

Mỗi nỗ lực, dù là nhỏ nhất,
đều **CÓ Ý NGHĨA**

$$1,01^{365} = 37,8$$
$$0,99^{365} = 0,03$$

Mỗi sự từ bỏ, dù một chút thôi,
đều khiến mọi cố gắng trở nên **VÔ NGHĨA**

ĐỀ 1051**Bài 1(1đ):** Cho biểu thức

$$P = \frac{x\sqrt{x}-3}{x-2\sqrt{x}-3} - \frac{2(\sqrt{x}-3)}{\sqrt{x}+1} + \frac{\sqrt{x}+3}{3-\sqrt{x}}$$

Rút gọn P.

Bài 2(1đ): Cho a, b, c là độ dài 3 cạnh của một tam giác. Chứng minh rằng ph-ơng trình:

$$x^2 + (a + b + c)x + ab + bc + ca = 0 \text{ vô nghiệm.}$$

Bài 3(1đ): Giải ph-ơng trình sau:

$$4\sqrt{5-x} + 6\sqrt{2x+7} = x + 25$$

Bài 4(1đ): Giải hệ ph-ơng trình sau:

$$\begin{cases} 2x^2 - y^2 + xy + y - 5x + 2 = 0 \\ x^2 + y^2 + x + y - 4 = 0 \end{cases}$$

Bài 5(1đ): Chứng minh rằng:

$$\left(\sqrt[3]{3+2\sqrt{2}} + \sqrt[3]{3-2\sqrt{2}} \right)^8 > 3^6$$

Bài 6(1đ): Cho x, y, z > 0 thỏa mãn: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \sqrt{3}$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{\sqrt{2x^2 + y^2}}{xy} + \frac{\sqrt{2y^2 + z^2}}{yz} + \frac{\sqrt{2z^2 + x^2}}{zx}$$

Bài 7(1đ): Trong mặt phẳng Oxy cho đ-ờng thẳng (d) có ph-ơng trình

$$2kx + (k - 1)y = 2 \quad (k \text{ là tham số})$$

a) Tìm k để đ-ờng thẳng (d) song song đ-ờng thẳng $y = x\sqrt{3}$.

Khi đó tính góc tạo bởi đ-ờng thẳng (d) với Ox.

b) Tìm k để khoảng cách từ gốc toạ độ đến đ-ờng thẳng (d) lớn nhất.

Bài 8(1đ): Cho góc vuông xOy và 2 điểm A, B trên Ox (OB > OA > 0), điểm M bất kỳ trên cạnh Oy (M ≠ O). Đ-ờng tròn (T) đ-ờng kính AB cắt tia MA, MB lần l-ợt tại điểm thứ hai: C, E. Tia OE cắt đ-ờng tròn (T) tại điểm thứ hai F.

1. Chứng minh 4 điểm: O, A, E, M nằm trên 1 đ-ờng tròn.

2. Tứ giác OCFM là hình gì? Tại sao?

Bài 9(1đ): Cho tam giác ABC nhọn có 3 đ-ờng cao: AA₁, BB₁, CC₁ đồng quy tại H.Chứng minh rằng: $\frac{HA}{HA_1} + \frac{HB}{HB_1} + \frac{HC}{HC_1} \geq 6$. Dấu "=" xảy ra khi nào?**Bài 10(1đ):** Cho 3 tia Ox, Oy, Oz không đồng phẳng, đôi một vuông góc với nhau.

Lấy điểm A, B, C bất kỳ trên Ox, Oy và Oz.

a) Gọi H là trực tâm của tam giác ABC.

Chứng minh rằng: OH vuông góc với mặt phẳng ABC

b) Chứng minh rằng: $S^2_{ABC} = S^2_{OAB} + S^2_{OBC} + S^2_{OAC}$.

ĐÁP ÁN: BÀI HÌNH CÁC BẠN TỰ VẼ HÌNH NHÉ

Bài	Bài giải	Điểm
Bài 1 (1 điểm)	<p>Điều kiện:</p> $\begin{cases} x \geq 0 \\ x - 2\sqrt{x} - 3 \neq 0 \Leftrightarrow 0 \leq x \neq 9 \\ \sqrt{x} - 3 \neq 0 \end{cases}$ <p>* Rút gọn:</p> $P = \frac{x\sqrt{x} - 3 - 2(\sqrt{x} - 3)^2 - (\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} + 1)}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 3)}$ $= \frac{x\sqrt{x} - 3x + 8\sqrt{x} - 24}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 3)}$ $= \frac{x + 8}{\sqrt{x} + 1}$	<p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p>
Bài 2 (1 điểm)	<p>Ta có: $\Delta = (a + b + c)^2 - 4(ab + bc + ca) = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2bc - 2ca$</p> <p>* Vì a, b, c là 3 cạnh $\Delta \Rightarrow$</p> $\begin{aligned} a^2 &< (b + c)a \\ b^2 &< (a + c)b \\ c^2 &< (a + b)c \end{aligned}$ $\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 < 2ab + 2ac + 2bc$ $\Rightarrow \Delta < 0 \Rightarrow \text{ph- ơng trình vô nghiệm.}$	<p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p>
Bài 3 (1 điểm)	<p>* Điều kiện: $\begin{cases} 5 - x \geq 0 \\ 2x + 7 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -7/2 \leq x \leq 5$</p> <p>* Ph- ơng trình</p> $\Leftrightarrow (2x + 7 - 6\sqrt{2x + 7} + 9) + (5 - x - 4\sqrt{5 - x} + 4) = 0$ $\Leftrightarrow (\sqrt{2x + 7} - 3)^2 + (\sqrt{5 - x} - 2)^2 = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{2x + 7} - 3 = 0 \\ \sqrt{5 - x} - 2 = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow x = 1$	<p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p>
Bài 4 (1 0i Ớm)		

Bài 5 (1 điểm)	<p>Đặt $a = x + y$, với: $x = \sqrt[3]{3+2\sqrt{2}}; y = \sqrt[3]{3-2\sqrt{2}}$</p> <p>Ta phải chứng minh: $a^8 > 3^6$</p> <p>Ta có:</p> $\begin{cases} x^3 + y^3 = 6 \\ x.y = 1 \end{cases}$ $\Rightarrow a^3 = (x + y)^3 = x^3 + y^3 + 3xy(x + y) = 6 + 3a$ $= 3(1 + 1 + a) \stackrel{\cos y}{>} 3.3^{\frac{1}{3}}\sqrt[3]{1.1.a}$ <p>(vì: $x > 1; y > 0 \Rightarrow a > 1$)</p> $\Rightarrow a^9 > 9^3.a \Leftrightarrow a^8 > 3^6 \text{ (đpcm).}$	0.25 0.25 0.25 0.25
Bài 6 (1 điểm)	<p>* □p dụng bất đẳng thức Bunhiacopsky cho: 1, $\sqrt{2}$ và $\frac{1}{x}, \frac{\sqrt{2}}{y}$</p> $(1^2 + \sqrt{2}^2) \left(\frac{1}{x^2} + \frac{2}{y^2} \right) \geq \left(\frac{1}{x} + \frac{2}{y} \right)^2$ $\Rightarrow \frac{\sqrt{2x^2 + y^2}}{xy} = \sqrt{\frac{2}{y^2} + \frac{1}{x^2}} \geq \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\frac{1}{x} + \frac{2}{y} \right) \quad (1)$ <p>Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $x = y$</p> <p>T-ơng tự:</p> $\frac{\sqrt{2y^2 + z^2}}{yz} \geq \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\frac{1}{y} + \frac{2}{z} \right) \quad (2)$ $\frac{\sqrt{2z^2 + x^2}}{zx} \geq \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\frac{1}{z} + \frac{2}{x} \right) \quad (3)$ <p>Từ (1), (2), (3) $\Rightarrow P \geq \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\frac{3}{x} + \frac{3}{y} + \frac{3}{z} \right) = 3$</p> <p>Suy ra: $P_{\min} = 3$ khi: $x = y = z = \sqrt{3}$.</p>	0.25 0.25 0.25

<p>Bài 7 (1 điểm)</p>	<p>1).* Với $k = 1$ suy ra ph-ơng trình (d): $x = 1$ không song song: $y = \sqrt{3}x$</p> <p>* Với $k \neq 1$: (d) có dạng: $y = -\frac{2k}{k-1}x + \frac{2}{k-1}$</p> <p>để: (d) // $y = \sqrt{3}x \Leftrightarrow -\frac{2k}{k-1} = \sqrt{3} \Rightarrow \frac{1}{k} = \sqrt{3}(2 - \sqrt{3})$</p> <p>Khi đó (d) tạo Ox một góc nhọn α với: $\tan \alpha = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$.</p> <p>2)* Với $k = 1$ thì khoảng cách từ O đến (d): $x = 1$ là 1.</p> <p>* $k = 0$ suy ra (d) có dạng: $y = -2$, khi đó khoảng cách từ O đến (d) là 2.</p> <p>* Với $k \neq 0$ và $k \neq 1$. Gọi $A = d \cap Ox$, suy ra $A(1/k; 0)$ $B = d \cap Oy$, suy ra $B(0; 2/k-1)$</p> <p>Suy ra: $OA = \left \frac{1}{k} \right ; OB = \left \frac{2}{k-1} \right$</p> <p>Xét tam giác vuông AOB, ta có :</p> $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2}$ $\Rightarrow OH = \frac{2}{\sqrt{5k^2 - 2k + 1}} = \frac{2}{\sqrt{5\left(k - \frac{1}{5}\right)^2 + \frac{4}{5}}} \leq \frac{2}{\frac{2}{\sqrt{5}}} = \sqrt{5}$ <p>Suy ra $(OH)_{\max} = \sqrt{5}$ khi: $k = 1/5$.</p> <p>Vậy $k = 1/5$ thì khoảng cách từ O đến (d) lớn nhất.</p>	<p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p>
<p>Bài 8 (1 điểm)</p>	<p>a) Xét tứ giác OAEM có:</p> $\hat{O} + \hat{E} = 2v$ <p>(Vì: $\hat{E} = 1v$ góc nội tiếp...)</p> <p>Suy ra: O, A, E, M cùng thuộc đ-ờng tròn.</p> <p>b) Tứ giác OAEM nội tiếp, suy ra: $\hat{M}_1 = \hat{E}_1$</p> <p>* Mặt khác: A, C, E, F cùng thuộc đ-ờng tròn (T) suy ra: $\hat{E}_1 = \hat{C}_1$</p> <p>Do đó: $\hat{M}_1 = \hat{C}_1 \Rightarrow OM \parallel FC \Rightarrow$ Tứ giác OCFM là hình thang.</p>	<p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p>
<p>Bài 9</p>	<p>b)* Do tam giác ABC nhọn, nên H nằm trong tam giác.</p>	

<p>(1điểm)</p>	<p>* Đặt $S = S_{\triangle ABC}$; $S_1 = S_{\triangle HBC}$; $S_2 = S_{\triangle HAC}$; $S_3 = S_{\triangle HAB}$.</p> <p>Ta có:</p> $\frac{S}{S_1} = \frac{\frac{1}{2} \cdot AA_1 \cdot BC}{\frac{1}{2} \cdot HA_1 \cdot BC} = \frac{AA_1}{HA_1} = 1 + \frac{HA}{HA_1}$ <p>Tương tự:</p> $\frac{S}{S_2} = 1 + \frac{HB}{HB_1}$ $\frac{S}{S_3} = 1 + \frac{HC}{HC_1}$ <p>Suy ra:</p> $\frac{HA}{HA_1} + \frac{HB}{HB_1} + \frac{HC}{HC_1} = S \left(\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} + \frac{1}{S_3} \right) - 3$ $= (S_1 + S_2 + S_3) \left(\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} + \frac{1}{S_3} \right) - 3$ <p>Theo bất đẳng thức Cô-sy:</p> $= (S_1 + S_2 + S_3) \left(\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} + \frac{1}{S_3} \right) \geq 9$ $\Rightarrow \frac{HA}{HA_1} + \frac{HB}{HB_1} + \frac{HC}{HC_1} \geq 9 - 3 = 6$ <p>Dấu "=" xảy ra khi tam giác ABC đều</p>	<p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p>
<p>Bài 10 (1điểm)</p>	<p>a) Gọi AM, CN là đường cao của tam giác ABC.</p> <p>Ta có: $AB \perp CN$</p> <p>$AB \perp OC$ (vì: $OC \perp$ mặt phẳng (ABO))</p> <p>Suy ra: $AB \perp mp(ONC) \Rightarrow AB \perp OH$ (1).</p> <p>Tương tự: $BC \perp AM$; $BC \perp OA$, suy ra: $BC \perp mp(OAM) \Rightarrow OH \perp BC$ (2).</p> <p>Từ (1) và (2) suy ra: $OH \perp mp(ABC)$</p> <p>b) Đặt $OA = a$; $OB = b$; $OC = c$.</p> <p>Ta có: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} CN \cdot AB \Rightarrow S_{\triangle ABC}^2 = \frac{1}{4} CN^2 \cdot AB^2 = \frac{1}{4} (OC^2 + ON^2) \cdot (OA^2 + OB^2)$</p> <p>Mặt khác: Do tam giác OAB vuông, suy ra:</p>	<p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p>

	$\frac{1}{ON^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \Rightarrow ON^2 = \frac{a^2 b^2}{a^2 + b^2}$ $\Rightarrow S_{\Delta ABC}^2 = \frac{1}{4} \left(c^2 + \frac{a^2 b^2}{a^2 + b^2} \right) (a^2 + b^2) = \frac{1}{4} a^2 b^2 + \frac{1}{4} c^2 b^2 + \frac{1}{4} a^2 c^2 =$ $= S_{OBC}^2 + S_{OAB}^2 + S_{OAC}^2$	0.25
--	---	------

ĐỀ 1052**Đề 3**

Bài 1: Cho biểu thức:
$$P = \frac{x}{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(1 - \sqrt{y})} - \frac{y}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} - \frac{xy}{(\sqrt{x} + 1)(1 - \sqrt{y})}$$

a). Tìm điều kiện của x và y để P xác định . Rút gọn P.

b). Tìm x,y nguyên thỏa mãn phương trình P = 2.

Bài 2: Cho parabol (P) : y = -x² và đường thẳng (d) có hệ số góc m đi qua điểm M(-1 ; -2) .

a). Chứng minh rằng với mọi giá trị của m (d) luôn cắt (P) tại hai điểm

A , B phân biệt

b). Xác định m để A,B nằm về hai phía của trục tung.

Bài 3: Giải hệ phương trình :

$$\begin{cases} x + y + z = 9 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1 \\ xy + yz + zx = 27 \end{cases}$$

Bài 4: Cho đường tròn (O) đường kính AB = 2R và C là một điểm thuộc đường tròn (C ≠ A ; C ≠ B) . Trên nửa mặt phẳng bờ AB có chứa điểm C , kẻ tia Ax tiếp xúc với đường tròn (O), gọi M là điểm chính giữa của cung nhỏ AC . Tia BC cắt Ax tại Q , tia AM cắt BC tại N.

a). Chứng minh các tam giác BAN và MCN cân .

b). Khi MB = MQ , tính BC theo R.

Bài 5: Cho x, y, z ∈ R thỏa mãn :
$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{x + y + z}$$

Hãy tính giá trị của biểu thức :
$$M = \frac{3}{4} + (x^8 - y^8)(y^9 + z^9)(z^{10} - x^{10}) .$$

Đáp án

Bài 1: a). Điều kiện để P xác định là : x ≥ 0 ; y ≥ 0 ; y ≠ 1 ; x + y ≠ 0 .

*) . Rút gọn P:
$$P = \frac{x(1 + \sqrt{x}) - y(1 - \sqrt{y}) - xy(\sqrt{x} + \sqrt{y})}{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(1 + \sqrt{x})(1 - \sqrt{y})} = \frac{(x - y) + (x\sqrt{x} + y\sqrt{y}) - xy(\sqrt{x} + \sqrt{y})}{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(1 + \sqrt{x})(1 - \sqrt{y})}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y} + x - \sqrt{xy} + y - xy)}{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(1 + \sqrt{x})(1 - \sqrt{y})} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1) - \sqrt{y}(\sqrt{x} + 1) + y(1 + \sqrt{x})(1 - \sqrt{x})}{(1 + \sqrt{x})(1 - \sqrt{y})} \\
&= \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y} + y - y\sqrt{x}}{(1 - \sqrt{y})} = \frac{\sqrt{x}(1 - \sqrt{y})(1 + \sqrt{y}) - \sqrt{y}(1 - \sqrt{y})}{(1 - \sqrt{y})} = \sqrt{x} + \sqrt{xy} - \sqrt{y}.
\end{aligned}$$

$$\text{Vậy } P = \sqrt{x} + \sqrt{xy} - \sqrt{y}.$$

$$\begin{aligned}
\text{b). } P = 2 &\Leftrightarrow \sqrt{x} + \sqrt{xy} - \sqrt{y} = 2 \\
&\Leftrightarrow \sqrt{x}(1 + \sqrt{y}) - (\sqrt{y} + 1) = 1 \\
&\Leftrightarrow (\sqrt{x} - 1)(1 + \sqrt{y}) = 1
\end{aligned}$$

Ta có: $1 + \sqrt{y} \geq 1 \Rightarrow \sqrt{x} - 1 \leq 1 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 4 \Rightarrow x = 0; 1; 2; 3; 4$

Thay vào ta có các cặp giá trị (4; 0) và (2; 2) thỏa mãn

Bài 2: a). Đường thẳng (d) có hệ số góc m và đi qua điểm M(-1; -2).

Nên phương trình đường thẳng (d) là: $y = mx + m - 2$.

Hoành độ giao điểm của (d) và (P) là nghiệm của phương trình:

$$\begin{aligned}
-x^2 &= mx + m - 2 \\
\Leftrightarrow x^2 + mx + m - 2 &= 0 (*)
\end{aligned}$$

Vì phương trình (*) có $\Delta = m^2 - 4m + 8 = (m - 2)^2 + 4 > 0 \forall m$ nên phương trình (*) luôn có hai nghiệm phân biệt, do đó (d) và (P) luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt A và B.

b). A và B nằm về hai phía của trục tung \Leftrightarrow phương trình: $x^2 + mx + m - 2 = 0$ có hai nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow m - 2 < 0 \Leftrightarrow m < 2$.

$$\text{Bài 3: } \begin{cases} x + y + z = 9 & (1) \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1 & (2) \\ xy + yz + xz = 27 & (3) \end{cases}$$

ĐKXĐ: $x \neq 0, y \neq 0, z \neq 0$.

$$\begin{aligned}
&\Rightarrow (x + y + z)^2 = 81 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + zx) = 81 \\
&\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 81 - 2(xy + yz + zx) \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 27 \\
&\Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = (xy + yz + zx) \Rightarrow 2(x^2 + y^2 + z^2) - 2(xy + yz + zx) = 0 \\
&\Leftrightarrow (x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2 = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow \begin{cases} (x - y)^2 = 0 \\ (y - z)^2 = 0 \\ (z - x)^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ y = z \\ z = x \end{cases} \Leftrightarrow x = y = z
\end{aligned}$$

Thay vào (1) $\Rightarrow x = y = z = 3$.

Ta thấy $x = y = z = 3$ thỏa mãn hệ phương trình. Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $x = y = z = 3$.

Bài 4:

a). Xét $\triangle ABM$ và $\triangle NBM$.

Ta có: AB là đường kính của đường tròn (O)

nên: $\angle AMB = \angle NMB = 90^\circ$.

M là điểm chính giữa của cung nhỏ AC

nên $\angle ABM = \angle MBN \Rightarrow \angle BAM = \angle BNM$

$\Rightarrow \triangle BAN$ cân đỉnh B .

Tứ giác $AMCB$ nội tiếp

$\Rightarrow \angle BAM = \angle MCN$ (cùng bù với góc $\angle MCB$).

$\Rightarrow \angle MCN = \angle MNC$ (cùng bằng góc $\angle BAM$).

\Rightarrow Tam giác MCN cân đỉnh M

b). Xét $\triangle MCB$ và $\triangle MNQ$ có:

$MC = MN$ (theo cm trên $\triangle MNC$ cân); $MB = MQ$ (theo gt)

$\angle BMC = \angle MNQ$ (vì: $\angle MCB = \angle MNC$; $\angle MBC = \angle MQN$).

$\Rightarrow \triangle MCB = \triangle MNQ$ (c.g.c). $\Rightarrow BC = NQ$.

Xét tam giác vuông ABQ có $AC \perp BQ \Rightarrow AB^2 = BC \cdot BQ = BC(BN + NQ)$

$\Rightarrow AB^2 = BC \cdot (AB + BC) = BC(BC + 2R)$

$\Rightarrow 4R^2 = BC(BC + 2R) \Rightarrow BC = (\sqrt{5} - 1)R$

Bài 5:

$$\text{Từ: } \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{x+y+z} \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} - \frac{1}{x+y+z} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{x+y}{xy} + \frac{x+y+z-z}{z(x+y+z)} = 0$$

$$\Rightarrow (z+y) \left(\frac{1}{xy} + \frac{1}{z(x+y+z)} \right) = 0$$

$$\Rightarrow (x+y) \left(\frac{zx + zy + z^2 + xy}{xyz(x+y+z)} \right) = 0$$

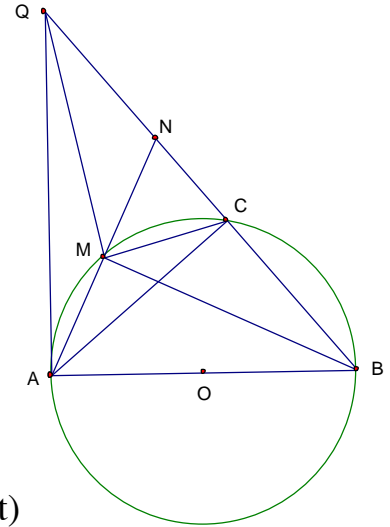
$$\Rightarrow (x+y)(y+z)(z+x) = 0$$

$$\text{Ta có: } x^8 - y^8 = (x+y)(x-y)(x^2+y^2)(x^4+y^4) =$$

$$y^9 + z^9 = (y+z)(y^8 - y^7z + y^6z^2 - \dots + z^8)$$

$$z^{10} - x^{10} = (z+x)(z^4 - z^3x + z^2x^2 - zx^3 + x^4)(z^5 - x^5)$$

$$\text{Vậy } M = \frac{3}{4} + (x+y)(y+z)(z+x). A = \frac{3}{4}$$



ĐỀ 1053

Bài 1: 1) Cho đường thẳng d xác định bởi $y = 2x + 4$. Đường thẳng d' đối xứng với đường thẳng d qua đường thẳng $y = x$ là:

A. $y = \frac{1}{2}x + 2$; B. $y = x - 2$; C. $y = \frac{1}{2}x - 2$; D. $y = -2x - 4$

Hãy chọn câu trả lời đúng.

2) Một hình trụ có chiều cao gấp đôi đường kính đáy đựng đầy nước, nhúng chìm vào bình một hình cầu khi lấy ra mực nước trong bình còn lại $\frac{2}{3}$ bình.

Tỉ số giữa bán kính hình trụ và bán kính hình cầu là

A. 2; B. $\sqrt[3]{2}$; C. $\sqrt[3]{3}$; D. một kết quả khác.

Bài 2: 1) Giải phương trình: $2x^4 - 11x^3 + 19x^2 - 11x + 2 = 0$

2) Cho $x + y = 1$ ($x > 0$; $y > 0$) Tìm giá trị lớn nhất của $A = \sqrt{x} + \sqrt{y}$

Bài 3: 1) Tìm các số nguyên a, b, c sao cho đa thức: $(x + a)(x - 4) - 7$

Phân tích thành thừa số được: $(x + b)(x + c)$

2) Cho tam giác nhọn $\triangle ABC$, B, C lần lượt là các điểm cố định trên tia Ax ,

Ay sao cho $AB < AC$, điểm M di động trong góc $\angle xAy$ sao cho $\frac{MA}{MB} = \frac{1}{2}$

Xác định vị trí điểm M để $MB + 2MC$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 4: Cho đường tròn tâm O đường kính AB và CD vuông góc với nhau, lấy điểm I bất kỳ trên đoạn CD .

a) Tìm điểm M trên tia AD , điểm N trên tia AC sao cho I là trung điểm của MN .

b) Chứng minh tổng $MA + NA$ không đổi.

c) Chứng minh rằng đường tròn ngoại tiếp tam giác AMN đi qua hai điểm cố định.

Hướng dẫn

Bài 1: 1) Chọn C. Trả lời đúng.

2) Chọn D. Kết quả khác: Đáp số là: 1

Bài 2: 1) $A = (n + 1)^4 + n^4 + 1 = (n^2 + 2n + 1)^2 - n^2 + (n^4 + n^2 + 1)$
 $= (n^2 + 3n + 1)(n^2 + n + 1) + (n^2 + n + 1)(n^2 - n + 1)$
 $= (n^2 + n + 1)(2n^2 + 2n + 2) = 2(n^2 + n + 1)^2$

Vậy A chia hết cho 1 số chính phương khác 1 với mọi số nguyên dương n .

2) Do $A > 0$ nên A lớn nhất $\Leftrightarrow A^2$ lớn nhất.

Xét $A^2 = (\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 = x + y + 2\sqrt{xy} = 1 + 2\sqrt{xy}$ (1)

Ta có: $\frac{x+y}{2} \geq \sqrt{xy}$ (Bất đẳng thức Cô si)
 $\Rightarrow 1 \geq 2\sqrt{xy}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $A^2 = 1 + 2\sqrt{xy} \leq 1 + 2 = 2$

$\text{Max } A^2 = 2 \Leftrightarrow x = y = \frac{1}{2}, \text{ max } A = \sqrt{2} \Leftrightarrow x = y = \frac{1}{2}$

Bài 3 Câu 1 Với mọi x ta có $(x+a)(x-4) - 7 = (x+b)(x+c)$

Nên với $x = 4$ thì $-7 = (4+b)(4+c)$

Có 2 trường hợp: $\begin{cases} 4+b=1 \\ 4+c=-7 \end{cases}$ và $\begin{cases} 4+b=7 \\ 4+c=-1 \end{cases}$

Trường hợp thứ nhất cho $b = -3, c = -11, a = -10$

Ta có $(x-10)(x-4) - 7 = (x-3)(x-11)$

Trường hợp thứ hai cho $b = 3, c = -5, a = 2$

Ta có $(x+2)(x-4) - 7 = (x+3)(x-5)$

Câu 2 (1,5 điểm)

Gọi D là điểm trên cạnh AB sao cho:

$AD = \frac{1}{4}AB$. Ta có D là điểm cố định

Mà $\frac{MA}{AB} = \frac{1}{2}$ (gt) do đó $\frac{AD}{MA} = \frac{1}{2}$

Xét tam giác AMB và tam giác ADM có \widehat{MAB} (chung)

$\frac{MA}{AB} = \frac{AD}{MA} = \frac{1}{2}$

Do đó $\Delta AMB \sim \Delta ADM \Rightarrow \frac{MB}{MD} = \frac{MA}{AD} = 2$

$\Rightarrow MD = 2MD$ (0,25 điểm)

Xét ba điểm M, D, C : $MD + MC \geq DC$ (không đổi)

Do đó $MB + 2MC = 2(MD + MC) \geq 2DC$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow M$ thuộc đoạn thẳng DC

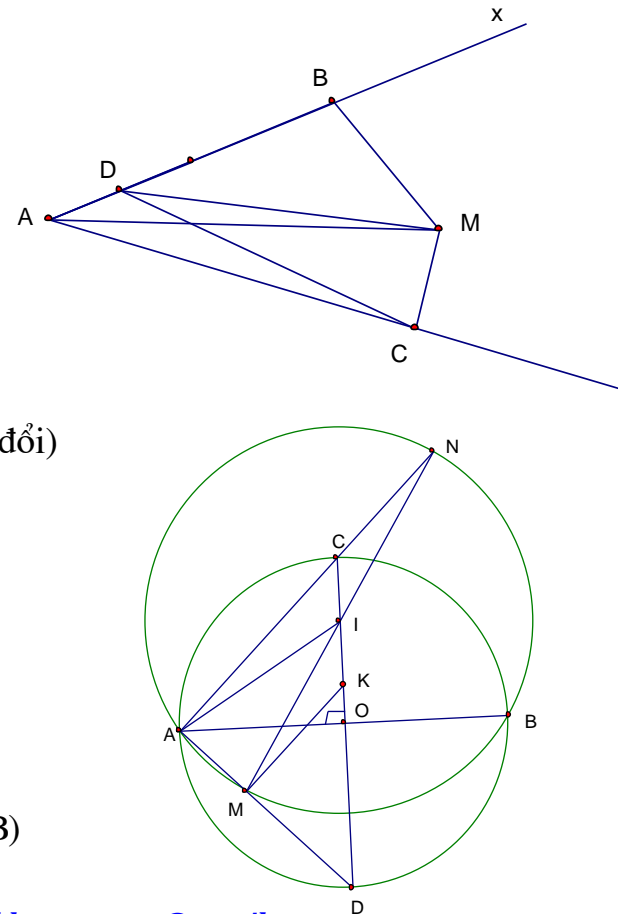
Giá trị nhỏ nhất của $MB + 2MC$ là $2DC$

* Cách dựng điểm M .

- Dựng đường tròn tâm A bán kính $\frac{1}{2}AB$

- Dựng D trên tia Ax sao cho $AD = \frac{1}{4}AB$

M là giao điểm của DC và đường tròn $(A; \frac{1}{2}AB)$



Bài 4: a) Dụng (I, IA) cắt AD tại M cắt tia AC tại N

Do $\widehat{MAN} = 90^\circ$ nên MN là đường kính

Vậy I là trung điểm của MN

b) Kẻ $MK \parallel AC$ ta có : $\triangle INC = \triangle IMK$ (g.c.g)

$\Rightarrow CN = MK = MD$ (vì $\triangle MKD$ vuông cân)

Vậy $AM + AN = AM + CN + CA = AM + MD + CA$

$\Rightarrow AM = AN = AD + AC$ không đổi

c) Ta có $IA = IB = IM = IN$

Vậy đường tròn ngoại tiếp $\triangle AMN$ đi qua hai điểm A, B cố định

ĐỀ 1054

Bài 1. Cho ba số x, y, z thỏa mãn đồng thời :

$$x^2 + 2y + 1 = y^2 + 2z + 1 = z^2 + 2x + 1 = 0$$

Tính giá trị của biểu thức : $A = x^{2007} + y^{2007} + z^{2007}$.

Bài 2). Cho biểu thức : $M = x^2 - 5x + y^2 + xy - 4y + 2014$.

Với giá trị nào của x, y thì M đạt giá trị nhỏ nhất ? Tìm giá trị nhỏ nhất đó

Bài 3. Giải hệ phương trình :

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + x + y = 18 \\ x(x+1).y(y+1) = 72 \end{cases}$$

Bài 4. Cho đường tròn tâm O đường kính AB bán kính R. Tiếp tuyến tại điểm M bất kỳ trên đường tròn (O) cắt các tiếp tuyến tại A và B lần lượt tại C và D.

a. Chứng minh : $AC \cdot BD = R^2$.

b. Tìm vị trí của điểm M để chu vi tam giác COD là nhỏ nhất.

Bài 5. Cho a, b là các số thực dương. Chứng minh rằng :

$$(a+b)^2 + \frac{a+b}{2} \geq 2a\sqrt{b} + 2b\sqrt{a}$$

Bài 6). Cho tam giác ABC có phân giác AD. Chứng minh : $AD^2 = AB \cdot AC - BD \cdot DC$.

Hướng dẫn giải

Bài 1. Từ giả thiết ta có :

$$\begin{cases} x^2 + 2y + 1 = 0 \\ y^2 + 2z + 1 = 0 \\ z^2 + 2x + 1 = 0 \end{cases}$$

Cộng từng vế các đẳng thức ta có : $(x^2 + 2x + 1) + (y^2 + 2y + 1) + (z^2 + 2z + 1) = 0$

$$\Rightarrow (x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 0 \quad \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=0 \\ y+1=0 \\ z+1=0 \end{cases} \Rightarrow x=y=z=-1$$

$$\Rightarrow A = x^{2007} + y^{2007} + z^{2007} = (-1)^{2007} + (-1)^{2007} + (-1)^{2007} = -3 \quad \text{Vậy : } A = -3.$$

Bài 2. (1,5 điểm) Ta có :

$$M = (x^2 + 4x + 4) + (y^2 + 2y + 1) + (xy - x - 2y + 2) + 2007$$

$$M = (x-2)^2 + (y-1)^2 + (x-2)(y-1) + 2007$$

$$\Rightarrow M = \left[(x-2) + \frac{1}{2}(y-1) \right]^2 + \frac{3}{4}(y-1)^2 + 2007$$

$$\text{Do } (y-1)^2 \geq 0 \text{ và } \left[(x-2) + \frac{1}{2}(y-1) \right]^2 \geq 0 \quad \forall x, y$$

$$\Rightarrow M \geq 2007 \quad \Rightarrow M_{\min} = 2007 \Leftrightarrow x=2; y=1$$

Bài 3. Đặt : $\begin{cases} u = x(x+1) \\ v = y(y+1) \end{cases}$ Ta có : $\begin{cases} u+v=18 \\ uv=72 \end{cases} \Rightarrow u; v \text{ là nghiệm của phương trình :}$

$$X^2 - 18X + 72 = 0 \Rightarrow X_1 = 12; X_2 = 6$$

$$\Rightarrow \begin{cases} u=12 \\ v=6 \end{cases} ; \begin{cases} u=6 \\ v=12 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x(x+1)=12 \\ y(y+1)=6 \end{cases} ; \begin{cases} x(x+1)=6 \\ y(y+1)=12 \end{cases}$$

Giải hai hệ trên ta được : Nghiệm của hệ là :

$(3; 2); (-4; 2); (3; -3); (-4; -3)$ và các hoán vị.

Bài 4. a. Ta có $CA = CM; DB = DM$

Các tia OC và OD là phân giác của hai góc AOM và MOB nên $OC \perp OD$

Tam giác COD vuông đỉnh O, OM là đường cao thuộc cạnh huyền CD nên :

$$MO^2 = CM \cdot MD$$

$$\Rightarrow R^2 = AC \cdot BD$$

b. Các tứ giác ACMO ; BDMO nội tiếp

$$\Rightarrow MCO = MAO; MDO = MBO$$

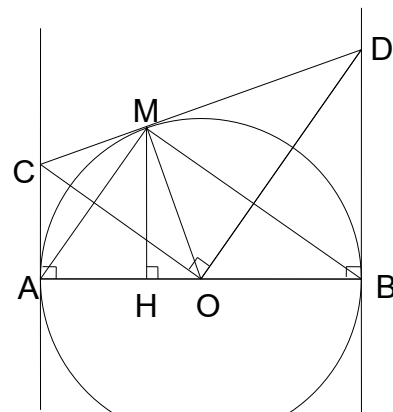
$$\Rightarrow \triangle COD \sim \triangle AMB (g.g) \quad (0,25đ)$$

$$\text{Do đó : } \frac{\text{Chu.vi.}\triangle COD}{\text{Chu.vi.}\triangle AMB} = \frac{OM}{MH_1} \quad (MH_1 \perp AB)$$

$$\text{Do } MH_1 \leq OM \text{ nên } \frac{OM}{MH_1} \geq 1$$

$$\Rightarrow \text{Chu vi } \triangle COD \geq \text{chu vi } \triangle AMB$$

$$\text{Dấu = xảy ra} \Leftrightarrow MH_1 = OM \Leftrightarrow M \equiv O \Rightarrow M \text{ là điểm chính giữa của cung } AB$$



Bài 5 (1,5 điểm) Ta có : $\left(\sqrt{a} - \frac{1}{2}\right)^2 \geq 0; \left(\sqrt{b} - \frac{1}{2}\right)^2 \geq 0 \quad \forall a, b > 0$

$$\Rightarrow a - \sqrt{a} + \frac{1}{4} \geq 0; b - \sqrt{b} + \frac{1}{4} \geq 0 \Rightarrow (a - \sqrt{a} + \frac{1}{4}) + (b - \sqrt{b} + \frac{1}{4}) \geq 0 \quad \forall a, b > 0$$

$$\Rightarrow a + b + \frac{1}{2} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b} > 0 \quad \text{Mặt khác } a + b \geq 2\sqrt{ab} > 0$$

$$\text{Nhân từng vế ta có : } (a+b) \left[(a+b) + \frac{1}{2} \right] \geq 2\sqrt{ab} (\sqrt{a} + \sqrt{b})$$

$$\Rightarrow (a+b)^2 + \frac{(a+b)}{2} \geq 2a\sqrt{b} + 2b\sqrt{a}$$

Bài 6. (1 điểm) Vẽ đ-ờng tròn tâm O ngoại tiếp $\triangle ABC$

Gọi E là giao điểm của AD và (O)

Ta có: $\triangle ABD \sim \triangle CED$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{BD}{ED} = \frac{AD}{CD} \Rightarrow AB \cdot ED = BD \cdot CD$$

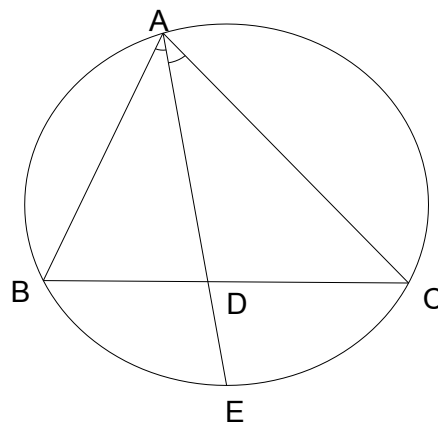
$$\Rightarrow AD \cdot (AE - AD) = BD \cdot CD$$

$$\Rightarrow AD^2 = AD \cdot AE - BD \cdot CD$$

Lại có : $\triangle ABD \sim \triangle AEC$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{AB}{AE} = \frac{AD}{AC} \Rightarrow AB \cdot AC = AE \cdot AD$$

$$\Rightarrow AD^2 = AB \cdot AC - BD \cdot CD$$



ĐỀ 1055

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 4}$

a) Tính $f(-1)$; $f(5)$

b) Tìm x để $f(x) = 10$

c) Rút gọn $A = \frac{f(x)}{x^2 - 4}$ khi $x \neq \pm 2$

Câu 2: Giải hệ ph-ơng trình
$$\begin{cases} x(y-2) = (x+2)(y-4) \\ (x-3)(2y+7) = (2x-7)(y+3) \end{cases}$$

Câu 3: Cho biểu thức $A = \left(\frac{x\sqrt{x}+1}{x-1} - \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} \right) : \left(\sqrt{x} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \right)$ với $x > 0$ và $x \neq 1$

a) Rút gọn A

b) Tìm giá trị của x để $A = 3$

Câu 4: Từ điểm P nằm ngoài đ-ờng tròn tâm O bán kính R , kẻ hai tiếp tuyến PA ; PB . Gọi H là chân đ-ờng vuông góc hạ từ A đến đ-ờng kính BC .

a) Chứng minh rằng PC cắt AH tại trung điểm E của AH

b) Giả sử $PO = d$. Tính AH theo R và d .

Câu 5: Cho ph-ơng trình $2x^2 + (2m - 1)x + m - 1 = 0$

Không giải ph-ơng trình, tìm m để ph-ơng trình có hai nghiệm phân biệt x_1 ; x_2 thỏa mãn: $3x_1 - 4x_2 = 11$

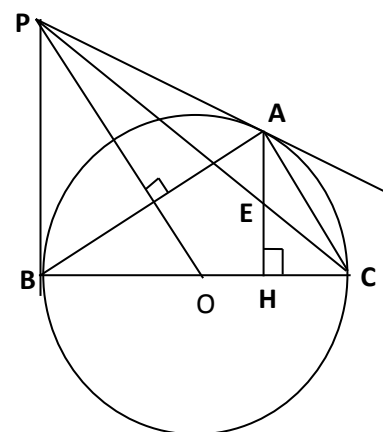
đáp án

Câu 1a) $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 4} = \sqrt{(x-2)^2} = |x-2|$

Suy ra $f(-1) = 3$; $f(5) = 3$

b) $f(x) = 10 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 = 10 \\ x-2 = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ x = -8 \end{cases}$

c) $A = \frac{f(x)}{x^2 - 4} = \frac{|x-2|}{(x-2)(x+2)}$



Theo (1) và do $AH = 2EH$ ta có

$$\begin{aligned} AH^2 &= \left(2R - \frac{AH \cdot CB}{2PB}\right) \frac{AH \cdot CB}{2PB} \\ \Leftrightarrow AH^2 \cdot 4PB^2 &= (4R \cdot PB - AH \cdot CB) \cdot AH \cdot CB \\ \Leftrightarrow 4AH \cdot PB^2 &= 4R \cdot PB \cdot CB - AH \cdot CB^2 \\ \Leftrightarrow AH(4PB^2 + CB^2) &= 4R \cdot PB \cdot CB \\ \Leftrightarrow AH &= \frac{4R \cdot CB \cdot PB}{4 \cdot PB^2 + CB^2} = \frac{4R \cdot 2R \cdot PB}{4PB^2 + (2R)^2} \\ &= \frac{8R^2 \cdot \sqrt{d^2 - R^2}}{4(d^2 - R^2) + 4R^2} = \frac{2 \cdot R^2 \cdot \sqrt{d^2 - R^2}}{d^2} \end{aligned}$$

Câu 5 Để ph-ơng trình có 2 nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thì $\Delta > 0$

$$\Leftrightarrow (2m - 1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (m - 1) > 0$$

Từ đó suy ra $m \neq 1,5$ (1)

Mặt khác, theo định lý Viét và giả thiết ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{2m-1}{2} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{m-1}{2} \\ 3x_1 - 4x_2 = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{13-4m}{7} \\ x_1 = \frac{7m-7}{26-8m} \\ 3\frac{13-4m}{7} - 4\frac{7m-7}{26-8m} = 11 \end{cases}$$

$$\text{Giải ph-ơng trình } 3\frac{13-4m}{7} - 4\frac{7m-7}{26-8m} = 11$$

ta đ-ợc $m = -2$ và $m = 4,125$ (2)

Đối chiếu điều kiện (1) và (2) ta có: Với $m = -2$ hoặc $m = 4,125$ thì ph-ơng trình đã cho có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn: $x_1 + x_2 = 11$

ĐỀ 1056

Câu 1: Cho $P = \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}+1}{x-1}$

a/. Rút gọn P.

b/. Chứng minh: $P < \frac{1}{3}$ với $x \geq 0$ và $x \neq 1$.

Câu 2: Cho ph-ơng trình: $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 3 = 0$ ⁽¹⁾; m là tham số.

a/. Tìm m để ph-ơng trình (1) có nghiệm.

b/. Tìm m để ph-ơng trình (1) có hai nghiệm sao cho nghiệm này bằng ba lần nghiệm kia

Câu 3: a/. Giải ph-ơng trình : $\frac{1}{x} + \frac{1}{\sqrt{2-x^2}} = 2$

b/. Cho a, b, c là các số thực thỏa mãn :
$$\begin{cases} a \geq 0 \\ b \geq 0 \\ a + 2b - 4c + 2 = 0 \\ 2a - b + 7c - 11 = 0 \end{cases}$$

Tìm giá trị lớn nhất và giá trị bé nhất của $Q = 6a + 7b + 2006c$.

Câu 4: Cho $\triangle ABC$ cân tại A với $AB > BC$. Điểm D di động trên cạnh AB, (D không trùng với A, B). Gọi (O) là đ-ờng tròn ngoại tiếp $\triangle BCD$. Tiếp tuyến của (O) tại C và D cắt nhau ở K.

a/. Chứng minh tứ giác ADCK nội tiếp.

b/. Tứ giác ABCK là hình gì? Vì sao?

c/. Xác định vị trí điểm D sao cho tứ giác ABCK là hình bình hành.

Đáp án

Câu 1: Điều kiện: $x \geq 0$ và $x \neq 1$. (0,25 điểm)

$$\begin{aligned} P &= \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} \\ &= \frac{x+2}{(\sqrt{x})^3-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} \\ &= \frac{x+2+(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)-(x+\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} \\ &= \frac{x-\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} = \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} \end{aligned}$$

b/. Với $x \geq 0$ và $x \neq 1$. Ta có: $P < \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} < \frac{1}{3}$

$$\Leftrightarrow 3\sqrt{x} < x + \sqrt{x} + 1 ; (\text{vì } x + \sqrt{x} + 1 > 0)$$

$$\Leftrightarrow x - 2\sqrt{x} + 1 > 0$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{x} - 1)^2 > 0. (\text{Đúng vì } x \geq 0 \text{ và } x \neq 1)$$

Câu 2: a/. Ph-ơng trình (1) có nghiệm khi và chỉ khi $\Delta' \geq 0$.

$$\Leftrightarrow (m-1)^2 - m^2 - 3 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 4 - 2m \geq 0$$

$$\Leftrightarrow m \leq 2.$$

b/. Với $m \leq 2$ thì (1) có 2 nghiệm.

Gọi một nghiệm của (1) là a thì nghiệm kia là 3a. Theo Viet, ta có:

ĐỀ 1057

Câu 1: a) Xác định $x \in \mathbb{R}$ để biểu thức $A = \sqrt{x^2 + 1} - x - \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1} - x}$ Là một số tự nhiên

b. Cho biểu thức: $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{xy} + \sqrt{x} + 2} + \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{yz} + \sqrt{y} + 1} + \frac{2\sqrt{z}}{\sqrt{zx} + 2\sqrt{z} + 2}$

Biết $x.y.z = 4$, tính \sqrt{P} .

Câu 2: Cho các điểm $A(-2;0)$; $B(0;4)$; $C(1;1)$; $D(-3;2)$

a. Chứng minh 3 điểm A, B, D thẳng hàng; 3 điểm A, B, C không thẳng hàng.

b. Tính diện tích tam giác ABC.

Câu 3 Giải phương trình: $\sqrt{x-1} - \sqrt[3]{2-x} = 5$

Câu 4 Cho đường tròn $(O;R)$ và một điểm A sao cho $OA = R\sqrt{2}$.

Vẽ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn. Một góc $\angle xOy = 45^\circ$ cắt đoạn thẳng AB và AC lần lượt tại D và E.

Chứng minh rằng:

a. DE là tiếp tuyến của đường tròn (O) .

b. $\frac{2}{3}R < DE < R$

đáp án

Câu 1: a.

$$A = \sqrt{x^2 + 1} - x - \frac{\sqrt{x^2 + 1} + x}{(\sqrt{x^2 + 1} - x)(\sqrt{x^2 + 1} + x)} = \sqrt{x^2 + 1} - x - (\sqrt{x^2 + 1} + x) = -2x$$

$$A \text{ là số tự nhiên} \Leftrightarrow -2x \text{ là số tự nhiên} \Leftrightarrow x = \frac{k}{2}$$

(trong đó $k \in \mathbb{Z}$ và $k \leq 0$)

b. Điều kiện xác định: $x, y, z \geq 0$, kết hợp với $x.y.z = 4$ ta được $x, y, z > 0$ và $\sqrt{xyz} = 2$

Nhân cả tử và mẫu của hạng tử thứ 2 với \sqrt{x} ; thay 2 ở mẫu của hạng tử thứ 3 bởi \sqrt{xyz} ta được:

$$P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{xy} + \sqrt{x} + 2} + \frac{\sqrt{xy}}{\sqrt{xy} + \sqrt{x} + 2} + \frac{2\sqrt{z}}{\sqrt{z}(\sqrt{x} + 2 + \sqrt{xy})} = \frac{\sqrt{x} + \sqrt{xy} + 2}{\sqrt{xy} + \sqrt{x} + 2} = 1 \quad (1đ)$$

$$\Rightarrow \sqrt{P} = 1 \text{ vì } P > 0$$

Câu 2: a. Đường thẳng đi qua 2 điểm A và B có dạng $y = ax + b$

Điểm $A(-2;0)$ và $B(0;4)$ thuộc đường thẳng AB nên $\Rightarrow b = 4; a = 2$

Vậy đường thẳng AB là $y = 2x + 4$.

Điểm $C(1;1)$ có tọa độ không thỏa mãn $y = 2x + 4$ nên C không thuộc đường thẳng AB $\Rightarrow A, B, C$ không thẳng hàng.

Điểm $D(-3;2)$ có tọa độ thỏa mãn $y = 2x + 4$ nên điểm D thuộc

đ-ờng thẳng $AB \Rightarrow A, B, D$ thẳng hàn

b. Ta có :

$$AB^2 = (-2 - 0)^2 + (0 - 4)^2 = 20$$

$$AC^2 = (-2 - 1)^2 + (0 - 1)^2 = 10$$

$$BC^2 = (0 - 1)^2 + (4 - 1)^2 = 10$$

$$\Rightarrow AB^2 = AC^2 + BC^2 \Rightarrow \triangle ABC \text{ vuông tại } C$$

$$\text{Vậy } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2} \sqrt{10} \cdot \sqrt{10} = 5 \quad (\text{đơn vị diện tích})$$

Câu 3: Đkxđ $x \geq 1$, đặt $\sqrt{x-1} = u$; $\sqrt[3]{2-x} = v$ ta có hệ ph-ơng trình:

$$\begin{cases} u - v = 5 \\ u^2 + v^3 = 1 \end{cases}$$

Giải hệ ph-ơng trình bằng ph-ơng pháp thế ta đ-ợc: $v = 2$

$$\Rightarrow x = 10.$$

Câu 4

a. áp dụng định lí Pitago tính đ-ợc

$$AB = AC = R \Rightarrow ABOC \text{ là hình}$$

vuông (0.5đ)

Kẻ bán kính OM sao cho

$$\angle BOD = \angle MOD \Rightarrow$$

$$\angle MOE = \angle EOC \quad (0.5đ)$$

Chứng minh $\triangle BOD = \triangle MOD$

$$\Rightarrow \angle OMD = \angle OBD = 90^\circ$$

T-ơng tự: $\angle OME = 90^\circ$

$\Rightarrow D, M, E$ thẳng hàng. Do đó DE là tiếp tuyến của đ-ờng tròn (O) .

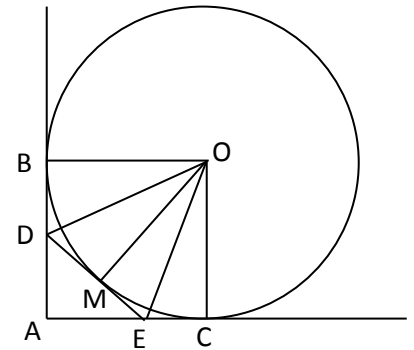
b. Xét $\triangle ADE$ có $DE < AD + AE$ mà $DE = DB + EC$

$$\Rightarrow 2ED < AD + AE + DB + EC \text{ hay } 2DE < AB + AC = 2R \Rightarrow DE < R$$

Ta có $DE > AD$; $DE > AE$; $DE = DB + EC$

$$\text{Cộng từng vế ta đ-ợc: } 3DE > 2R \Rightarrow DE > \frac{2}{3} R$$

$$\text{Vậy } R > DE > \frac{2}{3} R$$



ĐỀ 1058

Câu I : Tính giá trị của biểu thức:

$$A = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{7}} + \frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{9}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{97} + \sqrt{99}}$$

$$B = 35 + 335 + 3335 + \dots + \underbrace{3333 \dots 35}_{99 \text{ số } 3}$$

Câu II : *Phân tích thành nhân tử :*

- 1) $X^2 - 7X - 18$
- 2) $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)$
- 3) $1 + a^5 + a^{10}$

Câu III :

- 1) Chứng minh : $(ab+cd)^2 \leq (a^2+c^2)(b^2+d^2)$
- 2) áp dụng : cho $x+4y = 5$. Tìm GTNN của biểu thức : $M = 4x^2 + 4y^2$

Câu 4 : Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O), I là trung điểm của BC, M là một điểm trên đoạn CI (M khác C và I). Đường thẳng AM cắt (O) tại D, tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác AIM tại M cắt BD và DC tại P và Q.

- a) Chứng minh $DM \cdot AI = MP \cdot IB$
- b) Tính tỉ số : $\frac{MP}{MQ}$

Câu 5:

$$\text{Cho } P = \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 3}}{\sqrt{1-x}}$$

Tìm điều kiện để biểu thức có nghĩa, rút gọn biểu thức.

đáp án

Câu 1 :

$$\begin{aligned} 1) A &= \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{7}} + \frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{9}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{97} + \sqrt{99}} \\ &= \frac{1}{2} (\sqrt{5} - \sqrt{3} + \sqrt{7} - \sqrt{5} + \sqrt{9} - \sqrt{7} + \dots + \sqrt{99} - \sqrt{97}) = \frac{1}{2} (\sqrt{99} - \sqrt{3}) \end{aligned}$$

$$2) B = 35 + 335 + 3335 + \dots + \underbrace{3333\dots35}_{99 \text{ số } 3} =$$

$$= 33 + 2 + 333 + 2 + 3333 + 2 + \dots + 333\dots33 + 2$$

$$= 2.99 + (33 + 333 + 3333 + \dots + 333\dots33)$$

$$= 198 + \frac{1}{3} (99 + 999 + 9999 + \dots + 999\dots99)$$

$$198 + \frac{1}{3} (10^2 - 1 + 10^3 - 1 + 10^4 - 1 + \dots + 10^{100} - 1) = 198 - 33 +$$

$$B = \left(\frac{10^{101} - 10^2}{27} \right) + 165$$

Câu 2: 1) $x^2 - 7x - 18 = x^2 - 4 - 7x - 14 = (x-2)(x+2) - 7(x+2) = (x+2)(x-9)$ (1đ)

$$\begin{aligned} 2) (x+1)(x+2)(x+3)(x+4) - 3 &= (x+1)(x+4)(x+2)(x+3) - 3 \\ &= (x^2 + 5x + 4)(x^2 + 5x + 6) - 3 = [x^2 + 5x + 4][(x^2 + 5x + 4) + 2] - 3 \\ &= (x^2 + 5x + 4)^2 + 2(x^2 + 5x + 4) - 3 = (x^2 + 5x + 4)^2 - 1 + 2(x^2 + 5x + 4) - 2 \end{aligned}$$

$$= [(x^2+5x+4)-1][(x^2+5x+4)+1] + 2[(x^2+5x+4)-1]$$

$$= (x^2+5x+3)(x^2+5x+7)$$

$$3) a^{10}+a^5+1$$

$$= a^{10}+a^9+a^8+a^7+a^6+a^5+a^5+a^4+a^3+a^2+a+1$$

$$- (a^9+a^8+a^7) - (a^6+a^5+a^4) - (a^3+a^2+a)$$

$$= a^8(a^2+a+1) + a^5(a^2+a+1) + a^3(a^2+a+1) + (a^2+a+1) - a^7(a^2+a+1)$$

$$- a^4(a^2+a+1) - a(a^2+a+1)$$

$$= (a^2+a+1)(a^8-a^7+a^5-a^4+a^3-a+1)$$

Câu 3: 4đ

$$1) \text{ Ta có: } (ab+cd)^2 \leq (a^2+c^2)(b^2+d^2) \Leftrightarrow$$

$$a^2b^2+2abcd+c^2d^2 \leq a^2b^2+a^2d^2+c^2b^2+c^2d^2 \Leftrightarrow$$

$$0 \leq a^2d^2-2cbcd+c^2b^2 \Leftrightarrow$$

$$0 \leq (ad-bc)^2 \quad (\text{đpcm})$$

Dấu = xảy ra khi $ad=bc$.

2) áp dụng hằng đẳng thức trên ta có :

$$5^2 = (x+4y)^2 = (x+4y) \leq (x^2+y^2)(1+16) \Rightarrow$$

$$x^2+y^2 \geq \frac{25}{17} \Rightarrow 4x^2+4y^2 \geq \frac{100}{17} \text{ dấu = xảy ra khi } x = \frac{5}{17}, y = \frac{20}{17} \quad (2đ)$$

Câu 4 : 5đ

Ta có : góc DMP= góc AMQ = góc AIC. Mặt khác góc ADB = góc BCA \Rightarrow

$$\Delta MPD \text{ đồng dạng với } \Delta ICA \Rightarrow \frac{DM}{CI} = \frac{MP}{IA} \Rightarrow DM.IA=MP.CI \text{ hay } DM.IA=MP.IB \quad (1).$$

Ta có góc ADC = góc CBA,

Góc DMQ = $180^\circ - \text{góc AIM} = \text{góc AIM} = \text{góc BIA}$.

Do đó ΔDMQ đồng dạng với $\Delta BIA \Rightarrow$

$$\frac{DM}{BI} = \frac{MQ}{IA} \Rightarrow DM.IA=MQ.IB \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta suy ra } \frac{MP}{MQ} = 1$$

Câu 5

Để P xác định thì : $x^2-4x+3 \geq 0$ và $1-x > 0$

Từ $1-x > 0 \Rightarrow x < 1$

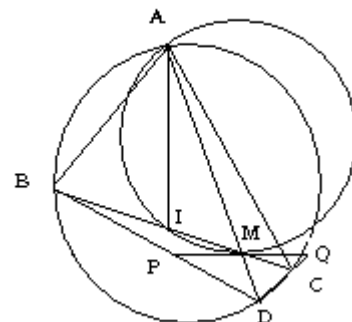
Mặt khác : $x^2-4x+3 = (x-1)(x-3)$, Vì $x < 1$ nên ta có :

$(x-1) < 0$ và $(x-3) < 0$ từ đó suy ra tích của $(x-1)(x-3) > 0$

Vậy với $x < 1$ thì biểu thức có nghĩa.

Với $x < 1$ Ta có :

$$P = \frac{\sqrt{x^2-4x+3}}{\sqrt{1-x}} = \frac{\sqrt{(x-1)(x-3)}}{\sqrt{1-x}} = \sqrt{3-x}$$



ĐỀ 1059

Câu 1 : a. Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{1 + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{(a+1)^2}}$ Với $a > 0$.

b. Tính giá trị của tổng. $B = \sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} + \dots + \sqrt{1 + \frac{1}{99^2} + \frac{1}{100^2}}$

Câu 2 : Cho pt $x^2 - mx + m - 1 = 0$

a. Chứng minh rằng pt luôn luôn có nghiệm với $\forall m$.

b. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của pt. Tìm GTLN, GTNN của bt.

$$P = \frac{2x_1x_2 + 3}{x_1^2 + x_2^2 + 2(x_1x_2 + 1)}$$

Câu 3 : Cho $x \geq 1, y \geq 1$ Chứng minh.

$$\frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{1+y^2} \geq \frac{2}{1+xy}$$

Câu 4 Cho đ-ờng tròn tâm o và dây AB. M là điểm chuyển động trên đ-ờng tròn, từ M kẻ $MH \perp AB$ ($H \in AB$). Gọi E và F lần l-ợt là hình chiếu vuông góc của H trên MA và MB. Qua M kẻ đ-ờng thẳng vuông góc với ò cắt dây AB tại D.

1. Chứng minh rằng đ-ờng thẳng MD luôn đi qua 1 điểm cố định khi M thay đổi trên đ-ờng tròn.
2. Chứng minh.

$$\frac{MA^2}{MB^2} = \frac{AH}{BD} \cdot \frac{AD}{BH}$$

H-ớng dẫn

Câu 1 a. Bình ph-ơng 2 vế $\Rightarrow A = \frac{a^2 + a + 1}{a(a+1)}$ (Với $a > 0$).

c. áp dụng câu a.

$$A = 1 + \frac{1}{a} - \frac{1}{a+1}$$

$$\Rightarrow B = 100 - \frac{1}{100} = \frac{9999}{100}$$

Câu 2 a. : cm $\Delta \geq 0 \quad \forall m$

B (2 đ) áp dụng hệ thức Viet ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 x_2 = m - 1 \end{cases} \Rightarrow P = \frac{2m+1}{m^2+2} \quad (1) \text{ Tìm đk để pt (1) có nghiệm theo ẩn.}$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2} \leq P \leq 1$$

$$\Rightarrow GTLN = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow m = -2$$

$$GTNN = 1 \Leftrightarrow m = 1$$

Câu 3 : Chuyển về quy đồng ta đ-ợc.

$$\begin{aligned} \text{bđt} &\Leftrightarrow \frac{x(y-x)}{(1+x^2)(1+xy)} + \frac{y(x-y)}{(1+y^2)(1+xy)} \geq 0 \\ &\Leftrightarrow (x-y)^2(xy-1) \geq 0 \text{ đúng vì } xy \geq 1 \end{aligned}$$

Câu 4: a

- Kẻ thêm đ-ờng phụ.
 - Chứng minh MD là đ-ờng kính của (o)
- =>

b.

Gọi E', F' lần l-ợt là hình chiếu của D trên MA và MB.

$$\text{Đặt } HE = H_1$$

$$HF = H_2$$

$$\Rightarrow \frac{AH}{BD} \cdot \frac{AD}{BH} = \frac{HE \cdot h_1 \cdot MA^2}{HF \cdot h_2 \cdot MB^2} \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow \Delta HEF \sim \Delta DF'E'$$

$$\Rightarrow HF \cdot h_2 = HE \cdot h$$

$$\text{Thay vào (1) ta có: } \frac{MA^2}{MB^2} = \frac{AH}{BD} \cdot \frac{AD}{BH}$$

ĐỀ 1060

Câu 1: Cho biểu thức $D = \left[\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{1 - \sqrt{ab}} + \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{1 + \sqrt{ab}} \right] : \left[1 + \frac{a + b + 2ab}{1 - ab} \right]$

a) Tìm điều kiện xác định của D và rút gọn D

b) Tính giá trị của D với $a = \frac{2}{2 - \sqrt{3}}$

c) Tìm giá trị lớn nhất của D

Câu 2: Cho phương trình $\frac{2}{2 - \sqrt{3}}x^2 - mx + \frac{2}{2 - \sqrt{3}}m^2 + 4m - 1 = 0$ (1)

a) Giải phương trình (1) với $m = -1$

b) Tìm m để phương trình (1) có 2 nghiệm thỏa mãn $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = x_1 + x_2$

Câu 3: Cho tam giác ABC nội phân giác AI, biết $AB = c$, $AC = b$, $\hat{A} = \alpha (\alpha = 90^\circ)$

Chứng minh rằng $AI = \frac{2bc \cos \frac{\alpha}{2}}{b + c}$ (Cho $\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha$)

Câu 4: Cho đường tròn (O) đường kính AB và một điểm N di động trên một nửa đường tròn sao cho $\widehat{NA} \leq \widehat{NB}$. Vẽ vào trong đường tròn hình vuông ANMP.

a) Chứng minh rằng đường thẳng NP luôn đi qua điểm cố định Q.

b) Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác NAB.

Chứng minh tứ giác ABMI nội tiếp.

c) Chứng minh đường thẳng MP luôn đi qua một điểm cố định.

Câu 5: Cho x, y, z ; $xy + yz + zx = 0$ và $x + y + z = -1$

Hãy tính giá trị của:

$$B = \frac{xy}{z} + \frac{yz}{x} + \frac{zx}{y}$$

Đáp án

Câu 1: a) - Điều kiện xác định của D là $\begin{cases} a \geq 0 \\ b \geq 0 \\ ab \neq 1 \end{cases}$

- Rút gọn D

$$D = \left[\frac{2\sqrt{a} + 2b\sqrt{a}}{1-ab} \right] : \left[\frac{a+b+ab}{1-ab} \right]$$

$$D = \frac{2\sqrt{a}}{a+1}$$

$$b) a = \frac{2}{2+\sqrt{3}} = \frac{2(2+\sqrt{3})}{1} = (\sqrt{3}+1)^2 \Rightarrow \sqrt{a} = \sqrt{3}+1$$

$$\text{Vậy } D = \frac{\frac{2+2\sqrt{3}}{2} + 1}{\frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} + 1} = \frac{2\sqrt{3}-2}{4-\sqrt{3}}$$

c) áp dụng bất đẳng thức cauchy ta có

$$2\sqrt{a} \leq a+1 \Rightarrow D \leq 1$$

Vậy giá trị của D là 1

Câu 2: a) $m = -1$ ph- ơng trình (1) $\Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 + x - \frac{9}{2} = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 9 = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = -1 - \sqrt{10} \\ x_2 = -1 + \sqrt{10} \end{cases}$$

b) Để ph- ơng trình 1 có 2 nghiệm thì $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow -8m + 2 \geq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{1}{4}$ (*)

+ Để ph- ơng trình có nghiệm khác 0 $\Leftrightarrow \frac{1}{2}m^2 + 4m - 1 \neq 0$ (*)
 $\Rightarrow \begin{cases} m_1 \neq -4 - 3\sqrt{2} \\ m_2 \neq -4 + 3\sqrt{2} \end{cases}$

$$+ \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = x_1 + x_2 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)(x_1x_2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \\ x_1x_2 - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m = 0 \\ m^2 + 8m - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -4 - \sqrt{19} \\ m = -4 + \sqrt{19} \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện (*) và (**) ta đ- ợc $m = 0$ và $m = -4 - \sqrt{19}$

Câu 3:

$$+ S_{\triangle ABI} = \frac{1}{2} AI \cdot c \sin \frac{\alpha}{2};$$

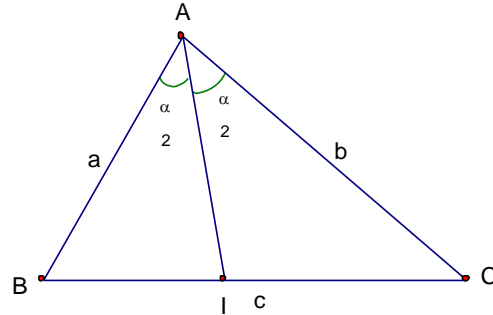
$$+ S_{\triangle AIC} = \frac{1}{2} AI \cdot b \sin \frac{\alpha}{2};$$

$$+ S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} bc \sin \alpha;$$

$$S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABI} + S_{\triangle AIC}$$

$$\Rightarrow bc \sin \alpha = AI \sin \frac{\alpha}{2} (b + c)$$

$$\Rightarrow AI = \frac{bc \sin \alpha}{\sin \frac{\alpha}{2} (b + c)} = \frac{2bc \cos \frac{\alpha}{2}}{b + c}$$



Câu 4: a) $\hat{N}_1 = \hat{N}_2$ Gọi $Q = NP \cap (O)$

$\Rightarrow \widehat{QA} = \widehat{QB}$ Suy ra Q cố định

b) $\hat{A}_1 = \hat{M}_1 (= \hat{A}_2)$

\Rightarrow Tứ giác ABMI nội tiếp

c) Trên tia đối của QB lấy điểm F sao cho $QF = QB$, F cố

Tam giác ABF có: $AQ = QB = QF$

$\Rightarrow \triangle ABF$ vuông tại A $\Rightarrow \hat{B} = 45^\circ \Rightarrow \hat{AFB} = 45^\circ$

Lại có $\hat{P}_1 = 45^\circ \Rightarrow \hat{AFB} = \hat{P}_1 \Rightarrow$ Tứ giác APQF nội

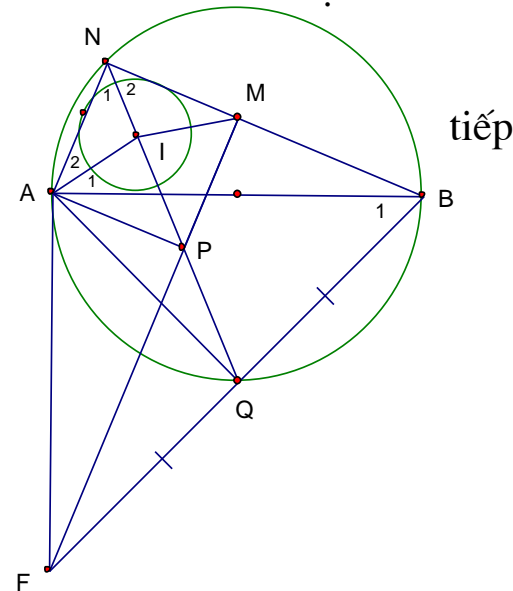
$\Rightarrow \hat{APF} = \hat{AQF} = 90^\circ$

Ta có: $\hat{APF} + \hat{APM} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow M_1, P, F$ Thẳng hàng

Câu 5: Biến đổi $B = xyz \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} \right) = \dots = xyz \cdot \frac{2}{xyz} = 2$

định.



ĐỀ 1061

Bài 1: Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x - \sqrt{4(x-1)}} + \sqrt{x + \sqrt{4(x-1)}}}{\sqrt{x^2 - 4(x-1)}} \cdot \left(1 - \frac{1}{x-1} \right)$

a) Tìm điều kiện của x để A xác định

b) Rút gọn A

Bài 2 : Trên cùng một mặt phẳng tọa độ cho hai điểm A(5; 2) và B(3; -4)

a) Viết phương trình đường thẳng AB

b) Xác định điểm M trên trục hoành để tam giác MAB cân tại M

Bài 3 : Tìm tất cả các số tự nhiên m để phương trình ẩn x sau:

$$x^2 - m^2x + m + 1 = 0$$

có nghiệm nguyên.

Bài 4 : Cho tam giác ABC. Phân giác AD ($D \in BC$) vẽ đường tròn tâm O qua A và D đồng thời tiếp xúc với BC tại D. Đường tròn này cắt AB và AC lần lượt tại E và F. Chứng minh

a) $EF \parallel BC$

b) Các tam giác AED và ADC; $\angle D$ và $\angle ABD$ là các tam giác đồng dạng.

c) $AE \cdot AC = AD \cdot AB = AC^2$

Bài 5 : Cho các số dương x, y thỏa mãn điều kiện $x^2 + y^2 \geq x^3 + y^4$. Chứng minh:

$$x^3 + y^3 \leq x^2 + y^2 \leq x + y \leq 2$$

Đáp án

Bài 1:

a) Điều kiện x thỏa mãn

$$\begin{cases} x-1 \neq 0 \\ x-\sqrt{4(x-1)} \geq 0 \\ x+\sqrt{4(x-1)} \geq 0 \\ x^2-4(x-1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \geq 1 \\ x \geq 1 \\ x \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1 \text{ và } x \neq 2$$

KL: A xác định khi $1 < x < 2$ hoặc $x > 2$

b) Rút gọn A

$$A = \frac{\sqrt{(\sqrt{x-1}-1)^2} + \sqrt{(\sqrt{x-1}+1)^2}}{\sqrt{(x-2)^2}} \cdot \frac{x-2}{x-1}$$

$$A = \frac{|\sqrt{x-1}-1| + |\sqrt{x-1}+1|}{|x-2|} \cdot \frac{x-2}{x-1}$$

$$\text{Với } 1 < x < 2 \quad A = \frac{2}{1-x}$$

$$\text{Với } x > 2 \quad A = \frac{2}{\sqrt{x-1}}$$

Kết luận

$$\text{Với } 1 < x < 2 \text{ thì } A = \frac{2}{1-x}$$

$$\text{Với } x > 2 \text{ thì } A = \frac{2}{\sqrt{x-1}}$$

T- ơng tự: $sd ADF = \frac{1}{2} sd AF = \frac{1}{2} sd(AFD - DF) = \frac{1}{2} (sd AFD - DE) = sd ABD \Rightarrow ADF = ABD$

do đó $\square AFD \sim \square \square \square \square$ (g.g

c) Theo trên:

+ $\square AED \sim \square \square DB$

$$\Rightarrow \frac{AE}{AD} = \frac{AD}{AC} \text{ hay } AD^2 = AE.AC \quad (1)$$

+ $\square ADF \sim \square ABD \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AF}{AD}$

$$\Rightarrow AD^2 = AB.AF \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có $AD^2 = AE.AC = AB.AF$

Bài 5 (1đ):

Ta có $(y^2 - y) + 2 \geq 0 \Rightarrow 2y^3 \leq y^4 + y^2$

$$\Rightarrow (x^3 + y^2) + (x^2 + y^3) \leq (x^2 + y^2) + (y^4 + x^3)$$

mà $x^3 + y^4 \leq x^2 + y^3$ do đó

$$x^3 + y^3 \leq x^2 + y^2 \quad (1)$$

+ Ta có: $x(x - 1)^2 \geq 0; y(y + 1)(y - 1)^2 \geq 0$

$$\Rightarrow x(x - 1)^2 + y(y + 1)(y - 1)^2 \geq 0$$

$$\Rightarrow x^3 - 2x^2 + x + y^4 - y^3 - y^2 + y \geq 0$$

$$\Rightarrow (x^2 + y^2) + (x^2 + y^3) \leq (x + y) + (x^3 + y^4)$$

mà $x^2 + y^3 \geq x^3 + y^4$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 \leq x + y \quad (2)$$

và $(x + 1)(x - 1) \geq 0; (y - 1)(y^3 - 1) \geq 0$

$$x^3 - x^2 - x + 1 + y^4 - y - y^3 + 1 \geq 0$$

$$\Rightarrow (x + y) + (x^2 + y^3) \leq 2 + (x^3 + y^4)$$

mà $x^2 + y^3 \geq x^3 + y^4$

$$\Rightarrow x + y \leq 2$$

Từ (1) (2) và (3) ta có:

$$x^3 + y^3 \leq x^2 + y^2 \leq x + y \leq 2$$

ĐỀ 1062

Bài 1: Cho biểu thức $M = \frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6} + \frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} + \frac{\sqrt{x+3}}{2-\sqrt{x}}$

a. Tìm điều kiện của x để M có nghĩa và rút gọn M

b. Tìm x để M = 5

c. Tìm x $\in \mathbb{Z}$ để M $\in \mathbb{Z}$.

bài 2: a) Tìm x, y nguyên dương thỏa mãn phương trình

$$3x^2 + 10xy + 8y^2 = 96$$

b) tìm x, y biết $\frac{1}{x-2005} + \frac{1}{x-2006} + \frac{1}{y-2007} + \frac{1}{x-2008} = 3$

Bài 3: a. Cho các số x, y, z dương thỏa mãn $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 4$

Chứng minh rằng: $\frac{1}{2x+y+z} + \frac{1}{x+2y+z} + \frac{1}{x+y+2z} \leq 1$

b. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $B = \frac{x^2 - 2x + 2006}{x^2}$ (với $x \neq 0$)

Bài 4: Cho hình vuông ABCD. Kẻ tia Ax, Ay sao cho $\hat{x}Ay = 45^\circ$

Tia Ax cắt CB và BD lần lượt tại E và P, tia Ay cắt CD và BD lần lượt tại F và Q

a. Chứng minh 5 điểm E; P; Q; F; C cùng nằm trên một đường tròn

b. $S_{\triangle AEF} = 2 S_{\triangle APQ}$

Kẻ đường trung trực của CD cắt AE tại M. Tính số đo góc MAB biết $\hat{CPD} = \hat{CMD}$

Bài 5: (1đ)

Cho ba số a, b, c khác 0 thỏa mãn: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0$; Hãy tính $P = \frac{ac}{c^2} + \frac{bc}{a^2} + \frac{ac}{b^2}$

đáp án

Bài 1: $M = \frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6} + \frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} + \frac{\sqrt{x}+3}{2-\sqrt{x}}$

a. ĐK $x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$ 0,5đ

$$\text{Rút gọn } M = \frac{2\sqrt{x}-9-(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)+(2\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}$$

Biến đổi ta có kết quả: $M = \frac{x-\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}$ $M = \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}-2)} \Leftrightarrow M = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$

$$\text{b. } M = 5 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} = 5$$

$$\Rightarrow \sqrt{x}+1 = 5(\sqrt{x}-3)$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x}+1 = 5\sqrt{x}-15$$

$$\Leftrightarrow 16 = 4\sqrt{x}$$

$$\Rightarrow \sqrt{x} = \frac{16}{4} = 4 \Rightarrow x = 16$$

$$c. M = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} = \frac{\sqrt{x}-3+4}{\sqrt{x}-3} = 1 + \frac{4}{\sqrt{x}-3}$$

Do $M \in \mathbb{Z}$ nên $\sqrt{x}-3$ là ước của 4 $\Rightarrow \sqrt{x}-3$ nhận các giá trị: -4; -2; -1; 1; 2; 4
 $\Rightarrow x \in \{1; 4; 16; 25; 49\}$ do $x \neq 4 \Rightarrow x \in \{1; 16; 25; 49\}$

Bài 2 a. $3x^2 + 10xy + 8y^2 = 96$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 4xy + 6xy + 8y^2 = 96$$

$$\Leftrightarrow (3x^2 + 6xy) + (4xy + 8y^2) = 96$$

$$\Leftrightarrow 3x(x + 2y) + 4y(x + 2y) = 96$$

$$\Leftrightarrow (x + 2y)(3x + 4y) = 96$$

Do x, y nguyên dương nên $x + 2y; 3x + 4y$ nguyên dương và $3x + 4y > x + 2y \geq 3$

mà $96 = 2^5 \cdot 3$ có các ước là: 1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 24; 32; 48; 96 được biểu diễn thành tích 2 thừa số không nhỏ hơn 3 là: $96 = 3 \cdot 32 = 4 \cdot 24 = 6 \cdot 16 = 8 \cdot 12$

Lại có $x + 2y$ và $3x + 4y$ có tích là 96 (Là số chẵn) có tổng $4x + 6y$ là số chẵn do đó

$$\begin{cases} x + 2y = 6 \\ 3x + 4y = 24 \end{cases} \text{ Hệ PT này vô nghiệm}$$

$$\text{Hoặc } \begin{cases} x + 2y = 6 \\ 3x + 4y = 16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$\text{Hoặc } \begin{cases} x + 2y = 8 \\ 3x + 4y = 12 \end{cases} \text{ Hệ PT vô nghiệm}$$

Vậy cặp số x, y nguyên dương cần tìm là $(x, y) = (4, 1)$

b. ta có $|A| = |-A| \geq A \forall A$

$$\text{Nên } |x - 2005| + |x - 2006| = |x - 2005| + |2008 - x| \geq |x - 2005 + 2008 - x| \geq |3| = 3 \quad (1)$$

$$\text{mà } |x - 2005| + |x - 2006| + |y - 2007| + |x - 2008| = 3 \quad (2)$$

$$\text{Kết hợp (1) và (2) ta có } |x - 2006| + |y - 2007| \leq 0 \quad (3)$$

$$(3) \text{ xảy ra khi và chỉ khi } \begin{cases} |x - 2006| = 0 \\ |y - 2007| = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2006 \\ y = 2007 \end{cases}$$

BÀI 3

a. Trước hết ta chứng minh bất đẳng thức phụ

b. Với mọi a, b thuộc \mathbb{R} : $x, y > 0$ ta có $\frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{y} \geq \frac{(a+b)^2}{x+y}$ (*)

$$\Leftrightarrow (a^2y + b^2x)(x+y) \geq (a+b)^2 xy$$

$$\Leftrightarrow a^2y^2 + a^2xy + b^2x^2 + b^2xy \geq a^2xy + 2abxy + b^2xy$$

$$\Leftrightarrow a^2y^2 + b^2x^2 \geq 2abxy$$

$$\Leftrightarrow a^2y^2 - 2abxy + b^2x^2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (ay - bx)^2 \geq 0 \text{ (**) bất đẳng thức (***) đúng với mọi } a, b, \text{ và } x, y > 0$$

Dấu (=) xảy ra khi $ay = bx$ hay $\frac{a}{x} = \frac{b}{y}$

áp dụng bất đẳng thức (*) hai lần ta có

$$\frac{1}{2x+y+z} = \frac{\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right)^2}{2x+y+z} \leq \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2}{x+y} + \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2}{x+z}$$

$$= \frac{\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right)^2}{x+y} + \frac{\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right)^2}{x+z}$$

$$\leq \frac{\left(\frac{1}{4}\right)^2}{x} + \frac{\left(\frac{1}{4}\right)^2}{y} + \frac{\left(\frac{1}{4}\right)^2}{x} + \frac{\left(\frac{1}{4}\right)^2}{z} = \frac{1}{16} \left(\frac{2}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right)$$

Tương tự $\frac{1}{x+2y+z} \leq \frac{1}{16} \left(\frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{1}{z} \right)$

$$\frac{1}{x+y+2z} \leq \frac{1}{16} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{z} \right)$$

Cộng từng vế các bất đẳng thức trên ta có:

$$\frac{1}{2x+y+z} + \frac{1}{x+2y+z} + \frac{1}{x+y+2z} \leq \frac{1}{16} \left(\frac{2}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) + \frac{1}{16} \left(\frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{1}{z} \right) + \frac{1}{16} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{z} \right)$$

$$\leq \frac{1}{16} \left(\frac{4}{x} + \frac{4}{y} + \frac{4}{z} \right) \leq \frac{4}{16} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) \leq \frac{1}{4} \cdot 4 = 1$$

$$\forall \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 4$$

$$B = \frac{x^2 - 2x + 2006}{x^2} (x \neq 0)$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } B = \frac{x^2 - 2x + 2006}{x^2} &\Leftrightarrow B = \frac{2006x^2 - 2.2006x + 2006^2}{2006x} \\ &\Leftrightarrow B = \frac{(x - 2006)^2 + 2005x^2}{x^2} \Leftrightarrow \frac{(x - 2006)^2 + 2005}{2006x^2} + \frac{2005}{2006} \end{aligned}$$

$$\forall (x - 2006)^2 \geq 0 \text{ với mọi } x$$

$$x^2 > 0 \text{ với mọi } x \text{ khác } 0$$

$$\Rightarrow \frac{(x - 2006)^2}{2006x^2} \geq 0 \Rightarrow B \geq \frac{2005}{2006} \Rightarrow B = \frac{2005}{2006} \text{ khi } x = 2006$$

Bài 4a. $\widehat{EBQ} = \widehat{EAQ} = 45^\circ \Rightarrow \square EBAQ$ nội tiếp; $\hat{B} = 90^\circ \rightarrow \text{góc } AQE = 90^\circ \rightarrow \text{góc } EQF = 90^\circ$

$$\text{Tổng tự góc FDP} = \text{góc FAP} = 45^\circ$$

\rightarrow Tứ giác FDAP nội tiếp góc D = $90^\circ \rightarrow \text{góc } APF = 90^\circ \rightarrow \text{góc } EPF = 90^\circ \dots\dots\dots 0,25đ$

Các điểm Q, P, C luôn nhìn dưới góc 90° nên 5 điểm E, P, Q, F, C cùng nằm trên 1 đường tròn đường kính EF $\dots\dots\dots 0,25đ$

b. Ta có góc APQ + góc QPE = 180° (2 góc kề bù) $\Rightarrow \text{góc } APQ = \text{góc } AFE$

$$\text{Góc } AFE + \text{góc } EPQ = 180^\circ$$

\rightarrow Tam giác APQ đồng dạng với tam giác AEF (g.g)

$$\rightarrow \frac{S_{\triangle APQ}}{S_{\triangle AEF}} = k^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow 2S_{\triangle APQ} = S_{\triangle AEF}$$

c. góc CPD = góc CMD \rightarrow tứ giác MPCD nội tiếp $\rightarrow \text{góc } MCD = \text{góc } CPD$
(cùng chắn cung MD)

Lại có góc MPD = góc CPD (do BD là trung trực của AC)

góc MCD = góc MDC (do M thuộc trung trực của DC)

→ góc CPD = gócMDC = góc CMD = gócMCD → tam giác MDC đều → góc CMD = 60^0

→ tam giác DMA cân tại D (vì AD = DC = DM)

Và góc ADM = gócADC – gócMDC = $90^0 - 60^0 = 30^0$

→ góc MAD = góc AMD ($180^0 - 30^0$) : 2 = 75^0

→ gócMAB = $90^0 - 75^0 = 15^0$

Bài 5 Đặt $x = 1/a$; $y = 1/b$; $z = 1/c \rightarrow x + y + z = 0$ (vì $1/a = 1/b + 1/c = 0$)

→ $x = -(y + z)$

→ $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = -(y + z)^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$

→ $-(y^3 + 3y^2z + 3y^2z^2 + z^3) + y^3 + z^3 - 3xyz = -3yz(y + z + x) = -3yz \cdot 0 = 0$

Từ $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = 0 \rightarrow x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$

→ $1/a^3 + 1/b^3 + 1/c^3 = 3 \cdot 1/a^3 \cdot 1/b^3 \cdot 1/c^3 = 3/abc$

Do đó $P = ab/c^2 + bc/a^2 + ac/b^2 = abc (1/a^3 + 1/b^3 + 1/c^3) = abc \cdot 3/abc = 3$

nếu $1/a + 1/b + 1/c = 0$ thì $P = ab/c^2 + bc/a^2 + ac/b^2 = 3$

ĐỀ 1063

Bài 1 Cho biểu thức $A = \sqrt{\frac{(x^2 - 3)^2 + 12x^2}{x^2}} + \sqrt{(x + 2)^2 - 8x^2}$

a. Rút gọn biểu thức A

b. Tìm những giá trị nguyên của x sao cho biểu thức A cũng có giá trị nguyên.

Bài 2: (2 điểm)

Cho các đ-ờng thẳng:

$$y = x - 2 \quad (d_1)$$

$$y = 2x - 4 \quad (d_2)$$

$$y = mx + (m + 2) \quad (d_3)$$

a. Tìm điểm cố định mà đ-ờng thẳng (d_3) luôn đi qua với mọi giá trị của m.

b. Tìm m để ba đ-ờng thẳng (d_1); (d_2); (d_3) đồng quy.

Bài 3: Cho ph-ơng trình $x^2 - 2(m - 1)x + m - 3 = 0$ (1)

a. Chứng minh ph-ơng trình luôn có 2 nghiệm phân biệt.

b. Tìm một hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm của ph-ơng trình (1) mà không phụ thuộc vào m.

c. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = x_1^2 + x_2^2$ (với x_1, x_2 là nghiệm của ph-ơng trình (1))

Bài 4: Cho đ-ờng tròn (o) với dây BC cố định và một điểm A thay đổi vị trí trên

cung lớn BC sao cho $AC > AB$ và $AC > BC$. Gọi D là điểm chính giữa của cung nhỏ BC. Các tiếp tuyến của (O) tại D và C cắt nhau tại E. Gọi P, Q lần lượt là giao điểm của các cặp đường thẳng AB với CD; AD và CE.

- Chứng minh rằng $DE \parallel BC$
- Chứng minh tứ giác PACQ nội tiếp
- Gọi giao điểm của các dây AD và BC là F

Chứng minh hệ thức:
$$\frac{1}{CE} = \frac{1}{CQ} + \frac{1}{CF}$$

Bài 5: Cho các số dương a, b, c Chứng minh rằng: $1 < \frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+a} < 2$

đáp án

Bài 1: - Điều kiện : $x \neq 0$

a. Rút gọn:
$$A = \sqrt{\frac{x^4 + 6x^2 + 9}{x^2}} + \sqrt{x^2 - 4x + 4}$$

$$= \frac{x^2 + 3}{|x|} + |x - 2|$$

- Với $x < 0$: $A = \frac{-2x^2 + 2x - 3}{x}$

- Với $0 < x \leq 2$: $A = \frac{2x + 3}{x}$

- Với $x > 2$: $A = \frac{2x^2 - 2x + 3}{x}$

b. Tìm x nguyên để A nguyên:

A nguyên $\Leftrightarrow x^2 + 3 \vdots |x|$
 $\Leftrightarrow 3 \vdots |x| \Rightarrow x = \{-1; -3; 1; 3\}$

Bài 2:

a. $(d_1) : y = mx + (m + 2)$

$\Leftrightarrow m(x+1) + (2-y) = 0$

Để hàm số luôn qua điểm cố định với mọi m

$$\begin{cases} x+1=0 \\ 2-y=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$$

Vậy N(-1; 2) là điểm cố định mà (d_3) đi qua

b. Gọi M là giao điểm (d_1) và (d_2) . Tọa độ M là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} y = x - 2 \\ y = 2x - 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases}$$

Vậy $M(2; 0)$.

Nếu (d_3) đi qua $M(2,0)$ thì $M(2,0)$ là nghiệm (d_3)

$$\text{Ta có : } 0 = 2m + (m+2) \Rightarrow m = -\frac{2}{3}$$

Vậy $m = -\frac{2}{3}$ thì $(d_1); (d_2); (d_3)$ đồng quy

Bài 3: a. $\Delta' = m^2 - 3m + 4 = (m - \frac{3}{2})^2 + \frac{7}{4} > 0 \quad \forall m.$

Vậy phương trình có 2 nghiệm phân biệt

b. Theo Viét: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) \\ x_1 x_2 = m-3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 2m-2 \\ 2x_1 x_2 = 2m-6 \end{cases}$

$\Leftrightarrow x_1 + x_2 - 2x_1 x_2 - 4 = 0$ không phụ thuộc vào m

a. $P = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 4(m-1)^2 - 2(m-3)$
 $= (2m - \frac{5}{2})^2 + \frac{15}{4} \geq \frac{15}{4} \quad \forall m$

Vậy $P_{\min} = \frac{15}{4}$ với $m = \frac{5}{4}$

Bài 4: Vẽ hình đúng – viết giả thiết – kết luận

a. Số $\angle CDE = \frac{1}{2} \widehat{DC} = \frac{1}{2} \widehat{BD} = \angle BCD$

$\Rightarrow DE \parallel BC$ (2 góc vị trí so le)

b. $\angle APC = \frac{1}{2} \text{ số } (AC - DC) = \angle AQC$

$\Rightarrow \square APQC$ nội tiếp (vì $\angle APC = \angle AQC$ cùng nhìn đoạn AC)

c. Tứ giác $APQC$ nội tiếp

$\angle CPQ = \angle CAQ$ (cùng chắn cung CQ)

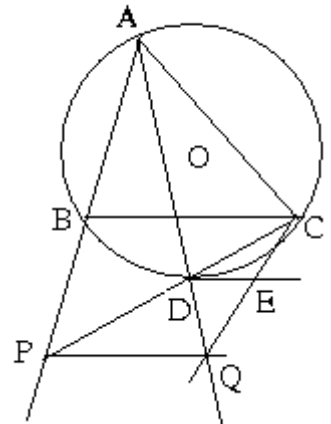
$\angle CAQ = \angle CDE$ (cùng chắn cung DC)

Suy ra $\angle CPQ = \angle CDE \Rightarrow DE \parallel PQ$

Ta có: $\frac{DE}{PQ} = \frac{CE}{CQ}$ (vì $DE \parallel PQ$) (1)

$\frac{DE}{FC} = \frac{QE}{QC}$ (vì $DE \parallel BC$) (2)

Cộng (1) và (2): $\frac{DE}{PQ} + \frac{DE}{FC} = \frac{CE + QE}{CQ} = \frac{CQ}{CQ} = 1$



$$\Rightarrow \frac{1}{PQ} + \frac{1}{FC} = \frac{1}{DE} \quad (3)$$

ED = EC (t/c tiếp tuyến) từ (1) suy ra PQ = CQ

Thay vào (3) : $\frac{1}{CQ} + \frac{1}{CF} = \frac{1}{CE}$

Bài 5: Ta có: $\frac{a}{a+b+c} < \frac{a}{b+a} < \frac{a+c}{a+b+c} \quad (1)$

$$\frac{b}{a+b+c} < \frac{b}{b+c} < \frac{b+a}{a+b+c} \quad (2)$$

$$\frac{c}{a+b+c} < \frac{c}{c+a} < \frac{c+b}{a+b+c} \quad (3)$$

Cộng từng vế (1),(2),(3) :

$$1 < \frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+a} < 2$$

ĐỀ 1064

Bài 1: (2đ)

Cho biểu thức:

$$P = \left(\frac{x-1}{x+3\sqrt{x}-4} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} \right) : \frac{x+2\sqrt{x}+1}{x-1} + 1$$

a) Rút gọn P.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của P.

Bài 2: (2đ) Một ng-ời dự định đi xe đạp từ A đến B cách nhau 20 km trong một thời gian đã định. Sau khi đi đ-ợc 1 giờ với vận tốc dự định, do đ-ờng khó đi nên ng-ời đó giảm vận tốc đi 2km/h trên quãng đ-ờng còn lại, vì thế ng-ời đó đến B chậm hơn dự định 15 phút. Tính vận tốc dự định của ng-ời đi xe đạp.

Bài 3: (1,5đ) Cho hệ ph-ơng trình:

$$\begin{cases} mx - 2y = 3 \\ -2x + my = 1 - m \end{cases}$$

a) Giải hệ ph-ơng trình với $m = 3$

b) Tìm m để hệ có nghiệm duy nhất thỏa mãn $x + y = 1$

Bài 4: (3đ) Cho nửa đ-ờng tròn (O; R) đ-ờng kính AB. Điểm M tùy ý trên nửa đ-ờng tròn. Gọi N và P lần l-ợt là điểm chính giữa của cung AM và cung MB. AP cắt BN tại I.

a) Tính số đo góc NIP.

b) Gọi giao điểm của tia AN và tia BP là C; tia CI và AB là D.

Chứng minh tứ giác DOPN nội tiếp đ-ợc.

c) Tìm quỹ tích trung điểm J của đoạn OC khi M di động trên nửa

d) tròn tròn tâm O

Bài 5: (1,5đ) Cho hàm số $y = -2x^2$ (P) và đ-ờng thẳng $y = 3x + 2m - 5$ (d)

a) Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B. Tìm toạ độ hai điểm đó.

b) Tìm quỹ tích chung điểm I của AB khi m thay đổi.

(Học sinh không đ-ợc sử dụng bất cứ tài liệu nào)

Đáp án
Môn: Toán 9

Bài 1: (2đ)

a) (1,5đ)

- Thực hiện đ-ợc biểu thức trong ngoặc bằng: $\frac{-5(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+4)}$ 0,75đ

- Thực hiện phép chia đúng bằng $\frac{-5}{\sqrt{x}+4}$ 0,25đ

- Thực hiện phép cộng đúng bằng: $\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+4}$ 0,25đ

- Điều kiện đúng: $x \geq 0; x \neq 1$ 0,25đ

b) (0,5đ)

- Viết $P = 1 - \frac{5}{\sqrt{x} + 4}$ lập luận tìm đ- ợc GTNN của $P = -1/4$ khi $x = 0$ 0,5đ

Bài 2: (2đ)

1) Lập ph- ơng trình đúng (1,25đ)

- Gọi ẩn, đơn vị, đk đúng 0,25đ
- Thời gian dự định 0,25đ
- Thời gian thực tế 0,5đ
- Lập luận viết đ- ợc PT đúng 0,25đ

2) Giải ph- ơng trình đúng 0,5đ

3) đối chiếu kết quả và trả lời đúng 0,25đ

Bài 3: (1,5đ) a) Thay $m = 3$ và giải hệ đúng: 1đ

b) (0,5đ)

Tìm m để hệ có nghiệm duy nhất đúng 0,25đTìm m để hệ có nghiệm thoả mãn $x + y = 1$ và KL 0,25đBài 4: (3đ) Vẽ hình đúng 0,25đa) Tính đ- ợc số đo góc $NIP = 135^0$ 0,75đ

b) (1đ)

Vẽ hình và C/m đ- ợc góc $NDP = 90^0$ 0,5đ

Chứng minh đ- ợc tứ giác DOPN nội tiếp đ- ợc. 0,5đ

c) (1đ) + C/m phân thuận

Kẻ $JE//AC$, $JF//BC$ và C/m đ- ợc góc $EJF = 45^0$ 0,25đ

Lập luận và kết luận điểm J: 0,25đ

+ C/m phân đảo 0,25đ

+ Kết luận quỹ tích 0,25đ

Bài 5: (1,5đ) a) (1đ)Tìm đ- ợc điều kiện của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt: 0,5đ

Tìm đ- ợc toạ độ 2 điểm A, B 0,5đ

b) Tìm đ- ợc quỹ tích trung điểm I: $\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-3}{4} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{8m-11}{4} \end{cases}$ và kết luận 0,5đ

ĐỀ 1065**Câu 1 (3 điểm)**

Cho biểu thức :

$$A = \left(\frac{1}{\sqrt{x-1}} + \frac{1}{\sqrt{x+1}} \right)^2 \cdot \frac{x^2 - 1}{2} - \sqrt{1 - x^2}$$

- 1) Tìm điều kiện của x để biểu thức A có nghĩa .
- 2) Rút gọn biểu thức A .
- 3) Giải phương trình theo x khi $A = -2$.

Câu 2 (1 điểm)

Giải phương trình :

$$\sqrt{5x-1} - \sqrt{3x-2} = \sqrt{x-1}$$

Câu 3 (3 điểm)

Trong mặt phẳng tọa độ cho điểm A (-2 , 2) và đường thẳng (D) : $y = -2(x + 1)$.

- a) Điểm A có thuộc (D) hay không ?
- b) Tìm a trong hàm số $y = ax^2$ có đồ thị (P) đi qua A .
- c) Viết phương trình đường thẳng đi qua A và vuông góc với (D) .

Câu 4 (3 điểm)

Cho hình vuông ABCD cố định , có độ dài cạnh là a . E là điểm di chuyển trên đoạn CD (khác D) , đường thẳng AE cắt đường thẳng BC tại F , đường thẳng vuông góc với AE tại A cắt đường thẳng CD tại K .

- 1) Chứng minh tam giác ABF = tam giác ADK từ đó suy ra tam giác AFK vuông cân .
- 2) Gọi I là trung điểm của FK , Chứng minh I là tâm đường tròn đi qua A , C , F , K .
- 3) Tính số đo góc AIF , suy ra 4 điểm A , B , F , I cùng nằm trên một đường tròn .

ĐỀ 1066

Câu 1 (2 điểm)

Cho hàm số : $y = \frac{1}{2}x^2$

- 1) Nêu tập xác định , chiều biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số.
- 2) Lập phương trình đường thẳng đi qua điểm (2 , -6) có hệ số góc a và tiếp xúc với đồ thị hàm số trên .

Câu 2 (3 điểm)

Cho phương trình : $x^2 - mx + m - 1 = 0$.

- 1) Gọi hai nghiệm của phương trình là x_1 , x_2 . Tính giá trị của biểu thức .

$$M = \frac{x_1^2 + x_2^2 - 1}{x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2} . \text{ Từ đó tìm m để } M > 0 .$$

- 2) Tìm giá trị của m để biểu thức $P = x_1^2 + x_2^2 - 1$ đạt giá trị nhỏ nhất .

Câu 3 (2 điểm)

Giải phương trình :

$$a) \sqrt{x-4} = 4-x$$

$$b) |2x+3| = 3-x$$

Câu 4 (3 điểm)

Cho hai đồng tròn (O_1) và (O_2) có bán kính bằng R cắt nhau tại A và B , qua A vẽ cát tuyến cắt hai đồng tròn (O_1) và (O_2) thứ tự tại E và F , đồng thẳng EC , DF cắt nhau tại P .

- 1) Chứng minh rằng : $BE = BF$.
- 2) Một cát tuyến qua A và vuông góc với AB cắt (O_1) và (O_2) lần lượt tại C, D . Chứng minh tứ giác $BEPF$, $BCPD$ nội tiếp và BP vuông góc với EF .
- 3) Tính diện tích phần giao nhau của hai đồng tròn khi $AB = R$.

ĐỀ 1067**Câu 1 (3 điểm)**

- 1) Giải bất phương trình : $|x+2| < |x-4|$
- 2) Tìm giá trị nguyên lớn nhất của x thỏa mãn .

$$\frac{2x+1}{3} > \frac{3x-1}{2} + 1$$

Câu 2 (2 điểm)

Cho phương trình : $2x^2 - (m+1)x + m - 1 = 0$

- a) Giải phương trình khi $m = 1$.
- b) Tìm các giá trị của m để hiệu hai nghiệm bằng tích của chúng.

Câu 3 (2 điểm)

Cho hàm số : $y = (2m+1)x - m + 3$ (1)

- a) Tìm m biết đồ thị hàm số (1) đi qua điểm $A(-2; 3)$.
- b) Tìm điểm cố định mà đồ thị hàm số luôn đi qua với mọi giá trị của m .

Câu 4 (3 điểm)

Cho góc vuông xOy , trên Ox , Oy lần lượt lấy hai điểm A và B sao cho $OA = OB$. M là điểm bất kỳ trên AB .

Dựng đồng tròn tâm O_1 đi qua M và tiếp xúc với Ox tại A , đồng tròn tâm O_2 đi qua M tiếp xúc với Oy tại B , (O_1) cắt (O_2) tại điểm thứ hai N .

- 1) Chứng minh tứ giác $OANB$ là tứ giác nội tiếp và ON là phân giác của góc ANB .
- 2) Chứng minh M nằm trên một cung tròn cố định khi M thay đổi.
- 3) Xác định vị trí của M để khoảng cách O_1O_2 là ngắn nhất.

ĐỀ 1068**Câu 1 (3 điểm)**

Cho biểu thức : $A = \left(\frac{2\sqrt{x}+x}{x\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}+2}{x+\sqrt{x}+1} \right)$

- a) Rút gọn biểu thức.

b) Tính giá trị của \sqrt{A} khi $x = 4 + 2\sqrt{3}$

Câu 2 (2 điểm)

Giải phương trình : $\frac{2x-2}{x^2-36} - \frac{x-2}{x^2-6x} = \frac{x-1}{x^2+6x}$

Câu 3 (2 điểm)

Cho hàm số : $y = -\frac{1}{2}x^2$

a) Tìm x biết $f(x) = -8$; $-\frac{1}{8}$; 0 ; 2 .

b) Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm A và B nằm trên đồ thị có hoành độ lần lượt là -2 và 1 .

Câu 4 (3 điểm)

Cho hình vuông ABCD , trên cạnh BC lấy 1 điểm M . Đường tròn đường kính AM cắt đường tròn đường kính BC tại N và cắt cạnh AD tại E .

1) Chứng minh E, N, C thẳng hàng .

2) Gọi F là giao điểm của BN và DC . Chứng minh $\triangle BCF = \triangle CDE$

3) Chứng minh rằng MF vuông góc với AC .

ĐỀ 1069

Câu 1 (3 điểm)

Cho hệ phương trình : $\begin{cases} -2mx + y = 5 \\ mx + 3y = 1 \end{cases}$

a) Giải hệ phương trình khi $m = 1$.

b) Giải và biện luận hệ phương trình theo tham số m .

c) Tìm m để $x - y = 2$.

Câu 2 (3 điểm)

1) Giải hệ phương trình : $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x^2 - x = y^2 - y \end{cases}$

2) Cho phương trình bậc hai : $ax^2 + bx + c = 0$. Gọi hai nghiệm của phương trình là x_1, x_2 . Lập phương trình bậc hai có hai nghiệm là $2x_1 + 3x_2$ và $3x_1 + 2x_2$.

Câu 3 (2 điểm)

Cho tam giác cân ABC ($AB = AC$) nội tiếp đường tròn tâm O .

M là một điểm chuyển động trên đường tròn . Từ B hạ đường thẳng vuông góc với AM cắt CM ở D .

Chứng minh tam giác BMD cân

Câu 4 (2 điểm)

1) Tính : $\frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{2}}$

2) Giải bất phương trình :

$$(x - 1)(2x + 3) > 2x(x + 3).$$

ĐỀ 1070

Câu 1 (2 điểm)

Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} \frac{2}{x-1} + \frac{1}{y+1} = 7 \\ \frac{5}{x-1} - \frac{2}{y-1} = 4 \end{cases}$$

Câu 2 (3 điểm)

Cho biểu thức : $A = \frac{\sqrt{x} + 1}{x\sqrt{x} + x + \sqrt{x}} : \frac{1}{x^2 - \sqrt{x}}$

a) Rút gọn biểu thức A .

b) Coi A là hàm số của biến x vẽ đồ thị hàm số A .

Câu 3 (2 điểm)

Tìm điều kiện của tham số m để hai phương trình sau có nghiệm chung .

$$x^2 + (3m + 2)x - 4 = 0 \text{ và } x^2 + (2m + 3)x + 2 = 0.$$

Câu 4 (3 điểm)

Cho đường tròn tâm O và đường thẳng d cắt (O) tại hai điểm A, B .

Từ một điểm M trên d vẽ hai tiếp tuyến ME , MF (E , F là tiếp điểm) .

1) Chứng minh góc EMO = góc OFE và đường tròn đi qua 3 điểm M, E, F đi qua 2 điểm cố định khi m thay đổi trên d .

2) Xác định vị trí của M trên d để tứ giác OEMF là hình vuông .

ĐỀ 1071

Câu 1 (2 điểm)

Cho phương trình $(m^2 + m + 1)x^2 - (m^2 + 8m + 3)x - 1 = 0$

a) Chứng minh $x_1 x_2 < 0$.

b) Gọi hai nghiệm của phương trình là x_1, x_2 . Tìm giá trị lớn nhất , nhỏ nhất của biểu thức :

$$S = x_1 + x_2 .$$

Câu 2 (2 điểm)

Cho phương trình : $3x^2 + 7x + 4 = 0$. Gọi hai nghiệm của phương trình là x_1, x_2 không giải phương trình lập phương trình bậc hai mà có hai nghiệm

là : $\frac{x_1}{x_2 - 1}$ và $\frac{x_2}{x_1 - 1}$.

Câu 3 (3 điểm)

- 1) Cho $x^2 + y^2 = 4$. Tìm giá trị lớn nhất , nhỏ nhất của $x + y$.
- 2) Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 16 \\ x + y = 8 \end{cases}$$
- 3) Giải phương trình : $x^4 - 10x^3 - 2(m - 11)x^2 + 2(5m + 6)x + 2m = 0$

Câu 4 (3 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn tâm O . Đường phân giác trong của góc A , B cắt đường tròn tâm O tại D và E , gọi giao điểm hai đường phân giác là I , đường thẳng DE cắt CA, CB lần lượt tại M , N .

- 1) Chứng minh tam giác AIE và tam giác BID là tam giác cân .
- 2) Chứng minh tứ giác AEMI là tứ giác nội tiếp và $MI \parallel BC$.
- 3) Tứ giác CMIN là hình gì ?

ĐỀ 1072

Câu 1 (2 điểm)

Tìm m để phương trình $(x^2 + x + m)(x^2 + mx + 1) = 0$ có 4 nghiệm phân biệt .

Câu 2 (3 điểm)

Cho hệ phương trình :
$$\begin{cases} x + my = 3 \\ mx + 4y = 6 \end{cases}$$

- a) Giải hệ khi $m = 3$
- b) Tìm m để phương trình có nghiệm $x > 1$, $y > 0$.

Câu 3 (1 điểm)

Cho x, y là hai số dương thoả mãn $x^5 + y^5 = x^3 + y^3$. Chứng minh $x^2 + y^2 \leq 1 + xy$

Câu 4 (3 điểm)

- 1) Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn (O). Chứng minh $AB \cdot CD + BC \cdot AD = AC \cdot BD$
- 2) Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp trong đường tròn (O) đường kính AD. Đường cao của tam giác kẻ từ đỉnh A cắt cạnh BC tại K và cắt đường tròn (O) tại E.
 - a) Chứng minh : $DE \parallel BC$.
 - b) Chứng minh : $AB \cdot AC = AK \cdot AD$.
 - c) Gọi H là trực tâm của tam giác ABC. Chứng minh tứ giác BHCD là hình bình hành.

ĐỀ 1073**Câu 1 (2 điểm)**

Trục căn thức ở mẫu các biểu thức sau :

$$A = \frac{\sqrt{2}+1}{2\sqrt{3}+\sqrt{2}}; \quad B = \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{2-\sqrt{2}}}; \quad C = \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}+1}$$

Câu 2 (3 điểm)

Cho phương trình : $x^2 - (m+2)x + m^2 - 1 = 0$ (1)

a) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình .Tìm m thỏa mãn $x_1 - x_2 = 2$.

b) Tìm giá trị nguyên nhỏ nhất của m để phương trình có hai nghiệm khác nhau .

Câu 3 (2 điểm)

Cho $a = \frac{1}{2-\sqrt{3}}; b = \frac{1}{2+\sqrt{3}}$

Lập một phương trình bậc hai có các hệ số bằng số và có các nghiệm là

$$x_1 = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}+1}; x_2 = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}+1}$$

Câu 4 (3 điểm)

Cho hai đường tròn (O_1) và (O_2) cắt nhau tại A và B . Một đường thẳng đi qua A cắt đường tròn (O_1) , (O_2) lần lượt tại C,D , gọi I , J là trung điểm của AC và AD .

1) Chứng minh tứ giác $O_1 I J O_2$ là hình thang vuông .

2) Gọi M là giao điểm của CO_1 và DO_2 . Chứng minh O_1, O_2, M, B nằm trên một đường tròn

3) E là trung điểm của IJ , đường thẳng CD quay quanh A . Tìm tập hợp điểm E.

4) Xác định vị trí của dây CD để dây CD có độ dài lớn nhất .

ĐỀ 1074**Câu 1 (3 điểm)**

1) Vẽ đồ thị của hàm số : $y = \frac{x^2}{2}$

2) Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm (2; -2) và (1 ; -4)

3) Tìm giao điểm của đường thẳng vừa tìm được với đồ thị trên .

Câu 2 (3 điểm)

a) Giải phương trình :

$$\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}} = 2$$

b) Tính giá trị của biểu thức

$$S = x\sqrt{1+y^2} + y\sqrt{1+x^2} \text{ với } xy + \sqrt{(1+x^2)(1+y^2)} = a$$

Câu 3 (3 điểm)

Cho tam giác ABC , góc B và góc C nhọn . Các đường tròn đồng kính AB , AC cắt nhau tại A và F . Một đường thẳng qua A cắt đường tròn đồng kính AB , AC lần lượt tại E và F .

- 1) Chứng minh B , C , D thẳng hàng .
- 2) Chứng minh B , C , E , F nằm trên một đường tròn .
- 3) Xác định vị trí của đường thẳng qua A để EF có độ dài lớn nhất .

Câu 4 (1 điểm)

Cho $F(x) = \sqrt{2-x} + \sqrt{1+x}$

- a) Tìm các giá trị của x để F(x) xác định .
- b) Tìm x để F(x) đạt giá trị lớn nhất .

ĐỀ 1075**Câu 1 (3 điểm)**

- 1) Vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{2}$
- 2) Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm (2 ; -2) và (1 ; -4)
- 3) Tìm giao điểm của đường thẳng vừa tìm được với đồ thị trên .

Câu 2 (3 điểm)

- 1) Giải phương trình :

$$\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}} = 2$$

- 2) Giải phương trình :

$$\frac{2x+1}{x} + \frac{4x}{2x+1} = 5$$

Câu 3 (3 điểm)

Cho hình bình hành ABCD , đường phân giác của góc BAD cắt DC và BC theo thứ tự tại E và F . Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MNC .

- 1) Chứng minh các tam giác DAM , ABN , MCN , là các tam giác cân .
- 2) Chứng minh B , C , D , O nằm trên một đường tròn .

Câu 4 (1 điểm)

Cho $x + y = 3$ và $y \geq 2$. Chứng minh $x^2 + y^2 \geq 5$

ĐỀ 1076**Câu 1 (3 điểm)**

- 1) Giải phương trình : $\sqrt{2x+5} + \sqrt{x-1} = 8$
- 2) Xác định a để tổng bình phương hai nghiệm của phương trình $x^2 + ax + a - 2 = 0$ là bé nhất .

Câu 2 (2 điểm)

Trong mặt phẳng tọa độ cho điểm A (3 ; 0) và đường thẳng $x - 2y = -2$.

- a) Vẽ đồ thị của đường thẳng . Gọi giao điểm của đường thẳng với trục tung

và trục hoành là B và E .

b) Viết phương trình đường thẳng qua A và vuông góc với đường thẳng $x - 2y = -2$.

c) Tìm tọa độ giao điểm C của hai đường thẳng đó .

Chứng minh rằng $EO \cdot EA = EB \cdot EC$ và tính diện tích của tứ giác OACB .

Câu 3 (2 điểm)

Giả sử x_1 và x_2 là hai nghiệm của phương trình :

$$x^2 - (m+1)x + m^2 - 2m + 2 = 0 \quad (1)$$

a) Tìm các giá trị của m để phương trình có nghiệm kép , hai nghiệm phân biệt .

b) Tìm m để $x_1^2 + x_2^2$ đạt giá trị bé nhất , lớn nhất .

Câu 4 (3 điểm)

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O . Kẻ đường cao AH , gọi trung điểm của AB , BC theo thứ tự là M , N và E , F theo thứ tự là hình chiếu vuông góc của A , B , C trên đường kính AD .

a) Chứng minh rằng MN vuông góc với HE .

b) Chứng minh N là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác HEF .

ĐỀ 1077

Câu 1 (2 điểm)

So sánh hai số : $a = \frac{9}{\sqrt{11} - \sqrt{2}} ; b = \frac{6}{3 - \sqrt{3}}$

Câu 2 (2 điểm)

Cho hệ phương trình :

$$\begin{cases} 2x + y = 3a - 5 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

Gọi nghiệm của hệ là (x, y) , tìm giá trị của a để $x^2 + y^2$ đạt giá trị nhỏ nhất .

Câu 3 (2 điểm)

Giải hệ phương trình :

$$\begin{cases} x + y + xy = 5 \\ x^2 + y^2 + xy = 7 \end{cases}$$

Câu 4 (3 điểm)

1) Cho tứ giác lồi ABCD các cặp cạnh đối AB , CD cắt nhau tại P và BC , AD cắt nhau tại Q . Chứng minh rằng đường tròn ngoại tiếp các tam giác ABQ , BCP , DCQ , ADP cắt nhau tại một điểm .

3) Cho tứ giác ABCD là tứ giác nội tiếp . Chứng minh

$$\frac{AB \cdot AD + CB \cdot CD}{BA \cdot BC + DC \cdot DA} = \frac{AC}{BD}$$

Câu 4 (1 điểm)

Cho hai số dương x , y có tổng bằng 1 . Tìm giá trị nhỏ nhất của :

$$S = \frac{1}{x^2 + y^2} + \frac{3}{4xy}$$

ĐỀ 1078

Câu 1 (2 điểm)

Tính giá trị của biểu thức :

$$P = \frac{2 + \sqrt{3}}{\sqrt{2} + \sqrt{2 + \sqrt{3}}} + \frac{2 - \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{2 - \sqrt{3}}}$$

Câu 2 (3 điểm)

1) Giải và biện luận phương trình :

$$(m^2 + m + 1)x^2 - 3m = (m + 2)x + 3$$

2) Cho phương trình $x^2 - x - 1 = 0$ có hai nghiệm là x_1, x_2 .

Hãy lập phương trình bậc hai có hai nghiệm là : $\frac{x_1}{1 - x_2}; \frac{x_2}{1 - x_1}$

Câu 3 (2 điểm)

Tìm các giá trị nguyên của x để biểu thức : $P = \frac{2x - 3}{x + 2}$ là nguyên .

Câu 4 (3 điểm)

Cho đường tròn tâm O và cát tuyến CAB (C ở ngoài đường tròn) .
Từ điểm chính giữa của cung lớn AB kẻ đường kính MN cắt AB tại I , CM
cắt đường tròn tại E , EN cắt đường thẳng AB tại F .

- 1) Chứng minh tứ giác MEFI là tứ giác nội tiếp .
- 2) Chứng minh góc CAE bằng góc MEB .
- 3) Chứng minh : CE . CM = CF . CI = CA . CB

ĐỀ 1079

Câu 1 (2 điểm)

$$\text{Giải hệ phương trình : } \begin{cases} x^2 - 5xy - 2y^2 = 3 \\ y^2 + 4xy + 4 = 0 \end{cases}$$

Câu 2 (2 điểm)

Cho hàm số : $y = \frac{x^2}{4}$ và $y = -x - 1$

- a) Vẽ đồ thị hai hàm số trên cùng một hệ trục tọa độ .
- b) Viết phương trình các đường thẳng song song với đường thẳng

$y = -x - 1$ và cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{4}$ tại điểm có tung độ là 4 .

Câu 2 (2 điểm)

Cho phương trình : $x^2 - 4x + q = 0$

- Với giá trị nào của q thì phương trình có nghiệm .
- Tìm q để tổng bình phương các nghiệm của phương trình là 16 .

Câu 3 (2 điểm)

- Tìm số nguyên nhỏ nhất x thỏa mãn phương trình :

$$|x - 3| + |x + 1| = 4$$

- Giải phương trình :

$$3\sqrt{x^2 - 1} - x^2 - 1 = 0$$

Câu 4 (2 điểm)

Cho tam giác vuông ABC (góc A = 90°) có $AC < AB$, AH là đường cao kẻ từ đỉnh A . Các tiếp tuyến tại A và B với đường tròn tâm O ngoại tiếp tam giác ABC cắt nhau tại M . Đoạn MO cắt cạnh AB ở E , MC cắt đường cao AH tại F . Kéo dài CA cho cắt đường thẳng BM ở D . Đường thẳng BF cắt đường thẳng AM ở N .

- Chứng minh $OM \parallel CD$ và M là trung điểm của đoạn thẳng BD .
- Chứng minh $EF \parallel BC$.
- Chứng minh HA là tia phân giác của góc MHN .

ĐỀ 1080

Câu 1 : (2 điểm)

Trong hệ trục tọa độ Oxy cho hàm số $y = 3x + m$ (*)

- Tính giá trị của m để đồ thị hàm số đi qua : a) A(-1 ; 3) ; b) B(- 2 ; 5)
- Tìm m để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là - 3 .
- Tìm m để đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ là - 5 .

Câu 2 : (2,5 điểm)

Cho biểu thức : $A = \left(\frac{1}{1-\sqrt{x}} + \frac{1}{1+\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{1}{1-\sqrt{x}} - \frac{1}{1+\sqrt{x}} \right) + \frac{1}{1-\sqrt{x}}$

- Rút gọn biểu thức A .
- Tính giá trị của A khi $x = 7 + 4\sqrt{3}$
- Với giá trị nào của x thì A đạt giá trị nhỏ nhất .

Câu 3 : (2 điểm)

Cho phương trình bậc hai : $x^2 + \sqrt{3}x - \sqrt{5} = 0$ và gọi hai nghiệm của phương trình là x_1 và x_2 . Khi giải phương trình , tính giá trị của các biểu thức sau :

a) $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}$

b) $x_1^2 + x_2^2$

$$c) \frac{1}{x_1^3} + \frac{1}{x_2^3}$$

$$d) \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$$

Câu 4 (3,5 điểm)

Cho tam giác ABC vuông ở A và một điểm D nằm giữa A và B . Đồng tròn đồng kính cắt BC tại E . Các đường thẳng CD , AE lần lượt cắt đồng tròn tại các điểm thứ hai F , G . Chứng minh :

- Tam giác ABC đồng dạng với tam giác EBD .
- Tứ giác ADEC và AFBC nội tiếp được trong một đồng tròn .
- AC song song với FG .
- Các đường thẳng AC , DE và BF đồng quy .

ĐỀ 1081

Câu 1 (2,5 điểm)

$$\text{Cho biểu thức : } A = \left(\frac{a\sqrt{a}-1}{a-\sqrt{a}} - \frac{a\sqrt{a}+1}{a+\sqrt{a}} \right) : \frac{a+2}{a-2}$$

- Với những giá trị nào của a thì A xác định .
- Rút gọn biểu thức A .
- Với những giá trị nguyên nào của a thì A có giá trị nguyên .

Câu 2 (2 điểm)

Một ô tô dự định đi từ A đến B trong một thời gian nhất định .
Nếu xe chạy với vận tốc 35 km/h thì đến chậm mất 2 giờ . Nếu xe chạy với vận tốc 50 km/h thì đến sớm hơn 1 giờ . Tính quãng đường AB và thời gian dự định đi lúc đầu .

Câu 3 (2 điểm)

$$a) \text{ Giải hệ phương trình : } \begin{cases} \frac{1}{x+y} + \frac{1}{x-y} = 3 \\ \frac{2}{x+y} - \frac{3}{x-y} = 1 \end{cases}$$

$$b) \text{ Giải phương trình : } \frac{x+5}{x^2-5x} - \frac{x-5}{2x^2+10x} = \frac{x+25}{2x^2-50}$$

Câu 4 (4 điểm)

Cho điểm C thuộc đoạn thẳng AB sao cho AC = 10 cm ; CB = 40 cm .
Vẽ về cùng một nửa mặt phẳng bờ là AB các nửa đồng tròn đồng kính theo thứ tự là AB , AC , CB có tâm lần lượt là O , I , K . Đồng vuông góc với AB tại C cắt nửa đồng tròn (O) ở E . Gọi M , N theo thứ tự là giao điểm của EA , EB với các nửa đồng tròn (I) , (K) . Chứng minh :

- EC = MN .
- MN là tiếp tuyến chung của các nửa đồng tròn (I) và (K) .
- Tính độ dài MN .

d) Tính diện tích hình được giới hạn bởi ba nửa đường tròn .

ĐỀ 1082

Câu 1 (2 điểm)

Cho biểu thức : $A = \frac{1+\sqrt{1-a}}{1-a+\sqrt{1-a}} + \frac{1-\sqrt{1+a}}{1+a-\sqrt{1+a}} + \frac{1}{\sqrt{1+a}}$

- 1) Rút gọn biểu thức A .
- 2) Chứng minh rằng biểu thức A luôn dương với mọi a .

Câu 2 (2 điểm)

Cho phương trình : $2x^2 + (2m - 1)x + m - 1 = 0$

- 1) Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $3x_1 - 4x_2 = 11$.
- 2) Tìm đẳng thức liên hệ giữa x_1 và x_2 không phụ thuộc vào m .
- 3) Với giá trị nào của m thì x_1 và x_2 cùng dương .

Câu 3 (2 điểm)

Hai ô tô khởi hành cùng một lúc đi từ A đến B cách nhau 300 km . Ô tô thứ nhất mỗi giờ chạy nhanh hơn ô tô thứ hai 10 km nên đến B sớm hơn ô tô thứ hai 1 giờ . Tính vận tốc mỗi xe ô tô .

Câu 4 (3 điểm)

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O . M là một điểm trên cung AC (không chứa kẻ MH vuông góc với AC ; MK vuông góc với BC .

- 1) Chứng minh tứ giác MHKC là tứ giác nội tiếp .
- 2) Chứng minh $\angle AMB = \angle HMK$
- 3) Chứng minh $\triangle AMB$ đồng dạng với $\triangle HMK$.

Câu 5 (1 điểm)

Tìm nghiệm dương của hệ :
$$\begin{cases} xy(x+y) = 6 \\ yz(y+z) = 12 \\ zx(z+x) = 30 \end{cases}$$

ĐỀ 1083

(Thi tuyển sinh lớp 10 - THPT năm 2006 - 2007 - Hải dương - 120 phút - Ngày 28 / 6 / 2006)

Câu 1 (3 điểm)

1) Giải các phương trình sau :

- a) $4x + 3 = 0$
- b) $2x - x^2 = 0$

2) Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 5 + y = 4x \end{cases}$$

Câu 2 (2 điểm)

1) Cho biểu thức : $P = \frac{\sqrt{a}+3}{\sqrt{a}-2} - \frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+2} + \frac{4\sqrt{a}-4}{4-a}$ ($a > 0$; $a \neq 4$)

a) Rút gọn P .

b) Tính giá trị của P với $a = 9$.

2) Cho phương trình : $x^2 - (m+4)x + 3m + 3 = 0$ (m là tham số)

a) Xác định m để phương trình có một nghiệm bằng 2 . Tìm nghiệm còn lại .

b) Xác định m để phương trình có hai nghiệm x_1 ; x_2 thỏa mãn $x_1^3 + x_2^3 \geq 0$

Câu 3 (1 điểm)

Khoảng cách giữa hai thành phố A và B là 180 km . Một ô tô đi từ A đến B , nghỉ 90 phút ở B , rồi lại từ B về A . Thời gian lúc đi đến lúc trở về A là 10 giờ .

Biết vận tốc lúc về kém vận tốc lúc đi là 5 km/h . Tính vận tốc lúc đi của ô tô .

Câu 4 (3 điểm)

Tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn đường kính AD . Hai đường chéo AC , BD cắt nhau tại E . Hình chiếu vuông góc của E trên AD là F . Đường thẳng CF cắt đường tròn tại điểm thứ hai là M . Giao điểm của BD và CF là N

Chứng minh :

a) CEFD là tứ giác nội tiếp .

b) Tia FA là tia phân giác của góc BFM .

c) BE . DN = EN . BD

Câu 5 (1 điểm)

Tìm m để giá trị lớn nhất của biểu thức $\frac{2x+m}{x^2+1}$ bằng 2 .

ĐỀ 1084

Câu 1 (3 điểm)

1) Giải các phương trình sau :

a) $5(x - 1) = 2$

b) $x^2 - 6 = 0$

2) Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $y = 3x - 4$ với hai trục tọa độ .

Câu 2 (2 điểm)

1) Giả sử đường thẳng (d) có phương trình : $y = ax + b$.

Xác định a , b để (d) đi qua hai điểm A (1 ; 3) và B (- 3 ; - 1)

2) Gọi x_1 ; x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 2(m-1)x - 4 = 0$ (m là tham số)

Tìm m để : $|x_1| + |x_2| = 5$

3) Rút gọn biểu thức : $P = \frac{\sqrt{x}+1}{2\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}-1}{2\sqrt{x}+2} - \frac{2}{\sqrt{x}-1} \quad (x \geq 0; x \neq 0)$

Câu 3(1 điểm)

Một hình chữ nhật có diện tích 300 m^2 . Nếu giảm chiều rộng đi 3 m , tăng chiều dài thêm 5m thì ta được hình chữ nhật mới có diện tích bằng diện tích bằng diện tích hình chữ nhật ban đầu . Tính chu vi hình chữ nhật ban đầu .

Câu 4 (3 điểm)

Cho điểm A ở ngoài đường tròn tâm O . Kẻ hai tiếp tuyến AB , AC với đường tròn (B , C là tiếp điểm) . M là điểm bất kỳ trên cung nhỏ BC ($M \neq B$; $M \neq C$) . Gọi D , E , F tương ứng là hình chiếu vuông góc của M trên các đường thẳng AB , AC , BC ; H là giao điểm của MB và DF ; K là giao điểm của MC và EF .

1) Chứng minh :

a) MECF là tứ giác nội tiếp .

b) MF vuông góc với HK .

2) Tìm vị trí của M trên cung nhỏ BC để tích MD . ME lớn nhất .

Câu 5 (1 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) cho điểm A (-3 ; 0) và Parabol (P) có phương trình $y = x^2$. Hãy tìm tọa độ của điểm M thuộc (P) để cho độ dài đoạn thẳng AM nhỏ nhất .

ĐỀ 1085

Câu 1 : (3 điểm) Giải các phương trình

a) $3x^2 - 48 = 0$.

b) $x^2 - 10x + 21 = 0$.

c) $\frac{8}{x-5} + 3 = \frac{20}{x-5}$

Câu 2 : (2 điểm)

a) Tìm các giá trị của a , b biết rằng đồ thị của hàm số $y = ax + b$ đi qua hai điểm

A(2 ; - 1) và B ($\frac{1}{2}$; 2)

b) Với giá trị nào của m thì đồ thị của các hàm số $y = mx + 3$; $y = 3x - 7$ và đồ thị của hàm số xác định ở câu (a) đồng quy .

Câu 3 (2 điểm) Cho hệ phương trình .

$$\begin{cases} mx - ny = 5 \\ 2x + y = n \end{cases}$$

a) Giải hệ khi $m = n = 1$.

b) Tìm m , n để hệ đã cho có nghiệm $\begin{cases} x = -\sqrt{3} \\ y = \sqrt{3} + 1 \end{cases}$

Câu 4 : (3 điểm)

Cho tam giác vuông ABC ($C = 90^\circ$) nội tiếp trong đ-ờng tròn tâm O . Trên cung nhỏ AC lấy một điểm M bất kỳ (M khác A và C) . Vẽ đ-ờng tròn tâm A bán kính AC , đ-ờng tròn này cắt đ-ờng tròn (O) tại điểm D (D khác C) . Đoạn thẳng BM cắt đ-ờng tròn tâm A ở điểm N .

- Chứng minh MB là tia phân giác của góc CMD .
- Chứng minh BC là tiếp tuyến của đ-ờng tròn tâm A nói trên .
- So sánh góc CNM với góc MDN .
- Cho biết $MC = a$, $MD = b$. Hãy tính đoạn thẳng MN theo a và b .

ĐỀ 1086

Câu 1 : (3 điểm)

Cho hàm số : $y = \frac{3x^2}{2}$ (P)

- Tính giá trị của hàm số tại $x = 0$; -1 ; $-\frac{1}{3}$; -2 .
- Biết $f(x) = \frac{9}{2}; -8; \frac{2}{3}; \frac{1}{2}$ tìm x .
- Xác định m để đ-ờng thẳng (D) : $y = x + m - 1$ tiếp xúc với (P) .

Câu 2 : (3 điểm)

Cho hệ ph-ơng trình :

$$\begin{cases} 2x - my = m^2 \\ x + y = 2 \end{cases}$$

- Giải hệ khi $m = 1$.
- Giải và biện luận hệ ph-ơng trình .

Câu 3 : (1 điểm)

Lập ph-ơng trình bậc hai biết hai nghiệm của ph-ơng trình là :

$$x_1 = \frac{2 - \sqrt{3}}{2} \quad x_2 = \frac{2 + \sqrt{3}}{2}$$

Câu 4 : (3 điểm)

Cho ABCD là một tứ giác nội tiếp . P là giao điểm của hai đường chéo AC và BD .

- Chứng minh hình chiếu vuông góc của P lên 4 cạnh của tứ giác là 4 đỉnh của một tứ giác có đ-ờng tròn nội tiếp .

- b) M là một điểm trong tứ giác sao cho ABMD là hình bình hành . Chứng minh rằng $\angle CBM = \angle CDM$ thì $\angle ACD = \angle BCM$.
- c) Tìm điều kiện của tứ giác ABCD để :

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AB.CD + AD.BC)$$

ĐỀ 1087

Câu 1 (2 điểm) .

Giải phương trình

- a) $1 - x - \sqrt{3 - x} = 0$
 b) $x^2 - 2|x| - 3 = 0$

Câu 2 (2 điểm) .

Cho Parabol (P) : $y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (D) : $y = px + q$.

Xác định p và q để đường thẳng (D) đi qua điểm A (- 1 ; 0) và tiếp xúc với (P) .
 Tìm tọa độ tiếp điểm .

Câu 3 : (3 điểm)

Trong cùng một hệ trục tọa độ Oxy cho parabol (P) : $y = \frac{1}{4}x^2$

và đường thẳng (D) : $y = mx - 2m - 1$

- a) Vẽ (P) .
 b) Tìm m sao cho (D) tiếp xúc với (P) .
 c) Chứng tỏ (D) luôn đi qua một điểm cố định .

Câu 4 (3 điểm) .

Cho tam giác vuông ABC (góc A = 90°) nội tiếp đường tròn tâm O , kẻ đường kính AD .

- 1) Chứng minh tứ giác ABCD là hình chữ nhật .
- 2) Gọi M , N thứ tự là hình chiếu vuông góc của B , C trên AD , AH là đường cao của tam giác (H trên cạnh BC) . Chứng minh HM vuông góc với AC .
- 3) Xác định tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MHN .
- 4) Gọi bán kính đường tròn ngoại tiếp và đường tròn nội tiếp tam giác ABC là R và r . Chứng minh $R + r \geq \sqrt{AB.AC}$

ĐỀ 1088**Câu 1 (3 điểm) .**

Giải các phương trình sau .

a) $x^2 + x - 20 = 0$.

b) $\frac{1}{x+3} + \frac{1}{x-1} = \frac{1}{x}$

c) $\sqrt{31-x} = x-1$

Câu 2 (2 điểm)

Cho hàm số $y = (m - 2)x + m + 3$.

a) Tìm điều kiện của m để hàm số luôn nghịch biến .

b) Tìm m để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là 3 .

c) Tìm m để đồ thị các hàm số $y = -x + 2$; $y = 2x - 1$ và $y = (m - 2)x + m + 3$ đồng quy

Câu 3 (2 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 7x + 10 = 0$. Không giải phương trình tính .

a) $x_1^2 + x_2^2$

b) $x_1^2 - x_2^2$

c) $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$

Câu 4 (4 điểm)

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O , đường phân giác trong của góc A cắt cạnh BC tại D và cắt đường tròn ngoại tiếp tại I .

a) Chứng minh rằng OI vuông góc với BC .

b) Chứng minh $BI^2 = AI \cdot DI$.

c) Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên BC .

Chứng minh góc BAH = góc CAO .

d) Chứng minh góc HAO = $\left| B \right| - \left| C \right|$

ĐỀ 1089

Câu 1 (3 điểm) . Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị là đường cong Parabol (P) .

a) Chứng minh rằng điểm A($-\sqrt{2}; 2$) nằm trên đường cong (P) .

b) Tìm m để đồ thị (d) của hàm số $y = (m - 1)x + m$ ($m \in \mathbb{R}$, $m \neq 1$) cắt đường cong (P) tại một điểm .

c) Chứng minh rằng với mọi m khác 1 đồ thị (d) của hàm số $y = (m-1)x + m$ luôn đi qua một điểm cố định .

Câu 2 (2 điểm) .

Cho hệ ph-ơng trình :
$$\begin{cases} -2mx + y = 5 \\ mx + 3y = 1 \end{cases}$$

- Giải hệ ph-ơng trình với $m = 1$
- Giải biện luận hệ ph-ơng trình theo tham số m .
- Tìm m để hệ ph-ơng trình có nghiệm thoả mãn $x^2 + y^2 = 1$.

Câu 3 (3 điểm)

Giải ph-ơng trình

$$\sqrt{x+3-4\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+8-6\sqrt{x-1}} = 5$$

Câu 4 (3 điểm)

Cho tam giác ABC , M là trung điểm của BC . Giả sử góc BAM = Góc BCA.

- Chứng minh rằng tam giác ABM đồng dạng với tam giác CBA .
- Chứng minh : $BC^2 = 2 AB^2$. So sánh BC và đ-ờng chéo hình vuông cạnh là AB
- Chứng tỏ BA là tiếp tuyến của đ-ờng tròn ngoại tiếp tam giác AMC .
- Đ-ờng thẳng qua C và song song với MA , cắt đ-ờng thẳng AB ở D . Chứng tỏ đ-ờng tròn ngoại tiếp tam giác ACD tiếp xúc với BC .

ĐỀ 1090

Câu 1 (3 điểm)

- Giải ph-ơng trình : $\sqrt{x+1} = 3 - \sqrt{x-2}$
- Cho Parabol (P) có ph-ơng trình $y = ax^2$. Xác định a để (P) đi qua điểm A(-1; -2) . Tính toạ độ các giao điểm của (P) và đ-ờng trung trực của đoạn OA .

Câu 2 (2 điểm)

- Giải hệ ph-ơng trình

$$\begin{cases} \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y-2} = 2 \\ \frac{2}{y-2} - \frac{3}{x-1} = 1 \end{cases}$$

- Xác định giá trị của m sao cho đồ thị hàm số (H) : $y = \frac{1}{x}$ và đ-ờng thẳng (D) : $y = -m$ tiếp xúc nhau .

Câu 3 (3 điểm)

Cho ph-ơng trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 2m + 3 = 0$ (1).

- Giải ph-ơng trình với $m = 1$.
- Xác định giá trị của m để (1) có hai nghiệm trái dấu .
- Tìm m để (1) có một nghiệm bằng 3 . Tìm nghiệm kia .

Câu 4 (3 điểm)

Cho hình bình hành ABCD có đỉnh D nằm trên đ-ờng tròn đ-ờng kính AB . Hạ BN và DM cù

vuông góc với đường chéo AC .

Chứng minh :

- Tứ giác CBMD nội tiếp .
- Khi điểm D di động trên đường tròn thì BMD + BCD không đổi .
- $DB \cdot DC = DN \cdot AC$

ĐỀ 1091

Câu 1 (3 điểm)

Giải các phương trình :

- $x^4 - 6x^2 - 16 = 0$.
- $x^2 - 2|x| - 3 = 0$
- $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 - 3\left(x - \frac{1}{x}\right) + \frac{8}{9} = 0$

Câu 2 (3 điểm)

Cho phương trình $x^2 - (m+1)x + m^2 - 2m + 2 = 0$ (1)

- Giải phương trình với $m = 2$.
- Xác định giá trị của m để phương trình có nghiệm kép . Tìm nghiệm kép đó .
- Với giá trị nào của m thì $x_1^2 + x_2^2$ đạt giá trị bé nhất , lớn nhất .

Câu 3 (4 điểm) .

Cho tứ giác ABCD nội tiếp trong đường tròn tâm O . Gọi I là giao điểm của hai đường chéo AC và BD , còn M là trung điểm của cạnh CD . Nối MI kéo dài cắt cạnh AB ở N . Từ B kẻ đường thẳng song song với MN , đường thẳng đó cắt các đường thẳng AC ở E . Qua E kẻ đường thẳng song song với CD , đường thẳng này cắt đường thẳng BD ở F .

- Chứng minh tứ giác ABEF nội tiếp .
- Chứng minh I là trung điểm của đoạn thẳng BF và $AI \cdot IE = IB^2$.
- Chứng minh $\frac{NA}{NB} = \frac{IA^2}{IB^2}$

ĐỀ 1092

Câu 1 (2 điểm)

Phân tích thành nhân tử .

- $x^2 - 2y^2 + xy + 3y - 3x$.
- $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$.

Câu 2 (3 điểm)

Cho hệ ph-ơng trình .

$$\begin{cases} mx - y = 3 \\ 3x + my = 5 \end{cases}$$

a) Giải hệ ph-ơng trình khi $m = 1$.

b) Tìm m để hệ có nghiệm đồng thời thoả mãn điều kiện ; $x + y - \frac{7(m-1)}{m^2 + 3} = 1$

Câu 3 (2 điểm)

Cho hai đ-ờng thẳng $y = 2x + m - 1$ và $y = x + 2m$.

a) Tìm giao điểm của hai đ-ờng thẳng nói trên .

b) Tìm tập hợp các giao điểm đó .

Câu 4 (3 điểm)

Cho đ-ờng tròn tâm O . A là một điểm ở ngoài đ-ờng tròn , từ A kẻ tiếp tuyến AM , AN với đ-ờng tròn , cát tuyến từ A cắt đ-ờng tròn tại B và C (B nằm giữa A và C) .

Gọi I là trung điểm của BC .

1) Chứng minh rằng 5 điểm A , M , I , O , N nằm trên một đ-ờng tròn .

2) Một đ-ờng thẳng qua B song song với AM cắt MN và MC lần l-ợt tại E và F . Chứng minh tứ giác $BENI$ là tứ giác nội tiếp và E là trung điểm của EF .

ĐỀ 1093

Câu 1 (3 điểm)

Cho ph-ơng trình : $x^2 - 2(m + n)x + 4mn = 0$.

a) Giải ph-ơng trình khi $m = 1$; $n = 3$.

b) Chứng minh rằng ph-ơng trình luôn có nghiệm với mọi m, n .

c) Gọi x_1, x_2 , là hai nghiệm của ph-ơng trình . Tính $x_1^2 + x_2^2$ theo m, n .

Câu 2 (2 điểm)

Giải các ph-ơng trình .

a) $x^3 - 16x = 0$

b) $\sqrt{x} = x - 2$

c) $\frac{1}{3-x} + \frac{14}{x^2-9} = 1$

Câu 3 (2 điểm)

Cho hàm số : $y = (2m - 3)x^2$.

1) Khi $x < 0$ tìm các giá trị của m để hàm số luôn đồng biến .

2) Tìm m để đồ thị hàm số đi qua điểm $(1, -1)$. Vẽ đồ thị với m vừa tìm đ-ợc .

Câu 4 (3điểm)

Cho tam giác nhọn ABC và đ-ờng kính BON . Gọi H là trực tâm của tam giác ABC , Đ-ờng thẳng BH cắt đ-ờng tròn ngoại tiếp tam giác ABC tại M .

1) Chứng minh tứ giác $AMCN$ là hình thang cân .

2) Gọi I là trung điểm của AC . Chứng minh H, I, N thẳng hàng .

3) Chứng minh rằng $BH = 2OI$ và tam giác CHM cân .

ĐỀ 1094

Câu 1 (2 điểm)

Cho ph-ơng trình : $x^2 + 2x - 4 = 0$. gọi x_1, x_2 , là nghiệm của ph-ơng trình .

Tính giá trị của biểu thức : $A = \frac{2x_1^2 + 2x_2^2 - 3x_1x_2}{x_1x_2^2 + x_1^2x_2}$

Câu 2 (3 điểm)

Cho hệ ph-ơng trình
$$\begin{cases} a^2x - y = -7 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$$

a) Giải hệ ph-ơng trình khi $a = 1$

b) Gọi nghiệm của hệ ph-ơng trình là (x, y) . Tìm các giá trị của a để $x + y = 2$.

Câu 3 (2 điểm)

Cho ph-ơng trình $x^2 - (2m + 1)x + m^2 + m - 1 = 0$.

a) Chứng minh rằng ph-ơng trình luôn có nghiệm với mọi m .

b) Gọi x_1, x_2 , là hai nghiệm của ph-ơng trình .

Tìm m sao cho : $(2x_1 - x_2)(2x_2 - x_1)$ đạt giá trị nhỏ nhất và tính giá trị nhỏ nhất ấy .

c) Hãy tìm một hệ thức liên hệ giữa x_1 và x_2 mà không phụ thuộc vào m .

Câu 4 (3 điểm)

Cho hình thoi $ABCD$ có góc $A = 60^\circ$. M là một điểm trên cạnh BC , đ-ờng thẳng AM cắt cạnh DC kéo dài tại N .

a) Chứng minh : $AD^2 = BM \cdot DN$.

b) Đ-ờng thẳng DM cắt BN tại E . Chứng minh tứ giác $BECD$ nội tiếp .

c) Khi hình thoi $ABCD$ cố định . Chứng minh điểm E nằm trên một cung tròn cố định khi m chạy trên BC .

ĐỀ 1095

Bài 1. Cho các số a, b, c thỏa mãn điều kiện:

$$\begin{cases} a + b + c = 0 \\ a^2 + b^2 + c^2 = 14 \end{cases} \quad \text{.Hãy tính giá trị biểu thức } P = 1 + a^4 + b^4 + c^4 .$$

Bài 2. a) Giải ph-ơng trình $\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} = \sqrt{2x-8}$

$$\text{b) Giải hệ ph-ơng trình : } \begin{cases} x + y + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{9}{2} \\ xy + \frac{1}{xy} = \frac{5}{2} \end{cases}$$

Bài 3. Tìm tất cả các số nguyên d -ơng n sao cho $n^2 + 9n - 2$ chia hết cho $n + 11$.

Bài 4. Cho vòng tròn (C) và điểm I nằm trong vòng tròn. Dựng qua I hai dây cung bất kỳ MIN, EIF . Gọi M', N', E', F' là các trung điểm của IM, IN, IE, IF .

a) Chứng minh rằng : tứ giác $M'E'N'F'$ là tứ giác nội tiếp.

b) Giả sử I thay đổi, các dây cung MIN, EIF thay đổi. Chứng minh rằng vòng tròn ngoại tiếp tứ giác M'E'N'F' có bán kính không đổi.

c) Giả sử I cố định, các dây cung MIN, EIF thay đổi nh- ng luôn vuông góc với nhau.

Bài 6. Tìm vị trí của các dây cung MIN, EIF sao cho tứ giác M'E'N'F' có diện tích lớn nhất.

Bài 7. Các số d- ơng x, y thay đổi thỏa mãn điều kiện: $x + y = 1$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức : $P = \left(x^2 + \frac{1}{y^2}\right) \left(y^2 + \frac{1}{x^2}\right)$

ĐỀ 1096

Bài 1. a) Giải ph- ơng trình $(1 + x)^4 = 2(1 + x^4)$.

b) Giải hệ ph- ơng trình
$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 7 \\ y^2 + yz + z^2 = 28 \\ z^2 + xz + x^2 = 7 \end{cases}$$

Bài 2. a) Phân tích đa thức $x^5 - 5x - 4$ thành tích của một đa thức bậc hai và một đa thức bậc ba với hệ số nguyên.

b) áp dụng kết quả trên để rút gọn biểu thức $P = \frac{2}{\sqrt{4 - 3\sqrt{5} + 2\sqrt{5} - \sqrt{125}}}$.

Bài 3. Cho ΔABC đều. Chứng minh rằng với mọi điểm M ta luôn có $MA \leq MB + MC$.

Bài 4. Cho $\angle xOy$ cố định. Hai điểm A, B khác O lần l- ợt chạy trên Ox và Oy

Bài 5. t- ơng ứng sao cho $OA \cdot OB = 3 \cdot OA - 2 \cdot OB$. Chứng minh rằng đ- ờng thẳng AB luôn đi qua một điểm cố định.

Bài 6. Cho hai số nguyên d- ơng m, n thỏa mãn $m > n$ và m không chia hết cho n. Biết rằng số d- khi chia m cho n bằng số d- khi chia m + n cho m — n.

Hãy tính tỷ số $\frac{m}{n}$.

ĐỀ 1097

Bài 1. Cho $x > 0$ hãy tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{(x + \frac{1}{x})^6 - (x^6 + \frac{1}{x^6}) - 2}{(x + \frac{1}{x})^3 + x^3 + \frac{1}{x^3}}$.

Bài 2. Giải hệ ph- ơng trình
$$\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x}} + \sqrt{2 - \frac{1}{y}} = 2 \\ \frac{1}{\sqrt{y}} + \sqrt{2 - \frac{1}{x}} = 2 \end{cases}$$

Bài 3. Chứng minh rằng với mọi n nguyên d- ơng ta có : $n^3 + 5n : 6$.

Bài 4. Cho a, b, c > 0. Chứng minh rằng : $\frac{a^3}{b} + \frac{b^3}{c} + \frac{c^3}{a} \geq ab + bc + ca$.

Bài 5. Cho hình vuông ABCD cạnh bằng a. Gọi M, N, P, Q là các điểm bất kỳ lần

l-ợt nằm trên các cạnh AB, BC, CD, DA.

a) Chứng minh rằng $2a^2 \leq MN^2 + NP^2 + PQ^2 + QM^2 \leq 4a^2$.

b) Giả sử M là một điểm cố định trên cạnh AB. Hãy xác định vị trí các điểm N, P, Q lần l-ợt trên các cạnh BC, CD, DA sao cho MNPQ là một hình vuông.

ĐỀ 1098

Bài 1. a) Tính $S = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{1999.2000}$.

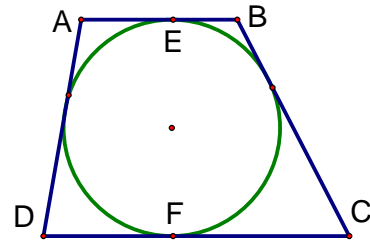
b) Giải hệ ph-ơng trình :
$$\begin{cases} x^2 + \frac{1}{y^2} + \frac{x}{y} = 3 \\ x + \frac{1}{y} + \frac{x}{y} = 3 \end{cases}$$

Bài 2. a) Giải ph-ơng trình $\sqrt{x-4} + \sqrt{x^3+x^2+x+1} = 1 + \sqrt{x^4-1}$

b) Tìm tất cả các giá trị của a để ph-ơng trình

$$2x^2 - (4a + \frac{11}{2})x + 4a^2 + 7 = 0 \text{ có ít nhất một nghiệm nguyên.}$$

Bài 3. Cho đ-ờng tròn tâm O nội tiếp trong hình thang ABCD (AB // CD), tiếp xúc với cạnh AB tại E và với cạnh CD tại F nh- hình



a) Chứng minh rằng $\frac{BE}{AE} = \frac{DF}{CF}$.

b) Cho AB = a, CB = b (a < b), BE = 2AE.

Tính diện tích hình thang ABCD.

Bài 4. Cho x, y là hai số thực bất kì khác không.

Bài 5. Chứng minh rằng $(\frac{4x^2y^2}{(x^2+y^2)^8} + \frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2}) \geq 3$. Dấu đẳng thức xảy ra khi nào ?

a) Giải ph-ơng trình $\sqrt{x^2+8} + \sqrt{2-x^2} = 4$.

b) Giải hệ ph-ơng trình :
$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 7 \\ x^4 + x^2y^2 + y^4 = 21 \end{cases}$$

ĐỀ 1099

Bài 1. Các số a, b thỏa mãn điều kiện :
$$\begin{cases} a^3 - 3ab^2 = 19 \\ b^3 - 3ba^2 = 98 \end{cases}$$

Hãy tính giá trị biểu thức $P = a^2 + b^2$.

Bài 2. Cho các số a, b, c $\in [0,1]$. Chứng minh rằng {Mờ}

Bài 3. Cho đ-ờng tròn (O) bán kính R và hai điểm A, B cố định trên (O) sao cho

Bài 4. $AB < 2R$. Giả sử M là điểm thay đổi trên cung lớn AB của đ-ờng tròn.

a) Kẻ từ B đ-ờng tròn vuông góc với AM, đ-ờng thẳng này cắt AM tại I và

Bài 5. (O) tại N. Gọi J là trung điểm của MN. Chứng minh rằng khi M thay đổi

Bài 6. trên đ-ờng tròn thì mỗi điểm I, J đều nằm trên một đ-ờng tròn cố định.

b) Xác định vị trí của M để chu vi ΔAMB là lớn nhất.

Bài 7. a) Tìm các số nguyên d-ơng n sao cho mỗi số $n + 26$ và $n - 11$ đều là lập ph-ơng của một số nguyên d-ơng.

b) Cho các số x, y, z thay đổi thỏa mãn điều kiện $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

Hãy tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = xy + yz + zx + \frac{1}{2}(x^2(y-z)^2 + y^2(z-x)^2 + z^2(x-y)^2).$$

ĐỀ 1100

Bài 1. a) Giải ph-ơng trình $x + \sqrt{x + \frac{1}{2}} + \sqrt{x + \frac{1}{4}} = 2$.

b) Giải hệ ph-ơng trình :
$$\begin{cases} x^3 + 2xy^2 + 12y = 0 \\ 8y^3 + x^2 = 12 \end{cases}$$

Bài 2. Tìm max và min của biểu thức : $A = x^2y(4 - x - y)$ khi x và y thay đổi thỏa mãn điều kiện : $x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 6$.

Bài 3. Cho hình thoi ABCD. Gọi R, r lần l-ợt là các bán kính các đ-ờng tròn ngoại tiếp các tam giác ABD, ABC và a là độ dài cạnh hình thoi. Chứng minh rằng

$$\frac{1}{R^2} + \frac{1}{r^2} = \frac{4}{a^2}.$$

Bài 4. Tìm tất cả các số nguyên d-ơng a, b, c đôi một khác nhau sao cho biểu thức

$$A = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{ab} + \frac{1}{ac} + \frac{1}{bc} \text{ nhận giá trị nguyên d-ơng.}$$

ĐỀ 1100_1

Bài 1. a) Rút gọn biểu thức $A = \sqrt[3]{2\sqrt{3} - 4\sqrt{2}} \cdot \sqrt[6]{44 + 16\sqrt{6}}$.

b) Phân tích biểu thức $P = (x - y)^5 + (y - z)^5 + (z - x)^5$ thành nhân tử.

Bài 2. a) Cho các số a, b, c, x, y, z thỏa mãn các điều kiện
$$\begin{cases} a + b + c = 0 \\ x + y + z = 0 \\ \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 0 \end{cases}$$

Bài 3. hãy tính giá trị của biểu thức $A = xa^2 + yb^2 + zc^2$.

b) Cho 4 số a, b, c, d mỗi số đều không âm và nhỏ hơn hoặc bằng 1.

Chứng minh rằng

$$0 \leq a + b + c + d - ab - bc - cd - da \leq 2. \text{ Khi nào đẳng thức xảy ra dấu bằng.}$$

Bài 4. Cho tr-ớc a, d là các số nguyên d-ơng. Xét các số có dạng :

$$a, a + d, a + 2d, \dots, a + nd, \dots$$

Chứng minh rằng trong các số đó có ít nhất một số mà 4 chữ số đầu tiên

của nó là 1991.

- Bài 5.** Trong một cuộc hội thảo khoa học có 100 ng-ời tham gia. Giả sử mỗi ng-ời đều quen biết với ít nhất 67 ng-ời. Chứng minh rằng có thể tìm đ-ợc một nhóm 4 ng-ời mà bất kì 2 ng-ời trong nhóm đó đều quen biết nhau.
- Bài 6.** Cho hình vuông ABCD. Lấy điểm M nằm trong hình vuông sao cho $\angle MAB = \angle MBA = 15^\circ$. Chứng minh rằng $\triangle MCD$ đều.
- Bài 7.** Hãy xây dựng một tập hợp gồm 8 điểm có tính chất : Đ-ờng trung trực của đoạn thẳng nối hai điểm bất kì luôn đi qua ít nhất hai điểm của tập hợp đó.