{4}$ và đường thẳng (D): $y = \frac{x}{2} - 2$ trên cùng một hệ trục tọa độ

- d) Tìm tọa độ các giao điểm của (P) và (D) ở câu trên bằng phép tính

Câu 3. (1,5 điểm)

- c) Thu gọn biểu thức $A = \frac{2-\sqrt{3}}{1+\sqrt{4+2\sqrt{3}}} + \frac{2+\sqrt{3}}{1-\sqrt{4-2\sqrt{3}}}$

- d) Ông Sáu gửi một số tiền vào ngân hàng theo mức lãi suất tiết kiệm với kỳ hạn

1 năm là 6%. Tuy nhiên sau thời hạn một năm ông Sáu không đến nhận tiền lãi mà để thêm một năm nữa mới lãnh. Khi đó số tiền lãi có được sau năm đầu tiên sẽ được ngân hàng cộng dồn vào số tiền gửi ban đầu để thành số tiền gửi cho năm kế tiếp với mức lãi suất cũ. Sau 2 năm ông Sáu nhận được số tiền là 112.360.000 đồng (kể cả gốc lẫn lãi). Hỏi ban đầu ông Sáu đã gửi bao nhiêu tiền?

Câu 4. (1,5 điểm)

Cho phương trình: $x^2 - 2mx + m - 2 = 0$ (1) (x là ẩn số)

- c) Chứng minh phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi giá trị m
- d) Định m để hai nghiệm x_1, x_2 của phương trình (1) thỏa mãn

$$(1+x_1)(2-x_2)+(1+x_2)(2-x_1)=x_1^2+x_2^2+2$$

Câu 5. (3,5 điểm)

Cho ΔABC ($AB < AC$) có ba góc nhọn. Đường tròn tâm O đường kính BC cắt các cạnh AC, AB lần lượt tại D, E. Gọi H là giao điểm của BD và CE; F là giao điểm của AH và BC.

- e) Chứng minh $AF \perp BC$ và $\text{góc } AFD = \text{góc } ACE$
- f) Gọi M là trung điểm của AH. Chứng minh $MD \perp OD$ và 5 điểm M, D, O, F, E cùng thuộc một đường tròn.
- g) Gọi K là giao điểm của AH và DE. Chứng minh $MD^2 = MK \cdot MF$ và K là trực tâm của ΔMBC
- h) Chứng minh $\frac{2}{FK} = \frac{1}{FH} + \frac{1}{FA}$

ĐÁP ÁN

Câu 1.(2,0 điểm)

Giải các phương trình và hệ phương trình:

a) $x^2 - 2\sqrt{5}x + 5 = 0$

$$\Leftrightarrow (x - \sqrt{5})^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x - \sqrt{5} = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \sqrt{5}$$

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm $S = \{\sqrt{5}\}$

$$b) 4x^4 - 5x^2 - 9 = 0$$

Đặt $x^2 = t$ ($t \geq 0$)

Khi đó phương trình trở thành: $4t^2 - 5t - 9 = 0$ (*)

Ta có: $a - b + c = 4 - (-5) - 9 = 0$

Nên ta có phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt là: $t = -1$ (loại) và $t = \frac{9}{4}$ (thỏa mãn điều kiện)

Với $t = \frac{9}{4}$ ta có: $x^2 = \frac{9}{4} \Leftrightarrow x = \pm \frac{3}{2}$

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm là: $S = \left\{ \frac{-3}{2}; \frac{3}{2} \right\}$

$$c) \begin{cases} 2x+5y=-1 \\ 3x-2y=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x+15y=-3 \\ 6x-4y=16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 19y=-19 \\ 3x-2y=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có 1 nghiệm duy nhất $(x; y) = (2; -1)$.

d)

$$x(x+3) = 15 - (3x-1)$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 6x - 16 = 0$$

$$\Delta' = 9 + 16 = 25 > 0$$

Khi đó phương trình có 2 nghiệm phân biệt là: $x = -8$; $x = 2$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \{-8; 2\}$

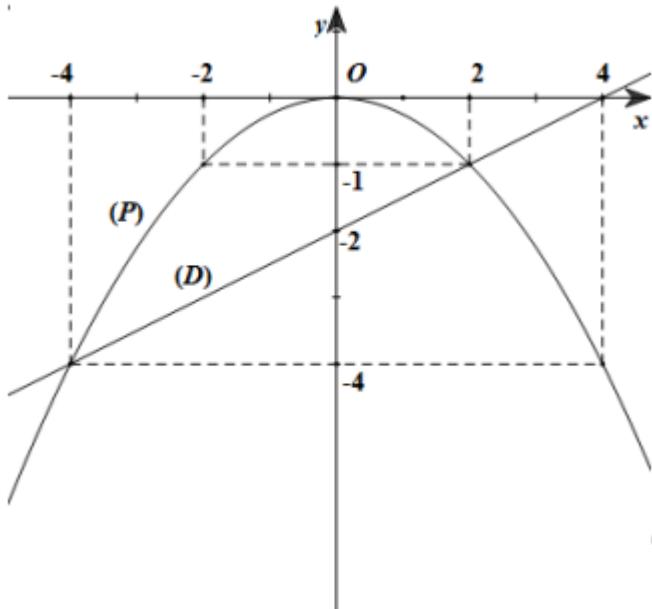
Câu 2.(1,5 điểm).

a)Vẽ đồ thị hai hàm số.

Bảng giá trị

x	-2	-1	0	1	2
$y = \frac{-x^2}{4}$	-4	-1	0	-1	-4
$y = \frac{x}{2} - 2$			-2		0

Đồ thị



b) Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P) bằng phép tính
Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P)

$$\frac{-x^2}{4} = \frac{x}{2} - 2 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$\Delta' = 9$$

Phương trình trên có hai nghiệm phân biệt: $x_1=2$; $x_2=-4$

Với $x_1=2$ ta có $y_1=-1$, A(2; -1)

Với $x_1=-4$ ta có $y_1=-4$, B(-4; -4)

Vậy (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A(2 ; -1) ; B(-4 ; -4)

Câu 3 (1,5 điểm)

$$\begin{aligned}
a) A &= \frac{2-\sqrt{3}}{1+\sqrt{4+2\sqrt{3}}} + \frac{2+\sqrt{3}}{1-\sqrt{4-2\sqrt{3}}} \\
&= \frac{2-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3+2\cdot1\cdot\sqrt{3}+1}} + \frac{2+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3-2\cdot1\cdot\sqrt{3}+1}} \\
&= \frac{2-\sqrt{3}}{1+\sqrt{(\sqrt{3}+1)^2}} + \frac{2+\sqrt{3}}{1-\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}} \\
&= \frac{2-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}+1} + \frac{2+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}+1} \\
&= \frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} + \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} \\
&= \frac{(4-4\sqrt{3}+3)+(3+4\sqrt{3}+3)}{4-1} \\
&= \frac{14}{1} \\
&= 14
\end{aligned}$$

b) Gọi số tiền ông Sáu gửi ban đầu là x (đồng, $x > 0$).

Theo đề bài ta có:

Số tiền lãi sau 1 năm ông Sáu nhận được là: $0,06x$ (đồng).

Số tiền có được sau 1 năm của ông Sáu là: $x + 0,06x = 1,06x$ (đồng).

Số tiền lãi năm thứ 2 ông Sáu nhận được là: $1,06x \cdot 0,06 = 0,0636x$ (đồng).

Do vậy số tiền tổng cộng sau 2 năm ông Sáu nhận được là: $1,06x + 0,0636x = 1,1236x$ (đồng).

Mặt khác: $1,1236x = 112360000$ nên $x = 100000000$ (đồng) hay 100 triệu đồng.

Vậy ban đầu ông Sáu đã gửi 100 triệu đồng.

Câu 4 (1,5 điểm)

a) Ta có:

$$\begin{aligned}
\Delta &= (-2m)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (m - 2) \\
&= 4m^2 - 4m + 8 \\
&= (2m - 1)^2 + 7 \geq 7 > 0 \forall m
\end{aligned}$$

\Leftrightarrow (1) luôn có 2 nghiệm với mọi m .

b) Theo định lý Viet ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 x_2 = m - 2 \end{cases}$

Ta có:

$$\begin{aligned}
(1+x_1)(2-x_2) + (1-x_2)(2-x_1) &= 2 + 2x_1 - x_2 - x_1 x_2 + 2 + 2x_2 - x_1 - x_1 x_2 \\
&= 4 + x_1 + x_2 - 2x_1 x_2 \\
&= 4 + 2m - 2(m - 2) = 8
\end{aligned}$$

Và

$$\begin{aligned}x_1^2 + x_2^2 + 2 &= (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 + 2 = (2m)^2 - 2(m-2) + 2 \\&= 4m^2 - 2m + 6\end{aligned}$$

Do vậy:

$$4m^2 - 2m + 6 = 8$$

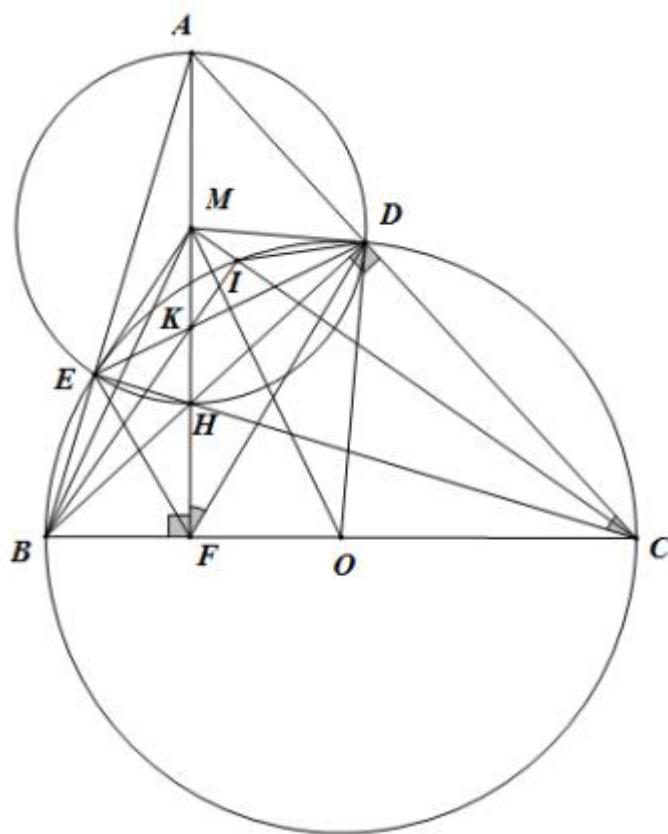
$$\Leftrightarrow 2m^2 - m - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (m-1)(2m+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy giá trị của m thỏa mãn là: $m = 1$; $m = \frac{-1}{2}$

Câu 5 (3.5 điểm)



e) Ta có góc $BEC = \text{góc } BDC = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Suy ra $BD \perp AC$ và $CE \perp AB$. Mà BD cắt CE tại H nên H là trực tâm ΔABC .

Suy ra AH \perp BC

Vì $AH \perp BC$, $BD \perp AC$ nên góc $HFC = \text{góc } HDC = 90^\circ$

Suy ra góc HFC + góc HDC = 180°

Suy ra HECD là tứ giác nội tiếp

\Rightarrow góc HFD = góc HCD

f) Vì M là trung điểm cạnh huyền của tam giác vuông ADH nên $MD = MA = MH$

Tương tự ta có $ME = MA = MH$

Suy ra $MD = ME$

$$\text{Mà } OD = OE \text{ nên } \Delta OEM = \Delta ODM (\text{c.c.c}) \Rightarrow \text{góc } MOE = \text{góc } MOD = \frac{1}{2} \text{ góc } EOD \quad (1)$$

Theo quan hệ giữa góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung, ta có $\text{góc } ECD = \frac{1}{2} \text{ góc } EOD \quad (2)$

Theo ý a) ta có $\text{góc } HFD = \text{góc } HCD = \text{góc } ECD \quad (3)$

Từ (1), (2), (3) $\Rightarrow \text{góc } MOD = \text{góc } HFD$ hay $\text{góc } MOD = \text{góc } MFD$

Suy ra tứ giác MFOD là tứ giác nội tiếp (4)

$$\Rightarrow \text{góc } MDO = 180^\circ - \text{góc } MFO = 90^\circ \Rightarrow MD \perp DO$$

Chứng minh tương tự ta có MEFO là tứ giác nội tiếp (5)

Từ (4) và (5) suy ra 5 điểm M, E, F, O, D cùng thuộc 1 đường tròn.

g) Gọi I là giao điểm thứ hai của MC với đường tròn (O)

Ta có $\text{góc } MDE = \text{góc } DCE$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung, cùng chắn cung DE) hay $\text{góc } MDK = \text{góc } DCE$

Mà $\text{góc } HCD = \text{góc } HFD$ (cmt) $\Rightarrow \text{góc } MDK = \text{góc } HFD$ hay $\text{góc } MDK = \text{góc } MFD$

\Rightarrow tam giác MDK đồng dạng với tam giác MFD(g-g)

$$\Rightarrow \frac{MD}{MF} = \frac{MK}{MD} \Rightarrow MD^2 = MK \cdot MF$$

Ta có $\text{góc } MDI = \text{góc } MCD$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung, cùng chắn cung DI)

\Rightarrow tam giác MDI đồng dạng với tam giác MCD(g-g)

$$\Rightarrow \frac{MD}{MC} = \frac{MI}{MD} \Rightarrow MD^2 = MI \cdot MC$$

$$\Rightarrow MI \cdot MC = MK \cdot MF = MD^2 \Rightarrow \frac{MI}{MF} = \frac{MK}{MC}$$

Xét ΔMKI và ΔMCF có

KMI chung

$$\frac{MI}{MF} = \frac{MK}{MC}$$

\Rightarrow tam giác MKI đồng dạng với tam giác MCF(c-g-c)

$$\Rightarrow \text{góc } MIK = \text{góc } MFC = 90^\circ \Rightarrow KI \perp MC$$

Mà $\text{góc } BIC = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) nên $BI \perp MC$

Suy ra B, K, I thẳng hàng $\Rightarrow BK \perp MC$

Mà $MK \perp BC$ nên K là trực tâm ΔMBC .

h) Vì $MA = MH$ nên

$$FA \cdot FH = (FM + MA)(FM - MH) = (FM + MA)(FM - MA) = FM^2 - MA^2$$

$$\text{Vì } MD^2 = MK \cdot MF \text{ (cmt) nên } FK \cdot FM = (FM - MK)FM = FM^2 - MK \cdot MF = FM^2 - MD^2$$

Mà $MD = MA \Rightarrow FA \cdot FH = FK \cdot FM$

$$\Rightarrow \frac{2}{FK} = \frac{2FM}{FA \cdot FH} = \frac{(FM + MA)(FM - MH)}{FA \cdot FH} = \frac{FA + FH}{FA \cdot FH} = \frac{1}{FA} + \frac{1}{FH} \text{ (đpcm)}$$

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI

ĐỀ 1939
ĐỀ TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN
NĂM HỌC 2009-2010

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: TOÁN

Ngày thi: 25/6/2009

Thời gian làm bài 150 phút

(Dùng cho thí sinh thi vào lớp chuyên Toán và chuyên Tin)

Bài I (3 điểm)

- 1) Tìm các số nguyên dương n để $A = \frac{(n-8)^2 - 48}{n+5}$ có giá trị là số nguyên dương.
- 2) Tìm các số nguyên dương x, y thỏa mãn đẳng thức $x^2 + y(y^2 + y - 3x) = 0$

Bài II (2 điểm)

Giải hệ phương trình (x, y, z là ẩn)
$$\begin{cases} (x^2 + 1)y = 2x^2 \\ (y^2 + 1)z = 2y^2 \\ (z^2 + 1)x = 2z^2 \end{cases}$$

Bài III. (3 điểm)

Cho ΔABC có ba góc nhọn nội tiếp (O). Gọi BD và CE là hai đường cao của tam giác ABC.

1/ Chứng minh $AD \cdot AC = AE \cdot AB$

2/ Tia AO cắt BC tại A_1 và cắt cung nhỏ BC tại A_2 . Tia BO cắt AC tại B_1 và cắt cung nhỏ AC tại B_2 . Tia CO cắt BA tại C_1 và cắt cung nhỏ AB tại C_2 .

Chứng minh: $\frac{A_1 A_2}{AA_1} + \frac{B_1 B_2}{BB_1} + \frac{C_1 C_2}{CC_1} = 1$

3/ Từ A vẽ tia $Ax \perp DE$. Cho cạnh BC cố định, đỉnh A di động trên cung lớn BC sao cho ΔABC có ba góc nhọn. Chứng minh tia Ax luôn đi qua một điểm cố định.

Bài IV. (1 điểm)

Cho đa thức $P(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ (a, b, c, d là các hằng số). Biết rằng $P(1) = 10$,

$P(2) = 20$, $P(3) = 30$. Tính giá trị của biểu thức $\frac{P(12) + P(-8)}{10} + 25$

Bài V (1 điểm)

Chứng minh rằng: Nếu ba điểm A, B, C không có điểm nào nằm bên ngoài đường tròn (O) sao cho ΔABC có ba góc nhọn thì chu vi của đường tròn ngoại tiếp ΔABC không lớn hơn chu vi (O)

Hết.....

Họ và tên thí sinh : Số báo danh:

Chữ ký giám thị số 1 Chữ ký giám thị số 2

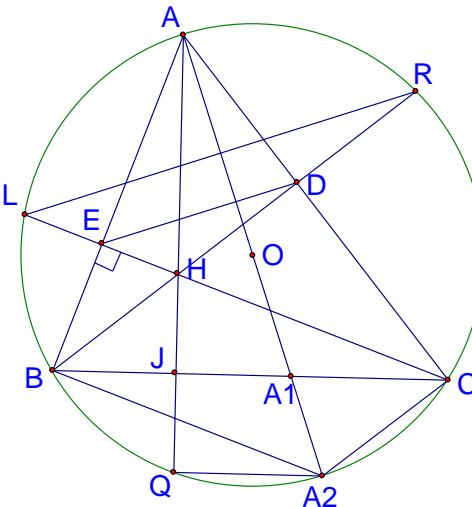
HÀ NỘI

NĂM HỌC 2009-2010

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: TOÁN

BÀI	Ý	HƯỚNG DẪN CHẨM	ĐIỂM
I	1	<i>Tìm số nguyên dương n ... (1.5 điểm)</i> *(n-8) ² -48 = n ² -16n+16 nên A=n-21+ $\frac{121}{n+5}$ *121=11 ² và n+5≥6 ; n+5∈Z *n+5=11 được n=6 và A=-4 *n+5=121 được n=116 và A=96 *KL n=116	3.0 0.50 0.25 0.25 0.25 0.25
	2	<i>Tìm các số nguyên dương x, y ... (1.5 điểm)</i> *x ² +y(y ² + y-3x)=0 ⇔ x ² -3xy+y ² +y ³ =0 (1) *Coi (1) là pt bậc 2 với ẩn x *có Δ=y ² (5-4y) *Nếu y≥2 thì Δ<0 phương trình (1) vô nghiệm *Với y=1 phương trình (1) trở thành x ² -3x+2=0 ⇔ x ₁ =1; x ₂ =2 *KL: x=1, y=1 và x=2, t=1	0.25 0.25 0.25 0.25 0.25
		<i>Giải hệ phương trình</i>	2.0
		*Nếu một trong 3 số x, y, z bằng 0 thì hai số còn lại bằng 0 Ta thấy x=y=z=0 là một nghiệm của hệ	0.25
		*Xét trường hợp cả ba số x, y, z khác 0 hệ đã cho ⇔ $\begin{cases} \frac{x^2+1}{x^2} = \frac{2}{y} \\ \frac{y^2+1}{y^2} = \frac{2}{z} \\ \frac{z^2+1}{z^2} = \frac{2}{x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + \frac{1}{x^2} - \frac{2}{y} = 0 \\ 1 + \frac{1}{y^2} - \frac{2}{z} = 0 \\ 1 + \frac{1}{z^2} - \frac{2}{x} = 0 \end{cases}$	0.75
		*Cộng vế với vế của 3 PT ta được $\left(1 + \frac{1}{x^2} - \frac{2}{x}\right) + \left(1 + \frac{1}{y^2} - \frac{2}{y}\right) + \left(1 + \frac{1}{z^2} - \frac{2}{z}\right) = 0$	0.25
		$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{x} - 1\right)^2 + \left(\frac{1}{y} - 1\right)^2 + \left(\frac{1}{z} - 1\right)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} - 1 = 0 \\ \frac{1}{y} - 1 = 0 \\ \frac{1}{z} - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases}$ (thỏa mãn hệ đã cho)	0.50
		*KL:Hệ đã cho có 2 nghiệm x=y=z=0 và x=y=z=1	.025
III			3.0

1	Chứng minh $AD \cdot AC = AE \cdot AB$ (1 điểm)		
		<p>Chứng minh được tam giác ABD đồng dạng với tam giác ACE</p>	0.50
		<p>Chứng minh được $AD \cdot AC = AE \cdot AB$</p>	0.50
2	Chứng minh ... (1 điểm)		
	<p>*Gọi H là trực tâm của ΔABC tia AH cắt BC tại J và cắt cung BC tại Q. CM được: $\frac{A_1A_2}{A_1A_2} = \frac{JQ}{JA}$</p>	0.25	
	<p>*CM được $\frac{JH}{JA} = \frac{JQ}{JA} = \frac{S_{\Delta BHC}}{S_{\Delta BAC}}$</p>		
	<p>*Tương tự chứng minh được $\frac{B_1B_2}{B_1B} = \frac{S_{\Delta AHC}}{S_{\Delta BAC}}, \frac{C_1C_2}{C_1C} = \frac{S_{\Delta AHB}}{S_{\Delta BAC}}$</p>		
	<p>*ΔABC nhọn nên điểm H nằm trong tam giác. Suy ra $S_{BHC} + S_{BHA} + S_{AHC} = S_{BAC}$ Từ đó $\frac{A_1A_2}{AA_1} + \frac{B_1B_2}{BB_1} + \frac{C_1C_2}{CC_1} = \frac{S_{BHC} + S_{BHA} + S_{CHA}}{S_{ABC}} = \frac{S_{BAC}}{S_{ABC}} = 1$</p>		
3.	Chứng minh tia Ax ... (1 điểm)		
	<p>*tia BD cắt cung AC tại R, tia CE cắt cung AB tại L Chứng minh được $DE // RL$ suy ra $LR \perp Ax$</p>		
	<p>*\Rightarrowcung AL=cung AR chứng minh Ax di qua tâm O khi A di động t</p>		
IV	Tính giá trị của biểu thức... (1 điểm)		
	*Đặt $Q(x) = P(x) - 10x$		
	*Có $Q(1) = Q(2) = Q(3) = 0$		
	* $Q(x) = (x-1)(x-2)(x-3)(x-r)$ $P(x) = (x-1)(x-2)(x-3)(x-r) + 10x$		
	* $A = \frac{P(12) + P(-8)}{10} + 25 = 2009$		
V	Chứng minh rằng... (1 điểm)		
	*Gọi đường tròn ngoại tiếp ΔABC là (I), I nằm trong ΔABC		

	<p>Nếu A, B, C nằm trên (O) thì (I) và (O) trùng nhau.</p> <p>*Nếu (O) đụng (I) hoặc (O) và (I) tiếp xúc trong với nhau thì đường kính của (I) nằm trong (O) suy ra chu vi của (I) nhỏ hơn chu vi của (O).</p> <p>*Nếu (O) và (I) cắt nhau tại M, N. Vì ΔABC có ba góc nhọn nên số đo cung nhỏ $MN < 180^\circ$. Suy ra cung lớn $MN > 180^\circ$, ắt tồn tại đường kính của (I) nằm trong (O). Vậy chu vi của (I) nhỏ hơn chu vi của (O)</p>	
--	--	--

Thí sinh phải lập luận đầy đủ mới có điểm tối đa, điểm làm tròn đến 0.25

ĐỀ 1940

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH QUẢNG NINH**
ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT NĂM 2017
Môn thi: Toán (chuyên)

(Dành cho thí sinh thi vào trường THPT Chuyên Hạ Long)
Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề

(Đề thi này có 01 trang)

Câu 1. (2,0 điểm)

Cho biểu thức:

$$A = \left(\frac{\sqrt{3}}{x^2 + x\sqrt{3} + 3} + \frac{3}{x^3 - \sqrt{27}} \right) \left(\frac{x}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}}{x} + 1 \right) \text{ (với } x \neq 0; x \neq \sqrt{3}).$$

1. Rút gọn biểu thức A.

2. Tính giá trị của biểu thức A khi $x = \sqrt{3} + \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3 - \sqrt{29 - 12\sqrt{5}}}}$.

Câu 2. (3,0 điểm)

1. Giải phương trình $x^3 - x^2 - x\sqrt{x-1} - 2 = 0$.

2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + xy - 2y^2 = 0 \\ xy + 3y^2 + x = 3 \end{cases}$.

Câu 3. (1,0 điểm)

Tìm các số tự nhiên n để $A = n^{2018} + n^{2008} + 1$ là số nguyên tố.

Câu 4. (3,0 điểm)

Cho đường tròn $(O; R)$, đường kính AB , M là một điểm tùy ý thuộc đường tròn (M khác A và B). Qua A và B lần lượt kẻ các đường thẳng d và d' là tiếp tuyến với đường

tròn. Tiếp tuyến tại M của đường tròn cắt d và d' lần lượt tại C và D . Đường thẳng BM cắt d tại E .

1. Chứng minh $CM = CA = CE$.
2. Chứng minh $AD \perp OE$.
3. Tính độ dài đoạn AM theo R , nếu $AE = BD$.

Câu 5. (1,0 điểm)

Cho $a; b$ thoả mãn $|a| \geq 2; |b| \geq 2$. Chứng minh rằng:

$$(a^2 + 1)(b^2 + 1) \geq (a + b)(ab + 1) + 5.$$

..... *Hết*

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Chữ ký của cán bộ coi thi 1: Chữ ký của cán bộ coi thi 2:

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH QUẢNG NINH

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

**HƯỚNG DẪN CHẤM THI TUYỂN SINH
LỚP 10 THPT NĂM 2017**

Môn thi: Toán (chuyên)

Dành cho thí sinh thi vào trường THPT Chuyên Hạ Long

(Hướng dẫn này có 03 trang)

Câu	Sơ lược lời giải	Điểm
Câu 1 (2,0 điểm)	<p>1. Với điều kiện xác định là $x \neq 0; x \neq \sqrt{3}$</p> $\begin{aligned} A &= \left(\frac{\sqrt{3}}{x^2 + x\sqrt{3} + 3} + \frac{3}{x^3 - \sqrt{27}} \right) \left(\frac{x}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}}{x} + 1 \right) \\ &= \left(\frac{\sqrt{3}}{x^2 + x\sqrt{3} + 3} + \frac{3}{(x - \sqrt{3})(x^2 + x\sqrt{3} + 3)} \right) \left(\frac{x^2 + x\sqrt{3} + 3}{\sqrt{3}x} \right) \\ &= \left(\frac{(x - \sqrt{3})\sqrt{3} + 3}{(x - \sqrt{3})(x^2 + x\sqrt{3} + 3)} \right) \left(\frac{x^2 + x\sqrt{3} + 3}{\sqrt{3}x} \right) \end{aligned}$	0,5
		0,5

	$= \frac{1}{x - \sqrt{3}}$	
	2. Ta có :	
	$\begin{aligned} x &= \sqrt{3} + \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3 - \sqrt{29 - 12\sqrt{5}}}} \\ &= \sqrt{3} + \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3 - \sqrt{(2\sqrt{5} - 3)^2}}} \\ &= \sqrt{3} + \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{6 - 2\sqrt{5}}} \\ &= \sqrt{3} + \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{(\sqrt{5} - 1)^2}} \\ &= \sqrt{3} + 1 \end{aligned}$	0,75
	nên thay $x = \sqrt{3} + 1$ vào A ta có:	0,25
	$A = \frac{1}{x - \sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}+1-\sqrt{3}} = 1$	0,25
Câu 2 <i>(3,0 điểm)</i>	1. ĐK: $x \geq 1$.	0,25
	Biến đổi về phương trình $x^2(x-1) - x\sqrt{x-1} - 2 = 0$	
	Đặt $t = x\sqrt{x-1}$ ($t \geq 0$) $\Rightarrow t^2 = x^2(x-1)$.	0,25
	Phương trình đã cho trở thành:	
	$t^2 - t - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = 2 \end{cases}$	0,5
	Kết hợp với điều kiện, ta được $t = 2$	
	Với $t = 2 \Rightarrow x\sqrt{x-1} = 2 \Leftrightarrow x^3 - x^2 = 4 \Leftrightarrow (x-2)(x^2+x+2) = 0$ $\Leftrightarrow x = 2$	0,5
	2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + xy - 2y^2 = 0 & (1) \\ xy + 3y^2 + x = 3 & (2) \end{cases}$	0,75
	Phương trình (1) $\Leftrightarrow (x^2 - y^2) + y(x-y) = 0 \Leftrightarrow (x-y)(x+y) = 0$, ta được $x = y$ hoặc $x = -2y$	
	* Với $x = y$, từ (2) ta có: $4x^2 + x - 3 = 0$, ta được $x_1 = -1, x_2 = \frac{3}{4}$.	
	Khi đó, $x_1 = y_1 = -1, x_2 = y_2 = \frac{3}{4}$.	0,25
	* Với $x = -2y$, từ (2) ta có $y^2 - 2y - 3 = 0$, ta được $y_1 = -1, y_2 = 3$ Nếu $y = -1 \Rightarrow x = 2$. Nếu $y = 3 \Rightarrow x = -6$.	0,25
	Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y)$ là: $(-1; -1); \left(\frac{3}{4}; \frac{3}{4}\right); (2; -1); (-6; 3)$	0,25

	6; 3).	
Câu 3 (1,0điểm)	<p>Tìm số tự nhiên n để $A = n^{2018} + n^{2008} + 1$ là số nguyên tố.</p> <p>Xét $n=0$ thì $A = 1$ không là số nguyên tố;</p> <p>Xét $n=1$ thì $A = 3$ là số nguyên tố.</p> <p>Xét $n > 1$, ta thấy $A > n^2 + n + 1$;</p> $\begin{aligned} A &= n^{2018} - n^2 + n^{2008} - n + n^2 + n + 1 \\ &= n^2((n^3)^{672} - 1) + n.((n^3)^{669} - 1) + (n^2 + n + 1) \end{aligned}$ <p>mà $(n^3)^{672} - 1$ chia hết cho $n^3 - 1$, suy ra $(n^3)^{672} - 1$ chia hết cho $n^2 + n + 1$.</p> <p>Tương tự: $(n^3)^{669} - 1$ chia hết cho $n^2 + n + 1$</p> <p>Khi đó A chia hết cho $n^2 + n + 1 > 1$ và $A > n^2 + n + 1$</p> <p>nên A là hợp số.</p> <p>Tóm lại số tự nhiên cần tìm là $n = 1$.</p>	0,25
Câu 4 (3,0 điểm)		0,25
	<p>1. Gọi F là giao điểm của OC và AM, ta có $OC \perp AM$.</p> <p>Ta có, $CM = CA$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau).</p> <p>Hai tam giác vuông AME và AFC đồng dạng,</p> <p>nên $\frac{AE}{AC} = \frac{AM}{AF} = 2 \Rightarrow AE = 2AC \Rightarrow AC = CE$.</p> <p>Vậy $CM = CA = CE$.</p> <p>2. Gọi giao điểm của EO với d' là I,</p> <p>Chứng minh được $AEBI$ là hình bình hành $\Rightarrow BE//AI$.</p>	0,75
		0,5

	Ta có, $OD \perp BE \Rightarrow OD \perp AI$, mà $AB \perp DI$ $\Rightarrow O$ là trực tâm của $\triangle ADI$ $\Rightarrow OI \perp AD \Rightarrow OE \perp AD$ (đpcm).	0,5
3.	Tam giác COD vuông tại O (vì OC, OD là hai phân giác của hai góc kề bù), có OM là đường cao nên $OM^2 = CM \cdot MD$. Theo phần 1, ta có $EC = CA = CM \Rightarrow 2CM = AE$, mà $BD = MD$ và $AE = BD$ (gt) $\Rightarrow 2CM = MD$. $\Rightarrow 2CM^2 = R^2$ (do $MO = R$ và $OM^2 = CM \cdot MD$) $\Rightarrow CM = \frac{R\sqrt{2}}{2}$ $\Rightarrow AE = R\sqrt{2}$ (do $AE = 2CM$).	0,25
	Do trong giác vuông AEB tại A , ta có $\frac{1}{AM^2} = \frac{1}{AE^2} + \frac{1}{AB^2}$ $\Rightarrow AM = \frac{AE \cdot AB}{\sqrt{AE^2 + AB^2}} = \frac{2R\sqrt{3}}{3}$.	0,5
Câu 5 (1,0 điểm)	Xét hiệu $M = (a^2 + 1)(b^2 + 1) - (a + b)(ab + 1) - 5$ $= (a^2b^2 - a^2b - ab^2 + ab) + (a^2 + b^2 - a - b - ab) - 4$ $= ab(a - 1)(b - 1) + \frac{1}{2}[(a - b)^2 + a(a - 2) + b(b - 2)] - 4$.	0,5
	Chỉ ra với $ a \geq 2$ thì $a(a - 1) \geq 2$ và $a(a - 2) \geq 0$ $ b \geq 2$ thì $b(b - 1) \geq 2$ và $b(b - 2) \geq 0$ nên $ab(a - 1)(b - 1) \geq 4$; $\frac{1}{2}[(a - b)^2 + a(a - 2) + b(b - 2)] \geq 0$ $\Rightarrow M \geq 0$ hay $(a^2 + 1)(b^2 + 1) \geq (a + b)(ab + 1) + 5$.	0,5

Những chú ý khi chấm thi:

1. Hướng dẫn chấm này chỉ trình bày sơ lược một cách giải. Bài làm của học sinh phải chi tiết, luận chặt chẽ, tính toán chính xác mới cho điểm tối đa.
2. Các cách giải khác nếu đúng vẫn cho điểm. Tổ chấm trao đổi và thống nhất điểm chi tiết.
3. Có thể chia nhỏ điểm thành phần nhưng không dưới 0,25 điểm và phải thống nhất trong chấm. Điểm thống nhất toàn bài là tổng số điểm toàn bài đã chấm, **không làm tròn**.

..... *Hết*

ĐỀ 1941

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH LÀO CAI
ĐỀ CHÍNH THỨC

KÌ THI TUYỂN SINH VÀO 10 – THPT

NĂM HỌC: 2013 – 2014

MÔN: TOÁN (*Không chuyên*)

Thời gian: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

Câu I: (2,5 điểm)

1. Thực hiện phép tính:

a) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{12}$

b) $3\sqrt{20} + \sqrt{45} - 2\sqrt{80}$

2. Cho biểu thức: $P = \left(\frac{1}{\sqrt{a}-1} - \frac{1}{\sqrt{a}} \right) : \left(\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-2} - \frac{\sqrt{a}+2}{\sqrt{a}-1} \right)$ Với $a > 0; a \neq 1; a \neq 4$

- a) Rút gọn P

- b) So sánh giá trị của P với số $\frac{1}{3}$

Câu II: (1,0 điểm) Cho hai hàm số bậc nhất $y = -5x + (m+1)$ và $y = 4x + (7 - m)$ (với m là tham số). Với giá trị nào của m thì đồ thị hai hàm số trên cắt nhau tại một điểm trên trục tung. Tìm tọa độ giao điểm đó.

Câu III: (2,0 điểm) Cho hệ phương trình: $\begin{cases} (m-1)x + y = 2 \\ mx + y = m+1 \end{cases}$ (m là tham số)

- 1) Giải hệ phương trình khi $m = 2$
 2) Chứng minh rằng với mọi giá trị của m thì hệ phương trình luôn có nghiệm duy nhất $(x; y)$ thỏa mãn: $2x + y \leq 3$

Câu IV: (1,5 điểm) Cho phương trình bậc hai $x^2 + 4x - 2m + 1 = 0$ (1) (với m là tham số)

- a) Giải phương trình (1) với $m = -1$.
 b) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm $x_1; x_2$ thỏa mãn điều kiện $x_1 - x_2 = 2$.

Câu V : (3,0 điểm)

Cho đường tròn tâm O bán kính R và một điểm A sao cho $OA = 3R$. Qua A kẻ 2 tiếp tuyến AP và AQ với đường tròn ($O; R$) (P, Q là 2 tiếp điểm). Lấy M thuộc đường tròn ($O; R$) sao cho PM song song với AQ. Gọi N là giao điểm thứ hai của đường thẳng AM với đường tròn ($O; R$). Tia PN cắt đường thẳng AQ tại K.

- 1) Chứng minh tứ giác APOQ là tứ giác nội tiếp và $KA^2 = KN \cdot KP$
 2) Kẻ đường kính QS của đường tròn ($O; R$). Chứng minh NS là tia phân giác của góc PNM
 3) Gọi G là giao điểm của 2 đường thẳng AO và PK. Tính độ dài đoạn thẳng AG theo

bán kính R

----- Hết -----

Giải:

Câu I: (2,5 điểm)

1. Thực hiện phép tính:

$$a) \sqrt{3} \cdot \sqrt{12} = \sqrt{36} = 6$$

$$b) 3\sqrt{20} + \sqrt{45} - 2\sqrt{80} = 6\sqrt{5} + 3\sqrt{5} - 8\sqrt{5} = \sqrt{5}$$

2. Cho biểu thức: $P = \left(\frac{1}{\sqrt{a}-1} - \frac{1}{\sqrt{a}} \right) : \left(\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-2} - \frac{\sqrt{a}+2}{\sqrt{a}-1} \right)$ với $a > 0; a \neq 1; a \neq 4$

a) Rút gọn

$$\begin{aligned} P &= \left(\frac{1}{\sqrt{a}-1} - \frac{1}{\sqrt{a}} \right) : \left(\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-2} - \frac{\sqrt{a}+2}{\sqrt{a}-1} \right) \\ &= \frac{\sqrt{a}-\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)} : \left(\frac{(\sqrt{a}+1)(\sqrt{a}-1)}{(\sqrt{a}-2)(\sqrt{a}-1)} - \frac{(\sqrt{a}+2)(\sqrt{a}-2)}{(\sqrt{a}-2)(\sqrt{a}-1)} \right) \\ &= \frac{1}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)} \cdot \frac{(\sqrt{a}-2)(\sqrt{a}-1)}{(a-1)-(a-4)} = \frac{\sqrt{a}-2}{3\sqrt{a}} \end{aligned}$$

b) So sánh giá trị của P với số $\frac{1}{3}$

Xét hiệu:

$$\frac{\sqrt{a}-2}{3\sqrt{a}} - \frac{1}{3} = \frac{\sqrt{a}-2-\sqrt{a}}{3\sqrt{a}} = \frac{-2}{3\sqrt{a}} < 0$$

$$\Leftrightarrow P < \frac{1}{3}$$

Câu II: (1,0 điểm) Đồ thị hai hàm số bậc nhất $y = -5x + (m+1)$ và $y = 4x + (7-m)$ cắt nhau tại một điểm trên trục tung khi góc bằng nhau tức là $m+1 = 7-m$ suy ra $m = 3$. Tọa độ giao điểm đó là $(0; m+1)$ hay $(0; 7-m)$ tức là $(0; 4)$ **Câu III: (2,0 điểm)** Cho hệ phương trình: $\begin{cases} (m-1)x + y = 2 \\ mx + y = m+1 \end{cases}$ (m là tham số)1) Giải hệ phương trình khi $m = 2$. Ta có $\begin{cases} x+y=2 \\ 2x+y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$

2) $y = 2 - (m-1)x$ thế vào phương trình còn lại ta có:

$$mx + 2 - (m-1)x = m + 1 \Leftrightarrow x = m - 1 \text{ suy ra } y = 2 - (m-1)^2 \text{ với mọi } m$$

Vậy hệ phương trình luôn có nghiệm duy nhất $(x; y) = (m-1; 2-(m-1)^2)$

$$2x + y = 2(m-1) + 2 - (m-1)^2 = -m^2 + 4m - 1 = 3 - (m-2)^2 \leq 3 \text{ với mọi } m$$

Vậy với mọi giá trị của m thì hệ phương trình luôn có nghiệm thỏa mãn: $2x + y \leq 3$

Câu IV: (1,5 điểm) Cho phương trình bậc hai $x^2 + 4x - 2m + 1 = 0$ (1) (với m là tham số)

a) Giải phương trình (1) với $m = -1$. Ta có $x^2 + 4x + 3 = 0$ có $a-b+c=1-4+3=0$ nên $x_1 = -1$; $x_2 = -3$

$$\text{b) } \Delta' = 3+2m \text{ để phương trình (1) có hai nghiệm } x_1; x_2 \text{ thì } \Delta' \geq 0 \text{ tức là } m \geq -\frac{3}{2}$$

Theo Viết ta có $x_1 + x_2 = -4$ (2); $x_1.. x_2 = -2m+1$ (3)

Kết hợp (2) với đầu bài $x_1-x_2=2$ ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -4 \\ x_1 - x_2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = -3 \end{cases} \text{ thế vào (3) ta được } m = -1 \text{ (thỏa mãn ĐK } m \geq -\frac{3}{2})$$

Vậy với $m = -1$ thì hệ phương trình (1) có hai nghiệm $x_1; x_2$ thỏa mãn điều kiện $x_1-x_2=2$

Câu V : (3,0 điểm)

a) tứ giác APOQ có tổng hai góc đối bằng 180° .

PM//AQ suy ra

$PMN = KAN$ (So le trong)

$PMN = APK$ (cùng chắn cung PN)

$\Rightarrow KAN = APK$

Tam giác KAN và tam giác KPA có góc K chung

$KAN = KPA$ nên hai tam giác đồng dạng (g-g)

$$\frac{KA}{KP} = \frac{KN}{KA} \Rightarrow KA^2 = KN.KP$$

b) PM//AQ mà $SQ \perp AQ$ (t/c tiếp tuyến) nên $SQ \perp PM$ suy ra $PS = SM$

Nên $PNS = SNM$ hay NS là tia phân giác của góc PNM

c) Gọi H là giao điểm của PQ với AO

G là trọng tâm của tam giác APQ nên $AG = 2/3 AH$

$$\text{mà } OP^2 = OA.OH \text{ nên } OH = OP^2/OA = R^2/3R = R/3 \text{ nên } AH = 3R - R/3 = 8R/3$$

$$\text{do đó } AG = 2/3 \cdot 8R/3 = 16R/9$$

----- Hết -----

ĐỀ 1942

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẢNG NAM**

**KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 TRƯỜNG THPT CHUYÊN
Năm học 2008-2009**

Môn TOÁN

(Dành cho học sinh chuyên Tin)

Thời gian làm bài 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Bài 1 (1,5 điểm):

a) Thực hiện phép tính: $\frac{3\sqrt{10} + \sqrt{20} - 3\sqrt{6} - \sqrt{12}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $x - \sqrt{x - 2008}$.

Bài 2 (2 điểm):

Cho hệ phương trình: $\begin{cases} mx - y = 2 \\ 3x + my = 5 \end{cases}$

a) Giải hệ phương trình khi $m = \sqrt{2}$.

b) Tìm giá trị của m để hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x; y)$ thỏa mãn hệ thức $x + y = 1$.

Bài 3 (2 điểm):

a) Cho hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$, có đồ thị là (P). Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm nằm trên (P) lần lượt có hoành độ là -2 và 1 .

b) Giải phương trình: $3x^2 + 3x - 2\sqrt{x^2 + x} = 1$.

Bài 4 (1,5 điểm):

Cho hình thang ABCD ($AB // CD$), giao điểm hai đường chéo là O. Đường thẳng qua O song song với AB cắt AD và BC lần lượt tại M và N.

a) Chứng minh: $\frac{MO}{CD} + \frac{MO}{AB} = 1$.

b) Chứng minh: $\frac{1}{AB} + \frac{1}{CD} = \frac{2}{MN}$.

Bài 5 (3 điểm):

Cho đường tròn ($O; R$) và dây cung AB cố định không đi qua tâm O; C và D là hai điểm di động trên AB sao cho AD và BC luôn song song. Gọi M là giao điểm của AC và BD. Chứng minh rằng:

a) Tứ giác AOMB là tứ giác nội tiếp.

b) $OM \perp BC$.

c) Đường thẳng d đi qua M và song song với AD luôn đi qua một điểm cố định.

ĐỀ 1943

Chung Quảng Nam. Năm học: 2015-2016

Câu 1. (2,0 điểm)

Cho biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - \frac{4}{x+2\sqrt{x}} + \frac{x+2}{\sqrt{x}}$, với $x > 0$.

- a) Rút gọn biểu thức A.
- b) Thực hiện phép tính để tính giá trị của A khi $x = 3 - 2\sqrt{2}$
- c) Tìm x để $A = x + 1$.

Câu 2. (2,0 điểm)

- a) Giải hệ phương trình (không sử dụng máy tính cầm tay): $\begin{cases} 2x - y = 7 \\ 3x + 4y = 5 \end{cases}$

- b) Cho parabol (P): $y = 2x^2$ và đường thẳng (d): $y = 3x + b$. Vẽ parabol (P) và tìm b biết (d) đi qua điểm M (P) có hoành độ $x = -1$.

Câu 3. (2,0 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 2m + 5 = 0$ (1) (m là tham số)

- a) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.
- b) Giả sử phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 đều khác 1. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{4}{(x_1 - 1)(x_2 - 1)} + (x_1 + x_2 - 6)^2$$

Câu 4. (4,0 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, với $\angle ABC = 60^\circ$, $BC = 2a$ và $AB < AC$. Gọi (O) là đường tròn đường kính đường trung điểm BC). Đường tròn (O) cắt các cạnh AB và AC lần lượt tại D và E (D khác B, E khác C), BE cắt CD tại F.

- a) Chứng minh tứ giác ADHE nội tiếp và xác định tâm I của đường tròn ngoại tiếp tứ giác đó.
- b) Chứng minh: $HB \cdot DE = HD \cdot BC$
- c) Tiếp tuyến tại C của đường tròn (O) cắt đường thẳng DI tại M. Tính tỉ số $\frac{OB}{OM}$
- d) Gọi F là giao điểm của AH và BC. Cho $BF = \frac{3a}{4}$, tính bán kính đường tròn nội tiếp tam giác DEF theo a.

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẢNG NAM
ĐỀ CHÍNH THỨC**

KÝ THI TUYỂN SINH LỚP 10 CHUYÊN
Năm học 2015 – 2016
Khóa ngày 03 tháng 6 năm 2015
Môn: TOÁN (Toán chung)
Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian giao đề)
ĐÁP ÁN

Câu 1.

a) Ta có

$$\begin{aligned} A &= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - \frac{4}{x+2\sqrt{x}} + \frac{x+2}{\sqrt{x}} \\ &= \frac{\sqrt{x}\sqrt{x}-4+(x+2)(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)} \\ &= \frac{x-4+x\sqrt{x}+2x+2\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)} \\ &= \frac{x\sqrt{x}+3x+2\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)} \\ &= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)} \\ &= \sqrt{x}+1 \end{aligned}$$

b) ĐKXĐ của A là $x > 0$, $x = 3 - 2\sqrt{2}$ thỏa mãn điều kiện.

Thay $x = 3 - 2\sqrt{2}$, ta có:

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{3-2\sqrt{2}}+1=\sqrt{(\sqrt{2}-1)^2}+1 \\ &= |\sqrt{2}-1|+1=\sqrt{2}(Do \sqrt{2}-1>0) \end{aligned}$$

Vậy khi $x = 3 - 2\sqrt{2}$ thì $A = \sqrt{2}$

c)

$$A = x + 1 \Leftrightarrow \sqrt{x} + 1 = x + 1 \Leftrightarrow \sqrt{x}(\sqrt{x} - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0(L) \\ x = 1(TM) \end{cases}$$

Vậy $A = x + 1 \Leftrightarrow x = 1$.

Câu 2.

a)

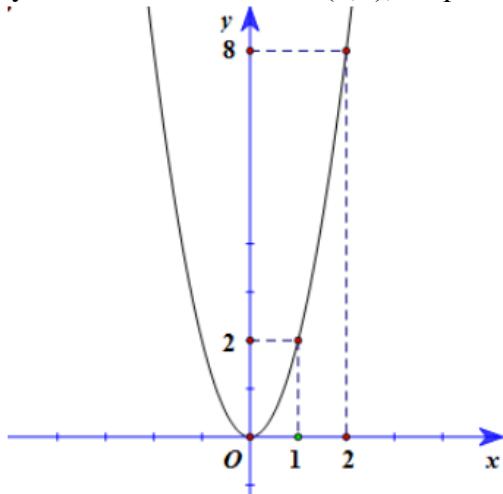
$$\begin{cases} 2x - y = 7 \\ 3x + 4y = 5 \end{cases} \quad (I)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 7 \\ 3x + 4(2x - 7) = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 7 \\ 11x = 33 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(3; -1)$

b) Vẽ parabol (P)

(P): $y = 2x^2$ nên có đỉnh là $O(0;0)$, đi qua điểm $A(1;2)$, $B(2;8)$, nhận Oy là trục đối xứng.



Điểm $M(-1;m)$ thuộc (P) nên $m = 2 \cdot (-1)^2 = 2 \Rightarrow M(-1;2)$

$M(-1;2) \in (d) \Rightarrow 2 = 3 \cdot (-1) + b \Rightarrow b = 5$

Vậy $b = 5$.

Câu 3.

$$x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 2m + 5 = 0 \quad (1)$$

a) Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt

$$\Delta' = (m+1)^2 - (m^2 - 2m + 5) > 0$$

$$\Leftrightarrow 4m - 4 > 0 \Leftrightarrow m > 1$$

b) Phương trình có hai nghiệm phân biệt khác 1

$$\begin{cases} m > 1 \\ 1^2 - 2(m+1) \cdot 1 + m^2 - 2m + 5 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m^2 - 4m + 4 \neq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m \neq 2 \end{cases}$$

Theo định lý Vi-ét: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m + 2 \\ x_1 x_2 = m^2 - 2m + 5 \end{cases}$

Thay vào P ta có:

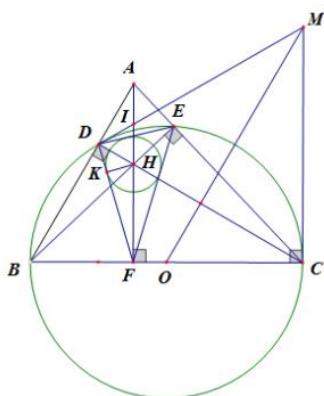
$$\begin{aligned}
 P &= \frac{4}{(x_1-1)(x_2-1)} + (x_1 + x_2 - 6)^2 \\
 &= \frac{4}{x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 1} + (x_1 + x_2 - 6)^2 \\
 &= \frac{4}{m^2 - 2m + 5 - (2m + 2) + 1} + (2m + 3 - 6)^2 \\
 &= \frac{4}{m^2 - 4m + 4} + (2m - 4)^2 \\
 &= 4 \left[\frac{1}{(m-2)^2} + (m-2)^2 \right]
 \end{aligned}$$

Áp dụng BĐT Cô-si cho hai số không âm, ta có:

$$\frac{1}{(m-2)^2} + (m-2)^2 \geq 2 \Rightarrow P \geq 8$$

Đầu bằng xảy ra khi $(m-2)^2 = 1 \Leftrightarrow m = 3$ (thỏa mãn) hoặc $m = 1$ (loại)
Vậy GTNN của P là 8, đạt được khi $m = 3$.

Câu 4.



a) Gọi I là trung điểm AH.

Vì tam giác ADH vuông tại D, có I là trung điểm cạnh huyền nên $IA = IH = ID$.

Vì tam giác AEH vuông tại E, có I là trung điểm cạnh huyền nên $IA = IH = IE$

$$\Rightarrow IA = IH = ID = IE$$

\Rightarrow Tứ giác ADHE nội tiếp đường tròn tâm I.

b) Vì BDEC là tứ giác nội tiếp nên:

$HDE = HBC$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung EC) (1)

$HED = HCB$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung BD) (2)

Từ (1) và (2) \Rightarrow tam giác HDE đồng dạng với tam giác HBC (g-g)

$$\Rightarrow \frac{HD}{HB} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow HD \cdot BC = HB \cdot DE$$

c) Vì $ID = IH$ nên ΔIDH cân ở I $\Rightarrow IDH = IHD$ (3)

Vì $IH \parallel MC$ (cùng vuông góc BC) nên $IHD = MCD$ (4)

Từ (3) và (4) $\Rightarrow IDH = MCD$

Suy ra ΔMDC cân tại $M \Rightarrow MD = MC$.

Mà $OD = OC$ nên OM là trung trực của CD .

$\Rightarrow OM \perp CD$

Mà $BD \perp CD$ nên $OM // BD$

$\Rightarrow COM = CBD = 60^\circ$

$$\text{Ta có: } \frac{OB}{OM} = \frac{OC}{OM} = \cos COM = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

d) Vì $BDH + BFH = 90^\circ + 90^\circ + 180^\circ$ nên $BDHF$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow DBH = DFH$ (5)

Tương tự ta có: $ECH = EFH$ (6)

Vì $BDEC$ là tứ giác nội tiếp nên $DBH = ECH$ (7)

Từ (5), (6), (7) $\Rightarrow DFH = EFH \Rightarrow FH$ là phân giác góc DFE .

Tương tự ta có: EH là phân giác góc DEF .

Do đó H là tâm đường tròn nội tiếp ΔDEF . Vẽ $HK \perp DF$ tại K . Suy ra bán kính đường tròn (H) nội tiếp ΔDEF

Tính HK :

Ta có: $BD = BC \cdot \cos DBC = a$

$$\text{Vì } \Delta BDC \text{ vuông tại } D \text{ nên } DC = \sqrt{BC^2 - BD^2} = a\sqrt{3}$$

Hai tam giác vuông CDB và CFH có chung góc C nên chúng đồng dạng, suy ra

$$\frac{HF}{BD} = \frac{CF}{CD} \Rightarrow HF = \frac{BD \cdot CF}{CD} = \frac{a \cdot \frac{5}{4}a}{a\sqrt{3}} = \frac{5a}{4\sqrt{3}}$$

$$\Delta BFH \text{ vuông tại } F \text{ nên } BH = \sqrt{BF^2 + HF^2} = \sqrt{\frac{9}{16}a^2 + \frac{25}{48}a^2} = \frac{a\sqrt{13}}{2\sqrt{3}}$$

$$\Delta BDH \text{ vuông tại } D \text{ nên } DH = \sqrt{BH^2 - BD^2} = \sqrt{\frac{13}{12}a^2 - a^2} = \frac{a}{2\sqrt{3}}$$

Có $\begin{cases} BHF = HDK \\ HKD = HFB = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \Delta HBF$ đồng dạng với ΔHDK (g.g)

$$\frac{HB}{HD} = \frac{HF}{HK} \Rightarrow HK = \frac{HD \cdot HF}{HB} = \frac{\frac{a}{2\sqrt{3}} \cdot \frac{5a}{4\sqrt{3}}}{\frac{a\sqrt{13}}{2\sqrt{3}}} = \frac{5a\sqrt{39}}{156}$$

Vậy bán kính đường tròn nội tiếp ΔDEF là $HK = \frac{5a\sqrt{39}}{156}$

ĐỀ 1944

Chuyên Quảng Nam. Năm học: 2015-2016

Câu 1. (2 điểm)

a) Cho biểu thức $A = \frac{x\sqrt{x+1}}{x-1} - \frac{x-1}{\sqrt{x+1}}$ (với $x \neq 1; x \geq 0$). Rút gọn A, sau đó tính giá trị A - 1 khi $x = 2016 + 2\sqrt{2015}$

b) Cho $A = 2(1^{2015} + 2^{2015} + \dots + n^{2015})$ với n là số nguyên dương. Chứng minh rằng A chia hết cho $n(n+1)$

Câu 2. (2 điểm)

a) Giải phương trình sau: $\frac{6}{x^2-9} + \frac{4}{x^2-11} - \frac{7}{x^2-8} - \frac{3}{x^2-12} = 0$

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x(x+4)(4x+y) = 6 \\ x^2 + 8x + y = -5 \end{cases}$

Câu 3. (1 điểm) Cho parabol (P): $y = ax^2$ và đường thẳng (d): $y = bx + c$ với a, b, c là độ dài ba cạnh của tam giác vuông trong đó a là độ dài cạnh huyền. Chứng minh rằng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B có hoành độ lần lượt là x_1 và x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 < 2$

Câu 4. (2 điểm) Cho tam giác nhọn ABC có hai đường cao BD và CE cắt nhau tại H. Các tia phân giác các góc EHB, DHC cắt AB, AC lần lượt tại I và K. Qua I và K lần lượt vẽ các đường vuông góc với AB, AC chúng cắt nhau tại M.

a) Chứng minh $AI = AK$.

b) Giả sử tam giác nhọn ABC có hai đỉnh B, C cố định, đỉnh A di động. Chứng minh đường thẳng HM luôn đi qua một điểm cố định

Câu 5. (2 điểm) Cho đường tròn (O) đường kính AB. Qua A và B lần lượt vẽ các tiếp tuyến d_1 và d_2 với (O). Từ điểm M bất kì trên (O) vẽ tiếp tuyến với đường tròn cắt d_1 tại C và cắt d_2 tại D. Đường tròn đường kính CD cắt đường tròn (O) tại E và F (E thuộc cung AM), gọi I là giao điểm của AD và BC.

a) Chứng minh AB là tiếp tuyến của đường tròn đường kính CD.

b) Chứng minh MI vuông góc với AB và ba điểm E, I, F thẳng hàng.

Câu 6. (1 điểm) Cho ba số thực x; y; z thỏa mãn: $x^2 + y^2 + z^2 \leq 9$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x + y + z - (xy + yz + zx)$

ĐÁP ÁN – LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1

a) Với $x \geq 0, x \neq 1$ ta có

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{(\sqrt{x})^3 + 1}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} - \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}+1} = \frac{x-\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} - (\sqrt{x}-1) \\
 &= \frac{x-\sqrt{x}+1-(\sqrt{x}-1)^2}{\sqrt{x}-1} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \\
 A-1 &= \frac{\sqrt{x}-(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}-1} = \frac{1}{\sqrt{x}-1}
 \end{aligned}$$

Ta có $x = 2016 + 2\sqrt{2015}$ thỏa mãn điều kiện $x \geq 0$ và $x \neq 1$

Có $x = 2015 + 2\sqrt{2015} + 1 = (\sqrt{2015} + 1)^2 \Rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{2015} + 1$. Thay vào biểu thức $A-1$ ta được:

$$A-1 = \frac{1}{\sqrt{2015}}$$

b) Với 2 số nguyên dương a, b bất kì ta có:

$$a^{2015} + b^{2015} = (a+b)(a^{2014} + a^{2013}b + \dots + ab^{2013} + b^{2014}) \Rightarrow a^{2015} + b^{2015} : (a+b)$$

+ Xét trường hợp n là số lẻ

Áp dụng khẳng định trên ta có:

$$2[1^{2015} + (n-1)^{2015}] : n$$

$$2[2^{2015} + (n-2)^{2015}] : n$$

...

$$2\left[\left(\frac{n-1}{2}\right)^{2015} + \left(\frac{n+1}{2}\right)^{2015}\right] : n$$

Suy ra

$$A = n^{2015} + 2[1^{2015} + (n-1)^{2015}] + 2[2^{2015} + (n-2)^{2015}] + \dots + 2\left[\left(\frac{n-1}{2}\right)^{2015} + \left(\frac{n+1}{2}\right)^{2015}\right] : n$$

Tương tự

$$A = 2(1^{2015} + n^{2015}) + 2[2^{2015} + (n-1)^{2015}] + \dots + 2\left[\left(\frac{n-1}{2}\right)^{2015} + \left(\frac{n+3}{2}\right)^{2015}\right] + \left[\left(\frac{n+1}{2}\right)^{2015} + \left(\frac{n+1}{2}\right)^{2015}\right] : (n+1)$$

Mặt khác n và $n+1$ nguyên tố cùng nhau nên $A : n(n+1)$

Tương tự với trường hợp n chẵn ta cũng có $A : n(n+1)$

Câu 2

a) Điều kiện: $x^2 \neq 8; x^2 \neq 9; x^2 \neq 11; x^2 \neq 12$

Phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned} & \left(\frac{6}{x^2-9} - \frac{7}{x^2-8} \right) + \left(\frac{4}{x^2-11} - \frac{3}{x^2-12} \right) = 0 \\ \Leftrightarrow & \frac{6(x^2-8)-7(x^2-9)}{(x^2-9)(x^2-8)} + \frac{4(x^2-12)-3(x^2-11)}{(x^2-11)(x^2-12)} = 0 \\ \Leftrightarrow & \frac{-x^2+15}{(x^2-9)(x^2-8)} + \frac{x^2-15}{(x^2-11)(x^2-12)} = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x^2-15=0(2) \\ -\frac{1}{(x^2-9)(x^2-8)}+\frac{1}{(x^2-11)(x^2-12)}=0(3) \end{cases}$$

Phương trình (2) $\Leftrightarrow x = \pm\sqrt{15}$ (thỏa mãn)

$$\text{Phương trình (3)} \Leftrightarrow (x^2-9)(x^2-8) = (x^2-11)(x^2-12)$$

$$\Leftrightarrow 6x^2 - 60 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 10 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{10} \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $\{\pm\sqrt{15}; \pm\sqrt{10}\}$

b) Hệ đã cho tương đương với

$$\begin{cases} (x^2+4x).(4x+y)=6 \\ (x^2+4x)+(4x+y)=-5 \end{cases}$$

Suy ra x^2+4x và $4x+y$ là 2 nghiệm của phương trình

$$t^2+5x+6=0 \Leftrightarrow (t+2)(t+3)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} t=-2 \\ t=-3 \end{cases}$$

Vậy hệ đã cho tương đương với $\begin{cases} x^2+4x=-2 \\ 4x+y=-3 \end{cases}$ (I) hoặc $\begin{cases} x^2+4x=-3 \\ 4x+y=-2 \end{cases}$ (II)

$$\text{Giải (I): } x^2+4x=-2 \Leftrightarrow (x+2)^2=2 \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2+\sqrt{2} \Rightarrow y=-3-4x=5-4\sqrt{2} \\ x=-2-\sqrt{2} \Rightarrow y=-3-4x=5+4\sqrt{2} \end{cases}$$

$$\text{Giải (II): } x^2+4x+3=0 \Leftrightarrow (x+1)(x+3) \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \Rightarrow y=-2-4x=2 \\ x=-3 \Rightarrow y=-2-4x=10 \end{cases}$$

Vậy hệ đã cho có 4 nghiệm $(-2+\sqrt{2}; 5-4\sqrt{2}), (-2-\sqrt{2}; 5+4\sqrt{2}), (-1; 2), (-3; 10)$

Câu 3

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d): $ax^2 = bx + c \Leftrightarrow ax^2 - bx - c = 0$ (1)

Vì a, b, c là 3 cạnh của tam giác vuông với cạnh huyền là a nên a, b, c > 0, $a^2 = b^2 + c^2$

(d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt \Leftrightarrow Phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta = b^2 + 4ac > 0$ (luôn đúng $\forall a, b, c > 0$)

Gọi 2 giao điểm có hoành độ là x_1, x_2 , là 2 nghiệm của (1). Theo Viết ta có:

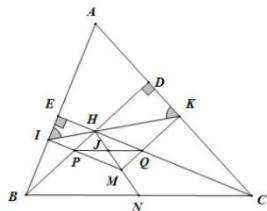
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{b}{a} \\ x_1 x_2 = -\frac{c}{a} \end{cases}$$

$$\text{Xét } P = x_1^2 + x_2^2 - 2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 - 2 = \left(\frac{b}{a}\right)^2 + 2 \cdot \frac{c}{a} - 2 = \frac{b^2 - 2ac - 2a^2}{a^2}$$

$$\text{Có } b^2 + 2ac - 2a^2 = b^2 + 2ac - (b^2 + c^2) - a^2 = 2ac - c^2 - a^2 = -(c-a)^2 < 0, \forall a, c, 0 < c < a$$

Suy ra $P < 0 \Rightarrow \text{đpcm.}$

Câu 4



a) Vì HI, HK là phân giác của góc EHB và góc DHC nên

$$EHI = \frac{1}{2} EHB; DHK = CHK = \frac{1}{2} DHC. \text{ Mà } EHB = DHC \text{ (đối đỉnh)} \Rightarrow EHI = DHK = CHK \quad (1)$$

$$\text{Có } AIH = 90^\circ - EHI; AKH = 90^\circ - DHK \Rightarrow AIH = AKH \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) suy ra } EHI + EHK = CHK + DHK = 180^\circ \Rightarrow I, H, K \text{ thẳng hàng} \quad (3)$$

Từ (2) và (3) $\Rightarrow \Delta AIK$ cân tại $A \Rightarrow AI = AK$

b) Gọi giao IM và BH là P , giao KM và CH là Q , giao HM và PQ là J , giao HM và BC là N .

Ta có:

$$\begin{aligned} \Delta HEI \sim \Delta HDK \text{ (g.g)} &\Rightarrow \frac{HE}{HD} = \frac{EI}{DK} \\ \Delta HEB \sim \Delta HDC \text{ (g.g)} &\Rightarrow \frac{HE}{HD} = \frac{EB}{DC} \\ \Rightarrow \frac{EI}{DK} = \frac{EB}{DC} \Rightarrow \frac{EI}{EB} &= \frac{DK}{DC} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\text{Vì } IP \perp AB, HE \perp AB \Rightarrow IP \parallel HE \Rightarrow \frac{EI}{EB} = \frac{HP}{HB} \quad (5). \text{ Tương tự } \frac{DK}{DC} = \frac{HQ}{HC} \quad (6)$$

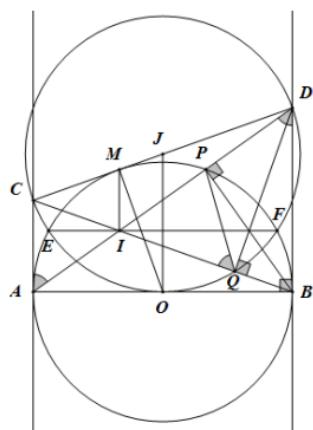
$$\text{Từ (4), (5), (6)} \Rightarrow \frac{HP}{HB} = \frac{HQ}{HC} \Rightarrow PQ \parallel BC$$

$$\text{Suy ra } \frac{PJ}{BN} = \frac{HJ}{HN} = \frac{JQ}{NC} \Rightarrow \frac{PJ}{JQ} = \frac{BN}{NC}$$

Vì $HP \parallel MQ, HQ \parallel PM$ nên $HQMP$ là hình bình hành $\Rightarrow J$ là trung điểm $PQ \Rightarrow PJ = JQ$
 $\Rightarrow BN = NC \Rightarrow N$ là trung điểm BC

Vậy HM luôn đi qua trung điểm BC là điểm cố định.

Câu 5



a) Vì $AC \perp AB$, $BD \perp AB \Rightarrow AC \parallel BD \Rightarrow ACDB$ là hình thang

Vì CM, CA là tiếp tuyến của (O) nên $CM = CA$. Tương tự $DM = DB$

Gọi J là trung điểm của CD thì JO là đường trung bình của hình thang $ACDB$ suy ra $JO \parallel BD$ và

$$OJ = \frac{AC + BD}{2} = \frac{CM + MD}{2} = \frac{CD}{2} = IC = ID \quad (1)$$

Vì $BD \perp AB$ nên $JO \perp AB$ tại O (2)

Từ (1) và (2) suy ra AB là tiếp tuyến của đường tròn (J) đường kính CD

b) Vì $CA \parallel BD$ nên theo định lý Talét ta có: $\frac{CI}{IB} = \frac{CA}{CD} = \frac{CM}{MD} \Rightarrow IM \parallel BD$

Mà $BD \perp AB$ nên $MI \perp AB$

Gọi P, Q lần lượt là giao của AD và (O), BC và (J)

Có $\angle APB = \angle CQD = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \angle DPB = \angle BQD = 90^\circ$

Suy ra $BQPD$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \angle PDB = \angle PQI$

Vì $AC \parallel BD$ nên $\angle PDB = \angle IAC$

$$\Rightarrow \angle PQI = \angle IAC \Rightarrow \triangle PQI \sim \triangle CAI \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{PI}{CI} = \frac{QI}{AI} \Rightarrow IP \cdot IA = IC \cdot IQ$$

Suy ra phuong tích của điểm I đối với 2 đường tròn (O) và (J) là bằng nhau

Suy ra I nằm trên trực đường phuong EF của 2 đường tròn.

Vậy I, E, F thẳng hàng.

Câu 6

Ta có:

$$(x+y+z)^2 = (x^2 + y^2 + z^2) + 2(xy + yz + zx) \leq 9 + 2(xy + yz + zx)$$

$$\Rightarrow xy + yz + zx \geq \frac{(x+y+z)^2 - 9}{2}$$

$$\Rightarrow P \leq x+y+z + \frac{9-(x+y+z)^2}{2}$$

$$\text{Đặt } x+y+z=t \Rightarrow P \leq t + \frac{9-t^2}{2} = -\frac{t^2-2t+1}{2} + 5 = -\frac{1}{2}(t-1)^2 + 5 \leq 5$$

Dẫu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} x+y+z=1 \\ x^2+y^2+z^2=9, \end{cases}$ chăng hạn khi $x=1, y=2, z=-2$

Vậy giá trị lớn nhất của P là 5.

ĐỀ 1945

ĐỀ THI VÀO 10

Bài 1 (2,0 điểm):

Rút gọn các biểu thức sau:

$$A = 2\sqrt{5} + 3\sqrt{45} - \sqrt{500}$$

$$B = \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{15}-\sqrt{12}}{\sqrt{5}-2}$$

Bài 2 (2,5 điểm):

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 3x-y=1 \\ 3x+8y=19 \end{cases}$

2) Cho phương trình bậc hai: $x^2 - mx + m - 1 = 0$ (1)

a) Giải phương trình (1) khi $m = 4$.

b) Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm $x_1; x_2$ thỏa

mãnh hệ thức: $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1+x_2}{2011}$.

Bài 3 (1,5 điểm):

Cho hàm số $y = \frac{1}{4}x^2$.

1) Vẽ đồ thị (P) của hàm số đó.

2) Xác định a, b để đường thẳng (d): $y = ax + b$ cắt trục tung tại điểm có

tung độ bằng -2 và cắt đồ thị (P) nói trên tại điểm có hoành độ bằng 2 .

Bài 4 (4,0 điểm):

Cho nửa đường tròn ($O; R$) đường kính AB . Gọi C là điểm chính giữa của cung AB . Trên tia đối của tia CB lấy điểm D sao cho $CD = CB$. OD cắt AC tại M . Từ A , kẻ AH vuông góc với OD (H thuộc OD). AH cắt DB tại N và cắt nửa đường tròn ($O; R$) tại E .

- 1) Chứng minh $MCNH$ là tứ giác nội tiếp và OD song song với EB .
- 2) Gọi K là giao điểm của EC và OD . Chứng minh rằng $\Delta CKD = \Delta CEB$.
- Suy ra C là trung điểm của KE .
- 3) Chứng minh tam giác EHK vuông cân và MN song song với AB .
- 4) Tính theo R diện tích hình tròn ngoại tiếp tứ giác $MCNH$.

===== Kết =====

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẢNG NAM



KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
MÔN: TOÁN - Năm học: 2011 – 2012
Khóa thi: Ngày 30 tháng 6 năm 2011
Thời gian: 120 phút (Không kể thời gian phát đề)

HƯỚNG DẪN CHẤM

I. Hướng dẫn chung

1) Nếu thí sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án mà vẫn đúng thì cho đủ điểm từng phần như hướng dẫn quy định.

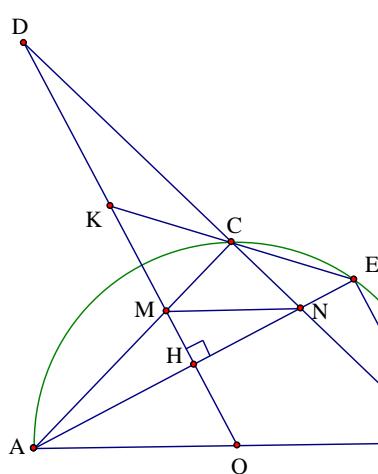
2) Việc chi tiết hóa thang điểm (nếu có) so với thang điểm trong hướng dẫn chấm phải đảm bảo không sai lệch với hướng dẫn chấm và được thống nhất trong Hội đồng chấm thi.

3) Điểm toàn bài lấy điểm lẻ đến $0,25$.

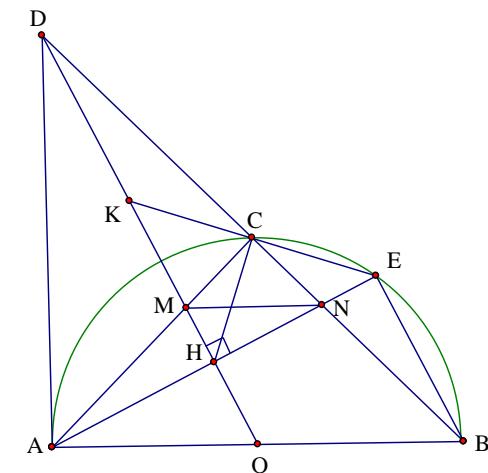
II. Đáp án và thang điểm

Bài	Câu	Đáp án
1 (2,0đ)	1,0đ	$A = 2\sqrt{5} + 3\sqrt{45} - \sqrt{500} = 2\sqrt{5} + 9\sqrt{5} - 10\sqrt{5}$

		$=\sqrt{5}$
	1,0đ	$B = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} - \frac{\sqrt{15} - \sqrt{12}}{\sqrt{5} - 2} = \sqrt{3} - \sqrt{2} - \frac{\sqrt{3}(\sqrt{5} - 2)}{\sqrt{5} - 2}$ $= \sqrt{3} - \sqrt{2} - \sqrt{3}$ $= -\sqrt{2}$
2 (2,5đ)	1) 0,75đ	<ul style="list-style-type: none"> + Tìm được $y = 2$ (hoặc $x = 1$) + Tìm được giá trị còn lại + Kết luận nghiệm $(x; y) = (1; 2)$
	2) 1,75đ	<p>a) + Khi $m = 4$ phương trình (1) trở thành $x^2 - 4x + 3 = 0$ + Tìm được hai nghiệm $x_1 = 1$; $x_2 = 3$</p> <p>b) <i>Cách 1:</i> + Chứng tỏ $\Delta \geq 0$ nên được P/t (1) có nghiệm với mọi m + Áp dụng hệ thức Viết : $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 \cdot x_2 = m - 1 \end{cases}$ + Biến đổi hệ thức $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 \cdot x_2}$ thành $\frac{m}{m-1} = \frac{m}{2011}$ (*) + Điều kiện của (*): $m \neq 1$. Giải p/t (*) tìm được $m = 0$, $m = 2012$ (tmđk)</p> <p><i>Cách 2:</i> + Chứng tỏ $a + b + c = 0$ nên được P/t (1) có nghiệm với mọi m + Viết được $x_1 = 1$; $x_2 = m - 1$ + Biến đổi hệ thức $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 \cdot x_2}$ thành $\frac{m}{m-1} = \frac{m}{2011}$ (*) + Điều kiện của (*): $m \neq 1$. Giải p/t (*) tìm được $m = 0$, $m = 2012$ (tmđk)</p>
3 (1,5đ)	1) 0,75đ	<ul style="list-style-type: none"> + Lập bảng giá trị có ít nhất 5 giá trị + Biểu diễn đúng 5 điểm trên mặt phẳng tọa độ + Vẽ đường parabol đi qua 5 điểm
	2) 0,75đ	<ul style="list-style-type: none"> + Xác định đúng hệ số $b = -2$ + Tìm được điểm thuộc (P) có hoành độ bằng 2 là điểm $(2; 1)$ + Xác định đúng hệ số $a = \frac{3}{2}$

4
(4,0đ)Hình
0,50đ*Hình vẽ phục vụ câu 1: 0,25đ – câu 2 : 0,25đ*

Hình : Câu 1; 2



Hình cả bài

- 1)
1,0đ + Nhận được $\angle MCN = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)
+ Tứ giác MCNH có $\angle MCN = \angle MHN = 90^\circ$ là tứ giác nội tiếp
+ Chứng minh $AE \perp BE$ từ đó suy ra $OD \parallel EB$

- 2)
1,0đ + Nhận được $\angle KDC = \angle EBC$ (slt)
+ Chứng minh $\triangle CKD \cong \triangle CEB$ (g-c-g)
+ Suy ra $CK = CE$ hay C là trung điểm của KE

- 3)
1,0đ + Chứng minh $\angle CEA = 45^\circ$
+ Chứng minh $\angle EHK$ vuông cân tại H .
+ Suy ra đường trung tuyến HC vừa là đường phân giác , do đó
 $\angle CHN = \frac{1}{2}\angle EHK = 45^\circ$. Giải thích $\angle CMN = \angle CHN = 45^\circ$.
+ Chứng minh $\angle CAB = 45^\circ$, do đó $\angle CAB = \angle CMN$. Suy ra $MN \parallel AB$

- 4)
0,50đ + Chứng minh M là trọng tâm của tam giác ADB , do đó $\frac{DM}{DO} = \frac{2}{3}$
và chứng minh $\frac{MN}{OB} = \frac{DM}{DO} = \frac{2}{3} \Rightarrow MN = \frac{2R}{3}$
+ Giải thích tứ giác MCNH nội tiếp đường tròn đường kính MN. Suy ra
bán kính đường tròn ngoại tiếp tứ giác MCNH bằng $\frac{R}{3}$
Tính được diện tích S của hình tròn đường kính MN :

$$S = \frac{\pi R^2}{9} (\text{đvdt})$$

ĐỀ 1946

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẢNG NAM**

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYÊN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN

Năm học: 2014 – 2015

Khóa thi ngày 06 tháng 6 năm 2014

Môn: TOÁN (Chuyên Toán)

Thời gian làm bài: 150 phút (*không tính thời gian giao đề*)

Câu 1.(2 điểm)

a/ Cho $a = \frac{1 - (\sqrt{6} - \sqrt{2})\sqrt{2 + \sqrt{3}}}{\sqrt{6 - 4\sqrt{2}} + \sqrt{3 - 2\sqrt{2}}}$. Tính giá trị biểu thức $M = (a^2 + a - 1)^{2014}$

b/ Cho x, y là các số nguyên dương và $x^2 + 2y$ là số chính phương.

Chứng minh rằng $x^2 + y$ bằng tổng của hai số chính phương.

Câu 2.(2 điểm)

a/ Giải phương trình sau: $\frac{2}{\sqrt{x+1} + \sqrt{3-x}} - \sqrt{3 + 2x - x^2} = 1$

b/ Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} y^2 - 2y - 2xy + 4x = 0 \\ x^3 + 3x^2 = y^2 - y + 2 \end{cases}$$

Câu 3.(1điểm) Cho các hàm số $y = \frac{-3}{2}x + 2m$ và $y = \frac{-3}{4}x^2$ lần lượt có các đồ thị là (d)

và (P).

Với giá trị nào của m thì (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt nằm bên phải trục tung?

Câu 4.(2 điểm) Cho ΔABC và điểm G bất kỳ trong tam giác, qua G vẽ các tia vuông góc với BC, CA, AB lần lượt cắt các cạnh đó tại D, E, F . Trên các tia GD, GE, GF lấy các điểm A', B', C' sao cho: $\frac{GA'}{BC} = \frac{GB'}{CA} = \frac{GC'}{AB}$. Gọi H là điểm đối xứng của A' qua G .

a/ Chứng minh $HB' // GC'$.

b/ Chứng minh G là trọng tâm $\Delta A'B'C'$.

Câu 5.(2 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC . Đường tròn (O) đường kính BC cắt các cạnh AB, AC lần lượt tại E và D ; BD cắt CE tại H ; AH cắt BC tại I . Vẽ các tiếp tuyến AM, AN của đường tròn (O) (M, N là các tiếp điểm). Chứng minh:

a) H là tâm đường tròn nội tiếp tam giác DEI.

b) Ba đường thẳng MN, BD, và CE đồng quy.

Câu 6.(1 điểm)

Trong hệ trục Oxy có đường thẳng (d): $y = 2014 - x$ cắt trục Ox tại điểm A, cắt Oy tại điểm B. Một điểm M(x; y) di động trên đoạn AB (M không trùng với A và B),

tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{x}{\sqrt{2014-x}} + \frac{y}{\sqrt{2014-y}}$

Hết

Họ và tên thí sinh:.....Số Báo Danh:.....

Chữ ký Giám thi 1

Chữ ký Giám thi 2

**HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN CHUYÊN
KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN NĂM HỌC 2014 – 2015**

KHÓA NGÀY 06/6/2014

Nội dung	Điểm
Câu 1: 2điểm	
$a = \frac{1-\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)\sqrt{2+\sqrt{3}}}{\sqrt{6-4\sqrt{2}} + \sqrt{3-2\sqrt{2}}}$ $= \frac{1-(\sqrt{3}-1)\sqrt{4+2\sqrt{3}}}{\sqrt{2(\sqrt{2}-1)^2} + \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2}}$ $= \frac{1-(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}{\sqrt{2}(\sqrt{2}-1) + \sqrt{2}-1} = -1$ <p>(tử 0.25; mẫu 0.25) (tử 0.25; kết quả 0.25)</p>	0.25 0.5 0.5
A = 1	0.25
b/ $gt \Leftrightarrow x^2 + 2y = k^2$ ($k \in \mathbb{N}^*$) suy ra x và k cùng tính chẵn, lẻ Nếu x chẵn: $x = 2m$ ($m \in \mathbb{N}^*$) và $k = 2n$ ($n \in \mathbb{N}^*$) $Gt \Leftrightarrow y = 2n^2 - 2m^2$ Khi đó $x^2 + y = (2m)^2 + 2n^2 - 2m^2 = 2m^2 + 2n^2 = (m+n)^2 + (m-n)^2$ (đpcm) Nếu x; k lẻ : $x = 2m+1$ ($m \in \mathbb{N}^*$) và $k = 2n+1$ ($n \in \mathbb{N}^*$) $Gt \Leftrightarrow y = 2n^2 - 2m^2 + 2n - 2m$ Khi đó $x^2 + y = (2m+1)^2 + 2n^2 - 2m^2 + 2n - 2m$ $= m^2 + n^2 + 1 + 2mn + 2m + 2n + m^2 + n^2 - 2mn$ $= (m+n+1)^2 + (m-n)^2$ (đpcm) Kết luận : Nếu $x^2 + 2y$ chính phương thì $x^2 + y$ là tổng của hai số chính phương	0.25

Cách khác: vì $x; y$ là các số nguyên dương nên $x^2 + 2y > x$;
 $x^2 + 2y$ là số chính phương nên $x^2 + 2y = (x + t)^2$ với $t \in N^*$
 $\Rightarrow 2y = t^2 + 2tx \Rightarrow t chẵn \Rightarrow t = 2k (k \in N^*)$
Do đó $2y = 4k^2 + 4kx \Rightarrow y = 2k^2 + 2kx \Rightarrow x^2 + y = (x + k)^2 + k^2$

Câu 2: 2 điểmĐK: $-1 \leq x \leq 3$ Đặt $t = \sqrt{x+1} + \sqrt{3-x}$ ($2 \leq t \leq 2\sqrt{2}$)

$$\Leftrightarrow t^2 = 4 + 2\sqrt{(x+1)(3-x)}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x+1)(3-x)} = \frac{t^2 - 4}{2} \text{ Do đó pt đã cho trở thành: } \frac{2}{t} = 1 + \frac{t^2 - 4}{2}$$

$$\Leftrightarrow t^3 - 2t - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow (t-2)(t^2 + 2t + 2) = 0 \Leftrightarrow t = 2 \text{ (thỏa mãn)}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x+1} + \sqrt{3-x} = 2 \Leftrightarrow \sqrt{(x+1)(3-x)} = 0 \Leftrightarrow x = -1 \text{ hoặc } x = 3$$

Đối chiếu ĐK, cả hai giá trị -1 và 3 đều thỏa mãn.Vậy PT có tập nghiệm $\{-1; 3\}$

b/ $\begin{cases} y^2 - 2y - 2xy + 4x = 0 & (1) \\ x^3 + 3x^2 = y^2 - y + 2 & (2) \end{cases}$

$$\text{Pt (1)} \Leftrightarrow (y - 2x)(y - 2) = 0 \Leftrightarrow y = 2 \text{ hoặc } y = 2x$$

$$\text{Nếu } y = 2 \text{ thì pt (2) trở thành } x^3 + 3x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ hoặc } x = -2$$

$$\text{Nếu } y = 2x \text{ thì pt (2) trở thành } x^3 - x^2 + 2x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

Suy ra $y = 2$

Kết luận hệ phương trình có hai nghiệm $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}; \begin{cases} x = -2 \\ y = 2 \end{cases}$

Câu 3: 1.điểm

$$\text{PT hoành độ giao điểm } \frac{-3}{2}x + 2m = \frac{-3}{4}x^2 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x + 8m = 0 \quad (1)$$

Đồ thị (d) cắt đồ thị (P) tại hai điểm phân biệt nằm bên phải trục tung khi và chỉ khi
PT (1) có hai nghiệm dương phân biệt.

PT (1) có hai nghiệm dương x_1, x_2 phân biệt khi và chỉ khi :

0.25

0.25

0.25

0.25

0.25

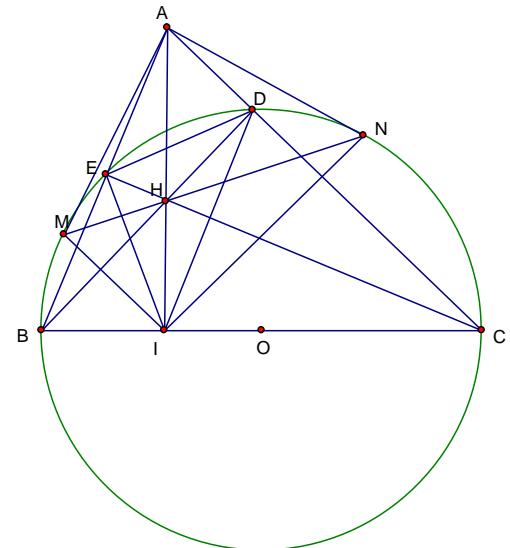
0.25

0.25

0.25

$\begin{cases} \Delta' = 9 - 24m > 0 \\ x_1 + x_2 = \frac{6}{3} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{3}{8} \\ m > 0 \end{cases} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{8m}{3} > 0 \end{cases}$	0.25
Kết luận : $0 < m < \frac{3}{8}$	0.25
Câu 4: 2 điểm	
Hình vẽ : phục vụ cho câu a, 0.25 đ	
a/Ta có $\angle BCA = \angle HGB'$ (góc có cạnh tương ứng vuông góc)	0.25
Mà $GA' = GH$ nên	
$\frac{GH}{BC} = \frac{GB'}{AC}$ (gt)	0.25
do đó $\triangle ABC \sim \triangle B'HG$ (c-g-c)	
$\Rightarrow \angle ABC = \angle B'HG$	0.25
gọi K giao điểm $B'H$ với đt AB ta ch/m được tứ giác BDHK nội tiếp	
$\Rightarrow HB' \perp AB$	0.25
Mà $GC' \perp AB$ nên $HB' \parallel GC'$	0.25
b/ Gọi M trung điểm $A'B'$	0.25
$\Rightarrow GM \parallel HB'$ (đtrb $\triangle A'HB'$)	
$\Rightarrow GM \perp AB$ (cùng song song HB')	0.25
$\Rightarrow C'; G; M$ thẳng hàng (cùng $\perp AB$)	0.25
$\Rightarrow C'M$ là trung tuyến $\triangle A'B'C'$	0.25
Tương tự ta cũng ch/m được $A'G$ là trung tuyến	
Vậy G là trọng tâm $\triangle A'B'C'$	0.25
Câu 5: 2 điểm	
Hình vẽ phục vụ câu a và b	0.25

a/ Các tứ giác BIHE ; CIHD nội tiếp suy ra HIE = HBE = HCD = HID suy ra IH là phân giác của góc EID C/minh tương tự DH là phân giác của góc EDI Suy ra H là tâm đường tròn nội tiếp của $\triangle EDI$	0.25 0.25 0.25
b/ Chứng minh được $AH \cdot AI = AE \cdot AB = AM^2$ $\Rightarrow \triangle AHM \text{ đồng dạng với } \triangle AMI \Rightarrow AHM = AMI$	0.25
Chứng minh tương tự $\Rightarrow AHN = ANI$ C/minh tứ giác AMIN nội tiếp một đường tròn $\Rightarrow AHM + AHN = AMI + ANI = 180^\circ$ $\Rightarrow M, H, N \text{ thẳng hàng.}$ Vậy ba đường thẳng MN, BD, CE đồng quy.	0.25 0.25 0.25



Câu 6: 1 điểm

Ta có $A(2014; 0)$ và $B(0; 2014)$ theo giả thiết thì $0 < x; y < 2014$

Ta có

$$P = \frac{x}{\sqrt{2014-x}} + \frac{y}{\sqrt{2014-y}} = \frac{x}{\sqrt{y}} + \sqrt{y} + \frac{y}{\sqrt{x}} + \sqrt{x} - (\sqrt{x} + \sqrt{y}) \geq 2\sqrt{x} + 2\sqrt{y} - (\sqrt{x} + \sqrt{y})$$

$$P \geq \sqrt{x} + \sqrt{y} \quad (1)$$

$$\text{Lại có } P = \frac{x}{\sqrt{2014-x}} + \frac{y}{\sqrt{2014-y}} = \frac{2014-y}{\sqrt{y}} + \frac{2014-x}{\sqrt{x}} = 2014\left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}}\right) - (\sqrt{x} + \sqrt{y}) \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có } 2P \geq 2014\left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}}\right) \geq 2014\left(\frac{2}{\sqrt{\sqrt{xy}}}\right) \geq 2014\frac{2}{\sqrt{\frac{x+y}{2}}}$$

$$\text{Suy ra } P \geq \frac{2014}{\sqrt{\frac{2014}{2}}} = 2\sqrt{1007}, \text{ dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi } x = y = 1007$$

Vậy GTNN của P là $2\sqrt{1007}$

Chú ý : *Thí sinh giải cách khác đáp án, các giám khảo thống nhất theo thang điểm của đáp án*

ĐỀ 1947

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 TRƯỜNG THPT CHUYÊN

Năm học 2008-2009

Môn TOÁN

Thời gian làm bài 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Bài 1 (1 điểm):

a) Thực hiện phép tính: $\frac{3\sqrt{10} + \sqrt{20} - 3\sqrt{6} - \sqrt{12}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $x - \sqrt{x - 2008}$.

Bài 2 (1,5 điểm):

Cho hệ phương trình: $\begin{cases} mx - y = 2 \\ 3x + my = 5 \end{cases}$

a) Giải hệ phương trình khi $m = \sqrt{2}$.

b) Tìm giá trị của m để hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x; y)$ thỏa mãn hệ thức $x + y = 1 - \frac{m^2}{m^2 + 3}$.

Bài 3 (1,5 điểm):

a) Cho hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$, có đồ thị là (P). Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm

M và N nằm trên (P) lần lượt có hoành độ là -2 và 1 .

b) Giải phương trình: $3x^2 + 3x - 2\sqrt{x^2 + x} = 1$.

Bài 4 (2 điểm):

Cho hình thang ABCD ($AB // CD$), giao điểm hai đường chéo là O. Đường thẳng qua O song song với AB cắt AD và BC lần lượt tại M và N.

a) Chứng minh: $\frac{MO}{CD} + \frac{MO}{AB} = 1$.

b) Chứng minh: $\frac{1}{AB} + \frac{1}{CD} = \frac{2}{MN}$.

c) Biết $S_{AOB} = m^2$; $S_{COD} = n^2$. Tính S_{ABCD} theo m và n (với $S_{AOB}, S_{COD}, S_{ABCD}$ lần lượt là diện tích tam giác AOB, diện tích tam giác COD, diện tích tứ giác ABCD).

Bài 5 (3 điểm): Cho đường tròn ($O; R$) và dây cung AB cố định không đi qua tâm O; C và D là hai điểm di động trên cung lớn AB sao cho AD và BC luôn song song. Gọi M là giao điểm của AC và BD. Chứng minh rằng:

a) Tứ giác AOMB là tứ giác nội tiếp.

b) $OM \perp BC$.

c) Đường thẳng d đi qua M và song song với AD luôn đi qua một điểm cố định.

Bài 6 (1 điểm):

a) Cho các số thực dương x; y. Chứng minh rằng: $\frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x} \geq x + y$.

b) Cho n là số tự nhiên lớn hơn 1. Chứng minh rằng $n^4 + 4^n$ là hợp số.

===== *Hết* =====

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẢNG NAM**

ĐỀ CHÍNH THỨC

**KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 TRƯỜNG THPT CHUYÊN
Năm học 2008-2009**

Môn TOÁN

Thời gian làm bài 150 phút (không kể thời gian giao đề)
HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN

I. Hướng dẫn chung:

- 1) Nếu thí sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án mà vẫn đúng thì cho đủ điểm từng phần như hướng định.
- 2) Việc chi tiết hóa thang điểm (nếu có) so với thang điểm trong hướng dẫn chấm phải đảm bảo không sai lệch hướng dẫn chấm và được thống nhất trong Hội đồng chấm thi.
- 3) Điểm toàn bài lấy điểm lẻ đến 0,25.

II. Đáp án:

Bài	Nội dung	Điểm
	$\frac{(\sqrt{5} - \sqrt{3})(3\sqrt{2} + 2)}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$ $= 3\sqrt{2} + 2$	0,25
	b) Điều kiện $x \geq 2008$ $x - \sqrt{x - 2008} = (x - 2008 - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{x - 2008} + \frac{1}{4}) + 2008 - \frac{1}{4}$ $= (\sqrt{x - 2008} - \frac{1}{2})^2 + \frac{8031}{4} \geq \frac{8031}{4}$	0,25
1 (1đ)	Dấu “ = ” xảy ra khi $\sqrt{x - 2008} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{8033}{4}$ (thỏa mãn). Vậy giá trị nhỏ nhất cần tìm là $\frac{8031}{4}$ khi $x = \frac{8033}{4}$.	0,25

2 (1,5đ)	<p>a) Khi $m = \sqrt{2}$ ta có hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{2}x - y = 2 \\ 3x + \sqrt{2}y = 5 \end{cases}$</p> $\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \sqrt{2}y = 2\sqrt{2} \\ 3x + \sqrt{2}y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2\sqrt{2} + 5}{5} \\ y = \sqrt{2}x - 2 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2\sqrt{2} + 5}{5} \\ y = \frac{5\sqrt{2} - 6}{5} \end{cases}$ <p>b) Giải tìm được: $x = \frac{2m+5}{m^2+3}; y = \frac{5m-6}{m^2+3}$</p> <p>Thay vào hệ thức $x + y = 1 - \frac{m^2}{m^2+3}$; ta được $\frac{2m+5}{m^2+3} + \frac{5m-6}{m^2+3} = 1 - \frac{m^2}{m^2+3}$</p> <p>Giải tìm được $m = \frac{4}{7}$</p>	0,25 0,25 0,25 0,25
3 (1,5đ)	<p>a) Tìm được $M(-2; -2); N(1; -\frac{1}{2})$</p> <p>Phương trình đường thẳng có dạng $y = ax + b$, đường thẳng đi qua M và N nên</p> $\begin{cases} -2a + b = -2 \\ a + b = -\frac{1}{2} \end{cases}$ <p>Tìm được $a = \frac{1}{2}; b = -1$. Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $y = \frac{1}{2}x - 1$</p>	0,25 0,25 0,25
	<p>b) Biến đổi phương trình đã cho thành $3(x^2 + x) - 2\sqrt{x^2 + x} - 1 = 0$</p> <p>Đặt $t = \sqrt{x^2 + x}$ (điều kiện $t \geq 0$), ta có phương trình $3t^2 - 2t - 1 = 0$</p> <p>Giải tìm được $t = 1$ hoặc $t = -\frac{1}{3}$ (loại)</p> <p>Với $t = 1$, ta có $\sqrt{x^2 + x} = 1 \Leftrightarrow x^2 + x - 1 = 0$. Giải ra được $x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ hoặc $x = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$.</p>	0,25 0,25 0,25
	Hình vẽ	

		0,25
4 (2đ)	<p>a) Chứng minh được $\frac{MO}{CD} = \frac{AM}{AD}$; $\frac{MO}{AB} = \frac{MD}{AD}$</p> <p>Suy ra $\frac{MO}{CD} + \frac{MO}{AB} = \frac{AM+MD}{AD} = \frac{AD}{AD} = 1$ (1)</p> <p>b) Tương tự câu a) ta có $\frac{NO}{CD} + \frac{NO}{AB} = 1$ (2)</p> <p>(1) và (2) suy ra $\frac{MO+NO}{CD} + \frac{MO+NO}{AB} = 2$ hay $\frac{MN}{CD} + \frac{MN}{AB} = 2$</p> <p>Suy ra $\frac{1}{CD} + \frac{1}{AB} = \frac{2}{MN}$</p> <p>c) $\frac{S_{AOB}}{S_{AOD}} = \frac{OB}{OD}; \frac{S_{AOD}}{S_{COD}} = \frac{OA}{OC}; \frac{OB}{OD} = \frac{OA}{OC} \Rightarrow \frac{S_{AOB}}{S_{AOD}} = \frac{S_{AOD}}{S_{COD}}$</p> $\Rightarrow S_{AOD}^2 = m^2 \cdot n^2 \Rightarrow S_{AOD} = m \cdot n$ <p>Tương tự $S_{BOC} = m \cdot n$. Vậy $S_{ABCD} = m^2 + n^2 + 2mn = (m+n)^2$</p>	0,25 0,50 0,25 0,25 0,25
5 (3đ)	<p>Hình vẽ (phục vụ câu a)</p>	0,25
	<p>a) Chứng minh được:</p> <ul style="list-style-type: none"> - hai cung AB và CD bằng nhau - sđ góc AMB bằng sđ cung AB <p>Suy ra được hai góc AOB và AMB bằng nhau</p> <p>O và M cùng phía với AB. Do đó tứ giác AOMB nội tiếp</p>	0,25 0,25 0,25 0,25

	b) Chứng minh được: - O nằm trên đường trung trực của BC (1) - M nằm trên đường trung trực của BC (2) Từ (1) và (2) suy ra OM là đường trung trực của BC, suy ra $OM \perp BC$	0,25 0,25 0,25
	c) Từ giả thiết suy ra $d \perp OM$ Gọi I là giao điểm của đường thẳng d với đường tròn ngoại tiếp tứ giác AOMB, suy ra góc OMI bằng 90° , do đó OI là đường kính của đường tròn này Khi C và D di động thỏa mãn đề bài thì A, O, B cố định, nên đường tròn ngoại tiếp tứ giác AOMB cố định, suy ra I cố định. Vậy d luôn đi qua điểm I cố định.	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25
	a) Với x và y đều dương, ta có $\frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x} \geq x + y$ (1) $\Leftrightarrow x^3 + y^3 \geq xy(x + y) \Leftrightarrow (x + y)(x - y)^2 \geq 0$ (2) (2) luôn đúng với mọi $x > 0, y > 0$. Vậy (1) luôn đúng với mọi $x > 0, y > 0$	0,25 0,25
6 (1đ)	b) n là số tự nhiên lớn hơn 1 nên n có dạng $n = 2k$ hoặc $n = 2k + 1$, với k là số tự nhiên lớn hơn 0. - Với $n = 2k$, ta có $n^4 + 4^n = (2k)^4 + 4^{2k}$ lớn hơn 2 và chia hết cho 2. Do đó $n^4 + 4^n$ là hợp số. - Với $n = 2k+1$, tacó $\begin{aligned} n^4 + 4^n &= n^4 + 4^{2k} \cdot 4 = n^4 + (2 \cdot 4^k)^2 = (n^2 + 2 \cdot 4^k)^2 - (2 \cdot n \cdot 2^k)^2 \\ &= (n^2 + 2^{2k+1} + n \cdot 2^{k+1})(n^2 + 2^{2k+1} - n \cdot 2^{k+1}) = [(n+2^k)^2 + 2^{2k}] [(n-2^k)^2 + 2^{2k}]. \end{aligned}$ Mỗi thừa số đều lớn hơn hoặc bằng 2. Vậy $n^4 + 4^n$ là hợp số	0,25 0,25

===== Hết =====

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẢNG NAM

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ SỐ 1948
KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 TRƯỜNG THPT CHUYÊN
Năm học 2008-2009

Môn TOÁN

(Dành cho học sinh chuyên Tin)

Thời gian làm bài 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Bài 1 (1,5 điểm):

a) Thực hiện phép tính: $\frac{3\sqrt{10} + \sqrt{20} - 3\sqrt{6} - \sqrt{12}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $x - \sqrt{x - 2008}$.

Bài 2 (2 điểm):

Cho hệ phương trình: $\begin{cases} mx - y = 2 \\ 3x + my = 5 \end{cases}$

a) Giải hệ phương trình khi $m = \sqrt{2}$.

b) Tìm giá trị của m để hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x; y)$ thỏa mãn h $\ddot{\text{e}}$ thức $x + y = 1 - \frac{m^2}{m^2 + 3}$.

Bài 3 (2 điểm):

a) Cho hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$, có đồ thị là (P). Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm M và N nằm trên (P) lần lượt có hoành độ là -2 và 1 .

b) Giải phương trình: $3x^2 + 3x - 2\sqrt{x^2 + x} = 1$.

Bài 4 (1,5 điểm):

Cho hình thang ABCD ($AB // CD$), giao điểm hai đường chéo là O. Đường thẳng qua O song song với AB cắt AD và BC lần lượt tại M và N.

a) Chứng minh: $\frac{MO}{CD} + \frac{MO}{AB} = 1$.

b) Chứng minh: $\frac{1}{AB} + \frac{1}{CD} = \frac{2}{MN}$.

Bài 5 (3 điểm):

Cho đường tròn ($O; R$) và dây cung AB cố định không đi qua tâm O; C và D là hai điểm di động trên cung lớn AB sao cho AD và BC luôn song song. Gọi M là giao điểm của AC và BD. Chứng minh rằng:

a) Tứ giác AOMB là tứ giác nội tiếp.

b) $OM \perp BC$.

c) Đường thẳng d đi qua M và song song với AD luôn đi qua một điểm cố định.

===== Hết =====

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẢNG NAM**

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 TRƯỜNG THPT CHUYÊN

Năm học 2008-2009

Môn TOÁN

(Dành cho học sinh chuyên Tin)

Thời gian làm bài 150 phút (không kể thời gian giao đề)

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN

I. Hướng dẫn chung:

- 1) Nếu thí sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án mà vẫn đúng thì cho đủ điểm từng phần như hướng quy định.
- 2) Việc chi tiết hóa thang điểm (nếu có) so với thang điểm trong hướng dẫn chấm phải đảm bảo không sai lệch hướng dẫn chấm và được thống nhất trong Hội đồng chấm thi.
- 3) Điểm toàn bài lấy điểm lẻ đến 0,25.

II. Đáp án:

Bài	Nội dung	Điểm
	$\frac{(\sqrt{5} - \sqrt{3})(3\sqrt{2} + 2)}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$ <p>a) Biến đổi được:</p> $= 3\sqrt{2} + 2$	0,50 0,25
1 (1,5đ)	<p>b) Điều kiện $x \geq 2008$</p> $x - \sqrt{x - 2008} = (x - 2008 - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{x - 2008} + \frac{1}{4}) + 2008 - \frac{1}{4}$ $= (\sqrt{x - 2008} - \frac{1}{2})^2 + \frac{8031}{4} \geq \frac{8031}{4}$ <p>Dấu “ = ” xảy ra khi $\sqrt{x - 2008} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{8033}{4}$ (thỏa mãn). Vậy giá trị nhỏ nhất cần tìm là $\frac{8031}{4}$ khi $x = \frac{8033}{4}$.</p>	0,50 0,25
2 (2đ)	<p>a) Khi $m = \sqrt{2}$ ta có hệ phương trình</p> $\begin{cases} \sqrt{2}x - y = 2 \\ 3x + \sqrt{2}y = 5 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \sqrt{2}y = 2\sqrt{2} \\ 3x + \sqrt{2}y = 5 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2\sqrt{2} + 5}{5} \\ y = \sqrt{2}x - 2 \end{cases}$	0,25 0,25 0,25

	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2\sqrt{2} + 5}{5} \\ y = \frac{5\sqrt{2} - 6}{5} \end{cases}$	0,25
	<p>b) Giải tìm được: $x = \frac{2m+5}{m^2+3}; y = \frac{5m-6}{m^2+3}$</p> <p>Thay vào hệ thức $x+y=1-\frac{m^2}{m^2+3}$; ta được $\frac{2m+5}{m^2+3} + \frac{5m-6}{m^2+3} = 1 - \frac{m^2}{m^2+3}$</p> <p>Giải tìm được $m = \frac{4}{7}$</p>	0,50 0,25 0,25
3 (2đ)	<p>a) Tìm được $M(-2; -2); N(1; -\frac{1}{2})$</p> <p>Phương trình đường thẳng có dạng $y = ax + b$, đường thẳng đi qua M và N nên</p> $\begin{cases} -2a + b = -2 \\ a + b = -\frac{1}{2} \end{cases}$	0,25 0,25
	<p>Tìm được $a = \frac{1}{2}; b = -1$.</p>	0,25
	<p>Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $y = \frac{1}{2}x - 1$</p>	0,25
	<p>b) Biến đổi phương trình đã cho thành $3(x^2 + x) - 2\sqrt{x^2 + x} - 1 = 0$</p> <p>Đặt $t = \sqrt{x^2 + x}$ (điều kiện $t \geq 0$), ta có phương trình $3t^2 - 2t - 1 = 0$</p> <p>Giải tìm được $t = 1$ hoặc $t = -\frac{1}{3}$ (loại)</p>	0,25 0,25 0,25
	<p>Với $t = 1$, ta có $\sqrt{x^2 + x} = 1 \Leftrightarrow x^2 + x - 1 = 0$. Giải ra được $x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ hoặc $x = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$.</p>	0,25
	Hình vẽ	0,25
		0,25
	<p>a) Chứng minh được $\frac{MO}{CD} = \frac{AM}{AD}; \frac{MO}{AB} = \frac{MD}{AD}$</p>	0,25

4 (1,5đ)	<p>Suy ra $\frac{MO}{CD} + \frac{MO}{AB} = \frac{AM+MD}{AD} = \frac{AD}{AD} = 1$ (1)</p> <p>b) Tương tự câu a) ta có $\frac{NO}{CD} + \frac{NO}{AB} = 1$ (2)</p> <p>(1) và (2) suy ra $\frac{MO+NO}{CD} + \frac{MO+NO}{AB} = 2$ hay $\frac{MN}{CD} + \frac{MN}{AB} = 2$</p> <p>Suy ra $\frac{1}{CD} + \frac{1}{AB} = \frac{2}{MN}$</p>	0,50 0,25 0,25
5 (3đ)	<p>Hình vẽ (phục vụ câu a)</p>	0,25
	<p>a) Chứng minh được: - hai cung AB và CD bằng nhau - sđ góc AMB bằng sđ cung AB Suy ra được hai góc AOB và AMB bằng nhau O và M cùng phía với AB. Do đó tứ giác AOMB nội tiếp</p>	0,25 0,25 0,25 0,25
	<p>b) Chứng minh được: - O nằm trên đường trung trực của BC (1) - M nằm trên đường trung trực của BC (2) Từ (1) và (2) suy ra OM là đường trung trực của BC, suy ra $OM \perp BC$</p>	0,25 0,25 0,25
	<p>c) Từ giả thiết suy ra d $\perp OM$ Gọi I là giao điểm của đường thẳng d với đường tròn ngoại tiếp tứ giác AOMB, suy ra góc OMI bằng 90°, do đó OI là đường kính của đường tròn này. Khi C và D di động thỏa mãn đề bài thì A, O, B cố định, nên đường tròn ngoại tiếp tứ giác AOMB cố định, suy ra I cố định. Vậy d luôn đi qua điểm I cố định.</p>	0,25 0,25 0,25 0,25

===== Hết =====

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẢNG NAM**

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm 01 trang)

ĐỀ 1949

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN

Năm học 2014-2015

Khóa ngày: **06/6/2014**

Môn: **TOÁN (chung)**

(dành cho tất cả các thí sinh)

Thời gian: **120 phút (không kể thời gian giao đề)**

Câu 1. (2,0 điểm)

Cho các biểu thức: $A = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-2} + \frac{\sqrt{32}+4}{\sqrt{2}+1}$,
 $B = \left(1 + \frac{a+\sqrt{a}}{\sqrt{a}+1}\right) \left(1 - \frac{a-\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1}\right)$ với $a \geq 0; a \neq 1$.

- a/ Rút gọn A và B.
 b/ Chứng minh rằng với $a \geq 0; a \neq 1$ thì $A > B$.

Câu 2. (2,0 điểm)

a / Cho ba đường thẳng (d_1): $y = x - 1$; (d_2): $y = -2x + 5$ và (d_3): $y = 3x + m^2 + 6m$. Gọi I là giao điểm của (d_1) và (d_2). Tìm m để đường thẳng (d_3) đi qua I.

b/ Một trường trung học cơ sở tổ chức cho tất cả các học sinh giỏi của khối lớp 8 và khối lớp 9 đi tham quan di tích lịch sử của địa phương. Nếu có 4 học sinh giỏi khối lớp 8 không tham gia thì số học sinh giỏi của khối lớp 8 còn lại bằng một nửa số học sinh còn lại của đoàn tham quan. Nếu có 8 học sinh giỏi của khối lớp 9 không tham gia thì số học sinh giỏi của khối lớp 9 còn lại bằng một nửa số học sinh giỏi của khối lớp 8. Hỏi có tất cả bao nhiêu học sinh giỏi của khối lớp 8 và khối lớp 9?

Câu 3. (2,0 điểm)

a/ Cho parabol (P): $y = ax^2$. Tìm a biết (P) đi qua điểm $A(1; -2)$. Vẽ (P) với giá trị vừa tìm được của a.

b/ Cho phương trình $x^2 - 2mx - m - 1 = 0$ (m là tham số). Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt sao cho một nghiệm của phương trình bằng bình phương nghiệm còn lại.

Câu 4. (2,0 điểm)

Tam giác ABC vuông tại A, gọi M là trung điểm của AC và H là hình chiếu vuông góc của M lên BC.

a/ Chứng minh rằng tứ giác ABHM nội tiếp được trong một đường tròn. Xác định tâm I đường tròn này.

b/ Đường thẳng MH cắt AB tại N. Chứng minh rằng : $AB \cdot AN = 2 \cdot AM^2$.

Câu 5. (2,0 điểm)

Cho nửa đường tròn tâm O, đường kính BC = 2R và điểm A bất kì thuộc nửa đường tròn đó (A không trùng với B và C). Tia phân giác của góc ABC cắt nửa đường tròn (O) tại D (D khác B). AC cắt BD tại I, đường tròn ngoại tiếp tam giác AID cắt AB tại điểm thứ hai là S.

a/ Chứng minh ba điểm S, D, C thẳng hàng.

b/ Giả sử $CD = \frac{R\sqrt{2}}{2}$. Tính AB theo R.

-----Hết-----

Họ và tên thí sinh: SBD:

Chữ ký của giám thị: GT1.....GT2

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẢNG NAM**

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN

Năm học 2014 - 2015

Khóa ngày: 06/6/2014

Môn: TOÁN (chung)

(dành cho tất cả các thí sinh)

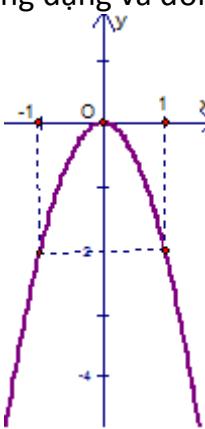
Thời gian: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

HƯỚNG DẪN CHẤM THI

(Hướng dẫn này gồm 03 trang)

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1a (1,5đ)	$*A = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}(1-\sqrt{2})} + \frac{4(\sqrt{2}+1)}{\sqrt{2}+1}$	0,25
	$A = \frac{1}{1-\sqrt{2}} + 4$	0,25
	$A = 3 - \sqrt{2}$	0,25
	$*B = \left(1 + \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a}+1)}{\sqrt{a}+1}\right) \left(1 - \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)}{\sqrt{a}-1}\right)$	0,25
	$B = (1+\sqrt{a})(1-\sqrt{a})$	0,25
	$B = 1 - a$ với $a \geq 0; a \neq 1$	0,25

1b (0,5đ)	$B = 1 - a$ với $a \geq 0; a \neq 1$, suy ra với $a \geq 0; a \neq 1$ thì $B \leq 1$	0,25
	$A = 3 - \sqrt{2} > 1$ và kết luận $A > B$.	0,25
Câu 2a (1,0đ)	Phương trình hoành độ giao điểm của (d_1) và (d_2) : $x - 1 = -2x + 5 \Leftrightarrow x = 2$	0,25
	$\Rightarrow y = 1$. Suy ra $I(2; 1)$	0,25
	$I(2; 1) \in (d_3) \Leftrightarrow m^2 + 6m + 5 = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow m = -1$ hoặc $m = -5$.	0,25
2b (1,0đ)	Gọi x là số học sinh giỏi của khối lớp 8; y là số học sinh giỏi của khối lớp 9. Điều kiện $x, y \in N; x > 4; y > 8$	0,25
	Từ đề bài ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x - 4 = \frac{1}{2}(x + y - 4) & (1) \\ y - 8 = \frac{1}{2}x & (2) \end{cases}$	0,25
	$(2) \Leftrightarrow x = 2y - 16$. Thay vào (1) tìm được $y = 20$, suy ra $x = 24$.	0,25
	Vậy tổng số học sinh cần tìm là $x + y = 44$.	0,25
Câu 3a (1,0đ)	$A(1; -2) \in (P) \Leftrightarrow a = -2$.	0,25
	Khi đó (P) : $y = -2x^2$.	0,25
	Chọn các điểm đặc biệt, ít nhất là 3 điểm trong đó phải có điểm $O(0;0)$.	0,25
	Vẽ (P) , đảm bảo đúng dạng và đối xứng.	0,50



3b (1,0đ)	$\Delta' = m^2 + m + 1 = \left(m + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0 \quad \forall m \in R.$ Suy ra phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m .	0,25
	Theo định lý Viet ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 \cdot x_2 = -m - 1 \end{cases}$	
	Khi đó $x_1 = x_2^2$ hoặc $x_2 = x_1^2 \Leftrightarrow (x_1 - x_2^2) \cdot (x_2 - x_1^2) = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow x_1 x_2 - [(x_1 + x_2)^3 - 3x_1 x_2 (x_1 + x_2)] + (x_1 x_2)^2 = 0 \Leftrightarrow -8m^3 - 5m^2 - 5m = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ -8m^2 - 5m - 5 = 0(VN) \end{cases} \Leftrightarrow m = 0. Vậy giá trị cần tìm m = 0.$	0,25
Câu 4a (1,0đ)	<p style="text-align: center;">Hình vẽ</p>	0,25
	$BAM = BHM = 90^\circ$	0,25
	Suy ra tứ giác ABHM nội tiếp trong đường tròn đường kính BM.	0,25
	Tâm I của đường tròn này là trung điểm của BM.	0,25
	Ta có $ACB = ANM$ (hai góc nhọn có các cặp cạnh tương ứng vuông góc)	0,25

4b (1,0đ)	lại có $BAC = MAN = 90^\circ$ nên $\Delta ABC \sim \Delta AMN$.	0,25
	suy ra $\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} \Leftrightarrow AB \cdot AN = AM \cdot AC$	0,25
	$\Leftrightarrow AB \cdot AN = 2AM^2$ (vì $AC=2AM$) (đpcm).	0,25
Câu 5a (1,0đ)	<p>a/ (1đ)</p> <p>Hình vẽ</p>	0,25
	$BAC = 90^\circ$ (góc nội tiếp nửa đường tròn), suy ra $SAI = 90^\circ$	0,25
	<p>Tứ giác SAID nội tiếp được nên $SAI + SDI = 180^\circ$</p> <p>Tìm được $SDI = 90^\circ$</p> <p>$BDC = 90^\circ$ (góc nội tiếp nửa đường tròn),</p> <p>$SDC = SDI + IDC = 180^\circ$, kết luận ba điểm S, D, C thẳng hàng</p>	0,25
5b (1đ)	Tam giác BSC có BD là đường cao vừa là đường phân giác nên cân tại B, suy ra $BS = BC = 2R$, $CD = DS$	0,25
	Tam giác BSC có hai đường cao BD, CA cắt nhau tại I suy ra I là trực tâm của nó, được $SI \perp BC$ tại H	0,25
	<p>Chứng minh $BA \cdot BS = BH \cdot BC$, $CD \cdot CS = CH \cdot CB$</p> <p>Chứng minh $BA \cdot BS + CD \cdot CS = BC^2$</p>	0,25
	$BA \cdot 2R + \frac{R\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{2R\sqrt{2}}{2} = 4R^2$ (vì $CS = 2CD$) $BA \cdot 2R + R^2 = 4R^2.$ $AB = \frac{3R}{2}$	0,25

Ghi chú: Thí sinh có thể giải theo nhiều cách khác nhau, giám khảo thống nhất cho điểm theo thang của đáp án.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẢNG NAM

ĐỀ 1950

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 TRƯỜNG THPT CHUYÊN

Năm học 2008-2009

Môn TOÁN

Thời gian làm bài 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Bài 1 (1 điểm):

a) Thực hiện phép tính: $\frac{3\sqrt{10} + \sqrt{20} - 3\sqrt{6} - \sqrt{12}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $x - \sqrt{x - 2008}$.

Bài 2 (1,5 điểm):

Cho hệ phương trình: $\begin{cases} mx - y = 2 \\ 3x + my = 5 \end{cases}$

a) Giải hệ phương trình khi $m = \sqrt{2}$.

b) Tìm giá trị của m để hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x; y)$ thỏa mãn hệ thức $x + y = 1 - \frac{m^2}{m^2 + 3}$.

Bài 3 (1,5 điểm):

a) Cho hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$, có đồ thị là (P). Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm M và N nằm trên (P) lần lượt có hoành độ là -2 và 1 .

b) Giải phương trình: $3x^2 + 3x - 2\sqrt{x^2 + x} = 1$.

Bài 4 (2 điểm):

Cho hình thang ABCD ($AB // CD$), giao điểm hai đường chéo là O. Đường thẳng qua O song song với AB cắt AD và BC lần lượt tại M và N.

a) Chứng minh: $\frac{MO}{CD} + \frac{MO}{AB} = 1$.

b) Chứng minh: $\frac{1}{AB} + \frac{1}{CD} = \frac{2}{MN}$.

c) Biết $S_{AOB} = m^2$; $S_{COD} = n^2$. Tính S_{ABCD} theo m và n (với S_{AOB} , S_{COD} , S_{ABCD} lần lượt là diện tích tam giác AOB, diện tích tam giác COD, diện tích tứ giác ABCD).

Bài 5 (3 điểm): Cho đường tròn (O; R) và dây cung AB cố định không đi qua tâm O; C và D là hai điểm di động trên cung lớn AB sao cho AD và BC luôn song song. Gọi M là giao điểm của AC và BD. Chứng minh rằng:

- a) Tứ giác AOMB là tứ giác nội tiếp.
- b) $OM \perp BC$.
- c) Đường thẳng d đi qua M và song song với AD luôn đi qua một điểm cố định.

Bài 6 (1 điểm):

- a) Cho các số thực dương x; y. Chứng minh rằng: $\frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x} \geq x + y$.
- b) Cho n là số tự nhiên lớn hơn 1. Chứng minh rằng $n^4 + 4^n$ là hợp số.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẢNG NAM

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 TRƯỜNG THPT CHUYÊN
Năm học 2008-2009

Môn TOÁN

Thời gian làm bài 150 phút (không kể thời gian giao đề)
HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN

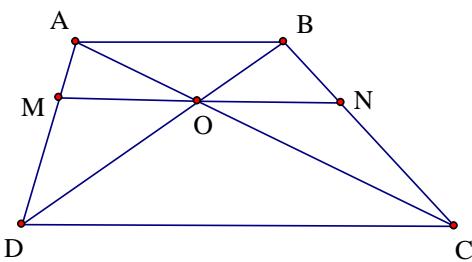
I. Hướng dẫn chung:

- 1) Nếu thí sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án mà vẫn đúng thì cho đủ điểm từng phần như hướng dẫn quy định.
- 2) Việc chi tiết hóa thang điểm (nếu có) so với thang điểm trong hướng dẫn chấm phải đảm bảo không sai lệch với hướng dẫn chấm và được thống nhất trong Hội đồng chấm thi.
- 3) Điểm toàn bài lấy điểm lẻ đến 0,25.

II. Đáp án:

Bài	Nội dung	Điểm
1 (1đ)	a) Biến đổi được: $\frac{(\sqrt{5} - \sqrt{3})(3\sqrt{2} + 2)}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} = 3\sqrt{2} + 2$	0,25
	b) Điều kiện $x \geq 2008$	0,25

	$\begin{aligned} x - \sqrt{x - 2008} &= (x - 2008 - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{x - 2008} + \frac{1}{4}) + 2008 - \frac{1}{4} \\ &= (\sqrt{x - 2008} - \frac{1}{2})^2 + \frac{8031}{4} \geq \frac{8031}{4} \end{aligned}$ <p>Dấu “ = ” xảy ra khi $\sqrt{x - 2008} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{8033}{4}$ (thỏa mãn). Vậy giá trị nhỏ nhất cần tìm là $\frac{8031}{4}$ khi $x = \frac{8033}{4}$.</p>	0,25
2 (1,5đ)	<p>a) Khi $m = \sqrt{2}$ ta có hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{2}x - y = 2 \\ 3x + \sqrt{2}y = 5 \end{cases}$</p> $\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \sqrt{2}y = 2\sqrt{2} \\ 3x + \sqrt{2}y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2\sqrt{2} + 5}{5} \\ y = \sqrt{2}x - 2 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2\sqrt{2} + 5}{5} \\ y = \frac{5\sqrt{2} - 6}{5} \end{cases}$ <p>b) Giải tìm được: $x = \frac{2m+5}{m^2+3}; y = \frac{5m-6}{m^2+3}$</p> <p>Thay vào hệ thức $x + y = 1 - \frac{m^2}{m^2+3}$; ta được</p> $\frac{2m+5}{m^2+3} + \frac{5m-6}{m^2+3} = 1 - \frac{m^2}{m^2+3}$ <p>Giải tìm được $m = \frac{4}{7}$</p>	0,25 0,25 0,25 0,25
3 (1,5đ)	<p>a) Tìm được $M(-2; -2); N(1; -\frac{1}{2})$</p> <p>Phương trình đường thẳng có dạng $y = ax + b$, đường thẳng đi qua M và N nên</p> $\begin{cases} -2a + b = -2 \\ a + b = -\frac{1}{2} \end{cases}$ <p>Tìm được $a = \frac{1}{2}; b = -1$. Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là</p> $y = \frac{1}{2}x - 1$ <p>b) Biến đổi phương trình đã cho thành $3(x^2 + x) - 2\sqrt{x^2 + x} - 1 = 0$</p>	0,25 0,25 0,25

	<p>Đặt $t = \sqrt{x^2 + x}$ (điều kiện $t \geq 0$), ta có phương trình $3t^2 - 2t - 1 = 0$ Giải tìm được $t = 1$ hoặc $t = -\frac{1}{3}$ (loại) Với $t = 1$, ta có $\sqrt{x^2 + x} = 1 \Leftrightarrow x^2 + x - 1 = 0$. Giải ra được $x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ hoặc $x = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$.</p>	0,25 0,25 0,25
4 (2đ)	Hình vẽ	0,25
		0,25
	a) Chứng minh được $\frac{MO}{CD} = \frac{AM}{AD}; \frac{MO}{AB} = \frac{MD}{AD}$ Suy ra $\frac{MO}{CD} + \frac{MO}{AB} = \frac{AM+MD}{AD} = \frac{AD}{AD} = 1 \quad (1)$	0,25 0,50
	b) Tương tự câu a) ta có $\frac{NO}{CD} + \frac{NO}{AB} = 1 \quad (2)$ (1) và (2) suy ra $\frac{MO+NO}{CD} + \frac{MO+NO}{AB} = 2$ hay $\frac{MN}{CD} + \frac{MN}{AB} = 2$ Suy ra $\frac{1}{CD} + \frac{1}{AB} = \frac{2}{MN}$	0,25 0,25
	c) $\frac{S_{AOB}}{S_{AOD}} = \frac{OB}{OD}; \frac{S_{AOD}}{S_{COD}} = \frac{OA}{OC}; \frac{OB}{OD} = \frac{OA}{OC} \Rightarrow \frac{S_{AOB}}{S_{AOD}} = \frac{S_{AOD}}{S_{COD}}$ $\Rightarrow S_{AOD}^2 = m^2 \cdot n^2 \Rightarrow S_{AOD} = m \cdot n$ Tương tự $S_{BOC} = m \cdot n$. Vậy $S_{ABCD} = m^2 + n^2 + 2mn = (m+n)^2$	0,25 0,25
	Hình vẽ (phục vụ câu a)	0,25

5 (3đ)	
	<p>a) Chứng minh được: - hai cung AB và CD bằng nhau - $sđ$ góc AMB bằng $sđ$ cung AB Suy ra được hai góc AOB và AMB bằng nhau O và M cùng phía với AB. Do đó tứ giác $AOMB$ nội tiếp</p>
	<p>b) Chứng minh được: - O nằm trên đường trung trực của BC (1) - M nằm trên đường trung trực của BC (2) Từ (1) và (2) suy ra OM là đường trung trực của BC, suy ra $OM \perp BC$</p>
	<p>c) Từ giả thiết suy ra $d \perp OM$ Gọi I là giao điểm của đường thẳng d với đường tròn ngoại tiếp tứ giác $AOMB$, suy ra góc OMI bằng 90°, do đó OI là đường kính của đường tròn này Khi C và D di động thỏa mãn đề bài thì A, O, B cố định, nên đường tròn ngoại tiếp tứ giác $AOMB$ cố định, suy ra I cố định. Vậy d luôn đi qua điểm I cố định.</p>
6 (1đ)	<p>a) Với x và y đều dương, ta có $\frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x} \geq x + y$ (1) $\Leftrightarrow x^3 + y^3 \geq xy(x+y) \Leftrightarrow (x+y)(x-y)^2 \geq 0$ (2)</p> <p>(2) luôn đúng với mọi $x > 0, y > 0$. Vậy (1) luôn đúng với mọi $x > 0, y > 0$</p> <p>b) n là số tự nhiên lớn hơn 1 nên n có dạng $n = 2k$ hoặc $n = 2k + 1$, với k là số tự nhiên lớn hơn 0.</p> <p>- VỚI $n = 2k$, ta có $n^4 + 4^n = (2k)^4 + 4^{2k}$ lớn hơn 2 và chia hết cho 2. Do đó $n^4 + 4^n$ là hợp số.</p> <p>- VỚI $n = 2k+1$, tacó</p> $n^4 + 4^n = n^4 + 4^{2k} \cdot 4 = n^4 + (2 \cdot 4^k)^2 = (n^2 + 2 \cdot 4^k)^2 - (2 \cdot n \cdot 2^k)^2$ $= (n^2 + 2^{2k+1} + n \cdot 2^{k+1})(n^2 + 2^{2k+1} - n \cdot 2^{k+1}) = [(n+2^k)^2 + 2^{2k}] [(n-2^k)^2 + 2^{2k}]$ <p>Mỗi thừa số đều lớn hơn hoặc bằng 2. Vậy $n^4 + 4^n$ là hợp số</p>

