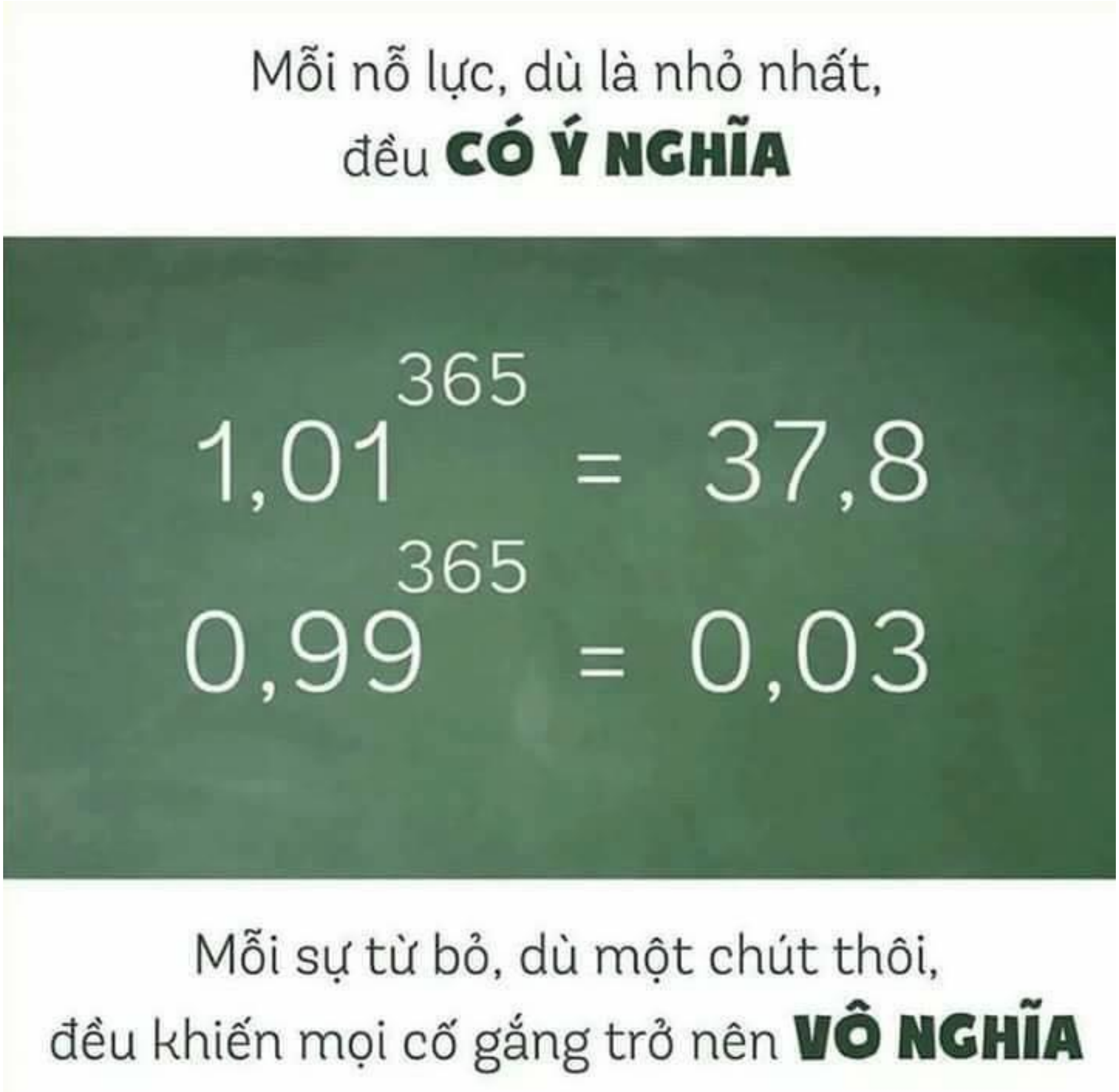

Mỗi nỗ lực, dù là nhỏ nhất,
đều **CÓ Ý NGHĨA**
$1,01^{365} = 37,8$
$0,99^{365} = 0,03$
Mỗi sự từ bỏ, dù một chút thôi,
đều khiến mọi cố gắng trở nên **VÔ NGHĨA**

ĐỀ 101

PHÒNG GD&ĐT QUẬN BA ĐÌNH
TRƯỜNG THCS GIẢNG VÕ

ĐỀ THI THỬ VÀO LỚP 10 THPT
VÒNG1
Nămhọc 2017 – 2018
MÔN TOÁN
Ngàythi: 28/03/2017
Thờigianlàmbài: 120 phút

Bài 1: (2 điểm). Cho biểuthức: $A=\dfrac{x-1}{\sqrt{x}-1}-\dfrac{x\sqrt{x}+1}{x-1}$ và $B=\dfrac{x}{\sqrt{x}-1}$ với $x\ge 0, x\ne 1$

a) Tính giá trị biểu thức B với $x=2$

b) Rútgọnbiểuthức $P=A:\mathrm{B}$ với $x>0$ và $x\ne 1$

c) Tìmcácgiátrịcủa x để $P<-1$

Bài 2: ($2,0$ điểm). Giảibàitoánsaubằngcáchlậpphươngtrìnhhoặchệphươngtrình.

Theo kế hoạch hai tổ sản xuất được giao làm 600 sản phẩm. Nhờtăngnăngsuất lao độngtổ 1 làmvượtmức 10% vàtổ hai làmvượtmức 20% so vớikếhoạchcủamỗitổ, nêncảhaitổlàmđược 685 sảnphẩm. Tínhsốsảnphẩmmỗitổlàmtheokếhoạch.

Bài 3: ($2,0$ điểm)

1) Giảihệphươngtrìnhsau: $\begin{cases}\dfrac{1}{x+y}+\sqrt{y+2}=3\\ \dfrac{-2}{x+y}+5\sqrt{y+2}=1\end{cases}$

2) Cho phươngtrình: $x^2-2mx+m-1=0$ (m làthamsố)

a) Chứngminhphươngtrìnhluôncóhainghiệmphânbiệt

b) Vớigiátrịnàocủa m thìphươngtrìnhcóhainghiệm x_1, x_2 thỏamãn $\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}=2$

Bài 4: ($3,5$ điểm). Cho tam giác ABC nhọn $(AB<AC)$ nộitiếpđườngtròntâm (O), đườngcao AH .Gọi M, N lầnlượtlàhìnhchiếucủađiểm H trêncạnh AB và AC .

a) Chứngminhtứgiác $AMHN$ nộitiếpmộtđườngtròn

b) Tam giác AMN đồngdạngvới tam giác ACB

c) Đườngthẳng NM cắtđườngthẳng BC tại Q . Chứngminh $QH^2=QB.QC$

Gọi AQ cắtđườngtròntâm (O) tại R khácđiểm A vàđiểm I làtâmđườngtrònngoạitiếp tam giác MNB . Chứngminhrằngbađiểm R, H, I thẳnghàng.

Bài 5: ($0,5$ điểm). Cho cácsốthựcdương x, y, z thỏamãn: $x^2+y^2+z^2=\dfrac{3}{7}$

Chứngminhrằng: $\sqrt{8+14x}+\sqrt{8+14y}+\sqrt{8+14z}\le 3+3\sqrt{7}$

……………………………………………Hết……………………………………………..

HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ THI THỬ VÀO LỚP 10 THPT – VÒNG 1

Bài	Ý	HƯỚNG DẪN CHẤM	ĐIỂM
1		Cho biểuthức: $A=\dfrac{x-1}{\sqrt{x}-1}-\dfrac{x\sqrt{x}+1}{x-1}$ và $B=\dfrac{x}{\sqrt{x}-1}$ với $x\geq 0, x\neq 1$	**2,0**
	a	Tínhgiátrịcủabiểuthức B với $x=2$	**0,5**
		Thay $x=2$ (TMĐK) vào B thìgiátrịbiểuthức $B=\dfrac{2}{\sqrt{2}-1}$	0,25
		$B=\dfrac{2}{\sqrt{2}-1}=\dfrac{2(\sqrt{2}+1)}{2-1}=2\sqrt{2}+2$. Vậy $B=2\sqrt{2}+2$ khi $x=2$ (nếuthiếunhậnxét $x=2$ thỏamãnđiềukiệnthìtrừ $\dfrac{1}{8}$; nếukhôngtrụccăn ở mẫuthìtrừ $\dfrac{1}{4}$) $x=2$	0,25
	b	Rútgọnbiểuthức $P=A:B$ với $x>0$ và Û$x\neq 1$	**1,0**
		$A=\dfrac{x-1}{\sqrt{x}-1}-\dfrac{x\sqrt{x}+1}{x-1}$ Tính $A=\dfrac{x-1}{\sqrt{x}-1}-\dfrac{(\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}$ $A=\dfrac{x-1-x+\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-1}=\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1}$	0,5
		$P=A:B=\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1}:\dfrac{x}{\sqrt{x}-1}$ Tính $A=\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1}.\dfrac{\sqrt{x}-1}{x}$ $A=\dfrac{\sqrt{x}-2}{x}$	0,5
		Vậy: $P=\dfrac{\sqrt{x}-2}{x}$ với $x>0$ và $x\neq 1$	
	c	Tínhcácgiátrịcủa Ûx để Û$P<-1$	**0,5**
		Để $P<-1 \Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{x}-2}{x}<-1 \Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{x}-2+x}{x}<0$ Vì $x>0 \Leftrightarrow (\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2)<0$	

		Lạicó $\sqrt{x}+2>0 \Rightarrow \sqrt{x}-1<0 \Leftrightarrow \sqrt{x}<1 \Leftrightarrow 0<x<1$ Kếthợpvớiđiềukiệnxácđịnh Vậy: với $0<x<1$ thì $P<-1$	 0,25 0,25
2		***Giảibàitoánbằngcáchlậpphươngtrìnhhoặchệphươngtrình*** Hai tổsảnxuấtđượcgiaolàm 600 sảnphẩmtrongmộtthờigianquyđịnh. Nhờtăngnăngsuất lao động, tổ 1 vượtmức 10%, tổ 2 Vượtmức 20% nêncảhaitổlàmđược 685 sảnphẩm. Tínhsốsảnphẩmmỗitổ lam theokếhoạch?	**2,0**
		Gọisốsảnphẩmtổ 1 làmtheokếhoạchlà x (SP, ĐK: $x\in \mathbb{N}^*, x<600$) Gọisốsảnphẩmtổ 2 làmtheokếhoạchlà y (SP, ĐK: $y\in \mathbb{N}^*, y<600$)	 0,25
		Vìhaitổsảnxuấtđượcgiaolàm 600 sảnphẩm, nên ta cóphươngtrình: $x+y=600$ (1)	 0,25
		Sốsảnphẩmvượtmứccủatổ 1 là: 10% x (sảnphẩm) Sốsảnphẩmvượtmứccủatổ 2 là: 20% y (sảnphẩm)	0,25 0,25
		Vìtăngnăngsuất 2 tổđãlàmđược 685 sảnphẩm, nên ta cópt: 110% x+120% $y=685$ (2) Từ (1) và (2) ta cóhpt $\begin{cases} x+y=600 \\ 110\%\ x+120\%\ y=685 \end{cases}$	 0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x+y=600 \\ 0{,}1y=25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=600 \\ y=250 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=350 \\ y=250 \end{cases}$ (TMĐK)	0,5
		Vậysốsảnphẩmtổ 1 làmtheokếhoạch là 350 SP Sốsảnphẩmtổ 2 làmtheokếhoạch là 250 SP	 0,25
		HS thiếuđiềukiện $x, y\in \mathbb{N}^*$ trừ 0,25 điểm, thiếuđốichiếuđiềukiệntrừ 1/8 Nếu HS thiếuđk <600 khôngtrừđiểm	
3			**2,0**
	1	**Giải HPT** $\begin{cases} \dfrac{1}{x+y}+\sqrt{y+2}=3 \\ \dfrac{-2}{x+y}+5\sqrt{y+2=1} \end{cases}$	**1,0**
		ĐK : $x\neq -y,\ y\geq -2$	0,25

		Đặt $a=\dfrac{1}{x+y}$; $b=\sqrt{y+2}$. ĐK : $b\ge 0$, ta đượchệ $\begin{cases} a+b=3 \\ -2a+5b=1 \end{cases}$	0,25
		Từđócó : $\begin{cases} a=2 \\ b=1 \end{cases}$ (TMĐK) $\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{x+y}=2 \\ \sqrt{y+2}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=\dfrac{1}{2} \\ y=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{3}{2} \\ y=-1 \end{cases}$ (TMĐK)	0,25 0,25
		KL : Hệphươngtrìnhcónghiệm $(x;y)=\left(\dfrac{3}{2};-1\right)$	0,25
		Thiếuđiềukiệnẩnphụ b trừ 1/8 ; thiếuđốichiếuđktrừ 1/8	
	2	Cho phươngtrình $x^2-2mx+m-1=0$ (m là thamsố)	**1,0**
		a) Chứngminhphươngtrìnhluôncóhainghiệmphânbiệt Hệsố $a=1,\ b=2m\ (b'=m),\ c=m-1$	**0,5**
		$\Delta'=m^2-m+1=\left(m-\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{3}{4}>0\ \forall m$ Vậyptluôncóhainghiệmphânbiệtvớimọigiátrịcủa m .	0,25 0,25
	2	b) Vớigiátrịnàocủa m thìphươngtrìnhcóhainghiệm x_1, x_2 thỏamãn: $\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}=2$.	0,5
		Theo hệthức Viet ta có $\begin{cases} x_1+x_2=2m \\ x_1.x_2=m-1 \end{cases}$ Đểphươngtrìnhcó 2 nghiệmthỏamãnyêucầuđềbàithì: $\begin{cases} x_1\ge 0, x_2\ge 0 & (1) \\ \sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}=2 & (2) \end{cases}$ • Giải (1): $\begin{cases} x_1+x_2\ge 0 \\ x_1x_2\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m\ge 0 \\ m-1\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow m\ge 1$ • Giải (2):	0,25

		$\left(\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}\right)^2 = 2^2$ $\Leftrightarrow x_1 + x_2 + 2\sqrt{x_1x_2} = 4$ $\Leftrightarrow 2m + 2\sqrt{m-1} = 4$ $\Leftrightarrow \sqrt{m-1} = 2 - m \quad ;(m \le 2)$ $\Leftrightarrow m^2 - 5m + 5 = 0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} m = \frac{5+\sqrt{5}}{2} & (ktm) \\ m = \frac{5-\sqrt{5}}{2} & (tm) \end{array}\right.$ Kếthợpvớiđiềukiện (1) và (2) $\Rightarrow m = \frac{5-\sqrt{5}}{2}$ (Nếuhsthiếuđiềukiện $(m \le 2)$ trừ $\frac{1}{8}$)	0,25
4			3,5
			0,25
	a	• Chứngminh $AMH + ANH = 180^0$ Màhaigóc ở vịtríđốinhau	0,25
		Vậy: tứgiác $AMHN$ làtứgiácnộitiếpđượcđườngtròn	0,25
	$b)$	C1 + c/m: $AH^2 = AM.AB$ (hệthứclượng) $AH^2 = AN.AC$ $\Rightarrow AM.AB = AN.AC$ $\Rightarrow \Delta AMN \sim \Delta ACB(c-g-c)$	 0,25 0,25 0,25 0,25
	$b)$	C2:+ chứngminh $ANM = AHM$ (haigócnộitiếpcùngchắncung MH) $AHM = ABC$ (cùngphụvới BHM) $\Rightarrow ANM = ABC$ $\Rightarrow \Delta AMN \sim \Delta ACB(\mathrm{g-g})$	0,25 0,25 0,25 0,25
	$c)$	+c/m: $MNH = MAH$ (haigócnộitiếpcùngchắncung MH) $MAH = MHQ$ (cùngphụvớigóc AHM)	0,25

		$\Rightarrow MNH = MHQ$ $\Rightarrow \Delta QMH \sim \Delta QHN(g-g)$ $\Rightarrow QH^2 = QM.QN(1)$ +c/m: $QMB = QCN$ (góctronggócngoàitứgiác $BMNC$ cùngbù MBN) $\Rightarrow \Delta QBM \sim \Delta QNC(g-g)$ $\Rightarrow QM.QN = QB.QC(2)$ Từ (1) và $(2) \Rightarrow QH^2 = QB.QC$(dpcm)	$0,25$ $0,25$ $0,25$
	$d)$	Gọi AQ cắtđườngtròn (O) tạiđiểm R khácđiểm A vàđiểm I làtâmđườngtrònngoạitiếp tam giác MNB. Chứngminhrằngbađiểm R, H, I thẳnghàng.	$0,5$
		+ c/m: $QR.QA = QB.QC$ (vì $\Delta QRB \sim \Delta QCA$) $QB.QC = QM.QN(cmt)$ Mà $\Rightarrow QR.QA = QM.QN$ $\Rightarrow \Delta QRM \sim \Delta QNA(c-g-c)$ Suy ra: Tứgiác $RMNA$ làtứgiácnộitiếp $\Rightarrow$ 5 điểm A, R, M, H, N thuộcđườngtrònđườngkính AH $\Rightarrow ARH = 90^0$ + Gọi E làtrungđiểmcủa AH và RH cắtđườngtròntạiđiểm K $\Rightarrow AK$ làđườngkínhcủa (O) vì $ARK = 90^0$ Và E làtâmđườngtrònngoạitiếpngũgiác $ARMHN$ + Vì I làtâmđườngtrònngoạitiếptứgiác $BMNC \Rightarrow EI$ làtrungtrựccủadâycung $MN \Rightarrow EI \perp MN$ Tươngtự: OI làtrungtrựccủadâycung BC $OI \perp BC$ + Gọi $AK \cap QN = \{D\}$, ta chứngminh $ANM = AKC(= ABC)$ Suy ra tứgiác $DNCK$ làtứgiácnộitiếp. Mà $ACK = 90^0 \Rightarrow NDK = 90^0$ $\Rightarrow AO \perp MN$ $\Rightarrow AE // \text{OI}(\perp \text{BC})$ và $AO // EI(\perp MN)$ $\Rightarrow$ tứgiác $AEIO$ làhìnhbìnhhành $\Rightarrow AE = OI = \frac{1}{2}AH.$ Lạicó $OK = \frac{1}{2}AK$ và $HAK = IOK$ (haigócđồngvịcủa $OI // AH$)	$0,25$ $0,25$

		$\Rightarrow \Delta KIO \sim \Delta KAH\,(c-g-c)$ $\Rightarrow OKI = AKI$ $\Rightarrow H, I, K$ thẳnghàng Mà R, H, K thẳnghàng $\Rightarrow R, H, I$ thẳnghàng (đpcm)	
5		Cho cácsốthựcdương x, y, z thỏamãn $x^2 + y^2 + z^2 = \dfrac{3}{7}$ Chứngminhrằng: $\sqrt{8+14x} + \sqrt{8+14y} + \sqrt{8+14z} \le 3 + 3\sqrt{7}$	$0,5$
		+ Ápdụngbấtđẳngthức Cauchy cho $8+2\sqrt{7}$ và $8+14x$ ta có: $\sqrt{(8+2\sqrt{7})(8+14x)} \le \dfrac{8+2\sqrt{7}+8+14x}{2}$ $\Leftrightarrow \sqrt{8+14x} \le \dfrac{8+\sqrt{7}+7x}{\sqrt{7}+1}$ + Chứngminhtươngtự ta có: $\sqrt{8+14y} \le \dfrac{8+\sqrt{7}+7y}{\sqrt{7}+1}$ Và $\sqrt{8+14z} \le \dfrac{8+\sqrt{7}+7z}{\sqrt{7}+1}$ Cộngvếvớivếcủababấtđẳngthức ta có: $\sqrt{8+14x} + \sqrt{8+14y} + \sqrt{8+14z} \le \dfrac{24+3\sqrt{7}+7(x+y+z)}{\sqrt{7}+1}$ Mà: $(x+y+z)^2 \le 3(x^2+y^2+z^2)$ $\Leftrightarrow x+y+z \le \sqrt{3(x^2+y^2+z^2)} = \dfrac{3}{\sqrt{7}}$ $\Rightarrow \sqrt{8+14x} + \sqrt{8+14y} + \sqrt{8+14z} \le \dfrac{24+3\sqrt{7}+7.\dfrac{3}{\sqrt{7}}}{\sqrt{7}+1} = \dfrac{24+6\sqrt{7}}{\sqrt{7}+1} = 3+3\sqrt{7}$ + Dấu "=" xảy ra khi $x = y = z = \dfrac{1}{\sqrt{7}}$	$0,25$

			0,25

ĐỀ 102

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TUYÊN QUANG

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN

NĂM HỌC 2012 - 2013

MÔN THI: TOÁN CHUYÊN

Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

(Đề này có 01 trang)

Câu 1 (3 điểm).

1) Giải phương trình: $\sqrt{x+3}+\sqrt{6-x}-\sqrt{(x+3)(6-x)}=3$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x+y+z=1 \\ 2x+2y-2xy+z^2=1 \end{cases}$

3) Tìm nghiệm nguyên (x, y) của phương trình

$$x^2+x-y^2+y=3$$

Câu 2 (2 điểm). Cho phương trình: $x^4 - 2(m^2+2)x^2 + m^4+3 = 0$

1) Chứng minh rằng phương trình luôn có 4 nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3, x_4 với mọi giá trị của m

2) Tìm giá trị của m sao cho các nghiệm của phương trình thỏa mãn:

$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_1x_2x_3x_4 = 11$

Câu 3 (1 điểm). Chứng minh: $A= n^3 + 11n$ chia hết cho 6 với mọi $n \in N$

Câu 4 (3 điểm). Cho góc xOy có số đo bằng 60^o. Đường tròn có tâm K nằm trong góc xOy tiếp xúc với tia Ox tại M và tiếp xúc với tia Oy tại N. Trên tia Ox lấy điểm P sao cho OP = 3OM. Tiếp tuyến của đường tròn (K) qua P cắt tia Oy tại Q khác O. Đường thẳng PK cắt đường thẳng MN ở E. Đường thẳng QK cắt đường thẳng MN ở F.

a) Chứng minh tam giác MPE đồng dạng với tam giác KPQ.

b) Chứng minh tứ giác PQEF nội tiếp được trong đường tròn.

c) Gọi D là trung điểm của đoạn PQ. Chứng minh tam giác DEF là một tam giác đều.

Câu 5 (1 điểm). Chứng minh:

$$\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{6}}+...+\frac{1}{\sqrt{119}+\sqrt{120}}>5$$

-Hết-

Ghi chú:

+ Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.

+ Thí sinh không được sử dụng tài liệu trong khi làm bài.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TUYÊN QUANG

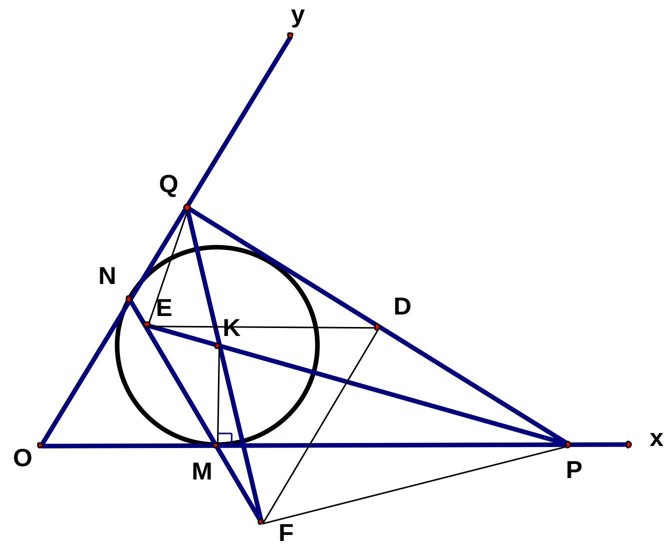
KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN
NĂM HỌC 2012-2013

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN
TOÁN CHUYÊN
(Đáp án có 04 trang)

Câu	Hướng dẫn giải	Điểm
Câu 1	1) Giải pt: $\sqrt{x+3}+\sqrt{6-x}-\sqrt{(x+3)(6-x)}=3$ đ/k: $\begin{cases}x+3\ge 0\\6-x\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow -3\le x\le 6$	**1,0 điểm** 0,25
	Đặt: $\begin{cases}u=\sqrt{x+3}\\v=\sqrt{6-x}\end{cases}$, u, v ≥ 0 pt trở thành: $\begin{cases}u^2+v^2=9\\u+v-uv=3\end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases}(u+v)^2-2uv=9\\u+v=3+uv\end{cases}$ $\Rightarrow$ $(3+uv)^2 - 2uv = 9$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}uv=0\\uv=-4\end{array}\right.$ $\Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}u=0\\v=0\end{array}\right.$	0,25

	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{x+3}=0\\ \sqrt{6-x}=0\end{array}\right.$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-3\\ x=6\end{array}\right.$ Vậy pt có nghiệm x=-3; x= 6	0,25
	2) Giải hệ pt: $\begin{cases}x+y+z=1\\ 2x+2y-2xy+z^2=1\end{cases}$	**1,0 điểm**
	$\Leftrightarrow \begin{cases}x+y=1-z\\ 2xy=z^2-2(x+y)-1\end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases}x+y=1-z\\ 2xy=z^2-2z+1=(1-z)^2\end{cases}$ $\Leftrightarrow$ 2xy = $(x+y)^2$	0,25 0,25 0,25
	$\Leftrightarrow$ $x^2+y^2=0$ $\Leftrightarrow$ x=y=0; z=1 Hệ pt có nghiệm duy nhất: (x,y,z)=(0,0,1)	0,25
	3) Tìm nghiệm nguyên (x,y): $x^2+x-y^2+y=3 \Leftrightarrow x^2-y^2+x+y=3$ $\Leftrightarrow (x-y)(x+y)+x+y=3 \Leftrightarrow (x+y)(x-y+1)=3$ Để phương trình có nghiệm nguyên thì:	**1,0 điểm** 0,5
	<u>Trường hợp 1:</u> $\begin{cases}x+y=1\\ x-y+1=3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x+y=1\\ x-y=2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=\frac{3}{2}\\ y=\frac{-1}{2}\end{cases}$ (loại) <u>Trường hợp 2:</u> $\begin{cases}x+y=3\\ x-y+1=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x+y=3\\ x-y=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=\frac{3}{2}\\ y=\frac{3}{2}\end{cases}$ (loại)	0,25
	<u>Trường hợp 3:</u>	0,25

	$\begin{cases} x+y=-1 \\ x-y+1=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=-1 \\ x-y=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{-5}{2} \\ y=\frac{3}{2} \end{cases}$ (loại)	
	<u>Trường hợp 4:</u> $\begin{cases} x+y=-3 \\ x-y+1=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=-3 \\ x-y=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{-5}{2} \\ y=\frac{-1}{2} \end{cases}$ (loại) Vậy pt không có nghiệm nguyên	
Câu 2	Cho phương trình: $x^4 - 2(m^2+2)x^2 + m^4 + 3 = 0$	**1,0 điểm**
	1) Chứng minh rằng phương trình luôn có 4 nghiệm phân biệt $x^4 - 2(m^2+2)x^2 + m^4 + 3 = 0$ (1) Đặt: $t = x^2$ $(t \geq 0)$	0,25
	pt trở thành: $t^2 - 2(m^2+2)t + m^4 + 3 = 0$ (2) Ta chứng tỏ (2) luôn có 2 nghiệm $0 < t_1 < t_2$ $\Delta' = (m^2+2)^2 - (m^4+3) = 4m^2 + 1 > 0, \ \forall m$ Vậy (2) luôn có 2 nghiệm phân biệt t_1, t_2	0,25
	Ta có: $t_1 . t_2 = m^4 + 3$ $t_1 + t_2 = 2(m^2 + 2) > 0, \ \forall m$ Do đó pt (1) có 4 nghiệm: $-\sqrt{t_1}, \sqrt{t_1}, -\sqrt{t_2}, \sqrt{t_2}$	0,25 0,25
	2) Tìm giá trị của m sao cho $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_1x_2x_3x_4 = 11$ Ta có: $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_1x_2x_3x_4$ $= 2(t_1+t_2) + t_1 . t_2$ $= 4(m^2+2) + m^4 + 3 = m^4 + 4m^2 + 11$ do đó: $m^4 + 4m^2 = 0$ $\Leftrightarrow m = 0$	0, 25 0,25 0,25 0,25
Câu 3	Chứng minh: $A = n^3 + 11n$, chia hết cho 6 với mọi $n \in N$	
	$A = n^3 - n + 12n$ $= n(n^2 - 1) + 12n$ $= n(n+1)(n-1) + 12n$	0,25 0,25
	Vì $n(n+1)(n-1) \vdots 6$ và $12n \vdots 6$ Vậy $A \vdots 6$	0,25 0,25
Câu 4		**3,0 điểm**

	Hình vẽ đúng.  ***a) Chứng minh Δ MPE $\sim$ Δ KPQ.*** +PK là phân giác góc QPO $\Rightarrow MPE = KPQ$ (1) . + Tam giác OMN đều $\Rightarrow EMP = 120^0$.	0,25 0,25
	+ QK cũng là phân giác OQP $QKP = 180^0 - \left(KQP + KPQ\right)$ Mà $2KQP + 2KPQ = 180^0 - 60^0 = 120^0$ $\Rightarrow QKP = 120^0$. Do đó: $EMP = QKP$ (2). Từ (1) và (2), ta có tam giác MPE đồng dạng với tam giác KPQ.	0,25 0,25 0,25
	b) Chứng minh tứ giác PQEF nội tiếp được trong đường tròn. Do hai tam giác MPE và KPQ đồng dạng nên: $MEP = KQP$, hay: $FEP = FQP$ Suy ra, tứ giác PQEF nội tiếp được trong đường tròn.	0,25 0,25 0,25
	c) Gọi D là trung điểm của đoạn PQ. Chứng minh: Δ DEF đều. Do hai tam giác MPE và KPQ đồng dạng nên: $\frac{PM}{PK} = \frac{PE}{PQ}$. Suy ra: $\frac{PM}{PE} = \frac{PK}{PQ}$. Ngoài ra: $MPK = EPQ$. Do đó, hai tam giác MPK và EPQ đồng dạng.	 0,25

	Từ đó: $PEQ = PMK = 90^0$. Suy ra, D là tâm của đường tròn ngoại tiếp tứ giác PQEF. Vì vậy, tam giác DEF cân tại D.	0,25 0,25
	Ta có: $FDP = 2FQD = OQP$; $EDQ = 2EPD = OPQ$. $FDE = 180^0 - \left(FDP + EDQ\right) = POQ = 60^0$ Từ đó, tam giác DEF là tam giác đều.	0,25
Câu 5	Chứng minh:	**1.0 điểm**
	Ta có: $\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} > \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$ $\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} > \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{5}}$ .... $\frac{1}{\sqrt{119}+\sqrt{120}} > \frac{1}{\sqrt{120}+\sqrt{121}}$	0,25
	$\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + ... + \frac{1}{\sqrt{119}+\sqrt{120}} > \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{5}} + ... + \frac{1}{\sqrt{120}+\sqrt{121}}$ $\Rightarrow$ $2(\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + ... + \frac{1}{\sqrt{119}+\sqrt{120}}) > \frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + ... + \frac{1}{\sqrt{120}+\sqrt{121}}$	0,25 0,25
	$\Rightarrow$ $2(\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + ... + \frac{1}{\sqrt{119}+\sqrt{120}}) > \sqrt{2} - 1 + \sqrt{3} - \sqrt{2} + \sqrt{4} - \sqrt{3} + ... + \sqrt{121} - \sqrt{120}$ $\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{6}} + ... + \frac{1}{\sqrt{119}+\sqrt{120}} > 5$	0,25

Ghi chú: *Thí sinh làm bài không giống đáp án (nếu đúng) vẫn được điểm tối đa theo quy định.*

ĐỀ 103

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÀNH PHỐ CẦN THƠ

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2016 – 2017
Khóa ngày: 07/6/2016
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1 (3,0 điểm)

1) Rút gọn biểu thức $A = \frac{1}{2-\sqrt{3}} + \sqrt{7-4\sqrt{3}}$

2) Giải các phương trình và hệ phương trình sau trên tập số thực:

a) $3x^2-x-10=0$

b) $9x^4-16x^2-25=0$

c) $\begin{cases} 2x-3y=7 \\ 3x+y=5 \end{cases}$

Câu 2 (1,5 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho parabol (P): $y=-\frac{1}{4}x^2$

1) Vẽ đồ thị của (P)

2) Tìm tọa độ các giao điểm của (P) với đường thẳng d: $y=-\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}$

Câu 3 (1,5 điểm). Anh Bình đến siêu thị để mua một cái bàn ủi và một cái quạt điện với tổng số tiền theo giá niêm yết là 850 ngàn đồng. Tuy nhiên, thực tế khi trả tiền, nhờ siêu thị khuyến mãi để tri ân khách hàng nên giá của bàn ủi và quạt điện đã lần lượt giảm bớt 10% và 20% so với giá niêm yết. Do đó, anh Bình đã trả ít hơn 125 ngàn đồng khi mua hai sản phẩm trên. Hỏi số tiền chênh lệch giữa giá bán niêm yết với giá bán thực tế của từng loại sản phẩm mà anh Bình đã mua là bao nhiêu?

Câu 4 (1,0 điểm).

Cho phương trình $x^2-(m+1)x-2m^2+3m+2=0$ (m là tham số thực). Tìm m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt sao cho hai nghiệm này lần lượt là giá trị độ dài của hai cạnh liên tiếp của một hình chữ nhật có độ dài đường chéo bằng $\sqrt{10}$

Câu 5 (3,0 điểm)

Cho Δ ABC có ba góc nhọn. AB < AC và nội tiếp đường tròn (O;R). Gọi H là chân đường cao từ đỉnh A của Δ ABC và M là trung điểm BC. Tiếp tuyến tại A của đường tròn (O;R) cắt đường thẳng BC tại N.

1) Chứng minh tứ gác ANMO nội tiếp
2) Gọi K là giao điểm thứ hai cảu đường thẳng AO với đường tròn (O;R). Chứng minh AB.AC = AK.AH
3) Dựng đường phân giác AD của Δ ABC (D thuộc cạnh BC). Chứng minh Δ NAD cân
4) Giả sử BAC=60^o, OAH =30°. Gọi F là giao điểm thứ hai của đường thẳng AH với đường tròn (O;R). Tính theo R diện tích của tứ giác BFKC.

ĐÁP ÁN ĐỀ THI VÀO 10 THPT
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÀNH PHỐ CẦN THƠ
NĂM HỌC 2016 – 2017

Câu 1:

1) $A=\frac{1}{2-\sqrt{3}}+\sqrt{7-4\sqrt{3}}$

$$= \frac{1}{2-\sqrt{3}} + \sqrt{4-4\sqrt{3}+3} = \frac{1}{2-\sqrt{3}} + \sqrt{(2-\sqrt{3})^2}$$

$$= \frac{1}{2-\sqrt{3}} + 2-\sqrt{3} = \frac{2+\sqrt{3}}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} + 2-\sqrt{3} = \frac{2+\sqrt{3}}{1} + 2-\sqrt{3} = 4$$

2)$3x^2$-x-10=0

Δ = $(-1)^2$ + 120 = 121

$$=> \left[\begin{array}{l} x = \frac{1-\sqrt{121}}{6} = \frac{-5}{3} \\ x = \frac{1+\sqrt{121}}{6} = 2 \end{array}\right.$$

Vậy phương trình có 2 nghiệm phân biệt x = 2; x = $\frac{-5}{3}$

b) $9x^4 - 16x^2 - 25 = 0$

Đặt x^2 = t (t ≥ 0)

Phương trình trở thành

$9t^2 - 16t - 25 = 0$

Có a – b + c = 9 + 16 – 25 = 0

nghiệm phân biệt t = -1 (loại) hoặc t=$\frac{25}{9}$ (thỏa mãn)

Với t=$\frac{25}{9}$ ta có x^2=$\frac{25}{9}$ =>x=$\frac{5}{3}$ hoặc x=-$\frac{5}{3}$

Vậy phương trình có 2 nghiệm phân biệt x=$\frac{5}{3}$;x=-$\frac{5}{3}$

c) $\begin{cases} 2x-3y=7 \\ 3x+y=5 \end{cases} <=> \begin{cases} 2x-3y=7 \\ 9x+3y=15 \end{cases} <=> \begin{cases} 11x=22 \\ 3x+y=5 \end{cases} <=> \begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$

Vậy hệ pt có nghiệm duy nhất (2; -1)

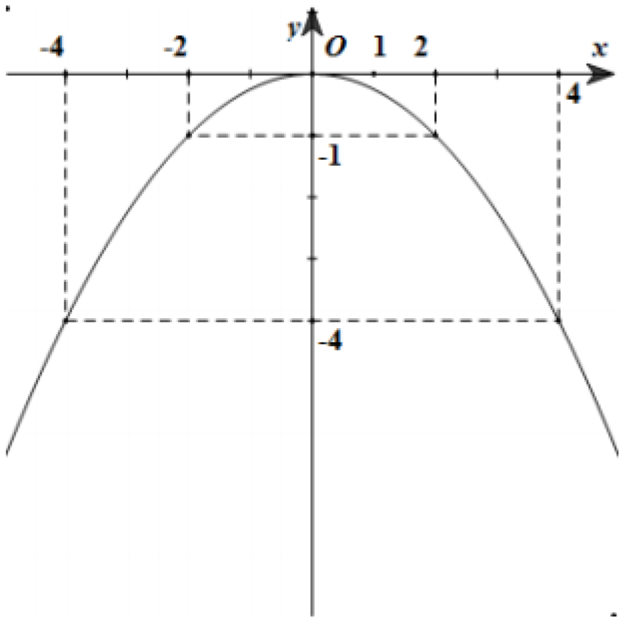
Câu 2:

(P): $y = -\frac{1}{4}x^2$

Bảng giá trị

x	-4	-2	0	2	4
y	-4	-1	0	-1	-4

Vẽ



Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và đường thẳng d là

$$-\frac{1}{4}x^2 = \frac{-2}{3}x + \frac{1}{3}$$

$$<=> \frac{1}{4}x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{3} = 0$$

$$<=> 3x^2 - 8x + 4 = 0$$

$$\Delta' = (-4)^2 - 3.4 = 4 > 0$$

$$<=> \left[\begin{array}{l} x = \frac{4-2}{3} = \frac{2}{3} \\ x = \frac{4+2}{3} = 2 \end{array}\right.$$

Với x = $\frac{2}{3}$ ta có y= $\frac{-1}{9}$ =>A($\frac{2}{3}$; $\frac{-1}{9}$)

Với x = 2 ta có y = -1 => B (2; -1)

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và d là A($\frac{2}{3}$; $\frac{-1}{9}$)và B (2; -1)

Câu 3. Gọi số tiền mua 1 cái bàn ủi với giá niêm yết là x (ngàn đồng) (0 < x < 850)

Số tiền mua 1 cái quạt điện với giá niêm yết là y (ngàn đồng) (0 < y < 850)

Tổng số tiền mua bàn ủi và quạt điện là 850 ngàn đồng nên ta có phương trình:

x+y=850(1)

Số tiền thực tế để mua 1 cái bàn ủi là: $\frac{90}{100}x = \frac{9}{10}x$

Số tiền thực tế để mua 1 cái quạt điện là: $\frac{80}{100}y = \frac{8}{10}y$

Theo bài ra ta có phương trình:

$\frac{9}{10}x+\frac{8}{10}y$ =850-125

$\Leftrightarrow \frac{9}{10}x+\frac{8}{10}y$ =725

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x+y=850 \\ \frac{9}{10}x+\frac{8}{10}y=725 \end{cases} <=> \begin{cases} x=450 \\ y=400 \end{cases}$$

Số tiền thực tế mua 1 cái bàn ủi là: $\frac{9}{10}$.450=405(ngàn đồng)

Số tiền thực tế mua 1 cái quạt điện là: $\frac{8}{10}$.400=320(ngàn đồng)

Vậy số tiền chênh lệch giữa giá bán niêm yết và giá bán thực tế của 1 cái bàn ủi là: 450 – 405 =45 (ngàn đồng)

Vậy số tiền chênh lệch giữa giá bán niêm yên và giá bán thực tế của 1 cái quạt điện là: 400 – 320= 80(ngàn đồng)

ĐS. 45 và 80 (ngàn đồng)

Câu 4

$x^2-(m+3)x-2m^2+3m+2=0$ (1)

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2

$<=> \Delta=(m+3)^2-4(-2m^2+3x+2)>0$

<=>$(m^2+6m+9)+(8m^2-12m-8)>0$

<=>$9m^2-6m+1>0$

<=>$(3m-1)^2>0$

$<=> m\neq\frac{1}{3}$

Với điều kiện đó, ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=m+3 \\ x_1x_2=-2m^2+3m+3 \end{cases}(Viet)$

Để hai nghiệm x_1, x_2 là độ dài của hai cạnh lên tiếp của hình chữ nhật có đường chéo bằng $\sqrt{10}$,
điều kiện cần là:

$x_1^2+x_1^2=10 <=> (x_1+x_2)^2-2x_1x_2=10$

$<=> (m+3)^2-2(-2m^2+3m+2)=10$

$<=> 5m^2-5=0$

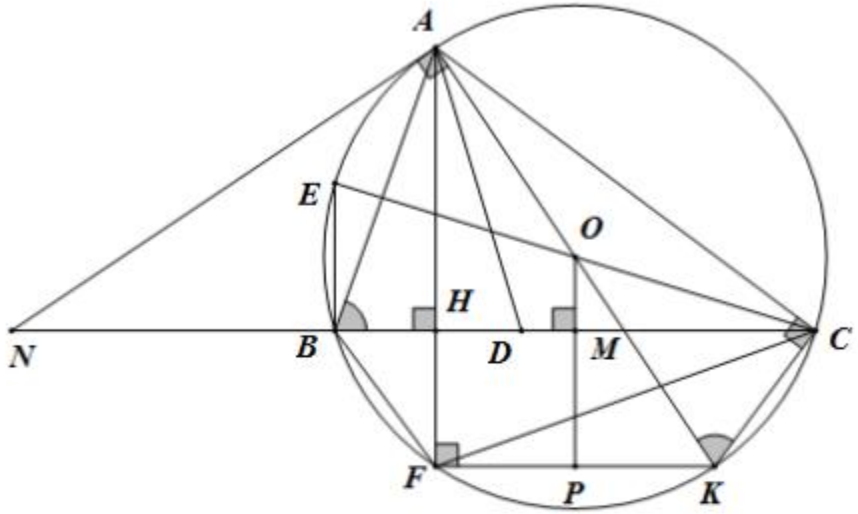
$<=> m=\pm1$

Với m = 1 có x_1 = 3, x_2 = 1 (thỏa mãn)

Với m = –1 có x_1 = 3, x_2 = –1 (loại vì x_2 < 0 không phải là độ dài của một đoạn thẳng)

Vậy m = 1

Câu 5



1) Vì AN là tiếp tuyến của (O) nên OAN = 90°

Vì M là trung điểm dây BC của (O) nên OM ⊥ BC ⇒ OMN=90°=>OAN+OMN = 180°

Suy ra ANMO là tứ giác nội tiếp

2) Vì AK là đường kính của (O), C ∈ (O) nên ACK =90°

=>ACK=OHB=90°

Mặt khác vì ABKC là tứ giác nội tiếp nên

AKC=ABH=>tam giác AKC đồng dạng với tam giác ABH (g.g)

=> $\dfrac{AK}{AB} = \dfrac{AC}{AH}$ => $AK.AH = AB.AC$

3)Ta có NAB=ACB=>NAD=NAB+BAD=ACB+BAD

Theo công thức góc ngoài ta có NDA=DAC+ACB

Vì AD là phân giác của góc A nên BAD=DAC=>NAD=NDA

Suy ra Δ AND cân tại N

4)Có AF ⊥ FK mà AF ⊥ BC ⇒ BC // FK ⇒ BCKF là hình thang

Gọi P là trung điểm FK ⇒ OP ⊥ FK ⇒ OP ⊥ BC ⇒ O, M, P thẳng hàng

Gọi E là điểm đối xứng với C qua O ⇒ Δ EBC vuông tại B và BEC=BAC=60°

=>EB=EC.cos60=R

BC=EC.sin60=R$\sqrt{3}$ => $OM = \dfrac{EB}{2} = \dfrac{R}{2}$

Có Δ AFK vuông tại F và

FAK=30=>FK=AK.sin30=R

AF=AK.cos30= R$\sqrt{3}$ => $OP = \dfrac{AF}{2} = \dfrac{R\sqrt{3}}{2}$

MP=OP-OM=$\dfrac{R(\sqrt{3}-1)}{2}$

Diện tích hình thang BCKF là

$$S_{BCKF} = \frac{1}{2}MP.(BC+KF) = \frac{1}{2}.\frac{R(\sqrt{3}-1)}{2}(R\sqrt{3}+R) = R^2.\frac{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}{4} = \frac{R^2}{2}(dvdt)$$

ĐỀ 104

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HƯNG YÊN

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2016 – 2017
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài 120 phút (không kể thời gian giao đề)

Câu 1 (2,0 điểm)

a) Rút gọn biểu thức $A=\sqrt{3}(\sqrt{27}+4\sqrt{3})$

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x-3y=5 \\ 2x+3y=1 \end{cases}$

Câu 2 (1,5 điểm)

a) Tìm tọa dộ điểm A thuộc đồ thị hàm số y = $2x^2$, biết hoành độ của điểm A bằng 2.

b) Tìm m để hàm số bậc nhất y= (m-2)x-1 (m $\neq$ 2) đồng biến trên R.

Câu 3 (1,5 điểm).

Cho phương trình $x^2 - x - m + 2 = 0$ (m là tham số).

a) Giải phương trình với m = 3

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1; x_2 ($x_1 > x_2$) thỏa mãn $2x_1 + x_2 = 5$.

Câu 4 (1,5 điểm)

a) Cho hình trụ có bán kính đường tròn đáy r = 2cm và chiều cao h = 5cm. Tính diện tích xung quanh của hình trụ đó.

b) Một công ty vận tải dự định điều một số xe tải để vận chuyển 24 tấn hàng. Thực tế khi đến nơi thì công ty bổ sung thên 2 xe nữa nên mỗi xe chở ít đi 2 tấn so với dự định. Hỏi số xe dự định được điều động là bao nhiêu? Biết số lượng hàng chở ở mỗi xe như nhau và mỗi xe chở một lượt.

Câu 5 (2,5 điểm).

Cho đường tròn (O) đường kính AB. Trên tiếp tuyến tại A của đường tròn lấy điểm C sao cho C khác A. Từ C kẻ tiếp tuyến thứ hai CD (D là tiếp điểm) và cát tuyến CMN (M nằm giữa N và C) với đường tròn. Gọi H là giao điểm và CO và AD.

a) Chứng minh các điểm C, A, O, D cùng nằm trên một đường tròn.

b) Chứng minh CH.CO = CM.CN

c) Tiếp tuyến tại Mcuar đường tròn (O) cắt CA, CD thứ tự tại E, F. Đường thẳng vuông góc với OC tại O cắt CA, CD thứ tự tại P, Q. Chứng minh PE + QF $\geq$ PQ.

Câu 6 (1,0 điểm).

Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}=1$ Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P=\sqrt{2a^2+ab+2b^2}+\sqrt{2b^2+bc+2c^2}+\sqrt{2c^2+ca+2a^2}$$

------------------------ Hết -------------------------

(Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.)

ĐÁP ÁN – LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. (2,0 điểm)

$a)\ \mathrm{A} = \sqrt{3}(\sqrt{27} + 4\sqrt{3}) = \sqrt{81} + 4\sqrt{9} = 9 + 4.3 = 21$

$b)\begin{cases} x - 3y = 5 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases} <=> \begin{cases} 3x = 6 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases} <=> \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$

Vậy hệ có nghiệm (x;y) = (2;-1)

Câu 2 (1,5 điểm)

a) Vì A có hoành độ bằng 2 và thuộc đồ thị hàm số $y = 2x^2$ nên $y = 2.2^2 = 8$.

Vậy A(2;8)

b)Để hàm số y = (m – 2)x – 1 đồng biến thì m – 2 > 0 <=> m > 2.

Vậy m > 2.

Câu 3 (1,5 điểm).

a) Thay m = 3 vào phương trình ta có: $x^2 - x - 3 + 2 = 0$ hay $x^2 - x - 1 = 0$

Có $\Delta = (-1)^2 - 4.1(-1) = 5 > 0$

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt: $x = \dfrac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$

b) Phương trình $x^2 - x - m + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

$\Delta = (-1)^2 - 4.1(-m + 2) > 0$

$<=> 4m - 7 > 0$

$<=> m > \dfrac{7}{4}$

Theo Viet ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 (1) \\ x_1 x_2 = -m + 2 (2) \end{cases}$

Mà $2x_1 + x_2 = 5 \Leftrightarrow x_2 = 5 - 2x_1$ (3)

Thay (3) vào (1) ta có: $x_1 + 5 - 2x_1 = 1 \Leftrightarrow x_1 = 4$ thay vào (3) có $x_2 = -3$.

Thay $x_1 = 4$ và $x_2 = -3$ vào (2) ta có: - m + 2 = 4. (-3) nên m = 14 (thỏa mãn điều kiện).

Vậy m = 14 thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 4 (1,5 điểm)

a) $S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi.2.5 = 20\pi\ (cm^2)$

b) Gọi số xe ban đầu là x (xe) nên số hàng thực tế mỗi xe chở là $\dfrac{24}{x}$ (tấn)

Số xe thực tế là x + 2 (xe) nên số hàng thực tế mỗi xe chở là $\dfrac{24}{x+2}$ (tấn)

Theo bài ra ta có phương trình:

$$\frac{24}{x}-\frac{24}{x+2}=2$$

$$<=>\frac{12}{x}-\frac{12}{x+2}=1$$

$$=>12(x+2)-12x=x(x+2)$$

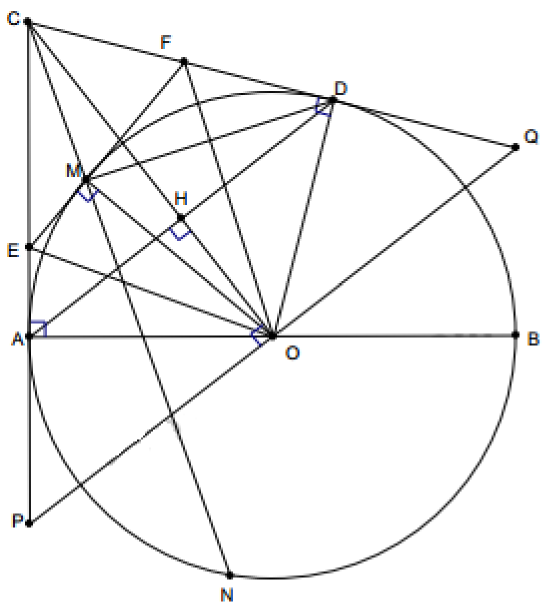
$$<=> x^2+2x-24=0$$

$$\Delta'=1^2-1.(-24)=25$$

Từ đó ta tìm được $x_1 = 4$ (thỏa mãn điều kiện) và $x_2 = -6$ (loại).

Vậy số xe ban đầu là 4 xe.

Câu 5 (2,5 điểm)



a) Vì CA, CD là tiếp tuyến của (O) (gt)

Nên góc CAO = CDO = 90^0 (theo tính chất tiếp tuyến)

Suy ra 4 điểm C, A, O, D cùng thuộc 1 đường tròn. (điều phải chứng minh).

Cách 2: có góc CAO = CDO = 90^0 nên góc CAO + CDO = 180^0

Suy ra 4 điểm C, A, O, D cùng thuộc 1 đường tròn.

b) Chứng minh được tam giác COD vuông tại A có đường cao DH nên

CH.CO = CD^2 (1)

Ta chứng minh được Δ CMD đồng dạng với Δ CDN

Nên có CM.CN = CD^2 (2)

(1) và (2) ta co dpcm.

c)

Ta có OFQ= MDO (cùng phụ với góc FDM)

$$MDA = AOE = \frac{1}{2} sd\,AM\,(1)$$

Tứ giác AODC nội tiếp => ADO=ACO (Cùng chắn cung AO)

Mà ACO =AOP (cùng phụ với góc P) => ADO=APO (2)
Từ (1) và (2) suy ra POE=MDO=OFQ (3)
Tam giác CPQ cân tại C => P=Q (4)
Từ (3) và (4) ta có tam giác POE đồng dạng với tam giác QFO

$\Leftrightarrow \dfrac{PO}{QF}=\dfrac{PE}{QO} <=> QF.PE = OP.\mathrm{OQ}=\mathrm{OP}^2$

Theo Cô-si có $QF+PE \ge 2\sqrt{QF.PE}=2\sqrt{OP^2}=2.OP=PQ$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi QF = PE (Tức là M là giao điểm của OC và (O)).

Câu 6 (1,0 điểm)

Với a,b,c là các số dương và $\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}=1$

Cách giải 1

- Ta có

$$\sqrt{2a^2+ab+2b^2}=\sqrt{\frac{5}{4}(a+b)^2+\frac{3}{4}(a-b)^2}\ge\sqrt{\frac{5}{4}(a+b)^2}$$

Dấu "=" xảy ra khi a =b

Hay $\sqrt{2a^2+ab+2b^2}\ge\dfrac{\sqrt{5}}{2}(a+b)\sqrt{b^2-4ac}$

Tương tự : $\sqrt{2b^2+bc+2c^2}\ge\dfrac{\sqrt{5}}{2}(b+c)$. Dấu "=" xảy ra khi c =b

$\sqrt{2c^2+ca+2a^2}\ge\dfrac{\sqrt{5}}{2}(c+a)$. Dấu "=" xảy ra khi a = c

Suy ra $P=\sqrt{2a^2+ab+2b^2}+\sqrt{2b^2+bc+2c^2}+\sqrt{2c^2+ca+2a^2}\ \ge\sqrt{5}(a+b+c)$

- Áp dụng BĐT Bunhiacôpxki ta có :

$(1^2+1^2+1^2)[(\sqrt{a})^2+(\sqrt{b})^2+(\sqrt{c})^2]\ge(1.\sqrt{a}+1.\sqrt{b}+1.\sqrt{c})^2=1$

- Do đó $a+b+c\ge\dfrac{1}{3}$ => $P\ge\dfrac{\sqrt{5}}{3}$

Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases} a>0;b>0;c>0 \\ a=b=c \\ \sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}=1 \end{cases} <=> a=b=c=\dfrac{1}{9}$

Vậy MinP = $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$ khi và chỉ khi $a=b=c=\dfrac{1}{9}$

Cách giải 2

Ta chứng minh bất đẳng thức: $\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{c^2+d^2}\ge\sqrt{(a+c)^2+(b+d)^2}$ (*) dấu bằng xảy ra khi $\dfrac{a}{c}=\dfrac{b}{d}$

Thật vậy:

$$(*) <=> a^2+b^2+c^2+d^2+\sqrt{(a^2+b^2)(c^2+d^2)} \geq (a+c)^2+(b+d)^2$$

$$<=> \sqrt{(a^2+b^2)(c^2+d^2)} \geq ac+bd$$

$$<=> (a^2+b^2)(c^2+d^2) \geq (ac+bd)^2$$

$$<=> (ad-bc)^2 \geq 0(luon \text{ dung})$$

$$=> \frac{P}{\sqrt{2}} = \sqrt{(a+\frac{b}{4})^2+(\frac{\sqrt{15}b}{4})^2} + \sqrt{(\text{b}+\frac{c}{4})^2+(\frac{\sqrt{15}c}{4})^2} + \sqrt{(\text{c}+\frac{a}{4})^2+(\frac{\sqrt{15}a}{4})^2}$$

Áp dụng bất đẳng thức * ta có:

$$\frac{P}{\sqrt{2}} \geq \sqrt{(a+\frac{b}{4}+b+\frac{c}{4})^2+(\frac{\sqrt{15}b}{4}+\frac{\sqrt{15}c}{4})^2} + \sqrt{(c+\frac{a}{4})^2+(\frac{\sqrt{15}a}{4})^2}$$

$$\geq \sqrt{(\text{a}+\frac{b}{4}+b+\frac{c}{4}+c+\frac{a}{4})^2+(\frac{\sqrt{15}b}{4}+\frac{\sqrt{15}c}{4}+\frac{\sqrt{15}a}{4})^2} = \sqrt{\frac{5}{2}(a+b+c)^2}$$

Mặt khác áp dụng bất đẳng thức Bunhia ta có

$$(\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c})^2 \leq (1+1+1)(\text{a}+\text{b}+\text{c}) <=> \text{a}+\text{b}+\text{c} \geq \frac{1}{3}$$

dấu = khi a = b = c

Do đó

$$\frac{P}{\sqrt{2}} \geq \sqrt{\frac{5}{2}(a+b+c)^2} \geq \sqrt{\frac{5}{2}.\frac{1}{9}}$$

$$=> P \geq \frac{\sqrt{5}}{3}$$

Dấu = khi a = b = c = 1/9

Cách giải 3

Ta có: $2a^2+ab+2b^2 = 2(a+b)^2-3ab$

Mà $ab \leq \frac{(a+b)^2}{4}$

Nên

$$2a^2+ab+2b^2 = 2(a+b)^2-3ab \geq 2(a+b)^2-\frac{3}{4}(a+b)^2 = \frac{5}{4}(a+b)^2$$

$$=> \sqrt{2a^2+ab+2b^2} \geq \frac{\sqrt{5}}{2}(a+b)$$

$$TT: \sqrt{2b^2+bc+2c^2} \geq \frac{\sqrt{5}}{2}(\text{b}+c)$$

$$\sqrt{2c^2+ca+2a^2} \geq \frac{\sqrt{5}}{2}(\text{c}+a)$$

Do đó $P \geq \sqrt{5}(a+b+c)$

Mặt khác ta có

$x^2+y^2+z^2 \ge xy+yz+zx$

$<=> 3(x^2+y^2+z^2) \ge x^2+y^2+z^2+2xy+2yz+2zx$

$<=> 3(x^2+y^2+z^2) \ge (x+y+z)^2$

$<=> x^2+y^2+z^2 \ge \frac{1}{3}(x+y+z)^2$

Áp dụng bất đẳng thức ta có:

$a+b+c \ge \frac{1}{3}(\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c})^2 = \frac{1}{3}$

=> MinP = $\frac{\sqrt{5}}{3}$. Dấu "=" khi $a=b=c=\frac{1}{9}$

ĐỀ 105

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÀNH PHỐ ĐÀ NẴNG

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9
NĂM HỌC 2010-2011

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: TOÁN

Thời gian: 150 phút (không tính thời gian giao đề)

Bài 1. (*2,0 điểm*)

Cho biểu thức: $M=\frac{a+1}{\sqrt{a}}+\frac{a\sqrt{a}-1}{a-\sqrt{a}}+\frac{a^2-a\sqrt{a}+\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}-a\sqrt{a}}$ với $a>0$, $a\ne 1$.

a) Chứng minh rằng $M>4$.

b) Với những giá trị nào của a thì biểu thức $N=\frac{6}{M}$ nhận giá trị nguyên?

Bài 2. (*2,0 điểm*)

a) Cho các hàm số bậc nhất: $y=0,5x+3$, $y=6-x$ và $y=mx$ có đồ thị lần lượt là các đường thẳng (d_1), (d_2) và (Δ_m). Với những giá trị nào của tham số m thì đường thẳng (Δ_m) cắt hai đường thẳng (d_1) và (d_2) lần lượt tại hai điểm A và B sao cho điểm A có hoành độ âm còn điểm B có hoành độ dương?

b) Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho M và N là hai điểm phân biệt, di động lần lượt trên trục hoành và trên trục tung sao cho đường thẳng MN luôn đi qua điểm cố định $I(1;2)$. Tìm hệ thức liên hệ giữa hoành độ của M và tung độ của N; từ đó, suy ra giá trị nhỏ nhất của biểu thức $Q=\frac{1}{OM^2}+\frac{1}{ON^2}$.

Bài 3. (*2,0 điểm*)

a) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 17x + 2y = 2011|xy| \\ x - 2y = 3xy. \end{cases}$

b) Tìm tất cả các giá trị của x, y, z sao cho: $\sqrt{x} + \sqrt{y-z} + \sqrt{z-x} = \frac{1}{2}(y+3).$

Bài 4. (*3,0 điểm*)

Cho đường tròn ($\mathscr{C}$) với tâm O và đường kính AB cố định. Gọi M là điểm di động trên ($\mathscr{C}$) sao cho M không trùng với các điểm A và B. Lấy C là điểm đối xứng của O qua A. Đường thẳng vuông góc với AB tại C cắt đường thẳng AM tại N. Đường thẳng BN cắt đường tròn ($\mathscr{C}$) tại điểm thứ hai là E. Các đường thẳng BM và CN cắt nhau tại F.

a) Chứng minh rằng các điểm A, E, F thẳng hàng.

b) Chứng minh rằng tích AM·AN không đổi.

c) Chứng minh rằng A là trọng tâm của tam giác BNF khi và chỉ khi NF ngắn nhất.

Bài 5. (*1,0 điểm*)

Tìm ba chữ số tận cùng của tích của mười hai số nguyên dương đầu tiên.

---HẾT---

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Chữ ký của giám thị 1: .... Chữ ký của giám thị 2: ....

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÀNH PHỐ ĐÀ NẴNG

KÌ THI CHỌN SINH HỌC SINH GIỎI LỚP 9
NĂM HỌC 2010-2011
Môn thi: TOÁN

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN LỚP 9

Dưới đây là sơ lược biểu điểm của đề thi Học sinh giỏi lớp 9. Các Giám khảo thảo luận thống nhất thêm chi tiết lời giải ũng như thang điểm của biểu điểm đã trình bày. Tổ chấm có thể phân chia nhỏ thang điểm đến 0,25 điểm cho từng ý của đề hi. Tuy nhiên, điểm từng bài, từng câu không được thay đổi. Nội dung thảo luận và đã thống nhất khi chấm được ghi vào biên ản cụ thể để việc chấm phúc khảo sau này được thống nhất và chính xác.

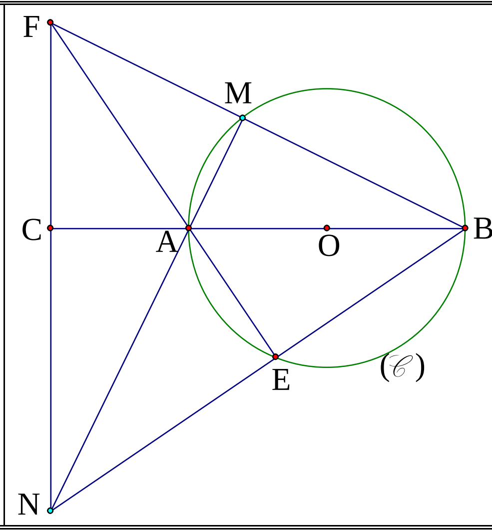
Học sinh có lời giải khác đúng, chính xác nhưng phải nằm trong chương trình được học thì bài làm đúng đến ý nào iám khảo cho điểm ý đó.

Việc làm tròn số điểm bài kiểm tra được thực hiện theo quy định của Bộ Giáo dục và Đào tạo tại Quyết định số 10/2006/BGD-ĐT.

BÀI-Ý	ĐỀ -ĐÁP ÁN	ĐIỂM

Bài 1	Cho biểu thức: $M=\dfrac{a+1}{\sqrt{a}}+\dfrac{a\sqrt{a}-1}{a-\sqrt{a}}+\dfrac{a^2-a\sqrt{a}+\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}-a\sqrt{a}}$ với $a>0,\ a\neq 1$. a) Chứng minh rằng $M>4$. b) Với những giá trị nào của a thì biểu thức $N=\dfrac{6}{M}$ nhận giá trị nguyên.	**2,00**
1.a (1,25đ)	Do $a>0,\ a\neq 1$ nên: $\dfrac{a\sqrt{a}-1}{a-\sqrt{a}}=\dfrac{(\sqrt{a}-1)(a+\sqrt{a}+1)}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)}=\dfrac{a+\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}}$ và	0,25
	$\dfrac{a^2-a\sqrt{a}+\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}-a\sqrt{a}}=\dfrac{(a+1)(a-1)-\sqrt{a}(a-1)}{\sqrt{a}(1-a)}=\dfrac{(a-1)(a-\sqrt{a}+1)}{\sqrt{a}(1-a)}=\dfrac{-a+\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}}$	0,25
	$\Rightarrow\quad M=\dfrac{a+1}{\sqrt{a}}+2$	0,25
	Do $a>0;\ a\neq 1$ nên: $(\sqrt{a}-1)^2>0 \iff a+1>2\sqrt{a}$	0,25
	$\Rightarrow M>\dfrac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a}}+2=4$	0,25
1.b (0,75đ)	Ta có $0<N=\dfrac{6}{M}<\dfrac{3}{2}$ do đó N chỉ có thể nhận được một giá trị nguyên là 1	0,25
	Mà $N=1 \iff \dfrac{6\sqrt{a}}{a+1+2\sqrt{a}}=1 \iff a-4\sqrt{a}+1=0 \iff (\sqrt{a}-2)^2=3$ $\iff \sqrt{a}=2+\sqrt{3}$ hay $\sqrt{a}=2-\sqrt{3}$ (phù hợp)	0,25
	Vậy, N nguyên $\iff a=(2\pm\sqrt{3})^2$	0,25
Bài 2	a) Cho các hàm số bậc nhất: $y=0,5x+3$, $y=6-x$ và $y=mx$ có đồ thị lần lượt là các đường thẳng (d_1), (d_2) và (Δ_m). Với những giá trị nào của tham số m thì đường thẳng (Δ_m) cắt hai đường thẳng (d_1) và (d_2) lần lượt tại hai điểm A và B sao cho điểm A có hoành độ âm còn điểm B có hoành độ dương? b) Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho M và N là hai điểm phân biệt, di động lần lượt trên trục hoành và trên trục tung sao cho đường thẳng MN luôn đi qua điểm cố định $I(1\,;\,2)$. Tìm hệ thức liên hệ giữa hoành độ của M và tung độ của N; từ đó, suy ra giá trị nhỏ nhất của biểu thức $Q=\dfrac{1}{OM^2}+\dfrac{1}{ON^2}$.	**2,00**
2.a (0,75đ)	Điều kiện để (Δ_m) là đồ thị hàm số bậc nhất là $m\neq 0$	0,25
	Phương trình hoành độ giao điểm của (d_1) và (Δ_m) là: $0,5x+3=mx \iff (m-0,5)x=3$ Điều kiên để phương trình này có nghiệm âm là $m-0,5<0$ hay $m<0,5$	0,25
	Phương trình hoành độ giao điểm của (d_2) và (Δ_m) là: $6-x=mx \iff (m+1)x=6$ Điều kiên để phương trình này có nghiệm dương là $m+1>0$ hay $m>-1$	

	Vậy điều kiện cần tìm là: $-1<m<0,5;\ m\neq 0$	0,25
2.b (1,25đ)	Đặt m = x_M và n = y_N $\Rightarrow$ $m\cdot n\neq 0$ và $m\neq 1$ (*) Nên đường thẳng qua ba điểm M, I, N có dạng: y = ax+b	0,25
	$\Rightarrow \begin{cases}0=am+b\\2=a+b\\n=b\end{cases}$ $\Rightarrow$ hệ thức liên hệ giữa m và n là $2m+n=mn$	0,25
	Chia hai vế cho $m\cdot n\neq 0$ ta được: $\frac{1}{m}+\frac{2}{n}=1$ (**)	
	$\Rightarrow 1=\left(\frac{1}{m}+\frac{2}{n}\right)^2=\frac{1}{m^2}+\frac{4}{n^2}+\frac{4}{mn}=5\left(\frac{1}{m^2}+\frac{1}{n^2}\right)-\left(\frac{2}{m}-\frac{1}{n}\right)^2$	0,25
	$\Rightarrow Q=\frac{1}{m^2}+\frac{1}{n^2}\geq\frac{1}{5}$; dấu "=" xảy ra khi $\frac{2}{m}=\frac{1}{n}$; kết hợp (**): m = 5, n = 2,5 (thỏa (*))	0,25
	Vậy giá trị nhỏ nhất của Q là $\frac{1}{5}$	0,25
Bài 3	a) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}17x+2y=2011\lvert xy\rvert\\x-2y=3xy.\end{cases}$ (1) b) Tìm tất cả các giá trị của x, y, z sao cho: $\sqrt{x}+\sqrt{y-z}+\sqrt{z-x}=\frac{1}{2}(y+3)$ (2)	**2,0 đ**
3.a (1,25đ)	Nếu $xy>0$ thì $(1)\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{17}{y}+\frac{2}{x}=2011\\\frac{1}{y}-\frac{2}{x}=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{1}{y}=\frac{1007}{9}\\\frac{1}{x}=\frac{490}{9}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{9}{490}\\y=\frac{9}{1007}\end{cases}$ (phù hợp)	0,50
	Nếu $xy<0$ thì $(1)\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{17}{y}+\frac{2}{x}=-2011\\\frac{1}{y}-\frac{2}{x}=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{1}{y}=\frac{-1004}{9}\\\frac{1}{x}=-\frac{1031}{18}\end{cases}\Rightarrow xy>0$ (loại)	0,25
	Nếu $xy=0$ thì (1) $\Leftrightarrow x=y=0$ (nhận).	0,25
	KL: Hệ có đúng 2 nghiệm là $(0;0)$ và $\left(\frac{9}{490};\frac{9}{1007}\right)$	0,25
3.b (0,75đ)	Điều kiện $x\geq 0;\ y-z\geq 0;\ z-x\geq 0\Leftrightarrow y\geq z\geq x\geq 0$	0,25
	(2) $\Leftrightarrow 2\sqrt{x}+2\sqrt{y-z}+2\sqrt{z-x}=x+y-z+z-x+3$ $\Leftrightarrow(\sqrt{x}-1)^2+(\sqrt{y-z}-1)^2+(\sqrt{z-x}-1)^2=0$	0,25

	$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x}=1 \\ \sqrt{y-z}=1 \\ \sqrt{z-x}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=3 \\ z=2 \end{cases}$ (thỏa điều kiện)	0,25
Bài 4	Cho đường tròn ($\mathscr{C}$) với tâm O và đường kính AB cố định. Gọi M là điểm di động trên ($\mathscr{C}$) sao cho M không trùng với các điểm A và B. Lấy C là điểm đối xứng của O qua A. Đường thẳng vuông góc với AB tại C cắt đường thẳng AM tại N. Đường thẳng BN cắt đường tròn ($\mathscr{C}$) tại điểm thứ hai là E. Các đường thẳng BM và CN cắt nhau tại F. a) Chứng minh rằng các điểm A, E, F thẳng hàng. b) Chứng minh rằng tích AM·AN không đổi. c) Chứng minh rằng A là trọng tâm của tam giác BNF khi và chỉ khi NF ngắn nhất. 	**3,0 đ**
4.a (1,00đ)	$MN \perp BF$ và $BC \perp NF$	0,25
	$\Rightarrow$ A là trực tâm của tam giác BNF	0,25
	$\Rightarrow FA \perp NB$	
	Lại có $AE \perp NB$	0,25
	Nên A, E, F thẳng hàng	0,25
4.b (0,75đ)	$CAN = MAB$, nên hai tam giác ACN và AMB đồng dạng.	0,25
	Suy ra: $\dfrac{AN}{AB} = \dfrac{AC}{AM}$	0,25
	Hay $AM \cdot AN = AB \cdot AC = 2R^2$ không đổi (với R là bán kính đường tròn ($\mathscr{C}$))	0,25
4.c (1,25đ)	Ta có $BA = \dfrac{2}{3}BC$ nên A là trong tâm tam giác BNF $\Leftrightarrow$ C là trung điểm NF (3)	0,25
	Mặt khác: $CAN = CFM$, nên hai tam giác CNA và CBF đồng dạng $\Rightarrow \dfrac{CN}{BC} = \dfrac{AC}{CF} \Rightarrow CN \cdot CF = BC \cdot AC = 3R^2$	0,25
	Áp dụng bất đẳng thức Cô-si, ta có: $NF = CN + CF \geq 2\sqrt{CN \cdot CF} = 2R\sqrt{3}$ không đổi	0,25
	Nên: NF ngắn nhất $\Leftrightarrow$ CN =CF $\Leftrightarrow$ C là trung điểm NF (4)	0,25
	(3) và (4) cho ta: A là trong tâm tam giác BNF $\Leftrightarrow$ NF ngắn nhất	0,25
Bài 5	Tìm ba chữ số tận cùng của tích của mười hai số nguyên dương đầu tiên.	**0,75**
(1,00đ)	Đặt: S = 1·**2**·3·4·**5**·6·7·8·9·**10**·11·12	0,50

	$\Rightarrow \quad \frac{S}{100} = 3\cdot4\cdot6\cdot7\cdot8\cdot9\cdot11\cdot12$ (1) là một số nguyên $\Rightarrow$ hai chữ số tận cùng của S là 00	
	Mặt khác, trong suốt quá trình nhân liên tiếp các thừa số ở vế phải của (1), nếu chỉ để ý đến chữ số tận cùng, ta thấy $\frac{S}{100}$ có chữ số tận cùng là 6 (vì 3·4=12; 2·6=12; 2·7=14; 4·8=32; 2·9=18; 8·11=88; 8·12=96)	0,25
	Vậy ba chữ số tận cùng của S là 600	0,25

--- Hết ---

3.b (0,75đ)	Điều kiện $x \ge 0;\ y - z \ge 0;\ z - x \ge 0 \Rightarrow y \ge z \ge x \ge 0$	0,25
	Theo BĐT Cauchy: $\sqrt{x} \le \frac{x+1}{2};\ \sqrt{y-z} \le \frac{y-z+1}{2};\ \sqrt{z-x} \le \frac{z-x+1}{2}$ $\Rightarrow VP = \sqrt{x} + \sqrt{y-z} + \sqrt{z-x} \le \frac{1}{2}(y+3) = VT$	0,25
	Do đó $\begin{cases} \sqrt{x} = 1 \\ \sqrt{y-z} = 1 \\ \sqrt{z-x} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \\ z = 2 \end{cases}$ thỏa điều kiện	0,25

ĐỀ 106

PHÒNG GD-ĐT CẨM THỦY

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TOÁN 9 (ĐỀ SỐ 3)

năm học : 2011 - 2012

***Môn*: TOÁN**

(Thời gian làm bài: *150 phút: Vòng 2)*

Bài 1 (3,0 điểm)

Cho các số dương: a; b và $x = \frac{2ab}{b^2+1}$. Xét biểu thức P = $\frac{\sqrt{a+x}+\sqrt{a-x}}{\sqrt{a+x}-\sqrt{a-x}} + \frac{1}{3b}$

1. Chứng minh P xác định. Rút gọn P.
2. Khi a và b thay đổi, hãy tìm giá trị nhỏ nhất của P.

Bài 2 (3,0 điểm)

Tìm x; y; z thoả mãn hệ sau:

$$\begin{cases} x^3 - 3x - 2 = 2 - y \\ y^3 - 3y - 2 = 4 - 2z \\ z^3 - 3z - 2 = 6 - 3x \end{cases}$$

Bài 3 (3,0 điểm)

Với mỗi số nguyên dương $n \le 2008$, đặt $S_n = a^n + b^n$, với $a = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$; $b = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$.

1. Chứng minh rằng với $n \ge 1$, ta có $S_{n+2} = (a + b)(a^{n+1} + b^{n+1}) - ab(a^n + b^n)$
2. Chứng minh rằng với mọi n thoả mãn điều kiện đề bài, S_n là số nguyên.
3. Chứng minh $S_n - 2 = \left[\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^n - \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^n\right]^2$. Tìm tất cả các số n để $S_n - 2$ là số chính phương.

Bài 4 (5,0 điểm)

Cho đoạn thẳng AB và điểm E nằm giữa điểm A và điểm B sao cho AE < BE. Vẽ đường tròn (O_1) đường kính AE và đường tròn (O_2) đường kính BE. Vẽ tiếp tuyến chung ngoài MN của hai đường tròn trên, với M là tiếp điểm thuộc (O_1) và N là tiếp điểm thuộc (O_2).

1. Gọi F là giao điểm của các đường thẳng AM và BN. Chứng minh rằng đường thẳng EF vuông góc với đường thẳng AB.
2. Với AB = 18 cm và AE = 6 cm, vẽ đường tròn (O) đường kính AB. Đường thẳng MN cắt đường tròn (O) ở C và D, sao cho điểm C thuộc cung nhỏ AD. Tính độ dài đoạn thẳng CD.

Bài 5: (4đ): Cho ΔABC đường thẳng d cắt AB và AC và trung tuyến AM theo thứ tự . Là E , F , N .

a) Chứng minh : $\frac{AB}{AE} + \frac{AC}{AF} = \frac{2AM}{AN}$

b) Giả sử đường thẳng d // BC. Trên tia đối của tia FB lấy điểm K, đường thẳng KN cắt AB tại P đường thẳng KM cắt AC tại Q.

Chứng minh PQ//BC.

Bài 6: (2 điểm)

Cho 0 < a, b,c <1 .Chứng minh rằng :

$$2a^3 + 2b^3 + 2c^3 < 3 + a^2b + b^2c + c^2a$$

------------- HẾT-------------

HƯỚNG DẪN CHẤM: ĐỀ SỐ 3

Câu 1. (3,0 điểm)

Tóm tắt lời giải	**Điểm**
1. **(2.0 điểm)** Ta có: a; b; x > 0 $\Rightarrow$ a + x > 0 (1) Xét $a - x = \frac{a(b-1)^2}{b^2+1} \ge 0$ (2)	0,25 0,25

Ta có a + x > a − x ≥ 0 $\Rightarrow$ $\sqrt{a+x}-\sqrt{a-x}\neq 0$ (3)	0,25
Từ (1); (2); (3) $\Rightarrow$ P xác định	
Rút gọn:	
Ta có: a + x = $a+\frac{2ab}{b^2+1}=\frac{a(b+1)^2}{b^2+1}$ $\Rightarrow \sqrt{a+x}=(b+1)\sqrt{\frac{a}{b^2+1}}$	0,25
a - x = $a-\frac{2ab}{b^2+1}=\frac{a(b-1)^2}{b^2+1}$ $\Rightarrow \sqrt{a-x}=\lvert b-1\rvert\sqrt{\frac{a}{b^2+1}}$	0,25
$\Rightarrow$ P = $\dfrac{(b+1)\sqrt{\frac{a}{b^2+1}}+\lvert b-1\rvert\sqrt{\frac{a}{b^2+1}}}{(b+1)\sqrt{\frac{a}{b^2+1}}-\lvert b-1\rvert\sqrt{\frac{a}{b^2}+1}}+\frac{1}{3b}=\frac{b+1+\lvert b-1\rvert}{b+1-\lvert b-1\rvert}+\frac{1}{3b}$	0,25
□ Nếu 0 < b < 1 $\Rightarrow$ P = $\frac{2}{2b}+\frac{1}{3b}=\frac{4}{3b}$	
	0,25
□ Nếu $b\geq 1$ $\Rightarrow$ P = $b+\frac{1}{3b}=\frac{3b^2+1}{3b}$	
2. **(1.0 điểm)**	0,25
Xét 2 trường hợp:	
□ Nếu 0 < b < 1, a dương tuỳ ý thì P = $\frac{4}{3b}\Rightarrow$ P $>\frac{4}{3}$	
□ Nếu $b\geq 1$, a dương tuỳ ý thì P = $b+\frac{1}{3b}=\left(\frac{b}{3}+\frac{1}{3b}\right)+\frac{2b}{3}$	
Ta có: $\frac{b}{3}+\frac{1}{3b}\geq\frac{2}{3}$, dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi b = 1	
	0,25
Mặt khác: $\frac{2b}{3}\geq\frac{2}{3}$, dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi b = 1	
	0,25
Vậy P $\geq\frac{2}{3}+\frac{2}{3}=\frac{4}{3}$, dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi b = 1	
KL: Giá trị nhỏ nhất của P = $\frac{4}{3}$	
	0,25
	0,25

Câu 2 (3,0 điểm)

Tóm tắt lời giải	Điểm

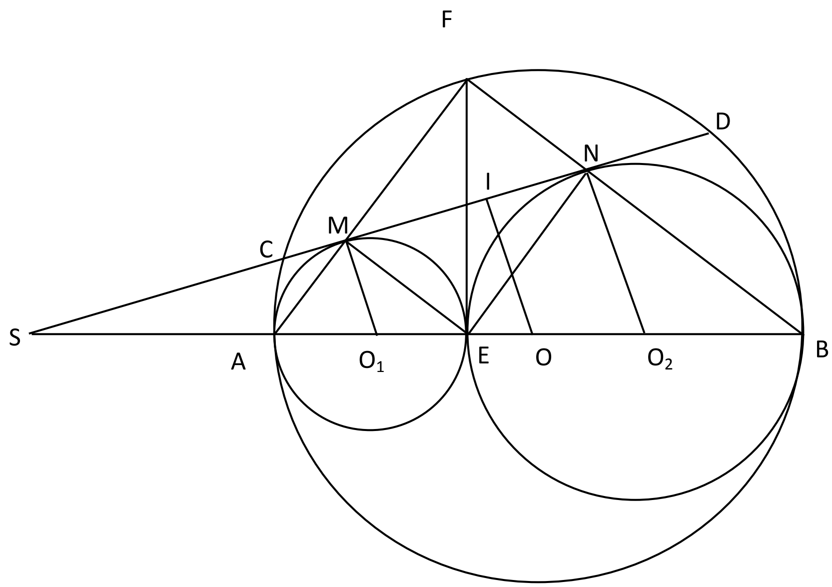
Biến đổi tương đương hệ ta có $\begin{cases} (x-2)(x+1)^2 = 2-y \\ (y-2)(y+1)^2 = 2(2-z) \\ (z-2)(z+1)^2 = 3(2-x) \end{cases}$	1,00
Nhân các vế của 3 phương trình với nhau ta được:	
$(x - 2)(y - 2)(z - 2)(x+1)^2(y+1)^2(z+1)^2 = -6(x - 2)(y - 2)(z - 2)$	0,50
$\Leftrightarrow (x - 2)(y - 2)(z - 2)\left[(x+1)^2(y+1)^2(z+1)^2+6\right] = 0$	
$\Leftrightarrow (x - 2)(y - 2)(z - 2) = 0$	0,25
$\Leftrightarrow x = 2$ hoặc $y = 2$ hoặc $z = 2$	0,25
Với $x = 2$ hoặc $y = 2$ hoặc $z = 2$ thay vào hệ ta đều có $x = y = z = 2$	0,25
Vậy với $x = y = z = 2$ thoả mãn hệ đã cho	0,50
	0,25

Câu 3 (3,0 điểm)

Tóm tắt lời giải	**Điểm**
1. (1,0 điểm)	
Với $n \ge 1$ thì $S_{n+2} = a^{n+2} + b^{n+2}$ (1)	0,25
Mặt khác: $(a + b)(a^{n+1} + b^{n+1}) - ab(a^n + b^n) = a^{n+2} + b^{n+2}$ (2)	0,50
Từ (1); (2) ta có điều phải chứng minh	0,25
2. (1.0 điểm)	
Ta có: $S_1 = 3$; $S_2 = 7$	0,25
Do $a + b = 3$; $ab = 1$ nên theo 1 ta có: với $n \ge 1$ thì $S_{n+2} = 3S_{n+1} - S_n$	0,25
Do $S_1, S_2 \in \mathbf{Z}$ nên $S_3 \in \mathbf{Z}$; do $S_2, S_3 \in \mathbf{Z}$ nên $S_4 \in \mathbf{Z}$	0,25
Tiếp tục quá trình trên ta được $S_5; S_6; \ldots; S_{2008} \in \mathbf{Z}$	0,25
3. (1.0 điểm)	
Ta có $S_n - 2 = \left[\left(\frac{\sqrt{5}}{2}+\frac{1}{2}\right)^2\right]^n + \left[\left(\frac{\sqrt{5}}{2}-\frac{1}{2}\right)^2\right]^n - 2$	0,25
$= \left[\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^n\right]^2 + \left[\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^n\right]^2 - 2\left[\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)\right]^n$	
$= \left[\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^n - \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^n\right]^2$ đpcm	0,25
Đặt $a_1 = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$; $b_1 = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ $\Rightarrow a_1 + b_1 = \sqrt{5}$; $a_1 b_1 = 1$	

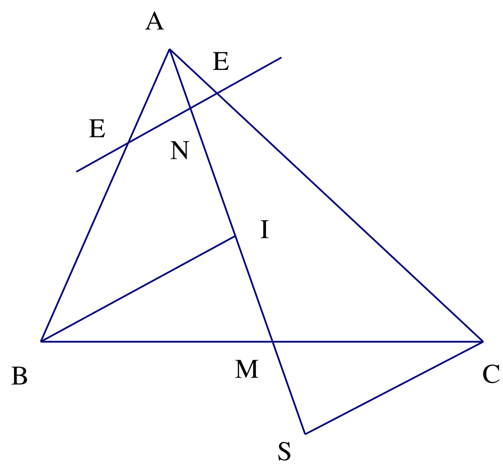
Xét $U_n = a_1^{\,n} - b_1^{\,n}$ Với n ≥ 1 thì $U_{n+2} = (a_1 + b_1)(a_1^{\,n+1} - b_1^{\,n+1}) - a_1b_1(a_1^{\,n} - b_1^{\,n}) \Rightarrow U_{n+2} = \sqrt{5}\,U_{n+1} - U_n$ Ta có $U_1 = 1 \in \mathbf{Z}$; $U_2 = \sqrt{5} \notin \mathbf{Z}$; $U_3 = 4 \in \mathbf{Z}$; $U_4 = 3\sqrt{5} \notin \mathbf{Z}$;... Tiếp tục quá trình trên ta được U_n nguyên $\Leftrightarrow$ n lẻ Vậy $S_n - 2$ là số chính phương $\Leftrightarrow$ n = 2k+1 với $k \in \mathbf{Z}$ và $0 \le k \le 1003$	0,25 0,25

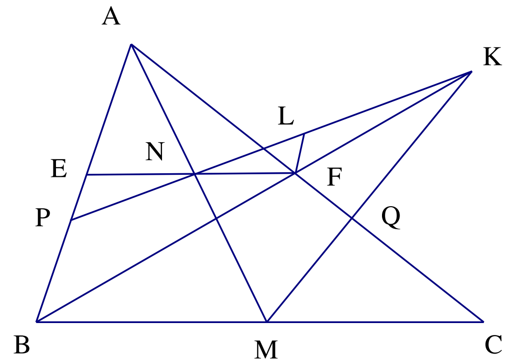
Câu 4 (5,0 điểm)

Tóm tắt lời giải	Điểm
	0,25 0.25 0,25
1. (2,5 điểm) $O_1M; O_2N \perp MN \Rightarrow O_1M // O_2N$	0,25
Do O_1; E; O_2 thẳng hàng nên $\angle MO_1E = \angle NO_2B$	0,50
Các tam giác O_1ME; O_2NB lần lượt cân tại O_1 và O_2 nên ta có: $\angle MEO_1 = \angle NBO_2$ (1)	
Mặt khác ta có: $\angle AME = 90^0 \Rightarrow \angle MAE + \angle MEO_1 = 90^0$ (2)	0,25
$\Rightarrow \angle MAE + \angle NBO_2 = 90^0 \Rightarrow \angle AFB = 90^0$	0,25
$\Rightarrow$ Tứ giác FMEN có 3 góc vuông $\Rightarrow$ Tứ giác FMEN là hình chữ nhật	0,25
$\Rightarrow \angle NME = \angle FEM$ (3)	0,25
Do $MN \perp MO_1 \Rightarrow \angle MNE + \angle EMO_1 = 90^0$ (4)	
Do tam giác O_1ME cân tại $O_1 \Rightarrow \angle MEO_1 = \angle EMO_1$ (5)	0,25
Từ (3); (4); (5) ta có: $\angle FEM + \angle MEO_1 = 90^0$ hay $\angle FEO_1 = 90^0$ (đpcm)	0,25

2. (2,5 điểm)	
Ta có EB = 12 cm $\Rightarrow O_1M = 3$ cm < $O_2N = 6$ cm	0,5
$\Rightarrow$ MN cắt AB tại S với A nằm giữa S và B.	
Gọi I là trung điểm CD $\Rightarrow CD \perp OI \Rightarrow OI // O_1M // O_2N \Rightarrow \dfrac{O_1M}{O_2N} = \dfrac{SO_1}{SO_2}$	0,25 0,25
$\Rightarrow SO_2 = 2SO_1 \Rightarrow SO_1 + O_1O_2 = 2SO_1 \Rightarrow SO_1 = O_1O_2$	0,5
Do $O_1O_2 = 3 + 6 = 9$ cm $\Rightarrow SO_1 = O_1O_2 = 9$ cm $\Rightarrow SO = SO_1 + O_1O = 15$cm	
Mặt khác: $\dfrac{OI}{O_1M} = \dfrac{SO}{SO_1} \Rightarrow OI = 5$ cm	0,25
Xét tam giác COI vuông tại I ta có: $CI^2 + OI^2 = CO^2 \Rightarrow CI^2 + 25 = CO^2$	
Ta có: CO = 9 cm $\Rightarrow CI^2 + 25 = 81 \Rightarrow CI = \sqrt{56}$	0,25
$\Rightarrow CD = 4\sqrt{14}$ cm	

Câu 5 (2,0 điểm)

	Điểm
 	
a) Kẻ $BI, CS // EF \quad (I, S \in AM)$ Ta có: $\dfrac{AB}{AE} = \dfrac{AI}{AN}, \dfrac{AC}{AF} = \dfrac{AS}{AN}$ $\Rightarrow \dfrac{AB}{AE} + \dfrac{AC}{AF} = \dfrac{AI}{AN} + \dfrac{AS}{AN} (*)$ Ta có: $\Delta BIM = \Delta CSM$ (cgc) $\Rightarrow IM = MS$ Vậy: $AI + AS = AI + AI + IM + MS = 2AM$	1,0

Thay vào (*) ta được (đpcm)	0,5
Khi $d // BC \Rightarrow EF // BC \Rightarrow N$ là trung điểm của EF +Từ F kẻ đường thẳng song song với AB cắt KP tại L Ta có: $\Delta NFP = \Delta NFL(cgc) \Rightarrow EP = LF$ Do đó :  $\frac{EP}{PB} = \frac{LF}{PB} = \frac{KF}{KB}(1)$ +Từ B kẻ đường thẳng song song với AC cắt KM tại H Ta có $\Delta BMH = \Delta CMQ(cgc)$ $\Rightarrow BH = QC$ Do đó: $\frac{FQ}{QC} = \frac{FQ}{BH} = \frac{KF}{KB}(2)$ Từ $(1)\ va\ (2) \Rightarrow \frac{FP}{PB} = \frac{FQ}{QC} \Rightarrow PQ // BC$ (đpcm)	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5

Bài 6: 2 điểm)

Do a <1 $\Rightarrow$ a^2<1 và b <1 Nên $(1-a^2).(1-b) > 0 \Rightarrow 1 + a^2b - a^2 - b > 0$ Hay $1 + a^2b > a^2 + b$ (1) Mặt khác 0 <a,b <1 $\Rightarrow$ $a^2 > a^3$; $b > b^3$ $\Rightarrow b + a^2 > a^3 + b^3$ Vậy $a^3 + b^3 < 1 + a^2b$ Tương tự ta có $b^3 + c^3 < 1 + b^2c$ $a^3 + c^3 < 1 + c^2a$ $\Rightarrow 2a^3 + 2b^3 + 2c^3 < 3 + a^2b + b^2c + c^2a$	0,5 0,5 0,25 0,25 0,5

ĐỀ 107

UBND HUYỆN **ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI HUYỆN**

PHÒNG GIÁO DỤC - ĐÀO TẠO

ĐỀ CHÍNH THỨC

NĂM HỌC 2013-2014

MÔN: TOÁN LỚP 9

Thời gian làm bài 150 phút không kể thời gian giao đề

Bài 1: (4 điểm) Cho biểu thức: $P=\left(\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{1-\sqrt{xy}}+\frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{1+\sqrt{xy}}\right):\left(1+\frac{x+y+2xy}{1-xy}\right)$.

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tính giá trị của P với $x=\frac{2}{2+\sqrt{3}}$.

Bài 2: (4 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, gọi (D) và (L) lần lượt là đồ thị của hai hàm số: $y=-\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$ và $y=|x|$.

a) Vẽ đồ thị (D) và (L).

b) (D) và (L) cắt nhau tại M và N. Chứng minh OMN là tam giác vuông.

Bài 3: (4 điểm) Giải phương trình: $6x^4-5x^3-38x^2-5x+6=0$.

Bài 4: (2 điểm) Qua đỉnh A của hình vuông ABCD cạnh là a, vẽ một đường thẳng cắt cạnh BC ở M và cắt đường thẳng DC ở I.

Chứng minh rằng: $\frac{1}{AM^2}+\frac{1}{AI^2}=\frac{1}{a^2}$.

Bài 5: (6 điểm)

Cho hai đường tròn (O) và (O') ở ngoài nhau. Đường nối tâm OO' cắt đường tròn (O) và (O') tại các điểm A, B, C, D theo thứ tự trên đường thẳng. Kẻ tiếp tuyến chung ngoài EF, E $\in$ (O) và F $\in$ (O'). Gọi M là giao điểm của AE và DF; N là giao điểm của EB và FC. Chứng minh rằng:

a) Tứ giác MENF là hình chữ nhật.

b) MN $\perp$ AD.

c) ME.MA = MF.MD.

---------- Hết ----------

UBND HUYỆN

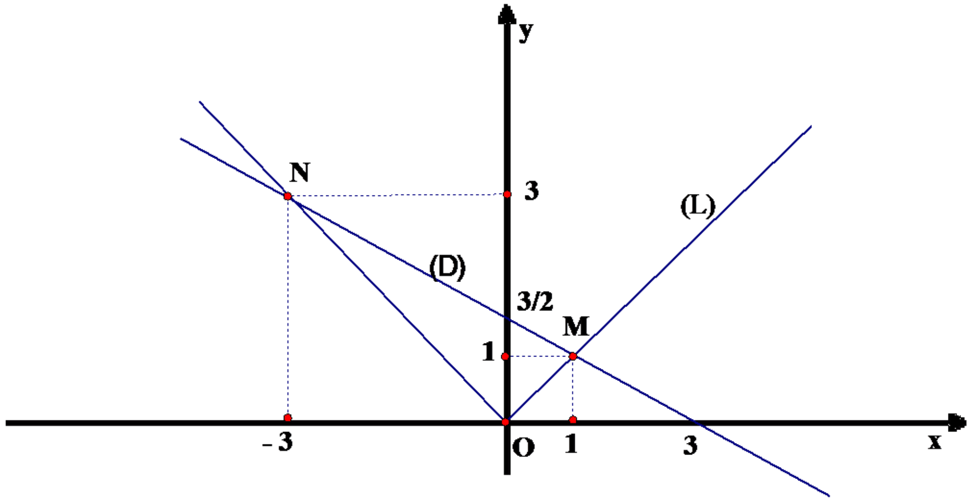
PHÒNG GIÁO DỤC - ĐÀO TẠO

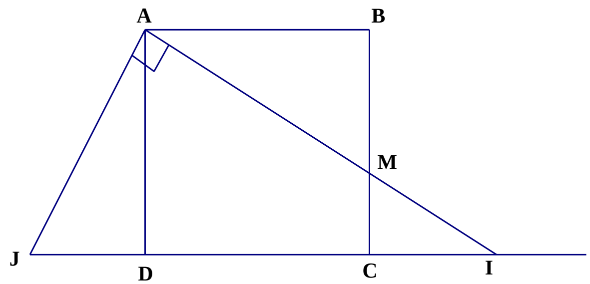
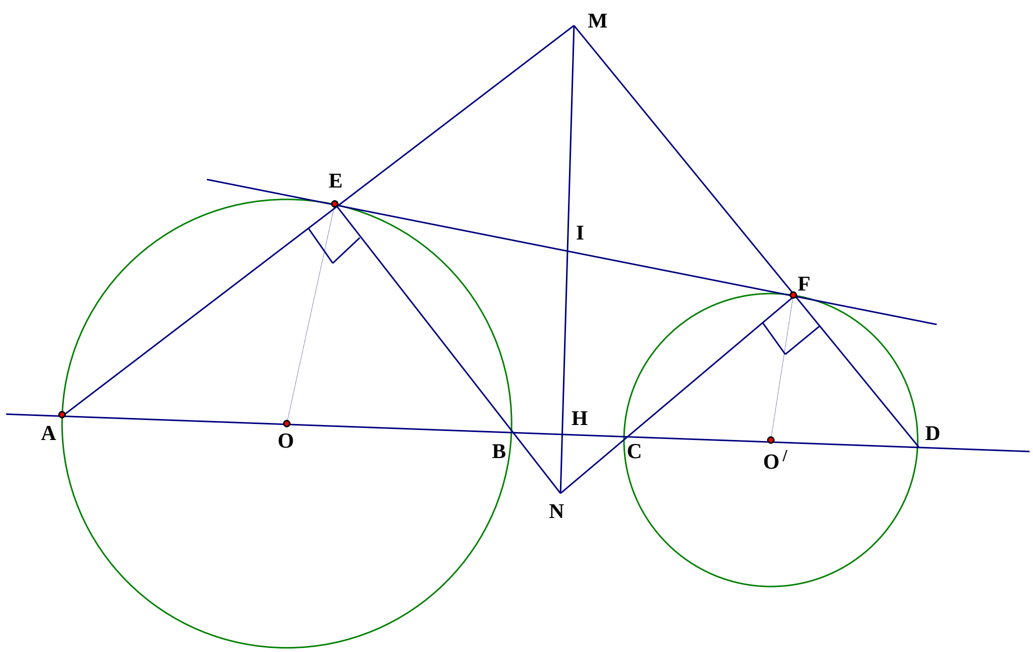
ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM THI

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI HUYỆN

NĂM HỌC 2013-2014-MÔN: TOÁN LỚP 9

Bài	Đáp án	Điểm
1	ĐKXĐ: $x \geq 0; y \geq 0; xy \neq 1.$	0,5 đ
a)	Mẫu thức chung là 1 – xy $P = \dfrac{(\sqrt{x}+\sqrt{y})(1+\sqrt{xy})+(\sqrt{x}-\sqrt{y})(1-\sqrt{xy})}{1-xy}:\dfrac{1-xy+x+y+2xy}{1-xy}$ $= \dfrac{\sqrt{x}+x\sqrt{y}+\sqrt{y}+y\sqrt{x}+\sqrt{x}-x\sqrt{y}-\sqrt{y}+y\sqrt{x}}{1-xy}.\dfrac{1-xy}{1+x+y+xy}$ $= \dfrac{2(\sqrt{x}+y\sqrt{x})}{(1+x)(1+y)} = \dfrac{2\sqrt{x}(1+y)}{(1+x)(1+y)} = \dfrac{2\sqrt{x}}{1+x}$	0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ
b)	$x = \dfrac{2}{2+\sqrt{3}} = \dfrac{2(2-\sqrt{3})}{4-3} = 3-2\sqrt{3}+1 = (\sqrt{3}-1)^2$ $\sqrt{x} = \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} = \left\|\sqrt{3}-1\right\| = \sqrt{3}-1$ $P = \dfrac{2(\sqrt{3}-1)}{1+(\sqrt{3}-1)^2} = \dfrac{2\sqrt{3}-2}{1+3-2\sqrt{3}+1} =$ $P = \dfrac{2(\sqrt{3}-1)}{5-2\sqrt{3}} = \dfrac{6\sqrt{3}+2}{13}$	0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ
2 a)	Đồ thị $y = -\dfrac{1}{2}x + \dfrac{3}{2}$ có : $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = \dfrac{3}{2} \\ y = 0 \Rightarrow x = 3 \end{cases}$ Đồ thị $y = \|x\| = \begin{cases} x \text{ khi } x \geq 0 \\ -x \text{ khi } x \leq 0 \end{cases}$ Đồ thị như hình vẽ:	0,5 đ 0,5 đ 1 đ

		
b)	Đồ thị (D) và (L) cắt nhau tại hai điểm có tọa độ M(1; 1) và N(- 3; 3) Ta có: OM = $\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}\Rightarrow$ $OM^2 = 2$ ON = $\sqrt{3^2+(-3)^2}=3\sqrt{2}\Rightarrow$ $ON^2 = 18$ MN = $\sqrt{(1-3)^2+(1+3)^2}=\sqrt{20}\Rightarrow$ $MN^2 = 20$ Vì: $OM^2 + ON^2 = MN^2$ Vậy: tam giác OMN vuông tại O	0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ
3	Ta thấy x = 0 không phải là nghiệm của phương trình Chia cả 2 vế của phương trình cho x^2 ta được: $6x^2-5x-38-\frac{5}{x}+\frac{6}{x^2}=0$ $\Leftrightarrow 6(x^2+\frac{1}{x^2})-5(x+\frac{1}{x})-38=0$ Đặt $y=x+\frac{1}{x}$ thì: $x^2+\frac{1}{x^2}=y^2-2$ Ta được pt: $6y^2 - 5y - 50 = 0$ <=> (3y – 10)(2y + 5) = 0 Do đó: $y=\frac{10}{3}$ và $y=-\frac{5}{2}$ * Với $y=\frac{10}{3}$ thì: $x+\frac{1}{x}=\frac{10}{3}\Leftrightarrow 3x^2-10x+3=0$ <=> (3x – 1)(x – 3) = 0 <=> $\left[\begin{array}{l} x_1=\frac{1}{3} \\ x_2=3 \end{array}\right.$ * Với $y=-\frac{5}{2}$ thì: $x+\frac{1}{x}=-\frac{5}{2}\Leftrightarrow 2x^2+5x+2=0$	1 đ 1 đ 1 đ 1 đ

	<=> (2x + 1)(x + 3) = 0 <=> $\left[\begin{array}{l} x_3 = -\dfrac{1}{2} \\ x_4 = -2 \end{array}\right.$	
4	 	
	Vẽ Ax $\perp$ AI cắt đường thẳng CD tại J. Ta có Δ AIJ vuông tại A, có AD là đường cao thuộc cạnh huyền IJ, nên: $\dfrac{1}{AD^2} = \dfrac{1}{AJ^2} + \dfrac{1}{AI^2}$ (1) Xét hai tam giác vuông ADJ và ABM, ta có: AB = AD = a; $DAJ = BAM$ (góc có cạnh tương ứng vuông góc) $\Rightarrow$ $\Delta ADJ = \Delta ABM$. Suy ra: AJ = AM Thay vào (1) ta được: $\dfrac{1}{AD^2} = \dfrac{1}{AM^2} + \dfrac{1}{AI^2} = \dfrac{1}{a^2}$ (đpcm)	0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ
5	 	

a)	Ta có $AEB = CFD = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) Vì EF là tiếp tuyến chung của hai đường tròn (O) và (O/), nên: OE $\perp$ EF và OF $\perp$ EF => OE // O/F => $EOB = FO'D$ (góc đồng vị) => $EAO = FCO'$ Do đó MA // FN, mà EB $\perp$ MA => EB $\perp$ FN Hay $ENF = 90^0$. Tứ giác MENF có $E = N = F = 90^O$, nên MENF là hình chữ nhật	0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ
b)	Gọi I là giao điểm của MN và EF; H là giao điểm của MN và AD Vì MENF là hình chữ nhật, nên $IFN = INF$ Mặt khác, trong đường tròn (O/): $IFN = FDC = \frac{1}{2}$ sđ FC => $FDC = HNC$ Suy ra ΔFDC đồng dạng ΔHNC $(g-g)$ => $NHC = DFC = 90^O$ hay MN $\perp$ AD	0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ
c)	Do MENF là hình chữ nhật, nên $MFE = FEN$ Trong đường tròn (O) có: $FEN = EAB = \frac{1}{2}$ sđ EB => $MFE = EAB$ Suy ra ΔMEF đồng dạng ΔMDA $(g-g)$ => $\frac{ME}{MD} = \frac{MF}{MA}$, hay ME.MA = MF.MD	0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ 0,5 đ

ĐỀ 108

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9

Thời gian: 150 phút(không kể thời gian giao đề)

Câu1: (5đ)

Cho biểu thức M = $\dfrac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6}+\dfrac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}+\dfrac{\sqrt{x+3}}{2-\sqrt{x}}$

a. Tìm điều kiện của x để M có nghĩa và rút gọn M

b. Tìm x để M = 5

c. Tìm x $\in$ Z để M $\in$ Z.

Câu: 2(2đ). Cho $4a^2+b^2=5ab$ với $2a>b>0$.

Tính giá trị của biểu thức: $P = \dfrac{ab}{4a^2-b^2}$

Câu 3(4đ)

a. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A=\frac{3x^2-8x+6}{x^2-2x+1}$

b. Chứng minh rằng với mọi số thực a,b,c ta có $a^2+b^2+c^2\ge ab+bc+ca$

Câu: 4 (4đ)

a. Phân tích đa thức sau thành nhân tử: $x^3+y^3+z^3-3xyz$

b. Giải phương trình : $x^4+2x^3-4x^2-5x-6=0$

Câu: 5 (5đ) Cho hình bình hành ABCD có đường chéo AC lớn hơn đường chéo BD. Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của B và D xuống đường thẳng AC.

1) Tứ giác BEDF là hình gì vì sao?

2) Gọi CH và CK lần lượt là đường cao của tam giác ACB và tam giác ACD.Chứng minh rằng.

a. Tam giác CHK và tam giác ABC đồng dạng .

b. $AB.AH+AD.AK=AC^2$

ĐÁP ÁN

Câu: 1(5đ)

a) ĐK $x\ge 0; x\ne 4; x\ne 9$ 0,5đ

Rút gọn M = $\frac{2\sqrt{x}-9-(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)+(2\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}$ 0,5đ

Biến đổi ta có kết quả: = $\frac{x-\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}$ 0,5đ

= $\frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}-2)}=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$ 1đ

b) $M=5\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}=5$ 1đ

$\Rightarrow \sqrt{x}=4\Rightarrow x=16(TM)$

c) M = $\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}=\frac{\sqrt{x}-3+4}{\sqrt{x}-3}=1+\frac{4}{\sqrt{x}-3}$ 0,5đ

Do M $\in z$ nên $\sqrt{x}-3$ là ước của 4 $\Rightarrow \sqrt{x}-3$ nhận các giá trị: -4;-2;-1;1;2;4 0,5đ

$\Rightarrow x\in\{1;4;16;25;49\}$ do $x\ne 4\Rightarrow x\in\{1;16;25;49\}$ 0,5đ

Câu: 2 (2đ)

Phân tích được $4a^2+b^2=5ab$ thành $(a-b)(4a-b)=0$ 0,5đ

$<=>$ a=b hoặc 4a=b 0,5đ

Lập luận chỉ ra a=b (nhận) 4a=b (loại) 0,5đ

Tính được $P=\frac{ab}{4a^2-b^2}=\frac{a^2}{3a^2}=\frac{1}{3}$ 0,5đ

Câu: 3 (4đ)

a. Viết được $A=\frac{2x^2-4x+2+x^2-4x+4}{x^2-2x+1}=2+\frac{(x-2)^2}{(x-1)^2}\ge 2$ 1,5đ

Lập luận min A = 2 khi x-2= 0 => x= 2 0,5đ

b. biến đổi $a^2+b^2+c^2\ge ab+bc+ca$

$<=> 2a^2+2b^2+2c^2 \ge 2ab+2bc+2ca$ 0,5đ

$<=> a^2-2ab+b^2+b^2-2bc+c^2+c^2-2ca+a^2 \ge 0$ 0,5đ

$<=> (a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2 \ge 0$ 0,5đ

Lập luận => khẳng định 0,5đ

Câu: 4 (4đ)

a. $x^3+y^3+z^3-3xyz$

$= x^3+3x^2y+3xy^2+y^3+z^3-3x^2y-3xy^2-3xyz$ 0,5đ

$= (x+y)^3+z^3-3xyz(x+y+z)$ 0,5đ

$= (x+y+z)(x^2+2xy+y^2+z^2-xz-yz)-3xy(x+y+z)$ 0,5đ

$=(x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx)$ 0,5đ

b. Giải phương trình : $x^4+2x^3-4x^2-5x-6=0$

$<=> x^4-2x^3+4x^3-8x^2+4x^2-8x+3x-6=0$ 0,5đ

$<=> x^3(x-2)+4x^2(x-2)+4x(x-2)+3(x-2)=0$ 0,5đ

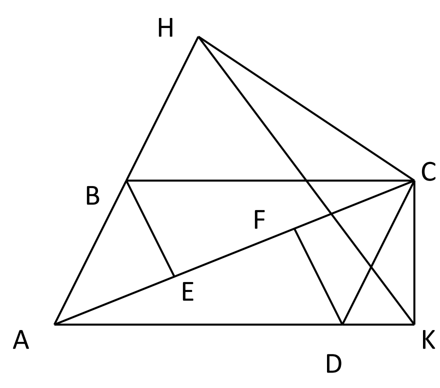
$<=> (x-2)(x^3+4x^2+4x+3)=0$ 0,25đ

$<=> (x-2)(x^3+3x^2+x^2+3x+x+3)=0$ 0,25đ

$<=> (x-2)[x^2(x+3)+x(x+3)+(x+3)]=0$ 0,25đ

$<=> (x-2)(x+3)(x^2+x+1)=0$ 0,25đ

Câu: 5 (5đ)



1. Chỉ ra Tam giác ABE = Tam giác CDF 0,5đ
=>BE=DF . BE//DF cùng vuông góc với AC 0,25đ
=> BEDF là hình bình hành 0,25đ
2.a. Chỉ ra góc CBH = góc CDK 0,5đ
=> tam giác CHB đồng dạng với Tam giác CDK (g,g) 0,25đ
$\Rightarrow \frac{CH}{CB} = \frac{CK}{CD}$ 0,25đ
Chỉ ra CB//AD,CK vuông góc CB=> CK vuông góc CB 0,25đ
Chỉ ra góc ABC = góc HCK (cùng bù với BAD) 0,25đ
Chỉ ra $\Rightarrow \frac{CH}{CB} = \frac{CK}{CD}$ hay $\Rightarrow \frac{CH}{CB} = \frac{CK}{AB}$ vì AB=CD 0,25đ
Chỉ ra tam giác CHK đồng dạng tam giác BCA (c-g-c) 0,25đ
b. chỉ ra tam giác AFD = tam giác CEB => AF=CE 0,5đ
chỉ ra tam giác AFD đồng dạng với tam giác AKC 0,25đ
=> AD.AK=AF.AC => AD.AK=CE.AC (1) 0,5đ
Chỉ ra tam giác ABE đồng dạng với tam giác ACH 0,25đ
=> AB.AH=AE.AC (2) 0,25đ
Cộng theo vế (1) và (2) ta được
AD.AK+ AB.AH =CE.AC+ AE.AC =(CE+AE)AC=AC^2 0,25đ

ĐỀ 109

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HUYỆN KIM THÀNH

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI HUYỆN NĂM HỌC 2012 – 2013
Môn: Toán 9
Thời gian làm bài: 120 phút
Đề gồm 01 trang

Bài 1: (4,0 điểm)

a) Rút gọn biểu thức A = $\frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6}-\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}-\frac{2\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}}$

b) Cho x, y, z thoả mãn: xy + yz + xz = 1.

Hãy tính giá trị biểu thức: A = $x\sqrt{\frac{(1+y^2)(1+z^2)}{(1+x^2)}}+y\sqrt{\frac{(1+z^2)(1+x^2)}{(1+y^2)}}+z\sqrt{\frac{(1+x^2)(1+y^2)}{(1+z^2)}}$

Bài 2: (3,0 điểm)

a) Cho hàm số : $f(x) = (x^3 + 12x - 31)^{2012}$

Tính f(a) tại a = $\sqrt[3]{16-8\sqrt{5}}+\sqrt[3]{16+8\sqrt{5}}$

b) Tìm số tự nhiên n sao cho $n^2 + 17$ là số chính phương?

Bài 3: (4,0 điểm)

Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{1-x}+\sqrt{4+x}=3$

b) $x^2+4x+5=2\sqrt{2x+3}$

Bài 4: (3,0 điểm)

a) Tìm x; y thỏa mãn: $2\left(x\sqrt{y-4}+y\sqrt{x-4}\right)=xy$

b) Cho a; b; c là các số thuộc đoạn $[-1;2]$ thỏa mãn: $a^2 + b^2 + c^2 = 6$ hãy chứng minh rằng:

$a + b + c \geq 0$

Bài 5: (6,0 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn; các đường cao AK; BD; CE cắt nhau tại H.

a) Chứng minh: $\frac{KC}{KB}=\frac{AC^2+CB^2-BA^2}{CB^2+BA^2-AC^2}$

b) Giả sử: HK = $\frac{1}{3}$AK. Chứng minh rằng: tanB.tanC = 3

c) Giả sử $S_{ABC} = 120$ cm^2 và $\widehat{BAC} = 60^0$. Hãy tính diện tích tam giác ADE?

TRƯỜNG THCS THƯỢNG VŨ
Tổ KHTN

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ THI HSG HUYỆN KIM THÀNH
NĂM HỌC 2012 – 2013
Môn: Toán 9
Thời gian: 120’

Câu 1: *(4 điểm)*

a/ Rút gọn biểu thức A = $\frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6}-\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}-\frac{2\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}}$

ĐKXĐ: x $\neq$ 4; x $\neq$ 9

A = $\frac{2\sqrt{x}-9}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}-\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}+\frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}=\frac{2\sqrt{x}-9-x+9+2x-3\sqrt{x}-2}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}=\frac{x-\sqrt{x}-2}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}$

= $\frac{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$

b/ Cho x, y, z thoả mãn: xy + yz + xz = 1.

Hãy tính: A = $x\sqrt{\frac{(1+y^2)(1+z^2)}{(1+x^2)}}+y\sqrt{\frac{(1+z^2)(1+x^2)}{(1+y^2)}}+z\sqrt{\frac{(1+x^2)(1+y^2)}{(1+z^2)}}$

Gợi ý: xy + yz + xz = 1 $\Leftrightarrow$ 1 + x^2 = xy + yz + xz + x^2 = y(x + z) + x(x + z) = (x + z)(x + y)

Tương tự: 1 + y^2 = ...; 1 + z^2 = ...

Câu 2: *(3 điểm)*

a/ Cho hàm số : f(x) = $(x^3 + 12x - 31)^{2012}$

Tính f(a) tại a = $\sqrt[3]{16-8\sqrt{5}}+\sqrt[3]{16+8\sqrt{5}}$

b/ Tìm số tự nhiên n sao cho n^2 + 17 là số chính phương?

Giải

a/Từ a=$\sqrt[3]{16-8\sqrt{5}}+\sqrt[3]{16+8\sqrt{5}}$

$\Rightarrow a^3=32+3\sqrt[3]{\left(16-8\sqrt{5}\right)\left(16+8\sqrt{5}\right)}\left[\sqrt[3]{16+8\sqrt{5}}+\sqrt[3]{16-8\sqrt{5}}\right]=32-12a$ nên a^3 + 12a = 32

Vậy f(a) = 1

b/ Giả sử: n^2 + 17 = k^2 (k $\in \mathbb{N}$) và k > n$\Rightarrow$ (k – n)(k + n) = 17 $\Leftrightarrow \begin{cases} k-n=1 \\ k+n=17 \end{cases} \Rightarrow n=8$

Vậy với n = 8 thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 3: *(4 điểm)*

Giải các phương trình sau:

a/ $\sqrt{1-x}+\sqrt{4+x}=3$

b/ $x^2+4x+5=2\sqrt{2x+3}$

Giải

a/ ĐK: $-4\le x\le 1$

Bình phương 2 vế: $1-x+4+x+2\sqrt{(1-x)(4+x)}=9\Leftrightarrow\sqrt{(1-x)(4+x)}=2$

$\Leftrightarrow 4-3x-x^2=4\Leftrightarrow x(x+3)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-3\end{array}\right.$ (thỏa mãn)

Vậy phương trình có 2 nghiệm: x = 0; x = -3

b/ $x^2+4x+5=2\sqrt{2x+3}$ ĐKXĐ: x $\ge\frac{-3}{2}$

$\Leftrightarrow\left(x^2+2x+1\right)+\left(2x+3-2\sqrt{2x+3}+1\right)=0$

$\Leftrightarrow\left(x+1\right)^2+\left(\sqrt{2x+3}-1\right)^2=0\Leftrightarrow\begin{cases}x+1=0\\\sqrt{2x+3}=1\end{cases}\Rightarrow x=-1$ vậy phương trình có nghiệm duy nhất x = -1

Câu 4: *(3 điểm)*

a/ Tìm x; y thỏa mãn: $2\left(x\sqrt{y-4}+y\sqrt{x-4}\right)=xy$

b/ Cho a; b; c là các số thuộc đoạn $\left[-1;2\right]$ thỏa mãn: $a^2+b^2+c^2=6$ hãy chứng minh rằng: a + b + c $\ge$ 0

Giải

a/ $2\left(x\sqrt{y-4}+y\sqrt{x-4}\right)=xy\Leftrightarrow x.2.\sqrt{y-4}+y.2.\sqrt{x-4}=xy$

Xét VP = $x.2.\sqrt{y-4}+y.2.\sqrt{x-4}$ theo BĐT cosi: $2\sqrt{y-4}\le\frac{4+y-4}{2}=\frac{y}{2};2\sqrt{x-4}\le\frac{4+x-4}{2}=\frac{x}{2}$ vậy VP $\le$ xy = VT

Dấu = xảy ra khi: $\begin{cases}\sqrt{x-4}=2\\\sqrt{y-4}=2\end{cases}\Rightarrow x=y=8$

b/ Do a; b; c thuộc đoạn $\left[-1;2\right]$ nên a + 1 $\ge$ 0; a – 2 $\le$ 0 nên (a + 1)(a – 2) $\le$ 0

Hay: $a^2-a-2\le 0\Rightarrow a^2\le a+2$

Tương tự: $b^2\le b+2$; $c^2\le c+2$

Ta có: $a^2+b^2+c^2\le a+b+c+6$ theo đầu bài: $a^2+b^2+c^2=6$ nên: a + b + c $\ge$ 0

Câu 5: *(6 điểm)*

Cho tam giác ABC nhọn; các đường cao AK; BD; CE cắt nhau tại H.

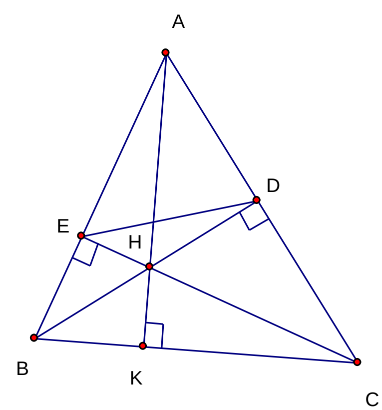
a/ Chứng minh: $\frac{KC}{KB} = \frac{AC^2 + CB^2 - BA^2}{CB^2 + BA^2 - AC^2}$

b/ Giả sử: HK = $\frac{1}{3}$AK. Chứng minh rằng: tanB.tanC = 3

c/ Giả sử S_{ABC} = 120 cm^2 và BÂC = 60^0. Hãy tính diện tích tam giác ADE?

Giải

a/ Sử dụng định lý pytago:



$$\frac{AC^2 + CB^2 - BA^2}{CB^2 + BA^2 - AC^2} = \frac{AK^2 + KC^2 + (BK + CK)^2 - AB^2}{(BK + CK)^2 + BA^2 - (AK + KC)^2}$$

= $\frac{2CK^2 + 2BK.CK}{2BK^2 + 2BK.CK} = \frac{2CK(CK + BK)}{2BK(BK + CK)} = \frac{CK}{BK}$

b/ Ta có: tanB = $\frac{AK}{BK}$; tanC = $\frac{AK}{CK}$

Nên: tanBtanC = $\frac{AK^2}{BK.CK}$ (1)

Mặt khác ta có: $B = HKC$ mà: tanHKC = $\frac{KC}{KH}$

Nên tanB = $\frac{KC}{KH}$ tương tự tanC = $\frac{KB}{KH} \Rightarrow \tan B.\tan C = \frac{KB.KC}{KH^2}$ (2)

Từ (1)(2) $\Rightarrow \left(\tan B.\tan C\right)^2 = \left(\frac{AK}{KH}\right)^2$

Theo gt: HK = $\frac{1}{3}$AK $\Rightarrow \tan B.\tan C = 3$

c/ Ta chứng minh được: ΔABC và ΔADE đồng dạng vậy: $\frac{S_{ABC}}{S_{ADE}} = \left(\frac{AB}{AD}\right)^2$ (3)

Mà BÂC = 60^0 nên $ABD = 30^0 \Rightarrow$ AB = 2AD(4)

Từ (3)(4) ta có: $\frac{S_{ABC}}{S_{ADE}} = 4 \Rightarrow S_{ADE} = 30(cm^2)$

ĐỀ 110

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THANH HÓA

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH
NĂM HỌC 2011 - 2012

ĐỀ CHÍNH THỨC

MÔN: TOÁN
Lớp 9 thcs
Thời gian làm bài 150 phút không kể thời gian phát đề
Ngày thi: 23 tháng 3 năm 2012

Câu I (4đ)

Cho biểu thức P = $\left(\dfrac{\sqrt{x-1}}{3+\sqrt{x-1}}+\dfrac{x+8}{10-x}\right):\left(\dfrac{3\sqrt{x-1}+1}{x-3\sqrt{x-1}-1}-\dfrac{1}{\sqrt{x-1}}\right)$

1) Rút gọn P
2) Tính giá trị của P khi x = $\sqrt[4]{\dfrac{3+2\sqrt{2}}{3-2\sqrt{2}}}-\sqrt[4]{\dfrac{3-2\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}}$

Câu II (4đ)

Trong cùng một hệ toạ độ, cho đường thẳng d: y = x – 2 và parabol (P): y = - x^2. Gọi A và B là giao điểm của d và (P).

1) Tính độ dài AB.
2) Tìm m để đường thẳng d’: y =- x = m cắt (P) tại hai điểm C và D sao cho

CD = AB.

Câu III (4đ)

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases}\dfrac{x^2}{y}+x=2\\ \dfrac{y^2}{x}+y=\dfrac{1}{2}.\end{cases}$
2) Tìm nghiệm nguyên của phương trình $2x^6 + y^2 - 2x^3y = 320$

Câu IV (6đ)

Cho tam giác nhọn ABC có AB > AC. Gọi M là trung điểm của BC; H là trực tâm; AD, BE, CF là các đường cao của tam giác ABC. Kí hiệu (C_1) và (C_2) lần lượt là đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF và DKE, với K là giao điểm của EF và BC. Chứng minh rằng:

1) ME là tiếp tuyến chung của (C_1) và (C_2).
2) KH $\perp$ AM.

Câu V (2đ)

Với $0\le x;y;z\le 1$. Tìm tất cả các nghiệm của phương trình:

$$\frac{x}{1+y+zx}+\frac{y}{1+z+xy}+\frac{z}{1+x+yz}=\frac{3}{x+y+z}$$

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THANH HÓA

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH LỚP 9
NĂM HỌC 2011-2012
Môn : TOÁN
Ngày thi :18/02/2012

Câu 1:ĐK $1 < x \neq 10$

1)

$$P = \frac{3\sqrt{x-1}+9}{10-x} : \left[\frac{1}{\sqrt{x-1}} . \frac{2\sqrt{x-1}+4}{\sqrt{x-1}-3}\right]$$

$$P = \frac{3(\sqrt{x-1}+3)}{10-x} . \frac{\sqrt{x-1}.\ \sqrt{x-1}-3}{2\sqrt{x-1}+4}$$

$$P = \frac{3\sqrt{x-1}(x-10)(\sqrt{x-1}-2)}{2(10-x)(x-1-4)} = -\frac{3(x-2)}{2(x-5)}$$

b) $x = \sqrt[4]{\frac{3+2\sqrt{2}}{3-2\sqrt{2}}} - \sqrt[4]{\frac{3-2\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}} = \sqrt[4]{(3+2\sqrt{2})^2} - \sqrt[4]{(3-2\sqrt{2})^2} = \sqrt{3+2\sqrt{2}} - \sqrt{3-2\sqrt{2}}$

=> x= $1+\sqrt{2}-(\sqrt{2}-1)=2$ ***vì x>1***

Vậy P=0

<u>Câu II:</u>

1) Hoành độ giao điểm là nghiệm phương trình

$x^2+x-2=0$

=> x=1 hoặc x=2

Vậy A(1,-1) và B(-2;-4) hoặc A(-2;-4) vàB(1;-1)

2)Để (d') cắt (P) tại 2 điểm phân biệt thì phương trình $x^2-x+m=0$ (1)

có hai nghiệm phân biệt <=> $\Delta > 0$ ***<=>*** $m < \frac{1}{4}$

Ta có khoảng cách AB^2 =18

để CD = AB <=> $(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2=18$

<=>$(x_1-x_2)^2=9$

<=>$(x_1+x_2)^2-4x_1x_2=9$

<=>1-4m-9=0=> m=-2(TM)

Vậy C(-1,-3) và D(2;0) hoặc D(-1;-3) hoặc C(2;0

<u>Câu III</u>

1,ĐK x$\neq$0, y$\neq$0

Đặt x=ky (k$\neq$0)

$$\begin{cases} \frac{x^2}{y} + x = 2 \\ \frac{y^2}{x} + y = \frac{1}{2}. \end{cases} \text{<=>} \begin{cases} (k^2+k)y = 2 \\ (\frac{1}{k}+1)y = \frac{1}{2} \end{cases} \quad (1)$$

Nếu k=-1 thì hệ phương trình (1) vô nghiệm nên hệ phương trình đã cho vô nghiệm

Nếu k$\neq$ -1

từ (1) => $\frac{(k^2+k)k}{k+1} = 4$

=> k=2 hoặc k = -2

Nếu k=2 => $(x,y)=(\frac{2}{3};\frac{1}{3})$

Nếu k = -2 => (x;y)=(-2;1)

2, Từ $2x^6 + y^2 - x^3y = 320 \Leftrightarrow (x^3-y)^2 + (x^3)^2 = 320$

=> $(x^3)^2 \leq 320$

mà x nguyên nên $|x| \leq 2$

Nếu x=1 hoặc x=-1 thì y không nguyên (loại)

Nếu x=2=> y=-2 hoặc y=6

Nếu x=-2 => y=-6 hoặc y=2

Vậy phương trình đã cho có 4 cặp nghiệm (x;y) là(2;-2);(2;6);(-2;-6);(-2;2)

<u>Câu IV</u>: 1) Ta có $E = F = 90^0$ ***nên tứ giác AEHF nội tiếp một đường tròn tâm chính là (C_1) là trung điểm AH***

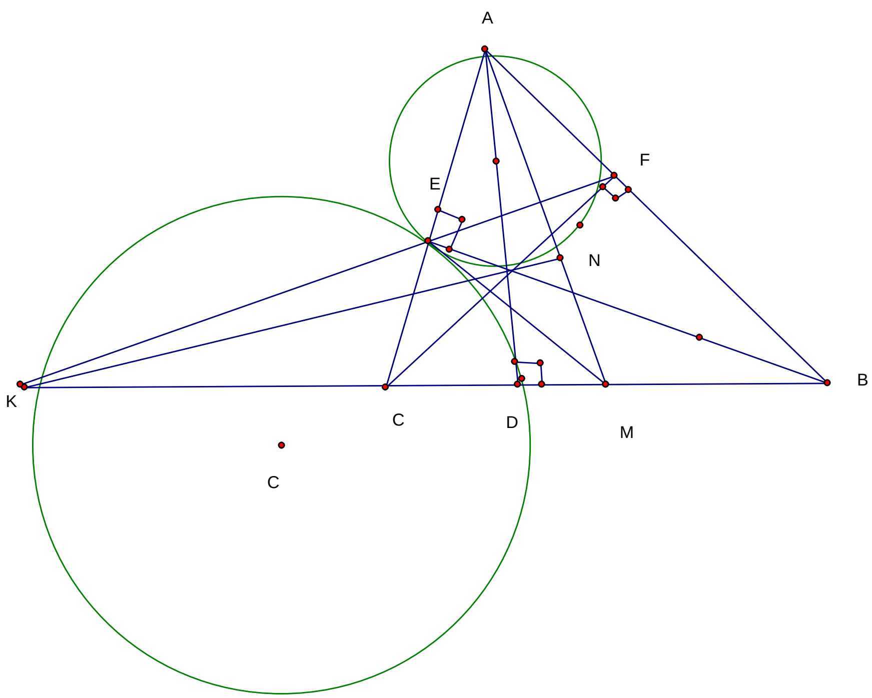
$EAH = \frac{1}{2} sd\,EH$ ***(1)***

mà $EAH = CBE$ ***(2) (cùng phụ với góc ACD)***

$MEB = CBE$ ***(3)(do đương trung tuyến ứng với cạng huyền)***

Từ (1), (2) và (3) ta có $MEH = \frac{1}{2} sd\,EH$

=> ME là tiếp tuyến đường tròn tâm (C_1)



2, gọi giao điểm AM với KH là N trước tiên chứng minh 5 điểm A,E,H,N,F cùng thuộc một đường tròn

Ta thấy $AFE = ACB; ANE = AFE \Rightarrow ANE = ACB$

=>   nghĩa là C,M,N, F cùng thuộc một đường tròn

chứng minh A,E,N, B nội tiếp

do đó $KNM = 90^0$
KH $\perp$ ***AM***

<u>Câu V</u>:: do vai trò x,y,z như nhau nên $0 \le x \le y \le z \le 1$

$$\frac{y}{1+z} + \frac{z}{1+zy} = \frac{3}{y+z}$$

Nếu x= 0 => $=> (\frac{y}{1+z} - \frac{1}{y+z}) + (\frac{z}{1+zy} - \frac{1}{y+z}) = \frac{1}{y+z}$

$$=> \frac{(y-1)(y+1+z)}{(1+z)(y+z)} + \frac{z^2-1}{(1+yz)(y+z)} = \frac{1}{y+z}$$

Ta có VT $\ge$ ***0 mà VP < 0 nên trong trường hợp này không có nghiệm***

Nếu x khác 0 mà $0 \le x \le y \le z \le 1$

$\Leftrightarrow (z-1)(1-x) \le 0$

<=> $1 + zx \ge x + z$ ***>0***

$$\Leftrightarrow x + z - zx - 1 \le 0$$

$$\Leftrightarrow x - zx + z - 1 \le 0$$

đúng với mọi $0 \le x; z \le 1$.

Dấu "=" xảy ra khi: x=z=1.

+ Ta có: $1 + zx \ge x + z \Leftrightarrow 1 + y + zx \ge x + y + z$

$$\Rightarrow \quad \frac{x}{1+y+zx} \le \frac{x}{x+y+z}$$

+ Tương tự: $\frac{y}{1+z+xy} \le \frac{y}{x+y+z}$

$$\frac{z}{1+x+yz} \le \frac{z}{x+y+z}$$

$\Rightarrow \quad VT = \frac{x}{1+y+zx} + \frac{y}{1+z+xy} + \frac{z}{1+x+yz} \le \frac{x+y+z}{x+y+z} = 1$. ***(1)***

+ Mặt khác, vì: $0 \le x; y; z \le 1 \Rightarrow x + y + z \le 3$

$\Rightarrow \quad VP = \frac{3}{x+y+z} \ge \frac{3}{3} = 1$ ***Dấu "=" xảy ra khi : x=y=z=1. (2)***

+ Từ (1) và (2) $\Rightarrow VT = VP$ ***chỉ đúng khi:*** $VT = VP = 1$.

Khí đó x=y=z=1.

**** Vậy phương trình có nghiệm duy nhất:*** $(x; y; z) = (1; 1; 1)$.

ĐỀ 111

Bài 1 : (*2 đIểM*)

a) Tính :

$$(\sqrt{2} + 1).(\sqrt{2} - 1)$$

b) Giải hệ phương trình :

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = 5 \end{cases}$$

Bài 2 : (*2 điểm*)

Cho biểu thức :

$$A = \left(\frac{x\sqrt{x} - 1}{x - \sqrt{x}} - \frac{x\sqrt{x} + 1}{x + \sqrt{x}}\right) : \frac{2(x - 2\sqrt{x} + 1)}{x - 1}$$

a) Rút gọn A.

b) Tìm x nguyên để A nhận giá trị nguyên.

Bài 3 : (*2 điểm*)

Một ca nô xuôi dòng từ bến sông A đến bến sông B cách nhau 24 km ; cùng lúc đó, cũng từ A về B một bè nứa trôi với vận tốc dòng nước là 4 km/h. Khi đến B ca nô quay lại ngay và gặp bè nứa tại địa điểm C cách A là 8 km. Tính vận tốc thực của ca nô.

Bài 4 : (*3 điểm*)

Cho đường tròn tâm O bán kính R, hai điểm C và D thuộc đường tròn, B là trung điểm của cung nhỏ CD. Kẻ đường kính BA ; trên tia đối của tia AB lấy điểm S, nối S với C cắt (O) tại M ; MD cắt AB tại K ; MB cắt AC tại H.

a) Chứng minh $\angle$ BMD = $\angle$ BAC, từ đó => tứ giác AMHK nội tiếp.

b) Chứng minh : HK // CD.

c) Chứng minh : OK.OS = R^2.

Bài 5 : (*1 điểm*)

Cho hai số a và b khác 0 thỏa mãn : 1/a + 1/b = 1/2

Chứng minh phương trình ẩn x sau luôn có nghiệm :

$(x^2 + ax + b)(x^2 + bx + a) = 0$.

Bài 3:

Do ca nô xuất phát từ A cùng với bè nứa nên thời gian của ca nô bằng thời gian bè nứa: $\frac{8}{4} = 2$ (h)

Gọi vận tốc của ca nô là x (km/h) (x>4)

Theo bài ta có: $\frac{24}{x+4} + \frac{24-8}{x-4} = 2 \Leftrightarrow \frac{24}{x+4} + \frac{16}{x-4} = 2$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 40x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 20 \end{array}\right.$$

Vởy vận tốc thực của ca nô là 20 km/h

Bài 4:

a) Ta có $BC = BD$ (GT) $\rightarrow$ $BMD = BAC$ (2 góc nội tiếp chắn 2 cung băng nhau)

* Do $BMD = BAC$ $\rightarrow$ A, M nhìn HK d- ời 1 góc bằng nhau $\rightarrow$ MHKA nội tiếp.

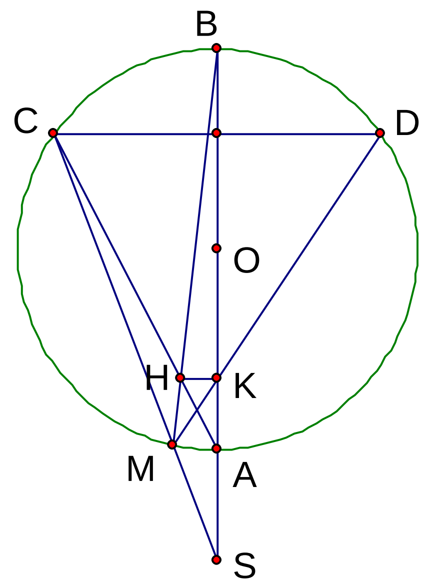
b) Do BC = BD (do $BC = BD$), OC = OD (bán kính) $\rightarrow$ OB là đ- ờng trung trực của CD

$\rightarrow$ CD $\perp$ AB (1)

Xet MHKA: là tứ giác nội tiếp, $AMH = 90^0$ (góc nt chắn nửa đ- ờng tròn) $\rightarrow$ $HKA = 180^0 - 90^0 = 90^0$ (đl)

$\rightarrow$ HK $\perp$ AB (2)

Từ 1,2 $\rightarrow$ HK // CD



Bài 5:

$$(x^2+ax+b)(x^2+bx+a)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2+ax+b=0 \ \ (*) \\ x^2+bx+a=0 \ \ (**) \end{array}\right.$$

(*) $\rightarrow$ $\Delta = \alpha^2 - 4b$, Để PT có nghiệm $a^2 - 4b \geq 0 \Leftrightarrow a^2 \geq 4b \Leftrightarrow \frac{1}{a} \geq \frac{1}{2\sqrt{b}}$ (3)

(**) $\rightarrow$ $\Delta = b^2 - 4a$ Để PT có nghiệm thì $b^2 - 4a \geq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{b} \geq \frac{1}{2\sqrt{a}}$ (4)

Cộng 3 với 4 ta có: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{1}{2\sqrt{a}} + \frac{1}{2\sqrt{b}}$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2\sqrt{a}} + \frac{1}{2\sqrt{b}} \leq \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{4a} + \frac{1}{4b} \leq \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{1}{4}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right) \leq \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{1}{8} \leq \frac{1}{4}$ (luôn luôn đúng với mọi a, b)

ĐỀ 112

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN : (4 điểm)

1. Tam giác ABC vuông tại A có $\text{tg}B = \frac{3}{4}$. Giá trị cos$C$ bằng :

a). $\cos C = \frac{3}{5}$; b). $\cos C = \frac{4}{5}$; c). $\cos C = \frac{5}{3}$; d). $\cos C = \frac{5}{4}$

2. Cho một hình lập phương có diện tích toàn phần S_1 ; thể tích V_1 và một hình cầu có diện tích S_2 ; thể tích V_2. Nếu $S_1 = S_2$ thì tỷ số thể tích $\frac{V_1}{V_2}$ bằng :

a). $\frac{V_1}{V_2} = \sqrt{\frac{6}{\pi}}$; b). $\frac{V_1}{V_2} = \sqrt{\frac{\pi}{6}}$; c). $\frac{V_1}{V_2} = \sqrt{\frac{4}{3\pi}}$; d). $\frac{V_1}{V_2} = \sqrt{\frac{3\pi}{4}}$

3. Đẳng thức $\sqrt{x^4 - 8x^2 + 16} = 4 - x^2$ xảy ra khi và chỉ khi :

a). $x \geq 2$; b). $x \leq -2$; c). $x \geq -2$ và $x \leq 2$; d). $x \geq 2$ hoặc $x \leq -2$

4. Cho hai phương trình $x^2 - 2x + a = 0$ và $x^2 + x + 2a = 0$. Để hai phương trình cùng vô nghiệm thì :

a). $a > 1$; b). $a < 1$; c). $a > \frac{1}{8}$; d). $a < \frac{1}{8}$

5. Điều kiện để phương trình $x^2 - (m^2 + 3m - 4)x + m = 0$ có hai nghiệm đối nhau là :

a). $m < 0$; b). $m = -1$; c). $m = 1$; d). $m = -4$

6. Cho phương trình $x^2 - x - 4 = 0$ có nghiệm x_1, x_2. Biểu thức $A = x_1^3 + x_2^3$ có giá trị :

a). $A = 28$; b). $A = -13$; c). $A = 13$; d). $A = 18$

7. Cho góc α nhọn, hệ phương trình $\begin{cases} x\sin\alpha - y\cos\alpha = 0 \\ x\cos\alpha + y\sin\alpha = 1 \end{cases}$ có nghiệm :

a). $\begin{cases} x = \sin\alpha \\ y = \cos\alpha \end{cases}$; b). $\begin{cases} x = \cos\alpha \\ y = \sin\alpha \end{cases}$; c). $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$; d). $\begin{cases} x = -\cos\alpha \\ y = -\sin\alpha \end{cases}$

8. Diện tích hình tròn ngoại tiếp một tam giác đều cạnh *a* là :

a). πa^2 ; b). $\frac{3\pi a^2}{4}$; c). $3\pi a^2$; d). $\frac{\pi a^2}{3}$

PHẦN 2. TỰ LUẬN : (16 điểm)

Câu 1 : (4,5 điểm)

1. Cho phương trình $x^4 - (m^2 + 4m)x^2 + 7m - 1 = 0$. Định *m* để phương trình có 4 nghiệm phân biệt và tổng bình phương tất cả các nghiệm bằng 10.
2. Giải phương trình: $\frac{3}{x^4 + x^2 + 1} + 5 = 3x^2(x^2 + 1)$

Câu 2 :

(3,5 điểm)

1. Cho góc nhọn α. Rút gọn không còn dấu căn biểu thức :

$$P=\sqrt{\cos^2\alpha-2\sqrt{1-\sin^2\alpha}+1}$$

2. Chứng minh: $\left(4+\sqrt{15}\right)\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)\sqrt{4-\sqrt{15}}=\sqrt{2}$

Câu 3 : **(2 điểm)**

Với ba số không âm a, b, c, chứng minh bất đẳng thức :

$$a+b+c+1\geq\frac{2}{3}\left(\sqrt{ab}+\sqrt{bc}+\sqrt{ca}+\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}\right)$$

Khi nào đẳng thức xảy ra ?

Câu 4 : **(6 điểm)**

Cho 2 đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại hai điểm A, B phân biệt. Đường thẳng OA cắt (O), (O') lần lượt tại điểm thứ hai C, D. Đường thẳng O'A cắt (O), (O') lần lượt tại điểm thứ hai E, F.

1. Chứng minh 3 đường thẳng AB, CE và DF đồng quy tại một điểm I.
2. Chứng minh tứ giác BEIF nội tiếp được trong một đường tròn.
3. Cho PQ là tiếp tuyến chung của (O) và (O') (P ∈ (O), Q ∈ (O')). Chứng minh đường thẳng AB đi qua trung điểm của đoạn thẳng PQ.

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN : **(4 điểm)** **0,5đ × 8**

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8
a).	x			x				
b).		x					x	
c).			x			x		
d).					x			x

PHẦN 2. TỰ LUẬN :

Câu 1 : **(4,5 điểm)**

1.

Đặt $X = x^2\,(X \geq 0)$

Phương trình trở thành $X^4 - (m^2+4m)X^2 + 7m - 1 = 0$ (1)

Phương trình có 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ (1) có 2 nghiệm phân biệt dương +

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m^2+4m)^2 - 4(7m-1) > 0 \\ m^2 + 4m > 0 \\ 7m - 1 > 0 \end{cases} \quad \text{(I)} +$$

Với điều kiện (I), (1) có 2 nghiệm phân biệt dương X_1 , X_2.

$\Rightarrow$ phương trình đã cho có 4 nghiệm $x_{1,2} = \pm\sqrt{X_1}$; $x_{3,4} = \pm\sqrt{X_2}$

$\Rightarrow x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = 2(X_1 + X_2) = 2(m^2+4m)$ +

Vậy ta có $2(m^2+4m) = 10 \Rightarrow m^2 + 4m - 5 = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = -5 \end{array}\right.$ +

Với $m = 1$, (I) được thỏa mãn +

Với $m = -5$, (I) không thỏa mãn. +

Vậy $m = 1$.

2.

Đặt $t = x^4 + x^2 + 1$ $(t \geq 1)$

Được phương trình $\dfrac{3}{t} + 5 = 3(t-1)$ +

$3t^2 - 8t - 3 = 0$

$\Rightarrow t = 3$; $t = -\dfrac{1}{3}$ (loại) +

Vậy $x^4 + x^2 + 1 = 3$

$\Rightarrow x = \pm 1$. +

Câu 2 : (3,5 điểm)

1.

$P = \sqrt{\cos^2\alpha - 2\sqrt{1-\sin^2\alpha} + 1} = \sqrt{\cos^2\alpha - 2\sqrt{\cos^2\alpha} + 1}$

$P = \sqrt{\cos^2\alpha - 2\cos\alpha + 1}$ (vì $\cos\alpha > 0$) +

$P = \sqrt{(\cos\alpha - 1)^2}$ +

$P = 1 - \cos\alpha$ (vì $\cos\alpha < 1$) +

2.

$$\left(4+\sqrt{15}\right)\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)\sqrt{4-\sqrt{15}} = \left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)\sqrt{\left(4+\sqrt{15}\right)^2\left(4-\sqrt{15}\right)} \quad +$$

$$= \left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)\sqrt{4+\sqrt{15}}$$

$$= \sqrt{\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)^2\left(4+\sqrt{15}\right)} \quad +$$

$$= \sqrt{\left(8-2\sqrt{15}\right)\left(4+\sqrt{15}\right)} \quad +$$

$$= \sqrt{2} \quad +$$

Câu 3 : (2 điểm)

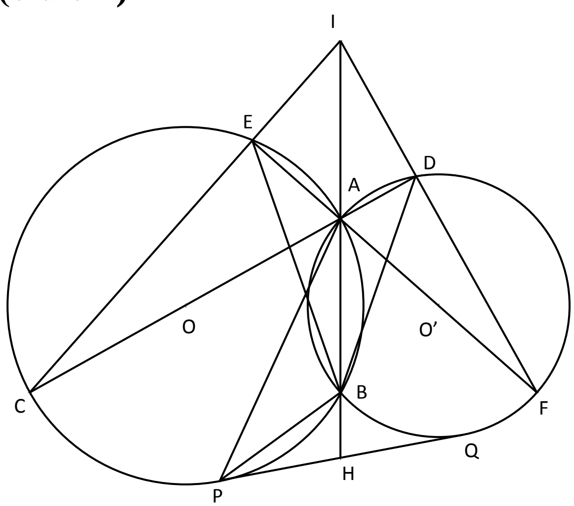
$$\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^2 \geq 0 \Rightarrow a+b \geq 2\sqrt{ab} \quad +$$

Tương tự,
$$\left.\begin{array}{l} a+c \geq 2\sqrt{ac} \\ b+c \geq 2\sqrt{bc} \\ a+1 \geq 2\sqrt{a} \\ b+1 \geq 2\sqrt{b} \\ c+1 \geq 2\sqrt{c} \end{array}\right\} \quad +$$

Cộng vế với vế các bất đẳng thức cùng chiều ở trên ta được điều phải chứng minh. +

Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow a = b = c = 1$ +

Câu 4 : (6 điểm)



+

1.

Ta có : ABC = 1v

ABF = 1v

$\Rightarrow$ B, C, F thẳng hàng. +

AB, CE và DF là 3 đường cao của tam giác ACF nên chúng đồng quy. ++

2.
ECA = EBA (cùng chắn cung AE của (O)) +
Mà ECA = AFD (cùng phụ với hai góc đối đỉnh) +
$\Rightarrow$ EBA = AFD hay EBI = EFI +
$\Rightarrow$ Tứ giác BEIF nội tiếp. +

3.
Gọi H là giao điểm của AB và PQ
Chứng minh được các tam giác AHP và PHB đồng dạng +
$\Rightarrow \frac{HP}{HB} = \frac{HA}{HP} \Rightarrow HP^2 = HA.HB$ +
Tương tự, $HQ^2 = HA.HB$ +
$\Rightarrow$ HP = HQ $\Rightarrow$ H là trung điểm PQ. +

ĐỀ 113

I.TRẮC NGHIỆM:(2 điểm)

Hãy ghi lại một chữ cái đứng tr- ớc khẳng định đúng nhất.

Câu 1: **Kết quả của phép tính** $\left(8\sqrt{18}-2\sqrt{98}+\sqrt{72}\right):\sqrt{2}$ **là :**

A . 4 **B .** $5\sqrt{2}+6$ **C . 16** **D . 44**

Câu 2 : **Giá trị nào của m thì ph- ơng trình mx^2 +2 x + 1 = 0 có hai nghiệm phân biệt :**

A. $m \neq 0$ **B.** $m < \frac{1}{4}$ C. $m \neq 0$ và $m < \frac{1}{4}$ **D.** $m \neq 0$ và $m < 1$

Câu 3 :**Cho** $\triangle ABC$ **nội tiếp đ- ờng tròn (O) có** $B = 60^0; C = 45^0$**. Sđ** BC **là:**

A . 75^0 **B . 105^0** **C . 135^0** **D . 150^0**

Câu 4 : **Một hình nón có bán kính đ- ờng tròn đáy là 3cm, chiều cao là 4cm thì diện tích xung quanh hình nón là:**

A 9π (cm^2) **B. 12π (cm^2)** **C . 15π (cm^2)** **D. 18π (cm^2)**

II. Tự Luận: (8 điểm)

Câu 5 : **Cho biểu thức A=**$\frac{x+1-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}+\frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$

a) Tìm x để biểu thức A có nghĩa.

b) Rút gọn biểu thức A.

c) Với giá trị nào của x thì A<1.

Câu 6 : **Hai vòi n- ớc cùng chảy vào một bể thì đầy bể sau 2 giờ 24 phút. Nếu chảy riêng từng vòi thì vòi thứ nhất chảy đầy bể nhanh hơn vòi thứ hai 2 giờ. Hỏi nếu mở riêng từng vòi thì mỗi vòi chảy bao lâu thì đầy bể?**

Câu 7 : **Cho đ- ờng tròn tâm (O) đ- ờng kính AB. Trên tia đối của tia AB lấy điểm C (AB>BC). Vẽ đ- ờng tròn tâm (O') đ- ờng kính BC.Gọi I là trung điểm của AC. Vẽ dây MN vuông góc với AC tại I, MC cắt đ- ờng tròn tâm O' tại D.**

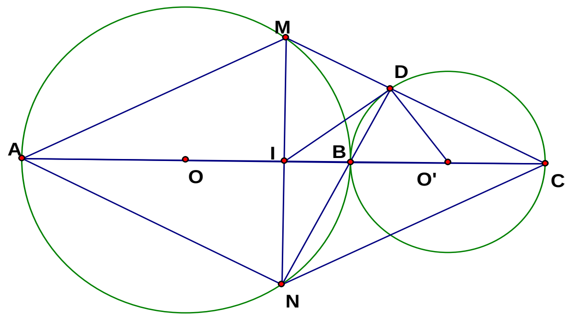
a) Tứ giác AMCN là hình gì? Tại sao?

b) Chứng minh tứ giác NIDC nội tiếp?

c) Xác định vị trí t- ơng đối của ID và đ- ờng tròn tâm (O) với đ- ờng tròn tâm (O').

Đáp án

Câu	Nội dung	Điểm
1	C	0.5
2	D	0.5
3	D	0.5
4	C	0.5
5	a) A có nghĩa $\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ \sqrt{x} - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$	0.5
	b) A= $\dfrac{\left(\sqrt{x}-1\right)^2}{\sqrt{x}-1} + \dfrac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)}{\sqrt{x}+1}$	0.5
	$= \sqrt{x} - 1 + \sqrt{x}$	0.25
	=2 $\sqrt{x} - 1$	0.25
	c) A<1 $\Rightarrow$ 2 $\sqrt{x} - 1$<1	0.25
	$\Rightarrow 2\sqrt{x} < 2$	0.25
	$\Rightarrow \sqrt{x} < 1$ $\Rightarrow$x<1	0.25
	Kết hợp điều kiện câu a) $\Rightarrow$ Vậy với $0 \leq x < 1$ thì A<1	0.25
6	2giờ 24 phút= $\dfrac{12}{5}$ giờ Gọi thời gian vòi thứ nhất chảy một mình đầy bể là x (giờ) (Đk x>0)	0.25
	Thời gian vòi thứ hai chảy một mình đầy bể là: x+2 (giờ)	

	Trong 1 giờ vòi thứ nhất chảy đ- ợc : $\frac{1}{x}$ **(bể)** **Trong 1 giờ vòi thứ hai chảy đ- ợc :** $\frac{1}{x+2}$ **(bể)** **Trong 1 giờ cả hai vòi chảy đ- ợc :** $\frac{1}{x}+\frac{1}{x+2}$ **(bể)**	**0.5**
	Theo bài ra ta có ph- ơng trình: $\frac{1}{x}+\frac{1}{x+2}=\frac{1}{\frac{12}{5}}$	**0.25**
	Giải ph- ơng trình ta đ- ợc $x_1=4$; $x_2=-\frac{6}{5}$ **(loại)**	**0.75**
	Vậy: Thời gian vòi thứ nhất chảy một mình đầy bể là:4 giờ **Thời gian vòi thứ hai chảy một mình đầy bể là: 4+2 =6(giờ)**	**0.25**
7	**Vẽ hình và ghi gt, kl đúng** 	**0.5**
	a) Đ- ờng kính $AB\perp MN$ **(gt)** $\Rightarrow$ **I là trung điểm của MN (Đ- ờng kính và dây cung)**	**0.5**
	IA=IC (gt) $\Rightarrow$ **Tứ giác AMCN có đ- ơng chéo AC và MN cắt nhau tại trung điểm của mỗi đ- ờng và vuông góc với nhau nên là hình thoi.**	**0.5**
	b) $ANB=90^0$ **(góc nội tiếp chắn 1/2 đ- ờng tròn tâm (O))** $\Rightarrow$ **BN** $\perp$ **AN.**	
	AN// MC (cạnh đối hình thoi AMCN). $\Rightarrow$ **BN** $\perp$ **MC (1)**	
	$BDC=90^0$ **(góc nội tiếp chắn 1/2 đ- ờng tròn tâm (O'))** **BD** $\perp$ **MC (2)**	
	Từ (1) và (2) $\Rightarrow$ **N,B,D thẳng hàng do đó** $NDC=90^0$ **(3).** $NIC=90^0$ **(vì AC** $\perp$ **MN) (4)**	**0.5**
	Từ (3) và (4) $\Rightarrow$ **N,I,D,C cùng nằm trên đ- ờng tròn đ- ờng kính NC** $\Rightarrow$ **Tứ giác NIDC nội tiếp**	**0.5**
	c) $O\in BA$. $O'\in BC$ **mà BA vafBC là hai tia đối nhau** $\Rightarrow$ **B nằm giữa O và O' do đó ta có** $OO'=OB+O'B$ $\Rightarrow$ **đ- ờng tròn (O) và đ- ờng tròn (O') tiếp xúc ngoài tại B**	**0.5**

	$\triangle$ **MDN vuông tại D nên trung tuyến DI =** $\frac{1}{2}$ **MN =MI** $\Rightarrow \triangle$ **MDI cân** $\Rightarrow IMD = IDM$ **.** **T- ơng tự ta có** $O'DC = O'CD$ **mà** $IMD + O'CD = 90^0$ **(vì** $MIC = 90^0$**)**	**0.25**
	$\Rightarrow IDM + O'DC = 90^0$ **mà** $MDC = 180^0 \Rightarrow IDO' = 90^0$ **do đó ID** $\perp$ **DO** $\Rightarrow$ **ID là tiếp tuyến của đ- ờng tròn (O')**.	**0.25**

ĐỀ 114

Câu1 : Cho biểu thức

$$A=\left(\frac{x^3-1}{x-1}+x\right)\left(\frac{x^3+1}{x+1}-x\right):\frac{x(1-x^2)^2}{x^2-2} \text{ Với } x\neq\sqrt{2};\pm1$$

.a, Ruý gọn biểu thức A

.b , Tính giá trị của biểu thức khi cho x= $\sqrt{6+2\sqrt{2}}$

c. Tìm giá trị của x để A=3

Câu2.a, Giải hệ ph- ơng trình:

$$\begin{cases}(x-y)^2+3(x-y)=4\\ 2x+3y=12\end{cases}$$

b. Giải bất ph- ơng trình:

$$\frac{x^3-4x^2-2x-15}{x^2+x+3}<0$$

Câu3. Cho ph- ơng trình $(2m-1)x^2-2mx+1=0$

Xác định m để ph- ơng trình trên có nghiệm thuộc khoảng (-1,0)

Câu 4. Cho nửa đ- ờng tròn tâm O , đ- ờng kính BC .Điểm A thuộc nửa đ- ờng tròn đó D- ng hình vuông ABCD thuộc nửa mặt phẳng bờ AB, không chứa đỉnh C. Gọi Flà giao điểm của Aevà nửa đ- ờng tròn (O) . Gọi Klà giao điểm của CFvà ED

a. chứng minh rằng 4 điểm E,B,F,K. nằm trên một đ- ờng tròn
b. Tam giác BKC là tam giác gì ? Vì sao. ?

đáp án

Câu 1: a. Rút gọn A= $\frac{x^2-2}{x}$

b.Thay x= $\sqrt{6+2\sqrt{2}}$ vào A ta đ- ợc A= $\frac{4+2\sqrt{2}}{\sqrt{6+2\sqrt{2}}}$

c.A=3<=> $x^2-3x-2=0$=> x= $\frac{3\pm\sqrt{17}}{2}$

Câu 2 : a)Đặt x-y=a ta đ- ợc pt: $a^2+3a=4$ => a=-1;a=-4

Từ đó ta có $\begin{cases}(x-y)^2+3(x-y)=4\\2x+3y=12\end{cases}$ <=>

* $\begin{cases}x-y=1\\2x+3y=12\end{cases}$ (1)

* $\begin{cases}x-y=-4\\2x+3y=12\end{cases}$ (2)

Giải hệ (1) ta đ- ợc x=3, y=2

Giải hệ (2) ta đ- ợc x=0, y=4

Vậy hệ ph- ơng trình có nghiệm là x=3, y=2 hoặc x=0; y=4

b) Ta có $x^3-4x^2-2x-15=(x-5)(x^2+x+3)$

mà $x^2+x+3=(x+1/2)^2+11/4>0$ với mọi x

Vậy bất ph- ơng trình t- ơng đ- ơng với x-5>0 =>x>5

<u>Câu 3</u>: Ph- ơng trình: (2m-1)x^2-2mx+1=0

- Xét 2m-1=0=> m=1/2 pt trở thành —x+1=0=> x=1
- Xét 2m-1≠0=> m≠ 1/2 khi đó ta có

Δ' = m^2-2m+1= $(m-1)^2$≥0 mọi m=> pt có nghiệm với mọi m

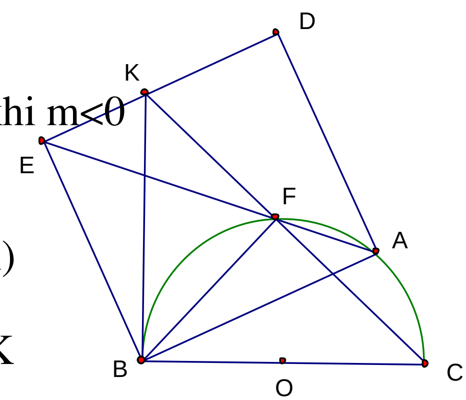
ta thấy nghiệm x=1 không thuộc (-1,0)

với m≠ 1/2 pt còn có nghiệm x=$\frac{m-m+1}{2m-1}=\frac{1}{2m-1}$

pt có nghiệm trong khoảng (-1,0)=> -1<$\frac{1}{2m-1}$<0

$\begin{cases}\frac{1}{2m-1}+1>0\\2m-1<0\end{cases}$ => $\begin{cases}\frac{2m}{2m-1}>0\\2m-1<0\end{cases}$ =>m<0

Vậy Pt có nghiệm trong khoảng (-1,0) khi và chỉ khi m<0



<u>Câu 4:</u>

a. Ta có $\angle$KEB= 90^0

mặt khác $\angle$BFC= 90^0(góc nội tiếp chắn nữa đ- ờng tròn)

do CF kéo dài cắt ED tại D

=> $\angle$BFK= 90^0 => E,F thuộc đ- ờng tròn đ- ờng kính BK

hay 4 điểm E,F,B,K thuộc đ- ờng tròn đ- ờng kính BK.

b. $\angle$BCF= $\angle$BAF

Mà $\angle$ BAF= $\angle$BAE=45^0=> $\angle$ BCF= 45^0

Ta có $\angle$BKF= $\angle$ BEF

Mà $\angle$ BEF= $\angle$ BEA=45^0(EA là đ- ờng chéo của hình vuông ABED)=> $\angle$BKF=45^0

Vì $\angle$ BKC= $\angle$ BCK= 45^0=> tam giác BCK vuông cân tại B

ĐỀ 115

Bài 1: Cho biểu thức: P = $\left(\frac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}}-\frac{x\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}}\right):\left(\frac{2\left(x-2\sqrt{x}+1\right)}{x-1}\right)$

a,Rút gọn P

b,Tìm x nguyên để P có giá trị nguyên.

Bài 2: Cho ph- ơng trình: x^2-(2m + 1)x + m^2 + m - 6= 0 (*)

a.Tìm m để ph- ơng trình (*) có 2 nghiệm âm.

b.Tìm m để ph- ơng trình (*) có 2 nghiệm x_1; x_2 thoả mãn $\left|x_1^3-x_2^3\right|$ =50

Bài 3: Cho ph- ơng trình: $ax^2 + bx + c = 0$ có hai nghiệm d- ơng phân biệt x_1, x_2

Chứng minh:

a,Ph- ơng trình $ct^2 + bt + a = 0$ cũng có hai nghiệm d- ơng phân biệt t_1 và t_2.

b,Chứng minh: $x_1 + x_2 + t_1 + t_2 \geq 4$

Bài 4: Cho tam giác có các góc nhọn ABC nội tiếp đ- ờng tròn tâm O . H là trực tâm của tam giác. D là một điểm trên cung BC không chứa điểm A.

a, Xác định vị trí của điểm D để tứ giác BHCD là hình bình hành.

b, Gọi P và Q lần l- ợt là các điểm đối xứng của điểm D qua các đ- ờng thẳng AB và AC . Chứng minh rằng 3 điểm P; H; Q thẳng hàng.

c, Tìm vị trí của điểm D để PQ có độ dài lớn nhất.

Bài 5: Cho hai số d- ơng x; y thoả mãn: x + y $\leq$ 1

Tìm giá trị nhỏ nhất của: A = $\frac{1}{x^2+y^2}+\frac{501}{xy}$

Đáp án

Bài 1: **(2 điểm).** ĐK: x $\geq 0; x \neq 1$

a, Rút gọn: P = $\frac{2x(x-1)}{x(x-1)}:\frac{2\left(\sqrt{x}-1_{z}\right)^2}{x-1}$ <=> P = $\frac{\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}-1)^2}=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$

b. P $= \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} = 1 + \frac{2}{\sqrt{x}-1}$

Để P nguyên thì

$\sqrt{x}-1=1 \Rightarrow \sqrt{x}=2 \Rightarrow x=4$

$\sqrt{x}-1=-1 \Rightarrow \sqrt{x}=0 \Rightarrow x=0$

$\sqrt{x}-1=2 \Rightarrow \sqrt{x}=3 \Rightarrow x=9$

$\sqrt{x}-1=-2 \Rightarrow \sqrt{x}=-1(Loai)$

Vậy với x= $\{0;4;9\}$ thì P có giá trị nguyên.

Bài 2: Để ph- ơng trình có hai nghiệm âm thì:

$$\begin{cases} \Delta = (2m+1)^2 - 4(m^2+m-6) \geq 0 \\ x_1x_2 = m^2+m-6 > 0 \\ x_1+x_2 = 2m+1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 25 > 0 \\ (m-2)(m+3) > 0 \Leftrightarrow m < -3 \\ m < -\frac{1}{2} \end{cases}$$

b. Giải ph- ơng trình: $\left|(m-2)^3 - (m+3)^3\right| = 50$

$$\Leftrightarrow \left|5(3m^2+3m+7)\right| = 50 \Leftrightarrow m^2+m-1=0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m_1 = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \\ m_2 = \frac{-1-\sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

<u>**Bài 3**</u>**:** a. Vì x_1 là nghiệm của ph- ơng trình: $ax^2 + bx + c = 0$ nên $ax_1{}^2 + bx_1 + c = 0$. .

Vì $x_1 > 0$ => c.$\left(\frac{1}{x^1}\right)^2 + b.\frac{1}{x_1} + a = 0.$ Chứng tỏ $\frac{1}{x_1}$ là một nghiệm d- ơng của ph- ơng

trình: $ct^2 + bt + a = 0$; $t_1 = \frac{1}{x_1}$ Vì x_2 là nghiệm của ph- ơng trình:

$ax^2 + bx + c = 0$ => $ax_2{}^2 + bx_2 + c = 0$

vì $x_2 > 0$ nên c. $\left(\frac{1}{x_2}\right)^2 + b.\left(\frac{1}{x_2}\right) + a = 0$ điều này chứng tỏ $\frac{1}{x_2}$ là một nghiệm d- ơng của ph- ơng trình $ct^2 + bt + a = 0$; $t_2 = \frac{1}{x_2}$

Vậy nếu ph- ơng trình: $ax^2 + bx + c = 0$ có hai nghiệm d- ơng phân biệt x_1; x_2 thì ph- ơng trình : $ct^2 + bt + a = 0$ cũng có hai nghiệm d- ơng phân biệt t_1 ; t_2 . $t_1 = \frac{1}{x_1}$; $t_2 = \frac{1}{x_2}$

b. Do x_1; x_1; t_1; t_2 đều là những nghiệm d- ơng nên

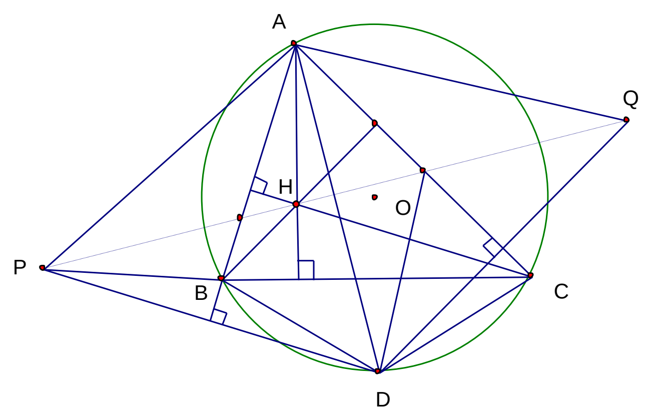
$t_1 + x_1 = \frac{1}{x_1} + x_1 \geq 2$ $\qquad$ $t_2 + x_2 = \frac{1}{x_2} + x_2 \geq 2$

Do đó $x_1 + x_2 + t_1 + t_2 \geq 4$

Bài 4

a. Giả sử đã tìm đ- ợc điểm D trên cung BC sao cho tứ giác BHCD là hình bình hành .

Khi đó: BD//HC; CD//HB vì H là trực tâm tam giác ABC nên



CH $\perp AB$ và BH $\perp AC$ => BD $\perp AB$ và CD $\perp AC$.

Do đó: $\angle ABD = 90^0$ và $\angle ACD = 90^0$.

Vậy AD là đ- ờng kính của đ- ờng tròn tâm O

Ng- ợc lại nếu D là đầu đ- ờng kính AD của đ- ờng tròn tâm O thì tứ giác BHCD là hình bình hành.

b) Vì P đối xứng với D qua AB nên $\angle APB = \angle ADB$

nh- ng $\angle ADB = \angle ACB$ nh- ng $\angle ADB = \angle ACB$

Do đó: $\angle APB = \angle ACB$ Mặt khác:

$\angle AHB + \angle ACB = 180^0$ => $\angle APB + \angle AHB = 180^0$

Tứ giác APBH nội tiếp đ- ợc đ- ờng tròn nên $\angle PAB = \angle PHB$

Mà $\angle PAB = \angle DAB$ do đó: $\angle PHB = \angle DAB$

Chứng minh t- ơng tự ta có: $\angle CHQ = \angle DAC$

Vậy $\angle PHQ = \angle PHB + \angle BHC + \angle CHQ = \angle BAC + \angle BHC = 180^0$

Ba điểm P; H; Q thẳng hàng

c). Ta thấy Δ APQ là tam giác cân đỉnh A

Có AP = AQ = AD và $\angle$PAQ = $\angle$2BAC không đổi nên cạnh đáy PQ

đạt giá trị lớn nhất ⇔ AP và AQ là lớn nhất hay ⇔ AD là lớn nhất

⇔ D là đầu đ- ờng kính kẻ từ A của đ- ờng tròn tâm O

ĐỀ 116

Bài 1: Cho biểu thức: $P = \dfrac{x}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})(1-\sqrt{y})} - \dfrac{y}{\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)\left(\sqrt{x}+1\right)} - \dfrac{xy}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(1-\sqrt{y}\right)}$

a). Tìm điều kiện của x và y để P xác định . Rút gọn P.

b). Tìm x,y nguyên thỏa mãn phong trình P = 2.

Bài 2: Cho parabol (P) : y = -x^2 và đồng thẳng (d) có hệ số góc m đi qua điểm M(-1 ; -2) .

a). Chứng minh rằng với mọi giá trị của m (d) luôn cắt (P) tại hai điểm A , B phân biệt

b). Xác định m để A,B nằm về hai phía của trục tung.

Bài 3: Giải hệ phong trình :

$$\begin{cases} x+y+z=9 \\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=1 \\ xy+yz+zx=27 \end{cases}$$

Bài 4: Cho đ- ờng tròn (O) đờng kính AB = 2R và C là một điểm thuộc đ- ờng tròn $(C \neq A ; C \neq B)$. Trên nửa mặt phẳng bờ AB có chứa điểm C , kẻ tia Ax tiếp xúc với đờng tròn (O), gọi M là điểm chính giữa của cung nhỏ AC . Tia BC cắt Ax tại Q , tia AM cắt BC tại N.

a). Chứng minh các tam giác BAN và MCN cân .

b). Khi MB = MQ , tính BC theo R.

Bài 5: Cho $x, y, z \in R$ thỏa mãn : $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=\dfrac{1}{x+y+z}$

Hãy tính giá trị của biểu thức : M = $\dfrac{3}{4}$ + (x^8 — y^8)(y^9 + z^9)(z^{10} — x^{10}) .

Đáp án

Bài 1: a). Điều kiện để P xác định là :; $x \geq 0 ; y \geq 0 ; y \neq 1 ; x+y \neq 0$.

*). Rút gọn P: $P = \dfrac{x(1+\sqrt{x})-y(1-\sqrt{y})-xy\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)}{\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)\left(1+\sqrt{x}\right)\left(1-\sqrt{y}\right)} = \dfrac{(x-y)+\left(x\sqrt{x}+y\sqrt{y}\right)-xy\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)}{\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)\left(1+\sqrt{x}\right)\left(1-\sqrt{y}\right)}$

$= \dfrac{(\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x}-\sqrt{y}+x-\sqrt{xy}+y-xy)}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})(1+\sqrt{x})(1-\sqrt{y})} = \dfrac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)-\sqrt{y}(\sqrt{x}+1)+y(1+\sqrt{x})(1-\sqrt{x})}{(1+\sqrt{x})(1-\sqrt{y})}$

$= \dfrac{\sqrt{x}-\sqrt{y}+y-y\sqrt{x}}{(1-\sqrt{y})} = \dfrac{\sqrt{x}(1-\sqrt{y})(1+\sqrt{y})-\sqrt{y}(1-\sqrt{y})}{(1-\sqrt{y})} = \sqrt{x}+\sqrt{xy}-\sqrt{y}.$

Vậy P = $\sqrt{x}+\sqrt{xy}-\sqrt{y}.$

b). P = 2 $\Leftrightarrow$ $\sqrt{x}+\sqrt{xy}-\sqrt{y}.=2$

$\Leftrightarrow \sqrt{x}(1+\sqrt{y})-(\sqrt{y}+1)=1$

$\Leftrightarrow (\sqrt{x}-1)(1+\sqrt{y})=1$

Ta có: 1 + $\sqrt{y}\ge 1 \Rightarrow \sqrt{x}-1\le 1 \Leftrightarrow 0\le x\le 4 \Rightarrow$ x = 0; 1; 2; 3 ; 4

Thay vào ta cócác cặp giá trị (4; 0) và (2 ; 2) thoả mãn

Bài 2: a). Đ- ờng thẳng (d) có hệ số góc m và đi qua điểm M(-1 ; -2) . Nên phơng trình đờng thẳng (d) là : y = mx + m — 2.

Hoành độ giao điểm của (d) và (P) là nghiệm của phơng trình:

$-x^2 = mx + m - 2$

$\Leftrightarrow x^2 + mx + m - 2 = 0$ (*)

Vì phơng trình (*) có $\Delta = m^2 - 4m + 8 = (m-2)^2 + 4 > 0\ \forall m$ nên phơng trình (*) luôn có hai nghiệm phân biệt , do đó (d) và (P) luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt A và B.

b). A và B nằm về hai phía của trục tung $\Leftrightarrow$ phơng trình : $x^2 + mx + m - 2 = 0$ có hai nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow$ m — 2 < 0 $\Leftrightarrow$ m < 2.

Bài 3: $\begin{cases} x+y+z=9 & (1)\\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=1 & (2)\\ xy+yz+xz=27 & (3)\end{cases}$

ĐKXĐ : $x\ne 0,\ y\ne 0,\ z\ne 0.$

$\Rightarrow (x+y+z)^2 = 81 \Leftrightarrow x^2+y^2+z^2+2(xy+yz+zx)=81$

$\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2 = 81-2(xy+yz+zx) \Leftrightarrow x^2+y^2+z^2=27$

$\Rightarrow x^2+y^2+z^2 = (xy+yz+zx) \Rightarrow 2(x^2+y^2+z^2)-2(xy+yz+zx)=0$

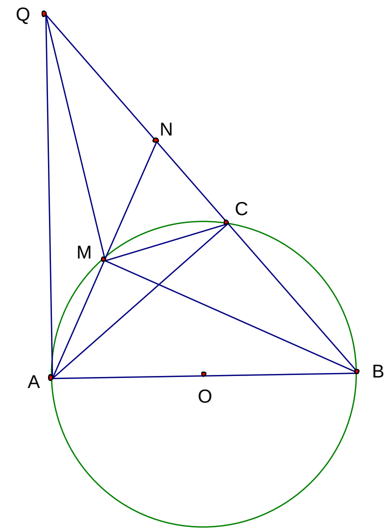
$\Leftrightarrow (x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2=0$

$\Leftrightarrow \begin{cases}(x-y)^2=0\\(y-z)^2=0\\(z-x)^2=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=y\\y=z\\z=x\end{cases} \Leftrightarrow x=y=z$

Thay vào (1) => x = y = z = 3 .

Ta thấy x = y = z = 3 thõa mãn hệ phong trình . Vậy hệ phong trình có nghiệm duy nhất x = y = z = 3.

Bài 4:



a). Xét ΔABM và ΔNBM .

Ta có: AB là đờng kính của đờng tròn (O)

nên :AMB = NMB = 90º .

M là điểm chính giữa của cung nhỏ AC

nên ABM = MBN => BAM = BNM

=> ΔBAN cân đỉnh B.

Tứ giác AMCB nội tiếp

=> BAM = MCN (cùng bù với góc MCB).

=> MCN = MNC (cùng bằng góc BAM).

=> Tam giác MCN cân đỉnh M

b). Xét Δ MCB và Δ MNQ có :

MC = MN (theo cm trên MNC cân) ; MB = MQ (theo gt)

$\angle$ BMC = $\angle$ MNQ (vì : $\angle$MCB = $\angle$MNC ; $\angle$MBC = $\angle$MQN).

=> $\Delta\ MCB = \Delta\ MNQ\ (c.g.c)$. => BC = NQ .

Xét tam giác vuông ABQ có $AC \perp BQ \Rightarrow AB^2 = BC \cdot BQ = BC(BN + NQ)$

=> $AB^2 = BC .(AB + BC) = BC(BC + 2R)$

=> $4R^2 = BC(BC + 2R)$ => BC = $(\sqrt{5} - 1)R$

Bài 5:

Từ : $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{x+y+z}$ => $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} - \frac{1}{x+y+z} = 0$

=> $\frac{x+y}{xy} + \frac{x+y+z-z}{z(x+y+z)} = 0$

$\Rightarrow (z+y)\left(\frac{1}{xy} + \frac{1}{z(x+y+z)}\right) = 0$

$\Rightarrow (x+y)\left(\frac{zx + zy + z^2 + xy}{xyz(x+y+z)}\right) = 0$

$\Rightarrow (x+y)(y+z)(z+x) = 0$

Ta có : $x^8 — y^8 = (x + y)(x-y)(x^2+y^2)(x^4 + y^4)$.=

$y^9 + z^9 = (y + z)(y^8 — y^7z + y^6z^2 - .... + z^8)$

$z^{10} - x^{10} = (z + x)(z^4 — z^3x + z^2x^2 — zx^3 + x^4)(z^5 - x^5)$

Vậy M = $\frac{3}{4}$ + (x + y) (y + z) (z + x).A = $\frac{3}{4}$

ĐỀ 117

Bài 1: 1) Cho đ- ờng thẳng d xác định bởi $y = 2x + 4$. Đ- ờng thẳng $d^{/}$ đối xứng với đ- ờng thẳng d qua đ- ờng thẳng $y = x$ là:

A.$y = \frac{1}{2}x + 2$; B.$y = x - 2$; C.$y = \frac{1}{2}x - 2$; D.$y = -2x - 4$

Hãy chọn câu trả lời đúng.

3) Một hình trụ có chiều cao gấp đôi đ- ờng kính đáy dựng đầy n- ớc, nhúng chìm vào bình một hình cầu khi lấy ra mực n- ớc trong bình còn lại $\frac{2}{3}$ bình.

Tỉ số giữa bán kính hình trụ và bán kính hình cầu là

A.2 ; B.$\sqrt[3]{2}$; C. $\sqrt[3]{3}$; D. một kết quả khác.

Bìa2: 1) Giải ph- ơng trình: $2x^4 - 11x^3 + 19x^2 - 11x + 2 = 0$

2) Cho $x + y = 1$ $(x > 0; y > 0)$ Tìm giá trị lớn nhất của $A = \sqrt{x} + \sqrt{y}$

Bài 3: 1) Tìm các số nguyên a, b, c sao cho đa thức : $(x + a)(x - 4) - 7$

Phân tích thành thừa số đ- ợc : $(x + b).(x + c)$

3) Cho tam giác nhọn xây, B, C lần l- ợt là các điểm cố định trên tia Ax, Ay sao cho AB < AC, điểm M di động trong góc xAy sao cho $\frac{MA}{MB} = \frac{1}{2}$

Xác định vị trí điểm M để MB + 2 MC đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 4: Cho đ- ờng tròn tâm O đ- ờng kính AB và CD vuông góc với nhau, lấy điểm I bất kỳ trên đoan CD.

a) Tìm điểm M trên tia AD, điểm N trên tia AC sao cho I lag trung điểm của MN.

b) Chứng minh tổng MA + NA không đổi.

c) Chứng minh rằng đ- ờng tròn ngoại tiếp tam giác AMN đi qua hai điểm cố định.

H- ớng dẫn

Bài 1: 1) Chọn C. Trả lời đúng.

2) Chọn D. Kết quả khác: Đáp số là: 1

Bài 2 : 1)$A = (n + 1)^4 + n^4 + 1 = (n^2 + 2n + 1)^2 - n^2 + (n^4 + n^2 + 1)$

$= (n^2 + 3n + 1)(n^2 + n + 1) + (n^2 + n + 1)(n^2 - n + 1)$

$= (n^2 + n + 1)(2n^2 + 2n + 2) = 2(n^2 + n + 1)^2$

Vậy A chia hết cho 1 số chính ph- ơng khác 1 với mọi số nguyên d- ơng n.

2) Do A > 0 nên A lớn nhất $\Leftrightarrow$ A^2 lớn nhất.

Xét $A^2 = (\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 = x + y + 2\sqrt{xy} = 1 + 2\sqrt{xy}$ (1)

Ta có: $\frac{x+y}{2} \geq \sqrt{xy}$ (Bất đẳng thức Cô si)

=> $1 \geq 2\sqrt{xy}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $A^2 = 1 + 2\sqrt{xy} \leq 1 + 2 = 2$

Max $A^2 = 2 \Leftrightarrow x = y = \frac{1}{2}$, max $A = \sqrt{2} \Leftrightarrow x = y = \frac{1}{2}$

Bài3 **Câu 1**Với mọi x ta có (x + a)(x - 4) - 7 = (x + b)(x + c)

Nên với x = 4 thì - 7 = (4 + b)(4 + c)

Có 2 tr- ờng hợp: $\begin{cases} 4 + b = 1 \\ 4 + c = -7 \end{cases}$ và $\begin{cases} 4 + b = 7 \\ 4 + c = -1 \end{cases}$

Tr- ờng hợp thứ nhất cho b = - 3, c = - 11, a = - 10

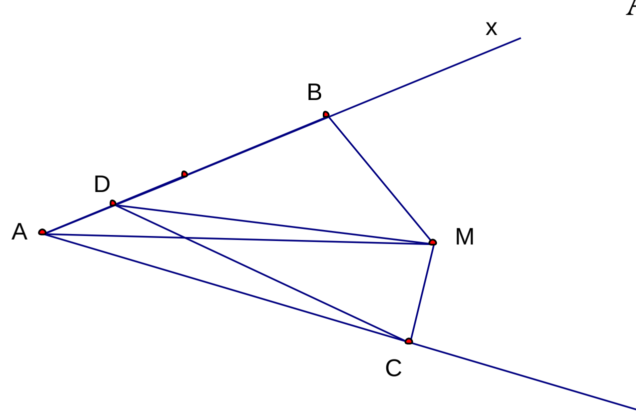
Ta có (x - 10)(x - 4) - 7 = (x - 3)(x - 11)

Tr- ờng hợp thứ hai cho b = 3, c = - 5, a = 2

Ta có (x + 2)(x - 4) - 7 = (x + 3)(x - 5)

***Câu2* (1,5điểm)**

Gọi D là điểm trên cạnh AB sao cho: AD $= \frac{1}{4}$AB. Ta có D là điểm cố định



Mà $\frac{MA}{AB} = \frac{1}{2}$ (gt) do đó $\frac{AD}{MA} = \frac{1}{2}$

Xét tam giác AMB và tam giác ADM có MâB (chung)

$$\frac{MA}{AB} = \frac{AD}{MA} = \frac{1}{2}$$

Do đó Δ AMB ~ Δ ADM => $\frac{MB}{MD} = \frac{MA}{AD} = 2$

=> MD = 2MD (0,25 điểm)

Xét ba điểm M, D, C : MD + MC $\geq$ DC (không đổi)

Do đó MB + 2MC = 2(MD + MC) $\geq$ 2DC

Dấu "=" xảy ra <=> M thuộc đoạn thẳng DC

Giá trị nhỏ nhất của MB + 2 MC là 2 DC

* Cách dựng điểm M.

- Dựng đ- ờng tròn tâm A bán kính $\frac{1}{2}$ AB

- Dựng D trên tia Ax sao cho AD = $\frac{1}{4}$AB

M là giao điểm của DC và đ- ờng tròn (A; $\frac{1}{2}$ AB)

Bài 4: a) Dựng (I, IA) cắt AD tại M cắt tia AC tại N

Do MâN = 90^0 nên MN là đ- ờng kính

Vậy I là trung điểm của MN

b) Kẻ MK // AC ta có : ΔINC = ΔIMK (g.c.g)

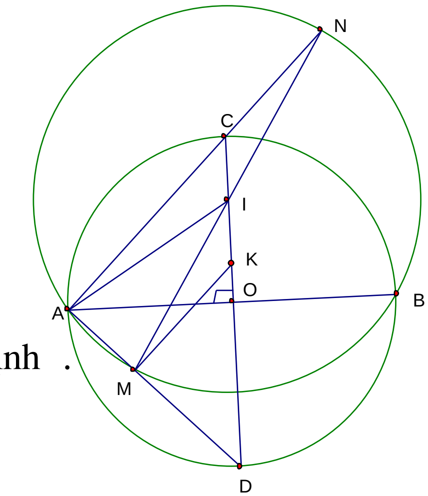
=> CN = MK = MD (vì ΔMKD vuông cân)

Vậy AM+AN=AM+CN+CA=AM+MD+CA

=> AM = AN = AD + AC không đổi

c) Ta có IA = IB = IM = IN

Vậy đ- ờng tròn ngoại tiếp ΔAMN đi qua hai điểm A, B cố định .



ĐỀ 118

Bài 1. Cho ba số x, y, z thoã mãn đồng thời :

$$x^2+2y+1=y^2+2z+1=z^2+2x+1=0$$

Tính giá trị của biểu thức : $A=x^{2007}+y^{2007}+z^{2007}$.

Bài 2). Cho biểu thức : $M=x^2-5x+y^2+xy-4y+2014$.

Với giá trị nào của x, y thì M đạt giá trị nhỏ nhất ? Tìm giá trị nhỏ nhất đó

Bài 3. Giải hệ ph- ơng trình :

$$\begin{cases} x^2+y^2+x+y=18 \\ x(x+1).y(y+1)=72 \end{cases}$$

Bài 4. Cho đ- ờng tròn tâm O đ- ờng kính AB bán kính R. Tiếp tuyến tại điểm M bbất kỳ trên đ- ờng tròn (O) cắt các tiếp tuyến tại A và B lần l- ợt tại C và D.

a.Chứng minh : AC . BD = R^2.

b.Tìm vị trí của điểm M để chu vi tam giác COD là nhỏ nhất .

Bài 5.Cho a, b là các số thực d- ơng. Chứng minh rằng :

$$(a+b)^2+\frac{a+b}{2}\ge 2a\sqrt{b}+2b\sqrt{a}$$

Bài 6).Cho tam giác ABC có phân giác AD. Chứng minh : AD^2 = AB . AC - BD . DC.

H- ớng dẫn giải

Bài 1. Từ giả thiết ta có :

$$\begin{cases} x^2+2y+1=0 \\ y^2+2z+1=0 \\ z^2+2x+1=0 \end{cases}$$

Cộng từng vế các đẳng thức ta có : $\left(x^2+2x+1\right)+\left(y^2+2y+1\right)+\left(z^2+2z+1\right)=0$

$\Rightarrow (x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=0 \quad \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=0 \\ y+1=0 \\ z+1=0 \end{cases} \Rightarrow x=y=z=1$

$\Rightarrow A = x^{2007}+y^{2007}+z^{2007}=(-1)^{2007}+(-1)^{2007}+(-1)^{2007}=-3$ Vậy : A = -3.

Bài 2.(1,5 điểm) Ta có :

$$M=\left(x^2+4x+4\right)+\left(y^2+2y+1\right)+\left(xy-x-2y+2\right)+2007$$

$$M=(x-2)^2+(y-1)^2+(x-2)(y-1)+2007$$

$$\Rightarrow M=\left[(x-2)+\frac{1}{2}(y-1)\right]^2+\frac{3}{4}(y-1)^2+2007$$

Do $(y-1)^2 \geq 0$ và $\left[(x-2)+\frac{1}{2}(y-1)\right]^2 \geq 0 \quad \forall x,y$

$\Rightarrow M \geq 2007 \qquad \Rightarrow M_{\min}=2007 \Leftrightarrow x=2; y=1$

Bài 3. Đặt : $\begin{cases} u=x(x+1) \\ v=y(y+1) \end{cases}$ Ta có : $\begin{cases} u+v=18 \\ uv=72 \end{cases} \Rightarrow$ u ; v là nghiệm của ph- ơng trình :

$$X^2-18X+72=0 \Rightarrow X_1=12; X_2=6$$

$$\Rightarrow \begin{cases} u=12 \\ v=6 \end{cases} ; \begin{cases} u=6 \\ v=12 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x(x+1)=12 \\ y(y+1)=6 \end{cases} ; \begin{cases} x(x+1)=6 \\ y(y+1)=12 \end{cases}$$

Giải hai hệ trên ta đ- ợc : Nghiệm của hệ là :

(3 ; 2) ; (-4 ; 2) ; (3 ; -3) ; (-4 ; -3) và các hoán vị.

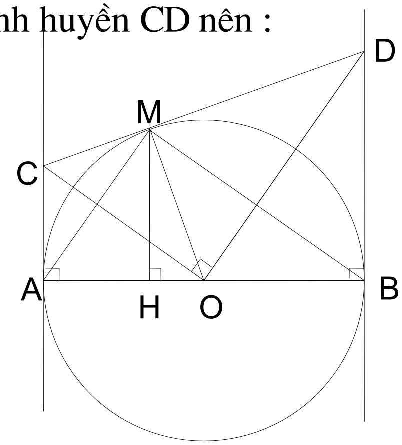
Bài 4. a.Ta có CA = CM; DB = DM

Các tia OC và OD là phân giác của hai góc AOM và MOB nên OC $\perp$ OD

Tam giác COD vuông đỉnh O, OM là đ- ờng cao thuộc cạnh huyền CD nên :

$MO^2 = CM \cdot MD$

$\Rightarrow R^2 = AC \cdot BD$



b.Các tứ giác ACMO ; BDMO nội tiếp

$\Rightarrow MCO = MAO; MDO = MBO$

$\Rightarrow \triangle COD \sim \triangle AMB(g.g)$ (0,25đ)

Do đó : $\dfrac{Chu.vi.\triangle COD}{Chu.vi.\triangle AMB} = \dfrac{OM}{MH_1}$ ($MH_1 \perp AB$)

Do $MH_1 \leq OM$ nên $\dfrac{OM}{MH_1} \geq 1$

$\Rightarrow$ Chu vi $\triangle COD \geq$ chu vi $\triangle AMB$

Dấu = xảy ra $\Leftrightarrow$ $MH_1 = OM \Leftrightarrow M \equiv O$ $\Rightarrow$ M là điểm chính giữa của cung AB

Bài 5 (1,5 điểm) Ta có : $\left(\sqrt{a} - \dfrac{1}{2}\right)^2 \geq 0; \left(\sqrt{b} - \dfrac{1}{2}\right)^2 \geq 0$ $\forall$ a , b > 0

$\Rightarrow a - \sqrt{a} + \dfrac{1}{4} \geq 0; b - \sqrt{b} + \dfrac{1}{4} \geq 0$ $\Rightarrow (a - \sqrt{a} + \dfrac{1}{4}) + (b - \sqrt{b} + \dfrac{1}{4}) \geq 0$ $\forall$ a , b > 0

$\Rightarrow a + b + \dfrac{1}{2} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b} > 0$ Mặt khác $a + b \geq 2\sqrt{ab} > 0$

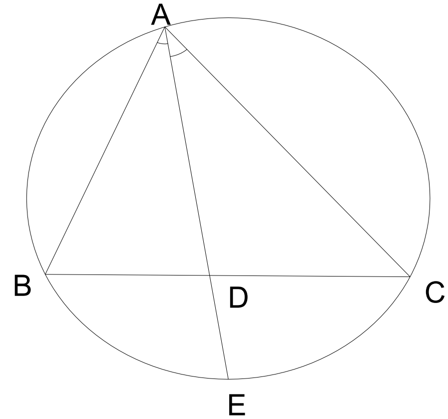
Nhân từng vế ta có : $(a+b)\left[(a+b) + \dfrac{1}{2}\right] \geq 2\sqrt{ab}\left(\sqrt{a} + \sqrt{b}\right)$

$\Rightarrow (a+b)^2 + \dfrac{(a+b)}{2} \geq 2a\sqrt{b} + 2b\sqrt{a}$

Bài 6. (1 điểm) Vẽ đ- ờng tròn tâm O ngoại tiếp $\triangle ABC$

Gọi E là giao điểm của AD và (O)

Ta có: $\triangle ABD \sim \triangle CED$ (g.g)



$\Rightarrow \dfrac{BD}{ED} = \dfrac{AD}{CD} \Rightarrow AB.ED = BD.CD$

$\Rightarrow AD.(AE - AD) = BD.CD$

$\Rightarrow AD^2 = AD.AE - BD.CD$

Lại có : $\triangle ABD \sim \triangle AEC(g.g)$

$$\Rightarrow \frac{AB}{AE}=\frac{AD}{AC}\Rightarrow AB.AC = AE.AD$$

$$\Rightarrow AD^2 = AB.AC - BD.CD$$

ĐỀ 119

Câu 1: Cho hàm số f(x) = $\sqrt{x^2-4x+4}$

a) Tính f(-1); f(5)

b) Tìm x để f(x) = 10

c) Rút gọn A = $\frac{f(x)}{x^2-4}$ khi x $\neq \pm 2$

Câu 2: Giải hệ ph- ơng trình $\begin{cases} x(y-2)=(x+2)(y-4) \\ (x-3)(2y+7)=(2x-7)(y+3) \end{cases}$

Câu 3: Cho biểu thứcA = $\left(\frac{x\sqrt{x}+1}{x-1}-\frac{x-1}{\sqrt{x}-1}\right):\left(\sqrt{x}+\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}\right)$ với x > 0 và x ≠ 1

a) Rút gọn A

b) Tìm giá trị của x để A = 3

Câu 4: Từ điểm P nằm ngoài đ- ờng tròn tâm O bán kính R, kẻ hai tiếp tuyến PA; PB. Gọi H là chân đ- ờng vuông góc hạ từ A đến đ- ờng kính BC.

a) Chứng minh rằng PC cắt AH tại trung điểm E của AH

b) Giả sử PO = d. Tính AH theo R và d.

Câu 5: Cho ph- ơng trình $2x^2 + (2m - 1)x + m - 1 = 0$

Không giải ph- ơng trình, tìm m để ph- ơng trình có hai nghiệm phân biệt x_1; x_2 thỏa mãn: $3x_1 - 4x_2 = 11$

đáp án

Câu 1a) f(x) = $\sqrt{x^2-4x+4}=\sqrt{(x-2)^2}=|x-2|$

Suy ra f(-1) = 3; f(5) = 3

b) $f(x)=10 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-2=10 \\ x-2=-10 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=12 \\ x=-8 \end{array}\right.$

c) $A = \dfrac{f(x)}{x^2-4} = \dfrac{|x-2|}{(x-2)(x+2)}$

Với x > 2 suy ra x - 2 > 0 suy ra $A = \dfrac{1}{x+2}$

Với x < 2 suy ra x - 2 < 0 suy ra $A = -\dfrac{1}{x+2}$

Câu 2

$$\begin{cases} x(y-2) = (x+2)(y-4) \\ (x-3)(2y+7) = (2x-7)(y+3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy-2x = xy+2y-4x-8 \\ 2xy-6y+7x-21 = 2xy-7y+6x-21 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-y=-4 \\ x+y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{x = -2} \\ \text{y = 2} \end{cases}$$

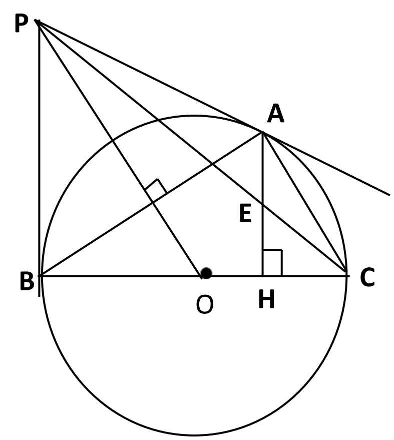
Câu 3 a) Ta có: $A = \left(\dfrac{x\sqrt{x}+1}{x-1} - \dfrac{x-1}{\sqrt{x}-1}\right) : \left(\sqrt{x} + \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}\right) =$

$$\left(\frac{(\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} - \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}\right) : \left(\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}\right) = \left(\frac{x-\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} - \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}\right) : \left(\frac{x-\sqrt{x}+\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}\right) =$$

$$\frac{x-\sqrt{x}+1-x+1}{\sqrt{x}-1} : \frac{x}{\sqrt{x}-1} = \frac{-\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1} : \frac{x}{\sqrt{x}-1} = \frac{-\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1} \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{x} = \frac{2-\sqrt{x}}{x}$$

b) A = 3 => $\dfrac{2-\sqrt{x}}{x} = 3$ => $3x + \sqrt{x} - 2 = 0$ => x = 2/3

Câu 4



Do HA // PB (Cùng vuông góc với BC)

a) nên theo định lý Ta let áp dụng cho CPB ta có

$\dfrac{\text{EH}}{\text{PB}} = \dfrac{\text{CH}}{\text{CB}}$; (1)

Mặt khác, do PO // AC (cùng vuông góc với AB)

=> $\angle$POB = $\angle$ACB (hai góc đồng vị)

=> Δ AHC ∞ Δ POB

Do đó: $\frac{AH}{PB} = \frac{CH}{OB}$ (2)

Do CB = 2OB, kết hợp (1) và (2) ta suy ra AH = 2EH hay E là trung điểm của AH.

b) Xét tam giác vuông BAC, đ- ờng cao AH ta có $AH^2 = BH.CH = (2R - CH).CH$

Theo (1) và do AH = 2EH ta có

$$AH^2 = (2R - \frac{AH.CB}{2PB})\frac{AH.CB}{2PB}.$$

$$\Leftrightarrow \quad AH^2.4PB^2 = (4R.PB - AH.CB).AH.CB$$

$$\Leftrightarrow \quad 4AH.PB^2 = 4R.PB.CB - AH.CB^2$$

$$\Leftrightarrow \quad AH(4PB^2 + CB^2) = 4R.PB.CB$$

$$\Leftrightarrow \quad AH = \frac{4R.CB.PB}{4.PB^2 + CB^2} = \frac{4R.2R.PB}{4PB^2 + (2R)^2}$$

$$= \frac{8R^2.\sqrt{d^2 - R^2}}{4(d^2 - R^2) + 4R^2} = \frac{2.R^2.\sqrt{d^2 - R^2}}{d^2}$$

Câu 5 Để ph- ơng trình có 2 nghiệm phân biệt x_1 ; x_2 thì $\Delta > 0$

<=> $(2m - 1)^2 - 4.\ 2.\ (m - 1) > 0$

Từ đó suy ra $m \neq 1{,}5$ (1)

Mặt khác, theo định lý Viét và giả thiết ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{2m-1}{2} \\ x_1.x_2 = \frac{m-1}{2} \\ 3x_1 - 4x_2 = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{13-4m}{7} \\ x_1 = \frac{7m-7}{26-8m} \\ 3\frac{13-4m}{7} - 4\frac{7m-7}{26-8m} = 11 \end{cases}$$

Giải ph- ơng trình $3\frac{13-4m}{7} - 4\frac{7m-7}{26-8m} = 11$

ta đ- ợc m = - 2 và m = 4,125 (2)

Đối chiếu điều kiện (1) và (2) ta có: Với m = - 2 hoặc m = 4,125 thì ph- ơng trình đã cho có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn: $x_1 + x_2 = 11$

ĐỀ 120

âu 1: Cho P = $\dfrac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \dfrac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} - \dfrac{\sqrt{x}+1}{x-1}$

a/. Rút gọn P.

b/. Chứng minh: P < $\dfrac{1}{3}$ với x $\geq$ 0 và x $\neq$ 1.

Câu 2: Cho ph- ơng trình : $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 3 = 0$ (1) ; m là tham số.

a/. Tìm m để ph- ơng trình (1) có nghiệm.

b/. Tìm m để ph- ơng trình (1) có hai nghiệm sao cho nghiệm này bằng ba lần nghiệm kia.

Câu 3: a/. Giải ph- ơng trình : $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{\sqrt{2-x^2}} = 2$

b/. Cho a, b, c là các số thực thõa mãn : $\begin{cases} a \geq 0 \\ b \geq 0 \\ a+2b-4c+2=0 \\ 2a-b+7c-11=0 \end{cases}$

Tìm giá trị lớn nhất và giá trị bé nhất của Q = 6 a + 7 b + 2006 c.

Câu 4: Cho $\triangle ABC$ cân tại A với AB > BC. Điểm D di động trên cạnh AB, (D không trùng với A, B). Gọi (O) là đ- ờng tròn ngoại tiếp $\triangle BCD$. Tiếp tuyến của (O) tại C và D cắt nhau ở K .

a/. Chứng minh tứ giác ADCK nội tiếp.

b/. Tứ giác ABCK là hình gì? Vì sao?

c/. Xác định vị trí điểm D sao cho tứ giác ABCK là hình bình hành.

Đáp án

Câu 1: Điều kiện: x $\geq$ 0 và x $\neq$ 1. (0,25 điểm)

$$P = \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}$$

$$= \frac{x+2}{(\sqrt{x})^3-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1}$$

$$= \frac{x+2+(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)-(x+\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}$$

$$= \frac{x-\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} = \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1}$$

b/. Với x $\geq$ 0 và x $\neq$ 1 .Ta có: P < $\dfrac{1}{3} \Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} < \dfrac{1}{3}$

$\Leftrightarrow 3\sqrt{x} < x + \sqrt{x} + 1$; (vì $x + \sqrt{x} + 1 > 0$)

$\Leftrightarrow x - 2\sqrt{x} + 1 > 0$

$\Leftrightarrow (\sqrt{x} - 1)^2 > 0$. (Đúng vì $x \geq 0$ và $x \neq 1$)

Câu 2:a/. Ph- ơng trình (1) có nghiệm khi và chỉ khi $\Delta' \geq 0$.

$\Leftrightarrow (m - 1)^2 - m^2 - 3 \geq 0$

$\Leftrightarrow 4 - 2m \geq 0$

$\Leftrightarrow m \leq 2$.

b/. Với $m \leq 2$ thì (1) có 2 nghiệm.

Gọi một nghiệm của (1) là a thì nghiệm kia là 3a . Theo Viet ,ta có:

$$\begin{cases} a + 3a = 2m - 2 \\ a.3a = m^2 - 3 \end{cases}$$

$\Rightarrow a = \dfrac{m-1}{2} \Rightarrow 3(\dfrac{m-1}{2})^2 = m^2 - 3$

$\Leftrightarrow m^2 + 6m - 15 = 0$

$\Leftrightarrow m = -3 \pm 2\sqrt{6}$ (thõa mãn điều kiện).

Câu 3:

Điều kiện $x \neq 0$; $2 - x^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 0$; $|x| < \sqrt{2}$.

Đặt $y = \sqrt{2 - x^2} > 0$

Ta có: $\begin{cases} x^2 + y^2 = 2 & (1) \\ \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} = 2 & (2) \end{cases}$

Từ (2) có : x + y = 2xy. Thay vào (1) có : xy = 1 hoặc xy = $-\dfrac{1}{2}$

* Nếu xy = 1 thì x+ y = 2. Khi đó x, y là nghiệm của ph- ơng trình:

$X^2 - 2X + 1 = 0 \Leftrightarrow X = 1 \Rightarrow x = y = 1$.

* Nếu xy = $-\dfrac{1}{2}$ thì x+ y = -1. Khi đó x, y là nghiệm của ph- ơng trình:

$X^2 + X - \dfrac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow X = \dfrac{-1 \pm \sqrt{3}}{2}$

Vì y > 0 nên: $y = \dfrac{-1+\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x = \dfrac{-1-\sqrt{3}}{2}$

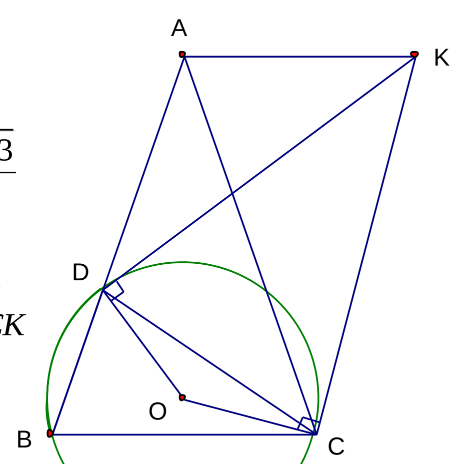
Vậy ph- ơng trình có hai nghiệm: $x_1 = 1$; $x_2 = \dfrac{-1-\sqrt{3}}{2}$

Câu 4: c/. Theo câu b, tứ giác ABCK là hình thang.

Do đó, tứ giác ABCK là hình bình hành $\Leftrightarrow$ AB // CK

$\Leftrightarrow BAC = ACK$

Mà $ACK = \dfrac{1}{2}$ sđ EC = $\dfrac{1}{2}$ sđ BD = DCB



Nên $BCD = BAC$

Dựng tia Cy sao cho $BCy = BAC$.Khi đó, D là giao điểm của AB và Cy.

Với giả thiết $AB > BC$ thì $BCA > BAC > BDC$.

$\Rightarrow$ D $\in$ AB . Vậy điểm D xác định nh- trên là điểm cần tìm.

ĐỀ 121

Câu 1: a) Xác định x $\in$R để biểu thức :A = $\sqrt{x^2+1}-x-\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}-x}$ Là một số tự nhiên

b. Cho biểu thức: P = $\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{xy}+\sqrt{x}+2}+\dfrac{\sqrt{y}}{\sqrt{yz}+\sqrt{y}+1}+\dfrac{2\sqrt{z}}{\sqrt{zx}+2\sqrt{z}+2}$ Biết x.y.z = 4 , tính $\sqrt{P}$.

Câu 2: Cho các điểm A(-2;0) ; B(0;4) ; C(1;1) ; D(-3;2)

a. Chứng minh 3 điểm A, B ,D thẳng hàng; 3 điểm A, B, C không thẳng hàng.
b. Tính diện tích tam giác ABC.

Câu3 Giải ph- ơng trình: $\sqrt{x-1}-\sqrt[3]{2-x}=5$

Câu 4 Cho đ- ờng tròn (O;R) và một điểm A sao cho OA = R $\sqrt{2}$. Vẽ các tiếp tuyến AB, AC với đ- ờng tròn. Một góc $\angle$xOy = 45^0 cắt đoạn thẳng AB và AC lần l- ợt tại D và E.

Chứng minh rằng:

a.DE là tiếp tuyến của đ- ờng tròn (O).

b. $\dfrac{2}{3}R < DE < R$

đáp án

Câu 1: a.

$$A = \sqrt{x^2+1}-x-\frac{\sqrt{x^2+1}+x}{(\sqrt{x^2+1}-x).(\sqrt{x^2+1}+x)} = \sqrt{x^2+1}-x-(\sqrt{x^2+1}+x) = -2x$$

A là số tự nhiên $\Leftrightarrow$ -2x là số tự nhiên $\Leftrightarrow$ x = $\dfrac{k}{2}$

(trong đó k $\in$Z và k$\leq$ 0)

b.Điều kiện xác định: x,y,z $\geq$ 0, kết hpọ với x.y.z = 4 ta đ- ợc x, y, z > 0 và $\sqrt{xyz}=2$

Nhân cả tử và mẫu của hạng tử thứ 2 với $\sqrt{x}$; thay 2 ở mẫu của hạng tử thứ 3 bởi $\sqrt{xyz}$ ta đ- ợc:

$$P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{xy}+\sqrt{x}+2}+\frac{\sqrt{xy}}{\sqrt{xy}+\sqrt{x}+2}+\frac{2\sqrt{z}}{\sqrt{z}(\sqrt{x}+2+\sqrt{xy})} = \frac{\sqrt{x}+\sqrt{xy}+2}{\sqrt{xy}+\sqrt{x}+2} = 1 \quad (1đ)$$

$\Rightarrow \sqrt{P} = 1$ vì P > 0

Câu 2: a.Đ- ờng thẳng đi qua 2 điểm A và B có dạng y = ax + b

Điểm A(-2;0) và B(0;4) thuộc đ- ờng thẳng AB nên $\Rightarrow$ b = 4; a = 2

Vậy đ- ờng thẳng AB là y = 2x + 4.
Điểm C(1;1) có toạ độ không thoả mãn y = 2x + 4 nên C không thuộc đ- ờng thẳng AB
$\Rightarrow$ A, B, C không thẳng hàng.
Điểm D(-3;2) có toạ độ thoả mãn y = 2x + 4 nên điểm D thuộc đ- ờng thẳng AB
$\Rightarrow$ A,B,D thẳng hàng

b.Ta có :

$AB^2 = (-2 — 0)^2 + (0 — 4)^2 = 20$

$AC^2 = (-2 — 1)^2 + (0 — 1)^2 = 10$

$BC^2 = (0 — 1)^2 + (4 — 1)^2 = 10$

$\Rightarrow AB^2 = AC^2 + BC^2 \Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại C

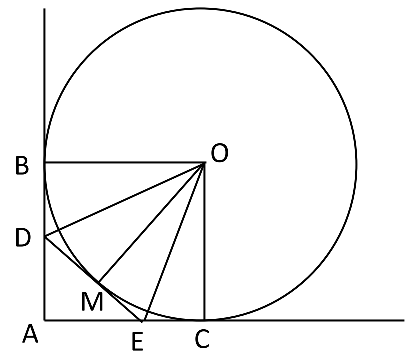
Vậy $S_{\Delta ABC} = 1/2AC.BC = \frac{1}{2}\sqrt{10}.\sqrt{10} = 5$ (đơn vị diện tích)

Câu 3: Đkxđ $x \geq 1$, đặt $\sqrt{x-1} = u$; $\sqrt[3]{2-x} = v$ ta có hệ ph- ơng trình:

$$\begin{cases} u - v = 5 \\ u^2 + v^3 = 1 \end{cases}$$

Giải hệ ph- ơng trình bằng ph- ơng pháp thế ta đ- ợc: v = 2

$\Rightarrow$ x = 10.



Câu 4

a.áp dụng định lí Pitago tính đ- ợc
AB = AC = R $\Rightarrow$ ABOC là hình vuông (0.5đ)
Kẻ bán kính OM sao cho
$\angle BOD = \angle MOD \Rightarrow$
$\angle MOE = \angle EOC$ (0.5đ)
Chứng minh $\Delta BOD = \Delta MOD$
$\Rightarrow \angle OMD = \angle OBD = 90^0$
T- ơng tự: $\angle OME = 90^0$
$\Rightarrow$ D, M, E thẳng hàng. Do đó DE là tiếp tuyến của đ- ờng tròn (O).

b.Xét ΔADE có DE < AD +AE mà DE = DB + EC

$\Rightarrow$ 2ED < AD +AE +DB + EC hay 2DE < AB + AC = 2R $\Rightarrow$ DE < R
Ta có DE > AD; DE > AE ; DE = DB + EC

Cộng từng vế ta đ- ợc: 3DE > 2R $\Rightarrow$ DE > $\frac{2}{3}$R

Vậy R > DE > $\frac{2}{3}$R

ĐỀ 122

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 4}$

a) Tính f(-1); f(5)

b) Tìm x để f(x) = 10

c) Rút gọn $A = \dfrac{f(x)}{x^2 - 4}$ khi $x \neq \pm 2$

Câu 2: Giải hệ ph- ơng trình

$$\begin{cases} x(y-2) = (x+2)(y-4) \\ (x-3)(2y+7) = (2x-7)(y+3) \end{cases}$$

Câu 3: Cho biểu thức

$$A = \left(\frac{x\sqrt{x}+1}{x-1} - \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}\right) : \left(\sqrt{x} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}\right) \text{ với } x > 0 \text{ và } x \neq 1$$

a) Rút gọn A

2) Tìm giá trị của x để A = 3

Câu 4: Từ điểm P nằm ngoài đ- ờng tròn tâm O bán kính R, kẻ hai tiếp tuyến PA; PB. Gọi H là chân đ- ờng vuông góc hạ từ A đến đ- ờng kính BC.

a) Chứng minh rằng PC cắt AH tại trung điểm E của AH

b) Giả sử PO = d. Tính AH theo R và d.

Câu 5: Cho ph- ơng trình $2x^2 + (2m - 1)x + m - 1 = 0$

Không giải ph- ơng trình, tìm m để ph- ơng trình có hai nghiệm phân biệt x_1; x_2 thỏa mãn: $3x_1 - 4x_2 = 11$

đáp án

Câu 1

a) $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 4} = \sqrt{(x-2)^2} = |x-2|$

Suy ra f(-1) = 3; f(5) = 3

b) $f(x) = 10 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-2 = 10 \\ x-2 = -10 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 12 \\ x = -8 \end{array}\right.$

c) $A = \frac{f(x)}{x^2-4} = \frac{|x-2|}{(x-2)(x+2)}$

Với x > 2 suy ra x - 2 > 0 suy ra $A = \frac{1}{x+2}$

Với x < 2 suy ra x - 2 < 0 suy ra $A = -\frac{1}{x+2}$

Câu 2

$$\begin{cases} x(y-2) = (x+2)(y-4) \\ (x-3)(2y+7) = (2x-7)(y+3) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} xy-2x = xy+2y-4x-8 \\ 2xy-6y+7x-21 = 2xy-7y+6x-21 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-y=-4 \\ x+y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{x = -2} \\ \text{y = 2} \end{cases}$$

Câu 3a) Ta có: A = $\left(\frac{x\sqrt{x}+1}{x-1} - \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}\right) : \left(\sqrt{x} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}\right)$

$$= \left(\frac{(\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} - \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}\right) : \left(\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}\right)$$

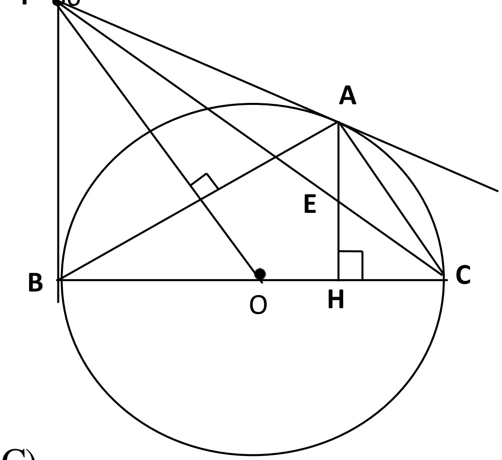
$$= \left(\frac{x-\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} - \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}\right) : \left(\frac{x-\sqrt{x}+\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}\right)$$

$$= \frac{x-\sqrt{x}+1-x+1}{\sqrt{x}-1} : \frac{x}{\sqrt{x}-1}$$

$$= \frac{-\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1} : \frac{x}{\sqrt{x}-1} = \frac{-\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1} \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{x} = \frac{2-\sqrt{x}}{x}$$

b) A = 3 => $\frac{2-\sqrt{x}}{x}$ = 3 => 3x + $\sqrt{x}$ - 2 = 0 => x = 2/3

Câu 4



a) Do HA // PB (Cùng vuông góc với BC)

b) nên theo định lý Ta let áp dụng cho tam giác CPB ta có

$$\frac{EH}{PB} = \frac{CH}{CB}\ ; \qquad (1)$$

Mặt khác, do PO // AC (cùng vuông góc với AB)

$$\Rightarrow \quad \widehat{POB} = \widehat{ACB} \text{ (hai góc đồng vị)}$$

$$\Rightarrow \quad \Delta\, AHC \sim \Delta\, POB$$

Do đó: $\dfrac{AH}{PB} = \dfrac{CH}{OB}$ (2)

Do CB = 2OB, kết hợp (1) và (2) ta suy ra AH = 2EH hay E là trung điểm của AH.

b) Xét tam giác vuông BAC, đ- ờng cao AH ta có $AH^2 = BH.CH = (2R - CH).CH$

Theo (1) và do AH = 2EH ta có

$$AH^2 = \left(2R - \frac{AH.CB}{2PB}\right)\frac{AH.CB}{2PB}.$$

$$\Leftrightarrow \quad AH^2.4PB^2 = (4R.PB - AH.CB).AH.CB$$

$$\Leftrightarrow \quad 4AH.PB^2 = 4R.PB.CB - AH.CB^2$$

$$\Leftrightarrow \quad AH\,(4PB^2 + CB^2) = 4R.PB.CB$$

$$\Leftrightarrow \quad AH = \frac{4R.CB.PB}{4.PB^2 + CB^2} = \frac{4R.2R.PB}{4PB^2 + (2R)^2}$$

$$= \frac{8R^2.\sqrt{d^2 - R^2}}{4(d^2 - R^2) + 4R^2} = \frac{2.R^2.\sqrt{d^2 - R^2}}{d^2}$$

Câu 5 (1đ)

Để ph- ơng trình có 2 nghiệm phân biệt x_1 ; x_2 thì $\Delta > 0$

<=> $(2m - 1)^2 - 4.\ 2.\ (m - 1) > 0$

Từ đó suy ra $m \neq 1,5$ (1)

Mặt khác, theo định lý Viét và giả thiết ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\dfrac{2m-1}{2} \\ x_1.x_2 = \dfrac{m-1}{2} \\ 3x_1 - 4x_2 = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \dfrac{13-4m}{7} \\ x_1 = \dfrac{7m-7}{26-8m} \\ 3\dfrac{13-4m}{7} - 4\dfrac{7m-7}{26-8m} = 11 \end{cases}$$

Giải ph- ơng trình $3\dfrac{13-4m}{7} - 4\dfrac{7m-7}{26-8m} = 11$

ta đ- ợc m = - 2 và m = 4,125 (2)

Đối chiếu điều kiện (1) và (2) ta có: Với m = - 2 hoặc m = 4,125 thì ph- ơng trình đã cho có hai nghiệm phân biệt t

ĐỀ 123

Câu I : *Tính giá trị của biểu thức:*

$$A = \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{7}} + \frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{9}} + ...+ \frac{1}{\sqrt{97}+\sqrt{99}}$$

B = 35 + 335 + 3335 + ... + $\underbrace{3333.....35}_{99 số 3}$

Câu II :*Phân tích thành nhân tử :*

1) X^2 -7X -18
2) (x+1) (x+2)(x+3)(x+4)
3) 1+ a^5 + a^{10}

Câu III :

1) Chứng minh : $(ab+cd)^2 \leq (a^2+c^2)(b^2+d^2)$
2) áp dụng : cho x+4y = 5 . Tìm GTNN của biểu thức : M= $4x^2 + 4y^2$

Câu 4 : Cho tam giác ABC nội tiếp đ- ờng tròn (O), I là trung điểm của BC, M là một điểm trên đoạn CI (M khác C và I). Đ- ờng thẳng AM cắt (O) tại D, tiếp tuyến của đ- ờng tròn ngoại tiếp tam giác AIM tại M cắt BD và DC tại P và Q.

a) Chứng minh DM.AI= MP.IB

b) Tính tỉ số : $\frac{MP}{MQ}$

Câu 5:

Cho P = $\frac{\sqrt{x^2-4x+3}}{\sqrt{1-x}}$

Tìm điều kiện để biểu thức có nghĩa, rút gọn biểu thức.

đáp án

Câu 1 :

1) A = $\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}+\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{7}}+\frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{9}}+.....+\frac{1}{\sqrt{97}+\sqrt{99}}$

$= \frac{1}{2}(\sqrt{5}-\sqrt{3}+\sqrt{7}-\sqrt{5}+\sqrt{9}-\sqrt{7}+.....+\sqrt{99}-\sqrt{97}) = \frac{1}{2}(\sqrt{99}-\sqrt{3})$

2) B = 35 + 335 + 3335 + ... + $\underbrace{3333.....35}_{99 sè 3}$ =

=33 +2 +333+2 +3333+2+.......+ 333....33+2

= 2.99 + (33+333+3333+...+333...33)

= 198 + $\frac{1}{3}$(99+999+9999+.....+999...99)

198 + $\frac{1}{3}$(10^2 -1 +10^3 - 1+10^4 - 1+ ....+10^{100} — 1) = 198 — 33 +

B = $\left(\frac{10^{101}-10^2}{27}\right)+165$

Câu 2: 1)x^2 -7x -18 = x^2 -4 — 7x-14 = (x-2)(x+2) - 7(x+2) = (x+2)(x-9) (1đ)

2)(x+1)(x+2)(x+3)(x+4) -3= (x+1)(x+4)(x+2)(x+3)-3

= (x^2+5x +4)(x^2 + 5x+6)-3= [x^2+5x +4][(x^2 + 5x+4)+2]-3

= $(x^2+5x+4)^2$ + 2(x^2+5x +4)-3=$(x^2+5x+4)^2$ - 1+ 2(x^2+5x +4)-2

= [(x^2+5x +4)-1][(x^2+5x +4)+1] +2[(x^2+5x +4)-1]

= (x^2+5x +3)(x^2+5x +7)

3) $a^{10}+a^5+1$

= $a^{10}+a^9+a^8+a^7+a^6+a^5+a^5+a^4+a^3+a^2+a+1$

- ($a^9+a^8+a^7$)- ($a^6+a^5+a^4$)- (a^3+a^2+a)

= $a^8(a^2+a+1)+a^5(a^2+a+1)+a^3(a^2+a+1)+(a^2+a+1)-a^7(a^2+a+1)$

$-a^4(a^2+a+1)-a(a^2+a+1)$

=$(a^2+a+1)(a^8-a^7+a^5-a^4+a^3-a+1)$

Câu 3: 4đ

1) Ta có : $(ab+cd)^2 \le (a^2+c^2)(b^2+d^2)$ <=>

$a^2b^2+2abcd+c^2d^2 \le a^2b^2+ a^2d^2 +c^2b^2 +c^2d^2$ <=>

$0 \le a^2d^2 - 2cbcd+c^2b^2$ <=>

$0 \le (ad - bc)^2$ (đpcm)

Dấu = xãy ra khi ad=bc.

2) áp dụng hằng đẳng thức trên ta có :

$5^2 = (x+4y)^2 = (x. + 4y) \le (x^2 + y^2)(1+16)$ =>

$x^2 + y^2 \ge \frac{25}{17}$ => $4x^2 + 4y^2 \ge \frac{100}{17}$ dấu = xãy ra khi x= $\frac{5}{17}$, y = $\frac{20}{17}$ (2đ)

Câu 4 : 5đ

Ta có : góc DMP= góc AMQ = góc AIC. Mặt khác góc ADB = góc BCA=>

Δ MPD đồng dạng với Δ ICA => $\frac{DM}{CI} = \frac{MP}{IA}$ => DM.IA=MP.CI hay DM.IA=MP.IB (1).

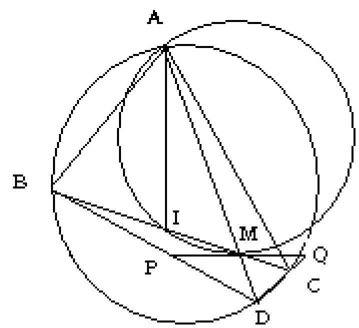
Ta có góc ADC = góc CBA,

Góc DMQ = 180^0 - AMQ=180^0 - góc AIM = góc BIA.

Do đó Δ DMQ đồng dạng với Δ BIA =>

$\frac{DM}{BI} = \frac{MQ}{IA}$ => DM.IA=MQ.IB (2)

Từ (1) và (2) ta suy ra $\frac{MP}{MQ} = 1$



Câu 5

Để P xác định thì : $x^2-4x+3 \ge 0$ và $1-x >0$

Từ $1-x > 0$ => $x < 1$

Mặt khác : $x^2-4x+3 = (x-1)(x-3)$, Vì $x < 1$ nên ta có :

$(x-1) < 0$ và $(x-3) < 0$ từ đó suy ra tích của $(x-1)(x-3) > 0$

Vậy với $x < 1$ thì biểu thức có nghĩa.

Với $x < 1$ Ta có :

$$P = \frac{\sqrt{x^2-4x+3}}{\sqrt{1-x}} = \frac{\sqrt{(x-1)(x-3)}}{\sqrt{1-x}} = \sqrt{3-x}$$

ĐỀ 124

Câu 1 : a. Rút gọn biểu thức . $A = \sqrt{1+\frac{1}{a^2}+\frac{1}{(a+1)^2}}$ Với a > 0.

b. Tính giá trị của tổng. $B = \sqrt{1+\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}} + \sqrt{1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}} + ... + \sqrt{1+\frac{1}{99^2}+\frac{1}{100^2}}$

Câu 2 : Cho pt $x^2 - mx + m - 1 = 0$

a. Chứng minh rằng pt luôn luôn có nghiệm với $\forall m$.

b. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của pt. Tìm GTLN, GTNN của bt.

$$P=\frac{2x_1x_2+3}{x_1{}^2+x_2{}^2+2(x_1x_2+1)}$$

Câu 3 : Cho $x\geq 1,\quad y\geq 1$ **Chứng minh.**

$$\frac{1}{1+x^2}+\frac{1}{1+y^2}\geq\frac{2}{1+xy}$$

Câu 4 Cho đ- ờng tròn tâm o và dây AB. M là điểm chuyển động trên đ- ờng tròn, từ M kẻ MH ⊥ AB (H ∈ AB). Gọi E và F lần l- ợt là hình chiếu vuông góc của H trên MA và MB. Qua M kẻ đ- ờng thẳng vuông góc với è cắt dây AB tại D.

1. Chứng minh rằng đ- ờng thẳng MD luôn đi qua 1 điểm cố định khi M thay đổi trên đ- ờng tròn.
2. Chứng minh.

$$\frac{MA^2}{MB^2}=\frac{AH}{BD}\cdot\frac{AD}{BH}$$

H- ớng dẫn

Câu 1 a. Bình ph- ơng 2 vế $\Rightarrow A=\frac{a^2+a+1}{a(a+1)}$ (Vì a > 0).

c. áp dụng câu a.

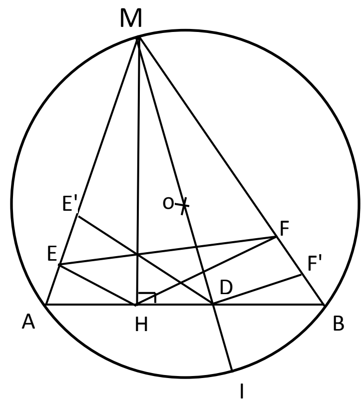
$$A=1+\frac{1}{a}-\frac{1}{a+1}$$

$$\Rightarrow B=100-\frac{1}{100}=\frac{9999}{100}$$

Câu 2 a. : cm $\Delta\geq 0\quad\forall m$

B (2 đ) áp dụng hệ thức Viet ta có:

$\begin{cases}x_1+x_2=m\\x_1x_2=m-1\end{cases}\Rightarrow P=\frac{2m+1}{m^2+2}$ (1) Tìm đk đẻ pt (1) có nghiệm theo ẩn.



$\Rightarrow -\frac{1}{2} \leq P \leq 1$

$\Rightarrow GTLN = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow m = -2$

$GTNN = 1 \Leftrightarrow m = 1$

Câu 3 : Chuyển vế quy đồng ta đ- ợc.

bđt $\Leftrightarrow \frac{x(y-x)}{(1+x^2)(1+xy)} + \frac{y(x-y)}{(1+y^2)(1+xy)} \geq 0$

$\Leftrightarrow (x-y)^2(xy-1) \geq 0$ đúng vì $xy \geq 1$

Câu 4: a

- Kẻ thêm đ- ờng phụ.
- Chứng minh MD là đ- ờng kính của (o)

=> ....

b.

Gọi E', F' lần l- ợt là hình chiếu của D trên MA và MB.

Đặt $HE = H_1$

$HF = H_2$

$\Rightarrow \frac{AH}{BD} \cdot \frac{AD}{BH} = \frac{HE.h_1.MA^2}{HF.h_2.MB^2}$ (1)

$\Leftrightarrow \Delta HEF \infty \Delta DF'E'$

$\Rightarrow HF.h_2 = HE.h$

Thay vào (1) ta có: $\frac{MA^2}{MB^2} = \frac{AH}{BD} \cdot \frac{AD}{BH}$

ĐỀ 125

Câu 1: Cho biểu thức $D = \left[\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{1-\sqrt{ab}} + \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{1+\sqrt{ab}}\right] : \left[1 + \frac{a+b+2ab}{1-ab}\right]$

a) Tìm điều kiện xác định của D và rút gọn D

b) Tính giá trị của D với a = $\frac{2}{2-\sqrt{3}}$

c) Tìm giá trị lớn nhất của D

Câu 2: Cho ph- ơng trình $\frac{2}{2-\sqrt{3}}x^2 - mx + \frac{2}{2-\sqrt{3}}m^2 + 4m - 1 = 0$ (1)

a) Giải ph- ơng trình (1) với m = -1

b) Tìm m để ph- ơng trình (1) có 2 nghiệm thoã mãn $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=x_1+x_2$

Câu 3: Cho tam giác ABC đ- ờng phân giác AI, biết AB = c, AC = b, $\hat{A}=\alpha(\alpha=90^0)$ Chứng minh rằng

AI = $\frac{2bc.Cos\frac{\alpha}{2}}{b+c}$ (Cho Sin2$\alpha=2Sin\alpha Cos\alpha$)

Câu 4: Cho đ- ờng tròn (O) đ- ờng kính AB và một điểm N di động trên một nửa đ- ờng tròn sao cho $N\widehat{A}\le N\widehat{B}$. Vẽ vào trong đ- ờng tròn hình vuông ANMP.

a) Chứng minh rằng đ- ờng thẳng NP luôn đi qua điểm cố định Q.

b) Gọi I là tâm đ- ờng tròn nội tiếp tam giác NAB. Chứng minh tứ giác ABMI nội tiếp.

c) Chứng minh đ- ờng thẳng MP luôn đi qua một điểm cố định.

Câu 5: Cho x,y,z; xy + yz + zx = 0 và x + y + z = -1

Hãy tính giá trị của:

B = $\frac{xy}{z}+\frac{zx}{y}+\frac{xyz}{x}$

Đáp án

Câu 1: a) - Điều kiện xác định của D là $\begin{cases} a\ge 0\\ b\ge 0\\ ab\ne 1\end{cases}$

- Rút gọn D

D = $\left[\frac{2\sqrt{a}+2b\sqrt{a}}{1-ab}\right]:\left[\frac{a+b+ab}{1-ab}\right]$

D = $\frac{2\sqrt{a}}{a+1}$

b) a = $\frac{2}{2+\sqrt{3}}=\frac{2(2+\sqrt{3}}{1}=(\sqrt{3}+1)^2\Rightarrow\sqrt{a}=\sqrt{3}+1$

Vậy D = $\dfrac{2+2\sqrt{3}}{\dfrac{2}{2\sqrt{3}}+1} = \dfrac{2\sqrt{3}-2}{4-\sqrt{3}}$

c) áp dụng bất đẳng thức cauchy ta có

$2\sqrt{a} \le a+1 \Rightarrow D \le 1$

Vậy giá trị của D là 1

Câu 2: a) m = -1 ph- ơng trình (1) $\Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 + x - \frac{9}{2} = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 9 = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = -1-\sqrt{10} \\ x_2 = -1+\sqrt{10} \end{cases}$$

b) Để ph- ơng trình 1 có 2 nghiệm thì $\Delta \ge 0 \Leftrightarrow -8m + 2 \ge 0 \Leftrightarrow m \le \frac{1}{4}$ $(*)$

+ Để ph- ơng trình có nghiệm khác 0 $\Leftrightarrow \frac{1}{2}m^2 + 4m - 1 \ne 0 \Rightarrow \begin{cases} m_1 \ne -4-3\sqrt{2} \\ m_2 \ne -4+3\sqrt{2} \end{cases}$ $(*)$

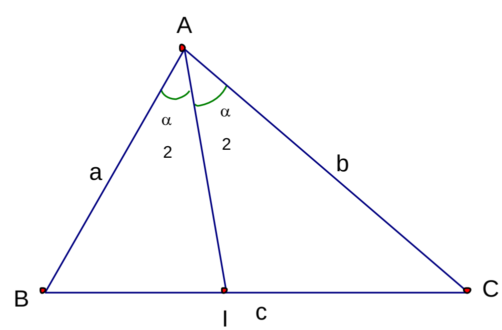
+ $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = x_1 + x_2 \Leftrightarrow (x_1+x_2)(x_1x_2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \\ x_1x_2 - 1 = 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m = 0 \\ m^2 + 8m - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -4-\sqrt{19} \\ m = -4+\sqrt{19} \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện (*)và (**) ta đ- ợc m = 0 và $m = -4-\sqrt{19}$

Câu 3:

+ $S_{\Delta ABI} = \frac{1}{2}AI.cSin\frac{\alpha}{2};$



+ $S_{\Delta AIC} = \frac{1}{2}AI.bSin\frac{\alpha}{2};$

+ $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}bcSin\alpha;$

$S_{\Delta ABC} = S_{\Delta ABI} + S_{\Delta AIC}$

$$\Rightarrow bcSin\alpha = AISin\frac{\alpha}{2}(b+c)$$

$$\Rightarrow AI = \frac{bcSin\alpha}{Sin\frac{\alpha}{2}(b+c)} = \frac{2bcCos\frac{\alpha}{2}}{b+c}$$

Câu 4: a) $\hat{N}_1 = \hat{N}_2$ Gọi Q = NP $\cap (O)$

$\Rightarrow Q\overset{\frown}{A} = Q\overset{\frown}{B}$ Suy ra Q cố định

b) $\hat{A}_1 = \hat{M}_1 (= \hat{A}_2)$

$\Rightarrow$ Tứ giác ABMI nội tiếp

c) Trên tia đối của QB lấy điểm F sao cho QF = QB, F cố định.

Tam giác ABF có: AQ = QB = QF

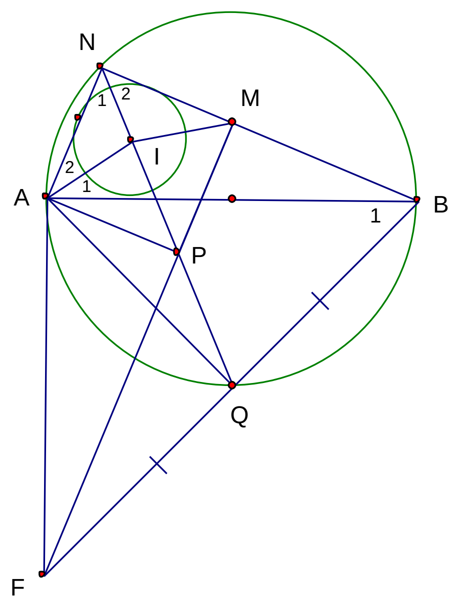
$\Rightarrow \Delta$ ABF vuông tại A $\Rightarrow \hat{B} = 45^0 \Rightarrow A\hat{F}B = 45^0$

Lại có $\hat{P}_1 = 45^0 \Rightarrow AFB = \hat{P}_1 \Rightarrow$ Tứ giác APQF nội tiếp

$\Rightarrow A\hat{P}F = A\hat{Q}F = 90^0$

Ta có: $A\hat{P}F + A\hat{P}M = 90^0 + 90^0 = 180^0$

$\Rightarrow$ M$_1$,P,F Th¼ng hµng



Câu 5: Biến đổi B = xyz $\left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2}\right) = \cdots = xyz.\frac{2}{xyz} = 2$

ĐỀ 126

Bài 1: Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x - \sqrt{4(x-1)}} + \sqrt{x + \sqrt{4(x-1)}}}{\sqrt{x^2 - 4(x-1)}}.\left(1 - \frac{1}{x-1}\right)$

a) Tìm điều kiện của x để A xác định

b) Rút gọn A

Bài 2 : Trên cùng một mặt phẳng tọa độ cho hai điểm A(5; 2) và B(3; -4)

a) Viết ph- ơng tình đ- ờng thẳng AB

b) Xác định điểm M trên trục hoành để tam giác MAB cân tại M

Bài 3 : Tìm tất cả các số tự nhiên m để ph- ơng trình ẩn x sau:

$$x^2 - m^2x + m + 1 = 0$$

có nghiệm nguyên.

Bài 4 : Cho tam giác ABC. Phân giác AD (D $\in$ BC) vẽ đ- ờng tròn tâm O qua A và D đồng thời tiếp xúc với BC tại D. Đ- ờng tròn này cắt AB và AC lần l- ợt tại E và F. Chứng minh

a) EF // BC

b) Các tam giác AED và ADC; àD và ABD là các tam giác đồng dạng.

c) AE.AC = à.AB = AC^2

Bài 5 : Cho các số d- ơng x, y thỏa mãn điều kiện $x^2 + y^2 \geq x^3 + y^4$. Chứng minh:

$x^3 + y^3 \leq x^2 + y^2 \leq x + y \leq 2$

Đáp án

Bài 1:

a) Điều kiện x thỏa mãn

$$\begin{cases} x-1\neq 0 \\ x-\sqrt{4(x-1)}\geq 0 \\ x+\sqrt{4(x-1)}\geq 0 \\ x^2-4(x-1)>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 1 \\ x\geq 1 \\ x\geq 1 \\ x\neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1 \text{ và } x \neq 2$$

KL: A xác định khi 1 < x < 2 hoặc x > 2

b) Rút gọn A

$$A = \frac{\sqrt{(\sqrt{x-1}-1)^2}+\sqrt{(\sqrt{x-1}+1)^2}}{\sqrt{(x-2)^2}}\cdot\frac{x-2}{x-1}$$

$$A = \frac{\left|\sqrt{x-1}-1\right|+\sqrt{x-1}+1}{|x-2|}\cdot\frac{x-2}{x-1}$$

Với 1 < x < 2 $\quad A = \dfrac{2}{1-x}$

Với x > 2 $\quad A = \dfrac{2}{\sqrt{x-1}}$

Kết luận

Với 1 < x < 2 thì $A = \dfrac{2}{1-x}$

Với x > 2 thì $A = \dfrac{2}{\sqrt{x-1}}$

Bài 2:

a) A và B có hoành độ và tung độ đều khác nhau nên ph- ơng trình đ- ờng thẳng AB có dạng y = ax + b

A(5; 2) $\in$ AB $\Rightarrow$ 5a + b = 2

B(3; -4) $\in$ AB $\Rightarrow$ 3a + b = -4

Giải hệ ta có a = 3; b = -13

Vậy ph- ơng trình đ- ờng thẳng AB là y = 3x - 13

b) Giả sử M (x, 0) ∈ xx' ta có

MA = $\sqrt{(x-5)^2+(0-2)^2}$

MB = $\sqrt{(x-3)^2+(0+4)^2}$

□MAB cân ⇒ MA = MB ⇔ $\sqrt{(x-5)^2+4}=\sqrt{(x-3)^2+16}$

⇔ $(x - 5)^2 + 4 = (x - 3)^2 + 16$

⇔ x = 1

Kết luận: Điểm cần tìm: M(1; 0)

Bài 3:

Ph- ơng trình có nghiệm nguyên khi □ = m^4 - 4m - 4 là số chính ph- ơng

Ta lại có: m = 0; 1 thì □ < 0 loại

m = 2 thì □ = 4 = 2^2 nhận

m ≥ 3 thì 2m(m - 2) > 5 ⇔ $2m^2$ - 4m - 5 > 0

⇔□□ - ($2m^2$ - 2m - 5) < □ < □ + 4m + 4

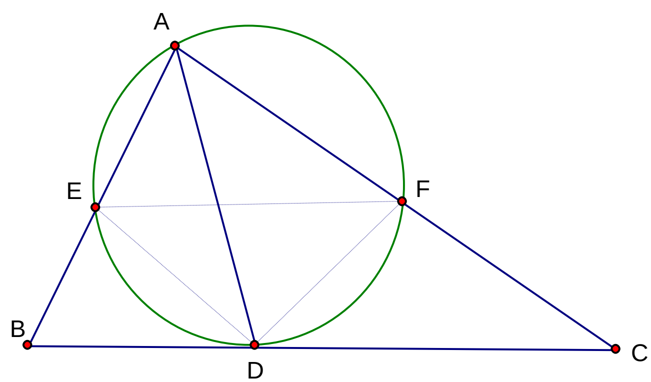
⇔ m^4 - 2m + 1 < □ < m^4

⇔ $(m^2 - 1)^2$ < □ < $(m^2)^2$

□ không chính phương

Vậy m = 2 là giá trị cần tìm.

Bài 4:



a) $EAD = EFD(=\frac{1}{2}sdED)$ (0,25)

$FAD = FDC(=\frac{1}{2}sdFD)$ (0,25)

mà $EDA = FAD \Rightarrow EFD = FDC$ (0,25)

⇒ EF // BC (2 góc so le trong bằng nhau)

b) AD là phân giác góc BAC nên $DE = DF$

sđ $ACD = \frac{1}{2}$sđ($AED - DF$) = $\frac{1}{2}$ sđ AE = sđ ADE

do đó $ACD = ADE$ và $EAD = DAC$

⇒ ΔΔAE ~ ΔADC (g.g)

T- ơng tự: sđ $ADF = \frac{1}{2}sdAF = \frac{1}{2}sd(AFD - DF) = \frac{1}{2}(sdAFD - DE) = sdABD \Rightarrow ADF = ABD$

do đó ΔΑΦΔ ~ →AB (g.g

c) Theo trên:

+ □AED ~ □□DB

$\Rightarrow \frac{AE}{AD} = \frac{AD}{AC}$ hay AD^2 = AE.AC (1)

+ □ADF ~ □ABD ⇒ $\frac{AD}{AB} = \frac{AF}{AD}$

⇒ $AD^2 = AB.AF$ (2)

Từ (1) và (2) ta có $AD^2 = AE.AC = AB.AF$

Bài 5 (1đ):

Ta có $(y^2 - y) + 2 \geq 0 \Rightarrow 2y^3 \leq y^4 + y^2$

$\Rightarrow (x^3 + y^2) + (x^2 + y^3) \leq (x^2 + y^2) + (y^4 + x^3)$

mà $x^3 + y^4 \leq x^2 + y^3$ do đó

$x^3 + y^3 \leq x^2 + y^2$ (1)

+ Ta có: $x(x - 1)^2 \geq 0$: $y(y + 1)(y - 1)^2 \geq 0$

$\Rightarrow x(x - 1)^2 + y(y + 1)(y - 1)^2 \geq 0$

$\Rightarrow x^3 - 2x^2 + x + y^4 - y^3 - y^2 + y \geq 0$

$\Rightarrow (x^2 + y^2) + (x^2 + y3) \leq (x + y) + (x^3 + y^4)$

mà $x^2 + y^3 \geq x^3 + y^4$

$\Rightarrow x^2 + y^2 \leq x + y$ (2)

và $(x + 1)(x - 1) \geq 0$. $(y - 1)(y^3 -1) \geq 0$

$x^3 - x^2 - x + 1 + y^4 - y - y^3 + 1 \geq 0$

$\Rightarrow (x + y) + (x^2 + y^3) \leq 2 + (x^3 + y^4)$

mà $x^2 + y^3 \geq x^3 + y^4$

$\Rightarrow x + y \leq 2$

Từ (1) (2) và (3) ta có:

$x^3 + y^3 \leq x^2 + y^2 \leq x + y \leq 2$

ĐỀ 127

<u>Bài 1:</u> Cho biểu thức M = $\frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6} + \frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} + \frac{\sqrt{x+3}}{2-\sqrt{x}}$

d. Tìm điều kiện của x để M có nghĩa và rút gọn M

e. Tìm x để M = 5

f. Tìm x $\in$ Z để M $\in$ Z.

<u>bài 2:</u> a) Tìm x, y nguyên dơng thoã mãn phong trình

$3x^2 + 10xy + 8y^2 = 96$

b)tìm x, y biết / x - 2005/ + /x - 2006/ +/y - 2007/+/x- 2008/ = 3

<u>Bài 3</u>: a. Cho các số x, y, z dơng thoã mãn $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 4$

Chứng ming rằng: $\frac{1}{2x+y+z} + \frac{1}{x+2y+z} + \frac{1}{x+y+2z} \leq 1$

b. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $B = \dfrac{x^2 - 2x + 2006}{x^2}$ (với $x \neq 0$)

Bài 4: Cho hình vuông ABCD. Kẻ tia Ax, Ay sao cho $x\hat{A}y = 45^0$

Tia Ax cắt CB và BD lần lượt tại E và P, tia Ay cắt CD và BD lần lượt tại F và Q

a. Chứng minh 5 điểm E; P; Q; F; C cùng nằm trên một đờng tròn

b. $S_{\Delta AEF} = 2\, S_{\Delta APQ}$

Kẻ đờng trung trực của CD cắt AE tại M. Tính số đo góc MAB biết $C\hat{P}D = C\hat{M}D$

Bài 5: (1đ)

Cho ba số a, b , c khác 0 thoả mãn: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0$; Hãy tính $P = \dfrac{ac}{c^2} + \dfrac{bc}{a^2} + \dfrac{ac}{b^2}$

đáp án

Bài 1:$M = \dfrac{2\sqrt{x} - 9}{x - 5\sqrt{x} + 6} + \dfrac{2\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 3} + \dfrac{\sqrt{x} + 3}{2 - \sqrt{x}}$

a.ĐK $x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$ 0,5đ

Rút gọn $M = \dfrac{2\sqrt{x} - 9 - (\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 3) + (2\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 2)}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} - 3)}$

Biến đổi ta có kết quả: $M = \dfrac{x - \sqrt{x} - 2}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} - 3)}$ $M = \dfrac{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 2)}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} - 2)} \Leftrightarrow M = \dfrac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 3}$

b.. $M = 5 \Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} - 3} = 5$

$\Rightarrow \sqrt{x} + 1 = 5(\sqrt{x} - 3)$

$\Leftrightarrow \sqrt{x} + 1 = 5\sqrt{x} - 15$

$\Leftrightarrow 16 = 4\sqrt{x}$

$\Rightarrow \sqrt{x} = \dfrac{16}{4} = 4 \Rightarrow x = 16$

c. $M = \dfrac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 3} = \dfrac{\sqrt{x} - 3 + 4}{\sqrt{x} - 3} = 1 + \dfrac{4}{\sqrt{x} - 3}$

Do $M \in z$ nên $\sqrt{x} - 3$ là ớc của 4 $\Rightarrow$ $\sqrt{x} - 3$ nhận các giá trị: -4; -2; -1; 1; 2; 4

$\Rightarrow x \in \{1;4;16;25;49\}$ do $x \neq 4 \Rightarrow x \in \{1;16;25;49\}$

<u>Bài 2</u> a. $3x^2 + 10xy + 8y^2 = 96$

<--> $3x^2 + 4xy + 6xy + 8y^2 = 96$

<--> $(3x^2 + 6xy) + (4xy + 8y^2) = 96$

<--> $3x(x + 2y) + 4y(x + 2y) = 96$

<--> $(x + 2y)(3x + 4y) = 96$

Do x, y nguyên dơng nên x + 2y; 3x + 4y nguyen dơng và $3x + 4y > x + 2y \geq 3$

mà $96 = 2^5.3$ có các ớc là: 1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 24; 32; 48; 96 đợc biểu diễn thành tích 2 thừa số không nhỏ hơn 3 là: 96 = 3.32 = 4.24 = 6. 16 = 8. 12

Lại có x + 2y và 3x + 4y có tích là 96 (Là số chẵn) có tổng 4x + 6y là số chẳn do đó

$\begin{cases} x + 2y = 6 \\ 3x + 4y = 24 \end{cases}$ Hệ PT này vô nghiệm

Hoặc $\begin{cases} x + 2y = 6 \\ 3x + 4y = 16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \end{cases}$

Hoặc $\begin{cases} x + 2y = 8 \\ 3x + 4y = 12 \end{cases}$ Hệ PT vô nghiệm

Vậy cấp số x, y nguyên dơng cần tìm là (x, y) = (4, 1)

b. ta có $/A/ = /-A/ \geq A \forall A$

Nên $/x - 2005/ + /x - 2006/ = /x - 2005/ + /2008 - x/ \geq /x - 2005 + 2008 - x/ \geq /3/ = 3$ (1)

mà $/x - 2005/ + /x - 2006/ + /y - 2007/ + /x - 2008/ = 3$ (2)

Kết hợp (1 và (2) ta có $/x - 2006/ + /y - 2007/ \leq 0$ (3)

(3) sảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} /x - 2006/ = 0 \\ /y - 2007/ = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2006 \\ y = 2007 \end{cases}$

Bài 3

a. Trớc hết ta chứng minh bất đẳng thức phụ

b. Với mọi a, b thuộc R: x, y > 0 ta có $\frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{y} \geq \frac{(a+b)^2}{x+y}$ (*)

<-->$(a^2y + b^2x)(x + y) \geq (a+b)^2 xy$

$\Leftrightarrow a^2y^2 + a^2xy + b^2x^2 + b^2xy \geq a^2xy + 2abxy + b^2xy$

$\Leftrightarrow a^2y^2 + b^2x^2 \geq 2abxy$

$\Leftrightarrow a^2y^2 - 2abxy + b^2x^2 \geq 0$

$\Leftrightarrow (ay - bx)^2 \geq 0$ (**) bất đẳng thức (**) đúng với mọi a, b, và x,y > 0

Dấu (=) xảy ra khi ay = bx hay $\frac{a}{x} = \frac{b}{y}$

áp dung bất đẳng thức (*) hai lần ta có $\frac{1}{2x+y+z} = \frac{\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)^2}{2x+y+z} \leq \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2}{x+y} + \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2}{x+z} = \frac{\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\right)^2}{x+y} + \frac{\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\right)^2}{x+z}$

$$\leq \frac{\left(\frac{1}{4}\right)^2}{x} + \frac{\left(\frac{1}{4}\right)^2}{y} + \frac{\left(\frac{1}{4}\right)^2}{x} + \frac{\left(\frac{1}{4}\right)^2}{z} = \frac{1}{16}\left(\frac{2}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right)$$

Tơng tự $\frac{1}{x+2y+z} \leq \frac{1}{16}\left(\frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{1}{z}\right)$

$$\frac{1}{x+y+2z} \leq \frac{1}{16}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{z}\right)$$

Cộng từng vế các bất đẳng thức trên ta có:

$$\frac{1}{2x+y+z} + \frac{1}{x+2y+z} + \frac{1}{x+y+2z} \leq \frac{1}{16}\left(\frac{2}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) + \frac{1}{16}\left(\frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{1}{z}\right) + \frac{1}{16}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{z}\right)$$

$$\leq \frac{1}{16}\left(\frac{4}{x} + \frac{4}{y} + \frac{4}{z}\right) \leq \frac{4}{16}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) \leq \frac{1}{4}.4 = 1$$

Vì $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 4$

$$B = \frac{x^2 - 2x + 2006}{x^2} \left(x \neq 0\right)$$

Ta có: $B = \frac{x^2 - 2x + 2006}{x^2} \Leftrightarrow B = \frac{2006x^2 - 2.2006x + 2006^2}{2006x}$

$$\Leftrightarrow B = \frac{(x-2006)^2 + 2005x^2}{x^2} \Leftrightarrow \frac{(x-2006)^2 + 2005}{2006x^2} + \frac{2005}{2006}$$

Vì $(x - 2006)^2 \geq 0$ với mọi x

$x^2 > 0$ với mọi x khác 0

$$\Rightarrow \frac{(x-2006)^2}{2006x^2} \geq 0 \Rightarrow B \geq \frac{2005}{2006} \Rightarrow B = \frac{2005}{2006} khi x = 2006$$

Bài 4a. $E\widehat{B}Q = E\widehat{A}Q = 45^0 \Rightarrow \square E\widehat{B}AQ$ nội tiếp; $\hat{B} = 90^0$ → góc AQE = 90^0 → gócEQF = 90^0

Tơng tự góc FDP = góc FAP = 45^0

→ Tứ giác FDAP nội tiếp góc D = 90^0 → góc APF = 90^0 → góc EPF = 90^0 ……. 0,25đ

Các điểm Q, P,C luôn nhìn dới 1góc90^0 nên 5 điểm E, P, Q, F, C cùng nằm trên 1 đờng tròn đờng kính EF …………………0,25đ

b. Ta có góc APQ + góc QPE = 180^0 (2 góc kề bù) $\Rightarrow$góc APQ = góc AFE

Góc AFE + góc EPQ = 180^0

→Tam giác APQ đồng dạng với tam giác AEF (g.g)

→ $\frac{S_{\Delta APQ}}{S_{\Delta AEF}} = k^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow 2S_{\Delta APQ} = S_{\Delta AEE}$

c. góc CPD = góc CMD → tứ giác MPCD nội tiếp → góc MCD = góc CPD (cùng chắn cung MD)

Lại có góc MPD = góc CPD (do BD là trung trực của AC)

góc MCD = góc MDC (do M thuộc trung trực của DC)

→ góc CPD = gócMDC = góc CMD = gócMCD → tam giác MDC đều → góc CMD = 60^0

→ tam giác DMA cân tại D (vì AD = DC = DM)

Và góc ADM =gócADC — gócMDC = $90^0 — 60^0 = 30^0$

→ góc MAD = góc AMD (180^0 - 30^0) : 2 = 75^0

→ gócMAB = $90^0 — 75^0 = 15^0$

Bài 5Đặt x = 1/a; y =1/b; z = 1/c → x + y + z = 0 (vì 1/a = 1/b + 1/c = 0)

$\rightarrow$ x = -(y + z)

$\rightarrow x^3 + y^3 + z^3 — 3xyz = -(y + z)^3 + y^3 — 3xyz$

$\rightarrow -(y^3 + 3y^2 z + 3 y^2z^2 + z^3) + y^3 + z^3 — 3xyz = - 3yz(y + z + x) = - 3yz .0 = 0$

Từ $x^3 + y^3 + z^3 — 3xyz = 0 \rightarrow x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$

$\rightarrow \quad 1/ a^3 + 1/ b^3 + 1/ c^3\ 3\ 1/ a^3 .1/ b^3 .1/ c^3 = 3/abc$

Do đó $P = ab/c^2 + bc/a^2 + ac/b^2 = abc (1/a^3 + 1/b^3 + 1/c^3) = abc.3/abc = 3$

nếu $1/a + 1/b + 1/c = o$ thì $P = ab/c^2 + bc/a^2 + ac/b^2 = 3$

ĐỀ 128

Bài 1Cho biểu thức A = $\sqrt{\frac{(x^2-3)^2+12x^2}{x^2}} + \sqrt{(x+2)^2-8x^2}$

a. Rút gọn biểu thức A

b. Tìm những giá trị nguyên của x sao cho biểu thức A cũng có giá trị nguyên.

Bài 2: (2 điểm)

Cho các đ- ờng thẳng:

$y = x-2 \qquad (d_1)$

$y = 2x — 4 \qquad (d_2)$

$y = mx + (m+2) \qquad (d_3)$

a. Tìm điểm cố định mà đ- ờng thẳng (d_3) luôn đi qua với mọi giá trị của m.

b. Tìm m để ba đ- ờng thẳng (d_1); (d_2); (d_3) đồng quy .

Bài 3: Cho ph- ơng trình $x^2 - 2(m-1)x + m - 3 = 0$ (1)

a. Chứng minh ph- ơng trình luôn có 2 nghiệm phân biệt.

b. Tìm một hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm của ph- ơng trình (1) mà không phụ thuộc vào m.

c. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = x^2_1 + x^2_2$ (với x_1, x_2 là nghiệm của ph- ơng trình (1))

Bài 4: Cho đ- ờng tròn (o) với dây BC cố định và một điểm A thay đổi vị trí trên cung lớn BC sao cho AC>AB và AC > BC . Gọi D là điểm chính giữa của cung nhỏ BC. Các tiếp tuyến của (O) tại D và C cắt nhau tại E. Gọi P, Q lần l- ợt là giao điểm của các cặp đ- ờng thẳng AB với CD; AD và CE.

a. Chứng minh rằng DE// BC

b. Chứng minh tứ giác PACQ nội tiếp

c. Gọi giao điểm của các dây AD và BC là F

Chứng minh hệ thức: $\frac{1}{CE} = \frac{1}{CQ} + \frac{1}{CE}$

Bài 5: Cho các số d- ơng a, b, c Chứng minh rằng: $1 < \frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+a} < 2$

đáp án

Bài 1: - Điều kiện : x $\neq 0$

a. Rút gọn: $A = \sqrt{\dfrac{x^4+6x^2+9}{x^2}} + \sqrt{x^2-4x+4}$

$= \dfrac{x^2+3}{|x|} + |x-2|$

- Với x <0: $A = \dfrac{-2x^2+2x-3}{x}$
- Với 0<x$\leq$ 2: $A = \dfrac{2x+3}{x}$
- Với x>2 : $A = \dfrac{2x^2-2x+3}{x}$

b. Tìm x nguyên để A nguyên:

A nguyên <=> $x^2 + 3 \;\vdots\; |x|$

<=> $3 \;\vdots\; |x|$ => x = $\{-1;-3;1;3\}$

Bài 2:

a. (d_1) : y = mx + (m +2)

<=> m (x+1)+ (2-y) = 0

Để hàm số luôn qua điểm cố định với mọi m

$\begin{cases} x+1=0 \\ 2-y=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$

Vậy N(-1; 2) là điểm cố định mà (d_3) đi qua

b. Gọi M là giao điểm (d_1) và (d_2) . Tọa độ M là nghiệm của hệ

$\begin{cases} y=x-2 \\ y=2x-4 \end{cases}$ => $\begin{cases} x=2 \\ y=0 \end{cases}$

Vậy M (2; 0) .

Nếu (d_3) đi qua M(2,0) thì M(2,0) là nghiệm (d_3)

Ta có : 0 = 2m + (m+2) => m= $-\dfrac{2}{3}$

Vậy m = $-\dfrac{2}{3}$ thì (d_1); (d_2); (d_3) đồng quy

Bài 3: a. $\Delta' = m^2 - 3m + 4 = (m - \dfrac{3}{2})^2 + \dfrac{7}{4} > 0 \;\; \forall m$.

Vậy ph- ơng trình có 2 nghiệm phân biệt

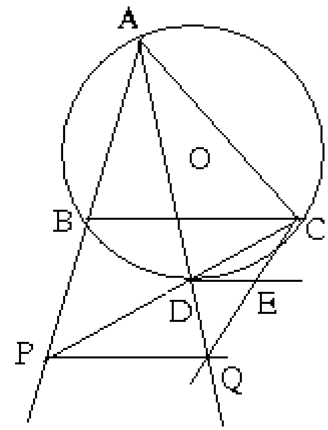
b. Theo Viét: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) \\ x_1x_2 = m-3 \end{cases}$ => $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m-2 \\ 2x_1x_2 = 2m-6 \end{cases}$

<=> $x_1 + x_2 - 2x_1x_2 - 4 = 0$ không phụ thuộc vào m

a. $P = x_1^{\ 2} + x_1^{\ 2} = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 4(m-1)^2 - 2(m-3)$

$$= (2m - \frac{5}{2})^2 + \frac{15}{4} \geq \frac{15}{4} \forall m$$

Vậy $P_{min} = \frac{15}{4}$ với m = $\frac{5}{4}$



Bài 4: Vẽ hình đúng — viết giả thiết — kết luận

a. Sđ$\angle$CDE = $\frac{1}{2}$ Sđ $\overset{\frown}{DC}$ = $\frac{1}{2}$ Sđ $\overset{\frown}{BD}$ = $\angle BCD$

=> DE// BC (2 góc vị trí so le)

b. $\angle$APC = $\frac{1}{2}$ sđ (AC - DC) = $\angle$ AQC

=> ▱ APQC nội tiếp (vì $\angle$ APC = $\angle$ AQC cùng nhìn đoan AC)

c.Tứ giác APQC nội tiếp

$\angle$CPQ = $\angle$ CAQ (cùng chắn cung CQ)

$\angle$CAQ = $\angle$ CDE (cùng chắn cung DC)

Suy ra $\angle$ CPQ = $\angle$ CDE => DE// PQ

Ta có: $\frac{DE}{PQ} = \frac{CE}{CQ}$ (vì DE//PQ) (1)

$\frac{DE}{FC} = \frac{QE}{QC}$ (vì DE// BC) (2)

Cộng (1) và (2) : $\frac{DE}{PQ} + \frac{DE}{FC} = \frac{CE+QE}{CQ} = \frac{CQ}{CQ} = 1$

=> $\frac{1}{PQ} + \frac{1}{FC} = \frac{1}{DE}$ (3)

ED = EC (t/c tiếp tuyến) từ (1) suy ra PQ = CQ

Thay vào (3) : $\frac{1}{CQ} + \frac{1}{CF} = \frac{1}{CE}$

Bài 5: Ta có: $\frac{a}{a+b+c} < \frac{a}{b+a} < \frac{a+c}{a+b+c}$ (1)

$\frac{b}{a+b+c} < \frac{b}{b+c} < \frac{b+a}{a+b+c}$ (2)

$\frac{c}{a+b+c} < \frac{c}{c+a} < \frac{c+b}{a+b+c}$ (3)

Cộng từng vế (1),(2),(3) :

$$1 < \frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+a} < 2$$

ĐỀ 129

Bài 1: (2đ)

Cho biểu thức:

$$P = \left(\frac{x-1}{x+3\sqrt{x}-4} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}\right) : \frac{x+2\sqrt{x}+1}{x-1} + 1$$

a) Rút gọn P.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của P.

Bài 2: (2đ) Một ng- ời dự định đi xe đạp từ A đến B cách nhau 20 km trong một thời gian đã định. Sau khi đi đ- ợc 1 giờ với vận tốc dự định, do đ- ờng khó đi nên ng- ời đó giảm vận tốc đi 2km/h trên quãng đ- ờng còn lại, vì thế ng- ời đó đến B chậm hơn dự định 15 phút. Tính vận tốc dự định của ng- ời đi xe đạp.

Bài 3: (1,5đ) Cho hệ ph- ơng trình:

$$\begin{cases} mx - 2y = 3 \\ -2x + my = 1 - m \end{cases}$$

a) Giải hệ ph- ơng trình với m = 3

b) Tìm m để hệ có nghiệm duy nhất thoả mãn x + y = 1

Bài 4: (3đ) Cho nửa đ- ờng tròn (O; R) đ- ờng kính AB. Điểm M tuỳ ý trên nửa đ- ờng tròn. Gọi N và P lần l- ợt là điểm chính giữa của cung AM và cung MB. AP cắt BN tại I.

a) Tính số đo góc NIP.

b) Gọi giao điểm của tia AN và tia BP là C; tia CI và AB là D.

Chứng minh tứ giác DOPN nội tiếp đ- ợc.

c) Tìm quỹ tích trung điểm J của đoạn OC khi M di động trên nửa tròn tròn tâm O

Bài 5: (1,5đ) Cho hàm số $y = -2x^2$ (P) và đ- ờng thẳng y = 3x + 2m — 5 (d)

a) Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B. Tìm toạ độ hai điểm đó.

b) Tìm quỹ tích chung điểm I của AB khi m thay đổi.

(Häc sinh kh«ng ®-îc sö dông bÊt cø tµi liÖu nµo)

ĐÁP ÁN
MÔN: TOÁN 9

Bài 1: (2đ)

a) (1,5đ)

- Thực hiện đ- ợc biểu thức trong ngoặc bằng: $\frac{-5(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+4)}$ 0,75đ
- Thực hiện phép chia đúng bằng $\frac{-5}{\sqrt{x}+4}$ 0,25đ
- Thực hiện phép cộng đúng bằng: $\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+4}$ 0,25đ
- Điều kiện đúng: $x \ge 0$; $x \ne 1$ 0,25đ

b) (0,5đ)

- Viết P = $1-\frac{5}{\sqrt{x}+4}$ lập luận tìm đ- ợc GTNN của P = -1/4 khi x = 0 0,5đ

Bài 2: (2đ)

1) Lập ph- ơng trình đúng (1,25đ)
- Gọi ẩn, đơn vị, đk đúng 0,25đ
- Thời gian dự định 0,25đ
- Thời gian thực tế 0,5đ
- Lập luận viết đ- ợc PT đúng 0,25đ

2) Gải ph- ơng trình đúng 0,5đ

3) đối chiếu kết quả và trả lời đúng 0,25đ

Bài 3: (1,5đ) a) Thay m = 3 và giải hệ đúng: 1đ

b) (0,5đ)

Tìm m để hệ có nghiệm duy nhất đúng 0,25đ

Tìm m để hệ có nghiệm thoả mãn x + y = 1 và KL 0,25đ

Bài 4: (3đ) Vẽ hình đúng 0,25đ

a) Tính đ- ợc số đo góc NIP = 135^0 0,75đ

b) (1đ)

Vẽ hình và C/m đ- ợc góc NDP = 90^0 0,5đ

Chứng minh đ- ợc tứ giác DOPN nội tiếp đ- ợc. 0,5đ

c) (1đ) + C/m phần thuận

Kẻ JE//AC, JF//BC và C/m đ- ợc góc EJF = 45^0 0,25đ

Lập luận và kết luận điểm J: 0,25đ

+ C/m phần đảo 0,25đ

+ Kết luận quỹ tích 0,25đ

Bài 5: (1,5đ) a) (1đ)

Tìm đ- ợc điều kiện của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt: 0,5đ

Tìm đ- ợc toạ độ 2 điểm A, B 0,5đ

b) Tìm đ- ợc quỹ tích trung điểm I: $\begin{cases} x_I = \dfrac{x_A + x_B}{2} = \dfrac{-3}{4} \\ y_I = \dfrac{y_A + y_B}{2} = \dfrac{8m-11}{4} \end{cases}$ và kết luận 0,5đ

ĐỀ 130

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HẢI PHÒNG

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN

Năm học 2013 – 2014

ĐỀ THI MÔN TOÁN

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Lưu ý: Đề thi gồm 01 trang, thí sinh làm bài vào tờ giấy thi

Bài 1. (2.0 điểm)

a) Cho $A = \left(\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \dfrac{x-3}{x+2\sqrt{x}+4} - \dfrac{7\sqrt{x}+10}{x\sqrt{x}-8} \right) : \dfrac{\sqrt{x}+7}{x+2\sqrt{x}+4}$. Tìm x sao cho $A<2$.

b) Tìm m để phương trình $x^2 - (2m+4)x + 3m + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_2 = 2x_1 + 3$.

Bài 2. (2.0 điểm)

a) Giải phương trình $\sqrt{5x-1} - \sqrt{3x+13} = \dfrac{x-7}{3}$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x^2 + xy = y^2 - 3y + 2 \\ x^2 - y^2 = 3 \end{cases}$.

Bài 3. (3.0 điểm)

Cho hai điểm A, B cố định. Một điểm C khác B di chuyển trên đường tròn (O) đường kính AB sao cho $AC > BC$. Tiếp tuyến của đường tròn (O) tại C cắt tiếp tuyến tại A ở D, cắt AB ở E. Hạ AH vuông góc với CD tại H.

a) Chứng minh rằng $AD.CE = CH.DE$.

b) Chứng minh rằng $OD.BC$ là một hằng số.

c) Giả sử đường thẳng đi qua E, vuông góc với AB cắt AC, BD lần lượt tại F, G. Gọi I là trung điểm AE.

Chứng minh rằng trực tâm tam giác IFG là một điểm cố định.

Bài 4. (1.0 điểm)

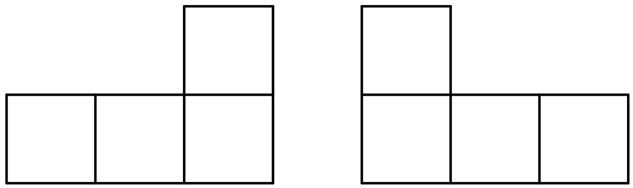
a) Chứng minh rằng nếu $x \geq y \geq 1$ thì $x+\frac{1}{x} \geq y+\frac{1}{y}$.

b) Cho $1 \leq a,b,c \leq 2$. Chứng minh rằng $(a+b+c)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right) \leq 10$.

Bài 5. (2.0 điểm)

a) Cho a,b là hai số nguyên dương thỏa mãn $a+20$ và $b+13$ cùng chia hết cho 21. Tìm số dư của phép chia $A=4^a+9^b+a+b$ cho 21.

b) Có thể phủ kín bảng 20×13 ô vuông bằng các miếng lát có một trong hai dạng dưới (có thể xoay và sử dụng đồng thời cả hai dạng miếng lát) sao cho các miếng lát không chờm lên nhau không?



----- Hết -----

Họ tên thí sinh:....................................Số báo danh: ....

Họ tên giám thị 1:.......................................Họ tên giám thị 2: ....

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HẢI PHÒNG

ĐỀ CHÍNH THỨC

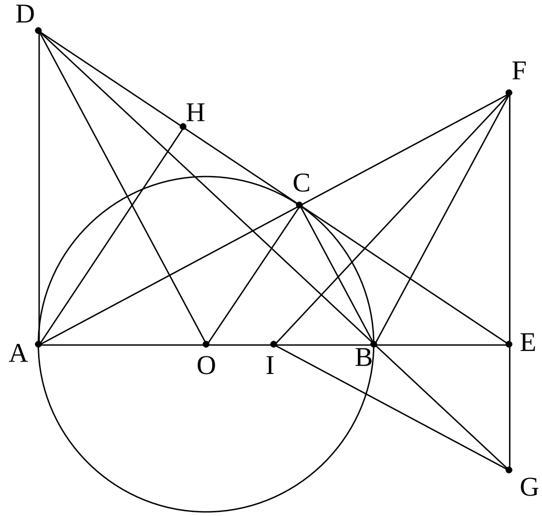
KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN
Năm học 2013 - 2014

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN

Hướng dẫn gồm 03 trang

Bài	**Đáp án**	**iểm**
1 (2.0 điểm)	**.0 điểm)**	
	Đ: $x \geq 0$ và $x \neq 4$.	.25
	$A=\frac{\sqrt{x}\left(x+2\sqrt{x}+4\right)-(x-3)\left(\sqrt{x}-2\right)-\left(7\sqrt{x}+10\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(x+2\sqrt{x}+4\right)}:\frac{\sqrt{x}+7}{x+2\sqrt{x}+4}$ $=\frac{4(x-4)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(x+2\sqrt{x}+4\right)}:\frac{\sqrt{x}+7}{x+2\sqrt{x}+4}=\frac{4\left(\sqrt{x}+2\right)}{\sqrt{x}+7}$.	.25
	$A<2 \Leftrightarrow 2\left(\sqrt{x}+2\right)<\sqrt{x}+7 \Leftrightarrow \sqrt{x}<3 \Leftrightarrow x<9.$	.25
	ợp với điều kiện ta có $\begin{cases}0 \leq x<9\\ x \neq 4\end{cases}$.	.25

	.0 điểm)	
	$\Delta' = (m+2)^2-(3m+2)=m^2+m+2=\left(m+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{7}{4}>0\ \forall m$. ó phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt.	.25
	đề bài và định lý Viét ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=2m+4 \\ x_2=2x_1+3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1=\dfrac{2m+1}{3} \\ x_2=\dfrac{4m+11}{3} \end{cases}$	.25
	$\Rightarrow \frac{2m+1}{3}\cdot\frac{4m+11}{3}=3m+2$	.25
	$\Leftrightarrow 8m^2-m-7=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-\dfrac{7}{8} \end{array}\right.$.	.25
2 **2.0 điểm)**	**.0 điểm)**	
	Đ: $x\geq\frac{1}{5}$.	.25
	$PT \Leftrightarrow \sqrt{5x-1}-\sqrt{3x+13}=\frac{1}{6}\left(\sqrt{5x-1}-\sqrt{3x+13}\right)\left(\sqrt{5x-1}+\sqrt{3x+13}\right)$.	.25
	$\sqrt{5x-1}-\sqrt{3x+13}=0 \Leftrightarrow \sqrt{5x-1}=\sqrt{3x+13} \Leftrightarrow 5x-1=3x+13 \Leftrightarrow x=7$ (thỏa mãn).	.25
	$\sqrt{5x-1}+\sqrt{3x+13}=6$ (1) $x>1$ thì VT (1) > $\sqrt{4}+\sqrt{16}=6$; còn nếu $x<1$ thì VT (1) < $\sqrt{4}+\sqrt{16}=6$. hấy $x=1$ là nghiệm phương trình (1). phương trình ban đầu có hai nghiệm $x_1=1; x_2=7$.	.25
	.0 điểm)	
	$2x^2+xy=y^2-3y+2 \Leftrightarrow y^2-(x+3)y+2-2x^2=0$. lây là phương trình bậc hai ẩn y tham số x, ta có : $\Delta=(x+3)^2-4\left(2-2x^2\right)=9x^2+6x+1=(3x+1)^2$.	.25
	a $\left[\begin{array}{l} y=\dfrac{x+3+3x+1}{2}=2x+2 \\ y=\dfrac{x+3-3x-1}{2}=-x+1 \end{array}\right.$.	.25
	–) $\begin{cases} y=2x+2 \\ x^2-y^2=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=2x+2 \\ 3x^2+8x+7=0\ (\text{Vô nghiệm do } \Delta'=-5<0) \end{cases}$.	.25
	–) $\begin{cases} y=-x+1 \\ x^2-y^2=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-x+1 \\ x=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$.	.25

3 (3.0 điểm)		
	.0 điểm)	
	$OC//AH \Rightarrow \dfrac{CH}{CE} = \dfrac{OA}{OE}$. (1)	.25
	à phân giác của góc $ADE \Rightarrow \dfrac{OA}{OE} = \dfrac{AD}{DE}$. (2)	0.5
	1) và (2) suy ra $\dfrac{CH}{CE} = \dfrac{AD}{DE} \Rightarrow AD.CE = CH.DE$.	.25
	.0 điểm)	
	ó ΔABC # ΔDOA (g – g).	0.5
	$\dfrac{BC}{AO} = \dfrac{AB}{OD} \Rightarrow OD.BC = AB.AO = \dfrac{AB^2}{2}$.	0.5
	.0 điểm)	
	$\dfrac{EF}{AD} = \dfrac{EC}{CD} = \dfrac{EB}{BO} = \dfrac{2EB}{AB} = \dfrac{2EG}{AD} \Rightarrow EF = 2EG.$	.25
	$\Rightarrow 2EF.EG = EF^2 = EC^2 = EB.EA = 2EB.EI$.	.25
	$\Rightarrow \Delta BEF$ # ΔGEI $(c-g-c) \Rightarrow BFE = GIE \Rightarrow BF \perp IG$.	.25
	$BE \perp FG \Rightarrow \Delta IFG$ nhận B cố định là trực tâm.	.25
4 (1.0 điểm)	**.25 điểm)**	
	$x + \dfrac{1}{x} \ge y + \dfrac{1}{y} \Leftrightarrow \dfrac{(x-y)(xy-1)}{xy} \ge 0$. g thức xảy ra khi và chỉ khi $x = y$.	.25
	.75 điểm)	

	ꞌg mất tính tổng quát giả sử $1\le a\le b\le c\le 2$, ta có: $VT-VP=\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)+\left(\frac{b}{c}+\frac{c}{b}\right)+\left(\frac{c}{a}+\frac{a}{c}\right)-7=\left(x+\frac{1}{x}\right)+\left(y+\frac{1}{y}\right)+\left(xy+\frac{1}{xy}\right)-7$ $\left(x=\frac{b}{a}\ge 1, y=\frac{c}{b}\ge 1, xy\le 2\Rightarrow y\le\frac{2}{x}\right)$	).25
	$\le\left(x+\frac{1}{x}\right)+\left(\frac{2}{x}+\frac{x}{2}\right)+\left(2+\frac{1}{2}\right)-7=\frac{3x}{2}+\frac{3}{x}-\frac{9}{2}=\frac{3(x-1)(x-2)}{2x}\le 0$.	).25
	ꞌ thức xảy ra khi và chỉ khi $\left[\begin{array}{l}a=b=1,c=2\\a=1,b=c=2\end{array}\right.$ và các hoán vị.	).25
5 **2.0 điểm)**	**.0 điểm)**	
	ꞌả thiết suy ra $a\equiv 1\pmod 3$, $a=3k+1(k\in\mathbb{N})$; $b\equiv 2\pmod 3$, $b=3q+2(q\in\mathbb{N})$. ꞌa $A=4^a+9^b+a+b\equiv 1+0+1+2\pmod 3$ hay $A\equiv 4\pmod 3$. (1)	).25
	ꞌó: $4^a=4^{3k+1}=4.64^k\equiv 4\pmod 7$ $9^b=9^{3q+2}\equiv 2^{3q+2}\pmod 7\Rightarrow 9^b\equiv 4.8^q\equiv 4\pmod 7$.	).25
	ꞌả thiết ta còn suy ra $a\equiv 1\pmod 7$, $b\equiv 1\pmod 7$. đến $A=4^a+9^b+a+b\equiv 4+4+1+1\pmod 7$ hay $A\equiv 10\pmod 7$.	).25
	ꞌ) suy ra $A\equiv 10\pmod 3$; mà 3 và 7 nguyên tố cùng nhau nên $A\equiv 10\pmod{21}$. A chia cho 21 dư 10.	).25
	.0 điểm)	
	ꞌàu các dòng của bảng ô vuông bằng hai màu đen trắng xen kẽ: dòng 1 đen, dòng 2 trắng, dòng 3 dòng 4 trắng, ...	).25
	ꞌó mỗi miếng lát sẽ luôn phủ đúng 3 ô đen 1 ô trắng hoặc 3 ô trắng 1 ô đen.	).25
	ꞌg bảng, số ô đen bằng số ô trắng nên số miếng lát phủ 3 ô đen 1 ô trắng bằng số miếng lát phủ 3 ꞌng 1 ô đen, do đó phải có chẵn miếng lát.	).25
	ꞌhiên trong bảng có 65 miếng lát, mâu thuẫn. Vậy không thể phủ được bảng thỏa mãn.	).25

ý:- Trên đây chỉ trình bày tóm tắt một cách giải, nếu thí sinh làm theo cách khác mà đúng thì cho điểm tối đa ứng với điểm của đó trong biểu điểm.

- Thí sinh làm đúng đến đâu cho điểm đến đó theo đúng biểu điểm.

- Trong một câu, nếu thí sinh làm phần trên sai, dưới đúng thì không chấm điểm.

- Bài hình học, thí sinh vẽ hình sai thì không chấm điểm. Thí sinh không vẽ hình mà làm vẫn làm đúng thì cho nửa số điểm của câu làm được.

- Bài có nhiều ý liên quan tới nhau, nếu thí sinh công nhận ý trên để làm ý dưới mà thí sinh làm đúng thì chấm điểm ý đó.

- Điểm của bài thi là tổng điểm các câu làm đúng và không được làm tròn.

ĐỀ 131

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH HẬU GIANG

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2012 – 2013
MÔN: TOÁN

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: *120 phút (không kể thời gian giao đề)*

Đề thi có 01 trang

Bài 1: (0,5 điểm) Rút gọn biểu thức: $A = \dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{6}}{1-\sqrt{2}} + \dfrac{2+\sqrt{8}}{1+\sqrt{2}}$

Bài 2: (1,5 điểm) Không sử dụng máy tính cầm tay, hãy giải phương trình và hệ phương trình sau:

a) $x^2 + x - 20 = 0$ b) $\begin{cases} x - 2y = 5 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$

Bài 3: (2,0 điểm)

a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số: $y = -2x^2$

b) Tìm toạ độ các giao điểm của (P) và đường thẳng (D): $y = x - 1$ bằng phép tính.

Bài 4: (2,0 điểm) Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m - 3 = 0$ (m là tham số)

a) Chứng minh phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt.

b) Gọi hai nghiệm của phương trình là x_1, x_2. Xác định m để giá trị của biểu thức $A = x_1^2 + x_2^2$ nhỏ nhất

Bài 5: (4,0 điểm) Cho đường tròn (O; R) và một điểm S ở bên ngoài đường tròn vẽ hai tiếp tuyến SA, SB và đường thẳng a đi qua S cắt đường tròn (O; R) tại M, N với M nằm giữa S và N (đường thẳng a không đi qua tâm O).

a) Chứng minh $SO \perp AB$

b) Gọi I là trung điểm của MN và H là giao điểm của SO và AB; hai đường thẳng OI và AB cắt nhau tại E. Chứng minh: $OI.OE = R^2$

c) Chứng minh tứ giác SHIE nội tiếp đường tròn

d) Cho SO = 2R và MN = $R\sqrt{3}$. Tính diện tích tam giác ESM theo R

---------------------------***HẾT***-------------------------------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.............................Số báo danh.................................

Chữ ký của giám thị 1:.......................Chữ ký của giám thị 2:......................

Giải

Bài 1: (0,5 điểm)

$$A = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{6}}{1-\sqrt{2}} + \frac{2+\sqrt{8}}{1+\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}\left(1-\sqrt{2}\right)}{1-\sqrt{2}} + \frac{2\left(1+\sqrt{2}\right)}{1+\sqrt{2}} = \sqrt{3}+2$$

Bài 2: (1,5 điểm) Không sử dụng máy tính cầm tay, hãy giải phương trình và hệ phương trình sau:

a) $x^2 + x - 20 = 0$

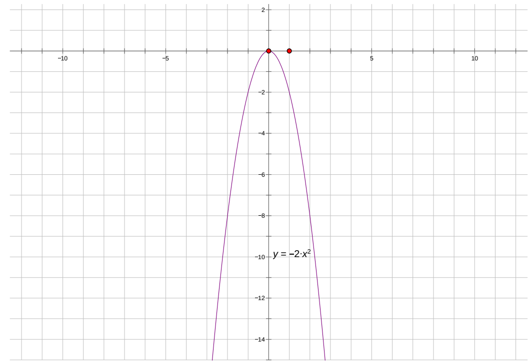
Giải PT Δ ta được 2 nghiệm: $x_1 = 4$; $x_2 = -5$

b) $\begin{cases} x-2y=5 \\ 2x+y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2y=5 \\ 4x+2y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x=7 \\ 2x+y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{7}{5} \\ 2.\dfrac{7}{5}+y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{7}{5} \\ y=\dfrac{-9}{5} \end{cases}$

Bài 3: (2,0 điểm)

a) Lập bảng giá trị và vẽ đồ thị

x	-2	-1	0	1	2
$y = -2x^2$	-8	-2	0	-2	-8



Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d)

$-2x^2 = x - 1$

$\Leftrightarrow -2x^2 - x + 1 = 0$

Có dạng: a - b + c = 0

$\Rightarrow$ Pt có 2 nghiệm : $x_1 = -1$; $x_2 = \frac{1}{2}$

Thay $x_1 = -1$ vào (P): $\Rightarrow y_1 = -2.1 = -2$

Thay $x_2 = \frac{1}{2}$ vào (P): $\Rightarrow y_2 = -2.\frac{1}{4} = -\frac{1}{2}$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (d) là 2 điểm $(-1;\frac{1}{2})$ và $(\frac{1}{2};-\frac{1}{2})$

Bài 4: (2,0 điểm) Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m - 3 = 0$ (m là tham số)

a) $\Delta' = [-(m-1)]^2 - (m-3) = m^2 - 2m + 1 - m + 3 = m^2 - 3m + 4 = (m+\frac{3}{2})^2 + \frac{7}{4} > 0$

Vì $\Delta' > 0$ nên PT luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi m.

b) Theo hệ thức Viet ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m-2 \\ x_1.x_2 = m-3 \end{cases}$

Từ

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1.x_2 = (2m-2)^2 - 2.(m-3) = 4m^2 + 8m + 4 - 2m + 6$$

$$= 4m^2 + 6m + 10 = \left(2m + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{31}{4} \geq \frac{31}{4}$$

Khi $2m + \frac{3}{2} = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{3}{4}$

Vậy $m = -\frac{3}{4}$ biểu thức $A = x_1^2 + x_2^2 = \frac{31}{4}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 5: (4,0 điểm)

a) Theo tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau tại S, ta có:

SA = SB

OA = OB (=R)

$\Rightarrow$ SO là đường trung trực của AB

Hay: SO $\perp$ AB .

b)

Có: SA $\perp$ AO (SA là tiếp tuyến)

$\Rightarrow\ SAO = 90^0$

OE $\perp$ MN (Vì MI = IN và quan hệ $\perp$ đường kính và dây)

$\Rightarrow\ SIO = 90^0$

Xét tứ giác AIOS có:

$SAO = SIO = 90^0$

$\Rightarrow$ tứ giác AIOS nội tiếp (2 đỉnh cùng nhìn 2 cạnh nối 2 đỉnh còn lại dưới góc bằng nhau)

$\Rightarrow\ IAO = ISO$

Mà: $OEH = ISO$ (cùng phụ EOH)

Nên: $IAO = OEH$

Xét ΔOIA và ΔOAE có:

Ô: chung

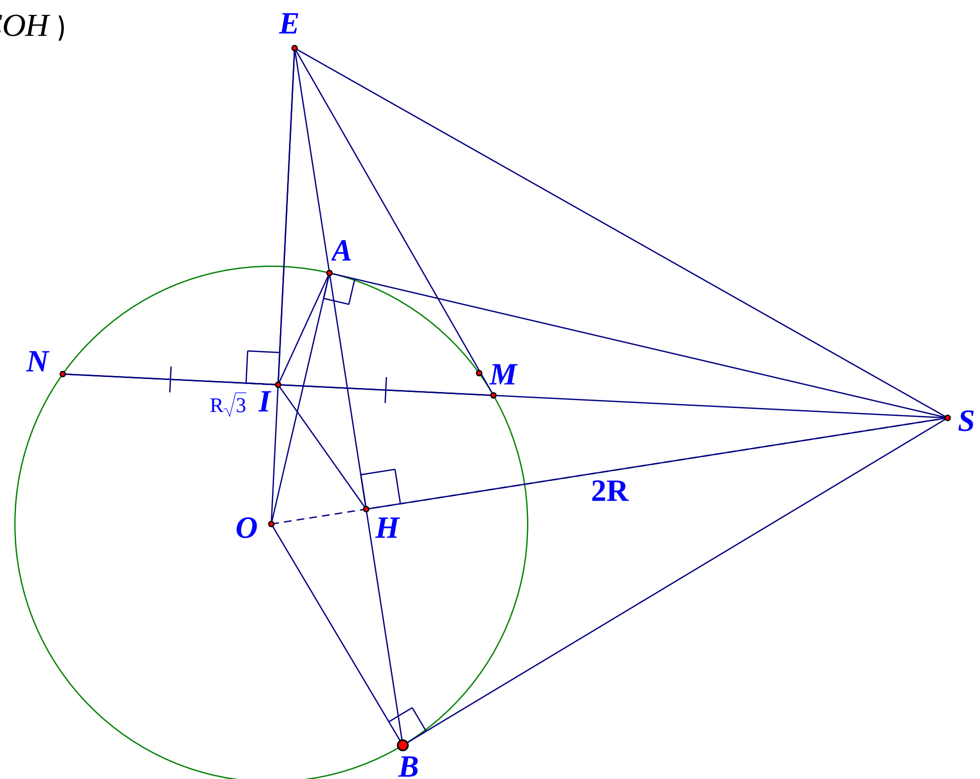
$IAO = OEH$ (cmt)

$\Rightarrow$ΔOIA ~ ΔOAE (g,g)

$\Rightarrow \dfrac{OI}{OA} = \dfrac{OA}{OE}$

$\Rightarrow$ OI.OE = OA^2

Hay OI.OE = R^2



c)

Xét tứ giác SHIE có:

$SHE = 90^0$ (SH $\perp$ AB)

$SIE = 90^0$ (OE $\perp$ MN)

$\Rightarrow$ tứ giác SHIE nội tiếp

d)

IM= $\dfrac{1}{2}MN = \dfrac{R\sqrt{3}}{2}$

Áp dụng định lý Pytago và ΔOMI vuông tại I, ta có:

IO = $\sqrt{OM^2 - IM^2} = \sqrt{R^2 - \left(\dfrac{R\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \dfrac{R}{2}$

Áp dụng định lý Pytago và ΔSOI vuông tại I, ta có:

+ SI = $\sqrt{SO^2 - IO^2} = \sqrt{4R^2 - \left(\dfrac{R}{2}\right)^2} = \dfrac{R\sqrt{15}}{2}$

+ Cos $SOI = \dfrac{OI}{OS} = \dfrac{\frac{R}{2}}{2R} = \dfrac{1}{4}$

ΔAOS vuông tại A, AH là đường cao , ta có:

AO^2 = OH . OS

$\Rightarrow$ OH = $\dfrac{OA^2}{OS} = \dfrac{R^2}{2R} = \dfrac{R}{2}$

ΔOHE vuông tại H, ta có:

Cos $SOE = \dfrac{OH}{OE} = \dfrac{1}{4}$,

$\Rightarrow$ OE = 4.OH = 4.$\dfrac{R}{2} = 2R$

IE = OE – OI = 2R - $\dfrac{R}{2} = \dfrac{3R}{2}$

$S_{SIE} = \dfrac{1}{2}.IS.IE = \dfrac{1}{2}.\dfrac{R\sqrt{15}}{2}.\dfrac{3R}{2} = \dfrac{3R^2\sqrt{5}}{8}$

$S_{EIM} = \dfrac{1}{2}.IM.IE = \dfrac{1}{2}.\dfrac{R\sqrt{3}}{2}.\dfrac{3R}{2} = \dfrac{3R^2\sqrt{3}}{8}$

$\Rightarrow S_{EMS} = S_{EIS} - S_{EIM} = \dfrac{3R^2\sqrt{5}}{8} - \dfrac{3R^2\sqrt{3}}{8} = \dfrac{3R^2}{8}\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)$ (đvdt)

ĐỀ 132

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TIỀN GIANG

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
NĂM HỌC 2015 – 2016
MÔN THI: TOÁN
Thời gian:120 phút *(không kể thời gian giao đề)*
Ngày thi: 11/6/2015
(Đề thi có 01 trang, gồm 06 bài)

Bài I: (2,5 điểm)

1. Rút gọn biểu thức sau: $A = \sqrt{\left(3-\sqrt{2}\right)^2} + \sqrt{2}$
2. Giải hệ phương trình và các phương trình sau:

a/ $\begin{cases} x+y=5 \\ x-y=1 \end{cases}$ b/ $x^2-2x-8=0$ c/ $x^4-3x^2-4=0$

Bài II: (1,0 điểm)

Cho phương trình $x^2-2(m-1)x+m^2-3m=0$ (x là ẩn số, m là tham số)

1. Định m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2.
2. tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $B = x_1^2 + x_2^2 + 7$

Bài III: (2,0 điểm)

Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = -x+2$

1. Vẽ đồ thị của (P) và (d) trên cùng mặt phẳng tọa độ.
2. Bằng phép tính, xác định tọa độ các giao điểm A, B của (P) và (d).
3. Tìm tọa độ điểm M trên cung AB của đồ thị (P) sao cho tam giác AMB có diện tích lớn nhất.

Bài IV: (1,5 điểm)

Khoảng cách giữa hai bến sông A và B là 30 km. Một canô đi xuôi dòng từ A đến B, rồi đi ngược dòng trở về A ngay. Thời gian kể từ lúc đi cho đến lúc về là 5 giờ 20 phút. Tính vận tốc của dòng nước, biết vận tốc thực của canô là 12 km/h

Bài V (2,0 điểm)

Cho đường tròn tâm O. Từ điểm M nằm ngoài đường tròn (O) vẽ các tiếp tuyến MA, MB với (O) (A, B là hai tiếp điểm). Vẽ cát tuyến MCD không đi qua tâm O, C nằm giữa M và D.

1. Chứng minh: Tứ giác MAOB nội tiếp trong một đường tròn.
2. Chứng minh: $MA^2 = MC.MD$.
3. Gọi trung điểm của dây CD là H, tia BH cắt O tại điểm F. Chứng minh: AF // CD

Bài 6 (1,0 điểm)

Cho một hình nón có bán kính đáy bằng 5 cm, đường sinh bằng 13 cm. Tính diện tích xung quanh và thể tích của hình nón đã cho.

---HẾT---

Thí sinh được sử dụng các loại máy tính cầm tay do Bộ Giáo dục và đào tạo cho phép.
Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: ………………………………………..Số báo danh:…………………..

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ THI VÀO LỚP 10
2015 – 2016
MÔN: TOÁN
TIỀN GIANG

Bài I.

1. $A=\sqrt{\left(3-\sqrt{2}\right)^2}+\sqrt{2}=\left|3-\sqrt{2}\right|+\sqrt{2}=3-\sqrt{2}+\sqrt{2}=3$

2. a/ $\begin{cases}x=3\\y=2\end{cases}$ b/ S = {—2; 4} c/ S = {—2; 2} (hs tự giải)

Bài II. Phương trình $x^2-2(m-1)x+m^2-3m=0$ (x là ẩn số, m là tham số)

1. $\Delta'=\left(b'\right)-ac=\left[-(m-1)\right]^2-1.\left(m^2-3m\right)=m^2-2m+1-m^2+3m=m+1$

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $\Delta'>0 \Leftrightarrow m+1>0 \Leftrightarrow m>-1$

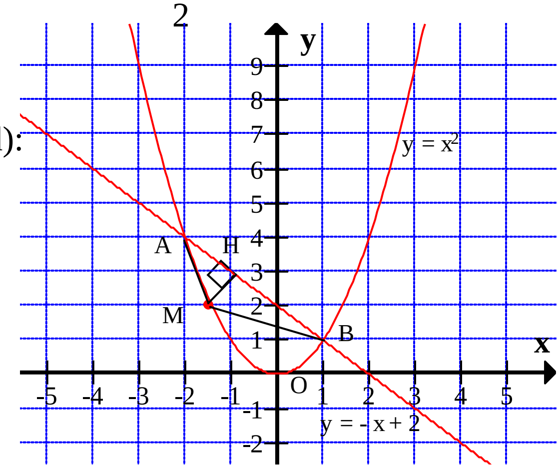
2. Theo Vi-ét: $\begin{cases}x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}=2(m-1)\\ x_1.x_2=\dfrac{c}{a}=m^2-3m\end{cases}$

$$B = x_1^2 + x_2^2 + 7 = \left(x_1 + x_2\right)^2 - 2x_1x_2 + 7 = \left[2\left(m-1\right)\right]^2 - 2\left(m^2 - 3m\right) + 7$$

$$= 4m^2 - 8m + 4 - 2m^2 + 6m + 7 = 2m^2 - 2m + 11 = 2\left(m^2 - m + \frac{11}{2}\right) = 2\left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{21}{2}$$

Vì $2\left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{21}{2} \geq \frac{21}{2}$ nên $B_{min} = \frac{21}{2}$. Dấu "=" xảy ra khi $m = \frac{1}{2}$

***Bài* III**. 1. Vẽ đồ thị (P) và (d) như hình vẽ



2. Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d):

$x^2 = -x + 2 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$

$\Leftrightarrow$ x = 1 hoặc x = —2.

Nếu x = —2 thì y = 4 $\Rightarrow$ A(—2; 4)

Nếu x = 1 thì y = 1 $\Rightarrow$ B(1; 1)

3. .

Gọi M(x_M; y_M) là điểm thuộc parabol (P), cung AB sao cho diện tích tam giác AMB lớn nhất.
Điều kiện: $-2 < x_M < 1$ và $0 \leq y_M < 4$

Từ M, kẻ MH $\perp$ AB tại H, ta có:
+ Phương trình đường thẳng AB: y = –x + 2.
+ Phương trình đường thẳng MH có dạng: y = ax + b. Đường thẳng này vuông góc với AB. Suy ra a.(—1) = —1. Suy ra: a = 1, đường thẳng MH có phương trình y = x + b

+ Phương trình hoành độ giao điểm giữa (P) và MH: $x^2 = x + b \Leftrightarrow x^2 - x - b = 0$

$\Delta = (-1)^2 - 4.1.(-b) = 1 + 4b$; $\Delta = 0 \Leftrightarrow 1 + 4b = 0 \Leftrightarrow b = -\frac{1}{4}$

Do đó: MH có phương trình: $y = x - \frac{1}{4}$

+ phương trình hoành độ giao điểm giữa AB và MH: $x - \frac{1}{4} = -x + 2 \Leftrightarrow x = \frac{9}{8}$

Khi đó: $y = \frac{9}{8} - \frac{1}{4} = \frac{7}{8}$ và $H\left(\frac{9}{8}; \frac{7}{8}\right)$

+ Phương trình hoành độ giao điểm giữa (P) và MH: $x^2 = x - \frac{1}{4} \Leftrightarrow x^2 - x + \frac{1}{4} = 0$

phương trình có nghiệm kép: $x = \frac{1}{2}$ (thỏa điều kiện)

Khi đó: $y = x - \frac{1}{4} = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$ (thỏa điều kiện)

Vậy: $M\left(\frac{1}{2};\frac{1}{4}\right)$

Khi đó: $MH^2 = (x_M - x_H)^2 + (y_M - y_H)^2 = \left(\frac{1}{2}-\frac{9}{8}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}-\frac{7}{8}\right)^2 = \left(-\frac{5}{8}\right)^2 + \left(-\frac{5}{8}\right)^2 = 2.\frac{25}{64}$

$MH = \frac{5}{8}\sqrt{2}$

$AB = \sqrt{3^2+3^2} = \sqrt{2.3^2} = 3\sqrt{2}$

Diện tích tam giác AMB là $S_{AMB} = \frac{1}{2}AB.MH = \frac{1}{2}.3\sqrt{2}.\frac{5}{8}\sqrt{2} = \frac{15}{8}$ (đ.v.d.t)

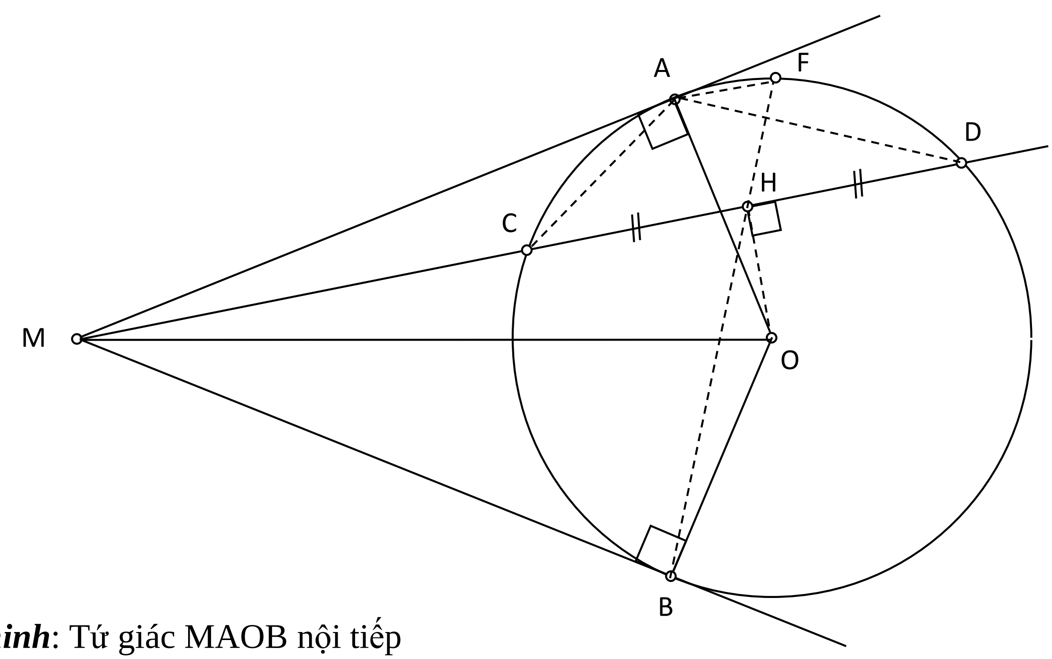
***Bài* IV**. Gọi x (km/h) là vận tốc dòng nước (ĐK: 0 < x < 12)

Theo đề bài, ta có phương trình: $\frac{30}{12+x} + \frac{30}{12-x} = \frac{16}{3} \Leftrightarrow x^2 = 9$

Giải phương trình trên được: x = —3 (loại) hoặc x = 3 nhận

Vậy vận tốc của dòng nước là 3 (km/h)

***Bài* V**



a) ***Chứng minh***: Tứ giác MAOB nội tiếp

Tứ giác MAOB có:

$MAO = 90^0$ (gt); $MBO = 90^0$ (gt); $MAO; MBO$ đối nhau; $MAO + MBO = 180^0$

Vậy tứ giác MAOB nội tiếp đường tròn đường kính AO.

b) Chứng minh: $MA^2 = MC.MD$

Hai tam giác DMA và AMC có: M chung; $MAC = MDA$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cùng chắn cung AC) nên: $\Delta DMA \backsim \Delta AMC$ (g-g)

Suy ra: $\frac{MA}{MC} = \frac{MD}{MA} \Rightarrow MA^2 = MC.MD$

c) ***Chứng minh***: AF // CD

Ta có: H là trung điểm của dây CD nên $OH \perp CD$ (Định lý quan hệ đường kính và dây)

Suy ra $MHO = MBO = 90^0$ nên tứ giác MHOB nội tiếp đường tròn.

$\Rightarrow MHB = MOB$ (1) (góc nội tiếp cùng chắn cung MB)

OM là tia phân giác góc AOB (MA, MB là hai tiếp tuyến của (O) cắt nhau tại M)

$\Rightarrow MOB = \frac{1}{2}AOB$

Mà $AFB = \frac{1}{2}AOB$ (góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung AB)

$\Rightarrow AFB = MOB$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $AFB = MHB$

Mà AFB và MHB là hai góc ở vị trí đồng vị nên suy ra AF // CD.

Bài VI

+ Diện tích xung quanh hình nón: $S_{xq} = \pi rl = \pi.5.13 = 65\pi\left(cm^2\right)$

+ Thể tích hình nón: $h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{13^2 - 5^5} = 12\left(cm\right)$

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2.h = \frac{1}{3}\pi.5^2.12 = 100\pi\left(cm^3\right)$$

....

ĐỀ 133

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO PHÚ THỌ	KÌ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 TRUNG HỌC PHỔ THÔNG CHUYÊN HÙNG VƯƠNG NĂM HỌC 2012-2013

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn Toán

(Dành cho thí sinh thi vào chuyên Tin)

Thời gian làm bài :150 phút không kể thời gian giao đề

Đề thi có 1 trang

Câu 1 (2.0 điểm)

a) Cho a, b là các số thực thỏa mãn $a^2 + b^2 = 2$.Chứng minh rằng:

$$\sqrt{a^4+8b^2}+\sqrt{b^4+8a^2}=6$$

b) Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn phương trình

2x+2xy+y=5

Câu 2 (2,0 điểm)

Cho phương trình x^2 -4x+m^2+3m=0 (m là tham số)

a) Xác định các giá trị của m để phương trình có nghiệm

b) Tim m để phương trình có 2 nghiệm x_1 , x_2 Thỏa mãn điều kiện

$A=x_1^2+4x_2+2x_1x_2$ đạt giá trị lớn nhất

Câu 3 (2,0 điểm)

Giải phương trình $x^4+\sqrt{x^2+2012}=2012$

Câu 4 (4,0 điểm)

Cho hai đường tròn (O_1,R_1) và (O_2,R_2) tiếp súc ngoài tại A (với R_1> R_2).Gọi AB và AC là hai đường kính của (O_1) và (O_2).Dây cung MN vuông góc ới BC tại trung điểm H của BC.Giải sử CN cắt (O_2) tại tại điểm thứ 2 D.

a)Chứng minh ba điểm M, A, D thẳng hàng

b)Chứng minh HD là tiếp tuyến của (O_2)

c)Tính bán kính R của đường tròn tiếp súc ngoài với 2 đường tròn trên và tiếp súc với tiếp tuyến chung của chúng .

Câu 5 (1,0 điểm)

Cho a,b,c là các số dương thỏa mãn ab+bc+ca=3.Chứng minh rằng

$$\frac{1+3a}{1+b^2}+\frac{1+3b}{1+c^2}+\frac{1+3c}{1+a^2}\geq 6$$

----------------------Hết-----------------------

Họ và tên thí sinh...SBD.....................

Ghi chú *: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm*

ĐỀ 134

SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO
BÌNH DƯƠNG
ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN
Năm học 2014-2015
Môn thi : TOÁN CHUYÊN
Thời gian làm bài : 150 phút , Không kể thời gian giao đề

Bài 1: (1 điểm)

Chứng minh rằng: $x_0 = \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}} - \sqrt{6-3\sqrt{2+\sqrt{3}}}$ là nghiệm của phương trình

$x^4 - 16x^2 + 32 = 0$.

Bài 2 : (1,5 điểm)

Cho đường thẳng (d): y = mx + 2 (m là tham số khác 0). Tìm m để khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng (d) bằng $\frac{2}{3}$. Vẽ đường thẳng (d) trong mặt phẳng tọa độ với giá trị m tìm được.

Bài 3: (2 điểm)

1) Giải phương trình: $x^3 + 3x^2 + 3x + 2 = 0$
2) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = 3(x^2 + y^2)$, biết $x^2 + y^2 = xy + 12$

Bài 4: (2 điểm)

1) Tìm m để phương trình $x^2 - 2x - |x-1| + m = 0$ có 2 nghiệm phận biệt.
2) Cho phương trình $mx^2 + x + m - 1 = 0$. Xác định m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1; x_2 thỏa mãn $\left|\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}\right| > 1$

Bài 5: (3,5 điểm)

1) Cho đường tròn (O) và một điểm M cố định bên ngoài đường tròn. Một đường thẳng (d) qua M cắt đường tròn (O) tại A và B (MA < MB, (d) không đi qua O). Gọi C là giao điểm của hai tiếp tuyến kẻ từ A và B.
   a) Chứng minh rằng điểm O nằm trên đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.
   b) Gọi D là giao điểm (khác O) giữa OM và đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Chứng minh : MA.MB = MD.MO
   c) Chứng minh rằng đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC luôn đi qua 2 điểm cố định khi đường thẳng (d) quay quanh M.
2) Cho tam giác đều ABC, (O) là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Điểm M thay đổi, thuộc

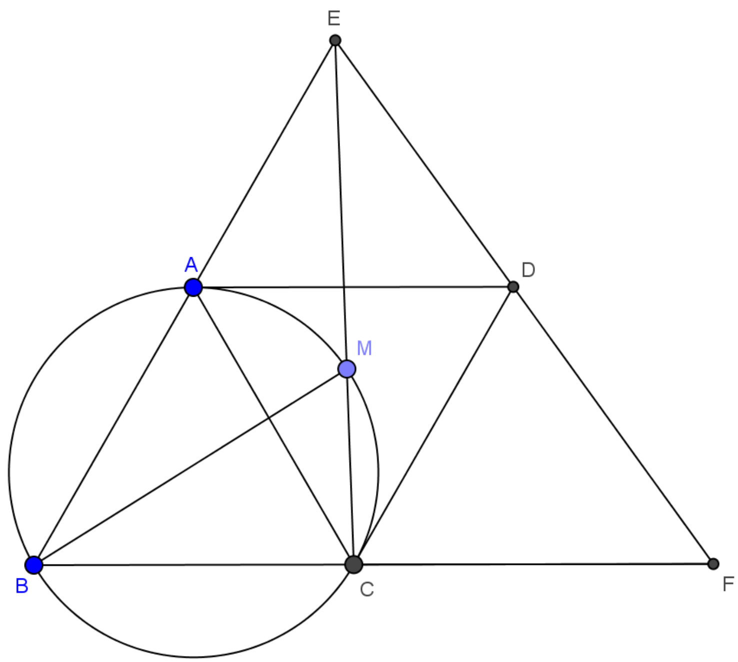
cung nhỏ AC của đường tròn tâm (O) (M khác A và C). CM cắt AB tại E, AM cắt BC tại F. Qua A kẻ đường thẳng song song với BC cắt đường thẳng EF tại D. Chứng minh EF luôn đi qua điểm cố định D khi M thay đổi.

……………….Hết ……………….

Bài 5:

2) (Lê Bảo Hiệp)

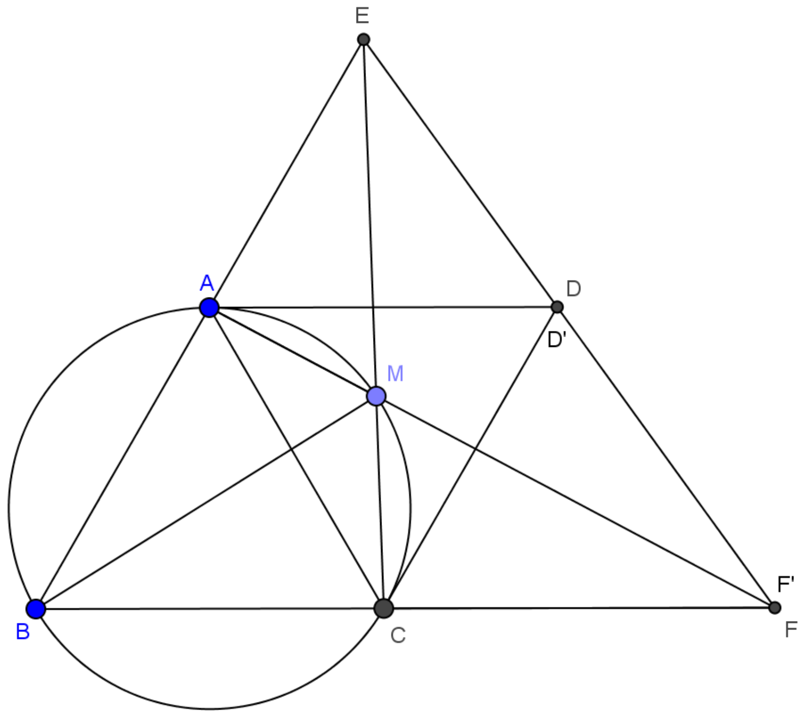
*** Phân tích:**



Sau khi vẽ hình ta nhận thấy ABCD là hình bình hành. Vì A, B, C cố định nên để chứng minh D cố định ta sẽ chứng minh ABCD là hình bình hành.

Tác giả đã thử vẽ thêm đường song song, sử dụng tam giác đồng dạng,... nhưng đều thất bại (gần như bỏ cuộc ☺) Nhận thấy A và C vai trò như nhau nên nếu ta không vẽ đường thẳng song song từ A mà vẽ từ C cắt EF tại D' thì điểm D' này có tính chất như D. Do đó tác giả nghĩ đến việc vẽ hình bình hành ABCD' và tìm cách chứng minh EF đi qua D'. Tuy nhiên để chứng minh EF đi qua D' thì có vẻ rất khó (tác giả đang định sử dụng định lí Ceva hoặc Menelaus). Ta sẽ thay đổi một chút. Thay vì chứng minh EF đi qua D’ ta sẽ chứng minh ED’ đi qua F, tức là chứng minh giao điểm của ED’ và BC trùng với F.

Thật vậy, gọi F’ là giao điểm của ED’ và BC.



Để chứng minh F’ trùng F ta sẽ chứng minh A, M, F’ thẳng hàng. Ta nhận thấy A, M, F’ là 3 điểm nằm trên các cạnh hoặc đường nối dài cạnh của tam giác BCE. Ta nghĩ ngay đến việc sử dụng định lí Menelaus.

Theo định lí Menelaus, ta cần chứng minh: $\frac{AB}{AE}.\frac{ME}{MC}.\frac{F'C}{F'B}=1$

Vì ABCD’ là hình bình hành nên ta có: CD’ = AB và CD’ // AB

Do đó: $\frac{F'C}{F'B}=\frac{CD'}{BE}=\frac{AB}{BE}$

ΔEAM đồng dạng $\Delta ECB \Rightarrow \frac{AE}{CE}=\frac{ME}{BE} \Rightarrow AE.BE=ME.CE$

Điều phải chứng minh tương đương với:

$\frac{AB^2.ME}{ME.CE.MC}=1\Leftrightarrow\frac{AB^2}{CE.MC}=1\Leftrightarrow AB^2=CE.MC\Leftrightarrow BC^2=CE.MC$ (điều này đúng vì ΔBCM đồng dạng ΔECB)

Vậy ta đã chứng minh được EF đi qua D’. Ta chỉ cần chứng minh thêm D’ trùng D.

Điều này rất dễ vì D và D’ đều là giao điểm của EF và đường thẳng qua A song song BC).

Bài toán đã được chứng minh.

ĐỀ 135

SỞ GIÁO DỤC – ĐÀO TẠO
THÁI BÌNH

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2017 – 2018

Môn: **TOÁN**

Thời gian làm bài: 120 phút *(không kể thời gian giao đề)*

Câu 1. *(2,0 điểm)*

a) Tìm m để hàm số $y = (3m - 2)x + 2017$ đồng biến trên tập R.

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} (x+y)+(x+2y)=-2 \\ 3(x+y)+(x-2y)=1 \end{cases}$.

Câu 2. *(2,0 điểm)*

Cho biểu thức: $P = \dfrac{3x+5\sqrt{x}-4}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)} - \dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3} - \dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-1}$ (với $x \ge 0, x \ne 1$).

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tìm x sao cho $P = -\dfrac{1}{2}$.

Câu 3. *(2,0 điểm)*

Cho phương trình: $x^2 - (m-1)x - m^2 + m - 1 = 0$ (1)

a) Gải phương trình với $m = -1$.

b) Chứng minh rằng với mọi m phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt. Giả sử hai nghiệm là $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$, khi đó tìm m để $|x_2| - |x_1| = 2$.

Câu 4. *(3,5 điểm)*

Cho ΔABC có ba góc nhọn (AB < AC), dựng AH vuông góc với BC tại điểm H. Gọi M, N theo thứ tự là hình chiếu vuông góc của điểm H trên AB và AC. Đường thẳng MN cắt đường thẳng BC tại điểm D. Trên nửa mặt phẳng bờ CD chứa điểm A vẽ nửa đường tròn đường kính CD. Qua B kẻ đường thẳng vuông góc với CD cắt nửa đường tròn trên tại điểm E .

a) Chứng minh tứ giác AMHN là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh $\widehat{EBM} = \widehat{DNH}$.

c) Chứng minh DM.DN = DB.DC.

d) Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MNE. Chứng minh $OE \perp DE$.

Câu 5. *(0,5 điểm)*

Cho tam giác ABC, M là điểm bất kì nằm trong tam giác. Kéo dài AM cắt BC tại P, BM cắt AC tại Q, CM cắt AB tại K. Chứng minh: $MA.MB.MC \ge 8MP.MQ.MK$

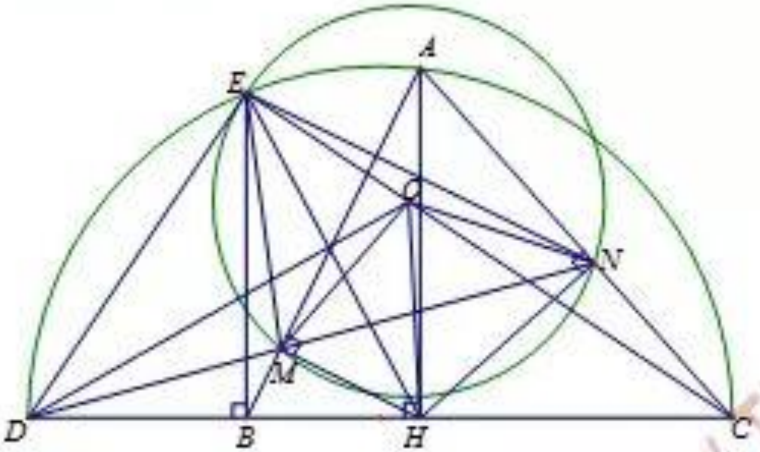
--- HẾT ---

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

(THẦY ĐẠI GIỚI THIỆU)

CÂU	NỘI DUNG	ĐIỂM
1	a) Tìm m để hàm số $y = (3m-2)x + 2017$ đồng biến trên tập R. b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}(x+y)+(x+2y)=-2\\3(x+y)+(x-2y)=1\end{cases}$.	**2,0**
	a) Hàm số đã cho đã cho đồng biến trên tập R $\Leftrightarrow 3m-2>0 \Leftrightarrow m>\frac{2}{3}$	0,75
	Vậy với $m>\frac{2}{3}$ thì hàm số đã cho đồng biến trên tập R.	0,25
	b) Ta có: $\begin{cases}(x+y)+(x+2y)=-2\\3(x+y)+(x-2y)=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x+y+x+2y=-2\\3x+3y+x-2y=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2x+3y=-2\\4x+y=1\end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases}4x+6y=-4\\4x+y=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}5y=-5\\4x+y=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y=-1\\4x-1=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y=-1\\x=\frac{1}{2}\end{cases}$	0,5
	Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y)=(\frac{1}{2};-1)$	0,25
2	Cho biểu thức: $P=\frac{3x+5\sqrt{x}-4}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)}-\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}-\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-1}$ (với $x\ge 0, x\ne 1$). a) Rút gọn biểu thức P. b) Tìm x sao cho $P=-\frac{1}{2}$.	**2,0**
	a) Với $x\ge 0, x\ne 1$, ta có: $P=\frac{3x+5\sqrt{x}-4-(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)-(\sqrt{x}+3)^2}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)}$	0,25
	$P=\frac{3x+5\sqrt{x}-4-x+1-x-6\sqrt{x}-9}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)}$	0,25
	$P=\frac{x-\sqrt{x}-12}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)}$	0,25
	$P=\frac{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-4)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)}=\frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-1}$.	0,25
	Vậy với $x\ge 0, x\ne 1$ thì $P=\frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-1}$.	0,25
	b) Với $x\ge 0, x\ne 1$ thì $P=-\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-1}=-\frac{1}{2} \Rightarrow 2(\sqrt{x}-4)=-(\sqrt{x}-1)$	0,25

	Vậy với x = 9 thì $P = -\frac{1}{2}$.	0,25
3	Cho phương trình: $x^2 - (m-1)x - m^2 + m - 1 = 0$ (1) a) Giải phương trình với m = −1. b) Chứng minh rằng với mọi m phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt. Giả sử hai nghiệm là $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$, khi đó tìm m để $\|x_2\| - \|x_1\| = 2$.	**2,0**
	a) Với m = −1 thì phương trình (1) trở thành: $x^2 + 2x - 3 = 0$	0,25
	Có a + b + c = 1 + 2 − 3 = 0 nên phương trình trên có hai nghiệm: $x_1 = 1; x_2 = -3$	0,5
	Vậy với m = −1 thì (1) có hai nghiệm phân biệt: $x_1 = 1; x_2 = -3$.	0,25
	b) Xét (1) có: $a.c = -m^2 + m - 1 = -(m-\frac{1}{2})^2 - \frac{3}{4} < 0\ \forall m$ (vì $-(m-\frac{1}{2})^2 \le 0\ \forall m$, $-\frac{3}{4} < 0$)	0,25
	Do đó (1) có hai nghiệm phân biệt trái dấu $(x_1 < 0 < x_2)$.	0,25
	Áp dụng định lí Vi−et, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = m-1 \\ x_1x_2 = -m^2 + m - 1 \end{cases}$ Ta có: $\|x_2\| - \|x_1\| = 2 \Leftrightarrow x_2 + x_1 = 2$ (vì $x_1 < 0 < x_2$) $\Leftrightarrow m - 1 = 2 \Leftrightarrow m = 3$	0,25
	.Vậy m = 3 là giá trị cần tìm.	0,25
5	Cho ΔABC có ba góc nhọn (AB < AC), dựng AH vuông góc với BC tại điểm H. Gọi M, N theo thứ tự là hình chiếu vuông góc của điểm H trên AB và AC. Đường thẳng MN cắt đường thẳng BC tại điểm D. Trên nửa mặt phẳng bờ CD chứa điểm A vẽ nửa đường tròn đường kính CD. Qua B kẻ đường thẳng vuông góc với CD cắt nửa đường tròn trên tại điểm E . a) Chứng minh tứ giác AMHN là tứ giác nội tiếp. b) Chứng minh $\widehat{EBM} = \widehat{DNH}$. c) Chứng minh DM.DN = DB.DC. d) Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MNE. Chứng minh OE ⊥ DE.	**3,5**

		
	a) Vì M, N theo thứ tự là hình chiếu vuông góc của điểm H trên AB và AC $\Rightarrow HM \perp AB$ tại M, $HN \perp AC$ tại N	0,25
	$\Rightarrow \widehat{AMH} = \widehat{ANH} = 90^\circ$	0,25
	Xét tứ giác AMHN có: $\widehat{AMH} + \widehat{ANH} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$	0,25
	Do đó tứ giác AMHN là tứ giác nội tiếp	0,25
	b) Ta có: $EB \perp CD$ (gt), $AH \perp DC$ (vì $AH \perp BC$ (gt)) $\Rightarrow EB \,//\, AH$	0,25
	$\Rightarrow \widehat{EBM} = \widehat{MAH}$ (hai góc so le trong) (1)	0,25
	Tứ giác AMNH là tứ giác nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \widehat{MAH} = \widehat{MNH}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung MH) (2)	0,25
	Từ (1) và (2) suy ra: $\widehat{EBM} = \widehat{MNH}$ hay $\widehat{EBM} = \widehat{DNH}$ (đpcm).	0,25
	c) Tứ giác AMHN là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \widehat{AMN} = \widehat{AHN}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AN) Mà $\widehat{DMB} = \widehat{AMN}$ (đối đỉnh) $\Rightarrow \widehat{DMB} = \widehat{AHN}$ (3)	0,25
	ΔAHC vuông tại H có $HN \perp AC$ (gt) $\Rightarrow \widehat{AHN} = \widehat{ACH}$ (cùng phụ với $\widehat{NHC}$) Hay $\widehat{AHN} = \widehat{DCN}$ (4) Từ (3) và (4) suy ra: $\widehat{DMB} = \widehat{DCN}$	0,25
	Xét ΔDMB và ΔDCN có: $\widehat{NDC}$ chung; $\widehat{DMB} = \widehat{DCN}$ (cmt) $\Rightarrow \Delta DMB \backsim \Delta DCN$ (g−g)	0,25
	$\Rightarrow \dfrac{DM}{DC} = \dfrac{DB}{DN}$ Vậy DM.DN = DB.DC (đpcm).	0,25
	d) ΔEDC nội tiếp đường tròn đường kính CD $\Rightarrow \Delta EDC$ vuông tại E. ΔEDC vuông tại E có $EB \perp CD$ (gt) nên áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông $\Rightarrow DE^2 = DB.DC$	0,25

Xét ΔDEM và ΔDNE có: $\widehat{EDN}$ chung; $\frac{DE}{DM}=\frac{DN}{DE}$ (cmt)

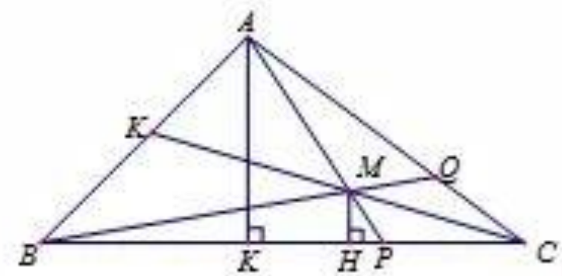
$\Rightarrow \Delta DEM \backsim \Delta DNE$ (c−g−c) $\Rightarrow \widehat{DEM}=\widehat{DNE}$ — 0,25

Xét đường tròn (O) có: $\widehat{DEM}=\widehat{DNE}$ và tia EM nằm giữa hai tia ED và EN

Do đó DE là tiếp tuyến của đường tròn (O).

Vậy $DE \perp OE$ (đpcm).

5 Cho tam giác ABC, M là điểm bất kì nằm trong tam giác. Kéo dài AM cắt BC tại P, BM cắt AC tại Q, CM cắt AB tại K. Chứng minh: $MA.MB.MC \ge 8MP.MQ.MK$ — **0,5**



Kẻ $MH \perp BC$, $AK \perp BC \Rightarrow MH \,//\, AK \Rightarrow \frac{MH}{AK}=\frac{MP}{AP}$ (hệ quả định lí Talet)

Lại có : $\frac{MH}{AK}=\frac{\frac{1}{2}MH.BC}{\frac{1}{2}AK.BC}=\frac{S_{MBC}}{S}$ (với $S=S_{ABC}$) $\Rightarrow \frac{MP}{AP}=\frac{S_{MBC}}{S}$.

Chứng minh tương tự, ta có: $\frac{MQ}{BQ}=\frac{S_{MAC}}{S}$; $\frac{MK}{CK}=\frac{S_{MAB}}{S}$ — 0,25

Suy ra : $\frac{MP}{AP}+\frac{MQ}{BQ}+\frac{MK}{CK}=\frac{S_{MBC}}{S}+\frac{S_{MAC}}{S}+\frac{S_{MAB}}{S}=1$.

Đặt $x=\frac{MP}{AP}, y=\frac{MQ}{BQ}, z=\frac{MK}{CK}$ thì $x, y, z>0$ và $x+y+z=1$.

Bất đẳng thức đã cho tương đương với :

$$\frac{MA}{MP}\cdot\frac{MB}{MQ}\cdot\frac{MC}{MK}\ge 8 \Leftrightarrow \left(\frac{AP}{MP}-1\right)\left(\frac{BQ}{MQ}-1\right)\left(\frac{CK}{MK}-1\right)\ge 8 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{x}-1\right)\left(\frac{1}{y}-1\right)\left(\frac{1}{z}-1\right)\ge 8$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{xyz}-\left(\frac{1}{xy}+\frac{1}{yz}+\frac{1}{zx}\right)+\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}-1\ge 8 \Leftrightarrow \frac{1}{xyz}-\frac{x+y+z}{xyz}+\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}-1\ge 8$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{xyz}-\frac{1}{xyz}+\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}-1\ge 8 \Leftrightarrow \frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\ge 9 \Leftrightarrow (x+y+z)\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)\ge 9$$

(vì $x+y+z=1$)

	$\Leftrightarrow 1+\frac{x}{y}+\frac{x}{z}+\frac{y}{x}+1+\frac{y}{z}+\frac{z}{x}+\frac{z}{y}+1\ge 9\Leftrightarrow\left(\frac{x}{y}+\frac{y}{x}-2\right)+\left(\frac{y}{z}+\frac{z}{y}-2\right)+\left(\frac{z}{x}+\frac{x}{z}-2\right)\ge 0$ $\Leftrightarrow \frac{(x-y)^2}{xy}+\frac{(y-z)^2}{yz}+\frac{(z-x)^2}{zx}\ge 0$ Bất đẳng thức cuối cùng hiển nhiên đúng, vì $x, y, z > 0$ và $(x-y)^2\ge 0, (y-z)^2\ge 0, (z-x)^2\ge 0\ \forall x, y, z\ge 0$. Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow x=y=z=\frac{1}{3}\Leftrightarrow \frac{MP}{AP}=\frac{MQ}{BQ}=\frac{MK}{CK}=\frac{1}{3}$ $\Leftrightarrow$ M là trọng tâm của ΔABC. Vậy $MA.MB.MC\ge 8MP.MQ.MK$	0,25

Sống trong đời cần có một tấm lòng,

Để làm gì em biết không?

Để gió cuốn đi, để gió cuốn đi...

"Trịnh Công Sơn"

ĐỀ 136

SỞ GIÁO DỤC ĐÀO TẠO
BÌNH ĐỊNH

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
KHÓA NGÀY : 30 - 6 - 2010

Đề chính thức

Môn thi: **TOÁN**
Thời gian: **120 phút** (không kể thời gian phát đề)
Ngày thi: **01/7/2010**

Bài 1: (1,5 điểm)

Giải các phương trình sau:

a) $3(x – 1) = 2+x$ b) $x^2 + 5x – 6 = 0$

Bài 2: (2,0 điểm)

a) Cho phương trình $x^2 – x + 1 – m$ (m là tham số).
Tìm điều kiện của m để phương trình đã cho có nghiệm.

b) Xác định các hệ số a, b biết rằng hệ phương trình $\begin{cases} ax + 2y = 2 \\ bx – ay = 4 \end{cases}$ có nghiệm ($\sqrt{2}$, $-\sqrt{2}$).

Bài 3: (2,5 điểm)

Một công ty vận tải điều một số xe tải để chở 90 tấn hàng. Khi đến kho hàng thì có 2 xe bị hỏng nên để chở hết lượng hàng thì mỗi xe còn lại phải chở thêm 0,5 tấn so với dự định ban đầu. Hỏi số xe được điều đến chở hàng là bao nhiêu ? Biết rằng khối lượng hàng chở ở mỗi xe là như nhau.

Bài 4: (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn nội tiếp trong đường tròn tâm O. Kẻ các đường cao BB\` và CC\` (B\` $\in$ cạnh AC, C\` $\in$ cạnh AB). Đường thẳng B\`C\` cắt đường tròn tâm O tại hai điểm M và N (theo thứ tự N, C\`, B\`, M).

a) Chứng minh tứ giác BC\`B\`C là tứ giác nội tiếp.
b) Chứng minh AM = AN.
c) AM^2 = AC\`.AB

Bài 5: (1,0 điểm). Cho các số a, b, c thỏa mãn các điều kiện $0 < a < b$ và phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ vô nghiệm. Chứng minh rằng: $\frac{a+b+c}{b-a} > 3$

SỞ GIÁO DỤC ĐÀO TẠO
BÌNH ĐỊNH

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
KHÓA NGÀY : 30 - 6 - 2010

Gợi ý giải

Môn thi: **TOÁN**
Thời gian: **120 phút** (không kể thời gian phát đề)
Ngày thi: **01/7/2010**

Bài 1: (1,5 điểm)

Giải các phương trình sau:

a) $3(x - 1) = 2+x$

$3x - 3 = 2 + x$

$2x = 5$

Vậy $x = \frac{5}{2}$

b) $x^2 + 5x - 6 = 0$

Ta có : $a + b + c = 1 + 5 - 6 = 0$ Nên pt có hai nghiệm là $x_1 = 1$; $x_2 = -6$

Bài 2: (2,0 điểm)

a) Cho phương trình $x^2 - x + 1 - m$ (m là tham số).

Tìm điều kiện của m để phương đã cho có nghiệm.

Ta có $\Delta = 1 - 4(1 - m) = 4m - 3$

Để pt có nghiệm thì $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow 4m - 3 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{3}{4}$

b) Xác định các hệ số a, b biết rằng hệ phương trình $\begin{cases} ax + 2y = 2 \\ bx - ay = 4 \end{cases}$

có nghiệm ($\sqrt{2}, -\sqrt{2}$).

Ta có $\begin{cases} a\sqrt{2} + 2(-\sqrt{2}) = 2 \\ b(\sqrt{2}) - a(-\sqrt{2}) = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \ldots\ldots\ldots \Leftrightarrow \begin{cases} a = \sqrt{2} + 2 \\ b = \sqrt{2} - 2 \end{cases}$

Bài 3: (2,5 điểm)

Một công ty vận tải điều một số xe tải để chở 90 tấn hàng. Khi đến kho hàng thì có 2 xe bị hỏng nên để chở hết lượng hàng thì mỗi xe còn lại phải chở thêm 0,5 tấn so với dự định ban đầu. Hỏi số xe được điều đến chở hàng là bao nhiêu ? Biết rằng khối lượng hàng chở ở mỗi xe là như nhau.

Gọi x (xe) là số xe tải dự định điều đến để chở hàng . ĐK : $x \in N$, $x > 2$

Theo dự định mỗi xe chở : $\frac{90}{x}$ (tấn) . Thực tế mỗi xe phải chở $\frac{90}{x-2}$ (tấn)

Vì thực tế mỗi xe phải chở thêm 0,5 tấn nên ta có pt: $\frac{90}{x-2} - \frac{90}{x} = 0,5$

Giải pt ta được $x_1 = 20$ (TMĐK) ; $x_2 = -18$ (loai).

Vậy số xe tải dự định điều đến để chở hàng là 20 chiếc

Bài 4: (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn nội tiếp trong đường tròn tâm O. Kẻ các đường cao BB\` và CC\` (B\` $\in$ cạnh AC, C\` $\in$ cạnh AB). Đường thẳng B\`C\` cắt đường tròn tâm O tại hai điểm M và N (theo thứ tự N, C\`, B\`, M).

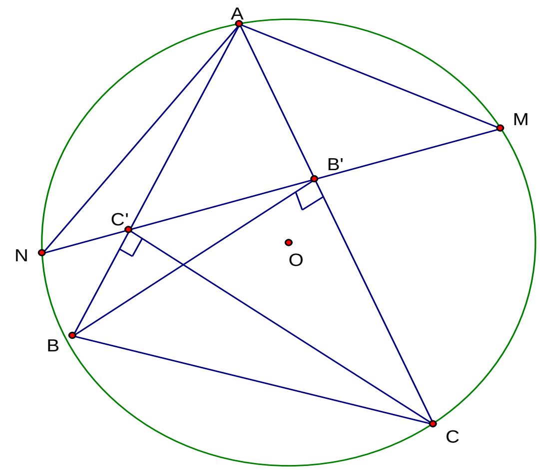
a) Chứng minh tứ giác BC\`B\`C là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh AM = AN.

c) $AM^2 = AC`.AB$

a) C'và B' cùng nhìn B,C dưới những góc vuông nên tứ giác BC`B`C là tứ giác nội tiếp.

b) BC`B`C là tứ giác nội tiếp nên ta có



$\widehat{ACB} = \widehat{AC'M}$ *(cùng bù* $\widehat{BC'B'}$ *)*

Nhưng : $\widehat{ACB} = \frac{1}{2}$ *sđ*$(\overset{\frown}{BN} + \overset{\frown}{NA})$

$\widehat{AC'M} = \frac{1}{2}$ *sđ*$(\overset{\frown}{BN} + \overset{\frown}{MA})$

Suy ra $\overset{\frown}{NA} = \overset{\frown}{MA}$ *.Vậy MA = NA*

c)

$\Delta C'AM \backsim \Delta ABM$ *(g.g)*$\Rightarrow \frac{AM}{AC'} = \frac{AB}{AM}$

Hay $AM^2 = AC'.AB$

***Bài 5**: (1,0 điểm). Cho các số a, b, c thỏa mãn các điều kiện 0 < a < b và phương trình* $ax^2 + bx + c = 0$ *vô nghiệm. Chứng minh rằng:* $\frac{a+b+c}{b-a} > 3$

Ta có $(b-c)^2 \geq 0 \Rightarrow b^2 \geq 2bc - c^2$

Vì pt $ax^2 + bx + c = 0$ *vô nghiệm nên có* $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ *(do a>0 ;b>0 nên c>0)*

$\Rightarrow b^2 < 4ac \Leftrightarrow 2bc - c^2 < 4ac$

$\Leftrightarrow 4a > 2b-c \Leftrightarrow a+b+c > 3b - 3a \Leftrightarrow \frac{a+b+c}{b-a} > 3$ *(Đpcm)*

ĐỀ 137

Đề ôn thi vào lớp 10 môn Toán (số 3)

Bài 1: Cho A = $\frac{1}{2(1+\sqrt{x+2})} + \frac{1}{2(1-\sqrt{x+2})}$

a. Tìm x để A có nghĩa

b. Rút gọn A

c. Tìm các giá trị của x để A có giá trị dương

Bài 2:

a. Giải phương trình: $x^4 + 24x^2 - 25 = 0$

b. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x - y = 2 \\ 9x + 8y = 34 \end{cases}$

Bài 3: Cho phương trình: $x^2 - 2mx + (m - 1)^3 = 0$ với x là ẩn số, m là tham số(1)

a. Giải phương trình (1) khi m = -1

b. Xác định m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt, trong đó một nghiệm bằng bình phương của nghiệm còn lại.

Bài 4: Cho parabol (P): $y = 2x^2$ và đường thẳng (d): $2x + y - 4 = 0$

a) Vẽ (P)

b) Tìm tọa độ giao điểm A, B của (P) và (d) bằng đồ thị và bằng phép tính

c) Gọi A', B' là hình chiếu của A, B trên trục hoành.Tính diện tích tứ giác ABB'A'.

Bài 5: Cho nửa đường tròn (0) đường kính AB. Từ A và B kẻ hai tiếp tuyến Ax và By. Qua điểm M thuộc nửa đường tròn này, kẻ tiếp tuyến thứ ba, cắt các tiếp tuyến Ax và By lần lượt ở E và F.

a. Chứng minh AEMO là tứ giác nội tiếp

b. AM cắt OE tại P, BM cắt OF tại Q. Tứ giác MPOQ là hình gì? Tại sao?

c. Kẻ MH vuông góc với AB (H thuộc AB). Gọi K là giao điểm của MH và EB. So sánh MK với KH.

d. Cho AB = 2R và gọi r là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác EOF.

Chứng minh rằng: $\frac{1}{3} < \frac{r}{R} < \frac{1}{2}$

Hướng dẫn giải:

Bài 1:

a. A có nghĩa $\Leftrightarrow \begin{cases} x + 2 \geq 0 \\ \sqrt{x+2} \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x + 2 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x \neq -1 \end{cases}$ (*)

b. A = $\frac{1}{2(1+\sqrt{x+2})} + \frac{1}{2(1-\sqrt{x+2})} = \frac{(1-\sqrt{x+2}) + (1+\sqrt{x+2})}{2\left[1-(\sqrt{x+2})^2\right]} = \frac{-1}{x+1}$

c. A có giá trị dương khi $\Leftrightarrow \frac{-1}{x+1} > 0 \Leftrightarrow x+1 < 0$ và x thỏa mãn (*)

$\Leftrightarrow$ x < -1 và x thỏa mãn (*)

$$\Leftrightarrow \; -2 \le x < -1$$

Bài 2:

a. Giải phương trình: $x^4 + 24x^2 - 25 = 0$

Đặt $t = x^2$, $t \ge 0$, phương trình đã cho trở thành: $t^2 + 24t - 25 = 0$

có a + b +c = 0 nên t =1 hoặc t = -25, vì t$\ge$ 0 ta chọn t = 1

Từ đó phương trình có hai nghiệm x = -1 và x = 1

b. Thế y = 2x - 2 vào phương trình 9x + 8y = 34 ta được: 25x = 50

$\Leftrightarrow$ x = 2.

Từ đó ta có y = 2

Nghiệm của hệ phương trình đã cho là $\begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$

Bài 3:

a) Phương trình: $x^2 - 2mx + (m - 1)^3 = 0$ với x là ẩn số, m là tham số.(1)

Khi m = -1, phương trình đã cho có dạng $x^2 + 2x - 8 = 0$

$\Delta' = 1 + 8 = 9$

$\sqrt{\Delta'} = 3$

Phương trình có nghiệm : $x_1 = -1+3 = 2$; $x_2 = -1-3 = -4$

b. Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ $\Delta' = m^2 - (m - 1)^3 > 0$ (*)

Giả sử phương trình có hai nghiệm là u, u^2 thì theo định lí Vi-ét ta có:

$$\begin{cases} u + u^2 = 2m & (1) \\ u.u^2 \;\; = (m-1)^3 & (2) \end{cases}$$

Từ (2) ta có u = m - 1, thay vào (1) ta được:

$(m - 1) + (m - 1)^2 = 2m \Leftrightarrow m^2 - 3m = 0$

$\Leftrightarrow$ m(m-3) = 0 $\Leftrightarrow$ m = 0 hoặc m = 3: Cả hai giá trị này đều thỏa mãn điều kiện (*), tương ứng với u = -1 hoặc u = 2.

Vậy với $m \in \{0; 3\}$ thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt, trong đó một nghiệm bằng bình phương của nghiệm còn lại.

Bài 4:

a) Vẽ (P):

- Bảng giá trị:

x	-2	-1	0	1	2
y	8	2	0	2	8

Đồ thị hàm số $y = 2x^2$ là parabol (P) đỉnh O, nhận Oy làm trục đối xứng, nằm phía trên trục hoành

b) *Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng đồ thị:

H

- Đường thẳng (d): 2x + y - 4 = 0 hay y = -2x + 4
  + cắt trục tung tại điểm (0;4)
  + cắt trục hoành tại điểm (2;0)

Nhìn đồ thị ta có (P) và (d) cắt nhau tại A(-2; 8). B(1;2)

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (d) là A(-2; 8). B(1;2)

*Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính:

Hoành độ giao điểm của (P) và (d) là nghiệm của phương trình:

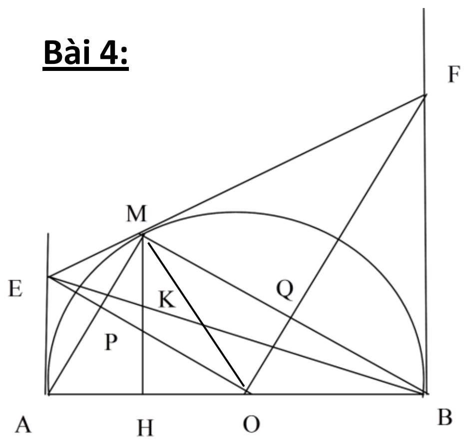
$2x^2 = -2x + 4$ hay: $2x^2 + 2x - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$ có a + b +c = 1+ 1- 2= 0

nên có nghiệm: $x_1 = 1$; $x_2 = -2$; suy ra: $y_1 = 2$; $y_2 = 8$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (d) là A(-2; 8). B(1;2)

c) Hình thang AA'B'B có AA'= 8; BB'=2; đường cao A'H = 3 nên có diện tích: $S = \frac{(8+2).3}{2} = 15$ (đơn vị diện tích)

Bài 4:



a. Tứ giác AEMO có:

$\widehat{EAO} = 90^0$ (AE là tiếp tuyến)

$\widehat{EMO} = 90^0$ (EM là tiếp tuyến)

$\Rightarrow \widehat{EAO} + \widehat{EMO} = 180^0$

Vậy: Tứ giác AEMO là tứ giác nội tiếp

b. Ta có : $\widehat{AMB} = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

AM $\perp$ OE (EM và EA là 2 tiếp tuyến) $\Rightarrow \widehat{MPO} = 90^0$

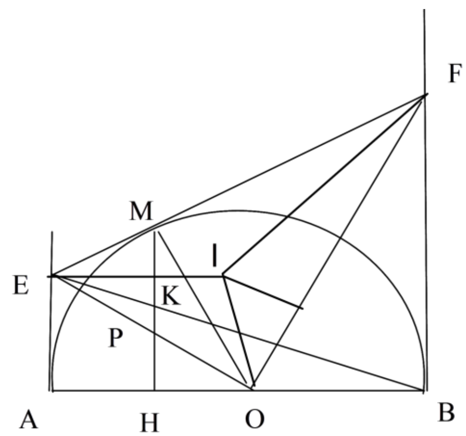
Tương tự, $M\hat{Q}O = 90^0$

$\Rightarrow$ Tứ giác MPOQ là hình chữ nhật

c. Ta có : MK //BF (cùng vuông góc AB)

$\Rightarrow \Delta EMK \backsim \Delta EFB \Rightarrow \dfrac{EM}{EF} = \dfrac{MK}{BF}$

$\Rightarrow \dfrac{EM}{MK} = \dfrac{EF}{FB}$



Vì MF = FB (MF và FB là hai tiếp tuyến) nên: $\dfrac{EM}{MK} = \dfrac{EF}{MF}$ (1)

Áp dụng định lí Ta-let ta có: $\dfrac{EF}{MF} = \dfrac{EB}{KB}(MK // BF); \dfrac{EB}{KB} = \dfrac{AB}{HB}(KH // EA) \Rightarrow \dfrac{EF}{MF} = \dfrac{AB}{HB}$ (2)

Từ (1) (2) có: $\dfrac{EM}{MK} = \dfrac{AB}{HB}$ (3)

Mặt khác, $\Delta EAB \backsim \Delta KHB$ (MH//AE) $\Rightarrow \dfrac{EA}{HK} = \dfrac{AB}{HB}$ (4)

Từ (3) (4) có: $\dfrac{EM}{MK} = \dfrac{EA}{HK}$

mà EM = EA (EM và EA là 2 tiếp tuyến) do đó: MK = KH

d. Ta có OE là phân giác của AÔM (EA; EM là tiếp tuyến); OF là phân giác của MÔB (FB; FM là tiếp tuyến) mà AÔM và MÔB là hai góc kề bù nên $OE \perp OF \Rightarrow \Delta EOF$ vuông ($E\hat{O}F = 90^0$). OM là đường cao và OM = R

Gọi độ dài 3 cạnh của ΔEOF là a, b, c. I là tâm đường tròn nội tiếp ΔEOF .Ta có: $S_{EOF} = S_{EIF} + S_{OIF} + S_{EIO} = \dfrac{1}{2}r.EF + \dfrac{1}{2}r.OF + \dfrac{1}{2}r.OE$

$= \dfrac{1}{2}r.(EF + OF + OE) = \dfrac{1}{2}r.(a + b + c)$

Mặt khác: $S_{EOF} = \frac{1}{2}OM.EF = \frac{1}{2}aR$

$\Rightarrow aR = r(a + b + c)$

$\Rightarrow \frac{r}{R} = \frac{a}{a+b+c}$ (1)

Áp dụng bất đẳng thức trong ΔEOF ta có: $b + c > a \Rightarrow a + b + c > 2a$

$\Rightarrow \frac{1}{a+b+c} < \frac{1}{2a} \Rightarrow \frac{a}{a+b+c} < \frac{a}{2a} = \frac{1}{2}$ (2)

Mặt khác $b < a, c < a \Rightarrow a + b + c < 3a \Rightarrow \frac{1}{a+b+c} > \frac{1}{3a}$

$\Rightarrow \frac{a}{a+b+c} > \frac{a}{3a} = \frac{1}{3}$ (3)

Từ (1); (2); (3) ta có: $\frac{1}{3} < \frac{r}{R} < \frac{1}{2}$

*Ghi chú: Câu 3b và 4d là câu nâng cao, chỉ áp dụng cho trường chuyên.

*Chúc các em ôn tập tốt, tự tin, bình tĩnh, chính xác khi làm bài thi và đạt kết quả tốt đẹp nhất!

ĐỀ 138

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH YÊN BÁI

KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH
LỚP 9 THCS NĂM 2011

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Môn: **TOÁN**

Thời gian: **150 phút** (*không kể thời gian giao đề*)

Ngày thi: **04/3/2011**

(Đề thi có 01 trang, gồm 5 câu)

Câu 1. *(3,0 điểm)*

Tìm số có 2 chữ số biết rằng nó bằng lập phương của một số tự nhiên và tổng 2 chữ số của nó bằng bình phương của số tự nhiên đó.

Câu 2. *(4,0 điểm)*

Một người đi xe máy và một người đi xe đạp cùng khởi hành lúc 7 giờ sáng từ địa điểm A đi đến B. Vận tốc của xe máy lớn hơn vận tốc của xe đạp là 36 km/h. Người đi xe máy đến B nghỉ tại đó nửa giờ rồi quay về A thì gặp người đi xe đạp tại C là điểm chính giữa quãng đường AB. Người đi xe đạp nghỉ tại C nửa giờ rồi đi tiếp đến B lúc 11 giờ 30 phút. Tính chiều dài quãng đường AB và vận tốc của mỗi người.

Câu 3. *(5,0 điểm)*

Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O, R). Các đường cao BD và CK cắt đường tròn (O, R) theo thứ tự tại E và F ($D \in AC$; $K \in AB$). Chứng minh:

a) DK // EF

b) Bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔADK không đổi khi A di động trên cung lớn BC của (O, R).

Câu 4. *(3,0 điểm)*

Cho ΔABC ngoại tiếp đường tròn (O, R). Đường tròn tâm O' đi qua ba điểm B, O, C cắt các đường thẳng AB, AC lần lượt tại D và E.

Chứng minh DE là tiếp tuyến của đường tròn (O, R).

Câu 5. *(5,0 điểm)*

a) Với giá trị nào của x, y thì biểu thức $P = 2x^2 + 9y^2 - 6xy + 2x - 30y + 2052$ có giá trị nhỏ nhất ? Tìm giá trị nhỏ nhất đó.

b) Cho $a^3 + b^3 = 2$. Chứng minh rằng $a + b \le 2$

.................*Hết*................

- *Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính*
- *Giám thị không giải thích gì thêm.*

Họ và tên thí sinh....................................... *Số báo danh*..

Chữ kí giám thị số 2: .... *Chữ kí giám thị số 1:* ....

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO **KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH**

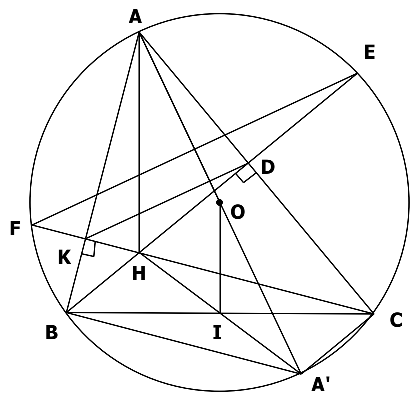
TỈNH YÊN BÁI **LỚP 9 THCS NĂM 2011**

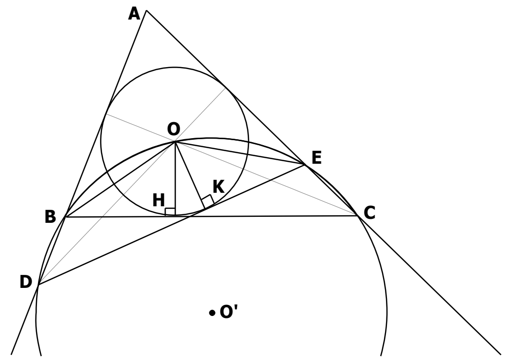
HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN

(Đề chính thức)

Câu	Sơ lược cách giải	Điểm
	Tìm số có 2 chữ số biết rằng nó bằng lập phương của một số tự nhiên	**3,0**

<table>
<tr><td rowspan="2">1</td><td>và tổng 2 chữ số của nó bằng bình phương của số tự nhiên đó.</td><td></td></tr>
<tr><td>Gọi số cần tìm là $\overline{ab}$, theo bài ra ta có $\overline{ab} = k^3$ và $a + b = k^2$ ($k \in N^*$)
Vì $1 \le a + b \le 18 \Rightarrow 1 \le k^2 \le 18 \Rightarrow 1 \le k \le 4$ *(1)*
Lại có $\overline{ab} \ge 10 \Rightarrow k^3 \ge 10 \Rightarrow k \ge 3$ *(2)*. Từ (1) và (2) => $k \in \{3; 4\}$
* $k = 3 \Rightarrow 3^3 = 27$ và $2 + 7 = 9 = 3^2$ (thỏa mãn)
* $k = 4 \Rightarrow 4^3 = 64$ và $4 + 6 = 10 \ne 4^2$ (không thỏa mãn)
Vậy số cần tìm là $\overline{ab} = 27$</td><td>0,5
0,75
0,75
0,5
0,5</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2</td><td>Một người đi xe máy và một người đi xe đạp cùng khởi hành lúc 7 giờ sáng từ địa điểm A đi đến B. Vận tốc của xe máy lớn hơn vận tốc của xe đạp là 36 km/h. Người đi xe máy đến B nghỉ tại đó nửa giờ rồi quay về A thì gặp người đi xe đạp tại C là điểm chính giữa quãng đường AB. Người đi xe đạp nghỉ tại C nửa giờ rồi đi tiếp đến B lúc 11 giờ 30 phút. Tính chiều dài quãng đường AB và vận tốc của mỗi người.</td><td>**4,0**</td></tr>
<tr><td>Gọi chiều dài đoạn đường AB là x (đơn vị: km; đk: x > 0), vận tốc người đi xe đạp là y (đơn vị: km/h; đk: y > 0) khi đó vận tốc của người đi xe máy là (y + 36) km/h.
Khi 2 xe gặp nhau tại C, ta có phương trình: $\frac{x}{2y} = \frac{3x}{2(y+36)} + \frac{1}{2}$ (1)
Vì xe đạp đến B lúc 11 giờ 30 phút nên ta có pt: $\frac{x}{y} + \frac{1}{2} = 4\frac{1}{2}$ (2)
Từ (1) và (2) => $\begin{cases} \frac{x}{2y} = \frac{3x}{2(y+36)} + \frac{1}{2} \\ \frac{x}{y} + \frac{1}{2} = 4\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{3x + y + 36}{y+36} \\ \frac{x}{y} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 36 \\ x = 4y \end{cases}$
Giải hệ pt tìm được y =12, x = 48 (t/m đk).
Vậy quãng đường AB dài 48km và vận tốc của người đi xe đạp là 12km/h, vận tốc của người đi xe máy là 48km/h.</td><td>0,5
0,75
0,75
1,5
0,5</td></tr>
<tr><td></td><td>Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp trong đường tròn (O, R). Các đường cao BD và CK cắt đường tròn (O, R) theo thứ tự tại E và F ($D \in AC$; $K \in AB$). Chứng minh:
a) DK // EF</td><td>**5,0**</td></tr>
</table>

3	b) Bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔADK không đổi khi A di động trên cung lớn BC của (O, R).	
	 a) Vì 4 điểm B, C, D, K cùng thuộc đường tròn đường kính BC => $BDK = BCK$ (hệ quả 2 của góc nội tiếp) *(1)* Tương tự, trong (O, R) có $BEF = BCF$ hay $BEF = BCK$ *(2)* Từ *(1)* và *(2)* => $BDK = BEF$, mà chúng ở vị trí đồng vị => DK // EF b) Gọi A’ là giao của AO với (O, R), H là giao của BD với CK, I là giao của A’H với BC => AA’ là đường kính của (O, R), H là trực tâm của ΔABC nên dễ dàng chứng minh được tứ giác BHCA’ là hình bình hành (dấu hiệu 1) => I là giao của 2 đường chéo hình bình hành nên I là trung điểm của BC và A’H => ΔAA’H có OI là đường trung bình. => AH = 2.OI ; Vì O, B, C, I cố định => độ dài OI không đổi => AH có độ dài không đổi khi A di động trên cung lớn BC t/m đk đề bài *(3).* Mặt khác có ADH và AKH là 2 tam giác vuông có chung cạnh huyền AH => 4 điểm A, D, H, K cùng thuộc đường tròn đường kính AH => AH là đường kính của đường tròn ngoại tiếp ΔADK *(4)* . Từ *(3)* và *(4)* => đpcm. *(Chú ý: Lời giải trong đk có thể h/s chưa được học về tứ giác nội tiếp)*	0,5 0,5 0,5 0,5 1,0 1,0 1,0
	Cho ΔABC ngoại tiếp đường tròn (O, R). Đường tròn tâm O’ đi qua ba điểm B, O, C cắt các đường thẳng AB, AC lần lượt tại D và E. Chứng minh DE là tiếp tuyến của đường tròn (O, R).	**3,0**
	Gọi H là giao của BC với (O, R), K là chân đường vuông góc hạ từ O xuống DE; vì O là tâm đường tròn nội tiếp ΔABC (gt) => O là giao các phân giác trong của ΔABC. => $ABO = CBO$ => $DO = DB + BO = OC$ *(1)* => DO = OC.	0,5

4	Tương tự CO là p/g của ACB => BCO = ECO => BO = EO *(2)*=>BO= EO Từ *(1)* và *(2)*=> DE = DO + EO = BO + OC = BC hay DE = BC. => ΔODE = ΔOCB (c.c.c) mà OK, OH là hai đường cao thuộc hai cạnh tương ứng của 2 tam giác bằng nhau nên OK = OH = R => DE là tiếp tuyến của (O, R). 	0,75 0,75 0,5 0,5
5	a) Với giá trị nào của x, y thì biểu thức $P = 2x^2 + 9y^2 - 6xy + 2x - 30y + 2052$ có giá trị nhỏ nhất ? Tìm giá trị nhỏ nhất đó. b) Cho $a^3 + b^3 = 2$. Chứng minh rằng $a + b \le 2$	**5,0**
	a) $P = 2x^2 + 9y^2 - 6xy + 2x - 30y + 2052$ $= (x^2 + 9y^2 + 25 - 6xy - 30y + 10x) + (x^2 - 8x + 16) + 2011$ $= (x - 3y + 5)^2 + (x - 4)^2 + 2011 \ge 2011$ Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow (x - 3y + 5)^2 = 0$ và $(x - 4)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 4$ và $y = 3$ Vậy min$P = 2011 \Leftrightarrow x = 4$ và $y = 3$ b) Giả sử $a + b > 2 \Rightarrow (a + b)^3 > 8 \Leftrightarrow a^3 + b^3 + 3ab(a + b) > 8$ $\Leftrightarrow 2 + 3ab(a + b) > 8 \Leftrightarrow ab(a + b) > 2$ hay $ab(a + b) > a^3 + b^3$ Chia hai vế cho số dương $a + b$ ta được $ab > a^2 - ab + b^2 \Leftrightarrow (a - b)^2 < 0$ Điều này không thể xảy ra. Vậy $a + b \le 2$. Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow a = b = 1$.	1,0 0,75 0,75 0,5 1,0 0,5 0,5

Chú ý: Trên đây chỉ là gợi ý một hướng giải của bài toán do đó h/s làm theo cách khác đảm bảo tính chính xác và gọn vẫn cho điểm tối đa.

Điểm của toàn bài là điểm từng phần cộng lại không làm tròn số.

Phần hình học nếu h/s không vẽ hình hoặc vẽ sai thì không công nhận kết quả những chứng minh liên quan.

.................*Hết*................

ĐỀ 139

phòng giáo dục - đào tạo

huyện trực ninh

*****

đề chính thức

Đề thi chọn học sinh giỏi huyện

Năm học 2008 - 2009

Môn Toán 9

Ngày thi: 10 tháng 12 năm 2008

Thời gian làm bài 120 phút không kể thời gian giao đề

Bài 1.*(3,0 điểm)*

a,Tính: $M = \dfrac{3-\sqrt{5}}{\sqrt{2}+\sqrt{3+\sqrt{5}}} + \dfrac{3+\sqrt{5}}{\sqrt{2}-\sqrt{3-\sqrt{5}}}$

b, Không sử dụng bảng số và máy tính hãy so sánh:

$$A = \sqrt{2007}+\sqrt{2009} \text{ và } B = 2\sqrt{2008}$$

Bài 2.*(4,0điểm)*

Cho biểu thức: $P = \left(\dfrac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \dfrac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} + \dfrac{1}{1-\sqrt{x}}\right) : \dfrac{\sqrt{x}-1}{2}$ với $x > 0$ và $x \neq 1$

a, Rút gọn P.

b, Tìm x để $P = \dfrac{2}{7}$

c, So sánh P^2 với $2P$

Bài 3.*(3,5 điểm)*

a, Giải ph- ơng trình: $\sqrt{x-3}+\sqrt{5-x} = x^2-8x+18$

b, Cho x, y là các số thoả mãn: $\left(\sqrt{x^2+3}+x\right)\left(\sqrt{y^2+3}+y\right) = 3$

Hãy tính giá trị của biểu thức: $A = x^{2009}+y^{2009}+1$

Bài 4.*(7,5 điểm)*

Cho tam giác ABC (AB < AC) ngoại tiếp đ- ờng tròn (O;R). Đ- ờng tròn (O;R) tiếp xúc với các cạnh BC, AB, AC lần l- ợt tại các điểm D, N, M. Kẻ đ- ờng kính DI của đ- ờng (O;R). Qua I kẻ tiếp tuyến của đ- ờng (O;R) nó cắt AB, AC lần l- ợt tại E, F.

a, Biết AB = 8cm, AC = 11cm, BC = 9cm. Tính chu vi của tam giác AEF.

b, Chứng minh EI. BD = IF.CD = R^2.

c, Gọi P là trung điểm của BC, Q là giao điểm của AI và BC, K là trung điểm của AD. Chứng minh ba điểm K, O, P thẳng hàng và AQ = 2KP.

<u>Bài 5</u>.*(2,0 điểm)*

a, Với $a, b > 0$ chứng minh: $\frac{1}{a+b} \le \frac{1}{4}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$. Dấu "=" xảy ra khi nào?

b, Cho x, y, z là 3 số d- ơng thoả mãn: $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=8$

Tìm giá trị lớn nhất của $P=\frac{1}{2x+y+z}+\frac{1}{x+2y+z}+\frac{1}{x+y+2z}$

----- Hết -----

Họ tên thí sinh:………………………… Chữ ký giám thị 1:…………………………

Số báo danh : ………………………… Chữ ký giám thị 2:…………………………

---

phòng giáo dục - đào tạo

huyện trực ninh

*****

H- ớng dẫn chấm thi học sinh giỏi huyện

Năm học 2008 - 2009

Môn Toán 9

Thời gian làm bài 120 phút không kể thời gian giao đề

<u>Bài 1</u>.*(3,0 điểm)*

a,Tính: $M=\frac{3-\sqrt{5}}{\sqrt{2}+\sqrt{3+\sqrt{5}}}+\frac{3+\sqrt{5}}{\sqrt{2}-\sqrt{3-\sqrt{5}}}$

Ta có: $\frac{M}{\sqrt{2}}=\frac{3-\sqrt{5}}{2+\sqrt{6+2\sqrt{5}}}+\frac{3+\sqrt{5}}{2-\sqrt{6-2\sqrt{5}}}=\frac{3-\sqrt{5}}{2+\sqrt{\left(\sqrt{5}+1\right)^2}}+\frac{3+\sqrt{5}}{2-\sqrt{\left(\sqrt{5}-1\right)^2}}$	0,5	2,0 đ
$=\frac{3-\sqrt{5}}{2+\sqrt{5}+1}+\frac{3+\sqrt{5}}{2-\left\|\sqrt{5}-1\right\|}=\frac{3-\sqrt{5}}{2+\sqrt{5}+1}+\frac{3+\sqrt{5}}{2-\sqrt{5}+1}=\frac{3-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}+\frac{3+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}}$ (vì $\sqrt{5}>1$)	0,5	
$=\frac{\left(3-\sqrt{5}\right)^2+\left(3+\sqrt{5}\right)^2}{\left(3+\sqrt{5}\right)\left(3-\sqrt{5}\right)}=\frac{9-6\sqrt{5}+5+9+6\sqrt{5}+5}{9-5}=\frac{28}{4}=7$	0,5	
$\Rightarrow M=7\sqrt{2}$	0,5	

b, Không sử dụng bảng số và máy tính hãy so sánh: $A=\sqrt{2007}+\sqrt{2009}$ và $B=2\sqrt{2008}$

Ta có $A=\sqrt{2007}+\sqrt{2009}$ $=\sqrt{2008-1}+\sqrt{2008+1}=\sqrt{\left(\sqrt{2008-1}+\sqrt{2008+1}\right)^2}$	0,5	1,0 đ
$=\sqrt{2.2008+2\sqrt{2008^2-1}}<\sqrt{2.2008+2\sqrt{2008^2}}=2\sqrt{2008}$ Vậy A < B.	0,5	

<u>Bài 2</u>.*(4,0điểm)*

a, Rút gọn P.

Ta có $P=\left(\frac{x+2}{x\sqrt{x}-1}+\frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1}+\frac{1}{1-\sqrt{x}}\right):\frac{\sqrt{x}-1}{2}$ với $x>0$ và $x\neq 1$ $=\left(\frac{x+2}{\left(\sqrt{x}\right)^3-1}+\frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1}-\frac{1}{\sqrt{x}-1}\right):\frac{\sqrt{x}-1}{2}$ $=\left(\frac{x+2}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(x+\sqrt{x}+1\right)}+\frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1}-\frac{1}{\sqrt{x}-1}\right):\frac{\sqrt{x}-1}{2}$	0,5	1,5đ
$=\frac{x+2+\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)-\left(x+\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(x+\sqrt{x}+1\right)}:\frac{\sqrt{x}-1}{2}=\frac{x+2+x-\sqrt{x}-x-\sqrt{x}-1}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(x+\sqrt{x}+1\right)}.\frac{2}{\sqrt{x}-1}$	0,5	
$=\frac{x-2\sqrt{x}+1}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(x+\sqrt{x}+1\right)}.\frac{2}{\sqrt{x}-1}=\frac{2}{x+\sqrt{x}+1}$. Vậy $P=\frac{2}{x+\sqrt{x}+1}$	0,5	

b, Tìm x để $P=\frac{2}{7}$

Ta có $P=\frac{2}{x+\sqrt{x}+1}$ (với $x>0$; $x\neq 1$) Nên $P=\frac{2}{7}\Leftrightarrow\frac{2}{x+\sqrt{x}+1}=\frac{2}{7}\Leftrightarrow x+\sqrt{x}+1=7\Leftrightarrow x+\sqrt{x}-6=0$	0,5	1,25đ
$\Leftrightarrow\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+3\right)=0\Leftrightarrow\sqrt{x}-2=0$ (vì $\sqrt{x}+3>0$ với mọi $x>0$) $\Leftrightarrow x=4$ (t/m đk).	0,5	
Vậy với x = 4 thì $P=\frac{2}{7}$	0,25	

c, So sánh P^2 với $2P$

Ta có $P=\dfrac{2}{x+\sqrt{x}+1}$ (với $x>0;\ x\neq 1$) Mà $x+\sqrt{x}+1=\left(\sqrt{x}+\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{3}{4}>0$ với mọi $x>0$, nên $P=\dfrac{2}{x+\sqrt{x}+1}>0$ với mọi $x>0$	0,5	1,25đ
Ta lại có $x+\sqrt{x}>0$ với mọi $x>0$ $\Rightarrow x+\sqrt{x}+1>1\Rightarrow \dfrac{1}{x+\sqrt{x}+1}<1\Rightarrow P=\dfrac{2}{x+\sqrt{x}+1}<2$	0,5	
Vì $P>0$ và $P<2$ nên $P(P-2)<0\Rightarrow P^2-2P<0\Rightarrow P^2<2P$. Vậy $P^2<2P$	0,25	

Bài 3.(*3,5 điểm*) a, Giải ph- ơng trình: $\sqrt{x-3}+\sqrt{5-x}=x^2-8x+18$

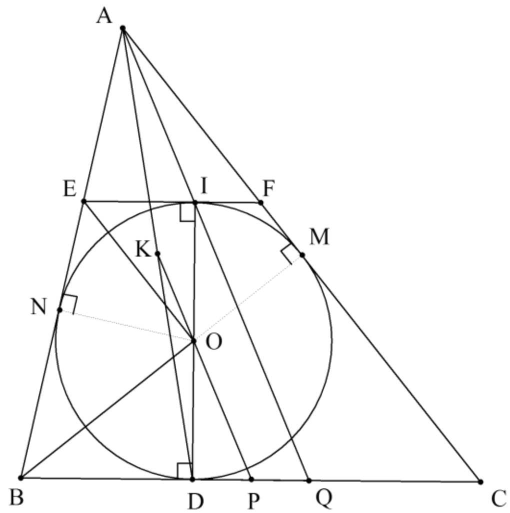
ĐKXĐ: $3\leq x\leq 5$ (*)	0,25	1,75đ
áp dụng bđt Bunhiakôpski ta có: $\sqrt{x-3}+\sqrt{5-x}\leq\sqrt{2.(x-3+5-x)}=\sqrt{4}=2$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x-3=5-x\Leftrightarrow x=4$	0,5	
Ta lại có $x^2-8x+18=(x-4)^2+2\geq 0$ với $\forall x$.Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x=4$	0,5	
Suy ra $\sqrt{x-3}+\sqrt{5-x}=x^2-8x+18\Leftrightarrow x=4$ Với $x=4$ thoả mãn ĐK (*), vậy nghiệm của ph- ơng trình là $x=4$	0,5	

b, Cho x, y là các số thoả mãn: $\left(\sqrt{x^2+3}+x\right)\left(\sqrt{y^2+3}+y\right)=3(*)$

Hãy tính giá trị của biểu thức: $A=x^{2009}+y^{2009}+1$

Từ (*) $\Rightarrow\left(\sqrt{x^2+3}+x\right)\left(\sqrt{x^2+3}-x\right)\left(\sqrt{y^2+3}+y\right)=3\left(\sqrt{x^2+3}-x\right)$ $\Rightarrow\left(x^2+3-x^2\right)\left(\sqrt{y^2+3}+y\right)=3\left(\sqrt{x^2+3}-x\right)\Rightarrow 3\left(\sqrt{y^2+3}+y\right)=3\left(\sqrt{x^2+3}-x\right)$ $\Rightarrow\sqrt{y^2+3}+y=\sqrt{x^2+3}-x\quad(1)$	0,75	1,75đ
T- ơng tự ta có $\sqrt{x^2+3}+x=\sqrt{y^2+3}-y\quad(2)$ Lấy (1) cộng với (2) ta có : x = -y	0,5	
Suy ra $A=x^{2009}+y^{2009}+1=x^{2009}-x^{2009}+1=1$ Vậy A = 1	0,5	

Bài 4.(7,5 điểm)



a,Biết AB = 8cm, AC = 11cm, BC = 9cm. Tính chu vi của tam giác AEF.

+ c/m cho chu vi của tam giác AEF là $P_{AEF} = 2AN$	0,75	
+ c/m cho 2AN = AB + AC — BC = 8 + 11 — 9 = 10 cm	0,75	2,0đ
+ suy ra $P_{AEF} = 2AN = 10$ cm	0,5	

b,Chứng minh EI. BD = IF.CD = R^2.

+ c/m cho tam giác EOB vuông tại O $\Rightarrow EN.BN = ON^2 = R^2$ (theo hệ thức l- ợng trong tam giác vuông) Mà EI = EN, BD = BN (t/c 2 tiếp tuyến cắt nhau tại 1 điểm) $\Rightarrow$ EI. BD = R^2.	1,25	
+ T- ơng tự ta có: IF.DC = R^2	0,75	2,5đ
+ Suy ra EI. BD = IF.CD = R^2.	0,5	

c, Gọi P là trung điểm của BC, Q là giao điểm của AI và BC, K là trung điểm của AD. Chứng minh ba điểm K, O, P thẳng hàng và AQ = 2KP.

áp dụng hệ qủa định lý Talet trong các tam giác AQC và tam giác ABC ta có $\frac{IF}{QC} = \frac{AF}{AC}; \frac{AF}{AC} = \frac{FE}{BC} \Rightarrow \frac{IF}{QC} = \frac{FE}{BC}$ (1)	0,75	
Theo câu b ta có: $EI.BD = IF.CD \Rightarrow \frac{IF}{BD} = \frac{IE}{CD} = \frac{IE+IF}{BD+CD} = \frac{EF}{BC}$ (2)	0,75	3,0đ
Từ (1) và (2) suy ra $\frac{IF}{QC} = \frac{IF}{BD} \Rightarrow QC = BD$	0,5	
+Vì P là trung điểm của BC (gt), QC = BD (cmt) $\Rightarrow$ P là trung điểm của DQ	0,75	

Mà O là trung điểm của ID suy ra OP là đ- ờng trung bình của tam giác DIQ $\Rightarrow$OP // IQ hay OP // AQ (3) + Vì K là trung điểm của AD, O là trung điểm của ID suy ra KO là đ- ờng trung bình của tam giác ADI $\Rightarrow$KO // AI hay KO // AQ (4) + Từ (3) và (4) $\Rightarrow$ K, O, P thẳng hàng.		
Do K là trung điểm của AD, P là trung điểm của DQ suy ra KP là đ- ờng trung bình của tam giác DAQ suy ra AQ = 2KP.	0,25	

Bài 5._(2,0 điểm)_

a, Với a, b > 0 chứng minh: $\frac{1}{a+b} \le \frac{1}{4}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$. Dấu "=" xảy ra khi nào?

Với a, b > 0 ta có : $(a-b)^2 \ge 0 \Rightarrow a^2+b^2 \ge 2ab \Rightarrow\ 4ab \le (a+b)^2$	0,25	0,75đ
$\Rightarrow \frac{1}{a+b} \le \frac{a+b}{4ab}$	0,25	
$\Rightarrow \frac{1}{a+b} \le \frac{1}{4}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$. Dấu " = " xảy ra $\Leftrightarrow$ a = b.	0,25	

b, Cho x, y, z là 3 số d- ơng thoả mãn: $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=8$

Tìm giá trị lớn nhất của $P=\frac{1}{2x+y+z}+\frac{1}{x+2y+z}+\frac{1}{x+y+2z}$

Vì x, y, z là các số d- ơng, áp dụng bất đẳng thức ở câu a ta có : $\frac{1}{2x+y+z}=\frac{1}{x+y+x+z} \le \frac{1}{4}\left(\frac{1}{x+y}+\frac{1}{x+z}\right) \le \frac{1}{16}\left[\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{x}+\frac{1}{z}\right]=\frac{1}{16}\left(\frac{2}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)$ (1) Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x=y=z=\frac{3}{8}$	0,75đ	1,25đ
$\frac{1}{x+2y+z}=\frac{1}{x+y+y+z} \le \frac{1}{4}\left(\frac{1}{x+y}+\frac{1}{y+z}\right) \le \frac{1}{16}\left[\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right]=\frac{1}{16}\left(\frac{1}{x}+\frac{2}{y}+\frac{1}{z}\right)$ (2) Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x=y=z=\frac{3}{8}$		
$\frac{1}{x+y+2z}=\frac{1}{x+z+y+z} \le \frac{1}{4}\left(\frac{1}{x+z}+\frac{1}{y+z}\right) \le \frac{1}{16}\left[\frac{1}{x}+\frac{1}{z}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right]=\frac{1}{16}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{2}{z}\right)$(3)		

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = y = z = \frac{3}{8}$		
Từ(1); (2); (3) suy ra $P = \frac{1}{2x+y+z} + \frac{1}{x+2y+z} + \frac{1}{x+y+2z} \le \frac{1}{4}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right) = \frac{1}{4}.8 = 2$ (vì $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z} = 8$) Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = y = z = \frac{3}{8}$ Vậy $P_{max} = 2 \Leftrightarrow x = y = z = \frac{3}{8}$	0,5đ	

L- u ý:

1) *Nếu thí sinh làm bài không nh□cách nêu trong đáp án mà vẫn đúng thì cho đủ điểm từng phần nh□h□ớng dẫn.*
2) *Việc chi tiết hoá thang điểm (nếu có) so với thang điểm trong h□ớng dẫn chấm phải đảm bảo không sai lệch với h□ớng dẫn chấm, không chia nhỏ d□ới 0,25.*
3) *Điểm toàn bài không làm tròn.*

--- Hết ---

ĐỀ 140

ng GD - ĐT Thạch Thất
ờng THCS Bình Phú
' ra đề: Kh- ơng Thị Minh Hảo

Đề thi chọn học sinh giỏi cấp huyện
Môn Toán 9 Năm Học 2011-2012
Thời gian làm bài: 150 phút

Bài 1 (5 điểm):

Cho biểu thức $A = \frac{15\sqrt{x}-11}{x+2\sqrt{x}-3} + \frac{3\sqrt{x}-2}{1-\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+3}$

a) Rút gọn biểu thức A .

b) Tính giá trị của A khi $x = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{3+2\sqrt{2}}}$

c) Chứng minh rằng: $A \le \frac{2}{3}$

Bài 2 (3 điểm):

a) Cho ba số a, b, c d- ơng thỏa mãn $\frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1} + \frac{1}{c+1} > 2$

Chứng minh rằng : $abc < \frac{1}{8}$

b) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$M = \frac{y\sqrt{x-1} + x\sqrt{y-4}}{xy}$$

Bài 3 (3 điểm):

a) Chứng minh nếu $\frac{x^2 - yz}{x(1-yz)} = \frac{y^2 - xz}{y(1-xz)}$ với $x \neq y, yz \neq 1, xz \neq 1, x \neq 0, y \neq 0, z \neq 0$

thì $x + y + z = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$

b) Giải ph- ơng trình: $8\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + 4\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 4\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = (x+4)^2$

Bài 4 (3 điểm):

Đội A và đội B thi đấu cờ với nhau. Mỗi đấu thủ của đội A phải đấu một ván cờ với mỗi đấu thủ của đội B. Biết rằng tổng số ván cờ đã đấu bằng bình ph- ơng số đấu thủ của đội A cộng với hai lần số đấu thủ của đội B. Hỏi mỗi đội có bao nhiêu đấu thủ biết rằng số đấu thủ của đội A không ít hơn 5 ng- ời?

Bài 5 (6 điểm):

Cho hình vuông ABCD cạnh a và điểm N trên cạnh AB. Gọi E là giao điểm của CN và DA. Kẻ tia Cx vuông góc với CE cắt AB tại F, M là trung điểm của đoạn thẳng EF.

1. Chứng minh rằng:

a) $CE = CF$

b) $ACE = BCM$

c) Khi điểm N di chuyển trên cạnh AB (N không trùng với A và B) thì M chuyển động trên một đ- ờng thẳng cố định.

2. Đặt BN = x

a) Tính diện tích tứ giác ACFE theo a và x.

b) Xác định vị trí của điểm N trên cạnh AB sao cho diện tích tứ giác ACFE gấp 3 lần diện tích hình vuông ABCD.

Đáp án □ Biểu điểm

Đề thi chọn học sinh giỏi cấp huyện

Môn Toán 9 Năm Học 2011-2012

Bài 1 (5 điểm)

a) ĐKXĐ: $x \geq 0$; $x \neq 1$ **(0,5 điểm)**

$$A=\frac{15\sqrt{x}-11}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)}-\frac{3\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1}-\frac{2\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+3}$$ **(0,5 điểm)**

$$=\frac{15\sqrt{x}-11-(3\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+3)-(2\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)}$$ **(0,5 điểm)**

$$=\frac{15\sqrt{x}-11-3x-9\sqrt{x}+2\sqrt{x}+6-2x+2\sqrt{x}-3\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)}$$ **(0,5 điểm)**

$$=\frac{7\sqrt{x}-5x-2}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)}=\frac{(2-5\sqrt{x})(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)}=\frac{2-5\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$$ **(0,5 điểm)**

b) $x=\dfrac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{3+2\sqrt{2}}}=\dfrac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}=\dfrac{(\sqrt{2}-1)^2}{2-1}=(\sqrt{2}-1)^2\Rightarrow\sqrt{x}=\left|\sqrt{2}-1\right|=\sqrt{2}-1$ **(0,5 điểm)**

$$A=\frac{2-5\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}=\frac{2-5\sqrt{2}+5}{\sqrt{2}-1+3}=\frac{7-5\sqrt{2}}{\sqrt{2}+2}=\frac{24-17\sqrt{2}}{2}$$ **(0,75 điểm)**

c) Xét hiệu: $A-\dfrac{2}{3}=\dfrac{2-5\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}-\dfrac{2}{3}=\dfrac{6-15\sqrt{x}-2\sqrt{x}-6}{3(\sqrt{x}+3)}=\dfrac{-17\sqrt{x}}{3(\sqrt{x}+3)}$ **(0,5 điểm)**

Ta có: $-17\sqrt{x}\le 0$ và $3(\sqrt{x}+3)>0,\ \forall x\ge 0;\ x\ne 1$

$$\Rightarrow\frac{-17\sqrt{x}}{3(\sqrt{x}+3)}\le 0\Leftrightarrow A-\frac{2}{3}\le 0\Leftrightarrow A\le\frac{2}{3}$$ **(0,75 điểm)**

Bài 2: (3 điểm)

a) Từ $\dfrac{1}{a+1}+\dfrac{1}{b+1}+\dfrac{1}{c+1}>2\Rightarrow 1-(ab+ac+bc)>2abc$ **(0,5 điểm)**

Do a, b, c d- ơng, áp dụng BĐT Cô-si ta có:

$$ab+ac+bc\ge 3\sqrt[3]{a^2b^2c^2}$$ **(0,25 điểm)**

$$\Rightarrow 1-3\sqrt[3]{a^2b^2c^2}>2abc\Leftrightarrow 2abc+3\sqrt[3]{a^2b^2c^2}-1<0\qquad(*)$$

Đặt $\sqrt[3]{a^2b^2c^2}=t>0\Rightarrow abc=\sqrt{t^3}=t\sqrt{t}$

$$(*)\Leftrightarrow 2t\sqrt{t}+3t-1<0$$

$$\Leftrightarrow(\sqrt{t}+1)^2(2\sqrt{t}-1)<0$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{t}-1<0\ \text{(do } (\sqrt{t}+1)^2>0,\ \forall t>0)$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{t} < \frac{1}{2} \Rightarrow abc < \frac{1}{8}$$ **(0,75 điểm)**

b) Với điều kiện $x \geq 1, y \geq 4$ ta có:

$$M = \frac{\sqrt{x-1}}{x} + \frac{\sqrt{y-4}}{y}$$ **(0,25 điểm)**

áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho hai số không âm 1 và x - 1, ta có:

$$\sqrt{x-1} = \sqrt{1(x-1)} \leq \frac{1+x-1}{2} = \frac{x}{2} \Rightarrow \frac{\sqrt{x-1}}{x} \leq \frac{1}{2} \quad (\text{vì } x \geq 1)$$ **(0,25 điểm)**

Chứng minh t- ơng tự ta có:

$$\sqrt{y-4} = \frac{1}{2}\sqrt{4(y-4)} \leq \frac{1}{2} \cdot \frac{4+y-4}{2} = \frac{y}{4} \Rightarrow \frac{\sqrt{y-4}}{y} \leq \frac{1}{4} \quad (\text{vì } y \geq 4)$$ **(0,25 điểm)**

$$\Rightarrow M = \frac{\sqrt{x-1}}{x} + \frac{\sqrt{y-4}}{y} \leq \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$ **(0,25 điểm)**

Vậy Max $M = \frac{3}{4} \Leftrightarrow x = 2, y = 8$ **(0,5 điểm)**

Bài 3 (3 điểm)

a) Với $x \neq y, yz \neq 1, xz \neq 1, x \neq 0, y \neq 0, z \neq 0$. Từ gt ta có:

$$\frac{x^2 - yz}{x(1-yz)} = \frac{y^2 - xz}{y(1-xz)}$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - yz)(y - xyz) = (y^2 - xz)(x - xyz)$$

$$\Leftrightarrow x^2y - x^3yz - y^2z + xy^2z^2 - xy^2 + xy^3z + x^2z - x^2yz^2 = 0$$ **(0,25 điểm)**

$$\Leftrightarrow (x^2y - xy^2) - (x^3yz - xy^3z) + (x^2z - y^2z) - (x^2yz^2 - xy^2z^2) = 0$$

$$\Leftrightarrow xy(x-y) - xyz(x^2 - y^2) + z(x^2 - y^2) - xyz^2(x-y) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-y)\left[xy - xyz(x+y) + z(x+y) - xyz^2\right] = 0$$

$$\Leftrightarrow xy - xyz(x+y) + z(x+y) - xyz^2 = 0 \quad (\text{vì } x \neq y \Rightarrow x - y \neq 0)$$

$$\Leftrightarrow xy + xz + yz = xyz(x+y) + xyz^2$$ **(0,75 điểm)**

$$\Leftrightarrow \frac{xy + xz + yz}{xyz} = \frac{xyz(x+y) + xyz^2}{xyz} \quad (\text{vì } xyz \neq 0)$$ **(0,25 điểm)**

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = x + y + z$$ **(0,25 điểm)**

b) $8\left(x+\frac{1}{x}\right)^2+4\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)^2-4\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)\left(x+\frac{1}{x}\right)^2=(x+4)^2$ (2)

Điều kiện xác định: $x \neq 0$ **(0,25 điểm)**

$(2) \Leftrightarrow 8\left(x+\frac{1}{x}\right)^2+4\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)\left[\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)-\left(x+\frac{1}{x}\right)^2\right]=(x+4)^2$ **(0,25 điểm)**

$\Leftrightarrow 8\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-8\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)=(x+4)^2 \Leftrightarrow (x+4)^2=16$

$\Leftrightarrow x=0$ (loại) hoặc $x=-8$ (TMĐK) **(0,75 điểm)**

Vậy ph- ơng trình đã cho có một nghiệm $x=-8$ **(0,25 điểm)**

Bài 4 (3 điểm)

Gọi số đấu thủ của đội A và đội B lần l- ợt là x và y ($x, y \in Z^+$; $x \geq 5$) **(0,5 điểm)**

Tổng số ván cờ đã đấu là xy (ván cờ)

Theo đề bài ta có ph- ơng trình: $xy = x^2 + 2y$ **(0,75 điểm)**

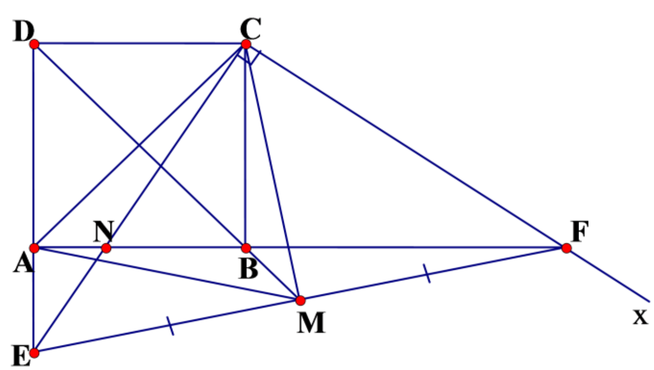
$\Leftrightarrow y(x-2) = x^2 \Leftrightarrow y = \frac{x^2}{x-2}=\frac{x^2-4+4}{x-2}=x+2+\frac{4}{x-2}$ **(0,75 điểm)**

Để x, y nguyên d- ơng thì $4 \vdots (x-2)$ mà $x - 2 > 3$ (do $x > 5$) nên $x - 2 = 4 \Rightarrow x = 6$

Khi đó $y = x+2+\frac{4}{x-2}=6+2+\frac{4}{6-2}=9$ (TMĐK) **(0,75 điểm)**

Vậy đội A có 6 ng- ời, đội B có 9 ng- ời. **(0,25 điểm)**

Bài 5 (6 điểm)



Vẽ hình đúng đến phần 1 **(0,5 điểm)**

1.a) $\triangle EDC = \triangle FBC$ (g.c.g) $\Rightarrow CE = CF$ **(1 điểm)**

b) $\triangle ECF$ cân tại C $\Rightarrow$ CM là phân giác C

$\Rightarrow ECM = 45^o \Rightarrow ECB + BCM = 45^o$

Mà $ACB = 45^o \Rightarrow ACE + ECB = 45^o$

$\Rightarrow ACE = BCM$ **(1 điểm)**

c) ΔAEF vuông tại A có AM là trung tuyến $\Rightarrow AM = \frac{EF}{2}$

ΔCEF vuông tại C có CM là trung tuyến $\Rightarrow CM = \dfrac{EF}{2}$

$\Rightarrow AM = CM \Rightarrow$ M thuộc đ- ờng trung trực của đoạn thẳng AC

hay M thuộc BD cố định. **(1 điểm)**

2.a) Có BN = x $\Rightarrow$ AN = a — x **(0,25 điểm)**

$S_{ACFE} = S_{ACE} + S_{CEF} = \dfrac{1}{2} \cdot CD \cdot AE + \dfrac{1}{2} \cdot CE^2$ **(0,25 điểm)**

Xét ΔADC có AE//BC

$\Rightarrow \dfrac{AE}{BC} = \dfrac{AN}{BN} \Rightarrow AE = \dfrac{BC.AN}{BN} = \dfrac{a(a-x)}{x}$ (Hệ quả định lí Ta-lét) **(0,25 điểm)**

ΔEDC có $D = 90^o \Rightarrow CE^2 = CD^2 + DE^2 = a^2 + \left(a + \dfrac{a(a-x)}{x}\right)^2 = a^2 + \dfrac{a^4}{x^2}$ **(0,25 điểm)**

$\Rightarrow S_{ACFE} = \dfrac{a^2(a-x)}{2x} + \dfrac{a^2}{2} + \dfrac{a^4}{2x^2} = \dfrac{a^3(x+a)}{2x^2}$ **(0,5 điểm)**

b) $S_{ACFE} = 3.S_{ABCD} \Leftrightarrow \dfrac{a^3(x+a)}{2x^2} = 3a^2 \Leftrightarrow 6x^2 - ax - a^2 = 0$

$\Leftrightarrow (2x-a)(3x+a) = 0$ **(0,25 điểm)**

Do $x > 0$; $a > 0 \Rightarrow 3x + a > 0 \Rightarrow 2x - a = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{a}{2} \Leftrightarrow$ N là trung điểm của cạnh AB

(0,5 điểm)

Vậy để TỨ GIÁC ACFE có diện tích gấp 3 lần diện tích hình vuông ABCD thì điểm N là trung điểm cạnh AB. **(0,25 điểm)**

ĐỀ 141

UBND TỈNH THỪA THIÊN HUẾ
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH
LỚP 9 THCS - NĂM HỌC 2008 - 2009

***M«n*: TOÁN**

Thêi gian lµm bµi: *150 phót*

□□ CH□NH TH□C

Bài 1: (4,0 điểm)

1. Rút gọn biểu thức: $A = \dfrac{2\sqrt{4-\sqrt{5+\sqrt{21+\sqrt{80}}}}}{\sqrt{10}-\sqrt{2}}$
2. Giải ph- ơng trình: $\sqrt{x^2 - x - 6} + x^2 - x - 18 = 0$

Bài 2: (3,0 điểm)

Cho ph- ơng trình $(m+1)x^3+(3m-1)x^2-x-4m+1=0$ (1) (m là tham số).

1. Biến đổi ph- ơng trình (1) về dạng ph- ơng trình tích.
2. Với giá trị nào của m thì ph- ơng trình (1) có ba nghiệm phân biệt, trong đó có 2 nghiệm âm.

Bài 3: (4,0 điểm)

1. Chứng minh rằng với hai số thực bất kì a,b ta luôn có: $\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 \geq ab$.

   Dấu đẳng thức xảy ra khi nào ?
2. Cho ba số thực a,b,c không âm sao cho $a+b+c=1$.

   Chứng minh: $b+c \geq 16abc$. Dấu đẳng thức xảy ra khi nào ?
3. Với giá trị nào của góc nhọn α thì biểu thức $P=\sin^6\alpha+\cos^6\alpha$ có giá trị bé nhất ? Cho biết giá trị bé nhất đó.

Bài 4: (6,0 điểm)

1. Cho tam giác ABC vuông tại A. Đ- ờng tròn nội tiếp tam giác ABC tiếp xúc với các cạnh BC, CA và AB lần l- ợt tại D, E và F. Đặt $x=DB,\ y=DC,\ z=AE$.
   a. Tìm hệ thức giữa $x,\ y$ và z.
   b. Chứng minh rằng: $AB\cdot AC=2DB\cdot DC$.
2. Cho tam giác ABC cân tại A, $BC=a$. Hai điểm M và N lần l- ợt trên AC và AB sao cho: $AM=2MC,\ AN=2NB$ và hai đoạn BM và CN vuông góc với nhau. Tính diện tích tam giác ABC theo a.

Bài 5: (3,0 điểm)

1. Một đoàn học sinh đi cắm trại bằng ô tô. Nếu mỗi ô tô chở 22 ng- ời thì còn thừa một ng- ời. Nếu bớt đi một ô tô thì có thể phân phối đều tất cả các học sinh lên các ô tô còn lại. Hỏi có bao nhiêu học sinh đi cắm trại và có bao nhiêu ô tô ? Biết rằng mỗi ô tô chỉ chở không quá 30 ng- ời.
2. Một tấm bìa hình chữ nhật có kích th- ớc 1×5. Hãy cắt tấm bìa thành các mảnh để ráp lại thành một hình vuông. Giải thích.

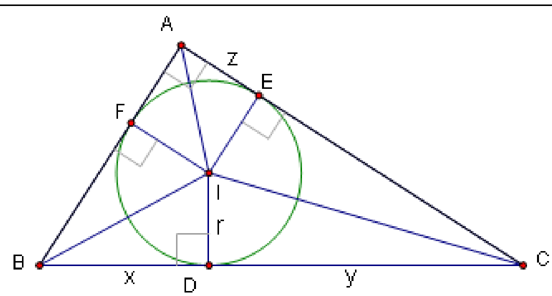
UBND TỉNH Thừa Thiên Huế
Sở Giáo dục và đào tạo

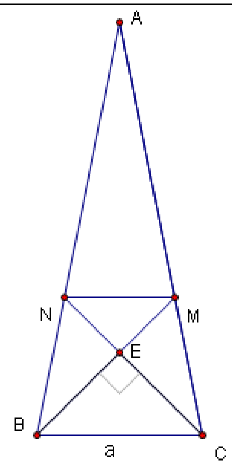
kỳ thi chọn học sinh giỏi tỉnh
lớp 9 thCS năm học 2008 - 2009
***Môn*: toán**

Đáp án và thang điểm:

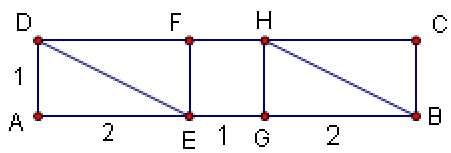
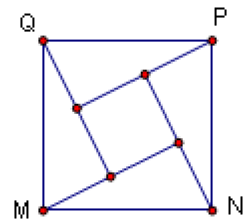
Bài	Cõu	Nội dung	Điểm
1		*(4 điểm)*	
	1.1 (2 đ)	$A=\dfrac{2\sqrt{4-\sqrt{5+\sqrt{21+\sqrt{80}}}}}{\sqrt{10}-\sqrt{2}}$ $\sqrt{21+\sqrt{80}}=\sqrt{1+4\sqrt{5}+\left(2\sqrt{5}\right)^2}=1+2\sqrt{5}$ $\sqrt{5+\sqrt{21+\sqrt{80}}}=\sqrt{6+2\sqrt{5}}=1+\sqrt{5}$ $A=\dfrac{2\sqrt{3-\sqrt{5}}}{\sqrt{2}(\sqrt{5}-1)}=\dfrac{\sqrt{6-2\sqrt{5}}}{\sqrt{5}-1}=\dfrac{\sqrt{\left(\sqrt{5}-1\right)^2}}{\sqrt{5}-1}=1$	0,5 0,5 1,0
	1.2 (2 đ)	$\sqrt{x^2-x-6}+x^2-x-18=0$. Điều kiện để ph- ơng trình có nghĩa: $x^2-x-6\ge 0$ Đặt $t=\sqrt{x^2-x-6}\ (t\ge 0)\Leftrightarrow x^2-x-18=t^2-12\ (t\ge 0)$ Khi đó ph- ơng trình đã cho trở thành: $t^2+t-12=0\ (t\ge 0)\Leftrightarrow t=3\ \ (t=-4<0$ loại) $t=3\Leftrightarrow x^2-x-6=9>0\Leftrightarrow x^2-x-15=0\Leftrightarrow x_1=\dfrac{1-\sqrt{61}}{2};\ x_2=\dfrac{1+\sqrt{61}}{2}$ Vậy ph- ơng trình đã cho có hai nghiệm: $x_{1,2}=\dfrac{1\pm\sqrt{61}}{2}$	0,25 0,5 0,5 0,5 0,25
2		***(3 điểm)***	
	2.1	$(m+1)x^3+(3m-1)x^2-x-4m+1=0$ (1) $\Leftrightarrow(m+1)x^3-(m+1)x^2+4mx^2-x-4m+1=0$ $\Leftrightarrow(m+1)x^2(x-1)+4m(x^2-1)-(x-1)=0$ $\Leftrightarrow(x-1)\left[(m+1)x^2+4mx+4m-1\right]=0$	0,5 0,5 0,25
	2.2	Ta có:	0,5

		$(x-1)\left[(m+1)x^2+4mx+4m-1\right]=0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \quad (a) \\ g(x)=(m+1)x^2+4mx+4m-1=0 \quad (b) \end{array}\right.$	
		Để ph- ơng trình (1) có ba nghiệm phân biệt thì ph- ơng trình (b) phải có hai nghiệm phân biệt khác 1, t- ơng đ- ơng với: $\begin{cases} m \neq -1 \\ \Delta' = 1-3m > 0 \\ g(1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -1 \\ m < \dfrac{1}{3} \\ 9m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \neq -1,\ m \neq 0,\ m < \dfrac{1}{3} \quad (*)$ Với điều kiện (*), ph- ơng trình (1) có 3 nghiệm phân biệt, trong đó có một nghiệm x = 1 > 0 và hai nghiệm còn lại x_1 và x_2 ($x_1 < x_2$) là nghiệm của (b). Do đó để (1) có 3 nghiệm phân biệt trong đó có hai nghiệm âm thì $x_1 < x_2 < 0$, t- ơng đ- ơng với: $\begin{cases} P = x_1x_2 = \dfrac{4m-1}{m+1} > 0 \\ S = x_1 + x_2 = \dfrac{-4m}{m+1} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \ hay \ m > \dfrac{1}{4} \\ m < -1 \ hay \ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < -1 \ hay \ m > \dfrac{1}{4} \quad (**).$ Kết hợp (*) và (**) ta có: Để ph- ơng trình (1) có 3 nghiệm phân biệt, trong đó có hai nghiệm âm thì cần và đủ là: $m < -1 \ hay \ \dfrac{1}{4} < m < \dfrac{1}{3}$	0,25 0,50 0,25 0,25
3		***(4,0 điểm)***	
	3.1	Ta có: $\left(\dfrac{a+b}{2}\right)^2 - ab = \dfrac{a^2+2ab+b^2}{4} - ab = \dfrac{a^2-2ab+b^2}{4}$ $= \dfrac{(a-b)^2}{4} \geq 0,\ \forall a,b \in \mathbb{R}$ Vậy: $\left(\dfrac{a+b}{2}\right)^2 \geq ab,\ \forall a,b \in \mathbb{R} \Leftrightarrow (a+b)^2 \geq 4ab, \forall a,b \in \mathbb{R}$ Dấu đẳng thức xảy ra khi $a=b$	0,25 0,25 0,25 0,25

		Theo kết quả câu 3.1, ta có: $(a+b+c)^2=\left[a+(b+c)\right]^2\geq 4a(b+c)$ mà $a+b+c=1$ (giả thiết) nên: $1\geq 4a(b+c)\Leftrightarrow b+c\geq 4a(b+c)^2$ (vì a, b, c không âm nên b + c không âm) Nh- ng: $(b+c)^2\geq 4bc$ (không âm) Suy ra: $b+c\geq 16abc$. Dấu đẳng thức xảy ra khi: $\begin{cases}a=b+c\\ b=c\end{cases}\Leftrightarrow b=c=\frac{1}{4},\ a=\frac{1}{2}$	0,25 0,25 0,25 0,25 0,50
	3.2	Ta có: $P=\sin^6\alpha+\cos^6\alpha=(\sin^2\alpha)^3+(\cos^2\alpha)^3$ $P=(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)\left[\sin^4\alpha-\sin^2\alpha\cos^2\alpha+\cos^4\alpha\right]$ $P=(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)^2-3\sin^2\alpha\cos^2\alpha=1-3\sin^2\alpha\cos^2\alpha$ áp dụng kết quả câu 3.1, ta có: $(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)^2\geq 4\sin^2\alpha\cos^2\alpha\Leftrightarrow 1\geq 4\sin^2\alpha\cos^2\alpha\Leftrightarrow \sin^2\alpha\cos^2\alpha\leq\frac{1}{4}$ Suy ra: $P=1-3\sin^2\alpha\cos^2\alpha\geq 1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$ Do đó: $P_{\min}=\frac{1}{4}$ khi và chỉ khi: $\sin^2\alpha=\cos^2\alpha\Leftrightarrow\sin\alpha=\cos\alpha$ (vì α là góc nhọn) $\Leftrightarrow\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=1\Leftrightarrow tg\alpha=1\Leftrightarrow\alpha=45^0$	0,25 0,25 0,25 0,25 0,5
4		***(6,0 điểm)***	
	4.1.a	 + Ta có: BD = BF, CD = CE và AE = AF (Tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau). Do đó: $BC=x+y,\ AC=y+z,$ $AB=x+z$ Theo định lí Pytago:	0,5 0,5

		$BC^2 = AB^2 + AC^2$ $\Leftrightarrow (x+y)^2 = (x+z)^2 + (y+z)^2$ $\Leftrightarrow 2xy = 2z(x+y) + 2z^2 \Leftrightarrow xy = z(x+y+z)$ (a)	0,5
	4.1.b	Gọi r là bán kính, I là tâm đ- ờng tròn nội tiếp tam giác ABC. Ta có: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AB\cdot AC = \frac{1}{2}BC\cdot r + \frac{1}{2}CA\cdot r + \frac{1}{2}AB\cdot r = (x+y+z)r$ (b) Tứ giác AEIF có 3 góc vuông, nên là hình chữ nhật. Nh- ng AE = AF (cm trên), nên AEIF là hình vuông, Do đó: $z = EI = r$ (c) Từ (a), (b), (c) suy ra: $AB\cdot AC = 2xy \Leftrightarrow AB\cdot AC = 2DB\cdot DC$	0,5 0,5 0,5
	4.2	 + Theo giả thiết: $AM = 2MC$ và $AN = 2NC$ Suy ra: $\frac{AM}{AC} = \frac{AN}{AB} = \frac{2}{3} \Rightarrow MN // BC \Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AC} = \frac{2}{3}$. + Gọi E là giao điểm của BM và CN, theo định lí Ta-lét, ta có: $\frac{EM}{EB} = \frac{EN}{EC} = \frac{MN}{BC} = \frac{2}{3}$. Gọi BK là đ- ờng cao hạ từ B của tam giác ABC, ta có: $\frac{S_{ABC}}{S_{BCM}} = \frac{\frac{1}{2}AC\cdot BK}{\frac{1}{2}CM\cdot BK} = \frac{AC}{CM} = 3 \Rightarrow S_{ABC} = 3S_{BCM}$	0,5 0,5 1,0

		$\frac{S_{BEC}}{S_{BMC}} = \frac{BE}{BM} = \frac{3}{5} \Rightarrow S_{BMC} = \frac{5}{3}S_{BEC} = \frac{5a^2}{12}$ Vậy: $S_{ABC} = \frac{5a^2}{4}$	0,5 0,5
5		***(3,0 điểm)***	
	5.1	+ Gọi số ô tô lúc đầu là x (x nguyên và $x \geq 2$) Số học sinh đi cắm trại là: 22x + 1. + Theo giả thiết: Nếu số xe là $x-1$ thì số học sinh phân phối đều cho tất cả các xe, mỗi xe chở số học sinh là y (y là số nguyên và 0 < $y \leq 30$). + Do đó ta có ph- ơng trình: $(x-1)y = 22x+1 \Leftrightarrow y = \frac{22x+1}{x-1} = 22 + \frac{23}{x-1}$	0,25 0,25 0,5

		+ Vì x và y đều là số nguyên d- ơng, nên $x-1$ phải là - ớc số của 23. Mà 23 nguyên tố, nên: $x-1=1 \Leftrightarrow x=2$ hoặc $x-1=23 \Leftrightarrow x=24$ – Nếu $x=2$ thì $y=22+23=45>30$ (trái giả thiết) – Nếu $x=24$ thì $y=22+1=23<30$ (thỏa điều kiện bài toán). + Vậy số ô tô là: 24 và tổng số học sinh đi cắm trại là: $22\times 24+1=23\times 23=529$ học sinh.	0,25 0,25 0,25 0,25
	5.2	 + Tấm bìa hình chữ nhật 1×5 có diện tích là 5 (đvdt). Để cắt hình chữ nhật thành các mảnh ráp thành hình vuông, thì cạnh của hình vuông bằng $\sqrt{5}$, bằng độ dài cạnh huyền của tam giác vuông có hai cạnh góc vuông có kích th- ớc là 1 và 2 có diện tích bằng 1 (đvdt).  + Do đó nếu cắt hình chữ nhật 1×5 theo đ- ờng chéo của 2 hình chữ nhật AEFD và GBCH, và cắt theo 2 đ- ờng EF và GH xong ráp lại thì đ- ợc hình vuông MNPQ nh- hình bên.	1,0

ĐỀ 142

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NAM

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9 THCS
NĂM HỌC 2012-2013
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề

Bài 1. (*4,0 điểm*)

Cho biểu thức: $P=\dfrac{x}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})(1-\sqrt{y})}-\dfrac{y}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x}+1)}-\dfrac{xy}{(\sqrt{x}+1)(1-\sqrt{y})}$

1. Rút gọn biểu thức *P*.

2. Tìm các giá trị *x, y* nguyên thỏa mãn *P* = 2.

Bài 2. (*4,0 điểm*)

1. Cho hai số thực *a, b* không âm thỏa mãn $18a+4b\ge 2013$. Chứng minh rằng phương trình sau luôn có nghiệm: $18ax^2+4bx+671-9a=0$.

2. Tìm tất cả các nghiệm nguyên *x, y* của phương trình $x^3 + 2x^2 + 3x + 2 = y^3$.

Bài 3. (*4,5 điểm*)

1. Cho *p* và *2p + 1* là hai số nguyên tố lớn hơn *3*. Chứng minh rằng *4p + 1* là một hợp số.

2. Giải phương trình: $4x^2 + 3x + 3 = 4\sqrt{x^3 + 3x^2} + 2\sqrt{2x - 1}$

Bài 4. (6,0 *điểm*)

Cho góc xOy có số đo bằng 60^o. Đường tròn có tâm K nằm trong góc xOy tiếp xúc với tia Ox tại M và tiếp xúc với tia Oy tại N. Trên tia Ox lấy điểm P thỏa mãn OP = 3OM. Tiếp tuyến của đường tròn (K) qua P cắt tia Oy tại Q khác O. Đường thẳng PK cắt đường thẳng MN ở E. Đường thẳng QK cắt đường thẳng MN ở F.

1. Chứng minh tam giác MPE đồng dạng với tam giác KPQ.
2. Chứng minh tứ giác PQEF nội tiếp được trong đường tròn.
3. Gọi D là trung điểm của đoạn PQ. Chứng minh tam giác DEF là một tam giác đều.

Bài 5. (*2,0 điểm*)

Cho *a, b, c* là ba số thực dương thỏa mãn: $a + b + c = 3$. Chứng minh rằng:

$$\frac{a+1}{1+b^2} + \frac{b+1}{1+c^2} + \frac{c+1}{1+a^2} \geq 3$$

------HẾT------

Thí sinh không được sử dụng máy tính cầm tay.

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Chữ ký của giám thị 1: .... Chữ ký của giám thị 2: ....

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NAM

ĐÁP ÁN CHÍNH THỨC

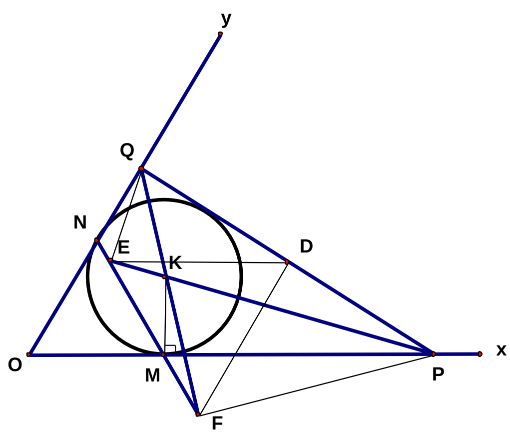
KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9 THCS
NĂM HỌC 2012-2013
Môn thi: TOÁN

ĐÁP ÁN-BIỂU ĐIỂM

(Đáp án biểu điểm này gồm 3 trang)

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1.1	Điều kiện để P xác định là : $x \geq 0$; $y \geq 0$; $y \neq 1$; $x + y \neq 0$.	0,5

(2,5 đ)	$P = \dfrac{x(1+\sqrt{x}) - y(1-\sqrt{y}) - xy\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)}{\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)\left(1+\sqrt{x}\right)\left(1-\sqrt{y}\right)} = \dfrac{(x-y)+\left(x\sqrt{x}+y\sqrt{y}\right)-xy\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)}{\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)\left(1+\sqrt{x}\right)\left(1-\sqrt{y}\right)}$	0,5
	$= \dfrac{\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}+x-\sqrt{xy}+y-xy\right)}{\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)\left(1+\sqrt{x}\right)\left(1-\sqrt{y}\right)} = \dfrac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)-\sqrt{y}\left(\sqrt{x}+1\right)+y\left(1+\sqrt{x}\right)\left(1-\sqrt{x}\right)}{\left(1+\sqrt{x}\right)\left(1-\sqrt{y}\right)}$	0,5
	$= \dfrac{\sqrt{x}-\sqrt{y}+y-y\sqrt{x}}{\left(1-\sqrt{y}\right)} = \dfrac{\sqrt{x}\left(1-\sqrt{y}\right)\left(1+\sqrt{y}\right)-\sqrt{y}\left(1-\sqrt{y}\right)}{\left(1-\sqrt{y}\right)}$	0,5
	$= \sqrt{x}+\sqrt{xy}-\sqrt{y}$	0,5
Câu 1.2 **(1,5 đ)**	P = 2 $\Leftrightarrow \sqrt{x}+\sqrt{xy}-\sqrt{y}=2$ với $x\ge 0;\ y\ge 0;\ y\ne 1;\ x+y\ne 0$ $\Leftrightarrow \sqrt{x}\left(1+\sqrt{y}\right)-\left(\sqrt{y}+1\right)=1 \Leftrightarrow \left(\sqrt{x}-1\right)\left(1+\sqrt{y}\right)=1$	0,5
	Ta có: $1+\sqrt{y}\ge 1 \Rightarrow \sqrt{x}-1\le 1 \Leftrightarrow 0\le x\le 4 \Rightarrow$ x = 0; 1; 2; 3 ; 4	0,5
	Thay vào P ta có các cặp giá trị (4; 0) và (2 ; 2) thoả mãn	0,5
Câu 2.1 **(2,0 đ)**	**Cho hai số thực *a, b* thỏa mãn** $18a+4b\ge 2013$ **(1)** **Chứng minh rằng phương trình sau có nghiệm:** $18ax^2+4bx+671-9a=0$ **(2)**	
	<u>TH1 :</u> Với a = 0 thì (2) $\Leftrightarrow 4bx+671=0$ Từ (1) $\Rightarrow b\ne 0$. Vậy (2) luôn có nghiệm $x=-\dfrac{671}{4b}$	0,5
	<u>TH2 :</u> Với $a\ne 0$, ta có : $\Delta' = 4b^2-18a(671-9a)=4b^2-6a.2013+162a^2$	0,5
	$\ge 4b^2-6a(18a+4b)+162a^2=4b^2-24ab+54a^2=(2b-6a)^2+16a^2\ge 0,\forall a,b$	0,5
	Vậy pt luôn có nghiệm	0,5
Câu 2.2 **(2,0 đ)**	**Tìm các số nguyên *x, y* thỏa mãn phương trình:** $x^3+2x^2+3x+2=y^3$	
	Ta có $y^3-x^3=2x^2+3x+2=2\left(x+\dfrac{3}{4}\right)^2+\dfrac{7}{8}>0 \Rightarrow x<y$ (1)	0,5
	$(x+2)^3-y^3=4x^2+9x+6=\left(2x+\dfrac{9}{4}\right)^2+\dfrac{15}{16}>0 \Rightarrow y<x+2$ (2)	0,5
	Từ (1) và (2) ta có *x < y < x+2* mà x, y nguyên suy ra *y = x + 1*	0,5
	Thay y = x + 1 vào pt ban đầu và giải phương trình tìm được x = -1; x = 1 từ đó tìm được hai cặp số (x, y) thỏa mãn bài toán là (1 ; 2), (-1 ; 0)	0,5
Câu 3.1 **(2,0đ)**	Do *p* là số nguyên tố lớn hơn 3 nên *p* có dạng $p=3k\pm 1$	0,5
	*) Nếu $p=3k+1$ thì $2p+1=6k+3=3(2k+1)$ $\Rightarrow 2p+1$ là hợp số (Vô lý)	0,5
	*) Nếu $p=3k-1, k\ge 2$ thì $4p+1=12k-3=3(4k-1)$	0,5
	Do $4k-1\ge 7$ nên $4p+1$ là một hợp số.	0,5

Câu 3.2 (2,5 đ)	Điều kiện: $x \geq \dfrac{1}{2}$	0,5
	PT $\Leftrightarrow 4x^2 + 3x + 3 = 4x\sqrt{x+3} + 2\sqrt{2x-1}$ $\Leftrightarrow \left(4x^2 - 4x\sqrt{x+3} + x + 3\right) + \left(1 - 2\sqrt{2x-1} + 2x - 1\right) = 0$	0,5
	$\Leftrightarrow \left(2x - \sqrt{x+3}\right)^2 + \left(1 - \sqrt{2x-1}\right)^2 = 0$	0,5
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \sqrt{x+3} \\ 1 = \sqrt{2x-1} \end{cases}$	0,5
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x^2 = x + 3 \\ 1 = 2x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1$ (tmđk)	0,5
Câu 4		
Câu 4.1 (2,5 đ)	 Hình vẽ đúng.	0,5
	+PK là phân giác góc QPO $\Rightarrow MPE = KPQ$ (*) .	0,5
	+ Tam giác OMN đều $\Rightarrow EMP = 120^0$. + QK cũng là phân giác OQP $QKP = 180^0 - \left(KQP + KPQ\right)$	0,5
	Mà $2KQP + 2KPQ = 180^0 - 60^0 = 120^0$ $\Rightarrow QKP = 120^0$. Do đó: $EMP = QKP$ (**).	0,5
	Từ (*) và (**), ta có $\Delta MPE \sim \Delta KPQ$	0,5
Câu 4.2 (1,0 đ)	Do hai tam giác MPE và KPQ đồng dạng nên: $MEP = KQP$	0,5
	hay: $FEP = FQP$ Suy ra, tứ giác PQEF nội tiếp được trong đường tròn.	0,5
Câu 4.3 (2,5 đ)	**Gọi D là trung điểm của đoạn PQ. Chứng minh tam giác DEF là một tam giác đều.**	
	Do hai tam giác MPE và KPQ đồng dạng nên: $\dfrac{PM}{PK} = \dfrac{PE}{PQ}$. Suy ra: $\dfrac{PM}{PE} = \dfrac{PK}{PQ}$. Ngoài ra: $MPK = EPQ$. Do đó, hai tam giác MPK và EPQ đồng dạng.	0,5
	Từ đó: $PEQ = PMK = 90^0$.	0,5
	Suy ra, D là tâm của đường tròn ngoại tiếp tứ giác PQEF. Vì vậy, tam giác DEF cân tại D.	0,5
	Ta có: $FDP = 2FQD = OQP$; $EDQ = 2EPD = OPQ$.	0,5

<table>
<tr><td></td><td>$FDE = 180^0 - \left(FDP + EDQ\right) = POQ = 60^0$
Từ đó, tam giác DEF là tam giác đều.</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>Câu 5
(2,0 đ)</td><td>Cho a, b, c là ba số thực dương thỏa mãn: $a+b+c=3$. Chứng minh rằng:
$$\frac{a+1}{1+b^2}+\frac{b+1}{1+c^2}+\frac{c+1}{1+a^2}\ge 3$$</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>Theo bất đẳng thức Cauchy ta có: $1+b^2\ge 2b$ nên:
$$\frac{a+1}{1+b^2}=(a+1)-\frac{b^2(a+1)}{b^2+1}\ge (a+1)-\frac{b^2(a+1)}{2b}=a+1-\frac{ab+b}{2}$$
$$\Leftrightarrow \frac{a+1}{1+b^2}\ge a+1-\frac{ab+b}{2}$$
Tương tự ta có:
$$\frac{b+1}{1+c^2}\ge b+1-\frac{bc+c}{2} \quad (2)$$
$$\frac{c+1}{1+a^2}\ge c+1-\frac{ca+a}{2} \quad (3)$$</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td></td><td>Cộng vế theo vế (1), (2) và (3) ta được:
$$\frac{a+1}{1+b^2}+\frac{b+1}{1+c^2}+\frac{c+1}{1+a^2}\ge 3+\frac{a+b+c-ab-bc-ca}{2} \quad (*)$$</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td></td><td>Mặt khác: $3(ab+bc+ca)\le\left(a+b+c\right)^2=9\Rightarrow \frac{a+b+c-ab-bc-ca}{2}\ge 0$
Nên (*) $\Leftrightarrow \frac{a+1}{1+b^2}+\frac{b+1}{1+c^2}+\frac{c+1}{1+a^2}\ge 3$ (đpcm)
Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $a=b=c=1$</td><td>0,5</td></tr>
</table>

---------------**HẾT**--------------

Lưu ý: - Các cách giải đúng khác cho điểm tương đương với biểu điểm
- Điểm toàn bài không làm tròn

ĐỀ 143

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẢNG NGÃI

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH
NĂM HỌC 2008-2009
Môn Toán - Lớp 9

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi: 11 tháng 02 năm 2009

Bài 1 : *(4,0 điểm)*

a) Cho $x + y = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $x^3 + y^3$.

b) Tìm tất cả các tam giác vuông có độ dài cạnh là số nguyên và số đo diện tích bằng số đo chu vi.

Bài 2 : *(4,0 điểm)*

a) Giải hệ phương trình : $\begin{cases} 3xy = 2(x+y) \\ 5yz = 6(y+z) \\ 4zx = 3(z+x) \end{cases}$

b) Giải phương trình : $\sqrt{25-x^2} - \sqrt{10-x^2} = 3$

Bài 3: *(5,0 điểm)*

a) Cho a và b là các số nguyên dương sao cho $\frac{a+1}{a} + \frac{b+1}{b}$ là số nguyên; gọi d là ước chung của a và b. Chứng minh : $d \le \sqrt{a+b}$.

b) Chứng minh rằng không có các số nguyên x và y nào thỏa mãn hệ thức:
$2008x^{2009} + 2009y^{2010} = 2011$.

Bài 4 : *(2,0 điểm)*

Cho tam giác nhọn ABC có hai đường cao kẻ từ B và C cắt nhau tại O.

Chứng minh rằng nếu đường tròn nội tiếp tam giác OAB và đường tròn nội tiếp tam giác OAC có bán kính bằng nhau thì tam giác ABC là tam giác cân.

Bài 5 : *(5,0 điểm)*

Cho hai đường tròn (O; R) và (O'; r) tiếp xúc ngoài với nhau tại A. Trên đường tròn (O; R) vẽ dây AB = R. Trên cung lớn AB lấy điểm M, đường thẳng MA cắt đường tròn (O'; r) tại N (N khác A). Đường thẳng qua N và song song với AB cắt đường thẳng MB tại E.

a) Chứng minh rằng độ dài đoạn thẳng NE không phụ thuộc vị trí điểm M trên cung lớn AB;

b) Tìm vị trí của điểm M trên cung lớn AB để tam giác MNE có diện tích lớn nhất và tính giá trị lớn nhất đó.

-------------------- Hết --------------------

Giám thị coi thi không giải thích gì thêm

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẢNG NGÃI

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH
NĂM HỌC 2008-2009

HƯỚNG DẪN CHẤM

MÔN TOÁN LỚP 9

Bài 1 : *(4,0 điểm)*

a) Cho $x + y = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $x^3 + y^3$.

Bài giải	Điểm
Ta có $M = x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$ $= x^2 - xy + y^2$ (vì $x + y = 1$) $= \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} + (\frac{x^2}{2} - xy + \frac{y^2}{2}) = \frac{1}{2}(x^2 + y^2) + (\frac{x}{\sqrt{2}} - \frac{y}{\sqrt{2}})^2$ $\Rightarrow M \geq \frac{1}{2}(x^2+y^2)$	0,75 điểm
Ngoài ra do $x + y =1 \Rightarrow x^2 + y^2 + 2xy = 1 \Rightarrow 2(x^2 + y^2)-(x - y)^2 = 1$ $\Rightarrow 2(x^2 + y^2) \geq 1 \Rightarrow (x^2 + y^2) \geq \frac{1}{2}$ dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow x = y = \frac{1}{2}$ $\Rightarrow M \geq \frac{1}{2}.\frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow x = y = \frac{1}{2}$.	0,75 điểm
Vậy giá trị nhỏ nhất của M là $\frac{1}{4}$, đạt được khi $x = y = \frac{1}{2}$	0,5 điểm

b) Tìm tất cả các tam giác vuông có độ dài cạnh là số nguyên và số đo diện tích bằng số đo chu vi.

Bài giải	Điểm
Gọi a, b, c là số đo 3 cạnh của tam giác vuông cần tìm. Giả sử $1 \leq a \leq b < c$. Ta có hệ phương trình : $\begin{cases} a^2 + b^2 = c^2 & (1) \\ ab = 2(a+b+c) & (2) \end{cases}$	0,5 điểm
Từ (1) $\Rightarrow c^2 = (a + b)^2 - 2ab$ $\Rightarrow c^2 = (a + b)^2 - 4(a + b + c)$ (theo (2))	

$\Leftrightarrow (a+b)^2 - 4(a+b) = c^2 + 4c$	
$\Leftrightarrow (a+b)^2 - 4(a+b) + 4 = c^2 + 4c + 4.$	
$\Leftrightarrow (a+b-2)^2 = (c+2)^2 \Leftrightarrow a+b-2 = c+2$ (do $a+b \geq 2$)	
$\Leftrightarrow c = a+b-4.$	
Thay vào (2) ta được: $ab = 2(a+b+a+b-4)$	0,5 điểm
$\Leftrightarrow ab - 4a - 4b + 8 = 0 \Leftrightarrow b(a-4) - 4(a-4) = 8 \Leftrightarrow (a-4)(b-4) = 8$	
Phân tích $8 = 1.8 = 2.4$ nên ta có:	
$\begin{cases} a-4=1 \\ b-4=8 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a-4=2 \\ b-4=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=5 \\ b=12 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a=6 \\ b=8 \end{cases}$	0,5 điểm
Từ đó ta có 2 tam giác vuông có các cạnh (5 ; 12 ; 13) và (6 ; 8 ; 10) thỏa mãn yêu cầu của bài toán.	0,5 điểm

<u>Bài 2</u> : *(4,0 điểm)*

a) Giải hệ phương trình : $\begin{cases} 3xy = 2(x+y) \\ 5yz = 6(y+z) \\ 4zx = 3(z+x) \end{cases}$

Bải giải	Điểm
+ Hiển nhiên hệ có nghiệm là $x = y = z = 0$.	0,5điểm
+ Với $xyz \neq 0$ thì (I) được viết lại: $\begin{cases} \dfrac{x+y}{xy} = \dfrac{3}{2} \\ \dfrac{y+z}{yz} = \dfrac{5}{6} \\ \dfrac{z+x}{zx} = \dfrac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow$ (II) $\begin{cases} \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} = \dfrac{3}{2} \\ \dfrac{1}{y} + \dfrac{1}{z} = \dfrac{5}{6} \\ \dfrac{1}{z} + \dfrac{1}{x} = \dfrac{4}{3} \end{cases}$ Cộng ba phương trình của hệ (II) theo vế ta được:	0,5điểm
$2\left(\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} + \dfrac{1}{z}\right) = \dfrac{11}{3} \Leftrightarrow \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} + \dfrac{1}{z} = \dfrac{11}{6}$ (*)	0,5điểm
Trừ phương trình (*) cho từng phương trình của hệ (II) theo vế ta lần lượt có : $x = 1$, $y = 2$, $z = 3$. Vậy hệ phương trình có hai nghiệm (0; 0; 0) và (1; 2; 3).	0,5điểm

b) Giải phương trình : $\sqrt{25-x^2} - \sqrt{10-x^2} = 3$

Bải giải	Điểm
ĐKXĐ: - $\sqrt{10}$ ≤ x ≤ $\sqrt{10}$	0,25điểm
Đặt a = $\sqrt{25-x^2}$; b = $\sqrt{10-x^2}$ (a, b ≥ 0)	0,25điểm
Ta được hệ pt : $\begin{cases} a-b=3 \\ a^2-b^2=15 \end{cases}$	0,5điểm
Giải hệ pt ta được : a = 4 ; b = 1. Suy ra : $x_1 = 3$; $x_2 = -3$	1,0 điểm

Bài 3: *(5,0 điểm)*

a) Cho a và b là các số nguyên dương sao cho $\frac{a+1}{a}+\frac{b+1}{b}$ là số nguyên; gọi d là ước chung của a và b. Chứng minh : $d \le \sqrt{a+b}$.

Bải giải	Điểm
Ta có: $\frac{a+1}{a}+\frac{b+1}{b}$ = $\frac{ab+b+ab+a}{ab}=\frac{2ab}{ab}+\frac{a+b}{ab}=2+\frac{a+b}{ab}$: là số nguyên	0,5 điểm
Suy ra : $\frac{a+b}{ab}$ là số nguyên và a, b là số nguyên dương	0,5 điểm
Nên $\frac{a+b}{ab} \ge 1$ $\Rightarrow$ a + b ≥ ab	0,5 điểm
Do d là ước của a nên a ⋮ d $\Rightarrow$ a ≥ d > 0 Và d là ước của b nên b ⋮ d $\Rightarrow$ b ≥ d > 0 Suy ra : ab ≥ d^2 nên a + b ≥ d^2	0,5 điểm
Vậy : $d \le \sqrt{a+b}$	0,5 điểm

b) Chứng minh rằng không có các số nguyên *x* và *y* nào thỏa mãn hệ thức: $2008x^{2009} + 2009y^{2010} = 2011$.

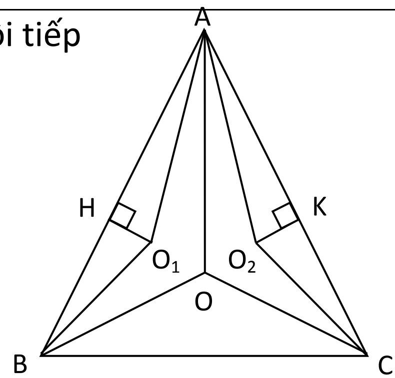
Bải giải	Điểm
- Nếu y chẵn thì với mọi x ∈ Z có $2008x^{2009} + 2009y^{2010}$ là số chẵn; mà 2011 là số lẻ, (vô lý)	0,5 điểm
- Nếu y lẻ thì y^{1005} là số lẻ. Đặt $y^{1005} = 2k + 1$ (k ∈Z)	0,5 điểm
$\Rightarrow 2009y^{2010} = 2009(y^{1005})^2 = 2009(2k+1)^2 = 2009(4k^2+4k+1) = 4[2009(k^2+k)] + 2009$.	0,5 điểm

Ta có $2009y^{2010}$ chia cho 4 dư 1 $\Rightarrow$ $2008x^{2009} + 2009y^{2010}$ chia cho 4 dư 1; mà 2011 chia cho 4 dư 3, (vô lý)	0,5 điểm
Vậy không có các số nguyên x, y nào thỏa mãn hệ thức : $2008x^{2009} + 2009y^{2010} = 2011$.	0,5 điểm

Bài 4 : *(2,0 điểm)*

Cho tam giác nhọn ABC có hai đường cao kẻ từ B và C cắt nhau tại O.

Chứng minh rằng nếu đường tròn nội tiếp tam giác OAB và đường tròn nội tiếp tam giác OAC có bán kính bằng nhau thì tam giác ABC là tam giác cân.

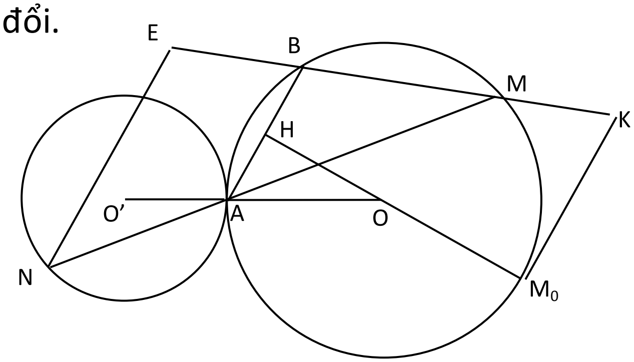
Bải giải	Điểm
Gọi O_1 và O_2 lần lượt là tâm đường tròn nội tiếp các tam giác AOB và AOC. 	Hình 0,25 đ
Kẻ $O_1H \perp AB$ tại H và $O_2K \perp AC$ tại K $\Rightarrow O_1H = O_2K$ (gt)	0,25 điểm
Điểm O là trực tâm của ΔABC $\Rightarrow A\hat{B}O = A\hat{C}O$ (cùng phụ $B\hat{A}C$) $\Delta BO_1H = \Delta CO_2K$ $(O_1H = O_2K;\ \frac{O\hat{B}H}{2} = \frac{O\hat{C}K}{2})$ $\Rightarrow BH = CK$.	0,5 điểm
∗ Nếu AB > AC thì AH > AK (AB = AH + HB và AC = AK + KC) $\Rightarrow \frac{O_1H}{AH} < \frac{O_2K}{AK} \Rightarrow O_1\hat{A}H < O_2\hat{A}K \Rightarrow O\hat{A}B < O\hat{A}C \Rightarrow A\hat{B}C > A\hat{C}B \Rightarrow AC > AB$ Mâu thuẫn	0,5 điểm
∗ Nếu AB < AC, lập luận tương tự ta có AB > AC Mâu thuẫn	0,25 điểm
∗ Vậy AB = AC. Tam giác ABC cân tại A.	0,25 điểm

Bài 5 : *(5,0 điểm)*

Cho hai đường tròn (O; R) và (O'; r) tiếp xúc ngoài với nhau tại A. Trên đường tròn (O; R) vẽ dây AB = R. Trên cung lớn AB lấy điểm M, đường thẳng MA cắt đường tròn (O'; r) tại N (N khác A). Đường thẳng qua N và song song với AB cắt đường thẳng MB tại E.

a) Chứng minh rằng độ dài đoạn thẳng NE không phụ thuộc vị trí điểm M trên cung lớn AB.

b) Tìm vị trí của điểm M trên cung lớn AB để tam giác MNE có diện tích lớn nhất và tính giá trị lớn nhất đó.

<table>
<tr><th>Bài giải</th><th>Điểm</th></tr>
<tr><td>
a) Ta có $\frac{NE}{AB}=\frac{MN}{AM}=\frac{OO`}{AO}=\frac{R+r}{R}$
$\Rightarrow NE=\frac{R+r}{R}.AB=R+r.$
Độ dài đoạn NE không đổi.


b) $\Delta MNE \backsim \Delta MAB \Rightarrow \frac{S_{MNE}}{S_{MAB}}=\left(\frac{NE}{AB}\right)^2 \Rightarrow S_{MNE}=\left(\frac{R+r}{R}\right)^2.S_{MAB}$
Diện tích tam giác MNE lớn nhất $\Leftrightarrow$ Diện tích tam giác AMB lớn nhất.
Gọi M_o là điểm chính giữa của cung lớn AB $\Rightarrow$Tam giác AM_oB cân tại M_o.
Tiếp tuyến của đường tròn (O; R) tại M_o cắt BM tại K.
$A\hat{M_o}B=A\hat{M}B>A\hat{K}B$(góc ngoài của tam giác AMK), do đó M nằm giữa hai điểm B và K.
suy ra khoảng cách từ M đến AB không lớn hơn khoảng cách từ K đến AB.
M_oK // AB $\Rightarrow M_oO\perp AB$ tại H và khoảng cách từ K đến AB bằng M_oH.
Vậy khi M là điểm chính giữa của cung lớn AB thì diện tích ΔAMB có giá trị lớn nhất.
$M_oH=R+\frac{R\sqrt{3}}{2}=\frac{R(2+\sqrt{3})}{2}\Rightarrow MaxS_{AM_oB}=\frac{(2+\sqrt{3})R^2}{4}$
Diện tích ΔMNE có giá trị lớn nhất bằng
$\frac{(R+r)^2}{R^2}.\frac{(2+\sqrt{3})R^2}{4}=\frac{2+\sqrt{3}}{4}(R+r)^2$
</td><td>
Hình 0,25 đ
(0,75 điểm)
(0,75 điểm)
(0,25 điểm)

0,5 điểm
0,25 điểm

0,5 điểm

0,25 điểm

0,25 điểm

0,25 điểm

0,5 điểm

0,5 điểm
</td></tr>
</table>

Chú ý :
+ Mỗi bài toán có thể có nhiều cách giải khác nhau, nếu học sinh có cách giải khác, hợp lý và đúng chính xác vẫn cho điểm tối đa.
+ Đối với bài toán hình, nếu không có hình vẽ thì không chấm.
+ Đề nghị tổ giám khảo cần thảo luận thống nhất quan điểm và chấm chung ít nhất 05 bài để rút kinh nghiệm, sao cho đảm bảo sự công bằng cho tất cả các bài thi.

ĐỀ 144

NG GD&ĐT
N CƯMGAR
HOÀNG VĂN THỤ

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN LỚP 9
NĂM HỌC 2009 – 2010

Môn thi: Toán
Thời gian: 150 phút (Không kể thời gian giao bài)

Bài 1 (5 điểm).

Cho biểu thức: A = $\left(1-\frac{2\sqrt{a}}{a+1}\right):\left(\frac{1}{1+\sqrt{a}}-\frac{2\sqrt{a}}{a\sqrt{a}+\sqrt{a}+a+1}\right)$, với $a \geq 0$

1. Rút gon biểu thức A.

2. Tính giá trị của biểu thức A khi a = 2010 -2$\sqrt{2009}$.

Bài 2 (4 điểm).

1. Một thữa ruộng hình chữ nhật có chu vi 250m. Tính diện tích của thữa ruộng biết rằng nếu chiều dài giảm 3 lần và chiều rộng tăng 2 lần thì chu vi hình chữ nhật không thay đổi.

2. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^3 - y^3 = 3(x-y) \\ x+y=-1 \end{cases}$

Bài 3 (4 điểm).

1. Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $y^2 = -2(x^6 - x^3y - 32)$

2. Cho tam giác ABC vuông tại A có phân giác AD. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu của B, C lên đường thẳng AD.

Chứng minh rằng: $2AD \leq BM + CN$

Bài 4 (5 điểm).

Cho tam giác ABC vuông cân tại C. Gọi M là trung điểm của cạnh AB, P là điểm trên cạnh BC; các điểm N, L thuộc AP sao cho CN $\perp$ AP và

AL = CN.

1. Chứng minh góc MCN bằng góc MAL.

2. Chứng minh ΔLMN vuông cân

3. Diện tích Δ ABC gấp 4 lần diện tích ΔMNL, hãy tính góc CAP.

Câu 5: (2đ)

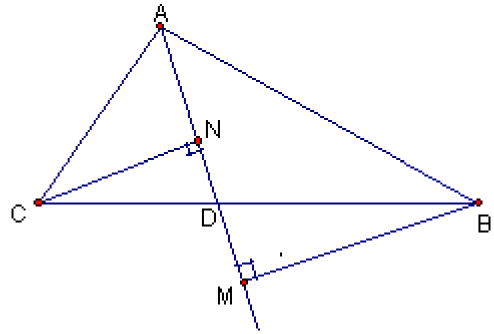
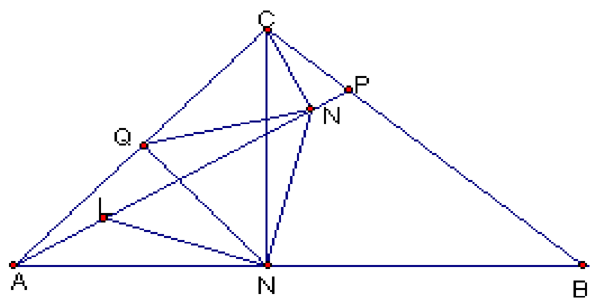
Với x,y không âm. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = x - 2\sqrt{xy} + 3y - 2\sqrt{x} + 2009,5$$

Đáp án

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1 **5,0 điểm**	**1 (3,0đ)** Với điều kiện a $\geq$0. Ta có: $A = \left(1-\frac{2\sqrt{a}}{a+1}\right):\left(\frac{1}{1+\sqrt{a}}-\frac{2\sqrt{a}}{a\sqrt{a}+\sqrt{a}+a+1}\right)$, $\frac{a-2\sqrt{a}+1}{a+1}:\left(\frac{1}{1+\sqrt{a}}-\frac{2\sqrt{a}}{(a+1)(1+\sqrt{a})}\right)$ $\frac{(\sqrt{a}-1)^2}{a+1}:\frac{a+1-2\sqrt{a}}{(a+1)(1+\sqrt{a})}$ $\frac{(\sqrt{a}-1)^2(a+1)(1+\sqrt{a})}{(a+1)(\sqrt{a}-1)^2}=1+\sqrt{a}$	 1,0 1,0 1,0
	2(2,0 đ) Khi a = 2010 -2$\sqrt{2009}$ = ($\sqrt{2009}$ -1)^2 Thì A = 1 + $\sqrt{(\sqrt{2009}-1)^2} = \sqrt{2009}$	 1,0 1,0
Câu 2 **4,0 điểm**	**1.(2,0 đ)** Gọi chiều dài HCN là x (m), chiều rộng HCN là y (m) thì x, y > 0. Chu vi CHN là 250 m nên: 2(x+y)= 250 hay x + y = 125 (1)	 0,25 0,25

	Chiều dài HCN sau khi giảm: $\frac{x}{3}$ Chiều rộng HCN sau khi tăng: 2y (m) Do đó ta có: $2(\frac{x}{3} + 2y) = 250$ hay $\frac{x}{3} + 2y = 125$ (2) Ta có hệ ph- ơng trình: $\begin{cases} x + y = 125 \\ \frac{x}{3} + 2y = 125 \end{cases}$ Giải hệ ta đ- ợc: x = 75; y = 50 Vây chiều dài HCN là 75 m và chiều rộng là 50 m.Diện tích HCN là: 75.50 = 3750 (m^2).	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25
	2 (2,0 đ) Hệ phương trình: $\begin{cases} x^3 - y^3 = 3(x-y) \\ x + y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-y)(x^2 + xy + y^2 - 3) = 0 \\ x + y = -1 \end{cases}$ Hệ này tương đương với tuyển của hai hệ phương trình sau: $\begin{cases} x - y = 0 \\ x + y = -1 \end{cases}$ (I) và $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + xy + y^2 - 3 = 0 \\ x + y = -1 \end{cases}$ (II) * Giải hệ (I) có nghiệm (x,y) = $(-\frac{1}{2};-\frac{1}{2})$ * Xét hệ (II) từ x+y = -1 ta có y = - x-1 thay vào phương trình đầu của hệ (II) ta được $x^2 + x - 2 = 0$ Phương trình này có hai nghiệm: x = -1 và x = - 2 Từ đó ta thấy h ệ (II) có hai ghiệm: (1; - 2); (2; -1) Kết luận: Hệ đã cho có nghiêm (x;y) là: $(-\frac{1}{2};-\frac{1}{2})$; (1; - 2); (2; -1)	0,5 0,5 0,25 0,5 0,25
Câu 3 **4,0 điểm**	**1(2,0đ):** Ta có: : $y^2 = -2(x^6 - x^3y - 32) \Leftrightarrow x^6 + (y - x^3)^2 = 64$ => $x^6 \leq 64$ => $-2 \leq x \leq 2$ do $x \in Z$ => $x \in \{-1; -2; 1; 0; 1; 2\}$ Xét các trường hợp: + x = 2 => $(y - x^3)^2 = 0$ => y = 8 + x = 1 => $(y - x^3)^2 = 63$ => $y \in Z$ => pt này không có nghiệm nguyên + x = 0 => $(y - x^3)^2 = 4$ => y = 8 và y = - 8 + x = - 1 => $(y - x^3)^2 = 63$ => $y \in Z$ => pt này không có nghiệm nguyên	0,5 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25

	+ x = -2 => $(y - x^3)^2 = 0$ =>y = - 8 Vậy nghiệm của phương trình là: (0;8); (0;-8); (2;8); (-2;-8).	0.25
	2(2,0đ)  Ta có ΔAMB và ΔANC vuông cân nên MA = MB và NA = NC Nên BM + CN = AM + AN Giả sử: AB ≥AC Theo tính chất phan giác ta có $\frac{DC}{DB} = \frac{AC}{AB} \le 1$ ΔCDN và ΔBDM nên $\frac{DN}{DM} = \frac{DC}{DB} \le 1$=> DN ≤ DM Nếu I là trung điểm củaMN thì AD≤ AI và AM+AN= 2AI Khi đó 2AD≤ 2AI - AM+AN = BM + CN (đpcm)	0,5 0,5 0,5 0,5
Câu 4 **5,0điểm**	**1(1,0đ)**  Đặt ∠ACP = a => ∠ACN = 90^0 - a ∠MCN = ∠ACN - 45^0 = 90^0 - a - 45^0 = 45^0 - a = ∠LAM	GT,KL và vẽ hinh(0,5) 0,5 0,5
	2(2,0đ) Do ΔABC vuông tại A mà AM là trung tuyến nên AM = CM và AL = CN (gt) ∠MCN = ∠LAM (c/m trên) Nên ΔAML = ΔCMN => LM = MN và ∠AML =∠CMN =>∠LMN = 90^0 -∠AML +∠CMN = 90^0.Vậy tam giác ΔLMN vuông cân tại M	0,75 0,75
	3 (2,0đ) Do các ΔLMN, ΔABC vuông cân nên: 2 $S_{\Delta LMN} = MN^2$ và 2 $S_{\Delta ABC} = AC^2$	

	$S_{\Delta ABC} = 4S_{\Delta LMN}$ (gt) Từ đó suy ra MN = $\frac{1}{2}$AC. Gọi Q là trung điểm của AC thì QM = QN = $\frac{1}{2}$AC = MN => $\angle$QMN = 60^0 và $\angle$QNA = $60^0 - 45^0 = 15^0$. Mặt khác AQ = NQ nên $\angle$CAP = $\angle$QNA = 15^0	1,0 1,0
Câu 5 **2,0 điểm**	Đặt $\sqrt{x}$ = a, $\sqrt{y}$ = b với a,b ≥ 0 ta có: P = $a^2 - 2ab + 3b^2 - 2a + 2009,5 = a^2 - 2(b+1)a + 3b^2 + 2009,5$ $= a^2 - 2(b+1)a + (b+1)^2 + 2b^2 - 2b + 2009,5$ $= (a-b-1)^2 + 2(b^2 - b) + 2009,5 = (a-b-1)^2 + 2(b^2 - b + \frac{1}{4}) + 2009,5 - \frac{1}{2}$ $= (a-b-1)^2 + 2(b - \frac{1}{2})^2 + 2009 \geq 2009$ Vì $(a-b-1)^2 \geq 0$ và $2(b - \frac{1}{2})^2 \geq 0$, $\forall$ a,b P = 2009 $\Leftrightarrow \begin{cases} a = b+1 \\ b = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{2} \\ b = \frac{1}{3} \end{cases}$ Vậy P đạt GTNN là 2009 $\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} = \frac{3}{2} \\ \sqrt{y} = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{9}{4} \\ y = \frac{1}{4} \end{cases}$	0,25 0,25 0,5 0,25 0,5 0,25

ĐỀ 145

Đề thi lớp 10 chuyên Toán-Tin trường THPT chuyên Hà Nội-Amsterdam

Năm học 2006-2007

Bài 1:

Cho PT ẩn x: $\frac{x^6-1}{x^3} - (2a+1)\frac{x^2-1}{x} + 2a - 3 = 0 (*)$

1. Giải PT với $a = 1$

2. Tìm a để (*) có nhiều hơn 2 nghiệm dương phân biệt

Bài 2: Cho dãy các số tự nhiên $2;6;30;$... được xác định như sau: số hạng thứ k bằng tích k số nguyên tố đầu tiên (k=1,2...). Biết rằng tồn tại 2 só hạng của dãy có hiệu là 30000, tìm 2 số hạng đó.

Bài 3: Tìm các só nguyên x,y,z thỏa mãn:

$\sqrt{2x}y^2-z^4\geq 7$

$\sqrt{-x^2y^2+8xy+9}-\sqrt{x^2-4}\geq 2(x+\frac{1}{x})$

Bài 4: Cho nửa đường tròn đừong kính AB+2R. Gọi C là điểm tùy ý trên nửa đường tròn. D là hình chiếu của C trên AB. Tia phân giác góc ACD cắt đường tròn đường kính AC tại E, cắt phân giác góc ABC tại H

1. CM AE//BH

2. Tia phân giác góc CAB cắt đường tròn đuong kình AC ở F, cắt CE ở I. Tính S tam giác FID trong trường hợp nó đều

3. Trên BH lấy K sao cho HK= HD, gọi J là giao điểm AF và BH. Xác định vị trí C để tổng khoảng cách từ I,J,K đến AB max

Bài 5: CMR trong 2007 số khác nhau tùy ý đựoc lấy ra từ tập hợp A={1;2;.........2006^{2007}}, có ít nhất hai số x,y thỏa mãn: $0<|\sqrt[2007]{x}-\sqrt[2007]{y}|<1$

<u>Giải:</u>

Câu 5: chia thành 2006 nhóm

1: từ 1 đến $2^{2007}-1$

2: từ 2^{2007} đến $3^{2007}-1$

....

2005:từ2005^{2007} $2006^{2007}-1$

2006 : 2006^{2007}

Có ít nhất 2006 trong 2007 số thuộc 2005 nhóm đầu

theo Đi rích lê tồn tại hai số cùng một nhóm khi đó $n^{2007} < x;y < (n+1)^{2007} \Rightarrow n < \sqrt[2007]{x};\sqrt[2007]{y} < n+1$

Từ đó có được điều phải chứng minh

ĐỀ 146

PHÒNG GD&ĐT TÂN KỲ
TRƯỜNG THCS TÂN XUÂN

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TRƯỜNG (Vòng 2)

NĂM HỌC 2010-2011

Môn thi: **Toán 9**

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

Câu 1*(4đ)* : Cho biểu thức P = $\dfrac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6}-\dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}-\dfrac{2\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}}$

a.Rút gọn P

b. Tính giá trị của P khi x = $\dfrac{2}{3-\sqrt{5}}$

c. Tìm x để P < 1

Câu 2*(3đ)*: Tìm GTLN của : a) $A=\sqrt{x-1}+\sqrt{y-2}$ biết x + y = 4

Câu 3*(4đ)*: Chứng minh các bất đẳng thức :

a) $(a + b)^2 \leq 2(a^2 + b^2)$

b) $(a + b + c)^2 \leq 3(a^2 + b^2 + c^2)$

Câu 4*(3đ)*: Giải phương trình: $\dfrac{x^2}{\sqrt{3x-2}}-\sqrt{3x-2}=1-x$

Câu 5*(2đ)*: Cho hình vuông ABCD Vẽ qua A đường thẳng *d* cắt BC tại M và cắt CD tại N . CMR: $\dfrac{1}{AM^2}+\dfrac{1}{AN^2}$ không phụ thuộc vào vị trí đường thẳng *d*

Câu 6*(4đ)*: Cho tam giác đều ABC với O là trung điểm của cạnh BC. Trên cạnh AB lấy điểm M, trên cạnh AC lấy điểm N sao cho góc MON =60^0.

a, Chứng minh rằng: $BC^2=4BM.CN$

b, Chứng minh: NO là đường phân giác của góc MNC.

---Hết---

ĐÁP ÁN

Câu 1. a) ĐK $x \ge 0; x \ne 4; x \ne 9$

$$P=\frac{2\sqrt{x}-9-x+9+2x-3\sqrt{x}-2}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}=\frac{-\sqrt{x}+x-2}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$$

b) Khi $x=\frac{2}{3-\sqrt{5}}$ ta có $P=\frac{\sqrt{\frac{2}{3-\sqrt{5}}}+1}{\sqrt{\frac{2}{3-\sqrt{5}}}-3}=\frac{\sqrt{\frac{4}{2(3-\sqrt{5})}}+1}{\sqrt{\frac{4}{2(3-\sqrt{5})}}-3}=\frac{\frac{2}{\sqrt{5}-1}+1}{\frac{2}{\sqrt{5}-1}-3}=\frac{1+\sqrt{5}}{5-3\sqrt{5}}$

c) Để P <1 thì $\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}<1 \Leftrightarrow \frac{4}{\sqrt{x}-3}<1 \Leftrightarrow 0 \le x<9; x \ne 4$

Câu 2:

Điều kiện : $x \ge 1$, $y \ge 2$. Bất đẳng thức Cauchy cho phép làm giảm một tổng :

$\frac{a+b}{2} \ge \sqrt{ab}$. Ở đây ta muốn làm tăng một tổng. Ta dùng bất đẳng thức : $a+b \le \sqrt{2(a^2+b^2)}$

$$A=\sqrt{x-1}+\sqrt{y-2} \le \sqrt{2(x-1+y-3)}=\sqrt{2}$$

$$\max A=\sqrt{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=y-2 \\ x+y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1{,}5 \\ y=2{,}5 \end{cases}$$

Câu 3:

a) Ta có : $(a+b)^2+(a-b)^2=2(a^2+b^2)$. Do $(a-b)^2 \ge 0$, nên $(a+b)^2 \le 2(a^2+b^2)$.
b) Xét : $(a+b+c)^2+(a-b)^2+(a-c)^2+(b-c)^2$. Khai triển và rút gọn, ta được :
$3(a^2+b^2+c^2)$. Vậy : $(a+b+c)^2 \le 3(a^2+b^2+c^2)$.

Câu 4: Giải phương trình: $\frac{x^2}{\sqrt{3x-2}}-\sqrt{3x-2}=1-x$ (9)

ĐKXĐ: $3x-2>0 \Leftrightarrow x>\frac{2}{3}$.

Phương trình tương đương với:

$x^2-(3x-2)=(1-x).\sqrt{3x-2} \Leftrightarrow (x-1)(x-2)=(1-x)\sqrt{3x-2}$

$\Leftrightarrow (x-1)(x-2+\sqrt{3x-2}) = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-1=0 \\ x-2+\sqrt{3x-2}=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ \sqrt{3x-2}=2-x \quad (*) \end{array}\right.$$

Giải (*):(*)$\Leftrightarrow \begin{cases} x \le 2 \\ 3x-2=(2-x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \le 2 \\ \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=6 \quad (\text{loại}) \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \quad x = 1$

Vậy tập nghiệm của phương trình là S = $\{1\}$

Câu 5: Kẻ AK $\perp$ d tại A dễ dàng chứng minh được

ΔABK =ΔAND (góc nhọn, cạnh góc vuông) suy ra AK=AN (1)

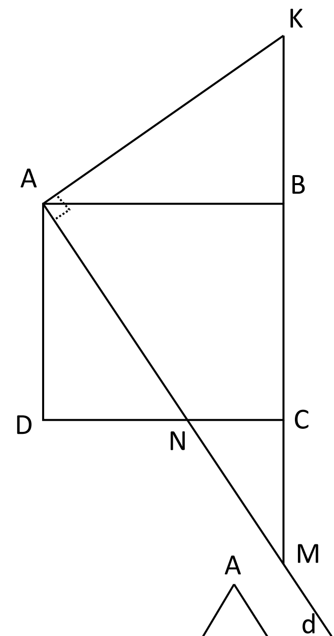
Xét tam giác vuông AKM có AB là đường cao . áp dụng

hệ thức trong tam giác vuông ta có $\frac{1}{AK^2}+\frac{1}{AM^2}=\frac{1}{AB^2}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\frac{1}{AK^2}+\frac{1}{AM^2}=\frac{1}{AN^2}+\frac{1}{AM^2}=\frac{1}{AB^2}$

Do AB không đổi suy ra $\frac{1}{AN^2}+\frac{1}{AM^2}$ không đổi

Vậy $\frac{1}{AN^2}+\frac{1}{AM^2}$ không phụ thuộc vào vị trí d.



Câu 6:

a) Xét ΔBMO vμ ΔCON có $\angle$B= $\angle$O=60^0 ;

$\angle$BMO= $\angle$CON (cïng bï $\angle$BOM+60^0) suy ra ΔBMO ~ΔCON

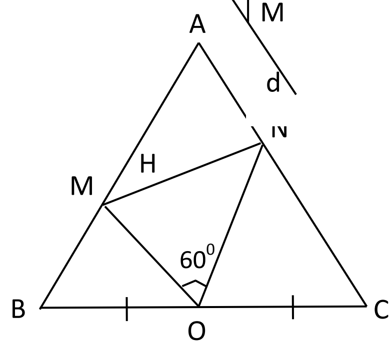
$$\Rightarrow \frac{BM}{CO}=\frac{BO}{CN} \Leftrightarrow BM.CN = CO.BO = \frac{BC}{2}.\frac{BC}{2}=\frac{BC^2}{4} \Leftrightarrow 4BM.CN = BC^2$$

b) Từ câu a) ta có $\frac{MO}{ON}=\frac{BM}{CO} \Leftrightarrow \frac{MO}{ON}=\frac{OC}{CN}$

và có $\angle$MON= $\angle$NCO=60^0. suy ra ΔMON ~ΔOCN (c.g.c)

suy ra $\angle$MNO= $\angle$ONC (cặp góc tương ứng)

Vậy NO là phân giác $\angle$MNC



ĐỀ 147

Đề 21 (thi tuyển sinh vào thpt tỉnh hải d- ơng
năm học 2007-2008 ngày 28- 6 — 2007 b chiều)

Câu I (2,0 điểm):

Giải các ph- ơng trình sau:

1) $2x — 3 = 0$
2) $x^2 — 4x — 5 = 0$

Câu II (2,0 điểm):

1) Cho ph- ơng trình sau $x^2 — 2x — 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2. Không giải ph- ơng trình hãy tính giá trị của biểu thức sau: $S = \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$
2) Rút gọn biểu thức:
$A = \left(\frac{1}{\sqrt{a}-3} + \frac{1}{\sqrt{a}+3}\right)\left(1 - \frac{3}{\sqrt{a}}\right)$ với $a > 0$ và $a \neq 9$.

Câu III (2,0 điểm):

1) Xác định các hệ số m và n, biết rằng hệ ph- ơng trình :
$\begin{cases} mx - y = n \\ nx + my = 1 \end{cases}$ có nghiệm $(-1 ; \sqrt{3})$.
2) Khoảng cách giữa hai thành phố A và B. Hai xe khởi hành cùng một lúc đi từ A đến B, mỗi giờ xe thứ nhất chạy nhanh hơn xe thứ hai 6 km/h nên đến B tr- ớc xe thứ hai 12 phút. Tính vận tốc mỗi xe.

Câu IV (3,0 điểm):

Cho tam giác ABC cân tại A, nội tiếp đ- ờng tròn tâm (O). Kẻ đ- ờng kính AD. Gọi M là trung điểm của AC, I là trung điểm của OD.

1) Chứng minh OM // DC.
2) Chứng minh tam giác IMC cân.
3) BM cắt AD tại N. Chứng minh $IC^2 = IA.IN$

Câu V (1,0 điểm)

Trên mặt phẳng toạ độ Oxy, cho các điểm A(-1 ; 2), B(2 ; 3) và C(m ; 0). Tìm m sao cho chu vi tam giác ABC nhỏ nhất.

....

ĐỀ 148

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 – MÔN TOÁN 9

Trường THPT Kon Tum Năm học 2016-2017

Thời gian làm bài 120 phút (Không kể thời gian giao đề)

Câu 1: *(1,0 điểm)*. Tính giá trị của biểu thức: $A = \sqrt{18} - 2\sqrt{50} + 8\sqrt{2}$

Câu 2: *(1,0 điểm)*. Giải pt sau: $x^2 – 7x + 12 = 0$

Câu 3: *(1,5 điểm)*. Cho hàm số $y = \frac{x^2}{2}$ (P)

a/ Vẽ đồ thị (P)

b/ Tìm giá trị của m để đường thẳng (d): y = 2x – m cắt đồ thị (P) tại điểm có hoành độ bằng 2.

Câu 4: *(1,0 điểm)*. Rút gọn biểu thức: P = $\frac{x-2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}-\frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ với x > 0; $x\neq 1$

Câu 5: *(1,0 điểm)*. Cho pt: $x^2 + mx + 2m - 4 = 0$ (1), với m là tham số. Tìm m để pt (1) có hai nghiệm phân biệt của pt (1). Giả sử $x_1; x_2$ là hai nghiệm phân biệt của pt (1), tìm giá trị nguyên dương của m để biểu thức M = $\frac{x_1x_2+2}{x_1+x_2}$ có giá trị nguyên.

Câu 6: *(1,0 điểm)*. Hai người đi xe đạp ở hai địa điểm A và B cách nhau 30km, khởi hành cùng một lúc, đi ngược chiều và gặp nhau sau 1 giờ. Tính vận tốc của mỗi xe biết rằng xe đi từ A có vận tốc chỉ bằng $\frac{2}{3}$ vận tốc xe đi từ B.

Câu 7: *(1,0 điểm)*. Cho tam giác ABC vuông tại A, $B = 60^0$ và BC = 20cm.

a/ Tính độ dài AB.

b/ Kẻ đường cao AH của tam giác ABC. Tính độ dài AH

Câu 8: *(1,0 điểm)*. Cho đường tròn (O; R) có hai dây AB và CD vuông góc với nhau tại H (AB và CD) không đi qua tâm O, điểm C thuộc cung nhỏ AB). Tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) cắt đường thẳng CD tại M, vẽ CK vuông góc với AM tại K. Gọi N là giao điểm của AO và CD.

a/ Chứng minh AHCK là tứ giác nội tiếp.

b/ Chứng minh HK // AD và MH.MN = MC.MD

c/ Tính $AH^2 + HB^2 + HC^2 + HD^2$ theo R.

------------------------------- *nhhoan_nss* --------------------------------

ĐỀ 149

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO	**KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10**
PHÚ THỌ	**TRUNG HỌC PHỔ THÔNG CHUYÊN HÙNG VƯƠNG**
	NĂM HỌC 2015-2016
ĐỀ CHÍNH THỨC	**Môn Toán**
	(Dành cho thí sinh thi vào lớp chuyên Toán)
	Thời gian làm bài: **150** phút, không kể thời gian giao đề
	Đề thi có 01 trang

Câu 1 *(1,5 điểm)*

a) Chứng minh rằng nếu số nguyên *n* lớn hơn 1 thoả mãn n^2+4 và n^2+16 là các số nguyên tố thì *n* chia hết cho 5.

b) Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $x^2-2y(x-y)=2(x+1)$.

Câu 2 *(2,0 điểm)*

a) Rút gọn biểu thức: $A=\frac{\sqrt{2}\left(3+\sqrt{5}\right)}{2\sqrt{2}+\sqrt{3+\sqrt{5}}}+\frac{\sqrt{2}\left(3-\sqrt{5}\right)}{2\sqrt{2}-\sqrt{3-\sqrt{5}}}$.

b) Tìm *m* để phương trình: $(x-2)(x-3)(x+4)(x+5)=m$ có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 3 *(2,0 điểm)*

a) Giải phương trình: $x^2 - x - 4 = 2\sqrt{x-1}(1-x)$.

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^3 + xy^2 - 10y = 0 \\ x^2 + 6y^2 = 10 \end{cases}$.

Câu 4 *(3,5 điểm)*

Cho đường tròn (*O; R*) và dây cung $BC = R\sqrt{3}$ cố định. Điểm *A* di động trên cung lớn BC sao cho tam giác *ABC* nhọn. Gọi *E* là điểm đối xứng với *B* qua *AC* và *F* là điểm đối xứng với *C* qua *AB*. Các đường tròn ngoại tiếp các tam giác ABE và ACF cắt nhau tại *K* (*K* không trùng *A*). Gọi *H* là giao điểm của *BE* và *CF*.

a) Chứng minh KA là phân giác trong góc BKC và tứ giác *BHCK* nội tiếp.

b) Xác định vị trí điểm *A* để diện tích tứ giác *BHCK* lớn nhất, tính diện tích lớn nhất của tứ giác đó theo *R*.

c) Chứng minh *AK* luôn đi qua một điểm cố định.

Câu 5 *(1,0 điểm)*

Cho 3 số thực dương *x, y, z* thỏa mãn: $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{y^2z^2}{x(y^2+z^2)} + \frac{z^2x^2}{y(z^2+x^2)} + \frac{x^2y^2}{z(x^2+y^2)}.$$

------------- HẾT--------------

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀOTẠO
PHÚ THỌ

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRUNG HỌC PHỔ THÔNG CHUYÊN HÙNG VƯƠNG
NĂM HỌC 2015-2016
HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN: TOÁN
(Dành cho thí sinh thi vào lớp chuyên Toán)
(Hướng dẫn chấm gồm ***05*** *trang)*

I. Một số chú ý khi chấm bài

• Hướng dẫn chấm thi dưới đây dựa vào lời giải sơ lược của một cách, khi chấm thi, cán bộ chấm thi cần bám sát yêu cầu trình bày lời giải đầy đủ, chi tiết, hợp lô-gic và có thể chia nhỏ đến 0,25 điểm. • Thí sinh làm bài theo cách khác với Hướng dẫn mà đúng thì tổ chấm cần thống nhất cho điểm tương ứng với thang điểm của Hướng dẫn chấm. • Điểm bài thi là tổng điểm các câu không làm tròn số.

II. Đáp án-thang điểm

Câu 1 (1,5 điểm)

a) Chứng minh rằng nếu số nguyên n lớn hơn 1 thoả mãn n^2+4 và n^2+16 là các số nguyên tố thì n chia hết cho 5.

b) Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $x^2-2y(x-y)=2(x+1)$.

Nội dung	Điểm
a) (0,5 điểm) Ta có với mọi số nguyên m thì m^2 chia cho 5 dư 0 , 1 hoặc 4. + Nếu n^2 chia cho 5 dư 1 thì $n^2=5k+1 \Rightarrow n^2+4=5k+5 \,\vdots\, 5; k\in\mathbb{N}^*$. nên n^2+4 không là số nguyên tố.	0,25
+ Nếu n^2 chia cho 5 dư 4 thì $n^2=5k+4 \Rightarrow n^2+16=5k+20 \,\vdots\, 5; k\in\mathbb{N}^*$. nên n^2+16 không là số nguyên tố. Vậy $n^2 \,\vdots\, 5$ hay n chia hết cho 5.	0,25
b) (1,0 điểm) $x^2-2y(x-y)=2(x+1) \Leftrightarrow x^2-2(y+1)x+2(y^2-1)=0 \quad (1)$ Để phương trình (1) có nghiệm nguyên x thì Δ' theo y phải là số chính phương	0,25
Ta có $\Delta'=y^2+2y+1-2y^2+2=-y^2+2y+3=4-(y-1)^2\le 4$. Δ' chính phương nên $\Delta'\in\{0;1;4\}$	0,25
+ Nếu $\Delta'=4\Rightarrow (y-1)^2=0\Leftrightarrow y=1$ thay vào phương trình (1) ta có : $x^2-4x=0\Leftrightarrow x(x-4)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x=4\end{array}\right.$. + Nếu $\Delta'=1\Rightarrow (y-1)^2=3\Rightarrow y\notin\mathbb{Z}$. + Nếu $\Delta'=0\Rightarrow (y-1)^2=4\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}y=3\\y=-1\end{array}\right.$.	0,25
+ Với $y=3$ thay vào phương trình (1) ta có: $x^2-8x+16=0\Leftrightarrow (x-4)^2=0\Leftrightarrow x=4$. + Với $y=-1$ thay vào phương trình (1) ta có: $x^2=0\Leftrightarrow x=0$. Vậy phương trình (1) có 4 nghiệm nguyên : $(x;y)\in\{(0;1);(4;1);(4;3);(0;-1)\}$.	0,25

Câu 2 (2,0 điểm)

a) Rút gọn biểu thức: $A=\dfrac{\sqrt{2}\left(3+\sqrt{5}\right)}{2\sqrt{2}+\sqrt{3+\sqrt{5}}}+\dfrac{\sqrt{2}\left(3-\sqrt{5}\right)}{2\sqrt{2}-\sqrt{3-\sqrt{5}}}$.

b) Tìm m để phương trình: $(x-2)(x-3)(x+4)(x+5)=m$ có 4 nghiệm phân biệt.

Nội dung	Điểm
a) (1,0 điểm) $A=\dfrac{2(3+\sqrt{5})}{4+\sqrt{6+2\sqrt{5}}}+\dfrac{2(3-\sqrt{5})}{4-\sqrt{6-2\sqrt{5}}}$	0,25
$=2\left[\dfrac{3+\sqrt{5}}{4+\sqrt{(\sqrt{5}+1)^2}}+\dfrac{3-\sqrt{5}}{4-\sqrt{(\sqrt{5}-1)^2}}\right]=2\left(\dfrac{3+\sqrt{5}}{5+\sqrt{5}}+\dfrac{3-\sqrt{5}}{5-\sqrt{5}}\right)$	0,25
$=2\left[\dfrac{(3+\sqrt{5})(5-\sqrt{5})+(3-\sqrt{5})(5+\sqrt{5})}{(5+\sqrt{5})(5-\sqrt{5})}\right]=2\left(\dfrac{15-3\sqrt{5}+5\sqrt{5}-5+15+3\sqrt{5}-5\sqrt{5}-5}{25-5}\right)$	0,25
$=2.\dfrac{20}{20}=2.$ Vậy $A=2.$	0,25
b) (1,0 điểm) Phương trình $(x-2)(x-3)(x+4)(x+5)=m\Leftrightarrow(x^2+2x-8)(x^2+2x-15)=m\ (1)$	0,25
Đặt $x^2+2x+1=(x+1)^2=y\ (y\geq 0)$, phương trình (1) trở thành: $(y-9)(y-16)=m\Leftrightarrow y^2-25y+144-m=0\ (2)$ Nhận xét: Với mỗi giá trị $y>0$ thì phương trình: $(x+1)^2=y$ có 2 nghiệm phân biệt, do đó phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (2) có 2 nghiệm dương phân biệt.	0,25
$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'>0\\S>0\\P>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'=4m+49>0\\25>0\\144-m>0\end{cases}\Leftrightarrow\dfrac{-49}{4}<m<144.$	0,25
Vậy với $-\dfrac{49}{4}<m<144$ thì phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt.	0,25

Câu 3 (2,0 điểm)

a) Giải phương trình: $x^2-x-4=2\sqrt{x-1}(1-x)$.

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}x^3+xy^2-10y=0\\x^2+6y^2=10\end{cases}$

Nội dung	Điểm
a) (1,0 điểm) Điều kiện: $x\geq 1$ (*).	0,25

Ta có: $x^2-x-4=2\sqrt{x-1}(1-x)\Leftrightarrow x^2+2x\sqrt{x-1}+x-1-2(x+\sqrt{x-1})-3=0$	
Đặt $x+\sqrt{x-1}=y$ (Điều kiện: $y\ge 1\,(**)$), phương trình trở thành $y^2-2y-3=0$.	0,25
$y^2-2y-3=0\Leftrightarrow (y+1)(y-3)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=-1\\ y=3\end{array}\right.$	0,25
+Với $y=-1$ không thỏa mãn điều kiện (**). + Với $y=3$ ta có phương trình: $x+\sqrt{x-1}=3\Leftrightarrow \sqrt{x-1}=3-x\Leftrightarrow \begin{cases} x\le 3\\ x-1=9-6x+x^2\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} x\le 3\\ x^2-7x+10=0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} x\le 3\\ \left[\begin{array}{l} x=2\\ x=5\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow x=2$ thỏa mãn điều kiện (*). Vậy phương trình có nghiệm $x=2$.	0,25
b) (1,0 điểm) $\begin{cases} x^3+xy^2-10y=0\\ x^2+6y^2=10\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} x^3+xy^2-\left(x^2+6y^2\right)y=0 & (1)\\ x^2+6y^2=10 & (2)\end{cases}$	0,25
Từ phương trình (1) ta có $x^3+xy^2-\left(x^2+6y^2\right)y=0\Leftrightarrow x^3+xy^2-x^2y-6y^3=0$ $\Leftrightarrow x^3-2x^2y+x^2y-2xy^2+3xy^2-6y^3=0\Leftrightarrow (x-2y)\left(x^2+xy+3y^2\right)=0$	0,25
$(x-2y)\left(x^2+xy+3y^2\right)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2y\\ x^2+xy+3y^2=0\end{array}\right.$	0,25
+ Trường hợp 1: $x^2+xy+3y^2=0\Leftrightarrow \left(x+\dfrac{y}{2}\right)^2+\dfrac{11y^2}{4}=0\Rightarrow x=y=0$ Với $x=y=0$ không thỏa mãn phương trình (2). + Trường hợp 2: $x=2y$ thay vào phương trình (2) ta có: $4y^2+8y^2=12\Leftrightarrow y^2=1\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=1\Rightarrow\ x=2\\ y=-1\Rightarrow x=-2\end{array}\right.$ Vậy hệ phương trình có 2 nghiệm $(x;y)\in\{(2;1);(-2;-1)\}$.	0,25

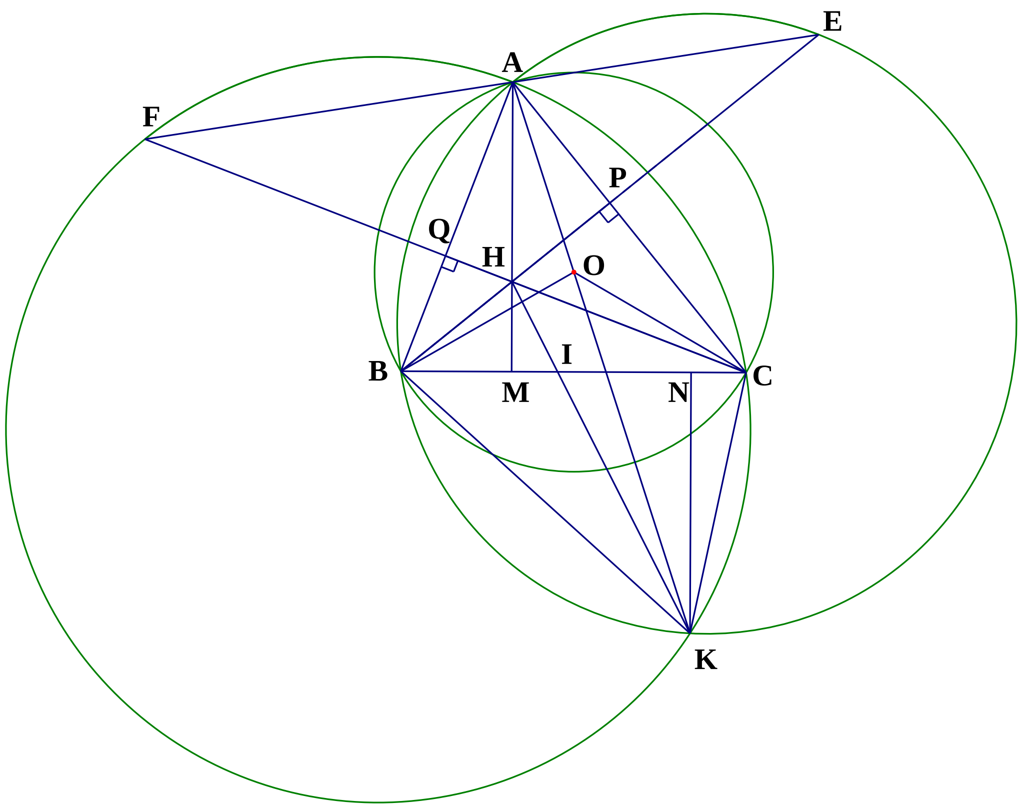
Câu 4 (3,5 điểm)

Cho đường tròn (*O; R*) và dây cung $BC=R\sqrt{3}$ cố định. Điểm *A* di động trên cung lớn *BC* sao cho tam giác *ABC* nhọn. Gọi *E* là điểm đối xứng với *B* qua *AC* và *F* là điểm đối xứng với *C* qua *AB*. Các đường tròn ngoại tiếp các tam giác *ABE* và *ACF* cắt nhau tại *K* (*K* không trùng *A*). Gọi *H* là giao điểm của *BE* và *CF*.

a) Chứng minh KA là phân giác trong góc BKC và tứ giác $BHCK$ nội tiếp.

b) Xác định vị trí điểm A để diện tích tứ giác $BHCK$ lớn nhất, tính diện tích lớn nhất của tứ giác đó theo R.

c) Chứng minh AK luôn đi qua điểm cố định.

Nội dung	Điểm
	
a) (1,5 điểm) Ta có $AKB = AEB$ (vì cùng chắn cung AB của đường tròn ngoại tiếp tam giác AEB) Mà $ABE = AEB$ (tính chất đối xứng) suy ra $AKB = ABE$ (1) $AKC = AFC$ (vì cùng chắn cung AC của đường tròn ngoại tiếp tam giác AFC) $ACF = AFC$ (tính chất đối xứng) suy ra $AKC = ACF$ (2)	0,5
Mặt khác $ABE = ACF$ (cùng phụ với BAC) (3). Từ (1), (2), (3) suy ra $AKB = AKC$ hay KA là phân giác trong của góc BKC.	0,25
Gọi P, Q lần lượt là các giao điểm của BE với AC và CF với AB. Ta có $BC = R\sqrt{3}$ nên $BOC = 120^0$; $BAC = \frac{1}{2}BOC = 60^0$. Trong tam giác vuông ABP	0,25

có $APB = 90^0$; $BAC = 60^0 \Rightarrow ABP = 30^0$ hay $ABE = ACF = 30^0$.	
Tứ giác *APHQ* có $AQH + APH = 180^0 \Rightarrow PAQ + PHQ = 180^0 \Rightarrow PHQ = 120^0 \Rightarrow BHC = 120^0$ (đối đỉnh).	0,25
Ta có $AKC = ABE = 30^0$, $AKB = ACF = ABE = 30^0$ (theo chứng minh phần a). Mà $BKC = AKC + AKB = AFC + AEB = ACF + ABE = 60^0$ suy ra $BHC + BKC = 180^0$ nên tứ giác *BHCK* nội tiếp.	0,25
b) (1,5 điểm) Gọi (*O'*) là đường tròn đi qua bốn điểm *B, H,C, K*. Ta có dây cung $BC = R\sqrt{3}$, $BKC = 60^0 = BAC$ nên bán kính đường tròn (*O'*) bằng bán kính *R* của đường tròn (*O*).	0,5
Gọi *M* là giao điểm của *AH* và *BC* thì *MH* vuông góc với *BC*, kẻ *KN* vuông góc với *BC* (*N* thuộc *BC*), gọi *I* là giao điểm của *HK* và *BC*. Ta có $S_{BHCK} = S_{BHC} + S_{BCK} = \frac{1}{2}BC.HM + \frac{1}{2}BC.KN = \frac{1}{2}BC\left(HM + KN\right)$ $S_{BHCK} \le \frac{1}{2}BC(HI + KI) = \frac{1}{2}BC.KH$ (do $HM \le HI$; $KN \le KI$).	0,25
Ta có *KH* là dây cung của đường tròn (*O'*; *R*) suy ra $KH \le 2R$ (không đổi) nên S_{BHCK} lớn nhất khi $KH = 2R$ và $HM + KN = HK = 2R$.	0,25
Giá trị lớn nhất $S_{BHCK} = \frac{1}{2}R\sqrt{3}.2R = R^2\sqrt{3}$.	0,25
Khi *HK* là đường kính của đường tròn (*O'*) thì *M, I, N* trùng nhau suy ra *I* là trung điểm của *BC* nên ΔABC cân tại *A*. Khi đó *A* là điểm chính giữa cung lớn *BC*.	0,25
c) (0,5 điểm) Ta có $BOC = 120^0$; $BKC = 60^0$ suy ra $BOC + BKC = 180^0$ nên tứ giác *BOCK* nội tiếp đường tròn.	0,25
Ta có *OB*=*OC*=*R* suy ra $OB = OC \Rightarrow BKO = CKO$ hay *KO* là phân giác góc *BKC* theo phần (a) *KA* là phân giác góc *BKC* nên *K* ,*O*, *A* thẳng hàng hay *AK* đi qua *O* cố định	0,25

Câu 5 (1,0 điểm)

Cho 3 số thực dương *x, y, z* thỏa mãn: $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{y^2z^2}{x\left(y^2 + z^2\right)} + \frac{z^2x^2}{y\left(z^2 + x^2\right)} + \frac{x^2y^2}{z\left(x^2 + y^2\right)}.$$

Nội dung	Điểm

Ta có $P=\dfrac{1}{x\left(\dfrac{1}{z^2}+\dfrac{1}{y^2}\right)}+\dfrac{1}{y\left(\dfrac{1}{z^2}+\dfrac{1}{x^2}\right)}+\dfrac{1}{z\left(\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{y^2}\right)}$	0,25
Đặt $\dfrac{1}{x}=a;\dfrac{1}{y}=b;\dfrac{1}{z}=c$ thì $a,b,c>0$ và $a^2+b^2+c^2=1.$ $P=\dfrac{a}{b^2+c^2}+\dfrac{b}{c^2+a^2}+\dfrac{c}{a^2+b^2}=\dfrac{a^2}{a\left(1-a^2\right)}+\dfrac{b^2}{b\left(1-b^2\right)}+\dfrac{c^2}{c\left(1-c^2\right)}$	0,25
Áp dụng bất đẳng thức Côsi cho 3 số dương ta có $a^2\left(1-a^2\right)^2=\dfrac{1}{2}.2a^2(1-a^2)(1-a^2)\le\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{2a^2+1-a^2+1-a^2}{3}\right)^3=\dfrac{4}{27}$ $\Rightarrow a(1-a^2)\le\dfrac{2}{3\sqrt{3}}\Leftrightarrow\dfrac{a^2}{a(1-a^2)}\ge\dfrac{3\sqrt{3}}{2}a^2(1)$ Tương tự: $\dfrac{b^2}{b(1-b^2)}\ge\dfrac{3\sqrt{3}}{2}b^2$ (2); $\dfrac{c^2}{c(1-c^2)}\ge\dfrac{3\sqrt{3}}{2}c^2$ (3)	0,25
Từ (1); (2); (3) ta có $P\ge\dfrac{3\sqrt{3}}{2}\left(a^2+b^2+c^2\right)=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$. Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow a=b=c=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ hay $x=y=z=\sqrt{3}$. Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$.	0,25

-------------- HẾT --------------

ĐỀ 150

SỞ GD&ĐT VĨNH PHÚC

——————

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN NĂM HỌC 2013-2014

ĐỀ THI MÔN: TOÁN

Dành cho thí sinh thi vào lớp chuyên Toán

Thời gian làm bài 150 phút, không kể thời gian giao đề.

——————————

Câu 1 (*3,0 điểm*).

a) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} xy=x+y+1 \\ yz=y+z+5 \\ zx=z+x+2 \end{cases}$ $(x,\ y,\ z\in\mathbb{R})$

b) Giải phương trình: $\sqrt{x^2+3x+2}+\sqrt{x^2-1}+6=3\sqrt{x+1}+2\sqrt{x+2}+2\sqrt{x-1}$, $(x\in\mathbb{R})$.

Câu 2 (*2,0 điểm*).

a) Chứng minh rằng nếu n là số nguyên dương thì $2\left(1^{2013}+2^{2013}+...+n^{2013}\right)$ chia hết cho $n(n+1)$.

b) Tìm tất cả các số nguyên tố p, q thỏa mãn điều kiện $p^2-2q^2=1$.

Câu 3 (*1,0 điểm*). Cho a,b,c là các số thực dương thỏa mãn $abc=1$. Chứng minh:

$$\frac{a}{(a+1)(b+1)}+\frac{b}{(b+1)(c+1)}+\frac{c}{(c+1)(a+1)}\geq\frac{3}{4}$$

Câu 4 (*3,0 điểm*). Cho tam giác nhọn *ABC*, $AB<AC$. Gọi *D, E, F* lần lượt là chân đường cao kẻ từ *A, B, C*. Gọi *P* là giao điểm của đường thẳng *BC* và *EF*. Đường thẳng qua *D* song song với *EF* lần lượt cắt các đường thẳng *AB, AC, CF* tại *Q, R, S*. Chứng minh:

a) Tứ giác *BQCR* nội tiếp.

b) $\frac{PB}{PC}=\frac{DB}{DC}$ và *D* là trung điểm của *QS*.

c) Đường tròn ngoại tiếp tam giác *PQR* đi qua trung điểm của *BC*.

Câu 5 (*1,0 điểm*). Hỏi có hay không 16 số tự nhiên, mỗi số có ba chữ số được tạo thành từ ba chữ số *a*, *b*, *c* thỏa mãn hai số bất kỳ trong chúng không có cùng số dư khi chia cho 16?

------------------HẾT------------------

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

Họ và tên thí sinh:...; SBD:.....................................

SỞ GD&ĐT VĨNH PHÚC

(Hướng dẫn chấm có 04 trang)

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN NĂM HỌC 2013-2014

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN: TOÁN

Dành cho thí sinh thi vào lớp chuyên Toán

A. LƯU Ý CHUNG

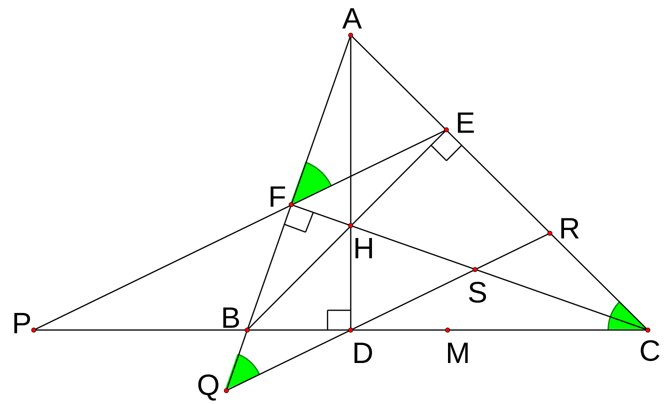
- Hướng dẫn chấm chỉ trình bày một cách giải với những ý cơ bản phải có. Khi chấm bài học sinh làm theo cách khác nếu đúng và đủ ý thì vẫn cho điểm tối đa.
- Điểm toàn bài tính đến 0,25 và không làm tròn.

- Với bài hình học nếu thí sinh không vẽ hình phần nào thì không cho điểm tương ứng với phần đó.

B. ĐÁP ÁN VÀ THANG ĐIỂM

Câu	Ý	Nội dung trình bày	Điểm
1	a	Giải hệ phương trình $\begin{cases} xy = x+y+1 \\ yz = y+z+5 \\ zx = z+x+2 \end{cases} \quad (x,\ y,\ z \in \mathbb{R})$	**1,5**
		$\begin{cases} xy = x+y+1 \\ yz = y+z+5 \\ zx = z+x+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)(y-1) = 2 \\ (y-1)(z-1) = 6 \\ (z-1)(x-1) = 3 \end{cases}$	0,50
		Nhân từng vế các phương trình của hệ trên ta được $\left((x-1)(y-1)(z-1)\right)^2 = 36 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} (x-1)(y-1)(z-1) = 6 \\ (x-1)(y-1)(z-1) = -6 \end{array}\right.$	0,50
		+) Nếu $(x-1)(y-1)(z-1) = 6$, kết hợp với hệ trên ta được $\begin{cases} x-1 = 1 \\ y-1 = 2 \\ z-1 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \\ z = 4 \end{cases}$	0,25
		+) Nếu $(x-1)(y-1)(z-1) = -6$, kết hợp với hệ trên ta được $\begin{cases} x-1 = -1 \\ y-1 = -2 \\ z-1 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -1 \\ z = -2 \end{cases}$. Vậy hệ phương trình đã cho có 2 nghiệm $(x;y;z) = (2;3;4),(0;-1;-2)$.	0,25
	b	Giải phương trình $\sqrt{x^2+3x+2} + \sqrt{x^2-1} + 6 = 3\sqrt{x+1} + 2\sqrt{x+2} + 2\sqrt{x-1}$, $(x \in \mathbb{R})$	**1,5**
		Điều kiện xác định $x \geq 1$. Khi đó ta có $\sqrt{x^2+3x+2} + \sqrt{x^2-1} + 6 = 3\sqrt{x+1} + 2\sqrt{x+2} + 2\sqrt{x-1}$ $\Leftrightarrow \sqrt{(x+1)(x+2)} + \sqrt{(x-1)(x+1)} + 6 = 3\sqrt{x+1} + 2\sqrt{x+2} + 2\sqrt{x-1}$	0,50
		$\Leftrightarrow \sqrt{(x+1)(x+2)} + \sqrt{(x-1)(x+1)} - 3\sqrt{x+1} = 2\sqrt{x-1} + 2\sqrt{x+2} - 6$ $\Leftrightarrow \sqrt{x+1}\left(\sqrt{x+2} + \sqrt{x-1} - 3\right) = 2\left(\sqrt{x-1} + \sqrt{x+2} - 3\right)$ $\Leftrightarrow \left(\sqrt{x+1} - 2\right)\left(\sqrt{x+2} + \sqrt{x-1} - 3\right) = 0$	0,50
		*) $\sqrt{x+2} + \sqrt{x-1} - 3 = 0 \Leftrightarrow x+2+x-1+2\sqrt{(x+2)(x-1)} = 9 \Leftrightarrow \sqrt{x^2+x-2} = 4-x$	0,25

		$\Leftrightarrow \begin{cases} x \le 4 \\ x^2+x-2=x^2-8x+16 \end{cases} \Leftrightarrow x=2$	
		*) $\sqrt{x+1}=2 \Leftrightarrow x+1=4 \Leftrightarrow x=3.$ Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm là $S=\{2,3\}$.	0,25
2	**a**	Chứng minh rằng nếu n là số nguyên dương thì $2\left(1^{2013}+2^{2013}+...+n^{2013}\right)$ chia hết cho $n(n+1)$.	**1,0**
		Nhận xét. Nếu a,b là hai số nguyên dương thì $a^{2013}+b^{2013} \vdots (a+b)$.	0,25
		Khi đó ta có $2\left(1^{2013}+2^{2013}+...+n^{2013}\right)=\left(1^{2013}+n^{2013}\right)+\left(2^{2013}+(n-1)^{2013}\right)+...+\left(n^{2013}+1^{2013}\right) \vdots (n+1)$ (1)	0,25
		Mặt khác $2\left(1^{2013}+2^{2013}+...+n^{2013}\right)$ $=\left(1^{2013}+(n-1)^{2013}\right)+\left(2^{2013}+(n-2)^{2013}\right)+...+\left((n-1)^{2013}+1^{2013}\right)+2.n^{2013} \vdots n \; (2)$	0,25
		Do $(n,n+1)=1$ và kết hợp với (1), (2) ta được $2\left(1^{2013}+2^{2013}+...+n^{2013}\right)$ chia hết cho $n(n+1)$.	0,25
	b	Tìm tất cả các số nguyên tố p,q thỏa mãn điều kiện $p^2-2q^2=1$	**1,0**
		Nếu p,q đều không chia hết cho 3 thì $p^2 \equiv 1 \pmod 3, q^2 \equiv 1 \pmod 3 \Rightarrow p^2-2q^2 \equiv -1 \pmod 3$ vô lý. Do đó trong hai số p,q phải có một số bằng 3.	0,50
		+) Nếu $p=3 \Rightarrow 9-2q^2=1 \Leftrightarrow q^2=4 \Leftrightarrow q=2$. Do đó $(p,q)=(3,2)$.	0,25
		+) Nếu $q=3 \Rightarrow p^2-18=1 \Leftrightarrow p^2=19$ vô lí. Vậy $(p,q)=(3,2)$.	0,25
3		Cho a,b,c là các số thực dương thỏa mãn $abc=1$. Chứng minh: $$\frac{a}{(a+1)(b+1)}+\frac{b}{(b+1)(c+1)}+\frac{c}{(c+1)(a+1)} \ge \frac{3}{4}$$	**1,0**
		Ta có $\frac{a}{(a+1)(b+1)}+\frac{b}{(b+1)(c+1)}+\frac{c}{(c+1)(a+1)} \ge \frac{3}{4}$ $\Leftrightarrow 4a(c+1)+4b(a+1)+4c(b+1) \ge 3(a+1)(b+1)(c+1)$	0,50
		$\Leftrightarrow 4(ab+bc+ca)+4(a+b+c) \ge 3abc+3(ab+bc+ca)+3(a+b+c)+3$ $\Leftrightarrow ab+bc+ca+a+b+c \ge 6$ (1)	0,25
		Áp dụng bất đẳng thức AM-GM cho 3 số dương ta được: $ab+bc+ca \ge 3\sqrt[3]{(abc)^2}=3$; $a+b+c \ge 3\sqrt[3]{abc}=3$ cộng từng vế hai bất đẳng thức này ta được (1). Do đó bất đẳng thức ban đầu được chứng minh.	0,25

		Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a=b=c=1$.	
4			
	a	Tứ giác *BQCR* nội tiếp.	**1,0**
		Do $AB<AC$ nên *Q* nằm trên tia đối của tia *BA* và *R* nằm trong đoạn *CA*, từ đó *Q*, *C* nằm về cùng một phía của đường thẳng *BR*.	0,25
		Do tứ giác *BFEC* nội tiếp nên $AFE = BCA$,	0,25
		Do *QR* song song với *EF* nên $AFE = BQR$	0,25
		Từ đó suy ra $BCA = BQR$ hay tứ giác *BQCR* nội tiếp.	0,25
	b	$\dfrac{PB}{PC}=\dfrac{DB}{DC}$ và *D* là trung điểm của *QS.*	**1,0**
		Tam giác *DHB* đồng dạng tam giác *EHA* nên $\dfrac{DB}{AE}=\dfrac{HB}{HA}$ Tam giác *DHC* đồng dạng tam giác *FHA* nên $\dfrac{DC}{AF}=\dfrac{HC}{HA}$ Từ hai tỷ số trên ta được $\dfrac{DB}{DC}=\dfrac{AE}{AF}.\dfrac{HB}{HC}=\dfrac{AE}{AF}.\dfrac{FB}{EC}\ (1)$	0,25
		Áp dụng định lí Menelaus cho tam giác *ABC* với cát tuyến *PEF* ta được: $\dfrac{PB}{PC}.\dfrac{EC}{EA}.\dfrac{FA}{FB}=1 \Leftrightarrow \dfrac{PB}{PC}=\dfrac{AE}{AF}.\dfrac{FB}{EC}\ (2)$	0,25
		Từ (1) và (2) ta được $\dfrac{PB}{PC}=\dfrac{DB}{DC}\ (3)$	0,25
		Do *QR* song song với *EF* nên theo định lí Thales: $\dfrac{DQ}{PF}=\dfrac{BD}{BP},\ \dfrac{DS}{PF}=\dfrac{CD}{CP}$. Kết hợp với (3) ta được $DQ=DS$ hay *D* là trung điểm của *QS*.	0,25
	c	Đường tròn ngoại tiếp tam giác *PQR* đi qua trung điểm của *BC.*	**1,0**
		Gọi *M* là trung điểm của *BC*. Ta sẽ chứng minh $DP.DM = DQ.DR$. Thật vậy, do tứ giác *BQCR* nội tiếp nên $DQ.DR = DB.DC$ (4).	0,25
		Tiếp theo ta chứng minh $DP.DM = DB.DC \Leftrightarrow DP\left(\dfrac{DC-DB}{2}\right)=DB.DC$	0,25

		$DP\left(DC-DB\right)=2DB.DC \Leftrightarrow DB\left(DP+DC\right)=DC\left(DP-DB\right) \Leftrightarrow DB.PC=DC.PB$ $\Leftrightarrow \dfrac{PB}{PC}=\dfrac{DB}{DC}$ (đúng theo phần b). Do đó $DP.DM=DB.DC\ (5)$	0,25
		Từ (4) và (5) ta được $DP.DM=DQ.DR$ suy ra tứ giác *PQMR* nội tiếp hay đường tròn ngoại tiếp tam giác *PQR* đi qua trung điểm của *BC*.	0,25
5		Hỏi có hay không 16 số tự nhiên, mỗi số có ba chữ số được tạo thành từ ba chữ số *a*, *b*, *c* thỏa mãn hai số bất kỳ trong chúng không có cùng số dư khi chia cho 16?	**1,0**
		Trả lời: *Không tồn tại 16 số như vậy.* Thật vậy, giả sử trái lại, tìm được 16 số thỏa mãn. Khi đó, ta có 16 số dư phân biệt khi chia cho 16: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15; trong đó có 8 số chẵn, 8 số lẻ. Do đó, ba chữ số *a, b, c* khác tính chẵn lẻ, giả sử hai chữ số chẵn là *a*, *b* và chữ số lẻ là *c.*	0.25
		Có 9 số lẻ được tạo thành từ những chữ số này: $\overline{aac},\overline{abc},\overline{acc},\overline{bac},\overline{bbc},\overline{bcc},\overline{cac},\overline{cbc},\overline{ccc}.$	0.25
		Gọi $x_1,x_2,\ldots,x_9$ là các số có hai chữ số thu được từ các số ở trên bằng cách bỏ đi chữ số *c* (ở hàng đơn vị). Khi đó $\overline{x_ic}\not\equiv\overline{x_jc}\pmod{16}\Leftrightarrow 16$ không là ước của $\overline{x_ic}-\overline{x_jc}$ tức là x_i-x_j không chia hết cho 8	0.25
		Nhưng trong 9 số $x_1,x_2,\ldots,x_9$ chỉ có ba số lẻ $\overline{ac},\overline{bc},\overline{cc}$ nên 8 số bất kỳ trong 9 số $x_1,x_2,\ldots,x_9$ luôn có hai số có cùng số dư khi chia cho 8, mâu thuẫn. Tương tự, trường hợp trong ba số *a*, *b*, *c* có hai số lẻ, một số chẵn cũng không xảy ra	0.25

--------------------------Hết---------------------------