PHÒNG GD ĐT QUẬN ĐỐNG ĐA
NĂM HỌC 2017 - 2018

ĐỀ THI HỌC KÌ I
Môn toán 9
Ngày thi: 19/12/2017
Thời gian: 90 phút

Bài 1: (2 điểm)

1) Thực hiện phép tính

a) $\sqrt{8}-2\sqrt{18}+5\sqrt{32}-\sqrt{(\sqrt{2}-1)^2}$ b) $\dfrac{5+6\sqrt{5}}{\sqrt{5}}+\dfrac{7-\sqrt{7}}{\sqrt{7}-1}-\left(\sqrt{5}+\sqrt{7}\right)$

Bài 2: (2,5 điểm) Cho biểu thức $P=\dfrac{3x+\sqrt{9x}-3}{x+\sqrt{x}-2}-\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}+\dfrac{\sqrt{x}-2}{1-\sqrt{x}}\,(x\ge 0;x\ne 1)$

a) Rút gọn biểu thức P

b) So sánh P với $\sqrt{P}$ với điều kiện $\sqrt{P}$ có nghĩa

c) Tìm x để $\dfrac{1}{P}$ nguyên

Bài 3: (2 điểm) Cho đường thẳng $d_1: y=(m-1)x+2m+1$

a) Tìm m để đường thẳng d_1 cắt trục tung tại điểm có tung độ là -3. Vẽ đồ thị hàm số vừa tìm được và chứng tỏ giao điểm đồ thị vừa tìm được với đường thẳng $d: y=x+1$ nằm trên trục hoành.

b) Tìm m để khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng d_1 đạt giá trị lớn nhất.

Bài 4: (3,5 điểm) Cho điểm M bất kì trên đường tròn tâm O đường kính AB. Tiếp tuyến tại M và B của (O) cắt nhau tại D. Qua O kẻ đường thẳng vuông góc với OD cắt MD tại C và cắt BD tại N.

a. Chứng minh $DC=DN$.

b. Chứng minh AC là tiếp tuyến của đường tròn tâm O.

c. Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ M xuống AB, I là trung điểm MH. Chứng minh B, I, C thẳng hàng.

d. Qua O kẻ đường vuông góc với AB, cắt (O) tại K (K và M nằm khác phía với đường thẳng AB). Tìm vị trí của điểm M để diện tích tam giác MHK lớn nhất.

Bài 5: (0,5 điểm) Cho các số dương x,y,z thỏa mãn $x+2y+3z\ge 20$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A=x+y+z+\dfrac{3}{x}+\dfrac{9}{2y}+\dfrac{4}{z}$

Hướng dẫn giải:

Bài 1:

$\sqrt{8}-2\sqrt{18}+5\sqrt{32}-\sqrt{(\sqrt{2}-1)^2}$

$=2\sqrt{2}-6\sqrt{2}+20\sqrt{2}-\left|\sqrt{2}-1\right|$

$=16\sqrt{2}-(\sqrt{2}-1)$ (vì

$=16\sqrt{2}-\sqrt{2}+1$

$=15\sqrt{2}+1$

$\sqrt{2}>1)$

b) $\dfrac{5+6\sqrt{5}}{\sqrt{5}}+\dfrac{7-\sqrt{7}}{\sqrt{7}-1}-\left(\sqrt{5}+\sqrt{7}\right)$

$\dfrac{5+6\sqrt{5}}{\sqrt{5}}+\dfrac{7-\sqrt{7}}{\sqrt{7}-1}-\left(\sqrt{5}+\sqrt{7}\right)$

$=\dfrac{\sqrt{5}(\sqrt{5}+1)}{\sqrt{5}}+\dfrac{\sqrt{7}(\sqrt{7}-1)}{\sqrt{7}}-\left(\sqrt{5}+\sqrt{7}\right)$

$=\sqrt{5}+1+\sqrt{7}-1-\sqrt{5}-\sqrt{7}$

$=0$

Bài 2:

$P=\dfrac{3x+\sqrt{9x}-3}{x+\sqrt{x}-2}-\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}+\dfrac{\sqrt{x}-2}{1-\sqrt{x}}(x\ge 0;x\ne 1)$

$P=\dfrac{3x+\sqrt{9x}-3}{x+\sqrt{x}-2}-\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}+\dfrac{\sqrt{x}-2}{1-\sqrt{x}}$

$=\dfrac{(3x+\sqrt{9x}-3)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-1)}-\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}-\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1}$

$=\dfrac{3x+\sqrt{9x}-3}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-1)}-\dfrac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-1)}-\dfrac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2)}$

$=\dfrac{3x+3\sqrt{x}-3-(x-1)-(x-4)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-1)}$

$=\dfrac{3x+3\sqrt{x}-3-x+1-x+4}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-1)}$

$=\dfrac{x+3\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-1)}$

$=\dfrac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2)}$

$=\dfrac{(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)}$

b) Để $\sqrt{P}$ có nghĩa thì $x>1$

Khi $x>1$: $P-1=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}-1=\dfrac{2}{\sqrt{x}-1}>0$

Mà: $P > 0 \Rightarrow P(P-1) > 0 \Leftrightarrow P^2 > P$

Vậy P > $\sqrt{P}$ với $x > 1$

c) $\dfrac{1}{P} = \dfrac{1}{\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}} = \dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} = \dfrac{\sqrt{x}+1-2}{\sqrt{x}+1} = 1 - \dfrac{2}{\sqrt{x}+1}$

Để $\dfrac{1}{P}$ nguyên thì $\sqrt{x}+1 \in$ Ư(2)

Mà Ư(2) = { -1 ; -2 ; 1 ; 2 }

$\sqrt{x}+1$	-1	-2	1	2
$\sqrt{x}$	-2	-3	0	1
x	loại	Loại	0	1 (loại vì không TMĐK

Vậy để $\dfrac{1}{P}$ nguyên thì x = 0

Bài 3:

a)

- (d_1) cắt trục tung tại điểm có tung độ là – 3

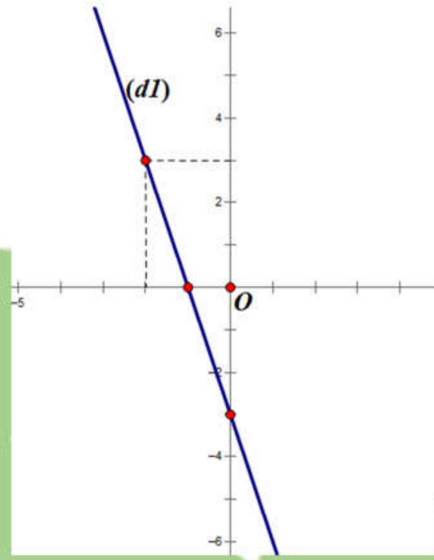
  $\Rightarrow$ Giao điểm của (d_1) và Oy là I$(0;-3)$

  $\Rightarrow (d_1): -3 = (m-1).0 + 2m + 1$
  $\Leftrightarrow -4 = 2m$
  $\Leftrightarrow m = -2$

  $\Rightarrow (d_1): y = -3x - 3$

- Vẽ đồ thị hàm số:
  $(d_1): y = -3x - 3$

x	-2	-1	0
y	3	0	-3



- Hoành độ giao điểm của (d_1) và (d) là nghiệm của phương trình:

$$-3x - 3 = x + 1$$
$$\Leftrightarrow -4x = 4$$
$$\Leftrightarrow x = -1$$

Với $x = -1 \Rightarrow y = x + 1 = -1 + 1 = 0$

Vậy, giao điểm của (d_1) và (d) là $K(-1;0)$.

$\Rightarrow$ Giao điểm của (d_1) và (d) nằm trên trục hoành.

b)

- TH1: Nếu $m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = 1$

  $\Rightarrow (d_1): y = 3$

  $\Rightarrow d_{(O;d1)} = 3$

  Vậy, với $m = 1$ thì $d_{(O;d1)} = 3$ (1)

- TH2: TH1: Nếu $m = \dfrac{-1}{2}$

  $\Rightarrow (d_1): y = \dfrac{-3}{2}x$

  $\Rightarrow d_{(O;d1)} = 0$

  Vậy, với $m = \dfrac{-1}{2}$ thì $d_{(O;d1)} = 0$ (2)

- TH3: Nếu $\begin{cases} m - 1 \neq 0 \\ 2m + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m \neq \dfrac{-1}{2} \end{cases}$

Giả sử điểm cố định mà (d_1) đi qua có tọa độ $M(x_0;y_0)$.
Khi đó, ta có:

$$(m-1)x_0+2m+1-y_0=0$$
$$\Leftrightarrow mx_0-x_0+2m+1-y_0=0$$
$$\Leftrightarrow m(x_0+2)+(-x_0-y_0+1)=0$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0+2=0 \\ -x_0-y_0+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0=-2 \\ y_0=3 \end{cases} \Rightarrow M(-2;3)$$
$$\Rightarrow OM=\sqrt{(-2)^2+3^2}=\sqrt{13}$$

Giao điểm của (d_1) và Ox là $A\left(\dfrac{-2m-1}{m-1};0\right)$

Giao điểm của (d_1) và Oy là $B(0;2m+1)$

$$\Rightarrow OA^2=\left(\frac{-2m-1}{m-1}\right)^2;OB^2=(2m+1)^2$$

Gọi H là chân đường cao hạ từ O xuống AB.
Áp dụng hệ thức lượng trong ΔAOB vuông tại O, ta có:

$$\frac{1}{OH^2}=\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB^2}$$
$$\Leftrightarrow \frac{1}{OH^2}=\left(\frac{m-1}{-2m-1}\right)^2+\frac{1}{(2m+1)^2}=\frac{m^2-2m+2}{(2m+1)^2}$$
$$\Rightarrow OH^2=\frac{(2m+1)^2}{m^2-2m+2}$$

Có $OH\le OM\Rightarrow OH_{max}=OM$

$$\Leftrightarrow OH_{max}=\sqrt{13}$$
$$\Leftrightarrow \frac{(2m+1)^2}{m^2-2m+2}=13$$
$$\Leftrightarrow (2m+1)^2=13(m^2-2m+2)$$
$$\Leftrightarrow 4m^2+4m+1=13m^2-26m+26$$
$$\Leftrightarrow -9m^2+30m-25=0$$
$$\Delta'=15^2-(-9).(-25)=0$$

$\Rightarrow$ Phương trình có nghiệm kép: $m=\dfrac{-b'}{a}=\dfrac{-15}{-9}=\dfrac{5}{3}$

Vậy, với $m=\dfrac{5}{3}$ thì $d_{(O;d1)}=\sqrt{13}$ (3)

Từ $(1),(2),(3)\Rightarrow OH_{max}=\sqrt{13}\Leftrightarrow \mathrm{m}=\dfrac{5}{3}$

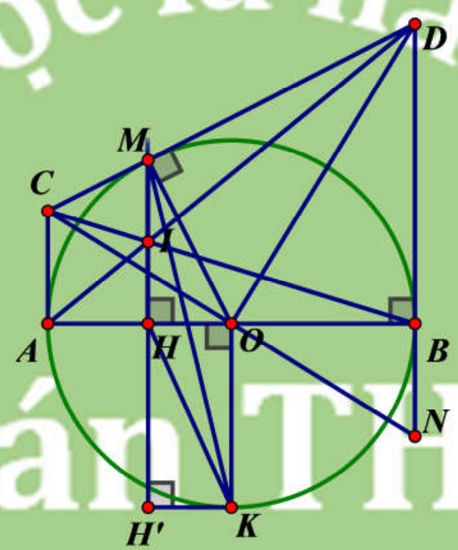
Bài 4: Cho điểm M bất kì trên đường tròn tâm O đường kính AB. Tiếp tuyến tại M và B của (O) cắt nhau tại D. Qua O kẻ đường thẳng vuông góc với OD cắt MD tại C và cắt BD tại N.

a. Chứng minh DC = DN.

b. Chứng minh AC là tiếp tuyến của đường tròn tâm O.

c. Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ M xuống AB, I là trung điểm MH. Chứng minh B, I, C thẳng hàng.

d. Qua O kẻ đường vuông góc với AB, cắt (O) tại K (K và M nằm khác phía với đường thẳng AB). Tìm vị trí của điểm M để diện tích tam giác MHK lớn nhất.



a) + Xét (O) có DM và DB là 2 tiếp tuyến cắt nhau tại D nên suy ra góc CDO bằng góc NDO
+ Xét ΔODN và ΔODC

$$\left.\begin{array}{l}\text{Góc } DON = \text{góc } DOC = 90^0 \\ \text{Góc } ODN = \text{góc } ODC \\ OD \text{ chung}\end{array}\right\} \rightarrow \Delta ODN = \Delta ODC (g.c.g) \rightarrow DC = DN$$

b) + Theo câu a ta có $\Delta ODN = \Delta ODC \rightarrow ON = OC$

+ Xét ΔOAC và ΔOBN:

$$\left.\begin{array}{l}ON = OC \\ \text{Góc } DON = \text{góc } BON \\ OA = OB = R\end{array}\right\} \rightarrow \Delta OAC = \Delta OBN (c.g.c) \rightarrow \text{Góc } CAO = \text{góc } NBO = 90^0 \rightarrow AC \perp OC$$

+ Xét (O):

$$\left.\begin{array}{l}AC \perp OC \\ OC \text{ là bán kính}\end{array}\right\} \rightarrow AC \text{ là tiếp tuyến của } (O).$$

c) Gọi E là giao điểm BC và MH

Vì $EH // AC \to \frac{EH}{AC} = \frac{BE}{BC}(\text{Talet}) \to EH = \frac{AC.BE}{BC}(1)$

Vì $ME // DB \to \frac{ME}{BD} = \frac{CE}{BC}(\text{Talet}) \to ME = \frac{BD.CE}{BC}(2)$

Vì $AC // DB \to \frac{AC}{BD} = \frac{CE}{BE}(\text{Talet}) \to AC.BE = BD.CE(3)$

Từ (1) (2) (3) $\to EH = ME \to$ E là trung điểm MH $\to E \equiv I \to B, I, C$ thẳng hàng

d) Kẻ $KH' \perp MH$

$S_{\Delta MHK} = \frac{1}{2}MH.KH' = \frac{1}{2}MH.OH\,(OH = KH')$

Ta có $MH.OH \le \frac{OH^2 + MH^2}{2} = \frac{R^2}{2}$

$\to S_{\Delta MHK} \le \frac{R^2}{4}$

$\to S_{max} = \frac{R^2}{4}$ khi $OH = MH$

$\to$ Góc $MOH = 45^0$

Bài 5: (0,5 điểm) Cho các số dương x, y, z thỏa mãn $x + 2y + 3z \ge 20$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = x + y + z + \frac{3}{x} + \frac{9}{2y} + \frac{4}{z}$

HDG:

Dự đoán điểm rơi nghiệm $x = 2$, $y = 3$, $z = 4$

$A = \frac{x}{4} + \frac{y}{2} + \frac{3z}{4} + \frac{3x}{4} + \frac{y}{2} + \frac{z}{4} + \frac{3}{x} + \frac{9}{2y} + \frac{9}{z}$

$= \left(\frac{x}{4} + \frac{2y}{4} + \frac{3z}{4}\right) + \left(\frac{3x}{4} + \frac{3}{x}\right) + \left(\frac{y}{2} + \frac{9}{2y}\right) + \left(\frac{z}{4} + \frac{4}{z}\right)$

$\Rightarrow A \ge \frac{20}{4} + \left(\frac{3x}{4} + \frac{3}{x}\right) + \left(\frac{y}{2} + \frac{9}{2y}\right) + \left(\frac{z}{4} + \frac{4}{z}\right)$

Theo bất đẳng thức Cosi, ta có:

$$\frac{3x}{4}+\frac{3}{x}\ge 2\sqrt{\frac{3x}{4}.\frac{3}{x}}=9$$

$$\frac{y}{2}+\frac{9}{2y}\ge 2\sqrt{\frac{y}{2}.\frac{9}{2y}}=9$$

$$\frac{z}{4}+\frac{4}{z}\ge 2\sqrt{\frac{z}{4}.\frac{4}{z}}=2$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=3 \\ z=4 \end{cases}$

Vậy $A_{\min}=20+5=25$ khi $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \\ z=4 \end{cases}$