Mỗi nỗ lực, dù là nhỏ nhất,
đều **CÓ Ý NGHĨA**

$$1{,}01^{365} = 37{,}8$$

$$0{,}99^{365} = 0{,}03$$

Mỗi sự từ bỏ, dù một chút thôi,
đều khiến mọi cố gắng trở nên **VÔ NGHĨA**

ĐỀ 501

Câu 1. Rút gọn:

1) A = $(1-\sqrt{5})\cdot\dfrac{\sqrt{5}+5}{2\sqrt{5}}$.

2) B = $\left(1+\dfrac{x+\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\right)\left(1+\dfrac{x-\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}\right)$ với $0\le x\ne 1$.

Câu 2. Cho phương trình $x^2+(3-m)x+2(m-5)=0$ với m là tham số.

1) Chứng minh rằng với mọi giá trị của m phương trình luôn có nghiệm $x=2$.

2) Tìm giá trị của m để phương trình trên có nghiệm $x=5-2\sqrt{2}$.

Câu 3. Một xe ô tô cần chạy quãng đường 80km trong thời gian đã dự định. Vì trời mưa nên một phần tư quãng đường đầu xe phải chạy chậm hơn vận tốc dự định là 15km/h nên quãng đường còn lại xe phải chạy nhanh hơn vận tốc dự định là 10km/h. Tính thời gian dự định của xe ô tô đó.

Câu 4. Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB. Lấy điểm C thuộc nửa đường tròn và điểm D nằm trên đoạn OA. Vẽ các tiếp tuyến Ax, By của nửa đường tròn. Đường thẳng qua C, vuông góc với CD cắt cắt tiếp tuyên Ax, By lần lượt tại M và N.

1) Chứng minh các tứ giác ADCM và BDCN nội tiếp được đường tròn.

2) Chứng mình rằng $MDN=90^0$.

3) Gọi P là giao điểm của AC và DM, Q là giao điểm của BC và DN. Chứng minh rằng PQ song song với AB.

Câu 5. Cho các số dương a, b, c. Chứng minh bất đẳng thức:

$$\frac{a+b}{c}+\frac{b+c}{a}+\frac{c+a}{b}\ge 4\left(\frac{a}{b+c}+\frac{b}{c+a}+\frac{c}{a+b}\right).$$

Câu 1.

1) A = $(1-\sqrt{5})\cdot\dfrac{\sqrt{5}(1+\sqrt{5})}{2\sqrt{5}}=(1-\sqrt{5})\cdot\dfrac{(1+\sqrt{5})}{2}=\dfrac{1-5}{2}=-2$.

2) B = $\left(1+\dfrac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)}{1+\sqrt{x}}\right)\left(1+\dfrac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)}{1-\sqrt{x}}\right)=\left(1+\sqrt{x}\right)\left(1-\sqrt{x}\right)=1-x$.

Câu 2.

1) Thay $x=2$ vào vế trái của phương trình ta được:

$2^2+(3-m).2+2(m-5)=4+6-2m+2m-10=0$ đúng với mọi m

nên phương trình có nghiệm $x=2$ với mọi m

2) Vì phương trình luôn có nghiệm $x=2$ nên để nó có nghiệm $x=5-2\sqrt{2}$ thì theo định lý Vi-et ta có: $2\left(5-2\sqrt{2}\right)=2(m-5)\Leftrightarrow 5-2\sqrt{2}=m-5\Leftrightarrow m=10-2\sqrt{2}$.

Câu 3.

Gọi x (km/h) là vận tốc dự định của xe, x > 15.

Thời gian dự định của xe là $\dfrac{80}{x}$.

Thời gian xe đi trong một phần tư quãng đường đầu là $\dfrac{20}{x-15}$, thời gian xe đi trong quãng đường còn lại là $\dfrac{60}{x+10}$.

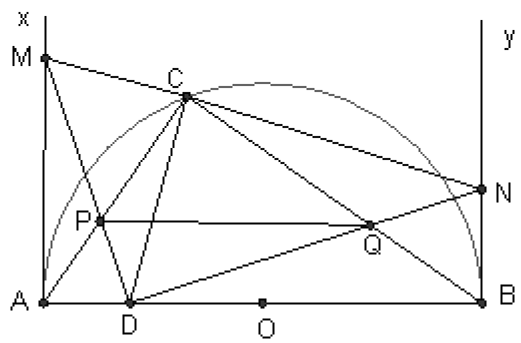
Theo bài ra ta có $\dfrac{80}{x} = \dfrac{20}{x-15} + \dfrac{60}{x+10}$ (1).

Biến đổi (1) $\Leftrightarrow \dfrac{4}{x} = \dfrac{1}{x-15} + \dfrac{3}{x+10} \Leftrightarrow 4(x-15)(x+10) = x(4x-35)$

$\Leftrightarrow 15x = 600 \Leftrightarrow$ x = 40 (thoả mãn điều kiện).

Từ đó thời gian dự định của xe là $\dfrac{80}{40} = 2$ giờ.

Câu 4.



1) Ta có vì Ax là tiếp tuyến của nửa đường tròn nên $MAD = 90^0$. Mặt khác theo giả thiết $MCD = 90^0$ nên suy ra tứ giác ADCM nội tiếp.

Tương tự, tứ giác BDCN cũng nội tiếp.

2) Theo câu trên vì các tứ giác ADCM và BDCN nội tiếp nên: $DMC = DAC$, $DNC = DBC$.

Suy ra $DMC + DNC = DAC + DBC = 90^0$. Từ đó $MDN = 90^0$.

3) Vì $ACB = MDN = 90^0$ nên tứ giác CPDQ nội tiếp. Do đó $CPQ = CDQ = CDN$.

Lại do tứ giác CDBN nội tiếp nên $CDN = CBN$. Hơn nữa ta có $CBN = CAB$, suy ra $CPQ = CAB$ hay PQ song song với AB.

Câu 5. Với các số dương x, y ta có: $(x+y)^2 \geq 4xy \Leftrightarrow \dfrac{x+y}{xy} \geq \dfrac{4}{x+y} \Leftrightarrow \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} \geq \dfrac{4}{x+y}$

Áp dụng bất đẳng thức trên ta, có:

$$\frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} = a\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) + b\left(\frac{1}{c} + \frac{1}{a}\right) + c\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$$

$$\geq a.\frac{4}{b+c} + b.\frac{4}{c+a} + c.\frac{4}{a+b} = 4\left(\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b}\right)$$

Vậy bất đẳng thức được chứng minh.

Lời bình:

Câu II.1

Thay câu II.1 bởi câu : Chứng minh phương trình có nghiệm không phụ thuộc giá trị của m, ta được một bài toán "thông minh hơn".

Biến đổi phương trình về dạng $m(x-2)=x^2+3x-10$. (1)

Xem (1) là phương trình đối với m. Thế thì (1) có nghiệm không phụ thuộc m khi và chỉ khi $x - 2 = x^2 + 3x - 10 = 0 \Leftrightarrow x = 2$.

Vậy có x = 2 là nghiệm cố định không phụ thuộc vào m của phương trình đã cho.

Vấn đề nghiệm cố định còn được bàn thêm ở lời bình sau câu Câu I4b, đề 32.

ĐỀ 502

Câu 1. Cho biểu thức $A=\left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}-\frac{1}{x-\sqrt{x}}\right):\left(\frac{1}{\sqrt{x}+1}+\frac{2}{x-1}\right)$ với a > 0, a ≠ 1

1) Rút gọn biểu thức A.

2) Tính giá trị của A khi $x=2\sqrt{2}+3$.

Câu 2. Cho phương trình $x^2+ax+b+1=0$ với a,b là tham số.

1) Giải phương trình khi $a=3$ và $b=-5$.

2) Tìm giá trị của a,b để phương trình trên có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 thoả mãn điều kiện: $\begin{cases} x_1-x_2=3 \\ x_1^3-x_2^3=9 \end{cases}$.

Câu 3. Một chiếc thuyền chạy xuôi dòng từ bến sông A đến bên sông B cách nhau 24km. Cùng lúc đó, từ A một chiếc bè trôi về B với vận tốc dòng nước là 4 km/h. Khi về đến B thì chiếc thuyền quay lại ngay và gặp chiếc bè tại địa điểm C cách A là 8km. Tính vận tốc thực của chiếc thuyền.

Câu 4. Cho đường trong (O, R) và đường thẳng d không qua O cắt đường tròn tại hai điểm A, B. Lấy một điểm M trên tia đối của tia BA kẻ hai tiếp tuyến MC, MD với đường tròn (C, D là các tiếp điểm). Gọi H là trung điểm của AB.

1) Chứng minh rằng các điểm M, D, O, H cùng nằm trên một đường tròn.

2) Đoạn OM cắt đường tròn tại I. Chứng minh rằng I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác MCD.

3) Đường thẳng qua O, vuông góc với OM cắt các tia MC, MD thứ tự tại P và Q. Tìm vị trí của điểm M trên d sao cho diện tích tam giác MPQ bé nhất.

Câu 5. Cho các số thực dương a, b, c thoả mãn $a+b+c=\frac{1}{abc}$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức P = $(a+b)(a+c)$.

Câu 1.

1) Ta có A = $\left(\frac{x-1}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)}\right):\left(\frac{\sqrt{x}+1}{x-1}\right)=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}.\frac{x-1}{\sqrt{x}+1}=\frac{x-1}{\sqrt{x}}$.

2) $x = 2\sqrt{2} + 3 \Leftrightarrow x = \left(\sqrt{2}+1\right)^2 \Leftrightarrow \sqrt{x} = \sqrt{2}+1$ nên A = $\dfrac{2\sqrt{2}+2}{\sqrt{2}+1} = 2$.

Câu 2. 1) Khi $a = 3$ và $b = -5$ ta có phương trình: $x^2 + 3x - 4 = 0$. Do a + b + c = 0 nên phương trình có nghiệm $x_1 = 1,\ x_2 = -4$.

2) Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1, x_2 \Leftrightarrow \ \Delta = a^2 - 4(b+1) > 0$ (*)

Khi đó theo định lý Vi-et, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = -a \\ x_1x_2 = b+1 \end{cases}$ (1).

Bài toán yêu cầu $\begin{cases} x_1 - x_2 = 3 \\ x_1^3 - x_2^3 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 - x_2 = 3 \\ \left(x_1 - x_2\right)^3 + 3x_1x_2\left(x_1 - x_2\right) = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 - x_2 = 3 \\ x_1x_2 = -2 \end{cases}$ (2).

Từ hệ (2) ta có: $\left(x_1 + x_2\right)^2 = \left(x_1 - x_2\right)^2 + 4x_1x_2 = 3^2 + 4(-2) = 1$, kết hợp với (1) được $\begin{cases} a^2 = 1 \\ b+1 = -2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 1, b = -3 \\ a = -1, b = -3 \end{array}\right.$.

Các giá trị này đều thoả mãn điều kiện (*) nên chúng là các giá trị cần tìm.

Câu 3.

Gọi x (km/h) là vận tốc thực của chiếc thuyền (x > 4).

Vận tốc của chiếc thuyền khi xuôi dòng là x + 4 (km/m).

Vận tốc của chiếc thuyền khi ngược dòng là x – 4 km.

Thời gian chiếc thuyền đi từ A đến B là $\dfrac{24}{x+4}$.

Thời gian chiếc thuyền quay về từ B đến C là $\dfrac{16}{x-4}$.

Thời gian chiếc bè đi được $\dfrac{8}{4} = 2$ (giờ).

Ta có phương trình: $\dfrac{24}{x+4} + \dfrac{16}{x-4} = 2$ (1).

Biến đổi phương trình: (1) $\Leftrightarrow 12(x-4) + 8(x+4) = (x-4)(x+4) \Leftrightarrow x^2 - 20x = 0$

$\Leftrightarrow x(x-20) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 20 \end{array}\right.$.

Đối chiếu với điều kiện ta thấy chỉ có nghiệm x = 20 thoả mãn. Vậy vận tốc thực của chiếc thuyền là 20km/h.

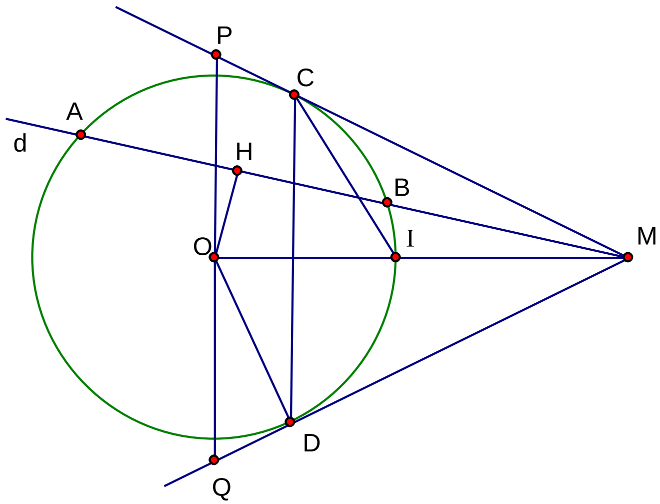
Câu 4.

1) Vì H là trung điểm của AB nên $OH \perp AB$ hay $OHM = 90^0$. Theo tính chất của tiếp tuyến ta lại có $OD \perp DM$ hay $ODM = 90^0$. Suy ra các điểm M, D, O, H cùng nằm trên một đường tròn.

2) Theo tính chất tiếp tuyến, ta có MC = MD $\Rightarrow$ ΔMCD cân tại M $\Rightarrow$ MI là một đường phân giác của CMD. Mặt khác I là điểm chính giữa cung nhỏ CD nên $DCI = \frac{1}{2}$sđDI = $\frac{1}{2}$sđCI = MCI

$\Rightarrow$ CI là phân giác của MCD. Vậy I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác MCD.

3) Ta có tam giác MPQ cân ở M, có MO là đường cao nên diện tích của nó được tính: $S = 2S_{OQM} = 2.\frac{1}{2}.OD.QM = R(MD + DQ)$. Từ đó S nhỏ nhất $\Leftrightarrow$ MD + DQ nhỏ nhất. Mặt khác, theo hệ thức lượng trong tam giác vuông OMQ ta có $DM.DQ = OD^2 = R^2$ không đổi nên MD + DQ nhỏ nhất $\Leftrightarrow$ DM = DQ = R. Khi đó OM = $R\sqrt{2}$ hay M là giao điểm của d với đường tròn tâm O bán kính $R\sqrt{2}$.



Câu 5.

Từ giả thiết ta có: $abc(a+b+c)=1$. Do đó, áp dụng bất đẳng thức Côsi,

P = $(a+b)(a+c)$ = $a^2+ab+ac+bc$ = $a(a+b+c)+bc$ $\geq$ $2\sqrt{a(a+b+c)bc}$ = 2.

Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} a(a+b+c)=bc \\ a+b+c=\dfrac{1}{abc} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a(a+b+c)=1 \\ bc=1 \end{cases}$.

Hệ này có vô số nghiệm dương, chẳng hạn ta chọn b = c = 1 $\Rightarrow$ a = $\sqrt{2}-1$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức P là 2.

ĐỀ 503

Câu 1: 1) Rút gọn biểu thức: $\dfrac{1}{2-\sqrt{5}} - \dfrac{1}{2+\sqrt{5}}$.

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 3x + y = 9 \\ x - 2y = -4 \end{cases}$.

Câu 2: Cho biểu thức $P = \left(\frac{1}{x + \sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}+1}\right) : \frac{\sqrt{x}}{x + 2\sqrt{x} + 1}$ với $x > 0$.

1) Rút gọn biểu thức P.

2) Tìm các giá trị của x để $P > \frac{1}{2}$.

Câu 3: Cho phương trình ẩn x: $x^2 - x + m = 0$ (1)

1) Giải phương trình đã cho với m = 1.

2) Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn: $(x_1x_2 - 1)^2 = 9(x_1 + x_2)$.

Câu 4: Cho tứ giác ABCD có hai đỉnh B và C ở trên nửa đường tròn đường kính AD, tâm O. Hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại E. Gọi H là hình chiếu vuông góc của E xuống AD và I là trung điểm của DE. Chứng minh rằng:

1) Các tứ giác ABEH, DCEH nội tiếp được đường tròn.

2) E là tâm đường tròn nội tiếp tam giác BCH.

2) Năm điểm B, C, I, O, H cùng thuộc một đường tròn.

Câu 5: Giải phương trình: $\left(\sqrt{x+8} - \sqrt{x+3}\right)\left(\sqrt{x^2 + 11x + 24} + 1\right) = 5$.

Câu 1:

1) $\frac{1}{2-\sqrt{5}} - \frac{1}{2+\sqrt{5}} = \frac{\left(2+\sqrt{5}\right) - \left(2-\sqrt{5}\right)}{\left(2-\sqrt{5}\right)\left(2+\sqrt{5}\right)} = \frac{2\sqrt{5}}{-1} = -2\sqrt{5}$

2) $\begin{cases} 3x + y = 9 \\ x - 2y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x + 2y = 18 \\ x - 2y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x = 14 \\ y = 9 - 3x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$.

Câu 2:

1) $P = \left(\frac{1}{x + \sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}+1}\right) : \frac{\sqrt{x}}{x + 2\sqrt{x} + 1} = \left(\frac{1}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)}\right) . \frac{\left(\sqrt{x}+1\right)^2}{\sqrt{x}}$

$= \frac{1-\sqrt{x}}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)} . \frac{\left(\sqrt{x}+1\right)^2}{\sqrt{x}} = \frac{\left(1-\sqrt{x}\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}{\sqrt{x}.\sqrt{x}} = \frac{1 - x}{x}$.

2) Với $x > 0$ thì $\frac{1 - x}{x} > \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2(1 - x) > x \Leftrightarrow -3x > -2 \Leftrightarrow x < \frac{2}{3}$.

Vậy với $0 < x < \frac{2}{3}$ thì $P > \frac{1}{2}$.

Câu 3:

1) Với m = 1, ta có phương trình: $x^2 - x + 1 = 0$

Vì $\Delta = -3 < 0$ nên phương trình trên vô nghiệm.

2) Ta có: $\Delta = 1 - 4m$. Để phương trình có nghiệm thì $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow 1 - 4m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{1}{4}$ (1).

Theo hệ thức Vi-ét ta có: $x_1 + x_2 = 1$ và $x_1.x_2 = m$

Thay vào đẳng thức: $(x_1x_2 - 1)^2 = 9(x_1 + x_2)$, ta được:

$(m-1)^2 = 9 \Leftrightarrow m^2 - 2m - 8 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -2 \\ m = 4 \end{array}\right.$..

Đối chiếu với điều kiện (1) suy ra chỉ có $m = -2$ thỏa mãn.

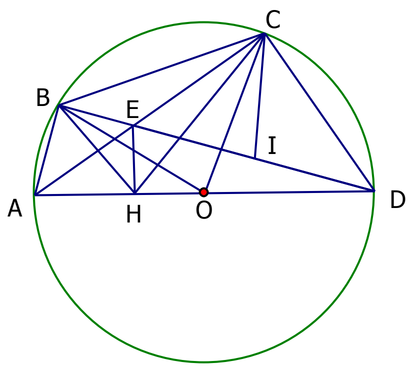
Câu 4:

1) Tứ giác ABEH có: $B = 90^0$ (góc nội tiếp trong nửa đường tròn); $H = 90^0$ (giả thiết) nên tứ giác ABEH nội tiếp được.

Tương tự, tứ giác DCEH có $C = H = 90^0$, nên nội tiếp được.

2) Trong tứ giác nội tiếp ABEH, ta có:

$EBH = EAH$ (cùng chắn cung EH)



Trong (O) ta có: $EAH = CAD = CBD$ (cùng chắn cung CD).

Suy ra: $EBH = EBC$, nên BE là tia phân giác của góc HBC.

Tương tự, ta có: $ECH = BDA = BCE$, nên CE là tia phân giác của góc BCH.

Vậy E là tâm đường tròn nội tiếp tam giác BCH.

3) Ta có I là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông ECD, nên $BIC = 2EDC$ (góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung EC). Mà $EDC = EHC$, suy ra $BIC = BHC$.

+ Trong (O), $BOC = 2BDC = BHC$ (góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung BC).

+ Suy ra: H, O, I ở trên cung chứa góc BHC dựng trên đoạn BC, hay 5 điểm B, C, H, O, I cùng nằm trên một đường tròn.

Câu 5: ĐK: $x \geq -3$ (1)

Đặt $\sqrt{x+8} = a$; $\sqrt{x+3} = b$ $(a \geq 0; b \geq 0)$ (2)

Ta có: $a^2 - b^2 = 5$; $\sqrt{x^2 + 11x + 24} = \sqrt{(x+8)(x+3)} = ab$

Thay vào phương trình đã cho ta được:

$(a - b)(ab + 1) = a^2 - b^2 \Leftrightarrow (a - b)(1 - a)(1 - b) = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a - b = 0 \\ 1 - a = 0 \\ 1 - b = 0 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{x+8} = \sqrt{x+3}\ (vn) \\ \sqrt{x+8} = 1 \\ \sqrt{x+3} = 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -7 \\ x = -2 \end{array}\right.$$

Đối chiếu với (1) suy ra phương trình đã cho có nghiệm duy nhất x = - 2.

ĐỀ 504

Câu 1: Rút gọn các biểu thức sau:

1) $A = \frac{1}{2}\sqrt{20} - \sqrt{80} + \frac{2}{3}\sqrt{45}$

2) $B = \left(2 + \frac{5-\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1}\right).\left(2 - \frac{5+\sqrt{5}}{\sqrt{5}+1}\right)$

Câu 2: 1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x - y = 1 - 2y \\ 3x + y = 3 - x \end{cases}$

2) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình: $x^2 - x - 3 = 0$.

Tính giá trị biểu thức $P = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$.

Câu 3. Một xe lửa đi từ Huế ra Hà Nội. Sau đó 1 giờ 40 phút, một xe lửa khác đi từ Hà Nội vào Huế với vận tốc lớn hơn vận tốc của xe lửa thứ nhất là 5 km/h. Hai xe gặp nhau tại một ga cách Hà Nội 300 km. Tìm vận tốc của mỗi xe, giả thiết rằng quãng đường sắt Huế-Hà Nội dài 645km.

Câu 4. Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB. C là một điểm nằm giữa O và A. Đường thẳng vuông góc với AB tại C cắt nửa đường tròn trên tại I. K là một điểm bất kỳ nằm trên đoạn thẳng CI (K khác C và I), tia AK cắt nửa đường tròn (O) tại M, tia BM cắt tia CI tại D. Chứng minh:

1) ACMD là tứ giác nội tiếp đường tròn.

2) $\Delta ABD \sim \Delta MBC$

3) Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AKD nằm trên một đường thẳng cố định khi K di động trên đoạn thẳng CI.

Câu 5: Cho hai số dương x, y thỏa mãn điều kiện x + y = 1.

Hãy tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = \frac{1}{x^2 + y^2} + \frac{1}{xy}$

Câu 1:

1) $A = \frac{1}{2}\sqrt{4.5} - \sqrt{16.5} + \frac{2}{3}\sqrt{9.5} = \sqrt{5} - 4\sqrt{5} + 2\sqrt{5} = -\sqrt{5}$.

2) $B = \left(2 + \frac{5-\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1}\right).\left(2 - \frac{5+\sqrt{5}}{\sqrt{5}+1}\right)$

$$= \left(2 + \frac{\sqrt{5}\left(\sqrt{5}-1\right)}{\sqrt{5}-1}\right)\left(2 - \frac{\sqrt{5}\left(\sqrt{5}+1\right)}{\sqrt{5}+1}\right) = \left(2+\sqrt{5}\right)\left(2-\sqrt{5}\right) = -1$$

Câu 2:

1) $\begin{cases}2x - y = 1 - 2y \\ 3x + y = 3 - x\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2x + y = 1 \\ 4x + y = 3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2x = 2 \\ y = 1 - 2x\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x = 1 \\ y = - 1\end{cases}$

2) Phương trình $x^2 - x - 3 = 0$ có a, c trái dấu nên có hai nghiệm phân biệt x_1; x_2.
Áp dụng hệ thức Vi-ét, ta có: $x_1 + x_2 = 1$ và $x_1x_2 = - 3$.

Do đó: $P = \dfrac{1}{x_1} + \dfrac{1}{x_2} = \dfrac{x_1 + x_2}{x_1x_2} = \dfrac{1}{-3} = -\dfrac{1}{3}$.

Câu 3: Gọi x (km/h) là vận tốc của xe lửa thứ nhất đi từ Huế đến Hà Nội.
Khi đó vận tốc của xe lửa thứ hai đi từ Hà Nội là: x + 5 (km/h) (ĐK: x > 0)

Theo giả thiết, ta có phương trình: $\dfrac{300}{x+5} + \dfrac{5}{3} = \dfrac{345}{x}$

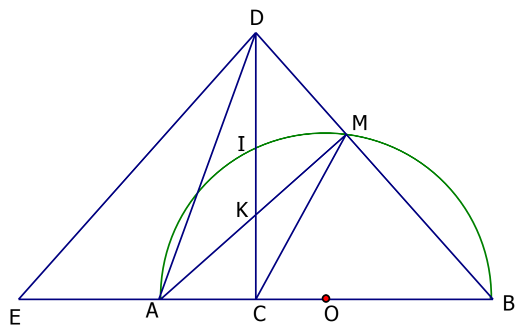
$\Leftrightarrow 900x + 5x(x+5) = 1035(x+5) \Leftrightarrow x^2 - 22x - 1035 = 0$

Giải phương trình ta được: $x_1 = -23$ (loại vì x > 0) và $x_2 = 45 > 0$.
Vậy vận tốc xe lửa thứ nhất là: 45 km/h và vận tốc xe lửa thứ hai là: 50 km/h

Câu 4:

1) Ta có: $AMB = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow AMD = 90^0$. Tứ giác ACMD có $AMD = ACD = 90^0$, suy ra ACMD nội tiếp đường tròn đường kính AD.

2) ΔABD và ΔMBC có: B chung và $BAD = BMC$ (do ACMD là tứ giác nội tiếp).
Suy ra: $\Delta ABD \sim \Delta MBC$ (g – g)



3) Lấy E đối xứng với B qua C thì E cố định và $EDC = BDC$, lại có: $BDC = CAK$ (cùng phụ với B), suy ra: $EDC = CAK$. Do đó AKDE là tứ giác nội tiếp. Gọi O’ là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔAKD thì O’ củng là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác AKDE nên $O'A = O'E$, suy ra O' thuộc đường trung trực của đoạn thẳng AE cố định.

Câu 5:

$A = \dfrac{1}{x^2 + y^2} + \dfrac{1}{xy} = \dfrac{1}{x^2 + y^2} + \dfrac{1}{2xy} + \dfrac{1}{2xy}$

Áp dụng bất đẳng thức Côsi cho hai số dương ta có:

$x + y \geq 2\sqrt{xy} \Rightarrow 1 \geq 2\sqrt{xy} \Rightarrow 1 \geq 4xy \Rightarrow \dfrac{1}{2xy} \geq 2$ (1)

Đẳng thức xảy ra khi x = y.
Tương tự với a, b dương ta có:

$\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} \geq 2\sqrt{\dfrac{1}{ab}} \geq 2.\dfrac{2}{a + b} = \dfrac{4}{a + b}$ (*)

Áp dụng bất đẳng thức (*) ta có: $\frac{1}{x^2+y^2}+\frac{1}{2xy}\geq\frac{4}{(x+y)^2}=4$ (2)

Dấu đẳng thức xảy ra khi $x^2 + y^2 = 2xy \Leftrightarrow x = y$.

Từ (1) và (2) suy ra: $A\geq 6$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = y = \frac{1}{2}$. Vậy minA = 6.

ĐỀ 505

Câu 1: 1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}2x + y = 7\\ x - 3y = -7\end{cases}$

2) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình: $3x^2 – x – 2 = 0$.

Tính giá trị biểu thức $P = x_1^2 + x_2^2$.

Câu 2: Cho biểu thức A = $\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+1}-\frac{\sqrt{a}}{a+\sqrt{a}}\right):\frac{\sqrt{a}-1}{a-1}$ với $a > 0$, $a \neq 1$.

1) Rút gọn biểu thức A.

2) Tìm các giá trị của a để A < 0.

Câu 3: Cho phương trình ẩn x: $x^2 – 2mx - 1 = 0$ (1)

1) Chứng minh rằng phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2.

2) Tìm các giá trị của m để: $x_1^2 + x_2^2 – x_1x_2 = 7$.

Câu 4: Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB = 2R và tia tiếp tuyến Ax cùng phía với nửa đường tròn đối với AB. Từ điểm M trên Ax kẻ tiếp tuyến thứ hai MC với nửa đường tròn (C là tiếp điểm). AC cắt OM tại E; MB cắt nửa đường tròn (O) tại D (D khác B).

1) Chứng minh: AMDE là tứ giác nội tiếp đường tròn.

2) $MA^2 = MD.MB$

3) Vẽ CH vuông góc với AB ($H \in AB$). Chứng minh rằng MB đi qua trung điểm của CH.

Câu 5: Giải phương trình: $\frac{4}{x}+\sqrt{x-\frac{1}{x}}=x+\sqrt{2x-\frac{5}{x}}$

Câu 1:

1) $\begin{cases}2x + y = 7\\ x - 3y = -7\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}6x + 3y = 21\\ x - 3y = -7\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}7x = 14\\ y = 7 - 2x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x = 2\\ y = 3\end{cases}$

2) Phương trình $3x^2 – x – 2 = 0$ có các hệ số a và c trái dấu nên luôn có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2.

Theo hệ thức Vi-ét ta có: $x_1 + x_2 = \frac{1}{3}$ và $x_1.x_2 = -\frac{2}{3}$.

Do đó P = $x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=\frac{1}{9}+\frac{4}{3}=\frac{13}{9}$.

Câu 2.

1) $A = \left(\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+1} - \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}(\sqrt{a}+1)}\right) : \dfrac{\sqrt{a}-1}{(\sqrt{a}-1)(\sqrt{a}+1)} = \left(\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+1} - \dfrac{1}{\sqrt{a}+1}\right).\left(\sqrt{a}+1\right) = \sqrt{a}-1$

2) $A < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0,\ a \neq 1 \\ \sqrt{a} < 1 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < a < 1.$

Câu 3:

1) Ta có $\Delta' = m^2 + 1 > 0, \forall m \in R$. Do đó phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt.

2) Theo định lí Vi-ét thì: $x_1 + x_2 = 2m$ và $x_1.x_2 = -1$. Ta có: $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 7$

$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 3x_1.x_2 = 7 \Rightarrow 4m^2 + 3 = 7 \Leftrightarrow m^2 = 1 \Leftrightarrow m = \pm 1.$

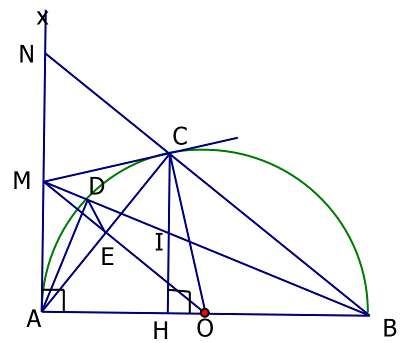
Câu 4:

1) $ADB = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow ADM = 90^0$ (1)

Lại có: OA = OC = R; MA = MC (tính chất tiếp tuyến). Suy ra OM là đường trung trực của AC

$\Rightarrow AEM = 90^0$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra MADE là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính MA.



2) Xét ΔMAB vuông tại A có $AD \perp MB$, suy ra: $MA^2 = MB.MD$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông)

3) Kéo dài BC cắt Ax tại N, ta có $ACB = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow ACN = 90^0$, suy ra ΔACN vuông tại C. Lại có MC = MA nên suy ra được MC = MN, do đó MA = MN (5).

Mặt khác ta có CH // NA (cùng vuông góc với AB) nên theo định lí Ta-lét thì $\dfrac{IC}{MN} = \dfrac{IH}{MA}\left(= \dfrac{BI}{BM}\right)$ (6) với I là giao điểm của CH và MB.

Từ (5) và (6) suy ra IC = IH hay MB đi qua trung điểm của CH.

Câu 5: Điều kiện: $x \neq 0,\ x - \dfrac{1}{x} \geq 0,\ 2x - \dfrac{5}{x} \geq 0.$ (*)

$$\frac{4}{x} + \sqrt{x - \frac{1}{x}} = x + \sqrt{2x - \frac{5}{x}} \Leftrightarrow x - \frac{4}{x} = \sqrt{x - \frac{1}{x}} - \sqrt{2x - \frac{5}{x}}$$

$$x - \frac{4}{x} = \frac{\frac{4}{x} - x}{\sqrt{x - \frac{1}{x}} + \sqrt{2x - \frac{5}{x}}} \Leftrightarrow \left(x - \frac{4}{x}\right)\left(1 + \frac{1}{\sqrt{x - \frac{1}{x}} + \sqrt{2x - \frac{5}{x}}}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow x - \frac{4}{x} = 0 \text{ (vì } 1 + \frac{1}{\sqrt{x - \frac{1}{x}} + \sqrt{2x - \frac{5}{x}}} > 0)$$

$\Leftrightarrow x = \pm 2.$

Đối chiếu với điều kiện (*) thì chỉ có $x = 2$ thỏa mãn.

ĐỀ 506

Câu 1: a) Cho đường thẳng d có phương trình: $y = mx + 2m - 4$. Tìm m để đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ.

b) Với những giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y = (m^2 - m)x^2$ đi qua điểm A(-1; 2).

Câu 2: Cho biểu thức $P = \left(\frac{1}{\sqrt{a} - 3} + \frac{1}{\sqrt{a} + 3}\right)\left(1 - \frac{3}{\sqrt{a}}\right)$ với a > 0 và a ≠ 9.

a) Rút gọn biểu thức P

b) Tìm các giá trị của a để $P > \frac{1}{2}$.

Câu 3: Hai người cùng làm chung một công việc thì hoàn thành trong 4 giờ. Nếu mỗi người làm riêng, để hoàn thành công việc thì thời gian người thứ nhất ít hơn thời gian người thứ hai là 6 giờ. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi người phải làm trong bao lâu để hoàn thành công việc.

Câu 4: Cho nửa đường tròn đường kính BC = 2R. Từ điểm A trên nửa đường tròn vẽ AH $\perp$ BC. Nửa đường tròn đường kính BH, CH lần lượt có tâm O_1; O_2 cắt AB, AC thứ tự tại D và E.

a) Chứng minh tứ giác ADHE là hình chữ nhật, từ đó tính DE biết R = 25 và BH = 10

b) Chứng minh tứ giác BDEC nội tiếp đường tròn.

c) Xác định vị trí điểm A để diện tích tứ giác DEO_1O_2 đạt giá trị lớn nhất. Tính giá trị đó.

Câu 5: Giải phương trình: $x^3 + x^2 - x = -\frac{1}{3}$.

Câu 1: a) Đường thẳng d đi qua gốc tọa độ khi và chỉ khi $2m - 4 = 0 \Leftrightarrow m = 2.$

b) Đồ thị hàm số $y = (m^2 - m)x^2$ đi qua điểm A(-1; 2) $\Leftrightarrow 2 = (m^2 - m).(-1)^2$

$\Leftrightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Leftrightarrow m = -1;\ m = 2$

Câu 2:

a) $P = \left(\frac{1}{\sqrt{a} - 3} + \frac{1}{\sqrt{a} + 3}\right).\left(1 - \frac{3}{\sqrt{a}}\right) = \frac{\sqrt{a} + 3 + \sqrt{a} - 3}{\left(\sqrt{a} - 3\right)\left(\sqrt{a} + 3\right)}.\frac{\sqrt{a} - 3}{\sqrt{a}}.$

$= \frac{2\sqrt{a}.(\sqrt{a} - 3)}{(\sqrt{a} - 3)(\sqrt{a} + 3).\sqrt{a}} = \frac{2}{\sqrt{a} + 3}$. Vậy $P = \frac{2}{\sqrt{a} + 3}$.

b) Ta có: $\frac{2}{\sqrt{a} + 3} > \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sqrt{a} + 3 < 4 \Leftrightarrow \sqrt{a} < 1 \Leftrightarrow 0 < a < 1.$.

Vậy $P > \frac{1}{2}$ khi và chỉ khi 0 < a < 1.

Câu 3: Gọi x, y là thời gian mỗi người cần để một mình hoàn thành công việc (x, y > 0 tính bằng giờ). Trong 1 giờ mỗi người làm được $\frac{1}{x};\frac{1}{y}$ công việc, cả 2 làm trong 1 giờ được $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{4}$ công việc.(vì hai người hoàn thành công việc trong 4 giờ). Do người thứ nhất làm ít hơn người thứ hai là 6 giờ nên y - x = 6.

Ta có hệ phương trình.

$$\begin{cases} y-x=6 \\ \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=x+6 & (1) \\ \frac{1}{x}+\frac{1}{x+6}=\frac{1}{4} & (2) \end{cases}$$

Giải (2): (2) <=> x(x + 6) = 4 (x + x + 6) <=> $x^2 - 2x - 24 = 0$

<=> x = 6 (t/m); x = - 4 (loại vì x > 0). Thay vào (1) được y = 12

Vậy để hoàn thành công việc người thứ nhất cần 6 giờ, người thứ hai cần 12 giờ.

Câu 4:

a) Ta có $BAC = 90^0$ (vì góc nội tiếpchắn nửa đường tròn)

Tương tự có $BDH = CEH = 90^0$

Xét tứ giác ADHE có $A = ADH = AEH = 90^0$ => ADHE là hình chữ nhật.

Từ đó DE = AH mà AH^2 = BH.CH (Hệ thức lượng trong tam giác vuông)

hay $AH^2 = 10 . 40 = 20^2$ (BH = 10; CH = 2.25 - 10 = 40) => DE = 20

b) Ta có: $BAH = C$ (góc có cạnh tương ứng vuông góc) mà $DAH = ADE$ (1)

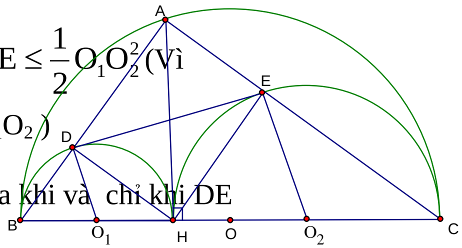
(Vì ADHE là hình chữ nhật) => $C = ADE$ do $C + BDE = 180^0$ nên tứ giác BDEC nội tiếp đường tròn.

c) Vì $O_1D = O_1B$ => Δ O_1BD cân tại O_1 => $B = BDO_1$ (2)

Từ (1), (2) => $ADE + BDO_1 = B + BAH = 90^0$ => $O_1D // O_2E$

Vậy DEO_2O_1 là hình thang vuông tại D và E.

Ta có $S_{ht} = \frac{1}{2}(O_1D + O_2E).DE = \frac{1}{2}O_1O_2.DE \le \frac{1}{2}O_1O_2^2$ (Vì $O_1D + O_2E = O_1H + O_2H = O_1O_2$ và $DE \le O_1O_2$)



$S_{ht} \le \frac{1}{2}O_1O_2^{\,2} = \frac{BC^2}{8} = \frac{R^2}{2}$. Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi DE $= O_1O_2$

⇔ DEO_2O_1 là hình chữ nhật

⇔ A là điểm chính giữa cung BC. Khi đó $\max S_{DEO_2O_1} = \frac{R^2}{2}$.

Câu 5: Giải phương trình: $x^3 + x^2 - x = -\frac{1}{3}$ (1)

(1) <=> $3x^3 + 3x^2 - 3x = -1$ <=> $4x^3 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ <=> $4x^3 = (x - 1)^3$

<=> $x\sqrt[3]{4}$ = x - 1 <=> x($1-\sqrt[3]{4}$) = 1 <=> x = $\dfrac{1}{1-\sqrt[3]{4}}$.

Vậy phương trình chỉ có 1 nghiệm x = $\dfrac{1}{1-\sqrt[3]{4}}$.

Lời bình:

Câu III

Ta thường gặp bài toán :" Hai máy cày cùng cày một cánh đồng…; hai vòi nước cùng chảy vào một bể…; hai hợp tác cùng đào một con mương…; hai người cùng làm chung một công việc…) v.v" . Ta gọi bài bài trên thuộc loại toán "Làm chung một việc"

Một số lưu ý khi giải bài toán này là

a) – Khối lượng công việc phải hoàn thành được quy ước bằng 1 (đơn vị).

– (Năng suất) × (thời gian) = (khối lượng làm được).

– (Năng suất chung) = (tổng các năng suất riêng).

(Bạn có thể tò mò tại sao lại quy ước khối lượng công việc là 1. Công việc hoàn tất nghĩa là hoàn thành 100% khối lượng công việc. Bởi 100% = 1, đó là điều dẫn tới quy ước trên)

b) Bài toán có thể trình bày lời giải bằng hệ phương trình hai ẩn hoặc bằng phương trình một ẩn.

c) Trong bài toán trên (theo các kí hiệu đã dùng trong lời giải) thì :

– Các năng suất riêng là $\dfrac{1}{x}$ ***và*** $\dfrac{1}{y}$

– Năng suất chung : Một mặt được tính là $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}$***, một mặt giả thiết cho là*** $\dfrac{1}{4}$***. Vậy nên có phương trình*** $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{4}$

ĐỀ 507

Câu 1. 1) Giải phương trình: $\sqrt{3}x+\sqrt{75}=0$.

2) Giải hệ phương trình $\begin{cases}3x-2y=1\\2x+y=-4\end{cases}$.

Câu 2. Cho phương trình $2x^2-(m+3)x+m=0$ (1) với m là tham số.

1) Giải phương trình khi $m=2$.

2) Chứng tỏ phương trình (1) có nghiệm với mọi giá trị của m. Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình (1). Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức sau: A = $|x_1-x_2|$.

Câu 3.

1) Rút gọn biểu thức P = $\dfrac{9\sqrt{a}-\sqrt{25a}+\sqrt{4a^3}}{a^2+2a}$ với $a>0$.

2) Khoảng cách giữa hai bến sông A và B là 48 km. Một canô xuôi dòng từ bến A đến bến B, rồi quay lại bến A. Thời gian cả đi và về là 5 giờ (không tính thời gian nghỉ). Tính vận tốc của canô trong nước yên lặng, biết rằng vận tốc của dòng nước là 4 km/h.

Câu 4. Cho tam giác vuông ABC nội tiếp trong đường tròn tâm O đường kính AB. Trên tia đối của tia CA lấy điểm D sao cho CD = AC.

1) Chứng minh tam giác ABD cân.

2) Đường thẳng vuông góc với AC tại A cắt đường tròn (O) tại E $(E \neq A)$. Tên tia đối của tia EA lấy điểm F sao cho EF = AE. Chứng minh rằng ba điểm D, B, F cùng nằm trên một đường thẳng.

3) Chứng minh rằng đường tròn đi qua ba điểm A, D, F tiếp xúc với đường tròn (O).

Câu 5. Cho các số dương a,b,c. Chứng minh bất đẳng thức:

$$\sqrt{\frac{a}{b+c}}+\sqrt{\frac{b}{c+a}}+\sqrt{\frac{c}{a+b}}>2.$$

Câu 1.

1) Phương trình tương đương với $\sqrt{3}x=-\sqrt{75} \Leftrightarrow \sqrt{3}x=-5\sqrt{3} \Leftrightarrow x=-5$

2) Hệ phương trình $\begin{cases}3x-2y=1\\4x+2y=-8\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}7x=-7\\3x-2y=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=-1\\y=-2\end{cases}$.

Câu 2.

1) Với $m=2$ phương trình trở thành $2x^2-5x+2=0$.

$\Delta=5^2-4.2.2=9$ nên phương trình có hai nghiệm $x_1=2$, $x_2=\frac{1}{2}$.

2) Phương trình có biệt thức $\Delta=(m+3)^2-4.2.m=m^2-2m+9=(m-1)^2+8>0$ với mọi m.

Do đó phương trình luôn có hai nghiệm x_1,x_2. Khi đó theo định lý Viet thì $\begin{cases}x_1+x_2=\dfrac{m+3}{2}\\x_1x_2=\dfrac{m}{2}\end{cases}$.

Biểu thức A = $|x_1-x_2|=\sqrt{(x_1-x_2)^2}=\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\sqrt{\left(\frac{m+3}{2}\right)^2-4\frac{m}{2}}=$

$\frac{1}{2}\sqrt{m^2-2m+9}=\frac{1}{2}\sqrt{(m-1)^2+8}$.

Do $(m-1)^2\geq 0$ nên $\sqrt{(m-1)^2+8}\geq\sqrt{8}=2\sqrt{2}$, suy ra A $\geq\sqrt{2}$.

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow m=1$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của A là $\sqrt{2}$, đạt được khi $m=1$.

Câu 3. 1) Ta có $9\sqrt{a}-\sqrt{25a}+\sqrt{4a^3}=9\sqrt{a}-5\sqrt{a}+2a\sqrt{a}=2\sqrt{a}(a+2)$ và $a^2+2a=a(a+2)$

nên P = $\frac{2\sqrt{a}(a+2)}{a(a+2)}=\frac{2}{\sqrt{a}}$.

2) Gọi vận tốc canô trong nước yên lặng là x (km/h, $x>4$)

Vận tốc ca nô khi nước xuôi dòng là $x+4$ và thời gian ca nô chạy xuôi dòng là $\frac{48}{x+4}$.

Vận tốc ca nô khi nước ngược dòng là $x-4$ và thời gian ca nô chạy ngược dòng là $\dfrac{48}{x-4}$.

Theo giả thiết ta có phương trình $\dfrac{48}{x+4}+\dfrac{48}{x-4}=5$ (*)

(*) $\Leftrightarrow 48(x-4+x+4)=5(x^2-16)\Leftrightarrow 5x^2-96x-80=0$

Giải phương trình ta được $x=-0,8$ (loại), $x=20$ (thỏa mãn)

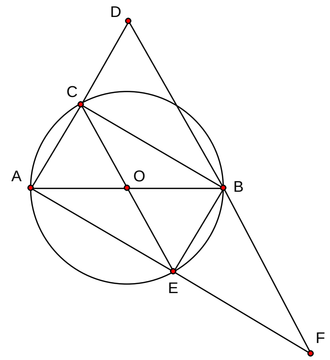
Vậy vận tốc ca nô khi nước yên lặng là 20 km/h

Câu 4.

1) Chứng minh Δ ABD cân

Xét Δ ABD có BC $\perp$ DA và CA = CD nên BC vừa là đường cao vừa là trung tuyến của nó.

Vậy Δ ABD cân tại B



2) Chứng minh rằng ba điểm D, B, F cùng nằm trên một đường thẳng.

Vì $CAE = 90^0$, nên CE là đường kính của (O).

Ta có CO là đường trung bình của tam giác ABD

Suy ra BD // CO hay BD // CE (1)

Tương tự CE là đường trung bình của tam giác ADF.

Suy ra DF // CE (2). Từ (1) và (2) suy ra D, B, F cùng nằm trên một đường thẳng.

3) Chứng minh rằng đường tròn đi qua ba điểm A, D, F tiếp xúc với đường tròn (O).

Tam giác ADF vuông tại A và theo tính chất của đường trung bình DB = CE = BF $\Rightarrow$ B là trung điểm của DF. Do đó đường tròn qua ba điểm A,D,F nhận B làm tâm và AB làm bán kính. Hơn nữa, vì OB = AB - OA nên đường tròn đi qua ba điểm A, D, F tiếp xúc trong với đường tròn (O) tại A.

Câu 5.

Vì các số a,b,c dương nên áp dụng bất đẳng thức Côsi cho hai số ta có:

$$\sqrt{a(b+c)}\le\frac{a+(b+c)}{2}\Rightarrow\sqrt{\frac{a}{b+c}}=\frac{a}{\sqrt{a(b+c)}}\ge\frac{2a}{a+b+c}$$

Tương tự ta cũng có:

$$\sqrt{\frac{b}{c+a}}\ge\frac{2b}{a+b+c},\ \sqrt{\frac{c}{a+b}}\ge\frac{2c}{a+b+c}$$

Cộng các bất đẳng thức cùng chiều trên ta có

$$\sqrt{\frac{a}{b+c}}+\sqrt{\frac{b}{c+a}}+\sqrt{\frac{c}{a+b}}\ge\frac{2a+2b+2c}{a+b+c}=2.$$

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow\begin{cases}a=b+c\\b=c+a\\c=a+b\end{cases}\Leftrightarrow a=b=c=0$, không thoả mãn.

Vậy $\sqrt{\frac{a}{b+c}}+\sqrt{\frac{b}{c+a}}+\sqrt{\frac{c}{a+b}}>2$.

Lời bình:

Câu II.2

• Các bạn tham khảo thêm một lời giải sau

Gọi x_1, x_2 là các nghiệm nếu có của phương trình . Từ công thức $x_{1,2}=\frac{-b\pm\Delta}{2a}$ suy ra :

$|x_1-x_2|=\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}=\frac{\sqrt{(m-1)^2+8}}{2}\geq\sqrt{2}$***, với mọi m.*** ***(*)***

Kết quả (*) cho thấy $\Delta>0$, $\forall$m đồng thời có min$|x_1-x_2|=\sqrt{2}$, đạt được khi m = 8.

• Lời giải đã giảm bớt tối đa các phép toán, điều ấy đồng hành giảm bớt nguy sơ sai sót.

Câu IV.2

Việc chứng minh ba điểm A, B, C thẳng hàng thường được thực hiện bằng cách chứng minh một trong ba điều tương đương sau :

• AB + BC = AC (khi đó B thuộc đoạn thẳng AC).

• Một trong ba điểm ấy là đỉnh một góc bằng 180^0 (chẳng hạn $ABC=180^0$).

• Một trong ba điểm ấy là điểm chung của hai đoạn thẳng song song (chẳng hạnAB // BC).

• Một trong ba điểm ấy là điểm chung của hai đoạn thẳng cùng tạo với đường thẳng (Δ) có sẵn một góc bằng nhau (chẳng hạn $(AB,\Delta)=(AC,\Delta)$).

ĐỀ 508

Câu 1: Tính:

a) $A=\sqrt{20}-3\sqrt{18}-\sqrt{45}+\sqrt{72}$.

b) $B=\sqrt{4+\sqrt{7}}+\sqrt{4-\sqrt{7}}$.

c) $C=\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}+\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}$ với $x\geq 1$

Câu 2: Cho hàm số y = (2m - 1)x - m + 2

a) Tìm m để hàm số nghịch biến trên R.

b) Tìm m để đồ thị hàm số đi qua A (1; 2)

Câu 3: Hai người thợ cùng làm công việc trong 16 giờ thì xong. Nếu người thứ nhất làm 3 giờ, người thứ hai làm 6 giờ thì họ làm được $\frac{1}{4}$ công việc. Hỏi mỗi người làm một mình thì trong bao lâu làm xong công việc?

Câu 4: Cho ba điểm A, B, C cố định thẳng hàng theo thứ tự đó. Vẽ đường tròn (O; R) bất kỳ đi qua B và C (BC $\neq$ 2R). Từ A kẻ các tiếp tuyến AM, AN đến (O) (M, N là tiếp điểm). Gọi I, K lần lượt là trung điểm của BC và MN; MN cắt BC tại D. Chứng minh:

a) AM^2 = AB.AC

b) AMON; AMOI là các tứ giác nội tiếp đường tròn.

c) Khi đường tròn (O) thay đổi, tâm đường tròn ngoại tiếp Δ OID luôn thuộc một đường thẳng cố định.

Câu 5: Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn phương trình: $(2x+1)y = x+1$.

Câu 1: Tính

a) A = $\sqrt{20}-3\sqrt{18}-\sqrt{45}+\sqrt{72}=\sqrt{4.5}-3\sqrt{9.2}-\sqrt{9.5}+\sqrt{36.2}$ =

= $2\sqrt{5}-9\sqrt{2}-3\sqrt{5}+6\sqrt{2}=-3\sqrt{2}-\sqrt{5}$.

b) B = $\sqrt{4+\sqrt{7}}+\sqrt{4-\sqrt{7}}$

$$\sqrt{2}B=\sqrt{8+2\sqrt{7}}+\sqrt{8-2\sqrt{7}}=\sqrt{(\sqrt{7}+1)^2}+\sqrt{(\sqrt{7}-1)^2}=\sqrt{7}+1+\left|\sqrt{7}-1\right|$$

$$\sqrt{2}B=2\sqrt{7}\Leftrightarrow B=\sqrt{14}$$

c) C = $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}+\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}$ với $x \geq 1$

C = $\sqrt{(\sqrt{x-1}+1)^2}+\sqrt{(\sqrt{x-1}-1)^2}=\sqrt{x-1}+1+\left|\sqrt{x-1}-1\right|$

+) Nếu $x \geq 2$ thì C = $\sqrt{x-1}+1+\sqrt{x-1}-1=2\sqrt{x-1}$

+) Nếu $x < 2$, thì C = $\sqrt{x-1}+1+1-\sqrt{x-1}=2$.

Câu 2: a) Hàm số y = (2m - 1)x - m + 2 nghịch biến trên R

khi và chỉ khi 2m - 1 > 0 <=> m > $\frac{1}{2}$

b) Đồ thị hàm số đi qua A (1; 2) khi: 2 = (2m - 1).1 - m + 2 <=> m = 1.

Vậy hàm số y = x + 1

Câu 3: Gọi x, y là thời gian người thợ thứ nhất và người thợ thứ 2 làm một mình (x, y > 0, tính bằng giờ).

- Một giờ mỗi người làm được $\frac{1}{x}$; $\frac{1}{y}$ công việc cả 2 người làm được $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{16}$. (vì 2 người làm trong 16 giờ thì xong công việc)

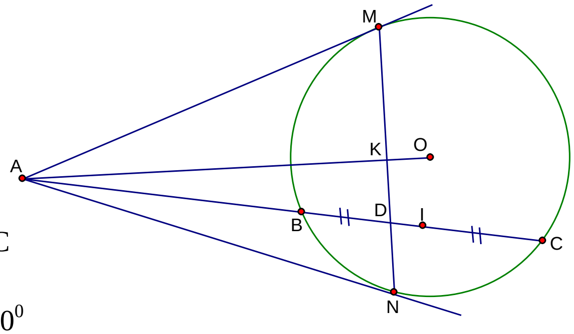
- Trong 3 giờ người thứ nhất làm được $\frac{3}{x}$ (CV), 6 giờ người 2 làm được $\frac{6}{y}$ (CV) vì cả hai làm được $\frac{1}{4}$ (CV) nếu ta có $\frac{3}{x}+\frac{6}{y}=\frac{1}{4}$

Do đó ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{16}\\ \frac{3}{x}+\frac{6}{y}=\frac{1}{4}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{3}{x}+\frac{3}{y}=\frac{3}{16}\\ \frac{3}{x}+\frac{6}{y}=\frac{1}{4}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{3}{y}=\frac{1}{16}\\ \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{16}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=24\\ y=48\end{cases}.$$

Vậy người thứ nhất hoàn thành công việc trong 24 giờ người thứ hai hoàn thành công việc trong 48 giờ

Câu 4: a) Xét Δ ABM và Δ AMC



Có góc A chung; $AMB = MCB$

(= $\frac{1}{2}$ sđ cung MB)

=> Δ AMB ~ Δ ACM (g.g)

=> $\frac{AM}{AC} = \frac{AB}{AM}$ => AM^2 = AB.AC

b) Tứ giác AMON có $M + N = 180^0$

(Vì $M = N = 90^0$ tính chất tiếp tuyến)

=> AMON là tứ giác nội tiếp được

- Vì OI $\perp$ BC (định lý đường kính và dây cung)

Xét tứ giác AMOI có $M + \hat{I} = 90^0 + 90^0 = 180^0$ => AMOI là tứ giác nội tiếp được

c) Ta có OA $\perp$ MN tại K (vì K trung điểm MN), MN cắt AC tại D.

Xét tứ giác KOID có $K + \hat{I} = 180^0$ => tứ giác KOID nội tiếp đường tròn tâm O_1

=> O_1 nằm trên đường trung trực của DI mà AD.AI = AK.AO = AM^2 = AB.AC không đổi (Vì A, B, C, I cố định).

Do AI không đổi => AD không đổi => D cố định.

Vậy O_1 tâm đường tròn ngoại tiếp Δ OIK luôn thuộc đường trung trực của DI cố định.

Câu 5:

Ta có: $(2x+1)y = x+1 \Leftrightarrow y = \frac{x+1}{2x+1} \Leftrightarrow 2y = \frac{2x+2}{2x+1} \Leftrightarrow 2y = 1 + \frac{1}{2x+1}$ (*)

Xét pt (*): Để x, y nguyên thì 2x +1 phải là ước của 1, do đó:

+ Hoặc 2x +1 =1 $\Leftrightarrow$ x = 0, thay vào (*) được y = 1.

+ Hoặc 2x +1 = -1 $\Leftrightarrow$ x = -1, thay vào (*) được y = 0

Vậy pt đã cho có 2 nghiệm nguyên là: (0; 1) ; (-1; 0).

🖂 **Lời nhắn.**

Câu IV.c Liên hệ với lời bình sau câu 4c đề 1

ĐỀ 509

Câu 1: 1) Rút gọn biểu thức: $P = (\sqrt{7} + \sqrt{3} - 2)(\sqrt{7} - \sqrt{3} + 2)$.

2) Trong mp toạ độ Oxy, tìm m để đường thẳng (d): $y = (m^2 - 1)x + 1$ song song với đường thẳng $(d'): y = 3x + m - 1$.

Câu 2: Cho phương trình $x^2 + (2m + 1)x + m^2 + 1 = 0$ (1)

a) Giải phương trình (1) khi m = 1

b) Tìm m để phương trình (1) có 2 nghiệm âm.

Câu 3: Cho a, b là các số dương thoả mãn ab = 1. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = (a + b + 1)(a^2 + b^2) + \frac{4}{a+b}$.

Câu 4: Qua điểm A cho trước nằm ngoài đường tròn (O) vẽ 2 tiếp tuyến AB, AC (B, C là các tiếp điểm), lấy điểm M trên cung nhỏ BC, vẽ $MH \perp BC$; $MI \perp AC$; $MK \perp AB$.

a) Chứng minh các tứ giác: BHMK, CHMI nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh $MH^2 = MI.MK$

c) Qua M vẽ tiếp tuyến với đường tròn (O) cắt AB, AC tại P, Q. Chứng minh chu vi Δ APQ không phụ thuộc vào vị trí điểm M.

Câu 5: Chứng minh nếu $|a| > 2$ thì hệ phương trình: $\begin{cases} x^5 - 2y = a \ \ (1) \\ x^2 + y^2 = 1 \ \ (2) \end{cases}$ vô nghiệm.

Câu 1: 1) P = $(\sqrt{7}+\sqrt{3}-2)(\sqrt{7}-\sqrt{3}+2) = [\sqrt{7}+(\sqrt{3}-2)][\sqrt{7}-(\sqrt{3}-2)]$

$= (\sqrt{7})^2 - (\sqrt{3}-2))^2 = 7-(3-4\sqrt{3}+4) = 4\sqrt{3}$.

2) Đường thẳng d và d' song song với nhau khi và chỉ khi:

$\begin{cases} m^2 - 1 = 3 \\ m - 1 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 = 4 \\ m \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 2 \\ m \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow m = -2$

Câu 2: $x^2 + (2m + 1)x + m^2 + 1 = 0$ (1)

a) Khi m = 1 ta có phương trình: $x^2 + 3x + 2 = 0$

Vì a = 1; b = 3; c = 2 => a - b + c = 0

Vậy phương trình có $x_1 = -1$; $x_2 = -2$

b) Phương trình (1) có 2 nghiệm âm khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} \Delta \geq 0 \\ S < 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2m+1)^2 - 4(m^2+1) \geq 0 \\ -(2m+1) < 0 \\ m^2 + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m - 3 \geq 0 \\ 2m + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \frac{3}{4} \\ m > -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m \geq \frac{3}{4}.$$

Câu 3: Ta có: $a^2 + b^2 \geq 2ab = 1$ (vì ab = 1)

$A = (a + b + 1)(a^2 + b^2) + \frac{4}{a+b} \geq 2(a + b + 1) + \frac{4}{a+b}$

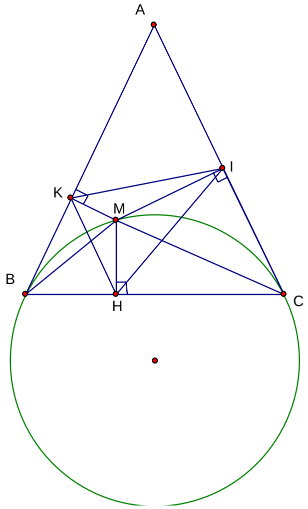
$= 2 + (a + b + \frac{4}{a+b}) + (a + b) \geq 2 + 4 + 2 = 8$.

($a + b + \frac{4}{a+b} \geq \sqrt{4}$ và $a + b \geq 2\sqrt{ab}$ vì áp dụng BĐT Côsi cho 2 số dương)

Dấu "=" khi và chỉ khi a = b = $\frac{1}{2}$.

Vậy minA = 8.

Câu 4:



a) Xét tứ giác BHMK: $H + K = 90^0 + 90^0 = 180^0$

=> Tứ giác BHMK nội tiếp đường tròn.

CM tương tự có tứ giác CHMI cũng nội tiếp được.

b) Ta có $B + HMK = C + HMI = 180^0$

mà $B = C \Rightarrow HMK = HMI$ (1)

$KBM = BCM$, $KBM = KHM$ (vì 2 góc nội tiếp cùng chắn cung MK và góc tạo bởi tia tt ... và góc nội tiếp cùng chắn cung BM).

$HCM = HIM$ (góc tạo bởi tia tiếp tuyến và góc nội tiếp cùng chắn HM) $\Rightarrow KHM = HIM$ (2).

Từ (1), (2) => Δ HMK ~ Δ IMH (g.g) => $\frac{MH}{MI} = \frac{MK}{MH} \Rightarrow MH^2 = MI.MK$ (đpcm)

c) Ta có PB = PM; QC = QM; AB = AC (Theo t/c hai tiếp tuyến)

Xét chu vi Δ APQ = AP + AQ + PQ = AP + AQ + PM + QM

= (AP + PB) + (AQ + QC) = AB + AC = 2AB không đổi.

Vì A cố định và đường tròn (O) cho trước nên chu vi Δ APQ không phụ thuộc vào vị trí của điểm M (đpcm).

Câu 5: Giả sử hệ $\begin{cases} x^5 - 2y = a \quad (1) \\ x^2 + y^2 = 1 \quad (2) \end{cases}$ có nghiệm là (x; y)

Từ (2) suy ra $|x| \le 1, |y| \le 1$. Từ (1) ta có:

$$\left|x^5 - 2y\right| \le \left|x^5\right| + 2|y| \le \left|x^2\right| + 2|y| = (\left|x^2\right| + \left|y^2\right|) - (\left|y^2\right| - 2|y| + 1) + 1$$

$$= 2 - (\left|y^2\right| - 2|y| + 1) = 2 - (|y| - 1)^2 \le 2 \Rightarrow |a| \le 2$$ trái giả thiết là $|a| > 2$.

Suy ra hệ trên vô nghiệm, đpcm.

ĐỀ 510

Câu 1: a) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} -x + 3y = -10 \\ 2x + y = -1 \end{cases}$.

b) Với giá trị nào của m thì hàm số y = (m + 2) x - 3 đồng biến trên tập xác định.

Câu 2: Cho biểu thức $A = \left(1 - \dfrac{2\sqrt{a}}{a+1}\right) : \left(\dfrac{1}{\sqrt{a}+1} - \dfrac{2\sqrt{a}}{a\sqrt{a}+\sqrt{a}+a+1}\right)$ với $a \geq 0$, $a \neq 1$

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tính giá trị của A khi $a = 2011 - 2\sqrt{2010}$.

Câu 3: Cho phương trình: $k(x^2 - 4x + 3) + 2(x - 1) = 0$.

a) Giải phương trình với $k = -\dfrac{1}{2}$.

b) Chứng minh rằng phương trình luôn có nghiệm với mọi giá trị của k.

Câu 4: Cho hai đường tròn (O; R) và (O'; R') tiếp xúc ngoài tại A. Vẽ tiếp tuyến chung ngoài BC (B, C thứ tự là các tiếp điểm thuộc (O; R) và (O'; R')).

a) Chứng minh $\widehat{BAC} = 90^0$.

b) Tính BC theo R, R'.

c) Gọi D là giao điểm của đường thẳng AC và đường tròn (O) ($D \neq A$), vẽ tiếp tuyến DE với đường tròn (O') ($E \in (O')$). Chứng minh BD = DE.

Câu 5: Cho hai phương trình: $x^2 + a_1x + b_1 = 0$ (1) , $x^2 + a_2x + b_2 = 0$ (2)

Cho biết $a_1a_2 \geq 2(b_1 + b_2)$. Chứng minh ít nhất một trong hai phương trình đã cho có nghiệm.

Câu 1: a) $\begin{cases} -x + 3y = -10 \\ 2x + y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x + 6y = -20 \\ 2x + y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x + 3y = -10 \\ y = -3 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -x + 3(-3) = -10 \\ y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -3 \end{cases}$.

b) Hàm số $y = (m + 2)x - 3$ đồng biến trên R khi và chỉ khi $m + 2 > 0 \Leftrightarrow m > -2$.

Câu 2: a) $A = \left(\dfrac{a+1-2\sqrt{a}}{a+1}\right) : \left[\dfrac{1}{\sqrt{a}+1} - \dfrac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a}(a+1)+(a+1)}\right]$

$= \dfrac{(\sqrt{a}-1)^2}{a+1} : \left[\dfrac{1}{\sqrt{a}+1} - \dfrac{2\sqrt{a}}{(a+1)(\sqrt{a}+1)}\right] = \dfrac{(\sqrt{a}-1)^2}{a+1} : \dfrac{(\sqrt{a}-1)^2}{(\sqrt{a}+1)(a+1)}$.

$= \dfrac{(\sqrt{a}-1)^2}{a+1} . \dfrac{(a+1)(\sqrt{a}+1)}{(\sqrt{a}-1)^2} = \sqrt{a}+1$.

b) $a = 2011 - 2\sqrt{2010} = (\sqrt{2010}-1)^2 \Rightarrow \sqrt{a} = \sqrt{2010} - 1$

Vậy $A = \sqrt{2010}$.

Câu 3: a) Với $k = -\dfrac{1}{2}$ ta có:

$-\dfrac{1}{2}(x^2 - 4x + 3) + 2(x - 1) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 8x + 7 = 0$. Vì $a + b + c = 1 + (-8) + 7 = 0$

Nên pt có nghiệm $x_1 = 1$; $x_2 = 7$

b) + Nếu k = 0, phương trình có dạng 2(x - 1) = 0 $\Leftrightarrow$ x = 1

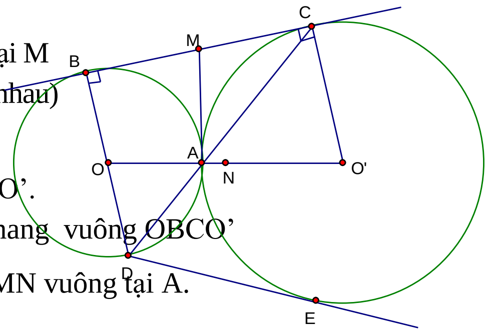
+ Nếu k $\neq$ 0, phương trình có dạng: $kx^2 + 2(1 - 2k)x + 3k - 2 = 0$

$\Delta' = (1 - 2k)^2 - k(3k - 2) = 1 - 4k + 4k^2 - 3k^2 + 2k$

$= k^2 - 2k + 1 = (k - 1)^2 \geq 0$ với mọi k.

Vậy phương trình có nghiệm với mọi k.

Câu 4:



a) Qua A vẽ tiếp tuyến chung trong cắt BC tại M

Ta có MB = MA = MC (t/c 2 tiếp tuyến cắt nhau)

$\Rightarrow$ A = 90^0.

b) Giả sử R' > R. Lấy N trung điểm của OO'.

Ta có MN là đường trung bình của hình thang vuông OBCO'

(OB // O'C; B = C = 90^0) và tam giác AMN vuông tại A.

Có MN = $\dfrac{R + R'}{2}$; AN = $\dfrac{R' - R}{2}$. Khi đó $MA^2 = MN^2 - AN^2 = RR'$

=> MA = $\sqrt{RR'}$ mà BC = 2MA = $2\sqrt{RR'}$

c) Ta có O, B, D thẳng hàng (vì BAD = 90^0 ; OA = OB = OD)

ΔBDC có DBC = 90^0, BA $\perp$ CD, ta có: $BD^2 = DA \cdot DC$ (1)

$\Delta ADE \sim \Delta EDC$ (g.g) => $\dfrac{DE}{DC} = \dfrac{DA}{DE}$ => $DA \cdot DC = DE^2$ (2)

(1), (2) => BD = DE (đpcm).

Câu 5:

Xét $\Delta_1 + \Delta_2 = a_1 - 4b_1 + a_2^2 - 4b_2 = a_1^2 + a_2^2 - 4(b_1 + b_2) \geq a_1^2 + a_2^2 - 2a_1a_2$

(vì $a_1a_2 \geq 2(b_1 + b_2)$).

Mà $a_1^2 + a_2^2 - 2a_1a_2 = (a_1 - a_2)^2 \geq 0$, $\Delta_1 + \Delta_2 \geq 0$

=> Tồn tại Δ_1 hoặc Δ_2 không âm => ít nhất một trong 2 phương trình đã cho có nghiệm.

Lời bình:

Câu III.b

1) Để chứng minh phương trình có nghiệm không phụ thuộc giá trị của k có hai cách giải.

<u>Cách 1</u> (Đã nói ở lời bình sau câu 2(1) Đề 24)

Xem $k(x^2 - 4x - 3) + 2(x - 1) = 0$ (*) là phương trình đối với ẩn k. Thế thì (*) có nghiệm không phụ thuộc k khi và chỉ khi $x^2 - 4x - 3 = 2(x - 1) = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

<u>Cách 2</u> (Phương pháp cần và đủ)

+ Phương trình (*) có nghiệm với mọi x ắt phải có nghiệm với k = 0.

+ Với k = 0 ta có $k(x^2 - 4x - 3) + 2(x - 1) \Leftrightarrow x = 1$.

Thay x = 1 vào (*) có 0k + 0 = 0 nghĩa là x = 1 là nghiệm của (*) với mọi k. Ta có điều phải

chứng minh.

2) Kết quả một bài toán đâu phải chỉ có là đáp số. Cái quan trọng hơn là cách nghĩ ra lời giải chúng như thế nào, có bao nhiêu con đường (cách giải) để đi đến kết quả đó :

Câu V : ***1) Mấu chốt của bài toán là chuyển hoá hình thức bài toán. Cụ thể ở đây là biết thay thế việc chứng minh ít nhất một trong hai phương trình có nghiệm bằng cách chứng minh $\Delta_1 + \Delta_2 \geq 0$. Sự chuyển hoá này đã giúp kết nối thành công với giả thiết $a_1 + a_2 \geq 2(b_1 + b_2)$.***

2) Một cách hiểu khác của bài toán là :

Chứng minh cả hai phương trình không thể cùng vô nghiệm. Với cách hiểu này ta chuyển hoá thành chứng minh khả năng $\Delta_1 + \Delta_2 < 0$ không thể xảy ra.

Thật vậy: Nếu $\Delta_1 < 0$ và $\Delta_2 < 0$ suy ra $\Delta_1 + \Delta_2 < 0$. Điều này sẽ dẫn tới mâu thuẫn với $a_1 + a_2 \geq 2(b_1 + b_2)$. Bài toán được chứng minh.

3) Các cách chứng minh bài toán trên cũng là cách chứng minh trong nhiều phương trình bậc hai, ít nhất có một phương trình có nghiệm.

4) Cùng một kiểu tư duy ấy bạn dễ dàng chứng minh :

Với mọi giá trị của m, phương trình $x^2 - mx + m = 0$ không thể có hai nghiệm cùng dương.

Thật vậy :

+ Nếu m = 0, phương trình có nghiệm x = 0.

+ Nếu m < 0, phương trình có nghiệm hai nghiệm trái dấu (do ac < 0).

+ Nếu m > 0, nếu cả hai nghiệm x_1, x_2 đều âm thì $x_1 + x_2 < 0$ suy ra $-\frac{b}{a} = m < 0$ (!).

Mâu thuẫn với m > 0.

Vậy là bài toán được chứng minh.

ĐỀ 511

Câu 1: Rút gọn biểu thức: $P = \sqrt{(\sqrt{a-1}+1)^2} + \sqrt{(\sqrt{a-1}-1)^2}$ với $a \geq 1$

Câu 2: Cho biểu thức: $Q = \left(\frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2\left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}\right)$.

1) Tìm tất cả các giá trị của x để Q có nghĩa. Rút gọn Q.

2) Tìm tất cả các giá trị của x để $Q = -3\sqrt{x} - 3$.

Câu 3: Cho phương trình $x^2 + 2(m-1)|x| + m + 1 = 0$ với m là tham số.

Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có đúng 2 nghiệm phân biệt.

Câu 4: Giải phương trình: $\sqrt{3x^2 - 6x + 19} + \sqrt{x^2 - 2x + 26} = 8 - x^2 + 2x$.

Câu 5: Cho đường tròn (O), đường kính AB, d_1, d_2 là các các đường thẳng lần lượt qua A, B và cùng vuông góc với đường thẳng AB. M, N là các điểm lần lượt thuộc d_1, d_2 sao cho $\widehat{MON} = 90^0$.

1) Chứng minh đường thẳng MN là tiếp tuyến của đường tròn (O).

2) Chứng minh $AM . AN = \frac{AB^2}{4}$.

3) Xác định vị trí của M, N để diện tích tam giác MON đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 1: P = $\left|\sqrt{a}-1+1\right|+\left|\sqrt{a}-1-1\right|$

Nếu a$\geq$ 2 => $\sqrt{a}-1-1\geq 0 \Rightarrow P = 2\sqrt{a}-1$

Nếu 1$\leq$ a < 2 => $\sqrt{a}-1-1$ < 0 => P = 2

Câu 2: ĐKXĐ: x > 0; x $\neq$ 1.

1) Q = $\dfrac{(x-1)^2}{4x}.\dfrac{(\sqrt{x}+1)^2-(\sqrt{x}-1)^2}{x-1} = \dfrac{(x-1)^2.4\sqrt{x}}{4x.(x-1)} = \dfrac{x-1}{\sqrt{x}}$.

2) Q = - 3$\sqrt{x}-3$ => $4x+3\sqrt{x}$ - 1 = 0 $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{x}=-1 \text{ (loai)}\\ \sqrt{x}=\dfrac{1}{4}\end{array}\right. \Leftrightarrow x = \dfrac{1}{16}$ (thỏa mãn)

Câu 3: Đặt $|x|$ = t, được t^2 + 2(m - 1)t + m + 1 = 0 (1)

Phương trình có đúng 2 nghiệm phân biệt <=> (1) có 2 nghiệm khác dấu hoặc (1) có nghiệm kép t > 0.

+) (1) Có 2 nghiệm khác dấu <=> m + 1 < 0 <=> m < -1

+) Δ' = 0 <=> m^2 - 3m = 0 <=> $\left[\begin{array}{l}m=0\\ m=3\end{array}\right.$

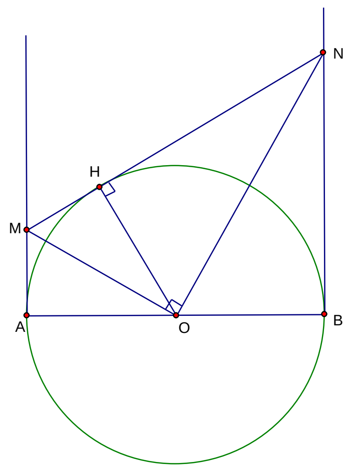
Thay vào (1) để xét thì m = 0 thỏa mãn, m = 3 bị loại.

Vậy m < - 1 hoặc m = 0.

Câu 4: PT <=> $\sqrt{3(x-1)^2+16}+\sqrt{(x-1)^2+25}$ = 9 - $(x - 1)^2$

VT $\geq$ 9; VP $\leq$ 9 (vì $(x - 1)^2 \geq 0$) nên:

PT <=> $\begin{cases}VT = 9\\ VP = 9\end{cases}$ <=> x = 1 (TM)



Câu 5: 1) Gọi H là hình chiếu của O trên đường thẳng MN. Xét tứ giác OAMH

$A + H = 180^0$ (do $A = H = 90^0$)

=> OAMH là tứ giác nội tiếp đường tròn.

Tương tự tứ giác OANH nội tiếp được

=> $A_1 = M_1$, $B_1 = N_1$ (2 góc nội tiếp chắn 1 cung)

$\Rightarrow A_1 + B_1 = M_1 + N_1 = 90^0$ => AHB = 90^0

=> MN là tiếp tuyến

2) Ta có AM = MH, BN = NH, theo hệ thức lượng trong tam vuông, ta có:

AM. BN = MH . NH = OH^2 = $\dfrac{AB^2}{4}$ (đpcm)

3. $S_{\Delta MON} = \dfrac{1}{2}$ OH . MN ≥ $\dfrac{1}{2}$ OH . AB (Vì AMNB là hình thang vuông)

Dấu "=" khi và chỉ khi MN = AB hay H là điểm chính giữa của cung AB.

⇔ M, N song song với AB ⇔ AM = BN = $\dfrac{AB}{2}$.

Vậy $S_{\Delta MON}$ nhỏ nhất khi và chỉ khi AM = BN = $\dfrac{AB}{2}$.

ĐỀ 512

Câu 1: Rút gọn A = $\dfrac{\sqrt{x^2+6x+9}}{x+3}$ với $x \neq -3$.

Câu 2: a) Giải phương trình $\sqrt{x^2-2x+4} = 2$.

b) Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua 2 điểm A(1; 2) và B(2; 0).

Câu 3: Cho phương trình: $(x^2 - x - m)(x - 1) = 0$ (1)

a) Giải phương trình khi m = 2.

b) Tìm m để phương trình có đúng 2 nghiệm phân biệt.

Câu 4: Từ điểm M ở ngoài đường tròn (O; R) vẽ hai tiếp tuyến MA, MB (tiếp điểm A; B) và cát tuyến cắt đường tròn tại 2 điểm C và D không đi qua O. Gọi I là trung điểm của CD.

a) Chứng minh 5 điểm M, A, I, O, B cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh IM là phân giác của AIB.

Câu 5: Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^4+y^4=1 \\ x^3+y^3=x^2+y^2 \end{cases}$.

Câu 1: A = $\dfrac{\sqrt{(x+3)^2}}{x+3} = \dfrac{|x+3|}{x+3} = \begin{cases} 1 \text{ khi } x > -3 \\ -1 \text{ khi } x < -3 \end{cases}$

Câu 2: a) Bình phương hai vế ta được:

$x^2 - 2x + 4 = 4$ <=> x(x - 2) = 0 <=> x = 0 hoặc x = 2

b) Đường thẳng (d) có phương trình y = ax + b đi qua điểm A (1; 2) và B (2; 0) khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} a+b=2 \\ 2a+b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-2 \\ b=4 \end{cases}$$

Vậy y = - 2x + 4

Câu 3: a) Với m = 2, ta có phương trình

$(x^2 - x - 2)(x - 1) = 0$ <=> $\left[\begin{array}{l} x^2-x-2=0 \\ x-1=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1;\ x=2 \\ x=1 \end{array}\right.$

Vậy phương trình có 3 nghiệm x $\pm$ 1; x = 2

b) Vì phương trình (1) luôn có nghiệm $x_1 = 1$ nên phương trình (1) có 2 đúng nghiệm phân biệt khi và chỉ khi:

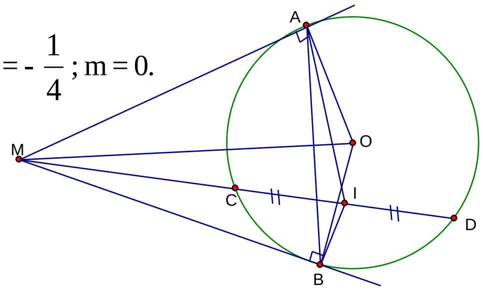
- Hoặc phương trình f(x) = x^2 - x - m = 0 có nghiệm kép khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta = 0 \\ f(1) \neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}1+4m = 0 \\ 1-1-m \neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m = -\dfrac{1}{4} \\ m \neq 0\end{cases} \Leftrightarrow m = -\frac{1}{4}.$$

- Hoặc phương trình f(x) = x^2 - x - m = 0 có 2 nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm bằng 1.

$$\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta > 0 \\ f(1) = 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}1+4m > 0 \\ m = 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m > -\dfrac{1}{4} \\ m = 0\end{cases} \Leftrightarrow m = 0.$$

Vậy phương trình (1) có đúng 2 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi m = - $\frac{1}{4}$; m = 0.



Câu 4:

a) Vì MA, MB là tiếp tuyến của đường tròn (O)

Nên MA $\perp$ OA; MB $\perp$ OB; Mà OI $\perp$ CD

(Theo định lý đường kính là dây cung).

Do đó $MAO = MBO = MIO = 90^0$ => 3 điểm A, B, I thuộc đường tròn đường kính MO hay 5 điểm M, A, I, O, B cùng thuộc một đường tròn.

b) Ta có: $AIM = AOM$ (vì 2 góc nội tiếp cùng chắn cung MA) $BIM = BOM$ (vì 2 góc nội tiếp cùng chắn cung MB) mà $AOM = BOM$ (tính chất hai tiếp tuyến)

=> $AIM = BIM$ => IM là phân giác của góc AIB (đpcm).

Câu 5: $\begin{cases}x^4 + y^4 = 1 & (1) \\ x^3 + y^3 = x^2 + y^2 & (2)\end{cases}$

Từ (1) suy ra: $x^4 \leq 1 \Rightarrow x \leq 1$. Tương tự $y \leq 1$ (3).

(2) $\Leftrightarrow x^2(1-x) + y^2(1-y) = 0$ (4), Từ (3) suy ra vế trái của (4) không âm. nên

(4) $\Leftrightarrow \begin{cases}x^2(1-x) = 0 \\ y^2(1-y) = 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x = 0 \\ y = 0\end{cases}; \begin{cases}x = 0 \\ y = 1\end{cases}; \begin{cases}x = 1 \\ y = 0\end{cases}; \begin{cases}x = 1 \\ y = 1\end{cases}.$

Thử lại thì hệ chỉ có 2 nghiệm là: $\begin{cases}x = 0 \\ y = 1\end{cases}; \begin{cases}x = 1 \\ y = 0\end{cases}$

ĐỀ 513

Câu 1: a) Tính $\sqrt{(1+\sqrt{5})^2} + \sqrt{(1-\sqrt{5})^2}$.

b) Giải phương trình: x^2 + 2x - 24 = 0.

Câu 2: Cho biểu thức: P = $\dfrac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a}+3} + \dfrac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-3} + \dfrac{3+7\sqrt{a}}{9-a}$ với a $\geq$ 0, a $\neq$ 9.

a) Rút gọn.

b) Tìm a để P < 1.

Câu 3: Cho phương trình: $x^4 - 5x^2 + m = 0$ (1)

a) Giải phương trình khi m = 4.

b) Tìm m để phương trình (1) có đúng 2 nghiệm phân biệt.

Câu 4: Cho đường tròn (O), từ điểm A ngoài đường tròn vẽ đường thẳng AO cắt đường tròn (O) tại B, C (AB < AC). Qua A vẽ đường thẳng không đi qua (O) cắt đường tròn (O) tại D; E (AD < AE). Đường thẳng vuông góc với AB tại A cắt đường thẳng CE tại F.

a) Chứng minh tứ giác ABEF nội tiếp đường tròn.

b) Gọi M là giao điểm thứ hai của FB với đường tròn (O), chứng minh DM $\perp$ AC.

c) Chứng minh: CE . CF + AD . AE = AC^2.

Câu 5: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số: $y = \dfrac{2}{1-x} + \dfrac{1}{x}$, với $0 < x < 1$

Câu 1: a) $P = \left|1+\sqrt{5}\right| + \left|1-\sqrt{5}\right| = 1+\sqrt{5}+\sqrt{5}-1 = 2\sqrt{5}$.

b) $x^2 + 2x - 24 = 0$

$\Delta' = 1 + 24 = 25 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = 5$

=> phương trình có 2 nghiệm $x_1 = -1 + 5 = 4$; $x_2 = -1 - 5 = -6$

Câu 2: a) $P = \dfrac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a}+3} + \dfrac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-3} + \dfrac{-7\sqrt{a}-3}{(\sqrt{a}-3)(\sqrt{a}+3)}$

$= \dfrac{2\sqrt{a}(\sqrt{a}-3)+(\sqrt{a}+1)(\sqrt{a}+3)-7\sqrt{a}-3}{(\sqrt{a}-3)(\sqrt{a}+3)} = \dfrac{2a-6\sqrt{a}+a+4\sqrt{a}+3-7\sqrt{a}-3}{(\sqrt{a}-3)(\sqrt{a}+3)}$

$= \dfrac{3a-9\sqrt{a}}{(\sqrt{a}-3)(\sqrt{a}+3)} = \dfrac{3\sqrt{a}(\sqrt{a}-3)}{(\sqrt{a}-3)(\sqrt{a}+3)} = \dfrac{3\sqrt{a}}{\sqrt{a}+3}$

Vậy $P = \dfrac{3\sqrt{a}}{\sqrt{a}+3}$.

b) $P < 1 \Leftrightarrow \dfrac{3\sqrt{a}}{\sqrt{a}+3} < 1 \Leftrightarrow 3\sqrt{a} < \sqrt{a}+3 \Leftrightarrow \sqrt{a} < \dfrac{3}{2} \Leftrightarrow 0 \le a < \dfrac{9}{4}$.

Câu 3: a) Với m = 4 ta có $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

Đặt $x^2 = t$, với $t \ge 0$ ta có pt $t^2 - 5t + 4 = 0 \Leftrightarrow t_1 = 1; t_2 = 4$

Từ đó, ta được: $\left[\begin{array}{l} x^2 = 1 \\ x^2 = 4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \pm 1 \\ x = \pm 2 \end{array}\right.$.

Vậy phương trình có 4 nghiệm $x = \pm 1;\ x = \pm 2$.

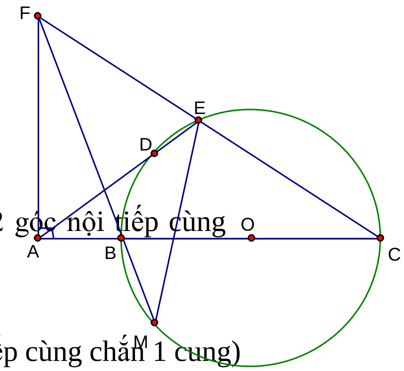
b) $x^4 - 5x^2 + m = 0$ (1) có dạng $f(y) = y^2 - 5y + m = 0$ (2) (với $y = x^2$; $y \ge 0$)

Phương trình (1) có đúng 2 nghiệm phân biệt <=> phương trình (2):

1) Hoặc có nghiệm kép khác 0 <=> $\begin{cases}\Delta = 0 \\ f(0) \neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \dfrac{25}{4} \\ m \neq 0\end{cases} \Leftrightarrow m = \dfrac{25}{4}$.

2) Hoặc có 2 nghiệm khác dấu $\Leftrightarrow m < 0$.

Vậy m = $\dfrac{25}{4}$ hoặc m < 0 thì phương trình (1) có đúng 2 nghiệm phân biệt



Câu 4: a) $FAB = 90^0$ (vì AF $\perp$ AB)

$BEC = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

=> $BEF = 90^0$. Do đó $FAB + BEF = 180^0$

Vậy tứ giác ABEF nội tiếp đường tròn.

b) Ta có: $AFB = AEB$ = ($\dfrac{1}{2}$ sđ cung AB) (vì 2 góc nội tiếp cùng chắn 1 cung)

$AEB = BMD$ = ($\dfrac{1}{2}$ sđ cung BD) (vì 2 góc nội tiếp cùng chắn 1 cung)

Do đó $AFB = BMD$ => AF // DM mà FA $\perp$ AC => DM $\perp$ AC

c) Δ ACF ~ Δ ECB (g.g) => $\dfrac{AC}{CE} = \dfrac{CF}{BC}$ => CE.CF = AC.BC (1)

Δ ABD ~ Δ AEC (g.g) => $\dfrac{AB}{AE} = \dfrac{AD}{AC}$ => AD.AE = AC.AB (2)

(1), (2) => AD.AE + CE.CF = AC(AB + BC) = AC^2 (đpcm)

Câu 5: Ta có y = $\dfrac{2}{1-x} + \dfrac{1}{x} = \dfrac{(2-2x)+2x}{1-x} + \dfrac{(1-x)+x}{x}$

= 2 + 1 + $\dfrac{2x}{1-x} + \dfrac{1-x}{x} \geq 3 + 2\sqrt{\dfrac{2x}{1-x}.\dfrac{1-x}{x}} = 3 + 2\sqrt{2}$ (áp dụng BĐT Côsi với 2 số dương)

Đẳng thức xảy ra <=> $\dfrac{2x}{1-x} = \dfrac{1-x}{x} \Leftrightarrow x = \sqrt{2} - 1$ (loại nghiệm x = - 1 - $\sqrt{2}$)

Vậy giá trị nhỏ nhất của y bằng 3 + 2$\sqrt{2}$ khi x = $\sqrt{2}$ -

ĐỀ 514

Câu 1: Cho biểu thức: M = $\dfrac{x^2 - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1} - \dfrac{x^2 + \sqrt{x}}{x - \sqrt{x} + 1} + x + 1$

Rút gọn biểu thức M với $x \geq 0$.

Câu 2: a) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 3x - 5y = -18 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$

b) Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, với giá trị nào của a, b thì đường thẳng (d): y = ax + 2 - b và đường thẳng (d'): y = (3 - a)x + b song song với nhau.

Câu 3: Cho phương trình: $x^2 - 2x + m = 0$ (1)

a) Giải phương trình khi m = - 3.

b) Tìm m để phương trình (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thoả mãn: $\frac{1}{x_1^2}+\frac{1}{x_2^2} = 1$.

Câu 4: Cho Δ ABC có 3 góc nhọn, trực tâm là H và nội tiếp đường tròn (O). Vẽ đường kính AK.

a) Chứng minh tứ giác BHCK là hình hình hành.

b) Vẽ OM ⊥ BC (M ∈ BC). Chứng minh H, M, K thẳng hàng và AH = 2.OM.

c) Gọi A', B', C' là chân các đường cao thuộc các cạnh BC, CA, AB của Δ ABC. Khi BC cố định hãy xác định vị trí điểm A để tổng S = A'B' + B'C' + C'A' đạt giá trị lớn nhất.

Câu 5: Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $y = \frac{x^2+x+1}{x^2+2x+2}$.

Câu 1: $M = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x^3}-1)}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x^3}+1)}{x-\sqrt{x}+1} + x + 1$

$= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1)}{x-\sqrt{x}+1} + x + 1$

$= x - \sqrt{x} - x - \sqrt{x} + x + 1 = x - 2\sqrt{x} + 1 = (\sqrt{x} - 1)^2$

Câu 2: a) $\begin{cases} 3x-5y=-18 \\ x+2y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-5y=-18 \\ 3x+6y=15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11y=33 \\ x+2y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=3 \end{cases}$.

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất (- 1; 3)

b) Hai đường thẳng (d) và (d') song song khi và chỉ khi:

$\begin{cases} a=3-a \\ b\neq 2-b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{3}{2} \\ b\neq 1 \end{cases}$.

Câu 3: a) Khi m = - 3, ta có phương trình $x^2 - 2x - 3 = 0$

Vì a - b + c = 1 - (- 2) + (- 3) = 0 nên $x_1 = -1$; $x_2 = 3$

b) Phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow 1 - m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 1$

Khi đó theo hệ thức Viét, ta có: $x_1 + x_2 = 2$ và $x_1x_2 = m$ (1)

$\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x^2}=1 \Leftrightarrow \frac{x_1^2+x_2^2}{x_1^2x_2^2}=1 \Leftrightarrow \frac{(x_1+x_2)^2-2x_1x_2}{(x_1x_2)^2}=1$ (2)

Từ (1), (2), ta được: $4 - 2m = m^2 \Leftrightarrow m^2 + 2m - 4 = 0$

$\Delta' = 1 + 4 = 5 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = \sqrt{5}$ nên $m = -1 + \sqrt{5}$ (loại); $m = -1 - \sqrt{5}$ (T/m vì $m \leq 1$).

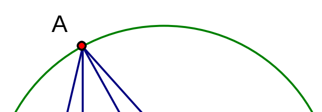
Vậy giá trị m cần tìm là: $m = -1 - \sqrt{5}$

Câu 4: a) Ta có ACK $= 90^0$

(vì góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Nên CK ⊥ AC mà BH ⊥ AC (vì H trực tâm)

=> CK // BH tương tự có CH // BK



=> Tứ giác BHCK là hbh (đpcm)

b) OM $\perp$ BC => M trung điểm của BC

(định lý đường kính và dây cung) => M là trung điểm của HK (vì BHCK là hình bình hành) => đpcm Δ AHK có OM là đường trung bình

=> AH = 2.OM

c) Ta có $AC'C = BB'C = 90^0$=> tứ giác BC'B'C nội tiếp đường tròn => $AC'B' = ACB$ mà

$ACB = BAx$ (Ax là tiếp tuyến tại A) => Ax // B'C'

OA $\perp$ Ax => OA $\perp$ B'C'. Do đó $S_{AB'OC'} = \frac{1}{2}$R.B'C'

Tương tự: $S_{BA'OC'} = \frac{1}{2}$R.A'C'; $S_{CB'OA'} = \frac{1}{2}$R.A'B'

$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}$R(A'B' + B'C' + C'A')= $\frac{1}{2}$AA' .BC $\leq \frac{1}{2}$(AO + OM).BC

=> A'B' + B'C' + C'A', lớn nhất khi A, O, M thẳng hàng <=> A là điểm chính giữa cung lớn BC.

Câu 5: $y = \dfrac{x^2+x+1}{x^2+2x+2} \Leftrightarrow y(x^2+2x+2)-(x^2+x+1)=0$

$\Leftrightarrow$ (y - 1)x^2 + (2y - 1)x + (2y - 1) = 0 (1)

- Nếu y = 1 thì x = - 1

- Nếu y $\neq$ 1 thì (1) là phương trình bậc hai đối với x. Để (1) có nghiệm thì phải có

$\Delta = (2y-1)^2 - 4(y-1)(2y-1) \geq 0 \Leftrightarrow (2y-1)(2y-3) \leq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq y \leq \frac{3}{2}$.

$y = \frac{1}{2}$ khi x = 0. Vậy min y = $\frac{1}{2}$..

ĐỀ 515

Câu 1: Cho biểu thức: P = $\dfrac{x^2+\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}+1} + 1 - \dfrac{2x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ với x > 0.

a) Rút gọi biểu thức P.

b) Tìm x để P = 0.

Câu 2: a) Giải phương trình: $x + \sqrt{1-x^2} = 1$

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 6x+6y=5xy \\ \dfrac{4}{x}-\dfrac{3}{y}=1 \end{cases}$.

Câu 3: Cho phương trình: x^2 - 2(m - 1)x + m + 1= 0. (1)

a) Giải phương trình khi m = - 1.

b) Tìm m để phương trình (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thoả mãn $\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}=4$.

Câu 4: Δ ABC cân tại A. Vẽ đường tròn (O; R) tiếp xúc với AB, AC tại B, C. Đường thẳng qua điểm M trên BC vuông góc với OM cắt tia AB, AC tại D, E.

a) Chứng minh 4 điểm O, B, D, M cùng thuộc một đường tròn.

b) MD = ME.

Câu 5: Giải phương trình: $x^2 + 3x + 1 = (x + 3)\sqrt{x^2+1}$

Câu 1:

a) Ta có $x^2 + \sqrt{x} = \sqrt{x}(\sqrt{x^3}+1) = \sqrt{x}(\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1)$

nên $P = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1)}{x-\sqrt{x}+1}+1-\frac{\sqrt{x}(2\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}}$

$= \sqrt{x}(\sqrt{x}+1)+1-2\sqrt{x}-1 = x-\sqrt{x}$. Vậy $P = x-\sqrt{x}$.

b) $P = 0 \Leftrightarrow x - \sqrt{x} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x}(\sqrt{x} - 1) = 0 \Leftrightarrow$ x = 0 (loại) ; x = 1 (t/m)

Vậy x = 1 thì P = 0

Câu 2: a) Ta có $\sqrt{1-x^2} = 1 - x$. Đk: $|x| \le 1$

Bình phương hai vế, ta được phương trình hệ quả: $1 - x^2 = (1 - x)^2$.

<=> $2x^2 - 2x = 0$ <=> $2x(x - 1)$ <=> $x = 0$; $x = 1$

Thay vào pt đã cho thử lại thì cả 2 nghiệm đều thoả mãn.

b) Đk: $x \neq 0$ và $y \neq 0$.

Hệ đã cho tương đương với hệ phương trình:

$$\begin{cases}\frac{3}{x}+\frac{3}{y}=\frac{5}{2}\\ \frac{4}{x}-\frac{3}{y}=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\frac{7}{x}=\frac{7}{2}\\ \frac{4}{x}-\frac{3}{y}=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=2\\ 2-\frac{3}{y}=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=2\\ y=3\end{cases}.$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm (2; 3).

Câu 3: a) Với m = - 1 ta được phương trình:

$x^2 + 4x = 0$ <=> $x(x + 4) = 0$ <=> $x = 0$; $x = - 4$

b) Phương trình (1) có nghiệm khi $\Delta' \ge 0$ <=> $(m-1)^2 - (m+1) = m^2 - 3m = m(m-3) \ge 0$

<=> $m \ge 3$; $m \le 0$. (1)

Khi đó theo hệ thức Viét ta có: $x_1 + x_2 = 2(m - 1)$ và $x_1x_2 = m + 1$ (2)

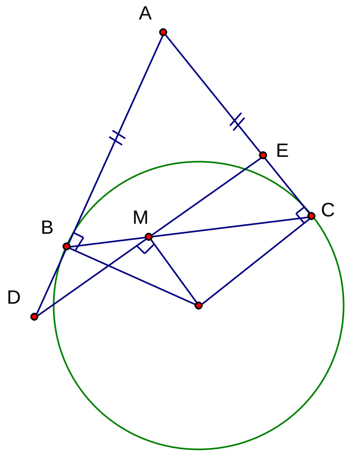
Ta có: $\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1} = \frac{x_1^2+x_2^2}{x_1x_2} = \frac{(x_1+x_2)^2-2x_1x_2}{x_1x_2}$.

nên $\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}=4 \Leftrightarrow \frac{(x_1+x_2)^2-2x_1x_2}{x_1x_2}=4 \Leftrightarrow (x_1+x_2)^2=6x_1x_2$ (3)

Từ (2). (3) ta được: $4(m - 1)^2 = 6(m + 1) <=> 4m^2 - 8m + 4 = 6m + 6 <=> 2m^2 - 7m - 1 = 0$

$\Delta_m = 49 + 8 = 57$ nên $m = \dfrac{7-\sqrt{57}}{4} < 0$; $m = \dfrac{7+\sqrt{57}}{4} > 0$.

Đối chiếu đk (1) thì cả 2 nghiệm đều thoả mãn.



Câu 4: a) Ta có: $DBO = DMO = 90^0$ (vì gt)

=> 2 điểm B, M thuộc đường tròn đường kính DO =>đpcm

b) Chứng minh tương tự có 4 điểm O, C, E, M cùng thuộc một đường tròn => $MEO = MCO$ (vì 2 góc nội tiếp cùng chắn cung MO)

$MBO = MDO$ (vì 2 góc nội tiếp cùng chắn cung MO)

Mà $MBO = MCO$ (vì Δ BOC cân tại O)

=> $MEO = MDO$ => Δ DOE cân tại O

Mà $MO \perp DE$ nên MD = ME (đpcm)

Câu 5: Đặt $\sqrt{x^2+1} = t$, với $t > 0$, ta có $t^2 - (x + 3)t + 3x = 0$

Xem pt trên là pt bậc 2 đối với t.

$\Delta = (x + 3)^2 - 12x = (x - 3)^2$

$t_1 = \dfrac{x+3+x-3}{2} = x$; $t_2 = \dfrac{x+3-x+3}{2} = 3$

Do đó: - Hoặc: $\sqrt{x^2+1} = x \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 0 \\ x^2+1 = x^2 \end{cases}$ vô nghiệm.

- Hoặc: $\sqrt{x^2+1} = 3 \Leftrightarrow x^2 = 8 \Leftrightarrow x = \pm 2\sqrt{2}$

Vậy phương trình có 2 nghiệm $x = \pm 2\sqrt{2}$.

ĐỀ 516

Câu 1:

1) Tính: $\sqrt{48} - 2\sqrt{75} + \sqrt{108}$

2) Rút gọn biểu thức: $P = \left(\dfrac{1}{1-\sqrt{x}} - \dfrac{1}{1+\sqrt{x}}\right).\left(1 - \dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)$ với $x \neq 1$ và $x > 0$

Câu 2: 1) Trên hệ trục tọa độ Oxy, đường thẳng y = ax + b đi qua 2 điểm M (3; 2) và N (4; -1). Tìm hệ số a và b.

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x + 5y = 7 \\ 3x - y = 2 \end{cases}$

Câu 3: Cho phương trình: $x^2 - 2mx - 6m = 0$ (1)

1). Giải phương trình (1) khi m = 2

2) Tìm m để phương trình (1) có 1 nghiệm gấp 2 lần nghiệm kia.

Câu 4: Cho đường tròn (O), đường kính AB cố định, điểm I nằm giữa A và O sao cho AI = $\frac{2}{3}$ AO. Kẻ dây MN vuông góc với AB tại I, gọi C là điểm tùy ý thuộc cung lớn MN sao cho C không trùng với M, N và B. Nối AC cắt MN tại E.

1) Chứng minh tứ giác IECB nội tiếp .

2) Chứng minh hệ thức: $AM^2 = AE.AC$.

3) Hãy xác định vị trí của điểm C sao cho khoảng cách từ N đến tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác CME là nhỏ nhất.

Câu 5: Cho x và y là hai số thỏa mãn đồng thời : $x \geq 0$, $y \geq 0$, $2x + 3y \leq 6$ và $2x + y \leq 4$.

Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $K = x^2 - 2x - y$.

Câu 1: (2 điểm)

1) Tính: $\sqrt{48} - 2\sqrt{75} + \sqrt{108} = \sqrt{16 . 3} - 2\sqrt{25 . 3} + \sqrt{36 . 3}$

$= 4\sqrt{3} - 10\sqrt{3} + 6\sqrt{3} = 0$

2) Rút gọn biểu thức: $P = \left(\frac{1}{1 - \sqrt{x}} - \frac{1}{1 + \sqrt{x}}\right) . \left(1 - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)$

$= \left(\frac{1 + \sqrt{x} - 1 + \sqrt{x}}{1 - x}\right)\left(\frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}}\right) = \frac{2\sqrt{x}}{1 - x} . \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}} = \frac{-2}{1 + \sqrt{x}}$

Câu 2:1) Đường thẳng y = ax + b đi qua 2 điểm M (3; 2) và N(4; -1) nên:

$$\begin{cases} 2 = 3a + b \\ -1 = 4a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 11 \end{cases}$$

2) Giải hệ pt:

$$\begin{cases} 2x + 5y = 7 \\ 3x - y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 5y = 7 \\ 15x - 5y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 17y = 17 \\ 3x - y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}.$$

Câu 3:

1) Khi m = 2, phương trình (1) trở thành: $x^2 - 4x - 12 = 0$

$\Delta' = 16$, pt đã cho có 2 nghiệm: $x = -2$; $x = 6$.

2) Phương trình (1) có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow m^2 + 6m \Leftrightarrow m \leq -6;\ m \geq 0$ (2)

Khi đó, theo hệ thức Vi ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1x_2 = -6m \end{cases}$ (3)

Phương trình có 1nghiệm gấp 2 lần nghiệm kia khi và chỉ khi:

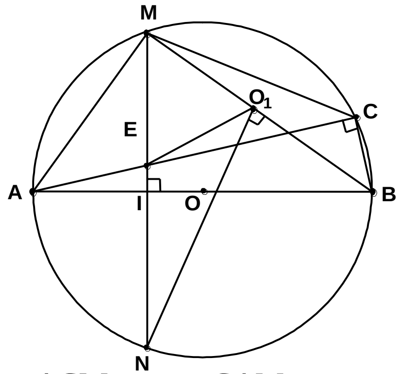
$x_1 = 2x_2;\ x_2 = 2x_1 \Leftrightarrow (x_1 - 2x_2)(x_2 - 2x_1) = 0 \Leftrightarrow 5x_1x_2 - 2(x_1^2 + x_2^2) = 0$

$\Leftrightarrow 5x_1x_2 - 2[(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2] = 0 \Leftrightarrow 9x_1x_2 - 2(x_1 + x_2)^2 = 0$ (4)

Từ (3), (4), ta có: $-54m - 8m^2 = 0 \Leftrightarrow m = 0;\ m = -\frac{27}{4}$ (thỏa mãn đk (2))

Vậy các giá trị m cần tìm là $m = 0;\ m = -\frac{27}{4}$.

Câu 4:



1. Theo giả thiết MN $\perp$AB tại I

$ACB = 90^0$ hay $ECB = 90^0$

$\Rightarrow$ $EIB + ECB = 180^0$

mà đây là hai góc đối của tứ giác IECB nên tứ giác IECB là tứ giác nội tiếp.

2. Theo giả thiết MN $\perp$AB, suy ra A là điểm chính giữa của MN nên $AMN = ACM$ (hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau) hay $AME = ACM$, lại có CAM là góc chung do đó tam giác AME đồng dạng với tam giác ACM $\Rightarrow \dfrac{AM}{AC} = \dfrac{AE}{AM} \Rightarrow AM^2 = AE.AC$.

3. Theo trên $AMN = ACM$ $\Rightarrow$ AM là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp ΔECM. Nối MB ta có $AMB = 90^0$, do đó tâm O_1 của đường tròn ngoại tiếp ΔECM phải nằm trên BM.

Ta thấy NO_1 nhỏ nhất khi NO_1 là khoảng cách từ N đến BM$\Rightarrow NO_1 \perp BM$. Gọi O_1 là chân đường vuông góc kẻ từ N đến BM ta được O_1 là tâm đường tròn ngoại tiếp Δ ECM có bán kính là O_1M.

Do đó để khoảng cách từ N đến tâm đường tròn ngoại tiếp Δ ECM là nhỏ nhất thì C phải là giao điểm của đường tròn (O_1), bán kính O_1M với đường tròn (O) trong đó O_1 là hình chiếu vuông góc của N trên BM.

Câu 5: Từ $2x + 3y \le 6 \Rightarrow y \le 2 - \dfrac{2}{3}x \Rightarrow -y \ge \dfrac{2}{3}x - 2$

$$K = x^2 - 2x - y \ge x^2 - 2x + \frac{2x}{3} - 2 = (x - \frac{2}{3})^2 - \frac{22}{9} \ge \frac{-22}{9}$$

Suy ra : min $K = \dfrac{-22}{9}$ khi $x = \dfrac{2}{3}$; $y = \dfrac{14}{9}$

Ta có : $2x^2 + xy \le 4x$ $(x \ge 0)$

$$\Rightarrow x^2 - 2x - y \le -\frac{xy}{2} - y = \frac{-y(x+2)}{2} \le 0$$

Suy ra : max K = 0 khi $\begin{cases} y = 0 \\ x = 0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} y = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

ĐỀ 517

Câu 1. Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho đường thẳng d có phương trình: $3x + 4y = 2$.

a) Tìm hệ số góc của đường thẳng d.

b) Với giá trị nào của tham số m thì đường thẳng d_1: $y = (m^2 - 1)x + m$ song song với đường thẳng d.

Câu 2. Tìm a, b biết hệ phương trình $\begin{cases} ax+by=3 \\ bx-ay=11 \end{cases}$ có nghiệm $\begin{cases} x=3 \\ y=-1 \end{cases}$.

Câu 3. Cho phương trình: $(1+\sqrt{3})x^2-2x+1-\sqrt{3}=0$ (1)

a) Chứng tỏ phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt.

b) Gọi 2 nghiệm của phương trình (1) là x_1, x_2. Lập một phương trình bậc 2 có 2 nghiệm là $\frac{1}{x_1}$ và $\frac{1}{x_2}$.

Câu 4. Bên trong hình vuông ABCD vẽ tam giác đều ABE . Vẽ tia Bx thuộc nửa mặt phẳng chứa điểm E, có bờ là đường thẳng AB sao cho Bx vuông góc với BE. Trên tia Bx lấy điểm F sao cho BF = BE.

a) Tính số đo các góc của tam giác ADE.

b) Chứng minh 3 điểm: D, E, F thẳng hàng.

c) Đường tròn tâm O ngoại tiếp tam giác AEB cắt AD tại M. Chứng minh ME // BF.

Câu 5. Hai số thực x, y thoả mãn hệ điều kiện : $\begin{cases} x^3+2y^2-4y+3=0 & (1) \\ x^2+x^2y^2-2y=0 & (2) \end{cases}$.

Tính giá trị biểu thức $P = x^2+y^2$.

Câu 1. a) $3x + 4y = 2 \Leftrightarrow y=-\frac{3}{4}x+\frac{1}{2}$, nên hệ số góc của đường thẳng d là $k = -\frac{3}{4}$.

b) $d // d_1 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-1=-\frac{3}{4} \\ m\neq\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2=\frac{1}{4} \\ m\neq\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=\pm\frac{1}{2} \\ m\neq\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m=-\frac{1}{2}$.

Vậy với $m=-\frac{1}{2}$ thì $d_1 // d$.

Câu 2. Hệ phương trình $\begin{cases} ax+by=3 \\ bx-ay=11 \end{cases}$ có nghiệm $\begin{cases} x=3 \\ y=-1 \end{cases}$ nên $\begin{cases} a.3+b(-1)=3 \\ b.3-a(-1)=11 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a-b=3 \\ a+3b=11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9a-3b=9 \\ a+3b=11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10a=20 \\ a+3b=11 \end{cases} \Leftrightarrow \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ 3a-b=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=3 \end{cases}$.

Câu 3.

a) Do $ac=(1+\sqrt{3})(1-\sqrt{3})=1-3=-2<0$ nên phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt.

b) Vì x_1, x_2 là 2 nghiệm của phương trình (1) nên theo hệ thức Vi-et, ta có:

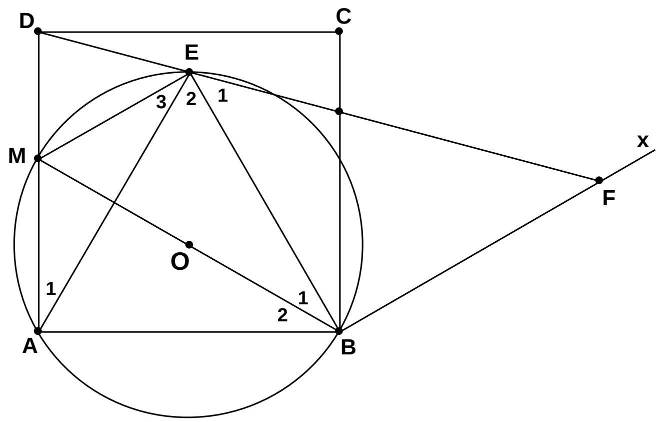
$x_1+x_2=\frac{2}{1+\sqrt{3}}$, $x_1x_2=\frac{1-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$.

Do đó: $S=\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{x_1+x_2}{x_1x_2}=\frac{2}{1-\sqrt{3}}=\frac{2(1+\sqrt{3})}{-2}=-(1+\sqrt{3})$.

và $P = \frac{1}{x_1}.\frac{1}{x_2} = \frac{1}{x_1x_2} = \frac{1+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}} = \frac{(1+\sqrt{3})^2}{-2} = \frac{4+2\sqrt{3}}{-2} = -(2+\sqrt{3})$.

Vậy phương trình bậc 2 cần tìm là: $X^2 + (1+\sqrt{3})X - (2+\sqrt{3}) = 0$.

Câu 4.



a) Tam giác ADE cân tại A vì AD = AE. Lại có:

$A_1 = DAB - EAB = 90^0 - 60^0 = 30^0$

Do đó

$ADE = AED = \frac{1}{2}(180^0 - 30^0) = 75^0$.

b) Từ giả thiết, dễ thấy tam giác BEF vuông cân tại B, nên $E_1 = 45^0$.

Từ đó ta có:

$DEF = DEA + E_2 + E_1 = 75^0 + 60^0 + 45^0 = 180^0$ suy ra 3 điểm D, E, F thẳng hàng, đpcm.

c) Ta có: $B_1 = A_1$ (cùng chắn cung EM) suy ra $B_1 = 30^0$ nên $B_2 = 30^0$.

Mà $E_3 = B_2$ nên $E_3 = 30^0$.

Vậy $E_2 + E_3 = 60^0 + 30^0 = 90^0$ hay ME $\perp$ EB. Mặt khác BF $\perp$ EB do đó ME // BF.

Câu 5. Từ (1) ta có: $x^3 = -2(y-1)^2 - 1 \le -1 \Rightarrow x \le -1$ (3)

Từ (2) ta có: $x^2 = \frac{2y}{y^2+1} \le 1 \Rightarrow x^2 \le 1 \Rightarrow -1 \le x \le 1$ (4)

Từ (3) và (4), suy ra x = -1, thay vào hệ đã cho ta được y = 1.

Vậy P = 2.

ĐỀ 518

Câu 1: Giải các phương trình:

a) $\left(x^2 + \frac{4}{x^2}\right) - 4\left(x - \frac{2}{x}\right) - 9 = 0$

b) $\left(\sqrt{x+5} - \sqrt{x+2}\right)\left(1 + \sqrt{x^2 + 7x + 10}\right) = 3$

Câu 2:

a) Cho 3 số a, b, c khác 0 thỏa mãn: abc = 1 và

$$\frac{a}{b^3} + \frac{b}{c^3} + \frac{c}{a^3} = \frac{b^3}{a} + \frac{c^3}{b} + \frac{a^3}{c}.$$

Chứng minh rằng trong 3 số a, b, c luôn tồn tại một số là lập phương của một trong hai số còn lại.

b) Cho $x = \sqrt[3]{1+\frac{\sqrt{84}}{9}} + \sqrt[3]{1-\frac{\sqrt{84}}{9}}$. Chứng minh x có giá trị là một số nguyên.

Câu 3: Cho các số dương x, y, z thỏa mãn: $x + y + z \le 3$.Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$A = \sqrt{1+x^2} + \sqrt{1+y^2} + \sqrt{1+z^2} + 2\left(\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z}\right).$$

Câu 4: Cho đường tròn (O; R) và điểm A nằm ngoài đường tròn sao cho $OA = R\sqrt{2}$. Từ A vẽ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm). Lấy D thuộc AB; E thuộc AC sao cho chu vi của tam giác ADE bằng 2R.

a) Chứng minh tứ giác ABOC là hình vuông.

b) Chứng minh DE là tiếp tuyến của đường tròn (O; R).

c) Tìm giá trị lớn nhất của diện tích ΔADE.

Câu 5: Trên mặt phẳng cho 99 điểm phân biệt sao cho từ 3 điểm bất kì trong số chúng đều tìm được 2 điểm có khoảng cách nhỏ hơn 1. Chứng minh rằng tồn tại một hình tròn có bán kính bằng 1 chứa không ít hơn 50 điểm.

Câu 1:

a) Đặt $x - \frac{2}{x} = t$ (1), suy ra $x^2 + \frac{4}{x^2} = t^2 + 4$

Khi đó phương trình đã cho trở thành: $t^2 - 4t - 5 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = -1 \\ t = 5 \end{array}\right.$.

Lần lượt thay các giá trị của t vào (1) thì phương trình đã cho có 4 nghiệm:

$x_1 = 1$; $x_2 = -2$; $x_3 = \frac{5+\sqrt{33}}{2}$; $x_4 = \frac{5-\sqrt{33}}{2}$

b) Đk: $x \ge -2$ (1)

Đặt $\sqrt{x+5} = a$; $\sqrt{x+2} = b$ $(a \ge 0;\ b \ge 0)$ (2)

Ta có: $a^2 - b^2 = 3$; $\sqrt{x^2 + 7x + 10} = \sqrt{(x+5)(x+2)} = ab$

Thay vào phương trình đã cho ta được:

$(a - b)(1 + ab) = a^2 - b^2 \Leftrightarrow (a - b)(1 - a)(1 - b) = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a - b = 0 \\ 1 - a = 0 \\ 1 - b = 0 \end{array}\right. \text{ nên } \left[\begin{array}{l} \sqrt{x+5} = \sqrt{x+2} \text{ (VN)} \\ \sqrt{x+5} = 1 \\ \sqrt{x+2} = 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -4 \\ x = -1 \end{array}\right.$$

Đối chiếu với (1) suy ra phương trình đã cho có nghiệm duy nhất x = - 1.

Câu 2:

a) Đặt $\begin{cases} x = \dfrac{a}{b^3} \\ y = \dfrac{b}{c^3} \\ z = \dfrac{c}{a^3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{x} = \dfrac{b^3}{a} \\ \dfrac{1}{y} = \dfrac{c^3}{b} \\ \dfrac{1}{z} = \dfrac{a^3}{c} \end{cases}$, khi đó do abc = 1 nên xyz = 1 (1).

Từ đề bài suy ra $x + y + z = \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} + \dfrac{1}{z} \Rightarrow x + y + z = yz + xz + xy$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra: $xyz + (x + y + z) - (xy + yz + zx) - 1 = 0$

$\Leftrightarrow (x - 1)(y - 1)(z - 1) = 0$.

Vậy tồn tại x =1 chẳng hạn, suy ra $a = b^3$, đpcm.

b) Đặt $\sqrt[3]{1+\dfrac{\sqrt{84}}{9}} = a$; $\sqrt[3]{1-\dfrac{\sqrt{84}}{9}} = b \Rightarrow x = a + b$; $a^3 + b^3 = 2$; $ab = -\dfrac{1}{3}$.

Ta có: $x^3 = (a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$

Suy ra: $x^3 = 2 - x \Leftrightarrow x^3 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)\left(x^2 + x + 2\right) = 0$

$\Leftrightarrow x = 1$. Vì $x^2 + x + 2 = \left(x + \dfrac{1}{2}\right)^2 + \dfrac{7}{4} > 0$. Từ đó suy ra điều phải chứng minh.

Câu 3: Áp dụng các BĐT:

$a + b \le \sqrt{2\left(a^2 + b^2\right)}$; $a + b + c \le \sqrt{3\left(a^2 + b^2 + c^2\right)}$

(được suy ra từ bất đẳng thức Bunhiacôpski)

Ta có:

$$\sqrt{1 + x^2} + \sqrt{2x} \le \sqrt{2\left(1 + x^2 + 2x\right)} = \sqrt{2}\,(x + 1)$$

$$\sqrt{1 + y^2} + \sqrt{2y} \le \sqrt{2\left(1 + y^2 + 2y\right)} = \sqrt{2}\,(y + 1)$$

$$\sqrt{1 + z^2} + \sqrt{2z} \le \sqrt{2\left(1 + z^2 + 2z\right)} = \sqrt{2}\,(z + 1)$$

$$\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z} \le \sqrt{3(x + y + z)}$$

Lại có: $A = \sqrt{1+x^2} + \sqrt{1+y^2} + \sqrt{1+z^2} + \sqrt{2x} + \sqrt{2y} + \sqrt{2z}$

$+ \left(2 - \sqrt{2}\right)\left(\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z}\right)$

$\Rightarrow A \le \sqrt{2}\,(x + y + z + 3) + \left(2 - \sqrt{2}\right)\sqrt{3(x + y + z)}$

$\Rightarrow A \le 6 + 3\sqrt{2}$ (do $x + y + z \le 3$). Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $x = y = z = 1$.

Vậy $\max A = 6 + 3\sqrt{2}$.

Câu 4:

a) Ta có: $ABO = ACO = 90^0$ (tính chất tiếp tuyến) (1)

$AB = AC = \sqrt{OA^2 - OB^2} = R = OB = OC$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra ABOC là hình vuông.

b) Theo bài ra ta có: AD + DE + AE = 2R (3).

Suy ra: DE = BD + CE (4).

Vẽ $OM \perp DE$ $(M \in DE)$ (5)

Trên tia đối của tia CA lấy điểm F sao cho CF = BD; suy ra $\Delta BDO = \Delta COF$ (c-g-c)

$\Rightarrow OD = OF$; lại có DE = FE nên $\Delta ODE = \Delta OFE$ (c-c-c) $\Rightarrow OM = OC = R$

(hai đường cao tương ứng) (6). Từ (5) và (6) suy ra DE là tiếp tuyến của đường tròn (O;R).

c) Đặt: AD = x; AE = y $\Rightarrow S_{ADE} = \dfrac{1}{2}xy$ $(x, y > 0)$

Ta có: $DE = \sqrt{AD^2 + AE^2} = \sqrt{x^2 + y^2}$ (định lí Pitago).

Vì AD + DE + AE = 2R $\Rightarrow x + y + \sqrt{x^2 + y^2} = 2R$ (6)

Áp dụng BĐT – Côsi cho hai số không âm ta có:

$x + y \geq 2\sqrt{xy}$ và $\sqrt{x^2 + y^2} \geq \sqrt{2xy}$ (7).

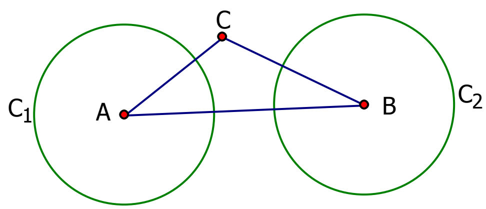
Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi x = y.

Từ (6) và (7) suy ra: $2\sqrt{xy} + \sqrt{2xy} \leq 2R \Leftrightarrow \sqrt{xy}\left(2 + \sqrt{2}\right) \leq 2R$

$$\Leftrightarrow \sqrt{xy} \leq \frac{2R}{\left(2+\sqrt{2}\right)} \Leftrightarrow xy \leq \frac{2R^2}{3+2\sqrt{2}} \Rightarrow S_{ADE} \leq \frac{R^2}{3+2\sqrt{2}} \Leftrightarrow S_{ADE} \leq \left(3 - 2\sqrt{2}\right)R^2.$$

Vậy max $S_{ADE} = \left(3-2\sqrt{2}\right)R^2 \Leftrightarrow x = y \Leftrightarrow \Delta ADE$ cân tại A.

Câu 5: Xét điểm A và hình tròn (C_1) có tâm A, bán kính bằng 1.



- Nếu tất cả 98 điểm còn lại đều nằm trong (C_1) thì hiển nhiên bài toán được chứng minh.
- Xét trường hợp có điểm B nằm ngoài (C_1).

Ta có: AB > 1 (1)

Vẽ hình tròn (C_2) tâm B, bán kính bằng 1.

+ Giả sử C là một điểm bất kì khác A và B. Khi đó điểm C thuộc một trong hai hình tròn (C_1) và (C_2). Thật vậy, giả sử C không thuộc hai hình tròn nói trên.

Suy ra: AC > 1 và BC > 1 (2)

Từ (1) và (2) suy ra bộ 3 điểm A, B, C không có hai điểm nào có khoảng cách nhỏ hơn 1 (vô lí vì trái với giả thiết).

Chứng tỏ $C \in (C_1)$ hoặc $C \in (C_2)$. Như vậy 99 điểm đã cho đều thuộc (C_1) và (C_2).
Mặt khác 99 = 49.2 + 1 nên theo nguyên tắc Dirichle ắt phải có một hình tròn chứa không ít hơn 50 điểm.

ĐỀ 519

Câu 1: a) Tìm các số hữu tỉ x, y thỏa mãn đẳng thức:

$$x(\sqrt{2011}+\sqrt{2010})+y(\sqrt{2011}-\sqrt{2010})=\sqrt{2011^3}+\sqrt{2010^3}$$

b) Tìm tất cả các số nguyên $x \geq y \geq z \geq 0$ thoả mãn:
$xyz + xy + yz + zx + x + y + z = 2011$.

Câu 2: a) Giải phương trình: $2(x^2 + 2) = 5\sqrt{x^3+1}$.

b) Cho a, b, c $\in [0; 2]$ và a + b + c = 3. Chứng minh $a^2 + b^2 + c^2 \leq 5$.

Câu 3: Tìm tất cả các số hữu tỉ x sao cho giá trị của biểu thức $x^2 + x + 6$ là một số chính phương.

Câu 4: Cho đường tròn (O) ngoại tiếp Δ ABC có H là trực tâm. Trên cung nhỏ BC lấy điểm M. Gọi N, I, K lần lượt là hình chiếu của M trên BC, CA, AB. Chứng minh:

a) Ba điểm K, N, I thẳng hàng.

b) $\dfrac{AB}{MK}+\dfrac{AC}{MI}=\dfrac{BC}{MN}$.

c) NK đi qua trung điểm của HM.

Câu 5: Tìm GTLN và GTNN của biểu thức: $P = 2x^2 - xy - y^2$ với x, y thoả mãn điều kiện sau:
$x^2 + 2xy + 3y^2 = 4$.

Câu 1: a) Theo bài ra ta có:

$$\sqrt{2011}(x+y-2011)=\sqrt{2010}(y-x+2010)$$

+ Nếu x + y - 2011 = 0 thì y - x + 2010 = 0 $\Rightarrow \begin{cases} x-y=2010 \\ x+y=2011 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x=4021 \\ 2y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2010,5 \\ y=0,5 \end{cases}$

+ Nếu y - x + 2010 = 0 thì x + y - 2011 = 0, ta cũng được kết quả như trên.

+ Nếu x + y - 2011 $\neq 0$ thì $\sqrt{\dfrac{2011}{2010}}=\dfrac{y-x+2010}{x+y-2011}$ vô lý (vì VP là số hữu tỉ, VT là số vô tỉ)

Vậy x = 2010,5 và y = 0,5 là cặp số duy nhất thoả mãn đề bài.

b) Ta có xy (z + 1) + y(z + 1) + x(z + 1) + (z + 1) = 2012

<=> (z + 1)(xy + y + x + 1) = 2012

<=> (z + 1)[x(y + 1)+(y + 1)] = 2012

<=> (x + 1)(y + 1)(z + 1) = 1.2.2.503 = 503.4.1 . Chỉ có 3 bộ sau thoả mãn:

x = 502, y = 1, z = 1 hoặc x = 1005, y = 1, z = 0 hoặc x = 2011, y = 0, z = 0.

Câu 2: a) Điều kiện: $x \geq -1$

Đặt a = $\sqrt{x+1}$; b = $\sqrt{x^2-x+1}$

Ta có: $2(a^2 + b^2) = 5ab \Leftrightarrow (2a - b)(2b - a) = 0 \Leftrightarrow b = 2a$; $a = 2b$

Do đó: 1) $2\sqrt{x+1} = \sqrt{x^2 - x + 1} \Leftrightarrow 4(x + 1) = x^2 - x + 1$

$\Leftrightarrow x^2 - 5x - 3 = 0 \Leftrightarrow x_1 = \dfrac{5-\sqrt{37}}{2}$ (loại); $x_2 = \dfrac{5+\sqrt{37}}{2}$

2) $\sqrt{x+1} = 2\sqrt{x^2 - x + 1} \Leftrightarrow x + 1 = 4(x^2 - x + 1) \Leftrightarrow 4x^2 - 5x + 3 = 0$ vô nghiệm.

Vậy phương trình có 2 nghiệm: $x = \dfrac{5+\sqrt{37}}{2}$

b) Vì $a, b, c \in [0; 2]$ nên: $(2 - a)(2 - b)(2 - c) \geq 0$

$\Leftrightarrow 8 - 4(a + b + c) + 2(ab + bc + ca) - abc \geq 0$

$\Leftrightarrow 2(ab + bc + ca) \geq 4(a + b + c) - 8 + abc$

nên $2(ab + bc + ca) \geq 4$ (vì $a + b + c = 3$ và $abc \geq 0$)

Suy ra $(a + b + c)^2 - (a^2 + b^2 + c^2) \geq 4$

$\Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 \leq 5$ (vì $(a + b + c)^2 = 9$)

Dấu "=" xẩy ra khi một trong 3 số a, b, c có một số bằng 2, một số bằng 0 và một số bằng 1.

Câu 3: Giả sử $x = \dfrac{p}{q}$ ($p, q \in Z$, $q > 0$) và $(p, q) = 1$

Ta có $\left(\dfrac{p}{q}\right)^2 + \dfrac{p}{q} + 6 = n^2$ ($n \in N$) $\Leftrightarrow p^2 = q(-P - 6q + n^2q)$

=> q là ước của p^2 nhưng $(p, q) = 1$ => $q = 1$ lúc đó $x = p$

=> $p^2 + p + 6 = n^2$ ($p, n \in Z$)

$\Leftrightarrow (2p + 1)^2 + 23 = 4n^2 \Leftrightarrow (2n)^2 - (2p + 1)^2 = 23$

$\Leftrightarrow (2n - 2p - 1)(2n + 2p + 1) = 23$

Do đó $2n - 2p - 1 = 1$ và $2n + 2p + 1 = 23$; $2n - 2p - 1 = 23$ và $2n + 2p + 1 = 1$

(vì $23 \in P$ và $2n + 2p + 1 > 0$ và $2n - 2p - 1 > 0$) $\Leftrightarrow$ $p = 5$ (t/m) ; $p = -6$ (t/m)

Vậy số hữu tỉ x cần tìm là 5 hoặc – 6

Câu 4:

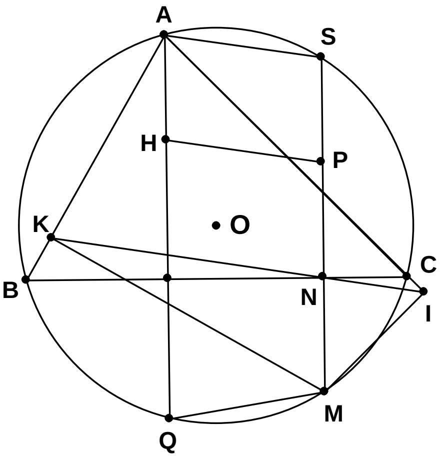
a) Tứ giác MNKB nội tiếp được (vì $K + N = 180^0$). Tứ giác MNCI cũng nội tiếp được (vì $MNC = MIC$ $MNC = 90^0$)

=> $BNK = BMK$, $INC = IMC$ (1)
(vì 2 góc nội tiếp cùng chắn một cung).

Mặt khác $BMK = IMC$ (2)

(vì $BMK + KMC = KMC + IMC$ do cùng bù với góc A của tam giác ABC)

Từ (1), (2) suy ra $BNK = INC$ nên 3 điểm K, N, I thẳng hàng.



b) Vì $MAK = MCN = \beta$ (vì 2 góc nội tiếpcùng chắn cung BM)

$$=> \frac{AK}{MK} = \frac{CN}{MN} = \cot g\beta => \frac{AB - BK}{MK} = \frac{CN}{MN} \text{ hay } \frac{AB}{MK} - \frac{BK}{MK} = \frac{CN}{MN} \quad (1)$$

Tương tự có: $\frac{AI}{MI} = \frac{BN}{MN}$ hay $\frac{AC}{MI} + \frac{CI}{MI} = \frac{BN}{MN}$ (2)

Mà $\frac{IC}{MI} = \frac{BK}{MK} = tg\alpha$ (α = $BMK = IMC$) (3)

Từ (1), (2), (3) => $\frac{AB}{MK} + \frac{AC}{MI} = \frac{BC}{MN}$ (đpcm)

c) Gọi giao của AH, MN với đường tròn (O) thứ tự là Q, S => AQMS là hình thang cân (vì AQ // MS => AS = QM). Vẽ HP // AS (P $\in$ MS)

=> HQMP là hình thang cân, có BN là trục đối xứng (vì Q và H đối xứng qua BC)

=> N là trung điểm của PM mà HP // KN (vì KN // AS do $SAC = AIN$ vì cùng bằng NMC) => KN đi qua trung điểm của HM (đpcm).

Câu 5: Đưa về bài toán tìm P để hệ phương trình: $\begin{cases} 2x^2 - xy - y^2 = p \\ x^2 + 2xy + 3y^2 = 4 \end{cases}$ có nghiệm.

Hệ trên $\Leftrightarrow \begin{cases} 8x^2 - 4xy - 4y^2 = 4p & (1) \\ px^2 + 2pxy + 3py^2 = 4p & (2) \end{cases}$. Lấy (1) - (2), ta có:

$(8 - p)x^2 - 2y(2 + p)x - (4 + 3p)y^2 = 0$ (3)

- Nếu y = 0 => $(8 - p)x^2 = 0$ <=> x = 0 hoặc p = 8 $\Rightarrow p = 0; p = 8$.

- Nếu y $\neq$ 0 chia 2 vế pt (3) cho y^2 ta có :

$(8 - p)t^2 - 2(2 + p)t - (4 + 3p) = 0$ (4) với $t = \dfrac{x}{y}$.

+ Nếu p = 8 thì $t = -\dfrac{7}{5}$.

+ Nếu $p \neq 8$: Phương trình (2) có nghiệm <=> $\Delta' = (2 + p)^2 + (8 - p)(4 + 3p) \geq 0$

<=> $p^2 - 12p - 18 \leq 0$ <=> $6 - 3\sqrt{6} \leq p \leq 6 + 3\sqrt{6}$. Dấu "=" có xảy ra.

Vậy min $P = 6 - 3\sqrt{6}$, max $P = 6 + 3\sqrt{6}$.

ĐỀ 520

Câu 1: a) Cho a, b, c là 3 số từng đôi một khác nhau và thoả mãn:

$$\frac{a}{b - c} + \frac{b}{c - a} + \frac{c}{a - b} = 0$$

Chứng minh rằng: $\dfrac{a}{(b - c)^2} + \dfrac{b}{(c - a)^2} + \dfrac{c}{(a - b)^2} = 0$

b) Tính giá trị của biểu thức:

$$A = \left(\frac{\sqrt[4]{2010^2} - \sqrt[4]{2010}}{1 - \sqrt[4]{2010}} + \frac{1 + \sqrt{2010}}{\sqrt[4]{2010}}\right)^2 - \frac{\sqrt{1 + \dfrac{2}{\sqrt{2010}} + \dfrac{1}{2010}}}{1 + \sqrt{2010}}$$

Câu 2: a) Cho a, b, c là độ dài 3 cạnh tam giác, chứng minh:

$$\frac{1}{a^2 + bc} + \frac{1}{b^2 + ac} + \frac{1}{c^2 + ab} \leq \frac{a + b + c}{2abc}.$$

b) Cho biểu thức: $A = x - 2\sqrt{xy} + 3y - 2\sqrt{x} + 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của A.

Câu 3: a) Giải phương trình: $2\sqrt{x - 1} + 3\sqrt{5 - x} = 2\sqrt{13}$.

b) Cho hàm số y = f(x) với f(x) là một biểu thức đại số xác định với mọi số thực x khác không. Biết rằng: $f(x) + 3f\left(\dfrac{1}{x}\right) = x^2 \quad \forall x \neq 0$. Tính giá trị của f(2).

Câu 4: Cho lục giác đều ABCDEF. Gọi M là trung điểm của EF, K là trung điểm của BD. Chứng minh tam giác AMK là tam giác đều.

Câu 5: Cho tứ giác lồi ABCD có diện tích S và điểm O nằm trong tứ giác sao cho: $OA^2 + OB^2 + OC^2 + OD^2 = 2S$. Chứng minh ABCD là hình vuông có tâm là điểm O.

Câu 1: a) Từ giả thiết ta có:

$$\frac{a}{b - c} = \frac{b}{a - c} - \frac{c}{a - b} = \frac{ab - b^2 - ac + c^2}{(a - b)(a - c)}$$

Nhân 2 vế của đẳng thức với $\frac{1}{b - c}$ ta có: $\frac{a}{(b - c)^2} = \frac{ab - b^2 - ac + c^2}{(a - b)(a - c)(b - c)}$

Vai trò của a, b, c như nhau, thực hiện hoán vị vòng quanh giữa a, b, c ta có:

$$\frac{b}{(c - a)^2} = \frac{cb - c^2 - ab + a^2}{(a - b)(a - c)(b - c)}, \quad \frac{c}{(a - b)^2} = \frac{ac - a^2 - bc + b^2}{(a - b)(a - c)(b - c)}$$

Cộng vế với vế các đẳng thức trên, ta có $\frac{a}{(b - c)^2} + \frac{b}{(c - a)^2} + \frac{c}{(a - b)^2} = 0$ (đpcm)

b) Đặt $\sqrt[4]{2010} = x \Rightarrow \sqrt{2010} = x^2$; $2010 = x^4$. Thay vào ta có:

$$A = \left(\frac{x^2 - x}{1 - x} + \frac{1 + x^2}{x}\right)^2 - \frac{\sqrt{1 + \frac{2}{x^2} + \frac{1}{x^4}}}{1 + x^2} = \left(\frac{1}{x}\right)^2 - \frac{\sqrt{\left(1 + \frac{1}{x^2}\right)^2}}{1 + x^2}$$

$$= \left(\frac{1}{x}\right)^2 - \left(\frac{1}{x}\right)^2 = 0$$

Câu 2: a) Vì a, b, c là độ dài 3 cạnh của tam giác nên a, b, c > 0

Áp dụng BĐT Cô-si ta có:

$a^2 + bc \geq 2a\sqrt{bc}$, $b^2 + ac \geq 2b\sqrt{ac}$; $c^2 + ab \geq 2c\sqrt{ab}$.

Do đó $\frac{1}{a^2 + bc} + \frac{1}{b^2 + ac} + \frac{1}{c^2 + ab} \leq \frac{1}{2}\left(\frac{1}{a\sqrt{bc}} + \frac{1}{b\sqrt{ac}} + \frac{1}{c\sqrt{ab}}\right)$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca}}{abc} \leq \frac{1}{2} \cdot \frac{\frac{a+b}{2} + \frac{b+c}{2} + \frac{c+a}{2}}{abc} = \frac{a + b + c}{2abc}$$, đpcm.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi a = b = c, tức là tam giác đã cho là tam giác đều.

b) Điều kiện $x \geq 0$; $y \geq 0$

Ta có: $A = (x - 2\sqrt{xy} + y) + 2y - 2\sqrt{x} + 1$

$$= [(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 - 2(\sqrt{x} - \sqrt{y}) + 1] - 2\sqrt{y} + 2y$$

$$= (\sqrt{x} - \sqrt{y} - 1)^2 + (2y - 2\sqrt{y} + \frac{1}{2}) - \frac{1}{2}$$

$$= (\sqrt{x} - \sqrt{y} - 1)^2 + \frac{1}{2}(2\sqrt{y} - 1)^2 - \frac{1}{2} \geq -\frac{1}{2}$$

$$A = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} - \sqrt{y} - 1 = 0 \\ 2\sqrt{y} - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{9}{4} \\ y = \dfrac{1}{4} \end{cases}$$

Vậy $\min A = -\dfrac{1}{2}$

Câu 3: a) Điều kiện : $1 \le x \le 5$

Áp dụng BĐT Bunhiacốpski ta có:

$$\left(2\sqrt{x-1} + 3\sqrt{5-x}\right)^2 \le \left(2^2 + 3^2\right)\left(x - 1 + 5 - x\right) = 13.4$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{x-1} + 3\sqrt{5-x} \le 2\sqrt{13}$$

Dấu bằng xẩy ra khi và chỉ khi $3\sqrt{x-1} = 2\sqrt{5-x} \Leftrightarrow x = \dfrac{29}{13}$

Thay vào pt đã cho thử lại thì thỏa mãn..

Vậy pt có nghiệm $x = \dfrac{29}{13}$

b) Xét đẳng thức: $f(x) + 3f\left(\dfrac{1}{x}\right) = x^2 \quad \forall x \ne 0 \quad (1)$

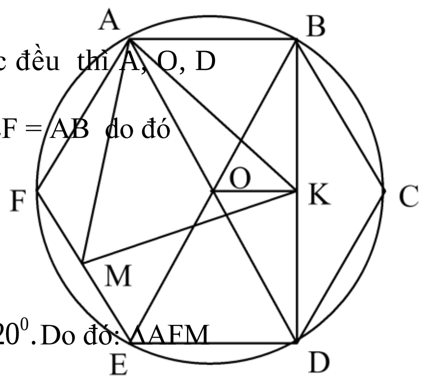
Thay x = 2 vào (1) ta có: $f(2) + 3.\, f\left(\dfrac{1}{2}\right) = 4$.

Thay $x = \dfrac{1}{2}$ vào (1) ta có: $f\left(\dfrac{1}{2}\right) + 3.f(2) = \dfrac{1}{4}$

Đặt $f(2) = a$, $f\left(\dfrac{1}{2}\right) = b$ ta có. $\begin{cases} a + 3b = 4 \\ 3a + b = \dfrac{1}{4} \end{cases}$. Giải hệ, ta được $a = -\dfrac{13}{32}$

Vậy $f(2) = -\dfrac{13}{32}$.

Câu 4:



Gọi O là tâm của đường tròn ngoại tiếp lục giác đều thì A, O, D thẳng hàng và $OK = \dfrac{1}{2}AB$. Vì $FM = \dfrac{1}{2}EF$ mà EF = AB do đó FM = OK

Ta lại có AF = R $\Rightarrow$ AF = OA và $AFM = 120^0$.

$AOK + AOB = 180^0 = AOK + 60^0 \Rightarrow AOK = 120^0$. Do đó: ΔAFM

$= \Delta AOK$ (c.g.c)

$\Rightarrow$ AM = AK, MAK = 60^0 $\Rightarrow$ ΔAMK đều.

Câu 5:

Gọi BH là đường cao của ΔABO

Ta có $2S_{AOB} = OA \,.\, BH$

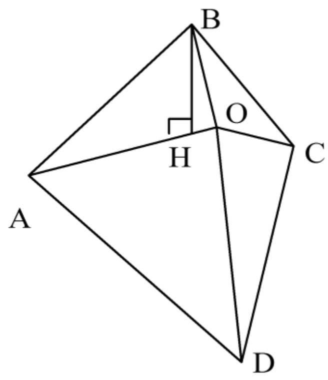
Nhưng BH ≤ BO nên $2S_{AOB} \le OA \,.\, OB$

mà OA.OB $\le \dfrac{OA^2 + OB^2}{2}$

Do đó $2S_{AOB} \le \dfrac{OA^2 + OB^2}{2}$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow$ OA $\perp$ OB và OA = OB

Chứng minh tương tự ta có:



$2S_{BOC} \le \dfrac{OB^2 + OC^2}{2}$; $2S_{COD} \le \dfrac{OC^2 + OD^2}{2}$

$2S_{AOD} \le \dfrac{OD^2 + OA^2}{2}$

Vậy $2S = 2(S_{AOB} + S_{BOC} + S_{COD} + S_{DOA}) \le \dfrac{2\left(OA^2 + OB^2 + OC^2 + OD^2\right)}{2}$

Hay $2S \le OA^2 + OB^2 + OC^2 + OD^2$

Dấu bằng xẩy ra khi và chỉ khi OA = OB = OC = OD

và AOB = BOC = COD = DOA = 90^0 $\Rightarrow$ ABCD là hình vuông tâm O.

Lời bình:

Câu III.b

1) Chắc chắn bạn sẽ hỏi $x = \dfrac{1}{2}$ từ đâu mà ra?

Gọi A(x), B(x), P(x), Q(x), C(x) là các đa thức của biến x và f(x) là hàm số được xác định bởi phương trình

A(x).f[P(x)] + B(x).f[Q(x)] = C(x) ***(1)***

Để tình giá trị của hàm số f(x) tại điểm x = a ta làm như sau

Bước 1: Giải phương trình Q(x) = P(a) . ***(2)***

Giả sử x = b là một nghiệm của (2).

Bước 2: Thay x = a, x = b vào phương trình (1), và đặt x = f(a), y = f(b). ta có hệ

$$\begin{cases} A(a)x + B(a)y = C(a) \\ B(b)x + A(b)y = C(b) \end{cases} \qquad \textbf{(3)}$$

Giải hệ phương trình (3) (đó là hệ phương trình bậc nhất đối với hai ẩn x, y) .

• Trong bài toán trên: $A(x) = 1$, $B(x) = 3$, $P(x) = x$, $Q(x) = \dfrac{1}{x}$, $C(x) = x^2$, $a = 2$.

Phương trình Q(x) = P(a) $\Leftrightarrow \dfrac{1}{x} = 2 \Leftrightarrow x = \dfrac{1}{2}$***, tức là*** $b = \dfrac{1}{2}$

Số $x = \dfrac{1}{2}$ ***được nghĩ ra như thế đó.***

2) Chú ý: Không cần biết phương trình (2) có bao nhiêu nghiệm. Chỉ cần biết (có thể là đoán) được một nghiệm của nó là đủ cho lời giải thành công.

3) Một số bài tập tương tự

a) Tính giá trị của hàm số f(x) tại x = 1 nếu $f(x) + 3.f(-x) = 2 + 3x$. (với $x \in \mathbb{R}$).

b) Tính giá trị của hàm số f(x) tại x = 3 nếu $f(x) + f\left(\dfrac{1}{1-x}\right) = x$ ***(với $0 \neq x \neq 1$).***

c) Tính giá trị của hàm số f(x) tại x = 2 nếu $(x-1)f(x) + f\left(\dfrac{1}{x}\right) = \dfrac{1}{x-1}$ ***(với $0 \neq x \neq 1$).***

ĐỀ 521

Câu 1: a) Cho x và y là 2 số thực thoả mãn $x^2 + y^2 = 4$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức : $A = \dfrac{xy}{x + y + 2}$.

b) Cho x, y, z là 3 số thực dương thoả mãn $x^2 + y^2 + z^2 = 2$. Chứng minh:

$$\frac{2}{x^2 + y^2} + \frac{2}{y^2 + z^2} + \frac{2}{z^2 + x^2} \leq \frac{x^3 + y^3 + z^3}{2xyz} + 3.$$

Câu 2: a) Giải phương trình: $x^2 + 9x + 20 = 2\sqrt{3x + 10}$.

b) Tìm x, y thoả mãn: $\begin{cases} x^2y^2 - 2x + y^2 = 0 \\ 2x^2 - 4x + 3 = -y^3 \end{cases}$.

Câu 3: a) Chứng minh rằng nếu: $\sqrt{x^2 + \sqrt[3]{x^4y^2}} + \sqrt{y^2 + \sqrt[3]{x^2y^4}} = a$ thì $\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{y^2} = \sqrt[3]{a^2}$.

b) Chứng minh rằng nếu phương trình $x^4 + ax^3 + bx^2 + ax + 1 = 0$ có nghiệm thì $5(a^2 + b^2) \geq 4$.

Câu 4: Cho nửa đường tròn tâm (O) đường kính AB = 2R và bán kính OC vuông góc với AB. Tìm điểm M trên nửa đường tròn sao cho $2MA^2 = 15MK^2$, trong đó K là chân đường vuông góc hạ từ M xuống OC.

Câu 5: Cho hình thang ABCD (AB//CD). Gọi E và F lần lượt là trung điểm của BD và AC. Gọi G là giao điểm của đường thẳng đi qua F vuông góc với AD với đường thẳng đi qua E vuông góc với BC. So sánh GD và GC.

Câu 1: a) Từ $x^2 + y^2 = 4 \Rightarrow 2xy = (x + y)^2 - 4 = (x + y + 2)(x + y - 2)$

Vì $x + y + 2 \neq 0$ nên $\dfrac{xy}{x+y+2} = \dfrac{x+y}{2} - 1$ (1)

Áp dụng BĐT Bunhiacopski, ta có:

$x + y \leq \sqrt{2\left(x^2 + y^2\right)} \Rightarrow x + y \leq 2\sqrt{2}$ (2)

Từ (1), (2) ta được: $\dfrac{xy}{x+y+2} \leq \sqrt{2} - 1$. Dấu "=" khi $\begin{cases} x \geq 0,\ y \geq 0 \\ x = y \\ x^2 + y^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow x = y = \sqrt{2}$.

Vậy maxA = $\sqrt{2} - 1$.

b) Vì $x^2 + y^2 + z^2 = 2$ nên:

$$\frac{2}{x^2+y^2} + \frac{2}{y^2+z^2} + \frac{2}{z^2+x^2} = \frac{x^2+y^2+z^2}{x^2+y^2} + \frac{x^2+y^2+z^2}{y^2+z^2} + \frac{x^2+y^2+z^2}{z^2+x^2}$$

$$= \frac{z^2}{x^2+y^2} + \frac{x^2}{y^2+z^2} + \frac{y^2}{x^2+z^2} + 3$$

Ta có $x^2 + y^2 \geq 2xy \Rightarrow \dfrac{z^2}{x^2+y^2} \leq \dfrac{z^2}{2xy}$,

Tương tự $\dfrac{x^2}{y^2+z^2} \leq \dfrac{x^2}{2yz}, \dfrac{y^2}{x^2+z^2} \leq \dfrac{y^2}{2xz}$

Vậy $\dfrac{z^2}{x^2+y^2} + \dfrac{x^2}{y^2+z^2} + \dfrac{y^2}{x^2+z^2} + 3 \leq \dfrac{z^2}{2xy} + \dfrac{x^2}{2yz} + \dfrac{y^2}{2xz} + 3$

$\Leftrightarrow \dfrac{2}{x^2+y^2} + \dfrac{2}{y^2+z^2} + \dfrac{2}{z^2+x^2} \leq \dfrac{x^3+y^3+z^3}{2xyz} + 3$, đpcm.

Câu 2: a) $x^2 + 9x + 20 = 2\sqrt{3x+10}$ (1) .Điều kiện: $x \geq -\dfrac{10}{3}$ (2)

(1) $\Leftrightarrow (3x + 10 - 2\sqrt{3x+10} + 1) + (x^2 + 6x + 9) = 0$

$\Leftrightarrow (\sqrt{3x+10} - 1)^2 + (x+3)^2 = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{3x+10} - 1 = 0 \\ x + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = -3$ (thỏa mãn đk (2).

Vậy phương trình (1) có nghiệm x = -3.

b) $\begin{cases} x^2y^2 - 2x + y^2 = 0 \\ 2x^2 - 4x + 3 = -y^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 = \dfrac{2x}{x^2+1} & (1) \\ y^3 = -2(x-1)^2 - 1 \end{cases}$

Ta có: $\dfrac{2x}{1+x^2} \leq 1 \Rightarrow y^2 \leq 1 \Rightarrow -1 \leq y \leq 1$ (1)

Mặt khác: $-2(x-1)^2 - 1 \leq -1 \Rightarrow y^3 \leq -1 \Rightarrow y \leq -1$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow$ y = - 1 nên x = 1. Thay vào hệ đã cho thử lại thì thỏa mãn.

Vậy x = 1 và y = -1 là các số cần tìm.

Câu 3:

a) Đặt $\sqrt[3]{x} = \sqrt{b} > 0$ và $\sqrt[3]{y} = \sqrt{c} > 0$ ta có $x^2 = b^3$ và $y^2 = c^3$

Thay vào gt ta được $\sqrt{b^3 + b^2c} + \sqrt{c^3 + bc^2} = a$

$\Rightarrow a^2 = b^3 + b^2c + c^3 + bc^2 + 2\sqrt{b^2c^2(b+c)^2}$

$a^2 = (b + c)^3 \Rightarrow \sqrt[3]{a^2} = b + c$ hay $\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{y^2} = \sqrt[3]{a^2}$, đpcm.

b) Giả sử x_0 là một nghiệm của phương trình, dễ thấy $x_0 \neq 0$.

Suy ra $x_0^2 + ax_0 + b + \dfrac{a}{x_0} + \dfrac{1}{x_0^2} = 0 \Leftrightarrow x_0^2 + \dfrac{1}{x_0^2} + a\left(x_0 + \dfrac{1}{x_0}\right) + b = 0$

Đặt $x_0 + \dfrac{1}{x_0} = y_0 \Rightarrow x_0^2 + \dfrac{1}{x_0^2} = y_0^2 - 2$, $|y_0| \geq 2 \Rightarrow y_0^2 - 2 = - ay_0 - b$

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacốpxki ta có:

$$\left(y_0^2 - 2\right)^2 = \left(ay_0 + b\right)^2 \leq \left(a^2 + b^2\right)\left(y_0^2 + 1\right) \Rightarrow a^2 + b^2 \geq \frac{(y_0^2 - 2)^2}{y_0^2 + 1} \quad (1)$$

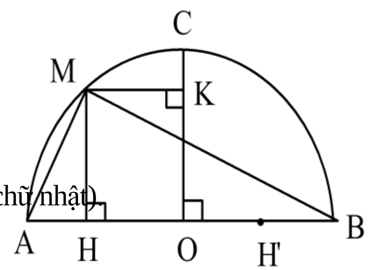
Ta chứng minh $\dfrac{(y_0^2 - 2)^2}{y_0^2 + 1} \geq \dfrac{4}{5}$ (2)

Thực vậy: (2) $\Leftrightarrow 5(y_0^4 - 4y_0^2 + 4) \geq 4(y_0^2 + 1) \Leftrightarrow 5y_0^4 - 24y_0^2 + 16 \geq 0$

$\Leftrightarrow 5(y_0^2 - 4)(y_0^2 - \dfrac{4}{5}) \geq 0$ đúng với $|y| \geq 2$ nên (1) đúng

Từ (1), (2) suy ra $a^2 + b^2 \geq \dfrac{4}{5} \Rightarrow 5(a^2 + b^2) \geq 4$, đpcm.

Câu 4: Đặt AH = x



Ta có $AMB = 90^0$ (OA = OB = OM)

Trong Δ vuông AMB ta có $MA^2 = AH \cdot AB = 2Rx$

(H là chân đường vuông góc hạ từ M xuống BC)

Mặt khác: $MK^2 = OH^2 = (R - x)^2$ (vì MKOH là hình chữ nhật).

Theo bài ra ta có: $4Rx = 15(R - x)^2$.

Do H $\in$ AB $\Rightarrow$ $O \leq x \leq 2R$

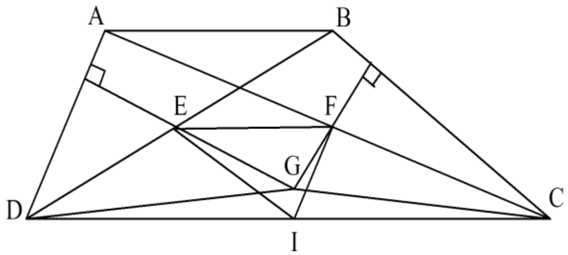
Phương trình trở thành: $15x^2 - 34Rx + 15R^2 = 0$

$\Leftrightarrow$ (5x - 3R) (3x - 5R) = 0 $\Leftrightarrow x = \dfrac{3R}{5}; x = \dfrac{5R}{3}$.

Cả 2 giá trị này đều thoả mãn

Vậy ta tìm được 2 điểm H và H' $\Rightarrow$ 2 điểm M và M' là giao điểm của nửa đường tròn với các đường vuông góc với AB dựng từ H và H'.

Câu 5:



Gọi I là trung điểm của CD.

Nối EF, EI, IF, ta có IE là đường trung bình của ΔBDC

$\Rightarrow$ IE // BC

Mà GF ⊥BC $\Rightarrow$ IE⊥ GF (1)

Chứng minh tương tự EG ⊥IF (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow$ G là trực tâm của ΔEIF

$\Rightarrow$ IG ⊥ EF (3)

Dễ chứng minh EF // DC (4)

Từ (3) và (4) $\Rightarrow$ IG ⊥ DC

Vậy Δ DGC cân tại G $\Rightarrow$ DG = GC

ĐỀ 522

Câu 1: 1) Giải phương trình: $x^2 + \dfrac{81x^2}{(x+9)^2} = 40$.

2) Giải phương trình:

$$x^2 - 2x + 3(x-3)\sqrt{\frac{x+1}{x-3}} = 7.$$

Câu 2: 1) Tìm giá trị nhỏ nhất biểu thức: $A = \dfrac{5-3x}{\sqrt{1-x^2}}$.

2) Cho a, b, c là độ dài 3 cạnh của tam giác. Chứng minh:

$$\sqrt{a^2+b^2} + \sqrt{b^2+c^2} + \sqrt{c^2+a^2} \geq \sqrt{2}\,(a+b+c).$$

Câu 3: Giải hệ phương trình: $\begin{cases} y^2 - xy + 1 = 0 & (1) \\ x^2 + 2x + y^2 + 2y + 1 = 0 & (2) \end{cases}$

Câu 4: Cho hình thang ABCD có 2 đáy BC và AD (BC $\neq$ AD). Gọi M, N là 2 điểm lần lượt trên 2 cạnh AB và DC sao cho $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{CN}{CD}$. Đường thẳng MN cắt AC và BD tương ứng với E và F. Chứng minh EM = FN.

Câu 5: Cho đường tròn tâm (O) và dây AB, điểm M chuyển động trên đường tròn. Từ M kẻ MH vuông góc với AB ($H \in AB$). Gọi E, F lần lượt là hình chiếu vuông góc của H trên MA, MB. Qua M kẻ đường thẳng vuông góc với EF cắt AB tại D.

1) Chứng minh đường thẳng MD luôn đi qua 1 điểm cố định khi M thay đổi trên đường tròn.

2) Chứng minh: $\dfrac{MA^2}{MB^2} = \dfrac{AH}{BD} \cdot \dfrac{AD}{BH}$.

Câu 1: 1) Trừ vào 2 vế của phương trình với $2x \cdot \dfrac{9x}{x+9}$

Ta có: $\left(x - \dfrac{9x}{x+9}\right)^2 = 40 - \dfrac{18x^2}{x+9} \Leftrightarrow \left(\dfrac{x^2}{x+9}\right)^2 + \dfrac{18x^2}{x+9} - 40 = 0$ (1)

Đặt $\dfrac{x^2}{x+9} = y$ (2), phương trình (1) trở thành $y^2 + 18y - 40 = 0$

$\Leftrightarrow (y + 20)(y - 2) = 0 \Leftrightarrow y = -20 ; y = 2$

Thay vào (2), ta có $\left[\begin{array}{l} x^2 = -20(x+9) \\ x^2 = 2(x+9) = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x^2 + 20x + 180 = 0 & (3) \\ x^2 - 2x - 18 = 0 & (4) \end{array}\right.$

Phương trình (3) vô nghiệm, phương trình (4) có 2 nghiệm là: $x = 1 \pm \sqrt{19}$.

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm là: $x = 1 \pm \sqrt{19}$.

2) . Điều kiện $\dfrac{x+1}{x-3} \geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x > 3 \\ x \leq -1 \end{array}\right.$ (*)

Phương trình đã cho $\Leftrightarrow (x - 3)(x + 1) + 3(x - 3)\sqrt{\dfrac{x+1}{x-3}} = 4$

Đặt $t = (x - 3)\sqrt{\dfrac{x+1}{x-3}} \Rightarrow t^2 = (x - 3)(x + 1)$

Phương trình trở thành: $t^2 + 3t - 4 = 0 \Leftrightarrow t = 1; t = -4$

Ta có: $(x - 3)\sqrt{\dfrac{x+1}{x-3}} = 1$ (1) ; $(x-3)\sqrt{\dfrac{x+1}{x-3}} = -4$ (2)

+ (1) $\Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ (x-3)(x+1) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x^2 - 2x - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1 + \sqrt{5}$. (t/m (*))

+ (2) $\Leftrightarrow \begin{cases} x < 3 \\ (x-3)(x+1) = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 3 \\ x^2 - 2x - 19 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1 - 2\sqrt{5}$. (t/m (*))

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm là: $x = 1 + \sqrt{5}$; $x = 1 - 2\sqrt{5}$.

Câu 2: 1) Điều kiện: $1 - x^2 > 0 \Leftrightarrow -1 < x < 1 \Rightarrow 2 - 3x > 0 \Rightarrow A \geq 0$

Vậy $A^2 = \dfrac{25 - 30x + 9x^2}{1 - x^2} = \dfrac{(3 - 5x)^2}{1 - x^2} + 16 \geq 16$.

Dấu bằng xẩy ra khi $3 - 5x = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{3}{5}$

Vậy $\min A = 4$.

2) Chứng minh: $\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{b^2 + c^2} + \sqrt{c^2 + a^2} \geq \sqrt{2}\,(a + b + c)$ (1)

Sử dụng bất đẳng thức: $2(x^2 + y^2) \geq (x + y)^2$, ta có:

$2(a^2 + b^2) \geq (a + b)^2 \Rightarrow \sqrt{2}.\sqrt{a^2 + b^2} \geq a + b$ (2)

Tương tự, ta được: $\sqrt{2}.\sqrt{b^2 + c^2} \geq b + c$ (3) và

$\sqrt{2}.\sqrt{c^2 + a^2} \geq c + a$ (4)

Lấy (2) + (3) + (4) theo từng vế và rút gọn, suy ra (1) đúng, đpcm.

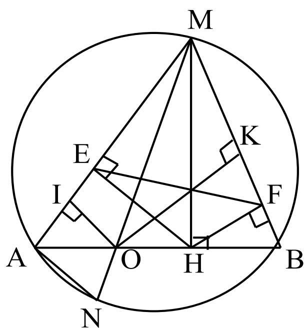
Câu 3: (1) có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta_y = x^2 - 4 \geq 0 \Leftrightarrow x \leq -2;\ x \geq 2$ (3)

(2) $\Leftrightarrow (y + 1)^2 = -x^2 - 2x$ có nghiệm $\Leftrightarrow -x^2 - 2x \geq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 0$ (4)

Từ (3), (4) ta có: x = - 2, từ đó ta có y = - 1. Vậy hệ có nghiệm (- 2 ; - 1).

Câu 4: Kẻ MP // BD ($P \in AD$)

MD cắt AC tại K. Nối NP cắt BD tại H.



Ta có $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AP}{AD}$ mà $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{CM}{CD}$ (gt)

$\Rightarrow \dfrac{AP}{AD} = \dfrac{CN}{CD} \Rightarrow$ PN // AC Gọi O là giao điểm của AC và BD. Ta có $\dfrac{BO}{OD} = \dfrac{CO}{OA}$, $\dfrac{MK}{PK} = \dfrac{OC}{OA}$

và $\dfrac{NH}{PH} = \dfrac{OC}{OA}$. Suy ra: $\dfrac{NH}{PH} = \dfrac{MK}{PK} \Rightarrow$ KH // MN

Các tứ giác KENH, MFHK là hình bình hành nên MF = KH và EN = KH $\Rightarrow$ MF = EN $\Rightarrow$ ME = NF

Câu 5: 1) Tứ giác MEHF nội tiếpvì $MEH + MFH = 180^0$

$\Rightarrow AMB = 180^0 - EHF = EHA + FHB$ (1)

Ta có $MHF = MEF$ (góc nội tiếp chắn MF)

Lại có $MHF + FHB = 90^0 = MEF + EMD$

$\Rightarrow FHB = EMD$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow EHA = DMB$, Gọi N là giao điểm của MD với đường tròn (O) ta có $DMB = NAB$ (góc nội tiếp chắn NB) $\Rightarrow$ $EHA = NAB$ do đó AN // EH mà $HE \perp MA$ nên $NA \perp MA$. hay $MAN = 90^0$ $\Rightarrow$ AN là đường kính của đường tròn. Vậy MD đi qua O cố định.

2) Kẻ $DI \perp MA$, $DK \perp MB$, ta có

$$\frac{AH}{BD} = \frac{S_{MAD}}{S_{MBD}} = \frac{AM\,.\,HE}{BM\,.\,DK}\ ;\ \frac{AD}{BH} = \frac{S_{MAD}}{S_{MBH}} = \frac{AM\,.\,DI}{BM\,.\,HF}$$

Vậy $\dfrac{AH}{BD}\,.\,\dfrac{AD}{BH} = \dfrac{MA^2}{MB^2}\,.\,\dfrac{HE\,.\,DI}{DK\,.\,HF}$ (1)

Ta có $HMB = FHB$ (cùng phụ với MHF) mà $FHB = EMD$ (CMT)

$\Rightarrow$ $EFH = DIK$ và $EHF = DMH$.

Tứ giác MEHF nội tiếp nên $AMH = EFH$ và $EHF = 180^0 - AMB$

Tứ giác MIDK nội tiếp nên $DMB = DIK$ và $IDK = 180^0 - AMB$

$\Rightarrow$ $EFH = DIK$ và $EHF = IDK \Rightarrow \Delta DIK \quad \Delta HFE$ (g.g) do đó

suy ra $\dfrac{ID}{HF} = \dfrac{DK}{HE} \Rightarrow ID\,.\,HE = DK\,.\,HF \Rightarrow \dfrac{HE.DI}{DK.HF} = 1$ (2)

Từ (1), (2) $\Rightarrow$ $\dfrac{MA^2}{MB^2} = \dfrac{AH}{BD}\,.\,\dfrac{AD}{BH}$.

ĐỀ 523

Câu 1: Tính giá trị biểu thức: A =

$$\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{24}+\sqrt{25}}.$$

Câu 2: a) Cho các số khác không a, b, c. Tính giá trị của biểu thức:

$$M = x^{2011} + y^{2011} + z^{2011}$$

Biết x, y, z thoả mãn điều kiện: $\dfrac{x^2+y^2+z^2}{a^2+b^2+c^2} = \dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} + \dfrac{z^2}{c^2}$

b) Chứng minh rằng với $a > \dfrac{1}{8}$ thì số sau đây là một số nguyên dương.

$$x = \sqrt[3]{a + \frac{a+1}{3}\sqrt{\frac{8a-1}{3}}} + \sqrt[3]{a - \frac{a+1}{3}\sqrt{\frac{8a-1}{3}}}.$$

Câu 3: a) Cho a, b, c > 0 thoả mãn: $\dfrac{1}{1+a} + \dfrac{35}{35+2b} \le \dfrac{4c}{4c+57}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của A = a.b.c.

b) Giả sử a, b, c, d, A, B, C, D là những số dương và

$\dfrac{a}{A} = \dfrac{b}{B} = \dfrac{c}{C} = \dfrac{d}{D}$. Chứng minh rằng:

$$\sqrt{aA} + \sqrt{bB} + \sqrt{cC} + \sqrt{dD} = \sqrt{(a + b + c + d)\,(A + B + C + D)}$$

Câu 4: Cho tam giác ABC có ba góc nhọn. Gọi M, N, P, Q là bốn đỉnh của một hình chữ nhật (M và N nằm trên cạnh BC, P nằm trên cạnh AC và Q nằm trên cạnh AB).

a) Chứng minh rằng: Diện tích hình chữ nhật MNPQ có giá trị lớn nhất khi PQ đi qua trung điểm của đường cao AH.

b) Giả sử AH = BC. Chứng minh rằng, mọi hình chữ nhật MNPQ đều có chu vi bằng nhau.

Câu 5: Cho tam giác ABC vuông cân ở A, đường trung tuyến BM. Gọi D là hình chiếu của C trên tia BM, H là hình chiếu của D trên AC. Chứng minh rằng AH = 3HD.

Câu 1: Ta có: $A = \dfrac{1 - \sqrt{2}}{-1} + \dfrac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{-1} + ... + \dfrac{\sqrt{24} - \sqrt{25}}{-1}$

$= -1 + \sqrt{2} - \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{3} + ... + \sqrt{25} = -1 + 5 = 4$

Câu 2: a) Từ giả thiết suy ra:

$$\left(\frac{x^2}{a^2} - \frac{x^2}{a^2 + b^2 + c^2}\right) + \left(\frac{y^2}{b^2} - \frac{y^2}{a^2 + b^2 + c^2}\right) + \left(\frac{z^2}{c^2} - \frac{z^2}{a^2 + b^2 + c^2}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2\left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{a^2 + b^2 + c^2}\right) + y^2\left(\frac{1}{b^2} - \frac{1}{a^2 + b^2 + c^2}\right) + z^2\left(\frac{1}{c^2} - \frac{1}{a^2 + b^2 + c^2}\right) = 0 \quad (*)$$

Do $\dfrac{1}{a^2} - \dfrac{1}{a^2 + b^2 + c^2} > 0$; $\dfrac{1}{b^2} - \dfrac{1}{a^2 + b^2 + c^2} > 0$; $\dfrac{1}{c^2} - \dfrac{1}{a^2 + b^2 + c^2} > 0$

Nên từ (*) suy ra x = y = z = 0, do đó M = 0

b) $x^3 = 2a + 3x.\sqrt[3]{a^2 - \left(\dfrac{a + 1}{3}\right)^2\left(\dfrac{8a - 1}{3}\right)}$

$$\Leftrightarrow x^3 = 2a + 3x\,.\,\frac{\sqrt[3]{(1 - 2a)^3}}{3} \Leftrightarrow x^3 = 2a + x(1 - 2a)$$

$$\Leftrightarrow x^3 + (2a - 1)\,x - 2a = 0 \Leftrightarrow (x - 1)\,(x^2 + x + 2a) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x - 1 = 0 \\ x^2 + x + 2a = 0 \ \text{(vô nghiệm do } a > \frac{1}{8}) \end{array}\right. \Leftrightarrow x = 1$$

nên x là một số nguyên dương

Câu 3:

a) Ta có: $\dfrac{4c}{4c + 57} \geq \dfrac{1}{1 + a} + \dfrac{35}{35 + 2b} \geq 2.\sqrt{\dfrac{35}{(1 + a)(2b + 35)}} > 0 \qquad (1)$

Mặt khác $\dfrac{1}{1 + a} \leq \dfrac{4c}{4c + 57} - \dfrac{35}{35 + 2b} \Leftrightarrow \dfrac{1}{1 + a} - \dfrac{4c}{4c + 57} \leq \dfrac{35}{35 + 2b}$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{1+a} - \frac{4c}{4c+57} + 1 \le 1 - \frac{35}{35+2b} = \frac{2b}{35+2b}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2b}{35+2b} \ge \frac{1}{1+a} + \frac{57}{4c+57} \ge 2.\sqrt{\frac{57}{(1+a)(4c+57)}} > 0 \qquad (2)$$

Ta có: $1 - \frac{1}{1+a} \ge 1 - \frac{4c}{4c+57} + \frac{35}{35+2b}$

$$\Leftrightarrow \frac{a}{1+a} \ge \frac{57}{4c+57} + \frac{35}{35+2b} \ge 2.\sqrt{\frac{35\,.\,57}{(4c+57)(35+2b)}} > 0 \qquad (3)$$

Từ (1), (2), (3) ta có:

$$\frac{8abc}{(1+a)(4c+57)(2b+35)} \ge 8\,.\,\frac{35\,.\,57}{(1+a)(2b+35)(4c+57)}$$

Do đó abc ≥ 35.57 = 1995.

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $a = 2$, $b = 35$ và $c = \frac{57}{2}$.

Vậy min (abc) = 1995.

b) Đặt $t = \frac{A}{a} = \frac{B}{b} = \frac{C}{c} = \frac{D}{d} \Rightarrow A = ta, B = tb, C = tc, D = td.$

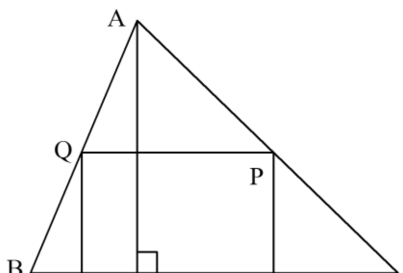
$$t = \frac{A+B+C+D}{a+b+c+d}$$

Vì vậy $\sqrt{aA} + \sqrt{bB} + \sqrt{cC} + \sqrt{dD} = \sqrt{a^2t} + \sqrt{b^2t} + \sqrt{c^2t} + \sqrt{d^2t}$

$$= (a+b+c+d)\sqrt{t} = (a+b+c+d)\sqrt{\frac{A+B+C+D}{a+b+c+d}}$$

$$= \sqrt{(a+b+c+d)(A+B+C+D)}$$

Câu 4:



a) Xét ΔABC có PQ // BC $\Rightarrow \frac{AQ}{AB} = \frac{QP}{BC}$

Xét ΔBAH có QM // AH $\Rightarrow \frac{BQ}{BA} = \frac{QM}{AH}$

Cộng từng vế ta có:

$$\frac{AQ}{AB} + \frac{BQ}{AB} = \frac{QP}{BC} + \frac{QM}{AH} \Rightarrow 1 = \frac{QP}{BC} + \frac{QM}{AH}$$

$$\Rightarrow 1 = \left(\frac{QP}{BC} + \frac{QM}{AH}\right)^2 \geq 4\frac{QP}{BC}.\frac{QM}{AH} = \frac{2S_{MNPQ}}{S_{ABC}}$$

$$\Rightarrow S_{MNPQ} \leq \frac{S_{ABC}}{2}.$$

$$\max S_{MNPQ} = \frac{S_{ABC}}{2} \text{ khi } \frac{QP}{BC} = \frac{QM}{AH} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow QP = \frac{BC}{2}$$

Tức là khi PQ là đường trung bình của ΔABC, khi đó PQ đi qua trung điểm AH.

b) Vì $1 = \frac{QP}{BC} + \frac{QM}{AH}$ mà BC = AH $\Rightarrow 1 = \frac{QP + QM}{BC} \Leftrightarrow QP + QM = BC$

Do đó chu vi (MNPQ) = 2BC (không đổi)

Câu 5:

ΔHCD đồng dạng với Δ ABM (g.g) mà

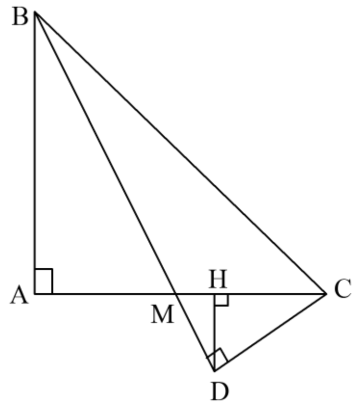
AB = 2AM nên HC = 2HD.

Đặt HD = x thì HC = 2x. Ta có:

DH^2 = HM . HC hay x^2 = HM . 2x

$\Rightarrow$ HM = 0,5x; MC = 2,5x; AM = 2,5x; AH = 3x.

Vậy AH = 3HD.



ĐỀ 524

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO **ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2013 – 2014**

NAM ĐỊNH **MÔN: TOÁN**

ĐỀ CHÍNH THỨC **Thời gian làm bài: 120 phút** *(không kể thời gian giao đề)*

Phần I – Trắc nghiệm (2,0 điểm)

Hãy chọn phương án trả lời đúng và viết chữ cái đứng trước phương án đó vào bài làm.

Câu 1. Điều kiện để biểu thức $\sqrt{\frac{1}{1-x}}$ có nghĩa là:

A. x>1 B. x<1 C. $x \geq 1$ D. $x \neq 1$

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, đường thẳng y=ax+5 đi qua M(-1;3). Hệ số góc của d là:

A. -1 B. -2 C. 2 D. 3

Câu 3. Hệ phương trình $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x - y = 6 \end{cases}$ có nghiệm (x;y) là:

A. (1;1) B. (7;1) C. (3;3) D. (3;-3)

Câu 4. Phương trình nào sau đây có tích hai nghiệm bằng 3?

A. $x^2+x+3=0$ B. $x^2+x-3=0$ C. $x^2-3x+1=0$ D. $x^2+5x+3=0$

Câu 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, số giao điểm của parabol $y=x^2$ và đường thẳng $y=2x+3$ là:

A. 2 B. 1 C. 0 D. 3

Câu 6. Cho tam giác ABC vuông tại A, có AB = 3cm; AC = 4cm. Độ dài đường cao ứng với cạnh huyền bằng ?

A. 7cm B. 1cm C. $\frac{12}{5}$ cm D. $\frac{5}{12}$ cm

Câu 7. Cho hai đường tròn (O;3cm) và (O'; 5cm), có OO' = 7cm. Số điểm chung của hai đường tròn là

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 8. Một hình nón có bán kính đáy bằng 4cm, đường sinh bằng 5cm. Diện tích xung quanh của hình nón bằng

A. $20\pi\ cm^2$ B. $15\pi\ cm^2$ C. $12\pi\ cm^2$ D. $40\pi\ cm^2$

Phần II – Tự luận (8,0 điểm)

Câu 1. (1,5 điểm). Cho biểu thức $A=(\frac{\sqrt{x}+2}{x+2\sqrt{x}+1}-\frac{\sqrt{x}-2}{x-1}):\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$ với x > 0 và x khác 1.

1) Rút gọn biểu thức A.
2) Tìm tất cả các số nguyên x để biểu thức A có giá trị là số nguyên.

Câu 2. (1,5 điểm) Cho phương trình $x^2 - 2mx + m^2 - m - 1 = 0$ (1), với m là tham số.

1)Giải phương trình (1) khi m = 1.

2)Xác định m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1(x_1+2)+x_2(x_2+2) = 10$.

Câu 3.(1,0 điểm) Giải hệ phương trình $\begin{cases} \frac{x+2}{x+1}+\frac{2}{y-2}=6 \\ \frac{5}{x+1}-\frac{1}{y-2}=3 \end{cases}$

Câu 4. (3,0 điểm) Cho đường tròn (O) đường kính AB. Trên tia đối cùa tia BA lấy điểm C (C không trùng với B). Kẻ tiếp tuyến CD với đường tròn (O) (D là tiếp điểm), tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) cắt đường thẳng CD tại E. Gọi H là giao điểm của AD và OE, K là giao điểm của BE với đường tròn (O) (K không trùng với B).

1) Chứng minh : $AE^2 = EK.EB$
2) Chứng minh 4 điểm B, O, H, K cùng thuộc một đường tròn.
3) Đường thẳng vuông góc với AB tại O cắt CE tại M. Chứng minh $\frac{AE}{EM}-\frac{EM}{CM}=1$

Câu 5. (1,0 điểm). Giải phương trình: $(3x^2-6x)(\sqrt{2x-1}+1)=2x^3-5x^2+4x-4$

----------Hết------------

Họ và tên thí sinh: .... Chữ ký giám thị: ....

Số báo danh: .... Chữ ký giám thị 1: ....

HƯỚNG DẪN GIẢI

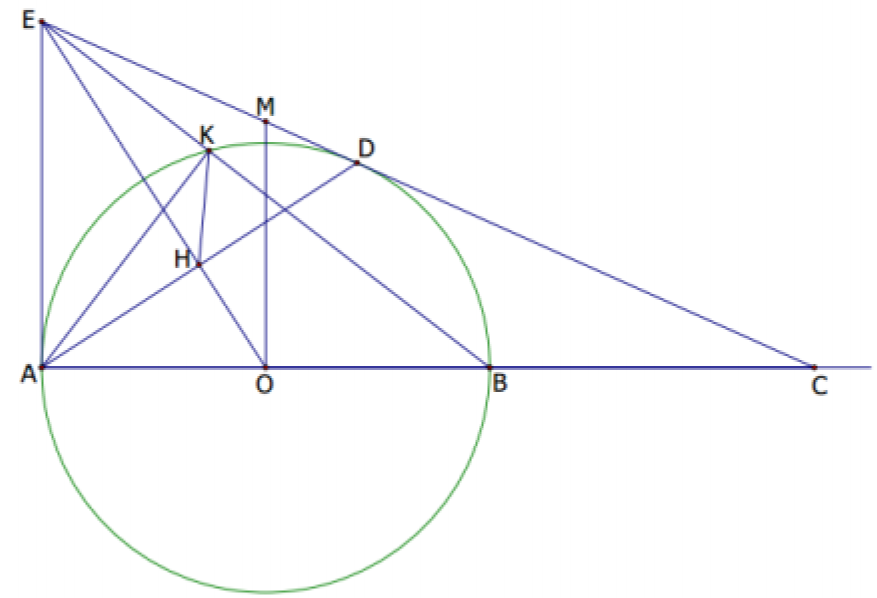
Phần I. Trắc nghiệm (2,0 điểm)

Câu	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
Đáp án	**B**	**C**	**C**	**D**	**A**	**C**	**B**	**A**

Phần II: Tự luận (8,0 điểm)

Bài	**Lời giải**
Bài 1 **1,5đ**	1)Rút gọn biểu thức $A=(\frac{\sqrt{x}+2}{x+2\sqrt{x}+1}-\frac{\sqrt{x}-2}{x-1}):\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$ $<=> A=\left(\frac{\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}+1)^2}-\frac{\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}\right).\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$ $=\left(\frac{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}+1)^2(\sqrt{x}-1)}-\frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}+1)^2(\sqrt{x}-1)}\right).\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$ $=\frac{x-\sqrt{x}+2\sqrt{x}-2-(x+\sqrt{x}-2\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}+1)^2(\sqrt{x}-1)}.\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$ $=\frac{2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+1)^2(\sqrt{x}-1)}.\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$ $=\frac{2}{x-1}$ Vậy A= $\frac{2}{x-1}$
	2)Với x > 0 và $x\neq 1$ ta có: A= $\frac{2}{x-1}$ Chỉ ra khi A có giá trị là số nguyên khi và chỉ khi x – 1 là ước của 2 Mà Ư{2} = {-2 ;-1 ;1 ;2} TH1 : x – 1 = -2 ⇔ x = -1 (không thỏa mãn điều kiện) TH2 : x – 1 = -1 ⇔ x = 0 (không thỏa mãn điều kiện) TH3 : x – 1 = 1 ⇔ x = 2 (thỏa mãn điều kiện) TH4 : x – 1 = 2 ⇔ x = 3 (thỏa mãn điều kiện) Vậy x = 2, x = 3 thỏa mãn yêu cầu bài toán.
Bài 2 1,5đ	Cho phương trình $x^2 - 2mx + m^2 - m - 1 = 0$ (1), với m là tham số. 1)Giải phương trình (1) khi m =1. Thay m = 1 vào (1) phương trình trở thành $x^2-2x-1=0$ Ta có: $\Delta'=2>0$ rồi giải PT tìm được $x=1\pm\sqrt{2}$ 2)Xác định m để (1) có hai nghiệm x_1 ;x_2 thỏa mãn điều kiện $x_1(x_1+2)+x_2(x_2+2)=10$

	+Chỉ ra điều kiện để phương trình (1) có hai nghiệm $x_1;x_2$ là $\Delta' \geq 0 <=> m \geq -1$ +Áp dụng định lý vi – ét cho phương trình là $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1x_2 = m^2 - m - 1 \end{cases}$ Tính được $x_1^{\ 2} + x_2^{\ 2} = ((x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2) = 4m^2 - 2(m^2 - m - 1) = 2m^2 + 2m + 2$ +Biến đổi $x_1(x_1 + 2) + x_2(x_2 + 2) = 10$ $<=> x_1^{\ 2} + x_2^{\ 2} + 2(x_1 + x_2) = 10$ $<=> 2m^2 + 2m + 2 + 2.2m = 10$ $<=> 2m^2 + 6m - 8 = 0$ Ta có : a + b + c = 2 + 6 – 8 = 0 tìm được m =1 (thỏa mãn) ; m= - 4 (không thỏa mãn). Kết luận m =1 thỏa mãn yêu cầu đề bài.
Bài 3 1,0đ	Giải hệ phương trình $\begin{cases} \dfrac{x+2}{x+1} + \dfrac{2}{y-2} = 6 \\ \dfrac{5}{x+1} - \dfrac{1}{y-2} = 3 \end{cases}$ +điều kiện: $x \neq -1; y \neq 2$ $<=> \begin{cases} 1 + \dfrac{1}{x+1} + \dfrac{2}{y-2} = 6 \\ \dfrac{5}{x+1} - \dfrac{1}{y-2} = 3 \end{cases} <=> \begin{cases} \dfrac{1}{x+1} + \dfrac{2}{y-2} = 5 \\ \dfrac{5}{x+1} - \dfrac{1}{y-2} = 3 \end{cases} <=> \begin{cases} \dfrac{5}{x+1} + \dfrac{10}{y-2} = 25 \\ \dfrac{5}{x+1} - \dfrac{1}{y-2} = 3 \end{cases}$ $<=> \begin{cases} \dfrac{11}{y-2} = 22 \\ \dfrac{5}{x+1} - \dfrac{1}{y-2} = 3 \end{cases} <=> \begin{cases} y - 2 = \dfrac{1}{2} \\ \dfrac{5}{x+1} - \dfrac{1}{y-2} = 3 \end{cases} <=> \begin{cases} y = \dfrac{5}{2} \\ \dfrac{5}{x+1} - \dfrac{1}{\frac{5}{2} - 2} = 3 \end{cases}$ $<=> \begin{cases} y = \dfrac{5}{2} \\ x = 0 \end{cases}$ +Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là (x=0;y=$\dfrac{5}{2}$)

Bài 4	
	1)Chứng minh AE^2=EK.EB +Chỉ ra Δ AEB vuông tại A (gt AE là tiếp tuyến của (O) +Chỉ ra $AKB = 90^o$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) suy ra AK là đường cao của tam giác vuông AEB. +Áp dụng hệ thức về cạnh và đường cao trong tam giác vuông AEB ta có: AE^2=EK.EB
	2)Chứng minh 4 điểm B, O, H, K cùng thuộc một đường tròn. +Chỉ ra tứ giác AHKE nội tiếp: Ta có: EO là đường trung trực của đoạn thẳng AD (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau) Nên ta có: EO vuông góc với AD nên $EHA = 90^o$ Ta lại có $EKA = 90^o$ Nên suy ra tứ giác AHKE nội tiếp. => $EHK = EAK$ +Chỉ ra góc $EBA = EAK$ (do cùng phụ với góc AEB) +Suy ra tứ giác BOHK nội tiếp suy ra 4 điểm B, O, H, K cùng thuộc một đường tròn.
	3)Đường thẳng vuông góc với AB tại O cắt CE tại M. Chứng minh $\frac{AE}{EM} - \frac{EM}{CM} = 1$ +Chỉ ra ΔOEM cân tại M: do có góc EOM = góc MEO (vì cùng bằng góc AEO) suy ra ME = MO. +Có OM và AE cùng vuông góc với AB nên OM // AE, áp dụng định lý Ta- lét trong ΔCEA ta có: $\frac{CE}{CM} = \frac{AE}{OM}$ Ta có:

	$\frac{CE}{CM}=\frac{AE}{OM}=>\frac{CE-CM}{CM}=\frac{AE-OM}{OM}=>\frac{EM}{CM}=\frac{AE}{OM}-1$ $=>\frac{AE}{OM}-\frac{EM}{CM}=1$ Mà ME = MO nên suy ra $\frac{AE}{EM}-\frac{EM}{CM}=1$
Bài 5	Giải phương trình: $(3x^2-6x)(\sqrt{2x-1}+1)=2x^3-5x^2+4x-4$ +Điều kiện $x\geq\frac{1}{2}$ +Biến đổi phương trình đã cho trở thành phương trình tương đương $(x-2)[3x(\sqrt{2x-1}+1)-(2x^2-x+2)]=0$ $<=>\left[\begin{array}{l}x=2\\3x(\sqrt{2x-1}+1)-(2x^2-x+2)=0\end{array}\right.$ +Giải phương trình $3x(\sqrt{2x-1}+1)-(2x^2-x+2)=0$ $<=>3x(\sqrt{2x-1}+1)-x(2x-1)-2=0(2)$ Đặt $\sqrt{2x-1}=t(t\geq 0)$ suy ra $x=\frac{t^2+1}{2}$ thay vào pt (2) ta được : $t^4-3t^3-2t^2-3t+1=0$ $<=>(t^2+t+1)(t^2-4t+1)=0$ $<=>t^2-4t+1=0$ $<=>t=2\pm\sqrt{3}$ Từ đó tìm được $x=4\pm 2\sqrt{3}(TM)$ +Kết luận phương trình đã cho có 3 nghiệm là x=2 và $x=4\pm 2\sqrt{3}$

ĐỀ 525

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
NINH BÌNH
ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2015 – 2016
Môn: TOÁN – Ngày thi: 10/6/2015
Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian giao đề)
Đề thi gồm 05 câu trong 01 trang

Câu 1 (2,0 điểm)

a.Giải phương trình: x-5=0

b.Rút gọn biểu thức: $A=3\sqrt{2}+4\sqrt{18}$

c.Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x+y=4 \\ x+2y=5 \end{cases}$

Câu 2 (2,0 điểm).

a.Rút gọn biểu thức: $P=(\frac{a+\sqrt{a}}{\sqrt{a}+1}+1)(\frac{a-\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1}-1)$ (Với $a\geq 0; a\neq 1$)

b.Cho phương trình: $x^2-2x-m^2-4=0(1)$ (x là ẩn số, m là tham số).

Chứng minh phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi giá trị của m. Tìm m biết $x_1^2+x_2^2=20$

Câu 3 (1,5 điểm).

Một thửa ruộng hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng 8m. Nếu tăng chiều dài thêm 2m và tăng chiều rộng thêm 3m thì diện tích thửa ruộng tăng thêm 90 m^2. Tính diện tích thửa ruộng đã cho ban đầu.

Câu 4 (3,5 điểm).

Cho đường tròn tâm O bán kính R và một điểm A nằm ngoài đường tròn. Kẻ một đường thẳng đi qua A và không đi qua O, cắt đường tròn tại hai điểm phân biệt M, N (M nằm giữa A và N). Từ A vẽ hai tiếp tuyến AB và AC với (O) (B, C là hai tiếp điểm). Đường thẳng BC cắt AO tại H. Gọi I là trung điểm của MN. Đường thẳng OI cắt đường thẳng BC tại E.

a.Chứng minh tứ giác AHIE là tứ giác nội tiếp.

b.Chứng minh OI.OE=OH.OA= R^2

c.Tính theo R độ dài đoạn thẳng AO biết diện tích tứ giác ABOC bằng $3R^2$.

Câu 5 (1,0 điểm).

Tìm tất cả các cặp số nguyên (x;y) thỏa mãn:

$$x^2+xy-2013x-2014y-2015=0$$

----Hết----

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
NINH BÌNH

HƯỚNG DẪN CHẤM
ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2015 – 2016
Môn: TOÁN – Ngày thi: 10/6/2015
(Hướng dẫn chấm này gồm 03 trang)

I.Hướng dẫn chung

1.Bài làm của học sinh đúng đến đâu cho điểm đến đó.

2.Học sinh có thể sử dụng kết quả câu trước làm câu sau.
3.Đối với bài hình, nếu vẽ sai hình hoặc không vẽ hình thì không cho điểm.
4. Nếu thi sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án mà đúng vẫn cho điểm đủ từng phần như hướng dẫn, thang điểm chi tiết do hội đồng chấm thống nhất.
5.Việc chi tiết hóa thang điểm (nếu có) so với thang điểm trong hướng dẫn phải đảm bảo không sai lệch và đảm bảo thống nhất thực hiện trong toàn bộ hội đồng chấm.
6.Tuyệt đối không làm tròn điểm.

II. Hướng dẫn chi tiết

Câu 1 (2.0 điểm)

a.(0.5 điểm)

x-5=0⇔x=5 0,5đ

b.(0.75 điểm)

$A=3\sqrt{2}+4\sqrt{9.2}$ 0,25đ

$A=3\sqrt{2}+12\sqrt{2}$ 0,25đ

$A=15\sqrt{2}$ 0,25đ

c.(0.75 điểm)

$\begin{cases}2x+y=4\\x+2y=5\end{cases} <=> \begin{cases}4x+2y=8\\x+2y=5\end{cases}$ 0,25đ

$<=> \begin{cases}3x=3\\x+2y=5\end{cases} <=> \begin{cases}x=1\\x+2y=5\end{cases}$ 0,25đ

$\Leftrightarrow \begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}$ 0,25đ

Cách 2: +)Học sinh rút một ẩn theo ẩn còn lại (0.25 đ)
+)Học sinh thế vào phương trình còn lại và tìm ra giá trị cụ thể của 1 ẩn (0.25 đ)
+)Học sinh thế vào và tìm đúng ẩn thứ 2 và kết luận nghiệm (0.25 đ)

Câu 2 (2.0 điểm)

a.(1.0 điểm)

$P=(\frac{\sqrt{a}(\sqrt{a}+1)}{\sqrt{a}+1}+1)(\frac{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)}{\sqrt{a}-1}-1)$ (0,25đ+0,25đ)

$P=(\sqrt{a}+1)(\sqrt{a}-1)$ (0,25đ)

P=a-1 0,25đ

b.(1.0 điểm)

Ta có: $\Delta'=m^2+5\geq 5\forall m$
Suy ra phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m (0.25 đ)

Theo hệ thức Vi – ét có: $\begin{cases}x_1+x_2=2\\x_1x_2=-m^2-4\end{cases}$ 0,25đ

Khi đó:

$P = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2$

$P = 20 <=> (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 20$

$<=> 4 + 2(m^2 + 4) = 20$ (0,25d)

$<=> m^2 = 4$

$<=> m = \pm 2$ (0,25d)

Câu 3 (1.5 điểm)

Gọi hình chiếu của thửa ruộng đã cho ban đầu là x (đơn vị: m, đk: x > 0) (0.25 đ)
Khi đó chiều dài của thửa ruộng đã cho ban đầu là x + 8
Diện tích của thửa ruộng đã cho ban đầu la x(x + 8) (0.25 đ)
Chiều rộng của thửa ruộng khi tăng thêm 3m là x + 3.
Chiều dài của thửa ruộng khi tăng thêm 2m là x + 10.
Diện tích của thửa ruộng sau khi tăng chiều dài và chiều rộng là (x + 3)(x +10) (0.25 đ)
Theo đề bài ta có phương trình: (x+3)(x+10) - x(x+8) = 90 (0.25 đ)

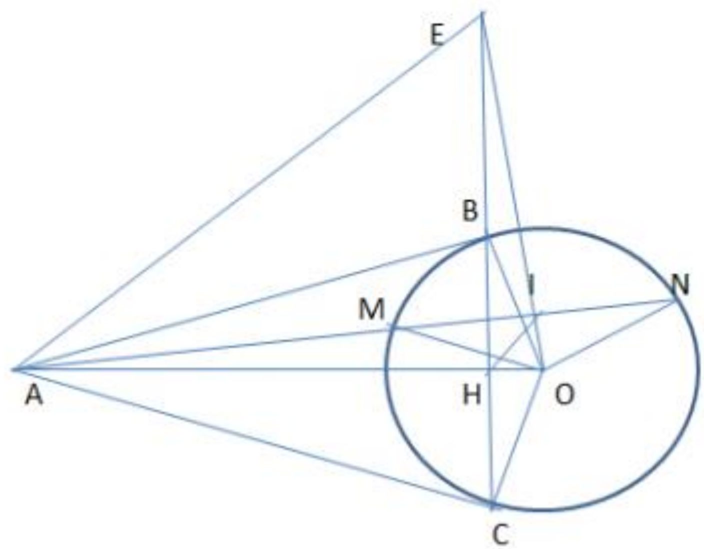
$<=> x^2 + 13x + 30 - (x^2 + 8x) = 90$

$<=> 5x = 60$

$<=> x = 12(TM)$ (0,25d)

Vậy diện tích của thửa ruộng ban đầu là 12(12+8)=240 (m^2) (0.25 đ)

Câu 4 (3.5 điểm)



1.(1.0 điểm)

Do AB và AC là hai tiếp tuyến của (O) nên ta có: AB = AC và AO là tia phân giác của góc BAC.
Suy ra tam giác BAC cân tại A. (0.25 đ)
Do đó AH đồng thời là đường cao của tam giác BAC hay AH ⊥ BC. Suy ra AHE=90^o . (0.25đ)
Do tam giác OMN cân tại O, có OI là đường trung tuyến nên OI ⊥ MN hay AIE=90^o. (0.25 đ)
Xét tứ giác AHIE có: AHE=AIE=90^o
Do đó AHIE là tứ giác nội tiếp (vì có hai đỉnh liên tiếp H và I nhìnn cạnh AE dưới cùng một góc). (0.25 đ)

2.(1.0 điểm)

Xét hai tam giác vuông HEO và IAO có góc O chung nên ΔHEO ∽ ΔIAO (0.25 đ)

$$=> \frac{OH}{IO} = \frac{EO}{AO} => OI.OE = OH.\text{OA}$$ 0,25đ

Do AB là tiếp tuyến của (O) nên AB ⊥ OB.

Xét tam giác vuông BOA có đường cao BH. Suy ra OH.OA = OB^2 = R^2 (0.25 đ)

Vậy ta có OI. OE = OH. OA = R^2 (0.25 đ)

3.(1.0 điểm)

Ta có: $S_{ABOC} = 2.S_{\Delta ABO} = 2.\frac{1}{2}BA.BO = BA.BO$ 0,25đ

Theo giả thiết suy ra: $BA.BO = 3R^2 => BA = \frac{3R^2}{R} = 3R$ 0,25đ

Trong tam giác vuông BAO có

$BA^2 + BO^2 = AO^2 => (3R)^2 + R^2 = AO^2 => AO = R\sqrt{10}$ 0,5đ

Vậy $AO = R\sqrt{10}$

Câu 5: (1.0 điểm)

Cách 1:

$$x^2 + xy - 2013x - 2014y - 2015 = 0$$

$$<=> x^2 + xy + x - 2014x - 2014y - 2014 = 1$$

$$<=> x(x + y + 1) - 2014(x + y + 1) = 1$$

$$<=> (x - 2014)(x + y + 1) = 1(0,5d)$$

Do x, y là các số nguyên nên có hai khả năng xảy ra:

Khả năng 1: $\begin{cases} x - 2014 = 1 \\ x + y + 1 = 1 \end{cases} <=> \begin{cases} x = 2015 \\ y = -2015 \end{cases}$

Khả năng 2: $\begin{cases} x - 2014 = -1 \\ x + y + 1 = -1 \end{cases} <=> \begin{cases} x = 2013 \\ y = -2015 \end{cases}$

Vậy các cặp số nguyên (x;y) cần tìm là (2015;-2015) và (2013;-2015) (0.5 đ)

Cách 2:

$$x^2 + xy - 2013x - 2014y - 2015 = 0$$

$$<=> y(x - 2014) = -x^2 + 2013x + 2015$$

Rõ ràng x = 2014 không thỏa mãn hệ thức trên. Chia cả hai vế cho x – 2014 ta được:

$y = \frac{-x^2 + 2013x + 2015}{x - 2014} = -x - 1 + \frac{1}{x - 2014}$ (0,5đ)

Vì x nguyên nên để y nguyên thì (x – 2014) phải là ước nguyên của 1. Có hai khả năng xảy ra:

Khả năng 1: x – 2014 = 1=> x = 2015 =>y = -2015.

Khả năng 2: x – 2014 = -1=> x = 2013 => y = -2015

Vậy các cặp số nguyên (x;y) cần tìm là (2015;-2015) và (2013;-2015) (0.5 đ)

ĐỀ 526

SỞ GD&ĐT NGHỆ AN **KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 1 THPT**

NĂM HỌC 2013 – 2014

Đề chính thức

Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài : 120 phút(không kể thời gian giao đề)

Câu 1: (2,0 điểm)

Cho biểu thức $P=(\frac{2}{x-4}+\frac{1}{\sqrt{x}+2}):\frac{1}{\sqrt{x}+2}$

a) Tìm điều kiện xác định và rút biểu thức P.

b) Tim x để $P=\frac{3}{2}$

Câu 2: (1,5 điểm)

Một mảnh vườn hình chữ nhật có chu vi 100 m. Nếu tăng chiều rộng 3 m và giảm chiều dài 4 m thì diện tích mảnh vườn giảm 2 m^2. Tính diện tích của mảnh vườn.

Câu 3: (2,0 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 2(m + 1)x + m^2 + 4 = 0$ (m là tham số)

a) Giải phương trình với m = 2.

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn

$x_1^2+2(m+1)x_2\leq 3m^2+16$

Câu 4: (3,5 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn (AB<AC) nội tiếp đường tròn (O), hai đường cao BE, CF cắt nhau tại H. Tia AO cắt đường tròn (O) tại D.

a) Chứng minh tứ giác BCEF nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh tứ giác BHCD là hình bình hành.

c) Gọi m là trung điểm của BC, tia AM cắt HO tại G. Chứng minh G là trọng tâm của tam giác BAC

Câu 5: (1,0 điểm)

Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn a+b+c=1.

Chứng minh rằng : $\frac{a^2}{a+b}+\frac{b^2}{b+c}+\frac{c^2}{c+a}\geq\frac{1}{2}$

------ Hết ------

Họ và tên thí sinh :..Số báo danh.............

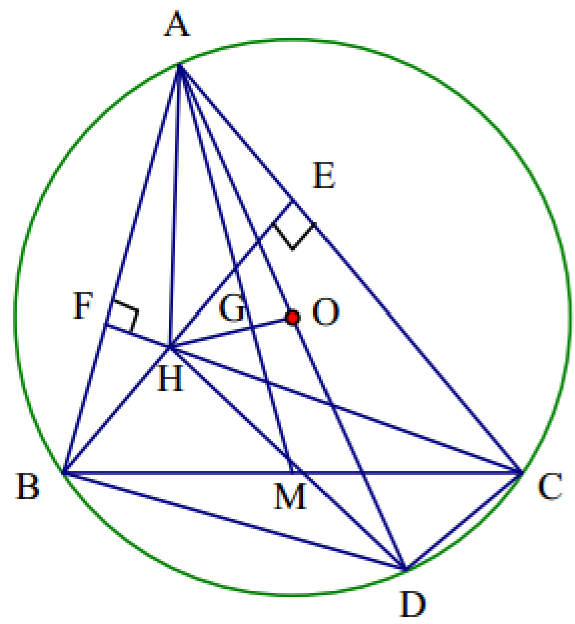
SỞ GD&ĐT NGHỆ AN

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT

NĂM HỌC 2013 - 2014

ĐÁP ÁN MÔN: TOÁN

Câu	Ý	Nội dung
Câu 1	a.	ĐKXD: $\begin{cases} x \geq 0 \\ x-4 \neq 0 \end{cases} <=> \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 4 \end{cases}$
		$P = (\dfrac{2}{x-4} + \dfrac{1}{\sqrt{x}+2}) : \dfrac{1}{\sqrt{x}+2} = \dfrac{2+\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}.(\sqrt{x}+2) = \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$
	b.	$P = \dfrac{3}{2} <=> \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} = \dfrac{3}{2}$
		$<=> 2\sqrt{x} = 3\sqrt{x} - 6 <=> \sqrt{x} = 6 <=> \sqrt{x} = 36(TM)$
Câu 2		Gọi x (m) là chiều rộng của mảnh vườn (0<x<25) Chiều dài của mảnh vườn là: 50-x. Diện tích của mảnh vườn là: x(50-x). Nếu tăng chiều rộng 3m thì chiều rộng mới là x+3; giảm chiều dài 4 m thì chiều dài mới là 46-x. Diện tích mới của mảnh vườn là: (x+3)(46-x) Theo bài ra ta có phương trình: x(50-x)-(x+3)(46-x)=2 $\Leftrightarrow$ 50x-x^2-43x+x^2-138=2$\Leftrightarrow$ 7x=140$\Leftrightarrow$ x=20 (TM) Vậy diện tích của mảnh vườn là 20(50-20)=600 m^2.
Câu 3	a. 1đ	Khi m = 2 pt trở thành x^2-6x+8=0
		Ta có Δ'=1
		Suy ra pt có hai nghiệm là: x_1=4;x_2=2
	b.	Để pt (1) có hai nghiệm x_1;x_2 <=>$\Delta' \geq 0$ $\Leftrightarrow (m+1)^2-(m^2+7) \geq 0 \Leftrightarrow m \geq \dfrac{3}{2}$ (*)
		Theo Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+1) \\ x_1 x_2 = m^2 + 4 \end{cases}$ $\Rightarrow$ $x_1{}^2 + 2(m+1)x_2 \leq 3m^2 + 16 <=> x_1{}^2 + (x_1 + x_2)x_2 \leq 3m^2 + 16$

		$<=> x_1{}^2 + x_2{}^2 + x_1x_2 \le 3m^2 + 16$ $<=> (x_1 + x_2)^2 - x_1x_2 \le 3m^2 + 16$
		$<=> (2m+2)^2 - m^2 - 4 \le 3m^2 + 16$ $<=> 8m \le 16$ $<=> m \le 2$
		Đối chiếu với điều kiện (*) suy ra $\frac{3}{2} \le m \le 2$ có hai nghiệm x_1 ;x_2 thỏa mãn $x_1{}^2 + 2(m+1)x_2 \le 3m^2 + 16$
Câu 4	Vẽ hình	 (Hình vẽ chỉ cần vẽ hết câu b là đạt 0,5 điểm)
	a.	Xét tứ giác BCEF có $BFC = BEC = 90^o$ (cùng nhìn cjanh BC)
		⇨ Tứ giác BCEF là tứ giác nội tiếp
	b.	Ta có: $ACD = 90^o$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)=> $DC \perp AC$ Mà HE $\perp$ AC; suy ra BH//DC (1) Chứng minh tương tự: CH//BD (2) Từ (1) và (2) suy ra BHCD là hình bình hành
	c.	Ta có M trung điểm của BC suy ra M trung điểm của HD. Do đó AM, HO trung tuyến của ΔAHD $\Rightarrow$ G trọng tâm của ΔAHD => $\frac{GM}{AM} = \frac{1}{3}$ Xét tam giác ABC có M trung điểm của BC, $\frac{GM}{AM} = \frac{1}{3}$ Suy ra G là trong tâm của ΔABC
Câu 5		Áp dụng BĐT cô si ta có:

	$\frac{a^2}{a+b}+\frac{a+b}{4}\geq a$ $\frac{b^2}{b+c}+\frac{b+c}{4}\geq b$ $\frac{c^2}{c+a}+\frac{c+a}{4}\geq c$ $=> \frac{a^2}{a+b}+\frac{b^2}{b+c}+\frac{c^2}{c+a}\geq a+b+c-(\frac{a+b}{4}+\frac{b+c}{4}+\frac{c+a}{4})$ $=\frac{a+b+c}{2}=\frac{1}{2}$ Vậy $\frac{a^2}{a+b}+\frac{b^2}{b+c}+\frac{c^2}{c+a}\geq\frac{1}{2}$

ĐỀ 527

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
NGHỆ AN

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2016 – 2017
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: ***120*** *phút, không kể thời gian phát đề*

Câu 1. (2,5 điểm)

Cho biểu thức $P=(\frac{\sqrt{x}+1}{x-9}-\frac{1}{\sqrt{x}+3})(\sqrt{x}-3)$

a) Tìm điều kiện xác định và rút gọn P

b) Tìm các giá trị của x để P ≤ 1.

Câu 2. (1,5 điểm)

Trong kì thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT tỉnh Nghệ An, tại một phòng có 24 thí sinh dự thi. Các thí sinh đều làm bài trên tờ giấy thi của mình. Sau khi thu bài cán bộ coi thi đếm được 33 tờ giấy thi và bài làm của thí sinh chỉ gồm 1 tờ hoặc 2 tờ giấy thi. Hỏi trong phòng thi đó có bao nhiêu thí sinh bài làm gồm một tờ giấy thi, bao nhiêu thí sinh bài làm gồm hai tờ giấy thi? (*Tất cả các thí sinh đều nạp bài thi).*

Câu 3. (2,0 điểm)

Cho phương trình $x^2-2mx+m^2-9=0(1)$ (m là tham số)

a) Giải phương trình (1) khi m = –2

b) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1 và x_2 thỏa mãn $x_1{}^2+x_2(x_1+x_2)=12$

Câu 4. (3,0 điểm)

Cho Δ ABC nhọn (AB < AC) nội tiếp đường tròn (O), vẽ đường kính AD. Đường thẳng đi qua B vuông góc với AD tại E và cắt AC tại F. Gọi H là hình chiếu vuông góc của B tren AC và M là trung điểm của BC.

a) Chứng minh CDEF là tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh MHC+BAD=90^o

c) Chứng minh $\frac{HC}{HF}+1=\frac{BC}{HE}$

Câu 5. (1,0 điểm)

Cho các số thực a,b,c thỏa mãn 0 ≤ a,b,c ≤ 1 và a + b + c ≥ 2. Chứng minh rằng:

$$ab(a + 1) + bc(b + 1) + ca(c + 1) \geq 2.$$

ĐÁP ÁN ĐỀ THI VÀO 10 THPT TỈNH NGHỆ AN
NĂM HỌC 2016 – 2017
Môn thi: TOÁN

Câu 1: (2,5 điểm)

$$P=(\frac{\sqrt{x}+1}{x-9}-\frac{1}{\sqrt{x}+3})(\sqrt{x}-3)$$

a) Điều kiện x ≥ 0, x ≠ 9

$$P=\left[\frac{\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}-\frac{\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}\right](\sqrt{x}-3)$$

$$=\frac{\sqrt{x}+1-(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}.(\sqrt{x}-3)$$

$$=\frac{4}{\sqrt{x}+3}$$

b) Để P ≤ 1 thì

$\frac{4}{\sqrt{x}+3} \le 1$

$<=> \frac{4}{\sqrt{x}+3} - 1 \le 0$

$<=> \frac{4-(\sqrt{x}+3)}{\sqrt{x}+3} \le 0$

$<=> \frac{1-\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} \le 0$

$Do\ \sqrt{x} \ge 0 => \sqrt{x}+3 \ge 3 > 0$

$<=> \frac{1-\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} \le 0 <=> 1-\sqrt{x} \le 0$

$<=> \sqrt{x} \ge 1$

$<=> x \ge 1$

Kết hợp với điều kiện xác định ta có x ≥ 1, x ≠ 9

Câu 2 (1,5 điểm)

Gọi số thí sinh làm bài chỉ gồm 1 tờ giấy thi là x (thí sinh) ($x \in N^*$, x < 24)

Số học sinh làm bài gồm 2 tờ giấy thi là y (thí sinh) ($y \in N^*$, y < 24)

1 phòng có 24 thi sinh dự thi do đó ta có: x + y = 24 (1)

Sau khi thu bài cán bộ coi thi đếm được 33 tờ giấy thi nên ta có phương trình: x + 2y = 33 (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ $\begin{cases} x+y=24 \\ x+2y=33 \end{cases} <=> \begin{cases} x=15 \\ y=9 \end{cases} (TM)$

Vậy số học sinh làm 1 tờ và 2 tờ giấy thi lần lượt là 15 và 9 học sinh.

Câu 3 (2,0 điểm)

x^2-2mx+m^2-9=0(1)

a) Khi m = - 2 ta có (1) trở thành: x^2 + 4x - 5 = 0

Ta có a + b + c = 1 + 4 - 5 = 0

=> Phương trình có 2 nghiệm phân biệt là x = 1 và x = -5

b) Phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2

<=> Δ' > 0

<=> $(- m)^2 – (m^2 - 9) > 0$

<=> $m^2 – m^2 + 9 > 0$

<=> 9 > 0 (luôn đúng)

=> ∀ m thì pt (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt

Áp dụng hệ thức Viet cho phương trình (1) ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=2m \\ x_1x_2=m^2-9 \end{cases}$

Theo đề ra ta có:

$x_1{}^2 + x_2(x_1+x_2) = 12$

$<=> x_1{}^2 + x_1x_2 + x_2{}^2 = 12$

$<=> (x_1+x_2)^2 - x_1x_2 = 12(*)$

Thay hệ thức Viét vào (*) ta được:

$$(2m)^2-(m^2-9)=12$$

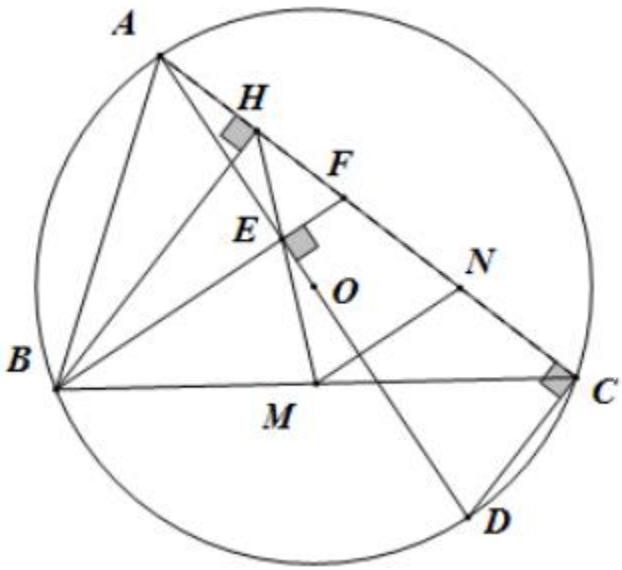
$$<=> 3m^2=3$$

$$<=> m^2=1$$

$$<=> m=\pm 1$$

Vậy m = 1 hoặc m = -1 thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 4



a) Có ACD = 90° (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Vì BE ⊥ AD nên FED=90°=> FED+FCD = 180°

Suy ra tứ giác CDEF là tứ giác nội tiếp

b) Vì M là trung điểm cạnh huyền BC của tam giác vuông BHC nên MH = MC = MB ⇒ ΔMHC cân tại M ⇒ MHC=MCH

Vì ABDC là tứ giác nội tiếp nên BAD=BCD=>BAD+MHC=BCD+MCH=DCH =90°

c) Vì BE ⊥ AE, BH ⊥ AH nên BEA= BHA = 90° ⇒ ABEH là tứ giác nội tiếp

⇒ BAE=BHE . Mà theo ý b ta có BAE=90°-MHC=BHM=>BHE=BHM

Suy ra H, E, M thẳng hang

Gọi N là trung điểm FC. Vì MN // BF nên

$$\frac{BC}{HE}=\frac{2HM}{HE}=\frac{2HN}{HF}=\frac{2(HF+FN)}{HF}=\frac{2HF+FC}{HF}=\frac{HF+HC}{HF}=1+\frac{HC}{HF} \text{ (đpcm)}$$

Câu 5

Vì

$$0\le a,b,\mathrm{c}\le 1$$

$$=>(1-\mathrm{a})(1-\mathrm{b})\ge 0$$

$$=>1-\mathrm{a}-\mathrm{b}+\mathrm{ab}\ge 0$$

$$=>\mathrm{ab}\ge \mathrm{a}+\mathrm{b}-1=(\mathrm{a}+\mathrm{b}+\mathrm{c})-(\mathrm{c}+1)\ge 0$$

$$=>\mathrm{ab}(\mathrm{a}+1)=\mathrm{a}.\mathrm{ab}+\mathrm{ab}\ge \mathrm{a}(\mathrm{a}+b-1)+\mathrm{ab}=\mathrm{a}^2+2ab-a$$

Tương tự ta có

$bc(b+1) \ge b^2 + 2bc - b$

$ca(c+1) \ge c^2 + 2ca - c$

Cộng lại ta được:

$ab(a+1)+bc(b+1)+ca(c+1) \ge a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)-(a+b+c)$

$=(a+b+c)^2-(a+b+c)=(a+b+c-1)(a+b+c) \ge 1.2=2$

=>đpcm

ĐỀ 528

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TIỀN GIANG
ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
NĂM HỌC 2015 – 2016
MÔN THI: TOÁN
Thời gian:120 phút *(không kể thời gian giao đề)*
Ngày thi: 11/6/2015
(Đề thi có 01 trang, gồm 06 bài)

Bài I: (2,5 điểm)

1. Rút gọn biểu thức sau: $A=\sqrt{(3-\sqrt{2})^2}+\sqrt{2}$
2. Giải hệ phương trình và các phương trình sau:

$a)\begin{cases} x+y=5 \\ x-y=1 \end{cases}$

$b) x^2-2x-8=0$

$c) x^4-3x^2-4=0$

Bài II: (1,0 điểm)

Cho phương trình x^2- 2(m-1)x+m^2-3m=0 (x là ẩn số, m là tham số)

1. Định m để phương trình có hai nghiệm x_1 , x_2 .
2. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $B={x_1}^2+{x_2}^2+7$

Bài III: (2,0 điểm)

Cho parabol (P):y=x^2 và đường thẳng (d) : y = -x +2

1. Vẽ đồ thị của (P) và (d) trên cùng mặt phẳng tọa độ.
2. Bằng phép tính, xác định tọa độ các giao điểm A, B của (P) và (d).
3. Tìm tọa độ điểm M trên cung AB của đồ thị (P) sao cho tam giác AMB có diện tích lớn nhất.

Bài IV: (1,5 điểm)

Khoảng cách giữa hai bến sông A và B là 30 km. Một canô đi xuôi dòng từ A đến B, rối đi ngược dòng trở về A ngay. Thời gian kể từ lúc đi cho đến lúc về là 5 giờ 20 phút. Tính vận tốc của dòng nước, biết vận tốc thực của canô là 12 km/h

Bài V (2,0 điểm)

Cho đường tròn tâm O. Từ điểm M nằm ngoài đường tròn (O) vẽ các tiếp tuyến MA, MB với (O) (A, B là hai tiếp điểm). Vẽ cát tuyến MCD không đi qua tâm O, C nằm giữa M và D.

1. Chứng minh: Tứ giác MAOB nội tiếp trong một đường tròn.

2. Chứng minh: $MA^2 = MC.MD$.
3. Gọi trung điểm của dây CD là H, tia BH cắt O tại điểm F. Chứng minh: AF // CD

Bài 6 (1,0 điểm)

Cho một hình nón có bán kính đáy bằng 5 cm, đường sinh bằng 13 cm. Tính diện tích xung quanh và thể tích của hình nón đã cho.

---HẾT---

Thí sinh được sử dụng các loại máy tính cầm tay do Bộ Giáo dục và đào tạo cho phép.

Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: ....Số báo danh:....................................

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ THI VÀO LỚP 10

2015 – 2016

MÔN: TOÁN

TIỀN GIANG

***Bài* I.**

$$1.A=\sqrt{(3-\sqrt{2})^2}+\sqrt{2}=|3-\sqrt{2}|+\sqrt{2}=3-\sqrt{2}+\sqrt{2}=3$$

$$2)a)\begin{cases}x+y=5\\x-y=1\end{cases}<=>\begin{cases}2x=6\\x-y=1\end{cases}<=>\begin{cases}x=3\\y=2\end{cases}$$

$b)x^2-2x-8=0$

Ta có: $\Delta'=1+8=9>0$

=>Phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt:

$x_1=1-3=-2; x_2=1+3=4$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là: S = {-2; 4}

c/ $x^4-3x^2-4=0$

Đặt x^2=t($t\geq 0$)

Phương trình trở thành: $t^2-3t-4=0$

Có Δ = 9 + 16 = 25 > 0. Nên phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt:

$$t_1=\frac{3-5}{2}=-1(\text{L}); t_2=\frac{3+5}{2}=4(TM)$$

Với t = 4 ta có $x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm 2$.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là: S = {-2; 2}

***Bài* II.**

Phương trình x^2- 2(m-1)x+m^2-3m=0 (x là ẩn số, m là tham số)

$$1.\Delta'=[-(m-1)]^3-1.(m^2-3m)=m^2-2m+1-m^2+3m=m+1$$

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

$\Delta'>0<=>\text{m}+1>0<=>\text{m}>-1$

2.Theo Vi-ét: $\begin{cases}x_1+x_2=2(m-1)\\x_1x_2=m^2-3m\end{cases}$

$$B = x_1^{\,2} + x_2^{\,2} + 7 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 + 7 = [2(m-1)]^2 - 2(m^2 - 3m) + 7$$

$$= 4m^2 - 8m + 4 - 2m^2 + 6m + 7$$

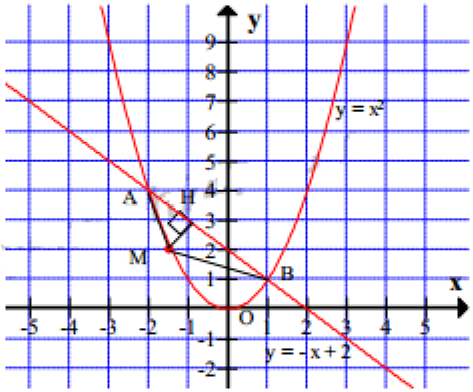
$$= 2m^2 - 2m + 11$$

$$= 2(m - \frac{1}{2})^2 + \frac{21}{2} \ge \frac{21}{2}$$

=> $B_{\min} = \dfrac{21}{2}$. Dấu "=" xảy ra khi $m = \dfrac{1}{2}$

***Bài* III.**

1. Vẽ đồ thị (P) và (d) như hình vẽ



2. Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d):

$x^2 = -x + 2 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$

$\Leftrightarrow$ x = 1 hoặc x = -2.

Nếu x = -2 thì y = 4 $\Rightarrow$ A(-2; 4)

Nếu x = 1 thì y = 1 $\Rightarrow$ B(1; 1)

3.

Gọi M(x_M; y_M) là điểm thuộc parabol (P), cung AB sao cho diện tích tam giác AMB lớn nhất.

Điều kiện: $-2 < x_M < 1$ và $0 \le y_M < 4$

Từ M, kẻ MH $\perp$ AB tại H, ta có:

+ Phương trình đường thẳng AB: y = –x + 2.

+ Phương trình đường thẳng MH có dạng: y = ax + b. Đường thẳng này vuông góc với AB

Suy ra a.(-1) = -1. Suy ra: a = 1, đường thẳng MH có phương trình y = x + b

+ Phương trình hoành độ giao điểm giữa (P) và MH: $x^2 = x + b \Leftrightarrow x^2 - x - b = 0$.

$$\Delta = (-1)^2 - 4.1.(-b) = 1 + 4b$$

$$\Delta = 0 <=> 1 + 4b = 0 <=> b = \frac{-1}{4}$$

Do đó: MH có phương trình: $y = x - \dfrac{1}{4}$

+ phương trình hoành độ giao điểm giữa AB và MH: $x - \dfrac{1}{4} = -x + 2 <=> x = \dfrac{9}{8}$

Khi đó: $y=\frac{9}{8}-\frac{1}{4}=\frac{7}{8}$ và H $(\frac{9}{8};\frac{7}{8})$

+ Phương trình hoành độ giao điểm giữa (P) và MH: $x^2=x-\frac{1}{4} <=> x^2-x+\frac{1}{4}=0$

phương trình có nghiệm kép: $x=\frac{1}{2}$ (thỏa điều kiện)

Khi đó: $y=x-\frac{1}{4}=\frac{1}{2}-\frac{1}{4}=\frac{1}{4}$ (thỏa điều kiện)

Vậy: M $(\frac{1}{2};\frac{1}{4})$

Khi đó:

$$MH=\sqrt{(x_M-x_H)^2+(y_M-y_H)^2}=\sqrt{(\frac{1}{2}-\frac{9}{8})^2+(\frac{1}{4}-\frac{7}{8})^2}$$

$$=\sqrt{\frac{25}{32}}=\frac{5}{8}\sqrt{2}$$

$$AB=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}$$

Diện tích tam giác AMB là $S_{AMB}=\frac{1}{2}.AB.MH=\frac{1}{2}.3\sqrt{2}.\frac{5}{8}\sqrt{2}=\frac{15}{8}(dvdt)$

***Bài* IV.**

Gọi x (km/h) là vận tốc dòng nước (ĐK: 0 < x < 12)

Vận tốc của cano lúc đi là: 12 + x (km/h)

Vận tốc của cano lúc về là: 12 – x (km/h)

Tổng thời gian cả đi lẫn về là: 5h20’ = 16/3 (h)

Theo đề bài, ta có phương trình:

$$\frac{30}{12+x}+\frac{30}{12-x}=\frac{16}{3}$$

$$<=> \frac{3.30(12-x)}{3(12-x)(12+x)}+\frac{3.30(12+x)}{3(12-x)(12+x)}=\frac{16(12-x)(12+x)}{3(12-x)(12+x)}$$

$$<=> 90(12-x)+90(12+x)=16(144-x^2)$$

$$<=> -16x^2+144=0$$

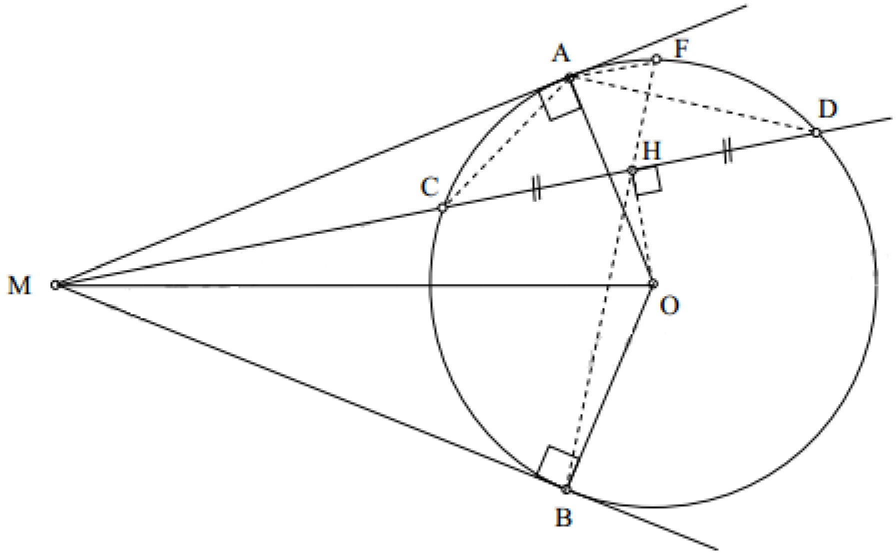
$$<=> x^2=9$$

$$<=> x=\pm 3$$

x = —3 (loại) hoặc x = 3 nhận

Vậy vận tốc của dòng nước là 3 (km/h)

***Bài* V**



a) ***Chứng minh***: Tứ giác MAOB nội tiếp

Tứ giác MAOB có:

MAO =90^o (gt); MBO =90^o (gt); MAO;MBO đối nhau; MAO+MBO =180^o

Vậy tứ giác MAOB nội tiếp đường tròn đường kính AO.

b) Chứng minh: MA^2 = MC.MD

Hai tam giác DMA và AMC có: M chung; MAC =MDA (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cùng chắn cung AC) nên: ΔDMA ∽ ΔAMC (g-g)

$$=> \frac{MA}{MC} = \frac{MD}{MA} => MA^2 = MC.MD$$

c) ***Chứng minh***: AF // CD

Ta có: H là trung điểm của dây CD nên OH ⊥ CD (Định lý quan hệ đường kính và dây)

Suy ra MHO =MBO =90^o nên tứ giác MHOB nội tiếp đường tròn.

=> MHB =MOB (1) (góc nội tiếp cùng chắn cung MB)

OM là tia phân giác góc AOB (MA, MB là hai tiếp tuyến của (O) cắt nhau tại M)

$$=> MOB = \frac{1}{2}AOB$$

Mà $AFB = \frac{1}{2}AOB$ (góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung AB)

=>AFB=MOB(2)

Từ (1) và (2) suy ra: AFB =MHB

Mà AFB và MHB là hai góc ở vị trí đồng vị nên suy ra AF // CD.

***Bài* VI**

+ Diện tích xung quanh hình nón: $S_{xq} = \pi rl = \pi.5.13 = 65\pi(cm^2)$

+ Thể tích hình nón:

$$h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12(cm)$$

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi.5^2.12 = 100\pi(cm^3)$$

ĐỀ 529

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TÂY NINH

KÌ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 NĂM HỌC 2014 – 2015

Môn thi **: TOÁN (*Không chuyên*)**

Thời gian **: 120 phút** (*Không kể thời gian giao đề*)

ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu 1 : (*1điểm*) Thực hiện các phép tính

$a)A=(2-\sqrt{5})(2+\sqrt{5})$

$b)B=\sqrt{2}(\sqrt{50}-3\sqrt{2})$

Câu 2 : (*1 điểm*) Giải phương trình: $2x^2+x-15=0$

Câu 3 : (*1 điểm*) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}\dfrac{2}{x}+y=3\\ \dfrac{1}{x}-2y=4\end{cases}$

Câu 4 : (*1 điểm*) Tìm a và b để đường thẳng (d) : $y=(a-2)x+b$ có hệ số góc bằng 4 và đi qua điểm M(1;-3).

Câu 5 : (*1 điểm*) Vẽ đồ thị của hàm số y = $-2x^2$.

Câu 6 : (*1 điểm*) Lớp 9A dự định trồng 420 cây xanh. Đến ngày thực hiện có 7 bạn không tham gia do được triệu tập học bồi dưỡng đội tuyển học sinh giỏi của nhà trường nên mỗi bạn còn lại phải trồng thêm 3 cây mới đảm bảo kế hoạch đặt ra. Hỏi lớp 9A có bao nhiêu học sinh.

Câu 7 : (*1 điểm*) Chứng minh rằng phương trình $x^2-2(m+1)x+m-4=0$ luôn có hai nghiệm phân biệt x_1;x_2 và biểu thức $M=x_1(1-x_2)+x_2(1-x_1)$ không phụ thuộc vào m.

Câu 8 : (2 *điểm*) Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH (H thuộc BC), biết ACB=60^o , CH = a . Tính AB và AC theo a.

Câu 9 : (*1 điểm*) Cho đường tròn tâm O đường kính AB cố định, CD là đường kính thay đổi của đường tròn (O) (khác AB). Tiếp tuyến tại B của (O) cắt AC và AD lần lượt tại N và M. Chứng minh tứ giác CDMN nội tiếp.

Câu 10 : (*1 điểm*) Cho tứ giác ABCD nội tếp đường tròn tâm O, bán kính bằng a. Biết AC vuông góc với BD. Tính AB^2+ CD^2 theo a.

--- HẾT ---

Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ và tên th sinh : .... Số báo danh : ....

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ THI VÀO 10 TỈNH TÂY NINH NĂM 2014 – 2015

Câu 1 : (*1điểm*) Thực hiện các phép tính

$a) A=(2-\sqrt{5})(2+\sqrt{5})=2^2-(\sqrt{5})^2=4-5=-1$

$b) B=\sqrt{2}(\sqrt{50}-3\sqrt{2})=\sqrt{100}-3.2=10-6=4$

Câu 2 : (*1 điểm*) Giải phương trình: $2x^2+x-15=0$

$\Delta=1^2-4.2.(-15)=121>0$

$\sqrt{\Delta}=11$

$<=> x_1=\dfrac{-1+11}{4}=\dfrac{5}{2}$

$x_2=\dfrac{-1-11}{4}=-3$

Vậy S={$\dfrac{5}{2}$;3}

Câu 3 : (*1 điểm*) Điều kiện $x \neq 0$.

$$\begin{cases}\dfrac{2}{x}+y=3\\ \dfrac{1}{x}-2y=4\end{cases} <=> \begin{cases}\dfrac{4}{x}+2y=6\\ \dfrac{1}{x}-2y=4\end{cases} <=> \begin{cases}x=\dfrac{1}{2}\\ \dfrac{2}{x}+y=3\end{cases} <=> \begin{cases}x=\dfrac{1}{2}\ (TM)\\ y=-1\end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất (x;y)=($\dfrac{1}{2}$;-1)

Câu 4 : (*1 điểm*) Tìm a và b để đường thẳng (d) : $y=(a-2)x+b$ có hệ số góc bằng 4 và đi qua điểm M(1;-3).

Đường thẳng d có hệ số góc bằng 4 <=> a-2=4<=>a=6

Mặt khác (d) đi qua điểm M (1;-3) nên thay a=6;x=1;y=-3 vào $y=(a-2)x+b$

=>-3=(6-2).1+b

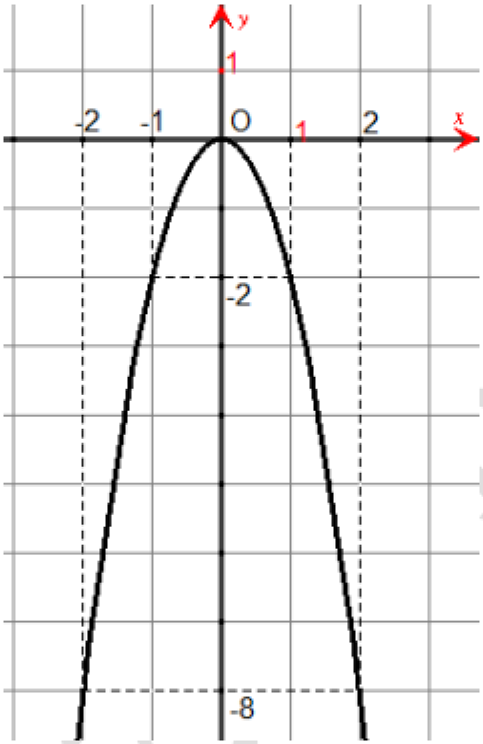
⇔b= -7

Vậy a=6 và b= -7 là các giá trị cần tìm và khi đó (d) : *y=6 x-7* .

Câu 5 : (*1 điểm*) Vẽ đồ thị của hàm số y = -2x^2.

Bảng giác trị

x	-2	-1	0	1	2
y	-8	-2	0	-2	-8



Câu 6 : (*1 điểm*)

Gọi số học sinh lớp 9A là x ($x \in Z^{+}$, $x > 7$).

Theo kế hoạch, mỗi em phải trồng $\dfrac{420}{x}$ (cây)

Trên thực tế số học sinh còn lại là : $x - 7$.

Trên thực tế, mỗi em phải trồng $\dfrac{420}{x-7}$ (cây)

Do lượng cây mỗi em trồng trên thực tế hơn 3 cây so với kế hoạch nên ta có phương trình :

$\dfrac{420}{x-7} - \dfrac{420}{x} = 3 (x > 7)$

$<=> 420x - 420(x-7) = 3x(x-7)$

$<=> 3x^2 - 21x - 2940 = 0$

$<=> x^2 - 7x - 980 = 0$

$<=> (x-35)(x+28) = 0$

$<=> \left[\begin{array}{l} x = 35(TM) \\ x = -28(L) \end{array}\right.$

Vậy lớp 9A có 35 học sinh.

Câu 7 : (*1 điểm*) Phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m - 4 = 0$

Phương trình có :

$\Delta' = (m+1)^2 - 1.(m-4) = m^2 + 2m + 1 - m = m^2 + m + 5$

$= (m+\frac{1}{2})^2 + \frac{19}{4} > 0 \forall m$

Vậy phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m.

Theo Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m+2 \\ x_1x_2 = m-4 \end{cases}$

$M = x_1(1-x_2) + x_2(1-x_1) = x_1 - x_1x_2 + x_2 - x_1x_2$

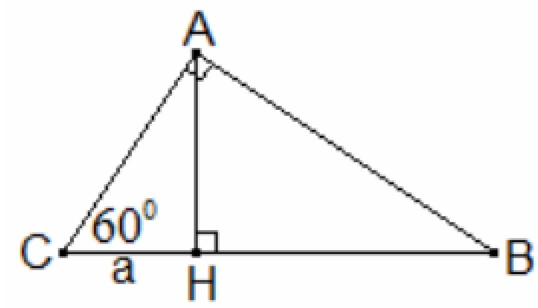
$= x_1 + x_2 - 2x_1x_2$

$= 2m + 2 - 2(m-4)$

$= 2m + 2 - 2m + 8 = 10$

=>không phụ thuộc vào m.

<u>Câu 8 :</u>

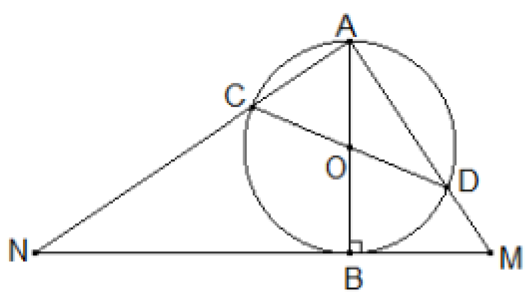


ΔACH có : $\cos C = \frac{CH}{AC} \Rightarrow AC = \frac{CH}{\cos C} = \frac{a}{cos60^o} = \frac{a}{\frac{1}{2}} = 2a$

ΔABC có AB = AC.tanC = $2a.\tan 60^o = 2\sqrt{3}a$

Vậy AB= $2\sqrt{3}a$;AC=2a

<u>Câu 9 :</u> (*1 điểm*)



Chứng minh tứ giác CDMN nội tiếp

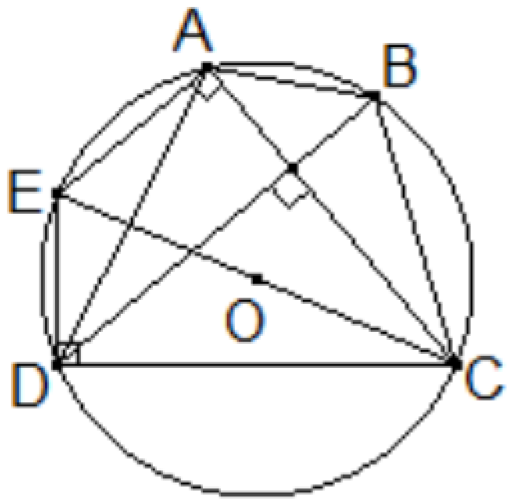
Ta có : $ADC = \frac{1}{2} sdAC$

$N = \frac{1}{2}(sdADB - sdBC) = \frac{1}{2}(sdACB - sdBC) = \frac{1}{2}sdAC$

$=> ADC = N(= \frac{1}{2}sdAC)$

=>Tứ giác CDMN nội tiếp được (góc ngoài bằng góc đối trong).

<u>Câu 10 :</u> (*1 điểm*)



Tính $AB^2 + CD^2$ theo a.

Vẽ đường kính CE của đường tròn (O).

Ta có : EAC $=90^o$, EDC $=90^o$ (góc nội tiếp chắn đường kính EC).

$$\left.\begin{matrix} AC \perp AE \\ AC \perp BD \end{matrix}\right\} => AE // BD$$

⇨ ABDE là hình thang cân (hình thang nội tiếp (O))

=>AB = DE (cạnh bên hình thang cân).

=>$AB^2+CD^2=DE^2+DC^2=EC^2=(2a)^2=4a^2$ (do ΔEDC vuông tại D).

Vậy $AB^2+CD^2=4a^2$

ĐỀ 530

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẢNG NGÃI
ĐỀ CHÍNH THỨC

KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2015 – 2016
Ngày thi: 11/6/2015
Môn thi: Toán
<u>Thời gian làm bài: 120 phút</u>

Bài 1: (1,5 điểm)

1. Thực hiện phép tính: $4\sqrt{16} - 3\sqrt{9}$
2. Rút gọn biểu thức: $M = (\frac{a+\sqrt{a}}{\sqrt{a}+1}+1)(1+\frac{a-\sqrt{a}}{1-\sqrt{a}})$ với $a \ge 0; a \ne 1$

Bài 2: (2,0 điểm)

1. Giải phương trình và hệ phương trình sau:

$a) x^2 + 3x - 4 = 0$

$b) \begin{cases} 2x - y = 1 \\ 3x + 2y = 12 \end{cases}$

2. Cho phương trình: $x^2 - 2x + m + 3 = 0$ (với m là tham số)

a) Tìm m để phương trình có nghiệm x = 3 và tìm nghiệm còn lại.

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thỏa mãn hệ thức:

$x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 - 4 = 0$

Bài 3: (2,0 điểm)

Hai đội công nhân cùng làm chung trong 4 giờ thì xong một con đường. Nếu mỗi đội làm riêng để xong con đường thì thời gian đội thứ nhất ít hơn đội thứ hai là 6 giờ. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi đội làm xong con đường trong thời gian bao lâu?

Bài 4: (3,5 điểm)

Cho nửa đường tròn đường kính AB và C là một điểm nằm giữa hai điểm A và B. Trên nửa mặt phẳng có bờ AB chứa nửa đường tròn, vẽ hai tia Ax và By tiếp xúc với nửa đường tròn đã cho. Trên tia Ax lấy điểm I (với I khác A); đường thẳng vuông góc với CI tại C cắt tia By tại K. Đường tròn đường kính IC cắt tia IK tại E.

1. Chứng minh tứ giác CEKB nội tiếp đường tròn.
2. Chứng minh AI.BK = AC.CB.
3. Chứng minh điểm E nằm trên nửa đường tròn đường kính AB.
4. Cho các điểm A; B; I cố định. Hãy xác định vị trí điểm C sao cho diện tích hình thang ABKI lớn nhất

Bài 5: (1,0 điểm)

Cho x, y là các số dương thỏa mãn $(11x + 6y + 2015)(x - y + 3) = 0$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = xy - 5x + 2016$

-----------------HẾT------------------

ĐÁP ÁN

Bài 1:

1.Thực hiện phép tính:

$4\sqrt{16} - 3\sqrt{9} = 4.\sqrt{4^2} - 3.\sqrt{3^2} = 4.4 - 3.3 = 7$

2.Rút gọn biểu thức:

$M=(\frac{a+\sqrt{a}}{\sqrt{a}+1}+1)(1+\frac{a-\sqrt{a}}{1-\sqrt{a}})$ với $a\geq 0;a\neq 1$

$=(\frac{\sqrt{a}(\sqrt{a}+1)}{\sqrt{a}+1}+1)(1+\frac{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)}{1-\sqrt{a}})$

$=(\sqrt{a}+1)(1-\sqrt{a})$

$=1-\mathrm{a}$

Bài 2:

1.Giải phương trình và hệ phương trình sau:

$a)x^2+3x-4=0$

$\Delta=3^2-4.1.(-4)=25>0$

$=>\sqrt{\Delta}=5$

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt:

$x_1=\frac{-3-5}{2}=-4$

$x_2=\frac{-3+5}{2}=1$

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm là S={-4;1}

b)

$\begin{cases}2x-y=1\\3x+2y=12\end{cases}<=>\begin{cases}4x-2y=2\\3x+2y=12\end{cases}<=>\begin{cases}7x=14\\2x-y=1\end{cases}$

$<=>\begin{cases}x=2\\y=3\end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm (2;3)

2.Giải

a)PT có nghiệm x =3 nên ta có:

$3^2-2.3+m+3=0$

⇔6+m=0

⇔m= -6

Vậy m = -6 là giá trị cần tìm.

Với m = -6 ta có phương trình : $x^2-2x-3=0$

Ta có a –b +c = 1 – (-2) -3 = 0

Vậy nghiệm còn lại của phương trình là x = -1

b)Ta có :

$x_1{}^2+x_2{}^2-x_1x_2-4=0$

$<=>(x_1+x_2)^2-3.x_1x_2-4=0(*)$

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt Δ’ > 0

$<=>(-1)^2-(m+3)>0$

$<=>1-\mathrm{m}-3>0$

$<=>m<-2$

Áp dụng hệ thức Vi ét cho (1) ta có : $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = m+3 \end{cases}$

$(*) <=> 2^2 - 3(m+3) - 4 = 0$

$<=> 4 - 3m - 9 - 4 = 0$

$<=> m = -3$

Vậy m=-3 thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Bài 3 :

Gọi đội thứ nhất làm 1 mình xong công việc trong x (giờ)

Đội thứ hai làm 1 mình xong công việc y (giờ) (x;y>4)

1 giờ đội thứ nhất làm được $\frac{1}{x}$ (công việc)

1 giờ đội thứ hai làm được $\frac{1}{y}$ (công việc)

1 giờ cả 2 đội làm được $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ (công việc)

Ta có $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4}$ (1)

Theo đề ra ta có : x+6=y(2)

Từ (1) và (2) ta có :

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4} (1) \\ x + 6 = y(2) \end{cases}$$

Thay (2) vào (1) ta có :

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+6} = \frac{1}{4}$$

$<=> 4(x+6) + 2x = x(x+6)$

$<=> 4x + 24 + 2x = x^2 + 6x$

$<=> x^2 - 2x - 24 = 0$

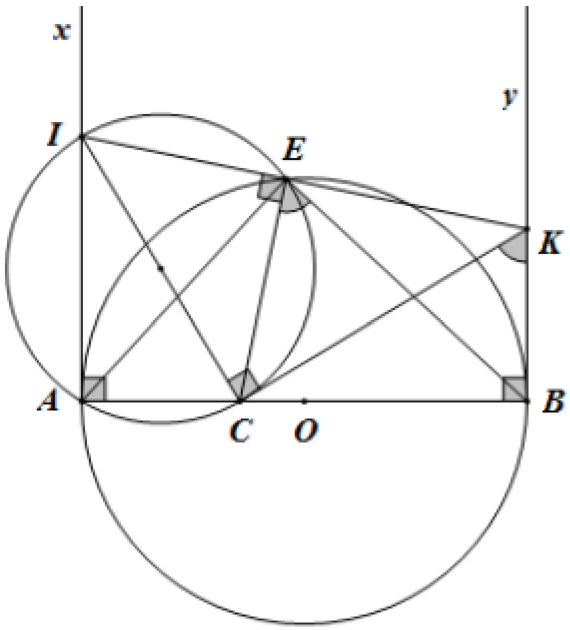
$\Delta' = 1 + 24 = 25$

$<=> \left[\begin{array}{l} x = 1 - 5 = -4(L) \\ x = 1 + 5 = 6(TM) \end{array} \right.$

$=> y = 6 + 6 = 12.$

Vậy đội 1 làm trong 6 giờ, đội 2 làm trong 12 giờ.

Bài 4:



1. Vì E thuộc đường tròn đường kính IC nên IEC $= 90°$, suy ra KEC $= 90°$

Vì Ax, By $\perp$ AB nên CBK=90^o=> CBK+ CEK $= 180°$

Suy ra CEKB là tứ giác nội tiếp đường tròn.

2. Có AIC+ACI=90^o; ACI+BCK=90^o=> AIC=BCK

=>tam giác AIC đồng dạng với tam giác BCK(g-g)

$$=> \frac{AI}{BC} = \frac{AC}{BK} => AI.BK = AC.BC$$

3. Vì AIEC là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính IC nên AEC=AIC

Vì CEKB là tứ giác nội tiếp nên BEC=BKC

Suy ra AEB= AEC+ BEC =AIC +BKC =BCK+ BKC $= 90^O$

Suy ra E thuộc đường tròn đường kính AB.

4. Vì AIKB là hình thang vuông tại A và B nên $S_{AIKB} = \dfrac{(AI+KB).AB}{2}$

Vì AI, AB không đổi nên S_{AIKB} lớn nhất KB lớn nhất

Theo ý 2 ta có $AI.KB = AC.BC => KB = \dfrac{AC.BC}{AI}$

Áp dụng bất đẳng thức Côsi cho 2 số dương: $AC.BC \le \dfrac{(AC+BC)^2}{4} = \dfrac{AB^2}{4}$

Dấu bằng xảy ra⇔ AC = BC⇔ C là trung điểm AB

Vậy S_{AIKB} lớn nhất C là trung điểm AB

Bài 5

Ta có (11x + 6y + 2015)(x – y + 3) = 0 11x + 6y + 2015 = 0 (1) hoặc x – y + 3 = 0 (2)

Vì x, y > 0 nên 11x + 6y + 2015 > 0 ⇒ (1) loại.

(2) y = x + 3. Thay y = x + 3 vào P ta được:

P = x(x + 3) – 5x + 2016 = x^2 – 2x + 2016 = $(x – 1)^2$ + 2015

Vì $(x-1)^2 \geq 0\ \forall x$ nên $(x-1)^2 + 2015 \geq 2015$. Suy ra $P \geq 2015$

Dấu bằng xảy ra $x - 1 = 0$ $x = 1 \Rightarrow y = 4$

Vậy giá trị lớn nhất của P là 2015, xảy ra khi $x = 1$; $y = 4$.

ĐỀ 531

SỞ GIÁO DỤC - ĐÀO TẠO
THÁI BÌNH

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2015 – 2016
Môn: **TOÁN**
Thờ gian làm bài :120 phút *(không kể thời gian giao đề)*

Câu 1. (*2,0 điểm*)

Cho biểu thức: $P = \dfrac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \dfrac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2} + \dfrac{x-6\sqrt{x}+4}{x-4}$ với $x \geq 0; x \neq 4$

Rút gọn biểu thức P.

Tìm giá trị của P khi x= $9+4\sqrt{5}$

Câu 2. (*1,5 điểm*):

Cho phương trình $x^2 + 5x + m - 2 = 0$ (m là tham số)

Giải phương trình khi m= -12.

Tìm m để phuơng trình hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thoa mãn $\dfrac{1}{x_1-1} + \dfrac{1}{x_2-1} = 2$

Câu 3. (*1,0 điểm*)

Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích $168m^2$. Nếu giảm chiều dài đi 1m và tăng chiều rộng thêm 1m thì mảnh vườn trở thành hình vuông.Tính chiều dài,chiều rộng của mảnh vườn.

Câu 4. (*1,5 điểm*)

Cho parabol (P) : y= $\dfrac{1}{2}x^2$ và điểm A, B thuộc (P) có hoành độ lần lượt là -1; 2.

Đường thẳng (d) phương trình y = mx + n.

Tìm toạ độ điểm A, B Tìm m, n biết (d) đi qua điểm A và B .

Tính độ dài đường cao OH của tam giác OAB (điểm O là gốc tọa độ).

Câu 5. (*3,5 điểm*)

Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB =2R .Điểm M di chuyển trên nửa đường tròn (M khác A và B). C là trung điểm của dây cung AM. Đường thẳng d là tiếp tuyến với nửa đường tròn tại B. Tia AM cắt d tại điểm N. Đường thẳng OC cắt d tại E.

Chứng minh: tứ giác OCNB nội tiếp.

Chứng minh: AC.AN = AO.AB.

Chứng minh: NO vuông góc với AE.

Tìm vị trí điểm M sao cho (2.AM + AN) nhỏ nhất.

Câu 6. (*0,5 điểm*):

Cho ba số dương a, b,c thay đổi thoả mãn $a^2+b^2+c^2=3$

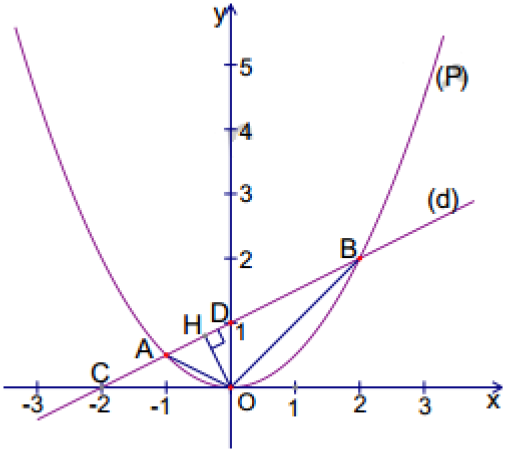
Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = 2(a+b+c) + \dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} + \dfrac{1}{c}$

--- HẾT ---

ĐÁP ÁN (THAM KHẢO)

CÂU	NỘI DUNG	ĐIỂM
1	a) Với $x \geq 0; x \neq 4$ ta có: $P = \frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2} + \frac{x-6\sqrt{x}+4}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$ $= \frac{(x+\sqrt{x})(\sqrt{x}+2)-(2\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2)+x-6\sqrt{x}+4}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$	0,25
	$= \frac{x\sqrt{x}+2x+x+2\sqrt{x}-2x+4\sqrt{x}+\sqrt{x}-2+x-6\sqrt{x}+4}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$	0,25
	$= \frac{x\sqrt{x}+2x+\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$	0,25
	$= \frac{x(\sqrt{x}+2)+\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{(x+1)(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$	0,25
	$= \frac{x+1}{\sqrt{x}-2}$ Vậy với $x \geq 0; x \neq 4$ thì P= $\frac{x+1}{\sqrt{x}-2}$	0,25
	b) Ta có: $x = 9+4\sqrt{5} = (2+\sqrt{5})^2$ (thỏa mãn điều kiện xác định) $=> \sqrt{x} = 2+\sqrt{5}$	0,25
	Khi đó : $P = \frac{9+4\sqrt{5}+1}{2+\sqrt{5}-2} = \frac{10+4\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5}+4$	0,25
	Vậy với $x = 9+4\sqrt{5}$ thì P= $2\sqrt{5}+4$	0,25
2	a)Với m=-12,phương trình đã cho trở thành : $x^2+5x-14=0$	0,25
	$\Delta = 5^2 + 4.14 = 81 > 0 => \sqrt{\Delta} = 9$	0,25
	=> phương trình trên có 2 nghiệm phân biệt: $x_1 = \frac{-5-9}{2} = -7; x_2 = \frac{-5+9}{2} = 2$	0,25
	Vậy với m=-12 thì phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1=-7;x_2=2$	0,25

	b)Phương trình $x^2+5x+m-2=0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1;x_2$ khác 1 $<=> \begin{cases} \Delta = 5^2-4(m-2)=33-4m>0 \\ 1^2+5.1+m-2\neq 0 \end{cases} <=> \begin{cases} m<\dfrac{33}{4} \text{ (*)} \\ m\neq -4 \end{cases}$ Theo VI-ét ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=-5 \\ x_1x_2=m-2 \end{cases}$	0,25
	Từ giả thiết: $\dfrac{1}{x_1-1}+\dfrac{1}{x_2-1}=2$ $=> x_2-1+x_1-1=2(x_1-1)(x_2-1)$ $<=> x_1+x_2-2=2[\mathrm{x}_1x_2-(x_1+x_2)+1]$ $<=> -5-2=2(\mathrm{m}-2+5+1)$ $<=> \mathrm{m}=\dfrac{-15}{2}(TM\ \ (*))$ Vậy giác trị cần tìm là m=$\dfrac{-15}{2}$	0,25
3	Gọi chiều dài của mảnh vườn là x(m) ĐK x> 1. Thì chiều rộng của mảnh vườn là $\dfrac{168}{x}$(m)	0,25
	Nếu giảm chiều dài đi 1m và tăng chiều rộng thêm 1m thì mảnh vườn có: -chiều dài là x-1(m) -chiều rộng là $\dfrac{168}{x}+1$ (m) Vì mảnh vườn trở thành hình vuông lên ra có phương trình $\dfrac{168}{x}+1$=x-1	0,25
	$=> 168+x=x^2-x <=> x^2-2x-168=0$ $<=> (x-14)(x+12)=0$ $<=> \left[\begin{array}{l} x=14(TM) \\ x=-12(L) \end{array}\right.$	0,25
	Vậy mảnh vườn có chiều dài là 14m,chiều rộng là 168:14=12m	0,25
4	a) Ta có: $A(x_A;\mathrm{y}_A)\in(\mathrm{P})$ có hoành độ $x_A=-1 => y_A=\dfrac{1}{2}.(-1)^2=\dfrac{1}{2} => A(-1;\dfrac{1}{2})$	0,25
	$B(x_B;\mathrm{y}_B)\in(\mathrm{P})$ có hoành độ $x_B=2 => y_B=\dfrac{1}{2}.2^2=2 => B(2;2)$	0,25
	Vì đường thẳng y=mx+n đi qua 2 điểm A vàB lên ta có hệ:	0,25

	$\begin{cases} -m+n=\dfrac{1}{2} \\ 2m+n=2 \end{cases} <=> \begin{cases} 3m=\dfrac{3}{2} \\ 2m+n=2 \end{cases} <=> \begin{cases} m=\dfrac{1}{2} \\ 2.\dfrac{1}{2}+n=2 \end{cases} <=> \begin{cases} m=\dfrac{1}{2} \\ n=1 \end{cases}$	
	Vậy với m=1/2,n=1 thì (d) đi qua 2 điểm $A(-1;\dfrac{1}{2}); B(2;2)$	0,25
	b) Vẽ (P) và (d) trên cùng 1 hệ trục tạo độ như hình vẽ Dễ thấy (d) cắt Ox tại C(-2;0) và cắt Oy tại D(0;1)=>OC=2;OD=1  	0,25
	Độ dài đường cao OH của tam giác OAB chính là độ dài đường cao OH của tam giác OCD Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông OCD ta có: $\dfrac{1}{OH^2}=\dfrac{1}{OC^2}+\dfrac{1}{OD^2}=\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{1}=\dfrac{5}{4}$ $=> OH^2=\dfrac{4}{5} => OH=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}(dvdt)$ Vậy $OH=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}(dvdt)$	0,25
5	a) Phần đường kính OC đi qua trung điểm C của AM ⇒OC⊥AM=>OCN=90^o	0,25
	BN là tiếp tuyến của (O) tại B ⇒OB⊥BN ⇒ OBN=90^o .	0,25
	Xét tứ giác OCNB có tổng góc đối: OCN+OBN=90^o+90^o=180^o	0,25
	Do đó tứ giác OCNB nội tiếp	0,25
	b)Xét tam giác ACO và tam giác ABN có A1 chung ACO=ABN=90^o	0,25
	=>tam giác ACO đồng dạng với tam giác ABN	0,25
	$=> \dfrac{AC}{AB}=\dfrac{AO}{AN}$	0,25
	Do đó: AC.AN=AO.AB(đpcm)	0,25
	c)Theo chứng minh trên ta có:	0,25

	OC ⊥AM⇒EC⊥AN⇒EC là đường cao của tam giác ANE(1)	
	OB ⊥BN⇒AB⊥NE⇒AB là đường cao của tam giác AME(2)	0,25
	Từ (1) và (2) =>O là trực tâm của tam giác ANE(vì O là giao điểm của AB và EC) =>NO là đường cao thứ ba của tam giác ANE	0,25
	Do đó: NO ⊥AE (đpcm)	0,25
	d)Ta có: 2. AM +AN =4AC +AN (vì C là trung điểm của AM). 4AC.AN=4AO.AB=4R.2R=$8R^2$ Áp dụng bất đẳng thức cosi cho hai số dương ta có: $4AC+AN\ge 2\sqrt{2AC.AN}=2.\sqrt{8R^2}=4\sqrt{2}R$ =>tổng 2.AM+AN nhỏ nhất = $4\sqrt{2}R$ khi 4AC=AN	0,25
	⇔AN=2AM<=>M là trung điểm của AN Tam giác ABN vuông tại B có BM là đường trung tuyến nên AM=MB =>AM=BM=>M là điểm chính giữa nửa đường tròn đường kính AB Vậy với m là điểm chính giữa nửa đường tròn đường kính AB thì 2AM+AN nhỏ nhất = $4\sqrt{2}R$	0,25
6	Ta chứng minh BDT phụ sau: Với 0<x< $\sqrt{3}$ thì $2x+\frac{1}{x}\ge 3+\frac{1}{2}(x^2-1)(1)$ Thật vậy $4x^2+2\ge 6x+x^3-x(Do\ \text{x>0})$ $<=>\text{x}^3-x-(4x^2-6x+2)\le 0$ (1)⇔ $<=>(x-1)(x^2+x)-2(x-1)(2x-1)\le 0$ $<=>(x-1)(x^2-3x+2)\le 0$ $<=>(x-1)^2(x-2)\le 0(\text{LD})$ Dấu bằng xảy ra khi x=1	0,25
	Từ giả thiết $a^2+b^2+c^2=3<=>0<a^2,b^2,c^2<3$ $<=>0<a,b,c<\sqrt{3}$ Áp dụng bất đẳng thức (1) với $0<a,b,c<\sqrt{3}$ ta có: $2a+\frac{1}{a}\ge 3+\frac{1}{2}(\text{a}^2-1)(2)$ $2b+\frac{1}{b}\ge 3+\frac{1}{2}(\text{b}^2-1)(3)$ $2c+\frac{1}{c}\ge 3+\frac{1}{2}(\text{c}^2-1)(4)$ Cộng (2);(3);(4) theo vế ta có: $P\ge 9+\frac{1}{2}(a^2+b^2+c^2-3)=9(\text{Do}\ \text{a}^2+b^2+c^2=3)$ Dấu "=" x;y ra khi a = b = c =1.	0,25

	Vậy $P_{\min} = 9 <=> a = b = c = 1$	

ĐỀ 532

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
VĨNH LONG

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2015 – 2016
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

Bài 1. (1.0 điểm)

1. Tính: $A = 2\sqrt{5} + 3\sqrt{45} - \sqrt{500}$
2. Rút gọn biểu thức $B = (\sqrt{5} - 1)\sqrt{6 + 2\sqrt{5}}$

Bài 2. (2.5 điểm)

Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

$a) x^2 - 9x + 20 = 0$

$b) x^4 - 4x^2 - 5 = 0$

$c) \begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$

Bài 3. (1.5 điểm)

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol (P) : y =x^2 và đường thẳng (d) : y= 2(m-1)x+5-2m (m là tham số)

a) Vẽ đồ thị parabol (P).
b) Biết đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt. Gọi hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P) là x_1, x_2. Tìm m để $x_1^2 + x_2^2 = 6$

Bài 4. (1.0 điểm)

Một đội xe cần chở 36 tấn hàng. Trước khi làm việc, đội được bổ sung thêm 3 chiếc nữa nên mỗi xe chở ít hơn 1 tấn hàng so với dự định. Hỏi lúc đầu đội có bao nhiêu xe, biết khối lượng hàng chở trên mỗi xe như nhau.

Bài 5.(1.0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A, có AB = 15cm và AC = 20cm. Tính độ dài đường cao AH và trung tuyến AM của tam giác ABC.

Bài 6. (2.0 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc đều nhọn, hai đường cao BD và CE cắt nhau tại H (D thuộc AC; E thuộc AB).

a) Chứng minh tứ giác ADHE nội tiếp được trong một đường tròn.
b) Gọi M, I lần lượt là trung điểm của AH và BC. Chứng minh MI vuông góc ED

Bài 7. (1.0 điểm)

Biết phương trình bậc hai (x – a)(x – b) + (x – b)(x – c) + (x – c)(x – a) = 0 (x là ẩn số) có nghiệm kép. Tìm nghiệm kép đó.

…HẾT…

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm.

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ THI VÀO LỚP 10 THPT 2015 – 2016
VĨNH LONG

Bài 1.

a) $A=2\sqrt{5}+3\sqrt{45}-\sqrt{500}=2\sqrt{5}+3.3\sqrt{5}-10\sqrt{5}=\sqrt{5}$

$b) B=(\sqrt{5}-1)\sqrt{6+2\sqrt{5}}=(\sqrt{5}-1)\sqrt{(\sqrt{5}+1)^2}$

$=(\sqrt{5}-1)|\sqrt{5}+1|$

$=(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)$

$=5-1=4$

Bài 2.

a) Phương trình $x^2-9x+20=0$

Ta có: $\Delta=(-9)^2-4.20=1>0$

Khi đó phương trình có 2 nghiệm phân biệt: $\left[\begin{array}{l} x_1=\dfrac{9-1}{2.1}=4 \\ x_2=\dfrac{9+1}{2}=5 \end{array}\right.$

Vậy phương trình có tập nghiệm S = {4; 5}

b)Phương trình $x^4-4x^2-5=0$

Đặt $x^2=t (t\geq 0)$

Khi đó phương trình trở thành: $t^2-4t-5=0$

Ta có: $\Delta'=(-2)^2-(-5)=9>0$

Do đó phương trình có 2 nghiệm phân biệt: $\left[\begin{array}{l} t_1=2-3=-1(L) \\ t_2=2+3=5(TM) \end{array}\right.$

Với t=5 ta có $x^2=5$

$\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{5}$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S=\{-\sqrt{5};\sqrt{5}\}$

c) $\begin{cases} 2x+y=5 \\ x-y=1 \end{cases} <=> \begin{cases} 3x=6 \\ x-y=1 \end{cases} <=> \begin{cases} x=2 \\ x-y=1 \end{cases} <=> \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$

Vậy hệ đã cho có nghiệm duy nhất (x;y) = (2;1).

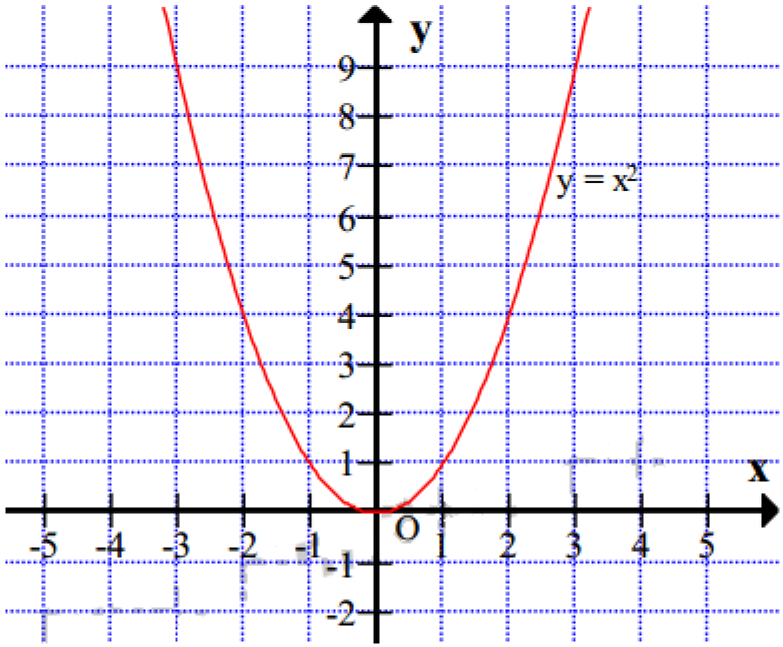
Bài 3.

a) Vẽ đồ thị

Bảng giá trị:

x	-2	-1	0	1	2
$y=x^2$	4	1	0	1	4

Đồ thị:



b) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d):

$x^2 = 2(m-1)x + 5 - 2m$

$<=> x^2 - 2(m-1)x + 2m - 5 = 0$

Theo định lý Vi-ét: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m - 2 \\ x_1x_2 = 2m - 5 \end{cases}$

Theo đề bài, ta có:

$x_1^2 + x_2^2 = 6$

$<=> (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 6$

$<=> (2\text{m} - 2)^2 - 2(2m - 5) = 6$

$<=> 4m^2 - 12m + 8 = 0$

$<=> \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = 2 \end{array}\right.$

Vậy: m = 1 hoặc m = 2

Bài 4.

Gọi x (chiếc) là số xe ban đầu của đội (ĐK: x nguyên dương)

Số xe lúc sau: x + 3 (chiếc)

Số tấn hàng được chở trên mỗi xe lúc đầu: $\dfrac{36}{x}$ (tấn)

Số tấn hàng được chở trên mỗi xe lúc sau: $\frac{36}{x+3}$ (tấn)

Theo đề bài ta có phương trình:

$$\frac{36}{x}-\frac{36}{x+3}=1$$

$$<=> \frac{36(x+3)}{x(x+3)}-\frac{36x}{x(x+3)}=\frac{x(x+3)}{x(x+3)}$$

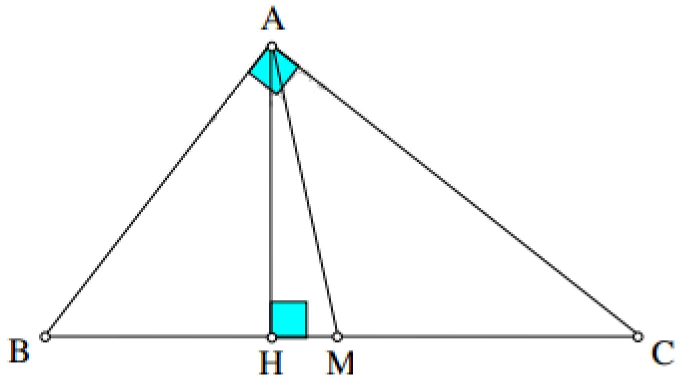
$$<=> 36x+108-36x=x^2+3x$$

$$<=> x^2+3x-108=0$$

$$<=> \left[\begin{array}{l} x=9(TM) \\ x=-12(L) \end{array}\right.$$

Vậy: lúc đầu đội có 9 chiếc xe.

Bài 5.



Áp dụng định lý Pitago vào tam giác ABC vuông tại A, ta có:

$$BC^2=AB^2+AC^2$$

$$=15^2+20^2=625$$

$$=> BC=\sqrt{625}=25(cm)$$

Áp dụng đẳng thức:

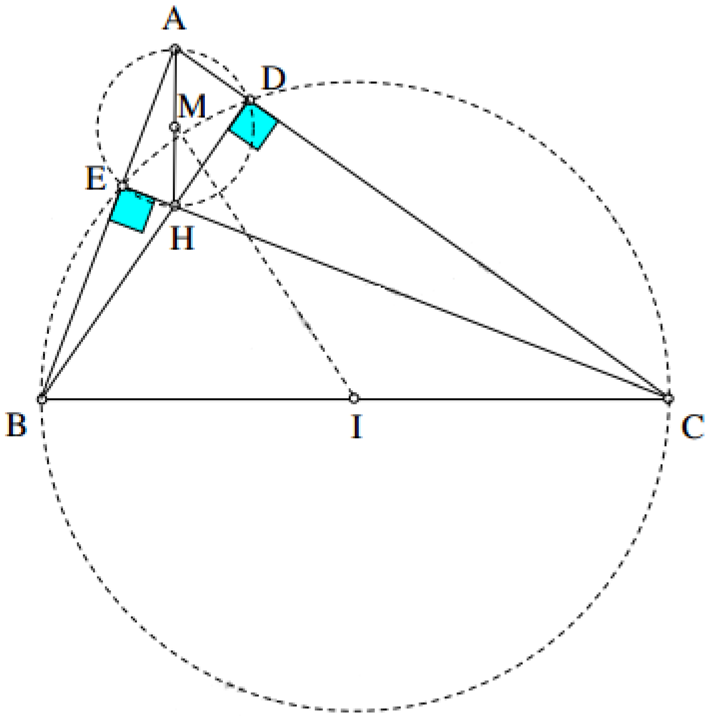
$$AH.BC=AB.AC$$

$$=> AH=\frac{AB.AC}{BC}=12(cm)$$

Trong tam giác vuông, đường trung tuyến ứng với cạnh huyền bằng nửa cạnh huyền nên:

$$AM=\frac{BC}{2}=12,5(\text{cm})$$

Bài 6.



a) Tứ giác ADHE có:

AD ⊥ DH (BD ⊥ AC – gt)

AE ⊥ EH (CE ⊥ AB – gt)

Nên AEH= ADH =90^o

Do đó: AEH+ ADH =180^o

Vậy tứ giác ADHE nội tiếp được trong một đường tròn.

b) Tứ giác BEDC có:

BEC=BDC=90^o(gt) nên cùng nội tiếp nửa đường tròn tâm I đường kính BC (1)

Tương tự, tứ giác ADHE nội tiếp đường tròn tâm M đường kính AH và E, D là giao điểm Tương tự, tứ giác ADHE nội tiếp đường tròn tâm M đường kính AH và E, D là giao điểmchung ED.

Suy ra: MI ⊥ AD (đpcm)

Bài 7.

Theo đề: (x – a)(x – b) + (x – b)(x – c) + (x – c)(x – a) = 0

⇔ x^2 – ax – bx + ab + x^2 – bx – cx + bc + x^2 – cx – ax + ca = 0

⇔ $3x^2$ – 2(a + b + c)x + ab + bc + ca = 0

$$\Delta' = (a+b+c)^2 - 3(ab+bc+ca)$$
$$= a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca-3ab-abc-3ca$$
$$= a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca$$
$$= \frac{1}{2}[(a^2-2ab+b^2)+(b^2-2bc+c^2)+(c^2-2ca+a^2)]$$
$$= \frac{1}{2}[(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2] \geq 0 \forall a,b,c$$

Vì phương trình trên có nghiệm kép nên:

$$\Delta' = 0 <=> \begin{cases} a-b=0 \\ b-c=0 \\ c-a=0 \end{cases} <=> a=b=c$$

Nghiệm kép: $x_1 = x_2 = -\dfrac{b'}{a} = \dfrac{a+b+c}{3} = a = b = c$

ĐỀ 533

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH ĐĂK LĂK

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC : 2014-2015

Môn thi:Toán *(Dành cho tất cả học sinh)*
Thời gian làm bài:120 phút (*Không kể thời gian giao đề)*
Ngày thi:26-6-2014

Câu 1: (1,5 điểm)

1) Giải phương trình : x^2-3x+2=0
2) Cho hệ phương trình: $\begin{cases} 2x-ay=5b-1 \\ bx-4y=5 \end{cases}$.Tìm a,b biết hệ có nghiệm $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$

Câu 2: (2 điểm)

Cho phương trình x^2-2(m+1)x+m^2+3m+2=0(1). (m là tham số)

1) Tìm các giá trị của m đề phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt
2) Tìm các giá trị của m đề phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt x_1;x_2 thỏa mãn $x_1^{\,2} + x_2^{\,2} = 12$

Câu 3: (2 điểm)

1) Rút gọn biểu thức : $A = \dfrac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{7-4\sqrt{3}}} - \dfrac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{7+4\sqrt{3}}}$
2) Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm A(0;1) và song song với đường thẳng (d): x+y=10

Câu 4: (3,5 điểm)

Cho tam giác đều ABC có đường cao là AH. Lấy điểm M tùy ý thuộc đoạn HC (M không trùng với H,C). Hình chiếu vuông góc của M lên các cạnh AB,AC lần lượt là P và Q.

1) Chứng minh rằng APMQ là tứ giác nội tiếp và xác định tâm O của đường tròn ngoại tiếp tứ giác APMQ
2) Chứng minh rằng BP.BA=BH.BM
3) Chứng minh rằng OH $\perp$ PQ
4) Chứng minh rằng khi M thay đổi trên HC thì MP+MQ không đổi

Câu 5: (1 điểm)

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = 4x + \dfrac{1}{4x} - \dfrac{4\sqrt{x}+3}{x+1} + 2016$ với x>0

LỜI GIẢI SƠ LƯỢC

Câu 1: (1,5 điểm)

1) Giải phương trình : $x^2-3x+2=0$

a+b+c=1+(-3)+2=0

$=> x_1 = 1; x_2 = \frac{c}{a} = 2$

2) Hệ phương trình: $\begin{cases} 2x - ay = 5b - 1 \\ bx - 4y = 5 \end{cases}$ có nghiệm $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$

$<=> \begin{cases} 2 - 2a = 5b - 1 \\ b - 8 = 5 \end{cases} <=> \begin{cases} -2a = 5b - 3 \\ b = 13 \end{cases} <=> \begin{cases} -2a = 62 \\ b = 13 \end{cases} <=> \begin{cases} a = -31 \\ b = 13 \end{cases}$

Câu 2: (2 điểm)

Cho phương trình $x^2-2(m+1)x+m^2+3m+2=0$(1). (m là tham số)

1) $\Delta' = [-(m+1)]^2 - (m^2 + 3m + 2) = -m - 1$

Pt (1) có 2 nghiệm phân biệt ⇔ $\Delta' > 0 <=> -m - 1 > 0 <=> m < -1$

Vậy với m<-1 thì pt (1) có 2 nghiệm phân biệt

2) Với m< -1. Theo hệ thức Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+1) \\ x_1 x_2 = m^2 + 3m + 2 \end{cases}$

$x_1{}^2 + x_2{}^2 = 12$

$<=> (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 12$

$<=> 4(m+1)^2 - 2.(m^2 + 3m + 2) = 12$

$<=> m^2 + m - 6 = 0$

$<=> \left[\begin{array}{l} m = 2(L) \\ m = -3(TM) \end{array} \right.$

Vậy m=-3 thì pt (1) có 2 nghiệm phân biệt thỏa mãn $x_1{}^2 + x_2{}^2 = 12$

Câu 3: (2 điểm)

1) Rút gọn biểu thức $A = \frac{2 + \sqrt{3}}{\sqrt{7 - 4\sqrt{3}}} - \frac{2 - \sqrt{3}}{\sqrt{7 + 4\sqrt{3}}}$

$$=\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{(2-\sqrt{3})^2}}-\frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{(2+\sqrt{3})^2}}$$
$$=\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}-\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$$
$$=(2+\sqrt{3})^2-(2-\sqrt{3})^2$$
$$=(\sqrt{3}+2-2+\sqrt{3})(2+\sqrt{3}+2-\sqrt{3})$$
$$=8\sqrt{3}$$

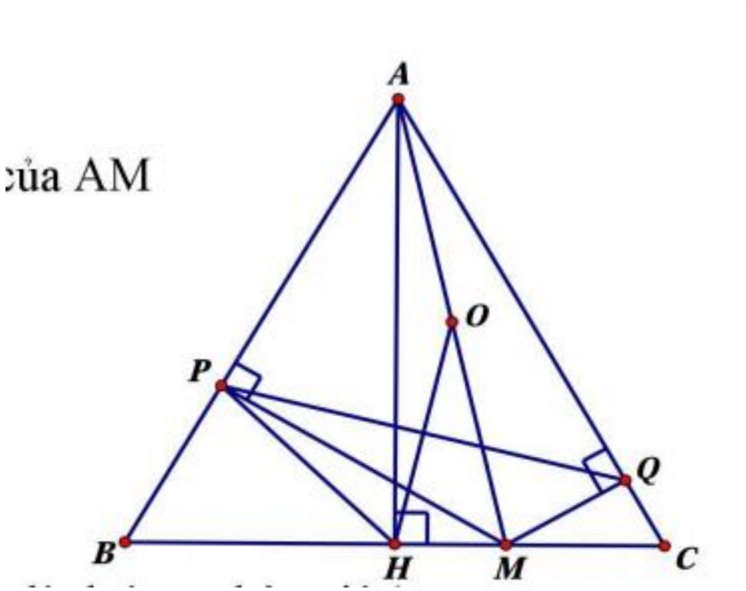
2) Phương trình đường thẳng cần viết có dạng : d'= ax+b

d' đi qua điểm A(0;1) ⇔1= a.0+b =>b=1

d': y=ax+1 // với đường thẳng d: x+y=10 hay y= -x+10⇔a= -1

Vậy phương trình cần viết là d' : y= -x+1

Câu 4:



1) Xét tứ giác APMQ có : MPA=MQA=90^o (theo gt)

=>MPA+MQA=180^o =>APMQ nội tiếp

Tâm O của đường tròn ngoại tiếp APMQ là trung điểm của AM

2) Xét tam giác BPM và tam giác BHA có:

BPM=BHA=90^o (gt)

PBM=HBA (chung góc B)

=> tam giác BPM đồng dạng với tam giác BHA (g.g)

$$=>\frac{BP}{BH}=\frac{BM}{BA}=>BP.BA=BH.BM$$

3) AHM=90^o(gt) =>H thuộc đường tròn đường kính AM

=>A,P,H,M,Q cùng thuộc đường tròn O.

PAH=QAH (vì tam giác ABC đều,AH là đường cao nên cũng là đường phân giác)

=>PH=QH => PH=QH=>H thuộc đường trung trực của PQ (1)

OP=OH (cùng bán kính) => O thuộc đường trung trực của PQ (2)

Từ (1) và (2) => OH là đường trung trực của PQ => OH $\perp$ PQ

4)

$$S_{ABM}+S_{CAM}=S_{ABC}$$

$$<=>\frac{1}{2}AB.MP+\frac{1}{2}AC.\text{MQ}=\frac{1}{2}BC.AH$$

$$<=>\frac{1}{2}BC.MP+\frac{1}{2}BC.\text{MQ}=\frac{1}{2}BC.AH(Do\ \text{AB.AC=BC})$$

$$<=>\frac{1}{2}BC(MP+MQ)=\frac{1}{2}BC.AH$$

$$<=>MP+MQ=AH$$

Vì AH không đổi lên MP+MQ cũng không đổi

Câu 5: (1 điểm)

Với x>0 ta có:

$$A=4x+\frac{1}{4x}-\frac{4\sqrt{x}+3}{x+1}+2016$$

$$=(4x-2+\frac{1}{4x})+(4-\frac{4\sqrt{x}+3}{x+1})+2014$$

$$=(2\sqrt{x}-\frac{1}{2\sqrt{x}})^2+\frac{4x-4\sqrt{x}+1}{x+1}+2014$$

$$=(2\sqrt{x}-\frac{1}{2\sqrt{x}})^2+\frac{(2\sqrt{x}-1)^2}{x+1}+2014\geq 2014$$

=>min A=2014⇔ $\begin{cases}2\sqrt{x}-\dfrac{1}{2\sqrt{x}}=0\\ 2\sqrt{x}-1=0\end{cases} <=> x=\frac{1}{4}$

ĐỀ 534

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO **ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2013 – 2014**

NAM ĐỊNH **MÔN: TOÁN**

ĐỀ CHÍNH THỨC **Thời gian làm bài: 120 phút** *(không kể thời gian giao đề)*

Phần I – Trắc nghiệm (2,0 điểm)

Hãy chọn phương án trả lời đúng và viết chữ cái đứng trước phương án đó vào bài làm.

Câu 1. Điều kiện để biểu thức $\sqrt{\frac{1}{1-x}}$ có nghĩa là:

B. x>1 B. x<1 C. $x\geq 1$ D. $x\neq 1$

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, đường thẳng y=ax+5 đi qua M(-1;3). Hệ số góc của d là:

B. -1 B. -2 C. 2 D. 3

Câu 3. Hệ phương trình $\begin{cases} 2x+y=3 \\ x-y=6 \end{cases}$ có nghiệm (x;y) là:

B. (1;1) B. (7;1) C. (3;3) D. (3;-3)

Câu 4. Phương trình nào sau đây có tích hai nghiệm bằng 3?

B. $x^2+x+3=0$ B. $x^2+x-3=0$ C. $x^2-3x+1=0$ D. $x^2+5x+3=0$

Câu 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, số giao điểm của parabol $y=x^2$ và đường thẳng y=2x+3 là:

B. 2 B. 1 C. 0 D. 3

Câu 6. Cho tam giác ABC vuông tại A, có AB = 3cm; AC = 4cm. Độ dài đường cao ứng với cạnh huyền bằng ?

B. 7cm B. 1cm C. $\frac{12}{5}$ cm D. $\frac{5}{12}$ cm

Câu 7. Cho hai đường tròn (O;3cm) và (O'; 5cm), có OO' = 7cm. Số điểm chung của hai đường tròn là

B. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 8. Một hình nón có bán kính đáy bằng 4cm, đường sinh bằng 5cm. Diện tích xung quanh của hình nón bằng

B. 20π cm^2 B. 15π cm^2 C. 12π cm^2 D. 40π cm^2

Phần II – Tự luận (8,0 điểm)

Câu 1. (1,5 điểm). Cho biểu thức $A=(\frac{\sqrt{x}+2}{x+2\sqrt{x}+1}-\frac{\sqrt{x}-2}{x-1}):\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$ với x > 0 và x khác 1.

3) Rút gọn biểu thức A.
4) Tìm tất cả các số nguyên x để biểu thức A có giá trị là số nguyên.

Câu 2. (1,5 điểm) Cho phương trình $x^2 - 2mx + m^2 - m - 1 = 0$ (1), với m là tham số.

1)Giải phương trình (1) khi m = 1.

2)Xác định m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1(x_1+2)+x_2(x_2+2)=10$.

Câu 3.(1,0 điểm) Giải hệ phương trình $\begin{cases} \frac{x+2}{x+1}+\frac{2}{y-2}=6 \\ \frac{5}{x+1}-\frac{1}{y-2}=3 \end{cases}$

Câu 4. (3,0 điểm) Cho đường tròn (O) đường kính AB. Trên tia đối cùa tia BA lấy điểm C (C không trùng với B). Kẻ tiếp tuyến CD với đường tròn (O) (D là tiếp điểm), tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) cắt đường thẳng CD tại E. Gọi H là giao điểm của AD và OE, K là giao điểm của BE với đường tròn (O) (K không trùng với B).

4) Chứng minh : $AE^2 = EK.EB$
5) Chứng minh 4 điểm B, O, H, K cùng thuộc một đường tròn.

6) Đường thẳng vuông góc với AB tại O cắt CE tại M. Chứng minh $\frac{AE}{EM}-\frac{EM}{CM}=1$

Câu 5. (1,0 điểm). Giải phương trình: $(3x^2-6x)(\sqrt{2x-1}+1)=2x^3-5x^2+4x-4$

----------Hết------------

Họ và tên thí sinh: .... Chữ ký giám thị: ....

Số báo danh: .... Chữ ký giám thị 1: ....

HƯỚNG DẪN GIẢI

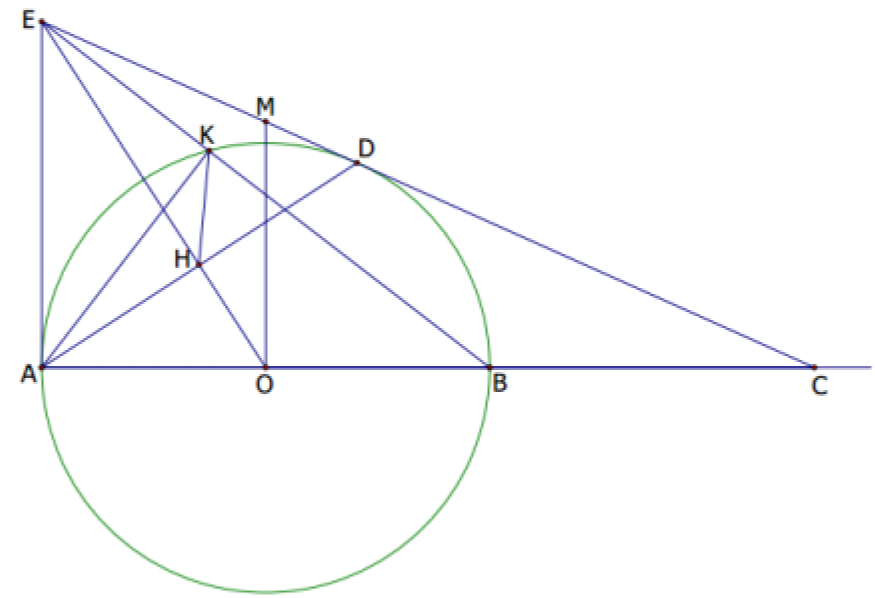
Phần I. Trắc nghiệm (2,0 điểm)

Câu	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
Đáp án	**B**	**C**	**C**	**D**	**A**	**C**	**B**	**A**

Phần II: Tự luận (8,0 điểm)

Bài	**Lời giải**
Bài 1 1,5đ	1)Rút gọn biểu thức $A=(\frac{\sqrt{x}+2}{x+2\sqrt{x}+1}-\frac{\sqrt{x}-2}{x-1}):\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$ $<=>A=\left(\frac{\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}+1)^2}-\frac{\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}\right).\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$ $=\left(\frac{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}+1)^2(\sqrt{x}-1)}-\frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}+1)^2(\sqrt{x}-1)}\right).\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$ $=\frac{x-\sqrt{x}+2\sqrt{x}-2-(x+\sqrt{x}-2\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}+1)^2(\sqrt{x}-1)}.\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$ $=\frac{2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+1)^2(\sqrt{x}-1)}.\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$ $=\frac{2}{x-1}$ Vậy A=$\frac{2}{x-1}$
	2)Với x > 0 và x$\neq$ 1 ta có: A=$\frac{2}{x-1}$ Chỉ ra khi A có giá trị là số nguyên khi và chỉ khi x – 1 là ước của 2 Mà Ư{2} = {-2 ;-1 ;1 ;2} TH1 : x – 1 = -2 ⇔ x = -1 (không thỏa mãn điều kiện) TH2 : x – 1 = -1 ⇔ x = 0 (không thỏa mãn điều kiện) TH3 : x – 1 = 1 ⇔ x = 2 (thỏa mãn điều kiện) TH4 : x – 1 = 2 ⇔ x = 3 (thỏa mãn điều kiện) Vậy x = 2, x = 3 thỏa mãn yêu cầu bài toán.
Bài 2	Cho phương trình $x^2 – 2mx + m^2 - m – 1 = 0$ (1), với m là tham số.

1,5đ	1)Giải phương trình (1) khi m =1. Thay m = 1 vào (1) phương trình trở thành x^2-2x-1=0 Ta có: $\Delta' = 2 > 0$ rồi giải PT tìm được $x = 1 \pm \sqrt{2}$ 2)Xác định m để (1) có hai nghiệm x_1 ;x_2 thỏa mãn điều kiện $x_1(x_1+2)+x_2(x_2+2)=10$ +Chỉ ra điều kiện để phương trình (1) có hai nghiệm x_1;x_2 là $\Delta' \ge 0 <=> m \ge -1$ +Áp dụng định lý vi – ét cho phương trình là $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1x_2 = m^2 - m - 1 \end{cases}$ Tính được $x_1{}^2 + x_2{}^2 = ((x_1+x_2)^2 - 2x_1x_2) = 4m^2 - 2(m^2 - m - 1) = 2m^2 + 2m + 2$ +Biến đổi $x_1(x_1+2)+x_2(x_2+2)=10$ $<=> x_1{}^2 + x_2{}^2 + 2(x_1+x_2) = 10$ $<=> 2m^2 + 2m + 2 + 2.2m = 10$ $<=> 2m^2 + 6m - 8 = 0$ Ta có : a + b + c = 2 + 6 – 8 = 0 tìm được m =1 (thỏa mãn) ; m= - 4 (không thỏa mãn). Kết luận m =1 thỏa mãn yêu cầu đề bài.
Bài 3 1,0đ	Giải hệ phương trình $\begin{cases} \dfrac{x+2}{x+1} + \dfrac{2}{y-2} = 6 \\ \dfrac{5}{x+1} - \dfrac{1}{y-2} = 3 \end{cases}$ +điều kiện: $x \ne -1; y \ne 2$ $<=> \begin{cases} 1 + \dfrac{1}{x+1} + \dfrac{2}{y-2} = 6 \\ \dfrac{5}{x+1} - \dfrac{1}{y-2} = 3 \end{cases} <=> \begin{cases} \dfrac{1}{x+1} + \dfrac{2}{y-2} = 5 \\ \dfrac{5}{x+1} - \dfrac{1}{y-2} = 3 \end{cases} <=> \begin{cases} \dfrac{5}{x+1} + \dfrac{10}{y-2} = 25 \\ \dfrac{5}{x+1} - \dfrac{1}{y-2} = 3 \end{cases}$ $<=> \begin{cases} \dfrac{11}{y-2} = 22 \\ \dfrac{5}{x+1} - \dfrac{1}{y-2} = 3 \end{cases} <=> \begin{cases} y - 2 = \dfrac{1}{2} \\ \dfrac{5}{x+1} - \dfrac{1}{y-2} = 3 \end{cases} <=> \begin{cases} y = \dfrac{5}{2} \\ \dfrac{5}{x+1} - \dfrac{1}{\frac{5}{2} - 2} = 3 \end{cases}$ $<=> \begin{cases} y = \dfrac{5}{2} \\ x = 0 \end{cases}$ +Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là (x=0;y=$\dfrac{5}{2}$)

Bài 4	
	1)Chứng minh AE^2=EK.EB +Chỉ ra Δ AEB vuông tại A (gt AE là tiếp tuyến của (O) +Chỉ ra $AKB = 90^o$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) suy ra AK là đường cao của tam giác vuông AEB. +Áp dụng hệ thức về cạnh và đường cao trong tam giác vuông AEB ta có: AE^2=EK.EB
	2)Chứng minh 4 điểm B, O, H, K cùng thuộc một đường tròn. +Chỉ ra tứ giác AHKE nội tiếp: Ta có: EO là đường trung trực của đoạn thẳng AD (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau) Nên ta có: EO vuông góc với AD nên $EHA = 90^o$ Ta lại có $EKA = 90^o$ Nên suy ra tứ giác AHKE nội tiếp. => $EHK = EAK$ +Chỉ ra góc $EBA = EAK$ (do cùng phụ với góc AEB) +Suy ra tứ giác BOHK nội tiếp suy ra 4 điểm B, O, H, K cùng thuộc một đường tròn.
	3)Đường thẳng vuông góc với AB tại O cắt CE tại M. Chứng minh $\frac{AE}{EM} - \frac{EM}{CM} = 1$ +Chỉ ra ΔOEM cân tại M: do có góc EOM = góc MEO (vì cùng bằng góc AEO) suy ra ME = MO. +Có OM và AE cùng vuông góc với AB nên OM // AE, áp dụng định lý Ta- lét trong ΔCEA ta có: $\frac{CE}{CM} = \frac{AE}{OM}$ Ta có:

	$\frac{CE}{CM}=\frac{AE}{OM}=>\frac{CE-CM}{CM}=\frac{AE-OM}{OM}=>\frac{EM}{CM}=\frac{AE}{OM}-1$ $=>\frac{AE}{OM}-\frac{EM}{CM}=1$ Mà ME = MO nên suy ra $\frac{AE}{EM}-\frac{EM}{CM}=1$
Bài 5	Giải phương trình: $(3x^2-6x)(\sqrt{2x-1}+1)=2x^3-5x^2+4x-4$ +Điều kiện $x\geq\frac{1}{2}$ +Biến đổi phương trình đã cho trở thành phương trình tương đương $(x-2)[3x(\sqrt{2x-1}+1)-(2x^2-x+2)]=0$ $<=>\left[\begin{array}{l}x=2\\3x(\sqrt{2x-1}+1)-(2x^2-x+2)=0\end{array}\right.$ +Giải phương trình $3x(\sqrt{2x-1}+1)-(2x^2-x+2)=0$ $<=>3x(\sqrt{2x-1}+1)-x(2x-1)-2=0(2)$ Đặt $\sqrt{2x-1}=t(t\geq 0)$ suy ra $x=\frac{t^2+1}{2}$ thay vào pt (2) ta được : $t^4-3t^3-2t^2-3t+1=0$ $<=>(t^2+t+1)(t^2-4t+1)=0$ $<=>t^2-4t+1=0$ $<=>t=2\pm\sqrt{3}$ Từ đó tìm được $x=4\pm 2\sqrt{3}(TM)$ +Kết luận phương trình đã cho có 3 nghiệm là x=2 và $x=4\pm 2\sqrt{3}$

ĐỀ 535

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TP.HCM
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
Năm học: 2013 – 2014
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1: (2 điểm)
Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

$a) x^2 - 5x + 6 = 0$

$b) x^2 - 2x - 1 = 0$

$c) x^4 + 3x^2 - 4 = 0$

$d)\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + 2y = -1 \end{cases}$

Bài 2: (1,5 điểm)

a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số $y=x^2$ và đường thẳng (d): y=-x+2 trên cùng một hệ trục tọa độ

b) Tìm toạ độ các giao điểm của (P) và (d) ở câu trên bằng phép tính.

Bài 3: (1,5 điểm)

Thu gọn các biểu thức sau:

$A = (\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{3}{\sqrt{x}-3}).\frac{\sqrt{x}+3}{x+9}$ với $x \geq 0; x \neq 9$

$B = 21(\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{3-\sqrt{5}})^2 - 6(\sqrt{2-\sqrt{3}} + \sqrt{3+\sqrt{5}})^2 - 15\sqrt{15}$

Bài 4: (1,5 điểm)

Cho phương trình $8x^2 - 8x + m^2 + 1 = 0$ (*) (x là ẩn số)

a) Định m để phương trình (*) có nghiệm $x = \frac{1}{2}$

b) Định m để phương trình (*) có hai nghiệm x_1 , x_2 thỏa điều kiện:

$$x_1^4 - x_2^4 = x_1^3 - x_2^3$$

Bài 5: (3,5 điểm)

Cho tam giác ABC không có góc tù (AB < AC), nội tiếp đường tròn (O; R). (B, C cố định, A di động trên cung lớn BC). Các tiếp tuyến tại B và C cắt nhau tại M. Từ M kẻ đường thẳng song song với AB, đường thẳng này cắt (O) tại D và E (D thuộc cung nhỏ BC), cắt BC tại F, cắt AC tại I.

a) Chứng minh rằng MBC=BAC . Từ đó suy ra MBIC là tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh rằng: FI.FM = FD.FE.

c) Đường thẳng OI cắt (O) tại P và Q (P thuộc cung nhỏ AB). Đường thẳng QF cắt (O) tại T (T khác Q). Chứng minh ba điểm P, T, M thẳng hàng.

d) Tìm vị trí điểm A trên cung lớn BC sao cho tam giác IBC có diện tích lớn nhất

BÀI GIẢI

Bài 1: (2 điểm)

Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

$a) x^2 - 5x + 6 = 0$

$\Delta = 25 - 24 = 1$

$<=> x = \frac{5-1}{2} = 2$ hay $x = \frac{5+1}{2} = 3$

$b) x^2 - 2x - 1 = 0$

$\Delta' = 1 + 1 = 2$

$x = 1 - \sqrt{2}$ hay $x = 1 + \sqrt{2}$

c) Đặt u = $x^2 \geq 0$ pt thành:

$u^2 + 3u - 4 = 0$

$<=> (u-1)(u+4) = 0$

$<=> \begin{cases} u = 1 <=> x^2 = 1 <=> x = \pm 1 \\ u = -4 (L) \end{cases}$

Cách khác :

$pt <=> (x^2 - 1)(x^2 + 4) = 0$

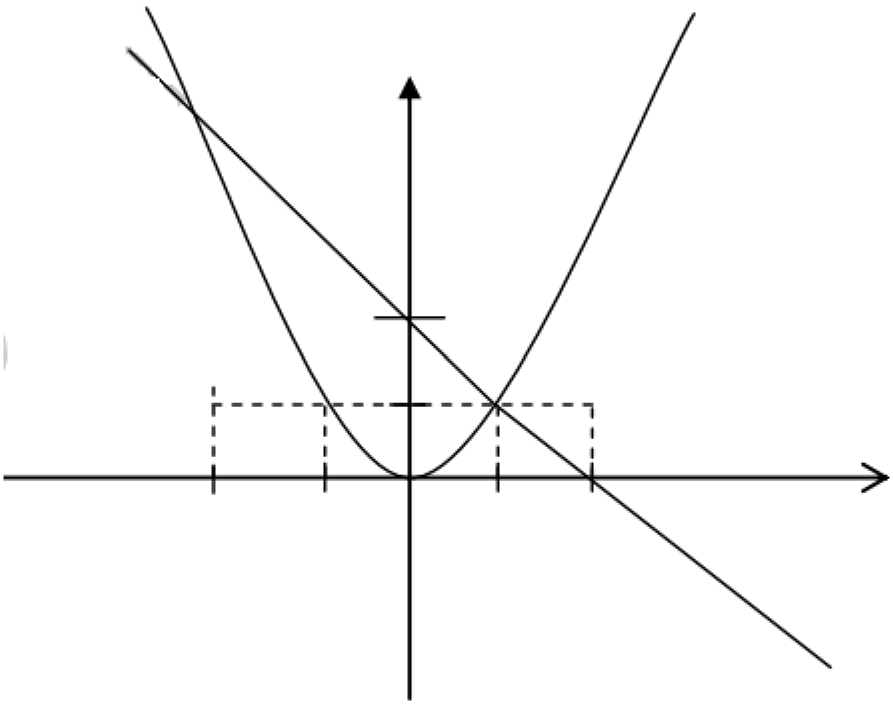
$<=> x^2 - 1 = 0$

$<=> x = \pm 1$

$d) \begin{cases} 2x - y = 3 (1) \\ x + 2y = -1 (2) \end{cases} <=> \begin{cases} 4x - 2y = 6 \\ x + 2y = -1 \end{cases} <=> \begin{cases} 2x - y = 3 \\ 5x = 5 \end{cases} <=> \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$

Bài 2:

a) Đồ thị



Lưu ý: (P) đi qua O(0;0), (±1;1);(±2;4)
(D) đi qua (1;1);(-2;4);(0;2)
b) PT hoành độ giao điểm của (P) và (d) là

$$x^2 = -x + 2$$

$$<=> x^2 + x - 2 = 0$$

$$<=> (x-1)(x+2) = 0$$

$$<=> \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -2 \end{array}\right.$$

y(1)=1;y(-2)=4
Vậy toạ độ giao điểm của (P) và (d) là (-2;4);(1;1)
3:Thu gọn các biểu thức sau
Với x ≥0;x≠9

$$A = \left(\frac{x - 3\sqrt{x} + 3\sqrt{x} + 9}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}\right).\frac{\sqrt{x}+3}{x+9}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{x}-3}$$

$$B = \frac{21}{2}(\sqrt{4+2\sqrt{3}} + \sqrt{6-2\sqrt{5}})^2 - 3(\sqrt{4-2\sqrt{3}} + \sqrt{6+2\sqrt{5}})^2 - 15\sqrt{15}$$

$$= \frac{21}{2}(\sqrt{3}+1+\sqrt{5}-1)^2 - 3(\sqrt{3}-1+\sqrt{5}+1)^2 - 15\sqrt{15}$$

$$= \frac{15}{2}(\sqrt{3}+\sqrt{5})^2 - 15\sqrt{15} = 60$$

Câu 4:

a/ Phương trình (*) có nghiệm $x = \frac{1}{2} <=> 2 - 4 + m^2 + 1 = 0$

$$<=> m = \pm 1$$

b/ $\Delta' = 16 - 8m^2 - 8 = 8(1 - m^2)$

Khi m = ±1 thì ta có Δ' = 0 tức là: $x_1 = x_2$ khi đó $x_1^4 - x_2^4 = x_1^3 - x_2^3$ thỏa

Điều kiện cần để phương trình sau có 2 nghiệm phân biệt là:

$|m| < 1$ hay -1<m<1. khi |m|<1 hay -1<m<1 ta co:

$$x_1^4 - x_2^4 = x_1^3 - x_2^3$$

$$<=> (x_1^2 - x_2^2)(x_1^2 + x_2^2) = (x_1 - x_2)(x_1^2 + x_2^2 + x_1x_2)$$

$$<=> (x_1 + x_2)[(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2] = (x_1 + x_2)^2 - x_1x_2 (Do\ x_1 \neq x_2)$$

$$<=> S(S^2 - 2P) = S^2 - P$$

$$<=> 1(1^2 - 2P) = 1^2 - P$$

$$<=> P = 0$$

$$<=> m^2 + 1 = 0 (VN)$$

Do đó yêu cầu bài toán ⇔ m=±1

Cách khác

Khi $\Delta \geq 0$ ta có:

$x_1 + x_2 = 1; x_1x_2 = \dfrac{m^2+1}{8}$

$x_1^4 - x_2^4 = x_1^3 - x_2^3$

$<=> x_1^3(x_1-1) - x_2^3(x_2-1) = 0$

$<=> -x_1^3x_2 + x_1x_2^3 = 0 (Do\ x_1 - 1 = -x_2; x_2 - 1 = -x_1)$

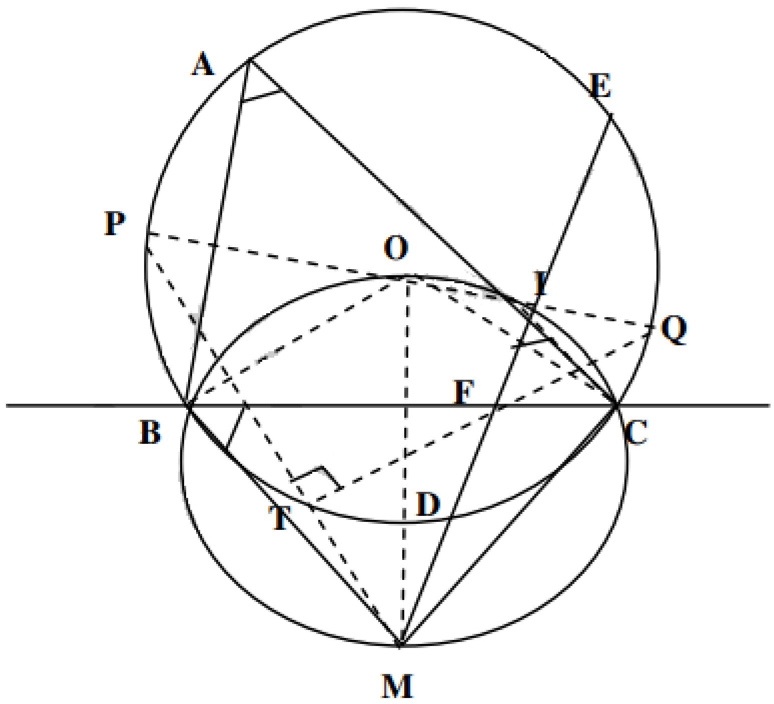
$<=> x_1x_2(x_1^2 - x_2^2) = 0$

$<=> (x_1+x_2)(x_1-x_2) = 0 (do\ x_1x_2 \neq 0)$

$<=> x_1 = x_2$

$<=> m = \pm 1$

Câu 5:



a) Ta có BAC=MBC do cùng chắn cung BC

Và BAC=MIC do AB//MI

=>MBC=MIC=>ICMB nội tiếp đường tròn đường kính OM(vì 2 điểm B và C cùng nhìn OM dưới 1 góc vuông)

b) Do 2 tam giác đồng dạng FBD và FEC nên FB.FC=FE.FD

Và 2 tam giác FBM và FIC đồng dạng nên FB.FC=FI.FM

So sánh ta có: FI.FM=FD.FE

c) Ta có PTQ=90^o do PQ là đường kính

Và 2 tam giác đồng dạng FIQ và FTM có 2 góc đối đỉnh F bằng nhau và $\frac{FI}{FQ}=\frac{FT}{FM}$

(vì FI.FM = FD.FE = FT.FQ)
Nên FIQ=FTM mà FIQ=OIM=90^o (I nhìn OM dưới góc 90^o)
Nên P, T, M thẳng hàng vì PTM=180^o

d) Ta có BC không đổi. Vậy diện tích S_{IBC} lớn nhất khi và chỉ khi khoảng cách từ I đến BC lớn nhất. Vậy I trùng với O là yêu cầu của bài toán vì I nằm trên cung *BC* của đường tròn đường kính OM. Khi I trùng O thì ΔABC vuông tại B. Vậy diện tích tam giác ICB lớn nhất khi và chỉ khi AC là đường kính của đường tròn (O;R).

Cách khác
O' là trung điểm của OM. BC cắt OO';O'T lần lượt tại L và T
Vẽ IH vuông BC tại H
$IH \le IT = O'I - O'T \le O'O - O'L = OL$

ĐỀ 536

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THỪA THIÊN HUẾ

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2015 – 2016
MÔN THI: TOÁN
(Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian giao đề)

Câu 1 (2,0 *điểm*) a) Tìm điều kiện của x để các biểu thức sau có nghĩa:

$i) A=\frac{1}{x+2}$

$ii) \mathrm{B}=\sqrt{x-3}$

b) Không sử dụng máy tính cầm tay. Tính giá trị của biểu thức $C=(1-\sqrt{2})^2+\sqrt{8}-2$

c) Cho biểu thức: $D=\sqrt{(1-\sqrt{x})^2}.\sqrt{x+1+2\sqrt{x}}$

i) Rút gọn D　　　　ii) Tính giá trị D khi x = 2016

Câu 2 (2,0 điểm) a) Một đoàn xe vận tải nhận chuyên chở 120 tấn hàng. Hôm làm việc do có 5 xe được điều đi làm nhiệm vụ khác nên mỗi xe còn lại phải chở thêm 0,8 tấn hàng so với dự định ban đầu. Biết khối lượng hang mỗi xe chuyên chở như nhau, hỏi đoàn xe ban đầu có bao nhiêu chiếc?
b) Cho hàm số y = x^2 có đồ thị (P) và đường thẳng (d): y = b (b > 0). Gọi A, B là hai giao điểm của (P) và (d). Tìm b để tam giác AOB có diện tích bằng 8.

Câu 3 (2,0 điểm) Cho phương trình x^2 + (m – 3)x – 2m – 1 = 0 (1), trong đó x là ẩn số.

a) Không sử dụng máy tính cầm tay. Giải phương trình (1) khi m = 1
b) Chứng minh rằng phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m.
c) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1). Chứng tỏ rằng biểu thức:

$$A=4x_1^2-x_1^2x_2^2+4x_2^2+x_1x_2$$

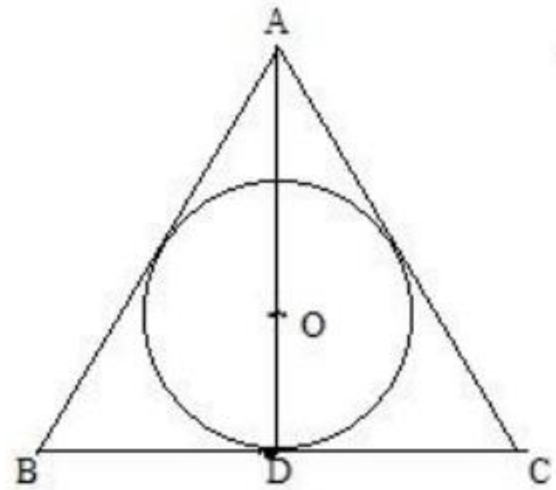
Câu 4 (3,0 điểm) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nối tiếp đường tròn tâm O. Tiếp tuyến tại B và C của đường tròn (O) cắt nhau tại D. Giả sử đường thẳng đi qua điểm D song song với AB cắt được đường tròn (O) tại E, F và cắt AC tại I. Chứng minh rằng:

a) DC2 = DE. DF

b) Bốn điểm D, O, I, C nằm trên một đường tròn.

c) I là trung điểm của đoạn EF.

Câu 5 (1,0 điểm) Một hình (H) gồm tam giác đều ABC và đường tròn (O; r) nội tiếp tam giác ABC (như hình vẽ bên). Cho hình (H) quay một vòng quanh đường cao AD của tam giác ABC ta được một hình cầu nằm bên trong một hình nón. Tính theo r thể tích phần hình nón nằm bên ngoài hình cầu.



HƯỚNG DẪN CHẤM BÀI THI

TUYỂN SINH LỚP 10 TRUNG HỌC PHỔ THÔNG TỈNH THỪA THIÊN HUẾ

Câu 1.

a) i. Biểu thức $A=\dfrac{1}{x+2}$ có nghĩa ⇔ x + 2 ≠ 0 ⇔ x ≠ - 2

ii. Biểu thức $B=\sqrt{x-3}$ có nghĩa ⇔ x − 3 ≥ 0 ⇔ x ≥ 3

b) Tính giá trị của biểu thức $C=(1-\sqrt{2})^2+\sqrt{8}-2=1-2\sqrt{2}+2+2\sqrt{2}-2=1$

c)

i. Rút gọn D.

$D=\sqrt{(\sqrt{x}-1)^2}.\sqrt{(\sqrt{x}+1)^2}$

$=|\sqrt{x}-1|.(\sqrt{x}+1)$

- Nếu $\sqrt{x}-1\ge 0 <=> x\ge 1 => D=(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)=x-1$
- Nếu $\sqrt{x}-1<0 <=> 0\le x<1 => D=-(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)=1-x$

ii. Với x = 2016 thì D = x − 1 = 2016 − 1 = 2015

Câu 2.

a) Gọi số chiếc xe ban đầu của đoàn xe vận tải là x (chiếc) ($x > 5, x \in N$)

Số chiếc xe thực tế của đòan xe vận tải là x – 5 (chiếc)

Khối lượng hàng mỗi xe phải chở ban đầu là $\frac{120}{x}$ tấn

Khối lượng hàng mỗi xe phải chở thực tế là $\frac{120}{x-5}$ tấn

Theo giả thiết ta có phương trình

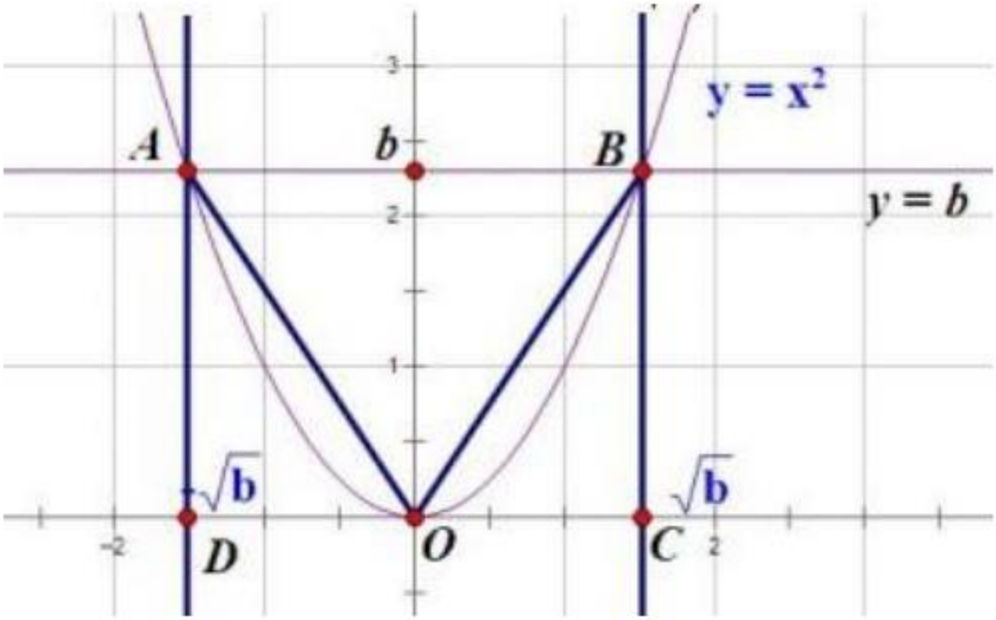
$$\frac{120}{x-5} - \frac{4}{5} = \frac{120}{x}$$

$$<=> 4x^2 - 20x - 3000 = 0$$

$$<=> \left[\begin{array}{l} x = 30 \\ x = -25 \end{array}\right.$$

Kết hợp với điều kiện, ta được số chiếc xe ban đầu của đoàn xe vận tải là 30 chiếc.

b) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là $x^2 = b \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{b}$ (vì $b > 0$)



Dựng CI ⊥ AB

Khi đó

$$S_{\Delta AOB} = \frac{1}{2}CI.AB = 8$$

$$<=> \frac{1}{2}.b.2.\sqrt{b} = 8$$

$$<=> (\sqrt{b})^3 = 8$$

$$<=> \sqrt{b} = 2$$

$$<=> b = 4$$

Cách khác:

Gọi D, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B xuống trục Ox.

Khi đó,

$$S_{ABCD} = AD.CD = 2b\sqrt{b}$$

$$S_{\Delta AOD} = S_{\Delta BOC} = \frac{1}{2}AD.\text{OD} = \frac{1}{2}b\sqrt{b}$$

Theo giả thiết:

$$S_{\Delta AOB} = 8 <=> S_{ABCD} - (S_{\Delta AOD} + S_{\Delta BOC}) = 8$$

$$<=> 2b\sqrt{b} - b\sqrt{b} = 8$$

$$<=> b\sqrt{b} = 8$$

$$<=> \sqrt{b} = 2$$

$$<=> b = 4$$

Vậy với b = 4 thì tam giác AOB có diện tích bằng 8.

Câu 3.

a) Với m = 1 phương trình (1) trở thành $x^2 - 2x - 3 = 0$ (2)

Vì a – b + c = 0 nên phương trình (2) có 2 nghiệm $x_1 = -1$; $x_2 = 3$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là S = {-1; 3}

b) Ta có: $\Delta = (m-3)^2 - 4(-2m-1) = m^2 + 2m + 13 = (m+1)^2 + 12 > 0$ với mọi m.

Vậy phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m.

c) Phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m.

Áp dụng định lí Vi – ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 - m \\ x_1x_2 = -2m - 1 \end{cases}$

Ta có

$$A = 4x_1^2 - x_1^2x_2^2 + 4x_2^2 + x_1x_2$$

$$= 4[(\text{x}_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2] - x_1^2x_2^2 + x_1x_2$$

$$= 4(x_1 + x_2)^2 - 7x_1x_2 - x_1^2x_2^2$$

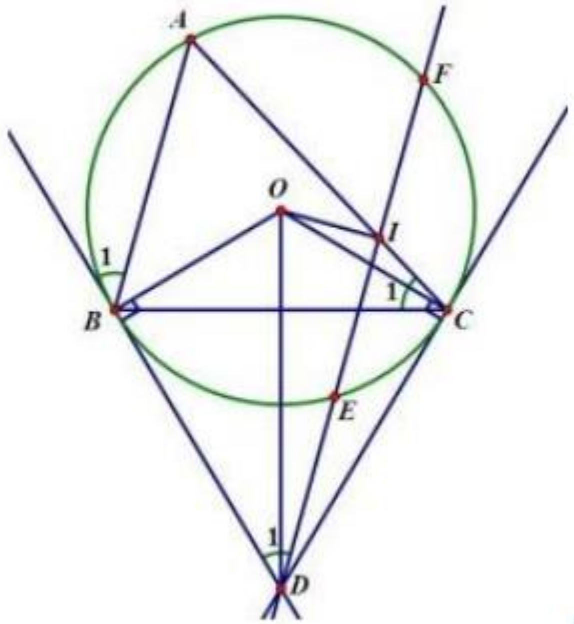
$$= 4(3-m)^2 - 7(2m-1) - (2m-1)^2$$

$$= -14m + 42$$

$$= 7(6 - 2m)$$

chia hết cho 7 với mọi giá trị m nguyên.

Câu 4.



a) Chứng minh: DC^2 = DE. DF

Xét hai tam giác DCF và DEC có: EDC chung

DFC=DCE (Xét hai tam giác DCF và DEC có:

Do đó, tam giác DCF đồng dạng với tam giác DEC.

$$=> \frac{DC}{DE} = \frac{DF}{DC} <=> DC^2 = DF.DE$$

b) Chứng minh 4 điểm D, O, I, C nằm trên một đường tròn.

Ta có $B_1 = D_1$ (so le trong)

$B_1 = C_1$ (góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung AB).

=> $D_1 = C_1 (1)$

Mặt khác ODB=OBC(vì cùng phụ với BOD)

OBC=OCB (vì tam giác OBC cân tại O), nên ODB=OCB (2)

Từ (1) và (2) suy ra ODI=OCI

Tứ giác DOIC có 2 đỉnh kề nhau D, C cùng nhìn cạnh OI dưới 2 góc bằng nhau nên tứ giác DOIC nội tiếp

Vậy 4 điểm D, O, I, C nằm trên một đường tròn.

c) Chứng minh I là trung điểm của EF

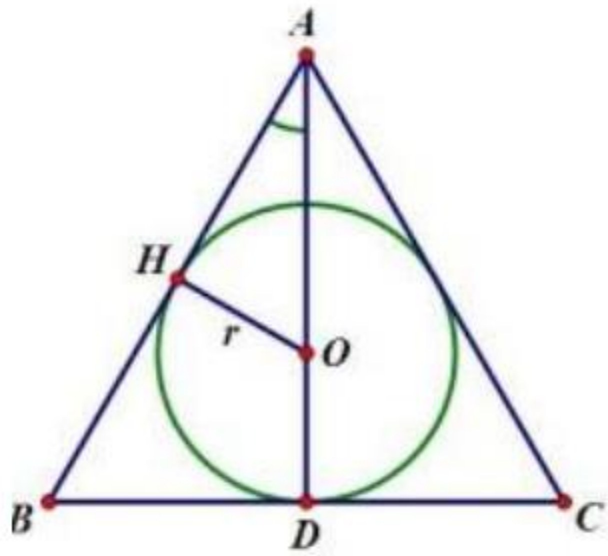
Vì tứ giác DOIC nội tiếp nên OID=OCD=90^o (2 góc nội tiếp cùng chắn cung OD)

=> OI ⊥ EF

OI là 1 phần đường kính, OI ⊥ EF nên theo định lí đường kính và dây cung ta có I là trung điểm của EF

Câu 5

Dựng OH ⊥ AB



Tam giác AOH vuông tại H nên sin OAH= $\frac{OH}{OA} \Rightarrow OA = \frac{OH}{\sin 30^o} = \frac{r}{\frac{1}{2}} = 2r$

AD = OA + OD = 2r + r = 3r

Tam giác ABD vuông tại D nên $\tan BAD = \frac{BD}{AD} \Rightarrow BD = AD.\tan 30^o = 3r.\frac{\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}r$

Thể tích hình nón là $V_1 = \frac{1}{3}\pi BD^2.AD = \frac{1}{3}.\pi.(r\sqrt{3})^2.3r = 3\pi r^3$

Thể tích hình cầu là $V_2 = \frac{4}{3}\pi OH^3 = \frac{4}{3}.\pi r^3$

Vậy thể tích phần hình nón nằm bên ngoài hình cầu là:

$V = V_1 - V_2 = 3\pi r^3 - \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{5}{3}\pi r^3$

ĐỀ 537

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THANH HÓA
ĐỀ CHÍNH THỨC
ĐỀ A

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2016–2017
Môn thi: Toán
Thời gian: 120 phút, không kể thời gian giao đề
Ngày thi 16/06/2016
Đề thi có: 01 trang gồm 05 câu

Câu I (2,0 điểm)

1) Giải các phương trình sau:

a) $x - 5 = 0$

b) $x^2 - 4x + 3 = 0$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ 3x + y = 4 \end{cases}$

Câu II (2,0 điểm)

Cho biểu thức: $A = \left(\dfrac{x\sqrt{x} - 1}{x - \sqrt{x}} - \dfrac{x\sqrt{x} + 1}{x + \sqrt{x}} \right) : \dfrac{2(x - 2\sqrt{x} + 1)}{x - 1}$ (với x > 0 và x ≠ 1)

1) Rút gọn biểu thức A
2) Tìm các số nguyên x để biểu thức A có giá trị nguyên.

Câu III (2,0 điểm)

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d): y = mx + 1 và parabol (P): $y = 2x^2$.

1) Tìm m để đường thẳng (d) đi qua điểm A(1;3)
2) Chứng minh rằng đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$. Hãy tính giá trị của biểu thức $T = x_1x_2 + x_2y_2$

Câu IV (3,0 điểm)

Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn đường kính AD. Hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại E. Gọi F là điểm thuộc đường thẳng AD sao cho EF ⊥ AD. Đường thẳng CF cắt đường tròn đường kính AD tại điểm thứ hai là M. Gọi N là giao điểm của BD và CF. Chứng minh rằng:

1) Tứ giác CEFD nội tiếp đường tròn.
2) FA là đường phân giác của góc BFM.
3) BD.NE = BE.ND

Câu V (1,0 điểm)

Cho a, b, c là các số dương thỏa mãn: $a^2 + 2b^2 \le 3c^2$. Chứng minh rằng: $\dfrac{1}{a} + \dfrac{2}{b} \ge \dfrac{3}{c}$

———————Hết———————

ĐÁP ÁN

Câu I

1) a) x – 5 = 0 ⇔ x = 5. Vậy tập nghiệm của phương trình là {5}

b) $x^2 - 4x + 3 = 0$. Có a + b + c = 1 – 4 + 3 = 0 nên phương trình có hai nghiệm x = 1, x = 3

Vậy tập nghiệm của phương trình là {1;3}

2) $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ 3x + y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 5 \\ 3x + y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ 3.1 + y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$

Hệ có nghiệm duy nhất (1;1)

Câu II

1) Có

$$A=\left[\frac{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}-\frac{(\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}\right]:\frac{2(\sqrt{x}-1)^2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2)}$$

$$=\left(\frac{x+\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}-\frac{x-\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}\right):\frac{2(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}+1}$$

$$=\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}}.\frac{\sqrt{x}+1}{2(\sqrt{x}-1)}$$

$$=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$$

2) $A=\dfrac{\sqrt{x}-1+2}{\sqrt{x}-1}=1+\dfrac{2}{\sqrt{x}-1}$

Vì x nguyên nên ta có A nguyên $<=> \dfrac{2}{\sqrt{x}-1}$ nguyên ⇔ $\sqrt{x}-1$ là ước của 2

Mặt khác x > 0, x ≠ 1 nên $\sqrt{x}-1$>-1. Do đó:

$$\left[\begin{array}{l}\sqrt{x}-1=1\\ \sqrt{x}-1=2\end{array}\right. <=> \left[\begin{array}{l}\sqrt{x}=2\\ \sqrt{x}=3\end{array}\right. <=> \left[\begin{array}{l}x=4\\ x=9\end{array}\right.(TM)$$

Vậy x = 4 hoặc x = 9 thỏa mãn đề bài.

Câu III

1) Đường thẳng (d) đi qua điểm A(1;3) ⇔ 3 = m.1 + 1 ⇔ m = 2.

Vậy m = 2

2) Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P):

$$2x^2=mx+1<=>2x^2-mx-1=0(1)$$

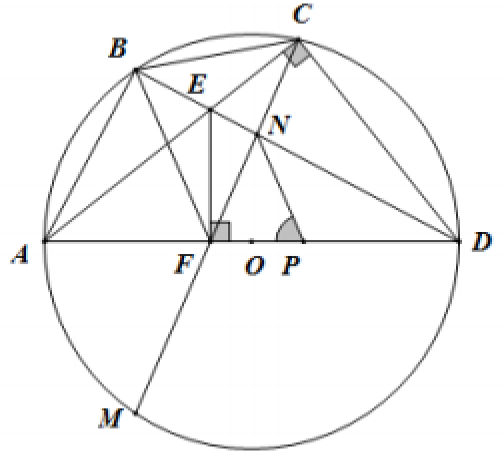
$$\Delta=m^2-4.2.(-1)=m^2+8$$

Vì $m^2\geq 0\forall m<=>m^2+8>0\forall m$

Suy ra phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt ∀ m ⇒ (d) luôn cắt (P) tại 2 điểm phân biệt A(x_1; y_1), B(x_2; y_2) ∀ m trong đó x_1, x_2 là 2 nghiệm của (1) và $y_1=2{x_1}^2; y_2=2{x_2}^2$

Theo định lý Viét ta có: $x_1x_2=\dfrac{-1}{2}=>T=x_1x_2+2{x_1}^2{x_2}^2=\dfrac{1}{2}$

Câu IV



a) Có góc ACD = 90^o (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn), hay góc ECD = 90^o

Mặt khác EF ⊥ AD nên góc EFD = 90^o

Suy ra góc ECD + góc EFD = 180^o ⇒ CEFD là tứ giác nội tiếp

b) Vì CEFD là tứ giác nội tiếp (cmt) nên góc CFD = góc CED (2 góc nội tiếp cùng chắn cung CD) (1)

Chứng minh tương tự có tứ giác ABEF nội tiếp ⇒ góc BFA = góc BEA (2 góc nội tiếp cùng chắn cung BA) (2)

Có góc BEA = góc CED; góc AFM = góc CFD (đối đỉnh) (3)

Từ (1), (2), (3) ⇒ góc BFA = góc AFM ⇒ FA là phân giác góc BFM.

c) Vẽ NP // BF (P ∈ AD)

Ta có góc NPF = góc BFA (đồng vị) ; góc BFA = góc NFP ⇒ góc NPF = góc NFP ⇒ Δ NFP cân ở N. ⇒ NP = NF

Vì NP // BF nên $\frac{NP}{BF} = \frac{DN}{DB} => \frac{NF}{BF} = \frac{DN}{BD}(4)$

Vì góc BFA = góc NFP nên góc EFB = góc EFN (cùng phụ với 2 góc bằng nhau)

Suy ra FE là phân giác góc BFN của Δ BFN. Theo định lý đường phân giác ta có $\frac{NF}{BF} = \frac{NE}{BE}(5)$

Từ (4) và (5) $=> \frac{DN}{DB} = \frac{NE}{BE} => BD.NE = BE.DN$ (đpcm)

Câu V

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopxki cho hai bộ số, ta có

$(a+2b)^2 = (1.a + \sqrt{2}\sqrt{2}b)^2 \le (1+2)(a^2+2b^2) \le 3.3c^2 = 9c^2 => a+2b \le 3c$

Với mọi x,y,z > 0, áp dụng bất đẳng thức Côsi cho 3 số dương ta có

$$(x+y+z)(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}) \ge 3.\sqrt[3]{xyz}.3.\sqrt[3]{\frac{1}{xyz}} = 9$$

$$<=> \frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z} \ge \frac{9}{x+y+z}$$

Áp dụng bất đẳng thức trên, ta có

$\frac{1}{a}+\frac{2}{b} = \frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{b} \ge \frac{9}{a+b+b} = \frac{9}{a+2b} \ge \frac{9}{3c} = \frac{3}{c}$ (đpcm)

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow$ a = b = c.

ĐỀ 538

SỞ GD – ĐT TP CẦN THƠ
ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT

Năm học : 2015 – 2016
MÔN TOÁN – thời gian 120 phút

Câu 1: (2,5 điểm)
1)Giải các phương trình và hệ phương trình trên tập số thực:

$a)2x^2-3x-27=0$

$b)x^4-x^2-72=0$

$c)\begin{cases}3x-5y=21\\2x+y=1\end{cases}$

2)Tính GTBT $P=\dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{x}$ với $x=\sqrt{2-\sqrt{3}};y=\sqrt{2+\sqrt{3}}$

Câu 2: (1,5 điểm)

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho (P): $y=\dfrac{-1}{2}x^2$

a) Vẽ đồ thị của (P).
b) Gọi A(x_1, y_1) và B(x_2;y_2) là hoành độ giao điểm của (P) và (d): y = x – 4. Chứng minh: $y_1+y_2-5(x_1+x_2)=0$

Câu 3: (1,5 điểm)

Cho phương trình $x^2-ax-b^2+5=0$
a)GPT khi a = b = 3
b) Tính $2a^3+3b^4$ biết phương trình nhận $x_1=3$, $x_2=-9$ làm nghiệm.

Câu 4: (1,5 điểm)
Nhân ngày quốc tế thiếu nhi, 13 HS (nam và nữ) tham gia gói 80 phần quà cho các em thiếu nhi. Biết tổng số quà mà HS nam gói được bằng tổng số quà mà HS nữ gói được. Số quà mỗi bạn nam gói nhiều hơn số quà mà mỗi bạn nữ gói là 3 phần. Tính số HS nam và nữ.

Câu 5: (3 điểm)
Cho nửa đường tròn tâm O, đường kính AB =2R. Đường thẳng qua O và vuông góc AB cắt cung AB tại C. Gọi E là trung điểm BC. AE cắt nửa đường tròn O tại F. Đường thẳng qua C và vuông góc AF tại G cắt AB tại H.
a)Cm: tứ giác CGOA nội tiếp đường tròn. Tính OGH
b)Chứng minh: OG là tia phân giác CFO
c)Chứng minh ΔCGO đồng dạng ΔCFB
d) Tính diện tích ΔFAB theo R.

----HẾT----

GIẢI

Câu 1:

1)

$a) 2x^2 - 3x - 27 = 0$

$\Delta = (-3)^2 - 4.2.(-27) = 225$

$=> \sqrt{\Delta} = 15$

$x_1 = \frac{9}{2}; x_2 = -3$

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt

$b) x^4 - x^2 - 72 = 0$

Đặt $x^2 = t$ ($t \geq 0$)

Phương trình trở thành: $t^2 - t - 72 = 0$

$\Delta = 289 => \sqrt{\Delta} = 17$

Phương trình có 2 nghiệm t = 9 (tm); t = -8 (loại)

Với t = 9 ⇔ $x^2 = 9$

=>$x = \pm 3$

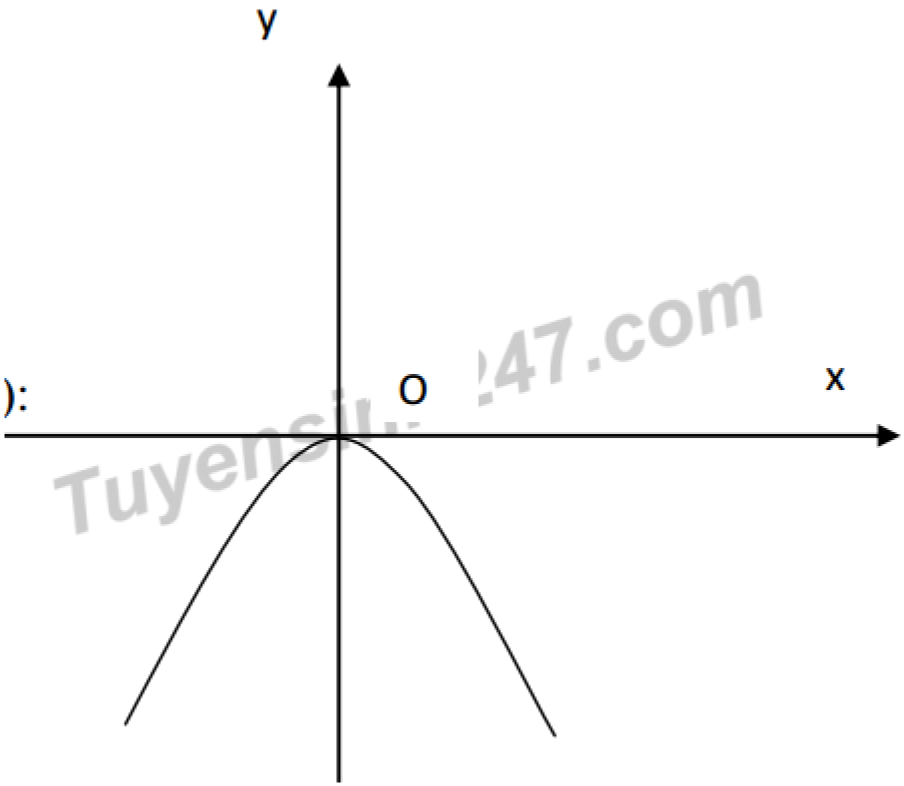
Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt là x = 3; x = -3

$c) \begin{cases} 3x - 5y = 21 \\ 2x + y = 1 \end{cases} <=> \begin{cases} 3x - 5y = 21 \\ 10x + 5y = 5 \end{cases} <=> \begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases}$

2) Ta có: $P = \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{x^2 + y^2}{xy} = \frac{(\sqrt{2-\sqrt{3}})^2 + (\sqrt{2+\sqrt{3}})^2}{(\sqrt{2-\sqrt{3}})(\sqrt{2+\sqrt{3}})} = \frac{2-\sqrt{3}+2+\sqrt{3}}{1} = 4$

Câu 2:

a) (P) : $y = \frac{-1}{2} x^2$



b) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d):

$$\frac{-1}{x}x^2 = x-4$$

$$<=> x^2 + 2x - 8 = 0$$

Giải phương trình ta được: x = 2 ; x = -4

Tọa độ giao điểm là: (2; -2) và (-4; -8)

Khi đó: $y_1 + y_2 - 5(x_1 + x_2) = -2 + (-8) - 5(2-4) = 0$

Câu 3: $x^2 - ax - b^2 + 5 = 0$

a) Khi a = b = 3 ta có phương trình: $x^2 - 3x - 4 = 0$

vì a – b + c = 1 – (-3) – 4 = 0 nên phương trình có nghiệm: x = -1; x = 4.

b) Vì phương trình nhận x = 3; x = -9 là nghiệm nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 9 - 3a - b^2 + 5 = 0 \\ 81 + 9a - b^2 + 5 = 0 \end{cases} <=> \begin{cases} 3a + b^2 = 14 \\ 9a - b^2 = -86 \end{cases} <=> \begin{cases} 12a = -71 \\ b^2 = 14 - 3a \end{cases}$$

$$<=> \begin{cases} a = -6 \\ b^2 = 32 \end{cases}$$

$$=> A = 2a^3 + 3b^4 = 2.(-6)^3 + 3.32^2 = 2640$$

Câu 4:

Gọi x (HS) là số HS nam.

ĐK: 0<x<13, x nguyên.

Số HS nữ là: 13 – x (HS)

Số phần quà mà mỗi HS Nam gói được: $\dfrac{40}{x}$ (phần)

Số phần quà mà mỗi HS nữ gói được: $\dfrac{40}{13-x}$ (phần)

Theo bài toán ta có phương trình:

$$\frac{40}{x}-\frac{40}{13-x}=3$$

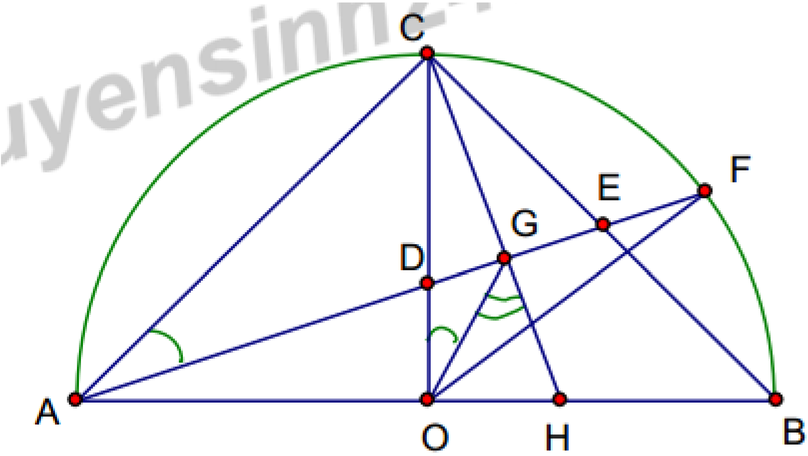
$$<=> 40(13-x)-40x=3x(13-x)$$

$$<=> 3x^2-119x+520=0$$

Giải phương trình ta được x = 5.

Vậy số HS nam là 5, số HS nữ là 8.

Câu 5:



a) Ta có AOC=AGC=90^0

nên O, G cùng nhìn AC dưới 1 góc 90^0

Do đó tứ giác ACGO nội tiếp đường tròn đường kính AC.

=>OGH=OAC

Mà ΔOAC vuông cân tại O

Nên OAC $= 45^0$

Do đó OGH $= 45^0$

b) Vì tứ giác ACGO nội tiếp

Nên CAG=COG (cùng chắn cung CG)

Mà $CAG=\dfrac{1}{2}COF$ (góc nột tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung CF)

$$=> COG=\frac{1}{2}COF$$

Nên OG là tia phân giác CFO

c)Xét ΔCGO và ΔCFB có

CGO= CBF (cùng bằng góc C F A)

OCG=FCB(= OAG)

Nên hai tam giác đồng dạng.

d)Gọi D là giao điểm CO và AE.

Ta có D là trọng tâm ΔCAB (CO và AE là trung tuyến)

$$=> OD = \frac{1}{3}OC = \frac{R}{3}$$

Do đó theo định lý Pitago ta tính được: $AD = \frac{R}{3}\sqrt{10}$

Mà ΔAOD đồng dạng ΔAFB (g-g)

$$=> \frac{S_{\Delta AOD}}{S_{\Delta AFB}} = (\frac{AD}{AB})^2 = \left(\frac{\frac{R\sqrt{10}}{3}}{2R}\right)^2 = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

$$=> S_{\Delta AFB} = \frac{18}{5}.S_{\Delta ADO} = \frac{18}{5}.\frac{1}{2}.R.\frac{R}{3} = \frac{3}{5}R^2$$

ĐỀ 539

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TP.HCM
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
Năm học: 2015 – 2016
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1: (2 điểm)

Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

$a) x^2 - 8x + 15 = 0$

$b) 2x^2 - \sqrt{2}x - 2 = 0$

$c) x^4 - 5x^2 - 6 = 0$

$d)\begin{cases} 2x + 5y = -3 \\ 3x - y = 4 \end{cases}$

Bài 2: (1,5 điểm)

a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số $y = x^2$ và đường thẳng (d): y=x+2 trên cùng một hệ trục toạ độ.

b) Tìm toạ độ các giao điểm của (P) và (d) ở câu trên bằng phép tính.

Bài 3: (1,5 điểm)

Thu gọn các biểu thức sau:

$$A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2} + \frac{\sqrt{x}-10}{x-4} (x \geq 0, x \neq 4)$$

$$B = (13 - 4\sqrt{3})(7 + 4\sqrt{3}) - 8\sqrt{20 + 2\sqrt{43 + 24\sqrt{3}}}$$

Bài 4: (1,5 điểm)

Cho phương trình $x^2 - mx + m - 2 = 0$ (1) (x là ẩn)

a) Chứng minh phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi giá trị m

b) Định m để hai nghiệm $x_1;x_2$ của (1) thỏa mãn $\frac{x_1^2-2}{x_1-1}.\frac{x_2^2-2}{x_2-1}=4$

Bài 5: (3,5 điểm)

Cho tam giác ABC (AB<AC) có ba góc nhọn. Đường tròn tâm O đường kính BC cắt các cạnh AC, AB lần lượt tại E, F. Gọi H là giao điểm của BE và CF. D là giao điểm của AH và BC.

a) Chứng minh : $AD \perp BC$ và AH.AD=AE.AC

b) Chứng minh EFDO là tứ giác nội tiếp

c) Trên tia đối của tia DE lấy điểm L sao cho DL = DF. Tính số đo góc BLC

d) Gọi R, S lần lượt là hình chiếu của B,C lên EF. Chứng minh DE + DF = RS

----HẾT----

ĐÁP ÁN

Bài 1: (2 điểm)

Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

$a) x^2 - 8x + 15 = 0$

$\Delta = 4^2 - 15 = 1$

$<=> x = 4 + 1 = 5$ hay x=4-1=3

$b) 2x^2 - \sqrt{2}x - 2 = 0 (2)$

$\Delta = 2 - 4.2.(-2) = 18$

$<=> x = \frac{\sqrt{2}+3\sqrt{2}}{4} = \sqrt{2}$ hay x=$\frac{\sqrt{2}-3\sqrt{2}}{4} = \frac{-\sqrt{2}}{2}$

$c) x^4 - 5x^2 - 6 = 0$

Đặt u = $x^2 \geq 0$ pt thành :

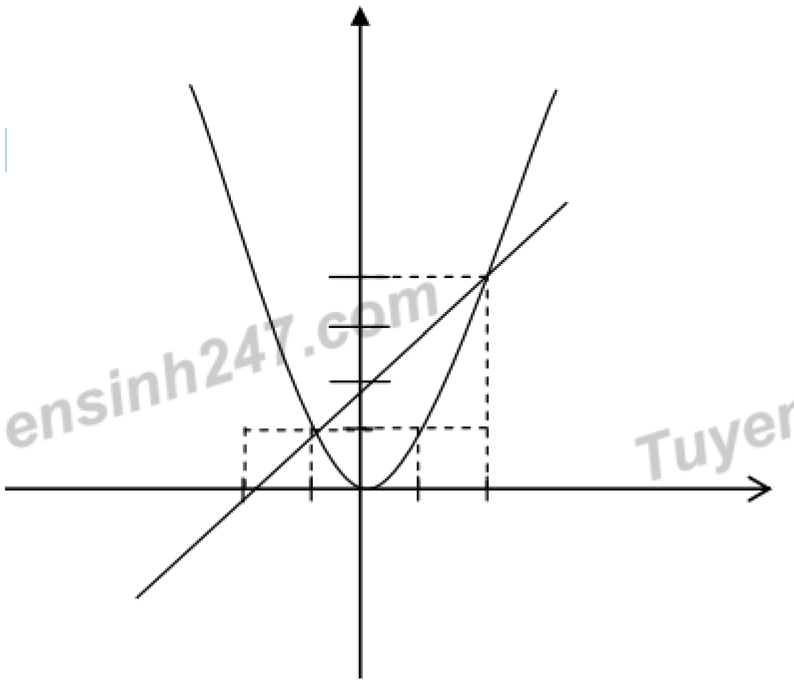
$u^2 - 5u - 6 = 0$

$<=> \left[\begin{array}{l} u = -1 (L) \\ u = 6 <=> x^2 = 6 <=> x = \pm\sqrt{6} \end{array}\right.$

$$d)\begin{cases}2x+5y=-3\\3x-y=4\end{cases} <=> \begin{cases}17x=17\\3x-y=4\end{cases} <=> \begin{cases}x=1\\y=-1\end{cases}$$

Câu 2:

a) Đồ thị:



Lưu ý: (P) đi qua O(0;0), (±1;1);(±2;4)

(d) đi qua (−1;1);(2;4)

b) PT hoành độ giao điểm của (P) và (d) là

$x^2 = x+2 <=> x^2 - x - 2 = 0$

$<=> x = -1$ hay x=2(a-b+c=0)

y(-1)=1;y(2)=4

Vậy toạ độ giao điểm của (P) và (d) là (−1;1); (2;4)

Bài 3: Thu gọn các biểu thức sau:

$$A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2} + \frac{\sqrt{x}-10}{x-4} (x \ge 0, x \ne 4)$$

Với x≥0;x≠4 ta có :

$$A=\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)+(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2)+\sqrt{x}-10}{x-4}=\frac{2x-8}{x-4}=2$$

$$B=(13-4\sqrt{3})(7+4\sqrt{3})-8\sqrt{20+2\sqrt{43+24\sqrt{3}}}$$

$$=(2\sqrt{3}-1)^2(2+\sqrt{3})^2-8\sqrt{20+2\sqrt{(4+3\sqrt{3})^2}}$$

$$=(3\sqrt{3}+4)^2-8\sqrt{20+2(4+3\sqrt{3})}$$

$$=(3\sqrt{3}+4)^2-8\sqrt{(3\sqrt{3}+1)^2}$$

$$=43+24\sqrt{3}-8(3\sqrt{3}+1)=35$$

Bài 4:

Cho phương trình x^2-mx+m-2=0 (1) (x là ẩn số)

a)Chứng minh phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi giá trị m

$$\Delta=m^2-4(m-2)=m^2-4m+8=(m-2)^2+4>0\forall m$$

Vậy phương trình có 2 nghiệm phân biệt với mọi m

b)Định m để hai nghiệm $x_1;x_2$ của (1) thỏa mãn $\frac{x_1^2-2}{x_1-1}.\frac{x_2^2-2}{x_2-1}=4$

Vì $a+b+c=1-m+m-2=-1\neq 0\forall m$ nên phương trình (1) có 2 nghiệm $x_1;x_2\neq 1,\forall m$

Từ (1) suy ra : $x^2-2=mx-m$

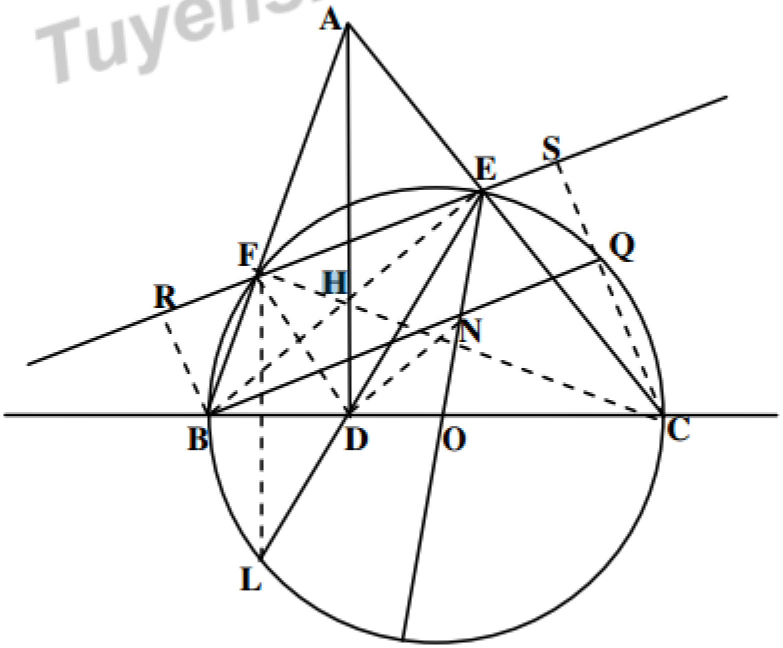
$$\frac{x_1^2-2}{x_1-1}.\frac{x_2^2-2}{x_2-1}=4$$

$$<=>\frac{mx_1-m}{x_1-1}.\frac{mx_2-m}{x_2-1}=4$$

$$<=>m.m=4$$

$$<=>m=\pm 2$$

Câu 5



a)Do FC $\perp$AB ,BE $\perp$AC $\Rightarrow$, H trực tâm $\Rightarrow$ AH$\perp$ BC
Ta có tứ giác HDCE nội tiếp
Xét 2 tam giác đồng dạng EAH và DAC (2 tam giác vuông có góc A chung)
$=> \dfrac{AH}{AC} = \dfrac{AE}{AD} => AH.AD = AE.AC$ (đpcm)
b)Do AD là phân giác của FDE nên FDE= 2FBE= 2FCE= FOE
Vậy tứ giác EFDO nội tiếp (cùng chắn cung EF)
c)Vì AD là phân giác FDE $\Rightarrow$ DB là phân giác FDL
$\Rightarrow$ F, L đối xứng qua BC $\Rightarrow$ L$\in$ đường tròn tâm O
Vậy BLC là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn tâm O $\Rightarrow$ = BLC 90^0
d) Gọi Q là giao điểm của CS với đường tròn O.
Vì 3 cung BF, BL và EQ bằng nhau (do kết quả trên)
=>Tứ giác BEQL là hình thang cân nên hai đường chéo BQ và LE bằng nhau.
Mà BQ = RS, LE = DL + DE = DF + DE suy ra điều phải chứng minh.

ĐỀ 540

SỞ GD-ĐT QUẢNG BÌNH
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2015 – 2016
Khóa ngày: 19/06/2015
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 120 phút *(không kể thời gian giao đề)*

Câu 1: *(2.0điểm)*:

Cho biểu thức $A=\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x+1}+\frac{4x+2}{x^2-1}$ với $x \neq \pm 1$

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tìm x khi A = $\frac{4}{2015}$

Câu 2: *(1.5điểm)*:

Cho hàm số: y = (m-1)x + m + 3 với m $\neq$1 (m là tham số)

a) Tìm giá trị của m để đồ thị của hàm số đi qua điểm M(1; -4)

b) Tìm giá trị của m để đồ thị của hàm số song song với đường thẳng (d): y = -2x + 1

Câu 3: *(2.0điểm)*:

Cho phương trình: $x^2 - (2m+1)x + m^2 + m - 2 = 0$ (1) (m là tham số).

a) Giải phương trình (1) khi m = 2

b) Tìm m để phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thoả mãn: $x_1(x_1 - 2x_2) + x_2(x_2 - 3x_1) = 9$

Câu 4: *(1.0điểm):*

Cho x, y là hai số thực thỏa mãn: x > y và xy = 1

Chứng minh rằng: $\frac{(x^2+y^2)^2}{(x-y)^2} \geq 8$

Câu 5: *(3.5điểm):*

Cho tam giác ABC có ba góc đều nhọn nội tiếp đường tròn tâm O, hai đường cao BD và CE cắt đường tròn (O) theo thứ tự tại P và Q (P $\neq$ B, Q $\neq$ C).

a) Chứng minh tứ giác BCDE nội tiếp được trong một đường tròn.

b) Gọi H là giao điểm của BD và CE. Chứng minh HB.HP = HC.HQ.

c) Chứng minh OA vuông góc với DE.

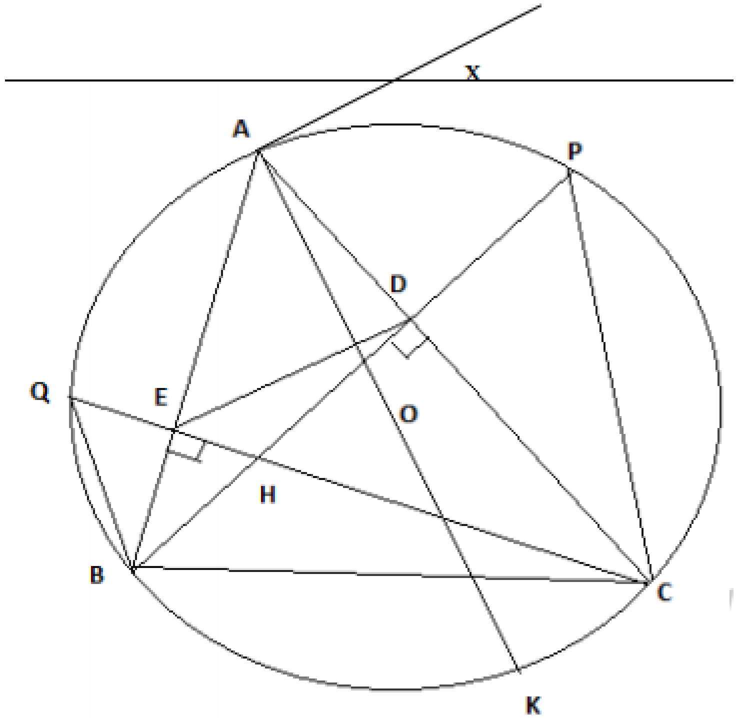
----HẾT----

HƯỚNG DẪN VÀ ĐÁP ÁN CHẤM

Câu	**Nội dung**
1	

1a	Cho biểu thức $A=\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x+1}+\frac{4x+2}{x^2-1}$ với x $\neq\pm1$
	$=\frac{x+1}{x^2-1}+\frac{x-1}{x^2-1}+\frac{4x+2}{x^2-1}$
	$=\frac{x+1-x+1+4x+2}{(x-1)(x+1)}$
	$=\frac{4x+4}{(x-1)(x+1)}=\frac{4}{x-1}$ (với x $\neq\pm1$)
1b	$A=\frac{4}{x-1}$ với x $\neq\pm1$
	Khi $\text{A}=\frac{4}{2015}$ $<=>\frac{4}{x-1}=\frac{4}{2015}$
	=>x-1=2015 ⇔x=2016(TMĐK)
	Vậy khi $A=\frac{4}{x-1}$ thì x=2016
2	Cho phương trình: $x^2-(2m+1)x+m^2+m-2=0$ (1) (m là tham số).
2a	Ta có M(1; - 4) thuộc đồ thị hàm số ⇒x = 1; y = -4 thay vào hàm số đã cho ta có: -4 = (m- 1).1 + m +3 ⇔ - 4 = m-1 +m +3
	⇔ -4-2= 2m
	⇔ -6 = 2m
	⇔ m= -3 (TMĐK)
	Với m = -3 thì đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm M (1; -4)
2b	Để đồ thị hàm số đã cho song song với đường thẳng (d): y =-2x +1 Khi và chỉ khi $\begin{cases}a=a'\\b\neq b'\end{cases}<=>\begin{cases}m-1=-2\\m+3\neq1\end{cases}<=>\begin{cases}m=-1\\m\neq-2\end{cases}=>m=-1$
	Vậy với m = -1 thì đồ thị hàm số y = (m-1)x + m + 3 song song với đường thẳng (d): y =-2x +1
3	
3a	Khi m = 2 thì phương trình (1) trở thành : $x^2-5x+4=0$
	Phương trình có dạng: a + b +c = 0 hay 1 +(-5) + 4 = 0
	Phương trình có hai nghiệm $x_1=1$; $x_2=4$
3b	Ta có: $\Delta=[-(2m+1)]^2-4(m^2+m-2)$ $=4m^2+4m+1-4m^2-4m+8=9>0$ ⇒ phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2
	Theo định lí Viet $x_1+x_2=2m+1$, $x_1x_2=m^2+m-2$
	Theo đề ra: $x_1(x_1-2x_2)+x_2(x_2-3x_1)=9$

	$<=> x_1^{\;2} - 2x_1x_2 + x_2^{\;2} - 3x_1x_2 = 9$ $<=> (x_1^{\;2} + x_2^{\;2}) - 5x_1x_2 = 9$ $<=> (x_1 + x_2)^2 - 7x_1x_2 = 9$ $<=> (2m+1)^2 - 7(m^2 + m - 2) = 9$ $<=> 4m^2 + 4m + 1 - 7m^2 - 7m + 14 = 9$ $<=> 3m^2 + 3m - 6 = 0$ Phương trình có dạng: a + b +c = 0 hay 3 +3+ (-6) = 0 ⇨ $m_1 = 1$; $m_2 = -2$
	Vậy với $m_1 = 1$; $m_2 = -2$ thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và thỏa mãn: $x_1(x_1 - 2x_2) + x_2(x_2 - 3x_1) = 9$
4	
	Vì x>y nên x – y >0 Nên $\dfrac{(x^2+y^2)^2}{(x-y)^2} \geq 8$ => $\dfrac{x^2+y^2}{x-y} \geq 2\sqrt{2}$ (Khai phương hai vế) $<=> x^2 + y^2 \geq 2\sqrt{2}(x-y)$ $<=> x^2 + y^2 - 2\sqrt{2}x + 2\sqrt{2}y \geq 0$ $<=> x^2 + y^2 + 2 - 2\sqrt{2}x + 2\sqrt{2}y - 2 \geq 0$ $<=> x^2 + y^2 + (\sqrt{2})^2 - 2\sqrt{2}x + 2\sqrt{2}y - 2xy \geq 0 (\text{Do } \; xy = 1)$ $<=> (x - y - \sqrt{2})^2 \geq 0$ (điều này luôn luôn đúng) Vậy ta có điều phải chứng minh.
5	

	
5a	Ta có BD ⊥ AC (GT) => $BDC = 90^0$, CE ⊥ AB => $BEC = 90^0$
	Nên điểm D và E cùng nhìn đoạn thẳng BC dưới một góc vuông
	Vậy tứ giác BCDE nội tiếp đường tròn đường kính BC
5b	Xét Δ BHQ và Δ CHP có : BHQ =CHP (đối đỉnh) BQH =CPH (Hai góc nội tiếp cùng chắn cung BC của đường tròn (O)) Nên Δ BHQ đồng dạng với Δ CHP (g-g) $\Rightarrow \dfrac{BH}{CH} = \dfrac{HQ}{HP} \Rightarrow BH.HP = HQ.CH$
5c	kẽ tiếp tuyến Ax. Ta có góc CAx= ABC (cùng chắn cung AC) Mà ABC=ADE (tứ giác BEDC nội tiếp) nên. CAx= ADE . Mà hai góc ở vị trí so le trong Suy ra Ax // DE. Mà OA vuông góc Ax nên OA vuông góc DE.

ĐỀ 541

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
KIÊN GIANG

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2015 -2016
MÔN : TOÁN
Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

Câu 1: (2,0 điểm)

a. Tính $A = \sqrt{50} + \sqrt{48} - \sqrt{98}$

b. Rút gọn biểu thức $B = \dfrac{\sqrt{x} - 12}{6\sqrt{x} - 36} + \dfrac{6}{x - 6\sqrt{x}} (x > 0 \text{ va } x \neq 36)$

Câu 2 (1,5 điểm)

Cho parabol (P): $y = \dfrac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (a): y = -2x +1

a. Vẽ (P) và a trên cùng một hệ trục toạ độ.

b. Xác định đường thẳng (d) biết đường thẳng (d) song song với đường thẳng (a) và cắt parabol (P) tại điểm có hoành độ bằng -2

Câu 3: (1,5 điểm)

Cho phương trình bậc hai $x^2 + 2(m+3)x + m^2 + 6m = 0$ (1) với x là ẩn số

a. Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của tham số m.

b. Tìm các giá trị của tham số m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1; x_2 thoả mãn đẳng thức $(2x_1 +1)(2x_2 + 1) = 13$

Câu **4** : (1,5 điểm)

Một tổ công nhân phải may xong 420 bộ đồng phục trong khoảng thời gian nhất định. Nếu thêm 3 công nhân vào tổ thì mỗi người sẽ may ít hơn lúc ban đầu là 7 bộ đồng phục. Tính số công nhân có trong tổ lúc đầu.

Câu 5: (3,5 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn (AB <AC) ba đường cao AP, BM, CN của tam giác ABC cắt nhau tại H.

a. Chứng minh tứ giác BCMN nội tiếp

b. Chứng minh tam giác ANM đồng dạng với tam giác ACB

c. Kẻ tiếp tuyến BD với đường tròn đường kính AH (D là tiếp điểm) kẻ tiếp tuyến BE với đường tròn đường kính CH (E là tiếp điểm). Chứng minh BD = BE

d. Giả sử AB = 4 cm, AC = 5 cm, BC = 6 cm. Tính MN

------------HẾT-----------

ĐÁP ÁN

Câu 1:

a) $A=\sqrt{50}+\sqrt{18}-\sqrt{98}=5\sqrt{2}+3\sqrt{2}-7\sqrt{2}$ 0,25

A=$\sqrt{2}$ 0,25

b) Với x>0 và x khác 36

$$B=\frac{\sqrt{x}-12}{6\sqrt{x}-36}+\frac{6}{x-6\sqrt{x}}=\frac{\sqrt{x}-12}{6(\sqrt{x}-6)}+\frac{6}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-6)}\quad 0{,}5$$

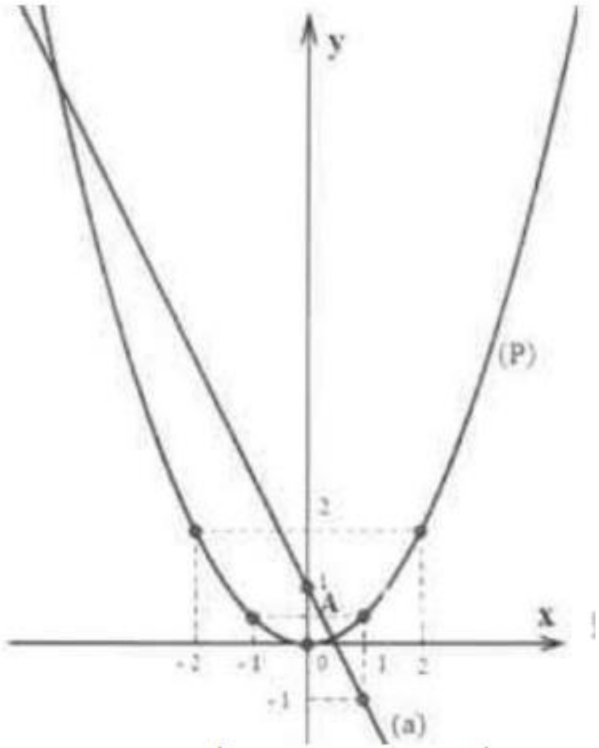
$$B=\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-12)+6.6}{6\sqrt{x}(\sqrt{x}-6)}=\frac{x-12\sqrt{x}+36}{6\sqrt{x}(\sqrt{x}-6)}\quad 0{,}5$$

$$B=\frac{(\sqrt{x}-6)^2}{6\sqrt{x}(\sqrt{x}-6)}=\frac{\sqrt{x}-6}{6\sqrt{x}}\quad 0{,}5$$

Câu 2:

a. Parabol có đỉnh gốc O đi qua hai điểm A(-2;2), B(2;2), đường thẳng đi qua hai điểm C(1;-1), D(0;1)

Đồ thị: 0,5



Chú ý: Nếu học sinh chỉ làm đúng phần toạ độ các điểm mà đồ thị đi qua nhưng không vẽ đúng đồ thị thì cho 0,25 điểm.

b. Vì (d) // (a) nên (d): y = -2x + b (b khác 1) 0,25

Gọi N(x_0; y_0) là giao điểm của (d) và (P) ta có x_0 = -2

$N \in (P) \Rightarrow y_0 = 2$ 0,25

$N \in (d) \Rightarrow 2=-2(-2)+b \Rightarrow b=-2(TM)$ 0,25

Vậy (d): y = -2x -2   0,25

Câu 3:

a. $\Delta' = (m+3)^2 - (m^2+6m) = 9 > 0$ 0,25

=>pt (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m 0,25

b. Theo câu a phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m, áp dụng định lý Vi et ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -2(m+3) \\ x_1 x_2 = m^2 + 6m \end{cases}$$ 0,25

$(2x_1 + 1)(2x_2 + 1) = 13 \Rightarrow 4x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) - 12 = 0$ 0,25

$<=> 4(m^2+6m) - 4(m+3) - 12 = 0$

$<=> 4m^2 + 20m - 24 = 0$ 0,25

$<=> \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = -6 \end{array}\right.$ 0,25

Vậy m = 1, m = -6 thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 4 (1,5 điểm)

Gọi số công nhân của tổ lúc đầu là x (công nhân) (x >0, x nguyên) thì số công nhân của tổ lúc sau là x + 3 (công nhân)   0,25

Suy ra số bộ đồng phục mỗi người phải may lúc đầu là $\frac{420}{x}$ (bộ)

Suy ra số bộ đồng phục mỗi người phải may lúc sau là $\frac{420}{x+3}$ (bộ)   0,25

Theo đề bài ta có $\frac{420}{x} = \frac{420}{x+3} + 7$ 0,25

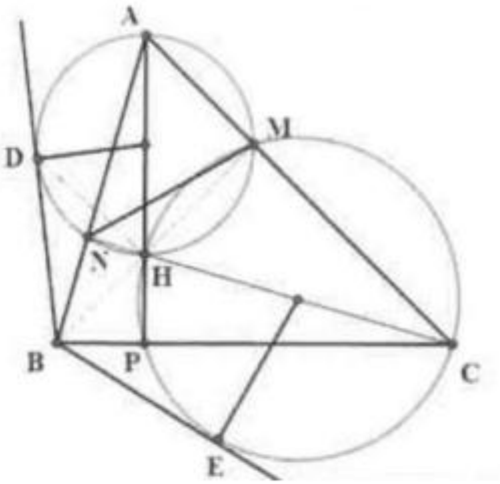
$\Leftrightarrow x^2 + 3x - 180 = 0$ 0,25

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 12(TM) \\ x = -15(\mathrm{L}) \end{array}\right.$ 0,25

Vậy số công nhân của tổ lúc đầu là 12 người   0,25

Câu 5:

Hình vẽ : 0,5



a. **Chứng minh tứ giác BCMN nội tiếp**

Ta có BMC=BNC=90^O

=>M và N cùng nhìn BC dưới một góc không đổi bằng 90^0 0,25

=>tứ giác BCMN nội tiếp đường tròn 0,25

b. Chứng minh tam giác ANM đồng dạng với tam giác ACB

Xét tam giác ANM và ACB có:

Góc A chung 0,25

Góc ANM = góc ACB (cùng bù với góc BNM) 0,25

=>tam giác ANM đồng dạng với tam giác ACB 0,25

c. Kẻ tiếp tuyến BD với đường tròn đường kính AH (D là tiếp điểm) kẻ tiếp tuyến BE với đường tròn đường kính CH (E là tiếp điểm). Chứng minh BD = BE

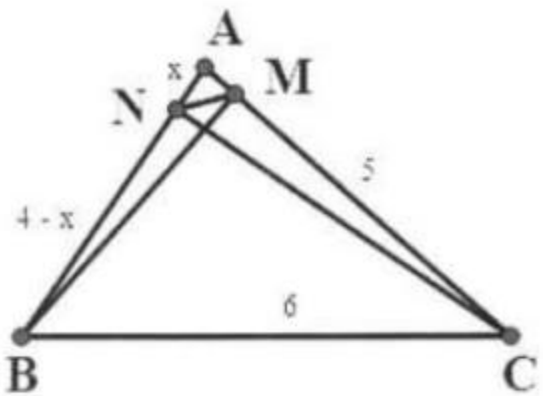
+ Chứng minh tam giác BDH đồng dạng với tam giác BMD (góc – góc)

=>BD^2 = BH.BM 0,25

+ Tương tự ta chứng minh được BE^2 = BH.BM 0,25

=>BD = BE 0,25

d. Giả sử AB = 4 cm, AC = 5 cm, BC = 6 cm. Tính MN



Đặt AN = x NB = 4- x (điều kiện 0 < x < 4)

Áp dụng định lý Pythago ta có:

$CN^2 = AC^2 - AN^2 = BC^2 - BN^2$

$\Leftrightarrow 5^2 - x^2 = 6^2 - (4\text{-}x)^2$ 0,25

$\Leftrightarrow 25 - x^2 = 36 - 16 + 8x - x^2$

$\Leftrightarrow 25 - 36 + 16 = 8x$

$\Leftrightarrow 8x = 5$ 0,25

$\Leftrightarrow x=0,625$(nhận)

Vậy AN = 0,625 0,25

Tam giác ANM đồng dạng với tam giác ACB (cmt)

$$=> \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} => MN = \frac{AN.BC}{AC} = \frac{0,625.6}{5} = 0,75(cm)$$ 0,25

ĐỀ 542

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH LẠNG SƠN

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2014 – 2015
MÔN THI: TOÁN
(Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian giao đề)

Câu I (2 điểm)

1. Tính giá trị biểu thức:

$A = \sqrt{36} - \sqrt{9}$

$B = \sqrt{(3+\sqrt{5})^2} - \sqrt{5}$

2. Rút gọn biểu thức $P = (\frac{1}{\sqrt{x}+2} - \frac{2}{x+2\sqrt{x}})\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$ với x > 0; x ≠ 4.

Câu II (2 điểm)

Vẽ đồ thị hàm số: $y = 2x^2$ và y = x + 1 trên cùng một mặt phẳng tọa độ. Xác định tọa độ giao điểm của hai đồ thị.

Câu III (2 điểm)

a. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x+2y=6 \\ 3x-y=4 \end{cases}$

b. Tìm m để phương trình $x^2 - 2x - m + 3 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1; x_2 thỏa mãn $x_1{}^2 + x_2{}^2 = 20$

Câu IV (4 điểm).

Cho tam giác ABC nhọn. Đường tròn (O) đường kính BC cắt AB; AC lần lượt tại M và N.Gọi H là giao điểm của BN cà CM, K là trung điểm của AH.

a. Chứng minh rằng tứ giác AMHN nội tiếp đường tròn.

b. Chứng minh AM.AB = AN.AC

c. Chứng minh KN là tiếp tuyến của đường tròn (O).

Câu V (1 điểm)

Cho x, y là hai số thực dương thỏa mãn x + 2y ≤ 3

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $S = \sqrt{x+3} + 2\sqrt{y+3}$

-- Hết --

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh .... Số báo danh ....

Giám thị 1 (họ tên và ký) .... Giám thị 2 (họ tên và ký)............................

HƯỚNG DẪN CHẤM BÀI THI
TUYỂN SINH LỚP 10 TRUNG HỌC PHỔ THÔNG TỈNH LẠNG SƠN

Câu 1.

1) A = 6 - 3 = 3

$$B = 3 + \sqrt{5} - \sqrt{5} = 3$$

2) x > 0 và x khác 4 có

$$P = \left(\frac{1}{\sqrt{x}+2} - \frac{2}{x+2\sqrt{x}}\right)\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$$

$$= \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)} - \frac{2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}\right)\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$$

$$= \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}.\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} = \frac{1}{\sqrt{x}+2}$$

Câu 2.

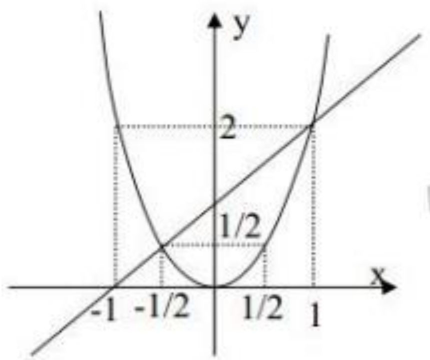
Vẽ $y = 2x^2$ lập bảng

x	-1	-1/2	0	1/2	1
$y=2x^2$	2	1/2	0	½	2

Vẽ y = x + 1

Cho x = 0 => y = 1

Cho x = -1 => y = 0



Tọa độ giao điểm của 2 đồ thị là $(\frac{-1}{2};\frac{-1}{2})$ và (1;2)

Câu 3.

$a)\begin{cases}x+2y=6\\3x-y=4\end{cases} <=> \begin{cases}x+2y=6\\6x-2y=8\end{cases} <=> \begin{cases}7x=14\\3x-y=4\end{cases} <=> \begin{cases}x=2\\y=2\end{cases}$

b) Tìm m để phương trình $x_2 - 2x - m + 3 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1; x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 20$

$\Delta' = (-1)^2 - (-m+3) = m-2$

Để phương trình có 2 nghiệm phân biệt thì $\Delta' > 0$

=> m - 2 > 0 nên m > 2

Theo Vi – et ta có $x_1 + x_2 = 2$ và $x_1x_2 = 3 - m$

Theo đề bài $x_1^2 + x_2^2 = 20$ nên $(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 20$

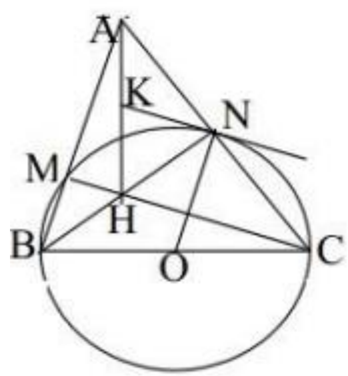
Vậy $2^2 - 2(3 - m) = 20$

⇔ 4 - 6 +2m = 20 => m = 11 (thỏa mãn)

Vậy với m = 11 thì phương trình $x^2 - 2x - m + 3 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1; x_2

Câu 4.

Vẽ hình:



a) Có BMC=90^o (Nội tiếp chắn nửa đường tròn)

=>AMH=90^o
Có BNC=90^O (Nội tiếp chắn nửa đường tròn)
=>ANH=90^O(Do kề bù)
Vậy AMH+ANH=180^o nên tứ giác AMHN nội tiếp

b) Xét ΔAMC và ΔANB có AMC=ACB=90^o (chứng minh ý a)

Có góc A chung nên ΔAMC đồng dạng Δ ANB (g.g)

$$=> \frac{AM}{AN} = \frac{AC}{AB} <=> AM.AB = AN.AC$$

c) Có H là trực tâm của Δ ABC => AH vuông góc BC

=>CAH+ACB=90^o (1)
KN là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền của tam giác vuông NHA
=>KNA=KAN (2)
Δ ONC cân tại O nên ONC=OCN (3)
Từ 1, 2, 3 ta có: KAN+ONC=90^o
=>KNO=90^o hay KN là tiếp tuyến của đường tròn tâm O

Câu 5 .

Theo bất đẳng thức Bunhiacopski ta có: $a_1b_1 + a_2b_2 \le \sqrt{(a_1^{\ 2} + a_2^{\ 2})(b_1^{\ 2} + b_2^{\ 2})}$

Dấu "=" xảy ra khi: $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$

$$S = \sqrt{x+3} + 2\sqrt{y+3}$$

$$= \sqrt{x+3} + \frac{2}{\sqrt{2}}\sqrt{2y+6} \le \sqrt{(1+2)(x+3+2y+6)}$$ (theo bất đẳng thức Bunhiacopski)

$$\le \sqrt{3.12} = 6$$

Vậy S_{min} = 6 khi $\frac{1}{\sqrt{x+3}} = \frac{\frac{2}{\sqrt{2}}}{\sqrt{2y+6}} <=> \frac{1}{x+3} = \frac{2}{2y+6} <=> 2y+6 = 2x+6$

$$<=> x = y$$

Theo đề bài: x + 2y ≤ 3 => y ≤ 1
Vậy với điều kiện: y ≥ 0; x = y , y ≤ 1 thì S_{min} = 6.

ĐỀ 543

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH ĐỒNG NAI

THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2013-2014
MÔN THI: **TOÁN HỌC**
Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

Câu 1: (1,75 điểm)

1) Giải phương trình $2x^2+5x-3=0$
2) Giải phương trình $2x^2-5x=0$

3) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 4x+5y=7 \\ 3x-y=-9 \end{cases}$

Câu 2: (1,0 điểm)

Cho biểu thức $A=\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1}-\frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1}$ (với $a\in R, a\geq 0$ và $a\neq 1$)

1) Rút gọn biểu thức A.
2) Tính giá trị biểu thức A tại a=2 .

Câu 3: (2,0 điểm)

Cho hai hàm số $y=-2x^2$ có đồ thị là (P),y=x-1 có đồ thị là (d).

1) Vẽ hai đồ thị (P) và (d) đã cho trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy.
2) Tìm tọa độ các giao điểm của hai đồ thị (P) và (d) đã cho.

Câu 4: (1,0 điểm)

1) Tìm hai số thực x và y thỏa mãn
2) Cho x_1 ;x_2 là hai nghiệm của phương trình :$2x^2-5x+1=0$.Tính $M=x_1^2+x_2^2$

Câu 5: (1,25 điểm)

Một xưởng có kế hoạch in xong 6000 quyển sách giống nhau trong một thời gian quy định, biết số quyển sách in được trong một ngày là bằng nhau. Để hoàn thành sớm kế hoạch , mỗi ngày xưởng đã in nhiều hơn 300 quyển sách so với số quyển sách phải in trong kế hoạch, nên xưởng in xong 6000 quyển sách nói trên sớm hơn kế hoạch 1 ngày. Tính số quyển sách xưởng in được trong 1 ngày theo kế hoạch.

Câu 6: (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O), bán kính R , BC=a, với a và R là các số thực dương. Gọi I là trung điểm của cạnh BC . Các góc CAB,ABC,BCA đều là góc nhọn.

1) Tính OI theo a và R.
2) Lấy điểm D thuộc đoạn AI , với D khác A, D khác I. Vẽ đường thẳng qua D song song với BC cắt cạnh AB tại điểm E. Gọi F là giao điểm của tia CD và đường tròn (O), với F khác C. Chứng minh tứ giác ADEF là tứ giác nột tiếp đường tròn.
3) Gọi J là giao điểm của tia AI và đường tròn (O) , với J khác A. Chứng minh rằng AB.BJ=AC.CJ

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1:

1) Giải phương trình $2x^2+5x-3=0$

Ta có : $\Delta=5^2-4.2.(-3)=49>0$

Nên phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt : $x_1=\frac{1}{2}; x_2=-3$

2) Giải phương trình $2x^2-5x=0$

$\Leftrightarrow x(2x-5)=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\frac{5}{2} \end{array}\right.$$

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt x = 0; $x=\frac{5}{2}$

3) Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} 4x+5y=7 \\ 3x-y=-9 \end{cases} <=> \begin{cases} 4x+5y=7 \\ 15x-5y=-45 \end{cases} <=> \begin{cases} 19x=-38 \\ 4x+5y=7 \end{cases} <=> \begin{cases} x=-2 \\ 4.(-2)+5.y=7 \end{cases}$$

$$<=> \begin{cases} x=-2 \\ y=3 \end{cases}$$

Đáp số: $\begin{cases} x=-2 \\ y=3 \end{cases}$

Câu 2:

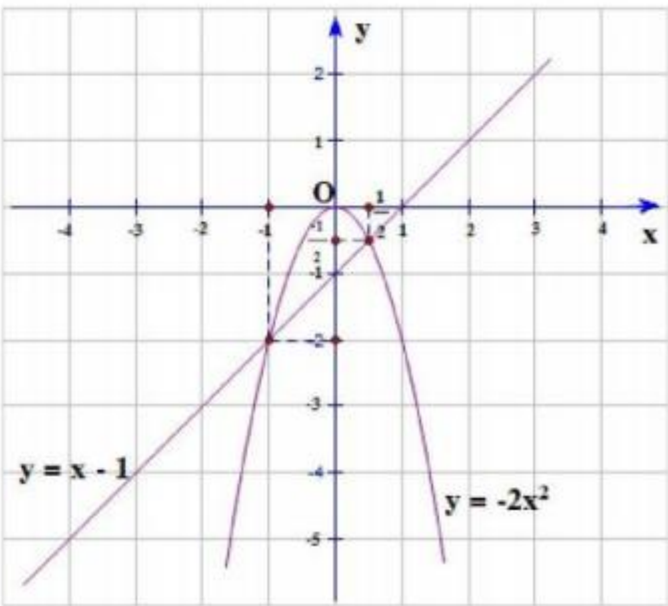
1) $A=\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1}-\frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1}=\frac{(\sqrt{a}+1)^2-(\sqrt{a}-1)^2}{a-1}=\frac{a+2\sqrt{a}+1-a+2\sqrt{a}-1}{a-1}=\frac{4\sqrt{a}}{a-1}$

2) Với a=2 thì $A=\frac{4\sqrt{2}}{2-1}=4\sqrt{2}$

Câu 3:

Cho hai hàm số $y=-2x^2$ có đồ thị là (P),y=x-1 có đồ thị là (d).

1) Vẽ hai đồ thị (P) và (d) đã cho trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy.



2) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) :

$-2x^2=x-1 \Leftrightarrow 2x^2+x-1=0$

Ta có a-b+c=0 nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1 =-1 và x_2 =1/2
Với x_1 = -1 =>y_1 = -2 và x_2 = 1/2 =>y_2 = -1/2
Vậy tọa độ các giao điểm của hai đồ thị (P) và (d) đã cho là $(-1;-2);(\frac{1}{2};\frac{-1}{2})$

Câu 4:

1) Hai số thực x và y là nghiệm của phương trình : x^2-3x-154=0

Giải được: x_1 =14;x_2 = -11
Vì x>y nên x=14;y=-11

2) Cho x_1 ;x_2 là hai nghiệm của phương trình $2x^2$-5x+1=0

Ta có:

$$S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{5}{2}$$

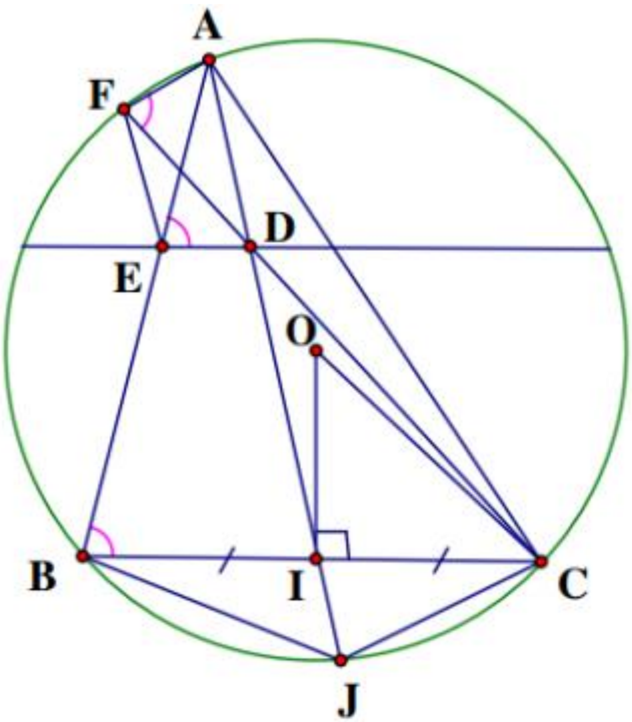
$$P = x_1.x_2 = \frac{c}{a} = \frac{1}{2}$$

$$M = {x_1}^2 + {x_2}^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = (\frac{5}{2})^2 - 2.\frac{1}{2} = \frac{21}{4}$$

Câu 5:

Gọi x là số quyển sách xưởng in được trong mỗi ngày theo kế hoạch (x nguyên dương)
Số ngày in theo kế hoạch: $\frac{6000}{x}$ (ngày)
Số quyển sách xưởng in được thực tế trong mỗi ngày : x+300 (quyển sách)
Số ngày in thực tế: $\frac{6000}{x+300}$ (ngày)
Theo đề bài ta có phương trình: $\frac{6000}{x}$ - $\frac{6000}{x+300}$ =1
⇔x^2+300x-1800000=0
⇔x_1=1200(nhận); x_2 = -1500(loại)
Vậy số quyển sách xưởng in được trong mỗi ngày theo kế hoạch là:1200 (quyển sách)

Câu 6:



1) Tính OI theo a và R.

Ta có: I là trung điểm của BC (gt)

Nên IB=IC=$\frac{BC}{2}=\frac{a}{2}$ và OI $\perp$ BC(lên hệ đường kính và dây)

Xét tam giác OIC vuông tại I

Áp dụng định lý Pytago tính được $OI=\frac{\sqrt{4R^2-a^2}}{2}$

2) Chứng minh tứ giác ADEF là tứ giác nột tiếp đường tròn.

Ta có: $ABC = AED$ (đồng vị)

Mà $ABC = AFC$ (cùng nội tiếp chắn cung AC)

=> $AED = AFC$ hay $AED = AFD$

Tứ giác ADEF có $AED = AFD$ (cmt)
Nên tứ giác ADEF nội tiếp đường tròn
(E, F cùng nhìn AD dưới 2 góc bằng nhau)

3) Chứng minh rằng AB.BJ=AC.CJ

Chứng minh: tam giác AIC đồng dạng với tam giác BIJ(g-g)

=>$\frac{AI}{BI}=\frac{AC}{BJ}$ (1)

Chứng minh:tam giác AIB đồng dạng với tam giác CIJ(g-g)

=>$\frac{AI}{CI}=\frac{AB}{CJ}$ (2)

Mà BI=CI(I là trung điểm BC)(3)

Từ (1);(2);(3) => $\frac{AB}{CJ}=\frac{AC}{BJ}$ => $AB.BJ=AC.CJ$

ĐỀ 544

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HẢI PHÒNG

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

NĂM HỌC 2015-2016

MÔN THI: TOÁN

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài 120 phút (không kể thời gian giao đề)

Phần I. Trắc nghiệm khách quan (2, 0 điểm)

Hãy chỉ chọn một chữ cái đứng trước câu trả lời đúng.

Câu 1. Biểu thức $M=\frac{1}{\sqrt{3x-1}}$ xác định khi cà chỉ khi:

A. $x\le\frac{1}{3}$ B. $x\ge\frac{1}{3}$ C. $x>\frac{1}{3}$ D. $x<\frac{1}{3}$

Câu 2. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên R?

A. $y=\frac{x}{3}-1$ B. $y=\sqrt{2}x-3x$ C. $y=(\sqrt{5}-1)\text{x}$ D. $y=(\sqrt{2}-1)\text{x}+\sqrt{2}$

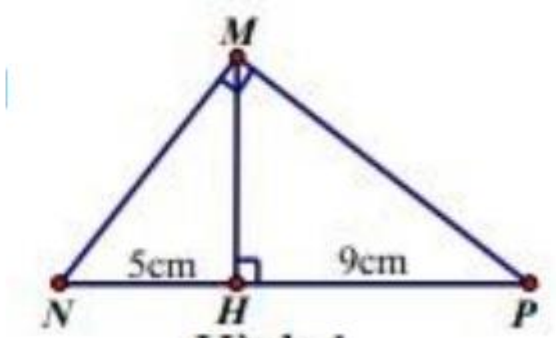
Câu 3. Đường thẳng đi qua điểm M(1; -2) và song song với đường thẳng x – 2y = -3 có phương trình là:

A. $y=\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$ B. $\frac{1}{2}x-\frac{5}{2}$ C. $\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$ D. $\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}$

Câu 4. Phương trình $3x^2 - 5x - 2015$ có tổng hai nghiệm là:

A. $\frac{5}{6}$ B. $\frac{-5}{3}$ C. $\frac{2015}{3}$ D. $\frac{5}{3}$

Câu 5. Cho ΔMNP vuông tại M, đường cao MH (hình 1). Biết NH = 5 cm, HP = 9 cm. Độ dài MH bằng:



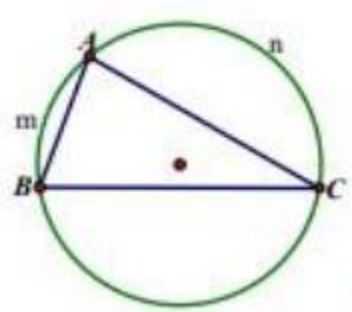
Hình 1

A. $3\sqrt{5}$ cm B. 7cm C. 4cm D. 4,5cm

Câu 6. Cho đường tròn (O; 25 cm) và dây AB = 40 cm. Khi đó khoảng cách từ tâm O đến dây AB là:

A. 15cm B. 7cm C. 20cm D. 24cm

Câu 7. Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O (hình 2), biết sđ cung AmB = 60^0, sđ cung AnC = 140^0 . Số đo của góc BAC bằng:



Hình 2

A. 40^o B. 160^o C. 80^o D. 120^o

Câu 8. Khối nón có chiều cao bằng 12 cm, đường sinh bằng 15 cm thì có thể tích là:

A. 36π cm^3 B. 81π cm^3 C. 162π cm^3 D. 324π cm^3

Phần II. Tự luận (8,0 điểm)

Bài 1. *(2,0 điểm)*

1. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A=\sqrt{125}-4\sqrt{45}+3\sqrt{20}-\sqrt{80}$

b) $B=(3\sqrt{2}+\sqrt{6})\sqrt{6-3\sqrt{3}}$

2. Giải hệ phương trình, bất phương trình sau:

a) $\begin{cases}3x+y=8\\7x-2y=23\end{cases}$

b) $\dfrac{x+3}{4}+1<x+\dfrac{x+2}{3}$

Bài 2. *(2,0 điểm)*

1. Trong hệ trục Oxy, cho đường thẳng (d): $y = (5m - 1)x - 6m^2 + 2m$ (m là tham số) và parabol (P): $y = x^2$.

a) Tìm giá trị của m để (d) và (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt A và B.

b) Gọi x_1; x_2 lần lượt là hoành độ của A, B. Tìm giá trị của m để $x_1^2 + x_2^2 = 1$

2. Một lâm trường dự định trồng 75 ha rừng trong một số tuần (mỗi tuần trồng được diện tích bằng nhau). Thực tế, mỗi tuần lâm trường trồng vượt mức 5 ha so với dự định nên cuối cùng đã trồng được 80 ha và hoàn thành sớm hơn dự định một tuần. Hỏi mỗi tuần lâm trường dự định trồng bao nhiêu ha rừng?

Bài 3. *(3,0 điểm)* Cho tam giác ABC vuông tại A và AC > AB, D là một điểm trên cạnh AC sao cho CD < AD. Vẽ đường tròn tâm D và tiếp xúc với BC tại E. Từ B vẽ đường thẳng tiếp xúc với đường tròn (D) tại F (F khác E).

a) Chứng minh rằng năm điểm A, B, E, D, F cùng thuộc một đường tròn.

b) Gọi M là trung điểm của BC. Đường thẳng BF lần lượt cắt AM, AE, AD theo thứ tự tại các điểm N, K, I. Chứng minh: $\frac{IK}{IF} = \frac{AK}{AF}$. Suy ra: IF.BK = IK . BF

c) Chứng minh rằng: tam giác ANF là tam giác cân.

Bài 4. (1,0 điểm)

a) Cho a, b > 0. Chứng minh rằng: $3(b^2 + 2a^2) \geq (b + 2a)^2$

b) Cho a, b, c > 0 thỏa mãn $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} \geq \frac{1}{2}$.Chứng minh rằng:

$$\frac{\sqrt{b^2+2a^2}}{ab} + \frac{\sqrt{c^2+2b^2}}{bc} + \frac{\sqrt{a^2+2c^2}}{ca} \geq \sqrt{3}$$

HƯỚNG DẪN CHẤM BÀI THI

TUYỂN SINH LỚP 10 TRUNG HỌC PHỔ THÔNG HẢI PHÒNG

I. Phần 1: Trắc nghiệm khách quan (2,0 điểm). Mỗi câu đúng được 0,25 điểm

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8
Đáp án	C	B	B	D	A	A	C	D

II. Phần 2. Tự luận (8,0 điểm)

Bài 1. (2,0 điểm)

a) $A = 5\sqrt{5} - 12\sqrt{5} + 6\sqrt{5} - 4\sqrt{5} = -5\sqrt{5}$

b)

$$B = (3\sqrt{2} + \sqrt{6})\sqrt{6 - 3\sqrt{3}} = (3 + \sqrt{3})\sqrt{12 - 6\sqrt{3}}$$

$$= (3 + \sqrt{3})\,|3 - \sqrt{3}| = (3 + \sqrt{3})(3 - \sqrt{3}) = 9 - 3 = 6$$

2.

$$a)\begin{cases}3x+y=8\\7x-2y=23\end{cases} <=> \begin{cases}6x+2y=16\\7x-2y=23\end{cases} <=> \begin{cases}13x=39\\3x+y=8\end{cases} <=> \begin{cases}x=3\\y=-1\end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất (x, y) = (3; -1)

b) $\frac{x+3}{4}+1<x+\frac{x+2}{3} <=> 3x+9+12<12x+4x+8 <=> -13x<-13 <=> x>1$

Vậy bất phương trình có nghiệm x > 1.

Bài 2. (2,0 điểm)

1. a) Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P)

$x^2=(5m-1)x-6m^2+2m$

$<=> x^2-(5m-1)x+6m^2-2m=0$

$\Delta=(m-1)^2$

Để (d) và (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt

$<=> \Delta > 0$ $<=>$ $m \neq 1$.

b)(d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt khi $m \neq 1$.

hệ thức Vi-ét với phương trình (1) có $\begin{cases}x_1+x_2=5m-1\\x_1x_2=6m^2-2m\end{cases}$

Lại có:

$x_1^{\ 2}+x_2^{\ 2}=1$

$<=> (x_1+x_2)^2-2x_1x_2=1$

$<=> (5m-1)^2-2(6m^2-2m)=1$

$<=> 13m^2-6m=0$

$<=> \left[\begin{array}{l}m=0(TM)\\m=\frac{6}{13}(TM)\end{array}\right.$

Vậy với m = 0;m=$\frac{6}{13}$ thì (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt thỏa mãn đầu bài.

2. Gọi diện tích rừng mà mỗi tuần lâm trường dự định trồng là x (ha). (Điều kiện: x > 0)

Theo dự định, thời gian trồng hết 75 ha rừng là: $\frac{75}{x}$ (tuần)

Vì mỗi tuần lâm trường trồng vượt mức 5 ha so với dự định nên thực tế mỗi tuần lâm trường trồng được x + 5 (ha)

Do đó thời gian thực tế lâm trường trồng hết 80 ha rừng là $\frac{80}{x+5}$ (tuần)

Vì thực tế, lâm trường trồng xong sớm so với dự định là 1 tuần nên ta có phương trình:

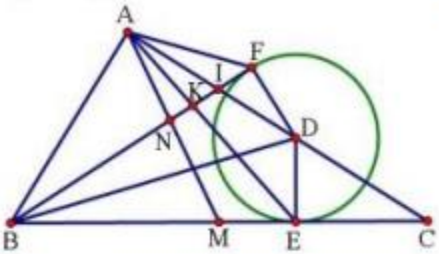
$$\frac{75}{x}-\frac{80}{x+5}=1$$

Giải ra ta được: x = 15 (thỏa mãn điều kiện); x = -20 (loại)

Vậy mỗi tuần lâm trường dự định trồng 15 ha rừng.

Bài 3. (3,0 điểm)

Vẽ hình đúng cho phần a)



a) Theo tính chất tiếp tuyến, ta có: $BED = BFD = 90^o$

Mà $BAD = BAC = 90^o$ (giả thiết)

Do đó: $BED = BFD = BAD = 90^o$

Vậy: Năm điểm A, B, E, D, F cùng thuộc đường tròn đường kính BD.

b) Gọi (O) là đường tròn đường kính BD.

Trong đường tròn (O), ta có:

Cung DE = cung DF (do DE, DF là bán kính đường tròn (D)) => $EAD = DAF$

Suy ra: AD là tia phân giác hay AI là tia phân giác của ΔKAF

Theo tính chất phân giác ta có $\frac{IK}{IF} = \frac{AK}{AF}$ (1)

Vì AB ⊥ AI nên AB là tia phân giác ngoài tại đỉnh A của ΔKAF.

Theo tính chất phân giác ta có: $\frac{BK}{BF} = \frac{AK}{AF}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $\frac{IK}{IF} = \frac{BK}{BF}$

Vậy IF . BK = IK. BF (đpcm)

c) Ta có: AM là trung tuyến thuộc cạnh huyền BC nên AM = MC,

Do đó ΔAMC cân tại M, suy ra: $MCA = MAC$

Từ đó $NAF = MAC + DAF = MCA + EAC$ (vì AI là tia phân giác của góc EAF)

Mà $AEB = MCA + EAC$ (góc ngoài của tam giác AEC)

Nên $NAF = AEB$

Mặt khác $AFB = AEB$ (góc nội tiếp cùng chắn cung AB)

=> $NAF = BFA = NFA$

Vậy: ΔANF cân tại N (đpcm)

Bài 4. (1,0 điểm)

a) Ta có: $3(b^2 + 2a^2) \geq (b + 2a)^2$

<=> $3b^2 + 6a^2 \geq b^2 + 4ab + 4a^2$

<=> $2(a - b)^2 \geq 0$ ∀a; b

Dấu “ ” xảy ra khi và chỉ khi a = b

b) Theo câu a

$3(b^2+2a^2)\ge(b+2a)^2 \Rightarrow \sqrt{b^2+2a^2}\ge\frac{b+2a}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow \frac{\sqrt{b^2+2a^2}}{ab}\ge\frac{bc+2ac}{\sqrt{3}abc}(1)$

Chứng minh tương tự:

$\frac{\sqrt{c^2+2b^2}}{bc}\ge\frac{ca+2ab}{\sqrt{3}abc}(2)$

$\frac{\sqrt{a^2+2c^2}}{ca}\ge\frac{ab+2bc}{\sqrt{3}abc}(3)$

Cộng (1), (2) và (3) vế với vế ta được

$$\frac{\sqrt{b^2+2a^2}}{ab}+\frac{\sqrt{c^2+2b^2}}{bc}+\frac{\sqrt{a^2+2c^2}}{ca}\ge\frac{3(ab+bc+ca)}{\sqrt{3}abc}=\sqrt{3}(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c})(4)$$

Áp dụng BĐT $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\ge\frac{4}{x+y}$ với x,y>0 ta có:

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{1}{2}(\frac{2}{a}+\frac{2}{b}+\frac{2}{c})\ge\frac{1}{2}(\frac{4}{a+b}+\frac{4}{b+c}+\frac{4}{c+a})=2(\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}+\frac{1}{c+a})\ge 1(5)$$

Từ (4) và (5) suy ra

$$\frac{\sqrt{b^2+2a^2}}{ab}+\frac{\sqrt{c^2+2b^2}}{bc}+\frac{\sqrt{a^2+2c^2}}{ca}\ge\sqrt{3}$$

Dấu "=" xảy ra khi a = b = c = 3.

ĐỀ 545

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
LONG AN
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC 2014-2015
Môn thi: TOÁN (CÔNG LẬP)
Ngày thi: 28/6/2014
Thời gian: 120 phút *(không kể phát đề)*

Câu 1: ***(2 điểm)***

Bài 1: Thực hiện phép tính: $A=\sqrt{(2\sqrt{5}+1)^2}-\sqrt{20}$

Bài 2: Rút gọn biểu thức: $B=\frac{3}{\sqrt{x}-2}+\frac{4}{\sqrt{x}+2}-\frac{12}{x-4}(x\ge 0; x\ne 4)$

Bài 3: Giải phương trình sau: $\sqrt{4x-8}-\sqrt{x-2}=2$

Câu 2: ***(2 điểm)***

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho Parabol (P) : y= x^2 và đường thẳng (d) : y = −x +2 .

a) Hãy vẽ (P) và (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy .
b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d)
c) Viết phương trình đường thẳng (d_1) : y=ax+b. Biết rằng (d_1) song song với (d) và cắt (P) tại

điểm A có hoành độ là 2

Câu 3: ***(2 điểm)***

a) Giải phương trình: $3x^2-5x+2=0$

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x+y=3 \\ 3x-y=5 \end{cases}$

c) Cho phương trình: $x^2-2x+m=0$ (với x là ẩn số, $m\neq 0$ là tham số). Tìm giá trị m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1 ;x_2 thỏa mãn $\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}=\frac{-10}{3}$

Câu 4: ***(4 điểm)***

Bài 1: ***(1 điểm)***

Cho tam giác ABC vuông tại A , AH là đường cao (H ∈ BC) có AH = 6cm ; HC = 8cm . Tính độ dài AC , BC và AB .

Bài 2: ***(3 điểm)***

Cho đường tròn (O;R) và một điểm S nằm ngoài đường tròn (O) . Từ S kẻ hai tiếp tuyến SA và SB với đường tròn (O) . (A và B là hai tiếp điểm)

a) Chứng minh tứ giác SAOB nội tiếp và SO vuông góc AB.

b) Vẽ đường thẳng a đi qua S và cắt (O) tại hai điểm M và N (với a không đi qua tâm O, M nằm giữa S và N).Gọi H là giao điểm của SO và AB; I là trung điểmcủa MN. Hai đường thẳng OI và AB cắt nhau tại E.

1) Chứng minh: $OI.OE=R^2$

2) Cho SO=2R và $MN=R\sqrt{3}$. Hãy tính SM theo R.

---- HẾT ----

Giám thị không giải thích gì thêm

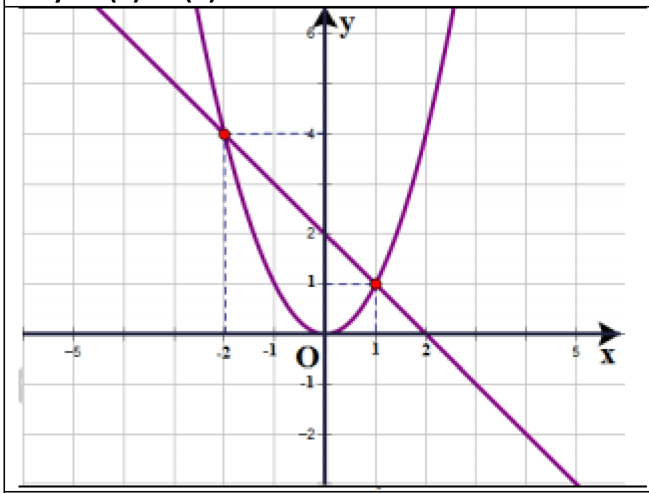
Họ và tên thí sinh:.. Số báo danh:...

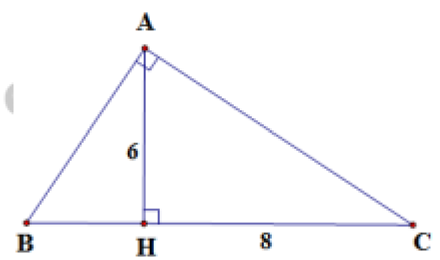
Chữ kí giám thị 1:.. Chữ kí giám thị 2:

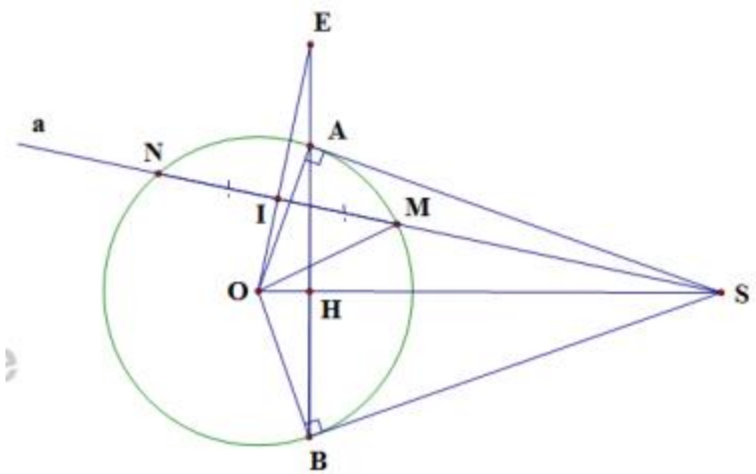
..

HƯỚNG DẪN CHẤM

Câu		NỘI DUNG	Điểm
Câu 1	Bài 1 0,5đ	**Thực hiện phép tính:** $A=\sqrt{(2\sqrt{5}+1)^2}-\sqrt{20}$	
		$=2\sqrt{5}+1-2\sqrt{5}$	0,25
		=1	0,25
		Ghi chú: đúng một trong hai hạng tử được 0,25.	
	Bài 2 0,75đ	Rút gọn biểu thức: $B=\frac{3}{\sqrt{x}-2}+\frac{4}{\sqrt{x}+2}-\frac{12}{x-4}(x\geq 0; x\neq 4)$	

		$=\dfrac{3(\sqrt{x}+2)+4(\sqrt{x}-2)-12}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}$	0,25
		$=\dfrac{7\sqrt{x}-14}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}$	0,25
		$=\dfrac{7(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}=\dfrac{7}{\sqrt{x}+2}$	0,25
	Bài 3 0,75đ	Giải phương trình sau: $\sqrt{4x-8}-\sqrt{x-2}=2$	
		Điều kiện: x≥ 2	0,25
		(1)⇔ $\sqrt{x-2}=2$	0,25
		⇔x-2=4 ⇔x=6(nhận) Vậy phương trình có một nghiệm là x=6	0,25
Câu 2		**Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho Parabol (P) : y= x^2 và đường thẳng (d) : y $=-x+2$**	
	a) 1,0đ	**Hãy vẽ (P) và (d)**	
			
		Vẽ đúng (P) qua ba điểm phải có đỉnh O(0;0) .	0,5
		Vẽ đúng (d) qua hai điểm.	0,5
	b) 0,5đ	**Tìm tọa độ giao điểm của** (P) **và (d).**	
		Dựa vào đồ thị hàm số ta có: hai giao điểm (1;1) và (2;4)	0,5
		Ghi chú: ** Mặt phẳng Oxy (gốc tọa độ O,x, y) thiếu hai trong ba yếu tố không chấm đồ thị.* ** Thiếu chiều dương cả Ox, Oy không chấm đồ thị.* ** Vẽ đồ thị sai:* *- Chấm bảng giá trị (P) qua ba điểm 0,25.* *- (d) qua hai điểm 0,25.*	
	c) 0,5đ	**Viết phương trình đường thẳng (d_1) : y=ax+b. Biết rằng (d_1) song song với (d) và cắt (P) tại điểm A có hoành độ là 2**	

		(d_1) song song với (d)=>a=-1 Ta có A(2;4) thuộc (P) =>2a+b=4=>b=6	0,25
		Vậy (d_1): y=-x+6	0,25
		Ghi chú: tính đúng a hoặc b được 0,25.	
Câu 3	a) 0,5đ	**Giải phương trình:** $3x^2-5x+2=0$	
		Tính được Δ =1 hoặc nhận xét a+b+c=0	0,25
		Tính đúng được hai nghiệm $x_1=1; x_2=\frac{2}{3}$	0,25
	b) 0,5đ	**Giải hệ phương trình:** $\begin{cases} x+y=3 \\ 3x-y=5 \end{cases}$	
		$<=> \begin{cases} 4x=8 \\ x+y=3 \end{cases}$	0,25
		$<=> \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$	0,25
	c) 1,0đ	**Cho phương trình:** $x^2-2x+m=0$ **(với x là ẩn số,** $m\neq 0$ **là tham số). Tìm giá trị m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1 ;x_2 thỏa mãn** $\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}=\frac{-10}{3}$	
		Để phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1;x_2 <=> \Delta'>0 <=> m<1$	0,25
		Ta có: $\begin{cases} S=x_1+x_2=2 \\ P=x_1x_2=m \end{cases}$	0,25
		$\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}=\frac{-10}{3} <=> \frac{x_1{}^2+x_2{}^2}{x_1x_2}=\frac{-10}{3} <=> \frac{(x_1+x_2)^2-2x_1x_2}{x_1x_2}=\frac{-10}{3}$ $<=> \frac{2^2-2m}{m}=\frac{-10}{3} <=> 12-6m+10m=0 <=> 12+4m=0$	0,25
		m= -3(thỏa mãn) Vậy m=-3	0,25
Câu 4	Bài 1 1,0đ	**Cho tam giác ABC vuông tại A , AH là đường cao (H ∈ BC) có AH = 6cm ; HC = 8cm . Tính độ dài AC , BC và AB .** 	
		Ta có: $AC^2=AH^2+HC^2$	0,25

		$=> AC^2 = 100 => AC = 10(cm)$	0,25
		Mà $AC^2 = BC.HC => BC = \dfrac{CA^2}{HC} = 12,5(cm)$	0,25
		$AB.AC = AH.BC => AB = \dfrac{AH.BC}{AC} = 7,5(\text{cm})$	0,25
	Bài 2 3,0đ		
		Hình vẽ: đường tròn (O); hai tiếp tuyến SA SB	0,25
		a) Chứng minh tứ giác SAOB nội tiếp và SO vuông góc AB. **Chứng minh tứ giác SAOB nội tiếp. (0,5)**	
		SA và SB là hai tiếp tuyến của đường tròn (O) => $SAO = SBO = 90^o$	0,25
		$=> SAO + SBO = 180^o$ =>Tứ giác SAOB là tứ giác nội tiếp.	0,25
		Chứng minh SO vuông góc AB . **(0,5)**	
		SA và SB là hai tiếp tuyến của đường tròn (O) O $\Rightarrow$ SA=SB Mà OA=OB=R =>SO là đường trung trực AB	0,25
		=>SO vuông AB	0,25
		b) **1)Chứng minh:OI=OE=R^2 (1,0)**	
		Tam giác AOI vuông tại A có AH là đường cao =>OA^2=OH.OS=R^2 (1)	0,25
		I là trung điểm MN,MN không qua O=>OI vuông MN	0,25
		Xét tam giác OHE vuông tại H và tam giác OIS vuông tại I có: EOH chung => tam giác OHE đồng dạng với tam giác OIS $=> \dfrac{OE}{OS} = \dfrac{OH}{OI} => OI.OE = OH.OS(2)$	0,25
		Từ (1) và (2) suy ra OI.OE=R^2	0,25
		2)Cho SO=2R và $MN = R\sqrt{3}$ **. Hãy tính SM theo R.**	

		Tam giác OIM vuông tại I=> $OI=\sqrt{OM^2-IM^2}=\frac{R}{2}$	0,25
		Tam giác OIS vuông tại I => $SI=\sqrt{SO^2-OI^2}=\sqrt{4R^2-\frac{R^2}{4}}=\frac{R\sqrt{15}}{2}$	0,25
		$SM=SI-IM=\frac{R\sqrt{15}}{2}-\frac{R\sqrt{3}}{2}=\frac{R}{2}(\sqrt{15}-\sqrt{3})$	0,25

ĐỀ 546

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐĂK LĂK
ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 TRUNG HỌC PHỔ THÔNG
NĂM HỌC 2013 – 2014
MÔN THI: TOÁN HỌC
(Thời gian 120 phút không kể thời gian giao đề)
Ngày thi: 25/6/2013

Câu 1: (1,5 điểm)

1) Rút gọn biểu thức: A= $\sqrt{12}+\sqrt{27}-\sqrt{48}$
2) Chứng minh rằng: $\frac{x\sqrt{y}+y\sqrt{x}}{\sqrt{xy}}:\frac{1}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}=x-y$; với x>0;y>0 và x $\neq$ y

Câu 2: (2,0 điểm)

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}2x+y=1\\3x+4y=-1\end{cases}$
2) Giải phương trình: $\frac{x}{x-1}+\frac{2}{x^2-4x+3}=0$

Câu 3: (2,0 điểm)

Cho phương trình $x^2+2(m+1)x+m^2=0$ (m là tham số)

1) Tìm m để phương trình có nghiệm.
2) Tìm m để phương trình có hai nghiệm $x_1;x_2$ sao cho: $x_1^2+x_2^2-5x_1x_2=13$

Câu 4: (3,5 điểm)

Cho đường tròn (O), đường kính AB. Vẽ các tiếp tuyến Ax, By của đường tròn. M là một điểm trên đường tròn (M khác A, B). Tiếp tuyến tại M của đường tròn cắt Ax, By lần lượt tại P, Q

1) Chứng minh rằng: tứ giác APMO nội tiếp
2) Chứng minh rằng : AP + BQ = PQ
3) Chứng minh rằng : $AP.BQ=AO^2$
4) Khi điểm M di động trên đường tròn (O), tìm các vị trí của điểm M sao cho diện tích tứ giác APQB nhỏ nhất

Câu 5: (1,0 điểm)

Cho các số thực x, y thỏa mãn: x + 3y = 5. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:
$A=x^2+y^2+16y+2x$

SƠ LƯỢC BÀI GIẢI

Câu 1: (1,5 điểm)

$1) A=\sqrt{12}+\sqrt{27}-\sqrt{48}=2\sqrt{3}+3\sqrt{3}-4\sqrt{3}=\sqrt{3}$

2) $\dfrac{x\sqrt{y}+y\sqrt{x}}{\sqrt{xy}}:\dfrac{1}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}=\dfrac{\sqrt{xy}(\sqrt{x}+\sqrt{y})}{\sqrt{xy}}.(\sqrt{x}-\sqrt{y})=x-y$

Câu 2: (2,0 điểm)

1) $\begin{cases}2x+y=1\\3x+4y=-1\end{cases} <=> \begin{cases}y=1-2x\\3x+4(1-2x)=-1\end{cases} <=> \begin{cases}y=1-2x\\-5x=-5\end{cases} <=> \begin{cases}x=1\\y=-1\end{cases}$

2) ĐK: $x\neq 1, x\neq 3$

$$\frac{x}{x-1}+\frac{2}{x^2-4x+3}=0 <=> \frac{x}{x-1}+\frac{2}{(x-1)(x-3)}=0$$

$$<=> x(x-3)+2=0$$

$$<=> x^2-3x+2=0$$

Vì a + b + c = 1 – 3 + 2 = 0$\Rightarrow x_1$ = 1 (không TMĐK), x_2 = 2 (TMĐK)

Vậy phương trình có một nghiệm là $x = 2$

Câu 3: (2,0 điểm)

1) Phương trình có nghiệm khi $\Delta'=(m+1)^2-m^2\geq 0 <=> 2m+1\geq 0 <=> m\geq\dfrac{-1}{2}$

2) Phương trình có hai nghiệm x1 ,x2 khi $m\geq\dfrac{-1}{2}$ (theo câu 1).Theo Vi-ét ta có

$$\begin{cases}x_1+x_2=-2(m+1)\\x_1x_2=m^2\end{cases}$$

Khi đó

$$x_1^{\ 2}+x_2^{\ 2}-5x_1x_2=13$$

$$<=> (x_1+x_2)-7x_1x_2=13$$

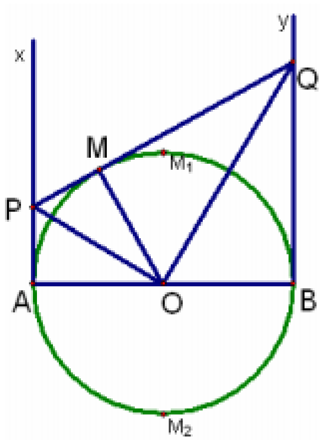
$$<=> 4(m+1)^2-7m^2=13$$

$$<=> 3m^2-8m+9(*)$$

Vì $\Delta'=16-27=-11<0 => (*)$ vô nghiệm

Vậy không tồn tại giá trị nào của m để phương trình $x^2+2(m+1)x+m^2=0$ có 2 nghiệm x_1 ,x_2 sao cho $x_1^2+x_2^2-5x_1x_2=13$

Câu 4: (3,5 điểm)



1) Xét tứ giác APMQ, ta có:

$OAP = OMP = 90^o$ (vì PA, PM là tiếp tuyến của (O))

Vậy tứ giác APMO nội tiếp.

2)Ta có AP = MP (AP, MP là tiếp tuyến của (O))

BQ = MQ (BQ, MQ là tiếp tuyến của (O))

$\Rightarrow$ AP+BQ=MP+MQ=PQ

3) Ta có OP là phân giác góc *AOM* (AP, MP là tiếp tuyến của (O))

OQ là phân giác góc *BOM* (BQ, MQ là tiếp tuyến của (O))

Mà góc *AOM* +góc *BOM* =180^0 (hai góc kề bù) $\Rightarrow$ = *POQ*=90^o

Xét ΔPOQ, ta có: *POQ*= 90^0 (cmt), *OM PQ* $\perp$ (PQ là tiếp tuyến của (O) tại M)

$\Rightarrow$ MP.MQ=OM^2 (hệ thức lượng)

Lại có MP=AP;MQ=BQ (cmt), OM=*AO* (bán kính)

Do đó AP.BQ=AO^2

4)Tứ giác APQB có: AP//BQ(AP$\perp$AB,BQ$\perp$AB), nên tứ giác APQB là hình thang vuông

$$=> S_{APQB} = \frac{(AP+BQ)AB}{2} = \frac{PQ.AB}{2}$$

Mà AB không đổi nên S_{APQB} đạt GTNN

$\Leftrightarrow$PQ nhỏ nhất $\Leftrightarrow$PQ=AB$\Leftrightarrow$PQ//AB$\Leftrightarrow$OM vuông AB

$\Leftrightarrow$M là điểm chính giữa cung AB.Tức là M trùng M_1 hoăc M trùng M_2 (hình vẽ) thì S_{APQB} đạt GTNN là

$$\frac{AB^2}{2}$$

Câu 5: (1,0 điểm)

Ta có x+3y=5=>x=5-3y

Khi đó A=$x^2 + y^2$ +16y+2x=$(5-3y)^2+y^2$+16y+2(5-3y)=$10y^2$-20y+35

=$10(y-1)^2+25\geq 25$(vì $10(y-1)^2\geq 0$ với mọi y)

Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases} x=5-3y \\ 10(y-1)^2=0 \end{cases} <=> \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$

Vậy GTNN của A=25 khi $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$

ĐỀ 547

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM HÀ NỘI

CỘNG HÒA XÃ HỘI CHỦ NGHĨA VIỆT NAM
Độc lập – Tự do – Hạnh phúc

ĐỀ THI TUYỂN SINH
VÀO TRƯỜNG TRUNG HỌC PHỔ THÔNG CHUYÊN 2016
Môn thi: TOÁN
(Dùng cho mọi thí sinh thi vào Trường Chuyên)
Thời gian làm bài: 120 phút

Câu 1 (2 điểm). Cho biểu thức $P=\left(\dfrac{\sqrt{1+a}}{\sqrt{1+a}-\sqrt{1-a}}+\dfrac{1-a}{\sqrt{1-a^2}-1+a}\right)\left(\sqrt{\dfrac{1}{a^2}-1}-\dfrac{1}{a}\right)$ với 0 < a < 1.

Chứng minh rằng P = –1

Câu 2 (2,5 điểm). Cho parabol (P): y = $-x^2$ và đường thẳng d: y = 2mx – 1 với m là tham số.

a) Tìm tọa độ giao điểm của d và (P) khi m = 1

b) Chứng minh rằng với mỗi giá trị của m, d luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B. Gọi y_1, y_2 là tung độ của A, B. Tìm m sao cho $|y_1^2-y_2^2|=3\sqrt{5}$

Câu 3 (1,5 điểm). Một người đi xe máy từ địa điểm A đến địa điểm B cách nhau 120 km. Vận tốc trên $\dfrac{3}{4}$ quãng đường AB đầu không đổi, vận tốc trên $\dfrac{1}{4}$ quãng đường AB sau bằng $\dfrac{1}{2}$ vận tốc trên $\dfrac{3}{4}$ quãng đường AB đầu. Khi đến B, người đó nghỉ 30 phút và trở lại A với vận tốc lớn hơn vận tốc trên $\dfrac{3}{4}$ quãng đường AB đầu tiên lúc đi là 10 km/h . Thời gian kể từ lúc xuất phát tại A đến khi xe trở về A là 8,5 giờ. Tính vận tốc của xe máy trên quãng đường người đó đi từ B về A?

Câu 4 (3,0 điểm). Cho ba điểm A, M, B phân biệt, thẳng hàng và M nằm giữa A, B. Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng AB, dựng hai tam giác đều AMC và BMD. Gọi P là giao điểm của AD và BC.

a) Chứng minh AMPC và BMPD là các tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh $\sqrt{CP.CB}+\sqrt{DP.DA}=AB$

c) Đường thẳng nối tâm của hai đường tròn ngoại tiếp hai tứ giác AMPC và BMPD cắt PA, PB tương ứng tại E, F. Chứng minh CDFE là hình thang.

Câu 5 (1,0 điểm). Cho a, b, c là ba số thực không âm và thỏa mãn: a + b + c = 1. Chứng minh rằng

$$\sqrt{5a+4}+\sqrt{5b+4}+\sqrt{5c+4}\ge 7$$

————Hết————

ĐÁP ÁN

Câu 1

Với 0 < a < 1 ta có:

$$P=\left[\frac{\sqrt{1+a}}{\sqrt{1+a}-\sqrt{1-a}}+\frac{\left(\sqrt{1-a}\right)^2}{\sqrt{(1-a)(1+a)}-\left(\sqrt{1-a}\right)^2}\right]\left(\sqrt{\frac{1-a^2}{a^2}}-\frac{1}{a}\right)$$

$$=\left[\frac{\sqrt{1+a}}{\sqrt{1+a}-\sqrt{1-a}}+\frac{\left(\sqrt{1-a}\right)^2}{\sqrt{1-a}\left(\sqrt{1+a}-\sqrt{1-a}\right)}\right]\left[\sqrt{\frac{(1-a)(1+a)}{a^2}}-\frac{1}{a}\right]$$

$$=\left[\frac{\sqrt{1+a}}{\sqrt{1+a}-\sqrt{1-a}}+\frac{\sqrt{1-a}}{\sqrt{1+a}-\sqrt{1-a}}\right]\left(\frac{\sqrt{1-a}.\sqrt{1+a}}{a^2}-\frac{1}{a}\right)$$

$$=\frac{\sqrt{1+a}+\sqrt{1-a}}{\sqrt{1+a}-\sqrt{1-a}}.\frac{2\sqrt{1-a}.\sqrt{1+a}-(1-a)-(1+a)}{2a}$$

$$=\frac{\sqrt{1+a}+\sqrt{1-a}}{\sqrt{1+a}-\sqrt{1-a}}.\frac{-\left(\sqrt{1+a}-\sqrt{1-a}\right)^2}{2a}$$

$$=-\frac{\left(\sqrt{1+a}+\sqrt{1-a}\right)\left(\sqrt{1+a}-\sqrt{1-a}\right)}{2a}$$

$$=-\frac{1+a-1+a}{2a}=-\frac{2a}{2a}=-1$$

Câu 2

a) Khi m = 1 ta có d : y = 2x – 1 và (P): y = $-x^2$

Phương trình hoành độ giao điểm của d và (P) là:

Với $x=-1+\sqrt{2}\Rightarrow y=-3+2\sqrt{2}$

Với $x=-1-\sqrt{2}\Rightarrow y=-3-2\sqrt{2}$

Vậy các giao điểm là $\left(-1+\sqrt{2};-3+2\sqrt{2}\right);\left(-1-\sqrt{2};-3-2\sqrt{2}\right)$

b) Phương trình hoành độ giao điểm của d và (P): $-x^2 = 2mx - 1 \Leftrightarrow x^2 + 2mx - 1 = 0$ (*)
Phương trình (*) có $\Delta' = m^2 + 1 > 0 \Rightarrow$ (*) luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 $\forall$ m hay d luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

Áp dụng Viét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -2m \\ x_1x_2 = -1 \end{cases}$

$\Rightarrow |x_1 - x_2| = \sqrt{(x_1 - x_2)^2} = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2} = \sqrt{4m^2 + 4} = 2\sqrt{m^2 + 1}$

Khi đó ta có $\begin{cases} y_1 = 2mx_1 - 1 \\ y_2 = 2mx_2 - 1 \end{cases} \Rightarrow |y_1^2 - y_2^2| = |(2mx_1 - 1)^2 - (2mx_2 - 1)^2|$

$\Rightarrow |y_1^2 - y_2^2| = |(2mx_1 - 1 - 2mx_2 + 1)(2mx_1 - 1 + 2mx_2 - 1)| = |4m(x_1 - x_2)[m(x_1 + x_2) - 1]|$

$= |4m(2m^2 + 1)(x_1 - x_2)| = 4\left|m(2m^2 + 1)\right||x_1 - x_2| = 4|m|(2m^2 + 1)2\sqrt{m^2 + 1}$

Ta có $|y_1^2 - y_2^2| = 3\sqrt{5} \Leftrightarrow 64m^2(2m^2 + 1)^2(m^2 + 1) = 45 \Leftrightarrow 64(4m^4 + 4m^2 + 1)(m^4 + m^2) = 45$

Đặt $m^4 + m^2 = t \geq 0$ có phương trình $64t(4t + 1) = 45 \Leftrightarrow 256t^2 + 64t - 45 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{5}{16}$ (vì t ≥ 0)

Suy ra $m^4 + m^2 = \frac{5}{16} \Leftrightarrow 16m^4 + 16m^2 - 5 = 0 \Leftrightarrow m = \pm\frac{1}{2}$

Vậy $m = \pm\frac{1}{2}$

Câu 3

Gọi vận tốc của người đi xe máy trên $\frac{3}{4}$ quãng đường AB đầu (90 km) là x (km/h) (x > 0)

Vận tốc của người đi xe máy trên $\frac{1}{4}$ quãng đường AB sau là 0,5x (km/h)

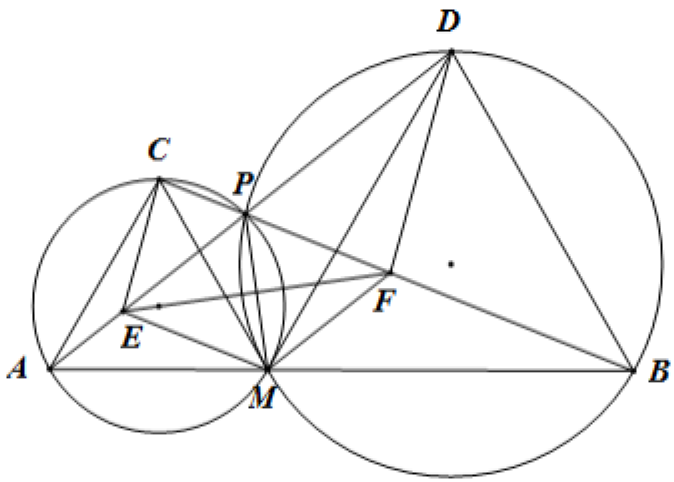
Vận tốc của người đi xe máy khi quay trở lại A là x + 10 (km/h)

Tổng thời gian của chuyến đi là $\frac{90}{x} + \frac{30}{0,5x} + \frac{120}{x + 10} + \frac{1}{2} = 8,5$

$\Leftrightarrow \frac{90}{x} + \frac{60}{x} + \frac{120}{x + 10} = 8 \Leftrightarrow \frac{150}{x} + \frac{120}{x + 10} = 8 \Leftrightarrow 75(x + 10) + 60x = 4x(x + 10)$

$\Leftrightarrow 4x^2 - 95x - 750 = 0 \Leftrightarrow x = 30$ (do x > 0)
Vậy vận tốc của xe máy trên quãng đường người đó đi từ B về A là 30 + 10 = 40 (km/h)

Câu 4



a) Vì $CMA = DMB = 60^o \Rightarrow CMB = DMA = 120^o$. Xét Δ CMB và Δ AMD có

$$\begin{cases} CM = AM \\ CMB = DMA \Rightarrow \Delta CMB = \Delta AMD(c.g.c) \Rightarrow \begin{cases} MCB = MAD \\ MBC = MDA \end{cases} \\ MB = MD \end{cases}$$

Suy ra AMPC và BMPD là các tứ giác nội tiếp

b) Vì AMPC là tứ giác nội tiếp nên

$$CPM = 180^o - CAM = 120^o = CMB \Rightarrow \Delta CPM \sim \Delta CMB(g.g) \Rightarrow \frac{CP}{CM} = \frac{CM}{CB}$$

$\Rightarrow CP.CB = CM^2 \Rightarrow \sqrt{CP.CB} = CM$. Tương tự $\sqrt{DP.DA} = DM$

Vậy $\sqrt{CP.CB} + \sqrt{DP.DA} = CM + DM = AM + BM = AB$

c) Ta có EF là đường trung trực của PM ⇒ EP = EM ⇒ Δ EPM cân tại E

Mặt khác EPM = ACM = 60° (do AMPC là tứ giác nội tiếp) nên Δ EPM đều

⇒ PE = PM . Tương tự PF = PM

Ta có CM // DB nên PCM = PBD

Mà BMPD là tứ giác nội tiếp nên PBD = PMD. Suy ra PCM = PMD

Ta lại có CPM = DPM = 120° $\Rightarrow \Delta CPM \sim \Delta MPD(g.g) \Rightarrow \frac{CP}{MP} = \frac{PM}{PD} \Rightarrow \frac{CP}{PF} = \frac{PE}{PD}$

Theo định lý Talét đảo ta có CE // DF ⇒ CDFE là hình thang.

Câu 5

Vì a, b, c không âm và có tổng bằng 1 nên $0 \le a,b,c \le 1 \Rightarrow \begin{cases} a(1-a) \ge 0 \\ b(1-b) \ge 0 \\ c(1-c) \ge 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \ge a^2 \\ b \ge b^2 \\ c \ge c^2 \end{cases}$

Suy ra $\sqrt{5a+4} \ge \sqrt{a^2+4a+4} = \sqrt{(a+2)^2} = a+2$

Tương tự $\sqrt{5b+4} \ge b+2; \sqrt{5c+4} \ge c+2$

Do đó $\sqrt{5a+4}+\sqrt{5b+4}+\sqrt{5c+4}\geq(a+b+c)+6=7$ (đpcm)

ĐỀ 548

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BÌNH PHƯỚC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2014 -2015
MÔN : TOÁN
Đề thi môn: TOÁN (chung)
Thời gian làm bài: 120 phút

Câu 1: (2,0 điểm)

1. Tính giá trị của các biểu thức sau:

   $N=1+\sqrt{81}$ $\quad$ $\mathrm{H}=\sqrt{(3+\sqrt{5})^2}+\sqrt{5}$

2. Cho biểu thức G = $\dfrac{x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}-\dfrac{x-1}{\sqrt{x}+1}$ .Tìm x để G có nghĩa và rút gọn G.

Câu 2 (2,0 điểm)

1. Cho parabol (P): y = - x^2 và đường thẳng d: y = 3x +2
   a. Vẽ parabol (P) và đường thẳng d trên cùng một hệ trục toạ độ.
   b. Viết phương trình đường thẳng d' vuông góc với đường thẳng d và tiếp xúc với (P).
2. Không sử dụng máy tính, giải hệ phương trình: $\begin{cases}3x-y=5\\5x+2y=23\end{cases}$

Câu 3: (2,5 điểm)

1. Cho phương trình x^2 + mx + 1 = 0 (1), m là tham số
   a. Giải phương trình (1) khi m = 4
   b.Tìm giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm x1; x2 thoả mãn

   $$\frac{x_1^2}{x_2^2}+\frac{x_2^2}{x_1^2}>7$$

2. Cho mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích 360 m2. Nếu tăng chiều rộng 2m và giảm chiều dài 6m thì diện tích không thay đổi. Tính chu vi của mảnh vườn lúc ban đầu.

Câu 4 : **(1,0 điểm)**

Cho tam giác ABC vuông tại A, có cạnh AB = 6cm, C = 60^0. Hãy tính các cạnh còn lại và đường cao, đường trung tuyến hạ từ A của tam giác ABC.

Câu 5: (2,5 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O;R), các tiếp tuyến tại B và C với đường tròn (O;R) cắt nhau tại E, AE cắt (O;R) tại D (khác điểm A).

1. Chứng minh tứ giác OBEC nội tiếp đường tròn .
2. Từ E kẻ đường thẳng d song song với tiếp tuyến tại A của (O;R), d cắt các đường thẳng AB, AC lần lượt tại P, Q. Chứng minh AB.AP = AD.AE
3. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng BC. Chứng minh EP = EQ và $PAE=MAC$

4. Chứng minh AM.MD = $\dfrac{BC^2}{4}$

------------HẾT-----------

ĐÁP ÁN

Câu 1:

$$1: N = 1 + \sqrt{81} = 1 + 9 = 10$$

$$H = \sqrt{(3-\sqrt{5})^2} + \sqrt{5} = |3-\sqrt{5}| + \sqrt{5} = 3 - \sqrt{5} + \sqrt{5} = 3$$

2:Điều kiện $x \geq 0$ và $x \neq 1$

$$G = \frac{x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{x-1}{\sqrt{x}+1} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}-1} - \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}+1} = \sqrt{x} - (\sqrt{x}-1) = 1$$

Câu 2:

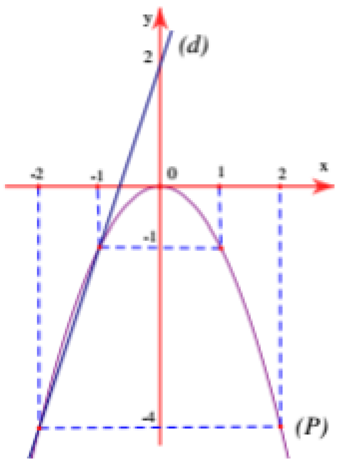
1.

a. + Bảng một số giá trị của (P):

x	-2	-1	0	1	2
y=x^2	-4	-1	0	-1	-4

+ (d) đi qua 2 điểm (0;2) và (-1;-1)

+ Đồ thị:



b:d’ có dạng : y = a’x + b’; d’ $\perp d \Leftrightarrow a.a' = -1$

với a = 3 => $a' = \dfrac{-1}{3} \Rightarrow d': y = \dfrac{-1}{3}x + b'$

Pt hoành độ giao điểm của (P) và d’: -x^2 = $\dfrac{-1}{3}x + b' \Leftrightarrow x^2 - \dfrac{-1}{3}x + b' = 0(*)$

PT (*) có $\Delta = \frac{1}{9} - 4b'$

d tiếp xúc với (P) khi $\Delta = \frac{1}{9} - 4b'$=0⇔ $b' = \frac{1}{36}$

Vậy d có pt: $y = \frac{-1}{3}x + \frac{1}{36}$

2:Hệ pt $\begin{cases} 3x - y = 5 \\ 5x + 2y = 23 \end{cases}$ <=> $\begin{cases} 6x - 2y = 10 \\ 5x + 2y = 23 \end{cases}$ <=> $\begin{cases} 11x = 33 \\ 3x - y = 5 \end{cases}$ <=> $\begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases}$

Vậy hệ pt có nghiệm x=3; y = 4

Câu 3:

1:

a. Khi m = 4 ta có pt: x2 + 4x + 1 = 0 (*)

Pt (*) có $\Delta = 3 > 0$

=>$x_{1,2}$= $-2 \pm \sqrt{3}$

Vậy khi m = 4 pt (1) có 2 nghiệm $x_{1,2}$= $-2 \pm \sqrt{3}$

b: PT (1) có hai nghiệm $x_{1,2}$

$\Delta = m^2 - 4 \ge 0 <=> m^2 \ge 4 <=> |m| \ge 2$

$<=> \left[\begin{array}{l} m \ge 2 \\ m \le -2 \end{array}\right.$

Áp dụng định lý Viet cho pt (1): $\begin{cases} S = x_1 + x_2 = -m \\ P = x_1x_2 = 1 \end{cases}$.Theo đề bài:

$\frac{x_1^2}{x_2^2} + \frac{x_2^2}{x_1^2} > 7 <=> \frac{x_1^4 + x_2^4}{x_1^2.x_2^2} > 7 <=> x_1^4 + x_2^4 > 7(x_1x_2)^2$

$<=> (x_1^2)^2 + (x_2^2)^2 > 7(x_1x_2)^2$

$<=> (x_1^2 + x_2^2)^2 > 9(x_1x_2)^2$

$<=> [(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2]^2 > 9(x_1x_2)^2$

$<=> [(-m)^2 - 2.1]^2 > 9.1^2$

$<=> |m^2 - 2| > 3$

$<=> \left[\begin{array}{l} m^2 - 2 > 3 \\ m^2 - 2 < -3 \end{array}\right. <=> \left[\begin{array}{l} m^2 > 5 \\ m^2 < -1 (VN) \end{array}\right.$

Với $m^2 > 5 <=> \left[\begin{array}{l} m > \sqrt{5} \\ m < -\sqrt{5} \end{array}\right. (TMDK)$

Vậy khi m> $\sqrt{5}$ hoặc m<- $\sqrt{5}$ thì pt (1) có 2 nghiệm thoả mãn $\frac{x_1^2}{x_2^2} + \frac{x_2^2}{x_1^2} > 7$

2:Gọi x(m) là chiều rộng của mảnh vườn hình chữ nhật (x >0)

Chiều dài của mảnh vườn hình chữ nhật : $\frac{360}{x}(m)$

Theo đề bài ta có pt: (x+2)($\frac{360}{x}$-6)=360

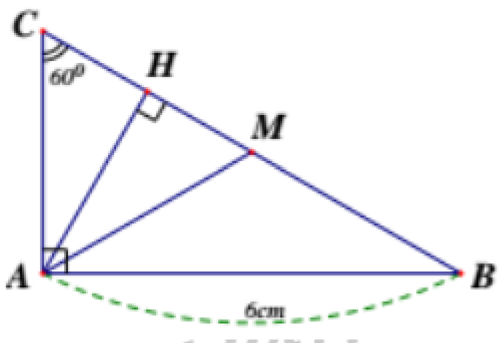
<=>$-6x^2-12x+720=0$

<=>$x^2+2x-120=0$

<=>$\left[\begin{array}{l} x=10(TM) \\ x=-12(L) \end{array}\right.$

Với x=10=> $\frac{360}{x}$=36.Chu vi của mảnh vườn : 2(10+36) = 92 (m^2)

Câu 4 (1,0 điểm)



Tam giác ABC vuông tại A nên :

+ B + C = 90^0 =>B = 30^0

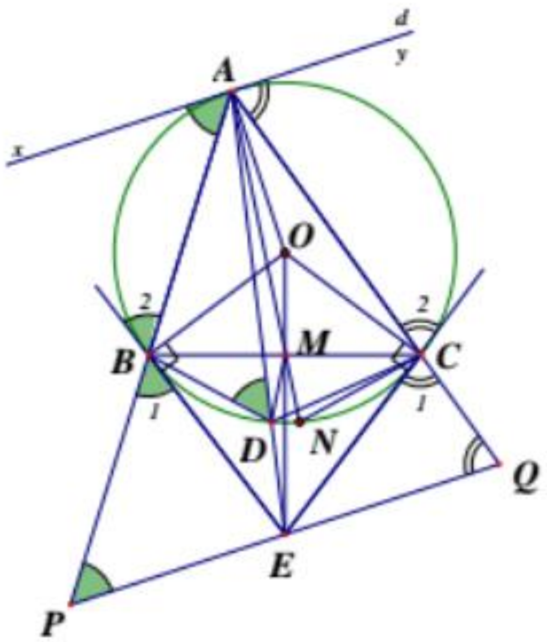
+ AC = AB.tanB = 6.tan30^0 = 6.$\frac{\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{3}(cm)$

$+BC=\sqrt{AB^2+AC^2}=\sqrt{6^2+(2\sqrt{3})^2}=4\sqrt{3}(cm)$

$+AB.AC=BH.\text{AH} => \text{AH}=\frac{AB.AC}{BC}=\frac{6.2\sqrt{3}}{4\sqrt{3}}=3(cm)$

$+AM=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}4\sqrt{3}=2\sqrt{3}(cm)$

Câu 5:



1. (O) có :

- BE là tiếp tuyến tại B=>BE $\perp$ OB=>OBE=90^{O} nhìn đoạn OE (1)
- CE là tiếp tuyến tại C=> CE $\perp$ OB=>OCE=90^{O} nhìn đoạn OE (2)

Từ (1), (2) tứ giác OBEC nội tiếp đường tròn đường kính OE

2. (O) có:

- ADB = BAx (cùng chắn cung AB) (1)
- PQ // d APE = Bax (so le trong) (2)

Từ (1),(2) góc ADB = APE

Tam giác ABD và tam giác AEP có: ADB = APE (cmt) và EAP chung=>tam giác ABD đồng dạng với tam giác AEP (g.g)

=> $\frac{AB}{AE}=\frac{AD}{AP} \Rightarrow AB.AP = AD.AE(\text{DPCM})$

3. (O) có:

Góc BAx = B2 (cùng chắn AB)

Góc B1 = B2 (đối đỉnh)

=>góc BAx=B1

Mà góc BAx = APE (cmt) =>góc B1 = APE=>tam giác BEP cân tại E =>EB=EP(1)

(O) có: CAy = C2 (cùng chắn AC); C1 = C2 (đối nhau)

=>CAy = C1

PQ // d=>CAy=AQE (so le trong)

=>C1 = AQE=>tam giác CEQ cân tại E =>EQ=EC (2)

Hai tiếp tuyến EB và EC cắt nhau tại E=>EB=EC (3)

Từ (1)(2)(3)=>EP=EQ(đpcm)

4.Tam giác ABC và tam giác AQP có:

ACB = APQ (cùng bằng Bax) và PAQ chung=>Tam giác ABC với tam giác AQP đồng dạng (g.g)

$$=> \frac{AC}{AP} = \frac{BC}{PQ} = \frac{2.MC}{2.PE} = \frac{MC}{PE} => \frac{PE}{CM} = \frac{PA}{CA}$$

Tam giác AEP và tam giác AMC có:

$\frac{PE}{CM} = \frac{PA}{CA}$ (cmt)

APE=ACM(cùng bằng Bax)

=>Tam giác AEP đồng dạng với tam giác AMC (c.g.c)=>PAE=MAC(đpcm)

5. Gọi N là giao điểm của tia AM và (O) ta có:

BAN = BCN (cùng chắn BN)

AMB = NMC (đối đỉnh)

=>tam giác AMB đồng dạng CMN (g.g)

$$=> \frac{AM}{CM} = \frac{MB}{MN} => AM.MN = MB.MC = \frac{BC}{2}.\frac{BC}{2} = \frac{BC^2}{4} \text{ (*)}$$

(O) có: Góc PAE=MAC(cmt)=>góc BAD=NAC

Góc BAD nội tiếp chắn cung BD

Góc NAC nội tiếp chắn cung CN

=>BD=CN

Tam giác EBC cân tại E góc EBM = ECM góc EBD + DBM = ECN + NCM

Mà EBD = ECN (chắn 2 cung bằng nhau) DBM = NCM

Tam giác BDM và tam giác CNM có:

MB=MC

DBM=NCM

BD=CN

=> Tam giác BDM= tam giác CNM

=>MD=MN(**)

Từ (*) và (**) => AM.MD = $\frac{BC^2}{4}$ (đpcm)

ĐỀ 549

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TP.ĐÀ NẴNG

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
Năm học : 2015 – 2016
MÔN:TOÁN
Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1: *(1,5 điểm)*

1) Đưa thừa số ra ngoài dấu căn của biểu thức $\sqrt{28a^4}$

2) Tính giá trị của biểu thức :A= $\left(\frac{\sqrt{21}-\sqrt{7}}{\sqrt{3}-1} + \frac{\sqrt{10}-\sqrt{5}}{\sqrt{2}-1}\right) : \frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$

Bài 2: *(1,0 điểm)* Giải hệ phương trình $\begin{cases} \dfrac{3}{2x} - y = 6 \\ \dfrac{1}{x} + 2y = -4 \end{cases}$

Bài 3: *(2,0 điểm)* Cho hàm số y = x^2 có đồ thị (P)

1)Vẽ đồ thị (P)

2) Cho các hàm số y = x + 2 và y = - x + m (với m là tham số) lần lượt có đồ thị là (d) và (dm). Tìm tất cả các giá trị của m để trên một mặt phẳng tọa độ các đồ thị của (P) , (d) và (dm) cùng đi qua một điểm.

Bài 4: *(2,0 điểm)* Cho phương trình x^2 - 2(m – 1)x – 2m = 0, với m là tham số.

1) Giải phương trình khi m = 1.
2) Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m. Gọi x_1 và x_2 là hai nghiệm của phương trình, tìm tất cả các giá trị của m sao cho x_1^2 + x1 – x^2 = 5 – 2m

Bài 5: *(3,5 điểm)*

Từ một điểm A nằm bên ngoài đường tròn (O) kẻ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm)

1) Chứng minh rằng ABOC là tứ giác nội tiếp.
2) Cho bán kính đường tròn (O) bằng 3cm, độ dài đoạn thẳng OA bằng 5cm. Tính độ dài đoạn thẳng BC.
3) Gọi (K) là đường tròn qua A và tiếp xúc với đường thẳng BC tại C. Đường tròn (K) và đường tròn (O) cắt nhau tại điểm thứ hai là M. Chứng minh rằng đường thẳng BM đi qua trung điểm của đoạn thẳng AC.

--------HẾT--------

Họ và tên thí sinh :..........................Số báo danh :...........Phòng thi:...........

ĐÁP ÁN ĐỀ THI VÀO ĐÀ NẰNG NĂM 5 – 2016

Bài 1:

1) $\sqrt{28a^4} = \sqrt{7.4.(a^2)^2} = 2\sqrt{7}\,|\,a^2\,| = 2\sqrt{7}a^2$ (vì $a^2 \geq 0$ với mọi a)

2)

$$A = \left[\frac{\sqrt{7}(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{3}-1} + \frac{\sqrt{5}(\sqrt{2}-1)}{\sqrt{2}-1}\right](\sqrt{7}-\sqrt{5})$$

$$A = (\sqrt{7}+\sqrt{5})(\sqrt{7}-\sqrt{5}) = 7-5 = 2$$

Vậy A = 2

Bài 2: - **ĐK** : x ≠ 0. Ta có :

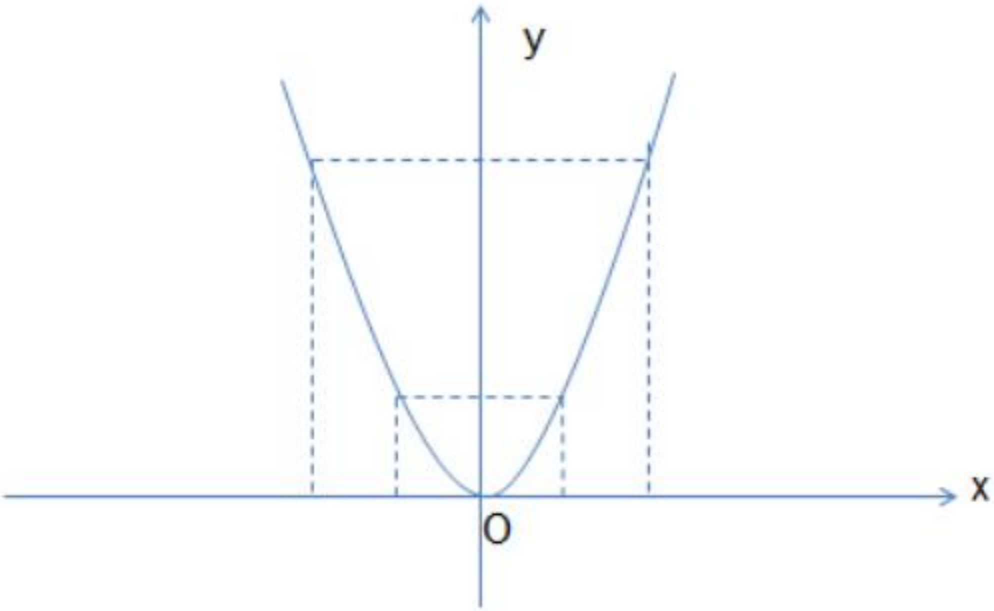
$$\begin{cases} \dfrac{3}{2x} - y = 6 \\ \dfrac{1}{x} + 2y = -4 \end{cases} <=> \begin{cases} 3 - 3xy = 12x \\ 1 + 2xy = -4 \end{cases} <=> \begin{cases} 8x = 4 \\ 1 + 2xy = -4 \end{cases}$$

$$<=> \begin{cases} x = \dfrac{1}{2} \neq 0 (TM) \\ 1 + 2.\dfrac{1}{2}.y = -4.\dfrac{1}{2} \end{cases} <=> \begin{cases} x = \dfrac{1}{2} \\ 1 + y = -2 \end{cases} <=> \begin{cases} x = \dfrac{1}{2} \\ y = -3 \end{cases}$$

Vậy hệ có nghiệm duy nhất $\begin{cases} x = \dfrac{1}{2} \\ y = -3 \end{cases}$

Bài 3 : 1) Lập bảng giá trị và vẽ đồ thị: y = x^2

x	0	1	2
y	0	1	4



2)Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) : $x^2 = x + 2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$(*)

Phương trình (*) có dạng : a – b + c = 0 nên có 2 nghiệm : $\begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = \dfrac{-c}{a} = 2 \end{cases}$

Ta có (d) cắt (P) tại hai điểm A(-1; 1) và B (2; 4).

Để (P), (d) và (dm) cùng đi qua một điểm thì hoặc A$\in$ (dm) hoặc B $\in$ (dm) .

+ Với A(-1; 1) $\in$ (dm) , ta có : 1 = -(-1) + m $\Leftrightarrow$ m = 0

+ Với B(2; 4) $\in$ (dm), ta có : 4 = -2 + m $\Leftrightarrow$ m = 6

Vậy khi m = 0 hoặc m = 6 thì (P), (d) và (dm) cùng đi qua một điểm.

Bài 4 :

1) Thay m = 1 được phương trình : $x^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}$

Vậy khi m = 1, phương trình có hai nghiệm x= $\sqrt{2}$ và x= -$\sqrt{2}$

2) Có $\Delta = b^2 - 4ac = 4(m - 1)^2 + 8m = 4(m^2 - 2m + 1) + 8m = 4m^2 + 4 > 0$ với mọi m nên phương trình đã cho luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi m.

Theo Vi-et ta có : $\begin{cases} x_1 + x_2 = \dfrac{-b}{a} = 2m - 2 (1) \\ x_1.x_2 = \dfrac{c}{a} = -2m (2) \end{cases}$

Theo bài ta có $x_1^2 + x_1 - x_2 = 5 - 2m$ (3).

Từ (1) và (3) ta có hệ (I) :

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m - 2 \\ x_1^{\ 2} + x_1 - x_2 = 5 - 2m \end{cases}$$

$$<=> \begin{cases} x_2 = 2m - 2 - x_1 \\ x_1^{\ 2} + x_1 - (2m - 2 - x_1) = 5 - 2m \end{cases}$$

$$<=> \begin{cases} x_2 = 2m - 2 - x_1 \\ x_1^{\ 2} + 2x_1 = 3 \end{cases}$$

Từ hệ (I) có PT : $x_1^{\ 2} + 2x_1 - 3 = 0 \Rightarrow x_1 = 1$ và $x_1 = -3$

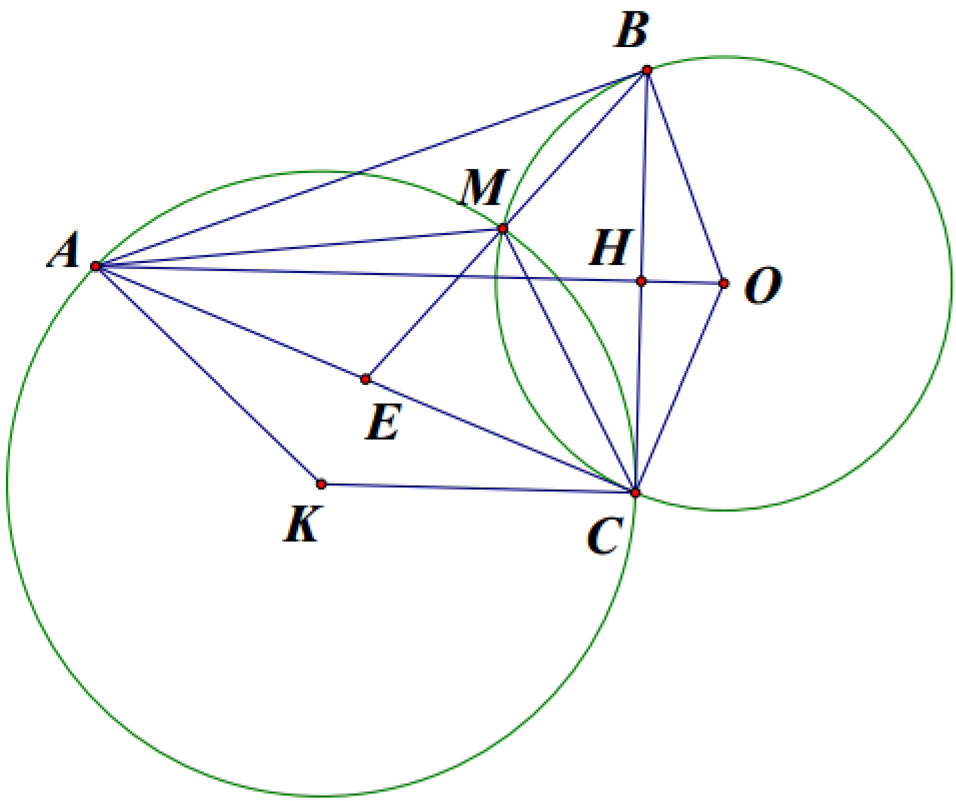
+ Với $x = x_1 = 1$, $x_2 = 2m - 2 - x_1 = 2m - 2 - 1 = 2m - 3$.

Thay vào (2) ta được: 1. (2m-3) = -2m ⇔ 4m = 3 => m=$\frac{3}{4}$

+ Với x = x1 = -3, tương tự như trên ta có m=-$\frac{3}{4}$

Vậy khi m =$\pm\frac{3}{4}$ thì PT có 2 nghiệm x1, x2 thỏa : $x_1^{\ 2} + x_1 - x_2 = 5 - 2m$

Bài 5 : Hình vẽ



a) - Có $AB \perp OB$ (t/c tiếp tuyến) $\Rightarrow$ ABO = 90^0

- Có $AC \perp OC$ (t/c tiếp tuyến) $\Rightarrow$ ACO = 90^0

- Xét tứ giác ABOC có ABO + ACO = 90^0 + 90^0 = 180^0 nên nội tiếp được trong đường tròn.
b) - AB và AC là hai tiếp tuyến của đường tròn (O) nên AO là đường trung trực của BC. Gọi H là giao điểm của AO và BC, ta có BC = 2BH.
- ΔABO vuông tại B có BH là đường cao nên OB^2 = OH.AO
$=> OH = \frac{OB^2}{AO} = \frac{9}{5} cm$
- ΔOBH vuông tại H ⇒ $BH^2 = OB^2 - OH^2$ ⇒ BH = $\frac{12}{5} cm$
Vậy BC = 2BH = $\frac{24}{5} cm$

c)- Gọi E là giao điểm của BM và AC.
- ΔEMC và ΔECB có MEC = CEB và MCE = EBC (Góc nt và góc tạo bởi tia tiếp tuyến CA cùng chắn cung MC của đường tròn (O))
⇒ ΔEMC ∽ ΔECB (g-g) ⇒ EC^2 = EM.EB (*)
- ΔEMA và ΔEAB có $MEA = AEB$ (a) và :
+ Có $MAE = MCB$ (3) (Góc nt và góc tạo bởi tia tiếp tuyến CB cùng chắn cung MC của đường tròn (K))
+ Có $MCB = ABE$ (4) (Góc nt và góc tạo bởi tia tiếp tuyến BA cùng chắn cung MB của đường tròn (O))
+ Từ (3) và (4) ⇒ $MAE = ABE$(b)
- Từ (a) và (b) ⇒ ΔEMA ∽ ΔEAB (g-g) ⇒ EA^2 = EM.EB (**)
- Từ (*) và (**) ⇒ $EC^2 = EA^2$ ⇒ EC = EA. Vậy BM đi qua trung điểm E của AC.

ĐỀ 550

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO	**KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT**
HÀ NỘI	**Năm học: 2014 – 2015**
	MÔN:TOÁN
ĐỀ CHÍNH THỨC	*Thời gian làm bài: 120 phút*

Bài I *(2,0 điểm)*

1) Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$ khi x=9

2) Cho biểu thức $P = (\frac{x-2}{x+2\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}+2}).\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$ với x > 0 và x khác 1

a)Chứng minh rằng $P=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$

b)Tìm các giá trị của x để $2P=2\sqrt{x}+5$

Bài II *(2,0 điểm) Giải bài toán bằng cách lập phương trình:*

Một phân xưởng theo kế hoạch cần phải sản xuất 1100 sản phẩm trong một số ngày quy định. Do mỗi ngày phân xưởng đó sản xuất vượt mức 5 sản phẩm nên phân xưởng đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian quy định 2 ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày phân xưởng phải sản xuất bao nhiêu sản phẩm?

Bài III *(2,0 điểm)*

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \dfrac{4}{x+y}+\dfrac{1}{y-1}=5 \\ \dfrac{1}{x+y}-\dfrac{2}{y-1}=-1 \end{cases}$

2) Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng (d): y = -x + 6 và parabol (P): $y = x^2$.
   a) Tìm tọa độ các giao điểm của (d) và (P).
   b) Gọi A, B là hai giao điểm của (d) và (P). Tính diện tích tam giác OAB.

Bài IV *(3,5 điểm)*

Cho đường tròn (O; R) có đường kính AB cố định. Vẽ đường kính MN của đường tròn (O; R) (M khác A, M khác B). Tiếp tuyến của đường tròn (O; R) tại B cắt các đường thẳng AM, AN lần lượt tại các điểm Q, P.

1) Chứng minh tứ giác AMBN là hình chữ nhật.
2) Chứng minh bốn điểm M, N, P, Q cùng thuộc một đường tròn.
3) Gọi E là trung điểm của BQ. Đường thẳng vuông góc với OE tại O cắt PQ tại điểm F. Chứng minh F là trung điểm của BP và ME // NF.
4) Khi đường kính MN quay quanh tâm O và thỏa mãn điều kiện đề bài, xác định vị trí của đường kính MN để tứ giác MNPQ có diện tích nhỏ nhất.

Bài V *(0,5 điểm)*

Với a, b, c là các số dương thỏa mãn điều kiện a + b + c = 2. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$Q=\sqrt{2a+bc}+\sqrt{2b+ca}+\sqrt{2c+ab}$

BÀI GIẢI

Bài I: (2,0 điểm)

1) Với x = 9 ta có $A = \frac{3+1}{3-1} = 2$

2) a) $P = (\frac{x-2+\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}).\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} = (\frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}).\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$

b)Từ câu 2a ta có

$2P = 2\sqrt{x}+5 <=> \frac{2\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x}+5$

$<=> 2\sqrt{x}+2 = 2x+5\sqrt{x}$ va x>0

<=>2x+3$\sqrt{x}-2=0$ va x>0

<=>$(\sqrt{x}+2)(2\sqrt{x}-1)=0$ va x>0

<=>$2\sqrt{x}-1=0$

$<=> x = \frac{1}{4}$

Bài II: (2,0 điểm)

Gọi x là sản phẩm xưởng sản xuất trong 1 ngày theo kế hoạch (x > 0)

=>Số ngày theo kế hoạch là: $\frac{1100}{x}$

Số ngày thực tế là $\frac{1100}{x+5}$ Theo giả thiết của bài toán ta có :

$\frac{1100}{x}$ - $\frac{1100}{x+5}$=2

<=> 1100(x+5)-1100x=2x(x+5)

<=>$2x^2$+10x-5500=0

<=>x=50 hay x=-55(loại)

Vậy theo kế hoạch mỗi ngày phân xưởng phải sản xuất là 50 sản phẩm.

Bài III: (2,0 điểm)

1) Hệ phương trình tương đương với:

Đặt $u = \frac{1}{x+y}$ và $v = \frac{1}{y-1}$. Hệ phương trình thành :

$$\begin{cases}4u+v=5\\u-2v=-1\end{cases} <=> \begin{cases}8u+2v=10\\u-2v=-1\end{cases} <=> \begin{cases}9u=9\\2v=u+1\end{cases} <=> \begin{cases}u=1\\v=1\end{cases}$$

Do đó, hệ đã cho tương đương :

$$\begin{cases}\dfrac{1}{x+y}=1\\ \dfrac{1}{y-1}=1\end{cases} <=> \begin{cases}x+y=1\\y-1=1\end{cases} <=> \begin{cases}x=-1\\y=2\end{cases}$$

2) Phương trình hoành độ giao điểm của d và (P) là: $x^2 + x - 6 = 0$

Δ = 25 > 0 => phương trình có 2 nghiệm phân biệt x = 2; x = -3

Với x = 2 => y = 4 ; (2;4)

Với x = -3 => y = 9 ; (-3;9)

Vậy d cắt (P) tại 2 điểm phân biệt (2;4) và (-3;9)

b)Gọi A’, B’ lần lượt là hình chiếu của A và B xuống trục hoành.

Ta có $S_{\Delta OAB} = S_{AA'B'B} - S_{\Delta OAA'} - S_{\Delta OBB'}$

Ta có : $A'B' = |x_{B'} - x_{A'}| = x_{B'} - x_{A'} = 5, AA' = y_A = 9; BB' = y_B = 4$

Diện tích hình thang :

$$S_{AA'B'B} = \frac{AA'+BB'}{2}.A'B' = \frac{9+4}{2}.5 = \frac{65}{2}(dvdt)$$

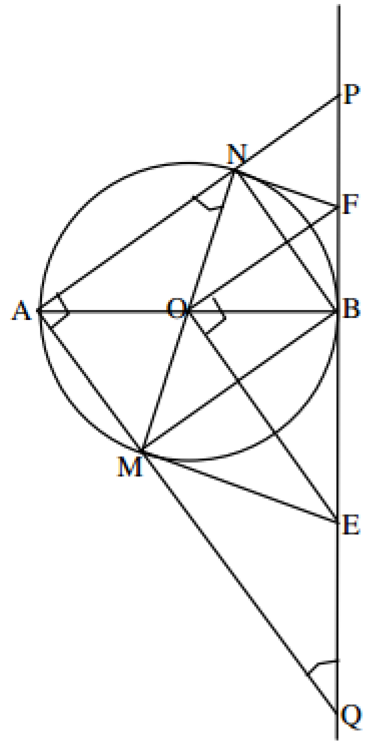
$$S_{\Delta OAA'} = \frac{1}{2}A'A.A'O = \frac{27}{2}(dvdt)$$

$$S_{\Delta OBB'} = \frac{1}{2}B'B.B'O = 4(dvdt)$$

$$S_{\Delta OAB} = S_{AA'B'B} - S_{\Delta OAA'} - S_{\Delta OBB'}$$

$$= \frac{65}{2} - \frac{27}{2} - 4 = 15(dvdt)$$

Bài IV *(3,5 điểm)*



.3)OE là đường trung bình của tam giác ABQ.

OF // AP nên OF là đường trung bình của tam giác ABP

Suy ra F là trung điểm của BP.

Mà AP vuông góc với AQ nên OE vuông góc OF.

Xét tam giác vuông NPB có F là trung điểm của cạnh huyền BP.

Xét 2 tam giác NOF = OFB (c-c-c) nên ONF=90^o

Tương tự ta có OME=90^o nên ME // NF vì cùng vuông góc với MN

.4) $2S_{MNPQ} = 2S_{APQ} - 2S_{AMN} = 2R.PQ - AM.AN = 2R(PB + BQ) - AM.AN$

Tam giác ABP đồng dạng tam giác QBA suy ra $\dfrac{AB}{QB} = \dfrac{BP}{BA} \Rightarrow AB^2 = BP.BQ$

Nên áp dụng bất đẳng thức Cosi ta có PB+ BQ$\geq 2\sqrt{PB.BQ} = 2\sqrt{(2R)^2} = 4R$

Ta có:

$AM.AN \leq \dfrac{AM^2 + AN^2}{2} = \dfrac{MN^2}{2} = 2R^2$

Do đó, $2S_{MNPQ} \geq 2R.4R - 2R^2 = 6R^2 \Rightarrow S_{MNPQ} \geq 3R^2$

Dấu bằng xảy ra khi AM =AN và PQ = BP hay MN vuông góc AB.

Bài V (0,5 điểm)

Ta có $Q = \sqrt{2a + bc} + \sqrt{2b + ca} + \sqrt{2c + ab}$

$\sqrt{2a+bc}=\sqrt{(a+b+c)a+bc}$ (Do $a+b+c=2$)

$=\sqrt{a^2+ab+bc+ca}+\sqrt{(a+b)(a+c)}\le\dfrac{(a+b)+(a+c)}{2}$

(Áp dụng bất đẳng thức với 2 số dương u=a+b và v=a+c)

Vậy ta có $\sqrt{2a+bc}\le\dfrac{(a+b)+(a+c)}{2}$ (1)

Tương tự ta có :

$\sqrt{2b+ca}\le\dfrac{(a+b)+(\mathrm{b}+c)}{2}$ (2)

$\sqrt{2c+ab}\le\dfrac{(a+c)+(\mathrm{b}+c)}{2}$ (3)

Cộng (1) (2) (3) vế theo vế $=> Q\le 2(a+b+c)=4$

Khi a = b = c = $\dfrac{2}{3}$ thì Q = 4 vậy giá trị lớn nhất của Q là 4.