

Mỗi nỗ lực, dù là nhỏ nhất,
đều **CÓ Ý NGHĨA**

$$1,01^{365} = 37,8$$
$$0,99^{365} = 0,03$$

Mỗi sự từ bỏ, dù một chút thôi,
đều khiến mọi cố gắng trở nên **VÔ NGHĨA**

ĐỀ 001

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN
KHÁNH HÒA NĂM HỌC 2012 – 2013

Môn thi : TOÁN CHUYÊN

Ngày thi : 22/6/2012

(Thời gian : 150 phút – không kể thời gian phát đề)

ĐỀ THI CHÍNH THỨC**Bài 1.(2.00 điểm)**

1) Rút gọn biểu thức $P = \frac{2\sqrt{6} + \sqrt{3} + 4\sqrt{2} + 3}{\sqrt{11+2(\sqrt{6}+\sqrt{12}+\sqrt{18})}}$.

2) Với n là số nguyên dương, cho các biểu thức $A = 1 + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2n-3} + \frac{1}{2n-1}$
và $B = \frac{1}{1.(2n-1)} + \frac{1}{3.(2n-3)} + \dots + \frac{1}{(2n-3).3} + \frac{1}{(2n-1).1}$.

Tính tỉ số $\frac{A}{B}$.**Bài 2.(2.00 điểm)**

1) Giải phương trình $2(1-x)\sqrt{x^2+2x-1} = x^2 - 2x - 1$.

2) Giải hệ phương trình $\begin{cases} (x+y)^2 + y = 3 \\ 2(x^2 + y^2 + xy) + x = 5 \end{cases}$.

Bài 3.(2.00 điểm)

1) Cho ba số a, b, c thỏa mãn $a^3 > 36$ và $abc = 1$. Chứng minh $a^2 + 3(b^2 + c^2) > 3(ab + bc + ca)$.

2) Cho $a \in \mathbb{Z}$ và $a \geq 0$. Tìm số phần tử của tập hợp

$$A = \left\{ x \in \mathbb{Z} \mid \frac{2^a}{3x+1} \in \mathbb{Z} \right\} \quad (\text{Z là tập hợp các số nguyên}).$$

Bài 4.(3.00 điểm) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O; R). Tiếp tuyến tại A của (O; R) cắt đường thẳng BC tại điểm M. Gọi H là chân đường cao hạ từ A xuống BC.

1) Chứng minh $AB \cdot AC = 2R \cdot AH$.

2) Chứng minh $\frac{MB}{MC} = \left(\frac{AB}{AC} \right)^2$.

3) Trên cạnh BC lấy điểm N tùy ý (N khác B và C). Gọi E, F lần lượt là hình chiếu vuông góc của N lên AB, AC. Tìm vị trí của N để độ dài đoạn EF nhỏ nhất.

Bài 5.(1.00 điểm) Cho tam giác ABC có đường cao AH, biết H thuộc cạnh BC và $BH = \frac{1}{3}BC$.

Trên tia đối của tia HA, lấy điểm K sao cho $AK^2 - KH^2 = \frac{1}{3}BC^2 + AB^2$. Chứng minh $AK \cdot BC = AB \cdot KC + AC \cdot BK$.

ĐÁP ÁN ĐỀ THI CHÍNH THỨC TOÁN CHUYÊN

A. Hướng dẫn chung

- Hướng dẫn chấm gồm có 04 trang;
- Mọi cách giải đúng đều cho điểm tối đa phần tương ứng;
- Các bài 4 và 5 không vẽ hình không chấm, điểm toàn bài không làm tròn.

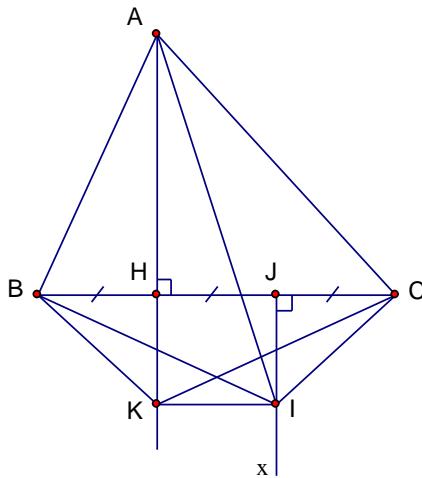
B. Đáp án và thang điểm

Bài	Đáp án	Điểm
1.1	Rút gọn biểu thức $P = \frac{2\sqrt{6} + \sqrt{3} + 4\sqrt{2} + 3}{\sqrt{11+2(\sqrt{6} + \sqrt{12} + \sqrt{18})}}$.	1 điểm
	$P = \frac{\sqrt{3}(\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{6}) + (\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{6})}{\sqrt{11+2(\sqrt{6} + \sqrt{12} + \sqrt{18})}}$	0.25
	$= \frac{(\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{6})(\sqrt{3} + 1)}{\sqrt{(\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{6})^2}}$	0.25
	$= \frac{(\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{6})(\sqrt{3} + 1)}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{6}}$	0.25
	$= \sqrt{3} + 1$.	0.25
1.2	Tính tỉ số $\frac{A}{B}$.	1 điểm
	$B = \frac{1}{2n} \left[\left(1 + \frac{1}{2n-1} \right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2n-3} \right) + \dots + \left(\frac{1}{2n-3} + \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{2n-1} + 1 \right) \right]$	0.25
	$B = \frac{1}{2n} \left[\left(1 + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2n-3} + \frac{1}{2n-1} \right) + \left(1 + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2n-3} + \frac{1}{2n-1} \right) \right]$	0.25
	$B = \frac{1}{2n} \cdot 2A$	0.25

	$\frac{A}{B} = n$.	0.25
2.1	Giải phương trình $2(1-x)\sqrt{x^2+2x-1} = x^2 - 2x - 1$.	1 điểm
	Điều kiện $x^2 + 2x - 1 \geq 0$. Đặt $t = \sqrt{x^2 + 2x - 1} \geq 0$. Phương trình trở thành $t^2 + 2(x-1)t - 4x = 0$	0.25
	$\Leftrightarrow (t-2)(t+2x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t=2 \\ t=-2x \end{cases}$	0.25
	Với $t=2$, ta có $\sqrt{x^2+2x-1} = 2 \Leftrightarrow x^2+2x-5=0 \Leftrightarrow x = -1 \pm \sqrt{6}$ (nhận)	0.25
2.2	Với $t=-2x$, ta có $\sqrt{x^2+2x-1} = -2x \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ 3x^2 - 2x + 1 = 0 \end{cases}$: vô nghiệm	0.25
	Vậy phương trình có nghiệm $x = -1 \pm \sqrt{6}$.	
	Giải hệ phương trình $\begin{cases} (x+y)^2 + y = 3 \\ 2(x^2 + y^2 + xy) + x = 5 \end{cases}$.	1 điểm
3.1	Dùng phương pháp cộng hoăc thế ta được $2xy + 2y - x - 1 = 0$ $\Leftrightarrow (x+1)(2y-1) = 0 \Leftrightarrow x = -1$ hoặc $y = \frac{1}{2}$	0.25
	Với $x = -1$, ta được $y^2 - y - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ y = 2 \end{cases}$	0.25
	Ta được hai nghiệm $(-1; -1)$ và $(-1; 2)$	
	Với $y = \frac{1}{2}$, ta được $x^2 + x - \frac{9}{4} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{10}}{2}$ Ta được hai nghiệm $\left(\frac{-1-\sqrt{10}}{2}; \frac{1}{2}\right)$ và $\left(\frac{-1+\sqrt{10}}{2}; \frac{1}{2}\right)$	0.25
	Tóm lại hệ có bốn nghiệm $(-1; -1); (-1; 2); \left(\frac{-1-\sqrt{10}}{2}; \frac{1}{2}\right)$ và $\left(\frac{-1+\sqrt{10}}{2}; \frac{1}{2}\right)$.	0.25
	Chứng minh bất đẳng thức.	1 điểm
	Ta có $bc = \frac{1}{a}$. Bất đẳng thức được viết lại $b^2 + c^2 + 2bc - 3bc - a(b+c) + \frac{a^2}{3} > 0$ $\Leftrightarrow (b+c)^2 - a(b+c) + \frac{a^2}{3} - \frac{3}{a} > 0$	0.25

	$\Leftrightarrow \left[(b+c) - \frac{a}{2} \right]^2 + \frac{a^2}{12} - \frac{3}{a} > 0$ $\Leftrightarrow \left[(b+c) - \frac{a}{2} \right]^2 + \frac{a^3 - 36}{12a} > 0$ (hiển nhiên đúng vì $a^3 > 36$) Bất đẳng thức được chứng minh.	0.25
	Cho $a \in \mathbb{Z}$ và $a \geq 0$. Tìm số phần tử của tập hợp $A = \left\{ x \in \mathbb{Z} \mid \frac{2^a}{3x+1} \in \mathbb{Z} \right\}$.	1 điểm
	Xét $x \in \mathbb{Z}$. Nếu $\frac{2^a}{3x+1} \in \mathbb{Z}$ thì $2^a \vdots (3x+1) \Rightarrow 3x+1 = \pm 2^b$, với $b = \overline{0; 1; \dots; a}$ Nếu b là số chẵn, tức là $b = 2k$ ($k \in \mathbb{Z}$) $\Rightarrow 2^{2k} - 1 = 4^k - 1 = (4-1)(4^{k-1} + 4^{k-2} + \dots + 1) \vdots 3$ \Rightarrow phương trình $3x+1 = 2^b$ có nghiệm nguyên duy nhất	0.25
3.2	Ta cũng có $2^{2k} + 1 = [(4^k - 1) + 2] \nmid 3 \Rightarrow$ phương trình $3x+1 = -2^b$ không có nghiệm nguyên Nếu b lẻ, tức là $b = 2k+1$ ($k \in \mathbb{N}$) $\Rightarrow 2^{2k+1} - 1 = 2 \cdot 4^k - 1 = [3 \cdot 4^k - (4^k + 1)] \nmid 3 \Rightarrow$ phương trình $3x+1 = 2^b$ không có nghiệm nguyên Ta cũng có $2^{2k+1} + 1 = [3 \cdot 4^k - (4^k - 1)] \nmid 3 \Rightarrow$ phương trình $3x+1 = -2^b$ có nghiệm nguyên duy nhất Vậy số phần tử của A là $a+1$.	0.25
4.1	<p>Không chấm điểm hình vẽ bài 4</p>	
	Chứng minh $AB \cdot AC = 2R \cdot AH$.	1 điểm
	Kéo dài AO cắt đường tròn (O) tại D	0.25

	Hai tam giác vuông ΔAHB và ΔACD có $CDA = HBA$ (nội tiếp cùng chắn AC)	
	$\Rightarrow \Delta AHB \sim \Delta ACD$	0.25
	$\Rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{AH}{AC}$	0.25
	$\Rightarrow AB \cdot AC = AD \cdot AH = 2R \cdot AH.$	0.25
4.2	Chứng minh $\frac{MB}{MC} = \left(\frac{AB}{AC} \right)^2$.	1 điểm
	Xét ΔMAC và ΔMBA ta có M chung, $ACB = MAB$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến với dây cung) $\Rightarrow \Delta MAC \sim \Delta MBA$ (g.g)	0.25
	$\Rightarrow \frac{MB}{MA} = \frac{AB}{AC} \Leftrightarrow \frac{MB^2}{MA^2} = \left(\frac{AB}{AC} \right)^2$	0.25
	Và $\frac{MB}{MA} = \frac{MA}{MC} \Rightarrow MB \cdot MC = MA^2$	0.25
	Suy ra $\frac{MB}{MC} = \left(\frac{AB}{AC} \right)^2$.	0.25
4.3	Tìm vị trí của N để độ dài đoạn EF nhỏ nhất.	1 điểm
	Ta có $AEN + AFN = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ nên tứ giác AFNE nội tiếp đường tròn đường kính AN	0.25
	Gọi I là trung điểm AN, từ I hạ IK \perp EF ta suy ra $KE = KF$ và $BAC = KIE$	0.25
	Trong tam giác vuông IKE ta có	0.25
	$KE = IE \cdot \sin KIE = IE \cdot \sin BAC \Rightarrow EF = AN \cdot \sin BAC \geq AH \cdot \sin BAC$	
5	Vậy EF nhỏ nhất khi và chỉ khi $AN = AH \Leftrightarrow N \equiv H$.	0.25
		Không chấm điểm hình vẽ bài 5



Chứng minh $AK \cdot BC = AB \cdot KC + AC \cdot BK$.

1 điểm

Gọi J là điểm thuộc đoạn BC sao cho H là trung điểm BJ. Kẻ đường thẳng Jx qua J vuông góc BC, đường thẳng qua K song song BC cắt đường thẳng Jx tại I. Khi đó, BKIC là hình thang cân và HKIJ là hình chữ nhật.

0.25

$$BI^2 = BJ^2 + JI^2 = BJ^2 + KH^2 = \frac{4}{9}BC^2 + KH^2$$

$$AI^2 = AK^2 + KI^2 = AK^2 + HJ^2 = AK^2 + \frac{1}{9}BC^2 = \frac{1}{3}BC^2 + AB^2 + KH^2 + \frac{1}{9}BC^2$$

0.25

$$= \frac{4}{9}BC^2 + AB^2 + KH^2 = BI^2 + AB^2$$

$\Rightarrow \Delta ABI$ vuông tại B.

$$AC^2 = AH^2 + HC^2 = AB^2 - \frac{1}{9}BC^2 + \frac{4}{9}BC^2 = AB^2 + \frac{1}{3}BC^2$$

$$IC^2 = KH^2 + JC^2 = KH^2 + \frac{1}{9}BC^2$$

0.25

$$\Rightarrow AC^2 + IC^2 = \frac{4}{9}BC^2 + AB^2 + KH^2 = AB^2 + BI^2 = AI^2$$

$\Rightarrow \Delta ACI$ vuông tại C.

	Khi đó, $S_{ABKC} = S_{ABIC} = S_{ABI} + S_{AIC} \Leftrightarrow \frac{1}{2} AK \cdot BC = \frac{1}{2} AB \cdot BI + \frac{1}{2} AC \cdot IC$ $\Leftrightarrow AK \cdot BC = AB \cdot KC + AC \cdot BK.$	0.25
--	---	------

----- HẾT -----

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỒNG NAI**

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ SỐ 002
KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN
NĂM HỌC 2012-2013

Môn thi: TOÁN CHUYÊN

*Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)
(Đề thi này gồm một trang, có bốn câu)*

Câu 1. (1,5 điểm)

Cho phương trình $x^4 - 16x^2 + 32 = 0$ (với $x \in R$)

Chứng minh rằng $x = \sqrt{6 - 3\sqrt{2 + \sqrt{3}}} - \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}$ là một nghiệm của phương trình đã cho.

Câu 2. (2,5 điểm)

Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x(x+1)(y+1) + xy = -6 \\ 2y(y+1)(x+1) + yx = 6 \end{cases}$ (với $x \in R, y \in R$).

Câu 3. (1,5 điểm)

Cho tam giác đều MNP có cạnh bằng 2 cm. Lấy n điểm thuộc các cạnh hoặc ở phía trong tam giác đều MNP sao cho khoảng cách giữa hai điểm tùy ý lớn hơn 1 cm (với n là số nguyên dương). Tìm n lớn nhất thoả mãn điều kiện đã cho.

Câu 4. (1 điểm)

Chứng minh rằng trong 10 số nguyên dương liên tiếp không tồn tại hai số có ước chung lớn hơn 9.

Câu 5. (3,5 điểm)

Cho tam giác ABC không là tam giác cân, biết tam giác ABC ngoại tiếp đường tròn (I). Gọi D,E,F lần lượt là các tiếp điểm của BC, CA, AB với đường tròn (I). Gọi M là giao điểm của đường thẳng EF và đường thẳng BC, biết AD cắt đường tròn (I) tại điểm N (N không trùng với D), gọi K là giao điểm của AI và EF.

- 1) Chứng minh rằng các điểm I, D, N, K cùng thuộc một đường tròn.
- 2) Chứng minh MN là tiếp tuyến của đường tròn (I).

----- HẾT -----

GIẢI ĐỀ THI VÀO LỚP 10
CHUYÊN LƯƠNG THẾ VINH ĐỒNG NAI
 NĂM 2012 – 2013
 Môn: Toán chuyên

Câu 1: Phương trình đã cho : $x^4 - 16x^2 + 32 = 0$ (với $x \in \mathbb{R}$) $\Leftrightarrow (x^2 - 8)^2 - 32 = 0$ (1)

$$\begin{aligned} \text{Với } x &= \sqrt{6-3\sqrt{2+\sqrt{3}}} - \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}} \Leftrightarrow x = \sqrt{3}\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{3}}} - \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}} \\ &\Rightarrow x^2 = 8 - 2\sqrt{2+\sqrt{3}} - 2\sqrt{3}\sqrt{2-\sqrt{3}} \end{aligned}$$

Thế x vào vế phải của (1) ta có:

$$\begin{aligned} (x^2 - 8)^2 - 32 &= (8 - 2\sqrt{2+\sqrt{3}} - 2\sqrt{3}\sqrt{2-\sqrt{3}})^2 - 32 = 4(2+\sqrt{3}) + 4\sqrt{3} + 12(2-\sqrt{3}) - 32 \\ &= 8 + 4\sqrt{3} + 8\sqrt{3} + 24 - 12\sqrt{3} - 32 = 0 \text{ (vẽ phải bằng vẽ trái)} \end{aligned}$$

Vậy $x = \sqrt{6-3\sqrt{2+\sqrt{3}}} - \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}$ là một nghiệm của phương trình đã cho (đpcm)

Câu 2: Hệ pt đã cho $\begin{cases} 2x(x+1)(y+1) + xy = -6 & (1) \\ 2y(y+1)(x+1) + yx = 6 & (2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x(x+1)(y+1) = -6 - xy \\ 2y(y+1)(x+1) = 6 - xy \end{cases}$

Thay $x = 0, y = 0$ thì hệ không thoả. Thay $x = -1$ và $y = -1$ vào, hệ không thoả $\Rightarrow (x; y) \neq (0; 0); xy \neq 0; x+1 \neq 0; y+1 \neq 0 \Rightarrow 6 - xy \neq 0$ (*)

- Chia từng vế của hai phương trình cho nhau : $\Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{-6 - xy}{6 - xy} \Leftrightarrow xy(x - y) = 6(x + y)$

Thay $x = y$, hệ pt có vế phải bằng nhau, vế trái khác nhau (không thoả) $\Rightarrow x - y \neq 0$ (**)

$$\Rightarrow xy = \frac{6(x+y)}{x-y} \quad (3)$$

- Cộng từng vế (1) và (2) của hệ ta được pt: $2(x+y)(x+1)(y+1) + 2xy = 0$ (4)

$$\Leftrightarrow (x+y)(x+y+xy+1) + xy = 0 \Leftrightarrow (x+y)(x+y+1 + \frac{6(x+y)}{x-y}) + \frac{6(x+y)}{x-y} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+y)(x+y+1 + \frac{6(x+y+1)}{x-y}) = 0 \Leftrightarrow (x+y)(x+y+1)(1 + \frac{6}{x-y}) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=0 \\ x+y+1=0 \\ 1 + \frac{6}{x-y} = 0 \end{cases}$$

- Với $x + y = 0 \Leftrightarrow x = -y$. Thế vào hệ $\Rightarrow -2y^2 = 0 \Leftrightarrow (y = 0 \vee x = 0)$ không thoả (*)

- Với $x + y + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -y - 1$ thế vào phương trình (1) của hệ ta được :

$$2y^3 + 3y^2 + y + 6 = 0 \Leftrightarrow (y+2)(2y^2 - y + 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y+2=0 \Leftrightarrow y=-2 \\ 2y^2 - y + 3 = 0(vn) \end{cases}$$

Với $y = -2 \Rightarrow x = 1$. Thế vào hệ thoả, vậy có nghiệm 1: $(x; y) = (1; -2)$

- Với $1 + \frac{6}{x-y} = 0 \Leftrightarrow x - y + 6 = 0 \Leftrightarrow x = y - 6$

Thế $x = y - 6$ vào pt (2) của hệ :

$$(2) \Leftrightarrow 2y^3 - 7y^2 - 16y - 6 = 0 \Leftrightarrow (2y+1)(y^2 - 4y - 6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2y+1=0 \\ y^2 - 4y - 6 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y_1 = 2 + \sqrt{10} \\ y_2 = 2 - \sqrt{10} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow y_3 = -\frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} x_1 = -4 + \sqrt{10} \\ x_2 = -4 - \sqrt{10} \\ x_3 = -\frac{13}{2} \end{cases}$$

Từ ba giá trị của y ở trên ta tìm được ba giá trị x tương ứng:

Thê các giá trị $(x; y)$ tìm được vào hệ (thoả).

Vậy hệ phương trình đã cho có 4 nghiệm $(x; y)$:

$$(1; -2), (-4 + \sqrt{10}; 2 + \sqrt{10}), (-4 - \sqrt{10}; 2 - \sqrt{10}), (-\frac{13}{2}; -\frac{1}{2})$$

Câu 3. (Cách 1)

Tam giác đều có cạnh bằng 2 cm thì diện tích bằng $\sqrt{3} \text{ cm}^2$, tam giác đều có cạnh bằng 1 cm thì diện tích bằng $\frac{\sqrt{3}}{4} \text{ cm}^2$. Nếu tam giác đều có cạnh $> 1 \text{ cm}$ thì diện tích $> \frac{\sqrt{3}}{4} \text{ cm}^2$

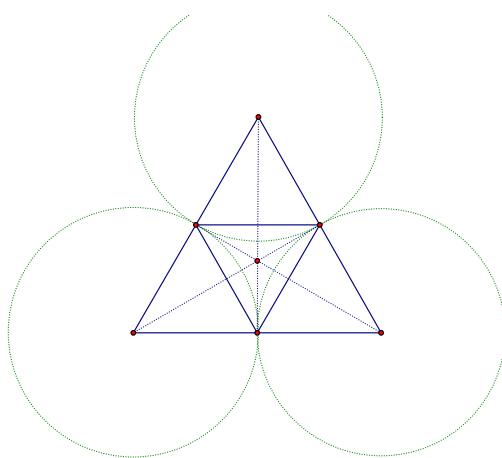
Gọi t là số tam giác đều có cạnh bằng $> 1 \text{ cm}$ chưa được trong tam giác đều có cạnh 2 cm:

$$1 \leq t < 4 \quad (\text{với } t \text{ là số nguyên dương}) \Rightarrow t_{\max} = 3$$

Theo nguyên lý Drichen sẽ có 1 trong t tam giác đều có cạnh $> 1 \text{ cm}$ đó chứa tối đa 2 điểm thoả mãn khoảng cách giữa hai điểm bất kỳ luôn $> 1 \text{ cm}$.

Vậy số điểm thoả yêu cầu bài toán là: $2 \leq n \leq 4$ Vậy $n_{\max} = 4$

(Cách 2): Giải theo kiến thức hình học



Nếu ta chọn 3 điểm ở 3 đỉnh của tam giác đều cạnh bằng 2 cm vẽ 3 đường tròn đường kính 1 cm, các đường tròn

này tiếp xúc với nhau ở trung điểm mỗi cạnh tam giác. \Rightarrow Các điểm khác trong tam giác cách 3 đỉnh $> 1\text{cm}$ chỉ có thể nằm trong phần diện tích còn lại của tam giác (ngoài phần diện tích bị ba hình tròn che phủ), được giới hạn bởi 3 cung tròn bán kính 1cm .

Vì 3 dây cung là 3 đường trung bình của tam giác có độ dài 1cm \Rightarrow khoảng cách giữa hai điểm bất kỳ nằm trong phần diện tích còn lại của tam giác luôn $\leq 1\text{cm}$.

\Rightarrow trong phần diện tích đó chỉ lấy được 1 điểm mà khoảng cách đến 3 đỉnh của tam giác luôn $> 1\text{cm}$.

Vậy số điểm lớn nhất thỏa mãn khoảng cách giữa hai điểm bất kỳ $> 1\text{cm}$ là :

$$n_{\max} = 3 + 1 = 4 \text{ điểm.}$$

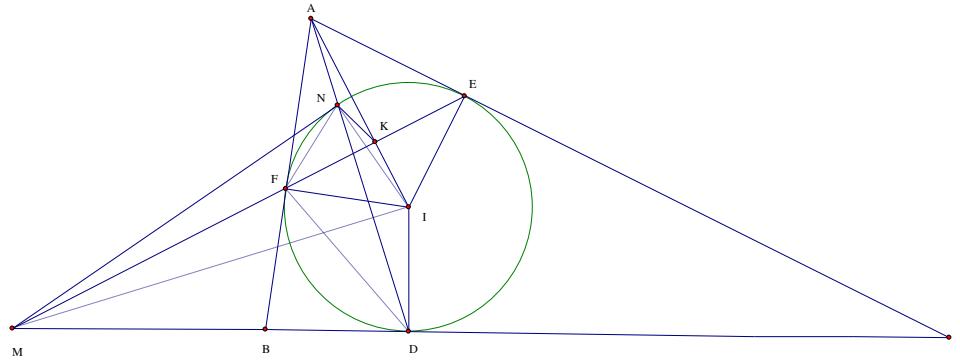
Câu 4. Gọi a và b là hai số bất kỳ trong 10 số nguyên dương liên tiếp với $a > b$ (a, b nguyên dương) $\Rightarrow 1 \leq a - b \leq 9$.

Gọi n là ước chung của a và b , khi đó : $a = n.x$ và $b = n.y$ (n, x, y là số nguyên dương).

$$\text{Vì } a > b \Rightarrow x > y \Rightarrow x - y \geq 1 \Rightarrow 1 \leq n.x - n.y \leq 9 \Leftrightarrow \frac{1}{n} \leq x - y \leq \frac{9}{n} \Rightarrow \frac{9}{n} \geq 1 \Leftrightarrow n \leq 9$$

Vậy trong 10 số nguyên dương liên tiếp không tồn tại hai số có ước chung lớn hơn 9.

Câu 5.



1) Nối N và F , D và F .

- Xét ΔANF và ΔAFD có: $\angle AFN = \angle ADF$ (vì AF là tt) và $\angle FAD$ chung $\Rightarrow \Delta ANF \sim \Delta AFD$ (g.g) \Rightarrow

$$\frac{AN}{AF} = \frac{AF}{AD} \Leftrightarrow AF^2 = AN \cdot AD \quad (1)$$

- Xét ΔAFI có: $AF \perp IF$ (vì AF tiếp tuyến, FI là bán kính) và $FK \perp AI$ (vì AF và AE tt chung và AI nối tâm) $\Rightarrow \Delta AFI$ vuông tại F có FK là đường cao $\Rightarrow AK \cdot AI = AF^2$ (2)

- Xét ΔANK và ΔAID có:

+ $\angle IAD$ chung.

$$+ \text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow AN \cdot AD = AK \cdot AI \Rightarrow \frac{AN}{AK} = \frac{AI}{AD}$$

$\Rightarrow \Delta ANK \sim \Delta AID$ (c.g.c) $\Rightarrow \angle NKA = \angle IDN$ (3)

- Từ (3) \Rightarrow tứ giác DIKN nội tiếp đt (vì có góc đối bằng góc kề bù góc đối)

\Rightarrow các điểm I, D, N, K cùng thuộc một đường tròn. (đpcm).

2) Ta có $ID \perp DM$ (DM là tiếp tuyến, DI là bán kính) và $IK \perp KM$ (câu 1) \Rightarrow tứ giác DIKM nội tiếp đường tròn đường kính MI . Vì 4 điểm D, I, K, N cũng thuộc một đường tròn (câu 1) \Rightarrow hai đường tròn này cùng ngoại tiếp ΔDIK \Rightarrow hai đường tròn trùng nhau $\Rightarrow N$ cũng nằm trên đường tròn đường kính MI $\Rightarrow \angle INM = 90^\circ$.

Vì IN là bán kính đường tròn (I), $MN \perp IN$ $\Rightarrow MN$ là tiếp tuyến của đường tròn (I) tại tiếp điểm N . (đpcm).

-----HẾT-----

ĐỀ 003**KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 TRUNG HỌC PHỔ THÔNG****SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO
BÌNH PHƯỚC****ĐỀ CHÍNH THỨC****NĂM HỌC: 2016 – 2017
MÔN: TOÁN (Chuyên)****Ngày thi: 12/6/2016***(Đề thi gồm có 01 trang)***Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)**

Câu 1 (2.0 điểm) Cho biểu thức: $P = \left(\frac{\sqrt{x}+2}{x+2\sqrt{x}+1} + \frac{2-\sqrt{x}}{x-1} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$, với $x > 0, x \neq 1$.

a) Rút gọn biểu thức P .b) Tính giá trị của biểu thức P tại $x = \sqrt{46 - 6\sqrt{5}} - 3(\sqrt{5} - 1)$.

Câu 2 (1.0 điểm) Cho phương trình: $x^2 - 2mx + m^2 - 4m - 3 = 0$ (m là tham số). Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho biểu thức $T = x_1^2 + x_2^2 - x_1 x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 3 (2.0 điểm)a) Giải phương trình: $4(x^2 + 1) = 3\sqrt{2x^2 - 7x + 3} + 14x$.b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} xy - y^2 = \sqrt{3y - 1} - \sqrt{x + 2y - 1} \\ x^3 y - 4xy^2 + 7xy - 5x - y + 2 = 0. \end{cases}$

Câu 4 (3.0 điểm) Cho tam giác nhọn ABC có $AB < AC$ nội tiếp đường tròn (O). Tiếp tuyến tại A của (O) cắt đường thẳng BC tại T . Gọi (T) là đường tròn tâm T bán kính TA . Đường tròn (T) cắt đoạn thẳng BC tại K .

a) Chứng minh rằng $TA^2 = TB \cdot TC$ và AK là tia phân giác của BAC .b) Lấy điểm P trên cung nhỏ AK của đường tròn (T). Chứng minh rằng TP là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác TPC .c) Gọi S, E, F lần lượt là giao điểm thứ hai của AP, BP, CP với (O). Chứng minh rằng $SO \perp EF$.

Câu 5 (1.0 điểm) Cho biểu thức $Q = a^4 + 2a^3 - 16a^2 - 2a + 15$. Tìm tất cả các giá trị nguyên của a để Q chia hết cho 16.

Câu 6 (1.0 điểm)

a) Từ 2016 số: 1, 2, 3, ..., 2016 ta lấy ra 1009 số bất kì. Chứng minh rằng trong các số lấy ra có ít nhất hai số nguyên tố cùng nhau.

b) Cho hai số thực a, b đều lớn hơn 1. Chứng minh rằng: $\frac{6}{a\sqrt{b-1} + b\sqrt{a-1}} + \sqrt{3ab + 4} \geq \frac{11}{2}$.**Hết.**

**SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO
BÌNH PHƯỚC**

ĐỀ CHÍNH THỨC

**HƯỚNG DẪN CHẤM
KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 TRUNG HỌC PHỐ
THÔNG
NĂM HỌC: 2016 – 2017
MÔN: TOÁN (Chuyên)**

Câu	Ý	Đáp án
1 (2.0 điểm)	<p>Cho biểu thức: $P = \left(\frac{\sqrt{x}+2}{x+2\sqrt{x}+1} + \frac{2-\sqrt{x}}{x-1} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$, với $x > 0, x \neq 1$.</p> <p>a) Rút gọn biểu thức P.</p> <p>b) Tính giá trị của biểu thức P tại $x = \sqrt{46 - 6\sqrt{5}} - 3(\sqrt{5} - 1)$.</p>	
a	$P = \left(\frac{\sqrt{x}+2}{x+2\sqrt{x}+1} + \frac{2-\sqrt{x}}{x-1} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} = \frac{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-1) + (2-\sqrt{x})(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)^2} \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$ $= \frac{2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)^2} \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} = \frac{2}{x-1}$	
	$x = \sqrt{46 - 6\sqrt{5}} - 3(\sqrt{5} - 1) = \sqrt{(3\sqrt{5} - 1)^2} - 3(\sqrt{5} - 1)$ $= 3\sqrt{5} - 1 - 3\sqrt{5} + 3 = 2 \Rightarrow P = \frac{2}{2-1} = 2.$	
2 (1.0 điểm)	<p>Cho phương trình: $x^2 - 2mx + m^2 - 4m - 3 = 0$ (m là tham số). Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho biểu thức $T = x_1^2 + x_2^2 - x_1 x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất.</p>	<p>Phương trình đã cho có hai nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow 4m + 3 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -\frac{3}{4}$</p> <p>Theo hệ thức Vi-et: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 x_2 = m^2 - 4m - 3. \end{cases}$</p> $T = x_1^2 + x_2^2 - x_1 x_2 = (x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2 = m^2 + 12m + 9 = (m + 6)^2 - 27$ <p>Do $m \geq -\frac{3}{4}$ nên $m + 6 \geq \frac{21}{4}$. Suy ra $T \geq \frac{9}{16}$.</p> <p>Vậy $\min T = \frac{9}{16}$ khi $m = -\frac{3}{4}$.</p>

**Câu 3
(2.0
điểm)**

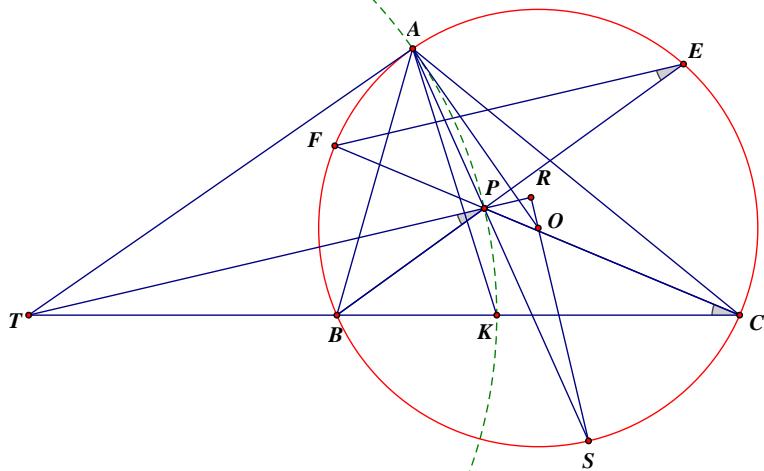
- a) Giải phương trình: $4(x^2 + 1) = 3\sqrt{2x^2 - 7x + 3} + 14x \quad (1)$.
- b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} xy - y^2 = \sqrt{3y - 1} - \sqrt{x + 2y - 1} \\ x^3y - 4xy^2 + 7xy - 5x - y + 2 = 0 \end{cases} \quad (2)$

a	<p>ĐK: $2x^2 - 7x + 3 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq \frac{1}{2}. \end{cases}$</p> <p>$(1) \Leftrightarrow 2(2x^2 - 7x + 3) - 3\sqrt{2x^2 - 7x + 3} - 2 = 0.$</p> <p>Đặt $y = \sqrt{2x^2 - 7x + 3}$ ($y \geq 0$). Phương trình trở thành:</p> $2y^2 - 3y - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ y = -\frac{1}{2} \text{ (L)} \end{cases}$ <p>Với $y = 2 \Rightarrow \sqrt{2x^2 - 7x + 3} = 2 \Leftrightarrow 2x^2 - 7x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{7 \pm \sqrt{57}}{4}$ (thỏa mãn)</p>
b	<p>ĐK: $\begin{cases} y \geq \frac{1}{3} \\ x + 2y \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{3} \\ y \geq \frac{1}{3}. \end{cases}$</p> <p>Xét $\sqrt{3y - 1} + \sqrt{x + 2y - 1} = 0 \Leftrightarrow x = y = \frac{1}{3}$</p> <p>Thay vào (2) không thỏa mãn.</p> <p>Xét $\sqrt{3y - 1} + \sqrt{x + 2y - 1} \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{1}{3} \\ y \neq \frac{1}{3}. \end{cases}$</p> <p>$(1) \Leftrightarrow y(x - y) = \frac{y - x}{\sqrt{3y - 1} + \sqrt{x + 2y - 1}} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ y + \frac{y - x}{\sqrt{3y - 1} + \sqrt{x + 2y - 1}} = 0 \end{cases} \left(\text{VN do } y \geq \frac{1}{3} \right)$</p> <p>Với $x = y$, thay vào (2) ta được:</p> $x^4 - 4x^3 + 7x^2 - 6x + 2 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2(x^2 - 2x + 2) = 0 \Leftrightarrow x = 1.$ <p>Khi đó: $y = 1$. Vậy nghiệm của hệ là: $(1; 1)$.</p>

**4
(3.0
điểm)**

- Cho tam giác nhọn ABC có $AB < AC$ nội tiếp đường tròn (O). Tiếp tuyến tại A của (O) cắt đường thẳng BC tại T . Gọi (T) là đường tròn tâm T bán kính TA . Đường tròn (T) cắt đoạn thẳng BC tại K .
- a) Chứng minh rằng $TA^2 = TB \cdot TC$ và AK là tia phân giác của BAC .
- b) Lấy điểm P trên cung nhỏ AK của đường tròn (T). Chứng minh rằng TP

là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác TPC.
 c) Gọi S, E, F lần lượt là giao điểm thứ hai của AP, BP, CP với (O) . Chứng minh rằng $SO \perp EF$.



Xét hai tam giác TAB và TCA có: T chung và $TAB = TCA$ (cùng chắn cung AB).

$$\text{Suy ra } \Delta TAB \sim \Delta TCA \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{TA}{TC} = \frac{TB}{TA} \Leftrightarrow TA^2 = TB \cdot TC$$

a Ta có $BAK + TAB = TKA$ (tam giác TAK cân tại T)

Mà $TKA = KCA + KAC$ (góc ngoài của tam giác KAC)

Suy ra $BAK + TAB = KCA + KAC$, mà $TAB = KCA$ (cmt)

Do đó $BAK = KAC$ hay AK là tia phân giác của góc BAC .

b Ta có $TA^2 = TB \cdot TC \Leftrightarrow TP^2 = TB \cdot TC$ (do $TA = TP$)

$$\Rightarrow \frac{TP}{TB} = \frac{TC}{TP} \text{ và góc } PTC \text{ chung nên } \Delta TPB \sim \Delta TCP \Rightarrow TPB = TCP.$$

Do đó TP là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác PBC .

c Ta có: $TPB = TCP = BCF = BEF$ (slt) $\Rightarrow TP // EF$ (1)

Gọi R là giao điểm của SO và TP .

$$\text{Ta có: } PSR + RPS = OAP + APT = OAP + PAT = 90^\circ \Rightarrow PRS = 90^\circ.$$

Do đó: $SO \perp TP$ (2). Từ (1) và (2) suy ra: $SO \perp EF$.

Cho biểu thức $Q = a^4 + 2a^3 - 16a^2 - 2a + 15$. Tìm tất cả các giá trị nguyên của a để Q chia hết cho 16.

$$\begin{aligned} Q &= a^4 + 2a^3 - 16a^2 - 2a + 15 = (a^4 + 2a^3 - 2a - 1) - (16a^2 - 16) \\ &= (a-1)(a+1)^3 - 16(a^2 - 1). \end{aligned}$$

Với a lẻ, $a = 2k+1, k \in \mathbb{Z}$.

$$\text{Khi đó: } (a-1)(a+1)^3 = 2k(2k+2)^3 = 16k(k+1)^3 : 16.$$

**5
(1.0
điểm)**

Mà $16(a^2 - 1) : 16$ nên Q chia hết cho 16.

Với a chẵn, $a = 2k, k \in \mathbb{Z}$.

Khi đó: $(a-1)(a+1)^3 = (2k-1)(2k+1)^3$ là số lẻ nên không chia hết cho 16. Do đó Q không chia hết cho 16.

Vậy a là số nguyên lẻ.

a) Từ 2016 số: 1, 2, 3, ..., 2016 ta lấy ra 1009 số bất kì. Chứng minh rằng trong các số lấy ra có ít nhất hai số nguyên tố cùng nhau.

b) Cho hai số thực a, b đều lớn hơn 1. Chứng minh rằng:

$$\frac{6}{a\sqrt{b-1} + b\sqrt{a-1}} + \sqrt{3ab+4} \geq \frac{11}{2}.$$

a | Chia các số đã cho thành 1008 cặp như sau: (1; 2), (3; 4), ..., (2015; 2016)
Chọn 1009 số từ 1008 cặp trên nên theo **nguyên lý Dirichlet** tồn tại ít nhất hai số thuộc cùng một cặp. Mà hai số thuộc cùng một cặp là hai số nguyên tố cùng nhau nên ta được đpcm.

**6
(1.0
diểm)**

Ta có: $a\sqrt{b-1} \leq a \cdot \frac{b-1+1}{2} = \frac{ab}{2}$.

Tương tự: $b\sqrt{a-1} \leq b \cdot \frac{a-1+1}{2} = \frac{ab}{2} \Rightarrow \frac{6}{a\sqrt{b-1} + b\sqrt{a-1}} \geq \frac{6}{ab}$. Dấu “=” xảy ra khi $a = b = 2$.

b | $Q = \frac{6}{a\sqrt{b-1} + b\sqrt{a-1}} + \sqrt{3ab+4} \geq \frac{6}{ab} + \sqrt{3ab+4} = \frac{18}{3ab} + \sqrt{3ab+4}$.

Đặt $y = \sqrt{3ab+4} \Rightarrow 3ab = y^2 - 4$. Khi đó:

$$Q \geq \frac{18}{y^2 - 4} + y = \frac{18}{(y+2)(y-2)} + \frac{3}{4}(y-2) + \frac{1}{4}(y+2) + 1 \stackrel{AM-GM}{\geq} 3\sqrt[3]{18 \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4}} + 1 = \frac{11}{2}.$$

Dấu “=” xảy ra khi $y = 2$ hay $a = b = 2$.

Lưu ý: Học sinh giải theo cách khác đúng, khoa học theo yêu cầu bài toán, giám khảo cân nhắc cho điểm tối đa của từng phần.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
Năm học: 2013 – 2014
ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ 004
KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

TP.ĐÀ NẴNG

MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1: (2,0 điểm)

- 1) Tìm số x không âm biết $\sqrt{x} = 2$.

$$2) \text{ Rút gọn biểu thức } P = \left(\frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} + 1 \right) \left(\frac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} - 1 \right)$$

Bài 2: (1,0 điểm)

Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x + y = 5 \\ 5x + 2y = 6 \end{cases}$

Bài 3: (1,5 điểm)

a) Vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$

b) Cho hàm số bậc nhất $y = ax - 2$ (1). Hãy xác định hệ số a, biết rằng $a > 0$ và đồ thị của hàm số (1) cắt trực hoành Ox, trực tung Oy lần lượt tại hai điểm A, B sao cho $OB = 2OA$ (với O là gốc tọa độ).

Bài 4: (2,0 điểm)

Cho phương trình $x^2 + (m-2)x - 8 = 0$, với m là tham số.

1) Giải phương trình khi $m = 4$.

2) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho biểu thức $Q = (x_1^2 - 1)(x_2^2 - 4)$ có giá trị lớn nhất

Bài 5: (3,5 điểm)

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O;R) có $BC = 2R$ và $AB < AC$. Đường thẳng xy là tiếp tuyến của đường tròn (O;R) tại A. Tiếp tuyến tại B và C của đường tròn (O;R) lần lượt cắt đường thẳng xy ở D và E. Gọi F là trung điểm của đoạn thẳng DE.

a) Chứng minh rằng tứ giác ADBO là tứ giác nội tiếp.

b) Gọi M là giao điểm thứ hai của FC với đường tròn (O;R). Chứng minh rằng $CED = 2AMB$

c) Tính tích $MC \cdot BF$ theo R.

BÀI GIẢI

Bài 1:

a) Với x không âm ta có $\sqrt{x} = 2 \Leftrightarrow x = 4$

$$\begin{aligned} b) P &= \left(\frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} + 1 \right) \left(\frac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} - 1 \right) \\ &= \left(\frac{3+2\sqrt{2}}{1} \right) \left(\frac{3-2\sqrt{2}}{1} \right) = 9 - 8 = 1 \end{aligned}$$

Bài 2:

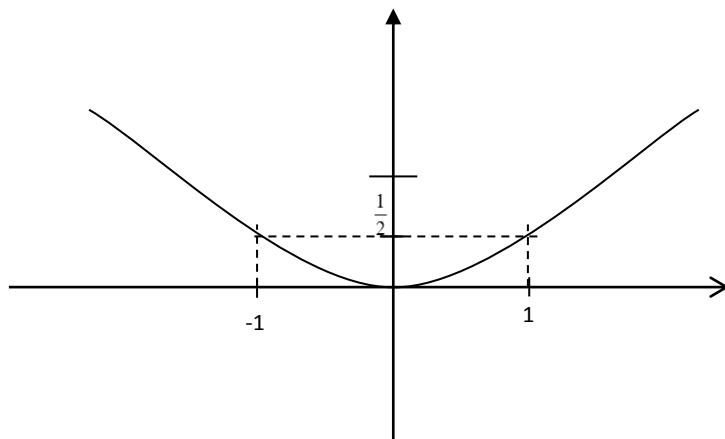
$$\begin{cases} 3x + y = 5 & (1) \\ 5x + 2y = 6 & (2) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x + y = 5 & (1) \\ -x = -4 & (3) (pt(2) - 2pt(1)) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -7 \end{cases}$$

Bài 3:

a)



b)

Gọi $A(x_A, 0)$, $B(0, y_B)$

A nằm trên đường thẳng (1) nên $y_A = ax_A - 2 = 0 \Rightarrow ax_A = 2 \Rightarrow x_A = \frac{2}{a}$ ($a > 0$)

B nằm trên đường thẳng (1) nên $y_B = ax_B - 2 = a \cdot 0 - 2 \Rightarrow y_B = -2$

$$OB = 2OA \Leftrightarrow |y_B| = 2|x_A| \Leftrightarrow |-2| = 2 \left| \frac{2}{a} \right| \Rightarrow a = 2 \quad (a > 0)$$

Bài 4:

a) Khi $m = 4$ pt trở thành :

$$x^2 + 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow x = -1 + 3 = 2 \text{ hay } x = -1 - 3 = -4 \quad (\text{do } \Delta' = 9)$$

b) $\Delta = (m-2)^2 + 8 > 0$ với mọi m. Vậy pt có 2 nghiệm phân biệt với mọi m

$$\text{Do } x_1 x_2 = -8 \text{ nên } x_2 = \frac{-8}{x_1}$$

$$Q = (x_1^2 - 1)(x_2^2 - 4) = (x_1^2 - 1)\left(\frac{64}{x_1^2} - 4\right) = 68 - 4(x_1^2 + \frac{16}{x_1^2}) \leq 68 - 4 \cdot 8 = 36$$

$$\left(\text{Do } x_1^2 + \frac{16}{x_1^2} \geq 8\right). \text{ Ta có } Q = 36 \text{ khi và chỉ khi } x_1 = \pm 2$$

Khi $x_1 = 2$ thì $m = 4$, khi $x_1 = -2$ thì $m = 0$. Do đó ta có giá trị lớn nhất của $Q = 36$ khi và chỉ khi $m = 0$ hay $m = 4$.

Bài 5:

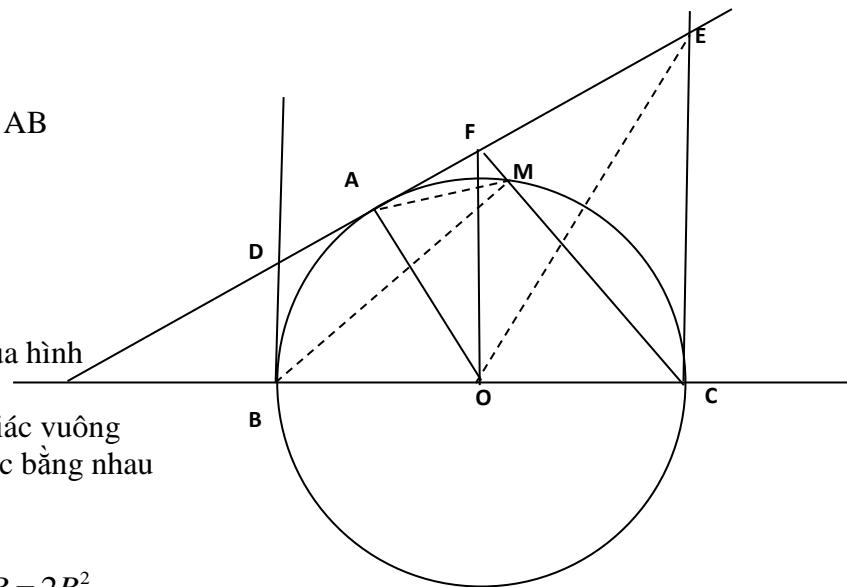
- a) Ta có 2 góc $DBC = DAO = 90^\circ$
nên tứ giác ADBO nội tiếp
b) $AMB = \frac{1}{2}AOB$ cùng chắn cung AB

mà $CED = AOB$ cùng bù với góc AOC nên $CED = 2AMB$

- c) Ta có FO là đường trung bình của hình thang BCED nên $FO \parallel DB$
nên FO thẳng góc BC. Xét 2 tam giác vuông FOC và BMC đồng dạng theo 2 góc bằng nhau

Nên $\frac{MC}{OC} = \frac{BC}{FC} \Rightarrow$

$$MC \cdot FC = MC \cdot FB = OC \cdot BC = R \cdot 2R = 2R^2$$



ThS. Ngô Thanh Sơn
(Trung tâm LTĐH Vĩnh Viễn – TP.HCM)

ĐỀ 005

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH BÀ RỊA – VŨNG TÀU**

ĐỀ CHÍNH THỨC

**KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN
NĂM HỌC 2016 – 2017**

Môn: TOÁN (Dùng chung cho tất cả các thí sinh)

Thời gian làm bài: 120 phút

Ngày thi: 30/5/2016

Câu 1 (2,5 điểm)

a) Rút gọn biểu thức $A = \frac{1}{\sqrt{3}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}-1} + \frac{2\sqrt{2}-\sqrt{6}}{\sqrt{2}}$

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x - y = 1 \\ 2x + 3y = 8 \end{cases}$

c) Giải phương trình $x^2 + 2x - 8 = 0$

Câu 2 (2,0 điểm)

Cho parabol (P): $y = -x^2$ và đường thẳng (d): $y = 4x - m$

a) Vẽ parabol (P)

b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để (d) và (P) có đúng một điểm chung

Câu 3 (1,5 điểm).

a) Cho phương trình $x^2 - 5x + 3m + 1 = 0$ (m là tham số). Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình trên có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1^2 - x_2^2| = 15$

b) Giải phương trình $(x - 1)^4 = x^2 - 2x + 3$

Câu 4 (3,5 điểm).

Cho nửa đường tròn (O) có đường kính AB = 2R. CD là dây cung thay đổi của nửa đường tròn sao cho CD = R và C thuộc cung AD (C khác A và D khác B). AD cắt BC tại H, hai đường thẳng AC và BD cắt nhau tại F.

a) Chứng minh tứ giác CFDH nội tiếp

b) Chứng minh CF.CA = CH.CB

c) Gọi I là trung điểm của HF. Chứng minh tia OI là tia phân giác của góc COD.

d) Chứng minh điểm I thuộc một đường tròn cố định khi CD thay đổi

Câu 5 (0,5 điểm).

Cho a, b, c là 3 số dương thỏa mãn $ab + bc + ca = 3abc$. Chứng minh rằng:

$$\frac{a}{a^2 + bc} + \frac{b}{b^2 + ca} + \frac{c}{c^2 + ab} \leq \frac{3}{2}$$

ĐÁP ÁN – LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1

a) $A = \frac{\sqrt{3}-1+\sqrt{3}+1}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} + \frac{\sqrt{2}(2-\sqrt{3})}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{3}}{3-1} + 2 - \sqrt{3} = \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} = 2$

b) $\begin{cases} 3x - y = 1 \\ 2x + 3y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3x - 1 \\ 2x + 3(3x - 1) = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3x - 1 \\ 11x = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3x - 1 \\ x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$.

Hệ có nghiệm duy nhất (1;2)

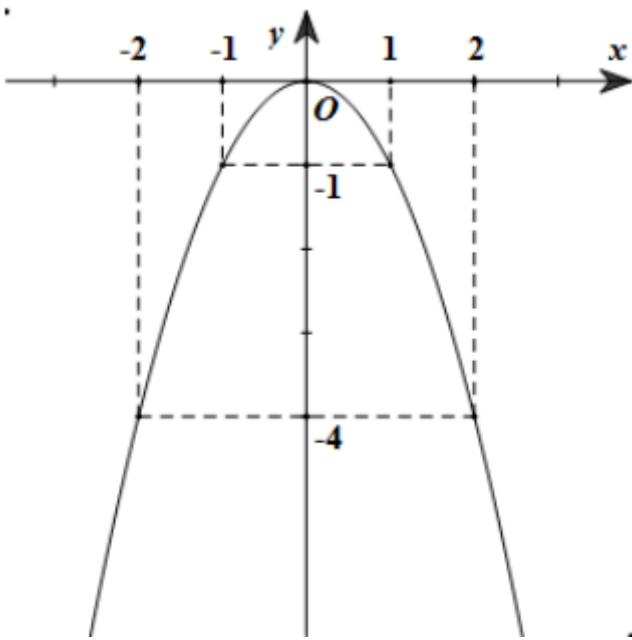
c) $x^2 + 2x - 8 = 0$. Có $\Delta' = 1 + 8 = 9 > 0$

Câu 2

a) Bảng giá trị

x	-2	-1	0	1	2
$y = -x^2$	-4	-1	0	-1	-4

Đồ thị:



b) Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P): $-x^2 = 4x - m \Leftrightarrow x^2 + 4x - m = 0$ (1)
 (d) và (P) có đúng 1 điểm chung \Leftrightarrow phương trình (1) có nghiệm kép $\Leftrightarrow \Delta' = 2^2 - (-m) = 0$
 $\Leftrightarrow 4 + m = 0 \Leftrightarrow m = -4$
 Vậy $m = -4$

Câu 3

a) $x^2 - 5x + 3m + 1 = 0$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta = 5^2 - 4(3m + 1) > 0 \Leftrightarrow 25 - 12m > 0$

$$\Leftrightarrow m < \frac{25}{12}$$

Với $m < \frac{25}{12}$, ta có hệ thức $\begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \\ x_1 x_2 = 3m + 1 \end{cases}$ (Viết)

$$\Rightarrow |x_1 - x_2| = \sqrt{(x_1 - x_2)^2} = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2} = \sqrt{5^2 - 4(3m+1)} = \sqrt{25 - 12m}$$

$$\Rightarrow |x_1^2 - x_2^2| = |(x_1 + x_2)(x_1 - x_2)| = 5|x_1 - x_2| = 5\sqrt{25 - 12m}$$

$$\text{Ta có } |x_1^2 - x_2^2| = 15 \Leftrightarrow 5\sqrt{25 - 12m} = 15 \Leftrightarrow \sqrt{25 - 12m} = 3 \Leftrightarrow 25 - 12m = 9 \Leftrightarrow 12m = 16 \Leftrightarrow m = \frac{4}{3}$$

Vậy $m = \frac{4}{3}$ là giá trị cần tìm

b) $(x-1)^4 = x^2 - 2x + 3$ (1)

$$(1) \Leftrightarrow [(x-1)^2]^2 = x^2 - 2x + 3 \Leftrightarrow (x^2 - 2x + 1)^2 = x^2 - 2x + 3 \quad (2)$$

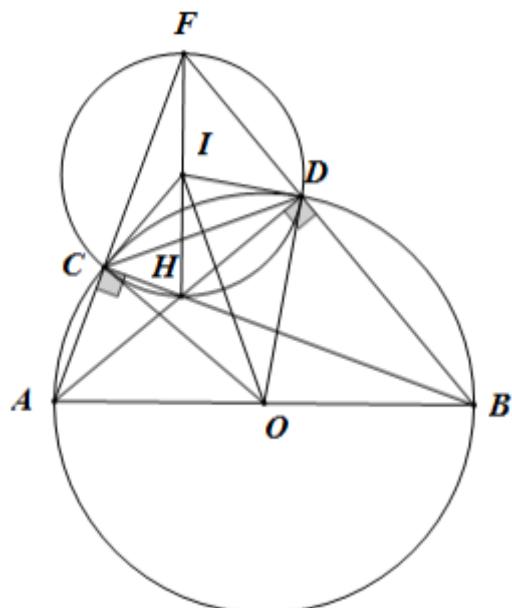
Đặt $t = x^2 - 2x + 1$, $t \geq 0$, phương trình (2) trở thành $t^2 = t + 2 \Leftrightarrow t^2 - t - 2 = 0 \Leftrightarrow (t-2)(t+1) = 0$

$\Leftrightarrow t = 2$ (tm) hoặc $t = -1$ (loại)

Với $t = 2$ có $x^2 - 2x + 1 = 2 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \pm \sqrt{2}$

Vậy tập nghiệm của phương trình (1) là $\{1-\sqrt{2}; 1+\sqrt{2}\}$

Câu 4



a) Vì C, D thuộc nửa đường tròn đường kính AB nên

$$ACB = ADB = 90^\circ \Rightarrow FCH = FDH = 90^\circ \Rightarrow FCH + FDH = 180^\circ$$

Suy ra tứ giác CHDF nội tiếp

b) Vì $AH \perp BF$, $BH \perp AF$ nên H là trực tâm $\Delta AFB \Rightarrow FH \perp AB$

$$\Rightarrow CFH = CBA (= 90^\circ - CAB) \Rightarrow \Delta CFH \sim \Delta CBA (g.g) \Rightarrow \frac{CF}{CB} = \frac{CH}{CA} \Rightarrow CF \cdot CA = CH \cdot CB$$

c) Vì $FCH = FDH = 90^\circ$ nên tứ giác CHDF nội tiếp đường tròn tâm I đường kính FH

$$\Rightarrow IC = ID. Mà OC = OD \text{ nên } \Delta OCI = \Delta DOI (\text{c.c.c}) \Rightarrow COI = DOI$$

$\Rightarrow OI$ là phân giác của góc COD

d) Vì $OC = CD = OD = R$ nên ΔOCD đều $\Rightarrow COD = 60^\circ$

$$\text{Có } CAD = \frac{1}{2} COD = 30^\circ \Rightarrow CFD = 90^\circ - CAD = 60^\circ$$

Xét góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung CD của (I), có

$$CID = 2CFD = 120^\circ \Rightarrow OIC = OID = \frac{CID}{2} = 60^\circ$$

Mặt khác $COI = DOI = \frac{COD}{2} = 30^\circ \Rightarrow OID + DOI = 90^\circ \Rightarrow \Delta OID$ vuông tại D

$$\text{Suy ra } OI = \frac{OD}{\sin 60^\circ} = \frac{2R}{\sqrt{3}}$$

Vậy I luôn thuộc đường tròn $\left(O; \frac{2R}{\sqrt{3}}\right)$

Câu 5

$$\text{Từ điều kiện đề bài ta có } \frac{ab+bc+ca}{abc} = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 3$$

Áp dụng hai lần bất đẳng thức Côsi cho hai số dương, ta có:

$$a^2 + bc \geq 2\sqrt{a^2 \cdot bc} = 2a\sqrt{bc} \Rightarrow \frac{a}{a^2 + bc} \leq \frac{2}{2a\sqrt{bc}} = \frac{1}{2\sqrt{bc}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{b}} \cdot \frac{1}{\sqrt{c}} \leq \frac{1}{2} \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) \Rightarrow \frac{a}{a^2 + bc} \leq \frac{1}{4} \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)$$

$$\text{Tương tự ta có: } \frac{b}{b^2 + ca} \leq \frac{1}{4} \left(\frac{1}{c} + \frac{1}{a} \right); \frac{c}{c^2 + ab} \leq \frac{1}{4} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$$

$$\text{Suy ra } \frac{a}{a^2 + bc} + \frac{b}{b^2 + ca} + \frac{c}{c^2 + ab} \leq \frac{1}{2} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) = \frac{3}{2}.$$

ĐỀ 006

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
PHÚ THỌ

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

NĂM HỌC 2017 – 2018

Môn thi: TOÁN

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian giao đê)

Câu 1 (1,5 điểm)

a) Giải phương trình: $\frac{x+1}{2} - 1 = 0$.

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x^2 + y = 5 \end{cases}$.

Câu 2 (2,5 điểm)

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol (P) có phương trình $y = \frac{1}{2}x^2$ và hai điểm A, B thuộc (P) có hoành độ lần lượt là $x_A = -1; x_B = 2$.

a) Tìm tọa độ của hai điểm A, B.

- b) Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua hai điểm A, B.
 c) Tính khoảng cách từ O (gốc tọa độ) đến đường thẳng (d).

Câu 3 (2,0 điểm)

Cho phương trình: $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + m - 1 = 0$ (m là tham số).

- a) Giải phương trình với $m = 0$.
 b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện:

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 4.$$

Câu 4 (3,0 điểm)

Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn (O; R). Gọi I là giao điểm AC và BD. Kẻ IH vuông góc với AB; IK vuông góc với AD ($H \in AB; K \in AD$).

- a) Chứng minh tứ giác AHIK nội tiếp đường tròn.
 b) Chứng minh rằng $IA \cdot IC = IB \cdot ID$.
 c) Chứng minh rằng tam giác HIK và tam giác BCD đồng dạng.
 d) Gọi S là diện tích tam giác ABD, S' là diện tích tam giác HIK. Chứng minh rằng:

$$\frac{S'}{S} \leq \frac{HK^2}{4 \cdot AI^2}$$

Câu 5 (1,0 điểm)

Giải phương trình: $(x^3 - 4)^3 = (\sqrt[3]{(x^2 + 4)^2} + 4)^2$.

----- **Hết** -----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: SBD:

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
PHÚ THỌ**

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

NĂM HỌC 2017 – 2018

Môn thi: TOÁN

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN

Câu 1 (1,5 điểm)

- a) Giải phương trình: $\frac{x+1}{2} - 1 = 0$.

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x^2 + y = 5 \end{cases}$.

Giải

a) $\frac{x+1}{2} - 1 = 0 \Leftrightarrow \frac{x+1}{2} = 1 \Leftrightarrow x+1=2 \Leftrightarrow x=1$

Vậy nghiệm của phương trình là $x=1$.

b) $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x^2 + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 2x = 8 \\ 2x - y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 2x - 8 = 0 & (1) \\ y = 2x - 3 & (2) \end{cases}$

Giải (1): $\Delta' = 9$; $x_1 = 2$, $x_2 = -4$

Thay vào (2):

Với $x=2$ thì $y=2.2-3=1$

Với $x=-4$ thì $y=2.(-4)-3=-11$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là: $(x, y) \in \{(2;1), (-4;-11)\}$.

Câu 2 (2,5 điểm)

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol (P) có phương trình $y = \frac{1}{2}x^2$ và hai điểm A, B

thuộc (P) có hoành độ lần lượt là $x_A = -1$; $x_B = 2$.

a) Tìm tọa độ của hai điểm A, B.

b) Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua hai điểm A, B.

c) Tính khoảng cách từ O (gốc tọa độ) đến đường thẳng (d).

Giải

a) Vì A, B thuộc (P) nên:

$$x_A = -1 \Rightarrow y_A = \frac{1}{2} \cdot (-1)^2 = \frac{1}{2}$$

$$x_B = 2 \Rightarrow y_B = \frac{1}{2} \cdot 2^2 = 2$$

Vậy $A\left(-1; \frac{1}{2}\right)$, $B(2; 2)$.

b) Gọi phương trình đường thẳng (d) là $y = ax + b$.

Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} -a + b = \frac{1}{2} \\ 2a + b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a = \frac{3}{2} \\ 2a + b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = 1 \end{cases}$$

Vậy (d): $y = \frac{1}{2}x + 1$.

c) (d) cắt trục Oy tại điểm C(0; 1) và cắt trục Ox tại điểm D(-2; 0)

$$\Rightarrow OC = 1 \text{ và } OD = 2$$

Gọi h là khoảng cách từ O tới (d).

Áp dụng hệ thức về cạnh và đường cao vào Δ vuông OCD, ta có:

$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{OC^2} + \frac{1}{OD^2} = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} = \frac{5}{4} \Rightarrow h = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

Vậy khoảng cách từ gốc O tới (d) là $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Câu 3 (2,0 điểm)

Cho phương trình: $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + m - 1 = 0$ (m là tham số).

a) Giải phương trình với $m=0$.

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện:

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 4.$$

Giải

a) $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + m - 1 = 0$ (1)

Với $m = 0$, phương trình (1) trở thành: $x^2 - 2x - 1 = 0$

$$\Delta' = 2; x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{2}$$

Vậy với $m = 2$ thì nghiệm của phương trình (1) là $x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{2}$.

b) $\Delta' = m+2$

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m > -2$

Áp dụng hệ thức Vi-ét, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+1) \\ x_1 x_2 = m^2 + m - 1 \end{cases}$

Do đó:

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 4 \Leftrightarrow \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = 4 \Leftrightarrow \frac{2(m+1)}{m^2 + m - 1} = 4$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + m - 1 \neq 0 \\ m+1 = 2(m^2 + m - 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + m - 1 \neq 0 \\ 2m^2 + m - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện $\Rightarrow m \in \left\{1; -\frac{3}{2}\right\}$ là các giá trị cần tìm.

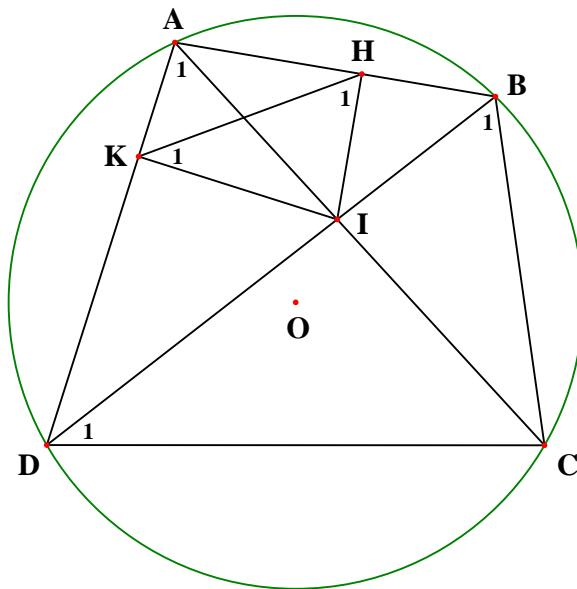
Câu 4 (3,0 điểm)

Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn (O; R). Gọi I là giao điểm AC và BD. Kẻ IH vuông góc với AB; IK vuông góc với AD ($H \in AB; K \in AD$).

- a) Chứng minh tứ giác AHIK nội tiếp đường tròn.
 b) Chứng minh rằng $IA \cdot IC = IB \cdot ID$.
 c) Chứng minh rằng tam giác HIK và tam giác BCD đồng dạng.
 d) Gọi S' là diện tích tam giác ABD, S' là diện tích tam giác HIK. Chứng minh rằng

$$\frac{S'}{S} \leq \frac{HK^2}{4 \cdot AI^2}$$

Giải



a) Tứ giác AHIK có:

$$AHI = 90^\circ \quad (IH \perp AB)$$

$$AKI = 90^\circ \quad (IK \perp AD)$$

$$\Rightarrow AHI + AKI = 180^\circ$$

\Rightarrow Tứ giác AHIK nội tiếp.

b) $\triangle IAD$ và $\triangle IBC$ có:

$$A_1 = B_1 \quad (2 \text{ góc nội tiếp cùng chắn cung } DC \text{ của } (O))$$

$$AID = BIC \quad (2 \text{ góc đối đỉnh})$$

$$\Rightarrow \triangle IAD \sim \triangle IBC \quad (\text{g.g})$$

$$\Rightarrow \frac{IA}{IB} = \frac{ID}{IC} \Rightarrow IA \cdot IC = IB \cdot ID$$

c) Xét đường tròn ngoại tiếp tứ giác AHIK có

$$A_1 = H_1 \quad (2 \text{ góc nội tiếp cùng chắn cung } IK)$$

Mà $A_1 = B_1 \Rightarrow H_1 = B_1$

Chứng minh tương tự, ta được $K_1 = D_1$
 ΔHIK và ΔBCD có: $H_1 = B_1 ; K_1 = D_1$
 $\Rightarrow \Delta HIK \sim \Delta BCD$ (g.g)

d)

Gọi S_1 là diện tích của ΔBCD .

Vì $\Delta HIK \sim \Delta BCD$ nên:

$$\frac{S'}{S_1} = \frac{HK^2}{BD^2} = \frac{HK^2}{(IB+ID)^2} \leq \frac{HK^2}{4IB \cdot ID} = \frac{HK^2}{4IA \cdot IC}$$

$$\text{Vẽ } AE \perp BD, CF \perp BD \Rightarrow AE // CF \Rightarrow \frac{CF}{AE} = \frac{IC}{IA}$$

ΔABD và ΔBCD có chung cạnh đáy BD

$$\frac{S_1}{S} = \frac{CF}{AE} \Rightarrow \frac{S_1}{S} = \frac{IC}{IA}$$

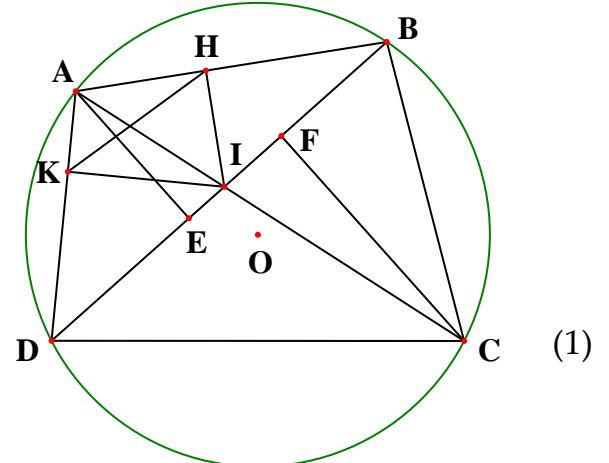
Từ (1) và (2) suy ra

$$\frac{S'}{S_1} \cdot \frac{S_1}{S} \leq \frac{HK^2}{4IA \cdot IC} \cdot \frac{IC}{IA} \Leftrightarrow \frac{S'}{S} \leq \frac{HK^2}{4IA^2} \text{ (đpcm)}$$

(1)

nên:

(2)



Câu 5 (1,0 điểm)

$$\text{Giải phương trình: } (x^3 - 4)^3 = (\sqrt[3]{(x^2 + 4)^2} + 4)^2.$$

Giải

$$\text{Giải phương trình: } (x^3 - 4)^3 = (\sqrt[3]{(x^2 + 4)^2} + 4)^2 \quad (1)$$

$$\text{ĐK: } x > \sqrt[3]{4}$$

$$\text{Đặt: } x^3 - 4 = u^2 \quad (2)$$

$$\sqrt[3]{x^2 + 4} = v \quad (v > 1) \Rightarrow v^3 - 4 = x^2 \quad (3)$$

$$\text{Khi đó phương trình (1) } \Leftrightarrow (u^2)^3 = (v^2 + 4)^2 \text{ hay } u^3 - 4 = v^2 \quad (4)$$

Từ (2), (3), (4) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^3 - 4 = u^2 \\ v^3 - 4 = x^2 \\ u^3 - 4 = v^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^3 - v^3 = u^2 - x^2 \\ u^3 - x^3 = v^2 - u^2 \end{cases} \quad (5)$$

Vì $x, u, v > 1$ nên giả sử $x \geq v$ thì từ (5) $\Rightarrow u \geq x$

Có $u \geq x$ nên từ (6) $\Rightarrow v \geq u$

Do đó: $x \geq v \geq u \geq x \Rightarrow x = v = u$

Mặt khác, nếu $x < v$ thì tương tự ta có $x < v < u < x$ (vô lí)

Vì $x = u$ nên:

$$x^3 - 4 = x^2 \Leftrightarrow (x-2)(x^2 + x + 2) = 0 \Leftrightarrow x = 2 \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy phương trình (1) có nghiệm duy nhất $x = 2$.

----- **Hết** -----

ĐỀ 007

ĐỀ THI VÀO 10

Câu 1 (2 điểm):

a. Tính giá trị của các biểu thức $A = \sqrt{25} + \sqrt{9}$; $B = \sqrt{(\sqrt{5}-1)^2} - \sqrt{5}$.

b. Rút gọn biểu thức: $P = \frac{x+y+2\sqrt{xy}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$, với $x > 0, y > 0$ và $x \neq y$.

Tính giá trị của biểu thức P tại $x = 2012$ và $y = 2011$.

Câu 2 (2 điểm):

Vẽ trên cùng một hệ trục tọa độ, đồ thị hàm số $y = x^2$ và $y = 3x - 2$.

Tính toạ độ các giao điểm của hai đồ thị trên.

Câu 3 (2 điểm):

a. Tính độ dài các cạnh của hình chữ nhật, biết chiều dài hơn chiều rộng 1m và độ dài mỗi đường chéo của hình chữ nhật là 5m.

b. Tìm m để phương trình: $x - 2\sqrt{x} + m = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

Câu 4 (3 điểm):

Cho đường tròn ($O ; R$) và điểm A nằm ngoài đường tròn. Vẽ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm).

a. Chứng minh ABC là tứ giác nội tiếp. Nêu cách vẽ các tiếp tuyến AB, AC.

b. BD là đường kính của đường tròn ($O ; R$). Chứng minh CD // AO.

c. Cho $AO = 2R$, tính bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC.

Câu 5 (1 điểm):

Tìm số tự nhiên n biết: $n + S(n) = 2011$, trong đó $S(n)$ là tổng các chữ số của n.

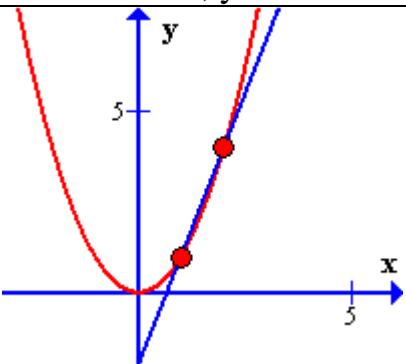
-----Hết-----

Chú ý: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ tên thí sinh:..... SBD.....

ĐÁP ÁN KÌ THI VÀO 10 NĂM HỌC 2011 - 2012 TỈNH LẠNG SƠN

Thi ngày 03/07/2011

Câu	Nội dung	điểm
Câu 1. (2 điểm)	<p>a. Tính được $A = 5 + 3 = 8$</p> <p>$B = \sqrt{5} - 1 - \sqrt{5} = \sqrt{5} - 1 - \sqrt{5} = -1$ (vì $\sqrt{5} > 1$)</p> <p>b. $P = \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} : \frac{1}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} = (\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y})$</p> <p>$P = x - y$.</p> <p>Khi $x = 2012$, $y = 2011$ thì $P = 2012 - 2011 = 1$ vậy $P = 1$.</p>	
Câu 2. (2 điểm)	 <p>b. Xét phương trình $x^2 = 3x - 2$ hay $x^2 - 3x + 2 = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ y = 4 \end{cases}$</p> <p>Vậy toạ độ giao điểm cần tìm là : $(1 ; 1)$ và $(2 ; 4)$.</p>	
Câu 3. (2 điểm)	<p>a. Gọi chiều dài của HCN là a (m), chiều rộng là b (m) $a > b > 0$</p> <p>Theo đề bài ta có $a - b = 1$ (1)</p> <p>Theo Pitago ta có : $a^2 + b^2 = 5^2$ (2)</p> <p>Từ (1) ta có $a = b + 1$ thế vào (2) : $(b + 1)^2 + b^2 = 5^2$</p>	

$$\Leftrightarrow 2b^2 + 2b - 24 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 3 \\ b = -4 \end{cases}$$

loại giá trị $b = -4$

Vậy $b = 3 \Rightarrow a = 4$

KL: chiều dài HCN là 4 m, chiều rộng là 3 m.

b. $x - 2\sqrt{x} + m = 0$ (1) Đặt $t = \sqrt{x} \geq 0$

PT (1) trở thành: $t^2 - 2t + m = 0$ (2)

Để PT (1) có 2 nghiệm phân biệt thì PT (2) phải có hai nghiệm phân biệt ≥ 0

Tức là: $\begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - m^2 > 0 \\ 2 > 0 \\ m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq m < 1$

Vậy với $0 \leq m < 1$ thì PT (1) có hai nghiệm phân biệt.

Câu 4. (3 điểm)

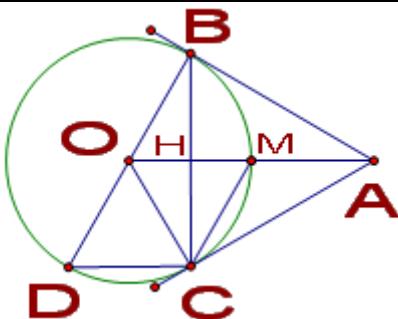
a. ta có $\angle ABO = \angle ACO = 90^\circ$

(tính chất tiếp tuyến)

Nên $\angle ABO + \angle ACO = 180^\circ$

Vậy $\triangle ABC$ là tứ giác nội tiếp.

Cách vẽ:



b. do OA là đường trung trực của BC (cách đều BC) nên $OA \perp BC$ (1)

và do BD là đường kính nên $CD \perp BC$ (2)

từ (1) và (2) ta có $CD \parallel OA$.

c. dễ dàng CM: $\triangle ABC$ là tam giác đều và đoạn OH = R/2

gọi M là giao điểm của OA và (O ; R) do OA = 2R nên M là trung điểm của OA, mà $AM/AH = 2/3$ nên M là trọng tâm của tam giác đều ABC và cũng là tâm đường tròn nội tiếp của $\triangle ABC$, vậy bán kính đường tròn nội tiếp $r = MH = R/2$.

Câu 5. (1 điểm)

nếu n có 1, 2, 3 chữ số thì $n + S(n) < 1000 + 9 + 9 + 9 < 2011$

nếu n có 5 chữ số trở lên thì $n + S(n) > 10000 > 2011$

Vậy n có 4 chữ số: n = abcd do n < 2011 nên a = 1 hoặc a = 2

TH1: a = 2 ta có nếu $b \neq 0$ hoặc $c \neq 0$ thì $n + S(n) > 2011$ VL

Nên b = 0 và c = 0 khi đó: $200d + 2 + d = 2011$ Vô lý vì VT chẵn còn VP lẻ.

TH2: $a = 1$, nếu $b < 9$ thì $n + S(n) < 1900 + 1 + 3 \cdot 9 < 2011$	
Nên $b = 9$, khi đó : $(1900 + 10c + d) + 1 + 9 + c + d = 2011$	
Hay $11c + 2d = 101$, do $d \leq 9$ nên $101 = 11c + 2d \geq 11c + 18$	
$\Rightarrow c \geq \frac{83}{11}$ nên $c = 8$ hoặc $c = 9$	
nếu $c = 8$ thì $11 \cdot 8 + 2d = 101 \Rightarrow d = 13/2$ vô lý.	
vậy $c = 9 \Rightarrow d = 1$	
thử lại : $1991 + 1 + 9 + 9 + 1 = 2011$ thoả mãn. Vậy $n = 1991$.	

Trong đề thi của Sở giáo dục là câu 4 (2 điểm), câu 5 (2 điểm)

LẠNG SƠN PHÁI

ĐƠN VỊ : THPT BÌNH GIA

ĐỀ 008 **ĐỀ THI VÀO 10**

Bài 1. (1,5 điểm)

1) Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{112} - \sqrt{45} - \sqrt{63} + 2\sqrt{20}$

2) Cho biểu thức $B = \left(1 + \frac{x + \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}}\right)\left(1 + \frac{x - \sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}}\right)$, với $0 \leq x \neq 1$

a) Rút gọn B

b) Tính giá trị biểu thức B khi $x = \frac{1}{1 + \sqrt{2}}$

Bài 2. (1,5 điểm)

Cho đường thẳng (d_m) : $y = -x + 1 - m^2$ và (D): $y = x$

1) Vẽ đường thẳng (d_m) khi $m = 2$ và (D) trên cùng hệ trục tọa độ, nhận xét về 2 đồ thị của chúng.

2) Tìm m để trục tọa độ Ox, (D) và (d_m) đồng quy.

Bài 3. (1,5 điểm)

Trong đợt quyên góp ủng hộ người nghèo, lớp 9A và 9B có 79 học sinh quyên góp được 975000 đồng. Mỗi học sinh lớp 9A đóng góp 10000 đồng, mỗi học sinh lớp 9B đóng góp 15000 đồng. Tính số học sinh mỗi lớp.

Bài 4. (1,5 điểm)

Cho phương trình: $x^2 - 2(m+2)x + m^2 + 5m + 4 = 0$ (*)

1/ Chứng minh rằng với $m < 0$ phương trình (*) luôn luôn có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

2/ Tìm m để phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa hệ thức $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 1$

Bài 5. (4 điểm)

Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB và điểm C trên đường tròn sao cho $CA = CB$. Gọi M là trung điểm của dây cung AC; Nối BM cắt cung AC tại E; AE và BC kéo dài cắt nhau tại D.

a) Chứng minh: $DE \cdot DA = DC \cdot DB$

b) Chứng minh: MOCD là hình bình hành

c) Kẻ EF vuông góc với AC. Tính tỉ số $\frac{MF}{EF}$?

d) Vẽ đường tròn tâm E bán kính EA cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là N; EF cắt AN tại I, cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là K; EB cắt AN tại H. Chứng minh: Tứ giác BHIK nội tiếp được đường tròn.

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN

BÀI	NỘI DUNG
1.1	$A = \sqrt{112} - \sqrt{45} - \sqrt{63} + 2\sqrt{20} = 4\sqrt{7} - 3\sqrt{5} - 3\sqrt{7} + 4\sqrt{5} = \sqrt{7} + \sqrt{5}$
1.2	<p>a) Với $0 \leq x \neq 1$ ta có:</p> $B = \left(1 + \frac{x + \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}}\right) \left(1 + \frac{x - \sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}}\right) = \left(1 + \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)}{1 + \sqrt{x}}\right) \left(1 - \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)}{\sqrt{x} - 1}\right) = (1 + \sqrt{x})(1 - \sqrt{x}) = 1 - x$

	b) Ta có: $x = \frac{1}{1+\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}-1}{2-1} = \sqrt{2}-1 \Rightarrow B = 1 - \sqrt{2} + 1 = 2 - \sqrt{2}$						
2.1	<p>(d_m): $y = -x + 1 - m^2$ và (D): $y = x$</p> <p>*Khi $m = 2$ thì (d_m) trở thành: $y = -x - 3$</p> <p>Xét (d_m): $y = -x - 3$ ta có bảng giá trị:</p> <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>-3</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>-3</td> <td>0</td> </tr> </table> <p>Xét (D): $y = x$ ta có: $x = 1 \Rightarrow y = 1$</p> <p>*Đồ thị của (d_m) và (D):</p> <p>*Nhận xét: Đường thẳng (D) và đường thẳng (d_m) vuông góc với nhau vì tích hệ số của chúng bằng -1</p>	x	0	-3	y	-3	0
x	0	-3					
y	-3	0					
2.2	<p>(d_m): $y = -x + 1 - m^2$ và (D): $y = x$</p> <p>Ta có (D) cắt Ox tại O. Để Ox, (D) và (d_m) đồng quy thì (d_m) phải đi qua O khi đó:</p> $1 - m^2 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 1$ <p>Vậy $m = \pm 1$ thì Ox, (D) và (d_m) đồng quy.</p>						
3	<p>Gọi x là số học sinh lớp 9A ($x \in \mathbb{N}^*$ và $x < 79$)</p> <p>\Rightarrow Số học sinh lớp 9B là: $79 - x$ (học sinh)</p> <p>Lớp 9A quyên góp được: $10000x$ (đồng)</p> <p>Lớp 9B quyên góp được: $15000(79 - x)$ (đồng)</p> <p>Do cả hai lớp quyên góp được 975000 đồng nên ta có phương trình:</p> $10000x + 15000(79 - x) = 975000$						

$$\Leftrightarrow 10x + 15(79 - x) = 975 \Leftrightarrow -5x = -210 \Leftrightarrow x = 42$$

Vậy lớp 9A có 42 học sinh; lớp 9B có: $79 - 42 = 37$ (học sinh)

4

1/ Phương trình: $x^2 - 2(m+2)x + m^2 + 5m + 4 = 0$ (*)

$$\text{Ta có: } \Delta' = [-(m+2)]^2 - (m^2 + 5m + 4) = m^2 + 4m + 4 - m^2 - 5m - 4 = -m$$

Với $m < 0 \Rightarrow \Delta' = -m > 0 \Rightarrow$ Phương trình (*) luôn luôn có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2

2/ Theo định lí Viết ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+2) \\ x_1 x_2 = m^2 + 5m + 4 \end{cases}$ (I)

$$\text{Theo đề ta có: } \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 1 \Leftrightarrow \frac{x_1 + x_2 - x_1 x_2}{x_1 x_2} = 0 \quad (1)$$

$$\text{Thay (I) vào (1) ta có: } \frac{2(m+2) - (m^2 + 5m + 4)}{m^2 + 5m + 4} = 0 \quad (\text{Đk: } m \neq -1 \text{ và } m \neq -4)$$

$$\Leftrightarrow 2(m+2) - (m^2 + 5m + 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2m + 4 - m^2 - 5m - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 3m = 0$$

$$\Leftrightarrow m(m+3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \text{ (loại vì trái đk: } m < 0) \\ m = -3 \text{ (thỏa điều kiện: } m < 0; m \neq -1 \text{ và } m \neq -4) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \text{ (loại vì trái đk: } m < 0) \\ m = -3 \text{ (thỏa điều kiện: } m < 0; m \neq -1 \text{ và } m \neq -4) \end{cases}$$

Vậy với $m = -3$ thì phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa hệ thức:

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 1$$

5.

a. **Chứng minh $DE \cdot DA = DC \cdot DB$**

Ta có: $\angle ACB = 90^\circ$ (góc nội tiếp nửa đường tròn (O))

$$\Rightarrow \angle ACD = 90^\circ \text{ (vì kề bù với } \angle ACB)$$

Ta lại có:

$\angle AEB = 90^\circ$ (góc nội tiếp nửa đường tròn (O))

$$\Rightarrow \angle DEB = 90^\circ \text{ (vì kề bù với } \angle AEB)$$

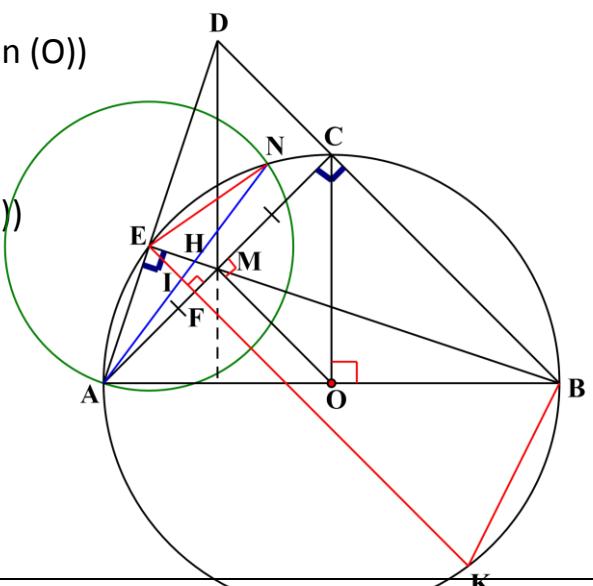
Xét $\triangle ADC$ và $\triangle BDE$ có:

$$\angle ACD = \angle DEB = 90^\circ \text{ (cm trên)}$$

D : góc chung

$\Rightarrow \triangle ADC \sim \triangle BDE$ (g-g)

$$\Rightarrow \frac{DA}{DB} = \frac{DC}{DE} \Rightarrow DE \cdot DA = DC \cdot DB$$



b. Chứng minh MOCD là hình bình hành

Ta có: $MC = MA$ (gt) $\Rightarrow OM \perp AC$ (liên hệ giữa đk và dây cung)

$CD \perp AC$ (vì $ACD = 90^\circ$)

$\Rightarrow OM // CD$ (cùng vuông góc với AC) (1)

Mặt khác: $\triangle DAB$ có: BE và AC là hai đường cao cắt nhau tại M $\Rightarrow M$ là trực tâm

$\Rightarrow DM$ là đường cao thứ ba $\Rightarrow DM \perp AB$ $\Rightarrow DM // CO$ (2)

Mà: $CA = CB \Rightarrow CA = CB \Rightarrow CO \perp AB$

Từ (1) và (2) suy ra: MOCD là hình bình hành.

c. Kẻ EF $\perp AC$. Tính tỉ số $\frac{MF}{EF}$?

Xét $\triangle MFE$ và $\triangle MCB$ có:

$$MFE = MCB = 90^\circ$$

$$FME = BMC \text{ (đối đỉnh)}$$

$$\Rightarrow \triangle MFE \sim \triangle MCB (g-g) \Rightarrow \frac{MF}{EF} = \frac{MC}{CB}$$

Ta lại có: $AC = 2MC$ (gt). Mà: $CB = CA \Rightarrow CB = 2MC$

$$\Rightarrow \frac{MF}{EF} = \frac{MC}{CB} = \frac{MC}{2MC} = \frac{1}{2}$$

d. Chứng minh tứ giác BHIK nội tiếp được đường tròn.

Ta có: $K = \frac{1}{2}s\widehat{BE}$ (góc nội tiếp đường tròn tâm (O)) (3)

Ta lại có: $NHB = \frac{1}{2}(s\widehat{BN} + s\widehat{EA})$ (góc có đỉnh nằm trong đường tròn (O))

Mà: $EA = EN$ (bán kính đường tròn (E)) $\Rightarrow EA = EN$

$$\Rightarrow NHB = \frac{1}{2}(s\widehat{BN} + s\widehat{EA}) = \frac{1}{2}(s\widehat{BN} + s\widehat{EN}) = \frac{1}{2}s\widehat{BE} \quad (4)$$

Từ (3) và (4) suy ra: $K = NHB$

Mà NHB là góc ngoài tại H của tứ giác BIHK

Vậy tứ giác BIHK nội tiếp được đường tròn.

Bài 1. (1,5 điểm)

1) Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{112} - \sqrt{45} - \sqrt{63} + 2\sqrt{20}$

2) Cho biểu thức $B = \left(1 + \frac{x + \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}}\right)\left(1 + \frac{x - \sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}}\right)$, với $0 \leq x \neq 1$

a) Rút gọn B

b) Tính giá trị biểu thức B khi $x = \frac{1}{1 + \sqrt{2}}$

Bài 2. (1,5 điểm)

Cho đường thẳng (d_m) : $y = -x + 1 - m^2$ và (D) : $y = x$

1) Vẽ đường thẳng (d_m) khi $m = 2$ và (D) trên cùng hệ trục tọa độ, nhận xét về 2 đồ thị của chúng.

2) Tìm m để trục tọa độ Ox, (D) và (d_m) đồng quy.

Bài 3. (1,5 điểm)

Trong đợt quyên góp ủng hộ người nghèo, lớp 9A và 9B có 79 học sinh quyên góp được 975000 đồng. Mỗi học sinh lớp 9A đóng góp 10000 đồng, mỗi học sinh lớp 9B đóng góp 15000 đồng. Tính số học sinh mỗi lớp.

Bài 4. (1,5 điểm)

Cho phương trình: $x^2 - 2(m+2)x + m^2 + 5m + 4 = 0$ (*)

1/ Chứng minh rằng với $m < 0$ phương trình (*) luôn luôn có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

2/ Tìm m để phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa hệ thức $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 1$

Bài 5. (4 điểm)

Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB và điểm C trên đường tròn sao cho $CA = CB$. Gọi M là trung điểm của dây cung AC; Nối BM cắt cung AC tại E; AE và BC kéo dài cắt nhau tại D.

a) Chứng minh: $DE \cdot DA = DC \cdot DB$

b) Chứng minh: MOCD là hình bình hành

c) Kẻ EF vuông góc với AC. Tính tỉ số $\frac{MF}{EF}$?

d) Vẽ đường tròn tâm E bán kính EA cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là N; EF cắt AN tại I, cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là K; EB cắt AN tại H. Chứng minh: Tứ giác BHIK nội tiếp được đường tròn.

ĐÁP ÁN

BÀI	NỘI DUNG						
1.1	$A = \sqrt{112} - \sqrt{45} - \sqrt{63} + 2\sqrt{20} = 4\sqrt{7} - 3\sqrt{5} - 3\sqrt{7} + 4\sqrt{5} = \sqrt{7} + \sqrt{5}$						
1.2	<p>a) Với $0 \leq x \neq 1$ ta có:</p> $B = \left(1 + \frac{x + \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}}\right) \left(1 + \frac{x - \sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}}\right) = \left(1 + \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)}{1 + \sqrt{x}}\right) \left(1 - \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)}{\sqrt{x} - 1}\right) = (1 + \sqrt{x})(1 - \sqrt{x}) = 1 - x$ <p>b) Ta có: $x = \frac{1}{1 + \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} - 1}{2 - 1} = \sqrt{2} - 1 \Rightarrow B = 1 - \sqrt{2} + 1 = 2 - \sqrt{2}$</p>						
2.1	<p>(d_m): $y = -x + 1 - m^2$ và (D): $y = x$</p> <p>*Khi $m = 2$ thì (d_m) trở thành: $y = -x - 3$</p> <p>Xét (d_m): $y = -x - 3$ ta có bảng giá trị:</p> <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>-3</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>-3</td> <td>0</td> </tr> </table> <p>Xét (D): $y = x$ ta có: $x = 1 \Rightarrow y = 1$</p> <p>*Đồ thị của (d_m) và (D):</p> <p>*Nhận xét: Đường thẳng (D) và đường thẳng (d_m) vuông góc với nhau vì tích hệ số của chúng bằng -1</p>	x	0	-3	y	-3	0
x	0	-3					
y	-3	0					
2.2	<p>(d_m): $y = -x + 1 - m^2$ và (D): $y = x$</p> <p>Ta có (D) cắt Ox tại O. Để Ox, (D) và (d_m) đồng quy thì (d_m) phải đi qua O khi đó:</p>						

$$1 - m^2 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 1$$

Vậy $m = \pm 1$ thì Ox, (D) và (d_m) đồng quy.

	<p>Gọi x là số học sinh lớp 9A ($x \in \mathbb{N}^*$ và $x < 79$) \Rightarrow Số học sinh lớp 9B là: $79 - x$ (học sinh) Lớp 9A quyên góp được: $10000x$ (đồng) Lớp 9B quyên góp được: $15000(79 - x)$ (đồng) Do cả hai lớp quyên góp được 975000 đồng nên ta có phương trình: $10000x + 15000(79 - x) = 975000$ $\Leftrightarrow 10x + 15(79 - x) = 975 \Leftrightarrow -5x = -210 \Leftrightarrow x = 42$ Vậy lớp 9A có 42 học sinh; lớp 9B có: $79 - 42 = 37$ (học sinh)</p>
--	---

3	<p>1/ Phương trình: $x^2 - 2(m+2)x + m^2 + 5m + 4 = 0$ (*) Ta có: $\Delta' = [-(m+2)]^2 - (m^2 + 5m + 4) = m^2 + 4m + 4 - m^2 - 5m - 4 = -m$ Với $m < 0 \Rightarrow \Delta' = -m > 0 \Rightarrow$ Phương trình (*) luôn luôn có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2</p> <p>2/ Theo định lí Viết ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+2) \\ x_1 x_2 = m^2 + 5m + 4 \end{cases}$ (I)</p> <p>Theo đề ta có: $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 1 \Leftrightarrow \frac{x_1 + x_2 - x_1 x_2}{x_1 x_2} = 0$ (1)</p> <p>Thay (I) vào (1) ta có: $\frac{2(m+2) - (m^2 + 5m + 4)}{m^2 + 5m + 4} = 0$ (Đk: $m \neq -1$ và $m \neq -4$) $\Leftrightarrow 2(m+2) - (m^2 + 5m + 4) = 0$ $\Leftrightarrow 2m + 4 - m^2 - 5m - 4 = 0$ $\Leftrightarrow m^2 + 3m = 0$ $\Leftrightarrow m(m+3) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \text{ (loại vì trái đk: } m < 0\} \\ m = -3 \text{ (thỏa điều kiện: } m < 0; m \neq -1 \text{ và } m \neq -4\} \end{cases}$</p> <p>Vậy với $m = -3$ thì phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa hệ thức:</p> $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 1$
---	---

5.	
----	--

a. Chứng minh $DE \cdot DA = DC \cdot DB$

Ta có: $ACB = 90^\circ$ (góc nội tiếp nửa đường tròn (O))

$$\Rightarrow ACD = 90^\circ \text{ (vì kề bù với } ACB)$$

Ta lại có:

$AEB = 90^\circ$ (góc nội tiếp nửa đường tròn (O))

$$\Rightarrow DEB = 90^\circ \text{ (vì kề bù với } AEB)$$

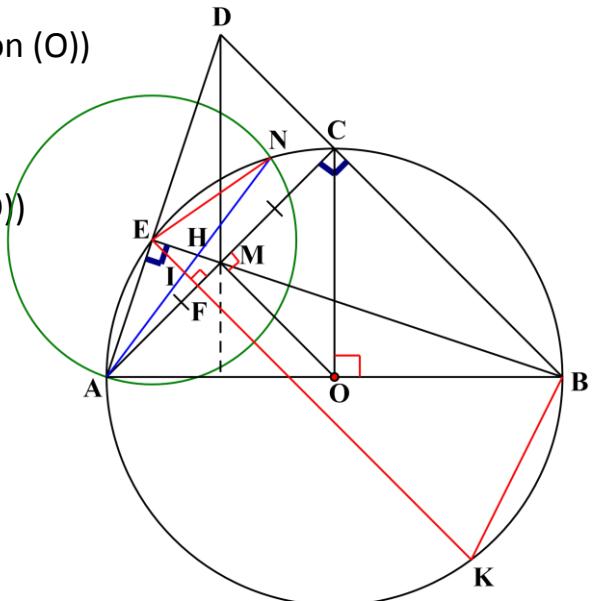
Xét $\triangle ADC$ và $\triangle BDE$ có:

$$ACD = DEB = 90^\circ \text{ (cm trên)}$$

D : góc chung

$$\Rightarrow \triangle ADC \sim \triangle BDE \text{ (g-g)}$$

$$\Rightarrow \frac{DA}{DB} = \frac{DC}{DE} \Rightarrow DE \cdot DA = DC \cdot DB$$



b. Chứng minh $MOCD$ là hình bình hành

Ta có: $MC = MA$ (gt) $\Rightarrow OM \perp AC$ (liên hệ giữa đk và dây cung)

$$CD \perp AC \text{ (vì } ACD = 90^\circ)$$

$$\Rightarrow OM \parallel CD \text{ (cùng vuông góc với } AC) \quad (1)$$

Mặt khác: $\triangle DAB$ có: BE và AC là hai đường cao cắt nhau tại M $\Rightarrow M$ là trực tâm

$$\Rightarrow DM \text{ là đường cao thứ ba} \Rightarrow DM \perp AB \quad \boxed{\Rightarrow DM \parallel CO} \quad (2)$$

Mà: $CA = CB \Rightarrow CA = CB \Rightarrow CO \perp AB$

Từ (1) và (2) suy ra: $MOCD$ là hình bình hành.

c. Kẻ $EF \perp AC$. Tính tỉ số $\frac{MF}{EF}$?

Xét $\triangle MFE$ và $\triangle MCB$ có:

$$MFE = MCB = 90^\circ$$

$$FME = BMC \text{ (đối đỉnh)}$$

$$\Rightarrow \triangle MFE \sim \triangle MCB \text{ (g-g)} \Rightarrow \frac{MF}{EF} = \frac{MC}{CB}$$

Ta lại có: $AC = 2MC$ (gt). Mà: $CB = CA \Rightarrow CB = 2MC$

$$\Rightarrow \frac{MF}{EF} = \frac{MC}{CB} = \frac{MC}{2MC} = \frac{1}{2}$$

d. Chứng minh tứ giác BHIK nội tiếp được đường tròn.

Ta có: $K = \frac{1}{2} sđBE$ (góc nội tiếp đường tròn tâm (O)) (3)

Ta lại có: $NHB = \frac{1}{2}(sđBN + sđEA)$ (góc có đỉnh nằm trong đường tròn (O))

Mà : $EA = EN$ (bán kính đường tròn (E)) $\Rightarrow EA = EN$

$$\Rightarrow NHB = \frac{1}{2}(sđBN + sđEA) = \frac{1}{2}(sđBN + sđEN) = \frac{1}{2}sđBE \quad (4)$$

Từ (3) và (4) suy ra: $K = NHB$

Mà NHB là góc ngoài tại H của tứ giác BIHK

Vậy tứ giác BIHK nội tiếp được đường tròn.

ĐỀ 010

SỞ GD – ĐT VĨNH PHÚC

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 THPT

MÔN : TOÁN

Năm học : 2005 – 2006

Thời gian làm bài 120 phút

ĐỀ BÀI

Câu 1 : Chọn câu trả lời đúng:

a) Phương trình bậc hai $x^2 - 5x + 4 = 0$ có hai nghiệm là:

- | | |
|---------------------|--------------------|
| A. $x = -1; x = -4$ | B. $x = 1; x = 4$ |
| C. $x = 1; x = -4$ | D. $x = -1; x = 4$ |

b) Biểu thức $\frac{1}{\sqrt{x}-1}$ xác định với mọi x thoả mãn:

- | | | | |
|---------------|---------------|-------------------------|------------|
| A. $x \neq 1$ | B. $x \geq 1$ | C. $x \geq 0; x \neq 1$ | D. $x < 1$ |
|---------------|---------------|-------------------------|------------|

c) Tứ giác MNPQ nội tiếp đường tròn, biết $\angle P = 3.\angle M$. Số đo các góc M và P là:

- | | |
|--|--|
| A. $\angle M = 45^\circ; \angle P = 135^\circ$ | B. $\angle M = 60^\circ; \angle P = 120^\circ$ |
| C. $\angle M = 30^\circ; \angle P = 90^\circ$ | D. $\angle M = 45^\circ; \angle P = 90^\circ$ |

d) Cho hình chữ nhật ABCD ($AB = 2a; BC = a$)> Quay hình chữ nhật xung quanh BC thì được hình trụ có thể tích V_1 . Quay quanh AB thì được hình trụ có thể tích V_2 . Khi đó ta có:

- | | | | |
|----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| A. $V_1 = V_2$ | B. $V_2 = 2V_1$ | C. $V_1 = 2V_2$ | D. $V_1 = 4V_2$ |
|----------------|-----------------|-----------------|-----------------|

Câu 2: Cho biểu thức:

$$A = \left(\frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} + \frac{1}{1-\sqrt{x}} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{2}$$

a) Tìm điều kiện xác định của x để A xác định

b) Rút gọn A

c) Tìm giá trị lớn nhất của A

Câu 3: Cho phương trình $x^2 - 2mx + 2m - 1 = 0$

a) Tìm m để phương trình luôn có một nghiệm $x = -2$. Tìm nghiệm còn lại

b) Tìm m để phương trình luôn có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn :

$$2(x_1^2 + x_2^2) - 5x_1x_2 = 27$$

Câu 4: Cho tam giác ABC ($AC > AB$) nội tiếp đường tròn tâm O. Phân giác trong của góc BAC cắt BC tại D, cắt đường tròn tâm O tại M. Phân giác ngoài của góc BAC cắt đường thẳng BC tại E và cắt đường tròn tâm O tại N. Gọi K là trung điểm của đoạn DE và L là giao điểm thứ hai của ME với đường tròn tâm O.

a) Chứng minh rằng MN vuông góc với BC tại trung điểm của BC

b) Chứng minh rằng ba điểm N, D, L thẳng hàng

c) Chứng minh rằng AK tiếp xúc với đường tròn tâm O

Câu 5: Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} (x+y)^2 - (x+y)\sqrt{3} - xy = -1 \\ x^2 + y^2 + x + 2y = \sqrt{3} + \frac{2}{3} \end{cases}$$

-----Hết-----

ĐỀ 011

ĐỀ THI VÀO 10

Câu 1 (2,0 điểm)

Thực hiện các phép tính sau:

$$1) \sqrt{18} \cdot \sqrt{2} + \sqrt{49}$$

$$2) \frac{1}{\sqrt{5}+1} + \frac{1}{\sqrt{5}-1}$$

Câu 2 (2,5 điểm)

1) Cho hàm số bậc nhất $y = (m-2)x + m + 3$ (d)

a) Tìm m để hàm số đồng biến.

b) Tìm m để đồ thị hàm số (d) song song với đồ thị hàm số $y = 2x + 7$.

2) Cho phương trình $x^2 - (2m-1)x + m-2 = 0$, (x là ẩn, m là tham số).

a) Giải phương trình đã cho với $m=1$.

b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình đã cho có hai nghiệm

x_1, x_2 thỏa mãn: $x_1^2 + x_2^2 = 15$.

Câu 3 (2,0 điểm)

Nếu hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước thì sau 12 giờ đầy bể. Sau khi hai vòi cùng chảy 8 giờ thì người ta khóa vòi thứ nhất, còn vòi thứ hai tiếp tục chảy. Do tăng công suất vòi thứ hai

lên gấp đôi nên vòi thứ hai đã chảy đầy phần còn lại của bể trong 3 giờ rưỡi. Hỏi nếu mỗi vòi chảy một mình với công suất bình thường thì sau bao lâu đầy bể.

Câu 4 (3,0 điểm)

Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB. Một điểm C cố định thuộc đoạn thẳng AO (C khác A và C khác O). Đường thẳng đi qua điểm C và vuông góc với AO cắt nửa đường tròn đã cho tại D. Trên cung BD lấy điểm M (M khác B và M khác D). Tiếp tuyến của nửa đường tròn đã cho tại M cắt đường thẳng CD tại E. Gọi F là giao điểm của AM và CD.

1) Chứng minh rằng tứ giác BCFM là tứ giác nội tiếp đường tròn.

2) Chứng minh: $EM = EF$

3) Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác FDM. Chứng minh ba điểm D, I, B thẳng hàng; từ đó suy ra góc ABI có số đo không đổi khi M thay đổi trên cung BD.

Câu 5 (0,5 điểm)

Cho các số thực dương x, y thoả mãn $x + y = 2$. Chứng minh rằng: $\frac{x}{1+y^2} + \frac{y}{1+x^2} \geq 1$.

-----Hết-----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....

Số báo danh:.....

Chữ ký của giám thị 1:.....

Chữ ký của giám thị 1:.....

PHÒNG GDĐT TP. NINH BÌNH
TRƯỜNG THCS LÝ TỰ TRỌNG

HƯỚNG DẪN CHẤM
ĐỀ THI THỬ TUYỂN SINH LỚP 10 THPT LẦN 1
NĂM HỌC 2015 – 2016 MÔN TOÁN
(Hướng dẫn chấm gồm 03 trang)

Câu	Đáp án	Điểm
Câu 1 (2,0 đ)	1) (1,0 điểm) $\sqrt{18} \cdot \sqrt{2} + \sqrt{49} = \sqrt{36} + \sqrt{49}$ $= 6 + 7 = 13$	0, 5
		0, 5
	2) (1,0 điểm)	

	$\frac{1}{\sqrt{5}+1} + \frac{1}{\sqrt{5}-1} = \frac{\sqrt{5}-1}{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)} + \frac{\sqrt{5}+1}{(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)}$ $= \frac{\sqrt{5}-1+\sqrt{5}+1}{4} = \frac{\sqrt{5}}{2}$	0,5 0,5
Câu 2 <i>(2,5đ)</i>	1) (1,0 điểm)	
	a) Hàm số bậc nhất $y=(m-2)x+m+3$ (d) Hàm số đồng biến $\Leftrightarrow m - 2 > 0 \Leftrightarrow m > 2$	0,5
	b) Đồ thị hàm số $y=(m-2)x+m+3$ song song với đồ thị hàm số $y = 2x + 7 \Leftrightarrow \begin{cases} m-2=2 \\ m+3 \neq 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=4 \\ m \neq 4 \end{cases}$ (vô lí) Vậy không có m thỏa mãn đề bài	0,25 0,25
	2) (1,5 điểm)	
	Phương trình $x^2-(2m-1)x+m-2=0$	
	a) Khi $m=1$ phương trình có dạng $x^2-x-1=0$ $\Delta = (-1)^2 - 4.1.(-1) = 5 > 0$	0,25
	Phương trình có hai nghiệm phân biệt: $x_1 = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$ và $x_2 = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$	0,25
	b) $\Delta = [-(2m-1)]^2 - 4.1(m-2) = 4m^2 - 8m + 9$ $= 4(m-1)^2 + 5 > 0$ (với $\forall m$)	0,25
	Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi giá trị của tham số m . Khi đó, theo định lý Viết: $x_1+x_2=2m-1$, $x_1x_2=m-2$	0,25
	Ta có: $x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=(2m-1)^2-2(m-2)$ $x_1^2 + x_2^2 = 15 \Leftrightarrow 4m^2 - 6m + 5 = 15$ $\Leftrightarrow 4m^2 - 6m - 10 = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} \end{cases}$	
	KL: Vậy với $m \in \left\{-1; \frac{5}{2}\right\}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán	0,25
Câu 3 <i>(2,0đ)</i>	2,0 điểm	
	* 3 giờ rưỡi = 3,5 giờ	
	Gọi thời gian vòi thứ nhất chảy một mình đầy bể là x (giờ) ($x > 12$) Gọi thời gian vòi thứ hai chảy một mình đầy bể là y (giờ) ($y > 12$)	0,25 0,25

Trong 1 giờ vòi thứ nhất chảy được: $\frac{1}{x}$ (bể)

Trong 1 giờ vòi thứ hai chảy được: $\frac{1}{y}$ (bể)

Trong 1 giờ cả 2 vòi chảy được: $\frac{1}{12}$ (bể)

Theo bài ra ta có phương trình: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12}$

Trong 8 giờ cả hai vòi cùng chảy được: $\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$ bể

Vậy sau khi hai vòi cùng chảy trong 8 giờ thì phần bể chưa có nước là:

$$1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \text{ (bể)}$$

Công suất vòi thứ hai chảy một mình sau khi chảy chung với vòi thứ nhất là:

$$2 \cdot \frac{1}{y} = \frac{2}{y}$$

\Rightarrow Trong 3,5 giờ vòi thứ hai chảy được: $3,5 \cdot \frac{2}{y} = \frac{7}{y}$ (bể)

Ta có phương trình: $\frac{7}{y} = \frac{1}{3}$ (2)

Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{7}{y} = \frac{1}{3} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \end{cases}$$

(thỏa mãn)

Trả lời: Vòi thứ nhất chảy đầy bể trong 28 giờ
Vòi thứ hai chảy đầy bể trong 21 giờ

Câu 4
(3 đ)

0,25

0,25

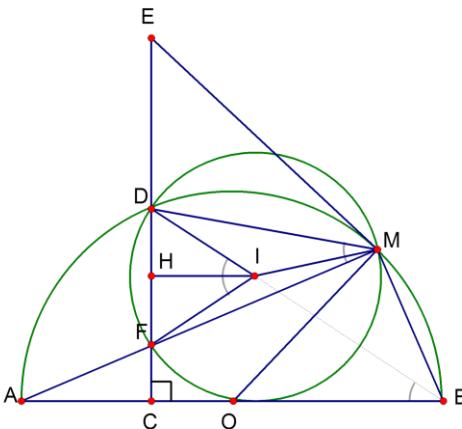
0,25

0,5

0,25

0,25

Vẽ hình đúng ý 1)



1) (0,75 điểm)

Ta có: $M \in (O)$ đường kính AB (gt) suy ra: $\angle AMB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) hay $\angle FMB = 90^\circ$.

0,25

Mặt khác $\angle FCB = 90^\circ$ (gt).

0,25

Do đó $\angle AMB + \angle FCB = 180^\circ$. Suy ra $BCFM$ là tứ giác nội tiếp đường tròn.

0,25

2) (1,0 điểm)

Ta có: $BCFM$ là tứ giác nội tiếp(cmt)

$$\Rightarrow \angle CBM = \angle EFM \quad (1) \quad (\text{cùng bù với } \angle CFM)$$

0,25

Mặt khác: $\angle CBM = \angle EMF \quad (2) \quad (\text{góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn } \angle AM)$

0,25

Từ (1),(2) $\Rightarrow \angle EFM = \angle EMF \Rightarrow \triangle EFM$ cân tại E

0,25

$$\Rightarrow EM = EF \quad (\text{đpcm})$$

0,25

3) (1,0 điểm)

Gọi H là trung điểm của DF . Dễ thấy $IH \perp DF$ và $\angle HID = \frac{\angle DIF}{2} \quad (3)$.

0,25

Trong đường tròn (I) ta có: $\angle DMF = \frac{\angle DIF}{2}$

(góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn DF) hay $\angle DMA = \frac{\angle DIF}{2} \quad (4)$

Trong đường tròn (O) ta có: $\angle DMA = \angle DBA \quad (5)$ (góc nội tiếp cùng chắn DA)

Từ (3);(4);(5) $\Rightarrow \angle DIH = \angle DBA$

0,25

	Dễ thấy: $CDB = 90^\circ - DBA$; $HDI = 90^\circ - DIH$ Mà $DIK = DBA$ (cmt) Suy ra $CDB=HDI$ hay $CDB=CDI \Rightarrow D; I; B$ thẳng hàng.	0,25
	Ta có: $D; I; B$ thẳng hàng (cmt) $\Rightarrow ABI=ABD = \text{sd } \frac{AD}{2}$. Vì C cố định nên D cố định $\Rightarrow \text{sd } \frac{AD}{2}$ không đổi. Do đó góc ABI có số đo không đổi khi M thay đổi trên cung BD.	0,25
Câu 5 (0,5 đ)	0,5 điểm	
	Ta có: $\frac{x}{1+y^2} = \frac{x(1+y^2)-xy^2}{1+y^2} = x - \frac{xy^2}{1+y^2} \geq x - \frac{xy^2}{2y} = x - \frac{xy}{2}$	
	Tương tự: $\frac{y}{1+x^2} \geq y - \frac{yx}{2}$	
	Cộng vế tương ứng các bất đẳng thức trên ta được:	
	$\frac{x}{1+y^2} + \frac{y}{1+x^2} \geq x+y-xy$	0,25
	Mặt khác: $xy \leq \frac{1}{4}(x+y)^2 = 1$ nên ta có: $\frac{x}{1+y^2} + \frac{y}{1+x^2} \geq x+y-xy \geq 2-1=1$ Đ dấu bằng xảy ra khi $x=y=1$ (đpcm)	0,25

ĐỀ 012 **ĐỀ THI VÀO 10**

Câu 1 (2đ)

- a) Giải phương trình $2x - 5 = 1$
- b) Giải bất phương trình $3x - 1 > 5$

Câu 2 (2đ)

a) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x + y = 3 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$

b) Chứng minh rằng $\frac{1}{3+\sqrt{2}} + \frac{1}{3-\sqrt{2}} = \frac{6}{7}$

Câu 3 (2đ)

Cho phương trình $x^2 - 2(m-3)x - 1 = 0$

- a) Giải phương trình khi $m = 1$
- b) Tìm m để phương trình có nghiệm $x_1; x_2$ mà biểu thức $A = x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất? Tìm giá trị nhỏ nhất đó.

Câu 4 (3đ)

Cho tam giác ABC vuông tại A. Lấy B làm tâm vẽ đường tròn tâm B bán kính AB. Lấy C làm tâm vẽ đường tròn tâm C bán kính AC, hai đường tròn này cắt nhau tại điểm thứ 2 là D. Vẽ AM, AN lần lượt là các dây cung của đường tròn (B) và (C) sao cho AM vuông góc với AN và D nằm giữa M; N.

- a) CMR: $\Delta ABC = \Delta DBC$
- b) CMR: $ABDC$ là tứ giác nội tiếp.
- c) CMR: ba điểm M, D, N thẳng hàng
- d) Xác định vị trí của các dây AM; AN của đường tròn (B) và (C) sao cho đoạn MN có độ dài lớn nhất.

Câu 5 (1đ) Giải Hệ PT $\begin{cases} x^2 - 5y^2 - 8y = 3 \\ (2x + 4y - 1)\sqrt{2x - y - 1} = (4x - 2y - 3)\sqrt{x + 2y} \end{cases}$

-----Hết-----

GỢI Ý GIẢI

Câu 1 (2đ) a) Giải phương trình $2x - 5 = 1$

b) Giải bất phương trình $3x - 1 > 5$

Đáp án a) $x = 3$; b) $x > 2$

Câu 2 (2đ) a) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x + y = 3 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$

b) Chứng minh rằng $\frac{1}{3+\sqrt{2}} + \frac{1}{3-\sqrt{2}} = \frac{6}{7}$

Đáp án a) $x = 2$; $y = -3$

b) $VT = \frac{3-\sqrt{2} + 3+\sqrt{2}}{9-2} = \frac{6}{7} = VP$ (đpcm)

Câu 3 (2đ) Cho phương trình $x^2 - 2(m-3)x - 1 = 0$

c) Giải phương trình khi $m = 1$

d) Tìm m để phương trình có nghiệm x_1 ; x_2 mà biểu thức

$A = x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất? Tìm giá trị nhỏ nhất đó.

Đáp án a) $x_1 = -2 - \sqrt{5}$; $x_2 = -2 + \sqrt{5}$

e) Thay hệ số của pt: $a = 1$; $c = A - 1 \Rightarrow$ pt luôn có 2 nghiệm

Theo vi-ết ta có $x_1 + x_2 = 2(m-3)$; $x_1x_2 = -1$

$$\text{Mà } A = x_1^2 - x_1 x_2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2 = 4(m-3)^2 + 3 \geq 3$$

\Rightarrow GTNN của A = 3 $\Leftrightarrow m = 3$

Câu 4 (3đ)

Hướng dẫn

a) Có AB = DB; AC = DC; BC chung $\Rightarrow \Delta ABC = \Delta DBC$ (c-c-c)

b) $\Delta ABC = \Delta DBC \Rightarrow \text{góc } BAC = BDC = 90^\circ \Rightarrow ABDC$ là tứ giác nội tiếp

c) Có $\text{góc } A_1 = \text{góc } M_1$ (ΔABM cân tại B)

$\text{góc } A_4 = \text{góc } N_2$ (ΔACN cân tại C)

$\text{góc } A_1 = \text{góc } A_4$ (cùng phụ $A_{2,3}$)

$\Rightarrow \text{góc } A_1 = \text{góc } M_1 = \text{góc } A_4 = \text{góc } N_2$

$\text{góc } A_2 = \text{góc } N_1$ (cùng chắn cung AD của (C))

Lại có $A_1 + A_2 + A_3 = 90^\circ \Rightarrow M_1 + N_1 + A_3 = 90^\circ$

Mà ΔAMN vuông tại A $\Rightarrow M_1 + N_1 + M_2 = 90^\circ$

$$\Rightarrow A_3 = M_2 \Rightarrow A_3 = D_1$$

ΔCDN cân tại C $\Rightarrow N_{1,2} = D_4$

$$\begin{aligned} \Rightarrow D_{2,3} + D_1 + D_4 &= D_{2,3} + D_1 + N_{1,2} = D_{2,3} + M_2 + N_1 + N_2 \\ &= 90^\circ + M_2 + N_1 + M_1 \quad (M_1 = N_2) \\ &= 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \end{aligned}$$

$\Rightarrow M; D; N$ thẳng hàng.

d) ΔAMN đồng dạng ΔABC (g-g)

Ta có $NM^2 = AN^2 + AM^2$ để NM lớn nhất thì AN; AM lớn nhất

Mà AM; AN lớn nhất khi AM; AN lần lượt là đường kính của (B) và (C)

Vậy khi AM; AN lần lượt là đường kính của (B) và (C) thì NM lớn nhất.

Câu 5 (1đ): Giải Hệ PT $\begin{cases} x^2 - 5y^2 - 8y = 3 \\ (2x+4y-1)\sqrt{2x-y-1} = (4x-2y-3)\sqrt{x+2y} \end{cases}$

Hướng dẫn

$$\begin{cases} x^2 - 5y^2 - 8y = 3 \\ (2x+4y-1)\sqrt{2x-y-1} = (4x-2y-3)\sqrt{x+2y} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 5y^2 - 8y = 3 \quad (1) \\ (2x+4y-1)\sqrt{2x-y-1} = (4x-2y-3)\sqrt{x+2y} \quad (2) \end{cases}$$

Từ (2) đặt $x+2y = a$; $2x-y-1 = b$ ($a, b \geq 0$)

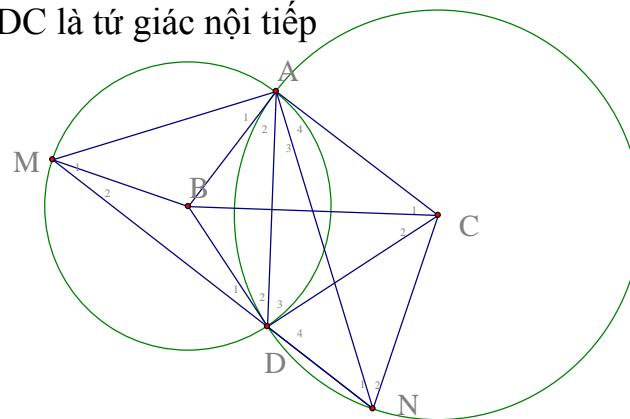
Ta dc $(2a-1)\sqrt{b} = (2b-1)\sqrt{a} \Leftrightarrow (\sqrt{a}-\sqrt{b})(2\sqrt{ab}+1)=0 \Leftrightarrow a=b$

$\Leftrightarrow x=3y+1$ thay vào (1) ta dc

$$2y^2 - y - 1 = 0 \Rightarrow y_1 = 1; y_2 = -1/2$$

$$\Rightarrow x_1 = 4; x_2 = -1/2$$

Thấy $x_2 + 2y_2 = -1 < 0$ (loại)



Vậy hệ có nghiệm $(x; y) = (4; 1)$

ĐỀ 013
ĐỀ THI VÀO 10

Câu 1: (1,5 điểm)

a) Rút gọn biểu thức: $A = \frac{a - \sqrt{a} - 6}{4 - a} - \frac{1}{\sqrt{a} - 2}$ (với $a \geq 0$ và $a \neq 4$).

b) Cho $x = \frac{\sqrt{28 - 16\sqrt{3}}}{\sqrt{3} - 1}$. Tính giá trị của biểu thức: $P = (x^2 + 2x - 1)^{2012}$.

Câu 2: (2,0 điểm)

a) Giải phương trình: $\sqrt{3(1-x)} - \sqrt{3+x} = 2$.

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 + xy - 4x = -6 \\ y^2 + xy = -1 \end{cases}$

Câu 3: (1,5 điểm)

Cho parabol (P): $y = -x^2$ và đường thẳng (d): $y = (3 - m)x + 2 - 2m$ (m là tham số).

a) Chứng minh rằng với $m \neq -1$ thì (d) luôn cắt (P) tại 2 điểm phân biệt A, B.

b) Gọi y_A, y_B lần lượt là tung độ các điểm A, B. Tìm m để $|y_A - y_B| = 2$.

Câu 4: (4,0 điểm)

Cho hình chữ nhật ABCD có $AB = 4$ cm, $AD = 2$ cm. Đường thẳng vuông góc với AC tại C cắt các đường thẳng AB và AD lần lượt tại E và F.

a) Chứng minh tứ giác EBDF nội tiếp trong đường tròn.

b) Gọi I là giao điểm của các đường thẳng BD và EF. Tính độ dài đoạn thẳng ID.

c) M là điểm thay đổi trên cạnh AB (M khác A, M khác B), đường thẳng CM cắt đường thẳng AD tại N. Gọi S_1 là diện tích tam giác CME, S_2 là diện tích tam giác AMN. Xác định vị trí điểm M để

$$S_1 = \frac{3}{2}S_2.$$

Câu 5: (1,0 điểm)

Cho a, b là hai số thực không âm thỏa: $a + b \leq 2$.

Chứng minh: $\frac{2+a}{1+a} + \frac{1-2b}{1+2b} \geq \frac{8}{7}$.

----- Hết -----

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẢNG NAM

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN

Năm học: 2012 – 2013

Khóa thi: Ngày 4 tháng 7 năm 2012

Môn: TOÁN (Chuyên Toán)

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

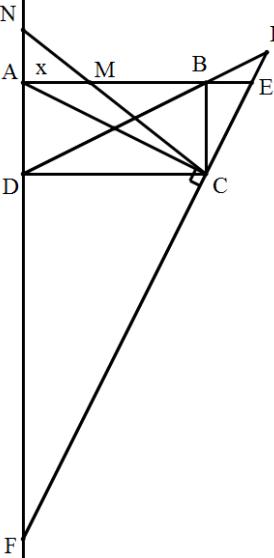
HƯỚNG DẪN CHẤM THI

(Bản hướng dẫn này gồm 03 trang)

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1 (1,5 điểm)	<p>a) (0,75) $A = \frac{a - \sqrt{a} - 6}{4-a} - \frac{1}{\sqrt{a}-2}$ ($a \geq 0$ và $a \neq 4$)</p> $A = \frac{(\sqrt{a}+2)(\sqrt{a}-3)}{(2+\sqrt{a})(2-\sqrt{a})} - \frac{1}{\sqrt{a}-2}$ $= \frac{\sqrt{a}-3}{2-\sqrt{a}} + \frac{1}{2-\sqrt{a}}$ $= -1$	0,25 0,25 0,25
b) (0,75) Cho $x = \frac{\sqrt{28-16\sqrt{3}}}{\sqrt{3}-1}$. Tính: $P = (x^2 + 2x - 1)^{2012}$	$x = \frac{\sqrt{(4-2\sqrt{3})^2}}{\sqrt{3}-1} = \frac{4-2\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1} = \frac{(\sqrt{3}-1)^2}{\sqrt{3}-1} = \sqrt{3}-1$	0,25

	$\Rightarrow x^2 + 2x - 1 = 1$ $\Rightarrow P = (x^2 + 2x - 1)^{2012} = 1$	0,25 0,25
Câu 2 (2,0 điểm)	<p>a) (1,0) Giải phương trình: $\sqrt{3(1-x)} - \sqrt{3+x} = 2$ (1)</p> <p>Bình phương 2 vế của (1) ta được:</p> $3(1-x) + 3 + x - 2\sqrt{3(1-x)(3+x)} = 4$ $\Rightarrow \sqrt{3(1-x)(3+x)} = 1-x$ $\Rightarrow 3(1-x)(3+x) = 1 - 2x + x^2$ $\Rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ hoặc } x = -2$ <p>Thử lại, $x = -2$ là nghiệm .</p>	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25
	<p>b) (1,0) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 + xy - 4x = -6 & (1) \\ y^2 + xy = -1 & (2) \end{cases}$ (I)</p> <p>Nếu $(x;y)$ là nghiệm của (2) thì $y \neq 0$.</p> <p>Do đó: (2) $\Leftrightarrow x = \frac{-y^2 - 1}{y}$ (3)</p> <p>Thay (3) vào (1) và biến đổi, ta được:</p> $4y^3 + 7y^2 + 4y + 1 = 0$ $\Leftrightarrow (y+1)(4y^2 + 3y + 1) = 0$ (thí sinh có thể bỏ qua bước này) $\Leftrightarrow y = -1$ $y = -1 \Rightarrow x = 2$ <p>Vậy hệ có một nghiệm: $(x ; y) = (2 ; -1)$.</p>	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 3 (1,5 điểm)	<p>a) (0,75) (P): $y = -x^2$, (d): $y = (3-m)x + 2 - 2m$. Chứng minh rằng với $m \neq -1$ thì (d) luôn cắt (P) tại 2 điểm phân biệt A, B</p> <p>Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d):</p> $-x^2 = (3-m)x + 2 - 2m$ $\Leftrightarrow x^2 + (m-3)x + 2 - 2m = 0$ (1)	0,25

	$\Delta = (3-m)^2 - 4(2-2m) = m^2 + 2m + 1$ Viết được: $\Delta = (m+1)^2 > 0$, với $m \neq -1$ và kết luận đúng. b) (0,75) Tìm m để $ y_A - y_B = 2$. Giải PT (1) được hai nghiệm: $x_1 = -2$ và $x_2 = m-1$ Tính được: $y_1 = -4$, $y_2 = -(m-1)^2$ $ y_A - y_B = y_1 - y_2 = m^2 - 2m - 3 $ $ y_A - y_B = 2 \Leftrightarrow m^2 - 2m - 3 = 2$ hoặc $m^2 - 2m - 3 = -2$ $\Leftrightarrow m = 1 \pm \sqrt{6}$ hoặc $m = 1 \pm \sqrt{2}$	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25
Câu 4 (4,0 điểm)	a) (1,0) Chứng minh tứ giác EBDF nội tiếp trong đường tròn. Ta có: $ADB = ACB$ $AEC = ACB$ (cùng phụ với BAC) $\Rightarrow ADB = AEC$ \Rightarrow tứ giác EBDF nội tiếp	0,25 0,25 0,25 0,25
		0,25
	b) (1,5) Tính ID	
	Tam giác AEC vuông tại C và $BC \perp AE$ nên: $BE \cdot BA = BC^2$ $\Rightarrow BE = \frac{BC^2}{BA} = 1$ $BE // CD \Rightarrow \frac{IB}{ID} = \frac{BE}{CD} = \frac{1}{4}$ $\Rightarrow \frac{BD}{ID} = \frac{3}{4}$	0,25 0,25 0,25 0,25

	$\Rightarrow ID = \frac{4}{3}BD$ và tính được: $BD = 2\sqrt{5}$ $\Rightarrow ID = \frac{8\sqrt{5}}{3}$ (cm)	0,25 0,25
--	--	--------------

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 4 (tt)	<p>c) (1,5 điểm) Xác định vị trí điểm M để $S_1 = \frac{3}{2}S_2$</p> <p>Đặt $AM = x, 0 < x < 4$</p> $\Rightarrow MB = 4 - x, ME = 5 - x$ <p>Ta có: $\frac{AN}{BC} = \frac{AM}{MB} \Rightarrow AN = \frac{BC \cdot AM}{MB} = \frac{2x}{4-x}$</p> $S_1 = \frac{1}{2}BC \cdot ME = 5 - x, S_2 = \frac{1}{2}AM \cdot AN = \frac{x^2}{4-x}$ $S_1 = \frac{3}{2}S_2 \Leftrightarrow 5 - x = \frac{3}{2} \cdot \frac{x^2}{4-x} \Leftrightarrow x^2 + 18x - 40 = 0$ $\Leftrightarrow x = 2$ (vì $0 < x < 4$) Vậy M là trung điểm AB .	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25
Câu 5 (1,0 điểm)	<p>Cho $a, b \geq 0$ và $a + b \leq 2$. Chứng minh: $\frac{2+a}{1+a} + \frac{1-2b}{1+2b} \geq \frac{8}{7}$</p> <p>Bất đẳng thức cần chứng minh tương đương với: $\frac{1}{1+a} + \frac{2}{1+2b} \geq \frac{8}{7}$</p> <p>Ta có: $\frac{1}{a+1} + \frac{2}{2b+1} = \frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+\frac{1}{2}} \geq 2 \sqrt{\frac{1}{(a+1)(b+\frac{1}{2})}}$ (1) (bđt Côsi)</p> $\sqrt{(a+1)(b+\frac{1}{2})} \leq \frac{a+1+b+\frac{1}{2}}{2} \leq \frac{7}{4}$ (bđt Cô si) $\Rightarrow \frac{2}{\sqrt{(a+1)(b+\frac{1}{2})}} \geq \frac{8}{7}$ (2) <p>Từ (1) và (2) suy ra: $\frac{1}{1+a} + \frac{2}{1+2b} \geq \frac{8}{7}$</p> <p>Dấu “=” xảy ra chỉ khi: $a + 1 = b + \frac{1}{2}$ và $a + b = 2 \Leftrightarrow a = \frac{3}{4}$ và $b = \frac{5}{4}$</p>	0,25 0,25 0,25

ĐỀ 014

ĐỀ THI VÀO 10

Phần I. (2,0 điểm). Trắc nghiệm khách quan : Hãy chọn kết quả đúng.

Câu 1: Điều kiện xác định của biểu thức $M = \frac{2}{\sqrt{2x-1}}$ là:

- A. $x \geq \frac{1}{2}$ B. $x \leq \frac{1}{2}$ C. $x > \frac{1}{2}$ D. $x < \frac{1}{2}$

Câu 2 : Với giá trị nào của k thì hàm số $y = \left(1 - \frac{k}{3}\right)x - \sqrt{3}$ nghịch biến trên tập số thực R?

- A. $k > \frac{1}{3}$ B. $k < \frac{1}{3}$ C. $k < 3$ D. $k > 3$

Câu 3: Cặp số (1; -3) là nghiệm của phương trình nào sau đây?

- A. $0x - 3y = 9$ B. $3x - 2y = 3$ C. $3x - y = 0$ D. $0x + 4y = 4$

Câu 4: Phương trình nào sau đây có hai nghiệm là 1 và -2?

- A. $x^2 - x - 2 = 0$ B. $x^2 + x - 2 = 0$ C. $x^2 - x + 2 = 0$ D. $x^2 + x + 2 = 0$

Câu 5: Tam giác ABC vuông tại A, biết $B = 60^\circ$, $BC = 30\text{cm}$. Độ dài cạnh AC là bao nhiêu? A. 15cm

- B. $15\sqrt{2}\text{ cm}$ C. $15\sqrt{3}\text{ cm}$ D. $30\sqrt{3}\text{ cm}$

Câu 6: Cho một đường thẳng a và một điểm I cách a một khoảng 4cm. Vẽ đường tròn tâm (I) có đường kính 10cm. Đường thẳng a :

- A. không cắt đường tròn (I) B. tiếp xúc với đường tròn (I)
C. cắt đường tròn (I) tại hai điểm D. không cắt hoặc tiếp xúc với đường tròn (I)

Câu 7 : Cho đường tròn ($O; 5\text{cm}$) và dây $AB = 5\text{cm}$. Độ dài cung AB lớn là:

- A. $\frac{5\pi}{3}\text{ cm}$ B. $\frac{10\pi}{3}\text{ cm}$ C. $5\pi\text{ cm}$ D. $\frac{25\pi}{3}\text{ cm}$

Câu 8(0,25 điểm): Một hình trụ có thể tích là 200cm^3 , diện tích đáy là 20cm^2 thì chiều cao hình trụ là: A. 10cm
B. 5cm C. 8cm D. 10cm^2

Phần II. (8,0 điểm). (Tự luận)

Câu 9 (2 điểm):

1. Rút gọn biểu thức" a) $-\sqrt{20} + 3\sqrt{45} - 6\sqrt{80} - \frac{1}{5}\sqrt{125}$ b) $\left(\frac{8}{\sqrt{3}-1} - \frac{4}{\sqrt{3}+1} + \frac{4}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}\right) : \sqrt{14+6\sqrt{5}}$

2. Giải bất phương trình: $\frac{3x-2}{4} - \frac{2}{3} \leq 3 - \frac{5-x}{2}$

3. Xác định hàm số bậc nhất $y = ax + b$ ($a \neq 0$), biết đồ thị (d) của hàm số song song với đường thẳng $y = 6x + 2015$ và tiếp xúc với Parabol (P) $y = -\frac{x^2}{4}$.

Câu 10 (2.0 điểm):

1. Giải phương trình: $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$

2. Cho phương trình ẩn x: $x^2 - 2mx - 1 = 0$. Tìm các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm $x_1; x_2$ thỏa mãn hệ thức: $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 7$.

3. Hai giá sách có tất cả 500 cuốn sách. Nếu bớt ở giá thứ nhất 50 cuốn và thêm vào giá thứ hai 20 cuốn thì số sách ở cả hai giá sẽ bằng nhau. Hỏi lúc đầu mỗi giá có bao nhiêu cuốn?

Câu 11 (3.0 điểm):

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn tâm (O, R), ($AB < AC$). Hai tiếp tuyến tại B và C cắt nhau tại M. AM cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai D, gọi E là trung điểm đoạn AD, EC cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai F. Chứng minh rằng:

1) Tứ giác OEBM nội tiếp. 2) $MB^2 = MA \cdot MD$. 3) $BFC = MOC$ và $BF // AM$.

2) Tính diện tích hình giới hạn bởi đoạn thẳng BC và cung BDC.

Biết $R = 3\text{cm}$, $MOC = 60^\circ$ (*Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai*)

Câu 12 (1.0 điểm): Giải phương trình: $x^3 + 6x^2 + 5x - 3 - (2x + 5)\sqrt{2x + 3} = 0$

ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 4

Phần 1. Trắc nghiệm Chọn đúng mỗi câu được 0,25 điểm

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8
Đáp án	C	D	A	B	C	C	D	A

Câu	Đáp án	Điểm
	1. a. (0,5 điểm) $-\sqrt{20} + 3\sqrt{45} - 6\sqrt{80} - \frac{1}{5}\sqrt{125} = -2\sqrt{5} + 9\sqrt{5} - 24\sqrt{5} - \sqrt{5} = -18\sqrt{5}$	0,25 0,25
	1.b. (0,5 điểm) $\begin{aligned} &= \left(\frac{8(\sqrt{3}+1)}{2} - \frac{4(\sqrt{3}-1)}{2} + \frac{4(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{2} \right) : \sqrt{(3+\sqrt{5})^2} \\ &= [4(\sqrt{3}+1) - 2(\sqrt{3}-1) + 2(\sqrt{5}-\sqrt{3})] : (3+\sqrt{5}) \\ &= \frac{6+2\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}} = 2 \end{aligned}$	0,25 0,25
1 (2,0 điểm)	2. (0,5 điểm) $\begin{aligned} \frac{3x-2}{4} - \frac{2}{3} &\leq 3 - \frac{5-x}{2} \\ \Leftrightarrow 3x &\leq 20 \\ \Leftrightarrow x &\leq 6\frac{2}{3}. \quad \text{Vậy nghiệm của bất phương trình là } x \leq 6\frac{2}{3} \end{aligned}$	0,25 0,25
	3. (0,5 điểm) Đồ thị (d) song song với đường thẳng $y = 6x + 2015$	0,25

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 6 \text{ (TM a } \neq 0) \\ b \neq 2015 \end{cases}$$

Khi đó (d): $y = 6x + b$

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d): } -\frac{x^2}{4} = 6x + b$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 24x + 4b = 0 \quad \Delta' = 144 - 4b$$

(P) tiếp xúc với (d) $\Rightarrow \Delta' = 0 \Leftrightarrow 144 - 4b = 0 \Leftrightarrow b = 36$ (TMĐK)

Vậy (d): $y = 6x + 36$

0,25

1. (0,5 điểm)

Đặt $x^2 = t \geq 0$. Ta được PT: $t^2 - 8t - 9 = 0$

$$\Rightarrow t = 9 \text{ (tmđk)}; \quad t = -1 < 0 \text{ loại}$$

$$\text{Với } t=9 \Rightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow x = \pm 3$$

0,25

0,25

Vậy phương trình có hai nghiệm là: $x_1 = -3$; $x_2 = 3$

2. (0,5 điểm)

Ta có $\Delta' = m^2 + 1 > 0$, $\forall m \in \mathbb{R}$.

Do đó phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt.

0,25

Theo định lí Vi-ét thì: $x_1 + x_2 = 2m$ và $x_1 \cdot x_2 = -1$

Ta có: $x_1^2 + x_2^2 - x_1 x_2 = 7$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2 = 7 \Leftrightarrow 4m^2 + 3 = 7 \Leftrightarrow m^2 = 1 \Leftrightarrow m = \pm 1.$$

Vậy $m = \pm 1$

0,25

3. (1,0 điểm)

Gọi số sách lúc đầu trong giá thứ nhất là x (cuốn).

0,25

Gọi số sách lúc đầu trong giá thứ hai là y (cuốn).

Điều kiện: x, y nguyên dương ($x > 50$).

Số sách còn lại ở giá thứ nhất sau khi bớt đi 50 cuốn là $(x - 50)$ cuốn

Số sách còn lại ở giá thứ hai sau khi thêm 20 cuốn là $(y + 20)$ cuốn

Theo bài ra ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 500 \\ x - 50 = y + 20 \end{cases}$

0,25

Giải hệ phương trình ta được: $x = 285$ và $y = 215$ (tmđk)

0,25

Vậy: Số sách lúc đầu trong giá thứ nhất là 285 cuốn

Số sách lúc đầu trong giá thứ hai là 215 cuốn

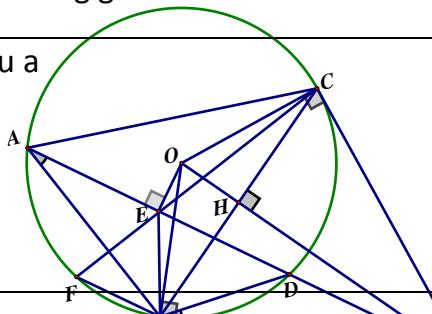
0,25

0,25

Câu 3 (3,0 điểm)

Vẽ hình đúng cho câu a

0,25



1. (0,5 điểm)

Xét tứ giác OEBM

Ta có $EA = ED$ (gt) $\Rightarrow OE \perp AD$ (Quan hệ vuông góc giữa đường kính và dây) $\Rightarrow OEM = 90^\circ$

$OBM = 90^\circ$ (Vì MB là tiếp tuyến của (0)).

$$\Rightarrow OEM = OBM = 90^\circ$$

Mà E và B cùng nhìn OM dưới một góc vuông
 \Rightarrow Tứ giác OEBM nội tiếp.

0,25

0,25

2. (0,75 điểm)

Ta có $MBD = \frac{1}{2} sđ BD$ (vì góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung chắn cung BD)

$$MAB = \frac{1}{2} sđ BD \text{ (vì góc nội tiếp chắn cung BD)}$$

$$\Rightarrow MBD = MAB.$$

Xét tam giác MBD và tam giác MAB có:

Góc M chung, $MBD = MAB$

$\Rightarrow \Delta MBD$ đồng dạng với ΔMAB ($g - g$)

$$\Rightarrow \frac{MB}{MA} = \frac{MD}{MB} \Rightarrow MB^2 = MA \cdot MD$$

0,25

0,25

0,25

3. (0,75 điểm)

Ta có: $MOC = \frac{1}{2} BOC = \frac{1}{2} sđ BC$ (Theo tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

$$BFC = \frac{1}{2} sđ BC \text{ (góc nội tiếp)} \Rightarrow BFC = MOC. \quad (1)$$

Tứ giác MEOC nội tiếp (vì $MEO + MCO = 180^\circ$)

$$\Rightarrow MEC = MOC \text{ (vì hai góc nội tiếp cùng chắn cung MC).} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow BFC = MEC \Rightarrow BF // AM$. (Vì hai góc đồng vị).

0,25

0,25

0,25

4. (0,75 điểm)

Vì OM là phân giác của BOC (Theo tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau)

$$\Rightarrow MOC = \frac{1}{2} BOC \text{ mà } MOC = 60^\circ \text{ nên } BOC = 120^\circ \Rightarrow \text{sđ } BC = 120^\circ$$

Diện tích hình quạt tròn OBC là.

$$S_{\text{q}} = \frac{\pi R^2 n}{360} \approx \frac{3,14 \cdot 3^2 \cdot 120}{360} \approx 9,42 \text{ cm}^2$$

$$\text{Tam giác } OHC \text{ vuông tại H có } OCH = 30^\circ \Rightarrow OH = \frac{1}{2} OC = \frac{1}{2} \cdot 3 = \frac{3}{2} \text{ cm}$$

$$HC^2 = OC^2 - OH^2 = 3^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{27}{4} \Rightarrow HC \approx 2,6 \text{ cm} \Rightarrow BC \approx 7,2 \text{ cm}$$

$$\text{Diện tích tam giác OBC là: } S_{\Delta} = \frac{1}{2} OH \cdot BC \approx \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot 7,2 \approx 5,4 \text{ cm}^2$$

Diện tích hình giới hạn bởi đoạn thẳng BC và cung BDC là.

$$S \approx 9,42 - 5,4 \approx 4,02 \text{ cm}^2$$

0,25

0,25

0,25

Giải phương trình $x^3 + 6x^2 + 5x - 3 - (2x + 5)\sqrt{2x + 3} = 0$ (1) ĐKXĐ:

$$x \geq \frac{-3}{2}$$

$$x^3 + 6x^2 + 5x - 3 - (2x + 5)\sqrt{2x + 3} = 0$$

$$\Leftrightarrow x^3 + 6x^2 + 5x - 3 - (2x + 5)(x + 1) - (2x + 5)(\sqrt{2x + 3} - x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^3 + 4x^2 - 2x - 8 + (2x + 5) \cdot \frac{x^2 - 2}{x + 1 + \sqrt{2x + 3}} = 0; \quad (x \neq -\sqrt{2})$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 2)(x + 4) + (2x + 5) \cdot \frac{x^2 - 2}{x + 1 + \sqrt{2x + 3}} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 2) \left(x + 4 + \frac{2x + 5}{x + 1 + \sqrt{2x + 3}} \right) = 0$$

$$\text{Với } x \geq \frac{-3}{2}; x \neq -\sqrt{2} \Rightarrow \left(x + 4 + \frac{2x + 5}{x + 1 + \sqrt{2x + 3}} \right) > 0 \text{ Nên}$$

$$x^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{2}$$

Chú ý: Thí sinh làm theo cách khác nếu đúng thì vẫn cho điểm tối đa.

-----Hết-----

(Thời gian làm bài 120 phút)

Câu 1: Thực hiện phép tính: $(7\sqrt{2009} - 2\sqrt{3})\sqrt{41} + \sqrt{492}$ **Câu 2:** Chứng minh: $\frac{3}{2}\sqrt{6} + 2\sqrt{\frac{2}{3}} - 4\sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{6}}{6}$ **Câu 3:** Cho hàm số sau: $y = (1 - \sqrt{5})x - 1$ Hàm số trên đồng biến hay nghịch biến? Vì sao?**Câu 4:** Xác định các hệ số a, b biết hệ phương trình: $\begin{cases} 2x + by = -4 \\ bx - ay = -5 \end{cases}$

Có nghiệm là: (1 ; 2)

Câu 5: Dùng công thức nghiệm giải phương trình sau: $x^2 - 12x - 228 = 0$.**Câu 6:** Cho tam giác ABC vuông tại A. Trên cạnh AC lấy điểm M và vẽ đường tròn đường kính CM. tia BM cắt đường tròn tại điểm D. Chứng minh tứ giác ABCD nội tiếp được trong một đường tròn.**Câu 7:** cho tam giác ABC, đường cao AH. Biết BH = 15, CH = 20, góc ABH = 45° . tính cạnh AC.**Câu 8:** Cho tam giác ABC có AB = 6; AC = 4,5; BC = 7,5. Chứng minh tam giác ABC vuông.**Câu 9:** Cho đường tròn tâm O bán kính 6 cm và một điểm A cách điểm o một khoảng 10 cm. Kẻ tiếp tuyến Ab với đường tròn (B là tiếp điểm). Tính độ dài AB.**Câu 10:** Cho đường tròn tâm O bán kính 5 cm, dây AB = 8 cm. Gọi I là điểm thuộc dây Ab sao cho AI = 1 cm. Kẻ dây CD đi qua I và vuông góc với AB. Chứng minh AB = CD.

.....Hết.....

ĐỀ 016
ĐỀ THI VÀO 10**Câu 1:** Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a) $2x^2 + 3x - 5 = 0$ (1)
 b) $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$ (2)
 c) $\begin{cases} 2x+y=1 & \text{(a)} \\ 3x+4y=-1 & \text{(b)} \end{cases}$ (3)

- Câu 2:** a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số $y = -x^2$ và đường thẳng (D): $y = x - 2$ trên cùng một hệ trục tọa độ.
 b) Tìm tọa độ các giao điểm của (P) và (D) ở câu trên bằng phép tính.

Câu 3: Thu gọn các biểu thức sau:

a) $A = \sqrt{7-4\sqrt{3}} - \sqrt{7+4\sqrt{3}}$
 b) $B = \left(\frac{\sqrt{x}+1}{x-4} - \frac{\sqrt{x}-1}{x+4\sqrt{x}+4} \right) \cdot \frac{x\sqrt{x}+2x-4\sqrt{x}-8}{\sqrt{x}}$ ($x > 0; x \neq 4$).

Câu 4: Cho phương trình $x^2 - 2mx - 1 = 0$ (m là tham số)

- a) Chứng minh phương trình trên luôn có 2 nghiệm phân biệt.
 b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình trên. Tìm m để $x_1^2 + x_2^2 - x_1 x_2 = 7$.

Câu 5: Từ điểm M ở ngoài đường tròn (O) vẽ cát tuyến MCD không đi qua tâm O và hai tiếp tuyến MA, MB đến đường tròn (O), ở đây A, B là các tiếp điểm và C nằm giữa M, D.

a) Chứng minh $MA^2 = MC \cdot MD$.

b) Gọi I là trung điểm của CD. Chứng minh rằng 5 điểm M, A, O, I, B cùng nằm trên một đường tròn.

c) Gọi H là giao điểm của AB và MO. Chứng minh tứ giác CHOD nội tiếp được đường tròn. Suy ra AB là phân giác của góc CHD.

d) Gọi K là giao điểm của các tiếp tuyến tại C và D của đường tròn (O). Chứng minh A, B, K thẳng hàng.

-----oOo-----

Gợi ý giải đề thi môn toán

Câu 1:

a) $2x^2 + 3x - 5 = 0$ (1)

Cách 1: Phương trình có dạng $a + b + c = 0$ nên phương trình (1) có hai nghiệm là:

$$x_1 = 1 \text{ hay } x_2 = \frac{c}{a} = -\frac{5}{2}.$$

Cách 2: Ta có $\Delta = b^2 - 4ac = 3^2 - 4.2.(-5) = 49 > 0$ nên phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt là $x_1 = \frac{-3-7}{4} = -\frac{5}{2}$ hoặc $x_2 = \frac{-3+7}{4} = 1$.

b) $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$ (2)

Đặt $t = x^2, t \geq 0$.

Phương trình (2) trở thành $t^2 - 3t - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = 4 \end{cases}$ ($a - b + c = 0$)

So sánh điều kiện ta được $t = 4 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm 2$.

Vậy phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt là $x = 2$ hoặc $x = -2$.

c) $\begin{cases} 2x+y=1 & \text{(a)} \\ 3x+4y=-1 & \text{(b)} \end{cases}$ (3)

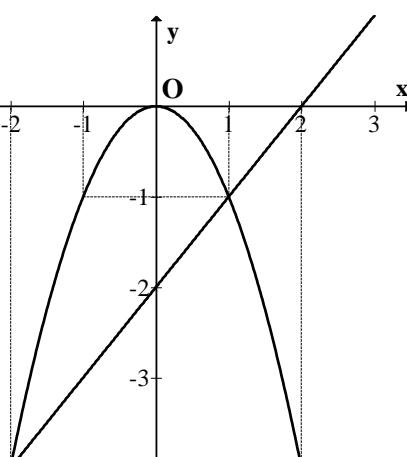
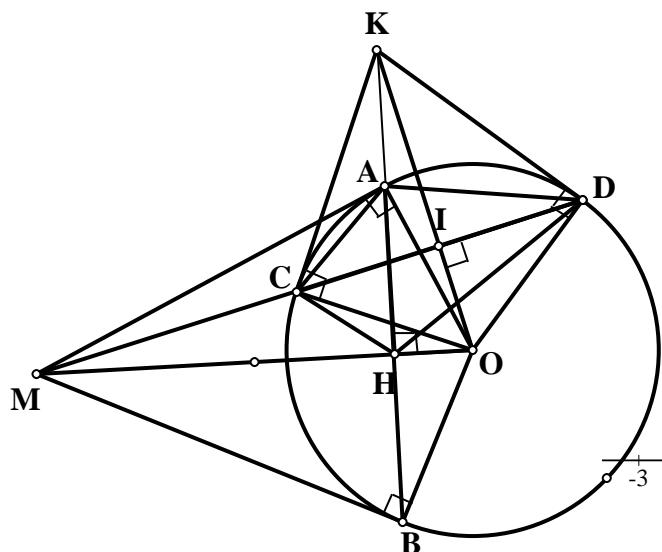
Cách 1: Từ (a) $\Rightarrow y = 1 - 2x$ (c). Thay (c) vào (b) ta được:

$$3x + 4(1 - 2x) = -1 \Leftrightarrow -5x = -5 \Leftrightarrow x = 1.$$

Thay $x = 1$ vào (c) ta được $y = -1$. Vậy hệ phương trình (3) có nghiệm là $x = 1$ và $y = -1$.

Cách 2: (3) $\Leftrightarrow \begin{cases} 8x+4y=4 \\ 3x+4y=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x=5 \\ 3x+4y=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ 3.1+4y=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình (3) có nghiệm là $x = 1$ và $y = -1$.



Câu 2:

a) * Bảng giá trị đặc biệt của hàm số $y = -x^2$:

x	-2	-1	0	1	2
y	-4	-1	0	-1	-4
$y = -x^2$					

ĐỀ 017

ĐỀ THI VÀO 10

Bài 1: (2,25 điểm) Không sử dụng máy tính cầm tay :

a) Giải phương trình và hệ phương trình sau:

1) $5x^2 - 7x - 6 = 0$

2) $\begin{cases} 2x - 3y = -13 \\ 3x + 5y = 9 \end{cases}$

b) Rút gọn biểu thức $P = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-2} \cdot 2\sqrt{5}$

Bài 2: (2,5 điểm) Cho hàm số $y = ax^2$

- a) Xác định hệ số a biết rằng đồ thị của hàm số đã cho đi qua điểm $M (-2; 8)$
- b) Vẽ trên cùng một mặt phẳng tọa độ đồ thị (P) của hàm số đã cho với giá trị a vừa tìm được và đường thẳng (d) đi qua $M (-2; 8)$ có hệ số góc bằng -2 . Tìm tọa độ giao điểm khác M của (P) và (d).

Bài 3: (1,25 điểm) Hai người đi xe đạp cùng xuất phát từ A để đến B với vận tốc bằng nhau. Đi được $\frac{2}{3}$ quãng đường, người thứ nhất bị hỏng xe nên dừng lại 20 phút và đón ô tô quay về A, còn người thứ hai không dừng lại mà tiếp tục đi với vận tốc cũ để tới B. Biết rằng khoảng cách từ A đến B là 60 km, vận tốc ô tô hơn vận tốc xe đạp là 48 km/h và khi người thứ hai tới B thì người thứ nhất đã về A trước đó 40 phút. Tính vận tốc của xe đạp

Bài 4: (2,5 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A và $AC > AB$, D là một điểm trên cạnh AC sao cho $CD < AD$. Vẽ đường tròn (D) tâm D và tiếp xúc với BC tại E. Từ B vẽ tiếp tuyến thứ hai của đường tròn (D) với F là tiếp điểm khác E.

- a) Chứng minh rằng năm điểm A, B, E, D, F cùng thuộc một đường tròn.
- b) Gọi M là trung điểm của BC. Đường thẳng BF lần lượt cắt AM, AE, AD theo thứ tự tại các điểm N, K, I. Chứng minh $\frac{IK}{IF} = \frac{AK}{AF}$. Suy ra: $IF \cdot BK = IK \cdot BF$
- c) Chứng minh rằng tam giác ANF là tam giác cân.

Bài 5: (1,5 điểm)

Từ một tấm thiếc hình chữ nhật ABCD có chiều rộng $AB = 3,6$ dm, chiều dài $AD = 4,85$ dm, người ta cắt một phần tấm thiếc để làm mặt xung quanh của một hình nón với đỉnh là A và đường sinh bằng 3,6 dm, sao cho diện tích mặt xung quanh này lớn nhất. Mặt đáy của hình nón được cắt trong phần còn lại của tấm thiếc hình chữ nhật ABCD.

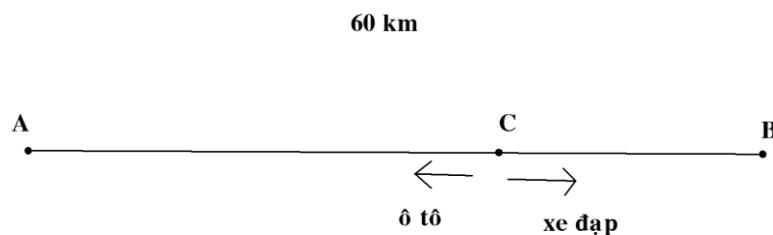
- a) Tính thể tích của hình nón được tạo thành.
- b) Chứng tỏ rằng có thể cắt được nguyên vẹn hình tròn đáy mà chỉ sử dụng phần còn lại của tấm thiếc ABCD sau khi đã cắt xong mặt xung quanh hình nón nói trên.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT TP. HUẾ
THỦA THIÊN HUẾ Môn: TOÁN – Khóa ngày: 25/6/2010
ĐỀ CHÍNH THỨC ĐÁP ÁN VÀ THANG ĐIỂM

Bài	Ý	Nội dung	Điểm
1	a.1 (0,75)	<p>Giải phương trình $5x^2 - 7x - 6 = 0$ (1) $\Delta = 49 + 120 = 169 = 13^2$, $\sqrt{\Delta} = 13$,</p> $x_1 = \frac{7-13}{10} = -\frac{3}{5} \text{ và } x_2 = \frac{7+13}{10} = 2$ <p>Vậy phương trình có hai nghiệm: $x_1 = -\frac{3}{5}$, $x_2 = 2$</p>	2,25 0,25 0,25 0,25
	a.2 (0,75)	<p>Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x - 3y = -13 \\ 3x + 5y = 9 \end{cases}$:</p> $\begin{cases} 2x - 3y = -13 \\ 3x + 5y = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 9y = -39 \\ 6x + 10y = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3y = -13 \\ 19y = 57 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 \\ 2x = 9 - 13 = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 3 \end{cases}$	0,50 0,25
	b. (0,75)	$P = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-2} \cdot 2\sqrt{5} = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{5}+2)}{5-4} \cdot 2\sqrt{5}$ $= 5 + 2\sqrt{5} \cdot 2\sqrt{5} = 5$	0,50 0,25
2	2.a (0,75)	<p>+ Đồ thị (P) của hàm số $y = ax^2$ đi qua điểm $M(-2; 8)$, nên: $8 = a \cdot (-2)^2 \Leftrightarrow a = 2$</p> <p>Vậy: $a = 2$ và hàm số đã cho là: $y = 2x^2$</p>	2,5 0,50 0,25
	2.b (1,75)	<p>+ Đường thẳng (d) có hệ số góc bằng -2, nên có phương trình dạng: $y = -2x + b$</p> <p>+ (d) đi qua điểm $M(-2; 8)$, nên $8 = -2 \cdot (-2) + b \Leftrightarrow b = 4$, (d): $y = -2x + 4$</p> <p>+ Vẽ (P)</p> <p>+ Vẽ (d)</p> <p>+ Hoành độ giao điểm của (P) và (d) là nghiệm của phương trình: $2x^2 = -2x + 4 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$</p> <p>+ Phương trình có hai nghiệm: $x_1 = 1; x_2 = -2$</p> <p>Do đó hoành độ giao điểm thứ hai của (P) và (d) là $x = 1 \Rightarrow y = 2 \times 1^2 = 2$</p> <p>Vậy giao điểm khác M của (P) và (d) có tọa độ: N(1; 2)</p>	0,25 0,25 0,50 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25
3			1,25

Gọi x (km/h) là vận tốc của xe đạp, thì $x+48$ (km/h) là vận tốc của ô tô. Điều kiện: $x > 0$

0,25



Hai người cùng đi xe đạp một đoạn đường $AC = \frac{2}{3}AB = 40\text{km}$

0,25

Đoạn đường còn lại người thứ hai đi xe đạp để đến B là:

$$CB = AB - AC = 20\text{km}$$

Thời gian người thứ nhất đi ô tô từ C đến A là: $\frac{40}{x+48}$ (giờ) và người thứ hai đi từ C đến B là: $\frac{20}{x}$ (giờ)

0,25

Theo giả thiết, ta có phương trình: $\frac{40}{x+48} + \frac{1}{3} = \frac{20}{x} - \frac{2}{3} \Leftrightarrow \frac{40}{x+48} + 1 = \frac{20}{x}$

0,25

Giải phương trình trên:

$$40x + x(x+48) = 20(x+48) \text{ hay } x^2 + 68x - 960 = 0$$

Giải phương trình ta được hai nghiệm: $x_1 = -80 < 0$ (loại) và $x_2 = 12$

0,25

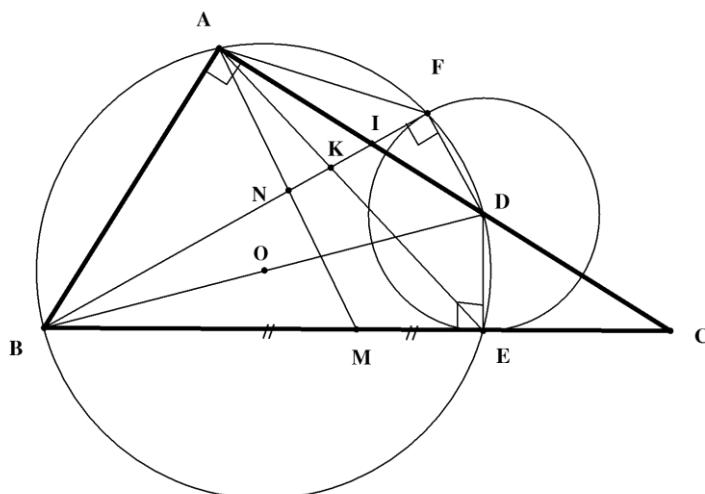
Vậy vận tốc của xe đạp là: 12 km/h

0,25

4

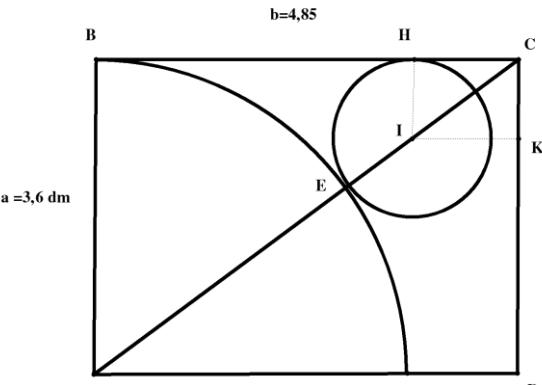
2,5

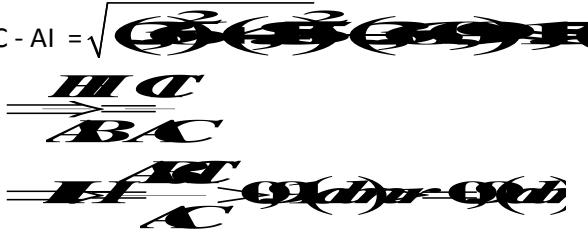
4.a
(1,0)



Hình vẽ đúng

0,25

		<p>Theo tính chất tiếp tuyến, ta có: $\mathbf{BED = BFD = 90^0}$ Mà $\mathbf{BAD = BAC = 90^0}$ (giả thiết) Do đó: $\mathbf{BED = BFD = BAD = 90^0}$ Vậy: năm điểm A,B,E,D,F cùng thuộc đường tròn đường kính BD</p>	0,25 0,25 0,25
	4.b (1,0)	<p>Gọi (O) là đường tròn đường kính BD. Trong đường tròn (O), ta có : $\mathbf{DE = DF}$ (do DE, DF là bán kính đường tròn (D)) $\Rightarrow \mathbf{EAD = DAF}$ Suy ra : AD là tia phân giác \mathbf{EAF} hay AI là tia phân giác của ΔKAF Theo tính chất phân giác ta có $\frac{IK}{IF} = \frac{AK}{AF}$ (1) Vì $AB \perp AI$ nên AB là tia phân giác ngoài tại đỉnh A của ΔKAF. Theo tính chất phân giác ta có : $\frac{BK}{BF} = \frac{AK}{AF}$ (2) Từ (1) và (2) suy ra : $\frac{IK}{IF} = \frac{BK}{BF}$. Vậy $IF \cdot BK = IK \cdot BF$ (đpcm)</p>	0,25 0,25 0,25 0,25
	4.c (0,5)	<p>Ta có AM là trung tuyến thuộc cạnh huyền BC nên $AM=MC$, do đó ΔAMC cân tại M, suy ra $MA=MC$.</p> <p>Từ đó $\angle IAE = \angle CAE$ (vì AI là tia phân giác của góc EAF) Mà $\angle BAC = \angle A$ (góc ngoài của tam giác AEC) Nên $\angle ACF = \angle AEB$ Mặt khác : $\angle AFB = \angle AEB$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AB) Suy ra : $\angle IAE = \angle ACF$ Vậy ΔANF cân tại N (đpcm)</p>	0,25 0,25
5			1,5
		<p>a) Hình khai triển của mặt xung quanh của hình nón có đỉnh tại A, đường sinh l = 3,6dm = AB là hình quạt tâm A, bán kính AB. Mặt xung quanh này có diện tích lớn nhất khi góc ở tâm của hình quạt bằng 90^0</p>	0,25

	<p>+Diện tích hình quạt cũng là diện tích xung quanh của hình nón có bán kính đáy là r , nên:</p> $S_q = \frac{\pi r^2}{30} = \frac{\pi}{4} = \pi d$ $\Rightarrow r = \frac{d}{4} = 0,9 \text{ (dm)}$ <p>Do đó thể tích của hình nón được tạo ra là :</p> 	0,25
	<p>b) Trên đường chéo AC, vẽ đường tròn tâm I bán kính $r = 0,9$ (dm) ngoại tiếp cung quạt tròn tại E , IH và IK là các đoạn vuông góc kẻ từ I đến BC và CD</p> <p>Ta có $CI = AC - AI = \sqrt{AC^2 - AI^2}$</p>  <p>Vì $IH \parallel AB$</p>  <p>Tương tự : $IK > r = 0,9$ (dm)</p> <p>Vậy sau khi cắt xong mặt xung quanh , phần còn lại của tấm thiếc ABCD có thể cắt được mặt đáy của hình nón</p>	0,25
		0,25

UBND TỈNH BẮC NINH
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ 018
ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
Năm học 2012 – 2013
Môn thi: Toán (Dành cho tất cả thí sinh)
Thời gian làm bài: 120 phút (Không kể thời gian giao đề)
Ngày thi: 30 tháng 6 năm 2012.

Bài 1 (2,0 điểm)

1/ Tìm giá trị của x để các biểu thức có nghĩa:

$$\sqrt{3x-2}; \quad \frac{4}{\sqrt{2x-1}}.$$

2/ Rút gọn biểu thức:

$$A = \frac{(2+\sqrt{3})\sqrt{2-\sqrt{3}}}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}.$$

Bài 2 (2,0 điểm)

Cho phương trình: $mx^2 - (4m - 2)x + 3m - 2 = 0$ (1) (m là tham số).

1/ Giải phương trình (1) khi $m = 2$.

2/ Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có nghiệm với mọi giá trị của m.

3/ Tìm giá trị của m để phương trình (1) có các nghiệm là nghiệm nguyên.

Bài 3 (2,0 điểm)

Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một mảnh vườn hình chữ nhật có chu vi 34m. Nếu tăng thêm chiều dài 3m và chiều rộng 2m thì diện tích tăng thêm $45m^2$. Hãy tính chiều dài, chiều rộng của mảnh vườn.

Bài 4 (3,0 điểm)

Cho đường tròn tâm O. Từ A là một điểm nằm ngoài (O) kẻ các tiếp tuyến AM và AN với (O) (M; N là các tiếp điểm).

1/ Chứng minh rằng tứ giác AMON nội tiếp đường tròn đường kính AO.

2/ Đường thẳng qua A cắt đường tròn (O) tại B và C (B nằm giữa A và C). Gọi I là trung điểm của BC. Chứng minh I cũng thuộc đường tròn đường kính AO.

3/ Gọi K là giao điểm của MN và BC. Chứng minh rằng $AK \cdot AI = AB \cdot AC$.

Bài 5 (1,0 điểm)

Cho các số x, y thỏa mãn $x \geq 0; y \geq 0$ và $x + y = 1$.

Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $A = x^2 + y^2$.

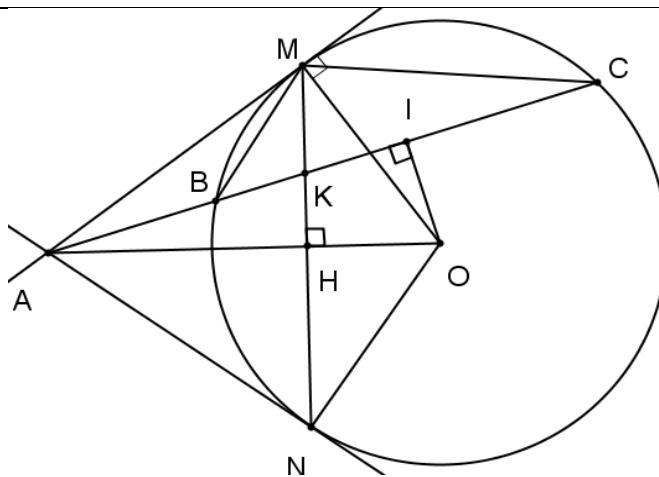
-----Hết-----

(Đề thi gồm có 01 trang)

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Bài	Đáp án	Điểm
1 (2,0 điểm)	1/ Tìm giá trị của x để các biểu thức có nghĩa: $\sqrt{3x-2}$; $\frac{4}{\sqrt{2x-1}}$.	1,0
	+/ $\sqrt{3x-2}$ có nghĩa $\Leftrightarrow 3x-2 \geq 0$	0,25
	$\Leftrightarrow x \geq \frac{2}{3}$.	0,25
	+/ $\frac{4}{\sqrt{2x-1}}$ có nghĩa $\Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 \geq 0 \\ 2x-1 \neq 0 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$.	0,25
	2/ Thực hiện phép tính: $A = \frac{(2+\sqrt{3})\sqrt{2-\sqrt{3}}}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}$.	1,0
	$\frac{(2+\sqrt{3})\sqrt{2-\sqrt{3}}}{\sqrt{2+\sqrt{3}}} = \frac{(\sqrt{2+\sqrt{3}})^2 \sqrt{2-\sqrt{3}}}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}$	0,25
	$= \sqrt{2+\sqrt{3}} \cdot \sqrt{2-\sqrt{3}}$	0,25
	$= \sqrt{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}$	0,25
	$= \sqrt{4-3} = 1$.	0,25
2 (2,0 điểm)	Cho phương trình: $mx^2 - (4m-2)x + 3m - 2 = 0$ (1).	0,5
	1/ Giải phương trình (1) khi $m = 2$.	
	Với $m = 2$ ta được PT $x^2 - 3x + 2 = 0$	0,25
	PT có hai nghiệm $x_1 = 1; x_2 = 2$.	0,25
	2/ Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có nghiệm với mọi giá trị của m.	0,75
	Với $m = 0$ PT (1) là $2x - 2 = 0$ PT có nghiệm $x = 1$.	0,25
	Với $m \neq 0$, $\Delta' = 4m^2 - 4m + 1 - 3m^2 + 2m$	0,25
	$= m^2 - 2m + 1$	
	$= (m-1)^2 \geq 0$ với mọi $m \neq 0$.	0,25
	\Rightarrow PT luôn có nghiệm với mọi m.	
	3/ Tìm giá trị của m để phương trình (1) có các nghiệm là nghiệm nguyên.	0,75
	Với $m = 0$, (1) có nghiệm $x = 1$ (thỏa mãn).	0,25

	<p>Với $m \neq 0$, vì $a + b + c = m - 4m + 2 + 3m - 2 = 0$ nên (1) có hai nghiệm. $x_1 = 1, x_2 = \frac{3m - 2}{m} = 3 - \frac{2}{m}$.</p> <p>Để PT có các nghiệm là nghiệm nguyên thì $x_2 \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow 3 - \frac{2}{m} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow m \in \{\pm 1; \pm 2\}$.</p> <p>Vậy các giá trị cần tìm của m là: $0; \pm 1; \pm 2$.</p>	0,25
	<p>3/ Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:</p> <p>Một mảnh vườn hình chữ nhật có chu vi $34m$. Nếu tăng thêm chiều dài $3m$ và chiều rộng $2m$ thì diện tích tăng thêm $45m^2$. Hãy tính chiều dài, chiều rộng của mảnh vườn.</p>	0,25
3 (2,0 điểm)	Gọi chiều dài, chiều rộng của mảnh vườn hình chữ nhật lần lượt là $x(m); y(m)$. Điều kiện: $x > y > 0$ (*).	0,25
	Chu vi của mảnh vườn là: $2(x + y) = 34$ (m).	0,25
	Diện tích trước khi tăng: xy (m^2).	0,25
	Diện tích sau khi tăng: $(x+3)(y+2)$ (m^2).	0,25
	Theo bài ta có hệ: $\begin{cases} 2(x + y) = 34 \\ (x + 3)(y + 2) - xy = 45 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 2y = 34 \\ 2x + 3y = 39 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 17 \\ y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = 5 \end{cases}$	0,25
	$x = 12; y = 5$ (thỏa mãn (*)). Vậy chiều dài là $12m$, chiều rộng là $5m$.	0,25
	Cho đường tròn tâm O. Từ A là một điểm nằm ngoài (O) kẻ các tiếp tuyến AM và AN với (O) (M; N là các tiếp điểm).	1,0
	1/ Chứng minh rằng tứ giác AMON nội tiếp đường tròn kính AO.	



0,25

Vẽ hình đúng, đủ làm câu a.

Có $AMO = ANO = 90^\circ$ (tính chất tiếp tuyến). 0,25

$$\Rightarrow AMO + ANO = 180^\circ$$
 0,25

$\Rightarrow AMON$ là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính AO . 0,25

2/ Đường thẳng qua A cắt đường tròn (O) tại B và C (B nằm giữa A và C). Gọi I là trung điểm của BC chứng minh I cũng thuộc đường tròn đường kính AO. 1,0

Gọi đường thẳng đó là d .

TH1: Đường thẳng d không đi qua O . 0,25

Do I là trung điểm của $BC \Rightarrow IO \perp BC$ (t/c đường kính dây cung) 0,25

$$\text{hay } AIO = 90^\circ.$$
 0,25

Suy ra, I thuộc đường tròn đường kính OA . 0,25

TH2: Đường thẳng d đi qua O . Khi đó, O chính là trung điểm của BC và O thuộc đường tròn đường kính OA . 0,25

3/ Gọi K là giao điểm của MN và BC, chứng minh rằng $AK \cdot AI = AB \cdot AC$. 1,0

TH1: Đường thẳng d không đi qua O .

Có ΔAMB đồng dạng với $\Delta ACM \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AC}{AM} \Rightarrow AM^2 = AB \cdot AC$ (1). 0,25

ΔAHK đồng dạng với $\Delta AIO \Rightarrow \frac{AH}{AK} = \frac{AI}{AO} \Rightarrow AK \cdot AI = AH \cdot AO$ (2). 0,25

MH là đường cao trong tam giác OMA vuông tại $M \Rightarrow AH \cdot AO = AM^2$ (3). 0,25

Từ (1), (2) và (3) suy ra $AB \cdot AC = AK \cdot AI$.

TH2: Đường thẳng d đi qua O .

Khi đó, $K \equiv H, O \equiv I$ theo (1), (3) thì $AH \cdot AO = AB \cdot AC \Rightarrow$ đpcm. 0,25

5 (1,0 điểm)	Cho các số x, y thỏa mãn $x \geq 0; y \geq 0$ và $x + y = 1$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $A = x^2 + y^2$.	1,0
	Ta có $x + y = 1 \Rightarrow y = 1 - x$. Do đó, $0 \leq x \leq 1$.	0,25
	$A = x^2 + (1-x)^2 = 2x^2 - 2x + 1$.	0,25
	$A = 2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \geq \frac{1}{2}$. Dấu bằng xảy ra khi $x = y = \frac{1}{2}$.	0,25
	Do $0 \leq x \leq 1$ nên $x(x-1) \leq 0$. Suy ra, $A = 2x(x-1) + 1 \leq 1$. Dấu bằng xảy ra khi $\begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = 0 \\ x = 0 \Rightarrow y = 1 \end{cases}$.	0,25

Các chú ý khi chấm:

1. Bài làm của học sinh phải chi tiết, lập luận chặt chẽ, tính toán chính xác mới được điểm tối đa.
2. Với các cách giải đúng nhưng khác đáp án, tổ chấm trao đổi và thống nhất điểm chi tiết (đến 0,25 điểm) nhưng không được vượt quá số điểm dành cho bài hoặc phần đó. Trong trường hợp sai sót nhỏ có thể cho điểm nhưng phải trừ điểm chỗ sai đó.
3. Với **Bài 4** không cho điểm bài làm nếu học sinh không vẽ hình.
4. Mọi vấn đề phát sinh trong quá trình chấm phải được trao đổi trong tổ chấm và chỉ cho điểm theo sự thống nhất của cả tổ.
5. Điểm toàn bài là tổng số điểm các phần đã chấm, **không làm tròn điểm**.

ĐỀ 019 **ĐỀ THI VÀO 10**

Câu 1. (1,5 điểm) Rút gọn các biểu thức:

$$A = \sqrt{3+2\sqrt{2}} - \sqrt{3-2\sqrt{2}}; \quad B = \frac{1}{\sqrt{3}-1} - \frac{1}{\sqrt{3}+1}.$$

Câu 2. (1,5 điểm) Giải các phương trình:

- $2x^2 + 5x - 3 = 0$;
- $x^4 - 2x^2 - 8 = 0$.

Câu 3. (1,5 điểm) Cho phương trình: $x^2 + (2m+1)x - n + 3 = 0$ (m, n là tham số).

- Xác định m, n biết phương trình có hai nghiệm -3 và -2 .

- Trong trường hợp $m = 2$, tìm số nguyên dương n bé nhất để phương trình đã cho có nghiệm dương.

ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu 4. (2,0 điểm) Bằng cách đặt phương trình hoặc hệ phương trình:

Hưởng ứng phong trào thi đua “Xây dựng trường học thân thiện, học sinh tích cực”, lớp 9A trường THCS Hoa Hồng dự định trồng 300 cây xanh. Đến ngày lao động, có 5 bạn được Liên Đội triệu tập tham gia chiến dịch an toàn giao thông nên mỗi bạn còn lại phải trồng thêm 2 cây mới đảm bảo kế hoạch đặt ra. Hỏi lớp 9A có bao nhiêu học sinh?

Câu 5. (3,5 điểm) Cho hai đường tròn (O) và (O') có cùng bán kính R cắt nhau tại 2 điểm A, B sao cho tâm O nằm trên đường tròn (O') và tâm O' nằm trên đường tròn (O) . Đường nối tâm OO' cắt AB tại H , cắt đường tròn (O') tại giao điểm thứ hai là C . Gọi F là điểm đối xứng của B qua O' .

- Chứng minh rằng AC là tiếp tuyến của đường tròn (O) , AC vuông góc với BF .
- Trên cạnh AC lấy điểm D sao cho $AD = AF$. Qua D kẻ đường thẳng vuông góc với OC cắt OC tại K , cắt AF tại G . Gọi E là giao điểm của AC và BF . Chứng minh rằng các tứ giác $AHO'E$, $ADKC$ là các tứ giác nội tiếp.
- Tứ giác $AHKG$ là hình gì? Tại sao?
- Tính diện tích phần chung của hình tròn (O) và hình tròn (O') theo bán kính R .

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH PHÚ YÊN**

**KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 TỈNH PHÚ YÊN
NĂM HỌC 2011-2012
Môn: Toán (chung)**

Câu	Đáp án	Điểm
1	<p><i>Rút gọn các biểu thức</i></p> $A = \sqrt{3+2\sqrt{2}} - \sqrt{3-2\sqrt{2}} = \sqrt{2+2\sqrt{2}+1} - \sqrt{2-2\sqrt{2}+1}$ $= \sqrt{(\sqrt{2}+1)^2} - \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2}$ $= \sqrt{2}+1 - \sqrt{2}-1 = \sqrt{2}+1 - \sqrt{2}+1 = 2.$ $B = \frac{1}{\sqrt{3}-1} - \frac{1}{\sqrt{3}+1} = \frac{\sqrt{3}+1}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} - \frac{\sqrt{3}-1}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}$ $= \frac{\sqrt{3}+1-\sqrt{3}+1}{3-1} = 1.$	1,50 đ

		0,25
2	<p><i>Giải phương trình</i></p> <p>a) $2x^2 + 5x - 3 = 0$ Ta có: $\Delta = 5^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-3) = 49 = 7^2 > 0$ Nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt: $x_1 = \frac{-5+7}{4} = \frac{1}{2}; x_2 = \frac{-5-7}{4} = -3.$ Vậy phương trình có 2 nghiệm: $x = \frac{1}{2}; x = -3.$</p>	0,50 đ 0,25 0,25
		0,25
	<p>b) $x^4 - 2x^2 - 8 = 0$</p> <p>Đặt $t = x^2, t \geq 0$, phương trình viết lại là: $t^2 - 2t - 8 = 0$ $\Delta' = 1 + 8 = 9 = 3^2 > 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt: $t_1 = \frac{1+3}{1} = 4; t_2 = \frac{1-3}{1} = -2$ (loại). Với $t = 4$ ta có: $x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm 2$. Vật phương trình có hai nghiệm: $x = -2, x = 2$.</p>	1,00 đ 0,25 0,25 0,25 0,25
3	<p><i>Phương trình: $x^2 + (2m+1)x - n + 3 = 0$</i></p> <p>a) Xác định m, n biết phương trình có hai nghiệm -3 và -2: Phương trình có 2 nghiệm là -3 và -2 nên ta có hệ phương trình: $\begin{cases} (-3)^2 + (2m+1)(-3) - n + 3 = 0 \\ (-2)^2 + (2m+1)(-2) - n + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6m + n = 9 & (1) \\ 4m + n = 5 & (2) \end{cases}$ Lấy (1) trừ (2) theo vế ta được: $2m = 4 \Leftrightarrow m = 2$. Thế vào (2): $4 \cdot 2 + n = 5 \Leftrightarrow n = -3$. Vậy $m = 2, n = -3$ thì phương trình có 2 nghiệm -3 và -2.</p>	1,50 đ 0,75 đ 0,25 0,25 0,25

	b) Tìm n nguyên dương bé nhất để phương trình có nghiệm dương: Với $m = 2$ thì phương trình là: $x^2 + 5x + n = 0$. Vì tổng $S = x_1 + x_2 = -5 < 0$ nên phươn nghiệm cùng âm hoặc 2 nghiệm trái nghiệm dương thì phương trình phải tích $P = x_1x_2 = -n + 3 < 0 \Leftrightarrow n > 3$. Vậy $n = 4$ là số nguyên dương bé nghiệm dương.	0,75 đ
		25
		25
		0,25
4	<p><i>Giải bài toán bằng cách đặt phương trình hoặc hệ phương trình:</i></p> <p>Gọi x là số học sinh lớp 9A ($x > 5$, nguyên).</p> <p>Số cây mỗi bạn dự định trồng là: $\frac{300}{x}$ (cây)</p> <p>Sau khi 5 bạn tham gia chiến dịch ATGT thì lớp còn lại: $x-5$(học sinh)</p> <p>Do đó mỗi bạn còn lại phải trồng: $\frac{300}{x-5}$ (cây).</p> <p>Theo đề ra ta có phương trình: $\frac{300}{x} + 2 = \frac{300}{x-5}$.</p> <p>Rút gọn ta được: $x^2 - 5x - 750 = 0$.</p> <p>Giải ra ta được: $x = 30$, $x = -25$ (loại).</p> <p>Vậy lớp 9A có 30 học sinh.</p>	2,00 đ
		0,25
		0,25
		0,25
		0,25
		0,25
		0,25
		0,25
5	<p>a) Chứng minh AC là tiếp tuyến của đường tròn (O) và $AC \perp BF$:</p> <p>+ Vì OC là đường kính của (O', R) và A thuộc (O') nên $OA \perp AC$ (1), hay AC là tiếp tuyến của đường tròn (O).</p> <p>+ Tứ giác $AOBO'$ là hình thoi (vì $OA=AO'=O'B=BO=R$), suy ra $OA \parallel BF$ (2).</p>	3,50 đ
		1,00 đ
		0,50
		0,25

	Từ (1) và (2) suy ra $AC \perp BF$.	0,25
b)	<p>Chứng minh $AHO'E, ADKO$ là các tứ giác nội tiếp:</p> <p>+ $OO' \perp AB$ (tính chất đường tròn) $\Rightarrow AHO' = 90^\circ$</p> <p>$BF \perp AC$ (chứng minh trên) $\Rightarrow AEO' = 90^\circ$</p> <p>Suy ra tứ giác $AHO'E$ là tứ giác nội tiếp.</p> <p>+ $DK \perp OC$ (giả thiết) $\Rightarrow DKH = 90^\circ$</p> <p>$OA \perp AC$ (chứng minh trên) $\Rightarrow OAD = 90^\circ$</p> <p>Suy ra tứ giác $ADKO$ là tứ giác nội tiếp.</p>	1,00 đ
c)	<p>Chứng minh tứ giác $AHKG$ là hình vuông:</p> <p>+ Ta có : $BAF = 90^\circ$ (vì BF là đường kính của (O', R))</p> <p>$AHK = 90^\circ$ (vì AB là dây chung)</p> <p>$GHK = 90^\circ$ (giả thiết)</p> <p>Nên tứ giác $AHKG$ là hình chữ nhật.</p> <p>+ Theo chứng minh trên ta có $OA//O'F$ và $OA = O'F = OO' = R$</p> <p>Nên tứ giác $AOO'F$ là hình thoi $\Rightarrow AO = AF = AD$ (3)</p> <p>Từ (1) và (3) suy ra ΔAOD vuông, cân tại $A \Rightarrow ADO = 45^\circ$.</p> <p>+ Hơn nữa, $ADKO$ nội tiếp (theo b) $\Rightarrow AKO = ADO = 45^\circ$</p> <p>$\Rightarrow \Delta AHK$ vuông, cân tại $H \Rightarrow AH = HK$</p> <p>Vậy tứ giác $AHKG$ là hình vuông.</p>	1,00 đ
		0,25
		0,25
		0,25

		0,25
	<p>d) Tính diện tích phần chung của (O) và (O'): Gọi S là diện tích phần chung của hình tròn (O) và (O'); S_1 là diện tích hình quạt tròn OAB; S_2 là diện tích hình thoi $AOBO'$. Vì $\Delta AOO'$ đều nên $\angle AOO' = 60^\circ \Rightarrow \angle AOB = 120^\circ$ Suy ra $S_1 = \frac{\pi R^2 \cdot 120}{360} = \frac{\pi R^2}{3}$; $S_2 = 2S_{\triangle AOO'} = AH \cdot OO' = \frac{R\sqrt{3}}{2} \cdot R = \frac{R^2\sqrt{3}}{2}$. Từ đó: $S = 2S_1 - S_2 = 2 \frac{\pi R^2}{3} - \frac{R^2\sqrt{3}}{2} = \frac{R^2(4\pi - 3\sqrt{3})}{6}$ (đvdt).</p>	0,50 đ 0,25 0,25

ĐỀ 020

ĐỀ THI VÀO 10

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM (2 điểm) Trong 4 câu: từ câu 1 đến câu 4, mỗi câu đều có 4 lựa chọn, trong đó chỉ có duy nhất một lựa chọn đúng. Em hãy viết vào tờ giấy làm bài thi chữ cái A, B, C hoặc D đứng trước lựa chọn mà em cho là đúng (Ví dụ: Nếu câu 1 em lựa chọn là A thì viết là 1.A)

Câu 1. Giá trị của $\sqrt{12} \cdot \sqrt{27}$ bằng:

- A. 12 B. 18 C. 27 D. 324

Câu 2. Đồ thị hàm số $y = mx + 1$ (x là biến, m là tham số) đi qua điểm $N(1; 1)$. Khi đó giá trị của m bằng:

- A. $m = -2$ B. $m = -1$ C. $m = 0$ D. $m = 1$

Câu 3. Cho tam giác ABC có diện tích bằng 100 cm^2 . Gọi M, N, P tương ứng là trung điểm của AB, BC, CA. Khi đó diện tích tam giác MNP bằng:

- A. 25 cm^2 B. 20 cm^2 C. 30 cm^2 D. 35 cm^2

Câu 4. Tất cả các giá trị x để biểu thức $\sqrt{x-1}$ có nghĩa là:

- A. $x < 1$ B. $x \leq 1$ C. $x > 1$ D. $x \geq 1$

PHẦN II. TỰ LUẬN (8 điểm)

Câu 5. (2.0 điểm) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x - y = 0 \\ x^2 - 2y + 1 = 0 \end{cases}$

Câu 6. (1.5 điểm) Cho phương trình $x^2 - 2mx + m^2 - 1 = 0$ (x là ẩn, m là tham số).

- Giải phương trình với $m = -1$
- Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt
- Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho tổng $P = x_1^2 + x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 7. (1.5 điểm) Một hình chữ nhật ban đầu có chu vi bằng 2010 cm . Biết rằng nếu tăng chiều dài của hình chữ nhật thêm 20 cm và tăng chiều rộng thêm 10 cm thì diện tích hình chữ nhật ban đầu tăng lên $13\,300 \text{ cm}^2$. Tính chiều dài, chiều rộng của hình chữ nhật ban đầu.

Câu 8. (2.0 điểm) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, không là tam giác cân, $AB < AC$ và nội tiếp đường tròn tâm O, đường kính BE. Các đường cao AD và BK của tam giác ABC cắt nhau tại điểm H. Đường thẳng BK cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là F. Gọi I là trung điểm của cạnh AC. Chứng minh rằng:

- Tứ giác AFEC là hình thang cân.
- $BH = 2OI$ và điểm H đối xứng với F qua đường thẳng AC.

Câu 9. (2.0 điểm) Cho a, b, c là ba số thực dương thỏa mãn điều kiện $a + b + c = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P = \sqrt{\frac{ab}{c+ab}} + \sqrt{\frac{bc}{a+bc}} + \sqrt{\frac{ca}{b+ca}}$.

-----HẾT-----

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2010-2011
HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN

HƯỚ
NG

DẪN CHUNG:

- Hướng dẫn chấm chỉ trình bày một cách giải với các ý cơ bản học sinh phải trình bày, nếu học sinh giải theo cách khác mà đúng và đủ các bước thì giám khảo vẫn cho điểm tối đa.
- Trong mỗi bài, nếu ở một bước nào đó bị sai thì các bước sau có liên quan không được điểm.
- Bài hình học bắt buộc phải vẽ đúng hình thì mới chấm điểm, nếu không có hình vẽ đúng ở phần nào thì giám khảo không cho điểm phần lời giải liên quan đến hình của phần đó.
- Điểm toàn là tổng điểm của các ý, các câu, tính đến 0,25 điểm và không làm tròn.

BIỂU ĐIỂM VÀ ĐÁP ÁN:

Phần I. Trắc nghiệm (2,0 điểm):

Mỗi câu đúng cho 0,5 điểm.

Câu	1	2	3	4
Đáp án	B	C	A	D

Phần II. Tư luân (8,0 điểm).

Câu 5 (2,0 điểm).

Nội dung trình bày	Điểm
Xét hệ phương trình $\begin{cases} x - y = 1 & (1) \\ x^2 - 2y + 1 = 0 & (2) \end{cases}$	
Từ (1) $\Rightarrow x = y$ thay vào PT (2) ta được: $x^2 - 2x + 1 = 0$	0,5
$\Leftrightarrow (x - 1)^2 = 0 \Rightarrow x = 1$	0,5
Thay $x = 1$ vào (1) $\Rightarrow y = 1$	0,5
Vậy nghiệm của hệ phương trình đã cho là: $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$	0,5

Câu 6 (1,5 điểm).

a. (0,5 điểm):

Nội dung trình bày	Điểm
Với $m = -1$ ta có (1): $x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow x(x + 2) = 0$	0,25

$\Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-2 \end{cases}$. Vậy với $m = -1$ PT có hai nghiệm là $x_1 = 0; x_2 = -2$	0,25
--	------

b. (0,5 điểm):

Nội dung trình bày	Điểm
Ta có $\Delta' = m^2 - (m^2 - 1) = 1 > 0$ với $\forall m$	0,25
Vậy với $\forall m$ phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2	0,25

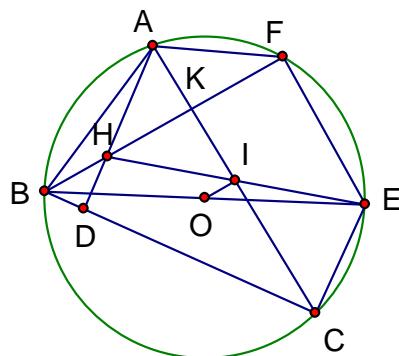
c. (0,5 điểm):

Nội dung trình bày	Điểm
$P = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 4m^2 - 2m^2 + 2 \geq 2$ với $\forall m$	0,25
Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow m = 0$. Vậy với $m = 0$ thì phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn	0,25
$P = x_1^2 + x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất	

Câu 7 (1,5 điểm).

Nội dung trình bày	Điểm
Gọi chiều dài hình chữ nhật là x (cm), chiều rộng là y (cm) (điều kiện $x, y > 0$)	0,25
Chu vi hình chữ nhật ban đầu là 2010 cm. ta có phương trình $2.(x+y) = 2010 \Leftrightarrow x+y = 1005$ (1)	0,25
Khi tăng chiều dài 20 cm, tăng chiều rộng 10 cm thì kích thước hình chữ nhật mới là:	0,25
Chiều dài: $x+20$ (cm), chiều rộng: $y+10$ (cm)	
Khi đó diện tích hình chữ nhật mới là: $(x+20).(y+10) = xy + 13300$ $\Leftrightarrow 10x + 20y = 13100 \Leftrightarrow x+2y = 1310$ (2)	0,25
Từ (1) và (2) ta có hệ: $\begin{cases} x+y = 1005 \\ x+2y = 1310 \end{cases}$	
Trừ từng vế của hệ ta được: $y = 305$ (thỏa mãn). Thay vào phương trình (1) ta được: $x = 700$	0,25
Vậy chiều dài hình chữ nhật ban đầu là: 700 cm, chiều rộng là 305 cm	0,25

Câu 8. (2,0 điểm).



a. (1,0 điểm):

Nội dung trình bày	Điểm
Có : $\exists BFE = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow FE \perp BF$	0,25
$BF \perp AC$ (gt) $\Rightarrow FE \parallel AC$ (1)	0,25
$\Rightarrow sđ AF = sđ CE \Rightarrow AFE = CFE \Rightarrow FAC = ECA$ (2)	0,25
Từ (1) và (2) { AFEC là hình thang cân	0,25

b. (1,0 điểm):

Nội dung trình bày	Điểm
$EC \perp BC \Rightarrow EC \parallel AH$ (1).	0,25
$BF \perp AC$ (gt) $\Rightarrow FE \parallel AC$ (1). $\Rightarrow HAC = ECA$ mà $ECA = FAC$	0,25
$\Rightarrow \Delta HAF$ cân tại A $\Rightarrow AH = AF$ (2) Từ (1)và (2) $\Rightarrow \{ AHCE$ là hình bình hành	
$\Rightarrow I$ là giao điểm hai đường chéo $\Rightarrow OI$ là đường trung bình $\Delta BEH \Rightarrow BH = 2OI$	0,25
ΔHAF cân tại A , $HF \perp AC \Rightarrow HK = KF \Rightarrow H$ đối xứng với F qua AC	0,25

Câu 9. (1,0 điểm).

Nội dung trình bày	Điểm
<p>Có: $a+b+c=1 \Rightarrow c=(a+b+c).c=ac+bc+c^2$</p> $\Rightarrow c+ab=ac+bc+c^2+ab=a(c+b)+c(b+c)=(c+a)(c+b)$ $\Rightarrow \sqrt{\frac{ab}{c+ab}}=\sqrt{\frac{ab}{(c+a)(c+b)}}\leq\frac{\frac{a}{c+a}+\frac{b}{c+b}}{2}$	0,25

$$a+bc = (a+b)(a+c)$$

$$\text{Tương tự: } b+ca = (b+c)(b+a)$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{bc}{a+bc}} = \sqrt{\frac{bc}{(a+b)(a+c)}} \leq \frac{\frac{b}{a+b} + \frac{c}{a+c}}{2}$$

$$\sqrt{\frac{ca}{b+ca}} = \sqrt{\frac{ca}{(b+c)(b+a)}} \leq \frac{\frac{c}{b+c} + \frac{a}{b+a}}{2}$$

0,25

$$\Rightarrow P \leq \frac{\frac{a}{c+a} + \frac{b}{c+b} + \frac{b}{a+b} + \frac{c}{a+c} + \frac{c}{b+c} + \frac{a}{b+a}}{2} = \frac{\frac{a+c}{a+c} + \frac{c+b}{c+b} + \frac{b+a}{b+a}}{2} = \frac{3}{2}$$

0,25

Dấu “=” xảy ra khi $a=b=c=\frac{1}{3}$

Từ đó giá trị lớn nhất của P là $\frac{3}{2}$ đạt được khi và chỉ khi $a=b=c=\frac{1}{3}$

0,25

ĐỀ 021

ĐỀ THI VÀO 10 TRƯỜNG ĐHKHTN – HÀ NỘI (2003-2004)

Ngày thứ nhất – lớp chuyên khoa học tự nhiên

Câu 1 (2 điểm)

Giải phương trình:

$$(\sqrt{x+5} - \sqrt{x+2}) (1 + \sqrt{x^2 + 7x + 10}) = 3$$

Câu 2 (2 điểm)

Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2x^3 + 3x^2y = 5 \\ y^3 + 6xy^2 = 7 \end{cases}$$

Câu 3 (2 điểm)

Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn đẳng thức:

$$2y^2x + x + y + 1 = x^2 + 2y^2 + xy$$

Câu 4 (3 điểm)

Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB = 2R (R là một độ dài cho trước). M, N là hai điểm trên nửa đường tròn (O) sao cho M thuộc cung AN và tổng các khoảng cách từ A, B đến đường thẳng MN bằng $R\sqrt{3}$

a/ Tính độ dài đoạn thẳng MN theo R.

b/ Gọi giao điểm của hai dây AN và BM là I, giao điểm của các đường thẳng AM và BN là K. Chứng minh rằng bốn điểm M, N, I, K cùng nằm trên một đường tròn. Tính bán kính của đường tròn đó theo R.

c/ Tìm giá trị lớn nhất của diện tích tam giác KAB theo R khi M, N thay đổi nhưng vẫn thỏa mãn giả thiết bài toán.

Câu 5 (1 điểm)

Giả sử x, y, z là các số thực thỏa mãn điều kiện: $x + y + z + xy + yz + xz = 6$.

Chứng minh rằng: $x^2 + y^2 + z^2 \geq 3$

Ngày thứ hai – Chuyên Toán Tin

Câu 6 (2 điểm)

Cho phương trình: $x^4 + 2mx^2 + 4 = 0$

Tìm giá trị của tham số m để phương trình có 4 nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3, x_4 thỏa mãn:

$$x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 + x_4^4 = 32$$

Câu 7 (2 điểm)

Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2x^2 + xy - y^2 - 5x + y + 2 = 0 \\ x^2 + y^2 + x + y - 4 = 0 \end{cases}$$

Câu 8 (2 điểm)

Tìm các số nguyên x,y thỏa mãn đẳng thức $x^2 + xy + y^2 = x^2y^2$.

Câu 9 (3 điểm)

Đường tròn tâm O nội tiếp $\triangle ABC$

tiếp xúc với các cạnh BC, CA, AB tương ứng tại các điểm D, E, F. Đường tròn tâm T bàng tiếp trong \widehat{BAC} của $\triangle ABC$ tiếp xúc với cạnh BC và phần kéo dài của các cạnh AB, AC tương ứng tại các điểm P, M, N.

a/ Chứng minh rằng: BP=CD.

b/ Trên đường thẳng MN ta lấy các điểm I và K sao cho CK//AB, BI//AC. Chứng minh rằng các tứ giác BICE và BKCF là các hình bình hành.

c/ Gọi (S) là đường tròn đi qua ba điểm I, K, P. Chứng minh rằng (S) tiếp xúc với các đường thẳng BC, BI, CK

Câu 10 (1 điểm)

Số thực x thay đổi và thỏa mãn điều kiện $x^2 + (3-x)^2 \geq 5$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = x^4 + (3-x)^4 + 6x^2(3-x)^2$$

ĐỀ 022

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TỈNH HẢI DƯƠNG

Môn Toán lớp 9 (2003 - 2004)
 (Thời gian : 150 phút)

Bài 1 : (2,5 điểm)

Giải phương trình :

$$|xy - x - y + a| + |x^2y^2 + x^2y + xy^2 + xy - 4b| = 0$$

$$a = (\sqrt{57} + 3\sqrt{6} + \sqrt{38} + 6)(\sqrt{57} - 3\sqrt{6} - \sqrt{38} + 6)$$

$$b = \sqrt{17 - 12\sqrt{2}} + \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} + \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}$$

Bài 2 : (2,5 điểm)

Hai phương trình :

$x^2 + (a - 1)x + 1 = 0$; $x^2 + (b + 1)x + c = 0$ có nghiệm chung, đồng thời hai phương trình : $x^2 + x + a - 1 = 0$ và $x^2 + cx + b + 1 = 0$ cũng có nghiệm chung.

Tính giá trị của biểu thức $2004a/(b + c)$.

Bài 3 : (3,0 điểm)

Cho hai đường tròn tâm O_1 và tâm O_2 cắt nhau tại A, B. Đường thẳng O_1A cắt đường tròn tâm O_2 tại D, đường thẳng O_2A cắt đường tròn tâm O_1 tại C.

Qua A kẻ đường thẳng song song với CD cắt đường tròn tâm O_1 tại M và cắt đường tròn tâm O_2 tại N.

Chứng minh rằng :

1) Năm điểm B ; C ; D ; O1 ; O2 nằm trên một đường tròn.

2) $BC + BD = MN$.

Bài 4 : (2,0 điểm) Tìm các số thực x và y thỏa mãn $x^2 + y^2 = 3$ và $x + y$ là một số nguyên.**ĐỀ 023**

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẢNG NGÃI
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO 10

Năm học: 2013-2014

Môn: TOÁN

Thời gian : 120 phút (không kể thời gian giao đề)

Bài 1: (1,5 điểm)

1) Tính $3\sqrt{16} + 5\sqrt{36}$

2) Chứng minh rằng với $x > 0$ và $x \neq 1$ thì $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{x-\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$

3) Cho hàm số bậc nhất $y = (2m+1)x - 6$

a) Với giá trị nào của m thì hàm số đã cho nghịch biến trên R?

b) Tìm m để đồ thị hàm số đã cho qua điểm A(1;2)

Bài 2: (2,0 điểm)

1) Giải phương trình: $2x^2 + 3x - 5 = 0$

2) Tìm m để phương trình $x^2 + mx + m - 2 = 0$ có 2 nghiệm $x_1; x_2$ thỏa mãn $|x_1 - x_2| = 2$

3) Giải hpt: $\begin{cases} x + y = xy - 1 \\ x + 2y = xy + 1 \end{cases}$

Bài 3: (2,0 điểm)

Một tổ công nhân dự định làm xong 240 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Nhưng khi thực hiện, nhờ cải tiến kĩ thuật nên mỗi ngày tổ đã làm tăng thêm 10 sản phẩm so với dự định. Do đó tổ đã hoàn thành công việc sớm hơn dự định 2 ngày.

Hỏi khi thực hiện, mỗi ngày tổ đã làm được bao nhiêu sản phẩm?

Bài 4: (3,5 điểm)

Cho đường tròn (O)cố định. Từ một điểm A cố định ở bên ngoài đường tròn (O), kẻ các tiếp tuyến AM và AN với đường tròn (M;N là các tiếp điểm). Đường thẳng đi qua A cắt đường tròn (O)tại hai điểm B và C (B nằm giữa A và C). Gọi I là trung

điểm của dây BC.

- 1) Chứng minh rằng: AMON là tứ giác nội tiếp.
- 2) Gọi K là giao điểm của MN và BC. Chứng minh rằng: AK.AI=AB.AC
- 3) Khi cát tuyến ABC thay đổi thì điểm I chuyển động trên cung tròn nào? Vì sao?
- 4) Xác định vị trí của cát tuyến ABC để IM = 2.IN

Bài 5: (1,0 điểm)

Với $x \neq 0$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = \frac{x^2 - 2x + 2014}{x^2}$

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Bài 1: (1,5 điểm)

$$1) 3\sqrt{16} + 5\sqrt{36} = 3.4 + 5.6 = 42$$

2) Với $x > 0$ và $x \neq 1$ ta có

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{x-\sqrt{x}} &= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} = \frac{\sqrt{x}\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \\ &= \frac{x-1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} = \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} \end{aligned}$$

Vậy với $x > 0$ và $x \neq 1$ thì $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{x-\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$

3).

a) Hàm số bậc nhất $y=(2m+1)x-6$ nghịch biến trên \mathbb{R} khi $2m+1 < 0 \Leftrightarrow 2m < 1 \Leftrightarrow m < \frac{-1}{2}$

b) Đồ thị hàm số $y=(2m+1)x-6$ qua điểm

$$A(1; 2) \Leftrightarrow 2 = (2m+1).1 - 6 \Leftrightarrow 2 = 2m + 1 - 6$$

$$\Leftrightarrow 2m = 7$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{7}{2}$$

Bài 2: (2,0 điểm)

1) Giải phương trình: $2x^2 + 3x + 5 = 0$

Ta có $a+b+c=0$. Suy ra pt có 2 nghiệm: $x_1 = 1; x_2 = \frac{-5}{2}$

2) $x^2 + mx + m - 2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1 - x_2| = 2$

Ta có $\Delta = m^2 - 4(m-2) = m^2 - 4m + 8 = (m-2)^2 + 4 > 0 \forall m$

Do đó pt đã cho luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi m.

Áp dụng định lí Vi et ta có: $\begin{cases} S = x_1 + x_2 = -m \\ P = x_1 x_2 = m - 2 \end{cases}$

Ta có:

$$(x_1 - x_2)^2 = x_1^2 + x_2^2 - 2x_1 x_2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2$$

$$= (-m)^2 - 4(m-2) = m^2 - 4m + 8$$

Do đó $|x_1 - x_2| = 2$

$$(x_1 - x_2)^2 = 4$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 4m + 8 = 4$$

$$\Leftrightarrow (m-2)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow m = 2$$

$$3) \begin{cases} x + y = xy - 1 \\ x + 2y = xy + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x + y = xy - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 3 \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hpt là $(x; y) = (3; 2)$

Bài 3: (2,0 điểm)

Gọi số sản phẩm tổ đã thực hiện trong mỗi ngày là x (sản phẩm). ĐK: $x > 10; x \in \mathbb{Z}$

Do đó:

Số sản phẩm tổ dự định làm trong mỗi ngày là: $x - 10$ (sản phẩm).

Thời gian tổ hoàn thành công việc trong thực tế là: $\frac{240}{x}$ (ngày)

Thời gian tổ hoàn thành công việc theo dự định là: $\frac{240}{x-10}$ ngày

Vì tổ đã hoàn thành công việc sớm hơn dự định 2 ngày, do đó ta có phương trình:

$$\frac{240}{x-10} - \frac{240}{x} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{120}{x-10} - \frac{120}{x} = 1$$

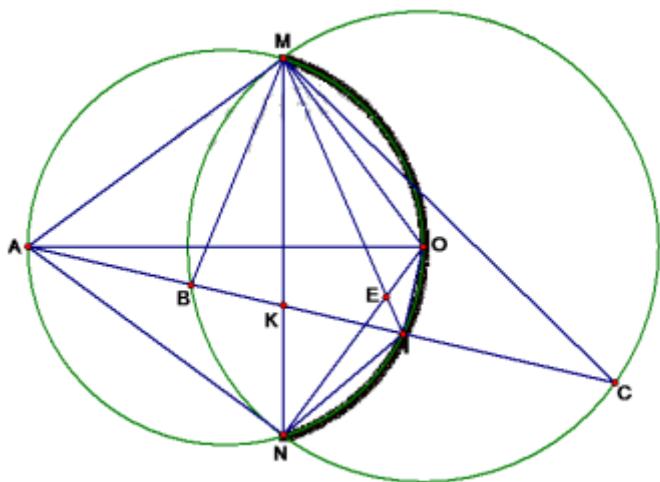
$$\Leftrightarrow 120x - 120x + 1200 = x^2 - 10x$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 10x - 1200 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 40(TM) \\ x = -30(L) \end{cases}$$

Vậy số sản phẩm tổ đã thực hiện trong mỗi ngày là 40 sản phẩm.

Bài 4: (3,5 điểm) (Giải văn tắt)



1) Tứ giác AMON nội tiếp do có góc $\angle AMO + \angle ANO = 180^\circ$. (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

2) Tam giác $\triangle AKM$ đồng dạng với tam giác $\triangle AMI$ (g-g)

$$\Rightarrow \frac{AK}{AM} = \frac{AM}{AI} \Rightarrow AK \cdot AI = AM^2 \quad (1)$$

Tam giác $\triangle ABM$ đồng dạng với tam giác $\triangle AMC$ (g-g)

$$\Rightarrow \frac{AB}{AM} = \frac{AM}{AC} \Rightarrow AB \cdot AC = AM^2 \quad (2)$$

(1) và (2) $\Rightarrow AK \cdot AI = AB \cdot AC$

3) Ta có $IB = IC \Rightarrow OI \perp BC$

$\Rightarrow \angle AIO = 90^\circ$ mà A, O cố định suy ra I thuộc đường tròn đường kính AO

$$B \equiv M \rightarrow I \equiv M$$

Giới hạn: Khi

$$B \equiv N \rightarrow I \equiv N$$

Vậy khi cát tuyến ABC thay đổi thì I chuyển động trên đường tròn đường kính AO.

4) Tam giác $\triangle KIN$ đồng dạng với tam giác $\triangle KMA$ (g-g)

$$\Rightarrow \frac{IN}{MA} = \frac{KN}{KA} \Rightarrow IN = \frac{KN \cdot MA}{KA}$$

Tam giác $\triangle KIM$ đồng dạng với tam giác $\triangle KNA$ (g-g)

$$\Rightarrow \frac{IM}{NA} = \frac{KM}{KA} \Rightarrow IM = \frac{KM \cdot NA}{KA} = \frac{KM \cdot MA}{KA} \quad (\text{Do } NA = MA)$$

$$\text{Do đó } IM = 2IN \Leftrightarrow \frac{IN}{IM} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{\frac{KN \cdot MA}{KA}}{\frac{KM \cdot MA}{KA}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{KN}{KM} = \frac{1}{2}$$

Vậy $IM = 2 \cdot IN$ khi cát tuyến ABC cắt MN tại K với $\frac{KN}{KM} = \frac{1}{2}$

Bài 5: (1,0 điểm)

$$A = \frac{x^2 - 2x + 2014}{x^2} \Leftrightarrow Ax^2 = x^2 - 2x + 2014$$

$$\Leftrightarrow (A-1)x^2 + 2x - 2014 = 0$$

* Với $A=1 \Leftrightarrow x=1007$

* Với $A \neq 1$ PT (1) là pt bậc 2 ẩn x có

$$\Delta' = 1 + 2014(A-1)$$

$$= 1 + 2014A - 2014 = 2014A - 2013$$

PT (1) có nghiệm khi

$$\Delta' \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 2014A - 2013 \geq 0 \Leftrightarrow A \geq \frac{2013}{2014}$$

$$\text{Kết hợp với trường hợp } A=1 \text{ ta có } A_{\min} = \frac{2013}{2014}$$

ĐỀ 024

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH QUẢNG NINH
ĐỀ CHÍNH THỨC**

**KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
Năm học 2014 – 2015
MÔN THI: Toán**

Câu I. (2,0 điểm)

1. Rút gọn các biểu thức sau:

$$a) A = \frac{5\sqrt{7} - \sqrt{63}}{\sqrt{28}}$$

$$b) B = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-2} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} \right) \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}} \text{ với } x > 0 \text{ và } x \neq 4.$$

$$2. \text{ Giải hệ phương trình: } \begin{cases} 2x + 6y = 11 \\ 4x - 9y = 1 \end{cases}$$

Câu II.(2,0 điểm) Cho phương trình: $x^2 + x + m - 5 = 0$ (1) (m là tham số, x là ẩn)

1. Giải phương trình (1) với $m = 4$.

2. Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $x_1 \neq 0, x_2 \neq 0$ thỏa mãn: $\frac{6-m-x_1}{x_2} + \frac{6-m-x_2}{x_1} = \frac{10}{3}$

Câu III. (2,0 điểm) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Một phòng họp có 360 ghế được xếp thành từng hàng và mỗi hàng có số ghế ngồi. Một phòng họp có 360 ghế được xếp thành từng hàng và mỗi hàng có số ghế ngồi thêm một ghế mới đủ chỗ. Tính xem lúc đầu phòng họp có bao nhiêu hàng ghế và mỗi hàng có bao nhiêu ghế? (Biết rằng mỗi hàng ghế không có nhiều hơn 20 ghế)

Câu IV. (3,5 điểm)

Cho góc $xAy = 90^\circ$, vẽ đường tròn tâm A bán kính R. Đường tròn này cắt Ax; Ay thứ tự tại B và D. Các tiếp tuyến với đường tròn (A) kẻ từ B và D cắt nhau tại C.

1. Tứ giác ABCD là hình gì? Chứng minh.

2. Trên BC lấy điểm M tùy ý (M khác B và C) kẻ tiếp tuyến MH với đường tròn (A), (H là tiếp điểm). MH cắt CD tại N.

Chứng minh rằng góc MAN = 45°.

3. P; Q thứ tự là giao điểm của AM; AN với BD. Chứng minh rằng MQ; NP là các đường cao của tam giác AMN.

Câu V. (0.5 điểm) Cho a, b là các số thực thỏa mãn: $2a^2 + \frac{b^2}{4} + \frac{1}{a^2} = 4 (a \neq 0)$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: P = ab.

ĐÁP ÁN ĐỀ THI VÀO 10 MÔN TOÁN QUẢNG NINH NĂM 2014 – 2015

Câu I.

1. Rút gọn biểu thức

$$a) A = \frac{5\sqrt{7} - \sqrt{63}}{\sqrt{28}} = \frac{5\sqrt{7} - 3\sqrt{7}}{2\sqrt{7}} = \frac{2\sqrt{7}}{2\sqrt{7}} = 1$$

$$\begin{aligned} b) B &= \left(\frac{1}{\sqrt{x}-2} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} \right) \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}} \\ &= \frac{(\sqrt{x}+2) + (\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \cdot \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}} \\ &= \frac{2\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{2}{\sqrt{x}+2} \end{aligned}$$

($x > 0; x \neq 4$)

2. Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2x + 6y = 11 \\ 4x - 9y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 12y = 22 \\ 4x - 9y = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 21y = 21 \\ 4x - 9y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ có nghiệm duy nhất ($x; y$) = $(\frac{5}{2}; 1)$

Câu II.

1. Giải phương trình $x^2 + x + m - 5 = 0$ (1) với $m = 4$.

Thay $m = 4$, ta có

$$(1) \Leftrightarrow x^2 + x - 1 = 0$$

$$\Delta = 1^2 + 4 \cdot 1 \cdot 1 = 5 > 0$$

Phương trình có hai nghiệm

$$x_1 = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$$

$$x_2 = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$$

Vậy tập nghiệm của (1) là $\left\{ \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}; \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \right\}$

2. *Để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 0, điều kiện cần và đủ là:

$$\begin{cases} \Delta = 1 - 4(m-5) > 0 \\ 0^2 + 0 + m - 5 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{21}{4} \\ m \neq 5 \end{cases}$$

Theo định lí Vi-ét ta có: $x_1 + x_2 = -1$; $x_1 x_2 = m - 5$ (*)

Theo bài ra ta có:

$$\frac{6-m-x_1}{x_2} + \frac{6-m-x_2}{x_1} = \frac{10}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{(6-m)x_1 + (6-m)x_2 - x_1^2 - x_2^2}{x_1 x_2} = \frac{10}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{(6-m)(x_1 + x_2) - (x_1 + x_2)^2 + 2x_1 x_2}{x_1 x_2} = \frac{10}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{(6-m)(-1) - (-1)^2 + 2(m-5)}{m-5} = \frac{10}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3m-17}{m-5} = \frac{10}{3}$$

$$\Leftrightarrow 3(3m-17) = 10(m-5)$$

$$\Leftrightarrow m = -1(TM)$$

Vậy $m = -1$ là giá trị cần tìm.

Câu III.

Gọi số hàng ghế là x ($x \in \mathbb{N}^*, x < 360$)

Gọi số ghế trên mỗi hàng ban đầu là y ($y \in \mathbb{N}^*, y \leq 20$)

Vì 360 ghế được xếp thành x hàng và mỗi hàng có y ghế nên ta có phương trình:

$$xy = 360 \quad (1)$$

Phải kê thêm một hàng ghế nên số hàng sau đó là $x + 1$ (hàng)

Mỗi hàng ghế phải kê thêm một ghế nên số ghế mỗi hàng sau đó là $y + 1$ (ghế)

Vì 400 người ngồi đủ $x + 1$ hàng, mỗi hàng $y + 1$ ghế nên ta có phương trình:

$$(x+1)(y+1) = 400 \quad (2)$$

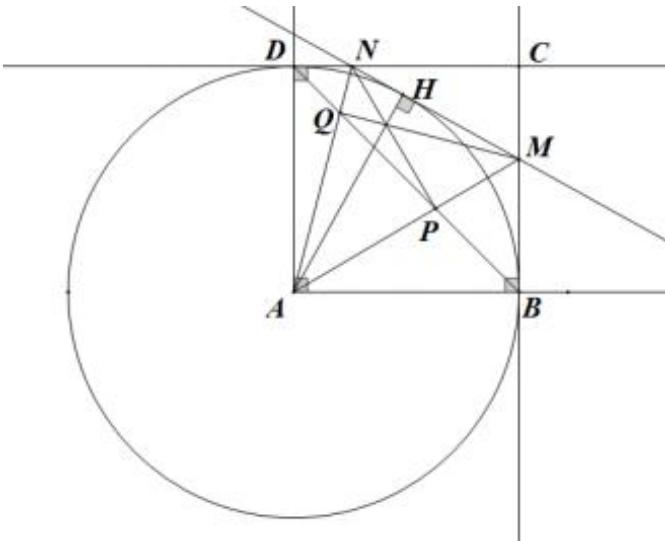
Từ (1), (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} xy = 360 \\ (x+1)(y+1) = 400 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 260 \\ xy + x + y + 1 = 400 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 39 \\ xy = 360 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x; y) = (24; 15) (TM) \\ (x; y) = (15; 24) (L) \end{cases}$$

Vậy có 15 hàng, mỗi hàng 24 ghế.

Câu IV.



1. Theo tính chất tiếp tuyến ta có:

$$\angle CBA = \angle ADC = 90^\circ$$

Xét tứ giác ABCD có:

$$\begin{cases} \angle BAD = 90^\circ \\ \angle CBA = \angle ADC = 90^\circ \text{ (cmt)} \end{cases}$$

\Rightarrow ABCD là hình chữ nhật.

Ta có $AB = AC = R$ nên ABCD là hình vuông.

2. Xét 2 tam giác vuông ADN và AHN có:

$$\begin{cases} AN \text{ chung} \\ AD = AH = R \end{cases}$$

$\Rightarrow \triangle ADN = \triangle AHN$ (cạnh huyền – cạnh góc vuông)

$$\Rightarrow \angle DAN = \angle HAN$$

Tương tự: $\angle HAM = \angle BAM$

Mặt khác

$$\angle DAN + \angle HAN + \angle HAM + \angle BAM = 360^\circ$$

$$\Rightarrow 2\angle HAN + 2\angle HAM = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \angle HAN + \angle HAM = 45^\circ$$

$$\Rightarrow \angle MAN = 45^\circ$$

3. Xét tam giác vuông BCD có $BC = CD = R$

\Rightarrow Tam giác BCD vuông cân tại C \Rightarrow góc CBD = 45°

Ta có A, B là hai điểm liên tiếp cùng nhìn QM một góc 45°

\Rightarrow Tứ giác ABMQ là tứ giác nội tiếp

=>AQMN+ABM=180°

=>AQMN=180°-ABM=180°-90°=90°

⇒ MQ ⊥ AN ⇒ AN là đường cao của tam giác AMN (đpcm)

Tương tự ADNP là tứ giác nội tiếp ⇒ NP ⊥ AM ⇒ NP là đường cao trong tam giác AMN (đpcm).

Câu V.

$$2a^2 + \frac{b^2}{4} + \frac{1}{a^2} = 4$$

Áp dụng BĐT $x^2 + y^2 \geq 2xy \forall x, y \in \mathbb{R}$ (dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow x = y$), ta có:

$$a^2 + \frac{1}{a^2} \geq 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a} = 2$$

$$a^2 + \frac{b^2}{4} \geq 2 \cdot a \cdot \frac{b}{2} = ab$$

Cộng từng vế của hai BĐT trên, ta được:

$$2a^2 + \frac{b^2}{4} + \frac{1}{a^2} \geq 2 + ab$$

$$\text{Mà } 2a^2 + \frac{b^2}{4} + \frac{1}{a^2} = 4 \Rightarrow 4 \geq 2 + ab \Rightarrow ab \leq 2$$

Dấu bằng xảy ra

$$\begin{cases} a = \frac{1}{a} \\ a = \frac{b}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 1 \\ b = 2a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \\ a = -1 \\ b = -2 \end{cases}$$

Vậy GTLN của P là 2, xảy ra khi $a = 1; b = 2$ hoặc $a = -1, b = -2$.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BẾN TRE

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ 025
ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRUNG HỌC PHỔ THÔNG CÔNG LẬP
NĂM HỌC 2017– 2018
Môn : TOÁN (chung)
Thời gian: 120 phút (không kể phát đề)

Câu 1. (2 điểm)

Không sử dụng máy tính cầm tay:

a) Tính $\sqrt{18} - 2\sqrt{2} + \frac{5}{\sqrt{2}}$;

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 3x - y = 1 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$

Câu 2. (2 điểm)

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol (P): $y = -2x^2$ và đường thẳng (d) : $y = 2x - 4$.

- Vẽ đồ thị của (P) và (d) trên cùng mặt phẳng tọa độ;
- Bằng phương pháp đại số, hãy tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d).

Câu 3. (2,5 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x - (2m+1) = 0$ (1) (m là tham số)

- Giải phương trình (1) với $m = 2$;
- Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m;
- Tìm m để phương trình (1) luôn có hai nghiệm bằng nhau về giá trị tuyệt đối và trái dấu nhau.

Câu 4. (3,5 điểm)

Cho đường tròn O, đường kính AB. Trên tiếp tuyến của đường tròn (O) tại A lấy điểm M (M khác A). Từ M vẽ tiếp tuyến thứ hai MC với đường tròn (O) (C là tiếp điểm). Kẻ CH $\perp AB$ ($H \in AB$), MB cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là K và cắt CH tại N. Chứng minh rằng:

- Tứ giác AKNH nội tiếp trong một đường tròn;
- $AM^2 = MK \cdot MB$;
- $KAC = OMB$;
- N là trung điểm của CH.

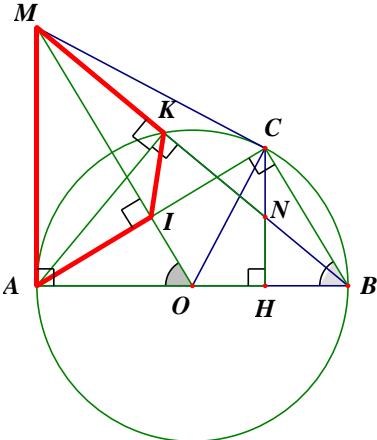
 HẾT

GỢI Ý GIẢI VÀ DỰ KIẾN THANG ĐIỂM (Trần Nguyễn Hoàng)

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
1	a) (1,00)	$\sqrt{18} - 2\sqrt{2} + \frac{5}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + \frac{5\sqrt{2}}{2}$	0,50
		$= (3 - 2 + \frac{5}{2})\sqrt{2} = \frac{7\sqrt{2}}{2}$	0,50

	b) (1,00)	$\begin{cases} 3x - y = 1 \\ x + 2y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 2y = 2 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 7x = 7 \\ x + 2y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ <p>Vậy hệ phương trình có nghiệm: $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$</p>	0,25 0,50 0,25												
2		<p>Vẽ (P): $y = -2x^2$: Bảng giá trị của (P):</p> <table border="1"> <tr> <td>x</td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr> <tr> <td>$y = -2x^2$</td><td>-8</td><td>-2</td><td>0</td><td>-2</td><td>-8</td></tr> </table> <p>Vẽ (d): $y = 2x - 4$: Cho $x = 0 \Rightarrow y = -4 \Rightarrow (0; -4)$ Cho $y = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow (2; 0)$ Vẽ (d) đi qua $(0; -4)$ và $(2; 0)$.</p>	x	-2	-1	0	1	2	$y = -2x^2$	-8	-2	0	-2	-8	0,25
x	-2	-1	0	1	2										
$y = -2x^2$	-8	-2	0	-2	-8										
	a) (1,00)		0,50												
	b) (1,00)	<p>Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d): $-2x^2 = 2x - 4$</p> $\Leftrightarrow 2x^2 + 2x - 4 = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_1 = -2 \\ y_2 = -8 \end{cases}$ <p>Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (d) là: $(1; -2)$ và $(-2; -8)$.</p>	0,25 0,25 0,25 0,25												
3	a)	Với $m = 2$, phương trình trở thành: $x^2 - 2x - 3 = 0$	0,25												

	(1,00)	<p>Phương trình có: $a - b + c = 1 - (-2) + (-3)$</p> <p>$\Rightarrow$ pt có 2 nghiệm: $\begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = 3 \end{cases}$</p> <p>Vậy khi $m = 2$, pt (1) có hai nghiệm phân biệt: $x_1 = -1; x_2 = 3$.</p>	0,25
	b) (0,75)	<p>Pt (1) có: $\Delta' = [-(m-1)]^2 - 1 \cdot [-(2m+1)] = m^2 + 2 > 0, \forall m$.</p> <p>Vậy phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m.</p>	0,50
	c) (0,75)	<p>Theo hệ thức Vi-ét: $\begin{cases} S = x_1 + x_2 = 2m - 2 \\ P = x_1 x_2 = -(2m + 1) \end{cases}$</p> <p>Theo đề bài ta có x_1, x_2 là hai nghiệm đôi nhau</p> $\Leftrightarrow \begin{cases} S = 0 \\ P < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m - 2 = 0 \\ -(2m + 1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m > -\frac{1}{2} \Leftrightarrow m = 1 \end{cases} (*)$ <p>Vậy khi $m = 1$, pt (1) có 2 nghiệm bằng nhau về giá trị tuyệt đối và trái dấu nhau.</p>	0,25
4	Hình (0,50)		Hình vẽ đến câu b 0,25
	a) (1,00)	<p>Chứng minh rằng tứ giác AKNH nội tiếp:</p> <p>$AKB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn), $AHN = 90^\circ$ ($CH \perp AB$)</p> $\Rightarrow AKB + AHN = 180^\circ$	0,50
			0,25

	Vậy tứ giác AKNH nội tiếp được đường tròn.	0,25
b) (0,50)	Chứng minh rằng $AM^2 = MK \cdot MB$: ΔABM vuông tại A có $AK \perp MB$	0,25
	$\Rightarrow AM^2 = MK \cdot MB$ (Hệ thức lượng trong tam giác vuông)	0,25
		0,25
c) (0,75)	Chứng minh rằng $KAC = OMB$: Gọi I là giao điểm của AC và OM. $MA = MC$ (tính chất của 2 tiếp tuyến cắt nhau) và $OA = OC = R$ $\Rightarrow OM$ là đường trung trực của $AC \Rightarrow OM \perp AC$	0,25
	Ta có: $MIA = MKA = 90^\circ$ nhìn đoạn MA	
	\Rightarrow Tứ giác $AMKI$ nội tiếp đường tròn đường kính MA	0,25
	Trong đường tròn đường kính MA: $KAI = KMI$ (nội tiếp cùng chắn IK)	
	$\Rightarrow KAC = OMB$	0,25
d) 0,75	Chứng minh rằng N là trung điểm của CH: $ACB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow BC \perp AC$ $OM \perp AC$ (cmt)	
	$\Rightarrow OM // BC \Rightarrow AOM = HBC$ (so le trong)	
	ΔAOM và ΔHBC có: $AOM = HBC$ và $OAM = BHC = 90^\circ$ $\Rightarrow \Delta AOM \sim \Delta HBC$ (g.g)	0,25
	$\Rightarrow \frac{AM}{HC} = \frac{OA}{BH} \Rightarrow HC = \frac{AM \cdot BH}{OA} = 2 \cdot \frac{AM \cdot BH}{AB}$ (1)	0,25

	<p>MA \perp AB và CH \perp AB \Rightarrow CH // MA</p> <p>Δ ABM có CH // MA (cmt) $\Rightarrow \frac{BH}{BA} = \frac{HN}{AM}$ (hệ quả của định lý Tales)</p> <p>$\Rightarrow HN = \frac{AM \cdot BH}{AB}$ (2)</p> <p>Từ (1) và (2) $\Rightarrow HC = 2 \cdot HN \Rightarrow HN = \frac{HC}{2}$</p> <p>$\Rightarrow N$ là trung điểm của CH.</p>	
		0,25

Chú ý: Điểm nhỏ nhất trong từng phần là 0,25 đ và điểm toàn bài không làm tròn.

----- HẾT -----

<http://violet.vn/nguyenthienhuongvp77> tài nguyên giáo dục...

ĐỀ 026

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10

Trường THPT Chuyên Lê Quý Đôn, năm học 2007-2008

Đề chính thức

Môn: TOÁN (Chung)

Thời gian làm bài: **150 phút**, không kể thời gian giao đề.

Ngày thi: **21/6/2007**.

Câu 1: (1,5 điểm).

Chứng minh đẳng thức:

$$\sqrt{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1 + \sqrt{3}}{2}.$$

Câu 2: (3, 0 điểm).

Cho phương trình bậc hai: $4x^2 + 2(2m+1)x + m = 0$.

- Chứng minh rằng phương trình luôn luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi giá trị của tham số m .
- Tính $x_1^2 + x_2^2$ theo m .

Câu 3 (1, 5 điểm).

Cho hàm số $y = ax + b$. Tìm a và b biết rằng đồ thị của hàm số đã cho song song với đường thẳng $y = x + 5$ và đi qua điểm $M(1; 2)$.

Câu 4: (3, 0 điểm)

Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB = 2R, M là trung điểm của đoạn AO. Các đường thẳng vuông góc với AB tại M và O cắt nửa đường tròn đã cho lần lượt tại D và C.

- Tính AD, AC, BD và DM theo R.
- Tính số đo các góc của tứ giác ABCD.
- Gọi H là giao điểm của AC và BD, I là giao điểm của AD và BC. Chứng minh rằng HI vuông góc với AB.

Câu 5: (1,0 điểm).

Tìm tất cả các cặp số nguyên dương a, b sao cho $a + b^2$ chia hết cho $a^2b - 1$.

-----Hết-----

Hướng dẫn giải

Câu 1:

Ta có vế trái: $\sqrt{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{\frac{4 + 2\sqrt{3}}{4}} = \frac{1}{2}\sqrt{1 + 2\sqrt{3} + 3} = \frac{1}{2}\sqrt{(1 + \sqrt{3})^2} = \frac{|1 + \sqrt{3}|}{2} = \frac{1 + \sqrt{3}}{2}$ Là vế phải.
(Vì: $1 + \sqrt{3} > 0$)

Vậy đẳng thức được chứng minh.

Câu 2:

a) Chứng minh pt luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m:

$$\text{Pt: } 4x^2 + 2(2m+1)x + m = 0 \quad (1)$$

($a = 4$; $b' = 2m+1$; $c = m$).

$$\Delta' = (2m+1)^2 - 4m = 4m^2 + 4m + 1 - 4m = 4m^2 + 1 > 0 \text{ với mọi } m$$

(Vì $m^2 \geq 0$ với mọi m).

Vậy phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m.

b) Tính $x_1^2 + x_2^2$ theo m:

Theo câu a) pt (1) luôn có hai nghiệm x_1, x_2 với mọi m

$$\text{Định lí Viết ta có: } x_1 + x_2 = -\frac{2m+1}{2}; x_1x_2 = \frac{m}{4}.$$

Vậy :

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = \left(-\frac{2m+1}{2}\right)^2 - \frac{2m}{4} = \frac{4m^2 + 4m + 1}{4} - \frac{2m}{4} = \frac{4m^2 + 2m + 1}{4}.$$

Câu 3:

Vì đồ thị hàm số $y = ax + b$ // đồ thị hàm số $y = x + 5$. Nên $a = 1$.

Hàm số lúc đó là: $y = x + b$.

Vì đồ thị hàm số $y = x + b$ đi qua điểm $M(1; 2)$. Nên: $2 = 1 + b \Rightarrow b = 1$

Vậy hàm số cần tìm là: $y = x + 1$.

Câu 4:

a) **Tính AD, AC, BD và DM theo R :**

Ta có: $ACB = ADB = 90^\circ$ (Nội tiếp nửa đường tròn (O))

Xét ΔABD vuông tại D có DM là đường cao ($Vì DM \perp AB$)

Ta có: $AD^2 = AB \cdot AM = 2R \cdot (R - \frac{R}{2}) = 2R \cdot \frac{R}{2} = R^2$.

$\Rightarrow AD = R$.

Và $BD^2 = AB \cdot BM = 2R \cdot (2R - \frac{R}{2}) = 2R \cdot \frac{3R}{2} = 3R^2$

$\Rightarrow BD = R\sqrt{3}$.

Và: $DM \cdot AB = AD \cdot BD \Rightarrow DM = \frac{AD \cdot BD}{AB} = \frac{R \cdot R\sqrt{3}}{2R} = \frac{R\sqrt{3}}{2}$.

Xét ΔABC vuông tại C , có CO là đường cao ($Vì CO \perp AB$)

$\Rightarrow AC^2 = AB \cdot OA = 2R \cdot R = 2R^2$.

$\Rightarrow AC = R\sqrt{2}$.

b) **Tính số đo các góc của tứ giác $ABCD$:**

Ta có: ΔABD vuông tại $D \Rightarrow \sin BAD = \frac{BD}{AB} = \frac{R\sqrt{3}}{2R} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow BAD = 60^\circ$

ΔABC vuông tại $C \Rightarrow \sin ABC = \frac{AC}{AB} = \frac{R\sqrt{2}}{2R} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow ABC = 45^\circ$.

Mặt khác tứ giác $ABCD$ nội tiếp (Do bốn đỉnh A, B, C, D nằm trên một đường tròn (O))

Nên từ: $BAD = 60^\circ \Rightarrow BCD = 120^\circ$

Và: $ABC = 45^\circ \Rightarrow ADC = 135^\circ$.

c) **Chứng minh $HI \perp AB$:**

Xét ΔABI có AC và BD là đường cao (do $ACB = ADB = 90^\circ$)

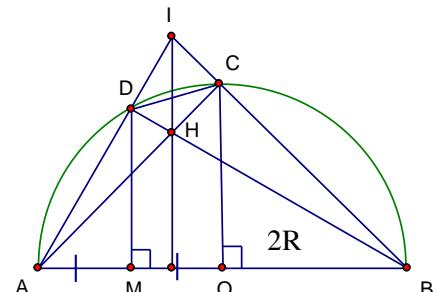
$\Rightarrow H$ là trực tâm của $\Delta ABI \Rightarrow IH$ là đường cao của $\Delta ABI \Rightarrow IH \perp AB$.

Câu 5:

Nếu $a = b = 1$ thì $a^2b - 1 = 0$, không thoả mãn đề bài. Vậy a, b không đồng thời bằng 1. Vì a, b nguyên dương $\Rightarrow a + b^2$ và $a^2b - 1$ là nguyên dương.

Mà: $a + b^2 : a^2b - 1 \Rightarrow$ tồn tại số nguyên dương q sao cho: $a + b^2 = (a^2b - 1)q$

$\Leftrightarrow a + q = b(a^2 - b)$. Vì a, b nguyên dương $\Rightarrow a^2 - b$ là nguyên dương.



Đặt: $m = a^2q - b$, $\Rightarrow m$ là nguyên dương.

Vậy: $a + q = bm$ (1)

Và $a^2q = b + m$ (2)

Xét: $(m - 1)(b - 1) = bm - (b + m) + 1 = a + q - a^2q + 1 = (a + 1)(1 + q - aq)$.

Hay $(m - 1)(b - 1) = (a + 1)(1 + q - aq)$. (3).

Vì b, m nguyên dương $\Rightarrow (m - 1)(b - 1) \geq 0 \Rightarrow (a + 1)(1 + q - aq) \geq 0 \Rightarrow 1 + q - aq \geq 0$

(Vì $a > 0 \Rightarrow a + 1 > 0$)

$q(a - 1) \leq 1$. Mà a nguyên dương $\Rightarrow a - 1$ là số nguyên không âm $\Rightarrow q(a - 1)$ là số nguyên không âm. Tức là: $q(a - 1)$ là số nguyên thoả: $0 \leq q(a - 1) \leq 1 \Rightarrow q(a - 1) = 0$, hoặc

$q(a - 1) = 1 \Rightarrow a = 1$ (do $q > 0$) hoặc $q = 1; a = 2$

+ Nếu $a = 1$: Từ (3) ta có $(m - 1)(b - 1) = 2$. Vì m, b nguyên dương. Nên các số: $m - 1$,

$b - 1$ nguyên không âm. Vậy: $b - 1 = 1$ hoặc $b - 1 = 2 \Rightarrow b = 2$ hoặc $b = 3$.

Vậy: $\begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases}$, $\begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \end{cases}$

+ Nếu $q = 1; a = 2$: Từ (3) $\Rightarrow (m - 1)(b - 1) = 0 \Rightarrow m = 1$, hoặc $b = 1$.

- Khi $m = 1$ Từ (1) $\Rightarrow b = 3 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases}$

- Khi: $b = 1 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases}$

Vậy các giá trị cần tìm của a và b là: $(a, b) = (1; 2), (1; 3), (2; 3), (2; 1)$

ĐỀ 027

ĐỀ THI CHÍNH THỨC
MÔN: TOÁN
(Dành cho học sinh chuyên Toán, chuyên Tin)
Ngày thi: 29/6/2012
Thời gian làm bài: 150 phút
(không kể thời gian giao đề)

Chữ ký giám thị 1
.....

Chữ ký giám thị 2
.....

(Đề thi này có 01 trang)

Câu 1. (1,5 điểm)

Cho biểu thức $A = \left(1 - \frac{2\sqrt{a}}{a+1}\right) : \left(\frac{1}{\sqrt{a}+1} - \frac{2}{a\sqrt{a} + \sqrt{a} + a + 1}\right)$ với $a \geq 0 ; a \neq 1$.

1. Rút gọn biểu thức A.
2. Tính giá trị của A khi $a = 2013 + 2\sqrt{2012}$.

Câu 2. (2,5 điểm)

1. Giải hệ phương trình : $\begin{cases} x(1+y) = 5-y \\ x^2y = 4 - xy^2 \end{cases}$.

2. Giải phương trình : $4x^2 + 3x + 3 = 4x\sqrt{x+3} + 2\sqrt{2x-1}$.

Câu 3. (1,5 điểm)

Tìm m để phương trình : $x^2 - (m+2)x + m^2 + 1 = 0$ có các nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức :

$$x_1^2 + 2x_2^2 = 3x_1x_2.$$

Câu 4. (3,5 điểm)

Cho hình vuông ABCD cạnh a, trên cạnh BC, CD lấy hai điểm E, F thay đổi sao cho $EAF = 45^\circ$ (E thuộc BC, F thuộc CD, E khác B và C). Đường thẳng BD cắt hai đoạn thẳng AE và AF lần lượt tại M và N. Đường thẳng đi qua A và giao điểm của EN, MF cắt EF tại H.

- a) Chứng minh AH vuông góc với EF.
- b) Chứng minh EF luôn tiếp xúc với một đường tròn cố định.
- c) Tìm vị trí của E, F để diện tích tam giác EFC đạt giá trị lớn nhất.

Câu 5. (1,0 điểm)

Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn: $x + y = 5$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{4x+y}{xy} + \frac{2x-y}{4}$.

----- Hết -----

(Cần bộ coi thi không giải thích gì thêm)

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

(Dành cho học sinh chuyên Toán, chuyên Tin)

(Hướng dẫn này có 03 trang)

Câu	Sơ lược lời giải	Cho điểm
1	$\left(\frac{a+1-2\sqrt{a}}{a+1} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{a}+1} - \frac{2}{\sqrt{a}(a+1)+(a+1)} \right)$ $= \frac{(\sqrt{a}-1)^2}{a+1} : \left(\frac{1}{\sqrt{a}+1} - \frac{2}{(\sqrt{a}+1)(a+1)} \right)$ $= \frac{(\sqrt{a}-1)^2}{a+1} : \frac{(a-1)}{(\sqrt{a}+1)(a+1)}$ $= \frac{(\sqrt{a}-1)^2(\sqrt{a}+1)(a+1)}{(\sqrt{a}-1)(\sqrt{a}+1)(a+1)} = \sqrt{a} - 1$	0,25
	1.1 1điểm	0,25
	1.2 0,5điểm	0,25
	$a = 2013 + 2\sqrt{2012} = (\sqrt{2012} + 1)^2$ $\Rightarrow \sqrt{a} = \sqrt{2012} + 1 \Rightarrow A = \sqrt{2012}$	0,25
2	$\begin{aligned} \text{Hệ } &\Leftrightarrow \begin{cases} (x+y) + xy = 5 \\ xy(x+y) = 4 \end{cases} \\ \text{Đặt } &\begin{cases} x + y = S \\ xy = P \end{cases} \text{ (*) ta được } \quad \begin{cases} S + P = 5 \\ SP = 4 \end{cases} \\ \text{Giải hệ } &\text{được } \begin{cases} S = 4 \\ P = 1 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} S = 1 \\ P = 4 \end{cases} \end{aligned}$	0,5
	2.1 1,25điểm	0,25
	Với $\begin{cases} S = 4 \\ P = 1 \end{cases}$ thay vào (*) được $\begin{cases} x + y = 4 \\ xy = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 - \sqrt{3} \\ y = 2 + \sqrt{3} \end{cases}$	0,25
	Với $\begin{cases} S = 1 \\ P = 4 \end{cases}$ thay vào (*) được $\begin{cases} x + y = 1 \\ xy = 4 \end{cases}$ vô nghiệm Vậy hệ phương trình đã cho có 2 nghiệm : $(2 - \sqrt{3}; 2 + \sqrt{3}), (2 + \sqrt{3}; 2 - \sqrt{3})$	0,25
2.2 1,25điểm	Đ/K : $x \geq \frac{1}{2}$ (*)	0,25

	Với điều kiện đó phương trình tương đương $4x^2 - 4x\sqrt{x+3} + x + 3 + 1 - 2\sqrt{2x-1} + 2x - 1 = 0$ $\Leftrightarrow (4x^2 - 4x\sqrt{x+3} + x + 3) + (1 - 2\sqrt{2x-1} + 2x - 1) = 0$ $\Leftrightarrow (2x - \sqrt{x+3})^2 + (1 - \sqrt{2x-1})^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x+3} = 2x \\ \sqrt{2x-1} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1 \text{ thoả mãn (*)}$ <p>Vậy phương trình có nghiệm $x = 1$</p>	0,5	
3 1,5 điểm	Để phương trình có nghiệm x_1, x_2 thì: $\Delta = (m+2)^2 - 4(m^2 + 1) \geq 0 \Leftrightarrow -3m^2 + 4m \geq 0 \Leftrightarrow 0 \leq m \leq \frac{4}{3} \quad (*)$ <p>Từ: $x_1^2 + 2x_2^2 = 3x_1x_2 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)(x_1 - 2x_2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = x_2 \\ x_1 = 2x_2 \end{cases}$</p> <p>Với $x_1 = x_2$ ta có: $\begin{cases} x_1 = x_2 \\ x_1 + x_2 = m + 2 \\ x_1 \cdot x_2 = m^2 + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \frac{4}{3} \quad t/m (*) \end{cases}$</p> <p>Với $x_1 = 2x_2$ ta có: $\begin{cases} x_1 = 2x_2 \\ x_1 + x_2 = m + 2 \\ x_1 \cdot x_2 = m^2 + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = \frac{1}{7} \quad t/m (*) \end{cases}$</p> <p>Vậy với $m \in \left\{0; \frac{1}{7}; 1; \frac{4}{3}\right\}$ thì pt có các nghiệm x_1, x_2 thoả mãn hệ thức đã cho</p>	0,5	
		Có $NBE = EAN = 45^\circ$ \Rightarrow tứ giác ANEB nội tiếp $\Rightarrow ENF = 90^\circ$ hay EN là đường cao của $\triangle AEF$.	0,5
		Có $MDF = MAF = 45^\circ$ \Rightarrow tứ giác ADFM nội tiếp $\Rightarrow AMF = 90^\circ$ hay FM là đường cao của $\triangle AEF$.	0,5
		có EN, FM là các đường cao của tam giác AEF $\Rightarrow AH$ vuông góc với EF	0,25
	4.a 1,25 điểm	Có AH vuông góc với EF $\Rightarrow EF$ là tiếp tuyến của đường tròn tâm A, bán kính AH. có AMHF, EMNF là các tứ giác nội tiếp	0,25
4 1điểm	Có AH vuông góc với EF $\Rightarrow EF$ là tiếp tuyến của đường tròn tâm A, bán kính AH. có AMHF, EMNF là các tứ giác nội tiếp	0,25	

	=> AFD = AMD = NFE và DAF = DMF = FAH có $\Delta ADF = \Delta AHF$ (g.c.g) => AH = AD = a không đổi. Vậy EF luôn tiếp xúc với đường tròn (A, a) cố định.	0,25
4.c 1,25 điểm	chứng minh được $CE + CF + EF = CF + CE + EH + HF = 2a$. Có $EC + CF \geq 2\sqrt{EC \cdot CF}$ và $\sqrt{EC^2 + CF^2} \geq \sqrt{2EC \cdot CF}$	0,25
	$\Rightarrow \sqrt{EC \cdot CF} \leq \frac{EC + CF + \sqrt{EC^2 + CF^2}}{2 + \sqrt{2}} = \frac{2a}{2 + \sqrt{2}}$ hay $EC \cdot CF \leq \frac{4a^2}{(2 + \sqrt{2})^2}$	0,25
	Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $EC = CF = \frac{2a}{2 + \sqrt{2}} = a(2 - \sqrt{2})$	0,25
	Có diện tích tam giác EFC bằng $\frac{1}{2} EC \cdot CF$.	0,25
	Vậy diện tích tam giác EFC lớn nhất khi và chỉ khi $EC = CF = a(2 - \sqrt{2})$.	
Bài 5 1 điểm	Cho hai số dương x, y thỏa mãn: $x + y = 5$. $P = \frac{4x + y}{xy} + \frac{2x - y}{4} = \frac{4}{y} + \frac{1}{x} + \frac{x}{2} - \frac{y}{4} = \frac{4}{y} + \frac{y}{4} + \frac{1}{x} + \frac{x}{2} - \frac{y}{2}$	0,25
	Thay $y = 5 - x$ được: $P = \frac{4}{y} + \frac{y}{4} + \frac{1}{x} + \frac{x}{2} - \frac{5-x}{2} = \frac{4}{y} + \frac{y}{4} + \frac{1}{x} + x - \frac{5}{2}$	0,25
	$\geq 2\sqrt{\frac{4}{y} \cdot \frac{y}{4}} + 2\sqrt{\frac{1}{x} \cdot x} - \frac{5}{2} = \frac{3}{2}$	0,25
	P bằng $\frac{3}{2}$ khi $x = 1; y = 4$ Vậy Min P = $\frac{3}{2}$	0,25

Các chú ý khi chấm:

1. Hướng dẫn chấm này chỉ trình bày sơ lược một cách giải. Bài làm của học sinh phải chi tiết, lập luận chặt chẽ, tính toán chính xác mới cho điểm tối đa. Trong các phần có liên quan với nhau, nếu học sinh làm sai phần trước thì không cho điểm những ý ở phần sau có sử dụng kết quả phần trước. Không cho điểm lời giải bài hình nếu học sinh không vẽ hình.

2. Với các cách giải đúng nhưng khác đáp án, tổ chấm trao đổi và thống nhất điểm chi tiết nhưng không được vuger quá số điểm dành cho câu hoặc phần đó. Mọi vấn đề phát sinh trong quá trình chấm phải được trao đổi trong tổ chấm và chỉ cho điểm theo sự thống nhất của cả tổ.

3. **Điểm toàn bài là tổng số điểm các phần đã chấm, không làm tròn điểm.**

DỀ 028
ĐÁP ÁN ĐỀ THI VÀO LỚP 10 TOÁN (CHUYÊN)
TRƯỜNG THPT CHUYÊN QUANG TRUNG BÌNH PHƯỚC 2012-2013
(tham khảo)

Câu I (4,0 điểm)

1. Rút gọn biểu thức

$$\begin{aligned} \sqrt{6(1+\sqrt{5})-\sqrt{29-12\sqrt{5}}} &= \sqrt{6+6\sqrt{5}-\sqrt{(2\sqrt{5}-3)^2}} \\ &= \sqrt{6+6\sqrt{5}-2\sqrt{5}+3} = \sqrt{9+4\sqrt{5}} = \sqrt{(2+\sqrt{5})^2} = 2+\sqrt{5} \end{aligned}$$

2. Cho biểu thức: $A = \frac{3\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-2} - \frac{2\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}+1} - \frac{9}{x-\sqrt{x}-21}; x \geq 0, x \neq 4$

$$\begin{aligned} &= \frac{3(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}-2} - \frac{2(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}+1} - \frac{9}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)} = \frac{3(x-1)-2(x-4)-9}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)} = \\ &\frac{x-4}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)} = \frac{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)} = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1} = 1 + \frac{1}{\sqrt{x}+1} > 1 \quad (\text{vì } \frac{1}{\sqrt{x}+1} > 0) \end{aligned}$$

Suy ra điều phải chứng minh.

Câu II (6,0 điểm)

1. Cho Parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = 2(m+3)x - m^2 - 3$ (1).

Tìm giá trị m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ là x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức: $x_1 + x_2 - \frac{x_1 x_2}{x_1 + x_2} = \frac{57}{4}$

Giải

+ Pt hoành độ giao điểm của (P) và (d) là $x^2 - 2(m+3)x + m^2 + 3 = 0$ (1)

+ (P) cắt (d) tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow (m+3)^2 - (m^2 + 3) > 0 \Leftrightarrow m+1 > 0 \Leftrightarrow m > -1 (*)$$

+ Khi đó theo giả thiết và Vi-ét ta có

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+3) & (1) \\ x_1 x_2 = m^2 + 3 & (2) \\ x_1 + x_2 - \frac{x_1 x_2}{x_1 + x_2} = \frac{57}{4} & (3) \end{cases}$$

Thế pt (1), (2) vào (3) ta có

$$4.4(m+3)^2 - 4(m^2 + 3) - 57.2(m+3) = 0; (m \neq -3)$$

$$\Leftrightarrow 2m^2 - 3m - 35 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 5 & (n) \\ m = -3,5 & (l) \end{cases}$$

+ Kết luận: giá trị cần tìm $m = 5$.

2. Giải phương trình $\sqrt{5x^2 + 10x + 1} = 7 - (x^2 + 2x)$ (1)

+ Đk: $5x^2 + 10x + 1 \geq 0$ (*), khi đó pt (1) tương đương

$$5x^2 + 10x + 1 + 5\sqrt{5x^2 + 10x + 1} - 36 = 0$$

+ Đặt $t = \sqrt{5x^2 + 10x + 1}$, $t \geq 0$ phương trình trở thành $t^2 + 5t - 36 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 4 & (n) \\ t = -9 & (l) \end{cases}$

+ Với $t = 4$

$$\Rightarrow \sqrt{5x^2 + 10x + 1} = 4 \Leftrightarrow 5x^2 + 10x + 1 = 16$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 & (n) \\ x = -3 & (n) \end{cases}$$

+ Kết luận: tập nghiệm của pt (1) là: $S = \{1; -3\}$

3. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2 + 2y + 3 = y^2 + 4x \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-2)^2 - (y-1)^2 = 0 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-y-1)(x+y-3) = 0 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-y-1=0 \\ x^2+y^2=5 \end{cases} \vee \begin{cases} x+y-3=0 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$$

+ TH1:

$$\begin{cases} x-y-1=0 \\ x^2+y^2=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-x-2=0 \\ y=x-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=-2 \end{cases} \vee \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$$

+ TH2:

$$\begin{cases} x+y-3=0 \\ x^2+y^2=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-3x+2=0 \\ y=-x+3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases} \vee \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$$

+ Kết luận: hệ pt có nghiệm $(x;y)$ là: $(-1;-2), (2;1), (1;2)$.

Câu III (2,0 điểm)

Tìm tất cả các số nguyên dương n sao cho giá trị của biểu thức $A = 30n^2 + 6n + 2012$ chia hết cho giá trị của biểu thức $B = 5n - 4$

Giải

Ta có $A = 30n^2 + 6n + 2012 = (5n-4)(6n+6) + 2036$

A chia hết cho B khi và chỉ khi 2036 chia hết cho $B = 5n - 4$ suy ra $B = 5n - 4$ là ước của 2036, vì n nguyên dương nên $B = 5n - 4 \geq 1$

- $5n-4=1 \Rightarrow n=1$
- $5n-4=2$ (không thỏa mãn)
- $5n-4=4$ (không thỏa mãn)
- $5n-4=509$ (không thỏa mãn)
- $5n-4=1018$ (không thỏa mãn)

• $5n - 4 = 2036 \Rightarrow n = 408$

+ Kết luận: giá trị cần tìm $n = 1, n = 408$

Câu IV (6,0 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn và các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H.

1. Chứng minh tứ giác AFDC nội tiếp;

+ Ta có $AFC = CDA$ nên tứ giác AFDC nội tiếp

2. chứng minh AD là đường phân giác trong của của góc FDE

+ Ta có $BHF + HDB = 180^\circ$ suy ra tứ giác BDHF nội tiếp

$$\Rightarrow ADF = FBH \quad (1) \quad (\text{góc nội tiếp cùng chắn một cung})$$

+ Ta lại có $CEH + HDC = 180^\circ$ suy ra tứ giác CDHE nội tiếp

$$\Rightarrow ADE = ECH \quad (2) \quad (\text{góc nội tiếp cùng chắn một cung})$$

+ **Mặt khác** $BFC = CEB$ nên tứ giác BCEF nội tiếp

$$\Rightarrow FBH = ECH \quad (3) \quad (\text{góc nội tiếp cùng chắn một cung})$$

+ Từ (1), (2) và (3) suy ra $ADF = ADE$ suy ra AD là đường phân giác trong của của góc FDE .

3. Gọi M là trung điểm của BH. Chứng minh MF là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tứ giác AFDC

+ Gọi N là trung điểm của AC suy ra N là tâm của đường tròn ngoại tiếp tứ giác AFDC. Do đó ta cần chứng minh $MF \perp FN$ (FN là bán kính)

+ ta có $BFM = FBM \quad (4)$ (do tam giác BFM cân tại M)

$$NFC = NCF \quad (5) \quad (\text{do tam giác CNF cân tại N})$$

$$FBM = NCF \quad (6) \quad (\text{do tứ giác BCEF nội tiếp})$$

+ Từ (4), (5) và (6) suy ra $NFC = MFB$ mà $BFC = 90^\circ$ suy ra $MFN = 90^\circ$

hay $MF \perp FN$ tại F, do đó MF là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tứ giác AFDC

4. (đề ra sai)

Câu V (2,0 điểm)

Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $ab+bc+ca = 3abc$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = \frac{1}{a^2+1} + \frac{1}{b^2+1} + \frac{1}{c^2+1}$$

Giải

+ Áp dụng bất đẳng thức côsi cho hai số dương ta có

$$P = \frac{1}{a^2+1} + \frac{1}{b^2+1} + \frac{1}{c^2+1} \leq \frac{1}{2a} + \frac{1}{2b} + \frac{1}{2c} = \frac{1}{2} \left(\frac{ab+bc+ca}{abc} \right) = \frac{3}{2}$$

+ Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c = 1$

+ Kết luận: Giá trị lớn nhất của P bằng $\frac{3}{2}$ khi $a = b = c = 1$.

- - - Hết - - -

Trong quá trình làm và soạn không tránh khỏi những thiếu sót mong các bạn thông cảm!

Đề chính thức

Số báo danh

**Môn thi: Toán
Lớp: 9 THCS**

Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi: 24/03/2011

(Đề thi có 01 trang, gồm 05 câu).

Câu I. (5,0 điểm).

- 1) Cho phương trình: $x^2 - 2mx + 2m - 1 = 0$. Chứng minh phương trình luôn có hai nghiệm x_1, x_2 với mọi m . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{2x_1x_2 + 3}{x_1^2 + x_2^2 + 2(1 + x_1x_2)}$ khi m thay đổi.
- 2) (a). Cho ba số hữu tỉ a, b, c thoả mãn $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{c}$. Chứng minh rằng $A = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ là số hữu tỉ.
(b). Cho ba số hữu tỉ x, y, z đôi một phân biệt. Chứng minh rằng:

$$B = \sqrt{\frac{1}{(x-y)^2} + \frac{1}{(y-z)^2} + \frac{1}{(z-x)^2}} \text{ là số hữu tỉ.}$$

Câu II. (5,0 điểm). 1) Giải phương trình: $\left(\frac{x}{x-1}\right)^2 + \left(\frac{x}{x+1}\right)^2 = \frac{10}{9}$.

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 + x + \frac{1}{y} \left(1 + \frac{1}{y}\right) = 4 \\ x^3 + \frac{x}{y^2} + \frac{x^2}{y} + \frac{1}{y^3} = 4. \end{cases}$

Câu III. (2,0 điểm). Cho tam giác đều ABC, các điểm D, E lần lượt thuộc các cạnh AC, AB, sao cho BD, CE cắt nhau tại P và diện tích tứ giác ADPE bằng diện tích tam giác BPC.

Tính BPE .

Câu IV. (4,0 điểm). Cho đường tròn tâm O và dây cung AB cố định ($O \notin AB$). P là điểm di động trên đoạn thẳng AB ($P \neq A, B$ và P khác trung điểm AB). Đường tròn tâm C đi qua điểm P tiếp xúc với đường tròn (O) tại A. Đường tròn tâm D đi qua điểm P tiếp xúc với đường tròn (O) tại B. Hai đường tròn (C) và (D) cắt nhau tại N ($N \neq P$).

- 1) Chứng minh rằng $ANP = BNP$ và bốn điểm O, D, C, N cùng nằm trên một đường tròn.
2) Chứng minh rằng đường trung trực của đoạn ON luôn đi qua điểm cố định khi P di động.

Câu V. (4,0 điểm).

- 1) Cho a_1, a_2, \dots, a_{45} là 45 số tự nhiên dương thoả mãn $a_1 < a_2 < \dots < a_{45} \leq 130$. Đặt

$d_j = a_{j+1} - a_j$, ($j=1, 2, \dots, 44$). Chứng minh rằng ít nhất một trong 44 hiệu d_j xuất hiện ít nhất 10 lần.

2) Cho ba số dương a, b, c thoả mãn: $\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{b^2 + c^2} + \sqrt{c^2 + a^2} = \sqrt{2011}$.

$$\text{Chứng minh rằng: } \frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{c+a} + \frac{c^2}{a+b} \geq \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2011}{2}}.$$

HẾT

Thí sinh không được sử dụng tài liệu.

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

SƠ GD & ĐT THANH HOÁ

HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ CHÍNH THỨC

(Gồm có 3 trang)

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH

NĂM HỌC 2010 - 2011

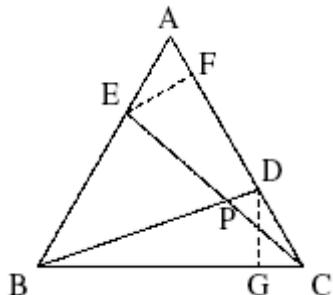
MÔN THI: TOÁN

LỚP: 9 THCS

Ngày thi: 24 - 3 - 2011

Câu	Ý	Hướng dẫn chấm	Điểm
Câu I 6 đ	1) 2,5đ	Ta có $\Delta' = (m-1)^2 \geq 0, \forall m$ nên phương trình có hai nghiệm với mọi m .	0,5
		Theo định lí viet, ta có $x_1 + x_2 = 2m, x_1x_2 = 2m-1$, suy ra $P = \frac{4m+1}{4m^2+2}$	1,0
		$= 1 - \frac{(2m-1)^2}{4m^2+2} \leq 1$. Max $P = 1$, khi $m = \frac{1}{2}$.	1,0
	2a) 1,5đ	Từ giả thiết suy ra $2ab - 2bc - 2ca = 0$	0,5
		Suy ra $A = \sqrt{(a+b-c)^2} = a+b-c $ là số hữu tỉ	1,0
	2b) 1,0đ	Đặt $a = \frac{1}{x-y}, b = \frac{1}{y-z}, c = \frac{1}{z-x}$ suy ra $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{c}$.	0,5
		Áp dụng câu 2a) suy ra $B = \sqrt{\frac{1}{(x-y)^2} + \frac{1}{(y-z)^2} + \frac{1}{(z-x)^2}}$ là số hữu tỉ.	0,5
Câu II 6 đ	1) 2,5đ	Đk: $x \neq \pm 1$. Phương trình tương đương với $\left(\frac{x}{x+1} + \frac{x}{x-1}\right)^2 - 2\frac{x^2}{x^2-1} = \frac{10}{9} \Leftrightarrow \left(\frac{2x^2}{x^2-1}\right)^2 - \frac{2x^2}{x^2-1} - \frac{10}{9} = 0.$	1,0
		Đặt $t = \frac{2x^2}{x^2-1}$, ta được phương trình $t^2 - t - \frac{10}{9} = 0 \Leftrightarrow t = \frac{5}{3}$ hoặc $t = \frac{-2}{3}$	0,5

		Với $t = \frac{5}{3}$, ta được $\frac{2x^2}{x^2-1} = \frac{5}{3}$ (vô nghiệm)	0,5
		Với $t = -\frac{2}{3}$, ta được $\frac{2x^2}{x^2-1} = -\frac{2}{3}$ suy ra $x = \pm \frac{1}{2}$.	0,5
2) 2,5đ		Đk: $y \neq 0$. Hệ tương đương với $\begin{cases} x^2 + \frac{1}{y^2} + x + \frac{1}{y} = 4 \\ x^3 + \frac{1}{y^3} + \frac{x}{y} \left(x + \frac{1}{y} \right) = 4. \end{cases}$	0,5
		Đặt $\begin{cases} u = x + \frac{1}{y} \\ v = \frac{x}{y}, \end{cases}$ ta được hệ $\begin{cases} u^2 + u - 2v = 4 \\ u^3 - 2uv = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u^2 - 4u + 4 = 0 \\ u^2 + u - 4 = 2v \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = 2 \\ v = 1. \end{cases}$	1,0
		Với $\begin{cases} u = 2 \\ v = 1, \end{cases}$ ta được $\begin{cases} x + \frac{1}{y} = 2 \\ \frac{x}{y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1. \end{cases}$ (thoả mãn điều kiện)	1,0
Câu III 2đ		Kẻ $EF \perp AC$ tại F, $DG \perp BC$ tại G.	0,5
		Theo giả thiết $S_{(ADPE)} = S_{(BPC)}$ $\Rightarrow S_{(ACE)} = S_{(BCD)}.$	0,5
		Mà $AC = BC \Rightarrow EF = DG$ và $A = C$ Suy ra $\Delta AEF \cong \Delta CDG \Rightarrow AE = CG.$	0,5
		Do đó $\Delta AEC \cong \Delta CDB (c-g-c) \Rightarrow DBC = ECA$ $\Rightarrow BPE = PBC + PCB = PCD + PCB = 60^\circ$	0,5
Câu IV 4,0đ	1) 3,0đ	Gọi Q là giao điểm của các tiếp tuyến chung của (O) với (C), (D) tại A, B tương ứng. Suy ra $ANP = QAP = QBP = BNP.$	1,0



	<p>Ta có</p> $ANB = ANP + BNP = QAP + QBP$ $= 180^\circ - AQB, \text{ suy ra NAQB nội tiếp (1).}$ <p>Dễ thấy tứ giác OAQB nội tiếp (2)</p> <p>Từ (1) và (2) suy ra 5 điểm O, N, A, Q, B cùng nằm trên một đường tròn.</p> <p>Suy ra các điểm O, N, A, B cùng nằm trên một đường tròn.</p> <p>Ta có $OCN = 2OAN = 2OBN = ODN$, suy ra bốn điểm O, D, C, N cùng nằm trên một đường tròn.</p>	0,5	
		0,5	
		0,5	
		0,5	
2)	Gọi E là trung điểm OQ, suy ra E cố định và E là tâm đường tròn đi qua các điểm N, O, D, C. Suy ra đường trung trực của ON luôn đi qua điểm E cố định	1,0	
1,0đ			
Câu V	1)	$d_1 + d_2 + \dots + d_{44} = (a_2 - a_1) + (a_3 - a_2) + \dots + (a_{45} - a_{44}) = a_{45} - a_1 \leq 130 - 1 = 129$. (1)	0,5
2đ	2,	Nếu mỗi hiệu d_j ($j = 1, 2, \dots, 44$) xuất hiện không quá 10 lần thì $d_1 + d_2 + \dots + d_{44} \geq 9(1+2+3+4) + 8.5 = 130$ mâu thuẫn với (1). Vậy phải có ít nhất một hiệu d_j ($j = 1, \dots, 44$) xuất hiện không ít hơn 10 lần	1,5
	đ		
2)	2,0đ	<p>Ta có $2(a^2 + b^2) \geq (a+b)^2$.</p> <p>Suy ra $\frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{c+a} + \frac{c^2}{a+b} \geq \frac{a^2}{\sqrt{2(b^2 + c^2)}} + \frac{b^2}{\sqrt{2(c^2 + a^2)}} + \frac{c^2}{\sqrt{2(a^2 + b^2)}}$</p> <p>Đặt $x = \sqrt{b^2 + c^2}$, $y = \sqrt{c^2 + a^2}$, $z = \sqrt{a^2 + b^2}$,</p> <p>suy ra $VT \geq \frac{y^2 + z^2 - x^2}{2\sqrt{2}x} + \frac{z^2 + x^2 - y^2}{2\sqrt{2}y} + \frac{x^2 + y^2 - z^2}{2\sqrt{2}z}$</p> $\geq \frac{1}{2\sqrt{2}} \left[\left(\frac{(y+z)^2}{2x} - x \right) + \left(\frac{(z+x)^2}{2y} - y \right) + \left(\frac{(x+y)^2}{2z} - z \right) \right]$	0,5
			1,0

$$\begin{aligned}
&\geq \frac{1}{2\sqrt{2}} \left[\left(\frac{(y+z)^2}{2x} + 2x - 3x \right) + \left(\frac{(z+x)^2}{2y} + 2y - 3y \right) + \left(\frac{(x+y)^2}{2z} + 2z - 3z \right) \right] \\
&\geq \frac{1}{2\sqrt{2}} [(2(y+z)-3x)+(2(z+x)-3y)+(2(x+y)-3z)] \\
&\text{Suy ra } VT \geq \frac{1}{2\sqrt{2}}(x+y+z) = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2011}{2}}
\end{aligned}$$

0,5

GHI CHÚ: Nếu học sinh giải cách khác mà đúng thì vẫn cho điểm tối đa.

ĐỀ 030

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2014-2015
TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
 BÌNH ĐỊNH

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: TOÁN

Ngày thi: 13/06/2014

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề).

Bài 1: (2,0 điểm) Cho biểu thức $A = \frac{a^2 + \sqrt{a}}{a - \sqrt{a} + 1} - \frac{2a + \sqrt{a}}{\sqrt{a}} + 1$, với $a > 0$.

- a. Rút gọn A.
- b. Tìm giá trị của a để $A = 2$.
- c. Tìm giá trị nhỏ nhất của A.

Bài 2: (2,0 điểm)

Gọi đồ thị hàm số $y = x^2$ là parabol (P), đồ thị hàm số $y = (m+4)x - 2m - 5$ là đường thẳng (d).

- a. tìm giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

b. Khi (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B có hoành độ lần lượt là $x_1 ; x_2$. Tìm các giá trị của m sao cho $x_1^3 + x_2^3 = 0$.

Bài 3: (1,5 điểm)

Tìm x, y nguyên sao cho $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{18}$

Bài 4: (3,5 điểm)

Cho đường tròn (O) và một điểm P ở ngoài đường tròn. Kẻ hai tiếp tuyến PA, PB với đường tròn (O) (A, B là hai tiếp điểm). PO cắt đường tròn tại hai điểm K và I (K nằm giữa P và O) và cắt AB tại H. Gọi D là điểm đối xứng của B qua O, C là giao

điểm của PD và đường tròn (O).

a. Chứng minh tứ giác BHCP nội tiếp.

b. Chứng minh $AC \perp CH$.

c. Đường tròn ngoại tiếp tam giác ACH cắt IC tại M. Tia AM cắt IB tại Q. Chứng minh M là trung điểm của AQ.

Bài 5: (1,0 điểm)

Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số: $y = \frac{2}{1-x} + \frac{1}{x}$, với $0 < x < 1$

BÀI GIẢI

Bài 1: (2,0 điểm)

a) Rút gọn A.

$$\text{Ta có: } A = \frac{a^2 + \sqrt{a}}{a - \sqrt{a} + 1} - \frac{2a + \sqrt{a}}{\sqrt{a}} + 1$$

Với $a > 0 \Rightarrow \sqrt{a}$ có nghĩa; $a - \sqrt{a} + 1 = \left(\sqrt{a} - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0$ với mọi $a > 0 \Rightarrow A$ có nghĩa với mọi $a > 0$.

$$A = \frac{\sqrt{a} \left[(\sqrt{a})^3 + 1 \right]}{a - \sqrt{a} + 1} - \frac{\sqrt{a} (2\sqrt{a} + 1)}{\sqrt{a}} + 1 = a - \sqrt{a}$$

b) Tìm giá trị của a để A = 2

Ta có: $A = a - \sqrt{a}$. Để: $A = 2 \Rightarrow a - \sqrt{a} = 2 \Leftrightarrow a - \sqrt{a} - 2 = 0$

Đặt: $\sqrt{a} = t > 0$ có pt: $t^2 - t - 2 = 0 \Leftrightarrow t_1 = -1$ (loại) $t_2 = 2$ (thõa mãn điều kiện)

Với $t = 2 \Leftrightarrow \sqrt{a} = 2 \Leftrightarrow a = 4$ (thõa mãn điều kiện)

Vậy: $a = 4$ là giá trị cần tìm.

c) Tìm giá trị nhỏ nhất của A.

$$\text{Ta có: } A = a - \sqrt{a} = a - 2\sqrt{a} \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\sqrt{a} - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} \geq -\frac{1}{4} \text{ với mọi } a > 0$$

(vì: $\left(\sqrt{a} - \frac{1}{2}\right)^2 \geq 0$ với mọi $a > 0$)

Dấu “=” khi $\sqrt{a} - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow a = \frac{1}{4}$ (thõa mãn điều kiện $a > 0$)

Vậy: $A_{nho nhat} = -\frac{1}{4}$ khi $a = \frac{1}{4}$

Bài 2: (2,0 điểm)

a) Tìm giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt

Ta có: (d): $y = (m+4)x - 2m - 5$

$$(P): y = x^2$$

Pt hoành độ giao điểm của (d) và (P) là: $x^2 = (m+4)x - 2m - 5 \Leftrightarrow x^2 - (m+4)x + 2m + 5 = 0 \quad (1)$

$$\Delta = [-(m+4)]^2 - 4(2m+5) = (m+4)^2 - 4(2m+5) = m^2 - 4 = (m+2)(m-2)$$

Để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt khi Pt (1) có hai nghiệm phân biệt khi $\Delta > 0$

$$\Leftrightarrow (m+2)(m-2) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m+2 > 0 \\ m-2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-2 > 0 \\ m+2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases}$$

Vậy: với $m > 2$ hoặc $m < -2$ thì (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

b) Tìm các giá trị của m sao cho $x_1^3 + x_2^3 = 0$.

Với $m > 2$ hoặc $m < -2$. Thì Pt: $x^2 - (m+4)x + 2m + 5 = 0$ (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2

Theo Viet ta có: $x_1 + x_2 = m+4$
 $x_1 x_2 = 2m+5$

$$\begin{aligned} \text{Ta có } x_1^3 + x_2^3 &= (x_1 + x_2) \left[(x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2 \right] = (m+4) \left[(m+4)^2 - 3(2m+5) \right] \\ &= (m+4)(m+1)^2. \end{aligned}$$

Để: $x_1^3 + x_2^3 = 0 \Leftrightarrow (m+4)(m+1)^2 = 0 \Leftrightarrow m = -4$ (thõa mãn điều kiện) hoặc $m = -1$ (không thõa mãn điều kiện)

Vậy: $m = -4$ là giá trị cần tìm.

Bài 3: (1,5 điểm)

Ta có: $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{18}$

ĐK: $x \geq 0; y \geq 0$

Pt viết: $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 3\sqrt{2}$ (1) (Với ĐK: $x \geq 0; y \geq 0; \sqrt{x} \geq 0; \sqrt{y} \geq 0$ mà $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 3\sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{x} \leq 3\sqrt{2}$ và $\sqrt{y} \leq 3\sqrt{2}$)

$$\text{Pt viết: } \sqrt{x} = 3\sqrt{2} - \sqrt{y} \geq 0 \Leftrightarrow (\sqrt{x})^2 = (3\sqrt{2} - \sqrt{y})^2 \Leftrightarrow 6\sqrt{2}y = y - x + 18 \Leftrightarrow \sqrt{2}y = \frac{y - x + 18}{6} \in Q$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2}y = a \in Q \Leftrightarrow 2y = a^2 \in Q \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 \in N \text{ (vi } 2y \in Z \text{ và } a \geq 0) \\ a \in 2 \end{cases}$$

$$a = 2m \quad (m \in N)$$

Vậy: $2y = (2m)^2 \Leftrightarrow y = 2m^2 \Leftrightarrow \sqrt{y} = m\sqrt{2}$. Tương tự: $\sqrt{x} = n\sqrt{2}$

Pt (1) viết: $n\sqrt{2} + m\sqrt{2} = 3\sqrt{2} \Leftrightarrow n + m = 3$ (với $m, n \in N$)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n = 0 \\ m = 3 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} n = 1 \\ m = 2 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} n = 2 \\ m = 1 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} n = 3 \\ m = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 18 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x = 2 \\ y = 8 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x = 8 \\ y = 2 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x = 18 \\ y = 0 \end{cases}$$

Vậy Pt đã cho có 4 nghiệm $\begin{cases} x = 0 \\ y = 18 \end{cases}; \begin{cases} x = 2 \\ y = 8 \end{cases}; \begin{cases} x = 8 \\ y = 2 \end{cases}; \begin{cases} x = 18 \\ y = 0 \end{cases}$

Bài 4: (3,5 điểm)

Cho đường tròn (O) và một điểm P ở ngoài đường tròn. Kẻ hai tiếp tuyến PA, PB với đường tròn (O) (A, B là hai tiếp điểm). PO cắt đường tròn tại hai điểm K và I (K nằm giữa P và O) và cắt AB tại H . Gọi D là điểm đối xứng của B qua O , C là giao điểm của PD và đường tròn (O) .

d. Chứng minh tứ giác $BHCP$ nội tiếp.

e. Chứng minh $AC \perp CH$.

f. Đường tròn ngoại tiếp tam giác ACH cắt IC tại M . Tia AM cắt IB tại Q . Chứng minh M là trung điểm của AQ .

Bài 4: (3,5 điểm)

a) Chứng minh tứ giác $BHCP$ nội tiếp

Xét $\triangle ABP$ có: $PA = PB$

và $\angle APO = \angle OPB$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

$\Rightarrow \triangle ABP$ cân tại P có PO là phân giác

$\Rightarrow PO$ cũng là đường cao, trung tuyến $\triangle ABP$.

Xét tứ giác $BHCP$ ta có $\angle BHP = 90^\circ$ (Vì $PO \perp AB$)

$\angle BCP = 90^\circ$

(Vì kè bù $\angle BCD = 90^\circ$ (nội tiếp nửa đường tròn (O)))

$\angle BHP = \angle BCP$

\Rightarrow Tứ giác $BHCP$ nội tiếp (Quỹ tích cung chứa góc)

b) Chứng minh $AC \perp CH$.

Xét $\triangle ACH$ ta có

$\angle HAC = \angle B_1$ (chắc chắn cung BKC của đường tròn (O))

Mà $\angle B_1 = \angle H_1$ (do $BHCP$ nội tiếp)

$\Rightarrow \angle HAC = \angle H_1$

Mà $\angle H_1 + \angle AHC = 90^\circ$ (Vì $PO \perp AB$)

$\Rightarrow \angle HAC + \angle AHC = 90^\circ$

$\Rightarrow \triangle AHC$ vuông tại C

Hay $AC \perp CH$.

c) Chứng minh M là trung điểm của AQ .

Xét tứ giác $ACHM$ ta có M nằm trên đường tròn ngoại tiếp $\triangle ACH$)

\Rightarrow Tứ giác $ACHM$ nội tiếp

$\Rightarrow \angle CMH = \angle HAC$ (chắc chắn cung HC)

Mà $\angle HAC = \angle BIC$ (chắc chắn cung BC của đường tròn (O))

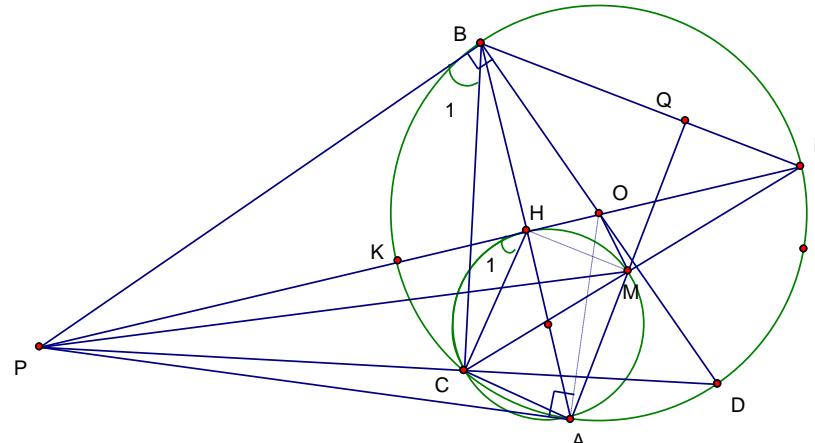
$\Rightarrow \angle CMH = \angle BIC$

$\Rightarrow MH \parallel BI$ (vì cặp góc đồng vị bằng nhau)

Xét $\triangle ABQ$ có $AH = BH$ (do PH là trung tuyến $\triangle APB$ (C/m trên))

Và: $MH \parallel BI$

$\Rightarrow MH$ là trung bình $\triangle ABQ$



=> M là trung điểm của AQ

Bài 5: (1,0 điểm)

Ta có: $y = \frac{2}{1-x} + \frac{1}{x} = \frac{2}{1-x} - 2 + \frac{1}{x} - 1 + 3 = \frac{2x}{1-x} + \frac{x-1}{x} + 3$

Vì $0 < x < 1 \Rightarrow \frac{2x}{1-x} > 0$ và $\frac{x-1}{x} > 0$

Ta có: $\frac{2x}{1-x} + \frac{x-1}{x} \geq 2\sqrt{\frac{2x}{1-x} \cdot \frac{x-1}{x}} = 2\sqrt{2}$ (Bất đẳng thức Cô si)

Dấu “=” xảy ra khi: $\frac{2x}{1-x} = \frac{x-1}{x} \Leftrightarrow x^2 + 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow x_1 = -1 + \sqrt{2}$ (thỏa mãn điều kiện)

$x_2 = -1 - \sqrt{2}$ (không thỏa mãn điều kiện; loại)

$\Rightarrow y \geq 2\sqrt{2} + 3$ Dấu “=” xảy ra khi $x_1 = -1 + \sqrt{2}$

Vậy $y_{nhonhat} = 2\sqrt{2} + 3$ khi $x_1 = -1 + \sqrt{2}$

ĐỀ 031

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10

NĂM HỌC 2012-2013

Môn thi: Toán (*không chuyên*)

Thời gian làm bài: 120 phút (*không kể thời gian giao đề*)

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẢNG NGÃI**

ĐỀ CHÍNH THỨC

Bài 1: (1,5 điểm)

1/ Thực hiện phép tính: $(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)$

2/ Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x-y=1 \\ 2x+3y=7 \end{cases}$

3/ Giải phương trình: $9x^2 + 8x - 1 = 0$

Bài 2: (2,0 điểm)

Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 2x + m^2 + 1$ (m là tham số).

1/ Xác định tất cả các giá trị của m để (d) song song với đường thẳng $(d'): y = 2m^2x + m^2 + m$.

2/ Chứng minh rằng với mọi m , (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B.

3/ Ký hiệu x_A, x_B là hoành độ của điểm A và điểm B. Tìm m sao cho $x_A^2 + x_B^2 = 14$.

Bài 3: (2,0 điểm)

Hai xe ô tô cùng đi từ cảng Dung Quất đến khu du lịch Sa Huỳnh, xe thứ hai đến sớm hơn xe thứ nhất là 1 giờ. Lúc trở về xe thứ nhất tăng vận tốc thêm 5 km mỗi giờ, xe thứ hai vẫn giữ nguyên vận tốc nhưng dừng lại nghỉ ở một điểm trên đường hết 40 phút, sau đó về đến cảng Dung Quất cùng lúc với xe thứ nhất. Tìm vận tốc ban đầu của mỗi xe, biết chiều dài quãng đường từ cảng Dung Quất đến khu du lịch Sa Huỳnh là 120 km và khi đi hay về hai xe đều xuất phát cùng một lúc.

Bài 4: (3,5 điểm)

Cho đường tròn tâm O đường kính AB = 2R và C là một điểm nằm trên đường tròn sao cho CA > CB. Gọi I là trung điểm của OA. Vẽ đường thẳng d vuông góc với AB tại I, cắt tia BC tại M và cắt đoạn AC tại P. AM cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai K.

1/ Chứng minh tứ giác BCPI nội tiếp được trong một đường tròn.

2/ Chứng minh ba điểm B, P, K thẳng hàng.

3/ Các tiếp tuyến tại A và C của đường tròn (O) cắt nhau tại Q. Tính diện tích của tứ giác QAIM theo R khi BC = R.

Bài 5: (1,0 điểm)

Cho $x > 0, y > 0$ thỏa mãn $x^2 + y^2 = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = \frac{-2xy}{1+xy}$.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN

Bài 1:

$$1/ (\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1) = (\sqrt{2})^2 - 1^2 = 2 - 1 = 1$$

$$2/ \begin{cases} x - y = 1 \\ 2x + 3y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 3y = 3 \\ 2x + 3y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 10 \\ x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$3/ Phương trình 9x^2 + 8x - 1 = 0 có a - b + c = 9 - 8 - 1 = 0 nên có hai nghiệm là: x_1 = -1; x_2 = \frac{1}{9}.$$

Bài 2:

1/ Đường thẳng (d): $y = 2x + m^2 + 1$ song song với đường thẳng (d'): $y = 2m^2x + m^2 + m$ khi

$$\begin{cases} 2 = 2m^2 \\ m^2 + 1 \neq m^2 + m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 = 1 \\ m \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -1 \Leftrightarrow m = -1 \\ m \neq 1 \end{cases}$$

2/ Phương trình hoành độ giao điểm của \$(d)\$ và \$(P)\$ là \$x^2 = 2x + m^2 + 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x - m^2 - 1 = 0\$ là phương trình bậc hai có \$ac = -m^2 - 1 < 0\$ với mọi \$m\$ nên luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi \$m\$. Do đó \$(d)\$ luôn cắt \$(P)\$ tại hai điểm phân biệt A và B với mọi \$m\$.

3/ **Cách 1:** Ký hiệu \$x_A; x_B\$ là hoành độ của điểm A và điểm B thì \$x_A; x_B\$ là nghiệm của phương trình \$x^2 - 2x - m^2 - 1 = 0\$.

Giải phương trình \$x^2 - 2x - m^2 - 1 = 0\$.

$$\Delta' = 1 + m^2 + 1 = m^2 + 2 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = \sqrt{m^2 + 2}$$

Phương trình có hai nghiệm là \$x_A = 1 + \sqrt{m^2 + 2}\$; \$x_B = 1 - \sqrt{m^2 + 2}\$.

Do đó

$$x_A^2 + x_B^2 = 14 \Leftrightarrow (1 + \sqrt{m^2 + 2})^2 + (1 - \sqrt{m^2 + 2})^2 = 14 \Leftrightarrow 1 + 2\sqrt{m^2 + 2} + m^2 + 2 + 1 - 2\sqrt{m^2 + 2} + m^2 + 2 = 14 \Leftrightarrow 2m^2 + 6 = 14 \Leftrightarrow 2m^2 = 8 \Leftrightarrow m^2 = 4 \Leftrightarrow m = \pm 2$$

Cách 2: Ký hiệu \$x_A; x_B\$ là hoành độ của điểm A và điểm B thì \$x_A; x_B\$ là nghiệm của phương trình \$x^2 - 2x - m^2 - 1 = 0\$. Áp dụng hệ thức Viet ta có: \$\begin{cases} S = x_A + x_B = 2 \\ P = x_A \cdot x_B = -m^2 - 1 \end{cases}\$ do đó

$$x_A^2 + x_B^2 = 14 \Leftrightarrow (x_A + x_B)^2 - 2x_A \cdot x_B = 14 \Leftrightarrow 2^2 - 2(-m^2 - 1) = 14 \Leftrightarrow 4 + 2m^2 + 2 = 14 \Leftrightarrow m = \pm 2$$

Bài 3:

Gọi vận tốc ban đầu của xe thứ nhất là \$x\$ (km/h), xe thứ hai là \$y\$ (km/h). ĐK: \$x > 0; y > 0\$.

Thời gian xe thứ nhất đi từ cảng Dung Quất đến khu du lịch Sa Huỳnh là \$\frac{120}{x}\$ (h).

Thời gian xe thứ hai đi từ cảng Dung Quất đến khu du lịch Sa Huỳnh là \$\frac{120}{y}\$ (h).

Vì xe thứ hai đến sớm hơn xe thứ nhất là 1 giờ nên ta có phương trình: \$\frac{120}{x} - \frac{120}{y} = 1\$ (1)

Vận tốc lúc về của xe thứ nhất là \$x+5\$ (km/h).

Thời gian xe thứ nhất về từ khu du lịch Sa Huỳnh đến cảng Dung Quất \$\frac{120}{x+5}\$ (h).

Thời gian xe thứ hai về từ khu du lịch Sa Huỳnh đến cảng Dung Quất \$\frac{120}{y}\$ (h).

Vì xe thứ hai dừng lại nghỉ hết \$40ph = \frac{2}{3}h\$, sau đó về đến cảng Dung Quất cùng lúc với xe thứ nhất

nên ta có phương trình: $\frac{120}{x+5} - \frac{120}{y} = \frac{2}{3}$ (2).

Từ (1) và (2) ta có hpt:
$$\begin{cases} \frac{120}{x} - \frac{120}{y} = 1 \\ \frac{120}{x+5} - \frac{120}{y} = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Giải

hpt:
$$\begin{cases} \frac{120}{x} - \frac{120}{y} = 1 \\ \frac{120}{x+5} - \frac{120}{y} = \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow \frac{120}{x} - \frac{120}{x+5} = \frac{1}{3} \Rightarrow 360(x+5) - 360x = x(x+5) \Rightarrow x^2 + 5x - 1800 = 0$$

$$\Delta = 25 + 4.1800 = 7225 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 85.$$

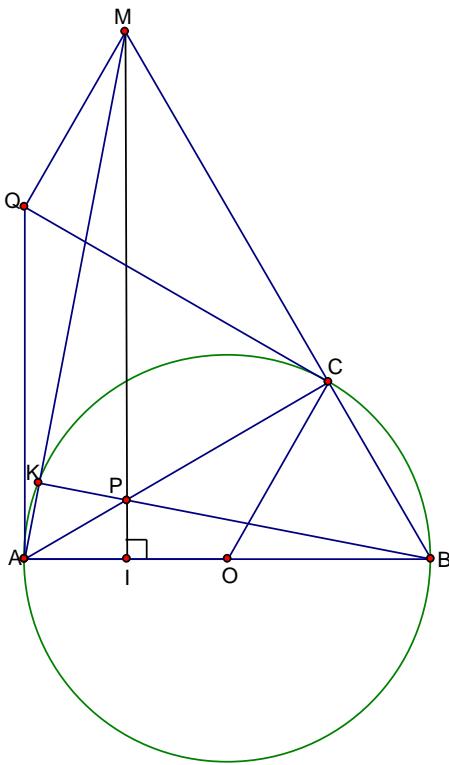
Phương trình có hai nghiệm phân biệt: $x_1 = \frac{-5 + 85}{2} = 40$ (thỏa mãn ĐK)

$$x_2 = \frac{-5 - 85}{2} = -45$$
 (không thỏa mãn ĐK)

Thay $x = 40$ vào pt (1) ta được: $\frac{120}{40} - \frac{120}{y} = 1 \Rightarrow \frac{120}{y} = 2 \Rightarrow y = 60$ (thỏa mãn ĐK).

Vậy vận tốc ban đầu của xe thứ nhất là 40 km/h, xe thứ hai là 60 km/h.

Bài 4: (*Bài giải văn tắt*)



GT	Đường tròn (O) đường kính AB = 2R $IA = IO; IM \perp AB$ <u>QA, QC là tiếp tuyến của (O)</u>
KL	a) Tứ giác BCPI nội tiếp. b) Ba điểm B, P, K thẳng hàng. c) Tính S_{QAIM} theo R

- a) Tứ giác BCPI nội tiếp (hs tự cm).
 b) Dễ thấy MI và AC là hai đường cao của $\Delta MAB \Rightarrow P$ là trực tâm của $\Delta MAB \Rightarrow BP$ là đường cao thứ ba $\Rightarrow BP \perp MA$ (1).

Mặt khác $AKB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow BK \perp MA$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra ba điểm B, P, Q thẳng hàng.

$$c) AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{4R^2 - R^2} = R\sqrt{3}$$

Khi $BC = R$ dễ thấy tam giác OBC là tam giác đều suy ra $CBA = 60^\circ$

Mà $QAC = CBA$ (góc tạo bởi tia tiếp tuyến và góc nội tiếp cùng chắn AC) do đó $QAC = 60^\circ$.

Dễ thấy tam giác QAC cân tại Q ($QA = QC$) có $QAC = 60^\circ$ nên là tam giác đều $\Rightarrow AQ = AC = R\sqrt{3}$.

$$\text{Dễ thấy } AI = \frac{R}{2}; IB = \frac{3R}{2}$$

Trong tam giác vuông IBM ($\hat{I} = 90^\circ$) ta có $IM = IB \cdot \tan B = IB \cdot \tan 60^\circ = \frac{3R}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{3\sqrt{3}R}{2}$.

Ta chứng minh được tứ giác QAIM là hình thang vuông ($AQ // IM; \hat{I} = 90^\circ$).

$$\text{Do đó } S_{QAIM} = \frac{1}{2}(AQ + IM)AI = \frac{1}{2} \left(R\sqrt{3} + \frac{3\sqrt{3}R}{2} \right) \cdot \frac{R}{2} = \frac{R}{4} \cdot \frac{5R\sqrt{3}}{2} = \frac{5\sqrt{3}R^2}{8} (\text{đvdt}).$$

Bài 5:

Cách 1: Ta có $A = \frac{-2xy}{1+xy} \Rightarrow -A = \frac{2xy}{1+xy} \Rightarrow \frac{1}{-A} = \frac{1+xy}{2xy} = \frac{1}{2xy} + \frac{1}{2}$

Vì $x > 0, y > 0 \Rightarrow A < 0 \Rightarrow -A > 0 \Rightarrow \frac{1}{-A} > 0$ do đó $A_{\min} \Leftrightarrow -A_{\max} \Leftrightarrow \frac{1}{-A} \min$.

Mặt khác $(x-y)^2 \geq 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 \geq 2xy \Rightarrow 2xy \leq 1 \Rightarrow \frac{1}{2xy} \geq 1$ (vì $2xy > 0$)

Do đó $\frac{1}{-A} \geq 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$. Dấu “=” xảy ra khi $x = y$.

$$\begin{cases} x > 0, y > 0 \\ x = y \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow x = y = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Lúc đó $A = \frac{-2 \cdot \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2}} = -\frac{2}{3}$. Vậy $\min A = -\frac{2}{3}$ khi $x = y = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Cách 2: Với $x > 0, y > 0$ ta có $\frac{x^2 + y^2}{2} \geq xy \Leftrightarrow xy \leq \frac{1}{2} \Leftrightarrow 1 + xy \leq \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{1+xy} \geq \frac{2}{3} \Leftrightarrow \frac{2}{1+xy} \geq \frac{4}{3}$

Do đó $A = \frac{-2xy}{1+xy} = -2 + \frac{2}{1+xy} \geq -2 + \frac{4}{3} = -\frac{2}{3}$.

Dấu “=” xảy ra khi $x = y$.

$$\begin{cases} x > 0, y > 0 \\ x = y \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow x = y = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Vậy $\min A = -\frac{2}{3}$ khi $x = y = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Cách 3:

Với $x > 0, y > 0$ và $x^2 + y^2 = 1$

Ta có $A + \frac{2}{3} = \frac{2}{3} + \frac{-2xy}{1+xy} = \frac{2 + 2xy - 6xy}{3(1+xy)} = \frac{2(x^2 + y^2) - 4xy}{3(1+xy)} = \frac{2(x-y)^2}{3(1+xy)} \geq 0 \Rightarrow A \geq -\frac{2}{3}$

Dấu “=” xảy ra khi $x = y = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Vậy $\min A = -\frac{2}{3}$ khi $x = y = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Định hướng để có lời giải cách 3

$$A + \frac{a}{b} \geq 0; (b > 0) \Leftrightarrow \frac{a}{b} + \frac{-2xy}{1+xy} \geq 0 \Leftrightarrow a + axy - 2bxy \geq 0 \Leftrightarrow a(x^2 + y^2) - (2b-a)xy \geq 0$$

$$\Leftrightarrow a \left(x^2 + y^2 - \frac{2b-a}{a} xy \right) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq 0 \\ \frac{2b-a}{a} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{a}{b} = \frac{2}{3}$$

SỞ GD&ĐT VĨNH PHÚC

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ 032

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 CHUYÊN NĂM HỌC 2012-2013

ĐỀ THI MÔN: TOÁN

(Dành cho học sinh thi vào lớp chuyên Toán)

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề.

Câu 1 (2,0 điểm).

Giải phương trình: $(x-2012)^3 + (2x-2013)^3 + (4025-3x)^3 = 0$.

Câu 2 (2,0 điểm).

Tìm tất cả các bộ hai số chính phương $(n; m)$, mỗi số có đúng 4 chữ số, biết rằng mỗi chữ số của m bằng chữ số tương ứng của n cộng thêm với d , ở đây d là một số nguyên dương nào đó cho trước.

Câu 3 (2,0 điểm).

Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $abc \leq 1$. Chứng minh rằng:

$$\frac{a}{b^3} + \frac{b}{c^3} + \frac{c}{a^3} \geq a + b + c.$$

Câu 4 (3,0 điểm).

Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp của tam giác ABC . Đường thẳng đi qua I và vuông góc với CI theo thứ tự cắt các cạnh CA và CB tại M và N .

- Chứng minh rằng các tam giác AMI , AIB và INB đối một đồng dạng.
- Chứng minh rằng $BC \cdot AI^2 + CA \cdot BI^2 + AB \cdot CI^2 = AB \cdot BC \cdot CA$

Câu 5 (1,0 điểm).

Cho trước số nguyên dương n lẻ. Tại mỗi ô vuông của bàn cờ kích thước $n \times n$ người ta viết một số $+1$ hoặc -1 . Gọi a_k là tích của tất cả những số ghi trên hàng thứ k (tính từ trên xuống) và b_k là tích của tất cả những số ghi trên cột thứ k (tính từ trái sang). Chứng minh rằng với mọi cách điền số như trên, đều có: $a_1 + a_2 + \dots + a_n + b_1 + b_2 + \dots + b_n \neq 0$

—Hết—

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

Họ tên thí sinh: Số báo danh:

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 CHUYÊN NĂM HỌC 2012-2013 HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN: TOÁN

1. Hướng dẫn chung: - HDC chỉ trình bày một cách giải với các ý cơ bản HS phải trình bày, nếu HS giải theo cách khác đúng và đủ các bước vẫn cho điểm tối đa.- Trong mỗi câu, nếu ở một bước nào đó bị sai thì các bước sau có liên quan không được điểm. - Câu hình học bắt buộc phải vẽ đúng hình mới chấm điểm, nếu thí sinh không có hình vẽ đúng ở phần nào thì giám khảo không cho điểm phần lời giải liên quan đến hình phần đó. Điểm toàn bài là tổng điểm của các ý, các câu, tính đến 0,25 điểm và không làm tròn.

Câu 1 (2,0 điểm). Nội dung trình bày	Điểm
Đặt $a = x - 2012; b = 2x - 2013 \Rightarrow 4025 - 3x = -(a + b)$.	0,5
Khi đó PT đã cho trở thành: $a^3 + b^3 = (a + b)^3$	
$\Leftrightarrow (a + b)(a^2 + b^2 - ab) = (a + b)^3 \Leftrightarrow (a + b)ab = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 0 & (1) \\ ab = 0 & (2) \end{cases}$	0,5
(1) $\Leftrightarrow 3x - 4025 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{4025}{3}$	0,5
(2) $\Leftrightarrow \begin{cases} x - 2012 = 0 \\ 2x - 2013 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2012 \\ x = \frac{2013}{2} \end{cases}$	0,25
Vậy phương trình có nghiệm $x = \frac{4025}{3}, x = 2012$ và $x = \frac{2013}{2}$.	0,25

Câu 2 (2,0 điểm).

Nội dung trình bày	Điểm
Đặt $n = x^2 = p \cdot 10^3 + q \cdot 10^2 + r \cdot 10 + s, m = y^2 = (p + d) \cdot 10^3 + (q + d) \cdot 10^2 + (r + d) \cdot 10 + (s + d)$ Ở đây $x, y, p, q, r, s \in \mathbb{N}$; $1 \leq p < p + d \leq 9; 0 \leq q < q + d \leq 9; 0 \leq r < r + d \leq 9; 0 \leq s < s + d \leq 9$	0,25
Khi đó $(y + x)(y - x) = y^2 - x^2 = d \times 1111 = d \times 11 \times 101$ (1)	0,25
Từ (1) suy ra số nguyên tố 101 là ước của $y - x$ hoặc $y + x$.	0,25
Do $10^3 \leq n < m < 10^4$ nên $32 \leq x < y \leq 99$.	0,25
Do đó, $64 \leq x + y < 200, 0 < y - x \leq 67$	0,25
$\Rightarrow y + x = 101, y - x = 11 \times d$. Do đó x và y khác tính chẵn lẻ, d lẻ.	0,25
Do $64 \leq 2x = 101 - 11d$ nên $11d \leq 37$. Suy ra $d \leq 3$, vậy $d = 1$ hoặc $d = 3$.	0,25
Với $d = 1$ thì $x + y = 101, y - x = 11$ suy ra $(x; y) = (45; 56)$ do đó $(n; m) = (2025; 3136)$	0,25
Với $d = 3$ thì $x + y = 101, y - x = 33$ suy ra $(x; y) = (34; 67)$ do đó $(n; m) = (1156; 4489)$	0,25

Câu 3 (2,0 điểm).

Nội dung trình bày	Điểm
Do $1 \geq abc$, suy ra $\frac{1.a}{b^3} + \frac{1.b}{c^3} + \frac{1.c}{a^3} \geq \frac{a^2c}{b^2} + \frac{b^2a}{c^2} + \frac{c^2b}{a^2}$	0,5
Ta có: $\frac{a^2c}{b^2} + \frac{b^2a}{c^2} + c \geq 3a$; $\frac{b^2a}{c^2} + \frac{c^2b}{a^2} + a \geq 3b$; $\frac{c^2b}{a^2} + \frac{a^2c}{b^2} + b \geq 3c$	0,5
$\Rightarrow 2\left(\frac{a^2c}{b^2} + \frac{b^2a}{c^2} + \frac{c^2b}{a^2}\right) + a + b + c \geq 3(a + b + c) \Leftrightarrow \frac{a^2c}{b^2} + \frac{b^2a}{c^2} + \frac{c^2b}{a^2} \geq a + b + c$	0,5
$\Rightarrow \frac{a}{b^3} + \frac{b}{c^3} + \frac{c}{a^3} \geq a + b + c$.	0,25
Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow a = b = c = 1$.	0,25

Ý	Câu 4 (3,0 điểm). Nội dung trình bày	Điểm
1	<p>Gọi D là chân đường phân giác trong của góc $\angle BCA$. Theo tính chất góc ngoài của tam giác, ta có</p> $\angle AMI = \angle MIC + \angle ICM = 90^\circ + \frac{C}{2}; \angle INB = \angle NIC + \angle ICN = 90^\circ + \frac{C}{2}$ $\angle AIB = \angle AID + \angle DIB = (\angle IAC + \angle ACI) + (\angle IBC + \angle ICB) = \frac{C}{2} + 90^\circ$ $\Rightarrow \angle AMI = \angle INB = \angle AIB. Mặt khác do \angle IAM = \angle IAD; \angle IBN = \angle IBA$ <p>Từ đó suy ra $\triangle AMI \sim \triangle AIB \sim \triangle INB$ (g.g)</p>	0,5 0,25 0,25
2	<p>Do $\triangle AMI \sim \triangle INB$ nên $\frac{AM}{MI} = \frac{IN}{NB} \Rightarrow AM \cdot NB = MI \cdot IN = IM^2$</p> <p>Suy ra $AM \cdot NB = CM^2 - CI^2 = CM \cdot CN - CI^2 = (CA - AM)(CB - BN) - CI^2$ $= CA \cdot CB - AM \cdot BC - CA \cdot BN + AM \cdot BN - CI^2$</p> <p>Do đó $CA \cdot BC = AM \cdot BC + BN \cdot CA + CI^2$ $\Rightarrow CA \cdot BC \cdot AB = AM \cdot BC \cdot AB + BN \cdot CA \cdot AB + CI^2 \cdot AB \quad (1)$</p>	0,25 0,5 0,5

Mặt khác, do $\Delta AMI \sim \Delta AIB \sim \Delta INB$ nên $\frac{AI}{AM} = \frac{AB}{AI}$; $\frac{IB}{AB} = \frac{NB}{IB}$
 $\Rightarrow AM \cdot AB = AI^2; BN \cdot AB = BI^2$ (2)

0,5

Từ (1) và (2) suy ra điều phải chứng minh.

0,25

Câu 5 (1,0 điểm).

Nội dung trình bày	Điểm
+ Chỉ ra $a_k \in \{-1; +1\}, b_k \in \{-1; +1\}, a_k + b_l \in \{-2; 0; +2\}$ ($k, l \in \{1, 2, \dots, n\}$).	0,25
+ Nếu đổi dấu của số ở một ô vuông thuộc hàng k và cột l thì các số a_k và b_l cũng đổi dấu theo, các số còn lại (của dãy $a_1, a_2, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_n$) không đổi dấu. Hơn nữa, khi đó tổng $a_k + b_l$ không đổi, hoặc tăng thêm 4 hoặc giảm đi 4.	0,25
+ Mỗi bảng với một cách điền số nào đó, đều được suy ra từ bảng gồm toàn số $+1$ bằng cách thực hiện đổi dấu một số phần tử. Tổng $a_1 + a_2 + \dots + a_n + b_1 + b_2 + \dots + b_n$ của bảng sau khi đổi kém tổng $a_1 + a_2 + \dots + a_n + b_1 + b_2 + \dots + b_n$ của bảng toàn số 1 một số là bội của 4.	0,25
+ Khi đó tổng của bảng sau khi đổi $a_1 + a_2 + \dots + a_n + b_1 + b_2 + \dots + b_n \equiv 2n \pmod{4}$ Do n lẻ nên $a_1 + a_2 + \dots + a_n + b_1 + b_2 + \dots + b_n \equiv 2 \pmod{4}$ Vậy, với mọi cách điền số, luôn có $a_1 + a_2 + \dots + a_n + b_1 + b_2 + \dots + b_n \neq 0$.	0,25

—HẾT—

ĐỀ 033

**PHÒNG GD-ĐT QUẢNG TRẠCH
TRƯỜNG THCS QUẢNG MINH**

ĐỀ THI KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỌC KỲ II

Năm học : 2012-2013

Môn: TOÁN 9

(Thời gian làm bài 90 phút)

MÃ ĐỀ : 01

Câu 1 (2,0 điểm)

- a) Định nghĩa phương trình bậc hai một ẩn.
 b) Với những giá trị nào của m thì phương trình sau là phương trình bậc hai một ẩn:

$$(m - 1)x^2 + 2x - 3 = 0$$

Câu 2 (2,0 điểm)

Giải phương trình và hệ phương trình sau:

a/ $x^2 - 3x - 10 = 0$

b/
$$\begin{cases} 3x - y = 8 \\ 2x + y = 2 \end{cases}$$

Câu 3 (1,0 điểm)

vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$.

Câu 4 (2,0 điểm)

Một đội xe cần chở 36 tấn hàng. Trước khi làm việc, đội được bổ sung thêm 3 xe nữa nên mỗi xe chở ít hơn 1 tấn hàng so với dự định. Hỏi lúc đầu đội có bao nhiêu xe, biết khối lượng hàng chở trên mỗi xe như nhau.

Câu 5 (3,0 điểm)

Cho đường tròn tâm O, đường kính BC, A là một điểm nằm trên đường tròn sao cho dây AB bé hơn dây AC. Trên đoạn OC lấy điểm D (D khác O, C). Từ D kẻ đường thẳng vuông góc với BC, đường thẳng này cắt hai đường thẳng BA và AC lần lượt tại E và F.

a/ Chứng minh các tứ giác ABDF, AECD nội tiếp.

b/ Tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) cắt đường thẳng EF tại M.

Chứng minh: ΔMAE cân.

c/ EC cắt đường tròn (O) tại J. Chứng minh ba điểm B, F, J thẳng hàng.

-- HẾT --

HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ THI KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỌC KỲ II MÔN TOÁN LỚP 9 MÃ ĐỀ 01

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1: 2 điểm	a) Định nghĩa đúng. nếu thiếu điều kiện $a \neq 0$ trừ 0,25 điểm. b) Chỉ ra được $m-1 \neq 0$. Trả lời được với $m \neq 1$ thì phương trình trên là PT bậc hai.	1,0 điểm 0,5 điểm 0,5 điểm
Câu 2 2,0 điểm	a) Tính được $\Delta = 49$ vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt: $x_1 = 5 ; x_2 = -2$ b) $\begin{cases} 3x - y = 8 \\ 2x + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 10 \\ 2x + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -2 \end{cases}$	0,5 điểm 0,25 + 0,25 0,5 + 0,5
Câu 3: 1,0 điểm	Lập đúng bảng giá trị Vẽ đúng đồ thị	0,25 điểm 0,75 điểm
	Gọi số xe lúc đầu của đội là x (xe) ($x \in \mathbb{N}^*$)	

	c) Xét tam giác BEC có ED \perp BC, CA \perp BE suy ra F là trực tâm của tam giác BEC suy ra BF \perp EC. Mà $BJC = 90^\circ$ (hệ quả góc nội tiếp) suy ra BJ \perp EC Vậy 3 điểm B, F, J thẳng hàng.	0,25 điểm
--	---	-----------

(Nếu học sinh giải theo cách khác đúng, giám khảo chia từng phần để cho điểm)

ĐỀ SỐ 34

**PHÒNG GD-ĐT QUẢNG TRẠCH
TRƯỜNG THCS QUẢNG MINH**

ĐỀ THI KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỌC KỲ II

Năm học : 2012-2013

Môn: TOÁN 9

(Thời gian làm bài 90 phút)

MÃ ĐỀ : 02

Câu 1 (2,0 điểm)

- a/ Định nghĩa tứ giác nội tiếp. Trong tứ giác nội tiếp tổng số đo hai góc đối nhau bằng bao nhiêu độ?
- b/ Hình chữ nhật có nội tiếp được đường tròn không? Vì sao?

Câu 2 (1,0 điểm)

Vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$.

Câu 3 (2,0 điểm)

Giải phương trình và hệ phương trình sau:

a/ $x^2 - 3x - 10 = 0$

b/
$$\begin{cases} 3x - y = 8 \\ 2x + y = 2 \end{cases}$$

Câu 4 (2,0 điểm)

Một đội xe cần chở 36 tấn hàng. Trước khi làm việc, đội được bổ sung thêm 3 xe nữa nên mỗi xe chở ít hơn 1 tấn hàng so với dự định. Hỏi lúc đầu đội có bao nhiêu xe, biết khối lượng hàng chở trên mỗi xe như nhau.

Câu 5 (3,0 điểm)

Cho đường tròn tâm O, đường kính BC, A là một điểm nằm trên đường tròn sao cho dây AB bé hơn dây AC. Trên đoạn OC lấy điểm D (D khác O, C). Từ D kẻ đường thẳng vuông góc với BC, đường thẳng này cắt hai đường thẳng BA và AC lần lượt tại E và F.

- a/ Chứng minh các tứ giác ABDF, AECD nội tiếp.

- b/ Tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) cắt đường thẳng EF tại M.

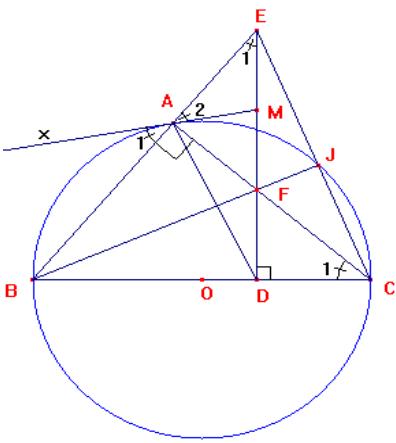
Chứng minh: Δ MAE cân.

c/ EC cắt đường tròn (O) tại J. Chứng minh ba điểm B, F, J thẳng hàng.

-- HẾT --

HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ THI KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỌC KỲ II MÔN TOÁN LỚP 9 MÃ ĐỀ 02

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1: 2,0 điểm	a) Định nghĩa đúng. Tổng số đo hai góc đối bằng 180^0 b) Hình chữ nhật nội tiếp được đường tròn, vì nó có tổng hai góc đối bằng 180^0 .	0,5 điểm 0,5 điểm 0,5 điểm 0,5 điểm
Câu 2: 1,0 điểm	Lập đúng bảng giá trị Vẽ đúng đồ thị	0,25 điểm 0,75 điểm
Câu 3 2,0 điểm	a) Tính được $\Delta = 49$ vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt: $x_1 = 5 ; x_2 = -2$ b) $\begin{cases} 3x - y = 8 \\ 2x + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 10 \\ 2x + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -2 \end{cases}$	0,5 điểm 0,25 + 0,25 0,5 + 0,5
Câu 4: 2,0 điểm	Gọi số xe lúc đầu của đội là x (xe) ($x \in \mathbb{N}^*$) Thì số xe của đội lúc sau là : $x + 3$ (xe). Số hàng một xe phải chở lúc đầu là: $\frac{36}{x}$ (tấn). Số hàng một xe phải chở lúc sau là: $\frac{36}{x+3}$ (tấn). Lập được phương trình: $\frac{36}{x} - \frac{36}{x+3} = 1$ Giải được $x = 9$ (nhận); $x = -12$ (loại). Vậy số xe của đội lúc đầu là : 9 xe.	0,25 điểm 0,25 điểm 0,25 điểm 0,5 điểm 0,5 điểm 0,25 điểm



Câu 5 :
3,0 điểm

Vẽ hình đúng(đến câu a)

0,25 điểm

a) *Ta có $\hat{BAC} = 90^\circ$ (hệ quả góc nội tiếp)

0,25 điểm

$$\hat{BDF} = 90^\circ \text{ (gt)}$$

0,25 điểm

$$\Rightarrow \hat{BAC} + \hat{BDF} = 180^\circ$$

0,25 điểm

Vậy tứ giác ABDF nội tiếp.

0,25 điểm

* Ta có $\hat{BAC} = 90^\circ \Rightarrow \hat{EAC} = 90^\circ$ (kề bù)

0,25 điểm

$$\text{Mà } \hat{EDC} = 90^\circ$$

0,25 điểm

$$\Rightarrow \text{Tứ giác AECD nội tiếp.}$$

0,25 điểm

b) Ta có: Tứ giác AECD nội tiếp

0,25 điểm

$$\text{nên: } \hat{E}_1 = \hat{C}_1 \text{ (cùng chắn cung AD)}$$

0,25 điểm

$$\text{Mà } \hat{C}_1 = \hat{A}_1 \text{ (cùng chắn cung AB)}$$

0,25 điểm

$$\hat{A}_1 = \hat{A}_2 \text{ (đối đỉnh)}$$

$$\Rightarrow \hat{E}_1 = \hat{A}_2 \Rightarrow \text{Tam giác MAE cân.}$$

0,25 điểm

c) Xét tam giác BEC có

$$ED \perp BC, CA \perp BE$$

0,25 điểm

suy ra F là trực tâm của tam giác BEC

suy ra $BF \perp EC$.

Mà $\hat{BJC} = 90^\circ$ (hệ quả góc nội tiếp)

$$\text{suy ra } BJ \perp EC$$

Vậy 3 điểm B, F, J thẳng hàng.

(Nếu học sinh giải theo cách khác đúng, giám khảo chia từng phần để cho điểm)

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HẢI PHÒNG

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ 035

KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN
NĂNG KHIẾU TRẦN PHÚ NĂM HỌC 2012- 2013

Môn thi: TOÁN (chuyên) Thời gian làm bài: 150 phút

Ngày thi 25 tháng 6 năm 2012

Đề thi gồm : 01 trang

Câu I (2,0 điểm)

1) Cho $A = \frac{15\sqrt{x} - 11}{x + 2\sqrt{x} - 3} - \frac{3\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 1} - \frac{2\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 3}$

Rút gọn và tìm giá trị lớn nhất của A

2) Cho phương trình $x^2 + ax + b = 0$ có hai nghiệm nguyên dương biết a,b là hai số dương thỏa mãn $5a + b = 22$. Tìm hai nghiệm đó.

Câu II (2,0 điểm)

1) Giải phương trình: $4x^2 - 6x + 1 = -\frac{\sqrt{3}}{3}\sqrt{16x^4 + 4x^2 + 1}$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 4x^2 - x + \frac{1}{y} = 1 \\ y^2 + y - xy^2 = 4 \end{cases}$

Câu III (1,0 điểm) Cho ba số dương a,b,c .Chứng minh rằng: $\frac{a}{b+c} + \frac{4b}{c+a} + \frac{9c}{a+b} > 4$

Câu IV (2,0 điểm) Cho tam giác ABC (AB < AC) có trực tâm H, nội tiếp đường tròn tâm O, đường kính

AA'.Gọi AD là đường phân giác trong của góc BAC ($D \in BC$).M,I lần lượt là trung điểm của BC và AH.

1) Lấy K đối xứng với H qua AD.Chứng minh K thuộc đường thẳng AA'.

2) Gọi P là giao điểm của AD với HM.Đường thẳng HK cắt AB và AC lần lượt tại Q và R.Chứng minh rằng Q và R lần lượt là hình chiếu vuông góc của P lên AB,AC.

Câu V (3,0 điểm)

1) Tìm nghiệm nguyên của phương trình $x^4 + y^4 + z^4 = 2012$

2) Cho hình vuông 12x12, được chia thành lưới các hình vuông đơn vị. Mỗi đỉnh của hình vuông đơn vị này được tô bằng một trong hai màu xanh đỏ. Có tất cả 111 đỉnh màu đỏ. Hai trong số những

đỉnh màu đỏ này nằm ở đỉnh hình vuông lớn, 22 đỉnh màu đỏ khác nằm trên cạnh cạnh của hình vuông lớn (không trùng với đỉnh của hình vuông lớn) hình vuông đơn vị được tô màu theo các quy luật sau: cạnh có hai đầu mút màu đỏ được tô màu đỏ, cạnh có hai đầu mút màu xanh được tô màu xanh, cạnh có một đầu mút màu đỏ và một đầu mút màu xanh thì được tô màu vàng. Giả sử có tất cả 66 cạnh vàng. Hỏi có bao nhiêu cạnh màu xanh.

-----Hết-----

Họ và tên thí sinh..... Số báo danh.....
 Chữ kí của giám thị 1: Chữ kí của giám thị 2:

Từ :Nguyễn Hồng Vân – THPT Trần Hưng Đạo – Hải Phòng- <http://trakhuc66.violet.vn/>

Lời giải một số câu

Câu I

$$\begin{aligned} 1) A &= \frac{15\sqrt{x}-11}{x+2\sqrt{x}-3} - \frac{3\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1} - \frac{2\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+3} \\ \Leftrightarrow A &= \frac{15\sqrt{x}-11-(3\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+3)-(2\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)} \\ \Leftrightarrow A &= -5 + \frac{17}{\sqrt{x}+3}, A \text{ lớn nhất} \Leftrightarrow x=0 \text{ khi đó } A \text{ lớn nhất bằng } \frac{2}{3}. \end{aligned}$$

2) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm nguyên dương của phương trình ($x_1 < x_2$)

Ta có $a = -x_1 - x_2$ và $b = x_1 x_2$ nên

$$\begin{aligned} 5(-x_1 - x_2) + x_1 x_2 &= 22 \\ \Leftrightarrow x_1(x_2 - 5) - 5(x_2 - 5) &= 47 \\ \Leftrightarrow (x_1 - 5)(x_2 - 5) &= 47 \quad (*) \end{aligned}$$

Vì $x_1 \in \mathbb{Z}^+$ $\Rightarrow x_1 \geq 1$ nên với giả sử $x_1 < x_2$

Ta có: $-4 \leq x_1 - 5 < x_2 - 5$ nên

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 - 5 = 1 \\ x_2 - 5 = 47 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 6 \\ x_2 = 52 \end{cases}.$$

Khi đó: $a = -58$ và $b = 312$ thoả $5a + b = 22$. Vậy hai nghiệm cần tìm là $x_1 = 6$; $x_2 = 52$.

Câu II:

$$\begin{aligned} 1) 4x^2 - 6x + 1 &= -\frac{\sqrt{3}}{3} \sqrt{16x^4 + 4x^2 + 1} \\ \Leftrightarrow 2(4x^2 - 2x + 1) - (4x^2 + 2x + 1) &= -\frac{\sqrt{3}}{3} \sqrt{(4x^2 - 2x + 1)(4x^2 + 2x + 1)} \end{aligned}$$

Dễ thấy $4x^2 - 2x + 1 = 3x^2 + (x-1)^2 > 0, \forall x$ & $4x^2 + 2x + 1 = 3x^2 + (x+1)^2 > 0, \forall x$ nên đặt $a = \sqrt{4x^2 - 2x + 1}, b = \sqrt{4x^2 + 2x + 1} = b, a > 0, b > 0$

Ta có phương trình $2a^2 - b^2 = -\frac{\sqrt{3}}{3}ab$

$$\Leftrightarrow 6a^2 + \sqrt{3}ab - 3b^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 6\left(\frac{a}{b}\right)^2 + \sqrt{3}\left(\frac{a}{b}\right) - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{a}{b} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{a}{b} = \frac{\sqrt{3}}{3}, (TM) \end{cases} \Leftrightarrow \frac{4x^2 - 2x + 1}{4x^2 + 2x + 1} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$$

2) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 4x^2 - x + \frac{1}{y} = 1 & (1) \\ y^2 + y - xy^2 = 4 & (2) \end{cases}$$

Nếu $y = 0$ thì (2) vô lí nên $y \neq 0$ vậy (2) $\Leftrightarrow 1 + \frac{1}{y} - x = \frac{4}{y^2}$

Đặt $\frac{1}{y} = b$ ta có hệ

$$\begin{cases} 4x^2 - x + b = 1 & (1') \\ 4b^2 - b + x = 1 & (2') \end{cases}$$

Lấy (1') - (2') ta có $(x-b)(2x+2b-1) = 0$

*) Nếu $x = b$ ta có hai nghiệm $(-\frac{1}{2}, -2)$ và $(\frac{1}{2}, 2)$

*) Nếu $2x + 2b = 1$ thì hệ vô nghiệm

Vậy hệ có hai nghiệm $(-\frac{1}{2}, -2)$ và $(\frac{1}{2}, 2)$

Câu V

1)

Giả sử một số nguyên là số chẵn có dạng $2k$ thì $(2k)^4 = 16k^4 \equiv 0 \pmod{8}$

Nếu Số nguyên là số nguyên lẻ có dạng $2k+1$ thì $(2k+1)^4 = (4t+1)^2 = 16h+1 \equiv 1 \pmod{8}$ nên với k, t, h là các số nguyên $x, y, z \in \mathbb{Z} \Rightarrow x^4 + y^4 + z^4 \equiv 0, 1, 2, 3 \pmod{8}$

Nhưng $2012 \equiv 4 \pmod{8}$

Vậy phương trình đã cho không có nghiệm nguyên.

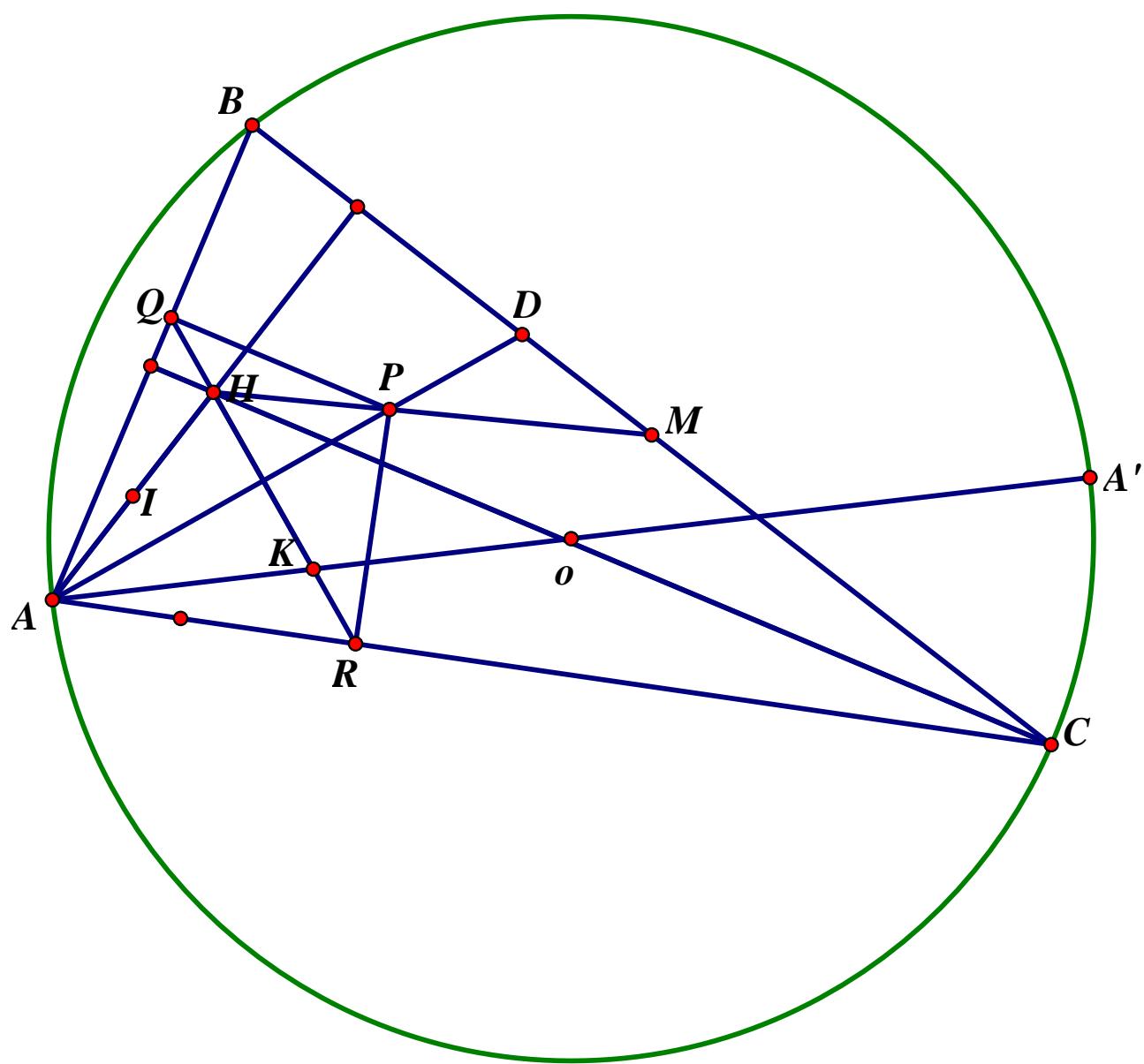
- 2) Có 111 đỉnh màu đỏ, trong đó có 22 đỉnh nằm trên cạnh của hình vuông,, 87 đỉnh nằm lọt trong hình vuông lớn.Từ đó ta thấy có hai điểm màu xanh ở hai góc của hình vuông lớn, 22 điểm màu xanh trên các cạnh của hình vuông lớn không nằm trên đỉnh của hình vuông lớn còn lại có 34 điểm màu xanh nằm lọt trong hình vuông.Với 312 cạnh của cả hình, ta cho đinh của mỗi cạnh như sau: trong 2 mút của nó có i điểm màu xanh thì cho i điểm.Gọi tổng số điểm là S, ta có $S = 2$ (số cạnh màu xanh) + số cạnh vàng.Ta lại có thể đếm số S theo cách khác:Mỗi điểm xanh ở góc là mút của hai đoạn, các điểm còn lại là mút của 4 đoạn.Vậy $S = 2 \times 2 + 22 \times 3 + 34 \times 4 = 206$, suy ra số cạnh xanh là : $(206 - 66):2 = 70$ cạnh màu xanh.

Câu III: Chứng minh rằng: $\frac{a}{b+c} + \frac{4b}{c+a} + \frac{9c}{a+b} > 4 \Leftrightarrow (a+b+c)\left(\frac{1}{b+c} + \frac{4}{a+c} + \frac{9}{a+b}\right) > 18$

Thật vậy:

$$[(b+c)+(a+c)+a+b]\left(\frac{1}{b+c} + \frac{4}{a+c} + \frac{9}{a+b}\right) > \left(\sqrt{\frac{b+c}{b+c}} + \sqrt{\frac{4(a+c)}{(a+c)}} + \sqrt{\frac{9(a+b)}{(a+b)}}\right)^2 = 36$$
$$\Leftrightarrow (a+b+c)\left(\frac{1}{b+c} + \frac{4}{a+c} + \frac{9}{a+b}\right) > 18 \text{ Điều phải chứng minh}$$

Bài hình: 1) Tam giác ABA' có: $ABC + A'BC = 90^\circ$, $ABC + BAN \Rightarrow A'BC = BAN$



Lại có

$$A'AC = A'BC \text{ (cùng chắn cung } A'C) \text{ nên } BAN = A'AC$$

$$\text{Cũng có } BAD = CAD \Rightarrow BAD - BAN = CAD - CAN \Rightarrow$$

Mặt khác H đối xứng với K qua AD $\Rightarrow HAD = KAD$, H thuộc AN nên K thuộc AA'

2) Bạn tự giải nhé.

Bài 1.(6 điểm)

$$1. \text{ Cho biểu thức } A = \frac{\sqrt{6+2\sqrt{5-\sqrt{13+\sqrt{48}}}}}{\sqrt{3}+1}$$

- a) Rút gọn biểu thức A.
b) Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $y^2 - A = x(A+x)(A+x^2)$

2. Gọi d_1, d_2 là các đường thẳng lần lượt có phương trình:

$$d_1 : y = 2x + 3m + 2 \text{ và } d_2 : y = (m^2 + m)x - 4$$

- a) Tìm m để hai đường thẳng d_1, d_2 song song.
b) Tuỳ theo giá trị của m, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$B = (2x - y + 3m + 2)^2 + [(m^2 + m)x - y - 4]^2$$

Bài 2.(6 điểm)

$$1. \text{ Giải phương trình: } 2(x^2 + 2) = 3(\sqrt{x^3 + 8} + 2x)$$

2. Tìm m để phương trình sau có 4 nghiệm phân biệt:

$$x^4 + 3x^3 - (2m-1)x^2 - (3m+1)x + m^2 + m = 0$$

Bài 3.(1 điểm)

$$\text{Giải hệ phương trình: } \begin{cases} x(2\sqrt{y-1} - x) + y(2\sqrt{x-1} - y) = 0 \\ x^3 + y^3 = 16 \end{cases}$$

Bài 4.(6 điểm)

Cho 3 điểm cố định A, B, C phân biệt và thẳng hàng theo thứ tự đó. Đường tròn (O) đi qua B và C (O không thuộc BC). Qua A kẻ các tiếp tuyến AE và AF đến đường tròn (O) (E và F là các tiếp điểm). Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng BC, N là trung điểm của đoạn thẳng EF.

1. Chứng minh rằng: E và F nằm trên một đường tròn cố định khi đường tròn (O) thay đổi.
2. Đường thẳng FI cắt đường tròn (O) tại E' (khác F). Chứng minh tứ giác BCE'E là hình thang.
3. Chứng minh rằng: Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ONI nằm trên một đường thẳng cố định khi đường tròn (O) thay đổi.

Bài 5.(1 điểm)

Cho tam giác ABC. Xác định vị trí của điểm M nằm trong tam giác ABC sao cho $AM \cdot BC + BM \cdot CA + CM \cdot AB$ đạt giá trị nhỏ nhất.

-----HẾT-----

(Giám thị không giải thích gì thêm)

Họ và tên: Số báo danh:

Chữ ký của giám thị 1..... Chữ ký của giám thị 2.....

ĐÁP ÁN

Bài 1:

1.

$$a) A = \frac{\sqrt{6+2\sqrt{5-\sqrt{13+\sqrt{48}}}}}{\sqrt{3}+1} = \frac{\sqrt{6+2\sqrt{5-\sqrt{(\sqrt{12}+1)^2}}}}{\sqrt{3}+1} = \frac{\sqrt{6+2\sqrt{5-\sqrt{12}-1}}}{\sqrt{3}+1}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\sqrt{6+2\sqrt{5-\sqrt{12}-1}}}{\sqrt{3}+1} = \frac{\sqrt{6+2\sqrt{4-\sqrt{12}}}}{\sqrt{3}+1} = \frac{\sqrt{6+2\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}}}{\sqrt{3}+1} \\ &= \frac{\sqrt{6+2(\sqrt{3}-1)}}{\sqrt{3}+1} = \frac{\sqrt{4+2\sqrt{3}}}{\sqrt{3}+1} = \frac{\sqrt{(\sqrt{3}+1)^2}}{\sqrt{3}+1} = 1 \end{aligned}$$

$$b) y^2 - A = x(A+x)(A+x^2)$$

$$\Leftrightarrow y^2 - 1 = x(1+x)(1+x^2)$$

$$\Leftrightarrow y^2 = (x+x^2)(1+x^2)+1$$

$$\Leftrightarrow y^2 = x+x^3+x^2+x^4+1$$

$$\Leftrightarrow y^2 = x^4+x^3+x^2+x+1$$

$$\text{Xét: } 4y^2 - (2x^2+x)^2$$

$$= 4(x^4+x^3+x^2+x+1) - (4x^4+4x^3+x^2)$$

$$= 4x^4+4x^3+4x^2+4x+4 - 4x^4-4x^3-x^2$$

$$= 3x^2+4x+4 = 3\left(x + \frac{2}{3}\right)^2 + \frac{8}{3} > 0$$

$$\Rightarrow 4y^2 > (2x^2+x)^2$$

$$\text{Xét: } (2x^2+x+2)^2 - 4y^2$$

$$= (4x^4+x^2+4+4x^3+8x^2+4x) - 4(x^4+x^3+x^2+x+1)$$

$$= 4x^4+x^2+4+4x^3+8x^2+4x - 4x^4-4x^3-4x^2-4x-4$$

$$= 5x^2 \geq 0$$

$$\Rightarrow (2x^2+x+2)^2 \geq 4y^2$$

Do đó: $(2x^2+x)^2 < 4y^2 \leq (2x^2+x+2)^2 \Rightarrow 2y \in \{2x^2+x+1; 2x^2+x+2\}$

Trường hợp 1: $2y = 2x^2+x+1$

$$\Leftrightarrow 4y^2 = (2x^2+x+1)^2$$

$$\Leftrightarrow 4(x^4+x^3+x^2+x+1) = 4x^4+x^2+1+4x^3+4x^2+2x$$

$$\Leftrightarrow 4x^4+4x^3+4x^2+4x+4 = 4x^4+4x^3+5x^2+2x+1$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-3)(x+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=11 \\ x=-1 \\ y=1 \end{cases}$$

Trường hợp 2: $2y = 2x^2 + x + 2$

$$\Leftrightarrow 4y^2 = (2x^2 + x + 2)^2$$

$$\Leftrightarrow 4(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1) = 4x^4 + x^2 + 4 + 4x^3 + 8x^2 + 4x$$

$$\Leftrightarrow 4x^4 + 4x^3 + 4x^2 + 4x + 4 = 4x^4 + 4x^3 + 9x^2 + 4x + 4$$

$$\Leftrightarrow 5x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

$$\Rightarrow (x; y) = (0; 1)$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm nguyên: (3;11);(-1;1);(0;1)

2. a) Để d_1, d_2 song song thì:

$$\begin{cases} m^2 + m = 2 \\ 3m + 2 \neq -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+2=0 \\ m-1=0 \Leftrightarrow m=1 \\ m \neq -2 \end{cases}$$

Vậy $m=1$ thì d_1, d_2 song song

b)

Trường hợp 1: d_1, d_2 trùng nhau thì:

$$\begin{cases} m^2 + m = 2 \\ 3m + 2 = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+2=0 \\ m-1=0 \Leftrightarrow m=-2 \\ m=-2 \end{cases}$$

Thay $m=-2$ vào d_1 , ta có: $y = 2x - 4$

$$\text{Khi đó: } B = (2x - 2x + 4 - 2 \cdot 3 + 2)^2 + \left\{ [(-2)^2 - 2]x - 2x + 4 - 4 \right\}^2 = 0$$

Trường hợp 2: d_1, d_2 cắt nhau

$$\text{Tọa độ giao điểm } (x; y) \text{ của } d_1, d_2 \text{ thỏa mãn: } \begin{cases} y = 2x + 3m + 2 \\ y = (m^2 + m)x - 4 \end{cases}$$

$$\text{Khi đó: } B = (y - y)^2 + [y - y]^2 = 0$$

Trường hợp 3: $d_1 // d_2 \Leftrightarrow m = 1$

$$\text{Khi đó: } B = (2x - y + 3 + 2)^2 + (2x - y - 4)^2$$

$$B = (2x - y + 5)^2 + (2x - y - 4)^2$$

Đặt: $2x - y = a$, ta có: $B = (a+5)^2 + (a-4)^2$

$$= a^2 + 10a + 25 + a^2 - 8a + 16$$

$$= 2a^2 + 2a + 41$$

$$= 2\left(a + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{81}{2} \geq \frac{81}{2} > 0$$

Vậy B đạt giá trị nhỏ nhất là 0 khi $m \neq 1$.

Bài 2:

1. Điều kiện: $x \geq -2$

$$2(x^2 + 2) = 3\left(\sqrt{x^3 + 8} + 2x\right)$$

$$\Leftrightarrow 2(x^2 + 2) = 3\sqrt{(x+2)(x^2 - 2x + 4)} + 6x$$

$$\Leftrightarrow 2(x^2 - 3x + 2) = 3\sqrt{(x+2)(x^2 - 2x + 4)} \quad (*)$$

Đặt $a = x+2$; $b = x^2 - 2x + 4$ ($a \geq 0; b > 0$)

$$\Rightarrow b - a = x^2 - 3x + 2$$

$$(*) \Leftrightarrow 2(b - a) = 3\sqrt{ab}$$

$$\Leftrightarrow 2b - 2a - 3\sqrt{ab} = 0$$

$$\Leftrightarrow 2b - 4\sqrt{ab} + \sqrt{ab} - 2a = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{b}(\sqrt{b} - 2\sqrt{a}) + \sqrt{a}(\sqrt{b} - 2\sqrt{a}) = 0$$

$$\Leftrightarrow (2\sqrt{b} + \sqrt{a})(\sqrt{b} - 2\sqrt{a}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{b} - 2\sqrt{a} = 0 \quad (\text{vì } 2\sqrt{b} + \sqrt{a} > 0 \text{ với } a \geq 0; b > 0)$$

$$\Leftrightarrow b = 4a \Leftrightarrow x^2 - 2x + 4 = 4(x+2) \Leftrightarrow x^2 - 6x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 + \sqrt{13} \text{ (TM)} \\ x = 3 - \sqrt{13} \text{ (TM)} \end{cases}$$

Vậy $x \in \{3 + \sqrt{13}; 3 - \sqrt{13}\}$

Bài 3: Điều kiện: $x, y \geq 1$

$$\begin{cases} x(2\sqrt{y-1} - x) + y(2\sqrt{x-1} - y) = 0 \quad (1) \\ x^3 + y^3 = 16 \quad (2) \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow 2x^2 + 2y^2 - 4x\sqrt{y-1} - 4y\sqrt{x-1} = 0$$

$$\Leftrightarrow [x^2 - 4x\sqrt{y-1} + 4(y-1)] + [y^2 - 4y\sqrt{x-1} + 4(x-1)] + (x^2 - 4x + 4) + (y^2 - 4y + 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 2\sqrt{y-1})^2 + (y - 2\sqrt{x-1})^2 + (x-2)^2 + (y-2)^2 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 2\sqrt{y-1})^2 = 0$$

$$\Rightarrow (y - 2\sqrt{x-1})^2 = 0 \Leftrightarrow x = y = 2 \text{ (TM)}$$

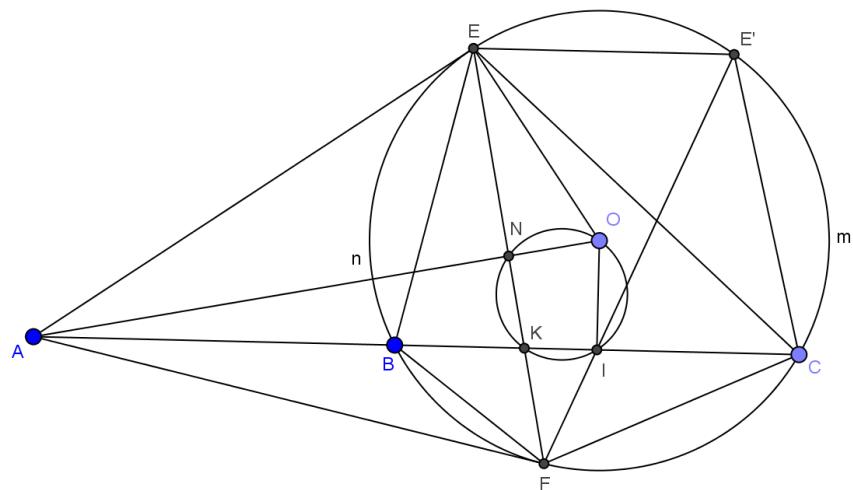
$$(x-2)^2 = 0$$

$$(y-2)^2 = 0$$

Thay $x = y = 2$ vào pt (2) có: $x^3 + y^3 = 16$ (TM)

Vậy $x = y = 2$.

Bài 4:



1.

$$\Delta ABE \text{ đồng dạng } \Delta AEC \Rightarrow \frac{AB}{AE} = \frac{AE}{AC} \Rightarrow AE^2 = AB \cdot AC$$

$$\Rightarrow AE = \sqrt{AB \cdot AC}$$

Theo tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau: $AE = AF = \sqrt{AB \cdot AC}$

Mà A, B, C cố định $\Rightarrow \sqrt{AB \cdot AC}$ không đổi

Vậy E, F di chuyển trên đường tròn tâm A bán kính $\sqrt{AB \cdot AC}$.

2.

Vì I là trung điểm dây BC $\Rightarrow OI \perp BC$

$$\text{Chứng minh: } AEOF \text{ và } AEOI \text{ nội tiếp} \Rightarrow AEIF \text{ nội tiếp} \Rightarrow \angle AIF = \angle AEF = \frac{1}{2} \angle EOF$$

$$\Rightarrow 180^\circ - \angle AIF = 180^\circ - \frac{1}{2} \angle EOF \Leftrightarrow \angle CIF = \frac{1}{2} \angle EOF = \angle EBF$$

ΔCIF đồng dạng ΔEBF (g.g) $\Rightarrow \angle CIF = \angle EBF \Rightarrow BE = CE \Rightarrow BCE = CEE \Rightarrow EE' \parallel BC$

Vậy BCEE' là hình thang.

3.

Chứng minh: $AO \perp EF$ mà $ON \perp EF \Rightarrow A, N, O$ thẳng hàng

Gọi K là giao điểm EF và AC

$$\Delta ANK \text{ đồng dạng } \Delta AIO \Rightarrow \frac{AN}{AI} = \frac{AK}{AO} \Rightarrow AK = \frac{AN \cdot AO}{AI} = \frac{AE^2}{AI} = \frac{AB \cdot AC}{AI} : \text{không đổi}$$

Do đó K cố định

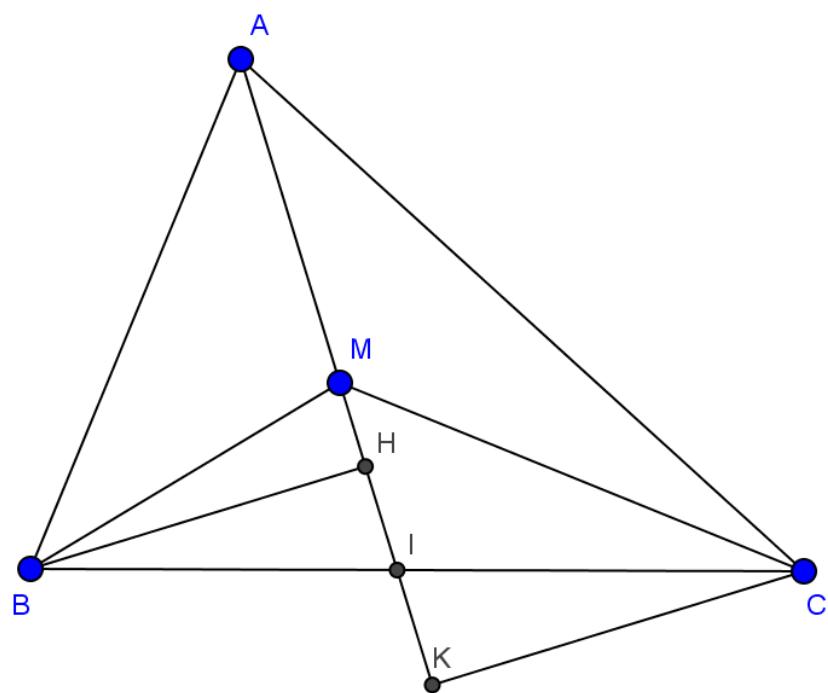
Tứ giác ONKI có: $\angle ONK + \angle OIK = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

Nên ONKI nội tiếp

Mà: I, K cố định $\Rightarrow IK$ cố định

Vậy tâm đường tròn ngoại tiếp ΔONI nằm trên đường trung trực của IK cố định khi (O) thay đổi.

5.



Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của B và C trên AM. Gọi I là giao điểm AM và BC.

Ta có: $AM \cdot BC = AM \cdot (BI + CI) \leq AM(BH + CK) = AM \cdot BH + AM \cdot CK = 2(S_{AMB} + S_{CMA})$

Tương tự: $BM \cdot CA \leq 2(S_{AMB} + S_{BMC})$ và $CM \cdot AB \leq 2(S_{BMC} + S_{CMA})$

Do đó: $AM \cdot BC + BM \cdot CA + CM \cdot AB \leq 4(S_{AMB} + S_{BMC} + S_{CMA}) = 4S_{ABC}$: không đổi

Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow M$ là trực tâm ΔABC

Biên soạn bởi LÊ BẢO HIỆP & NGUYỄN PHƯỚC LỘC

ĐỀ 037

UBND TỈNH THỪA THIÊN HUẾ
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH
LỚP 9 THCS NĂM HỌC 2016-2017

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn: TOÁN

Thời gian: 150 phút (Không kể thời gian giao đề)

Bài 1: (4,0 điểm)

a) Giả sử a là một nghiệm của phương trình $\sqrt{2}x^2 + x - 1 = 0$. Tính giá trị của biểu thức

$$P = \frac{2a - 3}{\sqrt{2(2a^4 - 2a + 3)} + 2a^2}$$

b) Cho các số nguyên x, y thỏa mãn $x^2 + 2y^2 + 2xy - 2(x + 2y) + 1 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $S = 2016x^{2017} + 2017y^{2016}$.

Bài 2: (4,0 điểm)

a) Giải phương trình sau: $x^3 + 5x^2 + 10x = (3x^2 + 3x + 6)\sqrt{x+2}$

b) Tìm nghiệm nguyên dương của phương trình sau: $x^2 - y^2 + x^2y - xy = x + 14$.

Bài 3: (3,0 điểm)

Cho phương trình $x^3 - 3x^2 + (4m+3)x - 8m - 2 = 0 \quad (*)$

a) Giải phương trình (*) khi $m = 2$.

b) Tìm m để phương trình (*) có 3 nghiệm phân biệt.

c) Khi phương trình (*) có 3 nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3 , tìm m để $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 2017$.

Bài 4: (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn với $AB < AC$ và AA' , BB' , CC' là ba đường cao. Vẽ đường tròn tâm O đường kính BC. Từ A kẻ các tiếp tuyến AM, AN đến đường tròn (O) (M, N là các tiếp điểm). Gọi H là trực tâm của tam giác ABC, M' là giao điểm thứ hai của $A'N$ và đường tròn (O), K là giao điểm của OH và $B'C'$. Chứng minh rằng:

a) BC là đường trung trực của đoạn thẳng MM' .

b) Ba điểm M, N, H thẳng hàng.

c) $\frac{KB'}{KC'} = \left(\frac{HB'}{HC'} \right)^2$

Bài 5: (4,0 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC; T, H lần lượt là chân đường cao kẻ từ A và B của tam giác ABC.

a) Chứng minh bốn điểm A, B, T, H cùng nằm trên một đường tròn.

Chứng minh $CH \cdot CA = CT \cdot CB$.

b) Chứng minh $IC \perp HT$.

c) Tìm trên các cạnh BC, AC, AB lần lượt các điểm K, P, Q sao cho tam giác KPQ có chu vi nhỏ nhất.

Bài 6: (2,0 điểm)

Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn $x^2 + y^2 + z^2 = 3$.

Chứng minh rằng: $P = \frac{xy}{z} + \frac{yz}{x} + \frac{zx}{y} \geq 3$

————— HẾT —————

ĐÁP ÁN

Bài 1: a) Ta có: a là nghiệm của phương trình: $\sqrt{2}x^2 + x - 1 = 0$ nên: $\sqrt{2}a^2 + a - 1 = 0$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2}a^2 = 1 - a \quad (\text{ĐK: } a \leq 1)$$

$$\Leftrightarrow 2a^4 = a^2 - 2a + 1$$

Khi đó: $P = \frac{2a - 3}{\sqrt{2(2a^4 - 2a + 3)} + 2a^2}$

$$= \frac{(2a - 3)(\sqrt{2(2a^4 - 2a + 3)} - 2a^2)}{2(2a^4 - 2a + 3) - 4a^4}$$

$$= \frac{(2a - 3) \left[\sqrt{2(a^2 - 2a + 1 - 2a + 3)} - 2a^2 \right]}{-2(2a - 3)}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\sqrt{2(a-2)^2 - 2a^2}}{-2} \\
&= \frac{\sqrt{2}|a-2| - 2a^2}{-2} \\
&= \frac{\sqrt{2}(2-a) - 2a^2}{-2} \quad (\text{vì } a \leq 1 \Rightarrow a-2 \leq -1 < 0) \\
&= \frac{2-a-\sqrt{2}a^2}{-\sqrt{2}} \\
&= \frac{1-a-\sqrt{2}a^2+1}{-\sqrt{2}} \\
&= \frac{1}{-\sqrt{2}} = \frac{-\sqrt{2}}{2} \\
&\text{Vậy } P = \frac{-\sqrt{2}}{2}
\end{aligned}$$

b) $x^2 + 2y^2 + 2xy - 2(x + 2y) + 1 = 0$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x(y-1) + 2y^2 - 4y + 1 = 0$$

Lập: $\Delta' = (y-1)^2 - (2y^2 - 4y + 1)$

$$= y^2 - 2y + 1 - 2y^2 + 4y - 1$$

$$= -y^2 + 2y$$

Để phương trình đã cho có nghiệm thì $\Delta' \geq 0$

Hay: $-y^2 + 2y \geq 0 \Leftrightarrow y(2-y) \geq 0$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow \begin{cases} y \geq 0 \\ 2-y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \geq 0 \\ y \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq y \leq 2 \\
&\Leftrightarrow \begin{cases} y \leq 0 \\ 2-y \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \leq 0 \\ y \geq 2 \end{cases} \quad \text{(không có nghiệm)}
\end{aligned}$$

Vì $y \in \mathbb{N}^*$

$$\Rightarrow y \in \{1; 2\}$$

TH1: $y = 1$, thay vào phương trình ban đầu, ta có: $x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ ($\text{vì } x \in \mathbb{N}^*$)

$$\text{Khi đó: } S = 2016 \cdot 1^{2017} + 2017 \cdot 1^{2016} = 2016 + 2017 = 4033$$

TH2: $y = 2$, thay vào phương trình ban đầu, ta có: $x^2 + 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$ (loại vì $x \in \mathbb{N}^*$)

Vậy $S = 4033$.

Bài 2: a) $x^3 + 5x^2 + 10x = (3x^2 + 3x + 6)\sqrt{x+2}$ (ĐK: $x \geq 2$)

$$\Leftrightarrow x^3 + 5x(x+2) = [3x^2 + 3(x+2)]\sqrt{x+2}$$

Đặt: $\sqrt{x+2} = a \geq 0$, ta có phương trình:

$$x(x^2 + 5a^2) = (3x^2 + 3a^2).a$$

$$\Leftrightarrow x^3 + 5xa^2 = 3x^2a + 3a^3$$

$$\Leftrightarrow x^3 + 5xa^2 - 3x^2a - 3a^3 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^3 - a^3 - 3x^2a + 3xa^2 + 2xa^2 - 2a^3 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-a)(x^2 + xa + a^2) - 3xa(x-a) + 2a^2(x-a) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-a)(x^2 + xa + a^2 - 3xa + 2a^2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-a)(x^2 - 2xa + 3a^2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = a \\ (x-a)^2 + 2a^2 = 0 \end{cases}$$

TH1: $x = a \Leftrightarrow x = \sqrt{x+2}$ (ĐK: $x \geq 0$)

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-2)(x+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 2 \text{ (vì } x \geq 0\text{)}$$

TH2: $(x-a)^2 + 2a^2 = 0$

Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow x = a = 0$ (loại)

Vậy: phương trình có nghiệm duy nhất: $x = 2$

b) $x^2 - y^2 + x^2y - xy = x + 14$

$$\Leftrightarrow x^2 - y^2 + x^2y - xy - x - 14 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x^2y - xy - x - y^2 + 1 = 15$$

$$\Leftrightarrow x^2(1+y) - x(1+y) + (1-y)(y+1) = 15$$

$$\Leftrightarrow (y+1)(x^2 - x + 1 - y) = 15$$

Vì $x, y \in \mathbb{N}^*$ nên $y+1 \in \mathbb{N}^*, x^2 - x + 1 - y \in \mathbb{Z}$

$$\Rightarrow y+1, x^2 - x + 1 - y \in U(15) = \{\pm 1; \pm 3; \pm 5; \pm 15\}$$

Lại có: $y \in \mathbb{N}^* \Rightarrow y \geq 1 \Rightarrow y+1 \geq 2$

Nên $y+1 \in \{3; 5; 15\}$

$$\text{TH1: } \begin{cases} y+1=3 \\ x^2 - x + 1 - y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=2 \\ x^2 - x + 1 - 2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=2 \\ x^2 - x - 6 = 0(1) \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow (x-3)(x+2) = 0 \Leftrightarrow x = 3 \text{ (vì } y \in \mathbb{N}^*)$$

$$\Rightarrow (x; y) = (3; 2)$$

$$\text{TH2: } \begin{cases} y+1=5 \\ x^2 - x + 1 - y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=4 \\ x^2 - x + 1 - 4 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=4 \\ x^2 - x - 6 = 0(2) \end{cases}$$

$$(2) \Leftrightarrow (x-3)(x+2) = 0 \Leftrightarrow x = 3 \text{ (vì } y \in \mathbb{N}^*)$$

$$\Rightarrow (x; y) = (3; 4)$$

$$\text{TH3: } \begin{cases} y+1=15 \\ x^2 - x + 1 - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=14 \\ x^2 - x + 1 - 14 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=14 \\ x^2 - x - 14 = 0(3) \end{cases}$$

$$(3): \text{Lập: } \Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-14) = 57$$

Vì Δ không phải là số chính phương nên phương trình (3) không có nghiệm nguyên

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm nguyên: $(x; y) \in \{(3; 2); (3; 4)\}$

Bài 3: a) Thay $m = 2$ vào phương trình (*), ta có:

$$x^3 - 3x^2 + (4 \cdot 2 + 3)x - 8 \cdot 2 - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + 11x - 18 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^3 - 2x^2 - x^2 + 2x + 9x - 18 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2(x - 2) - x(x - 2) + 9(x - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - x + 9)(x - 2) = 0$$

$$\text{Với mọi } x, \text{ ta có: } x^2 - x + 9 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 8 \frac{3}{4} \geq 8 \frac{3}{4} > 0$$

$$\text{Nên: } x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$$

Vậy: $m = 2$ thì phương trình có nghiệm duy nhất: $x = 2$

$$b) x^3 - 3x^2 + (4m + 3)x - 8m - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + 2x + (4m + 1)x - 2(4m + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x - 2)(x - 1) + (x - 2)(4m + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 2)(x^2 - x + 4m + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ x^2 - x + 4m + 1 = 0 \end{cases} (1)$$

Để phương trình (*) có 3 nghiệm phân biệt thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác 2

$$(1): \text{Lập: } \Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (4m + 1) = -16m - 3$$

$$\text{Để phương trình có hai nghiệm phân biệt thì } \Delta > 0 \Leftrightarrow -16m - 3 > 0 \Leftrightarrow m < \frac{-3}{16}$$

Khi đó: phương trình (1) có 2 nghiệm:

$$\begin{cases} x_2 = \frac{1 + \sqrt{-16m - 3}}{2} \\ x_3 = \frac{1 - \sqrt{-16m - 3}}{2} \end{cases}$$

Để phương trình (*) có 3 nghiệm phân biệt thì:

$$\begin{cases} \frac{1 + \sqrt{-16m - 3}}{2} \neq 2 \\ \frac{1 - \sqrt{-16m - 3}}{2} \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + \sqrt{-16m - 3} \neq 4 \\ 1 - \sqrt{-16m - 3} \neq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{-16m - 3} \neq 3 \\ \sqrt{-16m - 3} \neq -3 \end{cases} \Leftrightarrow -16m - 3 \neq 9 \Leftrightarrow m \neq \frac{-3}{4}$$

Vậy: $m < \frac{-3}{16}$ và $m \neq \frac{-3}{4}$ thì phương trình (*) có 3 nghiệm phân biệt

c) Theo hệ thức Viet, ta có:

$$\begin{cases} x_2 + x_3 = 1 \\ x_2 \cdot x_3 = 4m + 1 \end{cases}$$

Khi đó: $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 2017$

$$\Leftrightarrow 2^2 + (x_2 + x_3)^2 - 2x_2 \cdot x_3 = 2017$$

$$\Leftrightarrow 4 + 1 - 2(4m + 1) = 2017$$

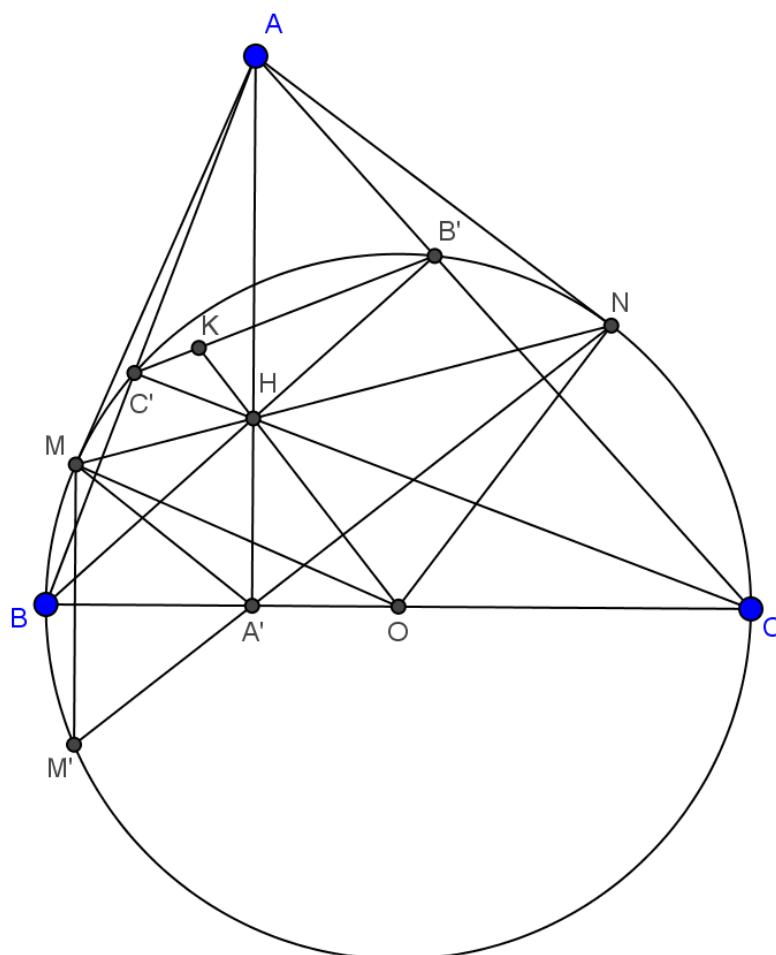
$$\Leftrightarrow -2(4m + 1) = 2012$$

$$\Leftrightarrow 4m + 1 = -1006$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{-1007}{4} \text{ (TM)}$$

$$\text{Vậy: } m = \frac{-1007}{4}.$$

Bài 4:



a)

Chứng minh: AMON nội tiếp và AA'ON nội tiếp

$$\Rightarrow \text{AMA}'\text{N nội tiếp} \Rightarrow \angle AA'N = \angle AMN = \angle MM'N \Rightarrow AA' \parallel MM'$$

Mà $AA' \perp BC \Rightarrow MM' \perp BC$

Lại có: $AA' / MM' \Rightarrow A'MM' = AA'M = ANM = MM'N$

Hay $A'MM' = A'M'M \Rightarrow \Delta A'MM'$ cân tại A'

Đã có: $MM' \perp BC$ và A' thuộc BC

Vậy BC là đường trung trực của MM' .

b)

Chứng minh phương tích: $AM^2 = AB'.AC$

Tứ giác $A'CB'H$ nội tiếp $\Rightarrow AB'.AC = AH.AA'$

Do đó: $AM^2 = AH.AA'$

ΔAMH đồng dạng $\Delta AA'M$ (c.g.c)

$\Rightarrow AMH = AA'M = ANM = AMN$

Vậy M, N, H thẳng hàng.

c) (Làm ra phê vi)

$$\text{Ta có: } \frac{KB'}{KC'} = \frac{S_{\Delta B'HK}}{S_{\Delta C'HK}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot HB' \cdot HK \cdot \sin B'HK}{\frac{1}{2} \cdot HC' \cdot HK \cdot \sin C'HK} = \frac{HB' \cdot \sin BHO}{HC' \cdot \sin CHO}$$

$$\Delta CHB' \text{ đồng dạng } \Delta BHC' \Rightarrow \frac{HB'}{HC'} = \frac{HC}{HB}$$

Vì O là trung điểm BC $\Rightarrow S_{COH} = S_{BOH}$

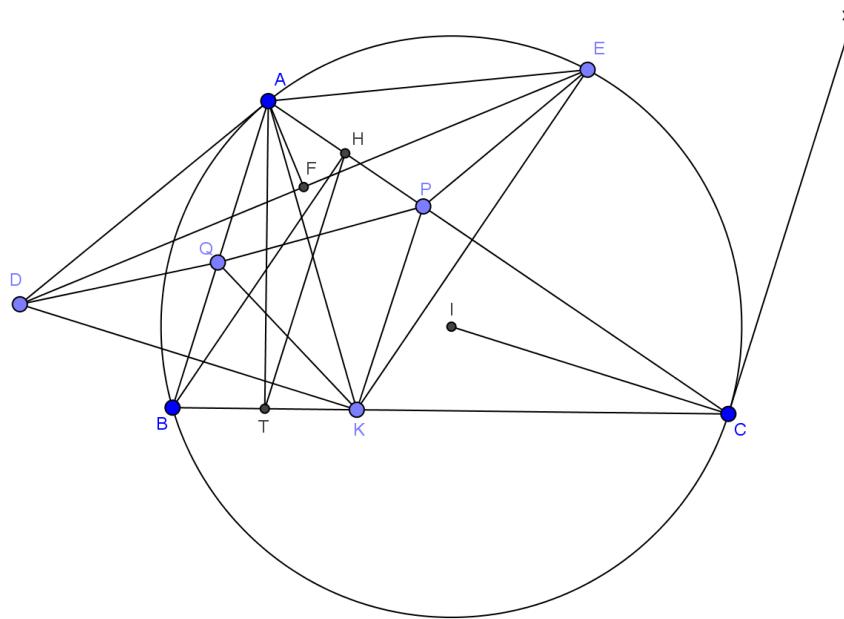
$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot HC \cdot OH \cdot \sin CHO = \frac{1}{2} \cdot HB \cdot OH \cdot \sin BHO$$

$$\Leftrightarrow HC \cdot \sin CHO = HB \cdot \sin BHO$$

$$\Rightarrow \frac{\sin BHO}{\sin CHO} = \frac{HC}{HB} = \frac{HB'}{HC'}$$

$$\text{Do đó: } \frac{KB'}{KC'} = \frac{HB' \cdot \sin BHO}{HC' \cdot \sin CHO} = \left(\frac{HB'}{HC'} \right)^2$$

Bài 5:



a)

Tứ giác ABTH có: $AHB = ATB = 90^\circ$

nên ABTH nội tiếp $\Rightarrow A, B, T, H$ cùng nằm trên một đường tròn

$$\Delta CTH \text{ đồng dạng } \Delta CAB \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{CT}{CA} = \frac{CH}{CB} \Rightarrow CH \cdot CA = CT \cdot CB$$

b)

Qua C vẽ tia tiếp tuyến Cx với (I) $\Rightarrow IC \perp Cx$

Ta có: $ACx = ABC = CHT \Rightarrow HT \parallel Cx$

Vậy $IC \perp HT$.

c)

Gọi D, E lần lượt là điểm đối xứng với K qua AB, AC

Ta có: $CV_{KPO} = KP + KQ + QP = EP + DQ + QP \geq DE \quad (1)$

Lại có: $DAE = DAK + EAK = 2BAK + 2CAK = 2BAC$

$$\text{vẽ } AF \perp DE \Rightarrow DAF = \frac{1}{2} DAE = BAC$$

ΔADF vuông tại F $\Rightarrow DF = AD \cdot \sin DAF = AK \cdot \sin BAC \geq AT \cdot \sin BAC \quad (2)$

Từ (1), (2) $\Rightarrow CV_{KPO} \geq AT \cdot \sin BAC$: không đổi

Dấu “=” xảy ra khi K, P, Q lần lượt là chân đường cao kẻ từ A, B, C của ΔABC .

Bài 6:

$$P = \frac{xy}{z} + \frac{yz}{x} + \frac{zx}{y}$$

$$\Rightarrow P^2 = \frac{x^2y^2}{z^2} + \frac{y^2z^2}{x^2} + \frac{z^2x^2}{y^2} + 2(x^2 + y^2 + z^2) = \frac{x^2y^2}{z^2} + \frac{y^2z^2}{x^2} + \frac{z^2x^2}{y^2} + 6 \geq \frac{1}{3} \left(\frac{xy}{z} + \frac{yz}{x} + \frac{zx}{y} \right)^2 + 6$$

$$\Leftrightarrow P^2 \geq \frac{1}{3}P^2 + 6 \Leftrightarrow \frac{2}{3}P^2 \geq 6 \Leftrightarrow P^2 \geq 9 \Leftrightarrow P \geq 3$$

Dấu “=” xảy ra khi $x = y = z = 1$.

Biên soạn bởi LÊ BẢO HIỆP & NGUYỄN PHƯỚC LỘC

ĐỀ 038

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TÂY NINH

KÌ THI TUYÊN SINH VÀO LỚP 10 NĂM HỌC 2015 – 2016

Ngày thi : 11 tháng 6 năm 2015

Môn thi : TOÁN (*Không chuyên*)

Thời gian : 120 phút (*Không kể thời gian giao đề*)

ĐỀ CHÍNH THỨC

(*Đề thi có 01 trang, thí sinh không phải chép đề vào giấy thi*)

Câu 1: (1 điểm) Thực hiện các phép tính

a) (0,5 điểm) $A = 2\sqrt{3} - \sqrt{12} - \sqrt{9}$ b) (0,5 điểm) $B = \sqrt{3}(\sqrt{12} + \sqrt{27})$

Câu 2: (1 điểm) Giải phương trình $3x^2 - 5x - 2 = 0$.

Câu 3: (1 điểm) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$.

Câu 4: (1 điểm) Tìm m, n biết rằng đường thẳng $d_1 : y = 2mx + 4n$ đi qua điểm A(2; 0) và song song với đường thẳng $d_2 : y = 4x + 3$.

Câu 5: (1 điểm) Vẽ đồ thị hàm số $y = -\frac{3}{2}x^2$.

Câu 6: (1 điểm) Cho phương trình bậc hai $x^2 - 2(m-1)x + m - 2 = 0$. Chứng minh rằng phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Tìm hệ thức liên hệ giữa x_1, x_2 không phụ thuộc vào m.

Câu 7: (1 điểm) Một đoàn xe vận tải nhận chuyên chở 30 tấn hàng. Khi sắp khởi hành thì được bổ sung thêm 2 xe nên mỗi xe chở ít hơn 0,5 tấn hàng. Hỏi lúc đầu đoàn xe có bao nhiêu chiếc xe?

Câu 8: (2 điểm) Cho đường tròn tâm O đường kính MN và A là một điểm trên đường tròn (O), (A khác M và A khác N). Lấy một điểm I trên đoạn thẳng ON (I khác O và I khác N). Qua I kẻ đường thẳng (d) vuông góc với MN. Gọi P, Q lần lượt là giao điểm của AM, AN với đường thẳng (d)

- a) (1 điểm) Gọi K là điểm đối xứng của N qua điểm I. Chứng minh tứ giác MPQK nội tiếp đường tròn.
b) (1 điểm) Chứng minh rằng: $IM \cdot IN = IP \cdot IQ$

Câu 9: (1 điểm) Cho góc vuông xOy . Một đường tròn tiếp xúc với tia Ox tại A và cắt tia Oy tại hai điểm

B, C. Biết $OA = 2$, hãy tính $\frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$

--- HẾT ---

Giám thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh : Số báo danh :

Chữ ký của giám thị 1: Chữ ký của giám thi 2 :

BÀI GIẢI

Câu 1 : (1 điểm) Thực hiện các phép tính

a) $A = 2\sqrt{3} - \sqrt{12} - \sqrt{9} = 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3} - 3 = -3$.

b) $B = \sqrt{3}(\sqrt{12} + \sqrt{27}) = \sqrt{36} + \sqrt{81} = 6 + 9 = 15$.

Câu 2 : (1 điểm) Giải phương trình $3x^2 - 5x - 2 = 0$.

$$\Delta = (-5)^2 - 4.3.(-2) = 49 > 0, \sqrt{\Delta} = 7.$$

$$x_1 = \frac{5+7}{6} = \frac{12}{6} = 2; x_2 = \frac{5-7}{6} = \frac{-2}{6} = -\frac{1}{3}.$$

Vậy $S = \left\{ 2; -\frac{1}{3} \right\}$.

Câu 3 : (1 điểm) Giải hệ phương trình.

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x - y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 6 \\ x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 2 + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (2; 1)$.

Câu 4 : (1 điểm)

$d_1 : y = 2mx + 4n$ đi qua điểm $A(2; 0)$ và song song với đường thẳng $d_2 : y = 4x + 3$.

$$d_1 \parallel d_2 \Leftrightarrow \begin{cases} 2m = 4 \\ 4n \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ n \neq \frac{3}{4} \end{cases}$$

$m = 2$, $d_1 : y = 2mx + 4n$ đi qua điểm $A(2; 0)$

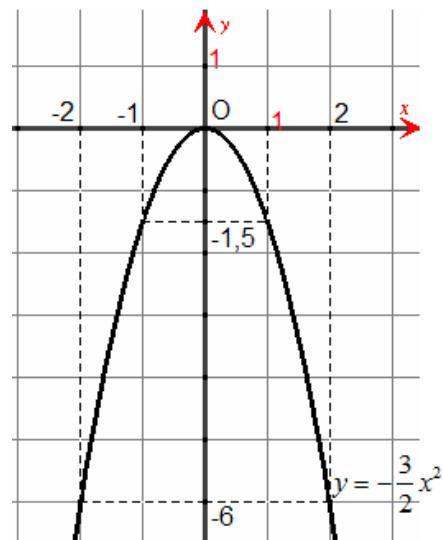
$$\Rightarrow 0 = 2.2.2 + 4n \Rightarrow 4n = -8 \Rightarrow n = -2$$
 (nhận)

Vậy $m = 2$, $n = -2$.

Câu 5 : (1 điểm) Vẽ đồ thị hàm số $y = -\frac{3}{2}x^2$.

BGT

x	-2	-1	0	1	2
$y = -\frac{3}{2}x^2$	-6	-1,5	0	-1,5	-6



Câu 6: (1 điểm) Phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m - 2 = 0$.

Phương trình có $\Delta' = (m-1)^2 - 1.(m-2) = m^2 - 2m + 1 - m + 2 = m^2 - 3m + 3$.

$$\Delta' = m^2 - 3m + 3 = \left(m - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(3 - \frac{9}{4}\right) = \left(m - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0, \forall m.$$

Vậy phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m .

Khi đó, theo Vi-ét : $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m - 2 \\ x_1 \cdot x_2 = m - 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 2m - 2 \\ 2x_1 x_2 = 2m - 4 \end{cases}$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 - 2x_1 x_2 = (2m - 2) - (2m - 4) = 2 \text{ (không phụ thuộc vào } m)$$

Vậy một hệ thức liên hệ giữa x_1, x_2 không phụ thuộc vào m có thể là $x_1 + x_2 - 2x_1 x_2 = 2$.

Câu 7: (1 điểm)

Gọi số xe trong đoàn xe lúc đầu là x (chiếc) ($x \in \mathbb{Z}^+$).

Số xe trong đoàn xe khi bổ sung thêm là $x+2$ (chiếc).

Lúc đầu, lượng hàng mỗi xe phải chở là $\frac{30}{x}$ (tấn)

Lúc thêm 2 xe, lượng hàng mỗi xe phải chở là $\frac{30}{x+2}$ (tấn)

Do bổ sung thêm 2 xe thì mỗi xe chở ít hơn $0,5 = \frac{1}{2}$ tấn hàng nên ta có phương trình :

$$\frac{30}{x} - \frac{30}{x+2} = \frac{1}{2} \quad (x > 0, x \text{ nguyên})$$

$$\Rightarrow 60(x+2) - 60x = x(x+2)$$

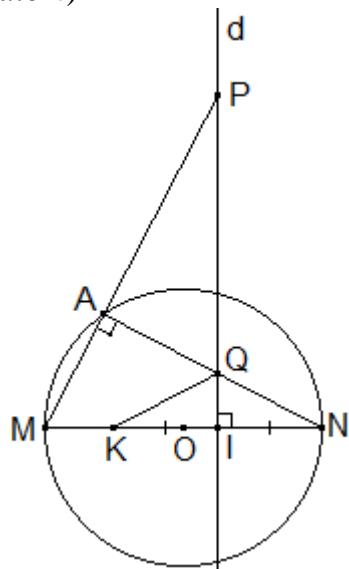
$$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 120 = 0$$

$$\Delta' = 1^2 - 1 \cdot (-120) = 121 > 0, \sqrt{\Delta'} = \sqrt{121} = 11.$$

$$x_1 = -1 + 11 = 10 \text{ (nhận)} ; x_2 = -1 - 11 = -12 \text{ (loại).}$$

Vậy lúc đầu đoàn xe có 10 chiếc.

Câu 8 : (2 điểm)



GT	(O) , đường kính MN , $A \in (O)$, $I \in ON$, $d \perp MN$ tại I d cắt AM tại P , d cắt AN tại Q a) K đối xứng với N qua I ($IN = IK$)
KL	a) MPQK nội tiếp được b) $IM \cdot IN = IP \cdot IQ$

a) **Chứng minh tứ giác MPQK nội tiếp được**

$$\angle MAN = 90^\circ \text{ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)}$$

$\triangle QKN$ cân tại Q (vì có QI là trung tuyến đồng thời là đường cao)

$$\angle QNK = \angle QKN$$

$$\angle QNK = \angle MPI \text{ (cùng phụ } \angle PMN)$$

$$\Rightarrow \angle QKN = \angle MPI \text{ (*)}$$

\Rightarrow Tứ giác MPQK nội tiếp được (góc ngoài bằng góc đối trong)

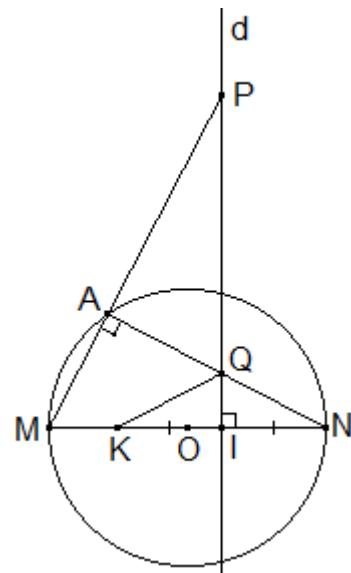
b) Chứng minh IM.IN = IP.IQ

$\Rightarrow \Delta IKQ \sim \Delta IPM$ (có MIP chung, QKI = MPI (do (*)))

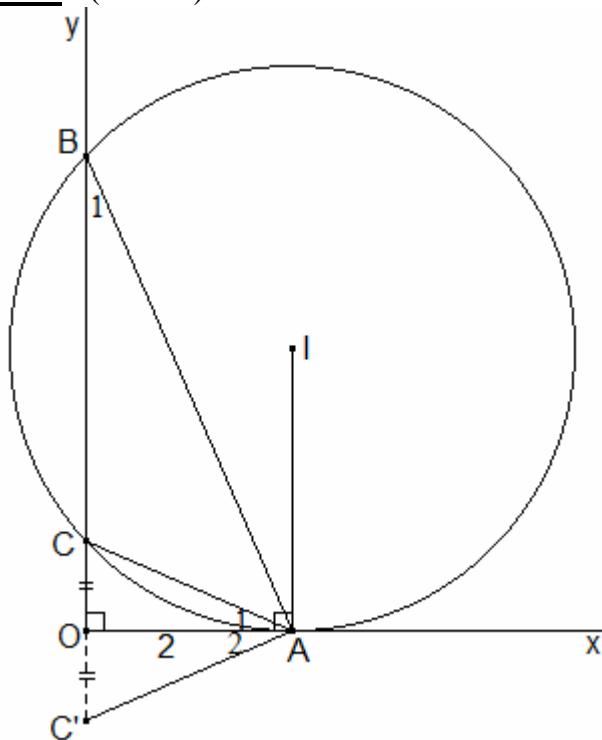
$$\Rightarrow \frac{IK}{IP} = \frac{IQ}{IM}$$

$$\Rightarrow IM \cdot IK = IP \cdot IQ$$

$$\Rightarrow IM \cdot IN = IP \cdot IQ \text{ (do } IK = IN\text{)}$$



Câu 9 : (1 điểm)



GT	$xOy = 90^\circ$, (I) tiếp xúc Ox tại A, (I) cắt Oy tại B và C, $OA = 2$
KL	Tính $\frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$

$$\text{Tính } \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$$

Lấy C' đối xứng với C qua Ox $\Rightarrow AC = AC'$

$A_1 = A_2$ (hai góc đối xứng qua một trục)

$$A_1 = B_1 \text{ (cùng bằng } \frac{1}{2}s\widehat{AC}\text{)}$$

$$\Rightarrow A_2 = B_1$$

$$\Rightarrow \angle BAC' = \angle BAO + \angle A_2 = \angle BAO + \angle B_1 = 90^\circ$$

$\Rightarrow \triangle ABC'$ vuông tại A, có đường cao AO

$$\Rightarrow \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AO^2} = \frac{1}{AO^2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$$

--- HẾT ---

ĐỀ 039

SỞ GIÁO DỤC ĐÀO TẠO
THANH HOÁ

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI VÀO LỚP 10 CHUYÊN LAM SƠN
NĂM HỌC 2012 - 2013
Môn thi : TOÁN

(Đề gồm có 01 trang)

(Môn chung cho tất cả thí sinh)

Thời gian làm bài : 120 phút (Không kể thời gian giao đề)

Ngày thi : 17 tháng 6 năm 2012

Câu 1: (2.0 điểm) Cho biểu thức :

$$P = \left(\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1} - \frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1} + 4\sqrt{a} \right) \frac{1}{2a\sqrt{a}}, \text{(Với } a > 0, a \neq 1\text{)}$$

1. Chứng minh rằng : $P = \frac{2}{a-1}$

2. Tìm giá trị của a để $P = a$

Câu 2 (2,0 điểm) : Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho Parabol (P) : $y = x^2$ và đường thẳng (d) : $y = 2x + 3$

1. Chứng minh rằng (d) và (P) có hai điểm chung phân biệt

2. Gọi A và B là các điểm chung của (d) và (P) . Tính diện tích tam giác OAB (O là gốc tọa độ)

Câu 3 (2.0 điểm) : Cho phương trình : $x^2 + 2mx + m^2 - 2m + 4 = 0$

1. Giải phương trình khi $m = 4$

2. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt

Câu 4 (3.0 điểm) : Cho đường tròn (O) có đường kính AB cố định, M là một điểm thuộc (O) (M khác A và B) . Các tiếp tuyến của (O) tại A và M cắt nhau ở C. Đường tròn (l) đi qua M và tiếp xúc với đường thẳng AC tại C. CD là đường kính của (l)
Chứng minh rằng:

1. Ba điểm O, M, D thẳng hàng

2. Tam giác COD là tam giác cân

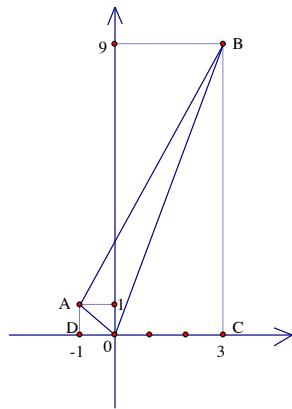
3. Đường thẳng đi qua D và vuông góc với BC luôn đi qua một điểm cố định khi M di động trên đường tròn (O)

Câu 5 (1.0 điểm) : Cho a,b,c là các số dương không âm thoả mãn : $a^2 + b^2 + c^2 = 3$

$$\text{Chứng minh rằng : } \frac{a}{a^2 + 2b + 3} + \frac{b}{b^2 + 2c + 3} + \frac{c}{c^2 + 2a + 3} \leq \frac{1}{2}$$

BÀI GIẢI

CÂU	NỘI DUNG	ĐIỂM
1	<p>1. Chứng minh rằng : $P = \frac{2}{a-1}$</p> $P = \left(\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1} - \frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1} + 4\sqrt{a} \right) \frac{1}{2a\sqrt{a}}$ $P = \frac{(\sqrt{a}+1)^2 - (\sqrt{a}-1)^2 + 4\sqrt{a}(\sqrt{a}+1)(\sqrt{a}-1)}{(\sqrt{a}+1)(\sqrt{a}-1)} \cdot \frac{1}{2a\sqrt{a}}$ $P = \frac{a+2\sqrt{a}+1-a+2\sqrt{a}-1+4a\sqrt{a}-4\sqrt{a}}{(\sqrt{a}+1)(\sqrt{a}-1)} \cdot \frac{1}{2a\sqrt{a}}$ $P = \frac{4a\sqrt{a}}{a-1} \cdot \frac{1}{2a\sqrt{a}} = \frac{2}{a-1} \text{ (ĐPCM)}$	1.0
	<p>2. Tìm giá trị của a để $P = a$.</p> $\frac{2}{a-1} = a \Rightarrow a^2 - a - 2 = 0$ $\Rightarrow a = 2$ <p>Ta có $1 + 1 + (-2) = 0$, nên phương trình có 2 nghiệm</p> $a_1 = -1 < 0$ (không thỏa mãn điều kiện) - Loại $\frac{-c}{a} = \frac{2}{1} = 2$ $a_2 = 2$ (Thỏa mãn điều kiện) <p>Vậy $a = 2$ thì $P = a$</p>	1.0
2	<p>1. Chứng minh rằng (d) và (P) có hai điểm chung phân biệt</p> <p>Hoành độ giao điểm đường thẳng (d) và Parabol (P) là nghiệm của phương trình</p> $x^2 = 2x + 3 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$ có $a - b + c = 0$ <p>Nên phương trình có hai nghiệm phân biệt</p> $\frac{-c}{a} = \frac{3}{1} = 3$ $x_1 = -1$ và $x_2 = 3$ <p>Với $x_1 = -1 \Rightarrow y_1 = (-1)^2 = 1 \Rightarrow A(-1; 1)$</p> <p>Với $x_2 = 3 \Rightarrow y_2 = 3^2 = 9 \Rightarrow B(3; 9)$</p> <p>Vậy (d) và (P) có hai điểm chung phân biệt A và B</p> <p>2. Gọi A và B là các điểm chung của (d) và (P). Tính diện tích tam giác OAB (O là gốc toạ độ)</p> <p>Ta biểu diễn các điểm A và B trên mặt phẳng toạ độ Oxy như hình vẽ</p>	1.0



$$S_{ABCD} = \frac{AD + BC}{2} \cdot DC = \frac{1+9}{2} \cdot 4 = 20$$

$$S_{BOC} = \frac{BC \cdot CO}{2} = \frac{9 \cdot 3}{2} = 13,5$$

$$S_{AOD} = \frac{AD \cdot DO}{2} = \frac{1 \cdot 1}{2} = 0,5$$

Theo công thức cộng diện tích ta có:

$$\begin{aligned} S_{(ABC)} &= S_{(ABCD)} - S_{(BCO)} - S_{(ADO)} \\ &= 20 - 13,5 - 0,5 = 6 \quad (\text{đvdt}) \end{aligned}$$

1. Khi $m = 4$, ta có phương trình
 $x^2 + 8x + 12 = 0$ có $\Delta' = 16 - 12 = 4 > 0$

Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$x_1 = -4 + 2 = -2 \text{ và } x_2 = -4 - 2 = -6$$

1.0

2. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$x^2 + 2mx + m^2 - 2m + 4 = 0$$

$$\text{Có } D' = m^2 - (m^2 - 2m + 4) = 2m - 4$$

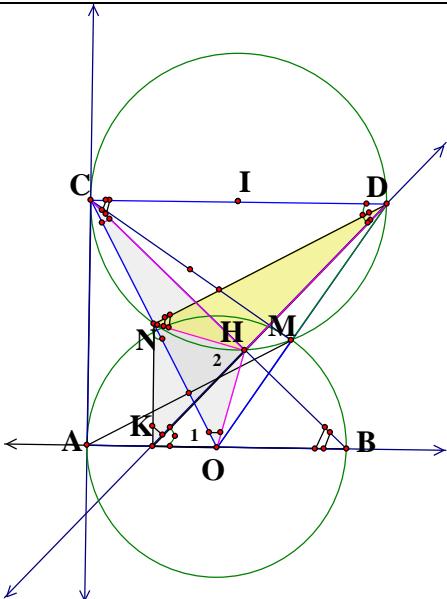
Để phương trình có hai nghiệm phân biệt thì $D' > 0$

$$\Rightarrow 2m - 4 > 0 \Rightarrow 2(m - 2) > 0 \Rightarrow m - 2 > 0 \Rightarrow m > 2$$

Vậy với $m > 2$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt

1.0

3



1. Ba điểm O, M, D thẳng hàng:

Ta có MC là tiếp tuyến của đường tròn (O) $\Rightarrow MC \perp MO$ (1)

Xét đường tròn (I) : Ta có $CMD = 90^\circ \Rightarrow MC \perp MD$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow MO // MD \Rightarrow MO$ và MD trùng nhau

$\Rightarrow O, M, D$ thẳng hàng

4

1.0

2. Tam giác COD là tam giác cân

CA là tiếp tuyến của đường tròn (O) $\Rightarrow CA \perp AB$ (3)

Đường tròn (I) tiếp xúc với AC tại C $\Rightarrow CA \perp CD$ (4)

Từ (3) và (4) $\Rightarrow CD // AB \Rightarrow DCO = COA$ (*)

(Hai góc so le trong)

CA, CM là hai tiếp tuyến cắt nhau của (O) $\Rightarrow COA = COD$ (**)

Từ (*) và (**) $\Rightarrow DOC = DCO \Rightarrow$ Tam giác COD cân tại D

1.0

3. Đường thẳng đi qua D và vuông góc với BC luôn đi qua một điểm cố định khi M di động trên đường tròn (O)

* Gọi chân đường vuông góc hạ từ D tới BC là H. $CHD = 90^\circ \Rightarrow H \in (I)$ (Bài toán quỹ tích)

DH kéo dài cắt AB tại K.

Gọi N là giao điểm của CO và đường tròn (I)

$$\Rightarrow \begin{cases} CND = 90^\circ \\ \Delta COD \text{ cân tại } D \end{cases} \Rightarrow NC = NO$$

Ta có tứ giác NHOK nội tiếp

Vì có $H_2 = O_1 = DCO$ (Cùng bù với góc DHN) $\Rightarrow NHO + NKO = 180^\circ$ (5)

* Ta có : $NDH = NCH$ (Cùng chắn cung NH của đường tròn (I))

$$CBO = HND (= HCD) \Rightarrow \Delta DHN \cup \Delta COB \text{ (g.g)}$$

1.0

$$\left. \begin{aligned} &\Rightarrow \frac{HN}{HD} = \frac{OB}{OC} \\ &\dots \Rightarrow \frac{OB}{OC} = \frac{OA}{OC} \\ &\dots \Rightarrow \frac{OA}{OC} = \frac{CN}{CD} = \frac{ON}{CD} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{HN}{HD} = \frac{ON}{CD} \text{ Mà } ONH = CDH$$

$\Rightarrow \triangle NHO \sim \triangle DAC$ (c.g.c)

$\Rightarrow NHO = 90^\circ$ Mà $NHO + NKO = 180^\circ$ (5) $\Rightarrow NKO = 90^\circ$, $\Rightarrow NK \perp AB \Rightarrow NK // AC \Rightarrow K$ là trung điểm của OA cố định \Rightarrow (ĐPCM)

Câu 5 (1.0 điểm) : Cho a,b,c là các số dương không âm thoả mãn : $a^2 + b^2 + c^2 = 3$

Chứng minh rằng : $\frac{a}{a^2 + 2b + 3} + \frac{b}{b^2 + 2c + 3} + \frac{c}{c^2 + 2a + 3} \leq \frac{1}{2}$

* C/M bổ đề: $\frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{y} \geq \frac{(a+b)^2}{x+y}$ và $\frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{y} + \frac{c^2}{x} \geq \frac{(a+b+c)^2}{x+y+z}$.

Thật vậy

$$\frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{y} \geq \frac{(a+b)^2}{x+y} \Leftrightarrow (a^2 y + b^2 x)(x+y) \geq xy(a+b)^2 \Leftrightarrow (ay - bx)^2 \geq 0$$

(Đúng) \Rightarrow ĐPCM

Áp dụng 2 lần , ta có: $\frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{y} + \frac{c^2}{x} \geq \frac{(a+b+c)^2}{x+y+z}$

* Ta có : $a^2 + 2b + 3 = a^2 + 2b + 1 + 2 \geq 2a + 2b + 2$, tương tự Ta có: ... \Rightarrow

$$\begin{aligned} A &= \frac{a}{a^2 + 2b + 3} + \frac{b}{b^2 + 2c + 3} + \frac{c}{c^2 + 2a + 3} \leq \frac{a}{2a+2b+2} + \frac{b}{2b+2c+2} + \frac{c}{2c+2a+2} \\ \Leftrightarrow A &\leq \frac{1}{2} \underbrace{\left(\frac{a}{a+b+1} + \frac{b}{b+c+1} + \frac{c}{c+a+1} \right)}_B \quad (1) \end{aligned}$$

Ta chứng minh $\frac{a}{a+b+1} + \frac{b}{b+c+1} + \frac{c}{c+a+1} \leq 1$

$$\Leftrightarrow \frac{a}{a+b+1} - 1 + \frac{b}{b+c+1} - 1 + \frac{c}{c+a+1} - 1 \leq -2$$

$$\Leftrightarrow \frac{-b-1}{a+b+1} + \frac{-c-1}{b+c+1} + \frac{-a-1}{c+a+1} \leq -2$$

$$\Leftrightarrow \frac{b+1}{a+b+1} + \frac{c+1}{b+c+1} + \frac{a+1}{c+a+1} \geq 2$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{\frac{(b+1)^2}{(a+b+1)(b+1)} + \frac{(c+1)^2}{(b+c+1)(c+1)} + \frac{(a+1)^2}{(c+a+1)(a+1)}}_{3-B} \geq 2 \quad (2)$$

5

1.0

* Áp dụng Bổ đề trên ta có:

$$\Rightarrow 3 - B \geq \frac{(a+b+c+3)^2}{(a+b+1)(b+1)+(b+c+1)(c+1)+(c+a+1)(a+1)}$$
$$\Leftrightarrow 3 - B \geq \frac{(a+b+c+3)^2}{a^2 + b^2 + c^2 + ab + bc + ca + 3(a+b+c) + 3} \quad (3)$$

* Mà:

$$2[a^2 + b^2 + c^2 + ab + bc + ca + 3(a+b+c) + 3]$$
$$= 2a^2 + 2b^2 + 2c^2 + 2ab + 2bc + 2ca + 6a + 6b + 6c + 6$$
$$= 2a^2 + 2b^2 + 2c^2 + 2ab + 2bc + 2ca + 6a + 6b + 6c + 6 \quad (\text{Do: } a^2 + b^2 + c^2 = 3)$$
$$= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca + 6a + 6b + 6c + 9$$
$$= (a+b+c+3)^2$$
$$\Rightarrow \frac{(a+b+c+3)^2}{a^2 + b^2 + c^2 + ab + bc + ca + 3(a+b+c) + 3} = 2 \quad (4)$$

Từ (3) và (4) $\Rightarrow (2)$

Kết hợp (2) và (1) ta có điều phải chứng minh.

Dấu = xảy ra khi $a = b = c = 1$

ĐỀ 040

Đề thi vào THPT năm học 2012 - 2013

Môn thi: Toán

Thời gian 120 phút

Ngày thi 24/ 06/ 2012

Sở GD – ĐT NGHỆ AN

ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu 1: 2,5 điểm:

Cho biểu thức $A = \left(\frac{1}{\sqrt{x}+2} + \frac{1}{\sqrt{x}-2} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$

a) Tìm điều kiện xác định và rút gọn A.

b) Tìm tất cả các giá trị của x để $A > \frac{1}{2}$

c) Tìm tất cả các giá trị của x để $B = \frac{7}{3}A$ đạt giá trị nguyên.

Câu 2: 1,5 điểm:

Quảng đường AB dài 156 km. Một người đi xe máy từ A, một người đi xe đạp từ B. Hai xe xuất phát cùng một lúc và sau 3 giờ gặp nhau. Biết rằng vận tốc của người đi xe máy nhanh hơn vận tốc của người đi xe đạp là 28 km/h. Tính vận tốc của mỗi xe?

Câu 3: 2 điểm:

Chứng minh phương trình: $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 6 = 0$ (m là tham số).

- a) Giải phương trình khi $m = 3$
- b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 16$

Câu 4: 4 điểm

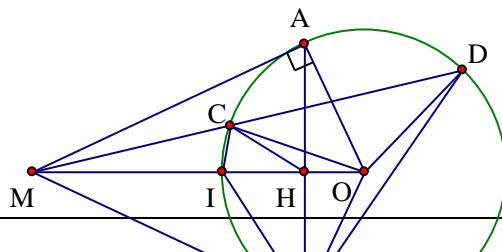
Cho điểm M nằm ngoài đường tròn tâm O. Vẽ tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (A, B là các tiếp điểm). Vẽ cát tuyến MCD không đi qua tâm O (C nằm giữa M và D), OM cắt AB và (O) lần lượt tại H và I. Chứng minh.

- a) Tứ giác MAOB nội tiếp.
- b) $MC \cdot MD = MA^2$
- c) $OH \cdot OM + MC \cdot MD = MO^2$
- d) CI là tia phân giác góc MCH.

ĐÁP ÁN

Câu		Nội dung
1	a	<p>ĐKXĐ: $x > 0, x \neq 4$</p> $A = \left(\frac{1}{\sqrt{x}+2} + \frac{1}{\sqrt{x}-2} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}-2 + \sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} \cdot \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$ $= \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)} = \frac{2}{\sqrt{x}+2}$
	b	$A > \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2}{\sqrt{x}+2} > \frac{1}{2} \Leftrightarrow 4 > \sqrt{x}+2 \Leftrightarrow \sqrt{x} < 2 \Leftrightarrow x < 4$ <p>Kết hợp với ĐKXĐ ta có $0 < x < 4$</p>
	c	$B = \frac{7}{3} \cdot A = \frac{7}{3} \frac{2}{\sqrt{x}+2} = \frac{14}{3\sqrt{x}+6}$ <p>Do $x > 0 \Rightarrow 3\sqrt{x}+6 > 0 \Rightarrow 0 < \frac{14}{3\sqrt{x}+6} < \frac{7}{3}$</p> <p>Vì B là một số nguyên $\Rightarrow B = 1$ hoặc $B = 2$</p>

		Với $B = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{9}$; Với $B = 2 \Rightarrow x = \frac{64}{9}$ Vậy $x \in \left\{\frac{1}{9}; \frac{64}{9}\right\}$ thì B là một số nguyên.
2		Gọi x (km/h) là vận tốc của người đi xe máy ($x > 0$) Vận tốc của người đi xe đạp là y (km/h) ($y > 0$) Ta có pt: $x - y = 28$ (1) Quãng đường người đi xe máy trong 3 giờ là $3x$ (km) Quãng đường người đi xe đạp trong 3 giờ là $3y$ (km) Do hai xe đi ngược chiều và gặp nhau sau 3 giờ nên ta có phương trình: $3x + 3y = 156 \quad (2)$ $\begin{cases} x - y = 28 \\ 3x + 3y = 156 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 40 \\ y = 12 \end{cases} \text{ (T/M)}$ Vậy vận tốc của người đi xe máy là 40 km/h vận tốc của người đi xe đạp là 12 km/h
3	a	Khi $m=3$ ta có phương trình $x^2 - 4x + 3 = 0$ Do $a+b+c=1+(-4)+3=0$, suy ra $x_1 = 1, x_2 = 3$ Vậy với $m=3$ phương trình có hai nghiệm $x_1 = 1, x_2 = 3$
	b	Để phương trình có hai nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow [-(m-1)]^2 - (m^2 - 6) \geq 0$ $\Leftrightarrow m^2 - 2m + 1 - m^2 + 6 \geq 0 \Leftrightarrow -2m + 7 \geq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{7}{2}$ Theo hệ thức Vi-ét ta có $x_1 + x_2 = 2m - 2, x_1 \cdot x_2 = m^2 - 6$ Từ hệ thức $x_1^2 + x_2^2 = 16 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 16 \Leftrightarrow (2m - 2)^2 - 2(m^2 - 6) = 16$ $\Leftrightarrow 4m^2 - 8m + 4 - 2m^2 + 12 = 16 \Leftrightarrow 2m^2 - 8m = 0 \Leftrightarrow 2m(m - 4) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 4 \text{ (loại)} \end{cases}$ Vậy $m=0$ thì phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn: $x_1^2 + x_2^2 = 16$
4		Vẽ hình đúng, đẹp



a	Xét tứ giác MAOB ta có $MAO = MBO = 90^\circ$ (t/c tiếp tuyến) $\Rightarrow MAO + MBO = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ Vậy tứ giác MAOB nội tiếp đường tròn
b	Xét ΔMAC và ΔMDA có M chung, $MAC = MDA$ (cùng chắn AC) Do đó ΔMAC đồng dạng với ΔMDA Suy ra $\frac{MA}{MD} = \frac{MC}{MA} \Rightarrow MA^2 = MC \cdot MD$
c	Xét ΔMAO vuông tại A, có AH đường cao, ta có $OH \cdot OM = AO^2$ Suy ra $OH \cdot OM + MC \cdot MD = AO^2 + MA^2 \quad (1)$ Xét ΔMAO theo Pitago ta có $AO^2 + MA^2 = MO^2 \quad (2)$ Từ (1) và (2) suy ra $OH \cdot OM + MC \cdot MD = MO^2$
d	Xét ΔMAO vuông tại A, có AH đường cao, ta có $MH \cdot MO = MA^2$ Suy ra $MC \cdot MD = MH \cdot MO = MA^2 \Rightarrow \frac{MC}{MH} = \frac{MO}{MD}$ Xét ΔMCH và ΔMOD có $\frac{MC}{MH} = \frac{MO}{MD}$, M chung + $\Delta MCH \sim \Delta MOD$ (c.g.c) $\Rightarrow MCH = MOD$ + $MOD = 2 IBD$ + $IBD = MCI$ (Tứ giác CIBD nội tiếp đường tròn (O)) $\Rightarrow MCH = 2MCI$ hay $MCI = \frac{1}{2} MCH$ $\Rightarrow CI$ là tia phân giác của MCH

ĐỀ 041

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NAM

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2012 – 2013

Môn: Toán

Thời gian làm bài: 120 phút

Ngày thi : 22/06/2012

Câu 1 (1,5 điểm)

Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A = 2\sqrt{5} + 3\sqrt{45} - \sqrt{500}$

b) $B = \frac{\sqrt{8-2\sqrt{12}}}{\sqrt{3}-1} - \sqrt{8}$

Câu 2: (2 điểm)

a) Giải phương trình: $x^2 - 5x + 4 = 0$

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 3x - y = 1 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$

Câu 3: (2 điểm)

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho Parabol (P) có phương trình: $y = x^2$ và đường thẳng (d) có phương trình: $y = 2mx - 2m + 3$ (m là tham số)

- a) Tìm tọa độ các điểm thuộc (P) biết tung độ của chúng bằng 2
- b) Chứng minh rằng (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt với mọi m .

Gọi y_1, y_2 là các tung độ giao điểm của (P) và (d), tìm m để $y_1 + y_2 < 9$

Câu 4: (3,5 điểm)

Cho đường tròn tâm O, đường kính AB. Trên tiếp tuyến của đường tròn (O) tại A lấy điểm M (M khác A). Từ M vẽ tiếp tuyến thứ hai MC với (O) (C là tiếp điểm). Kẻ CH vuông góc với AB ($H \in AB$), MB cắt (O) tại điểm thứ hai là K và cắt CH tại N. Chứng minh rằng:

- a) Tứ giác AKNH là tứ giác nội tiếp.
- b) $AM^2 = MK \cdot MB$
- c) Góc KAC bằng góc OMB
- d) N là trung điểm của CH.

Câu 5: (1 điểm)

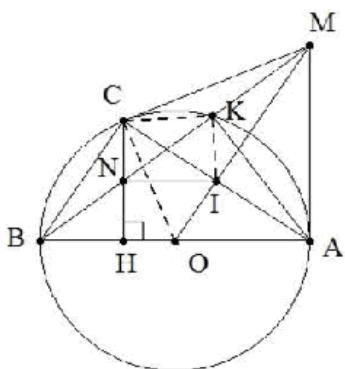
Cho ba số thực a, b, c thoả mãn $a \geq 1; b \geq 4; c \geq 9$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức :

$$P = \frac{bc\sqrt{a-1} + ca\sqrt{b-4} + ab\sqrt{c-9}}{abc}$$

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1		
a)	$A = 2\sqrt{5} + 9\sqrt{5} - 10\sqrt{5}$	0,5
	$A = \sqrt{5}$	0,25
b)	$B = \frac{\sqrt{2(4-2\sqrt{3})}}{\sqrt{3}-1} - 2\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2(\sqrt{3}-1)^2}}{\sqrt{3}-1} - 2\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{3}-1} - 2\sqrt{2}$	0,50
	$B = \sqrt{2} - 2\sqrt{2} = -\sqrt{2}$	0,25
Câu 2.		
a)	$x^2 - 5x + 4 = 0$ Ta có $a+b+c=1+(-5)+4=0$ Nên phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt: $x_1 = 1; x_2 = 4$	0,25 0,5
b)	$\begin{cases} 3x - y = 1 \\ x + 2y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 - 2y \\ 3(5 - 2y) - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 - 2y \\ y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất ($x = 1; y = 2$)	0,5 0,25
Câu 3		
a)	Hoành độ các điểm thuộc (P): $y = x^2$ biết tung độ của chúng bằng 2 thỏa mãn: $x^2 = 2 \Leftrightarrow x_1 = \sqrt{2}; x_2 = -\sqrt{2}$ Vậy tọa độ các điểm cần tìm là: $A(\sqrt{2}; 2); B(-\sqrt{2}; 2)$	0,5 0,5
	Phương trình hoành độ giao điểm của Parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = 2mx - 2m + 3$ là: $x^2 = 2mx - 2m + 3 \Leftrightarrow x^2 - 2mx + 2m - 3 = 0$ (*)	0,25
	Ta có $\Delta' = m^2 - 2m + 3 = (m-1)^2 + 2 > 0$ với mọi giá trị m nên (*) luôn có hai nghiệm phân biệt hay (P) cắt (d) tại hai điểm phân biệt với mọi giá trị của m	0,25
b)	Gọi tọa độ giao điểm của (P) và (d) là $(x_1; y_1); (x_2; y_2)$ ta có $x_1; x_2$ là nghiệm của (*) nên: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -2m \\ x_1 \cdot x_2 = 2m - 3 \end{cases}$ và $y_1 = x_1^2; y_2 = x_2^2$ Suy ra: $y_1 + y_2 < 9 \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 < 9 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 < 9$ $\Leftrightarrow 4m^2 - 4m + 6 < 9 \Leftrightarrow (2m-1)^2 < 4 \Leftrightarrow -2 < 2m-1 < 2 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < m < \frac{3}{2}$	0,25 0,25

Câu 4



0,25

- a) Ta có: $\widehat{AKN} = 90^\circ$ (Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn); $\widehat{AHN} = 90^\circ$ Do $CH \perp AB$ (gt)
Nên $\widehat{AKN} + \widehat{AHN} = 180^\circ$ suy ra tứ giác $AKNII$ nội tiếp.

0,75

- b) Ta có: $\Delta AM \perp AB$ (AC là tiệp tuyến của (O)); $\Delta AK \perp MB$ ($\widehat{AKB} = 90^\circ$)
Áp dụng hệ thức cạnh và đường cao trong tam giác vuông ΔAMB ; đường cao MK . Ta có
 $AM^2 = MK \cdot MB$

0,75

- c) Ta có $MA = MC$; MO là tia phân giác của \widehat{AMC} nên tam giác ΔAMC cân tại M có MO là phân giác đồng thời là đường cao nên $MO \perp AC$. Mặt khác $\widehat{BCA} = 90^\circ \Rightarrow BC \perp AC$

1,00

- Suy ra $MO \parallel BC$ Nên $\widehat{OMB} = \widehat{CBK}$ (so le trong)
Mà $\widehat{KAC} = \widehat{CBK}$ (t/c góc nội tiếp)
Vậy $\widehat{KAC} = \widehat{OMB}$

Gọi giao điểm của AC và MO là I . Từ kết quả câu c ta suy ra tứ giác $AIKM$ nội tiếp
 $\rightarrow \widehat{IKN} = \widehat{IMA}$

Mà CII/MAI cùng vuông góc với $AB \Rightarrow \widehat{NCI} = \widehat{IMA}$ (so le trong)

- d) Suy ra $\widehat{IKN} = \widehat{NCI}$. Nên tứ giác $CKIN$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{CIN} = \widehat{CKB}$
Mà $\widehat{CKB} = \widehat{CAB}$ (góc nội tiếp)

0,75

Do đó $\widehat{CIN} = \widehat{CAB} \Rightarrow NI \parallel AB$ Mà I là trung điểm của AC
Nên ta có N là trung điểm của CH .

$$P = \frac{bc\sqrt{a-1} + ca\sqrt{b-4} + ab\sqrt{c-9}}{abc} = \frac{\sqrt{a-1}}{a} + \frac{\sqrt{b-4}}{b} + \frac{\sqrt{c-9}}{c}$$

0,25

Vì $a \geq 1$; $b \geq 4$; $c \geq 9$ Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho các số dương ta được:

$$\sqrt{a-1} \cdot 1 \cdot \sqrt{a-1} \leq \frac{1+a-1}{2} = \frac{a}{2} \text{ Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow \sqrt{a-1} = 1 \Leftrightarrow a = 2$$

0,5

Câu 5 $\sqrt{b-4} = \frac{2\sqrt{b-4}}{2} < \frac{4+b-4}{4} = \frac{b}{4}$ Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \sqrt{b-4} = 2 \Leftrightarrow b = 8$

$$\sqrt{c-9} = \frac{3\sqrt{c-9}}{3} < \frac{9+c-9}{6} = \frac{c}{6} \text{ Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow \sqrt{c-9} = 3 \Leftrightarrow c = 18$$

Suy ra $P = \frac{\sqrt{a-1}}{a} + \frac{\sqrt{b-4}}{b} + \frac{\sqrt{c-9}}{c} \leq \frac{a}{2a} + \frac{b}{4b} + \frac{c}{6c} = \frac{11}{12}$

0,25

Vậy P đạt giá trị lớn nhất là $P_{\max} = \frac{11}{12} \Leftrightarrow a = 2; b = 8; c = 9$

ĐỀ 042

**KỲ THI TUYỂN SINH
VÀO LỚP 10 TRUNG HỌC PHỔ THÔNG
NĂM HỌC 2012-2013
Môn Toán**

Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian giao đề
Đề thi có 01 trang

ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu 1 (2đ)

a) Giải phương trình $2x - 5 = 1$

b) Giải bất phương trình $3x - 1 > 5$

Câu 2 (2đ)

a) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x + y = 3 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$

b) Chứng minh rằng $\frac{1}{3+\sqrt{2}} + \frac{1}{3-\sqrt{2}} = \frac{6}{7}$

Câu 3 (2đ)

Cho phương trình $x^2 - 2(m-3)x - 1 = 0$

f) Giải phương trình khi $m = 1$

g) Tìm m để phương trình có nghiệm x_1, x_2 mà biểu thức $A = x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất? Tìm giá trị nhỏ nhất đó.

Câu 4 (3đ)

Cho tam giác ABC vuông tại A. Lấy B làm tâm vẽ đường tròn tâm B bán kính AB. Lấy C làm tâm vẽ đường tròn tâm C bán kính AC, hai đường tròn này cắt nhau tại điểm thứ 2 là D. Vẽ AM, AN lần lượt là các dây cung của đường tròn (B) và (C) sao cho AM vuông góc với AN và D nằm giữa M; N.

e) CMR: $\Delta ABC = \Delta DBC$

f) CMR: ABDC là tứ giác nội tiếp.

g) CMR: ba điểm M, D, N thẳng hàng

h) Xác định vị trí của các dây AM; AN của đường tròn (B) và (C) sao cho đoạn MN có độ dài lớn nhất.

Câu 5 (1đ) Giải Hệ PT

$$\begin{cases} x^2 - 5y^2 - 8y = 3 \\ (2x + 4y - 1)\sqrt{2x - y - 1} = (4x - 2y - 3)\sqrt{x + 2y} \end{cases}$$

-----Hết-----

GỢI Ý GIẢI

Câu 1 (2đ) a) Giải phương trình $2x - 5 = 1$

b) Giải bất phương trình $3x - 1 > 5$

Đáp án a) $x = 3$; b) $x > 2$

Câu 2 (2đ) a) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 3x + y = 3 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$$

b) Chứng minh rằng $\frac{1}{3+\sqrt{2}} + \frac{1}{3-\sqrt{2}} = \frac{6}{7}$

Đáp án a) $x = 2$; $y = -3$

b) VT = $\frac{3-\sqrt{2}+3+\sqrt{2}}{9-2} = \frac{6}{7}$ = VP (đpcm)

Câu 3 (2đ) Cho phương trình $x^2 - 2(m-3)x - 1 = 0$

a) Giải phương trình khi $m = 1$

b) Tìm m để phương trình có nghiệm x_1, x_2 mà biểu thức $A = x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất? Tìm giá trị nhỏ nhất đó.

Đáp án: a) $x_1 = -2 - \sqrt{5}$; $x_2 = -2 + \sqrt{5}$

b) Thấy hệ số của pt: $a = 1$; $c = -1 \Rightarrow$ pt luôn có 2 nghiệm

Theo Vi-ết ta có $x_1 + x_2 = 2(m-3)$; $x_1x_2 = -1$

Mà $A = x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2 = 4(m-3)^2 + 3 \geq 3$

\Rightarrow GTNN của A = 3 $\Leftrightarrow m = 3$

Câu 4 (3đ)

Hướng dẫn

e) Có $AB = DB$; $AC = DC$; BC chung $\Rightarrow \Delta ABC = \Delta DBC$ (c-c-c)

f) $\Delta ABC = \Delta DBC \Rightarrow \angle BAC = \angle BDC = 90^\circ \Rightarrow$ ABDC là tứ giác nội tiếp

g) Có $\angle A_1 = \angle M_1$ (ΔABM cân tại B)

$\angle A_4 = \angle N_2$ (ΔACN cân tại C)

$\angle A_1 = \angle A_4$ (cùng phụ BÂN)

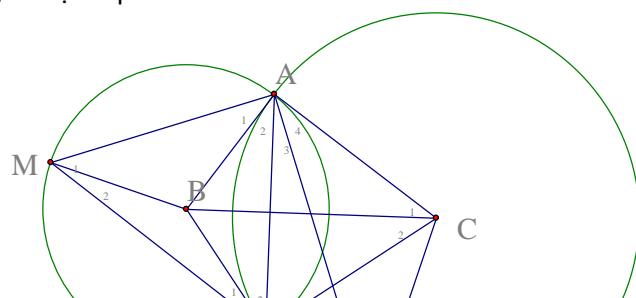
$\Rightarrow \angle A_1 = \angle M_1 = \angle A_4 = \angle N_2$

$\angle A_2 = \angle N_1$ (cùng chắn cung AD của (C))

Lại có $\hat{A}_1 + \hat{A}_2 + \hat{A}_3 = 90^\circ \Rightarrow \angle M_1 + \angle N_1 + \angle A_3 = 90^\circ$

Mà ΔAMN vuông tại A $\Rightarrow \angle M_1 + \angle N_1 + \angle M_2 = 90^\circ$

$\Rightarrow \angle A_3 = \angle M_2 = \angle D_1$



CDN cân tại C $\Rightarrow \angle CND = \angle D_4$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow \angle BDC + \angle D_1 + \angle D_4 = \angle BDC + \angle D_1 + \angle CND \\
&= \angle BDC + \angle M_2 + \angle N_1 + \angle N_2 \\
&= 90^\circ + \angle M_2 + \angle N_1 + \angle M_1 (\angle M_1 = \angle N_2) \\
&= 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \\
&\Leftrightarrow M; D; N thẳng hàng.
\end{aligned}$$

h) ΔAMN đồng dạng ΔABC (g-g)

Ta có $NM^2 = AN^2 + AM^2$ để NM lớn nhất thì AN ; AM lớn nhất

Mà AM; AN lớn nhất khi AM; AN lần lượt là đường kính của (B) và (C)

Vậy khi AM; AN lần lượt là đường kính của (B) và (C) thì NM lớn nhất.

Câu 5 (1đ): Giải Hệ PT

$$\begin{cases} x^2 - 5y^2 - 8y = 3 \\ (2x + 4y - 1)\sqrt{2x - y - 1} = (4x - 2y - 3)\sqrt{x + 2y} \end{cases}$$

Hướng dẫn

$$\begin{aligned}
&\begin{cases} x^2 - 5y^2 - 8y = 3 \\ (2x + 4y - 1)\sqrt{2x - y - 1} = (4x - 2y - 3)\sqrt{x + 2y} \end{cases} \\
&\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 5y^2 - 8y = 3 \quad (1) \\ [2(x + 2y) - 1]\sqrt{2x - y - 1} = [2(2x - y - 1) - 1]\sqrt{x + 2y} \quad (2) \end{cases}
\end{aligned}$$

Từ (2) đặt $x + 2y = a$; $2x - y - 1 = b$ ($a, b \geq 0$)

$$\begin{aligned}
&\text{Ta có: } (2a - 1)\sqrt{b} = (2b - 1)\sqrt{a} \Leftrightarrow (\sqrt{a} - \sqrt{b})(2\sqrt{ab} + 1) = 0 \Leftrightarrow a = b \\
&\Leftrightarrow x = 3y + 1 \text{ thay vào (1) ta được}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2y^2 - y - 1 = 0 &\Rightarrow y_1 = 1; y_2 = -1/2 \\
&\Rightarrow x_1 = 4; x_2 = -1/2
\end{aligned}$$

Thấy $x_2 + 2y_2 = -1 < 0$ (loại)

Vậy hệ có nghiệm $(x; y) = (4; 1)$

ĐỀ 043

Square GD&T Bsquare C GIANG

Square THI TUYEN SINH Lop 10 THPT CHUYEN Bsquare C GIANG

Nam Hoc: 2013 - 2014

MÔN THI: TOÁN

Ngay thi: 02.7.2013

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 150 phút.

Câu I.

1. Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{1+x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}} + \frac{1-x}{\sqrt{1-x^2} - 1+x} - \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}$

a. Tìm x để biểu thức A có nghĩa, từ đó hãy rút gọn A .

b. Tính giá trị của biểu thức A khi $x = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$.

2. Cho phương trình $x^2 - 24x + m^2 + 2m + 84 = 0$ (1) (x là ẩn, m là tham số).

Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_2 = x_1^3 - 29x_1 - 24$.

Câu II.

1. Giải phương trình $\sqrt{24 + 5x - x^2} - \sqrt{12 + 4x - x^2} = \sqrt{2}$.

2. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 5(x^2 + y^2) + \frac{2}{(x+y)^2} - 2xy = \frac{251}{5} \\ \frac{x^2 + 2xy + y^2 + 1}{x+y} = 5 - x + y \end{cases}$$

Câu III.

1. Tìm các số nguyên x và y thỏa mãn $(x^2 - x + 2)y = 3x - 5$

2. Cho một bảng có kích thước 8.8 (bảng gồm 8 dòng và 8 cột), trong mỗi ô vuông đơn vị (kích thước 1.1) được ghi một số tự nhiên không vượt quá 16. Các số được ghi thỏa mãn tính chất: bất kỳ hai số nào ghi trong hai ô có chung một cạnh hoặc hai ô có chung một đỉnh của bảng là hai số nguyên tố cùng nhau. Chứng minh rằng trong các số tự nhiên đó có số xuất hiện trong bảng ít nhất 7 lần.

Câu IV.

1. Cho hình vuông $ABCD$ nội tiếp đường tròn $(O; R)$. Trên cung nhỏ AD lấy điểm E (E không trùng với A và D). Tia EB cắt các đường thẳng AD, AC lần lượt tại I và K . Tia EC cắt các đường thẳng DA, DB lần lượt tại M, N . Hai đường thẳng AN, DK cắt nhau tại P .

a. Chứng minh rằng tứ giác $EPND$ là tứ giác nội tiếp.

b. Chứng minh rằng $\widehat{EKM} = \widehat{DKM}$.

c. Khi điểm M ở vị trí là trung điểm của AD , hãy tính độ dài đoạn AE theo R .

2. Cho tam giác ABC cân tại đỉnh A . Tính độ dài cạnh AB biết $BC = \sqrt{5} + 1$ và $\widehat{BAC} = 108^\circ$.

Câu V.

Cho ba số dương x, y, z thỏa mãn $x + y + z = \sqrt{3}$. Tìm GTNN của biểu thức:

$$B = \sum \frac{1}{\sqrt{x(y+2z)}}$$

HD:

Câu I.

1. Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{1+x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}} + \frac{1-x}{\sqrt{1-x^2} - 1+x} - \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}$

a. Tìm x để biểu thức A có nghĩa, từ đó hãy rút gọn A .

b. Tính giá trị của biểu thức A khi $x = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$.

a) ĐK: $-1 \leq x < 1$ ($x \neq 0$)

$$\begin{aligned} gt \Rightarrow A &= \left(\frac{\sqrt{1+x}}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}} - \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}} \right) + \frac{1-x}{\sqrt{1-x^2} - 1+x} \\ &= \frac{1+x+\sqrt{1-x^2} - (1+x-2\sqrt{1-x^2}+1-x)}{1+x-(1-x)} + \frac{1-x}{\sqrt{1-x}(\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x})} \\ &= \frac{x-1+3\sqrt{1-x^2}}{2x} + \frac{\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}} = \frac{x-1+3\sqrt{1-x^2}}{2x} \\ &+ \frac{\sqrt{1-x^2}+1-x}{2x} = \frac{4\sqrt{1-x^2}}{2x} = \frac{2\sqrt{1-x^2}}{x} \end{aligned}$$

b) khi $x = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$.

$$\Rightarrow x^2 = \frac{2+\sqrt{3}}{4} \Rightarrow 1-x^2 = \frac{2-\sqrt{3}}{4} \Rightarrow 2\sqrt{1-x^2} = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow A = \frac{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}-1}}{\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}} = 4-2\sqrt{3} = (\sqrt{3}-1)^2$$

2. Pt (1) có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 24 \\ x_1 x_2 = m^2 + 2m + 84 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1^3 - 28x_1 - 24 = 24(2) \\ x_1(x_1^3 - 29x_1 - 24) = m^2 + 2m + 84(3) \end{cases}$$

Từ (2) $\Leftrightarrow x_1 \in \{6; -4; -2\}$. Mà $m^2 + 2m + 84 > 0 \Rightarrow x_1 = 6$

Thay $x_1 = 6$ vào (3) ta có: $m^2 + 2m + 84 = 108 \Leftrightarrow m \in \{4; -6\}$

Vậy $m \in \{4; -6\}$

Câu II.

1. Giải phương trình $\sqrt{24 + 5x - x^2} - \sqrt{12 + 4x - x^2} = \sqrt{2}$.

$$\begin{aligned}gt \Rightarrow \sqrt{24 + 5x - x^2} &= \sqrt{2} + \sqrt{12 + 4x - x^2} \Rightarrow 24 + 5x - x^2 = 14 + 4x - x^2 \\+ 2\sqrt{24 + 8x - 2x^2} &\Rightarrow 10 + x = 2\sqrt{24 + 8x - 2x^2} \Rightarrow x^2 + 20x + 100 = 96 \\+ 32x - 8x^2 &\Rightarrow 9x^2 + 12x + 4 = 0 \Rightarrow (3x + 2)^2 = 0 \Rightarrow x = -\frac{2}{3} \\S = \frac{2}{3} &(\text{ thỏa })\end{aligned}$$

2. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 5(x^2 + y^2) + \frac{2}{(x+y)^2} - 2xy = \frac{251}{5} \\ \frac{x^2 + 2xy + y^2 + 1}{x+y} = 5 - x + y \end{cases}$$

Hệ đã cho \Leftrightarrow

$$\begin{cases} 2(x^2 + 2xy + y^2) + \frac{2}{(x+y)^2} + 3(x^2 - 2xy + y^2) = \frac{251}{5} \\ \frac{(x+y)^2 + 1}{x+y} + x - y = 5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2[(x+y)^2 + \frac{1}{(x+y)^2}] + 3(x-y)^2 = \frac{251}{5} \\ (x+y + \frac{1}{x+y}) + x - y = 5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2(x+y + \frac{1}{x+y})^2 + 3(x-y)^2 = \frac{271}{5} \\ (x+y + \frac{1}{x+y}) + x - y = 5 \end{cases}$$

Đặt: $u = x+y + \frac{1}{x+y}; v = x-y$

Hệ trở thành:

$$\begin{cases} 2u^2 + 3v^2 = \frac{271}{5} \\ u + v = 5 \end{cases}$$

Câu IV.

2.

Vẽ $\widehat{BAD} = 36^\circ$ Khi đó: ΔADB cân D , ΔACD cân C

$$\Rightarrow AB = AC = DC \Rightarrow \Delta ADB \sim \Delta BAC \Rightarrow \frac{AB}{BC} = \frac{BD}{AB} = \frac{BC - AB}{AB} = \frac{BC}{AB}$$

$$\frac{-1}{\frac{AB}{BC}} = x > 0 \Rightarrow x = \frac{1}{x} - 1 \Rightarrow x^2 + x - 1 = 0 \Rightarrow (2x+1)^2 = 5 \Rightarrow x = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{BC} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}; BC = \sqrt{5} + 1 \Rightarrow AB = 2$$

Câu III.

1. Tìm các số nguyên x và y thỏa mãn $(x^2 - x + 2)y = 3x - 5$

Lời giải: Vì $x^2 - x + 2 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} > 0$ nên ta có $y = \frac{3x - 5}{x^2 - x + 2}$.

Để $y \in \mathbb{Z}$ thì $x^2 - x + 2 \mid 3x - 5$. Do đó $|3x - 5| \geq x^2 - x + 2$ (1).

Nếu $x \geq \frac{5}{3}$ thì (1) $\Leftrightarrow 3x - 5 \geq x^2 - x + 2 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 7 \leq 0$, mâu thuẫn.

Nếu $x \leq \frac{5}{3}$ thì (1) $\Leftrightarrow 5 - 3x \geq x^2 - x + 2 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 \leq 0 \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 1$.

Đến đây xét x để tìm y .

Câu V.

Cho ba số dương x, y, z thỏa mãn $x + y + z = \sqrt{3}$. Tìm GTNN của biểu thức:

$$B = \sum \frac{1}{\sqrt{x(y+2z)}}$$

ta có $\sqrt{3x(y+2z)} \leq \frac{3x+y+2z}{2}$

nên $\frac{B}{\sqrt{3}} \geq \sum \frac{2}{3x+y+2z} \geq \frac{9}{6(x+y+z)} = \frac{18}{6\sqrt{3}} \Rightarrow B \geq 3$

dấu = xảy ra khi $x = y = z = \frac{1}{\sqrt{3}}$

ĐỀ 044

PGD & ĐT TP HẢI DƯƠNG

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI NĂM HỌC 2012 – 2013

MÔN THI: TOÁN HỌC

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Thời gian làm bài: 150 phút)

Ngày thi 10 tháng 01 năm 2013

Bài 1 (2,0 điểm)

Cho biểu thức:

$$A = \frac{\sqrt{x+4\sqrt{x-4}} + \sqrt{x-4\sqrt{x-4}}}{\sqrt{1-\frac{8}{x}+\frac{16}{x^2}}}$$

Rút gọn rồi tìm các giá trị nguyên của x để A có giá trị nguyên.

Bài 2 (2,0 điểm)

Giải các phương trình:

a. $\sqrt{x^2 - 3x + 2} + \sqrt{x+3} = \sqrt{x-2} + \sqrt{x^2 + 2x - 3}$

b. $(4x+2)\sqrt{x+8} = 3x^2 + 7x + 8$

Bài 3 (1,5 điểm)

a. Cho $f(x) = (x^3 + 12x - 31)^{2013}$.

Tính $f(a)$ với $a = \sqrt[3]{16 - 8\sqrt{5}} + \sqrt[3]{16 + 8\sqrt{5}}$

b. Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn: $y^2 + 2xy - 3x - 2 = 0$

Bài 4 (1,5 điểm)

a. Cho a, b, c là ba số hữu tỉ thỏa mãn: $abc = 1$

và $\frac{a}{b^2} + \frac{b}{c^2} + \frac{c}{a^2} = \frac{a^2}{c} + \frac{b^2}{a} + \frac{c^2}{b}$

Chứng minh rằng ít nhất một trong ba số a, b, c là bình phương của một số hữu tỉ.

b. Cho a, b, c là các số dương thỏa mãn: $a + b + c = 3$.

Chứng minh rằng $\frac{a}{1+b^2} + \frac{b}{1+c^2} + \frac{c}{1+a^2} \geq \frac{3}{2}$

Bài 5 (3,0 điểm)

Cho đường tròn $(O; R)$ và hai đường kính AB và CD sao cho tiếp tuyến tại A của đường tròn $(O; R)$ cắt các đường thẳng BC và BD tại hai điểm tương ứng là E và F . Gọi P và Q lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AE và AF .

a. Chứng minh rằng trực tâm H của tam giác BPQ là trung điểm của đoạn thẳng OA .

b. Hai đường kính AB và CD thoả mãn điều kiện gì thì tam giác BPQ có diện tích nhỏ nhất.

c. Chứng minh các hệ thức sau: $CE \cdot DF \cdot EF = CD^3$ và $\frac{BE^3}{BF^3} = \frac{CE}{DF}$.

d. Nếu tam giác vuông BEF có một hình vuông $BMKN$ nội tiếp ($K \in EF$; $M \in BE$ và $N \in BF$) sao cho tỉ số giữa cạnh hình vuông với bán kính đường tròn nội tiếp tam giác BEF là $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$. Hãy tính các góc nhọn của tam giác BEF ?

.....Hết.....

ĐÁP ÁN

Bài	Ý	Nội dung
1		ĐKXD: $x > 4$

$$\begin{aligned} \text{Rút gọn } A &= \frac{\sqrt{(\sqrt{x-4}+2)^2} + \sqrt{(\sqrt{x-4}-2)^2}}{\sqrt{(1-\frac{4}{x})^2}} = \frac{|\sqrt{x-4}+2| + |\sqrt{x-4}-2|}{\left|1-\frac{4}{x}\right|} \\ &= \frac{\sqrt{x-4}+2+|\sqrt{x-4}-2|}{\left|\frac{x-4}{x}\right|} \end{aligned}$$

- Nếu $4 < x \leq 8$ thì $A = \frac{4x}{x-4}$.

- Nếu $x > 8$ thì $A = \frac{2x}{\sqrt{x-4}}$

* Xét $A = \frac{4x}{x-4} = 4 + \frac{16}{x-4}$ với $x \in \mathbb{Z}$.

$A \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x-4$ là ước của 16 và $4 < x \leq 8 \Leftrightarrow x = 5; 6; 8$.

* Xét $A = \frac{2x}{\sqrt{x-4}}$ và $x \in \mathbb{Z}; x > 8$. (1)

* Với $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow \sqrt{x-4}$ là số vô tỉ, hoặc $\sqrt{x-4} \in \mathbb{N}$

Do đó, từ (1) $\Rightarrow A \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \sqrt{x-4} \in \mathbb{N} \Leftrightarrow \sqrt{x-4} = a$ ($a \in \mathbb{N}; a > 2$)

$$\Rightarrow a^2 = x-4 \Rightarrow x = a^2 + 4$$

$$\Rightarrow A = \frac{2(a^2+4)}{a} = 2a + \frac{8}{a} \quad (a \in \mathbb{N}; a > 2) \quad (2)$$

Từ (2) $\Rightarrow A \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \frac{8}{a} \in \mathbb{N} \Leftrightarrow a$ là ước của 8 và $a > 2$

$$\Leftrightarrow a \in \{4; 8\} \Rightarrow x = 20; 68$$

Vậy: $x = 5; 6; 8; 20; 68$.

2 a ĐKXĐ: $x \geq 2 \quad \sqrt{(x-1)(x-2)} + \sqrt{x+3} = \sqrt{x-2} + \sqrt{(x-1)(x+3)}$

$$\sqrt{x-1}(\sqrt{x-2} - \sqrt{x+3}) - \sqrt{x-2} + \sqrt{x+3} = 0$$

$$(\sqrt{x-2} - \sqrt{x+3})(\sqrt{x-1} - 1) = 0$$

$$\sqrt{x-2} - \sqrt{x+3} = 0 \quad (1) \text{ hoặc } \sqrt{x-1} - 1 = 0 \quad (2)$$

PT (1) vô nghiệm; giải PT (2) được $x = 2$ (thỏa mãn).

Vậy phương trình có một nghiệm $x = 2$

	b	<p>Điều kiện $x \geq -8$</p> $\Leftrightarrow (4x+2)\sqrt{x+8} = 3x^2 + 7x + 8$ $\Leftrightarrow x+8 - 3x\sqrt{x+8} - (x+2)\sqrt{x+8} + 3x(x+2) = 0$ $\Leftrightarrow \sqrt{x+8}(\sqrt{x+8} - 3x) - (x+2)(\sqrt{x+8} - 3x) = 0$ $\Leftrightarrow (\sqrt{x+8} - x - 2)(\sqrt{x+8} - 3x) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x+8} = x+2 & (1) \\ \sqrt{x+8} = 3x & (2) \end{cases}$ <p>Giải PT (1) và tìm được $x = 1$ là một nghiệm của PT đã cho.</p> <p>Giải PT (2) và tìm được $x = 1$ là một nghiệm của PT đã cho</p> <p>Kết luận: PT đã cho có một nghiệm là $x = 1$</p>
3	a	$a = \sqrt[3]{16-8\sqrt{5}} + \sqrt[3]{16+8\sqrt{5}}$ $\Rightarrow a^3 = 32 + 3\sqrt[3]{(16-8\sqrt{5})(16+8\sqrt{5})} \cdot (\sqrt[3]{16-8\sqrt{5}} + \sqrt[3]{16+8\sqrt{5}})$ $\Leftrightarrow a^3 = 32 + 3 \cdot (-4) \cdot a \Leftrightarrow a^3 = 32 - 12a \Leftrightarrow a^3 + 12a - 32 = 0$ $\Leftrightarrow a^3 + 12a - 31 = 1 \Rightarrow f(a) = 1^{2013} = 1$
	b	<p>Ta có: $y^2 + 2xy - 3x - 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2xy + y^2 = x^2 + 3x + 2 \quad (*)$</p> $\Leftrightarrow (x+y)^2 = (x+1)(x+2)$ <p>VT của (*) là số chính phương; VP của (*) là tích của 2 số nguyên liên tiếp nên phải có 1 số bằng 0</p> $\Leftrightarrow \begin{cases} x+1=0 \\ x+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \Rightarrow y=1 \\ x=-2 \Rightarrow y=2 \end{cases}$ <p>Vậy có 2 cặp số nguyên $(x; y) = (-1; 1)$ hoặc $(x; y) = (-2; 2)$</p>
4	a	<p>Ta có: $\frac{a}{b^2} + \frac{b}{c^2} + \frac{c}{a^2} = \frac{a^2}{c} + \frac{b^2}{a} + \frac{c^2}{b}$</p> $\Leftrightarrow a^3c^2 + b^3a^2 + c^3b^2 = b^3c + c^3a + a^3b \quad (\text{do } a^2b^2c^2 = abc = 1)$ $\Leftrightarrow (a^2b^2c^2 - a^3c^2) - (b^3a^2 - a^3b) - (c^3b^2 - c^3a) + (b^3c - abc) = 0$ $\Leftrightarrow a^2c^2(b^2 - a) - ba^2(b^2 - a) - c^3(b^2 - a) + bc(b^2 - a) = 0$ $\Leftrightarrow (b^2 - a)[(a^2c^2 - ba^2) - (c^3 - bc)] = 0$ $\Leftrightarrow (b^2 - a)(c^2 - b)(a^2 - c) = 0 \Rightarrow a = b^2 \text{ hoặc } b = c^2 \text{ hoặc } c = a^2$ <p>Vậy ít nhất một trong ba số a, b, c phải là bình phương của một số hữu tỉ</p>

Do $a, b > 0$ và $1+b^2 \geq 2b \forall a, b$ nên:

$$\frac{a}{1+b^2} = a - \frac{ab^2}{1+b^2} \geq a - \frac{ab^2}{2b} = a - \frac{ab}{2}$$

Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow b = 1$

Chứng minh tương tự ta cũng có:

$$\frac{b}{1+c^2} \geq b - \frac{bc}{2}; \frac{c}{1+a^2} \geq c - \frac{ca}{2}. \text{ Đẳng thức xảy ra } \Leftrightarrow c = 1; b = 1.$$

$$\Rightarrow \frac{a}{1+b^2} + \frac{b}{1+c^2} + \frac{c}{1+a^2} \geq (a+b+c) - \left(\frac{ab+bc+ca}{2} \right)$$

$$\text{Hay } \frac{a}{1+b^2} + \frac{b}{1+c^2} + \frac{c}{1+a^2} \geq 3 - \left(\frac{ab+bc+ca}{2} \right) \quad (1)$$

Mặt khác, do $a + b + c = 3 \Rightarrow (a + b + c)^2 = 9$

$$\Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) = 9 \quad (2)$$

$$\text{Mà } a^2 + b^2 + c^2 = \frac{1}{2} [(a^2 + b^2) + (b^2 + c^2) + (c^2 + a^2)] \geq ab + bc + ca \quad (3)$$

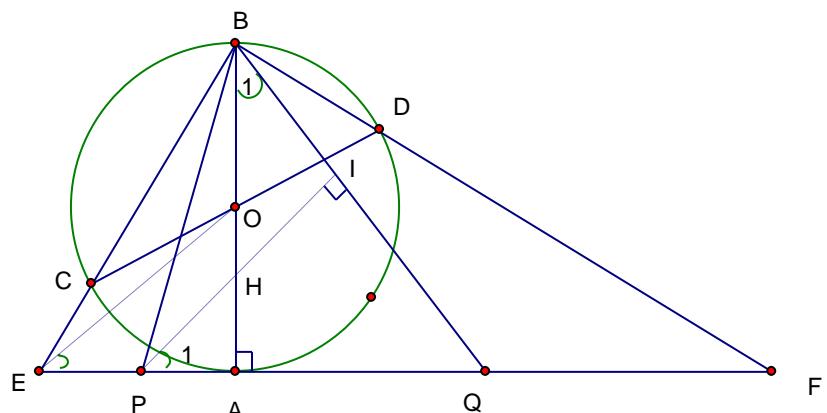
Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow a = b = c$

$$\text{Từ (2)và (3)} \Rightarrow 9 \geq 3(ab + bc + ca) \Leftrightarrow 3 \geq (ab + bc + ca) \quad (4)$$

$$\text{Từ (1) và (4)} \Rightarrow \frac{a}{1+b^2} + \frac{b}{1+c^2} + \frac{c}{1+a^2} \geq 3 - \frac{3}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{a}{1+b^2} + \frac{b}{1+c^2} + \frac{c}{1+a^2} \geq \frac{3}{2} \text{ Dấu = xảy ra } \Leftrightarrow a = b = c = 1$$

5



BA là đường cao của tam giác BPQ suy ra H thuộc BA
Nối OE, ΔBEF vuông tại B; $BA \perp EF$ nên $AB^2 = AE \cdot AF$

$$\Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{AB}{AF} \Rightarrow \frac{AE}{\frac{1}{2}AB} = \frac{AB}{\frac{1}{2}AF} \Rightarrow \frac{AE}{OA} = \frac{AB}{AQ}$$

a

Vậy $\Delta AEO \sim \Delta ABQ$ (c.g.c). Suy ra $ABQ = AEO$ mà $ABQ = P_1$ (góc có các cạnh tương ứng vuông góc) nên $AEO = P_1$, mà hai góc đồng vị $\Rightarrow PH \parallel OE$.

Trong ΔAEO có $PE = PA$ (giả thiết); $PH \parallel OE$ suy ra H là trung điểm của OA.

b

$$\begin{aligned} \text{Ta có } S_{BPQ} &= \frac{AB \cdot PQ}{2} = R \cdot PQ = R(AP + AQ) \\ &= \frac{R}{2}(AE + AF) \geq \frac{R}{2} \cdot 2\sqrt{AE \cdot AF} = R\sqrt{AB^2} = R\sqrt{4R^2} = 2R^2 \end{aligned}$$

$S_{BPQ} = 2R^2 \Leftrightarrow AE = AF \Leftrightarrow \Delta BEF$ vuông cân tại B.

$\Leftrightarrow \Delta BCD$ vuông cân tại B $\Leftrightarrow AB \perp CD$.

Vậy S_{BPQ} đạt giá trị nhỏ nhất là $2R^2$ khi $AB \perp CD$

c

Ta có ΔACB và ΔADB nội tiếp đường tròn (O) có AB là đường kính nên $ACB = ADB = 90^\circ \Rightarrow ABCD$ là hình chữ nhật.

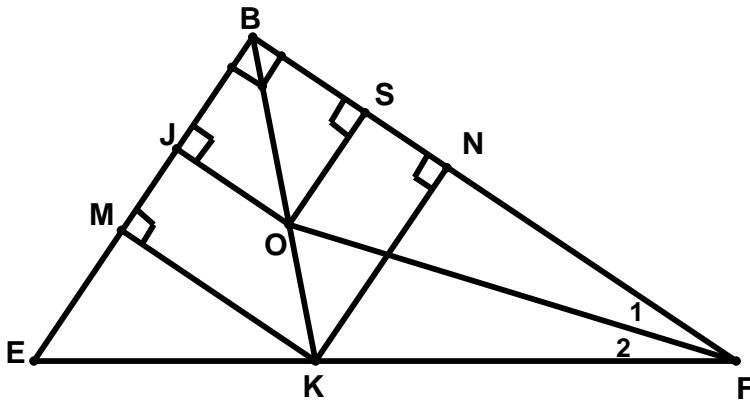
$$\text{Ta có: } CD^2 = AB^2 = AE \cdot AF \Rightarrow CD^4 = AB^4 = AE^2 \cdot AF^2$$

$$= (EC \cdot EB)(DF \cdot BF) = (EC \cdot DF)(EB \cdot BF) = EC \cdot DF \cdot AB \cdot EF$$

$$\Rightarrow AB^3 = CE \cdot DF \cdot EF. \text{ Vậy } CD^3 = CE \cdot DF \cdot EF$$

Ta có:

$$\frac{BE^2}{BF^2} = \frac{EA \cdot EF}{FA \cdot EF} = \frac{AE}{AF} \Rightarrow \frac{BE^4}{BF^4} = \frac{AE^2}{AF^2} = \frac{CE \cdot BE}{DF \cdot BF} \Rightarrow \frac{BE^3}{BF^3} = \frac{CE}{DF}$$



Tứ giác BMKN là hình vuông nên BK là phân giác của B . Gọi O là tâm đường tròn nội tiếp ΔBEF thì O phải nằm trên BK.

Kẻ $OJ \perp BE$ và $OS \perp BF$.

$$\text{Vì } OS \parallel KN \text{ nên } \frac{KN}{OS} = \frac{BK}{BO} = \frac{2 + \sqrt{2}}{2} = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{vì } \frac{BK}{BO} = \frac{BO + OK}{BO} = 1 + \frac{OK}{OB} \Rightarrow \frac{OK}{OB} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{Mặt khác } FO \text{ là phân giác } F \text{ nên } \frac{OK}{OB} = \frac{KF}{BF}$$

$$\text{Suy ra } \frac{KF}{BF} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow BF = KF \cdot \sqrt{2} \Rightarrow BF^2 = 2KF^2$$

$$\text{Lí luận tương tự ta có } BE = EK \cdot \sqrt{2} \Rightarrow BE^2 = 2EK^2$$

$$\text{Vậy } EF^2 = BE^2 + BF^2 = 2(KF^2 + KE^2)$$

$$\Rightarrow (EK + KF)^2 = 2(KF^2 + EK^2)$$

$$\Rightarrow EK^2 + 2EK \cdot KF + KF^2 = 2KF^2 + 2EK^2$$

$$\Rightarrow KF^2 - 2EK \cdot KF + KE^2 = 0 \Rightarrow (KF - KE)^2 = 0 \Rightarrow KF = KE.$$

Vậy ΔBEF vuông cân tại B nên $EBF = 90^\circ$, $BEF = BFE = 45^\circ$

ĐỀ 045

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH LÀO CAI

KÌ THI TUYỂN SINH VÀO 10 - THPT
NĂM HỌC: 2013 – 2014

ĐỀ CHÍNH THỨC

MÔN: TOÁN (*Không chuyên*)

Thời gian: 120 phút (không kể thời gian giao đề).

Câu I: (2,5 điểm)

1. Thực hiện phép tính: a) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{12}$ b) $3\sqrt{20} + \sqrt{45} - 2\sqrt{80}$.

2. Cho biểu thức: $P = \left(\frac{1}{\sqrt{a}-1} - \frac{1}{\sqrt{a}} \right) : \left(\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-2} - \frac{\sqrt{a}+2}{\sqrt{a}-1} \right)$ Với $a > 0; a \neq 1; a \neq 4$

a) Rút gọn P

b) So sánh giá trị của P với số $\frac{1}{3}$.

Câu II: (1,0 điểm)

Cho hai hàm số bậc nhất $y = -5x + (m+1)$ và $y = 4x + (7 - m)$ (với m là tham số). Với giá trị nào của m thì đồ thị hai hàm số trên cắt nhau tại một điểm trên trục tung. Tìm tọa độ giao điểm đó.

Câu III: (2,0 điểm) Cho hệ phương trình: $\begin{cases} (m-1)x + y = 2 \\ mx + y = m+1 \end{cases}$ (m là tham số)

1) Giải hệ phương trình khi $m = 2$.

2) Chứng minh rằng với mọi giá trị của m thì hệ phương trình luôn có nghiệm duy nhất $(x; y)$ thỏa mãn: $2x + y \leq 3$.

Câu IV: (1,5 điểm)

Cho phương trình bậc hai $x^2 + 4x - 2m + 1 = 0$ (1) (với m là tham số)

a) Giải phương trình (1) với $m = -1$.

b) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm $x_1; x_2$ thỏa mãn điều kiện $x_1 - x_2 = 2$.

Câu V : (3,0 điểm)

Cho đường tròn tâm O bán kính R và một điểm A sao cho $OA = 3R$. Qua A kẻ 2 tiếp tuyến AP và AQ với đường tròn (O ; R) (P, Q là 2 tiếp điểm). Lấy M thuộc đường tròn (O ; R) sao cho PM song song với AQ. Gọi N là giao điểm thứ hai của đường thẳng AM với đường tròn (O ; R). Tia PN cắt đường thẳng AQ tại K.

1) Chứng minh tứ giác APOQ là tứ giác nội tiếp và $KA^2 = KN \cdot KP$.

2) Kẻ đường kính QS của đường tròn (O ; R). Chứng minh NS là tia phân giác của góc PNM.

3) Gọi G là giao điểm của 2 đường thẳng AO và PK. Tính độ dài đoạn thẳng AG theo bán kính R.

----- Hết -----

Giải:

Câu I: (2,5 điểm)

a) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{12} = \sqrt{36} = 6$

1. Thực hiện phép tính:

b) $3\sqrt{20} + \sqrt{45} - 2\sqrt{80} = 6\sqrt{5} + 3\sqrt{5} - 8\sqrt{5} = \sqrt{5}$

2. Cho biểu thức: $P = \left(\frac{1}{\sqrt{a}-1} - \frac{1}{\sqrt{a}} \right) : \left(\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-2} - \frac{\sqrt{a}+2}{\sqrt{a}-1} \right)$ Với $a > 0; a \neq 1; a \neq 4$

a) Rút gọn

$$\begin{aligned} P &= \frac{\sqrt{a} - \sqrt{a} + 1}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)} : \left(\frac{(\sqrt{a}+1)(\sqrt{a}-1)}{(\sqrt{a}-2)(\sqrt{a}-1)} - \frac{(\sqrt{a}+2)(\sqrt{a}-2)}{(\sqrt{a}-2)(\sqrt{a}-1)} \right) \\ &= \frac{1}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)} \cdot \frac{(\sqrt{a}-2)(\sqrt{a}-1)}{(a-1)-(a-4)} = \frac{\sqrt{a}-2}{3\sqrt{a}} \end{aligned}$$

b) So sánh giá trị của P với số $\frac{1}{3}$.

Xét hiệu:

$$\frac{\sqrt{a}-2}{3\sqrt{a}} - \frac{1}{3} = \frac{\sqrt{a}-2-\sqrt{a}}{3\sqrt{a}} = \frac{-2}{3\sqrt{a}} \text{ Do } a > 0 \text{ nên } 3\sqrt{a} > 0$$

suy ra hiệu nhỏ hơn 0 tức là $P < \frac{1}{3}$ **Câu II: (1,0 điểm)** Đồ thị hai hàm số bậc nhất $y = -5x + (m+1)$ và $y = 4x + (7-m)$ cắt nhau tại một điểm trên trục tung khi tung độ gốc bằng nhau tức là $m+1 = 7 - m$ suy ra $m = 3$. Tọa độ giao điểm đó là $(0; m+1)$ hay $(0; 7-m)$ tức là $(0; 4)$ **Câu III: (2,0 điểm)** Cho hệ phương trình: $\begin{cases} (m-1)x + y = 2 \\ mx + y = m+1 \end{cases}$ (m là tham số)1) Giải hệ phương trình khi $m = 2$. Ta có $\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$ 2. $y = 2 - (m-1)x$ thế vào phương trình còn lại ta có:

$mx + 2 - (m-1)x = m + 1 \Leftrightarrow x = m - 1$ suy ra $y = 2 - (m-1)^2$ với mọi m

Vậy hệ phương trình luôn có nghiệm duy nhất $(x; y) = (m-1; 2-(m-1)^2)$

$2x + y = 2(m-1) + 2 - (m-1)^2 = -m^2 + 4m - 1 = 3 - (m-2)^2 \leq 3$ với mọi m

Vậy với mọi giá trị của m thì hệ phương trình luôn có nghiệm thỏa mãn: $2x + y \leq 3$ **Câu IV: (1,5 điểm)** Cho phương trình bậc hai $x^2 + 4x - 2m + 1 = 0$ (1) (với m là tham số)a) Giải phương trình (1) với $m = -1$. Ta có $x^2 + 4x + 3 = 0$ có $a-b+c=1-4+3=0$
nên $x_1 = -1 ; x_2 = -3$ b) $\Delta' = 3+2m$ để phương trình (1) có hai nghiệm $x_1; x_2$ thì $\Delta' \geq 0$ tức là $m \geq -\frac{3}{2}$ Theo Víết ta có $x_1+x_2 = -4$ (2); $x_1 \cdot x_2 = -2m+1$ (3)

Kết hợp (2) với đầu bài $x_1 - x_2 = 2$ ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -4 \\ x_1 - x_2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = -3 \end{cases}$$

thế vào (3) ta được $m = -1$ (thỏa mãn ĐK $m \geq -\frac{3}{2}$)

Vậy với $m = -1$ thì hệ phương trình (1) có hai nghiệm $x_1; x_2$ thỏa mãn điều kiện $x_1 - x_2 = 2$.

Câu V : (3,0 điểm)

a) tứ giác APOQ có tổng hai góc đối bằng 180° .

PM//AQ suy ra

PMN = KAN (So le trong)

PMN = APK (cùng chan PN)

Suy ra KAN = APK

Tam giác KAN và tam giác KPA có góc K chung

KAN = KPA nên hai tam giác đồng dạng (g-g)

$$\frac{KA}{KP} = \frac{KN}{KA} \Rightarrow KA^2 = KN \cdot KP$$

b) PM//AQ mà $SQ \perp AQ$ (t/c tiếp tuyến) nên $SQ \perp PM$ suy ra $PS = SM$

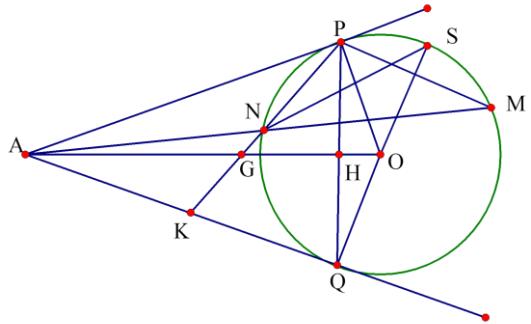
nên $PNS = SNM$ hay NS là tia phân giác của góc PNM.

c) Gọi H là giao điểm của PQ với AO

G là trọng tâm của tam giác APQ nên $AG = \frac{2}{3} AH$

mà $OP^2 = OA \cdot OH$ nên $OH = OP^2/OA = R^2/3R = R/3$ nên $AH = 3R - R/3 = 8R/3$

do đó $AG = \frac{2}{3} \cdot 8R/3 = 16R/9$



----- Hết -----

ĐỀ 046

**SỞ GIÁO DỤC ĐÀO TẠO
NINH THUẬN**

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT

NĂM HỌC 2012 – 2013

Khóa ngày: 24 – 6 – 2012

Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút

ĐỀ:

Bài 1: (2,0 điểm)

a) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x + 3y = 4 \end{cases}$

b) Xác định các giá trị của m để hệ phương trình sau vô nghiệm:

$$\begin{cases} (m+2)x + (m+1)y = 3 \\ x + 3y = 4 \end{cases} \quad (\text{m là tham số})$$

Bài 2: (3,0 điểm)

Cho hai hàm số $y = x^2$ và $y = x + 2$.

- a) Vẽ đồ thị hai hàm số đã cho trên cùng một hệ trục tọa độ Oxy.
- b) Bằng phép tính hãy xác định tọa độ các giao điểm A, B của hai đồ thị trên (điểm A có hoành độ âm).
- c) Tính diện tích của tam giác OAB (O là gốc tọa độ)

Bài 3: (1,0 điểm)

Tính giá trị của biểu thức $H = (\sqrt{10} - \sqrt{2})\sqrt{3 + \sqrt{5}}$

Bài 4: (3,0 điểm)

Cho đường tròn tâm O, đường kính AC = 2R. Từ một điểm E ở trên đoạn OA (E không trùng với A và O). Kẻ dây BD vuông góc với AC. Kẻ đường kính DI của đường tròn (O).

- a) Chứng minh rằng: AB = CI.
- b) Chứng minh rằng: $EA^2 + EB^2 + EC^2 + ED^2 = 4R^2$
- c) Tính diện tích của đa giác ABCID theo R khi $OE = \frac{2R}{3}$

Bài 5: (1,0 điểm)

Cho tam giác ABC và các trung tuyến AM, BN, CP. Chứng minh rằng:

$$\frac{3}{4}(AB + BC + CA) < AM + BN + CP < AB + BC + CA$$

ĐÁP ÁN:

Bài 1: (2,0 điểm)

a) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x + 3y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y = 3 \\ 2x + 6y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5y = 5 \\ x + 3y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$

b) Hệ phương trình vô nghiệm khi:

$$\begin{aligned} \frac{m+2}{1} &= \frac{m+1}{3} \neq \frac{3}{4} \\ \Rightarrow \begin{cases} \frac{m+2}{1} = \frac{m+1}{3} \\ \frac{m+1}{3} \neq \frac{3}{4} \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} 3m+6 = m+1 \\ 4m+4 \neq 9 \end{cases} \Rightarrow m = -\frac{5}{2} \end{aligned}$$

Bài 2: (3,0 điểm)

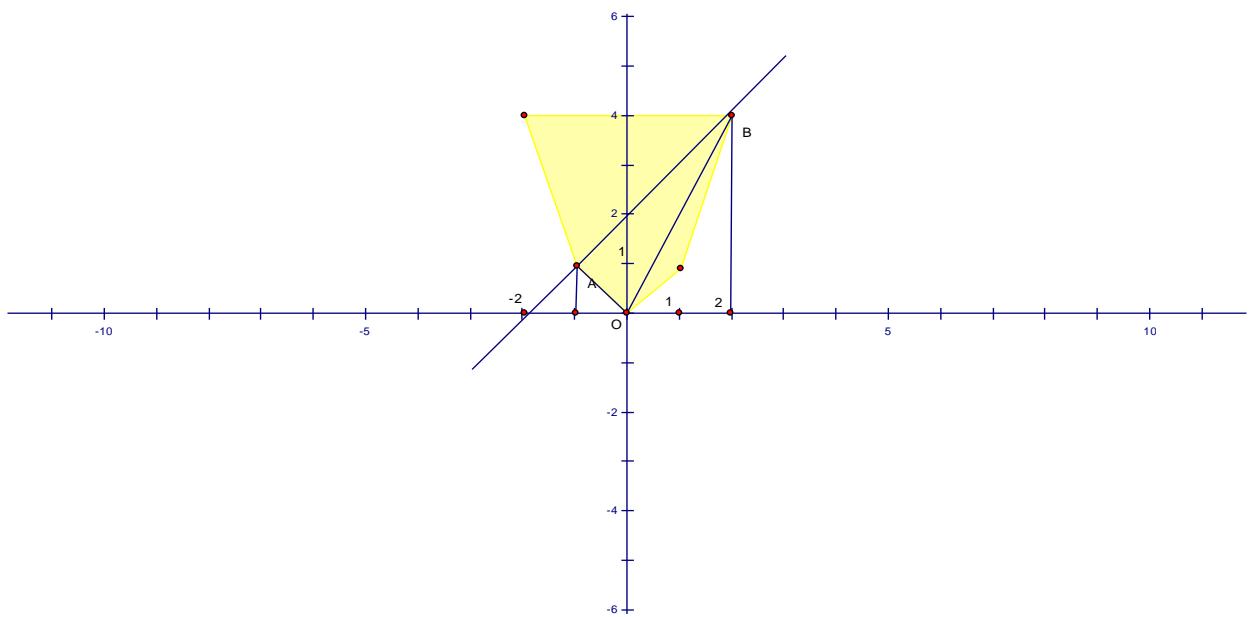
a) Vẽ (d) và (P) trên cùng một hệ trục tọa độ.



$$y = x^2$$

(P)

4	1	0	1
x	- 2	0	2
$y = x + 2$	(d)		



b) Tọa độ giao điểm của (P) và (d) là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} y = x^2 \\ y = x + 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = x + 2 \\ y = x + 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x - 2 = 0 \\ y = x + 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -1; x_2 = 2 \\ y_1 = 1; y_2 = 4 \end{cases}$$

Tọa độ các giao điểm của (d) và (P): A (-1;1) và B (2;4)

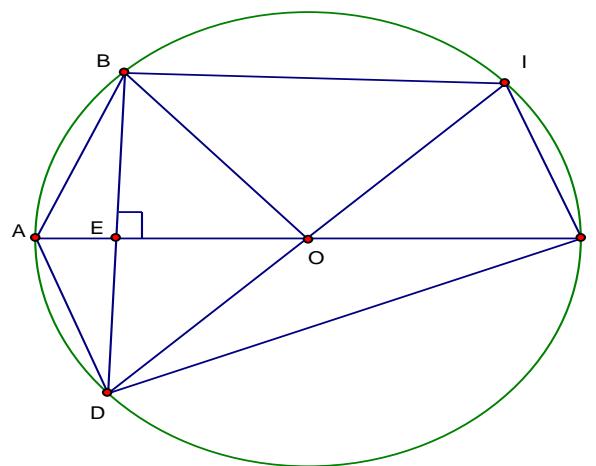
c) $S_{OAB} = \frac{1}{2} \cdot (1+4) \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4 = 3$

Bài 3: (1,0 điểm)

$$H = (\sqrt{10} - \sqrt{2})\sqrt{3 + \sqrt{5}} = (\sqrt{5} - 1)\sqrt{6 + 2\sqrt{5}} = (\sqrt{5} - 1)(\sqrt{5} + 1) = 5 - 1 = 4$$

Bài 4: (3,0 điểm)

a) Chứng minh rằng: $AB = CI$.



Ta có: $BD \perp AC$ (gt)

$$DBI = 90^\circ \text{ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)} \Rightarrow BD \perp BI$$

Do đó: $AC // BI \Rightarrow AB = CI \Rightarrow AB = CI$

b) Chứng minh rằng: $EA^2 + EB^2 + EC^2 + ED^2 = 4R^2$

Vì $BD \perp AC \Rightarrow AB = AD$ nên $AB = AD$

Ta có: $EA^2 + EB^2 + EC^2 + ED^2 = AB^2 + CD^2 = AD^2 + CD^2 = AC^2 = (2R)^2 = 4R^2$

c) Tính diện tích của đa giác ABCD theo R khi $OE = \frac{2R}{3}$

$$S_{ABCD} = S_{ABD} + S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot DE \cdot AC + \frac{1}{2} \cdot EB \cdot (BI + AC)$$

$$* OE = \frac{2R}{3} \Rightarrow AE = \frac{R}{3} \text{ và } EC = \frac{2R}{3} + R = \frac{5R}{3}$$

$$* DE^2 = AE \cdot EC = \frac{R}{3} \cdot \frac{5R}{3} = \frac{5R^2}{9} \Rightarrow DE = \frac{R\sqrt{5}}{3}. \text{ Do đó: } EB = \frac{R\sqrt{5}}{3}$$

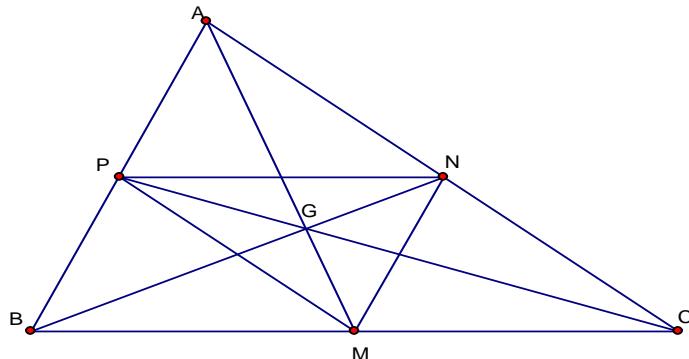
$$* BI = AC - 2AE = 2R - 2 \cdot \frac{R}{3} = \frac{4R}{3}$$

$$\text{Vậy: } S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{R\sqrt{5}}{3} \cdot 2R + \frac{1}{2} \cdot \frac{R\sqrt{5}}{3} \cdot \left(\frac{4R}{3} + 2R\right) = \frac{R\sqrt{5}}{6} \cdot \frac{16R}{3} = \frac{8R^2\sqrt{5}}{9} \text{ (đvdt)}$$

Bài 5: (1,0 điểm)

Cho tam giác ABC và các trung tuyến AM, BN, CP. Chứng minh rằng:

$$\frac{3}{4} (AB + BC + CA) < AM + BN + CP < AB + BC + CA$$



Gọi G là trọng tâm của $\triangle ABC$, ta có: $GM = \frac{1}{3} AM$; $GN = \frac{1}{3} BN$; $GP = \frac{1}{3} CP$

Vì AM, BN, CP các trung tuyến, nên: M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, AC, AB

Do đó: MN, NP, MP là các đường trung bình của $\triangle ABC$

Nên: $MN = \frac{1}{2} AB$; $NP = \frac{1}{2} BC$; $MP = \frac{1}{2} AC$

Áp dụng bất đẳng thức tam giác, ta có:

$$* \quad AM < MN + AN \text{ hay } AM < \frac{1}{2} AB + \frac{1}{2} AC \quad (1)$$

$$\text{Tương tự: } BN < \frac{1}{2} AB + \frac{1}{2} BC \quad (2)$$

$$CP < \frac{1}{2} BC + \frac{1}{2} AC \quad (3)$$

Từ (1), (2), (3) suy ra: $AM + BN + CP < AB + BC + CA$ (*)

$$* \quad GN + GM > MN \text{ hay } \frac{1}{3} BN + \frac{1}{3} AM > \frac{1}{2} AB \quad (4)$$

$$\text{Tương tự: } \frac{1}{3} BN + \frac{1}{3} CP > \frac{1}{2} BC \quad (5)$$

$$\frac{1}{3} CP + \frac{1}{3} AM > \frac{1}{2} AC \quad (6)$$

Từ (4), (5), (6) suy ra:

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} BN + \frac{1}{3} AM + \frac{1}{3} BN + \frac{1}{3} CP + \frac{1}{3} CP + \frac{1}{3} AM &> \frac{1}{2} AB + \frac{1}{2} BC + \frac{1}{2} AC \\ \Rightarrow \frac{2}{3} (AM + BN + CP) &> \frac{1}{2} (AB + BC + CA) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{4} (AB + BC + CA) < AM + BN + CP \quad (**)$$

Từ (*), (**) suy ra: $\frac{3}{4} (AB + BC + CA) < AM + BN + CP < AB + BC + CA$

ĐỀ 047

Đề thi hs giỏi môn toán 9

SỐ : 13

Thời gian 150 phút

Câu 1(2đ) : Giải PT sau :

a, $x^4 - 3x^3 + 3x^2 - 3x + 2 = 0$

b, $\sqrt{x+2+2\sqrt{x+1}} + \sqrt{x+2-2\sqrt{x+1}} = 2$

Câu 2(2đ): a, Thực hiện phép tính : $\sqrt{13-\sqrt{100}} - \sqrt{53+4\sqrt{90}}$

b, Rút gọn biểu thức :

$$B = \frac{a^2}{a^2 - b^2 - c^2} + \frac{b^2}{b^2 - c^2 - a^2} + \frac{c^2}{c^2 - a^2 - b^2} \quad \text{Với } a + b + c = 0$$

Câu 3(3đ) : a, Chứng minh rằng : $5\sqrt{2} < 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{50}} < 10\sqrt{2}$

b, Tìm GTNN của $P = x^2 + y^2 + z^2$. Biết $x + y + z = 2007$

Câu 4(3đ) : Tìm số HS đạt giải nhất, nhì, ba trong kỳ thi HS giỏi toán K9 năm 2007 . Biết :

Nếu đ- a 1 em từ giải nhì lên giải nhất thì số giải nhì gấp đôi giải nhất .

Nếu giảm số giải nhất xuống giải nhì 3 giải thì số giải nhất bằng $1/4$ số giải nhì

Số em đạt giải ba bằng $2/7$ tổng số giải .

Câu 5 (4đ): Cho ΔABC : Góc A = 90° . Trên AC lấy điểm D . Vẽ CE $\perp BD$.

a, Chứng minh rằng : $\Delta ABD \sim \Delta ECD$.

b, Chứng minh rằng tứ giác ABCE là tứ giác nội tiếp đ- ợc .

c, Chứng minh rằng FD $\perp BC$ ($F = BA \cap CE$)

d, Góc $\widehat{ABC} = 60^\circ$; $BC = 2a$; $AD = a$. Tính AC, đ-ờng cao AH của ΔABC và bán kính

đ- òng tròn ngoại tiếp tứ giác ADEF.

Câu 6 (4đ): Cho đ- òng tròn (O,R) và điểm F nằm trong đ- òng tròn (O) . AB và A'B' là 2 dây cung vuông góc với nhau tại F .

a, Chứng minh rằng : $AB^2 + A'B'^2 = 8R^2 - 4OF^2$

b, Chứng minh rằng : $AA'^2 + BB'^2 = A'B^2 + AB'^2 = 4R^2$

c, Gọi I là trung điểm của AA' . Tính $OI^2 + IF^2$

Đáp án và biểu điểm môn toán

Câu 1(2đ) :

a, PT đã cho $\Leftrightarrow (x-1)(x-2)(x^2+1) = 0$ (0,5đ)

Do $x^2+1 > 0$ với mọi x $\Rightarrow x-1 = 0$ và $x-2 = 0$ (0,25đ)

$\Leftrightarrow x = 1; x = 2$ (0,25đ)

b, $|\sqrt{x+1}+1| + |\sqrt{x+1}-1|=2$ ĐKXĐ : $x \geq -1$ (0,25đ)

$\Leftrightarrow \sqrt{x+1}+1 + |\sqrt{x+1}-1|=2$ (1)

Nếu $\sqrt{x+1} - 1 \geq 0 \Leftrightarrow x + 1 \geq 1 \Leftrightarrow x \geq 0$ thì

(1) $2\sqrt{x+1} = 2 \Leftrightarrow \sqrt{x+1} = 1 \Leftrightarrow x = 0$ (0,25đ)

Nếu $x < 0$ thì $2 = 2$ (luôn đúng) (0,25đ)

vậy $-1 \leq x \leq 0$ là nghiệm của PT . (0,25đ)

Câu 2 : (2đ)

a, $\sqrt{13-\sqrt{100}} - \sqrt{53+4\sqrt{90}}$ (0,25đ)

$= \sqrt{13-4\sqrt{10}} - \sqrt{53+2.6\sqrt{10}}$ (0,25đ)

$= \sqrt{(2\sqrt{2}-\sqrt{5})^2} - \sqrt{(2\sqrt{2}+3\sqrt{5})^2}$ (0,25đ)

$= 2\sqrt{2} - \sqrt{5} - 2\sqrt{2} - 3\sqrt{5} = -4\sqrt{5}$ (0,25đ)

b, Vì $a + b + c = 0 \Leftrightarrow a = -b - c \Leftrightarrow a^2 = b^2 + 2bc + c^2$ (0,25đ)

$\Rightarrow a^2 - b^2 - c^2 = 2bc$

$$b^2 - c^2 - a^2 = 2ac$$

$$c^2 - a^2 - b^2 = 2ab \quad (0,25\text{đ})$$

$$B = \frac{a^2}{2bc} + \frac{b^2}{2ac} + \frac{c^2}{2ab} = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{2abc} = \frac{3abc}{2abc} = \frac{3}{2} \quad (0,5\text{đ})$$

Câu 3 :(3đ)

$$\text{a, } 5\sqrt{2} < 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{50}} < 10\sqrt{2} \quad (0,25\text{đ})$$

$$\text{đặt } S = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{50}}$$

$$\text{Ta có } S > \frac{1}{\sqrt{50}} + \frac{1}{\sqrt{50}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{50}} = \frac{1}{\sqrt{50}} \cdot 50 = 5\sqrt{2} \quad (0,5\text{đ})$$

$$\text{Mặt khác có : } 1 = \frac{2}{2\sqrt{1}} < \frac{2}{\sqrt{1} + \sqrt{0}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{2}{2\sqrt{2}} < \frac{2}{\sqrt{2} + \sqrt{1}}$$

....

$$\frac{1}{\sqrt{50}} = \frac{2}{2\sqrt{50}} < \frac{2}{\sqrt{50} + \sqrt{49}} \quad (0,5\text{đ})$$

Cộng 2 vế ta đ- q.c :

$$\begin{aligned} S &< \frac{2}{\sqrt{1} + \sqrt{0}} + \frac{2}{\sqrt{2} + \sqrt{1}} + \dots + \frac{2}{\sqrt{50} + \sqrt{49}} \\ &= 2\{(\sqrt{1} - \sqrt{0}) + (\sqrt{2} - \sqrt{1}) + \dots + (\sqrt{50} - \sqrt{49})\} \\ &= 2\sqrt{50} = 10\sqrt{2} \quad (2) \end{aligned} \quad (0,5\text{đ})$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow 5\sqrt{2} < S < 10\sqrt{2} \quad (\text{đpcm}). \quad (0,25\text{đ})$$

$$\text{b, Tìm GTNN } P = x^2 + y^2 + z^2 \quad \text{biết } x + y + z = \sqrt{2007}$$

áp dụng BĐT Bu Nhiacópxki ta có :

$$(x + y + z)^2 \leq (x^2 + y^2 + z^2) \cdot (1^2 + 1^2 + 1^2) \quad (0,5\text{đ})$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 \geq \frac{(x+y+z)^2}{3} = \frac{2007}{3} = 669 \quad (0,25\text{đ})$$

Vậy GTNN của P là : 669 (0,25đ)

Câu 4(3đ): Gọi số giải nhất, nhì, ba lần l- ợt là x,y,z

Ta có ĐK : $x, y, z \in \mathbb{N}$ (0,5đ)

Theo đề ra ta có :

$$\begin{cases} 2(x+1) = y - 1 \\ 4(x-3) = y + 3 \\ z = \frac{2}{7}(x+y+z) \end{cases} \quad (0,5\text{đ})$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = -3 & (1) \\ 4x - y = 15 & (2) \\ \frac{5}{7}z = \frac{2}{7}(x+y) & (3) \end{cases} \quad (0,5\text{đ})$$

Lấy (2) - (1) ta đ- ợc $2x = 18 \Rightarrow x = 9$ (0,25đ)

Thay $x = 9$ vào (1) $\Rightarrow y = 2.9 + 3 = 21$ (0,25đ)

Thay $x = 9, y = 21$ vào (3) $\Rightarrow (3) \Leftrightarrow \frac{5}{7}z = \frac{2}{7}(9+21)$

$$\Rightarrow z = \frac{2}{7} \cdot 30 \cdot \frac{7}{5} = 12 \quad (0,5\text{đ})$$

Vậy :

$$\begin{cases} x = 9 \\ y = 21 \\ z = 12 \end{cases} \quad (0,25\text{đ})$$

Đáp số : Số giải nhất là 9

Số giải nhì là 21

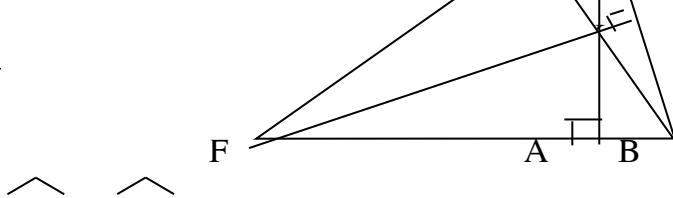
Số giải ba là 12

Câu 5(5đ) : Vẽ hình cân đối . GT- KL (0,5đ)

(1đ)a, ΔABD và ΔECD có :

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{E} = \widehat{A} = 90^\circ \\ \widehat{ADB} = \widehat{EDC} (\text{đồng dạng}) \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow \Delta ABD \sim \Delta ECD$$



(0,5đ)b, Tứ giác ABCE nội tiếp vì $BAC = BEC = 1v$

(1đ)c, ΔFBC có : CA và BE là 2 đ- ờng cao. Giao điểm D của chúng là trực tâm của tam giác .

$$\Rightarrow FD \perp BC \text{ tại K} .$$

(2đ)d, $\Delta ABC \perp$ tại A , có $\widehat{B} = 60^\circ$ nên là nửa tam giác đều có $BC = 2a$.

Đ- ờng cao AH và nửa cạnh là AB . Do đó :

$$AC = \frac{BC\sqrt{3}}{2} = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$$

$$AB = \frac{1}{2}BC = a$$

$\Delta AHB \perp$ tại H có $\widehat{B} = 60^\circ$ nên là nửa tam giác đều có $AB = a$ đ- ờng cao AH, nửa cạnh BH .

$$\Rightarrow AH = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$\Delta KEB \perp$ tại K (chứng minh trên) có $\widehat{B} = 60^\circ$

$\Rightarrow \widehat{KFB} = 30^\circ$. Do đó ΔAFD là nửa tam giác đều .

$$FD = 2AD = 2a$$

Vì $\widehat{FAD} = \widehat{FED} = 1$ nên ADEF nội tiếp đ- ờng tròn đ- ờng kính $FD = 2a$.

$$\Rightarrow R = a$$

Câu 6 (5đ): Vẽ hình cân đối , viết GT- KL (0,5đ)

a, Vẽ OH \perp AB ; OK \perp A'B'

Xét 2 Δ vuông OHB và OKA' có

$$\left. \begin{array}{l} AB^2 = 4R^2 - 4OH^2 \\ A'B'^2 = 4R^2 - 4OK^2 \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow AB^2 + A'B'^2 = 8R^2 - 4OF^2 \quad (1,5\text{đ})$$

b, Chứng minh Δ vuông FAA' \propto Δ vuông FBB' có

$$\begin{aligned} AA' &= FA^2 + FA'^2 \\ BB'^2 &= FB^2 + FB'^2 \\ \hline AA'^2 + BB'^2 &= FA^2 + FA'^2 + FB^2 + FB'^2 \\ &= 4R^2 \end{aligned}$$

T- ơng tự với Δ vuông FAB' \propto Δ vuông FBA' có

$$A'B^2 + AB'^2 = AA'^2 + BB'^2 = 4R \quad (2\text{đ})$$

c, Xét Δ vuông FAA' có : $IF = \frac{AA'}{2}$

$$\text{Do đó } IO^2 + IF^2 = R^2 \quad (1\text{đ})$$

ĐỀ 048

Đề thi vào lớp 10 THPT chuyên Lam Sơn(4) Môn: Toán chung

Thời gian làm bài : 150'

Bài 1 (2.5 điểm):

Cho biểu thức: $A = \left(1 - \frac{2\sqrt{a}}{a+1}\right) : \left(\frac{1}{1+\sqrt{a}} - \frac{2\sqrt{a}}{a\sqrt{a} + \sqrt{a} + a + 1}\right)$

- a.Rút gọn biểu thức A.
- b.Tính giá trị biểu thức A khi $a = 2006 - 2\sqrt{2005}$.

Bài 2 (3.0 điểm):

Cho hệ ph- ơng trình: $\begin{cases} x^2 + y^2 - x = 0 \\ x + my - m = 0 \end{cases}$

- a.Giải hệ ph- ơng trình khi $m = 1$.
- b.Tìm m để hệ ph- ơng trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt.

c. Gọi $(x_1; y_1)$ và $(x_2; y_2)$ là các nghiệm của hệ ph- ơng trình đã cho.
CMR: $(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 \leq 1$.

Bài 3 (1.5 điểm):

Tìm các nghiệm nguyên d- ơng của ph- ơng trình

$$y = \frac{2x^2 - 7x + 5}{x^2 - 5x + 7}$$

Bài 4 (3.0 điểm):

Cho $\triangle ABC$ có $\angle B = 90^\circ$ và $\angle A > 60^\circ$. Gọi M là trung điểm của AC. Đ- ờng vuông góc hạ từ A xuống BM cắt cạnh BC tại I. Vẽ đ- ờng tròn tâm tiếp xúc với AC tại K. đ- ờng thẳng qua A tiếp xúc với (I) tại E ($E \neq K$) cắt đ- ờng thẳng BM tại N.

- a. Chứng minh 5 điểm A, B, E, I, K cùng nằm trên một đ- ờng tròn .
b. Tứ giác EKMN là hình gì ? Tại sao ?
c. CMR: $\triangle NEB$ cân.

Đáp án và thang điểm môn toán chung Kỳ thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT chuyên Lam Sơn.

Bài 1 (1.5 điểm):

- a. (2.0 điểm) Điều kiện: $a \geq 0$. 0.25

$$\begin{aligned} A &= \left(1 - \frac{2\sqrt{a}}{a+1}\right) : \left(\frac{1}{1+\sqrt{a}} - \frac{2\sqrt{a}}{a\sqrt{a} + \sqrt{a} + a + 1}\right) \\ &= \frac{a - 2\sqrt{a} + 1}{a+1} : \left(\frac{1}{1+\sqrt{a}} - \frac{2\sqrt{a}}{(a+1)(1+\sqrt{a})}\right) \quad 0.5 \\ &= \frac{(\sqrt{a}-1)^2}{a+1} : \frac{a+1-2\sqrt{a}}{(1+\sqrt{a})(a+1)} \quad 0.5 \end{aligned}$$

$$= \frac{(\sqrt{a}-1)^2(1+\sqrt{a})(a+1)}{(a+1)(\sqrt{a}-1)^2} \quad 0.5 \quad = 1 + \sqrt{a}$$

0.25

b. (0.5 điểm)

Khi $a = 2006 - 2\sqrt{2005} = (\sqrt{2005} - 1)^2$ 0.25

Thì $A = 1 + \sqrt{(\sqrt{2005} - 1)^2} = \sqrt{2005}$ 0.25

Bài 2(3.0 điểm):

a.(1.0 điểm)

Hệ ph- ơng trình $\begin{cases} x^2 + y^2 - x = 0 & (1) \\ x + my - m = 0 & (2) \end{cases}$

Từ (2) $\Rightarrow x = m - my$ Thay vào (1) Ta được

$$(m^2 + 1)y^2 - (2m^2 - 1)y + m^2 - m = 0 \quad (3) \quad 0.25$$

Khi $m = 1$ thì ph- ơng trình (3) trở thành

$$y(2y - 1) = 0 \quad 0.25$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y_1 = 0 \Rightarrow x_1 = 1 \\ y_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow x_2 = \frac{1}{2} \end{cases} \quad 0.25$$

Hệ ph- ơng trình có 2 nghiệm $(1; 0)$ và $(\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$. 0.25

b. (1.0 điểm)

Từ $x = m - my \Rightarrow$ mỗi giá trị y t- ơng ứng với 1 giá trị x

\Rightarrow Để hệ có 2 nghiệm phân biệt thì (3) phải có 2 nghiệm phân biệt 0.25

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 1 \neq 0 \\ \Delta > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m(4 - 3m) > 0 \Leftrightarrow 0 < m < \frac{4}{3} \quad 0.5$$

Vậy với $m \in (0; \frac{4}{3})$ thì hệ có 2 nghiệm phân biệt. 0.25

c.(1.0 điểm)

với $m \in (0; \frac{4}{3})$ thì ph- ơng trình (3)có 2 nghiệm phân biệt y_1, y_2 thoả mãn:

$$\begin{cases} y_1 + y_2 = \frac{2m^2 - m}{m^2 + 1} \\ y_1 y_2 = \frac{m^2 - m}{m^2 + 1} \end{cases}$$

và $\begin{cases} x_1 = m - my_1 \\ x_2 = m - my_2 \end{cases}$

$$\Rightarrow x_1 - x_2 = m - m y_2 - m + m y_1 = m(y_1 - y_2) \quad 0.25$$

Suy ra : $(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 = 1 - \frac{(2m-1)^2}{m^2+1} \leq 1 \quad \forall m$ 0.75

Bài 3 (1.5 điểm):

T XĐ : $x \in \mathbb{R}$

Từ $y = \frac{2x^2 - 7x + 5}{x^2 - 5x + 7}$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 5x + 7)y = 2x^2 - 7x + 5$$

$$\Leftrightarrow (y - 2)x^2 + (7 - 5y)x + 7y - 5 = 0 \quad *$$

+ Nếu $y = 2$ thay vào * ta được $x = 3$

$\Rightarrow (3;2)$ là nghiệm nguyên d- ơng của ph- ơng trình. 0.25

+ Nếu $y \neq 2$ thì * là ph- ơng trình bậc 2 đối với x . Ph- ơng trình có nghiệm

$$\Leftrightarrow \Delta \geq 0 \Leftrightarrow -y^2 + 2y + 3 \geq 0 \Leftrightarrow -1 \leq y \leq 3 \quad 0.25$$

Do y nguyên d- ơng và $y \neq 2 \Rightarrow \begin{cases} y=1 \\ y=3 \end{cases}$

Với $y = 1 \Rightarrow x = 1 \pm \sqrt{3}$ (loại) 0.25

Với $y = 3 \Rightarrow x = 4$ (thoả mãn)

Vậy ph- ơng trình đã cho có 2 cặp nghiệm nguyên d- ơng là $(3;2)$ và $(4;3)$. 0.25

Bài 4 (3.0 điểm):

a. (1.0 điểm)

Có $\angle ABI = 90^\circ$ (gt) 0.25

$\angle AEB = 90^\circ$ (vì AE là tiếp tuyến) 0.25

$\angle AKI = 90^\circ$ (vì AK là tiếp tuyến) 0.25

$\Rightarrow B, E, K$ cùng nhìn đoạn thẳng AI cố định dối một góc vuông.

A, B, E, I, K cùng nằm trên một đ- ờng tròn đ- ờng kính AI . 0.25

b. (1.0 điểm)

Ta sẽ chứng minh tứ giác EKMN là hình thang cân.

Có $EK \perp AI$ và $AE = AK$ (hai tiếp tuyến cùng xuất phát từ một điểm). 0.25

Mặt khác MN

$\perp AI$ nên suy ra $EK \parallel MN$ 0.25

mà $AE = AK$. 0.25

Vậy tứ giác EKMN là hình thang cân. 0.25

c. (1.0 điểm)

* Theo câu b : A, B, E, I nằm trên một đ- ờng tròn nên

$\angle AIB = \angle AEB = \angle NEB$ (cùng chắn cung AB) (1) 0.25

và $\angle EBI = \angle EAI$ (góc nội tiếp cùng chắn cung EI)

* Lại có $\angle EAI = \angle IAC$ (tính chất hai tiếp tuyến cùng xuất phát từ một điểm)

suy ra $\angle EBI = \angle IAC$ (2)

* M là trung điểm của AC nên $MB = MC$ (do $\triangle ABC$ vuông tại B)

$\Rightarrow \triangle BMC$ cân tại M $\Rightarrow \angle MBC = \angle MCB$ (3)

0.25

*Kết hợp (2) và (3) $\Rightarrow \angle MBC + \angle EBI = \angle MCB + \angle IAC$

Mặt khác $\angle MBC + \angle EBI = \angle MBE$

và $\angle MCB + \angle IAC = \angle AIB$ (góc ngoài tam giác)

$\Rightarrow \angle MBE = \angle AIB$ (4)

0.25

*Từ (1) và (4) $\Rightarrow \angle MBE = \angle NEB \Rightarrow \triangle NBE$ cân tại N.(đpcm)

0.25

ĐỀ 049

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TỈNH BÌNH THUẬN

Môn Toán lớp 9 (2003 - 2004)

(Thời gian : 150 phút)

Bài 1 : (6 điểm)

1) Chứng minh rằng :

$$A = \frac{2\sqrt{3 + \sqrt{5 - \sqrt{13 + \sqrt{48}}}}}{\sqrt{6} + \sqrt{2}}$$

là số nguyên.

2) Tìm tất cả các số tự nhiên có 3 chữ số \overline{abc} sao cho :

$$\begin{cases} \overline{abc} = n^2 - 1 \\ \overline{cba} = (n-2)^2 \end{cases}$$

với n là số nguyên lớn hơn 2.

Bài 2 : (6 điểm)

1) Giải phương trình :

$$x^3 + 2x^2 + 2\sqrt{2}x + 2\sqrt{2} = 0.$$

2) Cho Parabol (P) : $y = 1/4 x^2$ và đường thẳng (d) : $y = 1/2 x + 2$.

a) Vẽ (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ Oxy.

b) Gọi A, B là giao điểm của (P) và (d). Tìm điểm M trên cung AB của (P) sao cho diện tích tam giác MAB lớn nhất.

c) Tìm điểm N trên trục hoành sao cho $NA + NB$ ngắn nhất.

Bài 3 : (8 điểm)

1) Cho đường tròn tâm O và dây cung BC không qua tâm O. Một điểm A chuyển động trên đường tròn (A khác B, C). Gọi M là trung điểm đoạn AC, H là chân đường vuông góc hạ từ M xuống đường thẳng AB. Chứng tỏ rằng H nằm trên một đường tròn cố định.

2) Cho 2 đường tròn (O, R) và (O', R') với $R' > R$, cắt nhau tại 2 điểm A, B. Tia OA cắt đường tròn (O') tại C và tia $O'A$ cắt đường tròn (O) tại D. Tia BD cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác ACD tại E. So sánh độ dài các đoạn BC và BE.

ĐỀ 050

kì thi chọn học sinh giỏi cấp tỉnh

môn thi: toán

Thời gian làm bài 150 phút

CHI NH THI C

Câ

u 1

(2đi

Ngày thi 08 tháng 03 năm 2010

điểm) Cho biểu thức $A = \frac{x\sqrt{x}-3}{x-2\sqrt{x}-3} - \frac{2(\sqrt{x}-3)}{\sqrt{x}+1} + \frac{\sqrt{x}+3}{3-\sqrt{x}}$

- a) Rút gọn biểu thức A
- b) Tìm giá trị nhỏ nhất của A

Câu 2 (1,5 điểm) Tìm x biết

- a) $\sqrt{2x+3} = 1 + \sqrt{2}$
- b) $\sqrt{x^2 - 9} - 3\sqrt{x-3} = 0$

Câu 3 (1,0 điểm)

Tìm các giá trị nguyên của m để giao điểm của các đường thẳng $mx - 2y = 3$ và $3x + my = 4$ nằm trong góc vuông phần t- IV.

Câu 4(2,0 điểm)

Cho phương trình (ẩn x): $(2m - 1)x^2 - 2(m - 1)x + \frac{1}{2}m - 3 = 0$

- a) Xác định m để phương trình có nghiệm.
- b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt đối nhau.

Câu 5: (2,5điểm)

Từ điểm C nằm ngoài đường tròn tâm O, vẽ các tiếp tuyến CE, CF (E và F là các tiếp điểm), và cát tuyến CMN tới đường tròn. Đường thẳng nối C với O cắt đường tròn tại hai điểm A và B. Gọi I là giao điểm của AB và EF.

a) Chứng minh rằng: $CM \cdot CN = CI \cdot CO$

b) Chứng minh rằng: $AI^2 = BI^2$

c) Mí kéo dài cát đường tròn (O) tại điểm D (khác điểm M). Chứng minh CO là tia phân giác của $\angle MCD$

Câu 6(1,0 điểm)

Cho biểu thức $B = x^5 - 6x^4 + 12x^3 - 4x^2 - 13x + 2014$

Không dùng máy tính, hãy tính giá trị của B khi $x = \sqrt{\frac{3-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}}$

Họ và tên: SBD:

Chữ kí GT 1:

Đáp án - Môn Toán

Câu	Đáp án	Điểm
1	<p>a) ĐKXĐ : $x \geq 0 ; x \neq 9$</p> $A = \frac{x\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-3)} - \frac{2(\sqrt{x}-3)}{\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-3}$ $A = \frac{x\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-3)} - \frac{2(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-3)} - \frac{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+1)}$ $A = \frac{x\sqrt{x}-3-2x+12\sqrt{x}-18-x-4\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-3)}$ $A = \frac{x\sqrt{x}-3x+8\sqrt{x}-24}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-3)} = \frac{(\sqrt{x}-3)(x+8)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-3)} = \frac{x+8}{\sqrt{x}+1}$	0,25 0,25 0,25 0,25
	<p>b) $A = \frac{x-1+9}{\sqrt{x}+1} = \frac{x-1}{\sqrt{x}+1} + \frac{9}{\sqrt{x}+1} = \sqrt{x}-1 + \frac{9}{\sqrt{x}+1} = \sqrt{x}+1 + \frac{9}{\sqrt{x}+1} - 2$</p> <p>do $\sqrt{x}+1 > 0$ và $\frac{9}{\sqrt{x}+1} > 0 \Rightarrow$ áp dụng bất đẳng thức côsi ta có</p> $\sqrt{x}+1 + \frac{9}{\sqrt{x}+1} \geq 2\sqrt{(\sqrt{x}+1) \cdot \frac{9}{\sqrt{x}+1}} = 2\sqrt{9} = 6 \Rightarrow A \geq 6 - 2 = 4$ <p>Vậy giá trị nhỏ nhất của A = 4</p> $\Leftrightarrow \sqrt{x}+1 = \frac{9}{\sqrt{x}+1} \Rightarrow (\sqrt{x}+1)^2 = 9 \Rightarrow \sqrt{x}+1 = 3 \Rightarrow x = 4(t/m)$	0,25 0,25 0,5

2	<p>a) ĐKXĐ $x \geq -\frac{3}{2}$</p> $\sqrt{2x+3} = 1 + \sqrt{2} \Leftrightarrow 2x+3 = (1+\sqrt{2})^2$ <p>Giải ph- ơng trình có $x = \sqrt{2}$</p> <p>Thoả mãn ĐKXĐ. Vậy ph- ơng trình có nghiệm $x = \sqrt{2}$</p>	0,25 0,25 0,25
	<p>b) $\sqrt{x^2 - 9} - 3\sqrt{x-3} = 0$</p> <p>ĐKXĐ: $\begin{cases} x^2 - 9 \geq 0 \\ x-3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-3)(x+3) \geq 0 \\ x-3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 3$</p> $\sqrt{x^2 - 9} - 3\sqrt{x-3} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{(x-3)(x+3)} - 3\sqrt{x-3} = 0$ $\Leftrightarrow \sqrt{x-3}(\sqrt{x+3} - 3) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x-3} = 0 \\ \sqrt{x+3} - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ \sqrt{x+3} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=6 \end{cases} \text{ (TMĐKXĐ)}$ <p>Vậy ph- ơng trình có hai nghiệm $x = 3; x = 6$.</p>	0,25 0,25 0,25
3	<p>Toạ độ giao điểm của các đ- ờng thẳng $mx - 2y = 3$ và $3x + my = 4$ là nghiệm của hệ ph- ơng trình $\begin{cases} mx - 2y = 3 \\ 3x + my = 4 \end{cases}$</p> <p>Giải hệ ph- ơng trình tìm đ- ợc $x = \frac{3m+8}{6+m^2}, y = \frac{4m-9}{6+m^2}$</p> <p>Để giao điểm nằm trong góc phần t- IV thì $x > 0$ và $y < 0$</p> $\Leftrightarrow -\frac{8}{3} < m < \frac{9}{4}$ <p>Để $m \in \mathbb{Z}$ thì $m \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$</p>	0,25 0,25 0,25 0,25
4	<p>PT: $(2m - 1)x^2 - 2(m - 1)x + \frac{1}{2}m - 3 = 0$</p> <p>a) + Nếu $2m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$ thì ph- ơng trình trở thành: $x - \frac{11}{4} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{11}{4}$</p> <p>$\Rightarrow m = \frac{1}{2}$ là một giá trị.</p> <p>+ Nếu $2m - 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \frac{1}{2}$, để ph- ơng trình có nghiệm khi $\Delta' \geq 0$</p>	0,25 0,25 0,25 0,25

$$\Leftrightarrow (m-1)^2 - (2m-1)(\frac{1}{2}m-3) \geq 0 \Leftrightarrow \frac{9}{2}m - 2 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{4}{9}$$

0,25

b) PT có hai nghiệm phân biệt đối nhau khi: $m \neq \frac{1}{2}$, $\Delta > 0$

0,25

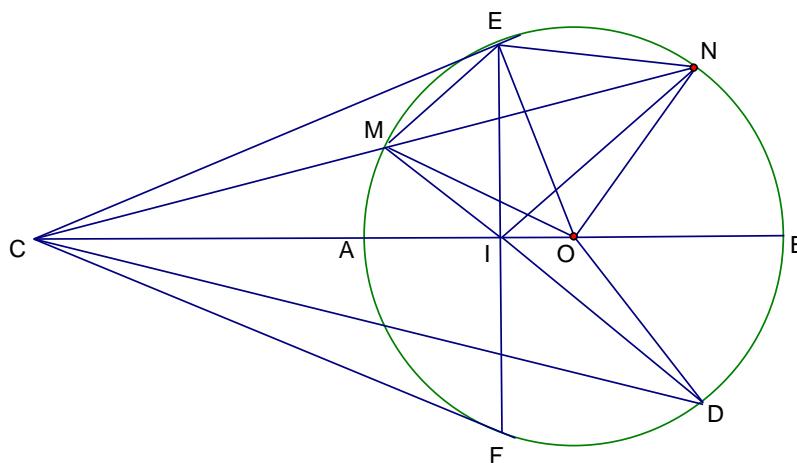
$$\text{và } x_1 + x_2 = 0$$

$$\text{hay: } m \neq \frac{1}{2}, m > \frac{4}{9}$$

$$\text{và } \frac{2(m-1)}{2m-1} = 0 \text{ (đ/l Vi-ét)} \Leftrightarrow m = 1.$$

0,25

5 Vẽ hình



0,25

a. Chứng minh hai tam giác CEM và CNE đồng dạng
=>

0,5

$$\frac{CE}{CM} = \frac{CN}{CE} \Rightarrow CM \cdot CN = CE^2 \quad (1)$$

Chứng minh $\triangle CEO$ vuông tại E, đ- ờng cao EI
=> $CI \cdot CO = CE^2 \quad (2)$

0,25

Từ (1) và (2) => $CM \cdot CN = CI \cdot CO$

0,25

b)

$$CM \cdot CN = CI \cdot CO \Rightarrow \frac{CM}{CI} = \frac{CO}{CN}$$

	Từ đó chứng minh hai tam giác CMI và CON đồng dạng theo T.H (cgc)	0,25
	=> CIM = CNO => Tứ giác MNOI nội tiếp	0,25
	=> MNO = AIM (cùng bù với MIO) OMN = BIN (2 góc nội tiếp cùng chắn cung NO) MNO = OMN (Tam giác MNO cân tại O) => AIM = BIN	0,5
c)	C/M: Hai tam giác MIE và FID đồng dạng => IM.ID = IE.IF Tam giác CEO vuông tại E (câu a) => IC.IO = IE ² = IE.IF	0,25đ
	=> IM.ID = IC.IO => $\frac{MI}{IC} = \frac{IO}{ID}$	0,25đ
	Từ đó chứng minh : $\Delta MIC \sim \Delta OID$ (c.g.c) => ICM = IDO hay OCM = ODM => Tứ giác CMOD nội tiếp	
	=> OCD = OMD (2 góc nội tiếp cùng chắn cung OD) OCM = ODM (2 góc nội tiếp cùng chắn cung OM) ODM = OMD (Tam giác OMD cân tại O) => OCD = OCM => CO là tia phân giác của MCD	0,25đ
6	Ta có $x = \sqrt{\frac{3-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}} = \sqrt{\frac{(3-\sqrt{5})^2}{(3+\sqrt{5})(3-\sqrt{5})}} = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$ $\Rightarrow 2x = 3 - \sqrt{5} \Leftrightarrow 3 - 2x = \sqrt{5} \Leftrightarrow x^2 - 3x + 1 = 0$ Ta có: $B = x^5 - 6x^4 + 12x^3 - 4x^2 - 13x + 2014 =$ $= (x^2 - 3x + 1)(x^3 - 3x^2 + 2x + 5) + 2009$ $= 0 \cdot (x^3 - 3x^2 + 2x + 5) + 2009 = 2009$ Vậy khi $x = \sqrt{\frac{3-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}}$ thì $B = 2009$	0.25 0.25 0.25 0.25

