Mỗi nỗ lực, dù là nhỏ nhất,

đều **CÓ Ý NGHĨA**

$$1{,}01^{365} = 37{,}8$$

$$0{,}99^{365} = 0{,}03$$

Mỗi sự từ bỏ, dù một chút thôi,

đều khiến mọi cố gắng trở nên **VÔ NGHĨA**

ĐỀ 1251

KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN

NĂM HỌC 2007-2008

KHOÁ NGÀY 20/06/2007

MÔN THI : TOÁN

ĐỀ CHÍNH THỨC **Thời gian làm bài : 150 phút**

(Không kể thời gian giao đề)

Câu 1 (4 đ)

a) Chứng minh với mọi số thực x , y , z , t ta luôn có bất đẳng thức sau :

$$x^2+y^2+z^2+t^2 \ge x(y+z+t) .$$

Đẳng thức xảy ra khi nào ?

b) Chứng minh với mọi số thực a , b khác không ta luôn có bất đẳng thức sau:

$$\frac{a^2}{b^2}+\frac{b^2}{a^2}+4 \ge 3\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right) .$$

Câu 2 (2 đ)

Tìm nghiệm nguyên x , y của phương trình :

$$x^2-xy=6x-5y-8 .$$

Câu 3 (4 đ)

Cho hệ phương trình $\begin{cases} x^2+y^2+2x+2y=11 \\ xy(x+2)(y+2)=m \end{cases}$

a) Giải hệ phương trình khi m = 24 .

b) Tìm m để hệ phương trình có nghiệm.

Câu 4 (2 đ)

Cho $(x+\sqrt{x^2+2007})(y+\sqrt{y^2+2007})=2007$.

Tính $S=x+y$.

Câu 5 (2 đ)

Cho a , b là các số nguyên dương sao cho $\frac{a+1}{a}+\frac{b+1}{b}$ *cũng là số nguyên.*

Gọi d là ước số chung của a và b . Chứng minh $d \le \sqrt{a+b}$.

Câu 6 (6 đ)

Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn nội tiếp trong đường tròn (O) (AB < AC) .

Các tiếp tuyến với (O) tại B và C cắt nhau tại N . Vẽ dây AM song song với BC. Đường thẳ
MN cắt đường tròn (O) tại M và P.

a) Cho biết $\frac{1}{OB^2}+\frac{1}{NC^2}=\frac{1}{16}$, tính độ dài đoạn BC .

b) Chứng minh $\frac{BP}{AC}=\frac{CP}{AB}$.

c) Chứng minh BC , ON và AP đồng qui.

HẾT

KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN

MÔN TOÁN CHUYÊN

STT	GỢI Ý HƯỚNG DẪN
Câu 1	a) Đpcm $\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2+t^2-xy-xz-xt\geq 0$ $\Leftrightarrow (y-x/2)^2+(z-x/2)^2+(t-x/2)^2+x^2/4\geq 0$ Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi x = y = z = t = 0 b) Đặt $t=\frac{a}{b}+\frac{b}{a}$. Ta có $\lvert t\rvert=\left\lvert\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right\rvert=\left\lvert\frac{a}{b}\right\rvert+\left\lvert\frac{b}{a}\right\rvert\geq 2$ Đpcm $\Leftrightarrow t^2-3t+2\geq 0$ $\Leftrightarrow (t-2)(t-1)\geq 0$ (1) Do $\lvert t\rvert\geq 2$ nên (1) đúng .Suy ra điều cần chứng minh.
Câu 2	$x^2-xy=6x-5y-8\Leftrightarrow y=\frac{x^2-6x+8}{x-5}$ $\Leftrightarrow y=x-1+\frac{3}{x-5}$

	Do y và (x-1) là số nguyên nên (x-5) là ước số của 3 *Suy ra* $(x-5)\in\{1,-1,3,-3\}\Leftrightarrow x\in\{6,4,8,2\}$ *Suy ra PT có 4 nghiệm : (6,8);(4,0);(8,8);(2,0).*
Câu 3	$HPT(I)\Leftrightarrow\begin{cases}(x+1)^2+(y+1)^2=13\\ [(x+1)^2-1][(y+1)^2-1]=m\end{cases}$ *Đặt* $\begin{cases}u=(x+1)^2\\ v=(y+1)^2\end{cases}$ *, ta có* $\begin{cases}u\ge 0\\ v\ge 0\end{cases}$ *Thay vào HPT(I) trở thành* $\begin{cases}u+v=13\\ uv-(u+v)+1=m\end{cases}\Leftrightarrow(II)\begin{cases}u+v=13\\ uv=m+12\end{cases}$ *a) Với m = 24 HPT (II) trở thành* $\begin{cases}u+v=13\\ uv=36\end{cases}$ *Giải HPT (II) ta được 2 nghiệm (4,9) (9,4)* *Suy ra HPT có 8 nghiệm (1,2), (2,1), (1,-4), (-4,1), (-3,2), (2,-3), (-3,-4), (-4,-3)* *b) HPT có nghiệm* $\Leftrightarrow PT\ X^2-13X+(m+12)=0$ *có 2 nghiệm không âm* $\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta\ge 0\\ S\ge 0\\ P\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}121/4\ge m\\ 13\ge 0\\ m+12\ge 0\end{cases}$ $\Leftrightarrow -12\le m\le\dfrac{121}{4}$
Câu 4	*Đặt a = 2007 .Ta có* $(x+\sqrt{x^2+a})(y+\sqrt{y^2+a})=a$. *Nhân hai vế của đẳng thức trên lần lượt cho* $(x-\sqrt{x^2+a})$ *và* $(y-\sqrt{y^2+a})$ *Ta được :* $-a(y+\sqrt{y^2+a})=a(x-\sqrt{x^2+a})$ *(1)*

	$-a(x+\sqrt{x^2+a}) = a(y-\sqrt{y^2+a})$ *(2)* $(1)+(2) \Rightarrow -a(x+y) = a(x+y)$ $\Rightarrow 2a(x+y) = 0 \Rightarrow S = x+y = 0$
Câu 5	$\frac{a+1}{a}+\frac{b+1}{b} = 2+\frac{a+b}{ab}$ *là số nguyên* *suy ra a + b chia hết cho ab.* *d là ước của a , b suy ra d* ^{2} *là ước của ab* *suy ra* d^2 *là ước của a + b suy ra* $d^2 \leq a+b$ *suy ra* $d \leq \sqrt{a+b}$
Câu 6	*a) Gọi I là giao điểm của ON và BC suy ra ON vuông góc với BC tại I* *Trong tam giác vuông OBN ta có* $\frac{1}{OB^2}+\frac{1}{NB^2}=\frac{1}{BI^2}$ *Suy ra* $\frac{1}{BI^2}=\frac{1}{OB^2}+\frac{1}{NB^2}=\frac{1}{OB^2}+\frac{1}{NC^2}=\frac{1}{16}$ *Suy ra BI = 4* *Suy ra BC = 8* *b) Tam giác NBP đồng dạng tam giác NMB suy ra* $\frac{BP}{MB}=\frac{NP}{NB}$ *Tứ giác AMCB là hình thang cân nên AC = MB* *Suy ra* $\frac{BP}{AC}=\frac{NP}{NB}$ *Tương tự* $\frac{CP}{AB}=\frac{NP}{NC}$

	Mà NB = NC nên $\dfrac{BP}{AC}=\dfrac{CP}{AB}$ *c) Gọi D là giao điểm của AP và BC.* *Tam giác BDP đồng dạng với* *tam giác ADC suy ra* $\dfrac{BP}{AC}=\dfrac{BD}{AD}$ *Tương tự* $\dfrac{CP}{AB}=\dfrac{CD}{AD}$ *Áp dụng kết quả câu b suy ra* $\dfrac{BD}{AD}=\dfrac{CD}{AD}$ *Suy ra BD = CD .Suy ra D trùng I .Suy ra BC , ON và AP đồng qui tại I.*

Nhóm GV Toán trường chuyên Lê Hồng Phong thụ

ĐỀ 1252

Câu I *(2.5 điểm):*

1) Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^2+y^2+xy=3 \\ xy+3x^2=4 \end{cases}$$

2) Tìm m nguyên để phương trình sau có ít nhất một nghiệm nguyên:

$$4x^2+4mx+2m^2-5m+6=0$$

Câu II *(2.5 điểm):*

1) Rút gọn biểu thức:

$$A=\frac{\sqrt{2+\sqrt{4-x^2}}\left[\sqrt{(2+x)^3}-\sqrt{(2-x)^3}\right]}{4+\sqrt{4-x^2}} \text{ với } -2\le x\le 2$$

2) Cho trước số hữu tỉ m sao cho $\sqrt[3]{m}$ là số vô tỉ. Tìm các số hữu tỉ a, b, c để: $a\sqrt[3]{m^2}+b\sqrt[3]{m}+c=0$

<u>Câu III *(2.0 điểm):*</u>

1) Cho đa thức bậc ba f(x) với hệ số của x^3 là một số nguyên dương và biết $f(5)-f(3)=2010$. Chứng minh rằng: $f(7)-f(1)$ là hợp số.

2) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P=\left|\sqrt{x^2-4x+5}-\sqrt{x^2+6x+13}\right|$

<u>Câu IV *(2.0 điểm):*</u>

Cho tam giác MNP có ba góc nhọn và các điểm A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của M, N, P trên NP, MP, MN. Trên các đoạn thẳng AC, AB lần lượt lấy D, E sao cho DE song song với NP. Trên tia AB lấy điểm K sao cho $DMK=NMP$. Chứng minh rằng:

1) MD = ME

2) Tứ giác MDEK nội tiếp. Từ đó suy ra điểm M là tâm của đường tròn bàng tiếp góc DAK của tam giác DAK.

<u>Câu V *(1.0 điểm):*</u>

Trên đường tròn (O) lấy hai điểm cố định A và C phân biệt. Tìm vị trí của các điểm B và D thuộc đường tròn đó để chu vi tứ giác ABCD có giá trị lớn nhất.

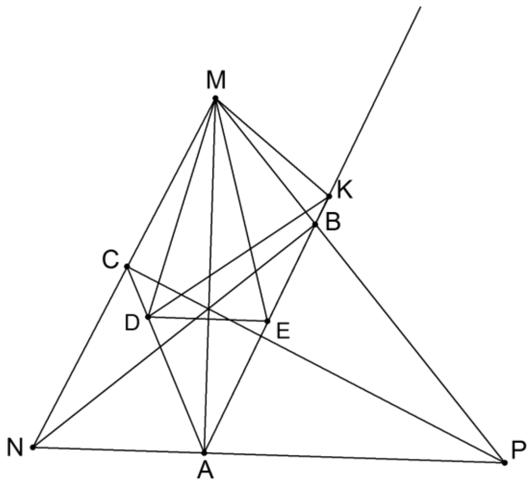
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HẢI DƯƠNG

KỲTHI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN NGUYỄN TRÃI
Năm học 2009-2010
Môn thi : T**oán**
<u>Hướng dẫn chấm</u>

Câu	Phần	Nội dung	Điểm
Câu I **2,5 điểm**	1) 1,5điểm	$\begin{cases} x^2+y^2+xy=3\ (1) \\ xy+3x^2=4\quad (2) \end{cases}$	
		Từ (2) $\Rightarrow$ x ≠ 0. Từ đó $y=\dfrac{4-3x^2}{x}$, thay vào (1) ta có:	0.25
		$x^2+\left(\dfrac{4-3x^2}{x}\right)^2+x.\dfrac{4-3x^2}{x}=3$	0.25
		$\Leftrightarrow 7x^4-23x^2+16=0$	0.25
		Giải ra ta được $x^2=1$ hoặc $x^2=\dfrac{16}{7}$	0.25

		Từ $x^2=1\Leftrightarrow x=\pm1\Rightarrow y=\pm1$;	
		$x^2=\dfrac{16}{7}\Leftrightarrow x=\pm\dfrac{4\sqrt{7}}{7}\Rightarrow y=\mp\dfrac{5\sqrt{7}}{7}$	0.25
		Vậy hệ có nghiệm (x; y) là (1; 1); (-1; -1); $\left(\dfrac{4\sqrt{7}}{7};\dfrac{-5\sqrt{7}}{7}\right)$; $\left(\dfrac{-4\sqrt{7}}{7};\dfrac{5\sqrt{7}}{7}\right)$	0.25
	2) 1,0điểm	Điều kiện để phương trình có nghiệm: $\Delta_x'\ge0$	0.25
		$\Leftrightarrow m^2-5m+6\le0\Leftrightarrow(m-2)(m-3)\le0$. Vì (m - 2) > (m - 3) nên: $\Delta_x'\ge0\Leftrightarrow m-2\ge0$ và $m-3\le0\Leftrightarrow2\le m\le3$, mà $m\in Z$ $\Rightarrow$ m = 2 hoặc m = 3.	0.25
		Khi m = 2 $\Rightarrow\Delta_x'$= 0$\Rightarrow$x = -1 (thỏa mãn) Khi m = 3 $\Rightarrow\Delta_x'$= 0$\Rightarrow$ x = - 1,5 (loại).	0.25
		Vậy m = 2.	0.25
Câu II **2,5 điểm**	1) 1,5điểm	Đặt $a=\sqrt{2+x};\ b=\sqrt{2-x}\quad(a,b\ge0)$	
		$\Rightarrow a^2+b^2=4;\ a^2-b^2=2x$	0.25
		$\Rightarrow A=\dfrac{\sqrt{2+ab}\left(a^3-b^3\right)}{4+ab}=\dfrac{\sqrt{2+ab}\,(a-b)\left(a^2+b^2+ab\right)}{4+ab}$	0.25
		$\Rightarrow A=\dfrac{\sqrt{2+ab}\,(a-b)(4+ab)}{4+ab}=\sqrt{2+ab}\,(a-b)$	0.25
		$\Rightarrow A\sqrt{2}=\sqrt{4+2ab}\,(a-b)$	0.25
		$\Rightarrow A\sqrt{2}=\sqrt{\left(a^2+b^2+2ab\right)}\,(a-b)=(a+b)(a-b)$	0.25
		$\Rightarrow A\sqrt{2}=a^2-b^2=2x\Rightarrow A=x\sqrt{2}$	0.25
	2) 1,0điểm	$a\sqrt[3]{m^2}+b\sqrt[3]{m}+c=0$ (1)	
		Giả sử có (1)	
		$\Rightarrow b\sqrt[3]{m^2}+c\sqrt[3]{m}+am=0\quad(2)$	
		Từ (1), (2) $\Rightarrow(b^2-ac)\sqrt[3]{m}=(a^2m-bc)$	0.25
		Nếu $a^2m-bc\ne0\Rightarrow\sqrt[3]{m}=\dfrac{a^2m-bc}{b^2-ac}$ là số hữu tỉ. Trái với giả thiết!	
		$\Rightarrow\begin{cases}b^2-ac=0\\a^2m-bc=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}b^3=abc\\bc=am^2\end{cases}$	0.25

		$\Rightarrow b^3 = a^3m \Rightarrow b = a\sqrt[3]{m}$. Nếu b$\neq$0 thì $\sqrt[3]{m} = \frac{b}{a}$ là số hữu tỉ. Trái với giả thiết! $\Rightarrow a = 0; b = 0$. Từ đó ta tìm được c = 0.	0.25
		Ngược lại nếu a = b = c = 0 thì (1) luôn đúng. Vậy: a = b = c = 0	0.25
Câu III **2 điểm**	1) 1,0điểm	Theo bài ra f(x) có dạng: f(x) = $ax^3 + bx^2 + cx + d$ với a nguyên dương.	0.25
		Ta có: 2010 = f(5) - f(3) = $(5^3 - 3^3)a + (5^2 - 3^2)b + (5 - 3)c$ = 98a + 16b + 2c $\Rightarrow$ 16b + 2c = (2010- 98a)	0.25
		Ta có f(7) - f(1) = $(7^3 - 1^3)a + (7^2 - 1^2)b + (7 - 1)c$ = 342a + 48b + 6c = 342a + 3(16b + 2c) = 342a + 3(2010- 98a)= 48a + 6030 = 3.(16a + 2010)$\vdots 3$	0.25
		Vì a nguyên dương nên 16a + 2010>1 . Vậy f(7)-f(1) là hợp số	0.25
	2) 1,0điểm	$P = \left\|\sqrt{(x-2)^2 + 1^2} - \sqrt{(x+3)^2 + 2^2}\right\|$ Trên mặt phẳng tọa độ Oxy lấy các điểm A(x-2; 1), B(x+3; 2)	0.25
		Ta chứng minh được: $AB = \sqrt{(x-2-x-3)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{25+1} = \sqrt{26}$ $OA = \sqrt{(x-2)^2 + 1^2}$, $OB = \sqrt{(x+3)^2 + 2^2}$	0.25
		Mặt khác ta có: $\left\|OA - OB\right\| \leq AB$ $\Rightarrow \left\|\sqrt{(x-2)^2 + 1^2} - \sqrt{(x+3)^2 + 2^2}\right\| \leq \sqrt{26}$	0.25
		Dấu "=" xảy ra khi A thuộc đoạn OB hoặc B thuộc đoạn OA $\Rightarrow \frac{x-2}{x+3} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 7$.Thử lại x = 7 thì A(5; 1); B(10; 2) nên A thuộc đoạn OB. Vậy Max $P = \sqrt{26}$ khi x = 7.	0.25
Câu IV **2 điểm**	1) 0,75điểm	Ta dễ dàng chứng minh tứ giác MBAN nội tiếp $\Rightarrow MAB = MNB$, MCAP nội tiếp $\Rightarrow CAM = CPM$.	0.25



Lại có $BNM = CPM$ (cùng phụ góc NMP)

$\Rightarrow CAM = BAM$ (1) 0.25

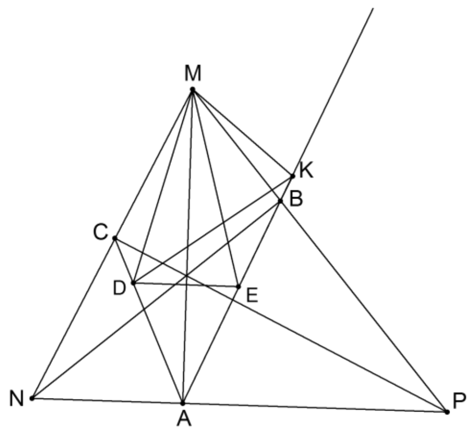
Do DE // NP mặt khác $MA \perp NP \Rightarrow MA \perp DE$ (2)

Từ (1), (2) $\Rightarrow \Delta ADE$ cân tại A 0.25

$\Rightarrow$ MA là trung trực của DE

$\Rightarrow$ MD = ME

2) 1,25điểm



Do DE//NP nên $DEK = NAB$, mặt khác tứ giác MNAB nội tiếp nên:

$NMB + NAB = 180^0 \Rightarrow NMB + DEK = 180^0$ 0.25

Theo giả thiết $DMK = NMP \Rightarrow DMK + DEK = 180^0$

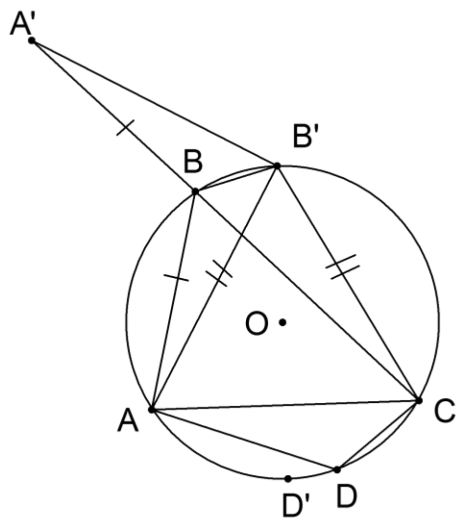
$\Rightarrow$ Tứ giác MDEK nội tiếp 0.25

Do MA là trung trực của DE $\Rightarrow \Delta MEA = \Delta MDA$ 0.25

$\Rightarrow MEA = MDA \Rightarrow MEK = MDC.$ 0.25

Vì $MEK = MDK \Rightarrow MDK = MDC \Rightarrow$ DM là phân giác của góc CDK, kết hợp với AM là phân giác DAB $\Rightarrow$ M là tâm của đường tròn bàng tiếp góc DAK của tam giác DAK. 0.25

Câu V **1 điểm**



Không mất tổng quát giả sử:AB $\le$ AC. Gọi B’ là điểm chính giữa cung $ABC \Rightarrow AB' = CB'$

Trên tia đối của BC lấy điểm A’ sao cho BA’ = BA $\Rightarrow AB + BC = CA'$ 0.25

Ta có: $B'BC = B'AC = B'CA$ (1) ; $B'CA + B'BA = 180^0$ (2)

$B'BC + B'BA' = 180^0$ (3);Từ (1), (2), (3) $\Rightarrow B'BA = B'BA'$ 0.25

Hai tam giác A’BB’ và ABB’ bằng nhau $\Rightarrow A'B' = B'A$

Ta có $\Rightarrow B'A + B'C = B'A' + B'C \ge A'C$ = AB + BC (B’A + B’C không đổi vì B’, A, C cố định). Dấu “=” xảy ra khi B trùng với B’. 0.25

Hoàn toàn tương tự nếu gọi D’ là điểm chính giữa cung ADC thì ta cũng có AD’ + CD’ $\ge$ AD + CD. Dấu “=” xảy ra khi D trùng với D’.

$\Rightarrow$ Chu vi tứ giác ABCD lớn nhất khi B, D là các điểm chính giữa các cung AC của đường tròn (O) 0.25

<u>Chú ý:</u> Nếu thí sinh làm theo cách khác, lời giải đúng vẫn cho điểm tối đa.

ĐỀ

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HƯNG YÊN

Đề chính thức

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN
Năm học 2009 – 2010
Môn thi: Toán
(Dành cho thí sinh thi vào các lớp chuyên Toán, Tin)
Thời gian làm bài: 150 phút

Bài 1: *(1,5 điểm)*

Cho $a = 2 : \left(\dfrac{1}{\sqrt{\sqrt{7}+1}-1} - \dfrac{1}{\sqrt{\sqrt{7}+1}+1} \right)$

Hãy lập một phương trình bậc hai có hệ số nguyên nhận a - 1 là một nghiệm.

Bài 2: *(2,5 điểm)*

a) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} xy - \dfrac{x}{y} = \dfrac{16}{3} \\ xy - \dfrac{y}{x} = \dfrac{9}{2} \end{cases}$

b) Tìm m để phương trình $\left(x^2 - 2x\right)^2 - 3x^2 + 6x + m = 0$ có 4 nghiệm phân biệt.

Bài 3: *(2,0 điểm)*

a) Chứng minh rằng nếu số nguyên k lớn hơn 1 thoả mãn $k^2 + 4$ và $k^2 + 16$ là các số nguyên tố thì k chia hết cho 5.

b) Chứng minh rằng nếu a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác có p là nửa chu vi thì $\sqrt{p-a} + \sqrt{p-b} + \sqrt{p-c} \le \sqrt{3p}$

Bài 4: *(3,0 điểm)*

Cho đường tròn tâm O và dây AB không đi qua O. Gọi M là điểm chính giữa của cung AB nhỏ. D là một điểm thay đổi trên cung AB lớn (D khác A và B). DM cắt AB tại C. Chứng minh rằng:

a) $MB.BD = MD.BC$

b) MB là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD.

c) Tổng bán kính các đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD và ACD không đổi.

Bài 5: *(1,0 điểm)*

Cho hình chữ nhật ABCD. Lấy E, F thuộc cạnh AB; G, H thuộc cạnh BC; I, J thuộc cạnh CD; K, M thuộc cạnh DA sao cho hình 8 - giác EFGHIJKM có các góc bằng nhau. Chứng minh rằng nếu độ dài các cạnh của hình 8 - giác EFGHIJKM là các số hữu tỉ thì EF = IJ.

Bài 1: *(1,5 điểm)*

$a=2:\left(\frac{1}{\sqrt{\sqrt{7}+1}-1}-\frac{1}{\sqrt{\sqrt{7}+1}+1}\right)=2:\frac{\sqrt{\sqrt{7}+1}+1-\sqrt{\sqrt{7}+1}+1}{\sqrt{7}}$	*0,5 đ*
a = $2:\frac{2}{\sqrt{7}}=\sqrt{7}$	*0,25 đ*
Đặt $x=a-1\Leftrightarrow x=\sqrt{7}-1\Leftrightarrow x+1=\sqrt{7}\Rightarrow x^2+2x+1=7$	*0,5 đ*
$\Leftrightarrow x^2+2x-6=0$ Vậy phương trình $x^2+2x-6=0$ nhận $\sqrt{7}-1$ làm nghiệm	*0,25 đ*

Bài 2: *(2,5 điểm)*

a) $\begin{cases} xy-\frac{x}{y}=\frac{16}{3} \\ xy-\frac{y}{x}=\frac{9}{2} \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} xy-\frac{x}{y}=\frac{16}{3} & (1) \\ \frac{y}{x}-\frac{x}{y}=\frac{5}{6} & (2) \end{cases}$ ĐK: $x,y\neq 0$	*0,25 đ*

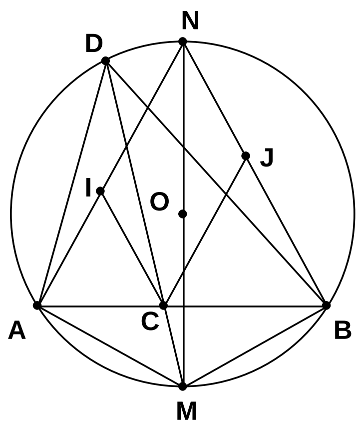
Giải (2) $\Leftrightarrow 6y^2-6x^2=5xy \Leftrightarrow (2x+3y)(3x-2y)=0$	*0,25 đ*
* Nếu $2x+3y=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{-3y}{2}$. Thay vào (1) ta được $y.\dfrac{-3y}{2}+\dfrac{3}{2}=\dfrac{16}{3}$	*0,25 đ*
$\Leftrightarrow \dfrac{-3y^2}{2}=\dfrac{23}{6}$ (phương trình vô nghiệm)	*0,25 đ*
* Nếu $3x-2y=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{2y}{3}$. Thay vào (1) ta được $y^2=9 \Leftrightarrow y=\pm 3$	*0,25 đ*
- Với $y=3 \Rightarrow x=2$ (thoả mãn điều kiện) - Với $y=-3 \Rightarrow x=-2$ (thoả mãn điều kiện) Vậy hệ phương trình có hai nghiệm: (x; y) = (2; 3); (x; y) = (-2; -3)	*0,25 đ*
b) Đặt $x^2-2x+1=y \Leftrightarrow (x-1)^2=y \Leftrightarrow x=1\pm\sqrt{y}$ $(y\ge 0)$ (*) Phương trình đã cho trở thành: $(y-1)^2-3(y-1)+m=0$ $\Leftrightarrow y^2-5y+m+4=0$ (1)	*0,25 đ*
Từ (*) ta thấy, để phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt thì phương trình (1) có 2 nghiệm dương phân biệt	*0,25 đ*
$\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta>0\\S>0\\P>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}9-4m>0\\5>0\\m+4>0\end{cases}$	*0,25 đ*
$\Leftrightarrow \begin{cases}m<\dfrac{9}{4}\\m>-4\end{cases} \Leftrightarrow -4<m<\dfrac{9}{4}$ Vậy với $-4<m<\dfrac{9}{4}$ thì phương trình có 4 nghiệm phân biệt.	*0,25 đ*

Bài 3: *(2,0 điểm)*

a) Vì k > 1 suy ra $k^2+4>5;\ k^2+16>5$ - Xét $k=5n+1$ với $n\in\mathbb{Z} \Rightarrow k^2=25n^2+10n+1 \Rightarrow k^2+4 \vdots 5$	*0,25 đ*

$\Rightarrow k^2+4$ không là số nguyên tố.	
- Xét $k=5n+2$ với $n\in\mathbb{Z}\Rightarrow k^2=25n^2+20n+4\Rightarrow k^2+16\,\vdots\,5$ $\Rightarrow k^2+16$ không là số nguyên tố.	*0,25 đ*
- Xét $k=5n+3$ với $n\in\mathbb{Z}\Rightarrow k^2=25n^2+30n+9\Rightarrow k^2+16\,\vdots\,5$ $\Rightarrow k^2+16$ không là số nguyên tố.	*0,25 đ*
- Xét $k=5n+4$ với $n\in\mathbb{Z}\Rightarrow k^2=25n^2+40n+16\Rightarrow k^2+4\,\vdots\,5$ $\Rightarrow k^2+4$ không là số nguyên tố. Do vậy $k\,\vdots\,5$	*0,25 đ*
b) Ta chứng minh: Với $\forall a,b,c$ thì $\left(a+b+c\right)^2\le 3\left(a^2+b^2+c^2\right)$ (*) Thật vậy (*) $\Leftrightarrow a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca\le 3a^2+3b^2+3c^2$ $\Leftrightarrow (a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\ge 0$ (luôn đúng)	*0,5 đ*
áp dụng (*) ta có: $\left(\sqrt{p-a}+\sqrt{p-b}+\sqrt{p-c}\right)^2\le 3\left(3p-a-b-c\right)=3p$ Suy ra $\sqrt{p-a}+\sqrt{p-b}+\sqrt{p-c}\le\sqrt{3p}$ (đpcm)	*0,5 đ*

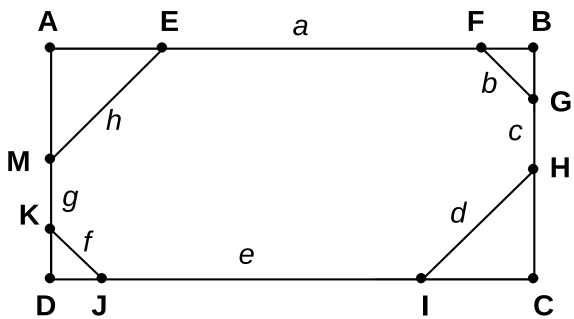
Bài 4: *(3,0 điểm)*



a) Xét ΔMBC và ΔMDB có: $BDM = MBC$ $BMC = BMD$	*0,5 đ*

Do vậy ΔMBC và ΔMDB đồng dạng Suy ra $\frac{MB}{BC}=\frac{MD}{BD}\Rightarrow MB.BD=MD.BC$	*0,5 đ*
b) Gọi (J) là đường tròn ngoại tiếp ΔBDC $\Rightarrow BJC=2BDC=2MBC$ hay $\Rightarrow MBC=\frac{BJC}{2}$ ΔBCJ cân tại J $\Rightarrow CBJ=\frac{180^0-BJC}{2}$	*0,5 đ*
Suy ra $MBC+CBJ=\frac{BJC}{2}+\frac{180^O-BJC}{2}=90^O\Rightarrow MB\perp BJ$ Suy ra MB là tiếp tuyến của đường tròn (J), suy ra J thuộc NB	*0,5 đ*
c) Kẻ đường kính MN của (O) $\Rightarrow$ NB $\perp$ MB Mà MB là tiếp tuyến của đường tròn (J), suy ra J thuộc NB Gọi (I) là đường tròn ngoại tiếp ΔADC Chứng minh tương tự I thuộc AN Ta có $ANB=ADB=2BDM=BJC\Rightarrow$ CJ // IN Chứng minh tương tự: CI // JN	*0,5 đ*
Do đó tứ giác CINJ là hình bình hành $\Rightarrow$ CI = NJ Suy ra tổng bán kính của hai đường tròn (I) và (J) là: IC + JB = BN (không đổi)	*0,5 đ*

Bài 5: *(1,0 điểm)*



Gọi EF = a ; FG = b ; GH = c ; HI = d ; IJ = e ; JK = f ; KM = g ; ME = h (với a, b, c, d, e, f, g, h là các số hữu tỉ dương) Do các góc của hình 8 cạnh bằng nhau nên mỗi góc trong của hình 8	*0,25 đ*

cạnh có số đo là: $\frac{(8-2).180^O}{8}=135^O$	
Suy ra mỗi góc ngoài của hình 8 cạnh đó là: 180^O - 135^O = 45^O Do đó các tam giác MAE ; FBG ; CIH ; DKJ là các tam giác vuông cân. $\Rightarrow$ MA = AE = $\frac{h}{\sqrt{2}}$; BF = BG = $\frac{b}{\sqrt{2}}$; CH = CI = $\frac{d}{\sqrt{2}}$; DK = DJ = $\frac{f}{\sqrt{2}}$ Ta có AB = CD nên: $\frac{h}{\sqrt{2}}+a+\frac{b}{\sqrt{2}}=\frac{f}{\sqrt{2}}+e+\frac{d}{\sqrt{2}}$ $\Leftrightarrow$ (e - a)$\sqrt{2}$ = h + b - f - d	*0,5 đ*
Nếu e - a ≠ 0 thì $\sqrt{2}=\frac{h+b-f-d}{e-a}\in\mathbb{Q}$ (điều này vô lý do $\sqrt{2}$ là số vô tỉ) Vậy e - a = 0 $\Leftrightarrow$ e = a hay EF = IJ (đpcm).	*0,25 đ*

ĐỀ 1254

SỞ GD&ĐT VĨNH PHÚC

———————

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN NĂM HỌC 2009-2010
ĐỀ THI MÔN: TOÁN
Dành cho các thí sinh thi vào lớp chuyên Toán
Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề

———————————

(Đề có 01 trang)

Câu 1: *(3,0 điểm)*

a) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x+y+\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{9}{2} \\ xy+\frac{1}{xy}=\frac{5}{2} \end{cases}$

b) Giải và biện luận phương trình: $|x+3|+p|x-2|=5$ (p là tham số có giá trị thực).

Câu 2: *(1,5 điểm)*

Cho ba số thực a,b,c đôi một phân biệt.

Chứng minh $\frac{a^2}{(b-c)^2}+\frac{b^2}{(c-a)^2}+\frac{c^2}{(a-b)^2}\geq 2$

Câu 3: *(1,5 điểm)*

Cho $A=\frac{1}{\sqrt{4x^2+4x+1}}$ và $B=\frac{2x-2}{\sqrt{x^2-2x+1}}$

Tìm tất cả các giá trị nguyên của x sao cho $C = \frac{2A + B}{3}$ là một số nguyên.

Câu 4: *(3,0 điểm)*

Cho hình thang ABCD (AB // CD, AB<CD). Gọi K, M lần lượt là trung điểm của BD, AC. Đường thẳng qua K và vuông góc với AD cắt đường thẳng qua M và vuông góc với BC tại Q. Chứng minh:

a) KM // AB.

b) QD = QC.

Câu 5: (1,0 điểm).

Trong mặt phẳng cho 2009 điểm, sao cho 3 điểm bất kỳ trong chúng là 3 đỉnh của một tam giác có diện tích không lớn hơn 1. Chứng minh rằng tất cả những điểm đã cho nằm trong một tam giác có diện tích không lớn hơn 4.

—Hết—

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Họ tên thí sinh .... SBD ....

SỞ GD&ĐT VĨNH PHÚC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN
NĂM HỌC 2009-2010
HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN: TOÁN
Dành cho lớp chuyên Toán.

Câu 1 (3,0 điểm).

a) 1,75 điểm:

Nội dung trình bày	Điểm
Điều kiện $xy \neq 0$	*0,25*
Hệ đã cho $\begin{cases} 2[xy(x+y)+(x+y)] = 9xy & (1) \\ 2(xy)^2 - 5xy + 2 = 0 & (2) \end{cases}$	*0,25*
Giải PT(2) ta được: $\left[\begin{array}{ll} xy = 2 & (3) \\ xy = \frac{1}{2} & (4) \end{array}\right.$	*0,50*

Từ (1)&(3) có: $\begin{cases} x+y=3 \\ xy=2 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases} \\ \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases} \end{array}\right.$ *0,25*

Từ (1)&(4) có: $\begin{cases} x+y=\dfrac{3}{2} \\ xy=\dfrac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=1 \\ y=\dfrac{1}{2} \end{cases} \\ \begin{cases} x=\dfrac{1}{2} \\ y=1 \end{cases} \end{array}\right.$ *0,25*

Vậy hệ đã cho có 4 nghiệm là: $(x;\ y)=(1;\ 2),\ (2;\ 1),\ (1;\ 1/2),\ (1/2;\ 1)$ *0,25*

b) 1,25 điểm:

Xét 3 trường hợp:

TH1. Nếu $2 \le x$ thì PT trở thành: $(p+1)x = 2(p+1)$ (1)

TH2. Nếu $-3 \le x < 2$ thì PT trở thành: $(1-p)x = 2(1-p)$ (2) *0,25*

TH3. Nếu $x < -3$ thì PT trở thành: $(p+1)x = 2(p-4)$ (3)

Nếu $p \ne \pm 1$ thì (1) có nghiệm $x=2$; (2) vô nghiệm; (3) có nghiệm x nếu thoả mãn:

$x = \dfrac{2(p-4)}{p+1} < -3 \Leftrightarrow -1 < p < 1$. *0,25*

Nếu $p=-1$ thì (1) cho ta vô số nghiệm thoả mãn $2 \le x$; (2) vô nghiệm; (3) vô nghiệm. *0,25*

Nếu $p=1$ thì (2) cho ta vô số nghiệm thoả mãn $-3 \le x < 2$; (1) có nghiệm x=2; (3)VN *0,25*

Kết luận:

+ Nếu -1 < p < 1 thì phương trình có 2 nghiệm: x = 2 và $x = \dfrac{2(p-4)}{p+1}$

+ Nếu p = -1 thì phương trình có vô số nghiệm $2 \le x \in \mathbb{R}$ *0,25*

+ Nếu p = 1 thì phương trính có vô số nghiệm $-3 \le x \le 2$

+ Nếu $\left[\begin{array}{l} p < -1 \\ p > 1 \end{array}\right.$ thì phương trình có nghiệm x = 2.

Câu 2 (1,5 điểm):

+ Phát hiện và chứng minh

$$\frac{bc}{(a-b)(a-c)} + \frac{ca}{(b-a)(b-c)} + \frac{ab}{(c-a)(c-b)} = 1$$ *1,0*

+ Từ đó, vế trái của bất đẳng thức cần chứng minh bằng: *0,5*

$$\left(\frac{a}{b-c}+\frac{b}{c-a}+\frac{c}{a-b}\right)^2+2\left(\frac{bc}{(a-b)(a-c)}+\frac{ca}{(b-c)(b-a)}+\frac{ab}{(c-a)(c-b)}\right)\geq 2$$

Câu 3 (1,5 điểm):

Điều kiện xác định: $x\neq 1$ (do x nguyên). 0,25

Dễ thấy $A=\dfrac{1}{|2x+1|}$; $B=\dfrac{2(x-1)}{|x-1|}$, suy ra: $C=\dfrac{2}{3}\left(\dfrac{1}{|2x+1|}+\dfrac{x-1}{|x-1|}\right)$ *0,25*

Nếu $x>1$. Khi đó $C=\dfrac{2}{3}\left(\dfrac{1}{2x+1}+1\right)=\dfrac{4(x+1)}{3(2x+1)}>0\Rightarrow C-1=\dfrac{4(x+1)}{3(2x+1)}-1=\dfrac{1-2x}{3(2x+1)}<0$ *0,5*

Suy ra $0<C<1$, hay C không thể là số nguyên với x>1.

Nếu $-\dfrac{1}{2}<x<1$. Khi đó: x = 0 (vì x nguyên) và $C=0$. Vậy x = 0 là một giá trị cần tìm. *0,25*

Nếu $x<-\dfrac{1}{2}$. Khi đó $x\leq -1$ (do x nguyên). Ta có:

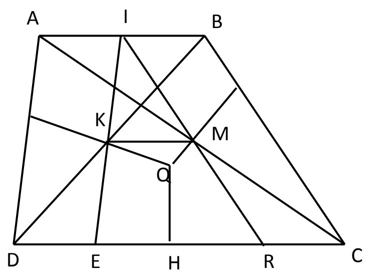
$C=\dfrac{2}{3}\left(-\dfrac{1}{2x+1}-1\right)=-\dfrac{4(x+1)}{3(2x+1)}\leq 0$ và $C+1=-\dfrac{4(x+1)}{3(2x+1)}+1=\dfrac{2x-1}{3(2x+1)}>0$, suy ra *0,25*

$-1<C\leq 0$ hay C =0 và x = -1.

Vậy các giá trị tìm được thoả mãn yêu cầu là: x = 0 , x = -1.

Câu 4 (3,0 điểm):

a) 2,0 điểm:



Nội dung trình bày	Điểm
Gọi I là trung điểm AB, $E=IK\cap CD$, $R=IM\cap CD$. Xét hai tam giác	*0,25*
KIB và KED có: $ABD=BDC$	
KB = KD (K là trung điểm BD)	*0,25*
$IKB=EKD$	*0,25*
Suy ra $\Delta KIB=\Delta KED\Rightarrow IK=KE$.	*0,25*
Chứng minh tương tự có: $\Delta MIA=\Delta MRC$	*0,25*
Suy ra: MI = MR	*0,25*
Trong tam giác IER có IK = KE và MI = MR nên KM là đường trung bình $\Rightarrow$ KM // CD	*0,25*
Do CD // AB (gt) do đó KM // AB (đpcm)	*0,25*

b) 1,0 điểm:

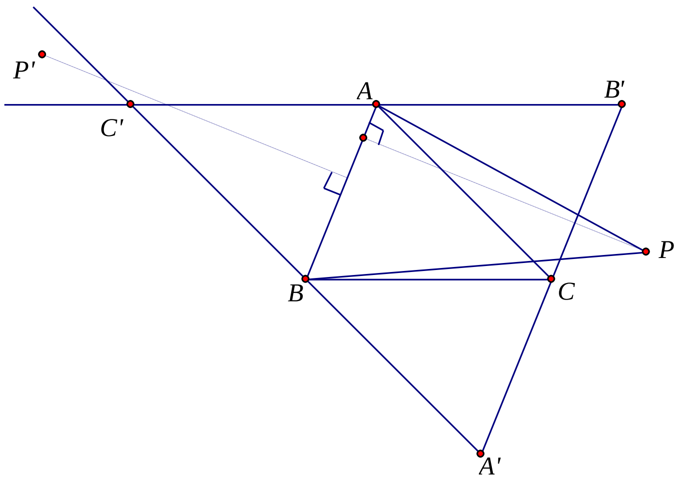
Ta có: IA=IB, KB=KD (gt)$\Rightarrow$ IK là đường trung bình của ΔABD $\Rightarrow$ IK//AD hay IE//AD | 0,25
Chứng minh tương tự trong ΔABC có IM//BC hay IR//BC

Có: $QK \perp AD$ (gt), IE//AD (CM trên) $\Rightarrow QK \perp IE$. Tương tự có $QM \perp IR$ *0,25*

Từ trên có: IK=KE, $QK \perp IE \Rightarrow QK$ là trung trực ứng với cạnh IE của ΔIER. Tương tự QM là trung trực thứ hai của ΔIER *0,25*

Hạ $QH \perp CD$ suy ra QH là trung trực thứ ba của ΔIER hay Q nằm trên trung trực của đoạn CD $\Rightarrow$ Q cách đều C và D hay QD=QC (đpcm). *0,25*

Câu 5 (1,0 điểm):



Trong số các tam giác tạo thành, xét tam giác ABC có diện tích lớn nhất (diện tích S). Khi đó $S \le 1$. 0.25

Qua mỗi đỉnh của tam giác, kẻ các đường thẳng song song với cạnh đối diện, các đường thẳng này giới hạn tạo thành một tam giác $A'B'C'$ (hình vẽ). Khi đó $S_{A'B'C'} = 4S_{ABC} \le 4$. Ta sẽ chứng minh tất cả các điểm đã cho nằm trong tam giác $A'B'C'$. 0.25

Giả sử trái lại, có một điểm P nằm ngoài tam giác $A'B'C'$ chẳng hạn như trên hình vẽ . Khi đó $d(P;AB) > d(C;AB)$, suy ra $S_{PAB} > S_{CAB}$, mâu thuẫn với giả thiết tam giác ABC có diện tích lớn nhất. 0.25

Vậy, tất cả các điểm đã cho đều nằm bên trong tam giác $A'B'C'$ có diện tích không lớn hơn 4. 0.25

ĐỀ 1255

SỞ GD&ĐT THÀNH PHỐ HÀ NỘI

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
Môn thi : Toán
Năm học: 2012 – 2013
Ngày thi : *21 tháng 6 năm 2012*
Thời gian làm bài: *120 phút*

Bài I *(2,5 điểm)*

1) Cho biểu thức $A = \dfrac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}+2}$ Tính giá trị của biểu thức A khi x = 36.
2) Rút gọn biểu thức $B = \left(\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+4} + \dfrac{4}{\sqrt{x}-4}\right) : \dfrac{x+16}{\sqrt{x}+2}$ (với $x \geq 0$, $x \neq 16$).
3) Với các biểu thức A và B nói trên, hãy tìm các giá trị nguyên của x để giá trị của biểu thức B(A – 1) là số nguyên.

Bài II *(2,0 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Hai người cùng làm chung một công việc trong $\dfrac{12}{5}$ giờ thì xong. Nếu mỗi người làm một mình thì thời gian để người thứ nhất hoàn thành công việc ít hơn người thứ hai là 2 giờ. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi người phải làm trong bao nhiêu giờ để xong công việc?

Bài III *(1,5 điểm)*

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases} \dfrac{2}{x} + \dfrac{1}{y} = 2 \\ \dfrac{6}{x} - \dfrac{2}{y} = 1 \end{cases}$
2) Cho phương trình : $x^2 - (4m-1)x + 3m^2 - 2m = 0$ (ẩn x). Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $x_1^2 + x_2^2 = 7$

Bài IV *(3,5 điểm)*

Cho đường tròn (O; R) đường kính AB. Bán kính CO vuông góc với AB, M là điểm bất kì trên cung nhỏ AC (M khác A và C), BM cắt AC tại H. Gọi K là hình chiếu của H trên AB.

1) Chứng minh tứ giác CBKH là tứ giác nội tiếp.
2) Chứng minh $ACM = ACK$
3) Trên đoạn thẳng BM lấy điểm E sao cho BE = AM. Chứng minh tam giác ECM là tam giác vuông cân tại C.
4) Gọi d là tiếp tuyến của đường tròn (O) tại điểm A. Cho P là một điểm nằm trên d sao cho hai điểm P, C nằm trong cùng một nửa mặt phẳng bờ AB và $\dfrac{AP.MB}{MA} = R$.
Chứng minh đường thẳng PB đi qua trung điểm của đoạn thẳng HK.

Bài V *(0,5 điểm)* Với x, y là các số dương thỏa mãn điều kiện x $\geq$ 2y, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức M = $\frac{x^2+y^2}{xy}$.

....**Hết**.......................................

Lưu ý: *Giám thị không giải thích gì thêm.*

Họ tên thí sinh:.. Số báo danh:..............................

Chữ kí giám thị 1: Chữ kí giám thị 2:

ĐÁP ÁN THI VÀO LỚP 10 TP HÀ NỘI NĂM HỌC 2012-2013

Môn: **TOÁN**

-----------@------------

	Đáp án
Câu I	1)Với x=36 thì $\sqrt{x}=6 \Rightarrow A=\frac{6+4}{6+2}=\frac{5}{4}$.
	2) $B=\left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+4}+\frac{4}{\sqrt{x}-4}\right):\frac{x+16}{\sqrt{x}+2}=\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-4)+4(\sqrt{x}+4)}{(\sqrt{x}+4)(\sqrt{x}-4)}.\frac{\sqrt{x}+2}{x+16}$ $=\frac{x-4\sqrt{x}+4\sqrt{x}+16}{(\sqrt{x}+4)(\sqrt{x}-4)}.\frac{\sqrt{x}+2}{x+16}=\frac{(x+16)(\sqrt{x}+2)}{(x-16)(x+16)}=\frac{\sqrt{x}+2}{x-16}$.
	3) Ta có: $B(A-1)=\frac{\sqrt{x}+2}{x-16}.\left(\frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}+2}-1\right)=\frac{\sqrt{x}+2}{x-16}.\frac{2}{\sqrt{x}+2}=\frac{2}{x-16}$. Để $B(A-1)$ nguyên thì $x-16$ là ước của 2, ta có bảng giá trị tương ứng: $x-16$: 1; -1; 2; -2 x: 17; 15; 18; 14 Kết hợp ĐK $x\geq 0, x\neq 16$, ta được: x=14; 15; 17; 18.
Câu II	Gọi thời gian người 1 làm một mình để xong công việc là x (giờ), ĐK: $x>\frac{12}{5}$. Vậy thời gian người 2 làm một mình xong công việc là $x+2$ (giờ). 1 giờ người 1 làm được $\frac{1}{x}$ công việc; 1 giờ người 2 làm được $\frac{1}{x+2}$ công việc. Vì 2 người làm chung trong $\frac{12}{5}$ giờ thì xong công việc, ta có PT: $\frac{12}{5}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{x+2}\right)=1$. Giải PT, ta được: $\left[\begin{array}{l} x=4 \\ x=\frac{-6}{5}\end{array}\right.$. Kết hợp ĐK thì x=4 thỏa mãn, $x=\frac{-6}{5}$ loại. Vậy thời gian người 1 làm một mình xong công việc là 4 giờ, thời gian người 2 làm một mình xong công việc là 4+2=6 (giờ).

<table>
<tr><td>Câu III</td><td>

1)Giải hệ: $\begin{cases}\dfrac{2}{x}+\dfrac{1}{y}=2\\ \dfrac{6}{x}-\dfrac{2}{y}=1\end{cases}$, (ĐK: $x,y\neq 0$).

Hệ $\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{4}{x}+\dfrac{2}{y}=4\\ \dfrac{6}{x}-\dfrac{2}{y}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{4}{x}+\dfrac{6}{x}=4+1\\ \dfrac{2}{x}+\dfrac{1}{y}=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{10}{x}=5\\ \dfrac{2}{x}+\dfrac{1}{y}=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\ \dfrac{2}{2}+\dfrac{1}{y}=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\ y=1\end{cases}$.

Vậy hệ có nghiệm (x;y)=(2;1).

</td></tr>
<tr><td></td><td>

2)PT: $x^2-(4m-1)x+3m^2-2m=0(1)$

PT(1) có 2 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\neq 0\\ \Delta=(4m-1)^2-4(3m^2-2m)>0\end{cases}\Leftrightarrow\Delta=4m^2+1>0.$

Điều này đúng với mọi m.

-Theo ĐL Vi –ét, ta có: $\begin{cases}x_1+x_2=4m-1\\ x_1x_2=3m^2-2m\end{cases}$. Khi đó:

$x_1^2+x_2^2=7\Leftrightarrow(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=7$

$\Leftrightarrow(4m-1)^2-2(3m^2-2m)=7\Leftrightarrow 10m^2-4m-6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\ m=\dfrac{-3}{5}\end{array}\right.$ (TM).

</td></tr>
<tr><td>Câu IV</td><td>

1)

Ta có:

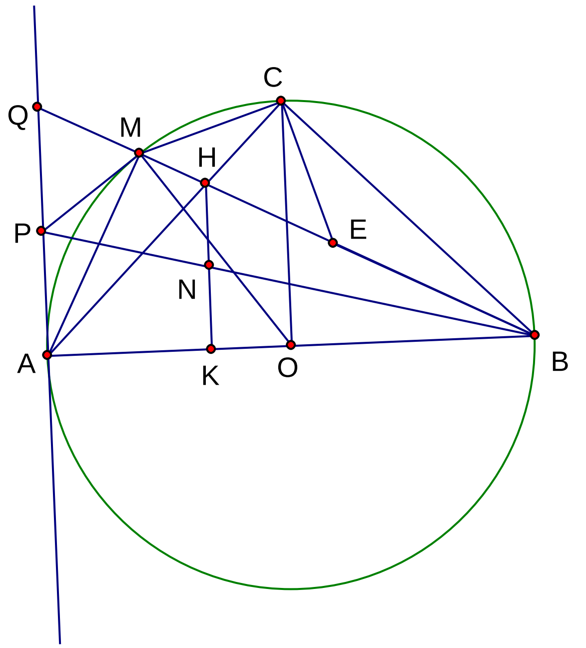
$HCB=ACB=90^0$ (Hệ quả)

$HKB=90^0$ (gt)

$\Rightarrow HCB+HKB=180^0$

, mà hai góc này ở vị trí đối diện nên tứ giác CBKH nội tiếp. (Đpcm)

</td></tr>
</table>



2) Trong (O), $ACM = ABM$ (hệ quả). Trong đường tròn ngoại tiếp tứ giác CBKH có $ACK = ABM$ (hệ quả) $\Rightarrow ACM = ACK$ (Đpcm)

3) Vì $CO \perp AB$ tại O nên CO là đường trung trực của AB, suy ra CA=CB.

Mà $MAC = MBC$ (hệ quả), AM=BE(gt)$\Rightarrow \Delta MAC = \Delta EBC$ (c.g.c)$\Rightarrow \begin{cases} CM = CE\,(1) \\ MCA = ECB \end{cases}$

Vì $ECB + HCE = ACB = 90^0 \Rightarrow MCA + HCE = 90^0$ hay $MCE = 90^0(2)$.

Từ (1) và (2) suy ra: ΔCME vuông cân tại C.

4) Từ giả thiết $\dfrac{AP.MB}{MA} = R \Rightarrow \dfrac{AP}{AM} = \dfrac{R}{MB} = \dfrac{BO}{BM} \Rightarrow \Delta APM \sim \Delta BOM$ (c.g.c)

(Vì $\dfrac{AP}{AM} = \dfrac{BO}{BM}$, $PAM = OBM$ (hệ quả)).

$\Rightarrow \dfrac{AP}{PM} = \dfrac{OB}{OM} = 1 \Rightarrow PA = PM$.

-Kéo dài PM cắt đường thẳng (d) tại Q. Vì $AMB = 90^0 \Rightarrow AMQ = 90^0$ hay tam giác AMQ vuông tại M. Mà PM=PA nên $PAM = PMA \Rightarrow PMQ = PQM \Rightarrow PQ = PM \Rightarrow$ PA=PQ hay P là trung điểm của AQ.

Gọi N là giao điểm của BP với HK. Vì HK//AQ (cùng vuông góc AB) nên theo ĐL Ta-lét, ta có: $\dfrac{NK}{PA} = \dfrac{BN}{BP} = \dfrac{HN}{PQ}$ mà PA=PQ$\Rightarrow NH = NK$ hay BP đi qua trung điểm N của HK. (Đpcm)

Tìm Min: Ta có $M = \dfrac{x^2 + y^2}{xy} = \dfrac{x}{y} + \dfrac{y}{x} = \dfrac{x}{4y} + \dfrac{y}{x} + \dfrac{3}{4}.\dfrac{x}{y}$.

Câu V	Theo bđt Côsi thì $\frac{x}{4y}+\frac{y}{x}\ge 2\sqrt{\frac{x}{4y}.\frac{y}{x}}=1$. Theo giả thiết: $\frac{3}{4}.\frac{x}{y}\ge\frac{3}{4}.\frac{2y}{y}=\frac{3}{2}$. Do đó: $M\ge 1+\frac{3}{2}=\frac{5}{2}$. Dấu "=" khi x=2y.

ĐỀ 1256

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
TRUNG HỌC PHỔ THÔNG CHUYÊN
NĂM HỌC 2008-2009
KHÓA NGÀY 18-06-2008
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 150 phút
(không kể thời gian giao đề)

Câu 1 (4 điểm):
a) Tìm m để phương trình $x^2 + (4m + 1)x + 2(m - 4) = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thoả $|x_1 - x_2| = 17$.

b) Tìm m để hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x \ge m-1 \\ mx \ge 1 \end{cases}$ có một nghiệm duy nhất.

Câu 2(4 điểm): Thu gọn các biểu thức sau:

a) $S = \frac{a}{(a-b)(a-c)} + \frac{b}{(b-c)(b-a)} + \frac{c}{(c-a)(c-b)}$ (a, b, c khác nhau đôi một)

b) $P = \frac{\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}+\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}}{\sqrt{x+\sqrt{2x-1}}-\sqrt{x-\sqrt{2x-1}}}$ $(x \ge 2)$

Câu 3(2 điểm): Cho a, b, c, d là các số nguyên thỏa $a \le b \le c \le d$ và $a + d = b + c$.
Chứng minh rằng:
a) $a^2 + b^2 + c^2 + d^2$ là tổng của ba số chính phương.
b) $bc \ge ad$.

Câu 4 (2 điểm):
a) Cho a, b là hai số thực thoả $5a + b = 22$. Biết phương trình $x^2 + ax + b = 0$ có hai nghiệm là hai số nguyên dương. Hãy tìm hai nghiệm đó.
b) Cho hai số thực sao cho $x + y$, $x^2 + y^2$, $x^4 + y^4$ là các số nguyên. Chứng minh $x^3 + y^3$ cũng là các số nguyên.

Câu 5 (3 điểm): Cho đường tròn (O) đường kính AB. Từ một điểm C thuộc đường tròn (O) kẻ CH vuông góc với AB (C khác A và B; H thuộc AB). Đường tròn tâm C bán kính CH cắt đường tròn (O) tại D và E. Chứng minh DE đi qua trung điểm của CH.

Câu 6 (3 điểm): Cho tam giác ABC đều có cạnh bằng 1. Trên cạnh AC lấy các điểm D, E sao cho $\angle ABD = \angle CBE = 20^0$. Gọi M là trung điểm của BE và N là điểm trên cạnh BC sao BN = BM. Tính tổng diện tích hai tam giác BCE và tam giác BEN.

Câu 7 (2 điểm): Cho a, b là hai số thực sao cho $a^3 + b^3 = 2$. Chứng minh $0 < a + b \le 2$.

-----oOo-----

Gợi ý giải đề thi môn toán chuyên

Câu 1:

a) $\Delta = (4m + 1)^2 - 8(m - 4) = 16m^2 + 33 > 0$ với mọi m nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2.

Ta có: $S = -4m - 1$ và $P = 2m - 8$.

Do đó: $|x_1 - x_2| = 17 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 = 289 \Leftrightarrow S^2 - 4P = 289$

$\Leftrightarrow \quad (-4m - 1)^2 - 4(2m - 8) = 289 \Leftrightarrow 16m^2 + 33 = 289$

$\Leftrightarrow \quad 16m^2 = 256 \Leftrightarrow m^2 = 16 \Leftrightarrow m = \pm 4$.

Vậy m thoả YCBT $\Leftrightarrow m = \pm 4$.

b) $\begin{cases} 2x \ge m - 1 & (a) \\ mx \ge 1 & (b) \end{cases}$.

Ta có: (a) $\Leftrightarrow x \ge \dfrac{m-1}{2}$.

Xét (b): * $m > 0$: (b) $\Leftrightarrow x \ge \dfrac{1}{m}$.

* $m = 0$: (b) $\Leftrightarrow 0x \ge 1$ (VN)

* $m < 0$: (b) $\Leftrightarrow x \le \dfrac{1}{m}$.

Vậy hệ có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ \dfrac{1}{m} = \dfrac{m-1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m^2 - m - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = -1$.

Câu 2:

a) $S = \dfrac{a}{(a-b)(a-c)} + \dfrac{b}{(b-c)(b-a)} + \dfrac{c}{(c-a)(c-b)}$ (a, b, c khác nhau đôi một)

$$= \frac{a(c-b)+b(a-c)+c(b-a)}{(a-b)(b-c)(c-a)} = \frac{ac-ab+ba-bc+cb-ca}{(a-b)(b-c)(c-a)} = 0.$$

b) $P = \dfrac{\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}+\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}}{\sqrt{x+\sqrt{2x-1}}-\sqrt{x-\sqrt{2x-1}}}$ $(x \geq 2)$

$$= \frac{\sqrt{2}\left[\sqrt{(\sqrt{x-1}+1)^2}+\sqrt{(\sqrt{x-1}-1)^2}\right]}{\sqrt{2x+2\sqrt{2x-1}}-\sqrt{2x-2\sqrt{2x-1}}}$$

$$= \frac{\sqrt{2}\left[\left|\sqrt{x-1}+1\right|+\left|\sqrt{x-1}-1\right|\right]}{\sqrt{(\sqrt{2x-1}+1)^2}-\sqrt{(\sqrt{2x-1}-1)^2}}$$

$$= \frac{\sqrt{2}\left[\left|\sqrt{x-1}+1\right|+\left|\sqrt{x-1}-1\right|\right]}{\left|\sqrt{2x-1}+1\right|-\left|\sqrt{2x-1}-1\right|}$$

$$= \frac{\sqrt{2}\left[\sqrt{x-1}+1+\sqrt{x-1}-1\right]}{\sqrt{2x-1}+1-(\sqrt{2x-1}-1)}$$ (vì $x \geq 2$ nên $\sqrt{x-1} \geq 1$ và $\sqrt{2x-1} \geq 1$)

$$= \sqrt{2}\sqrt{x-1}.$$

Câu 3: Cho a, b, c, d là các số nguyên thoả $a \leq b \leq c \leq d$ và $a + d = b + c$.

a) Vì $a \leq b \leq c \leq d$ nên ta có thể đặt $a = b - k$ và $d = c + h$ $(h, k \in N)$

Khi đó do $a + d = b + c \Leftrightarrow b + c + h - k = b + c \Leftrightarrow h = k$.

Vậy $a = b - k$ và $d = c + k$.

Do đó: $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = (b - k)^2 + b^2 + c^2 + (c + k)^2$

$= 2b^2 + 2c^2 + 2k^2 - 2bk + 2ck$

$= b^2 + 2bc + c^2 + b^2 + c^2 + k^2 - 2bc - 2bk + 2ck + k^2$

$= (b + c)^2 + (b - c - k)^2 + k^2$ là tổng của ba số chính phương

(do $b + c$, $b - c - k$ và k là các số nguyên)

b) Ta có $ad = (b - k)(c + k) = bc + bk - ck - k^2 = bc + k(b - c) - k^2 \leq bc$ (vì $k \in N$ và $b \leq c$)

Vậy $ad \leq bc$ (ĐPCM)

Câu 4:

a) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm nguyên dương của phương trình $(x_1 \leq x_2)$

Ta có $a = -x_1 - x_2$ và $b = x_1x_2$ nên

$5(-x_1 - x_2) + x_1x_2 = 22$

$\Leftrightarrow$ $x_1(x_2 - 5) - 5(x_2 - 5) = 47$

$\Leftrightarrow$ $(x_1 - 5)(x_2 - 5) = 47$ (*)

Ta có: $-4 \leq x_1 - 5 \leq x_2 - 5$ nên

$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 - 5 = 1 \\ x_2 - 5 = 47 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 6 \\ x_2 = 52 \end{cases}$.

Khi đó: a = – 58 và b = 312 thoả 5a + b = 22. Vậy hai nghiệm cần tìm là $x_1 = 6$; $x_2 = 52$.

b) Ta có $(x + y)(x^2 + y^2) = x^3 + y^3 + xy(x + y)$ (1)

$x^2 + y^2 = (x + y)^2 – 2xy$ (2)

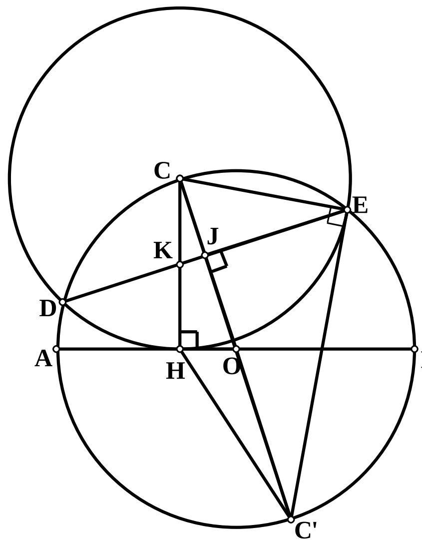
$x^4 + y^4 = (x^2 + y^2)^2 – 2x^2y^2$ (3)

Vì x + y, $x^2 + y^2$ là số nguyên nên từ (2) $\Rightarrow$ 2xy là số nguyên.

Vì $x^2 + y^2$, $x^4 + y^4$ là số nguyên nên từ (3) $\Rightarrow 2x^2y^2 = \frac{1}{2}(2xy)^2$ là số nguyên

$\Rightarrow (2xy)^2$ chia hết cho 2 $\Rightarrow$ 2xy chia hết cho 2 (do 2 là nguyên tố) $\Rightarrow$ xy là số nguyên.

Do đó từ (1) suy ra $x^3 + y^3$ là số nguyên.



Câu 5: Ta có: OC $\perp$ DE (tính chất đường nối tâm

$\Rightarrow \Delta$ CKJ và Δ COH đồng dạng (g–g)

$\Rightarrow$ CK.CH = CJ.CO (1)

$\Rightarrow$ 2CK.CH = CJ.2CO = CJ.CC'

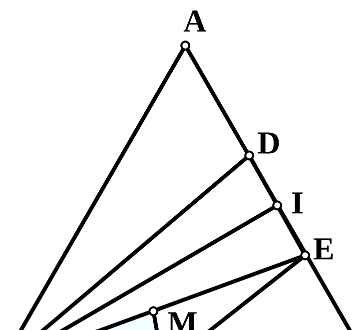
mà Δ CEC' vuông tại E có EJ là đường cao

$\Rightarrow CJ.CC' = CE^2 = CH^2$

$\Rightarrow 2CK.CH = CH^2$

$\Rightarrow$ 2CK = CH

$\Rightarrow$ K là trung điểm của CH.



Câu 6: Kẻ BI $\perp$ AC $\Rightarrow$ I là trung điểm AC.

Ta có: $\angle ABD = \angle CBE = 20^0 \Rightarrow \angle DBE = 20^0$ (1)

Δ ADB = Δ CEB (g.c.g)

ĐỀ 1257

Câu 1: Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a) $2x^2 + 3x - 5 = 0$ (1)

b) $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$ (2)

c) $\begin{cases} 2x + y = 1 & \text{(a)} \\ 3x + 4y = -1 & \text{(b)} \end{cases}$ (3)

Câu 2: a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số $y = -x^2$ và đường thẳng (D): $y = x - 2$ trên cùng một cùng một hệ trục toạ độ.

b) Tìm toạ độ các giao điểm của (P) và (D) ở câu trên bằng phép tính.

Câu 3: Thu gọn các biểu thức sau:

a) $A = \sqrt{7-4\sqrt{3}} - \sqrt{7+4\sqrt{3}}$

b) $B = \left(\dfrac{\sqrt{x}+1}{x-4} - \dfrac{\sqrt{x}-1}{x+4\sqrt{x}+4}\right).\dfrac{x\sqrt{x}+2x-4\sqrt{x}-8}{\sqrt{x}}$ $(x > 0; x \neq 4)$.

Câu 4: Cho phương trình $x^2 - 2mx - 1 = 0$ (m là tham số)

a) Chứng minh phương trình trên luôn có 2 nghiệm phân biệt.

b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình trên. Tìm m để $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 7$.

Câu 5: Từ điểm M ở ngoài đường tròn (O) vẽ cát tuyến MCD không đi qua tâm O và hai tiếp tuyến MA, MB đến đường tròn (O), ở đây A, B là các tiếp điểm và C nằm giữa M, D.

a) Chứng minh $MA^2 = MC.MD$.

b) Gọi I là trung điểm của CD. Chứng minh rằng 5 điểm M, A, O, I , B cùng nằm trên một đường tròn.

c) Gọi H là giao điểm của AB và MO. Chứng minh tứ giác CHOD nội tiếp được đường tròn. Suy ra AB là phân giác của góc CHD.

d) Gọi K là giao điểm của các tiếp tuyến tại C và D của đường tròn (O). Chứng minh A, B, K thẳng hàng.

-----oOo-----

Gợi ý giải đề thi môn toán

Câu 1:

a) $2x^2 + 3x - 5 = 0$ (1)

Cách 1: Phương trình có dạng a + b + c = 0 nên phương trình (1) có hai nghiệm là:

$x_1 = 1$ hay $x_2 = \dfrac{c}{a} = -\dfrac{5}{2}$.

Cách 2: Ta có $\Delta = b^2 - 4ac = 3^2 - 4.2.(-5) = 49 > 0$ nên phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt là $x_1 = \dfrac{-3-7}{4} = -\dfrac{5}{2}$ hoặc $x_2 = \dfrac{-3+7}{4} = 1$.

b) $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$ (2)

Đặt $t = x^2$, $t \geq 0$.

Phương trình (2) trở thành $t^2 - 3t - 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = -1 \\ t = 4 \end{array}\right.$ $(a - b + c = 0)$

So sánh điều kiện ta được $t = 4 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm 2$.

Vậy phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt là $x = 2$ hoặc $x = -2$.

c) $\begin{cases} 2x + y = 1 & \text{(a)} \\ 3x + 4y = -1 & \text{(b)} \end{cases}$ (3)

Cách 1: Từ (a) $\Rightarrow y = 1 - 2x$ (c). Thế (c) vào (b) ta được:

$$3x + 4(1 - 2x) = -1 \Leftrightarrow -5x = -5 \Leftrightarrow x = 1.$$

Thế $x = 1$ vào (c) ta được $y = -1$. Vậy hệ phương trình (3) có nghiệm là $x = 1$ và $y = -1$.

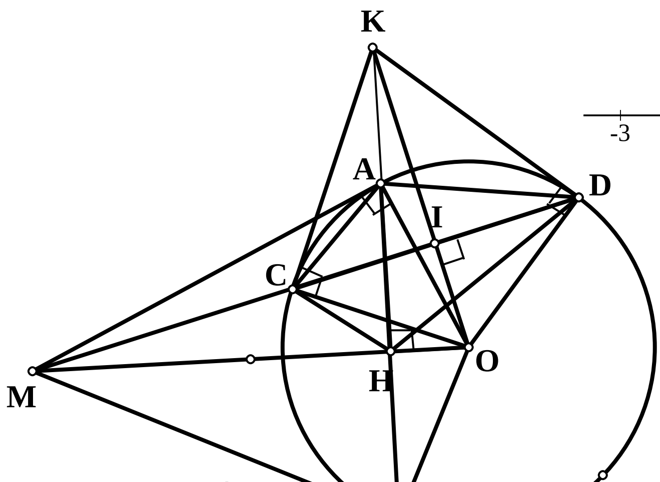
Cách 2: (3) $\Leftrightarrow \begin{cases} 8x + 4y = 4 \\ 3x + 4y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 5 \\ 3x + 4y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ 3.1 + 4y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$.

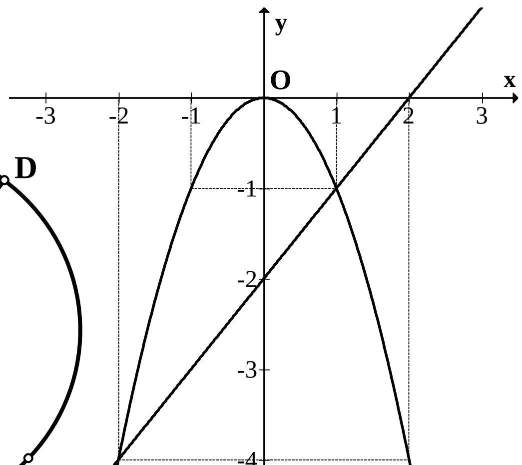
Vậy hệ phương trình (3) có nghiệm là $x = 1$ và $y = -1$.

Câu 2:

a) * Bảng giá trị đặc biệt của hàm số $y = -x^2$:

x	–2	–1	0	1	2





ĐỀ 1258

PHÒNG GD-ĐT NINH HÒA

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI HUYỆN

NĂM HỌC: 2009-2010

Môn: **TOÁN**

Thời gian làm bài: 150 phút *(Không kể thời gian phát đề)*

Bài 1: (3đ) Chứng minh đẳng thức: $\sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{3-\sqrt{29-12\sqrt{5}}}} = \text{cotg}45^0$

Bài 2: (4đ) Cho biểu thức $Q = \dfrac{\sqrt{x-\sqrt{4(x-1)}}+\sqrt{x+\sqrt{4(x-1)}}}{\sqrt{x^2-4(x-1)}}\cdot\left(1-\dfrac{1}{x-1}\right)$

a) Tìm điều kiện của x để Q có nghĩa

b) Rút gọn biểu thức Q

Bài 3: (3,5đ) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $M = \dfrac{y\sqrt{x-1}+x\sqrt{y-4}}{xy}$

Bài 4: (3,75đ) Chứng minh rằng nếu $\dfrac{x^2-yz}{x(1-yz)} = \dfrac{y^2-xz}{y(1-xz)}$

với $x \neq y, yz \neq 1, xz \neq 1, x \neq 0, y \neq 0, z \neq 0$

thì $x+y+z = \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}$

Bài 5: (3,75đ) Cho tam giác ABC vuông cân tại A, M là trung điểm cạnh BC. Từ đỉnh M vẽ góc 45^0 sao cho các cạnh của góc này lần lượt cắt AB, AC tại E, F.

Chứng minh rằng: $S_{\Delta MEF} < \dfrac{1}{4}S_{\Delta ABC}$

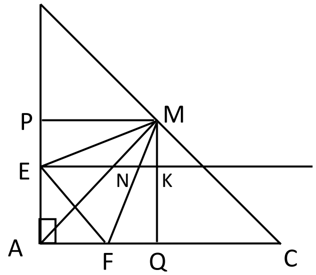
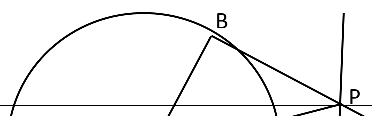
Bài 6: (2đ) Từ một điểm A ở ngoài đường tròn (O ; R), ta kẻ hai tiếp tuyến AB và AC với đường tròn (B và C là các tiếp điểm). Gọi M là một điểm bất kỳ trên đường thẳng đi qua các trung điểm của AB và AC. Kẻ tiếp tuyến MK của đường tròn (O). Chứng minh MK = MA

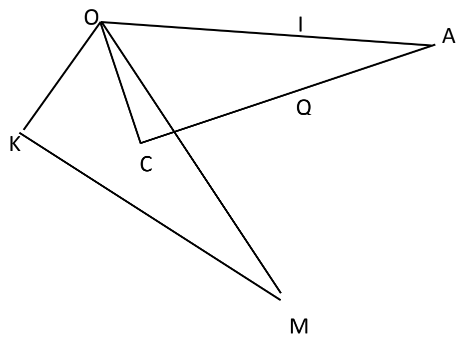
HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI HUYỆN NĂM HỌC 2009-2010

Bài	Nội dung – Yêu cầu	Điểm
1	$\sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{3-\sqrt{29-12\sqrt{5}}}}=\sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{3-\sqrt{\left(2\sqrt{5}-3\right)^2}}}$ $=\sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{6-2\sqrt{5}}}$ $=\sqrt{\sqrt{5}-\sqrt{\left(\sqrt{5}-1\right)^2}}$ $=1$ $=\text{cotg}45^0$	1đ 0,5đ 0,75đ 0,25đ 0,5đ
2a	Q có nghĩa $\Leftrightarrow x>1$ và $x\neq 2$	0,5đ
2b	$Q=\dfrac{\sqrt{x-\sqrt{4(x-1)}}+\sqrt{x+\sqrt{4(x-1)}}}{\sqrt{x^2-4(x-1)}}\cdot\left(1-\dfrac{1}{x-1}\right)$ $Q=\dfrac{\sqrt{(x-1)-2\sqrt{x-1}+1}+\sqrt{(x-1)+2\sqrt{x-1}+1}}{\sqrt{x^2-4x+4}}\cdot\dfrac{x-2}{x-1}$ $Q=\dfrac{\sqrt{\left(\sqrt{x-1}-1\right)^2}+\sqrt{\left(\sqrt{x-1}+1\right)^2}}{\sqrt{(x-2)^2}}\cdot\dfrac{x-2}{x-1}$ $Q=\dfrac{\left\|\sqrt{x-1}-1\right\|+\sqrt{x-1}+1}{\|x-2\|}\cdot\dfrac{x-2}{x-1}$ **** Nếu 1 < x < 2 ta có:*** $Q=\dfrac{1-\sqrt{x-1}+\sqrt{x-1}+1}{2-x}\cdot\dfrac{x-2}{x-1}$ $Q=\dfrac{2}{1-x}$ **** Nếu x > 2 ta có:*** $Q=\dfrac{\sqrt{x-1}-1+\sqrt{x-1}+1}{x-2}\cdot\dfrac{x-2}{x-1}$ $Q=\dfrac{2}{\sqrt{x-1}}$	0,75đ 0,75đ 0,25đ 0,5đ 0,25đ 0,25đ 0,5đ 0,25

3	Với điều kiện $x \ge 1, y \ge 4$ ta có: M = $\frac{\sqrt{x-1}}{x} + \frac{\sqrt{y-4}}{y}$ Áp dụng bất đẳng thức Côsi cho hai số không âm, Ta có: $\sqrt{x-1} = \sqrt{1(x-1)} \le \frac{1+x-1}{2} = \frac{x}{2}$ $\Rightarrow \frac{\sqrt{x-1}}{x} \le \frac{1}{2}$ (vì x dương) Và: $\sqrt{y-4} = \frac{1}{2}\sqrt{4(y-4)} \le \frac{1}{2} \cdot \frac{4+y-4}{2} = \frac{y}{4}$ $\Rightarrow \frac{\sqrt{y-4}}{y} \le \frac{1}{4}$ (vì y dương) Suy ra: M = $\frac{\sqrt{x-1}}{x} + \frac{\sqrt{y-4}}{y} \le \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ Vậy giá trị lớn nhất của M là $\frac{3}{4}$ $\Leftrightarrow$ x = 2, y = 8	0,25đ 0,75đ 0,5đ 0,75đ 0,5đ 0,25đ 0,5đ
4	$\frac{x^2-yz}{x(1-yz)} = \frac{y^2-xz}{y(1-xz)}$ $\Leftrightarrow (x^2-yz)(y-xyz) = (y^2-xz)(x-xyz)$ $\Leftrightarrow x^2y - x^3yz - y^2z + xy^2z^2 - xy^2 + xy^3z + x^2z - x^2yz^2 = 0$ $\Leftrightarrow (x^2y - xy^2) - (x^3yz - xy^3z) + (x^2z - y^2z) - (x^2yz^2 - xy^2z^2) = 0$ $\Leftrightarrow xy(x-y) - xyz(x^2-y^2) + z(x^2-y^2) - xyz^2(x-y) = 0$ $\Leftrightarrow (x-y)\left[xy - xyz(x+y) + z(x+y) - xyz^2\right] = 0$ $\Leftrightarrow xy - xyz(x+y) + z(x+y) - xyz^2 = 0$ (vì $x \ne y \Rightarrow x-y \ne 0$) $\Leftrightarrow xy + xz + yz = xyz(x+y) + xyz^2$ $\Leftrightarrow \frac{xy+xz+yz}{xyz} = \frac{xyz(x+y)+xyz^2}{xyz}$ (vì $xyz \ne 0$) $\Leftrightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = x + y + z$	0,25đ 0,5đ 0,5đ 0,5đ 0,5đ 0,5đ 0,5đ 0,5đ
5		

	 Kẻ MP $\perp$ AB tại P, MQ $\perp$ AC tại Q Kẻ Ex // AC, EC cắt MQ tại K và cắt MF tại N Do $\angle$EMF = 45^0 nên tia ME, MF nằm giữa hai tia MP và MQ $\Rightarrow S_{\Delta MEN} < S_{\Delta MEK} = \frac{1}{2}S_{MPEK}$ và $S_{\Delta FEN} < S_{\Delta QEK} = \frac{1}{2}S_{QAEK}$ ($S_{\Delta FEN} < S_{\Delta QEK}$ vì có cùng chiều cao nhưng đáy EN bé hơn đáy EK) Suy ra: $S_{\Delta MEN} + S_{\Delta FEN} < \frac{1}{2}S_{APMQ} \Leftrightarrow S_{\Delta MEF} < \frac{1}{2}S_{APMQ}$ (*) Chứng minh được: $S_{\Delta MAP} = \frac{1}{2}S_{\Delta MAB}$ $S_{\Delta MAQ} = \frac{1}{2}S_{\Delta MAC}$ $\Rightarrow S_{APMQ} = \frac{1}{2}S_{\Delta ABC}$ (**) Từ (*) và (**) ta có: $S_{\Delta MEF} < \frac{1}{4}S_{\Delta ABC}$	0,25đ 0,25đ 0,5đ 0,5đ 0,5đ 0,5đ 0,5đ 0,5đ 0,25đ
6	 	

	 Gọi P,Q lần lượt là trung điểm của AB,AC. Giao điểm của OA và PQ là I. AB và AC là hai tiếp tuyến nên AB = AC và AO là tia phân giác của $\angle$ BAC $\Rightarrow \Delta$PAQ cân ở A và AO $\perp$ PQ Áp dụng Pitago ta có: $MK^2 = MO^2 - R^2$ (ΔMKO vuông tại K) $MK^2 = (MI^2 + OI^2) - R^2$ (ΔMOI vuông tại I) $MK^2 = (MI^2 + OI^2) - (OP^2 - PB^2)$ (ΔBOP vuông tại B) $MK^2 = (MI^2 + OI^2) - [(OI^2 + PI^2) - PA^2]$ (ΔIOP vuông tại I và PA = PB) $MK^2 = MI^2 + OI^2 - OI^2 + (PA^2 - PI^2)$ $MK^2 = MI^2 + AI^2$ (ΔIAP vuông tại I) $MK^2 = MA^2$ (ΔIAM vuông tại I) $\Rightarrow$ MK = MA	0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ

ĐỀ 1259

PHÒNG GD&ĐT PHÚ GIÁO **ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN 9**

TRƯỜNG THCS AN BÌNH (Thời gian : 120 phút)

Bài 1(1,5đ): Cho biểu thức $Q = \left(\dfrac{\sqrt{3}}{x^2 + x\sqrt{3} + 3} + \dfrac{3}{x^3 - \sqrt{27}}\right)\left(\dfrac{x}{\sqrt{3}} + \dfrac{\sqrt{3}}{x} + 1\right)$

a/ Rút gọn Q

b/ Tính giá trị của Q khi $x = \sqrt{3} + 2010$

Bài 2(1đ): Rút gọn biểu thức $M = \sqrt{4+\sqrt{7}} - \sqrt{4-\sqrt{7}}$

Bài 3(1đ): Chứng minh rằng với mọi a,b,c ta có $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ac$

Bài 4(2đ): a/ Cho a + b = 2. Tìm giá trị nhỏ nhất của A = $a^2 + b^2$

b/ Cho x +2y = 8 . Tìm giá trị lớn nhất của B=xy

Bài 5(2đ): Giải phương trình

$$\sqrt{x^2 - 9} + \sqrt{x^2 - 6x + 9} = 0$$

b/ $\sqrt{x^2-4}-x^2+4=0$

Bài 6(2,5đ): Cho hình vuông cạnh a. Đường tròn tâm O, bán kính a cắt OB tại M .D là điểm đối xứng của O qua C . Đường thẳng Dx vuông góc với CD tại D cắt CM tại E. CA cắt Dx tại F. Đặt $\alpha = MDC$

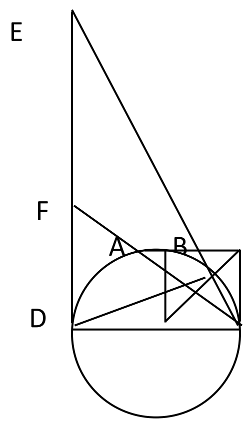
a/ Chứng minh AM là phân giác của FCB. Tính độ dài DM, CE theo a và α

b/ Tính độ dài CM theo a . Suy ra giá trị của $\sin\alpha$

ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM

Bài	Nội dung	Biểu chấm
1(1,5đ)	a.(1đ) A = $\left(\frac{\sqrt{3}}{x^2+x\sqrt{3}+3}+\frac{3}{x^3-\sqrt{27}}\right)\left(\frac{x}{\sqrt{3}}+\frac{\sqrt{3}}{x}+1\right)$ ĐKXĐ: x $\neq$ 0; x $\neq$ $\sqrt{3}$ = $\left(\frac{\sqrt{3}}{x^2+x\sqrt{3}+3}+\frac{3}{(x-\sqrt{3})(x^2+x\sqrt{3}+3)}\right)\left(\frac{x^2+x\sqrt{3}+3}{\sqrt{3}x}\right)$ = $\left(\frac{(x-\sqrt{3})\sqrt{3}+3}{(x-\sqrt{3})(x^2+x\sqrt{3}+3)}\right)\left(\frac{x^2+x\sqrt{3}+3}{\sqrt{3}x}\right)$ $=\frac{1}{x-\sqrt{3}}$ b. (0,5 đ) Thay x = $\sqrt{3}$ +2010 vào A ta có: A$=\frac{1}{x-\sqrt{3}}=\frac{1}{\sqrt{3}+2010-\sqrt{3}}=\frac{1}{2010}$	0.25 0.25 0.25 0.25 0,5
2(1đ)	Rút gọn biểu thức $M=\sqrt{4+\sqrt{7}}-\sqrt{4-\sqrt{7}}$	0.25 0.25 0.25

	$M=\sqrt{4+\sqrt{7}}-\sqrt{4-\sqrt{7}}$ $M=\sqrt{\frac{8+2\sqrt{7}}{2}}-\sqrt{\frac{8-2\sqrt{7}}{2}}$ $M=\sqrt{\frac{\left(1+\sqrt{7}\right)^2}{2}}-\sqrt{\frac{\left(1-\sqrt{7}\right)^2}{2}}$ $M=\frac{1+\sqrt{7}}{\sqrt{2}}-\frac{\sqrt{7}-1}{\sqrt{2}}$ $M=\sqrt{2}$	0.25
3(1đ)	$a^2+b^2+c^2\ge ab+bc+ac$ $\Leftrightarrow 2a^2+2b^2+2c^2\ge 2ab+2bc+2ac$ $\Leftrightarrow a^2-2ab+b^2+b^2-2bc+c^2+a^2-2ac+c^2\ge 0$ $\Leftrightarrow (a-b)^2+(b-c)^2+(a-c)^2\ge 0$	0.25 0.25 0.5
4(2đ)	a/ Cho a + b = 2.T ìm giá trị nhỏ nhất của A = a^2 + b^2 $a+b=2\Rightarrow b=2-a$ $A=a^2+(2-a)^2$ $A=2a^2-4a+4$ $A=\left(\sqrt{2}a\right)^2-2\sqrt{2}a.\sqrt{2}+\left(\sqrt{2}\right)^2+2$ $A=\left(\sqrt{2}a-\sqrt{2}\right)^2+2$ $A\ge 2$ $A_{\min}=2$ $x+2y=8\Rightarrow x=8-2y$ $B=y(8-2y)=8y-2y^2$ b/ $=-\left[\left(\sqrt{2}y\right)^2-2\sqrt{2}y.2\sqrt{2}+\left(2\sqrt{2}\right)^2-8\right]$ $=8-\left(\sqrt{2}y-2\sqrt{2}\right)^2\le 8$ $B_{\max}=8$	

5(2đ)	$a/\sqrt{x^2-9}+\sqrt{x^2-6x+9}=0$ $\Leftrightarrow \sqrt{(x-3)}\left(\sqrt{x+3}+\sqrt{x-3}\right)=0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{(x-3)}=0\\ \sqrt{x+3}+\sqrt{x-3}=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=3\\ ptvn\end{array}\right.$ vậy nghiệm của pt là x=3 $b/\sqrt{x^2-4}-x^2+4=0$ $\sqrt{x^2-4}-\left(x^2-4\right)=0$ $\Leftrightarrow \sqrt{t}-t=0 \Leftrightarrow t^2-t=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}t=1\\ t=0\end{array}\right.$ $x=\pm 2$ $x=\pm\sqrt{5}$	0.5 0.25 0.25 0.25 0.25 0.5
6(2.5đ)	 a/ vì M thuộc đường tròn tâm O đường kính CD nên $CMD=90^0$ Mà $CA\perp OB$ (đường chéo hình vuông) nên $MCA=MCB$ (góc có cạnh vuông góc) $\Rightarrow MCA=MCB$ Do đó MC là tia phân giác của ACB Ta thấy $\alpha=ECF=ACM\Rightarrow\alpha=MDC$ ΔDMC vuông tại M có $MDC=\alpha$ và CD=2a nên $\cos\alpha=\dfrac{DM}{DC}\Rightarrow DM=DC.\cos\alpha$ ΔDEC vuông tại D có DM là đường cao nên $CE.CM=CD^2$ (1)	0.5 0.5 0.5

	Mà $CM = CD\sin\alpha \Rightarrow CM = 2a\sin\alpha$ Từ (1) ta có $CE = \dfrac{CD^2}{CM} = \dfrac{2a}{\sin\alpha}$ b/ gọi I là tâm hình vuông OABC ta có $IM = OM - OI \Rightarrow IM = a\left(1 - \dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$ $\Rightarrow CM^2 = IM^2 + IC^2 \Rightarrow CM^2 = \dfrac{a^2}{4}\left(2-\sqrt{2}\right) + \dfrac{2a^2}{4}$ ΔMIC vuông tại I $= a^2\left(2-\sqrt{2}\right) \Rightarrow CM = a\sqrt{2-\sqrt{2}}$ $\sin\alpha = \dfrac{CM}{CD} = \dfrac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$	0.25 0.25 0.25 0.25 0.25

ĐỀ 1260

Bài 1. (1,5 điểm)

Rút gọn các biểu thức sau :

a) $A = \dfrac{1}{1+\sqrt{5}} + \dfrac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{9}} + \dfrac{1}{\sqrt{9}+\sqrt{13}} \;..... + \dfrac{1}{\sqrt{2001}+\sqrt{2005}} + \dfrac{1}{\sqrt{2005}+\sqrt{2009}}$

b) $B = x^3 - 3x + 2000$ với $x = \sqrt[3]{3+2\sqrt{2}} + \sqrt[3]{3-2\sqrt{2}}$

Bài 2 (2,0 điểm) Giải các phương trình sau:

a) $3x^2 + 4x + 10 = 2\sqrt{14x^2 - 7}$

b) $\sqrt[4]{4-x^2} - \sqrt[4]{x^4-16} + \sqrt{4x+1} + \sqrt{x^2+y^2-2y-3} = 5 - y$

c) $x^4 - 2y^4 - x^2y^2 - 4x^2 - 7y^2 - 5 = 0$; (với x ; y nguyên)

Bài 3: (2,0 điểm)

a) Chứng minh rằng với hai số thực bất kì a,b ta luôn có: $\left(\dfrac{a+b}{2}\right)^2 \geq ab$.

Dấu đẳng thức xảy ra khi nào ?

b) Cho ba số thực a,b,c không âm sao cho $a+b+c=1$.

Chứng minh: $b+c \geq 16abc$. Dấu đẳng thức xảy ra khi nào ?

c) Với giá trị nào của góc nhọn α thì biểu thức $P = \sin^6\alpha + \cos^6\alpha$ có giá trị bé nhất ? Cho biết giá trị bé nhất đó.

Bài 4: (1,5 điểm)

Một đoàn học sinh đi cắm trại bằng ô tô. Nếu mỗi ô tô chở 22 ng- ời thì còn thừa một ng- ời. Nếu bớt đi một ô tô thì có thể phân phối đều tất cả các học sinh lên các ô tô còn lại. Hỏi có bao nhiêu học sinh đi cắm trại và có bao nhiêu ô tô ? Biết rằng mỗi ô tô chỉ chở không quá 30 ng- ời.

Bài 5 **(3,0 điểm)**

1)Cho hình thoi ABCD cạnh a , gọi R và r lần l- ợt là các bán kính các đ- ờng tròn ngoại tiếp các tam giác ABD và ABC.

a) Chứng minh : $\frac{1}{R^2}+\frac{1}{r^2}=\frac{4}{a^2}$

b) Chứng minh : $S_{ABCD}=\frac{8R^3r^3}{(R^2+r^2)^2}$; (Kí hiệu S_{ABCD} là diện tích tứ giác ABCD)

2) Cho tam giác ABC cân tại A có $BAC=108^0$.Chứng minh : $\frac{BC}{AC}$ là số vô tỉ.

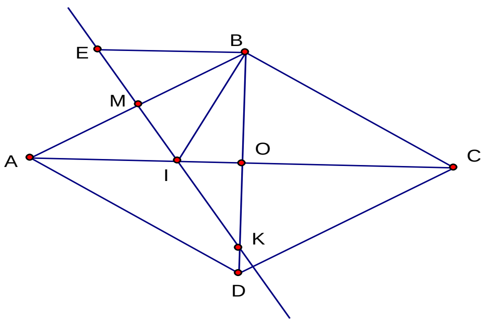
==

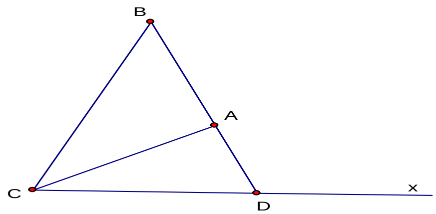
Phòng GD- ĐT vĩnh t- ờng
Tr- ờng THCS vũ di

Hd chấm Đề thi khảo sát học sinh giỏi (10 - 2010)
Môn: Toán 9

Bài	**Sơ l- ợc lời giải**	**Cho điểm**
Bài 1.b **(1,5 đ)**	áp dụng công thức $(a+b)^3=a^3+b^3+3ab(a+b)$, với $a=\sqrt[3]{3+2\sqrt{2}}$, $b=\sqrt[3]{3-2\sqrt{2}}$ và biến đổi => $x^3 = 6 + 3x$ Suy ra B = 2006	0,75
a	Có A = $\frac{\sqrt{5}-1}{5-1}+\frac{\sqrt{9}-\sqrt{5}}{9-5}+\frac{\sqrt{13}-\sqrt{9}}{13-9}+...+\frac{\sqrt{2005}-\sqrt{2001}}{2005-2001}+\frac{\sqrt{2009}-\sqrt{2005}}{2009-2005}$ Rút gọn, đ- ợc A = $\frac{\sqrt{2009}-1}{4}$.	0,75
Bài 2a **(2,0đ)**	Giải, xác định đúng điều kiện: $x<\frac{-\sqrt{2}}{2};x\geq\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\Leftrightarrow x^2+4x+4+2x^2-1-2\sqrt{2x^2-1}.\sqrt{7}+7=0$ $\Leftrightarrow (x+2)^2+(\sqrt{2x-1}-\sqrt{7})=0$ $\Leftrightarrow \begin{cases}x+2=0\\ \sqrt{2x^2-1}-\sqrt{7}=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=-2\\ \left[\begin{array}{l}x=2\\ x=-2\end{array}\right.\end{cases} \Leftrightarrow x=2$ (Thỏa món)	0,25 0,25 0,25

b	Điều kiện : $\begin{cases} 4-x^2\ge 0 & (1)\\ x^2-16\ge 0 & (2)\\ 4x+1\ge 0 & (3)\\ x^2+y^2-2y-3\ge 0 & (4)\end{cases}$ Từ (2) $\Leftrightarrow (x^2-4)(x^2+4)\ge 0 \Leftrightarrow x^2-4\ge 0$ kết hợp với (1) và (3) suy ra x = 2 Thay vào (4): $y^2 - 2y + 1 \ge 0$; Đúng với mọi giá trị của y. Thay x = 2 vào phương trình và giải đúng, tìm được y = 1,5 Vậy nghiệm của phương trình: (x = 2; y = 1,5)	0.5 0,25
c	Biến đổi đưa được pt về dạng: $(x^2-2y^2-5)(x^2+y^2+1)=0$ $\Leftrightarrow x^2-2y-5=0 \Leftrightarrow x^2 = 2y^2+5 \Leftrightarrow$ x lẻ Đặt x = 2k + 1 ; ($k\in Z$) $\Leftrightarrow 4k^2+4k+1 = 2y^2+5 \Leftrightarrow 2y^2 = 4k^2+4k-4$ $\Leftrightarrow y^2 = 2(k^2+k-1) \Leftrightarrow$ y chẵn Đặt y = 2n; ($n\in Z$) $\Leftrightarrow 4n^2 = 2(k^2+k-1) \Leftrightarrow 2n^2+1 = k(k+1)$ (*) Nhìn vào (*) ta có nhận xét: Vế trái nhận giá trị lẻ, vế phải nhận giá trị chẵn (Vì k và k + 1 là hai số nguyên liên tiếp) $\Leftrightarrow$ (*) vô nghiệm $\Leftrightarrow$ pt đã cho vô nghiệm	0,25 0,25
Bài 3a (2,0đ)	Ta có: $\left(\frac{a+b}{2}\right)^2-ab=\frac{a^2+2ab+b^2}{4}-ab=\frac{a^2-2ab+b^2}{4}$ $=\frac{(a-b)^2}{4}\ge 0,\ \forall a,b\in\mathbb{R}$ Vậy: $\left(\frac{a+b}{2}\right)^2\ge ab,\ \forall a,b\in\mathbb{R}\Leftrightarrow (a+b)^2\ge 4ab,\forall a,b\in\mathbb{R}$ Dấu đẳng thức xảy ra khi $a=b$	0,25 0,25
b	Theo kết quả câu 3.a, ta có: $(a+b+c)^2=\left[a+(b+c)^2\right]\ge 4a(b+c)$ mà $a+b+c=1$ (giả thiết) nên: $1\ge 4a(b+c)\Leftrightarrow b+c\ge 4a(b+c)^2$ (vì a, b, c không âm nên b + c không âm) Nh- ng: $(b+c)^2\ge 4bc$ (không âm) Suy ra: $b+c\ge 16abc$. Dấu đẳng thức xảy ra khi: $\begin{cases}a=b+c\\ b=c\end{cases}\Leftrightarrow b=c=\frac{1}{4},\ a=\frac{1}{2}$	0,25 0,25 0,25
c	Ta có: $P=\sin^6\alpha+\cos^6\alpha=(\sin^2\alpha)^3+(\cos^2\alpha)^3$ $P=(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)\left[\sin^4\alpha-\sin^2\alpha\cos^2\alpha+\cos^4\alpha\right]$ $P=(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)^2-3\sin^2\alpha\cos^2\alpha=1-3\sin^2\alpha\cos^2\alpha$ áp dụng kết quả câu 3.1, ta có:	0,25

	$\left(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha\right)^2 \ge 4\sin^2\alpha\cos^2\alpha \Leftrightarrow 1\ge 4\sin^2\alpha\cos^2\alpha \Leftrightarrow \sin^2\alpha\cos^2\alpha \le \frac{1}{4}$ Suy ra: $P=1-3\sin^2\alpha\cos^2\alpha \ge 1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$ Do đó: $P_{\min}=\frac{1}{4}$ khi và chỉ khi: $\sin^2\alpha=\cos^2\alpha \Leftrightarrow \sin\alpha=\cos\alpha$ (vì α là góc nhọn) $\Leftrightarrow \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=1 \Leftrightarrow tg\alpha=1 \Leftrightarrow \alpha=45^0$	0,25 0,25
Bài 4 **(1,5đ)**	+ Gọi số ô tô lúc đầu là x (x nguyên và x ≥ 2) Số học sinh đi cắm trại là: 22x + 1. + Theo giả thiết: Nếu số xe là $x-1$ thì số học sinh phân phối đều cho tất cả các xe, mỗi xe chở số học sinh là y (y là số nguyên và 0 < y ≤ 30). + Do đó ta có ph- ơng trình: $\left(x-1\right)y=22x+1 \Leftrightarrow y=\frac{22x+1}{x-1}=22+\frac{23}{x-1}$ + Vì x và y đều là số nguyên d- ơng, nên $x-1$ phải là - ớc số của 23. Mà 23 nguyên tố, nên: $x-1=1 \Leftrightarrow x=2$ hoặc $x-1=23 \Leftrightarrow x=24$ – Nếu $x=2$ thì $y=22+23=45>30$ (trái giả thiết) – Nếu $x=24$ thì $y=22+1=23<30$ (thỏa điều kiện bài toán). + Vậy số ô tô là: 24 và tổng số học sinh đi cắm trại là: $22\times 24+1=23\times 23=529$ học sinh.	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25
Bài 5 **(3,0đ)**	 Tứ giác ABCD là hình thoi nên AC là đ- ờng trung trực của đoạn thẳng BD,BD là đ- ờng trung trực của AC.Do vậy nếu gọi M,I,K là giao điểm của đ- ờng trung trực của đoạn thẳng AB với AB,AC,BD thì ta có I,K là tâm đ- ờng tròn ngoại tiếp các tam giác ADB,ABC Từ đó ta có KB = r và IB = R.Lấy một điểm E đối xứng với điểm I qua M , Ta có BEAI là hình thoi (vì có hai đ- ờng chéo EI và AB vuông góc với nhau và cắt nhau tại trung điểm mỗi đ- ờng)	0,25
1a	Ta có $BAI=EBA$ mà $BAI+ABO=90^0 \Rightarrow EBA+ABO=90^0$	0,25
	Xét Δ EBK có $EBK=90^0$,đ- ờng cao BM.Theo hệ thức trong tam giác vuông ta có $\frac{1}{BE^2}+\frac{1}{BK^2}=\frac{1}{BM^2}$ Mà BK = r , BE = BI = R; BM = $\frac{a}{2}$ Nên $\Rightarrow \frac{1}{R^2}+\frac{1}{r^2}=\frac{4}{a^2}$ (Đpcm)	0,25 0,25
1b	Xét ΔAOB và ΔAMI có $AOB=AMI=90^0$ và A chung $\Delta AOB \sim \Delta AMI$ $\Rightarrow \frac{AO}{AB}=\frac{AM}{AI} \Rightarrow AO=\frac{AM.AB}{AI}=\frac{AB^2}{2R}$ Chứng minh t- ơng tự ta đ- ợc $BO=\frac{BM.AB}{BK}=\frac{AB^2}{2r}$	0,25 0,25

	Ta có $S_{ABCD} = 2.AO.OB = 2.\dfrac{AB^4}{4Rr}$ Mà theo định lí Pi ta go trong tam giác vuông AOB ta có $AB^2 = OA^2 + OB^2 = \dfrac{1}{4}AB^4\left(\dfrac{1}{R^2} + \dfrac{1}{r^2}\right) \Rightarrow AB^2 = \dfrac{4R^2r^2}{R^2 + r^2}$ Từ đó ta có : $S_{ABCD} = \dfrac{8R^3r^3}{(R^2 + r^2)^2}$	0,25 0,25
2		0,25
	Kẻ tia Cx sao cho CA là tia phân giác của BCx, tia Cx cắt đ- ờng thẳng AB tại D.Khi đó Ta có $DCA = ACB = 36^0 \Rightarrow \Delta DCA$ cân tại C , ΔBCD cân tại B$\Rightarrow AB = AC = DC$ .Theo tính chất đ- ờng phân giác trong tam giác BCD ta có $\dfrac{CB}{CD} = \dfrac{AB}{AD} \Rightarrow \dfrac{BC}{CA} = \dfrac{CA}{BD - CA}; BC = BD$ $\Rightarrow \dfrac{BC}{CA} = \dfrac{CA}{BC - CA} \Leftrightarrow BC(BC - CA) = CA^2 \Leftrightarrow BC^2 - BC.CA - CA^2 = 0$ $\Leftrightarrow \left(\dfrac{BC}{CA}\right)^2 - \left(\dfrac{BC}{CA}\right) - 1 = 0 \Leftrightarrow \left(\dfrac{BC}{CA} - \dfrac{1}{2}\right)^2 = \dfrac{5}{4}$	0,25 0,25
	$\dfrac{BC}{CA} = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ (Vì $\dfrac{BC}{CA} > 0$) .Vậy $\dfrac{BC}{AC}$ là số vô tỉ	0,25

ĐỀ 1261

Bài 1(4đ)

a) Tính tổng: $P = \dfrac{2}{15} + \dfrac{2}{35} + \dfrac{2}{63} + ... + \dfrac{2}{399}$

b) Cho a, b, c, d là các số dương và $\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$. Hãy trục căn thức ở mẫu của biểu thức sau:

$$\frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} + \sqrt{d}}$$

Bài 2: (4đ)

a) (2đ) Biết rằng a,b là các số thoả mãn a > b > 0 và a.b = 1

Chứng minh : $\dfrac{a^2 + b^2}{a - b} \geq 2\sqrt{2}$

b) (2đ) Tìm tất cả các số tự nhiên $\overline{abc}$ có 3 chữ số sao cho :

$$\begin{cases}\overline{abc}=n^2-1\\ \overline{cba}=(n-2)^2\end{cases}$$ với n là số nguyên lớn hơn 2

Bài 3: (4đ)

a) (2đ) Phân tích thành nhân tử:

M = $7\sqrt{x-1}-\sqrt{x^3-x^2}+x-1$ với $x\geq 1$

b) (2đ) Giải phương trình

$$\sqrt[3]{x^2+26}+3\sqrt{x}+\sqrt{x+3}=8$$

Bài 4: (2.đ) Cho đường thẳng (d) có phương trình: $x(m+2)+(m-3)y=m-8$

a) (0,5đ) Xác định m để đường thẳng (d) đi qua điểm P(-1;1).

b) (1,5đ) Chứng minh rằng khi m thay đổi thì đường thẳng (d) luôn luôn đi qua một điểm cố định.

Bài 5: (2 đ)

Cho ΔABC đều điểm M nằm trong ΔABC sao cho $AM^2 = BM^2 + CM^2$. Tính số đo góc BMC ?

Bài 6: (4,0 đ)

Cho nửa đường tròn đường kính BC=2R, tâm O cố định. Điểm A di động trện nửa đường tròn. Gọi H là hình chiếu của điểm A lên BC. Gọi Dvà E lần lượt là hình chiếu của H lên AC và AB.

a) Chứng minh: AB . EB + AC . EH = AB^2

b) Xác định vị trí điểm A sao cho tứ giác AEHD có diện tích lớn nhất? Tính diện tích lớn nhất đó theo R.

----HẾT----

ĐÁP ÁN

Bài 1(4đ, mỗi bài 2 điểm)

a)

$$P=\frac{2}{15}+\frac{2}{35}+\frac{2}{63}+...+\frac{2}{399}$$

$$=\frac{2}{3.5}+\frac{2}{5.7}+\frac{2}{7.9}+...+\frac{2}{19.21}$$ (0,5 điểm)

$$=\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\frac{1}{7}-\frac{1}{9}+...+\frac{1}{19}-\frac{1}{21}$$ (0,75 điểm)

(0,5 điểm)

$$=\frac{1}{3}-\frac{1}{21}$$

$$=\frac{2}{7}$$

b)

$$\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}+\sqrt{d}}=\frac{1}{(\sqrt{a}+\sqrt{d})+(\sqrt{b}+\sqrt{c})}$$

$$=\frac{(\sqrt{a}+\sqrt{d})-(\sqrt{b}+\sqrt{c})}{\left[(\sqrt{a}+\sqrt{d})+(\sqrt{b}+\sqrt{c})\right]\left[(\sqrt{a}+\sqrt{d})-(\sqrt{b}+\sqrt{c})\right]}$$ (0,5 điểm).

$$=\frac{\sqrt{a}+\sqrt{d}-\sqrt{b}-\sqrt{c}}{a+d+2\sqrt{ad}-(b+c+2\sqrt{bc})}$$ (0,5 điểm).

$$=\frac{\sqrt{a}+\sqrt{d}-\sqrt{b}-\sqrt{c}}{a+d+2\sqrt{ad}-b-c-2\sqrt{bc}}$$ (0,5 điểm)

.

$$=\frac{\sqrt{a}+\sqrt{d}-\sqrt{b}-\sqrt{c}}{a+d-b-c}$$ $\left(do\ \frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow ad=bc\Rightarrow 2\sqrt{ad}=2\sqrt{bc}\right)$ (0.5 điểm)

<u>Bài 2</u>: (2 điểm)

* Vì a.b = 1 nên $\frac{a^2+b^2}{a-b}=\frac{(a-b)^2+2ab}{a-b}=\frac{(a-b)^2+2}{a-b}=(a-b)+\frac{2}{a-b}$ (1 đ)

* Do a > b > 0 nên áp dụng BĐT Cô Si cho 2 số dương

Ta có : $(a-b)+\frac{2}{a-b}\ge 2\sqrt{(a-b)\cdot\frac{2}{a-b}}$

Vậy $\frac{a^2+b^2}{a-b}\ge 2\sqrt{2}$ (1đ)

1) (2 đđiểm)

Viết được $\begin{cases}\overline{abc}=100a+10b+c=n^2-1\\ \overline{cba}=100c+10b+a=n^2-4n+4\end{cases}$

Từ (1) và (2) ta có 99 (a –c) = 4n – 5 => 4n – 5 ⋮ 99 (3) (0,75 đ)

Mặt khác : 100 $\le n^2-1\le 999\Leftrightarrow 101\le n^2\le 1000\Leftrightarrow 11\le n\le 31$

$\Leftrightarrow 39\le 4n-5\le 119$ (4) (0,75đđ)

Từ (3) và (4) => 4n – 5 = 99 => n = 26

Vậy số cần tìm $\overline{abc}=675$ (0,5 đ)

<u>Bài 3(</u><u>4đ)</u>

a) (2 điểm) M = $7\sqrt{x-1}-\sqrt{x^3-x^2}+x-1$ với $x\ge 1$

$=\sqrt{x-1}(7-x+\sqrt{x-1})$ (0,25đ)

$$= -\sqrt{x-1}(x-1-\sqrt{x-1}+\frac{1}{4}-\frac{25}{4}) \qquad (0,5đ)$$

$$= -\sqrt{x-1}\left[\left(\sqrt{x-1}-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{25}{4}\right] \qquad (0,5đ)$$

$$= -\sqrt{x-1}\left(\sqrt{x-1}-3\right)\left(\sqrt{x-1}+2\right) \qquad (0,5đ)$$

$$= \sqrt{x-1}\left(3-\sqrt{x-1}\right)\left(\sqrt{x-1}+2\right) \qquad (0,25đ)$$

b) (2đ) Giải phương trình $\sqrt[3]{x^2+26}+3\sqrt{x}+\sqrt{x+3}=8$ (1)

Ta nhận thấy x = 1 là nghiệm của PT (1) (0,75đ)

Với $0 \le x < 1$ thì:

$$\sqrt[3]{x^2+26}+3\sqrt{x}+\sqrt{x+3} < \sqrt[3]{1^2+26}+3\sqrt{1}+\sqrt{1+3}=8$$

Nên PT vô nghiệm với $0 \le x < 1$ (0,5đ)

Với x >1 Thì:

$$\sqrt[3]{x^2+26}+3\sqrt{x}+\sqrt{x+3} > \sqrt[3]{1^2+26}+3\sqrt{1}+\sqrt{1+3}=8$$

Nên PT vô nghiệm với x >1 (0,5đ)

Vậy PT (1) có nghiệm duy nhất x = 1 (0,25đ)

<u>Bài 4:</u> (2 điểm)

a) Vì đường thẳng (d) đi qua P(-1;1) nên

$(m+2).(-1)+(m-3).1=m-8 \Leftrightarrow -5=m-8 \Rightarrow m=3.$ (0,5 điểm)

b) Gọi $(x_0;y_0)$ là tọa độ điểm cố định mà (d) đi qua

Ta có: $(m+2)x_0+(m-3)y_0=m-8 \quad \forall m$. (0,5đ)

$$\Leftrightarrow (x_0+y_0-1)m+(2x_0-3y_0+8)=0 \quad \forall m.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_0+y_0-1=0 \\ 2x_0-3y_0+8=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0=-1 \\ y_0=2 \end{cases}$$

Vậy điểm cố định mà (d) đi qua là (-1;2) (1đ)

<u>Bài 5</u>:

Vẽ tam giác đều CMN

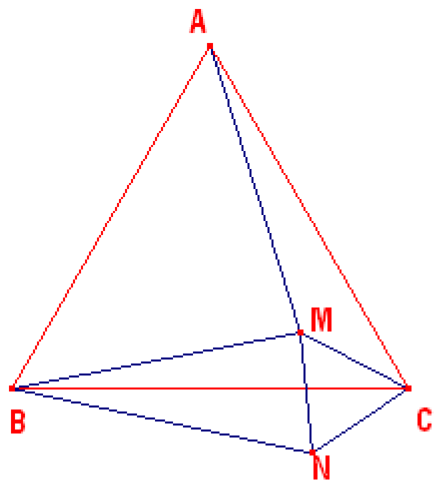
$\Rightarrow \Delta BCN = \Delta ACM$

$\Rightarrow BN = AM$ (1 điểm)

mà $AM^2 = BM^2 + CM^2 \Leftrightarrow BN^2 = BM^2 + MN^2$

$\Leftrightarrow \Delta BMN$ vuông tại M.

$\Rightarrow BMC = BMN + NMC = 90^0 + 60^0 = 150^0$. (1 điểm)



Bài 6: (4,0 đ)

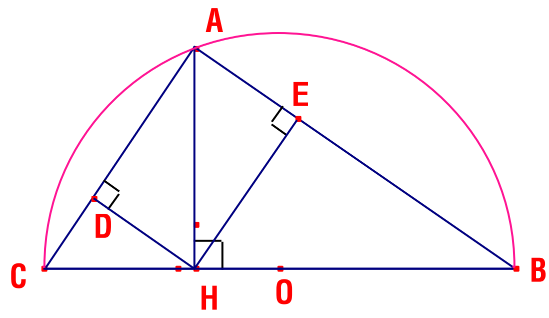
a) Chứng minh: AB . EB + AC . EH = AB^2

Chứng minh tứ giác ADHE là hình chữ nhật (1,0 đ)

AB . EB = HB^2

AC . EH = AC . AD = AH^2

=> ĐPCM (1 điểm)



b) $S_{(ADHE)}$= AD.AE $\leq \dfrac{AD^2 + AE^2}{2} = \dfrac{DE^2}{2} = \dfrac{AH^2}{2}$ (0,75 đ)

$\Rightarrow S_{(ADHE)} \leq \dfrac{AH^2}{2} \leq \dfrac{AO^2}{2} = \dfrac{R^2}{2}$ (0,75 đ)

Vậy Max $S_{(ADHE)} = \dfrac{R^2}{2}$ Khi AD = AE

Hay A là điểm chính giữa của cung AB (0,5 đ)

ĐỀ 1262

UBND HUYỆN QUẾ SƠN

PHÒNG GD&ĐT

KỲ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 9 CẤP HUYỆN

NĂM HỌC 2009-2010

Môn: Toán

Thời gian làm bài: 150 phút *(Không kể thời gian giao đề)*

ĐỀ CHÍNH THỨC - VÒNG I

Bài 1: (1.5 điểm)

Thực hiện tính:

$$\frac{\sqrt{2x + 2\sqrt{x^2 - 4}}}{\sqrt{x^2 - 4} + x + 2} \text{ với } x = 2\sqrt{6} + 3$$

Bài 2: (2.5 điểm)

Giải các phương trình:

a. $x^2 + 5x - \sqrt{x^2 + 5x + 4} = -2$

b. $\sqrt{x^2 - 3x + 2} + \sqrt{x + 3} = \sqrt{x - 2} + \sqrt{x^2 + 2x - 3}$

Bài 3: (2.0 điểm)

a. Chứng minh phương trình $(n+1)x^2 + 2x - n(n+2)(n+3) = 0$ luôn có nghiệm hữu tỉ với mọi số n nguyên.

b. Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $x^2 + 2009x + 1 = 0$

x_3, x_4 là nghiệm của phương trình $x^2 + 2010x + 1 = 0$

Tính giá trị của biểu thức: $(x_1+x_3)(x_2 + x_3)(x_1-x_4)(x_2-x_4)$

Bài 4: (3.0 điểm)

Cho đường tròn (O) và điểm A nằm ngoài đường tròn. Vẽ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm). Đoạn thẳng AO cắt đường tròn (O) tại M. Trên cung nhỏ MC của (O) lấy điểm D. AD cắt (O) tại điểm thứ hai E. I là trung điểm của DE. Đường thẳng qua D vuông góc với BO cắt BC tại H và cắt BE tại K.

a. Chứng minh bốn điểm B, O, I, C cùng thuộc một đường tròn.

b. Chứng minh $\angle$ ICB = $\angle$ IDK

c. Chứng minh H là trung điểm của DK.

Bài 5: (1.0 điểm)

Cho $A(n) = n^2(n^4 - 1)$. Chứng minh A(n) chia hết cho 60 với mọi số tự nhiên n.

UBND HUYỆN QUẾ SƠN — **KỲ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 9 CẤP HUYỆN**

PHÒNG GD&ĐT — NĂM HỌC 2009-2010

Môn: Toán

HƯỚNG DẪN CHẤM - VÒNG I

Bài 1: (1.5 điểm)

Thực hiện tính:

$$\frac{\sqrt{2x+2\sqrt{x^2-4}}}{\sqrt{x^2-4}+x+2} \text{ với } x = 2\sqrt{6}+3$$

$$= \frac{\sqrt{x+2+x-2+2\sqrt{(x+2)(x-2)}}}{\sqrt{(x+2)(x-2)}+x+2} = \frac{\sqrt{(\sqrt{x+2}+\sqrt{x-2})^2}}{\sqrt{x+2}(\sqrt{x-2}+\sqrt{x+2})} = \frac{1}{\sqrt{x+2}}$$ 0,75

Thay $x = 2\sqrt{6}+3$ vào được: $\dfrac{1}{\sqrt{2\sqrt{6}+2+3}} = \dfrac{1}{\sqrt{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \sqrt{3}-\sqrt{2}$ 0,75

Bài 2: (2.5 điểm)

Giải các phương trình:

a. $x^2+5x-\sqrt{x^2+5x+4} = -2$

$x^2+5x+4-\sqrt{x^2+5x+4} = 2.$

Đặt $y = \sqrt{x^2+5x+4}$ $(y \geq 0)$ được: $y^2 - y - 2 = 0$ 0,50

Giải phương trình được: $y_1 = -1$ (loại); $y_2 = 2$. 0,25

Với y = 2 giải $\sqrt{x^2+5x+4}=2$ được $x_1 = 0$; $x_2 = -5$. 0,25

Thử lại (hoặc đối chiếu với điều kiện) kết luận nghiệm 0,25

Ghi chú: Có thể đặt $y = x^2 + 5x$. Lúc này cần đặt điều kiện khi bình phương hai vế.

b. $\sqrt{x^2-3x+2}+\sqrt{x+3}=\sqrt{x-2}+\sqrt{x^2+2x-3}$

$\sqrt{(x-1)(x-2)}+\sqrt{x+3}=\sqrt{x-2}+\sqrt{(x-1)(x+3)}$ 0,25

$\sqrt{x-1}(\sqrt{x-2}-\sqrt{x+3})-\sqrt{x-2}+\sqrt{x+3}=0$

$(\sqrt{x-2}-\sqrt{x+3})(\sqrt{x-1}-1)=0$ 0,50

$\sqrt{x-2}-\sqrt{x+3}=0$ vô nghiệm; $\sqrt{x-1}-1=0$ được x = 2. 0,25

Thử lại (hoặc đối chiếu với điều kiện) kết luận nghiệm. 0,25

Bài 3: (2.0 điểm)

a.Chứng minh Phương trình $(n+1)x^2 + 2x - n(n+2)(n+3) = 0$ luôn có nghiệm hữu tỉ với mọi số n nguyên.

n =-1: Phương trình có nghiệm. Với $n \neq -1 \Rightarrow n+1\neq 0$.

$\Delta' = 1+ n(n+2)(n+3)(n+1)$ 0,50

$= 1+ (n^2 + 3n)(n^2+3n+2) = (n^2 + 3n)^2 + 2(n^2 + 3n) + 1 =(n^2 + 3n + 1)^2$.

$\Delta' \geq 0$ nên phương trình luôn có nghiệm. 0,25

Δ' chính phương, các hệ số là số nguyên nên các nghiệm của phương trình là số hữu tỉ. 0,25

b. Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $x^2 + 2009x + 1 = 0$

x_3, x_4 là nghiệm của phương trình $x^2 + 2010x + 1 = 0$

Tính giá trị của biểu thức: $(x_1+x_3)(x_2 + x_3)(x_1-x_4)(x_2-x_4)$

Giải:

Chứng tỏ hai phương trình có nghiệm.

Có: $x_1x_2 = 1$ $x_3x_4 = 1$ $x_1+x_2 = -2009$ $x_3 + x_4 = -2010$ 0,25

Biến đổi kết hợp thay: $x_1x_2 = 1$; $x_3x_4 = 1$

$(x_1+x_3)(x_2 + x_3)(x_1-x_4)(x_2-x_4) = (x_1x_2 + x_2x_3 - x_1x_4 -x_3x_4)(x_1x_2+x_1x_3-x_2x_4-x_3x_4)$

$= (x_2x_3 - x_1x_4)(x_1x_3-x_2x_4)$

$= x_1x_2x_3^2 - x_3x_4x_2^2 - x_3x_4x_1^2+x_1x_2x_4^2$ 0,50

$= x_3^2 - x_2^2 - x_1^2 + x_4^2$

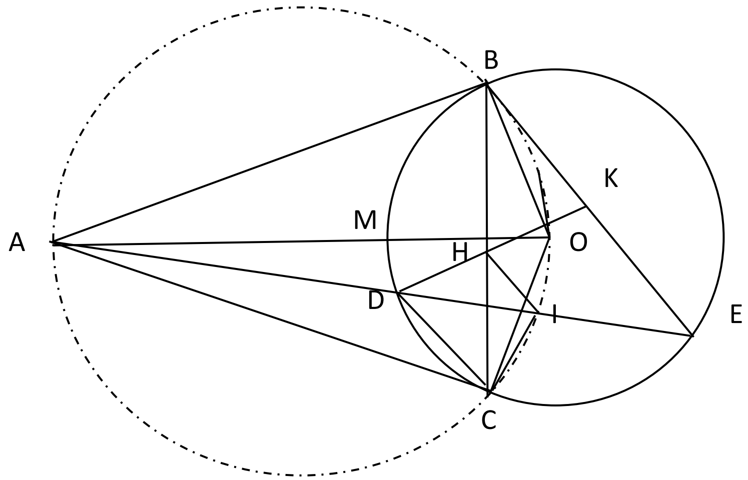
$= (x_3 + x_4)^2 - 2x_3x_4 -(x_2+ x_1)^2 + 2x_1x_2$

$= (x_3 + x_4)^2 -(x_2+ x_1)^2$

Thay $x_1+x_2 = -2009$; $x_3 + x_4 = -2010$ được : $2010^2 - 2009^2 =2010+2009 =4019$ 0,25

Ghi chú: Có thể nhân theo nhóm $[(x_1+x_3)(x_2 + x_3)].[(x_1-x_4)(x_2-x_4)]$

Bài 4: (3.0 điểm)



$OB \perp BA$; $OC \perp CA$ (AB, AC là các tiếp tuyến) $OI \perp IA$ (I là trung điểm của dây DE) . $\Rightarrow$ B, O, I, C cùng thuộc đường tròn đường kính AO.	0,75
$\angle ICB = \angle IAB$ (Cùng chắn cung IB đường tròn đường kính AO) (1) DK // AB (Cùng vuông góc với BO) $\Rightarrow \angle IDK = \angle IAB$ (2) Từ (1) và (2) được: $\angle ICB = \angle IDK$	1.0
$\angle ICB = \angle IDK$ hay $\angle ICH = \angle IDH \Rightarrow$ Tứ giác DCIH nội tiếp. $\Rightarrow \angle HID = \angle HCD$ $\angle HCD = \angle BED$ (Cùng chắn cung DB của (O)) $\Rightarrow \angle HID = \angle BED \Rightarrow$ IH // EB $\Rightarrow$ IH là đường trung bình của DEK $\Rightarrow$ H là trung điểm của DK	1,25

(Mỗi bước cho 0,25 điểm)

Bài 5: (1.0 điểm)

Chứng minh $A(n) = n^2(n^4 - 1)$. chia hết cho 60 với mọi số tự nhiên n.

- $A(n) = n.n(n^2 - 1)(n^2 + 1) = n.n(n - 1)(n+1)(n^2 + 1)$. Do $n(n - 1)(n+1)$ chia hết cho 3 nên A(n) chia hết cho 3 với mọi n.	0,25
- $A(n) = n^2(n^4 - 1) = n(n^5 - n)$. Do $n^5 - n$ chia hết cho 5 theo phecma nên A(n) chia hết cho 5 với mọi n.	0,25
- Nếu n chẵn $\Rightarrow n^2$ chia hết cho 4 $\Rightarrow$ A(n) chia hết cho 4. Nếu n lẻ $\Rightarrow$ (n-1)(n+1) là tích hai số chẵn nên nó chia hết cho 4. $\Rightarrow$ A(n) chia hết cho 4 với mọi n.	0,25

- Ba số 3,4,5 đôi một nguyên tố cùng nhau nên A(n) chia hết cho 3.4.5 hay A(n) chia hết cho 60. 0,25

ĐỀ 1263

Bài 1: (2.0 điểm)

a) Chứng minh bất đẳng thức: $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\geq\frac{4}{a+b}$. Với $a;b$ là các số dương.

b) Cho $x;y$ là hai số dương và $x+y=1$.Tìm giá trị nhỏ nhất của

$$P=\frac{1}{2xy}; \qquad M=\frac{2}{xy}+\frac{3}{x^2+y^2}.$$

Bài 2: (2.0 điểm)

Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2+y^2=11 \\ x+xy+y=3+4\sqrt{2} \end{cases}$

Bài 3: (2.0 điểm)

Hình chữ nhật ABCD có M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB, CD. Trên tia đối của tia CB lấy điểm P. DB cắt PN tại Q và cắt MN tại O. Đường thẳng qua O song song vơi AB cắt QM tại H.

a. Chứng minh HM = HN.

b. Chứng minh MN là phân giác của góc QMP.

Bài 4: (3.0 điểm)

Cho nửa đường tròn (O, R) đường kính AB. EF là dây cung di động trên nửa đường tròn sao cho E thuộc cung AF và EF = R. AF cắt BE tại H. AE cắt BF tại C. CH cắt AB tại I

a. Tính góc CIF.

b. Chứng minh AE.AC + BF. BC không đổi khi EF di động trên nửa đường tròn.

c. Tìm vị trí của EF để tứ giác ABFE có diện tích lớn nhất. Tính diện tích đó.

Bài 5: (1.0 điểm)

Tìm ba số nguyên tố mà tích của chúng bằng năm lần tổng của chúng.

<u>Bài 1</u>: (2.0 điểm)

a. Chứng minh bất đẳng thức: $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\geq\frac{4}{a+b}$. Với $a;b$ là các số dương.

b. Cho $x; y$ là hai số dương và $x+y=1$.Tìm giá trị nhỏ nhất của

$$P=\frac{1}{2xy}; \qquad M=\frac{2}{xy}+\frac{3}{x^2+y^2}.$$

$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\ge\frac{4}{a+b} \Leftrightarrow \frac{a+b}{ab}\ge\frac{4}{a+b}\Leftrightarrow (a+b)^2\ge 4ab \Leftrightarrow (a-b)^2\ge 0$ 0,50

$P=\frac{1}{2xy}=\frac{x+y}{2xy}\ge\frac{4}{2(x+y)}=\frac{4}{2.1}=2$ 0,50

P đạt giá trị nhỏ nhất tại: x = y = $\frac{1}{2}$ 0,25

hoặc: $2xy\le x^2+y^2 \Leftrightarrow 4xy\le (x+y)^2 \Leftrightarrow xy\le\frac{1}{4}\Leftrightarrow\frac{1}{xy}\ge 4\Leftrightarrow\frac{1}{2xy}\ge 2$

$M=\frac{2}{xy}+\frac{3}{x^2+y^2}=\frac{4}{2xy}+\frac{3}{x^2+y^2}\ge\frac{1}{2xy}+\frac{4.3}{x^2+2xy+y^2}=\frac{1}{2xy}+\frac{4.3}{(x+y)^2}\ge 2+12=14$ 0,50

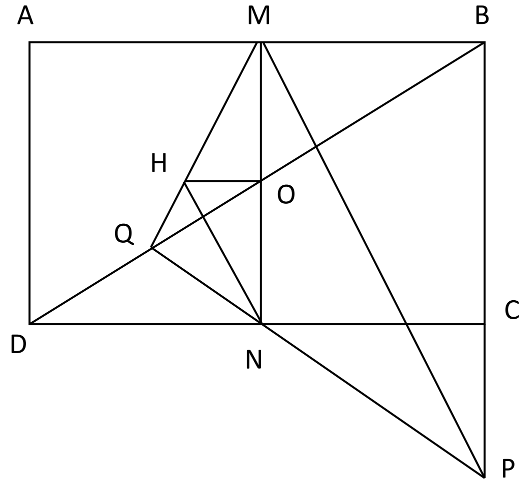
- $\frac{1}{2xy}$ đạt GTNN tại x = y = $\frac{1}{2}$.
- $\frac{3}{2xy}+\frac{3}{x^2+y^2}$ đạt GTNN tại x = y = $\frac{1}{2}$. Nên M đạt GTNN tại x = y = $\frac{1}{2}$. 0,25

Bài 2: (2.0 điểm)

Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2+y^2=11 \\ x+xy+y=3+4\sqrt{2}\end{cases}$

- Đặt S = x + y; P = xy được: $\begin{cases} S^2-2P=11 \\ S+P=3+4\sqrt{2}\end{cases}$ 0,25
- $\Rightarrow S^2+2S-(17+8\sqrt{2})=0$ 0,25
- Giải phương trình được $S_1=3+\sqrt{2}$; $S_2=-5-\sqrt{2}$ 0,25
- $S_1=3+\sqrt{2}$ được $P_1=3\sqrt{2}$; $S_2=-5-\sqrt{2}$ được $P_2=8+5\sqrt{2}$ 0,25
- Với $S_1=3+\sqrt{2}$; $P_1=3\sqrt{2}$ có x, y là hai nghiệm của phương trình:
  $X^2-(3+\sqrt{2})X+3\sqrt{2}=0$ 0,25
- Giải phương trình được $X_1=3; X_2=\sqrt{2}$. 0,25
- Với $S_2=-5-\sqrt{2}$ được $P_2=8+5\sqrt{2}$ có x, y là hai nghiệm của phương trình:
  $X^2+(5+\sqrt{2})X+8+5\sqrt{2}=0$. Phương trình này vô nghiệm. 0,25
- Hệ có hai nghiệm: $\begin{cases} x=3 \\ y=\sqrt{2}\end{cases}$; $\begin{cases} x=\sqrt{2} \\ y=3\end{cases}$ 0,25

Bài 3: (2.0 điểm)



-Chứng tỏ MBND là hình bình hành $\Rightarrow$ O là trung điểm của MN.

- OH // AB $\Rightarrow$ OH $\perp$ MN. 0,75

- $\Rightarrow\Delta$HMN cân tại H (Trung tuyến vừa là đường cao) $\Rightarrow$ HM = HN.

- OH // BM được: $\frac{HQ}{HM} = \frac{OQ}{OB}$

- ON // BP được: $\frac{OQ}{OB} = \frac{NQ}{NP}$

$\Rightarrow \frac{HQ}{HM} = \frac{NQ}{NP} \Rightarrow$ NH//PM 1,25

$\Rightarrow \angle$ HNM = $\angle$ NMP

$\Rightarrow \angle$ HMN = $\angle$ NMP $\Rightarrow$ MN là phân giác của góc QMP

Mỗi bước cho 0,25 điểm

Bài 5: (1.0 điểm)

Tìm ba số nguyên tố mà tích của chúng bằng năm lần tổng của chúng.

Giải:

Gọi a,b,c là ba số nguyên tố cần tìm ta có: abc = 5(a+b+c). Tích ba số nguyên tố abc chia hết cho 5 nên có một số bằng 5. 0,25

Giả sử a = 5 được 5bc = 5(5+b+c) $\Leftrightarrow$ bc = 5+b+c.

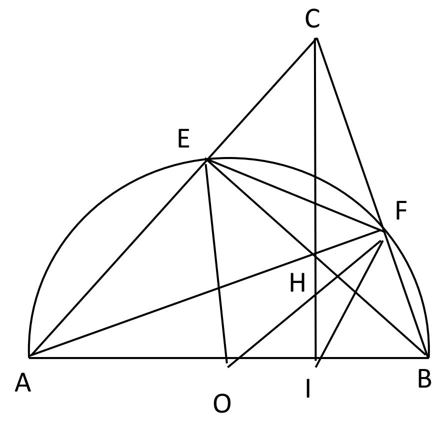
$\Leftrightarrow$ bc -b - c + 1 = 6 $\Leftrightarrow$ (b-1)(c-1) = 6. 0,50

b,c là các số nguyên dương có vai trò như nhau nên ta có các hệ:

$\begin{cases} b-1=1 \\ c-1=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=2 \\ c=7 \end{cases}$ và $\begin{cases} b-1=2 \\ c-1=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=3 \\ c=4 \end{cases}$ 0,25

Kết luận: Ba số nguyên tố cần tìm là 2, 5, 7

Bài 4: (3.0 điểm)



- BE, AF là hai đường cao của $\Delta ABC \Rightarrow$ CI là đường cao thứ ba hay CI$\perp$AB
- $\Rightarrow$Tứ giác IHFB nội tiếp $\Rightarrow \angle HIF = \angle HBF$ hay $\angle CIF = \angle EBF$.
- ΔEOF đều nên $\angle EOF = 60^0$. 1,0
- $\Rightarrow$ EF = $60^0 \Rightarrow \angle CIF = \angle EBF = 30^0$.
- Chứng minh ΔACI đồng dạng với ΔABE
- được: $\dfrac{AC}{AB} = \dfrac{AI}{AE} \Rightarrow AC.AE = AB.AI$
 1.0
- Tương tự ΔBCI đồng dạng với ΔBAE được: $\dfrac{BC}{BA} = \dfrac{BI}{BF} \Rightarrow BC.BF = BA.BI$
- Cộng được: AE.AC + BF. BC = AB.AI + AB.BI =AB(AI + IB) = AB^2 = const.
- Chứng minh ΔABC đồng dạng với ΔFEC.
- $\dfrac{S_{FEC}}{S_{ABC}} = \left(\dfrac{EF}{AB}\right)^2 = \left(\dfrac{R}{2R}\right)^2 = \dfrac{1}{4} \Rightarrow S_{ABFE} = \dfrac{3}{4}S_{ABC}$
- Để S_{ABFE} lớn nhất $\Rightarrow$ S_{ABC} lớn nhất $\Rightarrow$ CI lớn nhất. C chạy trên cung chứa góc 60^0 vẽ trên AB nên CI lớn nhất khi I $\equiv$ O $\Rightarrow \Delta CAB$ cân $\Rightarrow$ EF // AB. 1,0
- Lúc đó $S_{ABC} = \dfrac{2.R.R\sqrt{3}}{2} = R^2.\sqrt{3} \Rightarrow S_{ABFE} = \dfrac{3R^2.\sqrt{3}}{4}$

ĐỀ 1264

<u>Bài 1</u>: *(4điểm) Mỗi câu 2 điểm*

b) Cho a, b là 2 số tự nhiên lẻ. Chứng minh rằng: $a^2 - b^2$ chia hết cho 8

c) Tính tổng: $P = \frac{2}{15} + \frac{2}{35} + \frac{2}{63} + ... + \frac{2}{399}$

<u>Giải</u>

a) (0,5 điểm). Ta có: $a^2 - b^2 = (a^2 - 1) - (b^2 - 1) = (a + 1)(a - 1) - (b + 1)(b - 1)$

(0,5 điểm). Vì (a + 1)(a – 1) là tích của 2 số tự nhiên chẵn liên tiếp nên chia hết cho 8

(0,5 điểm). Tương tự: $(b + 1)(b - 1) \vdots 8$

(0,5 điểm). Vậy: $(a^2 - b^2) \vdots 8$ (đpcm)

b)

$$P = \frac{2}{15} + \frac{2}{35} + \frac{2}{63} + ... + \frac{2}{399}$$

$$= \frac{2}{3.5} + \frac{2}{5.7} + \frac{2}{7.9} + ... + \frac{2}{19.21}$$

$$= \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{9} + ... + \frac{1}{19} - \frac{1}{21}$$

(0,5 điểm) $$= \frac{1}{3} - \frac{1}{21}$$

$$= \frac{2}{7}$$

<u>Bài 2</u>: *(4điểm) Mỗi câu 2 điểm*

a) Cho a, b, c là các số thực khác nhau. Chứng minh rằng:

$$\frac{b-c}{(a-b)(a-c)} + \frac{c-a}{(b-c)(b-a)} + \frac{a-b}{(c-a)(c-b)} = \frac{2}{a-b} + \frac{2}{b-c} + \frac{2}{c-a}$$

b) Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$A = \sqrt{x - 2009} + \sqrt{2010 - x}$$

<u>Giải</u>

a) Ta có:

$$VT = \frac{b-c}{(a-b)(a-c)} + \frac{c-a}{(b-c)(b-a)} + \frac{a-b}{(c-a)(c-b)}$$

(0,75 điểm) $$= \frac{1}{a-b} - \frac{1}{a-c} + \frac{1}{b-c} - \frac{1}{b-a} + \frac{1}{c-a} - \frac{1}{c-b}$$

(0,75 điểm) $= \frac{1}{a-b} + \frac{1}{c-a} + \frac{1}{b-c} + \frac{1}{a-b} + \frac{1}{c-a} + \frac{1}{b-c}$

(0,5 điểm) $= \frac{2}{a-b} + \frac{2}{b-c} + \frac{2}{c-a}$

= *VP*

b) $A = \sqrt{x-2009} + \sqrt{2010-x}$

- (0,25 điểm) Tập xác định: D = [2009; 2010]
- (0,25 điểm) Với $\forall$x $\in$ D thì A ≥ 0. Do đó: A = $\sqrt{A^2}$

1. Xét:

(0,25 điểm) $A^2 = x - 2009 + 2010 - x + 2\sqrt{x-2009}.\sqrt{2010-x} = 1 + 2\sqrt{x-2009}.\sqrt{2010-x}$

Ta có: $A^2 \geq 1$ (vì $2\sqrt{x-2009}.\sqrt{2010-x} \geq 0$ với $\forall$x $\in$ D)

<=> A ≥ 1 với $\forall$x $\in$ D

(0,25 điểm) Vậy: A_{min} = 1 khi

(0,25 điểm) $\left[\begin{array}{l} x-2009=0 \\ 2010-x=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2009 \\ x=2010 \end{array}\right.$

2. Xét:

(0,25 điểm) $A^2 = 1 + 2\sqrt{x-2009}.\sqrt{2010-x} \leq 1 + x - 2009 + 2010 - x$

(vì $2\sqrt{x-2009}.\sqrt{2010-x} \leq x - 2009 + 2010 - x$, với $\forall$x $\in$ D; BĐT Côsi)

<=> A^2 ≤ 2 với $\forall$x $\in$ D

<=> A $\leq \sqrt{2}$ với $\forall$x $\in$ D

(0,25 điểm)Vậy A_{max} = $\sqrt{2}$ khi: x – 2009 = 2010 – x

(0,25 điểm) <=> x = 2009,5

<u>Bài 3:</u> *(4 điểm) Mỗi câu 2 điểm*

a) Tìm nghiệm nguyên dương của phương trình: 3x + 7y = 55

b) Cho a, b, c, d là các số dương và $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ Trục căn thức ở mẫu của biểu thức sau:

$$\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}+\sqrt{d}}$$

<u>Giải</u>

a) 3x + 7y = 55

(0,5 điểm). HS tìm được nghiệm nguyên tổng quát của phương trình trên:

$$\begin{cases} x = -110 + 7t \\ y = 55 - 3t \end{cases} (t \in \mathbb{Z})$$

(0,5 điểm).Để:

$$\begin{cases} x>0 \\ y>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -110+7t>0 \\ 55-3t>0 \end{cases} (t \in \mathbb{Z}) <=> \begin{cases} t>\dfrac{110}{7} \\ t<\dfrac{55}{3} \end{cases} (t \in \mathbb{Z})$$

(0,5 điểm).=> t $\in \{16; 17; 18\}$

(0,5 điểm).Vậy phương trình trên có 3 nghiệm nguyên dương là: (2; 7); (9; 4) ; (16; 1)

b)

$$\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}+\sqrt{d}} = \frac{1}{(\sqrt{a}+\sqrt{d})+(\sqrt{b}+\sqrt{c})}$$

(0,5 điểm). $$= \frac{(\sqrt{a}+\sqrt{d})-(\sqrt{b}+\sqrt{c})}{\left[(\sqrt{a}+\sqrt{d})+(\sqrt{b}+\sqrt{c})\right]\left[(\sqrt{a}+\sqrt{d})-(\sqrt{b}+\sqrt{c})\right]}$$

(0,5 điểm). $$= \frac{\sqrt{a}+\sqrt{d}-\sqrt{b}-\sqrt{c}}{a+d+2\sqrt{ad}-(b+c+2\sqrt{bc})}$$

(0,5 điểm) $$= \frac{\sqrt{a}+\sqrt{d}-\sqrt{b}-\sqrt{c}}{a+d+2\sqrt{ad}-b-c-2\sqrt{bc}}$$

.

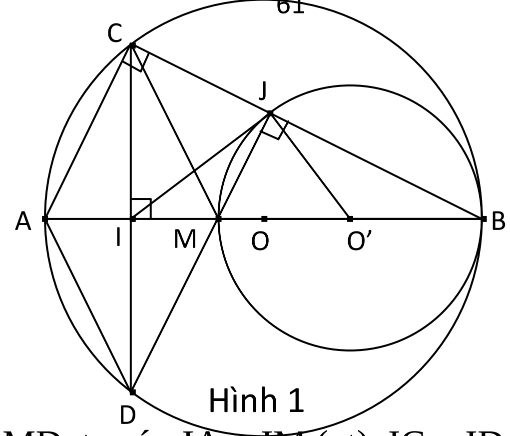
(0,5 điểm). $$= \frac{\sqrt{a}+\sqrt{d}-\sqrt{b}-\sqrt{c}}{a+d-b-c}$$ (vì $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ => ad = bc => $2\sqrt{ad}=2\sqrt{bc}$)

<u>Bài 4</u> (4 điểm). Cho đường tròn tâm O đường kính AB. M là điểm nằm trên đoạn OA, vẽ đường tròn tâm O’ đường kính MB. Gọi I là trung điểm đoạn MA, vẽ dây cung CD vuông góc với AB tại I. Đường thẳng BC cắt đường tròn (O’) tại J.

a) Đường thẳng IJ là gì của đường tròn (O’) ? Giải thích.

b) Xác định vị trí của M trên đoạn OA để diện tích tam giác IJO’ lớn nhất.

Giải (h.1)



Hình 1

a) Xét tứ giác ACMD, ta có : IA = IM (gt), IC = ID (vì AB $\perp$ CD : gt)
$\Rightarrow$ ACMD là hình thoi $\Rightarrow$ AC // DM,
mà AC $\perp$ CB (do C thuộc đường tròn đường kính AB)

$\Rightarrow$ DM $\perp$ CB; MJ $\perp$ CB (do J thuộc đường tròn đường kính MB)
$\Rightarrow$ D, M, J thẳng hàng.

Ta có : $I\hat{D}M + I\hat{M}D = 90^0$ (vì $D\hat{I}M = 90^0$)

Mà $I\hat{J}M = I\hat{D}M$ (do IC = IJ = ID : ΔCJD vuông tại J có JI là trung tuyến)

$M\hat{J}O' = J\hat{M}O' = I\hat{M}D$ (do O’J = O’M : bán kính đường tròn (O’); $J\hat{M}O'$ và $I\hat{M}D$ đối đỉnh)

(1,5 điểm) $\Rightarrow I\hat{J}M + M\hat{J}O' = 90^0 \Rightarrow$ (0,5 điểm) IJ là tiếp tuyến của (O’), J là tiếp điểm

b) Ta có $\begin{cases} IA = IM \\ \qquad\qquad \Rightarrow IO' = \dfrac{AB}{2} = R \text{ (R là bán kính của (O))} \\ O'M = O'B \text{ (bán kính (O'))} \end{cases}$

ΔJIO’ vuông tại I : $IJ^2 + O'J^2 = IO'^2 = R^2$

Mà $IJ^2 + O'J^2 \geq 2IJ.O'J = 4S_{JIO'}$

(1,5 điểm). Do đó $S_{JIO'} \leq \dfrac{R^2}{4}$

$S_{JIO'} = \dfrac{R^2}{4}$ khi IJ = O’J và ΔJIO’ vuông cân có cạnh huyền IO’ = R nên :

$2O'J^2 = O'I^2 = R^2 \Rightarrow O'J = \dfrac{R\sqrt{2}}{2}$

(0,5 điểm) Khi đó MB = 2O’M = 2O’J = $R\sqrt{2}$

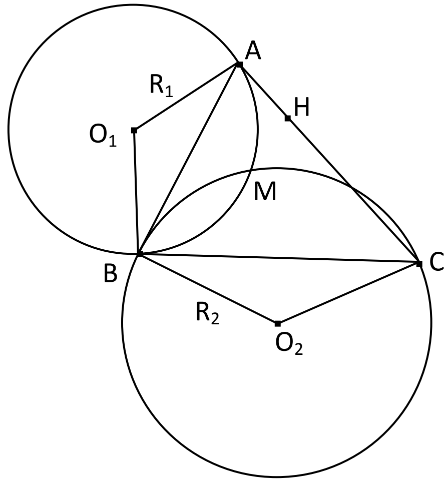
Bài 5 (4 điểm).

a) Cho tam giác ABC. Hãy tìm điểm M sao cho tổng độ dài các bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔAMB và ΔBCM là nhỏ nhất.

b) Trong tất cả các tam giác có đáy bằng a, chiều cao bằng h, tam giác nào có bán kính đường tròn nội tiếp lớn nhất ?

Giải

a) (h.2)



Hình 2

Gọi O_1, R_1, O_2, R_2 lần lượt là tâm và bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔAMB và Δ BCM (h.2).

Xét ΔO_1AB : $O_1A + O_1B \geq AB$

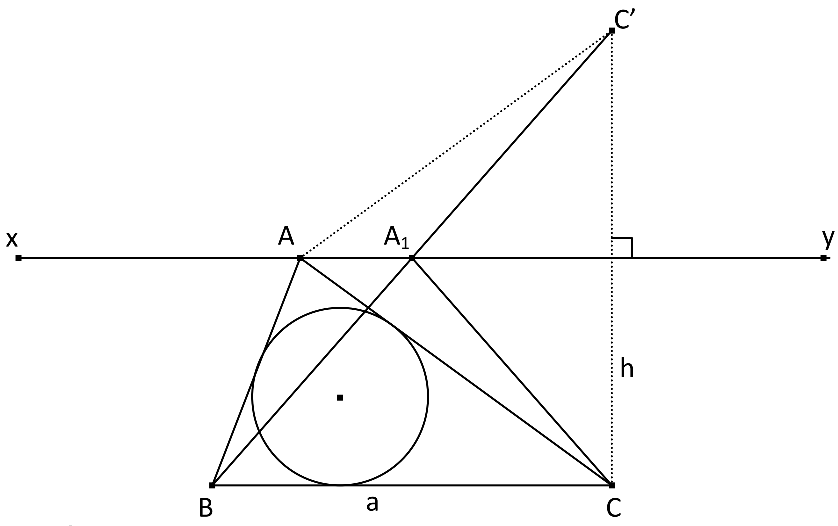
$2R_1 \geq AB$

(0,5 điểm) $2R_1 = AB \Leftrightarrow AB$ là đường kính của (O_1) và giả sử đường tròn (O_1) đường kính AB cắt AC tại H thì $A\hat{H}B = 90^0$ (1)

(0,5 điểm)Tương tự với ΔO_2BC : $2R_2 \geq BC$. Suy ra R_2 nhỏ nhất $\Leftrightarrow$ BC là đường kính của (O_2) và giả sử đường tròn (O_2) đường kính BC cắt AC tại H' thì $B\hat{H}'C = 90^0$ (2)

(1,0 điểm) Từ (1) và (2) suy ra $H' \equiv H$. Vậy điểm M phải tìm là chân đường cao kẻ từ đỉnh B.

b) (h.3). (2,0 điểm). Lí luận đúng



Hình 3

Tất cả các tam giác có đáy a, chiều cao h đều có thể sắp xếp để cạnh đáy của chúng trùng với BC = a, còn đỉnh A ở trên một đường thẳng xy // BC và cách BC một khoảng bằng h. Trong các tam giác này, ta cần tìm tam giác có bán kính đường tròn nội tiếp lớn nhất. Ta có $S_{ABC} = \frac{1}{2}ah$

Mặt khác, nếu r là bán kính của đường tròn nội tiếp thì $S_{ABC} = \frac{1}{2}r(AB + BC + CA)$

$\Rightarrow r = \dfrac{ah}{AB+BC+CA}$

Do a, h, BC không đổi nên r sẽ có giá trị lớn nhất khi AB + AC có giá trị nhỏ nhất

Gọi C' là điểm đối xứng của C qua xy thì AB + AC = AB + AC' $\geq$ C'B

Khi đó : AB + AC = C'B khi $A \equiv A_1 \Rightarrow \Delta ABC$ cân tại A.

ĐỀ 1265

ĐỀ DỰ TUYỂN THI HỌC SINH GIỎI LỚP 9 CẤP HUYỆN

Năm học 2009 – 2010

Thời gian 150 phút.

Bài 1: (4 điểm) Cho biểu thức K = $\dfrac{3x+\sqrt{9x}-3}{x+\sqrt{x}-3}-\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}+\dfrac{\sqrt{x}-2}{1-\sqrt{x}}$ $\quad (x \geq 0; x \neq 1)$

a/ Rút gọn K

b/ Tìm x nguyên dương để K nhận giá trị nguyên

Bài 2: (3 điểm)Cho A = 111…….111 (2m chữ số 1)

B = 111…….111 (m + 1 chữ số 1)

C = 666…….666 (m chữ số 6)

Chứng minh A + B + C + 8 là số chính phương

Bài 3: (4 điểm)

a/ Cho abc = 1.Tính S = $\dfrac{1}{1+a+ab}+\dfrac{1}{1+b+bc}+\dfrac{1}{1+c+ac}$

b/ Tìm nghiệm nguyên dương của phương trình 3x + 7y = 167

Bài 4: (5 điểm) Cho hai đường tròn (O; R) và (O'; R') cắt nhau tại hai điểm phân biệt A và B. Một đường thẳng d qua A cắt (O) tại M và (O') tại M'.

a/ Chứng tỏ rằng các đường thẳng vuông góc với d tại M và M' đi qua các điểm N và N' cố định và thẳng hàng với B

b/ Chứng tỏ rằng trung điểm I của N, N' là tâm của đường tròn tiếp xúc với (O) và (O’)

Bài 5: (4 điểm) Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB = 2R và M là một điểm thuộc nửa đường tròn (khác A và B). Tiếp tuyến của (O) tại M cắt các tiếp tuyến tại A và B của (O) lần lượt tại C và D, Tìm giá trị nhỏ nhất của tổng diện tích của hai tam giác ACM và BDM.

ĐÁP ÁN

Bài 1(4 điểm)

a/ K = $\frac{3x+\sqrt{9x}-3}{x+\sqrt{x}-3}-\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}+\frac{\sqrt{x}-2}{1-\sqrt{x}}$ = $\frac{3x+3\sqrt{x}-3-\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)-\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}$

(0,5điểm)

= $\frac{x+3\sqrt{x}+2}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}$ = $\frac{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}$ = $\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$

(1,5điểm)

b/ K = $\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$ = 1 + $\frac{2}{\sqrt{x}-1}$ (0,5điểm)

K nguyên khi 2 $\vdots\left(\sqrt{x}-1\right)$ $\Leftrightarrow \sqrt{x}-1\in$ Ư(2) = $\left\{\pm1;\pm2\right\}$

(0,75điểm)

Giải ra x = 0; 4; 9 Vì x nguyên dương nên x = 4;9

(0,75điểm)

Bài 2: (4 điểm)

A = 111…….111 (2m chữ số 1) = $\frac{10^{2m}-1}{9}$ (0,5điểm)

B = 111…….111 (m + 1 chữ số 1) = $\frac{10^{m+1}-1}{9}$

(0,5điểm)

C = 666…….666 (m chữ số 6) = $\frac{6\left(10^{m}-1\right)}{9}$

(0,5điểm)

A + B + C + 8 = $\frac{10^{2m}-1}{9}$ + $\frac{10^{m+1}-1}{9}$ + $\frac{6\left(10^{m}-1\right)}{9}$ + 8 = $\frac{10^{2m}+16.10^{m}+64}{9}$ = $\left(\frac{10^{m}+8}{3}\right)^{2}$

(1điểm)

Mà $10^m + 8 \vdots 3$ nên $10^m + 8$ là số nguyên

(0,25điểm)

Vậy A + B + C + 8 là số chính phương
(0,25điểm)

Bài 3: (4 điểm)

a/ Cho abc = 1. $\Rightarrow ab = \frac{1}{c}$

S = $\frac{1}{1+a+ab}+\frac{1}{1+b+bc}+\frac{1}{1+c+ac}$ = $\frac{1}{1+a+\frac{1}{c}}+\frac{1}{abc+b+bc}+\frac{1}{1+c+ac}$

(0,5điểm)

= $\frac{c}{c+ac+1}+\frac{1}{b(ac+1+c)}+\frac{1}{1+c+ac}$ = $\frac{bc+1+b}{b(1+c+ac)}$ = $\frac{b(c+ac+1)}{b(c+ac+1)}=1$

(1.5điểm)

b/ phương trình 3x + 7y = 167

3x + 7y = 167 $\Leftrightarrow$ x = $\frac{167-7y}{3}$ = $56-2y-\frac{y+1}{3}$ (0,5điểm)

đặt $\frac{y+1}{3}$ = t $\Leftrightarrow$ y = 3t – 1 Nên x = 58 – 7t (t$\in$Z) (0,5điểm)

Vì x; y nguyên dương nên 3t – 1 > 0 $\Leftrightarrow$ t > $\frac{1}{3}$

và 58 – 7t > 0 $\Leftrightarrow$ t < $\frac{58}{7}$ (0,5điểm)

Vì t$\in$Z n ên t $\in \{1;2;3;4;5;6;7;8\}$ (0,25điểm)

Các nghiệm nguyên dương của phương trình là : (51; 2), (44; 5), (37; 8), (30; 11), (23; 14), (16; 17), (9; 20), (2; 23)
(0,25điểm)

Bài 4 (5 điểm) hình vẽ (0,5điểm)

a/ <u>Chứng minh N, N’ cố định và N, B, N’ thẳng hàng</u>

Đường thẳng qua M vuông góc với d cắt (O) tại N .

Vì $N\hat{M}A$ = 90^0 nên AN là đường kính của đường tròn (O)$\Rightarrow$N cố định (0,5điểm)

Đường thẳng qua M’ vuông góc với d cắt (O’) tại N’

Vì $N'\hat{M}'A$ = 90^0 nên AN’ là đường kính của đường tròn (O’)$\Rightarrow$N’ cố định
(0,5điểm)

B thuộc đường tròn đường kính AN nên $A\hat{B}N$ = 90^0 (0,25điểm)

B thuộc đường tròn đường kính AN’ nên $A\hat{B}N'$ = 90^0 (0,25điểm)

$\Rightarrow N\hat{B}N' = A\hat{B}N + A\hat{B}N' = 180^0$ (0,25điểm)

Vậy N, B, N' thẳng hàng (0,25điểm)

b/ Chứng minh trung điểm I của N, N' là tâm của đường tròn tiếp xúc với (O) và (O')

OI đi qua trung điểm của NA và NN' nên OI là đường trung bình của ΔANN'

$\Rightarrow$OI = O'A = R' (0,5điểm)

Gọi r là bán kính của đường tròn (I) vẽ (I; r) và (O; R) tiếp xúc trong, nên OI = R – r

Mà OI = R' (cmt) nên R' = R – r $\Leftrightarrow$ R' + r = R (0,5điểm)

Lại có IO' đi qua trung điểm của N'N và AN' nên OI là đường trung bình của ΔANN'

$\Rightarrow$O'I = OA = R (0,5điểm)

mà R' + r = R nên O'I = R' + r$\Rightarrow$(I; r) tiếp xúc ngoài với (O'; R') (0,5điểm)

Vậy trung điểm I của NN' là tâm của đường tròn tiếp xúc với đường tròn (O) và (O') (0,5điểm)

Bài 5 (4 điểm) hình vẽ (0,5điểm)

Tìm giá trị nhỏ nhất của tổng diện tích của hai tam giác ACM và BDM

Ta có CA = CM; BD = BM (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) (0,25điểm)

Mà CD = CM + MD nên CD = AC + BD (0,25điểm)

Kẻ MH$\perp$AB (H$\in$AB) ta có MH$\leq$MO = R (0,25điểm)

Tứ giác ABDC là hình thang vuông nên CD$\geq$AB = 2R (0,5điểm)

Ta có $S_{ABDC} = \dfrac{(AC+BD)AB}{2} = \dfrac{CD.AB}{2} \geq \dfrac{AB.AB}{2} = 2R^2$ (0,5điểm)

$S_{MAB} = \dfrac{MH.AB}{2} \leq \dfrac{MO.AB}{2} = R^2$ (0,5điểm)

Nên $S_{ACM} + S_{BDM} = S_{ABDC} - S_{MAB} \geq 2R^2 - R^2$

$\Rightarrow S_{ACM} + S_{BDM} \geq R^2$ (0,5điểm)

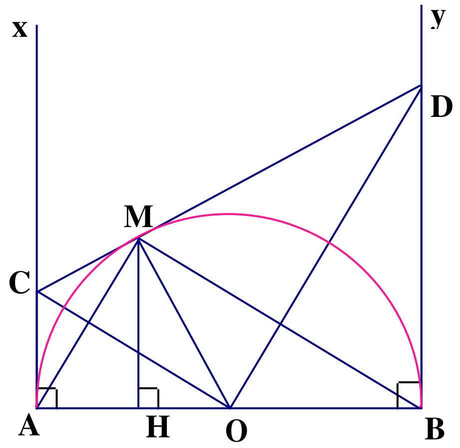
Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow$ H$\equiv$O (0,25điểm)

$\Leftrightarrow$M là giao điểm của đường thẳng vuông gòc với AB vẽ từ O và nửa đường tròn (O)(0,25điểm)

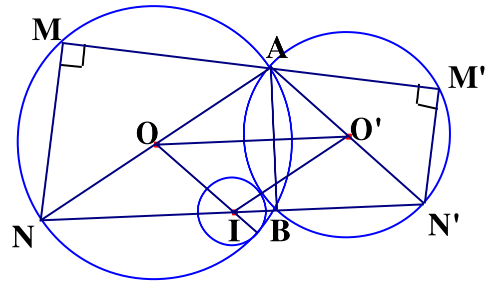
Vậy khi M là giao điểm của đường thẳng vuông gòc với AB vẽ từ O và nửa đường tròn (O)

Thì $S_{ACM} + S_{BDM}$ nhỏ nhất và bằng R^2 (0,25điểm)

(Học sinh giải cách khác nếu đúng vẫn cho tròn điểm)



Hình bài 5



hình bài 4

ĐỀ 1266

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO QUẢNG NAM

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 TRƯỜNG THPT CHUYÊN
Năm học 2008-2009
Môn TOÁN
(Dành cho học sinh chuyên Tin)
Thời gian làm bài 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Bài 1 *(1,5 điểm)*:

a) Thực hiện phép tính: $\dfrac{3\sqrt{10}+\sqrt{20}-3\sqrt{6}-\sqrt{12}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $x-\sqrt{x-2008}$.

Bài 2 *(2 điểm)*:

Cho hệ phương trình: $\begin{cases} mx-y=2 \\ 3x+my=5 \end{cases}$

a) Giải hệ phương trình khi $m=\sqrt{2}$.

b) Tìm giá trị của m để hệ phương trình đã cho có nghiệm (x; y) thỏa mãn hệ thức $x+y=1-\dfrac{m^2}{m^2+3}$.

Bài 3 *(2 điểm)*:

a) Cho hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$, có đồ thị là (P). Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm M và N nằm trên (P) lần lượt có hoành độ là -2 và 1.

b) Giải phương trình: $3x^2 + 3x - 2\sqrt{x^2 + x} = 1$.

Bài 4 *(1,5 điểm)*:

Cho hình thang ABCD (AB // CD), giao điểm hai đường chéo là O. Đường thẳng qua O song song với AB cắt AD và BC lần lượt tại M và N.

a) Chứng minh: $\frac{MO}{CD} + \frac{MO}{AB} = 1$.

b) Chứng minh: $\frac{1}{AB} + \frac{1}{CD} = \frac{2}{MN}$.

Bài 5 *(3 điểm)*:

Cho đường tròn (O; R) và dây cung AB cố định không đi qua tâm O; C và D là hai điểm di động trên cung lớn AB sao cho AD và BC luôn song song. Gọi M là giao điểm của AC và BD. Chứng minh rằng:

a) Tứ giác AOMB là tứ giác nội tiếp.

b) OM $\perp$ BC.

c) Đường thẳng d đi qua M và song song với AD luôn đi qua một điểm cố định.

**************** ***Hết*** ****************

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẢNG NAM

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 TRƯỜNG THPT CHUYÊN
Năm học 2008-2009
Môn TOÁN
(Dành cho học sinh chuyên Tin)
Thời gian làm bài 150 phút (không kể thời gian giao đề)

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN

I. Hướng dẫn chung:

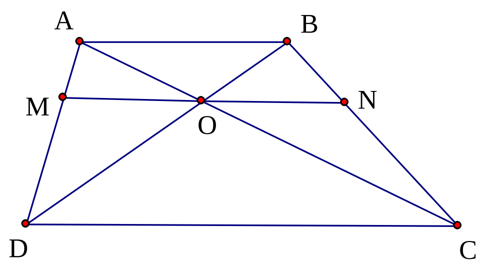
1) Nếu thí sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án mà vẫn đúng thì cho đủ điểm từng phần như hướng dẫn quy định.

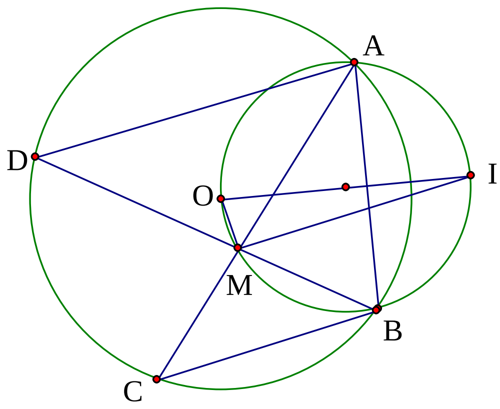
2) Việc chi tiết hóa thang điểm (nếu có) so với thang điểm trong hướng dẫn chấm phải đảm bảo không sai lệch với hướng dẫn chấm và được thống nhất trong Hội đồng chấm thi.

3) Điểm toàn bài lấy điểm lẻ đến 0,25.

II. Đáp án:

Bài	Nội dung	Điểm
1 (1,5đ)	a) Biến đổi được: $\dfrac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(3\sqrt{2}+2)}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$	0,50
	$=3\sqrt{2}+2$	0,25
	b) Điều kiện $x \ge 2008$ $x-\sqrt{x-2008}=(x-2008-2.\frac{1}{2}.\sqrt{x-2008}+\frac{1}{4})+2008-\frac{1}{4}$ $=(\sqrt{x-2008}-\frac{1}{2})^2+\frac{8031}{4}\ge\frac{8031}{4}$	0,50
	Dấu “ = “ xảy ra khi $\sqrt{x-2008}=\frac{1}{2}\Leftrightarrow x=\frac{8033}{4}$ (thỏa mãn). Vậy giá trị nhỏ nhất cần tìm là $\frac{8031}{4}$ khi $x=\frac{8033}{4}$.	0,25
2 (2đ)	a) Khi $m=\sqrt{2}$ ta có hệ phương trình $\begin{cases}\sqrt{2}x-y=2\\3x+\sqrt{2}y=5\end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow\begin{cases}2x-\sqrt{2}y=2\sqrt{2}\\3x+\sqrt{2}y=5\end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{2\sqrt{2}+5}{5}\\y=\sqrt{2}x-2\end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{2\sqrt{2}+5}{5}\\y=\dfrac{5\sqrt{2}-6}{5}\end{cases}$	0,25
	b) Giải tìm được: $x=\frac{2m+5}{m^2+3}$; $y=\frac{5m-6}{m^2+3}$	0,50
	Thay vào hệ thức $x+y=1-\frac{m^2}{m^2+3}$; ta được $\frac{2m+5}{m^2+3}+\frac{5m-6}{m^2+3}=1-\frac{m^2}{m^2+3}$	0,25
		0,25

	Giải tìm được $m=\frac{4}{7}$	
3 (2đ)	a) Tìm được M(- 2; - 2); $N(1:-\frac{1}{2})$ Phương trình đường thẳng có dạng y = ax + b, đường thẳng đi qua M và N nên $\begin{cases}-2a+b=-2\\ a+b=-\frac{1}{2}\end{cases}$ Tìm được $a=\frac{1}{2}; b=-1$. Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $y=\frac{1}{2}x-1$	0,25 0,25 0,25 0,25
	b) Biến đổi phương trình đã cho thành $3(x^2+x)-2\sqrt{x^2+x}-1=0$ Đặt $t=\sqrt{x^2+x}$ (điều kiện $t\geq 0$), ta có phương trình $3t^2-2t-1=0$ Giải tìm được t = 1 hoặc $t=-\frac{1}{3}$ (loại) Với t = 1, ta có $\sqrt{x^2+x}=1 \Leftrightarrow x^2+x-1=0$. Giải ra được $x=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ hoặc $x=\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$.	0,25 0,25 0,25 0,25
4 (1,5đ)	Hình vẽ  	0,25
	a) Chứng minh được $\frac{MO}{CD}=\frac{AM}{AD}$; $\frac{MO}{AB}=\frac{MD}{AD}$ Suy ra $\frac{MO}{CD}+\frac{MO}{AB}=\frac{AM+MD}{AD}=\frac{AD}{AD}=1$ (1)	0,25 0,50
	b) Tương tự câu a) ta có $\frac{NO}{CD}+\frac{NO}{AB}=1$ (2) (1) và (2) suy ra $\frac{MO+NO}{CD}+\frac{MO+NO}{AB}=2$ hay $\frac{MN}{CD}+\frac{MN}{AB}=2$ Suy ra $\frac{1}{CD}+\frac{1}{AB}=\frac{2}{MN}$	 0,25 0,25

	Hình vẽ (phục vụ câu a) 	0,25
5 (3đ)	a) Chứng minh được: - hai cung AB và CD bằng nhau - sđ góc AMB bằng sđ cung AB Suy ra được hai góc AOB và AMB bằng nhau O và M cùng phía với AB. Do đó tứ giác AOMB nội tiếp	0,25 0,25 0,25 0,25
	b) Chứng minh được: - O nằm trên đường trung trực của BC (1) - M nằm trên đường trung trực của BC (2) Từ (1) và (2) suy ra OM là đường trung trực của BC, suy ra $OM \perp BC$	0,25 0,25 0,25
	c) Từ giả thiết suy ra $d \perp OM$ Gọi I là giao điểm của đường thẳng d với đường tròn ngoại tiếp tứ giác AOMB, suy ra góc OMI bằng 90^0, do đó OI là đường kính của đường tròn này. Khi C và D di động thỏa mãn đề bài thì A, O, B cố định, nên đường tròn ngoại tiếp tứ giác AOMB cố định, suy ra I cố định. Vậy d luôn đi qua điểm I cố định.	0,25 0,25 0,25 0,25

ĐỀ 1267

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BÌNH PHƯỚC
ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm 01 trang)

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 TRUNG HỌC PHỔ THÔNG
NĂM HỌC 2017-2018
MÔN : TOÁN (CHUYÊN)

Ngày thi : 03/6/2017
Thời gian làm bài : 150 phút

Câu 1 (2.0 điểm) Cho biểu thức : $P=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}+\dfrac{-x+x\sqrt{x}+6}{x+\sqrt{x}-2}-\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$, với $x\geq 0, x\neq 1$.

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Cho biểu thức $Q=\dfrac{(x+27).P}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-2)}$, với $x\geq 0, x\neq 1, x\neq 4$. Chứng minh $Q\geq 6.$

Câu 2 (1.0 điểm) Cho phương trình : $x^2-2(m-1)x+m^2-3=0$ (x là ẩn, m là tham số). Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho $x_1^2+4x_1+2x_2-2mx_1=1.$

Câu 3 (2.0 điểm)

a) Giải phương trình : $x+2\sqrt{7-x}=2\sqrt{x-1}+\sqrt{-x^2+8x-7}+1.$

b) Giải hệ phương trình : $\begin{cases} 4\sqrt{x+1}-xy\sqrt{y^2+4}=0 & (1) \\ \sqrt{x^2-xy^2+1}+3\sqrt{x-1}=xy^2 & (2) \end{cases}.$

Câu 4 (3.0 điểm)

Cho tam giác ABC có $BAC=60^0$, $AC=b, AB=c\ (b>c)$. Đường kính EF của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC vuông góc với BC tại M (E thuộc cung lớn BC). Gọi I và J là chân đường vuông góc hạ từ E xuống các đường thẳng AB và AC. Gọi H và K là chân đường vuông góc hạ từ F xuống các đường thẳng AB và AC.

a) Chứng minh các tứ giác $AIEJ$, $CMJE$ nội tiếp và $EA.EM=EC.EI$.

b) Chứng minh I,J,M thẳng hàng và IJ vuông góc với HK.

c) Tính độ dài cạnh BC và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC theo b,c.

Câu 5 (1. điểm) Chứng minh biểu thức $S=n^3(n+2)^2+(n+1)(n^3-5n+1)-2n-1$ chia hết cho 120, với n là số nguyên.

Câu 6 (1. điểm)

a) Cho ba số a,b,c thỏa mãn $a+b+c=0$ và $|a|\leq 1,\ |b|\leq 1,\ |c|\leq 1.$ Chứng minh rằng $a^4+b^6+c^8\leq 2.$

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=\dfrac{(x^3+y^3)-(x^2+y^2)}{(x-1)(y-1)}$ với x,y là các số thực lớn hơn $1.$

---Hết---

Giám thị coi thi không giải thích gì thêm

Họ tên thí sinh:..
Chữ kí giám thị 1:..
Chữ kí giám thị 2:..

Giáo viên đánh đề+ đáp án
Mai Vĩnh Phú trường THCS-THPT Tân Tiến- Bù Đốp - Bình Phước.
(Vùng quê nghèo chưa em nào đậu nổi trường chuyên Toán....)

Câu 1

a) Ta có

$$P=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}+\frac{-x+x\sqrt{x}+6}{x+\sqrt{x}-2}-\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$$
$$=\frac{\sqrt{x}\ \ \sqrt{x}-1\ -x+x\sqrt{x}+6-\ \sqrt{x}+1\ \ \sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1\ \ \sqrt{x}+2}$$
$$=\frac{x-\sqrt{x}-x+x\sqrt{x}+6-x-3\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1\ \ \sqrt{x}+2}$$
$$=\frac{-x+x\sqrt{x}-4\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1\ \ \sqrt{x}+2}$$
$$=\frac{\sqrt{x}-1\ \ x-4}{\sqrt{x}-1\ \ \sqrt{x}+2}$$
$$=\sqrt{x}-2.$$

b) Với $x\geq 0, x\neq 1, x\neq 4$, ta có

$$Q=\frac{x+27\ .P}{\sqrt{x}+3\ \ \sqrt{x}-2}=\frac{x+27}{\sqrt{x}+3}=\frac{x-9+36}{\sqrt{x}+3}$$
$$=\sqrt{x}-3+\frac{36}{\sqrt{x}+3}=-6+\ \sqrt{x}+3\ +\frac{36}{\sqrt{x}+3}\geq -6+12=6.$$

Dấu "=" xẩy ra khi $\sqrt{x}+3=\dfrac{36}{\sqrt{x}+3}\Leftrightarrow\left(\sqrt{x}+3\right)^2=36\Leftrightarrow x=9$.

Câu 2 Phương trình đã cho có hai nghiệm khi và chỉ khi $\Delta'\geq 0\Leftrightarrow -2m+4\geq 0\Leftrightarrow m\leq 2\quad(1)$.

Theo hệ thức Vi-ét: $\begin{cases}x_1+x_2=2\left(m-1\right)\\ x_1.x_2=m^2-3\end{cases}$

Mà $x_1^2+4x_1+2x_2-2mx_1=1$

$\Leftrightarrow x_1\ \ x_1-2m+2\ \ +2\ \ x_1+x_2\ \ =1$

$$\Leftrightarrow -x_1.x_2 + 2\ x_1 + x_2\ = 1$$

$$\Leftrightarrow -m^2 + 3 + 4\ m - 1\ = 1$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 4m + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 2 + \sqrt{2} \\ m = 2 - \sqrt{2} \end{array}\right. \qquad 2$$

Từ (1) và (2) suy ra $m = 2 - \sqrt{2}$.

Câu 3

a) Điều kiện $1 \le x \le 7$

Ta có $x + 2\sqrt{7-x} = 2\sqrt{x-1} + \sqrt{-x^2 + 8x - 7} + 1$

$$\Leftrightarrow 2\ \sqrt{7-x} - \sqrt{x-1}\ +\ x - 1\ - \sqrt{\ x-1\ \ 7-x\ } = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\ \sqrt{7-x} - \sqrt{x-1}\ + \sqrt{x-1}\ \sqrt{x-1} - \sqrt{7-x}\ = 0$$

$$\Leftrightarrow\ \sqrt{7-x} - \sqrt{x-1}\ \ 2 - \sqrt{x-1}\ = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{x-1} = 2 \\ \sqrt{x-1} = \sqrt{7-x} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 5 \\ x = 4 \end{array}\right. \text{(thỏa mãn điều kiện).}$$

Vậy phương trình có hai nghiệm $x = 4; x = 5$.

b) Điều kiện $\begin{cases} x \ge 1 \\ x^2 - xy^2 + 1 \ge 0 \end{cases}$, kết hợp với phương trình (1), ta có $y > 0$.

Từ (1), ta có

$$4\sqrt{x+1} - xy\sqrt{y^2+4} = 0 \Leftrightarrow 4\sqrt{x+1} = xy\sqrt{y^2+4}$$

$$\Leftrightarrow 16(x+1) = x^2y^2\left(y^2+4\right) \Leftrightarrow \left(y^4 + 4y^2\right)x^2 - 16x - 16 = 0.$$

Giải phương trình theo ẩn x ta được $x = \dfrac{4}{y^2}$ hoặc $x = \dfrac{-4}{y^2+4} < 0$ (loại).

Với $x = \dfrac{4}{y^2} \Leftrightarrow xy^2 = 4$ thế vào phương trình (2), ta được : $\sqrt{x^2-3} + 3\sqrt{x-1} = 4$

Điều kiện $x \ge \sqrt{3}$, ta có

$$\sqrt{x^2-3} + 3\sqrt{x-1} = 4$$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{x^2-3} - 1\right) + 3\left(\sqrt{x-1} - 1\right) = 0$$

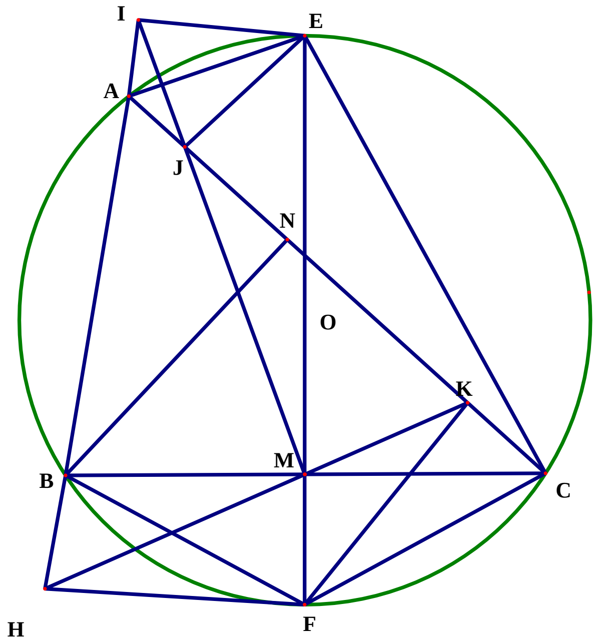
$$\Leftrightarrow \frac{x^2-4}{\sqrt{x^2-3}+1} + \frac{3(x-2)}{\sqrt{x-1}+1} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-2)\left(\frac{x+2}{\sqrt{x^2-3}+1} + \frac{3}{\sqrt{x-1}+1}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow x - 2 = 0 \text{ (vì } \frac{x+2}{\sqrt{x^2-3}+1} + \frac{3}{\sqrt{x-1}+1} > 0) \Leftrightarrow x = 2.$$

Với $x=2$ ta có $\begin{cases} y^2=2 \\ y>0 \end{cases} \Leftrightarrow y=\sqrt{2}$. Kết hợp với điều kiện trên, hệ phương trình có nghiệm $\left(2;\sqrt{2}\right)$.

Câu 4



a) Ta có: $AIE = AJE = 90^0$ nên tứ giác $AIEJ$ nội tiếp.

$EMC = EJC = 90^0$ nên tứ giác $CMJE$ nội tiếp.

Xét tam giác ΔAEC và ΔIEM, có

$ACE = EMI$ (cùng chắn cung JE của đường tròn ngoại tiếp tứ giác $CMJE$).

$EAC = EIM$ (cùng chắn cung JE của đường tròn ngoại tiếp tứ giác $AIEJ$).

Do đó hai tam giác ΔAEC đồng dạng $\Delta IEM \Rightarrow \dfrac{AE}{EI} = \dfrac{EC}{EM} \Rightarrow EA.EM = EC.EI$ (đpcm).

b) Ta có $IEM = AEC \Rightarrow AEI = CEM$.

Mặt khác $AEI = AJI$ (cùng chắn cung IJ), $CEM = CJM$ (cùng chắn cung CM). Suy ra $CJM = AJI$.

Mà I, M nằm hai phía của đường thẳng AC nên $CJM = AJI$ đối đỉnh suy ra I, J, M thẳng hàng.

Tương tự, ta chứng minh được H, M, K thẳng hàng.

Do tứ giác $CFMK$ nội tiếp nên $CFK = CMK$.

Do tứ giác $CMJE$ nội tiếp nên $JME = JCE$.

Mặt khác $ECF = 90^0 \Rightarrow CFK = JCE$ (vì cùng phụ với ACF).

Do đó $CMK = JME \Rightarrow JMK = EMC = 90^0$ hay $IJ \perp HK$.

c) Kẻ $BN \perp AC$ $\left(N \in AC\right)$. Vì $BAC = 60^0$ nên $ABN = 30^0$

$$\Rightarrow AN = \frac{AB}{2} = \frac{c}{2} \Rightarrow BN^2 = AB^2 - AN^2 = \frac{3c^2}{4}$$

$$\Rightarrow BC^2 = BN^2 + CN^2 = \frac{3c^2}{4} + \left(b - \frac{c}{2}\right)^2 = b^2 + c^2 - bc \Rightarrow BC = \sqrt{b^2 + c^2 - bc}$$

Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Xét tam giác đều BCE có $R = OE = \frac{2}{3}EM = \frac{2BC\sqrt{3}}{3.2} = \frac{1}{3}.\sqrt{3\left(b^2 + c^2 - bc\right)}$.

Câu 5

Ta có

$$S = n \;\; n^4 + 5n^3 + 5n^2 - 5n - 6$$

$$= n\left[\;\; n^2 - 1 \;\; n^2 + 6 \;\; + 5n \;\; n^2 - 1 \;\; \right]$$

$$= n \;\; n^2 - 1 \;\; n^2 + 5n + 6$$

$$= n \;\; n - 1 \;\; n + 1 \;\; n + 2 \;\; n + 3$$

$$= \;\; n - 1 \;\; n \;\; n + 1 \;\; n + 2 \;\; n + 3$$

Ta có S là tích của 5 số nguyên tự nhiên liên tiếp chia hết cho $5!$ nên chia hết cho 120.

Câu 6

a) Từ giả thiết $|a| \le 1, |b| \le 1, |c| \le 1$, ta có $a^4 \le a^2, b^6 \le b^2, c^8 \le c^2$. Từ đó $a^4 + b^6 + c^8 \le a^2 + b^2 + c^2$

Lại có $a - 1 \;\; b - 1 \;\; c - 1 \;\le 0$ và $a + 1 \;\; b + 1 \;\; c + 1 \;\ge 0$ nên

$$a + 1 \;\; b + 1 \;\; c + 1 \;-\; a - 1 \;\; b - 1 \;\; c - 1 \;\ge 0$$

$$\Leftrightarrow 2ab + 2bc + 2ca + 2 \ge 0 \Leftrightarrow -2 \;\; ab + bc + ca \;\; \le 2.$$

Hơn nữa $a + b + c = 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 = - \;\; ab + bc + ca \;\; \le 2$. Vậy $a^4 + b^6 + c^8 \le 2$.

b) Ta có $T = \dfrac{x^3 + y^3 \;\; - \;\; x^2 + y^2}{x - 1 \;\; y - 1} = \dfrac{x^2 \;\; x - 1 \;\; + y^2 \;\; y - 1}{x - 1 \;\; y - 1} = \dfrac{x^2}{y - 1} + \dfrac{y^2}{x - 1}$

Do $x > 1, y > 1$ nên $x - 1 > 0, y - 1 > 0$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho 2 số dương $\dfrac{x^2}{y - 1}, \dfrac{y^2}{x - 1}$, ta có :

$$x - 1 \;\; + 1 \ge 2\sqrt{x - 1} \Leftrightarrow \;\; \sqrt{x - 1} - 1 \;\; ^2 \ge 0 \Leftrightarrow x - 2\sqrt{x - 1} \ge 0 \Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x - 1}} \ge 2$$

$$y - 1 \;\; + 1 \ge 2\sqrt{y - 1} \Leftrightarrow \;\; \sqrt{y - 1} - 1 \;\; ^2 \ge 0 \Leftrightarrow y - 2\sqrt{y - 1} \ge 0 \Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{y - 1}} \ge 2$$

Do đó $T = \dfrac{x^2}{y - 1} + \dfrac{y^2}{x - 1} \ge \dfrac{2xy}{\sqrt{x - 1}.\sqrt{y - 1}} \ge 8$

Dấu "$=$" xẩy ra khi $\begin{cases} \dfrac{x^2}{y - 1} = \dfrac{y^2}{x - 1} \\ x - 1 = 1 \\ y - 1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = 8$ khi $x = y = 2$.

Lưu ý : Học sinh giải theo cách khác đúng khoa học theo yêu cầu bài toán giám khảo cân nhắc cho điểm tối đa của từng phần.

ĐỀ 1268

Bài 1 (2đ):

Cho biểu thức:

$$A=\frac{(\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}-1}:\left|\frac{\sqrt{x}+1}{2(\sqrt{x}-1)}-\frac{\sqrt{x}-1}{2(\sqrt{x}+1)}+\frac{x+1}{x-1}\right| \text{ với } x \geq 0, x \neq 1$$

1, Rút gọn biểu thức A

2, Tính giá trị của biểu thức A khi x = 4.

Bài 2 (2đ):

Cho hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2x+y=5m \\ x-2y=-5 \end{cases}$$

1, Giải hệ phương trình với m = 1

2, Tìm các giá trị nguyên của m để hệ có nguyệm (x; y) sao cho $\frac{x}{y}$ là số nguyên.

Bài 3 (2đ):

Trên cùng một hệ trục toạ độ cho đường thẳng (d) và parabol (P) có phương trình:

(P): $y = 2x + b$

(d): $y = ax^2$

1, Tìm a và b biết rằng (P) và (d) cùng đi qua điểm A(2; 3).

2, Với giá trị của a và b vừa tìm được ở câu (a) hãy tìm toạ độ điểm B (với B là giao điểm thứ hai của (P) và (d)).

Bài 4 (3,5đ):

Từ một điểm M nằm ngoài đường tròn (O) ta kẻ hai tia tiếp tuyến MA, MB với đường tròn đó (A, B là hai tiếp điểm). Từ A ta kẻ tia Ax // MB, Ax cắt (O) tại điểm C (C ≠ A). Đoạn thẳng MC cắt (O) tại điểm thứ hai E. Tiếp tuyến với (O) tại điểm C cắt các đường thẳng MA, MB tại N và P.

1, Chứng minh tam giác MNPlà tam giác cân.

2, Chứng minh tứ giác MAPC là hình thang cân và MP = 2CP.

3, Kéo dài AE cho cắt đoạn thẳng MB tại I. Chứng minh rằng: tam giác MAI đồng dạng với tam giác PMC. Từ đó => I là trung điểm của đoạn thẳng AB.

ĐỀ 1269

Bài 1 (2đ):

Cho biểu thức:

$$B = \left(\frac{x-1}{\sqrt{x}-1} - \frac{x\sqrt{x}-1}{x-1}\right).\frac{\sqrt{x}+1}{x-\sqrt{x}+1} \quad \text{với } x \geq 0; x \neq 1$$

1, Rút gọn biểu thức B

2, Tính giá trị của B khi x = 9

Bài 2 (2đ):

Cho phương trình bậc hai ẩn x, m là tham số:

$$x^2 - 2(m-3)x + 2m - 7 = 0 \quad (1)$$

1, Chứng tỏ phương trình (1) luôn có nghiệm dương với mọi m

2, Gọi hai nghiệm của phương trình (1) là x_1, x_2 hãy tìm m để:

$$\frac{1}{x_1+1} + \frac{1}{x_2+1} = m$$

Bài 3 (2đ):

Trên cùng một mặt phẳng toạ độ cho hai đường thẳng (d_1) và (d_2) có phương trình:

(d_1): $y = ax + b - 8$

(d_2): $y = -\frac{bx}{3} + 9a$

1, Tìm a, b biết rằng (d_1) và (d_2) cùng đi qua điểm A(2; 3)

2, Với giá trị của a, b tìm được ở câu a hãy tìm toạ độ điểm B, C tương ứng là giao điểm của (d_1) và (d_2) với trục hoành.

Bài 4 (4đ):

Từ một điểm A nằm ngoài đường tròn (O) kẻ các tiếp tuyến AB, AC tới đường tròn đó (B, C là các tiếp điểm). Gọi I, J lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AB, AC và M là điểm nằm trên tia đối của tia IJ. AM và AO cắt BC lần lượt tại N và H. Đường tròn ngoại tiếp tam giác NAH cắt (O) tại điểm E thuộc cung nhỏ BC.

1, Chứng minh: Tứ giác BIJC nội tiếp được.

2, Chứng minh: $OI^2 = OH.OA = OC^2$.

3, Chứng minh: ΔOHE đồng dạng với ΔOEA. Từ đó suy ra ME là tiếp tuyến của đường tròn (O).

Kiểm tra chỗ in đậm gạch chân

ĐỀ 1270

Ngày 17/ 7/ 1998

Bài 1 (2đ):

Cho a = $\frac{1}{2-\sqrt{3}}$; b = $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$

1, Hãy tính $\sqrt{ab}$ và $\sqrt{a}+\sqrt{b}$

2, Hãy lập 1 phương trình bậc hai có hai nghiệm là $x_1 = \frac{a}{b+1}$ và $x_2 = \frac{b}{a+1}$

Bài 2 (2đ):

Cho phương trình bậc hai ẩn x, m là tham số

$x^2 - 3mx + 3m - 4 = 0$ (1)

1, Chứng minh rằng với mọi giá trị của m, phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt.

2, Hãy tìm m để phương trình (1) có 1 nghiệm là x = $\sqrt{4+2\sqrt{3}}$ khi đó hãy tìm nghiệm còn lại của phương trình đó.

Bài 3 (2đ):

Hai đội công nhân I, II được giao sửa chữa một đoạn đường. Nếu cả hai đội cùng làm chung thì sau 4 giờ sẽ hoàn thành công việc. Nếu đội I làm mình trong 2 giờ sau đó đội II tiếp tục làm mình trong 3 giờ thì họ hoàn thành được $\frac{7}{12}$ công việc. Hỏi mỗi đội làm riêng thì sẽ hoàn thành công việc trong bao lâu ?

Bài 4 (4đ):

Cho hình chữ nhật ABCD có AB = 3cm, AC = 5cm. Trên cạnh AD lấy điểm E sao cho BE = BC. Tia phân giác của góc CBE cắt cạnh CD ở F, đường thẳng EF cắt đường thẳng AB ở M còn đoạn thẳng CM cắt đoạn BD ở N.

1, Chứng minh ΔBCF = ΔBEF

2, Chứng minh BE^2 = BA. BM. Từ đó tính độ dài đoạn thẳng BH

3, Chứng minh tứ giác MENB là tứ giác nội tiếp

4, Tính $S_{\Delta ADN}$.

ĐỀ 1271

Ngày thi 18/ 7/ 1998

Bài 1 (2đ):

Cho biểu thức:

A = $2x^2 + x\sqrt{y} - y^2$ với y < 0

1/ Phân tích A thành nhân tử

2/ Tính giá trị của A khi x = $\sqrt{2} + \sqrt{\frac{1}{2}}$ và y = 15

Bài 2 (2đ)

Cho hệ phương trình:

$$\begin{cases} mx - ny = 5 \\ 2x + y = n \end{cases}$$ (m, n là tham số)

1/ Giải hệ phương trình khi m = n =1

2/ Tìm m, n để hệ đã cho có nghiệm $\begin{cases} x = \sqrt{3} \\ y = \sqrt{4} + 2\sqrt{3} \end{cases}$

Bài 3 (2đ):

Một ô tô dự định đi quảng đường từ A đế B cách nhau 120km với thời gian và vận tốc đã định. Nhưng sau khi khởi hành được 1 giờ thì xe bị hỏng nên phải dừng lại 20 phút để sửa chữa, vì cậy muốn đến B đúng thời gian quy định thì ô tô phải đi nốt quãng đường còn lại với vân tốc nhanh hơn vận tốc đã định là 8km/h. Tìm thời gian ô tô đã định để đi hết quãng đường AB.

Bài 4 (4đ)

Cho ΔABC vuông ở A, có AC < AB, AH là đường cao kẻ từ đỉnh A. Các tiếp tuyến tại A và B với đường tròn tâm O ngoại tiếp ΔABC cắt nhau tại M. OM cắt AB tại E, MC cắt AH tại F. CA kéo dài cắt BM ở D. Đường thẳng BF cắt đường thẳng AM ở N

1/ Chứng minh OM // CD và M là trung điểm của đoạn thẳng BD

2, Chứng minh BF //BC

3, Chứng minh HA là tia phân giác của góc MHN.

4, Biết OM = BC = 4cm. Tính diện tích ΔMFE.

ĐỀ 1272

Ngày thi 13/ 7/ 1999

Bài 1 (2đ):

Cho biểu thức:

$$P = \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{ab}-b} - \frac{\sqrt{b}}{a-\sqrt{ab}}\right) : \left(\frac{a-b}{a\sqrt{b}+b\sqrt{a}}\right) \qquad \text{Với a, b} > 0;\ a \neq b$$

1. Rút gọn biểu thức P

2, Tính giá trị của P khi biết a, b là hai nghiệm của phương trình:

$$x^2 - 8x + 4 = 0$$

Bài 2 (2đ):

Cho phương trình bậc hai ẩn x (m là tham số):

$$x^2 - 2x + m = 0 \quad (1)$$

1, Tìm m để phương trình (1) có nghiệm

2, Chứng minh rằng với mọi giá trị của m, phương trình (1) không thể có hai nghiệm cùng là số âm

3, Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thoả mãn:

$$x_1 - 2x_2 = 5$$

Bài 3 (2đ):

Một tam giác vuông có chu vi là 24cm. biết rằng độ dài cạnh huyền nhỏ hơn tổng độ dài hai cạnh góc vuông là 4cm. Tính độ dài các cạnh của tam giác đó.

Bài 4 (4đ):

Cho hình vuông ABCD có độ dài cạnh bằng 4cm. Tia phân giác của góc ACB cắt cạnh AB tại M. Vẽ đường tròn đường kính CM cắt AC tại E ($E \neq C$). Tia ME cắt cạnh AD tại điểm N; tia CNcắt đường tròn đường kính CM tại I ($I \neq C$)

1, Chứng minh rằng: $\Delta CBM = \Delta CEM$ và $\Delta CEN = \Delta CDN$, từ đó suy ra CN là tia phân giác của góc ACB

2, Chứng minh hệ thức: $AM^2 + AN^2 = (BM + DN)^2$

3, Chứng minh 3 điểm D, I, B thẳng hàng.

4, Tính diện tích ΔAMN.

ĐỀ 1273

Ngày thi 14/ 7/ 1999

Bài 1 (2đ):

Cho biểu thức:

$$S = \left(\frac{x^2}{x-y} - \frac{x^3}{x^2-y^2}\right) : \left(\frac{x^2}{x+y} - \frac{x^2}{x^2+y^2+2xy}\right) \quad \text{với x, y} \neq 0;\ x \neq \pm y$$

1, Rút gọn S.

2, Tìm x và y biết rằng:

$$\begin{cases} S = 2 \\ 2x + 3y = 11 \end{cases}$$

Bài 2 (2đ):

Cho hai phương trình bậc hai ẩn x (a là tham số)

$x^2 - 3x + a - 2 = 0$ (1)

$x^2 + ax + 1 = 0$ (2)

1, Giải các phương trình (1) và (2) trong trường hợp a = – 1

2, Chứng minh với mọi giá trị của a thì ít nhất 1 trong 2 phương trình trên luôn có 2 nghiệm phân biệt.

Bài 3 (2đ):

Trên mặt phẳng toạ độ Oxy cho parabol (P) và đường thẳng (d) có phương trình:

(P): $y = 2x^2$

(d): $y = ax + 2 - a$

1, Vẽ parabol (P)

2, Chứng minh rằng với mọi giá trị của a thì (P) và (d) luôn có một điểm chung cố định. Tìm toạ độ điểm chung đó.

Bài 4 (4đ):

Cho tam giác đều ABC có độ dài cạnh bằng 4cm. Gọi O là trung điểm của cạnh BC. Lấy O làm tâm vẽ một đường tròn tiếp xúc với các cạnh AB, AC tại D và E tương ứng. M là điểm trên cung nhỏ DE của đường tròn tâm O nói trên (M ≠ D, E). Tiếp tuyến với đường tròn (O) tại M cắt các đoạn AD, AE tại các điểm P và Q tương ứng. Gọi L và K theo thứ tự là giao điểm của các đường thẳng OP, OQ với đường thẳng DE.

1, Chứng minh DE // BC

2, Chứng minh rằng góc POQ = $\frac{1}{2}$ góc DOE = 60^o.

3, Chứng minh tứ giác DOKP nội tiếp trong một đường tròn, từ đó suy ra các đường thẳng OM, PK và QL cắt nhau tại một điểm.

4, Tính chu vi tam giác APQ.

ĐỀ 1274

Ngày thi 22/ 6/ 2000

Bài 1 (2đ):

Cho các biểu thức:

$$A = \frac{\left(2+\sqrt{a}\right)^2 - \left(\sqrt{a}+1\right)^2}{2\sqrt{a}+3} + \frac{a+\sqrt{a}}{\sqrt{a}+1} \quad (a \geq 0)$$

$$B = \frac{\left(\sqrt{b}+1\right)^2 - 4\sqrt{b}}{\sqrt{b}-1} \quad (b \geq 0 \text{ và } b \neq 1)$$

1, Rút gọn A và B

2, Tính A – B khi a $=6-2\sqrt{5}$ và b = $6+2\sqrt{5}$

Bài 2 (2đ):

Cho phương trình bậc hai ẩn x (m, n là tham số):

$$x^2 - (m+n)x - (m^2+n^2) = 0 \quad (1)$$

1, Giải phương trình (1) khi m = n =1

2, Chứng minh rằng với mọi giá trị của m, n thì phương trình (1) luôn có nghiệm

3, Tìm m, n để phương trình (1) tương đương với phương trình $x^2 - x - 5 = 0$

Bài 3 (2)

Trong một kỳ thi, hai trường A và B có tất cả 350 học sinh dự thi. Kết quả là 2 trường đó có tất cả 338 thí sinh trúng tuyển. Tính ra thì trường A có 97% và trường B có 96% học sinh trúng tuyển. Hỏi mỗi trường có bao nhiêu thí sinh dự thi.

Bài 4 (4đ):

Cho tam giác ABC vuông tại A, góc ACB = 30^o nội tiếp đường tròn (O; 2cm). Trên (O) lấy điểm D sao cho A & D nằm về hai phía so với đường thẳng BC & DB > DC. Gọi E, F lần lượt là chân đường vuông góc hạ từ B, C xuống AD còn I, K lần lượt là chân đường vuông góc hạ từ A, D tới đường thẳng BC.

1, Chứng minh các tứ giác ABIE, CDFK, EKFI nội tiếp được đường tròn.

2, Chứng minh EK //AC và AE = DF.

3, Khi AD là đường kính của (O), hãy tính chu vi của đường tròn ngoại tiếp tứ giác EKFI

ĐỀ 1275

Bài 1 (2đ):

Cho các biểu thức:

$$A = \frac{x\sqrt{2x}+1}{x-1} - \frac{x+\sqrt{2x}}{x-1} \quad (\text{với } x \geq 0 \text{ và } x \neq 1)$$

$$B = \sqrt{2}.\sqrt{2+\sqrt{3}} - \frac{2}{\sqrt{3}+1}$$

1, Rút gọn A và B.

2, Tính giá trị của A khi x = 13

3, Tìm x để A = B

Bài 2 (2đ):

Cho các hệ phương trình:

$$\begin{cases} 3x - 4y = 10 \\ 4x - y = 9 \end{cases} \quad (I) \qquad \begin{cases} mx + y = 8 - 5n \\ 6x + (2n - 3m)y = 16 \end{cases} \quad (II)$$ (m, n là tham số)

1, Giải hệ phương trình (I)

2, Tìm m, n để hệ phương trình (I) tương đương với hệ phương trình (II)

Bài 3 (2đ):

Hai khu đất hình chữ nhật, khu thứ nhất có chiều rộng bằng $\frac{3}{4}$ chiều dài; khu đất thứ hai có chiều rộng lớn hơn chiều rộng của khu thứ nhất là 1m, chiều dài nhỏ hơn khu thứ nhất là 4m và có $S_{khu\ 2} = \frac{24}{25} S_{khu\ 1}$. Tính diện tích từng khu đất.

Bài 4 (4đ):

Cho hình vuông ABCD nội tiếp đường tròn (O; 2cm). Tiếp tuyến với (O) tại A và B cắt nhau tại M, đường thẳng MD cắt (O) tại E (E $\neq$ D) và cắt AB tại F. Gọi I, K thứ tự là trung điểm các đoạn thẳng AB, DE. Tia OK cắt đường thẳng AB tại P, tia AK cắt (O) tại N (N $\neq$ A).

1, Chứng minh năm điểm A, M, O, B, K cùng thuộc một đường tròn, tính bán kính đường tròn đó.

2, Chứng minh ΔBKF đồng dạng với ΔPIO & PA. PB = PE. PI.

3, Tính $S_{\Delta MND}$.

ĐỀ 1276

Ngày thi 13/ 7/ 2001

Bài 1: (1,5đ)

Cho biểu thức:

$$M = \left[\frac{x^2 - 1}{x^4 - x^2 + 1}\right] . \left[x^4 + \frac{1 - x^4}{1 + x^2}\right]$$

a, Rút gọn M.

b, Tìm x để M đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 2: (1,5đ):

Cho phương trình:

$$x^2 - 2(m + 1)x + 2m + 5 = 0$$

a, Giải phương trình khi $m = \frac{5}{2}$

b, Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình đã cho có nghiệm.

Bài 3: (2,5đ)

a, Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} 4x^2 + y^2 + 4xy = 4 \\ x^2 + y^2 - 2(xy + 8) = 0 \end{cases}$$

b, Hai người đi xe đạp xuất phát cùng một lúc đi từ A đến B. Vận tốc của họ hơn kém nhau 3km/h nên đến B sớm muộn hơn nhau 30 phút. tính vận tốc của mỗi người biết quãng đường AB dài 30km.

Bài 4: (3đ)

Cho tam giác cân ABC (AB = AC) nội tiếp đường tròn tâm O, một điểm D trên cung hnỏ AB. Trên các tia đối của các tia BD, CD lần lượt lấy các điểm M, N sao cho BM = CN. Gọi giao điểm của hai đường thẳng AM, AN với đường tròn tâm O theo thứ tự là P, Q.

a, Tam giác AMN là tam giác gì ? Tại sao ?

b, Chứng minh tứ giác ADMN nội tiếp được. Suy ra ba đường thẳng MN, PC, BQ song song với nhau.

Bài 5: (1,5đ)

Tìm tất cả các số nguyên a để phương trình:

$x^2 - (3 + 2a)x + 40 - a = 0$ có nghiệm nguyên.

ĐỀ 1277

Bài 1: (1,5đ)

a, Chứng minh hằng đẳng thức:

$$A = \left[\frac{\sqrt{a}+2}{a+2\sqrt{a}+1} - \frac{\sqrt{a}-2}{a-1}\right]\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}} = \frac{2}{a-1} \qquad \text{với } a > 0 \text{ và } a \neq 1$$

b, Tìm a để $A < 0$

Bài 2: (1,5đ)

Cho phương trình bậc hai:

$$x^2 - 2(m + 1)x + m^2 + 3m + 2 = 0$$

a, Tìm các giá trị của m để phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt b, Tìm các giá trị của m thoả mãn $x^2_1 + x^2_2 = 12$ (trong đó x_1 , x_2 là hai nghiệm của phương trình).

Bài 3: (2,5đ)

a, Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} 4x^2 + y^2 + 4xy = 4 \\ x^2 + y^2 - 2(xy - 8) = 0 \end{cases}$$

b, Một hình chữ nhật có cạnh này bằng $\frac{2}{3}$ cạnh kia. Nếu bớt mỗi cạnh đi 5m thì diện tích hình chữ nhật đó phải giảm đi 16%. Tính các kích thước của hình chữ nhật lúc đầu.

Bài 4: (3đ)

Cho tam giác ABC có góc A = 45^0; các góc B, C đều nhọn. Vẽ đường tròn tâm O đường kính BC, đường tròn này cắt AB và AC lần lượt tại D và E

a, Chứng minh góc ABE = 45^0, suy ra AE = BE

b, Gọi H là giao điểm của BE và CD. Chứng minh rằng đường trung trực của đoạn DH đi qua trung điểm của đoan AH.

c, Chứng minh OE là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác ADE.

Bài 5 (1,5đ):

Tìm tất cả các số tự nhiên a để phương trình:

$x^2 - a^2x + a + 1 = 0$ có nghiệm nguyên

ĐỀ 1278

Ngày thi 16/ 7/ 2003

Bài 1: (2đ)

1, Chứng minh rằng nếu phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ có hai nghiệm phân biệt là x_1 , x_2 thì: $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$ và $x_1.x_2 = \frac{c}{a}$

2. Tìm hai số biết tổng của chúng bằng 4 và tích của chúng bằng - 5.

3, Tìm số nguyên a để phương trình: $x^2 - ax + a^2 - 7 = 0$ có nghiệm.

Bài 2: (2đ)

Cho biểu thức:

$$P = \left(\sqrt{x} + \frac{y-\sqrt{xy}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}\right) : \left(\frac{x}{\sqrt{xy}+y} + \frac{y}{\sqrt{xy}-x} - \frac{x+y}{\sqrt{xy}}\right)$$

1, Với giá trị nào của x, y thì biểu thức P có nghĩa ?

2, Rút gọn P

3, Cho $\sqrt{x} = \sqrt[3]{5\sqrt{2}-7}$; $\sqrt{y} = \sqrt[3]{5\sqrt{2}+7}$. Chứng minh rằng P = 2

Bài 3: (1,5đ)

Trong phòng họp có 288 ghế được xếp thành các dãy, mỗi dãy đều có số ghế như nhau. Nếu bớt đi hai dãy và mỗi dãy còn lại thêm hai ghế thì vừa đủ cho 288 người họp (mỗi người ngồi một ghế). Hỏi trong phòng họp đó lúc đầu có bao nhiêu dãy ghế và mỗi dãy có bao nhiêu ghế ?

Bài 4: (1,5đ)

Cho hàm số:

y = (m – 2)x + m + 3 (d); (m là tham số).

1, Tìm điều kiện của , để hàm số luôn nghịch biến.

2, Tìm giá trị của m để đồ thị (d) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là 3.

3, Tìm m để đồ thị các hàm số y = – x + 2; y = 2x + 1 và (d) đồng quy ?

Bài 5: (3đ)

Cho tam giác ABC vuông tại A nội tiếp đường tròn tâm O, kẻ đường kính AD.

1, Chứng minh tứ giác ABDC là hình chữ nhật.

2, Gọi M, N thứ tự là hình chiếu vuông góc của B và C trên AD, AH là đường cao của tam giác ABC (H $\in$ BC). Chứng minh HM $\perp$ AC.

3, Xác định tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MHN

4, Gọi R là bán kính đường tròn ngoại tiếp và r là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC. Chứng minh: R + r $\geq \sqrt{AB.AC}$.

ĐỀ 1279

Ngày thi 8/ 7/ 2004

Bài 1: (2đ)

Cho phương trình:

$$x^2-(m+1)x+m^2-2m+2=0.$$

1, Giải phương trình với m = 2

2, Tìm m để phương trình có nghiệm kép, vô nghiệm, có hai nghiệm phân biệt.

Bài 2: (2đ)

Cho biểu thức:

$$M = \left(\frac{\sqrt{a}-2}{\sqrt{a}+2}+\frac{\sqrt{a}+2}{\sqrt{a}-2}-\frac{4a}{4-a}\right):\frac{3a+4}{\sqrt{a}+2}$$

1, Rút gọn biểu thức M

2, Tìm các giá trị của a để M < -1.

3, Tìm các giá trị nguyên của a để M nguyên.

Bài 3: (1,5đ)

Hai người đi xe đạp khởi hành cùng một lúc từ hai địa điểm A và B cách nhau 54 km, đi ngược chiều nhau và gặp nhau sau 2 h. Tính vận tốc của hai người biết rằng vận tốc của người đi từ A bằng $\frac{4}{5}$ vận tốc của người đi từ B.

Bài 4 (3đ)

Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O, R). Các đường cao BD, CE cắt nhau ở H và cắt đường tròn (O) tại hai điể theo thứ tự là M, N.

1, Chứng minh tứ giác BEDC nội tiếp được đường tròn.

2, Chứng minh A là điểm chính giữa của cung MN.

3, Chứng minh DE // MN.

4, Kẻ đường kính AF. Gọi I là trung điểm của BC, chứng minh ba điểm H, I, F thẳng hàng.

Bài 5 (1,5)

1, Cho x ≥ 0, y ≥0 và $x^2 + y^2 \neq 0$. Chứng minh:

$$A = 2x+5y+2\sqrt{xy} > 0.$$

2, Cho hai số dương x, y có tổng bằng 1. Tìm giá trị nhỏ nhất của:

$$B = \left(1-\frac{1}{x^2}\right).\left(1-\frac{1}{y^2}\right)$$

ĐỀ 1280

Ngày thi 13/ 7/ 2005

Câu 1 (2đ)

Cho biểu thức:

$$M = \left(1+\frac{a^2+a}{a+1}\right)\left(1-\frac{a^2-a}{a-1}\right)$$

1, Rút gọn M

2, Với điều kiện nào của a thì M > 0 ?

Câu 2 (2đ)

Cho phương trình:

$x^2 - 2(m + 1)x + m - 4 = 0$ (m là tham số) (1)

1, Giải phương trình (1) với m = 1

2, Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có 2 nghiệm trái dấu

3, Với x_1, x_2 là hai nghiệm của (10. Tính theo m giá trị biểu thức:

$A = x_1(1 - x_2) + x_2(1 - x_1)$

Câu 3 (1,5đ)

Hai kho chứa 450 tấn hàng. Nếu chuyển 50 tấn từ kho I sang kho II thì số hàng ở kho II sẽ bằng $\frac{4}{5}$ số hàng còn lại ở kho I. Tính số hàng trong mỗi kho.

Câu 4 (3đ)

Cho tam giác ABC nội tiếp trong đường tròn tâm O. Phân giác của góc A cắt đường tròn (O) tại M. Tiếp tuyến với đường tròn (O) tại M cắt AB, AC lần lượt tại D và E.

1, Chứng minh góc CME = góc MAE = góc MAD = góc BCM. từ đó suy ra BC // DE.

2 Chứng minh ΔAMB và ΔMEC đồng dạng; ΔAMC và ΔMDB đồng dạng.

3, Giả sử AC = EC. Chứng minh $MA^2 = MD.\ ME$

Câu 5 (1,5đ)

1, Cho ba số x, y, z thoả mãn x + y + z = 0 và $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$. Chứng minh:

$$x^4 + y^4 + z^4 = \frac{a^4}{2}$$

2, Chứng minh rằng $a^5 - a$ chia hết cho 30 với mọi số nguyên a.

ĐỀ 1281

Câu 1 (2đ):

Giải các phương trình sau:

a, $2x - 3 = 0$; b, $x^2 - 4x - 5 = 0$

Câu 2 (2đ):

1, Cho phương trình: $x^2 - 2x - 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2. Tính giá trị biểu thức:

$$S = \frac{x_2}{x_1} + \frac{x_1}{x_2}$$

2, Rút gọn biểu thức:

$$A = \left(\frac{1}{\sqrt{a}-3}+\frac{1}{\sqrt{a}+3}\right)\left(1-\frac{3}{\sqrt{a}}\right)$$ Với a > 0 và A ≠ 9

Câu 3 (2đ):

1, Xác định các hệ số m, n biết hệ phương trình:

$$\begin{cases} mx - y = n \\ nx + my = 1 \end{cases}$$ có nghiệm là (-1; $\sqrt{3}$)

2, *Giải toán bằng cách lập hệ phương trình:*

Khoảng cách giữa hai thành phố A & B là 108 km. Hai ô tô cùng khởi hành một lúc đi từ A đến B, mỗi giờ xe một đi nhanh hơn xe hai 6 km nên đến B trước xe hai 12’.

Tính vận tốc mỗi xe.

Câu 4 (3đ):

Cho ΔABC cân tại A nội tiếp trong đường tròn (O). Kẻ đường kính AD. Gọi M là trung điểm của AC, I là trung điểm của OD

1, Chứng minh: OM //DC

2, Chứng minh: ΔIMC cân

3, BM cắt AD tại N. Chứng minh: IC^2 = IA. IN

Câu 5 (1đ):

Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho các điểm A (-1; 2); B (2; 3) & C (m; 0).

Tìm m để CΔABC đạt giá trị nhỏ nhất.

ĐỀ 1282

câu 1:(3 điểm)

Rút gọn các biểu thức sau:

$$A = \frac{1}{2}\left(\sqrt{6}+\sqrt{5}\right)^2 - \frac{1}{4}\sqrt{120} - \sqrt{\frac{15}{2}}$$

$$B = \frac{3+2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} + \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} - \left(3+\sqrt{3}-2\sqrt{2}\right)$$

$$C = \frac{4x-\sqrt{9x^2-6x+1}}{1-49x^2} \quad x\langle\frac{1}{3};\ x \neq \pm\frac{1}{7}.$$

câu 2:(2,5 điểm)

Cho hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2 \qquad (P)$

a. Vẽ đồ thị của hàm số (P)

b. Với giá trị nào của m thì đ□ờng thẳng y=2x+m cắt đồ thị (P) tại 2 điểm phân biệt A và B. Khi đó hãy tìm toạ độ hai điểm A và B.

câu 3: (3 điểm)

Cho đường tròn tâm (O), đường kính AC. Trên đoạn OC lấy điểm B (B≠C) và vẽ đường tròn tâm (O') đường kính BC. Gọi M là trung điểm của đoạn AB. Qua M kẻ một dây cung DE vuông góc với AB. CD cắt đường tròn (O') tại điểm I.

a. Tứ giác ADBE là hình gì? Tại sao?

b. Chứng minh 3 điểm I, B, E thẳng hàng.

c. Chứng minh rằng MI là tiếp tuyến của đường tròn (O') và $MI^2=MB.MC$.

câu 4: (1,5điểm)

Giả sử x và y là 2 số thoả mãn x>y và xy=1.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\frac{x^2+y^2}{x-y}$..

ĐỀ 1283

câu 1:(3 điểm)

Cho hàm số $y=\sqrt{x}$.

a.Tìm tập xác định của hàm số.

b.Tính y biết: a) x=9 ; b) x=$(1-\sqrt{2})^2$

c. Các điểm: A(16;4) và B(16;-4) điểm nào thuộc đồ thị của hàm số, điểm nào không thuộc đồ thị của hàm số? Tại sao?

Không vẽ đồ thị, hãy tìm hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và đồ thị hàm số y=x-6.

câu 2:(1 điểm)

Xét ph- ơng trình: $x^2-12x+m = 0$ (x là ẩn).

Tìm m để ph- ơng trình có 2 nghiệm x_1, x_2 thoả mãn điều kiện $x_2 = x_1^2$.

câu 3:(5 điểm)

Cho đường tròn tâm B bán kính R và đường tròn tâm C bán kính R' cắt nhau tại A và D. Kẻ các đ- ờng kính ABE và ACF.

a.Tính các góc ADE và ADF. Từ đó chứng minh 3 điểm E, D, F thẳng hàng.

b.Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng BC và N là giao điểm của các đ- ờng thẳng AM và EF. Chứng minh tứ giác ABNC là hình bình hành.

c.Trên các nửa đ- ờng tròn đ- ờng kính ABE và ACF không chứa điểm D ta lần l- ợt lấy các điểm I và K sao cho góc ABI bằng góc ACK (điểm I không thuộc đ- ờng thẳng NB;K không thuộc đ- ờng thẳngNC)

Chứng minh tam giác BNI bằng tam giác CKN và tam giác NIK là tam giác cân.

d.Giả sử rằng R<R'.

1. Chứng minh AI<AK.
2. Chứng minh MI<MK.

câu 4:(1 điểm)

Cho a, b, c là số đo của các góc nhọn thoả mãn:

$\cos^2a+\cos^2b+\cos^2c\geq 2$. Chứng minh: $(tga.\ tgb.\ tgc)^2 \leq 1/8$.

ĐỀ 1284

câu 1: (2,5 điểm)

Giải các ph- ơng trình sau:

a. $x^2-x-12 = 0$

b. $x = \sqrt{3x+4}$

câu 2: (3,5 điểm)

Cho Parabol $y=x^2$ và đ- ờng thẳng (d) có ph- ơng trình $y=2mx-m^2+4$.

a. Tìm hoành độ của các điểm thuộc Parabol biết tung độ của chúng

b. Chứng minh rằng Parabol và đ- ờng thẳng (d) luôn cắt nhau tại 2 điểm phân biệt. Tìm toạ độ giao điểm của chúng. Với giá trị nào của m thì tổng các tung độ của chúng đạt giá trị nhỏ nhất?

câu 3: (4 điểm)

Cho ΔABC có 3 góc nhọn. Các đường cao AA', BB', CC' cắt nhau tại H; M là trung điểm của cạnh BC.

1. Chứng minh tứ giác AB'HC' nội tiếp được trong đường tròn.
2. P là điểm đối xứng của H qua M. Chứng minh rằng:

   a. Tứ giác BHCP là hình bình hành.

   b. P thuộc đ- ờng tròn ngoại tiếp ΔABC.
3. Chứng minh: A'B.A'C = A'A.A'H.
4. Chứng minh: $\frac{HA'}{HA}\cdot\frac{HB'}{HB}\cdot\frac{HC'}{HC}\leq\frac{1}{8}$

ĐỀ 1285

CÂU 1: (1,5 điểm)

Cho biểu thức:

$$A=\frac{\sqrt{x^2-4x+4}}{4-2x}$$

1. Với giá trị nào của x thì biểu thức A có nghĩa?
2. Tính giá trị của biểu thức A khi x=1,999

câu 2: (1,5 điểm)

Giải hệ ph- ờng trình:

$$\begin{cases}\frac{1}{x}-\frac{1}{y-2}=-1\\ \frac{4}{x}+\frac{3}{y-2}=5\end{cases}$$

câu 3: (2 điểm)

Tìm giá trị của a để ph- ơng trình:

$(a^2-a-3)x^2 +(a+2)x-3a^2 = 0$

nhận x=2 là nghiệm. Tìm nghiệm còn lại của ph- ơng trình?

câu 4: (4 điểm)

Cho ΔABC vuông ở đỉnh A. Trên cạnh AB lấy điểm D không trùng với đỉnh A và đỉn
Đ- ờng tròn đ- ờng kính BD cắt cạnh BC tại E. Đ- ờng thẳng AE cắt đ- ờng tròn đ- ờng
BD tại điểm thứ hai là G. đ- ờng thẳng CD cắt đ- ờng tròn đ- ờng kính BD tại điểm thứ h
F. Gọi S là giao điểm của các đ- ờng thẳng AC và BF. Chứng minh:

1. Đ- ờng thẳng AC// FG.
2. SA.SC=SB.SF
3. Tia ES là phân giác của $\angle AEF$.

câu 5: (1 điểm)

Giải ph- ơng trình:

$$x^2 + x + 12\sqrt{x+1} = 36$$

ĐỀ 1286

CÂu 1: (2 điểm)

Cho biểu thức:

$$A = \left(\frac{a+\sqrt{a}}{\sqrt{a}+1}+1\right)\cdot\left(\frac{a-\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1}-1\right);\ a \geq 0,\ a \neq 1.$$

1. Rút gọn biểu thức A.
2. Tìm a ≥0 và a≠1 thoả mãn đẳng thức: $A= -a^2$

câu 2: (2 điểm)

Trên hệ trục toạ độ Oxy cho các điểm M(2;1), N(5;-1/2) và đ- ờng thẳng (d) có ph- ơng trình y=ax+b

1. Tìm a và b để đ- ờng thẳng (d) đi qua các điểm M và N?
2. Xác định toạ độ giao điểm của đ- ờng thẳng MN với các trục Ox và Oy.

câu 3: (2 điểm)

Cho số nguyên d- ơng gồm 2 chữ số. Tìm số đó, biết rằng tổng của 2 chữ số bằng 1/8 số đã cho; nếu thêm 13 vào tích của 2 chữ số sẽ đ- ợc một số viết theo thứ tự ng- ợc lại số đã cho.

câu 4: (3 điểm)

Cho ΔPBC nhọn. Gọi A là chân đ- ờng cao kẻ từ đỉnh P xuống cạnh BC. Đ- ờng tròn đ- ờng khinh BC cắt cạnh PB và PC lần l- ợt ở M và N. Nối N với A cắt đ- ờng tròn đ- ờng kính BC tại điểm thứ 2 là E.

1. Chứng minh 4 điểm A, B, N, P cùng nằm trên một đ- ờng tròn. Xác định tâm của đ- ờng tròn ấy?
2. Chứng minh EM vuông góc với BC.
3. Gọi F là điểm đối xứng của N qua BC. Chứng minh rằng: AM.AF=AN.AE

câu 5: (1 điểm)

Giả sử n là số tự nhiên. Chứng minh bất đẳng thức:

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3\sqrt{2}}+\cdots\cdot+\frac{1}{(n+1)\sqrt{n}}<2$$

ĐỀ 1287

câu 1: (1,5 điểm)

Rút gọn biểu thức:

$$M=\left(\frac{1-a\sqrt{a}}{1-\sqrt{a}}+\sqrt{a}\right)\cdot\frac{1}{1+\sqrt{a}}\quad ;a\geq 0,\ a\neq 1.$$

câu 2: (1,5 điểm)

Tìm 2 số x và y thoả mãn điều kiện:

$$\begin{cases}x^2+y^2=25\\ xy=12\end{cases}$$

câu 3:(2 điểm)

Hai ng- ời cùng làm chung một công việc sẽ hoàn thành trong 4h. Nếu mỗi ng- ời làm riêng để hoàn thành công việc thì thời gian ng- ời thứ nhất làm ít hơn ng- ời thứ 2 là 6h. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi ng- ời phải làm trong bao lâu sẽ hoàn thành công việc?

câu 4: (2 điểm)

Cho hàm số:

$y=x^2$ (P)

$y=3x=m^2$ (d)

1. Chứng minh rằng với bất kỳ giá trị nào của m, đ- ờng thẳng (d) luôn cắt (P) tại 2 điểm phân biệt.
2. Gọi y_1 và y_2 là tung độ các giao điểm của đ- ờng thẳng (d) và (P). Tìm m để có đẳng thức $y_1+y_2=11y_1y_2$

câu 5: (3 điểm)

Cho ΔABC vuông ở đỉnh A. Trên cạnh AC lấy điểm M (khác với các điểm A và C). Vẽ đ- ờng tròn (O) đ- ờng kính MC. GọiT là giao điểm thứ hai của cạnh BC với đ- ờng tròn (O). Nối BM và kéo dài cắt đ- ờng tròn (O) tại điểm thứ hai là D. Đ- ờng thẳng AD cắt đ- ờng tròn (O) tại điểm thứ hai là S. Chứng minh:

1. Tứ giác ABTM nội tiếp đ- ợc trong đ- ờng tròn.
2. Khi điểm M di chuyển trên cạnh AC thì góc ADM có số đo không đổi.
3. Đ- ờng thẳng AB//ST.

ĐỀ 1288

<u>câu 1</u>: (2 điểm)

Cho biểu thức:

$$S=\left(\frac{\sqrt{y}}{x+\sqrt{xy}}+\frac{\sqrt{y}}{x-\sqrt{xy}}\right):\frac{2\sqrt{xy}}{x-y}\ ;\ x>0,\ y>0,\ x\neq y.$$

1. Rút gọn biểu thức trên.
2. Tìm giá trị của x và y để S=1.

<u>câu 2</u>: (2 điểm)

Trên parabol $y=\frac{1}{2}x^2$ lấy hai điểm A và B. Biết hoành độ của điểm A là $x_A=-2$ và tung độ của điểm B là $y_B=8$. Viết ph- ơng trình đ- ờng thẳng AB.

<u>câu 3</u>: (1 điểm)

Xác định giá trị của m trong ph- ơng trình bậc hai:

$$x^2-8x+m=0$$

để $4+\sqrt{3}$ là nghiệm của ph- ơng trình. Với m vừa tìm đ- ợc, ph- ơng trình đã cho còn một nghiệm nữa. Tìm nghiệm còn lại ấy?

<u>câu 4</u>: (4 điểm)

Cho hình thang cân ABCD (AB//CD và AB>CD) nội tiếp trong đ- ờng tròn (O).Tiếp tuyến với đ- ờng tròn (O) tại A và tại D cắt nhau tại E. Gọi I là giao điểm của các đ- ờng chéo AC và BD.

1. Chứng minh tứ giác AEDI nội tiếp đ- ợc trong một đ- ờng tròn.
2. Chứng minh EI//AB.
3. Đ- ờng thẳng EI cắt các cạnh bên AD và BC của hình thang t- ơng ứng ở R và S. Chứng minh rằng:
   a. I là trung điểm của đoạn RS.
   b. $\frac{1}{AB}+\frac{1}{CD}=\frac{2}{RS}$

<u>câu 5</u>: (1 điểm)

Tìm tất cả các cặp số (x;y) nghiệm đúng ph- ơng trình:

$$(16x^4+1).(y^4+1)=16x^2y^2$$

ĐỀ 1289

<u>câu 1</u>: (2 điểm)

Giải hệ ph- ơng trình

$$\begin{cases}\dfrac{2}{x}+\dfrac{5}{x+y}=2\\[2mm]\dfrac{3}{x}+\dfrac{1}{x+y}=1{,}7\end{cases}$$

câu 2: (2 điểm)

Cho biểu thức $A=\frac{1}{\sqrt{x}+1}+\frac{x}{\sqrt{x}-x}$; $x>0,\ x\neq 1$.

1. Rút gọn biểu thức A.
2 Tính giá trị của A khi $x=\frac{1}{\sqrt{2}}$

câu 3: (2 điểm)

Cho đ- ờng thẳng d có ph- ơng trình y=ax+b. Biết rằng đ- ờng thẳng d cắt trục hoành tại điểm có hoành bằng 1 và song song với đ- ờng thẳng y=-2x+2003.

1. Tìm a vầ b.

2. Tìm toạ độ các điểm chung (nếu có) của d và parabol $y=\frac{-1}{2}x^2$

câu 4: (3 điểm)

Cho đ- ờng tròn (O) có tâm là điểm O và một điểm A cố định nằm ngoài đ- ờng tròn. Từ A kẻ các tiếp tuyến AP và AQ với đ- ờng tròn (O), P và Q là các tiếp điểm. Đ- ờng thẳng đi qua O và vuông góc với OP cắt đ- ờng thẳng AQ tại M.

1. Chứng minh rằng MO=MA.

2. Lấy điểm N trên cung lớn PQ của đ- ờng tròn (O) sao cho tiếp tuyến tại N của đ- ờng tròn (O) cắt các tia AP và AQ t- ơng ứng tại B và C.

a. Chứng minh rằng AB+AC-BC không phụ thuộc vị trí điểm N.

b.Chứng minh rằng nếu tứ giác BCQP nội tiếp đ- ờng tròn thì PQ//BC.

câu 5: (1 điểm)

Giải ph- ơng trình $\sqrt{x^2-2x-3}+\sqrt{x+2}=\sqrt{x^2+3x+2}+\sqrt{x-3}$

ĐỀ 1290

câu 1: (3 điểm)

1. Đơn giản biểu thức:

$$P=\sqrt{14+6\sqrt{5}}+\sqrt{14-6\sqrt{5}}$$

2. Cho biểu thức:

$$Q=\left(\frac{\sqrt{x}+2}{x+2\sqrt{x}+1}-\frac{\sqrt{x}-2}{x-1}\right)\cdot\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}};\ x>0,\ x\neq 1.$$

a. Chứng minh $Q=\frac{2}{x-1}$

b. Tìm số nguyên x lớn nhất để Q có giá trị là số nguyên.

câu 2: (3 điểm)

Cho hệ ph- ơng trình:

$$\begin{cases}(a+1)x+y=4\\ ax+y=2a\end{cases}$$ (a là tham số)

1. Giải hệ khi a=1.

2. Chứng minh rằng với mọi giá trị của a, hệ luôn có nghiệm duy nhất (x;y) sao cho $x+y\geq 2$.

câu 3: (3 điểm)

Cho đ- ờng tròn (O) đ- ờng kính AB=2R. Đ- ờng thẳng (d) tiếp xúc với đ- ờng tròn (O) tại A. M và Q là hai điểm phân biệt, chuyển động trên (d) sao cho M khác A và Q khác A. Các đ- ờng thẳng BM và BQ lần l- ợt cắt đ- ờng tròn (O) tại các điểm thứ hai là N và P.

Chứng minh:

1. BM.BN không đổi.
2. Tứ giác MNPQ nội tiếp đ- ợc trong đ- ờng tròn.
3. Bất đẳng thức: BN+BP+BM+BQ>8R.

câu 4: (1 điểm)

Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số:

$$y=\frac{x^2+2x+6}{\sqrt{x^2+2x+5}}$$

ĐỀ 1291

câu 1: (2 điểm)

1. Tính giá trị của biểu thức $P=\sqrt{7-4\sqrt{3}}+\sqrt{7+4\sqrt{3}}$.

2. Chứng minh: $\dfrac{\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^2+4\sqrt{ab}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}\cdot\dfrac{a\sqrt{b}-b\sqrt{a}}{\sqrt{ab}}=a-b \quad ;a>0,\, b>0$.

câu 2: (3 điểm)

Cho parabol (P) và đ- ờng thẳng (d) có ph- ơng trình:

(P): $y=x^2/2$; (d): $y=mx-m+2$ (m là tham số).

1. Tìm m để đ- ờng thẳng (d) và (P) cùng đi qua điểm có hoành độ bằng x=4.

2. Chứng minh rằng với mọi giá trị của m, đ- ờng thẳng (d) luôn cắt (P) tại 2 điểm phân biệt.

3. Giả sử $(x_1;y_1)$ và $(x_2;y_2)$ là toạ độ các giao điểm của đ- ờng thẳng (d) và (P). Chứng minh rằng $y_1+y_2\geq\left(2\sqrt{2}-1\right)\left(x_1+x_2\right)$.

câu 3: (4 điểm)

Cho BC là dây cung cố định của đ- ờng tròn tâm O, bán kính R(0<BC<2R). A là điểm di động trên cung lớn BC sao cho ΔABC nhọn. Các đ- ờng cao AD, BE, CF của ΔABC cắt nhau tại H(D thuộc BC, E thuộc CA, F thuộc AB).

1. Chứng minh tứ giác BCEF nội tiếp trong một đ- ờng tròn. Từ đó suy ra AE.AC=AF.AB.

2. Gọi A' là trung điểm của BC. Chứng minh AH=2A'O.

3. Kẻ đ- ờng thẳng d tiếp xúc với đ- ờng tròn (O) tại A. Đặt S là diện tích của

ΔABC, 2p là chu vi của ΔDEF.

a. Chứng minh: d//EF.

b. Chứng minh: S=pR.

câu 4: (1 điểm)

Giải ph- ơng trình: $\sqrt{9x^2+16}=2\sqrt{2x+4}+4\sqrt{2-x}$

ĐỀ 1292

bài 1: (2 điểm)

Cho biểu thức:

$$A=\left(\frac{1}{\sqrt{x}}-\frac{1}{\sqrt{x}-1}\right):\left(\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}-\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2}\right)\ ;x>0\ ,\ x\neq 1,\ x\neq 4\,.$$

1. Rút gọn A.
2. Tìm x để A = 0.

bài 2: (3,5 điểm)

Trong mặt phẳng toạ độ Oxy cho parabol (P) và đ- ờng thẳng (d) có ph- ơng trình:

(P): $y=x^2$

(d): $y=2(a-1)x+5-2a$; (a là tham số)

1. Với a=2 tìm toạ độ giao điểm của đ- ờng thẳng (d) và (P).
2. Chứng minh rằng với mọi a đ- ờng thẳng (d) luôn cắt (P) tại 2 điểm phân biệt.
3. Gọi hoành độ giao điểm của đ- ờng thẳng (d) và (P) là x_1, x_2. Tìm a để $x_1^2+x_2^2=6$.

bài 3: (3,5 điểm)

Cho đ- ờng tròn (O) đ- ờng kính AB. Điểm I nằm giữa A và O (I khác A và O).Kẻ dây MN vuông góc với AB tại I. Gọi C là điểm tuỳ ý thuộc cung lớn MN (C khác M, N, B). Nối AC cắt MN tại E. Chứng minh:

1. Tứ giác IECB nội tiếp.
2. $AM^2=AE.AC$
3. $AE.AC-AI.IB=AI^2$

bài 4:(1 điểm)

Cho $a\geq 4$, $b\geq 5$, $c\geq 6$ và $a^2+b^2+c^2=90$

Chứng minh: $a+b+c\geq 16$.

ĐỀ 1293

câu 1: (1,5 điểm)

Rút gọn biểu thức:

$$\frac{5\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\left(2+\frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}\right)\cdot\left(2-\frac{x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}\right);x\geq 0,\ x\neq 1$$

<u>câu 2</u>: (2 điểm)

Quãng đ-ờng AB dài 180 km. Cùng một lúc hai ôtô khởi hành từ A để đến B. Do vận tốc của ôtô thứ nhất hơn vận tốc của ôtô thứ hai là 15 km/h nên ôtô thứ nhất đến sớm hơn ôtô thứ hai 2h. Tính vận tốc của mỗi ôtô?

<u>câu 3</u>: (1,5 điểm)

Cho parabol $y=2x^2$.

Không vẽ đồ thị, hãy tìm:

1. Toạ độ giao điểm của đ-ờng thẳng $y=6x-4{,}5$ với parabol.
2. Giá trị của k, m sao cho đ-ờng thẳng $y=kx+m$ tiếp xúc với parabol tại điểm A(1;2).

<u>câu 4</u>: (5 điểm)

Cho ΔABC nội tiếp trong đ-ờng tròn (O). Khi kẻ các đ-ờng phân giác của các góc B, góc C, chúng cắt đ-ờng tròn lần l-ợt tại điểm D và điểm E thì BE=CD.

1. Chứng minh ΔABC cân.
2. Chứng minh BCDE là hình thang cân.
3. Biết chu vi của ΔABC là 16n (n là một số d-ơng cho tr-ớc), BC bằng 3/8 chu vi ΔABC.

   a. Tính diện tích của ΔABC.

   b. Tính diện tích tổng ba hình viên phân giới hạn bởi đ-ờng tròn (O) và ΔABC.

ĐỀ 1294

<u>câu 1</u>: (1,5 điểm)

Rút gọn biểu thức:

$$\frac{5\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\left(2+\frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}\right)\cdot\left(2-\frac{x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}\right);x\geq 0,\ x\neq 1$$

<u>câu 2</u>: (2 điểm)

Quãng đ-ờng AB dài 180 km. Cùng một lúc hai ôtô khởi hành từ A để đến B. Do vận tốc của ôtô thứ nhất hơn vận tốc của ôtô thứ hai là 15 km/h nên ôtô thứ nhất đến sớm hơn ôtô thứ hai 2h. Tính vận tốc của mỗi ôtô?

<u>câu 3</u>: (1,5 điểm)

Cho parabol $y=2x^2$.

Không vẽ đồ thị, hãy tìm:

1. Toạ độ giao điểm của đ- ờng thẳng y=6x- 4,5 với parabol.
2. Giá trị của k, m sao cho đ- ờng thẳng y=kx+m tiếp xúc với parabol tại điểm A(1;2).

câu 4: (5 điểm)

Cho ΔABC nội tiếp trong đ- ờng tròn (O). Khi kẻ các đ- ờng phân giác của các góc B, góc C, chúng cắt đ- ờng tròn lần l- ợt tại điểm D và điểm E thì BE=CD.

1. Chứng minh ΔABC cân.
2. Chứng minh BCDE là hình thang cân.
3. Biết chu vi của ΔABC là 16n (n là một số d- ơng cho tr- ớc), BC bằng 3/8 chu vi ΔABC.
   a. Tính diện tích của ΔABC.
   b. Tính diện tích tổng ba hình viên phân giới hạn bởi đ- ờng tròn (O) và ΔABC.

ĐỀ 1295

câu I: (1,5 điểm)

1. Giải ph- ơng trình $\sqrt{x+2}+x=4$
2. Tam giác vuông có cạnh huyền bằng 5cm. Diện tích là $6cm^2$. Tính độ dài các cạnh góc vuông.

câu II: (2 điểm)

Cho biểu thức: $A=\dfrac{x\sqrt{x}+1}{x-\sqrt{x}+1}$; $x\geq 0$

1. Rút gọn biểu thức.
2. Giải ph- ơng trình A=2x.
3. Tính giá trị của A khi $x=\dfrac{1}{3+2\sqrt{2}}$.

câu III: (2 điểm)

Trên mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy cho parabol (P) có ph- ơng trình $y=-2x^2$ và đ- ờng thẳng (d) có ph- ơng trình y=3x+m.

1. Khi m=1, tìm toạ độ các giao điểm của (P) và (d).
2. Tính tổng bình ph- ơng các hoành độ giao điểm của (P) và (d) theo m.

câu IV:(3 điểm)

Cho tam giác ABC vuông cân tại A. M là một điểm trên đoạn BC (M khác B và C). đ- ờng thẳng đI qua M và vuông góc với BC cắt các đ- ờng thẳng AB tại D, AC tại E. Gọi F là giao điểm của hai đ- ờng thẳng CD và BE.

1. Chứng minh các tứ giác BFDM và CEFM là các tứ giác nội tiếp.
2. Gọi I là điểm đối xứng của A qua BC. Chứng minh F, M, I thẳng hàng.

câu V: (1,5 điểm)

Tam giác ABC không có góc tù. Gọi a, b, c là độ dài các cạnh, R là bán kính của đ- ờng tròn ngoại tiếp, S là diện tích của tam giác. Chứng minh bất đẳng thức:

$$R \geq \frac{4S}{a+b+c}$$

Dấu bằng xảy ra khi nào?

ĐỀ 1296

câu I:

1. Rút gọn biểu thức

$$A = \frac{\sqrt{a+1}}{\sqrt{a^2-1}-\sqrt{a^2+a}} + \frac{1}{\sqrt{a-1}+\sqrt{a}} + \frac{\sqrt{a^3}-a}{\sqrt{a}-1}\ ;\ a>1.$$

2. Chứng minh rằng nếu ph- ơng trình $\sqrt{9x^2+3x+1}-\sqrt{9x^2-3x+1}=a$ có nghiệm thì -1< a <1.

câu II:

Cho ph- ơng trình $x^2+px+q=0$; $q\neq0$ (1)

1. Giải ph- ơng trình khi $p=\sqrt{2}-1;\ q=-\sqrt{2}$.
2. Cho $16q=3p^2$. Chứng minh rằng ph- ơng trình có 2 nghiệm và nghiệm này gấp 3 lần nghiệm kia.
3. Giả sử ph- ơng trình có 2 nghiệm trái dấu, chứng minh ph- ơng trình $qx^2+px+1=0$ (2) cũng có 2 nghiệm trái dấu. Gọi x_1 là nghiệm âm của ph- ơng trình (1), x_2 là nghiệm âm của ph- ơng trình (2). Chứng minh $x_1+x_2\leq-2$.

câu III:

Trong mặt phẳng Oxy cho đồ thị (P) của hàm số $y=-x^2$ và đ- ờng thẳng (d) đI qua điểm A(-1;-2) có hệ số góc k.

1. Chứng minh rằng với mọi giá trị của k đ- ờng thẳng (d) luôn cắt đồ thị (P) tại 2 điểm A, B. Tìm k cho A, B nằm về hai phía của trục tung.
2. Gọi $(x_1;y_1)$ và $(x_2;y_2)$ là toạ độ của các điểm A, B nói trên tìm k cho tổng $S=x_1+y_1+x_2+y_2$ đạt giá trị lớn nhất.

câu IV:

Cho ba điểm A, B, C thẳng hàng theo thứ tự đó. Gọi (T) là đ- ờng tròn đ- ờng kính BC; (d) là đ- ờng thẳng vuông góc với AC tại A; M là một điểm trên (T) khác B và C; P, Q là các giao điểm của các đ- ờng thẳng BM, CM với (d); N là giao điểm (khác C) của CP và đ- ờng tròn.

1. Chứng minh 3 điểm Q, B, N thẳng hàng.
2. Chứng minh B là tâm đ- ờng tròn nội tiếp tam giác AMN.
3. Cho BC=2AB=2a (a>0 cho tr- ớc). Tính độ dài nhỏ nhất của đoạn PQ khi M thay đổi trên (T).

câu V:

Giải ph- ơng trình

$(1-m)x^2+2(x^2+3-m)\sqrt{x}+m^2-4m+3=0$; $m\geq 3$, x là ẩn.

ĐỀ 1297

câu I: (2 điểm)

Cho biểu thức: $F=\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}+\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}$

1. Tìm các giá trị của x để biểu thức trên có nghĩa.
2. Tìm các giá trị x≥2 để F=2.

câu II: (2 điểm)

Cho hệ ph- ơng trình: $\begin{cases}x+y+z=1\\2xy-z^2=1\end{cases}$ (ở đó x, y, z là ẩn)

1. Trong các nghiệm (x_0,y_0,z_0) của hệ ph- ơng trình, hãy tìm tất cả những nghiệm có $z_0=-1$.
2. Giải hệ ph- ơng trình trên.

câu III:(2,5 điểm)

Cho ph- ơng trình: $x^2-(m-1)x-m=0$ (1)

1. Giả sử ph- ơng trình (1) có 2 nghiệm là x_1, x_2. Lập ph- ơng trình bậc hai có 2 nghiệm là $t_1=1-x_1$ và $t_2=1-x_2$.
2. Tìm các giá trị của m để ph- ơng trình (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thoả mãn điều kiện: $x_1<1<x_2$.

câu IV: (2 điểm)

Cho nửa đ- ờng tròn (O) có đ- ờng kính AB và một dây cung CD. Gọi E và F t- ơng ứng là hình chiếu vuông góc của A và B trên đ- ờng thẳng CD.

1. Chứng minh E và F nằm phía ngoài đ- ờng tròn (O).
2. Chứng minh CE=DF.

câu V: (1,5 điểm)

Cho đ- ờng tròn (O) có đ- ờng kính AB cố định và dây cung MN đi qua trung điểm H của OB. Gọi I là trung điểm của MN. Từ A kẻ tia Ax vuông góc với MN cắt tia BI tại C. Tìm tập hợp các điểm C khi dây MN quay xung quanh điểm H.

ĐỀ 1298

câu 1: (2,5 điểm)

1. Giải các ph- ơng trình:

   a. $3x^2+6x-20=\sqrt{x^2+2x+8}$

   b. $\sqrt{x(x-1)}+\sqrt{x(x-2)}=2\sqrt{x(x-3)}$

2. Lập ph- ơng trình bậc 2 có các nghiệm là: $x_1=\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}$; $x_2=\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$.

3. Tính giá trị của $P(x)=x^4-7x^2+2x+1+\sqrt{5}$, khi $x=\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}$.

câu 2 : (1,5 điểm)

Tìm điều kiện của a, b cho hai ph- ơng trình sau t- ơng đ- ơng:

$x^2+2(a+b)x+2a^2+b^2=0$ (1)

$x^2+2(a-b)x+3a^2+b^2=0$ (2)

câu 3: (1,5 điểm)

Cho các số $x_1, x_2 \ldots, x_{1996}$ thoả mãn:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + \ldots + x_{1996} = 2 \\ x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_{1996}^2 = \dfrac{1}{499} \end{cases}$$

câu 4: (4,5 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, các đ- ờng cao AA_1, BB_1, CC_1 cắt nhau tại I. Gọi A_2, B_2, C_2 là các giao điểm của các đoạn thẳng IA, IB, IC với đ- ờng tròn ngoại tiếp tam giác $A_1B_1C_1$.

1. Chứng minh A_2 là trung điểm của IA.
2. Chứng minh $S_{ABC}=2.S_{A1C2B1A2C1B2}$.
3. Chứng minh $\dfrac{S_{A_1B_1C_1}}{S_{ABC}}=\sin^2A+\sin^2B+\sin^2C-2$ và

$\sin^2A+\sin^2B+\sin^2C \le 9/4$.

(Trong đó S là diện tích của các hình).

ĐỀ 1299

câu 1: (2,5 điểm)

1. Cho 2 số sau:

$$a=3+2\sqrt{6}$$
$$b=3-2\sqrt{6}$$

Chứng tỏ a^3+b^3 là số nguyên. Tìm số nguyên ấy.

2. Số nguyên lớn nhất không v- ợt quá x gọi là phần nguên của x và ký hiệu là [x]. Tìm $[a^3]$.

câu 2: (2,5 điểm)

Cho đ- ờng thẳng (d) có ph- ơng trình là y=mx-m+1.

1. Chứng tỏ rằng khi m thay đổi thì đ- ờng thẳng (d) luôn đi qua một điểm cố định. Tìm điểm cố định ấy.
2. Tìm m để đ- ờng thẳng (d) cắt $y=x^2$ tại 2 điểm phân biệt A và B sao cho $AB=\sqrt{3}$.

câu 3: (2,5 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp trong đ- ờng tròn (O). Gọi t là tiếp tuyến với d- ờng tròn tâm (O) tại đỉnh A. Giả sử M là một điểm nằm bên trong tam giác ABC sao cho $\angle MBC=\angle MCA$. Tia CM cắt tiếp tuyến t ở D. Chứng minh tứ giác

AMBD nội tiếp đ- ợc trong một đ- ờng tròn.

Tìm phía trong tam giác ABC những điểm M sao cho:

$$\angle MAB = \angle MBC = \angle MCA$$

câu 4: (1 điểm)

Cho đ- ờng tròn tâm (O) và đ- ờng thẳng d không cắt đ- ờng tròn ấy. trong các đoạn thẳng nối từ một điểm trên đ- ờng tròn (O) đến một điểm trên đ- ờng thẳng d, Tìm đoạn thẳng có độ dài nhỏ nhất?

câu 5: (1,5 điểm)

Tìm m để biểu thức sau:

$$H = \frac{\sqrt{(m+1)x - m}}{mx - m + 1}$$ có nghĩa với mọi x ≥ 1.

ĐỀ 1300

bài 1: (1 điểm)

Giải ph- ơng trình: $0,5x^4+x^2-1,5=0$.

bài 2: (1,5 điểm)

Đặt $M = \sqrt{57+40\sqrt{2}}$; $N = \sqrt{57-40\sqrt{2}}$

Tính giá trị của các biểu thức sau:

1. M-N
2. M^3-N^3

bài 3: (2,5 điểm)

Cho ph- ơng trình: x^2-px+q=0 với p≠0.

Chứng minh rằng:

1. Nếu $2p^2$- 9q = 0 thì ph- ơng trình có 2 nghiệm và nghiệm này gấp đôi nghiệm kia.
2. Nếu ph- ơng trình có 2 nghiệm và nghiệm này gấp đôi nghiệm kia thì $2p^2$- 9q = 0.

bài 4:(3,5 điểm)

Cho tam giác ABC vuông ở đỉnh A. Gọi H là chân đ- ờng vuông góc kẻ từ đỉnh A xuống cạnh huyền BC. Đ- ờng tròn(A, AH) cắt các cạnh AB và AC t- ơng ứng ở M và N. Đ- ờng phân giác góc AHB và góc AHC cắt MN lần l- ợt ở I và K.

1. Chứng minh tứ giác HKNC nội tiếp đ- ợc trong một đ- ờng tròn.
2. Chứng minh: $\frac{HI}{AB} = \frac{HK}{AC}$
3. Chứng minh: $S_{ABC} \geq 2S_{AMN}$.

bài 5: (1,5 điểm)

Tìm tất cả các giá trị x≥ 2 để biểu thức: $F = \frac{\sqrt{x-2}}{x}$, đạt giá trị lớn nhất. Tìm giá trị lớn nhất ấy.