

Mỗi nỗ lực, dù là nhỏ nhất,  
đều **CÓ Ý NGHĨA**

$$1,01^{365} = 37,8$$
$$0,99^{365} = 0,03$$

Mỗi sự từ bỏ, dù một chút thôi,  
đều khiến mọi cố gắng trở nên **VÔ NGHĨA**

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO  
NĂNG Năm học: 2011 - 2012

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

**ĐỀ 1201**  
KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT TP.ĐÀ

**MÔN: TOÁN**

Thời gian làm bài: 120 phút

**Bài 1:** (2,0 điểm)

a) Giải phương trình:  $(2x + 1)(3 - x) + 4 = 0$

b) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} 3x - |y| = 1 \\ 5x + 3y = 11 \end{cases}$$

**Bài 2:** (1,0 điểm)

Rút gọn biểu thức  $Q = \left( \frac{\sqrt{6} - \sqrt{3}}{\sqrt{2} - 1} + \frac{5 - \sqrt{5}}{\sqrt{5} - 1} \right) : \frac{2}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$ .

**Bài 3:** (2,0 điểm)

Cho phương trình  $x^2 - 2x - 2m^2 = 0$  (m là tham số).

a) Giải phương trình khi  $m = 0$

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm  $x_1, x_2$  khác 0 và thỏa điều kiện  $x_1^2 = 4x_2^2$ .

**Bài 4:** (1,5 điểm)

Một hình chữ nhật có chu vi bằng 28 cm và mỗi đường chéo của nó có độ dài 10 cm. Tìm độ dài các cạnh của hình chữ nhật đó.

**Bài 5:** (3,5 điểm)

Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn đường kính AD.

Gọi M là một điểm di động trên cung nhỏ AB (M không trùng với các điểm A và B).

a) Chứng minh rằng MD là đường phân giác của góc BMC.

b) Cho  $AD = 2R$ . Tính diện tích của tứ giác ABDC theo R

c) Gọi K là giao điểm của AB và MD, H là giao điểm của AD và MC.

Chứng minh rằng ba đường thẳng AM, BD, HK đồng quy.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO  
NĂNG Năm học: 2011 - 2012

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT TP.ĐÀ

**MÔN: TOÁN**

## BÀI GIẢI

### Bài 1:

a)  $(2x + 1)(3 - x) + 4 = 0$  (1)  $\Leftrightarrow -2x^2 + 5x + 3 + 4 = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 5x - 7 = 0$  (2)

Phương trình (2) có  $a - b + c = 0$  nên phương trình (1) có 2 nghiệm là

$$x_1 = -1 \text{ và } x_2 = \frac{7}{2}$$

b) 
$$\begin{cases} 3x - |y| = 1 \\ 5x + 3y = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - y = 1, y \geq 0 \\ 5x + 3y = 11 \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} 3x + y = 1, y < 0 \\ 5x + 3y = 11 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - y = 1, y \geq 0 \\ 14x = 14 \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} 3x + y = 1, y < 0 \\ -4x = 8 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 1 \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} y = 7, y < 0 \\ x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 1 \end{cases}$$

**Bài 2:**  $Q = \left[ \frac{\sqrt{3}(\sqrt{2}-1)}{\sqrt{2}-1} + \frac{\sqrt{5}(\sqrt{5}-1)}{\sqrt{5}-1} \right] : \frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = [\sqrt{3} + \sqrt{5}] : \frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$

$$= \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{5})(\sqrt{5} - \sqrt{3})}{2} = 1$$

### Bài 3:

a)  $x^2 - 2x - 2m^2 = 0$  (1)

$m=0$ , (1)  $\Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x(x - 2) = 0 \Leftrightarrow x = 0$  hay  $x = 2$

b)  $\Delta' = 1 + 2m^2 > 0$  với mọi  $m \Rightarrow$  phương trình (1) có nghiệm với mọi  $m$

Theo Viet, ta có:  $x_1 + x_2 = 2 \Rightarrow x_1 = 2 - x_2$

Ta có:  $x_1^2 = 4x_2^2 \Rightarrow (2 - x_2)^2 = 4x_2^2 \Leftrightarrow 2 - x_2 = 2x_2$  hay  $2 - x_2 = -2x_2$

$\Leftrightarrow x_2 = 2/3$  hay  $x_2 = -2$ .

Với  $x_2 = 2/3$  thì  $x_1 = 4/3$ , với  $x_2 = -2$  thì  $x_1 = 4$

$\Rightarrow -2m^2 = x_1 \cdot x_2 = 8/9$  (loại) hay  $-2m^2 = x_1 \cdot x_2 = -8 \Leftrightarrow m = \pm 2$

### Bài 4: Gọi a, b là độ dài của 2 cạnh hình chữ nhật.

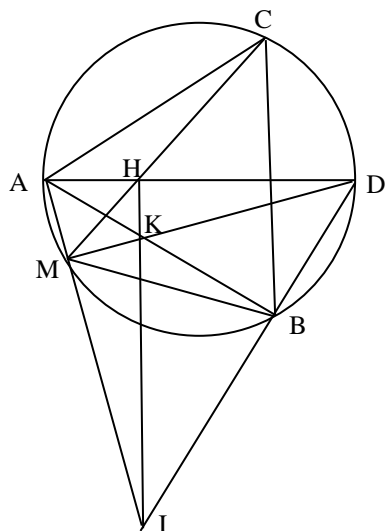
Theo giả thiết ta có:  $a + b = 14$  (1) và  $a^2 + b^2 = 10^2 = 100$  (2)

Từ (2)  $\Rightarrow (a + b)^2 - 2ab = 100$  (3). Thế (1) vào (3)  $\Rightarrow ab = 48$  (4)

Từ (1) và (4) ta có a, b là nghiệm của phương trình:  $X^2 - 14X + 48 = 0$

$$\Rightarrow a = 8 \text{ cm và } b = 6 \text{ cm}$$

### Bài 5:



a) Ta có: cung DC = cung DB chắn  $60^\circ$  nên góc CMD  
góc DMB =  $30^\circ$   
 $\Rightarrow$  MD là phân giác của góc BMC

b) Xét tứ giác ABCD có 2 đường chéo AD và BC vuông  
góc nhau nên :

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AD \cdot BC = \frac{1}{2} 2R \cdot R\sqrt{3} = R^2 \sqrt{3}$$

c) Ta có góc AMD =  $90^\circ$  (chắn  $\frac{1}{2}$  đường tròn)

Tương tự: DB  $\perp$  AB, vậy K chính là trực tâm của  $\triangle IAD$   
(I là giao điểm của AM và DB)

Xét tứ giác AHKM, ta có:

góc HAK = góc HMK =  $30^\circ$ , nên dễ dàng  $\Rightarrow$  tứ g  
này nội tiếp.

Vậy góc AHK = góc AMK =  $90^\circ$

Nên KH vuông góc với AD

Vậy HK chính là đường cao phát xuất từ I của  $\triangle IAD$

Vậy ta có AM, BD, HK đồng quy tại I.

TS. Nguyễn Phú V

(Trường THPT Vĩnh Viễn - TP.HC

### ĐỀ 1202

#### Câu 1. (3.0 điểm)

Cho biểu thức:  $P = \left( \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2} + \frac{x^2-3x}{x-\sqrt{x}-2} \right) : \left( \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{1}{x-3\sqrt{x}+2} \right)$

a) Rút gọn P

b) Tìm x để  $P > 0$ .

c) Tìm x để  $P = -2\sqrt{x^2 + 2x - 1}$

**Câu 2. (1.0 điểm)**

Tìm các số x thỏa mãn đồng thời  $x^3 + x^2 - 4x - 4 = 0$  và  $(x+1)(x^2 - 2x + 2) < 0$

**Câu 3. (2.0 điểm)** Giải bài toán bằng cách lập phương trình:

Một đoàn tàu đánh cá theo kế hoạch đánh bắt 140 tấn cá trong một thời gian dự định. Do thời tiết thuận lợi nên mỗi tuần họ đã đánh bắt vượt mức 5 tấn. Cho nên chẳng những hoàn thành kế hoạch sớm 1 tuần mà còn vượt mức kế hoạch 10 tấn. Hỏi thời gian dự định ban đầu là bao nhiêu?

**Câu 4. (4.0 điểm)** Cho đường tròn  $(O; R)$ , dây  $AB = R\sqrt{3}$  và k là điểm chính giữa của cung AB. Gọi M là điểm tùy ý trên cung nhỏ BK ( $M \neq B, K$ ). Trên tia AM lấy điểm N sao cho:  $AN = BM$ . Kẻ  $BP \parallel KM$  ( $P \in O$ ).

- a) CM: ANKP là hình bình hành.
- b) CMR: Tam giác KMN là tam giác đều
- c) Xác định vị trí của M để tổng  $(MA + MK + MB)$  có giá trị lớn nhất.
- d) Gọi E, F lần lượt là giao của đường phân giác trong và đường phân giác ngoài tại đỉnh M của tam giác MAB với đường thẳng AB. Nếu tam giác MEF cân, hãy tính các góc của tam giác MAB.

.....**Hết**.....

**HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ TỰ ÔN SỐ 01** 

**Câu 1.**

$$a / P = \frac{x^2 - 2x - 1}{x - 1}$$

$$b/ \text{ Điều kiện: } \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 1; 4 \end{cases} \cdot BPT \Leftrightarrow \frac{(x-1)^2 - 2}{x-1} = \frac{(x-1-\sqrt{2})(x-1+\sqrt{2})}{x-1} > 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 0 \leq x < 1 \\ x > 1 + \sqrt{2}; x \neq 4 \end{cases}$$

$$c/ \text{ Điều kiện: } \begin{cases} x \geq -1 + \sqrt{2} \\ x \neq 1; 4 \end{cases} \cdot PT \Leftrightarrow (x^2 + 2x - 1) - 4x = -2(x-1)\sqrt{x^2 + 2x - 1} \quad (1)$$

$$\text{Đặt } \sqrt{x^2 + 2x - 1} = y (y \geq 0). (1) \Leftrightarrow y^2 - 4x = -2(x-1)y \Leftrightarrow (y-2)(y+2x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 5 = 0 \Leftrightarrow x_1 = -1 + \sqrt{6}; x_2 = -1 - \sqrt{6} \\ y + 2x = 0 \end{cases}$$

### Câu 2:

- Phương trình có 3 nghiệm:  $x = -1; -2; 2$
- $BPT \Leftrightarrow x+1 < 0 \Rightarrow x = -2$

### Câu 3.

- Gọi thời gian dự định là  $t$  (tuần)  $t > 0$ ; Thời gian thực tế là  $(t-1)$  (tuần).
- Năng suất dự định là  $140/t$  (tấn/tuần); Năng suất thực tế  $150/(t-1)$  (tấn/tuần)
- Ta có phương trình:

$$\frac{140}{t} + 5 = \frac{150}{t-1} \Leftrightarrow t^2 - 3t - 28 = 0 \Leftrightarrow t = 7; t = -3 (\text{loại})$$

### Câu 4:

$a/ AN = PK (= BM) \cdot AP = KM$  (  $k$  là điểm chính giữa của cung  $AB$  và  $PK = BM$  )

$PK \parallel AN \Rightarrow \square ANKP$  là hình bình hành.

$$b/ \left. \begin{array}{l} KN = KM (= AP) \\ \angle NMK = 60^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle PCM$$

$$c/ (MA + MK + MB) = MA + (NM + MB) = MA + (NM + AN) = 2MA \leq 4R$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi  $MA$  là đường kính hay  $M \equiv C$  hay  $M$  là điểm chính giữa của cung bé  $BK$ .

Vậy:  $\text{Max}(MA + MK + MB) = 4R \Leftrightarrow M$  là điểm chính giữa của cung bé  $BK$ .

$d \perp \Delta MEF$  cân  $\Leftrightarrow \angle MEB = 45^\circ$  ( $H$  là điểm chính giữa của cung bé  $BC$ ).

$$\Rightarrow \angle MAB = \frac{1}{2} \text{sd } BM = \frac{1}{4} \text{sd } BD = 15^\circ \Leftrightarrow \angle AMB = 60^\circ \Leftrightarrow \angle ABM = 105^\circ$$

UBND THÀNH PHỐ HỒI D-NG  
PHÒNG GD & ĐT TP HỒI D-NG

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

**ĐỀ 1203**

## ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9

NĂM HỌC 2011- 2012

VÒNG 2 - Thời gian làm bài 150 phút

### Câu 1: (2,0 đ)

Rút gọn các biểu thức sau:

a,  $A = \frac{\sqrt[3]{17\sqrt{5}-38}}{\sqrt{5}-\sqrt{6-2\sqrt{5}}} \cdot (\sqrt{5}+2)$

b,  $B = \sqrt[3]{\frac{x^3-3x+(x^2-1)\sqrt{x^2-4}}{2}} + \sqrt[3]{\frac{x^3-3x-(x^2-1)\sqrt{x^2-4}}{2}}$ , Với  $|x| > 2$

### Câu 2: (2,0 đ)

a, Cho  $x = \frac{1}{7-4\sqrt{3}}$ . Tìm số nguyên lớn nhất không vượt quá  $x^7$

b, Tìm số nguyên  $a$  sao cho  $\sqrt{a^2+a+35} \in \mathbb{Q}$

### Câu 3: (2,5 đ)

a, Cho các số thực dương  $x, y, z$  thỏa mãn:  $x + y + z + \sqrt{xyz} = 4$ . Tính giá trị của biểu thức:

$$A = \sqrt{x(4-y)(4-z)} + \sqrt{y(4-z)(4-x)} + \sqrt{z(4-x)(4-y)} - \sqrt{xyz}$$

b, Giải phương trình:  $\sqrt{x+1} + 2(x+1) = x-1 + \sqrt{1-x} + 3\sqrt{1-x^2}$

### Câu 4: (2 đ)

Cho đường tròn tâm  $O$  với hai đường kính  $AB, CD$  không vuông góc với nhau. Qua  $C$  kẻ tiếp tuyến  $d$  với đường tròn. Gọi  $E, F$  lần lượt là chân đường vuông góc kẻ từ  $A, B$  xuống đường thẳng  $d$ . Gọi  $H$  là hình chiếu của  $C$  trên  $AB$ .

a, Chứng minh:  $CH^2 = AE \cdot BF$

b, Gọi  $I$  và  $K$  lần lượt là giao điểm của  $EO$  với  $AC$  và  $AD$ . Chứng minh

OI.KE= OK.IE

**Câu 5 : (1,5 đ)**

Cho nửa đ-òng tròn tâm O đ-òng kính  $AB = 2R$ , một điểm C chuyển động trên nửa đ-òng tròn này. Gọi H là hình chiếu của C trên AB, E và F lần l-ợt là tâm các đ-òng tròn nội tiếp các tam giác ACH và BCH. Xác định vị trí của C trên nửa đ-òng tròn tâm O để độ dài đoạn thẳng EF lớn nhất, tìm giá trị lớn nhất ấy theo R.

**ĐỀ 1204**

**ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 – TP HCM 2017-2018**

**MÔN: TOÁN CHUYÊN**

Bài 1. (2 điểm)

- Cho 2 số thực  $a, b, c$  sao cho  $a + b + c = 3$ ,  $a^2 + b^2 + c^2 = 29$  và  $abc = 11$ . Tính  $a^5 + b^5 + c^5$ .
- Cho biểu thức  $A = (m + n)^2 + 3m + n$  với  $m, n$  là các số nguyên dương. Chứng minh rằng nếu  $A$  là một số chính phương thì  $n^3 + 1$  chia hết cho  $m$ .

Bài 2. (2 điểm)

- Giải phương trình  $2(x + 2)\sqrt{3x - 1} = 3x^2 - 7x - 3$ .
- Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} x + \frac{1}{y} - \frac{10}{x} = -1 \\ 20y^2 - xy - y = 1 \end{cases}$$
.

Bài 3. (1,5 điểm)

Cho tam giác ABC có  $AB < AC < BC$ . Trên các cạnh BC, AC lần lượt lấy các điểm M, N sao cho  $AN = AB = BM$ . Các đường thẳng AM và BN cắt nhau tại K. Gọi H là hình chiếu của K lên AB. Chứng minh rằng:

- Tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC nằm trên KH.
- Các đường tròn nội tiếp tam giác ACH và BCH tiếp xúc với nhau.

Bài 4. (1,5 điểm)

Cho  $x, y$  là hai số thực dương. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = \frac{16\sqrt{xy}}{x + y} + \frac{x^2 + y^2}{xy}$ .

Bài 5. (2 điểm)

Cho tam giác ABC có góc B tù. Đường tròn (O) nội tiếp tam giác ABC tiếp xúc với



các cạnh AB, CA, BC lần lượt tại L, H và J.

- Các tia BO, CO cắt LH lần lượt tại M, N. Chứng minh 4 điểm B, C, M, N cùng thuộc một đường tròn.
- Gọi d là đường thẳng qua O và vuông góc với AJ; d cắt AJ và đường trung trực của cạnh BC lần lượt tại D và F. Chứng minh 4 điểm B, D, F, C cùng thuộc một đường tròn.

Bài 6. (1 điểm)

Trên một đường tròn có 9 điểm phân biệt, các điểm này được nối với nhau bởi các đoạn thẳng màu xanh hoặc màu đỏ. Biết rằng mỗi tam giác tạo bởi 3 trong 9 điểm chứa ít nhất một cạnh màu đỏ. Chứng minh rằng tồn tại 4 điểm sao cho 6 đoạn thẳng nối chúng đều có màu đỏ.

### ĐỀ 1205

Bài 1. (2 điểm)

- Cho 2 số thực  $a, b$  sao cho  $|a| \neq |b|$  và  $|ab| \neq 0$  thỏa mãn điều kiện:

$$\frac{a-b}{a^2+ab} + \frac{a+b}{a^2-ab} = \frac{3a-b}{a^2-b^2}. \text{ Tính giá trị của biểu thức } P = \frac{a^3+2a^2b+3b^3}{2a^3+ab^2+b^3}.$$

- Cho  $m, n$  là số nguyên dương sao cho  $5m+n$  chia hết cho  $5n+m$ . Chứng minh rằng  $m$  chia hết cho  $n$ .

Bài 2. (2 điểm)

- Giải phương trình  $x^2 - 6x + 4 + 2\sqrt{2x-1} = 0$ .

$$\text{b. Giải hệ phương trình } \begin{cases} x^3 - y^3 = 9(x+y) \\ x^2 - y^2 = 3 \end{cases}.$$

Bài 3. (1,5 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn có các đường cao  $AA_1, BB_1, CC_1$ . Gọi K là hình chiếu của A lên  $A_1B_1$ ; L là hình chiếu của B lên  $B_1C_1$ . Chứng minh rằng  $A_1K = B_1L$ .

Bài 4. (1,5 điểm)

$$\text{Cho } x, y > 0. \text{ Chứng minh rằng } \frac{x\sqrt{y} + y\sqrt{x}}{x+y} - \frac{x+y}{2} \leq \frac{1}{4}.$$

Bài 5. (2 điểm)

Cho tứ giác nội tiếp ABCD có AC cắt BD tại E. Tia AD cắt tia BC tại F. Dựng hình bình hành AEBG.

- Chứng minh  $FD.FG = FB.FE$ .
- Gọi H là điểm đối xứng của E qua AD. Chứng minh 4 điểm F, H, A, G cùng thuộc một đường tròn.

Bài 6. (1 điểm)

Nam cắt một tờ giấy ra làm 4 miếng hoặc 8 miếng rồi lấy một số miếng nhỏ đó cắt ra làm 4 hoặc 8 miếng nhỏ hơn và Nam cứ tiếp tục như thế nhiều lần. Hỏi Nam có thể cắt được 2016 miếng lớn, nhỏ hay không? Vì sao?

### ĐỀ 1206

Bài 1. (1,5 điểm)

Cho 2 số thực  $a, b$  sao cho  $ab=1$  và  $|a+b| \neq 0$ . Tính giá trị của biểu thức

$$P = \frac{1}{(a+b)^3} \left( \frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} \right) + \frac{3}{(a+b)^4} \left( \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right) + \frac{6}{(a+b)^5} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right).$$

Bài 2. (2,5 điểm)

- Giải phương trình  $2x^2 + x + 3 = 3x\sqrt{x+3}$ .
- Chứng minh rằng  $abc(a^3 - b^3)(b^3 - c^3)(c^3 - a^3) : 7$  với mọi số nguyên  $a, b, c$ .

Bài 3. (2 điểm)

Cho hình bình hành ABCD. Đường thẳng qua C vuông góc với CD cắt đường thẳng qua A vuông góc với BD tại F. Đường thẳng qua B vuông góc với AB cắt đường trung trực của AC tại E. Hai đường thẳng BC và EF cắt nhau tại K. Tính tỉ số  $\frac{KE}{KF}$ .

Bài 4. (1 điểm)

Cho hai số dương  $a, b$  thỏa mãn điều kiện  $a+b \leq 1$ . Chứng minh rằng

$$a^2 - \frac{3}{4a} - \frac{a}{b} \leq -\frac{9}{4}.$$

Bài 5. (2 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp trong đường tròn (O). Gọi M là trung điểm của cạnh BC và N là điểm đối xứng của M qua O. Đường thẳng qua A vuông góc với AN cắt đường thẳng qua B vuông góc với BC tại D. Kẻ đường kính AE.

- Chứng minh  $BA.BC = 2.BD.BE$ .
- CD đi qua trung điểm của đường cao AH của tam giác ABC.

Bài 6. (1 điểm)

Mười vận động viên tham gia cuộc thi đấu quần vợt. Cứ hai người trong họ chơi v

nhau đúng một trận. Người thứ nhất thắng  $x_1$  trận và thua  $y_1$  trận, người thứ hai thắng  $x_2$  trận và thua  $y_2$  trận, ..., người thứ mười thắng  $x_{10}$  trận và thua  $y_{10}$  trận. Biết rằng trong một trận đấu quần vợt không có kết quả hoà. Chứng minh rằng  $x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{10}^2 = y_1^2 + y_2^2 + \dots + y_{10}^2$ .

### ĐỀ 1207

Bài 1. (2 điểm)

- Giải các phương trình sau:  $x\sqrt{2x-3} = 3x-4$ .
- Cho ba số thực  $x, y, z$  thoả mãn điều kiện  $x+y+z=0$  và  $xyz \neq 0$ . Tính giá trị của biểu thức  $P = \frac{x^2}{y^2+z^2-x^2} + \frac{y^2}{z^2+x^2-y^2} + \frac{z^2}{x^2+y^2-z^2}$ .

Bài 2. (1,5 điểm)

Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x+y+\frac{1}{y}=\frac{9}{x} \\ x+y-\frac{4}{x}=\frac{4y}{x^2} \end{cases}$$

Bài 3. (1,5 điểm)

Cho tam giác ABC đều và M là điểm bất kỳ trên cạnh BC. Gọi D, E lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên cạnh AB và AC. Xác định vị trí của M để tam giác MDE có chu vi nhỏ nhất.

Bài 4. (2 điểm)

- Cho  $x, y$  là hai số thực khác 0. Chứng minh rằng  $\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2} \geq \frac{x}{y} + \frac{y}{x}$ .

- Cho  $a, b$  là hai số thực dương. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = \frac{a^2 + 3ab + b^2}{\sqrt{ab}(a+b)}$ .

Bài 5. (2 điểm)

Từ một điểm M nằm ở ngoài đường tròn (O), kẻ tiếp tuyến MA, MB với (O) (A, B là các tiếp điểm). Gọi H là giao điểm của AB và OM, I là trung điểm của MH. Đường thẳng AI cắt (O) tại điểm K (K khác A).

- Chứng minh HK vuông góc với AI.
- Tính số đo  $\angle MKB$ .

Bài 6. (1 điểm)

Tìm các cặp số nguyên  $(x, y)$  thoả mãn phương trình  $2015(x^2 + y^2) - 2014(2xy + 1) =$

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO  
TẠO  
TIỀN GIANG**

**ĐỀ THI CHÍNH THỨC**

**ĐỀ 1208**

**KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10**

**Năm học 2016 - 2017**

**MÔN THI: TOÁN**

**Thời gian: 120 phút (không kể thời gian giao  
đề)**

**Ngày thi: 11/6/2016**

**(Đề thi có 01 trang, gồm 05 bài)**

**Bài I. (3,0 điểm)**

1. Rút gọn biểu thức sau:  $A = \sqrt{2 + \sqrt{3}}^2 + \frac{1}{2 + \sqrt{3}}$ .

2. Giải phương trình và hệ phương trình sau:

a/  $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

b/  $\begin{cases} 3x - y = 7 \\ 5x + y = 9 \end{cases}$ .

3. Cho phương trình  $x^2 + 7x - 5 = 0$ . Gọi  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình, không phương trình hãy tính giá trị của biểu thức  $B = x_1^4 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_2^4$ .

**Bài II. (2,5 điểm)**

Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho parabol  $(P)$ :  $y = -\frac{1}{4}x^2$  và đường thẳng  $(d)$ :  $y = mx - m - 2$ .

- Với  $m = 1$ , vẽ đồ thị của  $(P)$  và  $(d)$  trên cùng mặt phẳng tọa độ.
- Chứng minh  $(d)$  luôn cắt  $(P)$  tại hai điểm phân biệt  $A, B$  khi  $m$  thay đổi.
- Xác định  $m$  để trung điểm của đoạn thẳng  $AB$  có hoành độ bằng 1.

**Bài III. (1,5 điểm)**

Một khu vườn hình chữ nhật có diện tích  $480m^2$ , nếu giảm chiều dài  $5m$  và tăng chiều rộng  $4m$  thì diện tích tăng  $20m^2$ . Tính các kích thước của khu vườn.

**Bài IV. (2,0 điểm)**

Cho đường tròn  $(O; R)$  có hai đường kính  $AB$  và  $CD$ . Các tia  $AC$  và  $AD$  cắt tiếp tuyến tại

của đường tròn  $(O)$  lần lượt ở  $M$  và  $N$ .

1. Chứng minh: Tứ giác  $CMND$  nội tiếp trong một đường tròn.
2. Chứng minh:  $AC \cdot AM = AD \cdot AN$ .
3. Tính diện tích tam giác  $ABM$  phần nằm ngoài đường tròn  $(O)$  theo  $R$ . Biết  $\angle BAM = 45^\circ$ .

#### **Bài V. (1,0 điểm)**

Một hình trụ có bán kính đáy  $6\text{cm}$ , diện tích xung quanh bằng  $96\pi\text{cm}^2$ . Tính thể tích hình trụ.

----- HẾT -----  
-----

*Thí sinh được sử dụng các loại máy tính cầm tay do Bộ Giáo dục và Đào tạo cho phép.  
Giám thị không giải thích gì thêm.*

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh:.....

**SỞ GD&ĐT NGHỆ AN**

**ĐỀ 1209**

**KÌ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10  
TR- ỜNG THPT CHUYÊN PHAN BỘI CHÂU  
NĂM HỌC 2007-2008**

**Để chính thức**

**Môn thi: toán (Vòng 1)**

*Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)*

Câu 1: (4 điểm)

Cho biểu thức :  $P = \frac{3x + \sqrt{9x} - 3}{x + \sqrt{x} - 2} - \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 2} - \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 1}$

- a) Rút gọn biểu thức P.
- b) Tính giá trị của P khi  $x = 3 + 2\sqrt{2}$

Câu 2: (4 điểm)

Cho phương trình:

$$2x^2 - 4mx + 2m^2 - 1 = 0 \quad (1) \quad (m \text{ là tham số})$$

- a) chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m
- b) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn:

$$2x_1^2 + 4mx_2 + 2m^2 - 1 > 0.$$

Câu 3: (4 điểm)

a) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} \sqrt{x+1} + \sqrt{y} = 4 \\ x + y = 7 \end{cases}$$

b) Cho  $x, y$  là các số dương thỏa mãn:  $x + \frac{1}{y} \leq 1$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:  $A = \frac{x}{y} + \frac{y}{x}$

Câu 4: (5 điểm)

Cho tam giác  $ABC$  cân tại  $A$  ( $\hat{A} < 90^\circ$ ) có đường cao  $BD$ . Gọi  $M, N, I$  lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng  $BC, BM$  và  $BD$ . Tia  $NI$  cắt cạnh  $AC$  tại  $K$ . Chứng minh rằng:

a) Các tứ giác  $ABMD, ABNK$  nội tiếp.

b)  $BC^2 = \frac{3}{4} AC \cdot CK$ .

Câu 5: (3 điểm)

Cho tam giác  $ABC$ . Gọi  $M$  là trung điểm của cạnh  $AC$ ,  $N$  là điểm thuộc đoạn thẳng  $MC$  sao cho  $MN = \frac{1}{2} NC$ . Biết rằng  $\angle MBN = \angle MCN$ . Chứng minh  $\angle ABN = 90^\circ$

-----hết -----

**ĐỀ 1210**

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO  
LẠNG SƠN**

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

**KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT  
NĂM HỌC 2012 – 2013**

**Môn thi: TOÁN**

**Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian giao đề)**

**Ngày thi: 27 tháng 06 năm 2012**

**Đề thi gồm: 01 trang**

**Câu I (2 điểm).**

1. tính giá trị biểu thức:

$$A = \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} + 1$$

$$B = \frac{\sqrt{12} + \sqrt{27}}{\sqrt{3}}$$

2. Cho biểu thức  $P = 2 \left( \frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1+1} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{x+\sqrt{x}-1}$

Tìm  $x$  để biểu thức  $P$  có nghĩa; Rút gọn  $P$ . Tìm  $x$  để  $P$  là một số nguyên

**Câu II (2 điểm).**

1. Vẽ đồ thị hàm số:  $y = 2x^2$

2. Cho phương trình bậc hai tham số  $m$  :  $x^2 - 2(m-1)x - 3 = 0$

a. Giải phương trình khi  $m = 2$

b. Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân

biệt  $x_1; x_2$  với mọi giá trị của  $m$ . Tìm  $m$  thỏa mãn  $\frac{x_1}{x_2^2} + \frac{x_2}{x_1^2} = m - 1$

### **Câu III (1,5 điểm).**

Trong tháng thanh niên Đoàn trường phát động và giao chỉ tiêu mỗi chi đoàn thu gom 10kg giấy vụn làm kế hoạch nhỏ. Để nâng cao tinh thần thi đua bí thư chi đoàn 10A chia các đoàn viên trong lớp thành hai tổ thi đua thu gom giấy vụn. Cả hai tổ đều rất tích cực. Tổ 1 thu gom vượt chỉ tiêu 30%, tổ hai gom vượt chỉ tiêu 20% nên tổng số giấy chi đoàn 10A thu được là 12,5 kg. Hỏi mỗi tổ được bí thư chi đoàn giao chỉ tiêu thu gom bao nhiêu kg giấy vụn?

### **Câu IV (3,5 điểm).**

Cho đường tròn tâm O, đường kính AB, C là một điểm cố định trên đường tròn khác A và B. Lấy D là điểm nằm giữa cung nhỏ BC. Các tia AC và AD lần lượt cắt tiếp tuyến Bt của đường tròn ở E và F

a, Chứng minh rằng hai tam giác ABD và BFD đồng dạng

b, Chứng minh tứ giác CDFE nội tiếp

c, Gọi  $D_1$  đối xứng với D qua O và M là giao điểm của AD và  $CD_1$  chứng minh rằng số đo góc AMC không đổi khi D chạy trên cung nhỏ BC

### **Câu V (1 điểm).**

Chứng minh rằng  $Q = x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 3x + 1 \geq 0$  với mọi giá trị của  $x$

**Đáp án :**

### **Câu I (2 điểm).**

1. A.  $\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} + 1 = \sqrt{3}$

B  $\frac{\sqrt{12} + \sqrt{27}}{\sqrt{3}} = 5$

2. ĐK :  $x > 1$

$P = \frac{2}{\sqrt{x-1}}$

Để P là một số nguyên  $\sqrt{x-1} \in U(2) = \{1; 2\}$

$\Rightarrow x = \{2; 5\}$

### **Câu II (2 điểm).**

1. HS tự vẽ

2. a)  $x = -1$  hoặc  $x = 3$

b) Có  $\Delta' = (m-1)^2 + 3 > 0 \forall m \Rightarrow$  Pt luôn có 2 nghiệm phân biệt

Theo Vi ét có :  $x_1 + x_2 = 2m - 2$

$$x_1 \cdot x_2 = -3$$

Theo đề bài :  $\frac{x_1}{x_2^2} + \frac{x_2}{x_1^2} = m - 1$

$$\Rightarrow x_1^3 + x_2^3 = (m-1)(x_1 x_2)^2 \Rightarrow (x_1 + x_2) \left[ (x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2 \right] = (m-1)(x_1 x_2)^2$$

$$\Rightarrow (2m-2) \left[ (2m-2)^2 - 3 \cdot (-3) \right] = (m-1)(-3)^2 \Rightarrow (2m-2) \left[ 4m^2 - 8m + 13 \right] = 9(m-1)$$

$$\Rightarrow 8m^3 - 16m^2 + 26m - 8m^2 + 16m - 26 - 9m + 9 = 0 \Rightarrow 8m^3 - 24m^2 + 33m - 17 = 0$$

$$\Rightarrow (m-1)(8m^2 - 16m + 17) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ 8m^2 - 16m + 17 = 0 (Vn) \end{cases}$$

Vậy  $m = 1$  là giá trị cần tìm

### Câu III (1,5 điểm).

Gọi số kg giấy vụn tổ 1 được bí thư chi đoàn giao là  $x$  (kg) (Đk :  $0 < x < 10$ )

Số kg giấy vụn tổ 2 được bí thư chi đoàn giao là  $y$  (kg) (Đk :  $0 < x < 10$ )

Theo đầu bài ta có hpt:  $\begin{cases} x + y = 10 \\ 1,3x + 1,2y = 12,5 \end{cases}$

Giải hệ trên ta được :  $(x; y) = (5; 5)$

Trả lời : số giấy vụn tổ 1 được bí thư chi đoàn giao là 5 kg

Số giấy vụn tổ 2 được bí thư chi đoàn giao là 5 kg

### Câu IV (3,5 điểm).

1.  $\triangle ABD$  và  $\triangle BFD$

có :  $\angle ADB = \angle BDF = 90^\circ$

$\angle BAD = \angle DBF$  ( Cùng chắn cung BD)

$\Rightarrow \triangle ABD \sim \triangle BFD$

2. Có :  $\angle E = (\text{SđAB} - \text{SđBC}) : 2$  ( Góc ngoài đường tròn)

$$= \text{SđAC} : 2$$

$$= \angle CDA$$

$\Rightarrow$  Tứ giác CDFE nội tiếp

3. Dễ dàng chứng minh được tứ giác  $ADBD_1$  là hình chữ nhật

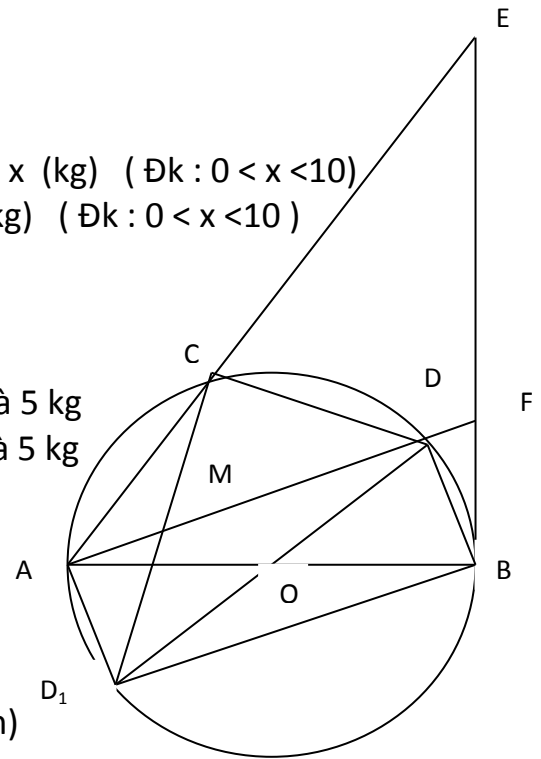
Có :  $\angle AMC = \angle AD_1M + \angle MAD_1$  ( Góc ngoài tam giác  $AD_1M$ )

$$= (\text{SđAC} : 2) + 90^\circ$$

Mà AC cố định nên cung AC cố định  $\Rightarrow \angle AMC$  luôn không đổi khi D chạy trên cung nhỏ BC

### Câu V (1 điểm).

$$Q = x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 3x + 1$$





$$\begin{aligned}
&= (x^4 - 2x^3 + x^2) + (1 - 3x + 3x^2 - x^3) \\
&= x^2(x-1)^2 + (1-x)^3 \\
&= (1-x)^2(x^2 - x + 1) = (1-x)^2\left(x^2 - x + \frac{1}{4} + \frac{3}{4}\right) = (1-x)^2\left[\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}\right] \geq 0 \forall x
\end{aligned}$$

**ĐỀ 1211**

SỞ GD&ĐT VINH  
PHÚC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT NĂM HỌC  
2011 – 2012  
ĐỀ THI MÔN: TOÁN

**PHẦN II. TỰ LUẬN (8 điểm)**

**Câu 5. (2.0 điểm)** Giải hệ phương trình  $\begin{cases} x - y = 0 \\ x^2 - 2y + 1 = 0 \end{cases}$

**Câu 6. (1.5 điểm)** Cho phương trình  $x^2 - 2mx + m^2 - 1 = 0$  (x là ẩn, m là tham số).

- Giải phương trình với  $m = -1$
- Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt
- Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm  $x_1, x_2$  sao cho tổng  $P = x_1^2 + x_2^2$  đạt giá trị nhỏ nhất.

**Câu 7. (1.5 điểm)** Một hình chữ nhật ban đầu có chu vi bằng 2010 cm. Biết rằng nếu tăng chiều dài của hình chữ nhật thêm 20 cm và tăng chiều rộng thêm 10 cm thì diện tích hình chữ nhật ban đầu tăng lên 13 300 cm<sup>2</sup>.

Tính chiều dài, chiều rộng của hình chữ nhật ban đầu.

**Câu 8. (2.0 điểm)** Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, không là tam giác cân,  $AB < AC$  và nội tiếp đường tròn tâm O, đường kính BE. Các đường cao AD và BK của tam giác ABC cắt nhau tại điểm H. Đường thẳng BK cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là F. Gọi I là trung điểm của cạnh AC. Chứng minh rằng:

- Tứ giác AFEC là hình thang cân.
- $BH = 2OI$  và điểm H đối xứng với F qua đường thẳng AC.

**Câu 9. (2.0 điểm)** Cho a, b, c là ba số thực dương thỏa mãn điều kiện  $a + b + c = 1$ . Tìm giá trị

lớn nhất của biểu thức:  $P = \sqrt{\frac{ab}{c+ab}} + \sqrt{\frac{bc}{a+bc}} + \sqrt{\frac{ca}{b+ca}}$ .

-----HẾT-----

**Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!**

Họ và tên thí sinh:.....Số báo danh:.....

**ĐỀ 1212**

**TUYỂN SINH THI THỬ VÀO 10 THPT 2008 – 2009**

**KỲ THI THỬ VÒNG 1**

**TRƯỜNG THCS THÁI THỊNH – ĐỒNG ĐA - HÀ NỘI**

*Ngày thi 22-5-2008 Thời gian 120 phút*

**Bài 1 (2,5 điểm )**

Cho

a) rút gọn P

b) Tính giá trị của P biết  $x = \frac{2}{2 - \sqrt{3}}$

c) Tìm x để  $\frac{1}{P} \leq -\frac{5}{2}$

**Bài 2 ( 2 điểm )** Giải toán bằng cách lập phương trình:

Một bè nửa trôi tự do ( với vận tốc bằng vận tốc dòng nước ) và một ca nô cùng rời bến A để xuôi dòng sông. Ca nô xuôi dòng được 144km thì quay trở về bên A ngay. Trên đường ca nô trở về bến A, khi còn cách bến A 36km thì gặp bè nửa nói trên. Tìm vận tốc riêng của ca nô biết vận tốc của dòng nước là 2km/h.

**Bài 3 (1,5 điểm )**

Cho Parabol (P):  $y = \frac{1}{4}x^2$  và đường thẳng (d) qua 2 điểm A và B trên (P) có hoành độ lần lượt là -2 và 4.

a) Viết phương trình đường (d).

b) Tìm vị trí của điểm M trên cung AB của (P) tương ứng hoành độ  $x \in [-2;4]$  sao cho tam giác AMB có diện tích lớn nhất.

**Bài 4 ( 3 điểm )**

Cho tam giác ABC có góc A tù, đường tròn (O) đường kính AB cắt đường tròn (O') đường kính AC tại giao điểm thứ hai là H. Một đường thẳng (d) quay quanh A cắt (O) và (O') lần lượt tại M và N sao cho A nằm giữa M và N.

a) Chứng minh C, H, B thẳng hàng và tứ giác BCNM là hình thang vuông.

b) chứng minh  $\frac{HM}{HN} = \frac{AB}{AC}$

c) Gọi I là trung điểm của MN, K là trung điểm của BC. Chứng minh bốn điểm A, H, K, I cùng thuộc một đường tròn cố định.

d) Xác định vị trí của đường thẳng (d) để diện tích tam giác HMN lớn nhất.

### Bài 5 ( 1 điểm )

Cho  $x, y, z > 0$  và  $x+y+z=1$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$Q = \frac{1}{x} + \frac{4}{y} + \frac{9}{z}$$

## ĐỀ 1213

**SỞ GIÁO DỤC- ĐÀO TẠO  
QUẢNG NGÃI**

**KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT  
Năm học 2009 - 2010**

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

**Môn thi : Toán**

Thời gian làm bài: 120 phút

### Bài 1. (1,5 điểm).

1. Thực hiện phép tính :  $A = 3\sqrt{2} - 4\sqrt{9.2}$

2. Cho biểu thức  $P = \left( \frac{a + \sqrt{a}}{\sqrt{a} + 1} + 1 \right) \left( \frac{a - \sqrt{a}}{\sqrt{a} - 1} - 1 \right)$  với  $a \geq 0; a \neq 1$ .

a) Chứng minh  $P = a - 1$ .

b) Tính giá trị của P khi  $a = \sqrt{4 + 2\sqrt{3}}$ .

### Bài 2. (2,5 điểm).

1. Giải phương trình  $x^2 - 5x + 6 = 0$

2. Tìm m để phương trình  $x^2 - 5x - m + 7 = 0$  có hai nghiệm  $x_1; x_2$  thỏa mãn hệ thức  $x_1^2 + x_2^2 = 13$ .

3. Cho hàm số  $y = x^2$  có đồ thị (P) và đường thẳng (d) :  $y = -x + 2$

a) Vẽ (P) và (d) trên cùng một hệ trục tọa độ.

b) Bằng phép tính hãy tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d).

### Bài 3. (1,5 điểm).

Hai vòi nước cùng chảy vào một cái bể không có nước thì trong 5 giờ sẽ đầy bể. Nếu vòi thứ nhất chảy trong 3 giờ và vòi thứ hai chảy trong 4 giờ thì được  $\frac{2}{3}$  bể nước.

Hỏi nếu mỗi vòi chảy một mình thì trong bao lâu mới đầy bể ?

**Bài 4.** (3,5 điểm).

Cho đường tròn (O; R) và một điểm S nằm bên ngoài đường tròn. Kẻ các tiếp tuyến SA, SB với đường tròn (A, B là các tiếp điểm). Một đường thẳng đi qua S (không đi qua tâm O) cắt đường tròn (O; R) tại hai điểm M và N với M nằm giữa S và N. Gọi H là giao điểm của SO và AB; I là trung điểm MN. Hai đường thẳng OI và AB cắt nhau tại E.

- Chứng minh IHSE là tứ giác nội tiếp đường tròn.
- Chứng minh  $OI.OE = R^2$ .
- Cho  $SO = 2R$  và  $MN = R\sqrt{3}$ . Tính diện tích tam giác ESM theo R.

**Bài 5.** (1,0 điểm).

Giải phương trình  $\sqrt{2010-x} + \sqrt{x-2008} = x^2 - 4018x + 4036083$

----- Hết -----

**Ghi chú : Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm**

Họ và tên thí sinh.....Số báo danh.....

Giám thị 1 : .....Giám thị 2 : .....

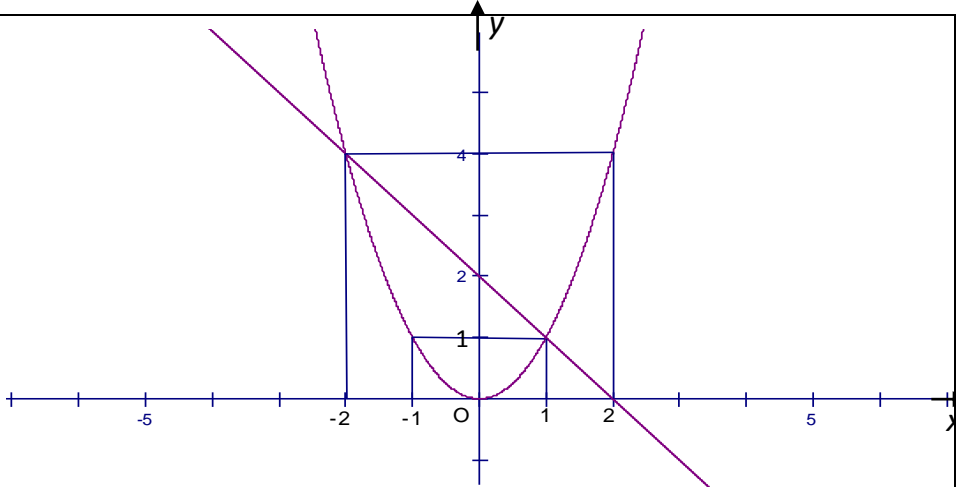
**SỞ GIÁO DỤC- ĐÀO TẠO  
QUẢNG NGÃI**

**KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT  
Năm học 2009 - 2010**

**HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ CHÍNH THỨC  
MÔN TOÁN**

Tóm tắt cách giải	Biểu điểm
<b>Bài 1 :</b> (1,5 điểm) <b>Bài 1.1</b> (0,5 điểm) $3\sqrt{2} - 4\sqrt{9 \cdot 2} = 3\sqrt{2} - 12\sqrt{2}$ $= -9\sqrt{2}$ <b>Bài 1.2.</b> (1,0 điểm) a) Chứng minh $P = a - 1$ :	   0,25điểm 0,25điểm

$P = \left( \frac{a + \sqrt{a}}{\sqrt{a} + 1} + 1 \right) \left( \frac{a - \sqrt{a}}{\sqrt{a} - 1} - 1 \right) = \left( \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a} + 1)}{\sqrt{a} + 1} + 1 \right) \left( \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a} - 1)}{\sqrt{a} - 1} - 1 \right)$ $= (\sqrt{a} + 1)(\sqrt{a} - 1) = a - 1$ <p>Vậy <math>P = a - 1</math></p> <p>b) Tính giá trị của P khi <math>a = \sqrt{4 + 2\sqrt{3}}</math></p> $a = \sqrt{4 + 2\sqrt{3}} = \sqrt{3 + 2\sqrt{3} + 1} = \sqrt{(\sqrt{3} + 1)^2} = \sqrt{3} + 1$ $P = a - 1 = \sqrt{3} + 1 - 1 = \sqrt{3}$	0,25 điểm                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

 <p><b>b)</b> Hoành độ giao điểm của (P) và (d) là nghiệm của phương trình : <math>x^2 + x - 2 = 0</math> ; Giải phương trình ta được <math>x_1 = 1</math> và <math>x_2 = -2</math>          Vậy tọa độ giao điểm là <math>(1 ; 1)</math> và <math>(-2 ; 4)</math></p>	<p>0,5 điểm</p> <p>0,25 điểm</p> <p>0,25 điểm</p>
<p><b>Bài 3 (1,5 điểm)</b>          Gọi thời gian vòi thứ nhất chảy một mình đầy bể nước là <math>x</math> (h) và thời gian vòi thứ hai chảy một mình đầy bể nước là <math>y</math> (h).          Điều kiện : <math>x, y &gt; 5</math>.          Trong một giờ, vòi thứ nhất chảy được <math>\frac{1}{x}</math> bể.          Trong một giờ vòi thứ hai chảy được <math>\frac{1}{y}</math> bể.          Trong một giờ cả hai vòi chảy được : <math>\frac{1}{5}</math> bể.          Theo đề bài ta có hệ phương trình :</p> $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{5} \\ \frac{3}{x} + \frac{4}{y} = \frac{2}{3} \end{cases}$ <p>Giải hệ phương trình ta được <math>x = 7,5 ; y = 15</math> ( thích hợp )          Trả lời : Thời gian vòi thứ nhất chảy một mình đầy bể nước là 7,5 (h) (hay 7 giờ 30 phút ).          Thời gian vòi thứ hai chảy một mình đầy bể nước là 15 (h).</p>	<p>0,25 điểm</p> <p>0,25 điểm</p> <p>0,5 điểm</p> <p>0,25 điểm</p> <p>0,25 điểm</p>
	<p>0,5 điểm</p>

**Bài 4** (3,5 điểm)

Vẽ hình đúng

0,25 điểm

0,25 điểm

0,25 điểm

0,25 điểm

**a)** Chứng minh tứ giác IHSE nội tiếp trong một đường tròn :

0,25 điểm

Ta có  $SA = SB$  ( tính chất của tiếp tuyến)Nên  $\triangle SAB$  cân tại S

0,25 điểm

Do đó tia phân giác SO cũng là đường cao  $\Rightarrow SO \perp AB$ I là trung điểm của MN nên  $OI \perp MN$ 

0,25 điểm

Do đó  $\angle SHE = \angle SIE = 1V$ 

0,25 điểm

 $\Rightarrow$  Hai điểm H và I cùng nhìn đoạn SE dưới 1 góc vuông nên tứ giác IHSE nội tiếp đường tròn đường kính SE

0,25 điểm

**b)**  $\triangle SOI$  đồng dạng  $\triangle EOH$  ( g.g)

0,25 điểm

$$\Rightarrow \frac{OI}{OH} = \frac{OS}{OE} \Rightarrow OI.OE = OH.OS$$

0,25 điểm

mà  $OH.OS = OB^2 = R^2$  ( hệ thức lượng trong tam giác vuông SOB)

$$\text{nên } OI.OE = R^2$$

0,25 điểm

$$\text{c) Tính được } OI = \frac{R}{2} \Rightarrow OE = \frac{R^2}{OI} = 2R \Rightarrow EI = OE - OI = \frac{3R}{2}$$

$\text{Mặt khác SI} = \frac{\sqrt{SO^2 - OI^2}}{2} = \frac{R\sqrt{15}}{2}$ $\Rightarrow SM = SI - MI = \frac{R\sqrt{3}(\sqrt{5} - 1)}{2}$ $\text{Vậy } S_{\text{ESM}} = \frac{SM \cdot EI}{2} = \frac{R^2 3\sqrt{3}(\sqrt{5} - 1)}{8}$	
<p><b>Bài 5</b> (1,0 điểm)</p> <p>Phương trình : <math>\sqrt{2010-x} + \sqrt{x-2008} = x^2 - 4018x + 4036083</math> (*)</p> <p>Điều kiện <math>\begin{cases} 2010-x \geq 0 \\ x-2008 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 2008 \leq x \leq 2010</math></p> <p>Áp dụng tính chất <math>(a+b)^2 \leq 2(a^2+b^2)</math> với mọi a, b</p> <p>Ta có : <math>(\sqrt{2010-x} + \sqrt{x-2008})^2 \leq 2(2010-x+x-2008) = 4</math></p> $\Rightarrow \sqrt{2010-x} + \sqrt{x-2008} \leq 2 \quad (1)$ <p>Mặt khác <math>x^2 - 4018x + 4036083 = (x-2009)^2 + 2 \geq 2 \quad (2)</math></p> <p>Từ (1) và (2) ta suy ra : (*)</p> $\Leftrightarrow \sqrt{2010-x} + \sqrt{x-2008} = (x-2009)^2 + 2 = 2$ $\Leftrightarrow (x-2009)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 2009 \text{ (thích hợp)}$ <p>Vậy phương trình có một nghiệm duy nhất là <math>x = 2009</math></p>	<p>0,25 điểm</p> <p>0,25 điểm</p> <p>0,25 điểm</p> <p>0,25 điểm</p>

**Ghi chú:**

- Hướng dẫn chấm chỉ trình bày một trong các cách giải, mọi cách giải khác nếu đúng vẫn cho điểm tối đa theo biểu điểm qui định ở từng bài.
- Đáp án có chỗ còn trình bày tóm tắt, biểu điểm có chỗ còn chưa chi tiết cho từng bước biến đổi, lập luận; tổ giám khảo cần thảo luận thống nhất trước khi chấm.
- Điểm toàn bộ bài không làm tròn số.

**ĐỀ 1214**

Sở giáo dục và đào tạo  
thanh hoá

Kỳ thi vào lớp 10 thpt chuyên lam sơn  
năm học: 2010 – 2011

**Đề chính thức**

**Môn: TOÁN**

(Dành cho thí sinh thi vào lớp chuyên Tin)



**Câu I. (2,5 điểm)**

1. Cho  $m = \sqrt[3]{\sqrt{3+2\sqrt{2}} - \sqrt{3-2\sqrt{2}}} - 1$ ,  $n = \sqrt[3]{\sqrt{17+12\sqrt{2}} + \sqrt{17-12\sqrt{2}}} + 2$ .

Tính giá trị biểu thức  $T = 2(20m + 6n)^2 - 38$ .

2. Giải phương trình:  $2(x^2 + \frac{1}{x^2}) - 7(x + \frac{1}{x}) + 9 = 0$ .

**Câu II. (2,5 điểm)**

Cho hệ phương trình:  $\begin{cases} x + y = 2a + 1 \\ x^2 + y^2 = 2a^2 + 4a - 1 \end{cases}$  (với  $a$  là tham số).

1. Giải hệ khi  $a = 1$ .

2. Tìm  $a$  để hệ đã cho có nghiệm  $(x; y)$  thỏa mãn tích  $x.y$  đạt giá trị nhỏ nhất.

**Câu III. (1,0 điểm)**

Cho  $a, b, c$  là độ dài ba cạnh của một tam giác. Chứng minh rằng phương trình  $x^2 + (a+b+c)x + ab + bc + ca = 0$  vô nghiệm.

**Câu IV. (3,0 điểm)**

Cho tam giác  $ABC$  cân tại  $A$  có  $\angle BAC = 150^\circ$ .

Dựng các tam giác  $AMB$  và  $ANC$  sao cho các tia  $AM$  và  $AN$  nằm trong góc  $BAC$  thỏa mãn  $\angle ABM = \angle ACN = 90^\circ$ ,  $\angle NAC = 60^\circ$

và  $\angle MAB = 30^\circ$ . Trên đoạn  $MN$  lấy điểm  $D$  sao cho  $ND = 3MD$ .

Đường thẳng  $BD$  cắt các đường thẳng  $AM$  và  $AN$  theo thứ tự tại  $K$  và  $E$ . Gọi  $F$  là giao điểm của  $BC$  với  $AN$ .

Chứng minh rằng:

1. Tam giác  $NEC$  cân.

2.  $KF \parallel CD$ .

**Câu V. (1,0 điểm)**

Giải phương trình  $(2x - y - 2)^2 = 7(x - 2y - y^2 - 1)$  trên tập số nguyên.

-----Hết-----

( Giám thị không giải thích gì thêm )

Họ và tên thí sinh: ..... Chữ ký của giám thị 1: .....

Số báo danh : ..... Chữ ký của giám thị 2: .....

Sở giáo dục và đào tạo Kỳ thi tuyển sinh vào lớp 10 THPT chuyên Lam Sơn

Thanh hoá

năm học 2010 - 2011

**H- ướng dẫn chấm đề thi chính thức**

**Môn: Toán ( Dành cho thí sinh thi vào lớp chuyên Tin)**

*Ngày thi: 20 tháng 6 năm 2010*

(Đáp án này gồm có 04 trang)

Câu	ý	Nội dung	Điểm
<b>I</b> (2.5điểm)	<b>1.</b> (1,5điểm)	Biến đổi $m = \sqrt[3]{\sqrt{(\sqrt{2}+1)^2} - \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2}} - 1 = 1$	0,5
		$n = \sqrt[3]{\sqrt{(3+2\sqrt{2})^2} + \sqrt{(3-2\sqrt{2})^2}} + 2 = 2$	0,5
		Do đó: $T = 2(20+12)^2 - 38 = 2010$	0,5
	<b>2.</b> (1,0điểm)	<p>Điều kiện <math>x \neq 0</math>. Đặt <math>t = x + \frac{1}{x}</math> ta đ- ợc:</p> $2t^2 - 7t + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = \frac{5}{2} \end{cases}$ <p>+ Với <math>t = 1</math> khi đó <math>x^2 - x + 1 = 0</math> (vô nghiệm)</p> <p>+ Với <math>t = \frac{5}{2}</math> khi đó <math>2x^2 - 5x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2; \quad x = \frac{1}{2}</math></p> <p>Vậy <math>S = \left\{ \frac{1}{2}; 2 \right\}</math> là tập nghiệm của ph- ơng trình.</p>	<p>0,5</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
<b>II</b> (2.5điểm)	<b>1.</b> (1.0điểm)	Khi $a = 1$ , hệ trở thành:	0,75
		$\begin{cases} x + y = 3 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 3 \\ xy = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$	
		Vậy với $a = 1$ , hệ đã cho có 2 nghiệm $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}; \quad \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$	0,25

	<b>2.</b> <b>(1,5điểm)</b>	$\begin{cases} x + y = 2a + 1 \quad (1) \\ x^2 + y^2 = 2a^2 + 4a - 1 \quad (2) \end{cases}$ <p>Từ (1) ta có: <math>y = 2a + 1 - x</math></p> <p>Thay vào (2) ta đ- ợc: <math>x^2 - (2a + 1)x + a^2 + 1 = 0 \quad (3)</math></p> <p>Hệ đã cho có nghiệm <math>\Leftrightarrow (3)</math> có nghiệm <math>\Leftrightarrow \Delta \geq 0</math></p> $\Leftrightarrow 4a - 3 \geq 0 \Leftrightarrow a \geq \frac{3}{4}.$	0,25
		Với $a \geq \frac{3}{4}$ hệ đã cho có nghiệm. Khi đó, từ hệ đã cho ta có:	0,25
		$xy = a^2 + 1$	
		Vì $a \geq \frac{3}{4}$ nên $a^2 + 1 \geq \frac{25}{16}$ . Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow a = \frac{3}{4}$ .	0,5
		Vậy $\min(xy) = \frac{25}{16}$	
<b>III</b> <b>(1.0điểm)</b>		$\begin{aligned} \Delta &= (a + b + c)^2 - 4(ab + bc + ca) \\ &= a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2bc - 2ca \\ &= a(a - b - c) + b(b - c - a) + c(c - a - b) \end{aligned}$	0,5
		<p>Do <math>a, b, c</math> là độ dài ba cạnh của một tam giác nên</p> $a < b + c, \quad b < c + a, \quad c < a + b$ <p>khi đó</p> $a - b - c < 0, \quad b - c - a < 0, \quad c - a - b < 0$ <p>suy ra <math>\Delta &lt; 0</math></p> <p>Vậy phương trình đã cho vô nghiệm.</p>	0,5

IV (3.0điểm)	1. (1,5điểm)	<div data-bbox="678 92 1230 383"></div> <p>Do <math>BAE = BAC - CAN = 150^0 - 60^0 = 90^0</math> nên</p> $BM // AE \Rightarrow \frac{NE}{BM} = \frac{DN}{DM} = 3 \Rightarrow NE = 3BM.$ <p>Xét hai tam giác vuông <math>BAM</math> và <math>CAN</math>, ta có:</p> $BM = AB.\tan 30^0 = \frac{AB}{\sqrt{3}}, CN = AC.\tan 60^0 = AC\sqrt{3}$ <p>Do <math>AB = AC</math> nên <math>CN = 3BM \Rightarrow CN = NE</math> hay tam giác <math>NEC</math> cân tại <math>N</math>.</p>	0,5  0,5  0,5
	2. (1,5điểm)	<p>Vì tam giác <math>NEC</math> cân tại <math>N</math> có <math>ANC = 30^0</math> nên <math>NEC = 15^0</math> Tam giác <math>ABC</math> cân tại <math>A</math> mà <math>BAC = 150^0 \Rightarrow ABC = 15^0 \Rightarrow ABC = AEC</math>, hay tứ giác <math>ABEC</math> nội tiếp, suy ra <math>CBE = CAE = 60^0</math>.</p> <p>Kết hợp với <math>KAF = BAF - BAK = 90^0 - 30^0 = 60^0</math>, ta có tứ giác <math>ABKF</math> nội tiếp</p> <p>Mặt khác: <math>FAB = 90^0</math> nên <math>FKB = 90^0</math> hay <math>FK \perp BE</math>. Do tứ giác <math>ABEC</math> nội tiếp nên <math>BCE = BAE = 90^0</math>.</p> <p>Tam giác vuông <math>BCE</math> có <math>CBE = 60^0</math> nên <math>BE = 2BC</math> Lại có: <math>\frac{BD}{BE} = \frac{DM}{MN} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{BD}{2BC} = \frac{1}{4} \Rightarrow BC = 2BD</math> suy ra <math>\triangle BDC</math> đồng dạng với <math>\triangle BCE</math> Do đó: <math>BDC = BCE = 90^0</math> hay <math>CD \perp BE</math>. Vậy <math>KF // CD</math>.</p>	0,5  0,25       0,5  0,25

		$(2x - y - 2)^2 = 7(x - 2y - y^2 - 1) \quad (1)$ $(1) \Leftrightarrow 2(2x - y - 2)^2 = 14(x - 2y - y^2 - 1)$ $\Leftrightarrow 2(2x - y - 2)^2 - 7(2x - y - 2) + 7(2y^2 + 3y) = 0 \quad (2)$ <p>Đặt <math>t = 2x - y - 2</math> (ĐK <math>t \in \mathbb{Z}</math>) thì ph-ong trình (2) trở thành:</p> $2t^2 - 7t + 7(2y^2 + 3y) = 0 \quad (3)$ <p>Nếu <math>y = -1</math> thay vào ph-ong trình (1) ta đ-ợc <math>(2x - 1)^2 = 7x</math></p> $\Leftrightarrow 4x^2 - 11x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{11 + \sqrt{105}}{8} \\ x = \frac{11 - \sqrt{105}}{8} \end{cases}$ <p>(không thoả mãn vì <math>x \notin \mathbb{Z}</math>)</p> <p>Nếu <math>y \leq -2</math> hoặc <math>y \geq 0</math> thì <math>2y^2 + 3y = y(2y + 3) \geq 0</math></p> <p>Từ ph-ong trình (3) suy ra <math>2t^2 - 7t \leq 0 \Leftrightarrow t(2t - 7) \leq 0</math>.</p> <p><math>\Rightarrow 0 \leq t \leq 3</math> (do <math>t \in \mathbb{Z}</math>).</p> <p>Mặt khác, theo ph-ong trình (3) thì <math>t</math> phải chia hết cho 7 nên <math>t = 0</math></p> <p>Suy ra <math>y(2y + 3) = 0 \Rightarrow y = 0</math>. Thử lại, ta thấy <math>\begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases}</math> thoả</p> <p>mãn ph-ong trình (1).</p> <p>Vậy ph-ong trình đã cho có nghiệm nguyên là: <math>\begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases}</math></p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>

**Ghi chú:**

**\* Câu hình học:**

- Nếu học sinh không vẽ hình hoặc vẽ sai cơ bản thì không chấm điểm.
- Nếu học sinh không chứng minh mà thừa nhận các kết quả của ý trên để giải ý d-ới thì không chấm điểm ý d-ới.

**\* Các cách giải khác nếu đúng vẫn cho điểm tối đa t-ong ứng**

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO  
THÀNH PHỐ ĐÀ NẴNG**

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

**ĐỀ 1215**

**KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10  
THPT CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN NĂM 2016**

**MÔN THI : TOÁN**

Thời gian : 150 phút (không tính thời gian giao đề)

**Bài 1. (1,5 điểm)**

Cho biểu thức  $P = \frac{a}{a+1} + \sqrt{1+a^2 + \frac{a^2}{(a+1)^2}}$  với  $a \neq -1$ .

Rút gọn biểu thức P và tính giá trị của P khi  $a = 2016$ .

**Bài 2. (2,0 điểm)**

a) Tìm tất cả các số nguyên dương k và số thực x sao cho :

$$(k-1)x^2 + 2(k-3)x + k - 2 = 0$$

b) Tìm tất cả các số nguyên dương x và số nguyên tố p sao cho :

$$x^5 + x^4 + 1 = p^2$$

**Bài 3. (2,5 điểm)** Giải các phương trình sau :

a)  $(17-6x)\sqrt{3x-5} + (6x-7)\sqrt{7-3x} = 2 + 8\sqrt{36x-9x^2-35}$

b)  $\sqrt{x^2-3x+2} = \sqrt{10x-20} - \sqrt{x-3}$

**Bài 4. (1,5 điểm)**

Cho tam giác ABC có  $\angle BAC > 90^\circ$ ,  $AB < AC$  và nội tiếp đường tròn tâm O. Trung tuyến AM của tam giác ABC cắt (O) tại điểm thứ hai là D. Tiếp tuyến của (O) tại D cắt đường thẳng BC tại S. Trên cung nhỏ DC của (O) lấy điểm E, đường thẳng SE cắt (O) tại điểm thứ hai là F. Gọi P, Q lần lượt là giao điểm của các đường thẳng AE, AF với BC.

a) Chứng minh MODS là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh  $QB = PC$ .

**Bài 5. (1,0 điểm)**

Cho tam giác ABC vuông tại A có  $AB < AC$ . Đường tròn tâm I nội tiếp tam giác ABC và tiếp xúc với cạnh AC tại D. Gọi M là trung điểm của AC, đường thẳng IM cắt AB tại N. Chứng minh tứ giác IBND là hình bình hành.

**Bài 6. (1,5 điểm)**

Người ta dùng một số quân cờ hình tetromino gồm 4

ô vuông kích thước  $1 \times 1$ , hình chữ L,

có thể xoay hoặc lật ngược như hình

1 để ghép phủ kín một bàn cờ hình vuông kích thước  $n \times n$  ( $n$  là số nguyên dương)

gồm  $n^2$  ô vuông

kích thước  $1 \times 1$  như hình 2 theo

hai qui tắc sau:

**Hình 1**

**Hình 2**

i/ Với mỗi quân cờ sau khi ghép

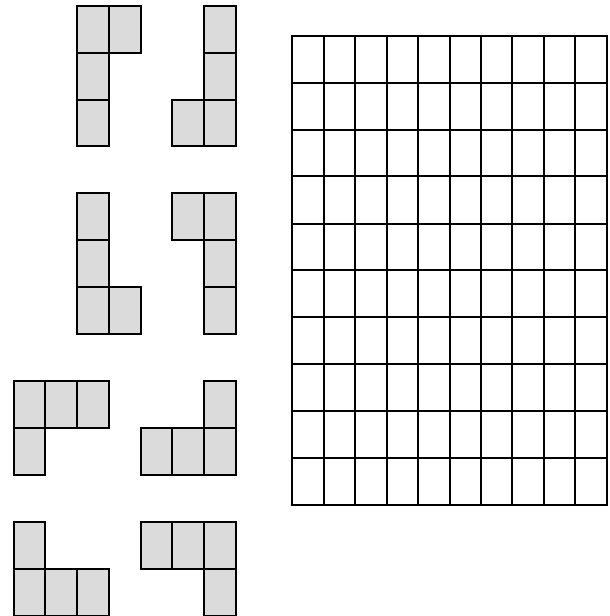
vào bàn cờ, các ô

vuông của nó phải trùng với các ô vuông của bàn cờ.

ii/ Không có hai quân cờ nào mà sau khi ghép vào bàn cờ chúng kê lên nhau.

a) Khi  $n = 4$ , hãy chỉ ra một cách ghép phủ kín bàn cờ (có thể minh hoạ bằng hình vẽ).

b) Tìm tất cả các giá trị của  $n$  để có thể ghép phủ kín bàn cờ.



-----HẾT-----

**ĐÁP ÁN**

**Bài 1.**

$$\begin{aligned}
P &= \frac{a}{a+1} + \sqrt{1+a^2 + \frac{a^2}{(a+1)^2}} \\
&= \frac{a}{a+1} + \sqrt{(a+1)^2 + \frac{a^2}{(a+1)^2} - 2a} \\
&= \frac{a}{a+1} + \sqrt{\left(a+1 - \frac{a}{a+1}\right)^2} \\
&= \frac{a}{a+1} + \left|a+1 - \frac{a}{a+1}\right|
\end{aligned}$$

$$\text{Ta có: } a+1 - \frac{a}{a+1} = \frac{(a+1)^2 - a}{a+1} = \frac{a^2 + a + 1}{a+1} = \frac{\left(a + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}}{a+1}$$

$$\text{- Xét } a > -1 \Leftrightarrow a+1 > 0 \Rightarrow a+1 - \frac{a}{a+1} > 0$$

$$\text{Khi đó: } P = \frac{a}{a+1} + a+1 - \frac{a}{a+1} = a+1$$

$$\text{- Xét } a < -1 \Leftrightarrow a+1 < 0 \Rightarrow a+1 - \frac{a}{a+1} < 0$$

$$\text{Khi đó: } P = \frac{a}{a+1} + \frac{a}{a+1} - (a+1) = \frac{2a}{a+1} - (a+1) = \frac{2a - (a+1)^2}{a+1} = \frac{-a^2 - 1}{a+1}$$

$$\text{Vì } a = 2016 > -1 \Rightarrow P = a+1 = 2016+1 = 2017$$

## Bài 2.

$$\text{a) } (k-1)x^2 + 2(k-3)x + k-2 = 0 (*)$$

$$\text{- Xét } k=1 \text{ có: } (*) \Leftrightarrow -4x-1=0 \Leftrightarrow x = \frac{-1}{4}$$

- Xét  $k \neq 1$  có:

$$\Delta' = (k-3)^2 - (k-1)(k-2) = (k^2 - 6k + 9) - (k^2 - 3k + 2) = -3k + 7 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow k \leq \frac{7}{3}$$

Vì  $k$  nguyên dương và  $k \neq 1 \Rightarrow k = 2$

$$\text{Khi đó: } (*) \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x(x-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$



$$\text{Vậy } (k; x) \in \left\{ \left( 1; \frac{-1}{4} \right); (2; 0); (2; 2) \right\}.$$

b)

Ta có:  $x^5 + x^4 + 1$

$$= (x^5 - x^2) + (x^4 - x) + (x^2 + x + 1)$$

$$= x^2(x^3 - 1) + x(x^3 - 1) + (x^2 + x + 1)$$

$$= x^2(x - 1)(x^2 + x + 1) + x(x - 1)(x^2 + x + 1) + (x^2 + x + 1)$$

$$= (x^2 + x + 1)[x^2(x - 1) + x(x - 1) + 1]$$

$$= (x^2 + x + 1)(x^3 - x^2 + x^2 - x + 1)$$

$$= (x^2 + x + 1)(x^3 - x + 1) = p^2$$

Vì  $p$  là số nguyên tố nên xảy ra 3 trường hợp:

$$\text{TH1: } \begin{cases} x^2 + x + 1 = 1 \\ x^3 - x + 1 = p^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + x = 0 \\ x^3 - x + 1 = p^2 \end{cases} \quad (\text{loại vì } x \text{ nguyên dương})$$

$$\text{TH2: } \begin{cases} x^2 + x + 1 = p^2 \\ x^3 - x + 1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p^2 = x^2 + x + 1 \\ x^3 - x = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p = \sqrt{3} \\ x = 1 \end{cases} \quad (\text{loại})$$

$$\text{TH3: } \begin{cases} x^2 + x + 1 = p \\ x^3 - x + 1 = p \end{cases}$$

$$\Rightarrow x^2 + x + 1 = x^3 - x + 1$$

$$\Leftrightarrow x^3 - x^2 - 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x - 2)(x + 1) = 0$$

$$\Rightarrow x = 2 \quad (\text{vì } x \text{ nguyên dương})$$

$$\text{Khi đó: } p = x^2 + x + 1 = 2^2 + 2 + 1 = 7 \quad (\text{chọn})$$

$$\text{Vậy } x = 2; p = 7.$$

### Bài 3.

$$\text{a) } (17 - 6x)\sqrt{3x - 5} + (6x - 7)\sqrt{7 - 3x} = 2 + 8\sqrt{36x - 9x^2 - 35} \quad (\text{Đk: } \frac{5}{3} \leq x \leq \frac{7}{3})$$

$$\Leftrightarrow (17 - 6x)\sqrt{3x - 5} + (6x - 7)\sqrt{7 - 3x} = 2 + 8\sqrt{(3x - 5)(7 - 3x)}$$

$$\text{Đặt: } a = \sqrt{3x - 5} \geq 0 \text{ và } b = \sqrt{7 - 3x} \geq 0, \text{ ta có: } a^2 + b^2 = 2$$

$$\text{và: } (2b^2 + 3).a + (2a^2 + 3).b = 2 + 8ab$$

$$\Leftrightarrow 2ab^2 + 3a + 2a^2b + 3b = a^2 + b^2 + 8ab \quad (\text{vì } a^2 + b^2 = 2)$$

$$\Leftrightarrow (2ab + 3)(a + b) = (a + b)^2 + 6ab \quad (*)$$

$$\text{Đặt: } a + b = u \geq 0 \text{ và } ab = v \geq 0$$

$$\text{Ta có: } a^2 + b^2 = 2 \Leftrightarrow (a + b)^2 - 2ab = 2 \Leftrightarrow u^2 - 2v = 2 \Leftrightarrow 2v = u^2 - 2$$

$$(*) \Leftrightarrow (2v+3)u = u^2 + 6v$$

$$\Leftrightarrow (u^2 - 2 + 3)u = u^2 + 3(u^2 - 2) \text{ (vì } 2v = u^2 - 2 \text{)}$$

$$\Leftrightarrow u^3 + u = u^2 + 3u^2 - 6$$

$$\Leftrightarrow u^3 - 4u^2 + u - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow (u-3)(u-2)(u+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u=3 \\ u=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u=3 \\ v=\frac{7}{2} \\ u=2 \\ v=1 \end{cases}$$

- Với:  $\begin{cases} u=3 \\ v=\frac{7}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=3 \\ ab=\frac{7}{2} \end{cases}$ , khi đó: a, b là nghiệm của phương trình:  $t^2 - 3t + \frac{7}{2} = 0$

Lập:  $\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot \frac{7}{2} = -5 < 0$ . Suy ra phương trình trên vô nghiệm.

- Với:  $\begin{cases} u=2 \\ v=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=2 \\ ab=1 \end{cases}$ , khi đó: a, b là nghiệm của phương trình:  $t^2 - 2t + 1 = 0 \Leftrightarrow t = 1$

$$\Leftrightarrow a = b = 1 \text{ (TM)}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3x-5} = \sqrt{7-3x} = 1$$

$$\Leftrightarrow x = 2 \text{ (TM)}$$

Vậy: Phương trình đã cho có nghiệm duy nhất:  $x = 2$

b)  $\sqrt{x^2 - 3x + 2} = \sqrt{10x - 20} - \sqrt{x - 3}$  (Đk:  $x \geq 3$ )

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2 - 3x + 2} + \sqrt{x - 3} = \sqrt{10x - 20}$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 + x - 3 + 2\sqrt{(x-1)(x-2)(x-3)} = 10x - 20$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 12x + 9 + 2\sqrt{(x-1)(x-2)(x-3)} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x-3) - 8(x-2) + 2\sqrt{(x-1)(x-2)(x-3)} = 0$$

Đặt:  $a = \sqrt{(x-1)(x-3)} \geq 0$  và  $b = \sqrt{x-2} \geq 0$ , ta có phương trình:

$$\Leftrightarrow a^2 - 8b^2 + 2ab = 0$$

$$\Leftrightarrow (a-2b)(a+4b) = 0$$

**TH1:**  $a = 2b$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x-1)(x-3)} = 2\sqrt{x-2}$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x-3) = 4(x-2)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 4x - 8$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 8x + 11 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 4 + \sqrt{5} \text{ (vì } x \geq 3)$$

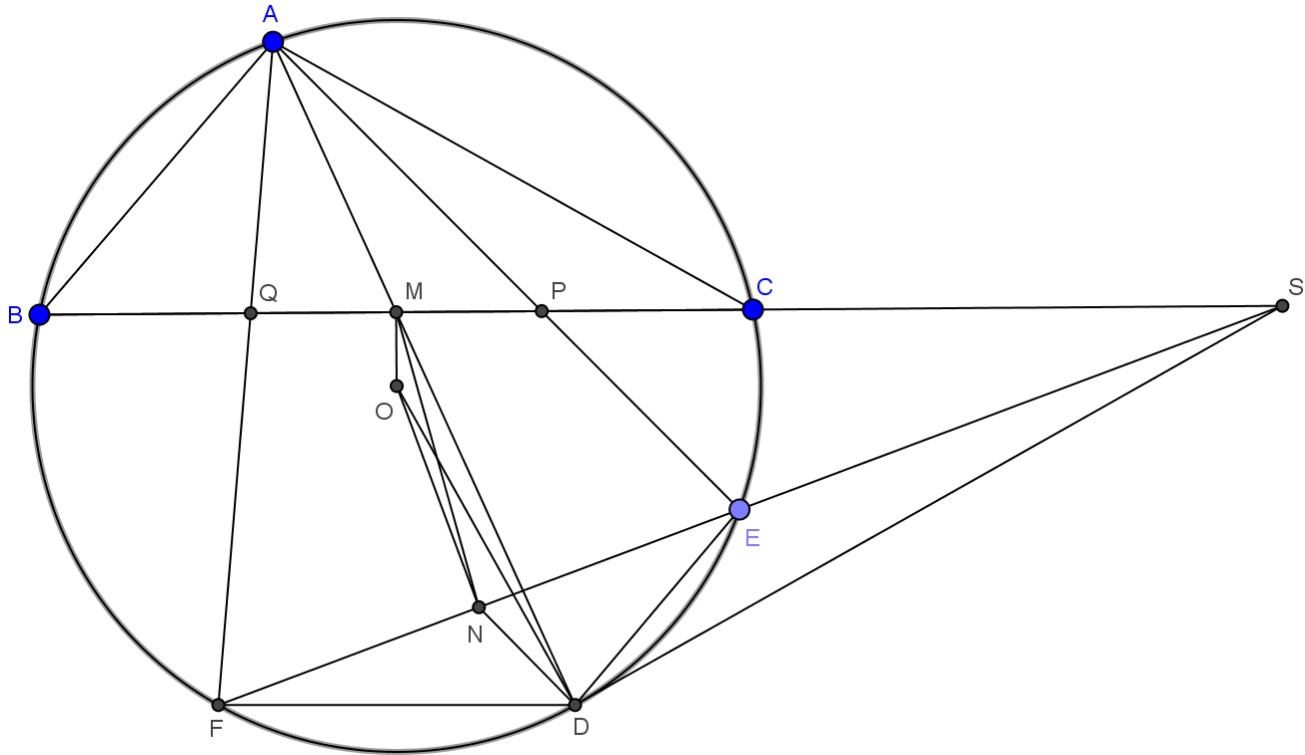
**TH2:**  $a + 4b = 0 \Leftrightarrow a = b = 0$  (vì  $a \geq 0$  và  $b \geq 0$ )

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x-1)(x-3)} = 2\sqrt{x-2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \text{ (vô lí)} \\ x = 2 \end{cases}$$

Vậy: Phương trình đã cho có nghiệm duy nhất:  $x = 4 + \sqrt{5}$

**Bài 4.**



a)

Vì M là trung điểm dây BC  $\Rightarrow OM \perp BC \Rightarrow OMS = 90^\circ$

Vì DS là tiếp tuyến của (O)  $\Rightarrow ODS = 90^\circ$

Tứ giác MODS có:  $OMS + ODS = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

Vậy MODS là tứ giác nội tiếp.

b)

Gọi N là trung điểm dây EF.

Chứng minh MNDS nội tiếp  $\Rightarrow \angle END = \angle SMD = \angle AMQ \Rightarrow \angle FND = \angle AMP$

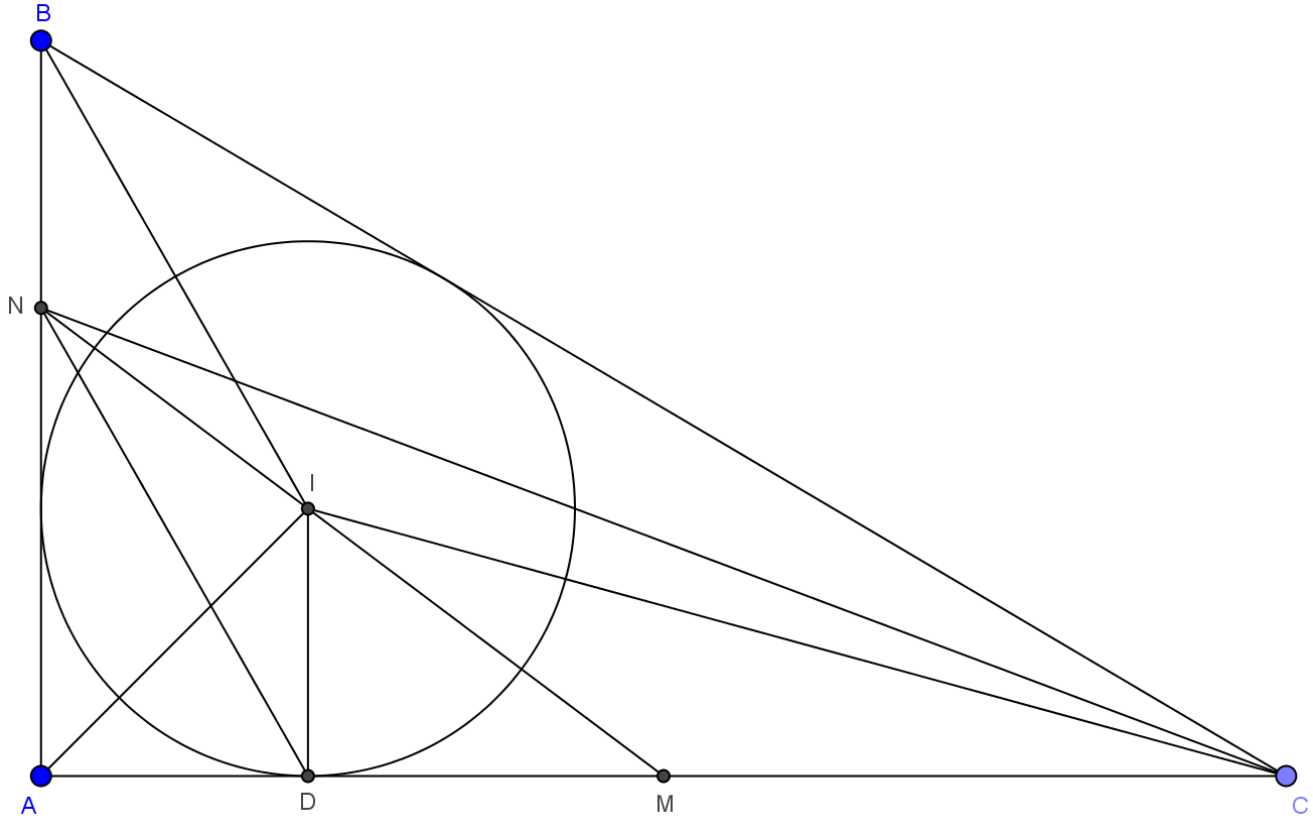
$$\Delta END \text{ đồng dạng } \Delta AMQ \Rightarrow \frac{EN}{AM} = \frac{ND}{MQ} \Rightarrow MQ = \frac{AM \cdot ND}{EN}$$

$$\Delta FND \text{ đồng dạng } \Delta AMP \Rightarrow \frac{FN}{AM} = \frac{ND}{MP} \Rightarrow MP = \frac{AM \cdot ND}{FN}$$

Mà  $EN = FN$  (vì  $N$  là trung điểm  $EF$ )

$$\Rightarrow MQ = MP \Rightarrow QB = PC$$

**Bài 5.**



Đặt  $BC = a, CA = b; AB = c$

$$\Rightarrow AD = ID = \frac{b + c - a}{2}$$

$$\Rightarrow DM = AM - AD = \frac{b}{2} - \frac{b + c - a}{2} = \frac{a - c}{2}$$

$$\Delta AMN \text{ có } ID \parallel AN \Rightarrow \frac{ID}{AN} = \frac{DM}{AM} = \frac{a - c}{2} : \frac{b}{2} = \frac{a - c}{b}$$

$$\Rightarrow AN = \frac{b}{a - c} \cdot ID = \frac{b}{a - c} \cdot \frac{b + c - a}{2} = \frac{b^2 + bc - ab}{2(a - c)}$$

$$\Rightarrow BN = AB - AN = c - \frac{b^2 + bc - ab}{2(a - c)} = \frac{2ac - 2c^2 - b^2 - bc + ab}{2(a - c)}$$

$$= \frac{ab - bc + ac - c^2 - (b^2 + c^2) + ac}{2(a - c)} = \frac{ab - bc + ac - c^2 - a^2 + ac}{2(a - c)}$$

$$= \frac{(b + c - a)(a - c)}{2(a - c)} = \frac{b + c - a}{2} = ID$$

Mà BN // ID (cùng vuông góc AC)

Vậy IBND là hình bình hành.

## ĐỀ 1216

### KỶ THI TUYỂN SINH VÀO THPT (2007-2008) – THỪA THIÊN HUẾ

#### **Bài 1:** (1,75 điểm)

a/ Không sử dụng máy tính bỏ túi, tính giá trị của biểu thức:

$$A = \frac{3 - 2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} + \frac{6}{3 + \sqrt{3}}$$

b/ Rút gọn biểu thức:  $B = \left( \frac{1}{x + \sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x} + 1} \right) : \frac{\sqrt{x} - 1}{x + 2\sqrt{x} + 1}; x > 0; x \neq 0$

#### **Bài 2:** (2,25 điểm)

Trên mặt phẳng tọa độ cho hai điểm B(4;0) và C(-1;4).

a/ Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua điểm C và song song

với đường thẳng  $y = 2x - 3$ . Xác định tọa độ giao điểm A của đường thẳng

(d) với trục hoành Ox.

b/ Xác định các hệ số a và b biết đồ thị hàm số  $y = ax + b$  đi qua 2

điểm B và C. Tính góc tạo bởi đường thẳng BC và trục

hoành Ox (làm tròn đến phút).

c/ Tính chu vi của tam giác ABC (đơn vị đo trên các trục tọa

độ là xentimét) (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

**Bài 3:** (2 điểm)

a/ Tìm hai số  $u$  và  $v$  biết:  $u+v = 1$ ;  $uv = -42$  và  $u > v$ .

b/ Khoảng cách giữa hai bến sông A và B là 60 km. Một xuồng máy đi xuôi dòng từ bến A đến bến B, nghỉ 30 phút tại bến B rồi quay trở lại đi ngược dòng 25 km để đến bến C. Thời gian kể từ lúc đi đến lúc quay trở lại đến bến C hết tất cả là 8 giờ. Tính vận tốc xuồng máy khi nước yên lặng, biết rằng vận tốc nước chảy là 1 km/h.

**Bài 4:** (2,5 điểm)

Cho nửa đường tròn tâm O có đường kính  $AB = 2R$ . Kẻ hai tia tiếp tuyến Ax và By của nửa đường tròn (Ax, By và nửa đường tròn cùng thuộc một nửa mặt phẳng bờ AB). Gọi M là điểm tùy ý thuộc nửa đường tròn (khác A và B). Tiếp tuyến tại M của nửa đường tròn cắt Ax tại D và cắt By tại E.

a/ Chứng minh rằng  $\triangle ODE$  là tam giác vuông.

b/ Chứng minh rằng:  $AD \cdot BE = R^2$ .

c/ Xác định vị trí của điểm M trên nửa đường tròn (O) sao cho diện tích của tứ giác ADEB nhỏ nhất.

**Bài 5:** (1,5 điểm)

Một cái xô dạng hình nón cụt có bán kính hai đáy là 19 cm và 9 cm, độ dài đường sinh  $l=26$ cm.

Trong xô đã chứa sẵn lượng nước có chiều cao 18 cm so với đáy dưới (xem hình vẽ).

a/ Tính chiều cao của cái xô.

b/ Hỏi phải đổ thêm bao nhiêu lít nước để đầy xô ?

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO  
THÀNH PHỐ ĐÀ NẴNG**

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

**ĐỀ 1217**

**KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10  
THPT CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN NĂM 2012**

**MÔN THI : TOÁN**

Thời gian: 150 phút (không tính thời gian giao đề)

**Bài 1. (2,5 điểm)**

a) Cho phương trình  $x^2 - 2(m-1)x - 1 = 0$  ( $m$  là tham số).

Tìm các giá trị của  $m$  để phương trình có 2 nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$

thỏa mãn:  $|x_1 - x_2| = 2$ .

b) Lập phương trình bậc 2 nhận  $x_1 = y_1\sqrt{y_2} + 3\sqrt{y_1}$

và  $x_2 = y_2\sqrt{y_1} + 3\sqrt{y_2}$  là nghiệm với  $y_1, y_2$  là nghiệm

của phương trình  $y^2 - 7y + 1 = 0$ .

**Bài 2. (2,5 điểm)**

a) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x^2 = |x| + y \\ y^2 = |y| + x \end{cases}$$

b) Giải phương trình:  $x = \sqrt{40-x} \cdot \sqrt{45-x} + \sqrt{45-x} \cdot \sqrt{72-x} + \sqrt{72-x} \cdot \sqrt{40-x}$

**Bài 3. (2,0 điểm)**

a) Cho  $x, y, z, t$  thỏa mãn  $x^2 + y^2 + z^2 + t^2 \leq 1$ . Chứng minh:

$$\sqrt{(x+z)^2 + (y-t)^2} + \sqrt{(x-z)^2 + (y+t)^2} \leq 2$$

b) Tìm  $x, y \in \mathbb{N}$  thỏa mãn  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{2012}$ .

**Bài 4. (2,5 điểm)**

Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn đường kính AB. Biết AB, CD cắt nhau tại E; AD cắt BC tại F; AC cắt BD tại M. H là hình chiếu của M lên AB. CH cắt BD tại N.

a) Chứng minh:  $\frac{DB.MN}{DM.NB} = 1$ .

b) Hai đường tròn ngoại tiếp các tam giác BCE và CDF cắt nhau tại điểm thứ hai là L. Chứng minh E, F, L thẳng hàng.

**Bài 5. (1,0 điểm)**

Cho tam giác ABC không đều có các cạnh  $BC = a; CA = b; AB = c$ .

I, G là tâm đường tròn nội tiếp và trọng tâm tam giác.

Chứng minh nếu  $IG \perp IC$  thì ta có  $6ab = (a + b)(a + b + c)$ .

-----HẾT-----

**ĐÁP ÁN**

**Bài 1.**

a)  $x^2 - 2(m-1)x - 1 = 0$

$$\Delta' = [-(m-1)]^2 - 1 \cdot (-1) = (m-1)^2 + 1 > 0$$

Nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m

Theo hệ thức Viet:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) \\ x_1 \cdot x_2 = -1 \end{cases}$$

Ta có:  $|x_1 - x_2| = 2$

$$\Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 = 4$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 4$$

$$\Leftrightarrow 4(m-1)^2 - 4 \cdot (-1) = 4$$

$$\Leftrightarrow 4(m-1)^2 = 0 \Leftrightarrow m = 1$$

Vậy  $m = 1$ .

b)  $y^2 - 7y + 1 = 0$

Theo hệ thức Viet:

$$\begin{cases} y_1 + y_2 = 7 \\ y_1 \cdot y_2 = 1 \end{cases}$$

Khi đó:  $(\sqrt{y_1} + \sqrt{y_2})^2 = y_1 + y_2 + 2\sqrt{y_1y_2} = 7 + 2 = 9 \Rightarrow \sqrt{y_1} + \sqrt{y_2} = 3$

Ta có:  $x_1 = y_1\sqrt{y_2} + 3\sqrt{y_1}$  và  $x_2 = y_2\sqrt{y_1} + 3\sqrt{y_2}$



$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = \sqrt{y_1 y_2} (\sqrt{y_1} + \sqrt{y_2}) + 3(\sqrt{y_1} + \sqrt{y_2}) \\ x_1 \cdot x_2 = (\sqrt{y_1 y_2})^3 + 6y_1 y_2 + 9\sqrt{y_1 y_2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = \sqrt{1} \cdot 3 + 3 \cdot 3 \\ x_1 \cdot x_2 = (\sqrt{1})^3 + 6 \cdot 1 + 9\sqrt{1} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} S = x_1 + x_2 = 12 \\ P = x_1 \cdot x_2 = 16 \end{cases}$$

$$\text{Xét: } S^2 - 4P = 12^2 - 4 \cdot 16 = 80 > 0$$

Vậy phương trình cần tìm là  $X^2 - 12X + 16 = 0$ .

## Bài 2.

$$\text{a) } \begin{cases} x^2 = |x| + y \\ y^2 = |y| + x \end{cases}$$

- Xét  $x, y \geq 0$ , hệ phương trình tương đương với:

$$\begin{cases} x^2 = x + y \\ y^2 = y + x \end{cases} \Rightarrow x^2 = y^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ x = -y \end{cases}$$

$$\text{TH1: } x = y \Rightarrow x^2 = 2x \Leftrightarrow x(x - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases} \text{ (TM)}$$

$$\Rightarrow (x; y) \in \{(0; 0); (2; 2)\}$$

$$\text{TH2: } x = -y \text{ mà } x, y \geq 0 \Rightarrow x = y = 0$$

- Xét  $x, y \leq 0$ , hệ phương trình tương đương với:

$$\begin{cases} x^2 = -x + y \\ y^2 = -y + x \end{cases} \Rightarrow x^2 + y^2 = 0 \Leftrightarrow x = y = 0 \text{ (TM)}$$

- Xét  $x \geq 0, y \leq 0$ , hệ phương trình tương đương với:

$$\begin{cases} x^2 = x + y \\ y^2 = -y + x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (y^2 + y)^2 = y^2 + 2y \text{ (*)} \\ x = y^2 + y \end{cases}$$

$$(*) \Leftrightarrow y^4 + 2y^3 + y^2 = y^2 + 2y$$

$$\Leftrightarrow y^4 + 2y^3 - 2y = 0$$

$$\Leftrightarrow y(y^3 + 2y^2 - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = y = 0 \\ y^3 + 2y^2 - 2 = 0 \text{ (**)} \end{cases}$$

**Giải**  $y^3 + 2y^2 - 2 = 0$

+ Nếu  $0 \geq y \geq -1$

$$\Rightarrow y^3 + 2y^2 - 2 = y^3 + 2y^2 - 1 - 1$$

$$= (y+1)(y^2 + y - 1) - 1 = (y+1)[y(y+1) - 1] - 1 \leq 0 - 1 < 0 \text{ (loại)}$$

+ Nếu  $-1 > y > -2 \Rightarrow y^3 + 2y^2 - 2 < y^3 + 2y^2 + y = y(y+1)^2 < 0 \text{ (loại)}$

+ Nếu  $y \leq -2 \Rightarrow y^3 + 2y^2 - 2 = y^2(y+2) \leq 0 - 2 < 0 \text{ (loại)}$

Do đó  $y^3 + 2y^2 - 2 = 0$  vô nghiệm với  $y \leq 0$

- Xét  $x \leq 0, y \geq 0$ : Giải tương tự

Vậy hệ phương trình có 2 nghiệm:  $(x; y) \in \{(0; 0); (2; 2)\}$ .

b)  $x = \sqrt{40-x} \cdot \sqrt{45-x} + \sqrt{45-x} \cdot \sqrt{72-x} + \sqrt{72-x} \cdot \sqrt{40-x} \quad (1) \quad \text{Điều kiện: } x \leq 40$

$$(1) \Leftrightarrow x + 72 - x = \sqrt{40-x} \cdot \sqrt{45-x} + \sqrt{45-x} \cdot \sqrt{72-x} + \sqrt{72-x} \cdot \sqrt{40-x}$$

$$\Leftrightarrow 72 = (\sqrt{40-x} + \sqrt{72-x}) \cdot (\sqrt{45-x} + \sqrt{72-x})$$

Tương tự:  $40 = (\sqrt{40-x} + \sqrt{72-x}) \cdot (\sqrt{40-x} + \sqrt{45-x})$

$$45 = (\sqrt{40-x} + \sqrt{45-x}) \cdot (\sqrt{45-x} + \sqrt{72-x})$$

Đặt  $\sqrt{40-x} = a; \sqrt{45-x} = b; \sqrt{72-x} = c (a \geq 0; b, c > 0)$  ta có hệ:

$$\begin{cases} (a+b)(a+c) = 40 & (1) \\ (a+b)(b+c) = 45 & (2) \\ (a+c)(b+c) = 72 & (3) \end{cases}$$

Nhân 3 phương trình vế theo vế ta có:

$$[(a+b)(b+c)(a+c)]^2 = 129600$$

$$\Leftrightarrow (a+b)(b+c)(a+c) = 360 \quad (4)$$

Lần lượt chia (4) cho (1), (2), (3) ta có:

$$\begin{cases} b+c = 9 \\ a+c = 8 \Rightarrow 2(a+b+c) = 9+8+5 = 22 \Rightarrow a+b+c = 11 \\ a+b = 5 \end{cases}$$

Do đó:  $a = 2; b = 3; c = 6 \Leftrightarrow \sqrt{40-x} = 2; \sqrt{45-x} = 3; \sqrt{72-x} = 6 \Leftrightarrow x = 36 \text{ (TM)}$

Vậy  $x = 36$ .

### Bài 3.

a) Áp dụng bất đẳng thức Cauchy-Schwarz có:

$$\begin{aligned}
& \left[ \sqrt{(x+z)^2 + (y-t)^2} + \sqrt{(x-z)^2 + (y+t)^2} \right]^2 \\
& \leq (1^2 + 1^2) \left[ (x+z)^2 + (y-t)^2 + (x-z)^2 + (y+t)^2 \right] \\
& = 2.2(x^2 + y^2 + z^2 + t^2) \leq 4.1 = 4
\end{aligned}$$

Do đó:  $\sqrt{(x+z)^2 + (y-t)^2} + \sqrt{(x-z)^2 + (y+t)^2} \leq 2$

Dấu “=” xảy ra khi:

$$\begin{cases} \sqrt{(x+z)^2 + (y-t)^2} = \sqrt{(x-z)^2 + (y+t)^2} \\ x^2 + y^2 + z^2 + t^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xz = yt \\ x^2 + y^2 + z^2 + t^2 = 1 \end{cases}$$

b)  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{2012}$  (1)

$$\Leftrightarrow \sqrt{x} = \sqrt{2012} - \sqrt{y} \quad (y \leq 2012)$$

$$\Rightarrow x = 2012 + y + 4\sqrt{503y}$$

Vì  $x, y \in \mathbb{N} \Rightarrow 4\sqrt{503y} \in \mathbb{N} \Rightarrow y = 503b^2 \quad (b \in \mathbb{N})$

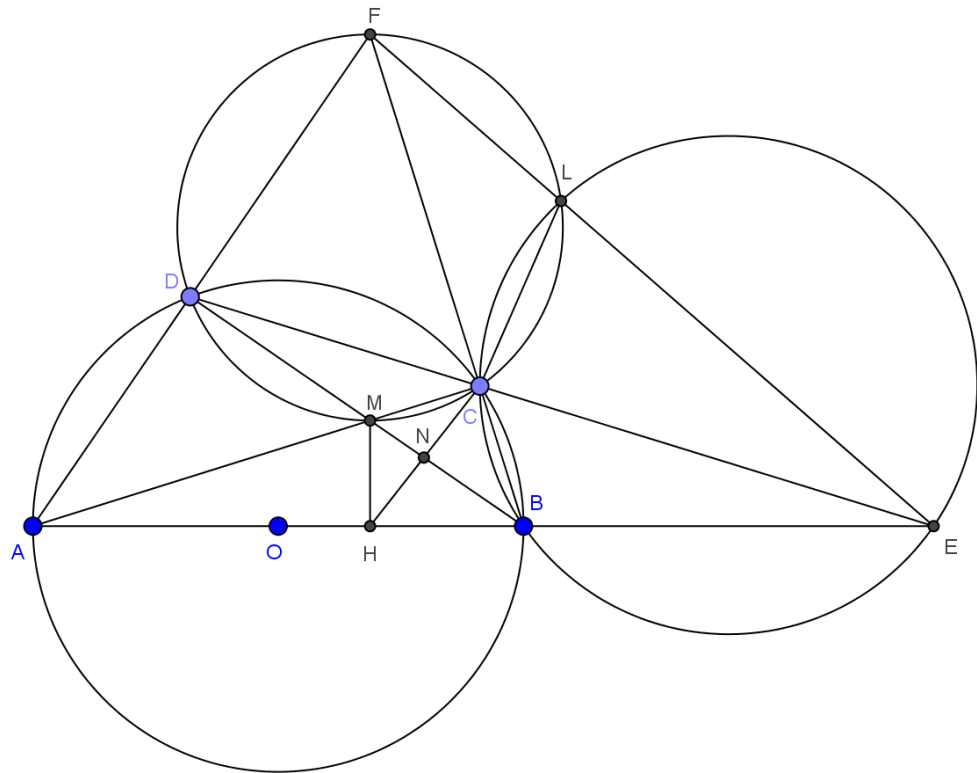
Tương tự:  $x = 503a^2 \quad (a \in \mathbb{N})$

Thay  $x = 503a^2; y = 503b^2$  vào có:  $a\sqrt{503} + b\sqrt{503} = 2\sqrt{503} \Leftrightarrow a + b = 2$

Vì  $a, b \in \mathbb{N} \Rightarrow (a; b) \in \{(0; 2); (1; 1); (2; 0)\}$

Vậy  $(x; y) \in \{(0; 2012); (503; 503); (2012; 0)\}$ .

**Bài 4.**



a)

Tứ giác BCMH có:  $\angle BCM + \angle BHM = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

Nên BCMH nội tiếp  $\Rightarrow \angle MCH = \angle MBH = \angle MCD$

Mà ABCD nội tiếp  $\Rightarrow \angle MBH = \angle MCD$

$\Rightarrow \angle MCH = \angle MCD \Rightarrow CM$  là đường phân giác trong  $\triangle CDN$

Vì  $CB \perp CN \Rightarrow CM$  là đường phân giác ngoài  $\triangle CDN$

Theo tính chất đường phân giác tam giác ta có:

$$\frac{DM}{MN} = \frac{CD}{CN} = \frac{DB}{NB} \Rightarrow \frac{DB \cdot MN}{DM \cdot NB} = 1$$

b)

Tứ giác BCLE nội tiếp  $\Rightarrow \angle CLE = \angle CBA$

Tứ giác CDLE nội tiếp  $\Rightarrow \angle CLF = \angle CDA$

Do đó:  $\angle EFL = \angle CLE + \angle CLF = \angle CBA + \angle CDA = 180^\circ$

Vậy E, F, L thẳng hàng.

**Bài 5.**

$$\Rightarrow CM = CN \text{ và } M, I, G, N \text{ thẳng hàng}$$

Ta có:  $S_{\text{CGM}} + S_{\text{CGN}} = S_{\text{CMN}} = 2S_{\text{CIN}}$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}h.CM + \frac{1}{2}k.CN = 2.\frac{1}{2}r.CN$$

$$\Leftrightarrow h + k = 2r$$

$$\Leftrightarrow \frac{2S_{BCG}}{BC} + \frac{2S_{ACG}}{AC} = \frac{4S_{ABC}}{AB + BC + CA}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2 \cdot \frac{S_{ABC}}{3}}{a} + \frac{2 \cdot \frac{S_{ABC}}{3}}{b} = \frac{4S_{ABC}}{a+b+c}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3a} + \frac{1}{3b} = \frac{2}{a+b+c}$$

$$\Leftrightarrow \frac{a+b}{3ab} = \frac{2}{a+b+c}$$

$$\Rightarrow 6ab = (a+b)(a+b+c)$$

**Biên soạn bởi LÊ BẢO HIỆP**

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO  
HÀ TĨNH**

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

Mã đề 01

**KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT  
NĂM HỌC 2016 – 2017**

**MÔN THI: TOÁN**

Thời gian làm bài: 120 phút

**Câu 1. (2 điểm)** Rút gọn các biểu thức:

a)  $P = (\sqrt{2} - 1) \cdot \frac{2 + \sqrt{2}}{2\sqrt{2}}.$

b)  $Q = \left( \frac{1}{\sqrt{x} - 3} + \frac{1}{\sqrt{x} + 3} \right) \left( 1 - \frac{3}{\sqrt{x}} \right),$  với  $x > 0, x \neq 9.$

**Câu 2. (2 điểm)** Cho phương trình:  $x^2 - 2(m + 2)x + m^2 + m + 3 = 0$  (1).

a) Giải phương trình khi  $m = 0.$

b) Tìm  $m$  để phương trình (1) có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = 4.$

**Câu 3. (2 điểm)** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d):  $y = ax + a + 3$  và đường thẳng (d'):  $y = (a^2 - 2a + 2)x + 5 - a.$

a) Tìm giá trị  $a$  để đường thẳng (d) đi qua  $A(1;5).$

b) Với giá trị nào của  $a$  thì hai đường thẳng (d) và (d') song song với nhau.

**Câu 4. (3 điểm)** Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB. Trên nửa mặt phẳng chứa nửa đường tròn có bờ là đường thẳng AB, kẻ tia Ax vuông góc với AB. Từ điểm M trên Ax kẻ tiếp tuyến MC với nửa đường tròn (C là tiếp điểm, C khác A). Đoạn AC cắt OM tại E, MB cắt nửa đường tròn tại D (D khác B).

a) Chứng minh AMCO và AMDE là các tứ giác nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh hai tam giác MDO và MEB đồng dạng.

c) Gọi H là hình chiếu vuông góc của C lên AB, I là giao điểm của MB và CH.

Chứng minh rằng đường thẳng EI vuông góc với AM.

**Câu 5.** (1 điểm) Cho a, b là các số dương thoả mãn  $ab = 1$ .

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:  $F = (2a + 2b - 3)(a^3 + b^3) + \frac{7}{(a + b)^2}$ .

– HẾT –

*Thí sinh không được sử dụng tài liệu.*

*Giám thị không giải thích gì thêm.*

Họ tên thí sinh ..... Số báo danh .....

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO  
TẠO  
HÀ TĨNH**

**KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT  
NĂM HỌC 2016 – 2017**

**HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN**

**Mã đề 01**

**Chú ý :-** Mọi cách giải đúng, ngắn gọn đều cho điểm tương ứng.

- Điểm toàn bài không qui tròn.

- Hội đồng chấm có thể thống nhất để chia các ý có điểm lớn hơn 0.25 thành các ý 0.25 điểm (nếu thấy cần thiết)

CÂU	NỘI DUNG	ĐIỂM
Câu 1a	$P = (\sqrt{2} - 1) \cdot \frac{2 + \sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = (\sqrt{2} - 1) \cdot \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2} + 1)}{2\sqrt{2}} = (\sqrt{2} - 1) \cdot \frac{(\sqrt{2} + 1)}{2}$	
	$= \frac{(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)}{2} = \frac{2 - 1}{2} = \frac{1}{2}, \text{ suy ra } P = \frac{1}{2}$	

<b>Câu 1b</b>	$Q = \left( \frac{1}{\sqrt{x}-3} + \frac{1}{\sqrt{x}+3} \right) \left( 1 - \frac{3}{\sqrt{x}} \right) = \frac{2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \cdot \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}}$		
	$= \frac{2}{\sqrt{x}+3}.$		
<b>Câu 2a</b>	Khi $m=0$ , ta có phương trình $x^2 - 4x + 3 = 0$		
	Ta có $\Delta' = 1$ , giải ra ta được $x=1, x=3$		
<b>Câu 2b</b>	Phương trình $x^2 - 2(m+2)x + m^2 + m + 3 = 0$ có 2 nghiệm khi:		
	$\Delta' = (m+2)^2 - (m^2 + m + 3) \geq 0 \Leftrightarrow 3m+1 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{-1}{3} \quad (*)$		
	Theo hệ thức Vi-ét ta có : $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+2) \\ x_1 \cdot x_2 = m^2 + m + 3 \end{cases} \quad (2)$		
	Ta có $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = 4 \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 = 4x_1x_2 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 6x_1x_2 = 0 \quad (3)$		
	Thay (2) vào (3) ta có $4(m+2)^2 - 6(m^2 + m + 3) = 0 \Leftrightarrow 2m^2 - 10m + 2 = 0$ $\Leftrightarrow m = \frac{5-\sqrt{21}}{2}$ hoặc $m = \frac{5+\sqrt{21}}{2}.$ Đối chiếu điều kiện (*) ta được : $m = \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}.$		
<b>Câu 3a</b>	Tìm giá trị a để đường thẳng (d) đi qua A(1;5). Do đường thẳng d đi qua A(1;5), suy ra $5 = a.1 + a + 3 \Leftrightarrow a = 1.$		
<b>Câu 3b</b>	(d) và (d') song song với nhau khi $\begin{cases} a^2 - 2a + 2 = a \\ 5 - a \neq a + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - 3a + 2 = 0 \\ a \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = 2 \end{cases} \Leftrightarrow a = 2.$		
<b>Câu 4a</b>			





	$\rightarrow \angle IDE = \angle ECI \rightarrow EDCI$ nội tiếp $\rightarrow \angle CEI = \angle CDI$ (2) Mà $\angle CDB = \angle CAB$ (Cùng chắn cung BC) $\rightarrow \angle CDI = \angle CAH$ (3) Từ (2) và (3) ta có $\angle CEI = \angle CAH$ <ul style="list-style-type: none"> <li>Suy ra <math>\angle CEI + \angle ECI = \angle CAH + \angle ACH = 90^\circ</math>  <math>\rightarrow \angle CEI = 90^\circ \rightarrow \angle CIE = 90^\circ</math> hay <math>EI \perp CH</math> (*)</li> <li>Mặt khác <math>AM \parallel CH</math> (cùng vuông góc với AB) (**)</li> </ul> Từ (*) và (**) ta có $EI \perp AM$ (Đpcm).	
<b>Câu 5</b>	Do a, b dương và $a.b = 1 \Rightarrow a + b \geq 2\sqrt{ab} = 2$ . Ta có $a^3 + b^3 - ab(a + b) = (a - b)^2(a + b) \geq 0 \Rightarrow a^3 + b^3 \geq ab(a + b) = a + b$ .	
	Mặt khác $a + b \geq 2 \Rightarrow 2a + 2b - 3 > 0$ , suy ra $(2a + 2b - 3)(a^3 + b^3) \geq (2a + 2b - 3)(a + b)$ . Do đó $F = (2a + 2b - 3)(a^3 + b^3) + \frac{7}{(a + b)^2} \geq (2a + 2b - 3)(a + b) + \frac{7}{(a + b)^2}$ .	
	Đặt $t = a + b$ , suy ra $t \geq 2$ . Suy ra $F \geq (2t - 3)t + \frac{7}{t^2} = 2t^2 - 3t + \frac{7}{t^2} = \left(\frac{3}{2}t^2 - 3t\right) + \left(\frac{1}{2}t^2 + \frac{8}{t^2}\right) - \frac{1}{t^2}$ .	
	Do $t \geq 2$ , ta có $\frac{3}{2}t^2 - 3t = \frac{3}{2}t(t - 2) \geq 0$ , $\frac{-1}{t^2} \geq \frac{-1}{4}$ . Áp dụng BĐT Côsi ta có $\frac{1}{2}t^2 + \frac{8}{t^2} \geq 2\sqrt{\frac{1}{2}t^2 \cdot \frac{8}{t^2}} = 4$ . Suy ra $F \geq 4 - \frac{1}{4} = \frac{15}{4}$ . Dấu = xảy ra khi $t = 2$ , khi đó $a = b = 1$ .	

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO  
THÀNH PHỐ ĐÀ NẴNG

ĐỀ CHÍNH THỨC

**ĐỀ 1219**

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10  
THPT CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN NĂM 2014

**MÔN THI : TOÁN**

Thời gian : 150 phút (không tính thời gian giao đề)

**Bài 1. (2,0 điểm)**

a) Cho biểu thức:  $P = 3\sqrt{2n} - 5\sqrt{8n} + 7\sqrt{18n} + 28$ , với  $n$  là số tự nhiên.

Tìm tất cả các số tự nhiên  $n$  sao cho  $n < 100$  và  $P$  là số nguyên.

b) Cho  $x, y, z$  đều khác 0 thỏa điều kiện  $x + y + z = 0$ . Chứng minh rằng:

$$\sqrt{\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2}} = \left| \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right|$$

### Bài 2. (2,0 điểm)

a) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} 2x^2y - xy = xy^2 - 2x + y \\ (x^2 + 2y^2) \left( 1 + \frac{1}{xy} \right)^2 = 3 \end{cases}$$

b) Giải phương trình:  $5x^2 - (3x + 1)\sqrt{2x^2 + 3} - \frac{1}{2}x + 3 = 0$

### Bài 3. (2,5 điểm)

a) Gọi  $x_1, x_2$  là các nghiệm của phương trình:  $x^2 + 2013x + 2 = 0$ ,  $x_3, x_4$

là các nghiệm của phương trình:  $x^2 + 2014x + 2 = 0$ . Tính giá trị biểu thức:

$$Q = (x_1 + x_3)(x_2 - x_3)(x_1 + x_4)(x_2 + x_4)$$

b) Trên mặt phẳng Oxy, cho parabol (P) có phương trình  $y = x^2$  và đường thẳng ( $D_{ab}$ ) có phương trình  $y = ax + b$  với  $a, b$  là tham số. Với mỗi giá trị  $b > 0$ , có thể có bao nhiêu giá trị của  $a$  để ( $D_{ab}$ ) và (P) cắt nhau tại hai điểm A, B sao cho  $AB = 2$ .

### Bài 4. (2,5 điểm)

Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn (O), AB và CD không song song với nhau. I là giao điểm của AC và BD. Gọi H, K lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp  $\Delta IAB$  và  $\Delta ICD$ .

a) Chứng minh rằng: OHIK là hình bình hành.

b) Giả sử M là một điểm tùy ý chạy trên (O). Gọi E, F là hình chiếu của M trên AB, BD. Xác định vị trí điểm M trên (O) để EF lớn nhất.

### Bài 5. (1,0 điểm)

Với 13 số nguyên dương bất kỳ khác nhau, mỗi số nguyên dương đó có 3 chữ số, lấy 2 số bất kỳ trong 13 số đó viết liền kề nhau (số này viết trước hoặc sau số kia)

ta được 1 số có 6 chữ số (ví dụ: Với hai số  $\overline{abc}$ ,  $\overline{def}$  ta có thể viết thành  $\overline{abcdef}$  hoặc  $\overline{defabc}$ ). Hỏi có ít nhất bao nhiêu số được viết liền kề nhau chia hết cho 11?

## ĐÁP ÁN

### Bài 1.

$$a) P = 3\sqrt{2n} - 5\sqrt{8n} + 7\sqrt{18n} + 28 = 3\sqrt{2n} - 10\sqrt{2n} + 21\sqrt{2n} + 28 = 14\sqrt{2n} + 28$$

Vì P là số nguyên nên  $14\sqrt{2n}$  là số nguyên

Mà n là số tự nhiên  $\Rightarrow n = 2k^2$  ( $k \in \mathbb{N}$ )

Lại có:  $n = 2k^2 < 100 \Leftrightarrow k^2 < 50 \Rightarrow k^2 \in \{0; 1; 4; 9; 16; 25; 36; 49\}$  (vì  $k \in \mathbb{N}$ )

Vậy  $n \in \{0; 2; 8; 18; 32; 50; 72; 98\}$ .

b)

$$\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right)^2 = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} + \frac{2}{xy} + \frac{2}{yz} + \frac{2}{zx} = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} + \frac{2(x+y+z)}{xyz} = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} > 0$$

$$\text{Vậy } \sqrt{\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2}} = \left| \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right|$$

### Bài 2.

$$a) \begin{cases} 2x^2y - xy = xy^2 - 2x + y & (1) \\ (x^2 + 2y^2) \left(1 + \frac{1}{xy}\right)^2 = 3 & (2) \end{cases} \quad \text{Điều kiện: } xy \neq 0$$

$$(1) \Leftrightarrow 2x - 1 = y - \frac{2}{y} + \frac{1}{x} \Leftrightarrow (2x - y) + \frac{2x - y}{xy} = 1 \Leftrightarrow (2x - y) \left(1 + \frac{1}{xy}\right) = 1 \Rightarrow 1 + \frac{1}{xy} = \frac{1}{2x - y}$$

$$(2) \Leftrightarrow (x^2 + 2y^2) \left(\frac{1}{2x - y}\right)^2 = 3$$

$$\Leftrightarrow (x^2 + 2y^2) \cdot \frac{1}{4x^2 + y^2 - 4xy} = 3$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2y^2 = 12x^2 + 3y^2 - 12xy$$

$$\Leftrightarrow 11x^2 + y^2 - 12xy = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - y)(11x - y) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ 11x = y \end{cases}$$

- Thay  $y = x$  vào (1) có:

$$2x^3 - x^2 = x^3 - 2x + x \Leftrightarrow x^3 - x^2 + x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 - x + 1) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ (loại)}$$

- Thay  $y = 11x$  vào (1) có:

$$22x^3 - 11x^2 = 11x^3 - 2x + 11x \Leftrightarrow 11x^3 - 11x^2 - 9x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ (KTM)} \\ x = \frac{11 + \sqrt{517}}{22} \\ x = \frac{11 - \sqrt{517}}{22} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } (x; y) \in \left\{ \left( \frac{11 + \sqrt{517}}{22}; \frac{11 + \sqrt{517}}{2} \right); \left( \frac{11 - \sqrt{517}}{22}; \frac{11 - \sqrt{517}}{2} \right) \right\}.$$

$$\text{b) } 5x^2 - (3x + 1)\sqrt{2x^2 + 3} - \frac{1}{2}x + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow 10x^2 - x + 6 = (6x + 2)\sqrt{2x^2 + 3}$$

$$\Leftrightarrow (10x^2 - x + 6)^2 = (6x + 2)^2(2x + 3)$$

$$\Leftrightarrow 100x^4 - 20x^3 + 121x^2 - 12x + 36 = 72x^4 + 48x^3 + 116x^2 + 7x + 12$$

$$\Leftrightarrow 28x^4 - 68x^3 + 5x^2 - 84x + 24 = 0$$

$$\Leftrightarrow (4x^2 - 12x + 3)(7x^2 + 4x + 8) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x^2 - 12x + 3 = 0 \text{ (1)} \\ 7x^2 + 4x + 8 = 0 \text{ (2)} \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3 + \sqrt{6}}{2} \\ x = \frac{3 - \sqrt{6}}{2} \end{cases}$$

$$\text{Giải (2), } \Delta = 4^2 - 4 \cdot 7 \cdot 8 = -208 < 0$$

Do đó: phương trình (2) vô nghiệm

$$\text{Vậy, phương trình đã cho có nghiệm: } S = \left\{ \frac{3 + \sqrt{6}}{2}; \frac{3 - \sqrt{6}}{2} \right\}$$

### Bài 3.

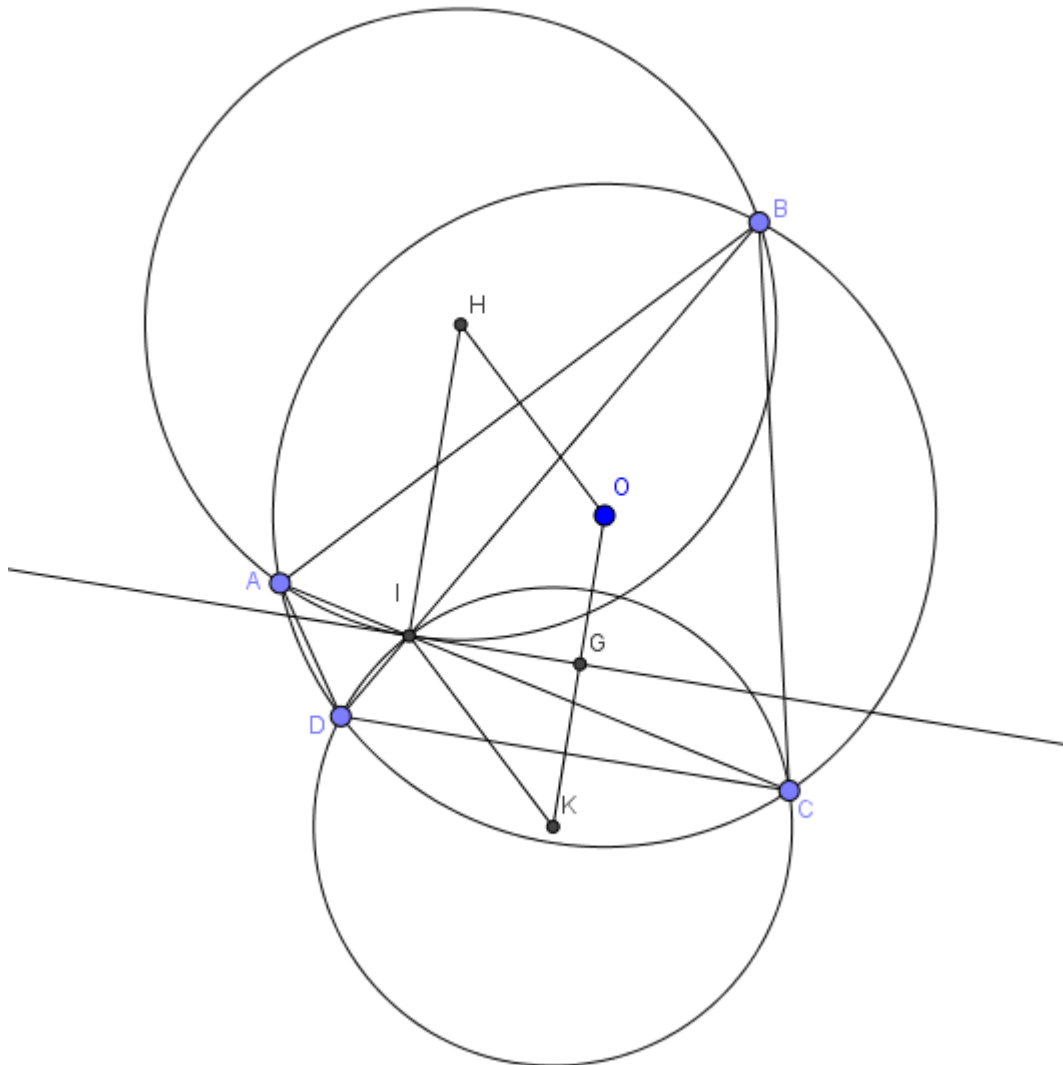
a) Theo hệ thức Viet:  $x_1 + x_2 = -2013$ ;  $x_1 x_2 = 2$ ;  $x_3 + x_4 = -2014$ ;  $x_3 x_4 = 2$

$$\begin{aligned}
 Q &= (x_1 + x_3)(x_2 - x_3)(x_1 + x_4)(x_2 + x_4) \\
 &= (x_1 + x_3)(x_1 + x_4)(x_2 - x_3)(x_2 + x_4) \\
 &= [x_1^2 + x_1(x_3 + x_4) + x_3x_4][x_2^2 - x_2(x_3 + x_4) + x_3x_4] \\
 &= (x_1^2 - 2014x_1 + 2)(x_2^2 + 2014x_2 + 2)
 \end{aligned}$$

Lại có:  $\begin{cases} x_1^2 + 2013x_1 + 2 = 0 \\ x_2^2 + 2013x_2 + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1^2 - 2014x_1 + 2 = -4037x_1 \\ x_2^2 + 2014x_2 + 2 = x_2 \end{cases}$

Do đó:  $Q = -4037x_1x_2 = -4037.2 = -8074$

#### Bài 4.



a) Vẽ tiếp tuyến IG của (H)  $\Rightarrow GI \perp HI$  (1)

và  $GIB = IAB$

Lại có:  $CDB = CAB$  (tứ giác ABCD nội tiếp)

Nên:  $GIB = CDB$

Mà:  $GIB$  và  $CDB$  ở vị trí đồng vị

$\Rightarrow GI \parallel CD$  (2)

Từ (1), (2)  $\Rightarrow HI \perp CD$

Ta có: (O) và (K) cắt nhau tại C và D

$\Rightarrow OK \perp CD$

Nên:  $HI \parallel OK$

Tương tự, ta có:  $KI \parallel OH$

Do đó: tứ giác OHIK là hình bình hành

## ĐỀ 1220

**SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO  
TỈNH KIÊN GIANG**

-----  
**ĐỀ CHÍNH THỨC**  
(Đề thi có 01 trang)

**KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN  
NĂM HỌC 2013-2014**

-----  
**Môn thi: TOÁN (Không chuyên)**  
**Thời gian: 120 phút (Không kể thời gian giao đề)**  
**Ngày thi: 20/6/2013**

### Bài 1. (2,5 điểm)

1/ Tính:  $\sqrt{5-2\sqrt{2+\sqrt{9+4\sqrt{2}}}}$

2/ Cho biểu thức:  $P = \frac{3}{\sqrt{x}+1} + \frac{\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}} + \frac{9}{x-\sqrt{x}-2}$

- Tìm điều kiện xác định của P. Rút gọn P
- Với giá trị nào của x thì  $P = 1$

### Bài 2. (1 điểm)

Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 1 \\ \frac{3}{x} + \frac{4}{y} = 5 \end{cases}$$

### Bài 3. (1,5 điểm)

Cho (d<sub>m</sub>):  $y = (2 - \sqrt{10 - m})x + m - 12$

- 1/ Với giá trị nào của m thì (d<sub>m</sub>) đi qua gốc tọa độ
- 2/ Với giá trị nào của m thì (d<sub>m</sub>) là hàm số nghịch biến

**Bài 4. (1,5 điểm)**

Một ca nô xuôi dòng 42 km rồi ngược dòng trở lại 20 km hết tổng cộng 5 giờ.  
 Biết vận tốc của dòng chảy là 2km/h. Tính vận tốc của ca nô lúc dòng nước yên lặng.

**Bài 5. (3,5 điểm)**

Cho đường tròn (O) đường kính AB, M là điểm thuộc cung AB, I thuộc đoạn thẳng OA. Trên nửa mặt phẳng bờ AB có chứa điểm M kẻ các tia tiếp tuyến Ax, By với (O). Qua M kẻ đường thẳng vuông góc với IM cắt Ax tại C. Qua I dựng một đường thẳng vuông góc với IC cắt tia By tại D. Gọi E là giao điểm AM, CI và F là giao điểm ID và MB.

- 1/ Chứng minh tứ giác ACMI và tứ giác MEIF nội tiếp
- 2/ Chứng minh EF // AB
- 3/ Chứng minh ba điểm C, M, D thẳng hàng
- 4/ Chứng tỏ rằng hai đường tròn ngoại tiếp hai tam giác CME và MFD tiếp xúc nhau tại M

**Hết.**

**Thí sinh không được sử dụng tài liệu, giám thị không giải thích gì thêm.**

Họ và tên thí sinh:.....Số báo danh:.....  
 Chữ ký giám thị 1:.....Chữ ký giám thị 2:.....

**Bài giải**

BÀI	NỘI DUNG
1.1	$\sqrt{5 - 2\sqrt{2 + \sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}} = \sqrt{5 - 2\sqrt{2 + (2\sqrt{2} + 1)^2}} = \sqrt{5 - 2\sqrt{3 + 2\sqrt{2}}}$ $= \sqrt{5 - 2\sqrt{(\sqrt{2} + 1)^2}} = \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2} = \sqrt{2} - 1$
1.2	<p>a/ Điều kiện xác định của P: <math>x \geq 0</math> và <math>x \neq 4</math>.</p> $P = \frac{3}{\sqrt{x} + 1} + \frac{\sqrt{x}}{2 - \sqrt{x}} + \frac{9}{x - \sqrt{x} - 2} = \frac{3}{\sqrt{x} + 1} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2} + \frac{9}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 2)}$ $= \frac{3(\sqrt{x} - 2) - \sqrt{x}(\sqrt{x} + 1) + 9}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 2)} = \frac{3\sqrt{x} - 6 - x - \sqrt{x} + 9}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 2)} = \frac{3\sqrt{x} - x - \sqrt{x} + 3}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 2)}$



	$= \frac{3(\sqrt{x}+1) - \sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)} = \frac{(\sqrt{x}+1)(3-\sqrt{x})}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)} = \frac{3-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$ $b/ P = 1 \Leftrightarrow \frac{3-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} = 1 \Leftrightarrow 3-\sqrt{x} = \sqrt{x}-2 \Leftrightarrow 2\sqrt{x} = 5 \Leftrightarrow x = \frac{25}{4}$
2	$\begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 1 \\ \frac{3}{x} + \frac{4}{y} = 5 \end{cases} \quad (I) \cdot \text{Đặt} \begin{cases} u = \frac{1}{x} \\ v = \frac{1}{y} \end{cases} \text{ thì hệ (I) trở thành}$ $\begin{cases} u - v = 1 \\ 3u + 4v = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = \frac{9}{7} \\ v = \frac{2}{7} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{9}{7} \\ \frac{1}{y} = \frac{2}{7} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{9} \\ y = \frac{7}{2} \end{cases}$
3.1	<p>(d<sub>m</sub>): <math>y = (2 - \sqrt{10-m})x + m - 12</math></p> <p>Để (d<sub>m</sub>) đi qua gốc tọa độ thì: <math>\begin{cases} 2 - \sqrt{10-m} \neq 0 \\ 10-m \geq 0 \\ m-12=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 6 \\ m \leq 10 \\ m = 12 \text{ (loại)} \end{cases}</math></p> <p>Vậy không tồn tại m để đường thẳng (d<sub>m</sub>) đi qua gốc tọa độ</p>
3.2	<p>Để (d<sub>m</sub>) là hàm số nghịch biến thì: <math>\begin{cases} 10-m \geq 0 \\ 2 - \sqrt{10-m} &lt; 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 10 \\ \sqrt{10-m} &gt; 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 10 \\ 10-m &gt; 4 \end{cases}</math></p> $\Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 10 \\ m < 6 \end{cases} \Leftrightarrow m < 6$
4.	<p>Gọi x (km/h) là vận tốc của ca nô lúc nước yên lặng (Đk: x &gt; 2)</p> <p>⇒ Vận tốc ca nô xuôi dòng là: x + 2 (km/h)</p> <p>Vận tốc ca nô ngược dòng là: x - 2 (km/h)</p> <p>Thời gian ca nô xuôi dòng 42 km: <math>\frac{42}{x+2}</math> (h)</p> <p>Thời gian ca nô ngược dòng 20 km: <math>\frac{20}{x-2}</math> (h)</p> <p>Do ca nô đi hết tổng cộng 5 giờ nên ta có phương trình: <math>\frac{42}{x+2} + \frac{20}{x-2} = 5</math></p> $\Leftrightarrow 42(x-2) + 20(x+2) = 5(x+2)(x-2)$

$$\Leftrightarrow 42x - 84 + 20x + 40 = 5x^2 - 20$$

$$\Leftrightarrow 5x^2 - 62x + 24 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ x = \frac{2}{5} \text{ (loại)} \end{cases}$$

Vậy vận tốc ca nô lúc dòng nước yên lặng là 12 km/h

5.

**a) Chứng minh tứ giác ACMI và MEIF nội tiếp**

\*Xét tứ giác ACMI có:

$$\angle CAI = 90^\circ \text{ (vì Ax là tiếp tuyến tại A của (O))}$$

$$\angle CMI = 90^\circ \text{ (vì CM} \perp \text{IM tại M)}$$

$$\Rightarrow \angle CAI + \angle CMI = 180^\circ$$

$\Rightarrow$  Tứ giác ACMI nội tiếp đường tròn đường kính CI

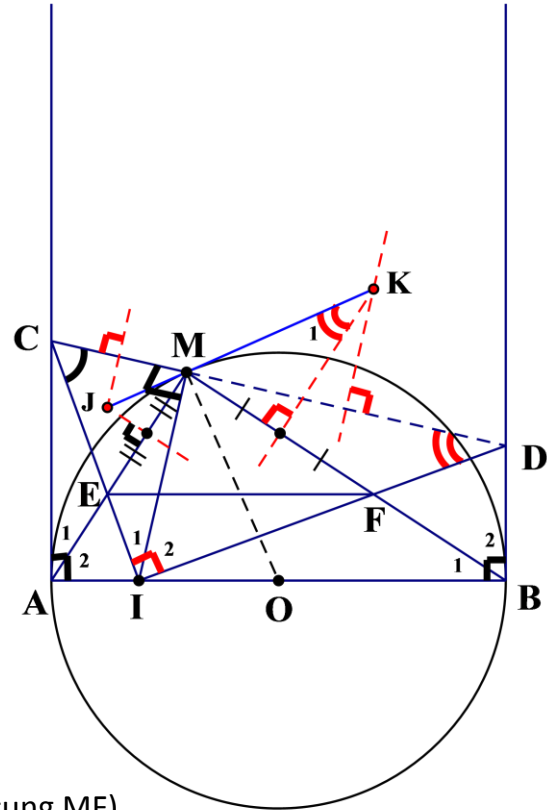
\*Xét tứ giác MEIF có:

$$\angle EMF = 90^\circ \text{ (góc nội tiếp nửa đường tròn)}$$

$$\angle EIF = 90^\circ \text{ (vì CI} \perp \text{ID tại I)}$$

$$\Rightarrow \angle EMF + \angle EIF = 180^\circ$$

$\Rightarrow$  Tứ giác MEIF nội tiếp đường tròn đường kính EF



**b) Chứng minh EF // AB:**

Ta có  $\angle ICM = \hat{I}_2$  (cùng phụ với góc  $\hat{I}_1$ )

Mà tứ giác MEIF nội tiếp  $\Rightarrow \hat{I}_2 = \angle MEF$  (cùng chắn cung MF)

$$\Rightarrow \angle ICM = \angle MEF$$

Mặt khác tứ giác ACMI nội tiếp  $\Rightarrow \angle ICM = \angle A_2$  (cùng chắn cung MI)

$$\left. \begin{array}{l} \angle ICM = \angle MEF \\ \angle ICM = \angle A_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{MEF} = \widehat{A_2}$$

Mà  $\angle MEF$  và  $\angle A_2$  là hai góc đồng vị nên  $EF \parallel AB$

**c) Chứng minh ba điểm C, M, D thẳng hàng**

Ta có :  $\hat{I}_2 = \angle A_2$  (cùng bằng  $\angle MEF$ )

Mà  $\angle A_2 = \angle B_2$  (góc nội tiếp, góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung cùng chắn MB của (O))

$\Rightarrow \hat{I}_2 = B_2$  mà I ,B là hai đỉnh kề cạnh IB của tứ giác MIBD  
 $\Rightarrow$  tứ giác MIBD nội tiếp  
 $\Rightarrow \text{IMD} + \text{IBD} = 180^\circ$ . Mà  $\text{IBD} = 90^\circ \Rightarrow \text{IMD} = 90^\circ$   
 $\Rightarrow \text{CMI} + \text{IMD} = 180^\circ \Rightarrow \text{C, M, D}$  thẳng hàng

**d) Chứng minh hai đường tròn ngoại tiếp hai tam giác CME và MFD tiếp xúc nhau tại M**

\*Gọi J và K lần lượt là tâm các đường tròn ngoại tiếp tam giác CME và MFD

Xét đường tròn tâm K ta có:

$$K_1 = \text{MDF} \text{ (cùng bằng } \frac{1}{2} \text{ số đo } \angle \text{MF})$$

$$\text{Mà } K_1 + \text{KMF} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \text{MDF} + \text{KMF} = 90^\circ \quad (1)$$

Ta lại có:  $B_1 = \text{MDF}$  (cùng chắn cung MI, tứ giác MIBD nội tiếp)

$$\text{Mà } B_1 = \text{OMB} \text{ (do } \triangle \text{OMB cân tại O, OM} = \text{BO)}$$

$$\Rightarrow \text{MDF} = \text{OMB} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra:  $\text{OMB} + \text{KMF} = 90^\circ \Rightarrow \text{KM} \perp \text{MO}$  mà KM là bán kính (K)

$\Rightarrow \text{OM}$  là tiếp tuyến của (K)

Chứng minh tương tự ta có: OM cũng là tiếp tuyến của (J)

Vậy hai đường tròn ngoại tiếp hai tam giác CME và MFD tiếp xúc nhau tại M

**Gv: TẠ MINH BÌNH**

**Trường THCS Thạnh Lộc Châu Thành Kiên Giang**

**ĐỀ 1221**

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO  
THÀNH PHỐ ĐÀ NẴNG**

**KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10  
THPT CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN NĂM 2013**

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

**MÔN THI : TOÁN**

Thời gian : 150 phút (không tính thời gian giao đề)

**Bài 1. (2,5 điểm)**

a) Tìm các nghiệm của phương trình  $2x^2 + 4x + 3a = 0$  (1), biết rằng phương

trình (1) có một nghiệm là số đối của một nghiệm nào đó của phương trình

$$2x^2 - 4x - 3a = 0.$$

b) Cho hệ thức  $x^2 + (x^2 + 2)y + 6x + 9 = 0$  với  $x, y$  là các số thực.

Tìm giá trị nhỏ nhất của  $y$ .

### Bài 2. (2,5 điểm)

a) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} (x^4 + 1)(y^4 + 1) = 4xy \\ \sqrt[3]{x-1} - \sqrt{y-1} = 1 - x^3 \end{cases}$$

b) Tìm các số nguyên  $x, y$  sao cho  $2x - 2\sqrt{y+2} = 2\sqrt{2x+1} - y$

### Bài 3. (3,5 điểm)

Cho đoạn thẳng BC có M là trung điểm. Gọi H là một điểm của đoạn thẳng BM (H khác các điểm B và M). Trên đường thẳng vuông góc với BC tại H lấy điểm A sao cho  $BAH = MAC$ . Đường tròn tâm A bán kính AB cắt đoạn thẳng BC tại điểm thứ hai ở D và cắt đoạn thẳng AC tại E. Gọi P là giao điểm của AM và EB.

a) Đặt  $AB = r$ , tính DH.AM theo  $r$ .

b) Gọi  $h_1, h_2, h_3$  lần lượt là khoảng cách từ điểm P đến các đường thẳng

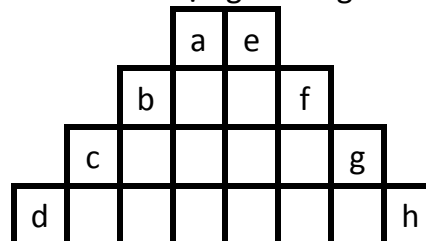
BC, CA, AB. Chứng minh rằng:  $\frac{h_2}{AB} + \frac{h_3}{AC} < 1 - \frac{2h_1}{BC}$

c) Gọi Q là giao điểm thứ hai của hai đường tròn ngoại tiếp hai tam giác APE và BPM. Chứng minh rằng tứ giác BCEQ là tứ giác nội tiếp.

### Bài 4. (1,5 điểm)

Cho một tháp số (gồm 20 ô vuông giống nhau) như hình vẽ. Mỗi ô vuông được ghi một số nguyên dương  $n$  với  $1 \leq n \leq 20$ , hai ô vuông bất kỳ không được ghi cùng một số. Ta quy định trong tháp số này 2 ô vuông kề nhau là 2 ô vuông có chung cạnh. Hỏi có thể có cách ghi nào thỏa mãn điều kiện:

Chọn 1 ô vuông bất kỳ (khác với các ô vuông được đặt tên a, b, c, d, e, f, g, h như hình vẽ) thì tổng của số được ghi trong ô đó và các số được ghi trong 3 ô vuông kề với nó chia hết cho 4?



-----HẾT-----

## ĐÁP ÁN

### Bài 1.

a) Gọi  $x_0$  là nghiệm của phương trình:  $2x^2 + 4x + 3a = 0$  (1)

$\Rightarrow -x_0$  là nghiệm của phương trình:  $2x^2 - 4x - 3a = 0$  (2)

Thay  $x_0$  vào phương trình (1), ta có:  $2x_0^2 + 4x_0 + 3a = 0$  (a)

Thay  $-x_0$  vào phương trình (2), ta có:  $2(-x_0)^2 - 4(-x_0) - 3a = 0 \Leftrightarrow 2x_0^2 + 4x_0 - 3a = 0$  (b)

Lấy (a) trừ (b) vế theo vế, ta có:  $6a = 0 \Leftrightarrow a = 0$

Khi đó: (1)  $\Leftrightarrow 2x_0^2 + 4x_0 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = -2 \end{cases}$$

Vậy: Nghiệm của phương trình  $2x^2 + 4x + 3a = 0$  là  $S = \{-2; 0\}$

b) Ta có:  $x^2 + (x^2 + 2)y + 6x + 9 = 0$

$$\Leftrightarrow x^2 + x^2y + 2y + 6x + 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow (1 + y)x^2 + 6x + 2y + 9 = 0 \quad (1)$$

TH1:  $y = -1$ , khi đó: (1)  $\Leftrightarrow (1 - 1)x^2 + 6x + 2 \cdot (-1) + 9 = 0 \Leftrightarrow 6x = -7 \Leftrightarrow x = -\frac{7}{6}$  (a)

TH2:  $y \neq -1$ , khi đó: phương trình (1) là phương trình bậc hai theo ẩn  $x$  và  $y$  là tham số

$$\Delta' = 3^2 - (1 + y)(2y + 9)$$

$$= 9 - (2y^2 + 11y + 9)$$

$$= -2y^2 - 11y$$

Để phương trình (1) có nghiệm thì  $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow -2y^2 - 11y \geq 0 \Leftrightarrow y(2y + 11) \leq 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y \leq 0 \\ 2y + 11 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \leq 0 \\ y \geq -\frac{11}{2} \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{11}{2} \leq y \leq 0 \text{ và } y \neq -1 \quad (b)$$

Từ (a) và (b) suy ra:  $y$  đạt giá trị lớn nhất là 0

Thay  $y = 0$  vào (1), ta có:  $(1 + 0)x^2 + 6x + 2 \cdot 0 + 9 = 0$

$$\Leftrightarrow x^2 + 6x + 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + 3)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -3$$

Vậy:  $y$  đạt giá trị lớn nhất là 0 khi  $x = -3$

**Bài 2.**

a) Điều kiện:  $x > 0, y \geq 1$

Áp dụng bất đẳng thức così, ta có:  $x^4 + 1 \geq 2x^2$ ,  $y^4 + 1 \geq 2y^2$

Nên:  $(x^4 + 1)(y^4 + 1) \geq 4x^2y^2$

hay:  $4xy \geq 4x^2y^2$

$$\Leftrightarrow xy - x^2y^2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow xy(1 - xy) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 1 - xy \geq 0 \text{ (vì } x > 0, y \geq 1)$$

$$\Leftrightarrow xy \leq 1 \Leftrightarrow x \leq \frac{1}{y} \leq 1 \text{ (vì } y \geq 1)$$

Ta có:  $\sqrt[3]{x-1} - \sqrt{y-1} \leq \sqrt[3]{1-1} - \sqrt{1-1} = 0 - 0 = 0$

và:  $1 - x^3 \geq 1 - 1^3 = 0$

Nên:  $\sqrt[3]{x-1} - \sqrt{y-1} \leq 0 \leq 1 - x^3$

Dấu “=” xảy ra  $\Leftrightarrow x = y = 1$  (TM)

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất:  $(x; y) = (1; 1)$

b)  $2x - 2\sqrt{y+2} = 2\sqrt{2x+1} - y$  (Điều kiện:  $x \geq 0, y \geq -2$ )

$$\Leftrightarrow 2x + y = 2(\sqrt{y+2} + \sqrt{2x+1})$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{2x+1} - 1)^2 + (\sqrt{y+2} - 1)^2 = 5 \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (\sqrt{2x+1} - 1)^2 = 5 - (\sqrt{y+2} - 1)^2 \leq 5 \\ (\sqrt{y+2} - 1)^2 = 5 - (\sqrt{2x+1} - 1)^2 \leq 5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{5} \leq \sqrt{2x+1} - 1 \leq \sqrt{5} \\ -\sqrt{5} \leq \sqrt{y+2} - 1 \leq \sqrt{5} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 - \sqrt{5} \leq \sqrt{2x+1} \leq 1 + \sqrt{5} \\ 1 - \sqrt{5} \leq \sqrt{y+2} \leq 1 + \sqrt{5} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 1 \leq (1 + \sqrt{5})^2 = 6 + 2\sqrt{5} \\ y + 2 \leq (1 + \sqrt{5})^2 = 6 + 2\sqrt{5} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{5 + 2\sqrt{5}}{2} \\ y \leq 4 + 2\sqrt{5} \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện, ta có:  $\Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq \frac{5+2\sqrt{5}}{2} \\ -2 \leq y \leq 4+2\sqrt{5} \end{cases}$

Vì  $x, y$  là số nguyên nên  $\sqrt{y+2} + \sqrt{2x+1} \in \mathbb{Z}$

Ta xét các trường hợp:

TH1:  $2x+1$  và  $y+2$  là số chính phương

$$\text{Mà: } 0 \leq x \leq \frac{5+2\sqrt{5}}{2} \Leftrightarrow 1 \leq 2x+1 \leq 6+2\sqrt{5}$$

$$\text{Nên: } 2x+1 \in \{1; 9\} \text{ (vì } 2x+1 \text{ là số lẻ)} \Leftrightarrow x \in \{0; 4\}$$

$$\text{- Với: } x=0, \text{ ta có: } 2.0+y=2(\sqrt{y+2}+\sqrt{2.0+1})$$

$$\Leftrightarrow y=2(\sqrt{y+2}+1)$$

$$\Leftrightarrow y-2\sqrt{y+2}-2=0$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{y+2}-1)^2=5$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{y+2}-1=\sqrt{5} \\ \sqrt{y+2}-1=-\sqrt{5} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{y+2}=1+\sqrt{5} \\ \sqrt{y+2}=1-\sqrt{5} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y+2=6+2\sqrt{5} \\ y+2=6-2\sqrt{5} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=4+2\sqrt{5} \\ y=4-2\sqrt{5} \end{cases} \text{ (loại)}$$

$$\text{- Với: } x=4, \text{ ta có: } 2.4+y=2(\sqrt{y+2}+\sqrt{2.4+1})$$

$$\Leftrightarrow y+8=2(\sqrt{y+2}+3)$$

$$\Leftrightarrow y+2-2\sqrt{y+2}=0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{y+2}(\sqrt{y+2}-2)=0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=-2 \\ y=2 \end{cases} \text{ (TM)}$$

TH2:  $\sqrt{2x+1}=a+\sqrt{m}$  và  $\sqrt{y+2}=b-\sqrt{m}$  ( $a \in \mathbb{Z}, b, m \in \mathbb{N}^*$  và  $m$  không phải là số chính phương)

$$(1) \Leftrightarrow (a+\sqrt{m}-1)^2 + (b-\sqrt{m}-1)^2 = 5$$

$$\Leftrightarrow (a-1)^2 + m + 2(a-1)\sqrt{m} + (b-1)^2 + m - 2(b-1)\sqrt{m} - 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow (a-1)^2 + (b-1)^2 + 2m + 2\sqrt{m}(a-1-b+1) - 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow (a-1)^2 + (b-1)^2 + 2m + 2\sqrt{m}(a-b) - 5 = 0$$

Vì  $a, b, m \in \mathbb{N}$  nên:  $(a-1)^2 + (b-1)^2 + 2m - 5$  và  $a - b$  là số nguyên

Mà:  $\sqrt{m}$  là số vô tỉ

$$\text{Nên: } \begin{cases} (a-1)^2 + (b-1)^2 + 2m - 5 = 0 \\ a - b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a-1)^2 + (b-1)^2 + 2m - 5 = 0 \quad (2) \\ a = b \end{cases}$$

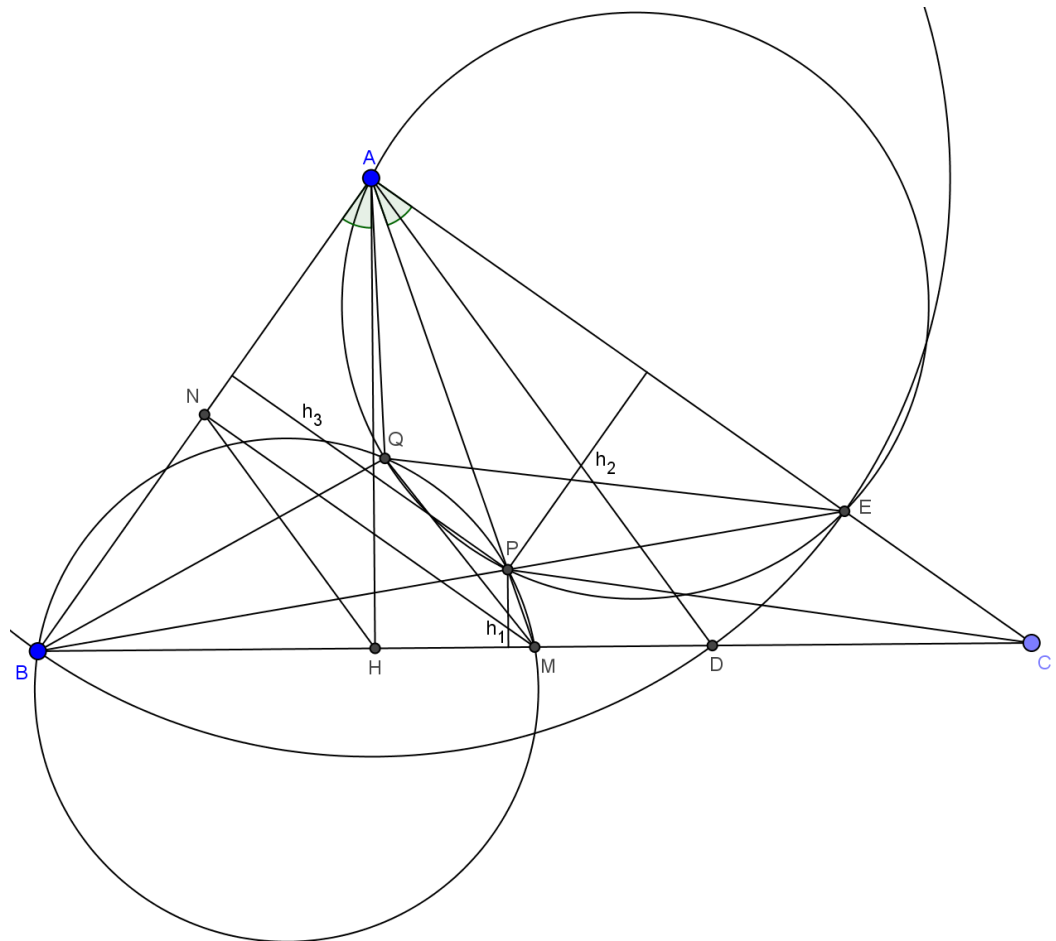
(2)  $\Leftrightarrow 2(a-1)^2 + 2m = 5$  (loại vì vế trái chia hết cho 2, vế phải không chia hết cho 2)

**TH3:**  $\sqrt{2x+1} = a - \sqrt{m}$  và  $\sqrt{y+2} = b + \sqrt{m}$  ( $b \in \mathbb{Z}, a, m \in \mathbb{N}^*$  và  $m$  không phải là số chính phương)

Giải tương tự, trường hợp này bị loại.

Vậy: Phương trình có nghiệm nguyên:  $(x;y) \in \{(4;-2);(4;2)\}$ .

### Bài 3.



a)

Gọi N là trung điểm AB.

$\triangle AHB$  vuông tại H có đường trung tuyến HN ứng với cạnh huyền AB



$$\Rightarrow AN = NH \Rightarrow NHA = BAH = MAC$$

$$C/m: MN \text{ là đường trung bình } \triangle ABC \Rightarrow MN // AC \Rightarrow NMA = MAC$$

$$\text{Do đó: } NMA = NHA \Rightarrow ANHM \text{ nội tiếp}$$

$$\Rightarrow ANM = AHM = 90^\circ \Rightarrow MN \perp AB \Rightarrow AC \perp AB$$

$\triangle ABC$  vuông tại A có đường trung tuyến AM ứng với cạnh huyền BC

$$\Rightarrow MA = MB \Rightarrow MAN = ABH = ADH$$

$$\triangle ANM \text{ đồng dạng } \triangle DHA \Rightarrow \frac{AN}{DH} = \frac{AM}{DA} \Rightarrow DH \cdot AM = AN \cdot AD = \frac{AB}{2} \cdot AD = \frac{r^2}{2}$$

$$\text{Vậy } DH \cdot AM = \frac{r^2}{2}.$$

$$b) \frac{h_2}{AB} + \frac{h_3}{AC} < 1 - \frac{2h_1}{BC}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2(S_{ABC} - S_{BPC})}{AH \cdot BC} < 1 - \frac{2h_1}{BC}$$

$$\Leftrightarrow 1 - \frac{h_1}{AH} < 1 - \frac{2h_1}{BC}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{AH} > \frac{2}{BC}$$

$$\Leftrightarrow BC > 2AH$$

$$\Leftrightarrow 2AM > 2AH$$

$$\Leftrightarrow AM > AH \text{ (luôn đúng)}$$

c)

$$\text{Ta có: } QBE = QMA; QEB = QAM$$

$$\Rightarrow \triangle QBE \text{ đồng dạng } \triangle QMA \text{ (g.g)}$$

$$\Rightarrow \frac{QB}{QE} = \frac{QM}{QA} \text{ và } BQE = MQA \Rightarrow BQM = EQA$$

$$\Rightarrow \triangle BQM \text{ đồng dạng } \triangle EQA \text{ (c.g.c)} \Rightarrow QBC = QEA$$

Vậy BCEQ là tứ giác nội tiếp.

## Bài 5.

### Cách 1:

			a	e			
		b	i	k	f		
	c	l	m	n	o	g	
d	p	q	r	s	t	u	h

Ghi tên các ô như hình.

Giả sử tồn tại cách ghi thỏa mãn điều kiện: Chọn 1 ô vuông bất kỳ thì tổng của số được ghi trong ô và các số được ghi trong 3 ô vuông kề với nó chia hết cho 4.

Trong các số từ 1 đến 20 ta chỉ chọn được tối đa 5 số có cùng số dư khi chia cho 4.

Ta có:  $(m+n+i+l):4$  và  $(m+n+i+r):4 \Rightarrow l \equiv r \pmod{4}$

$$(m+n+i+l):4 \text{ và } (m+n+r+l):4 \Rightarrow i \equiv r \pmod{4}$$

$$(m+i+l+n):4 \text{ và } (m+n+i+r):4 \Rightarrow n \equiv r \pmod{4}$$

nên:  $i \equiv l \equiv r \equiv n \pmod{4}$

Lại có:  $(n+k+m+s):4$  và  $(r+q+m+s):4 \Rightarrow n+k \equiv r+q \pmod{4}$

$$(n+k+o+s):4 \text{ và } (t+u+o+s):4 \Rightarrow n+k \equiv t+u \pmod{4}$$

nên:  $r+q \equiv t+u \pmod{4}$

Và:  $(m+n+l+r):4$  và  $(p+q+l+r):4 \Rightarrow m+n \equiv p+q \pmod{4}$

$$(m+n+o+s):4 \text{ và } (t+u+o+s):4 \Rightarrow m+n \equiv t+u \pmod{4}$$

nên:  $p+q \equiv t+u \pmod{4} \Rightarrow p+q \equiv r+q \pmod{4} \Rightarrow p \equiv r \pmod{4}$

Do đó:  $i \equiv l \equiv r \equiv n \equiv p \pmod{4}$

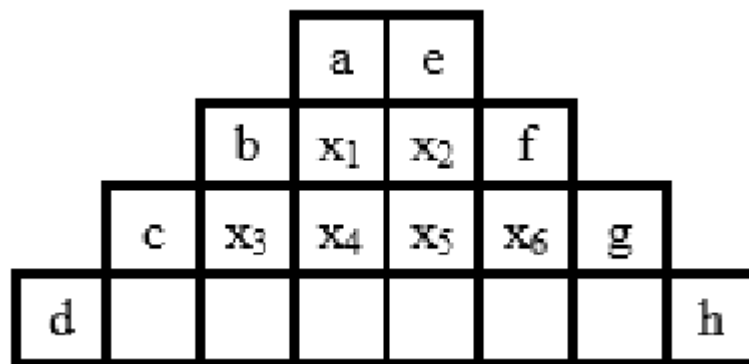
Tương tự:  $k \equiv o \equiv s \equiv m \equiv u \pmod{4}$

Mặt khác:  $(n+k+o+s):4$  và  $(t+s+o+u):4$  và  $k \equiv o \equiv s \equiv u \pmod{4} \Rightarrow n \equiv t \pmod{4}$

Do đó:  $i \equiv l \equiv r \equiv n \equiv p \equiv t \pmod{4}$  (vô lí ☹)

Vậy: không có cách xếp nào thỏa mãn yêu cầu bài toán

**Cách 2:**



Ta đánh dấu các ô trên như hình vẽ.

Ở đây các ô:  $x_i, i = \overline{1,6}$  đều có các ô xung quanh.

Xét theo vị trí  $x_i$ , theo đề bài, ta có:

$$\begin{cases} 4 \mid x_1 + a + b + x_4 & (1) \\ 4 \mid x_1 + b + x_2 + x_4 & (2) \\ 4 \mid x_1 + a + x_2 + x_4 & (3) \\ 4 \mid x_1 + a + b + x_2 & (4) \end{cases}$$

$$\Rightarrow 4x_1 + 3(a + b + x_4 + x_2) \vdots 4$$

$$\Rightarrow 3(a + b + x_4 + x_2) \vdots 4$$

$$\Rightarrow (a + b + x_4 + x_2) \vdots 4 \quad (5)$$

$$\text{Từ (1), (2), (3), (4) và (5), ta được: } \begin{cases} x_1 - x_2 \vdots 4 \\ x_1 - a \vdots 4 \\ x_1 - b \vdots 4 \\ x_1 - x_4 \vdots 4 \end{cases}$$

Do đó:  $x_1, a, b, x_4$  đồng dư (mod 4)

Làm tương tự đối với các ô  $x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$ .

Khi đó, ta có ít nhất 12 số đồng dư (mod 4)

Mà: từ 1 đến 20 chỉ có 4 lớp số, mỗi lớp có 5 số đồng dư (mod 4) và

12 số này phải khác nhau.

Vậy: không có cách xếp nào thỏa mãn yêu cầu bài toán

**Biên soạn bởi LÊ BẢO HIỆP & NGUYỄN PHƯỚC LỘC**

## ĐỀ 1222

### KỲ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT BẮC GIANG 2008-2009 (ĐỀ 2)

*Môn thi: Toán – Thời gian 120 phút*

*Ngày thi: 20/06/2008*

#### Câu 1 ( 2 điểm )

a/ Tính  $3\sqrt{2} + 2\sqrt{2}$

b/ Cặp số  $(x, y) = (1; 2)$  có là nghiệm của hệ phương trình  $\begin{cases} x + y = 23 \\ x - y = -1 \end{cases}$

#### Câu 2 ( 1 điểm )

1/ Điểm A  $(-1; 2)$  có thuộc đường thẳng  $y = 4 + 2x$  không ?

2/ Tìm x để  $\sqrt{x-2}$  có nghĩa?

#### Câu 3 ( 1,5 điểm )

Tính diện tích hình chữ nhật có chiều dài trừ chiều rộng bằng 18m và chiều dài gấp 3 lần chiều rộng.

**Câu 4 ( 1,5 điểm )**

Rút gọn biểu thức:  $P = \left( \frac{2}{\sqrt{1+x}} + \sqrt{1-x} \right) : \left( \frac{2}{\sqrt{1-x^2}} + 1 \right)$  với  $-1 < x < 1$

**Câu 5 (2 điểm )**

Cho nửa đường tròn đường kính  $AB = 2R$ . C là một điểm nằm trên nửa đường tròn sao cho  $\widehat{BAC} = 30^\circ$  và D là điểm chính giữa của cung AC. Các dây AC và BD cắt nhau tại K.

1/ Chứng minh rằng: BD là phân giác của  $\widehat{ABC}$  và  $AK = 2KC$ .

2/ Tính AK theo R.

**Câu 6 ( 1 điểm )**

Trên đường tròn tâm O lấy hai điểm A, B phân biệt. Các tiếp tuyến của đường tròn (O) tại A và B cắt nhau tại M. Từ A kẻ đường thẳng song song MB cắt đường tròn (O) tại C. MC cắt đường tròn (O) tại E. Các tia AE và MB cắt nhau tại K. Chứng minh rằng:  $MK^2 = AK \cdot EK$  và  $MK = KB$ .

**Câu 7 ( 1 điểm )**

Cho a, b là hai số thực dương thỏa mãn  $a + b = \frac{5}{4}$

Chứng minh rằng  $\frac{4}{a} + \frac{1}{4b} \geq 5$

Khi nào bất đẳng thức xảy ra dấu bằng?

ĐỀ CHÍNH THỨC

MÔN THI : TOÁN

Thời gian : 150 phút (không tính thời gian giao đề)

**Bài 1. (2,0 điểm)**

Cho biểu thức  $A = \frac{x\sqrt{x} - 2x - 49}{x + 3\sqrt{x} - 4} - \frac{\sqrt{x} - 4}{\sqrt{x} + 4} + \frac{2\sqrt{x} + 8}{\sqrt{x} - 1}$ , với  $x \geq 0, x \neq 1$ .

Rút gọn biểu thức P, từ đó suy ra giá trị nhỏ nhất của biểu thức A.

**Bài 2. (2,5 điểm)**

1) Giải phương trình  $\frac{2009}{6-x} + \frac{2011}{4-x} + \frac{2013}{2-x} = \frac{2010}{5-x} + \frac{2012}{3-x} + \frac{2014}{1-x}$

2) Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} 2x = y(1+x) \\ 2y^2 = (\sqrt{z} + 1)(1 + y^2) \\ 2(z + 2\sqrt{z} - \sqrt{x} + 1) = \sqrt{xz}(2 + \sqrt{z}). \end{cases}$$

**Bài 3. (1,5 điểm)**

Chứng minh rằng  $P = xy(x^4 - 15y) - xy(y^4 + 15y)$  chia hết cho 30, với  $x, y$  là hai số nguyên bất kỳ.

**Bài 4. (1,5 điểm)**

Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp trong đường tròn (O),  $AB < AC$ . Trên cung nhỏ BC lấy điểm M sao cho  $MB < MC$ . Gọi D, E, F lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên các đường thẳng AC, CB, BA.

1) Chứng minh rằng D, E, F thẳng hàng.

2) Tính tỉ số  $\frac{MA \cdot BC - MC \cdot AB}{MB \cdot CA}$ .

**Bài 5. (1,0 điểm)**

Cho tam giác ABC vuông tại A, có đường cao AH. Gọi AD, AE lần lượt là các đường phân giác của hai tam giác HAB, HAC (D, H, E thuộc đoạn BC). Chứng minh rằng tâm đường tròn nội tiếp của tam giác ABC cách đều ba điểm A, D, E.

**Bài 6. (1,0 điểm)**

Trong một giải cờ vua quốc tế, Việt Nam, Anh, Pháp, Nga, Nhật mỗi nước có 2 kỳ thủ tham gia; một số nước khác mỗi nước tham gia 1 kỳ thủ. Thể lệ thi đấu:

- Thi đấu vòng tròn một lượt, mỗi kỳ thủ thi đấu với kỳ thủ khác đúng một lần.

- Mỗi trận đấu: thắng được 1 điểm, hòa được 0,5 điểm, thua thì không có điểm.

Kết quả cuộc thi, tổng số điểm của hai kỳ thủ Việt Nam được 14 điểm và các kỳ thủ còn lại đều có số điểm bằng nhau.

Biết rằng tổng số nước tham gia lớn hơn 10, hỏi có bao nhiêu nước tham gia?

-----HẾT-----

## ĐÁP ÁN

### Bài 1.

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{x\sqrt{x} - 2x - 49}{x + 3\sqrt{x} - 4} - \frac{\sqrt{x} - 4}{\sqrt{x} + 4} + \frac{2\sqrt{x} + 8}{\sqrt{x} - 1} \\
 &= \frac{x\sqrt{x} - 2x - 49 - (\sqrt{x} - 4)(\sqrt{x} - 1) + 2(\sqrt{x} + 4)^2}{(\sqrt{x} + 4)(\sqrt{x} - 1)} \\
 &= \frac{x\sqrt{x} - 2x - 49 - (x - 5\sqrt{x} + 4) + 2(x + 8\sqrt{x} + 16)}{(\sqrt{x} + 4)(\sqrt{x} - 1)} \\
 &= \frac{x\sqrt{x} - 2x - 49 - x + 5\sqrt{x} - 4 + 2x + 16\sqrt{x} + 32}{(\sqrt{x} + 4)(\sqrt{x} - 1)} \\
 &= \frac{x\sqrt{x} - x + 21\sqrt{x} - 21}{(\sqrt{x} + 4)(\sqrt{x} - 1)} = \frac{(x + 21)(\sqrt{x} - 1)}{(\sqrt{x} + 4)(\sqrt{x} - 1)} = \frac{x + 21}{\sqrt{x} + 4} > 0
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow A\sqrt{x} + 4A = x + 21$$

$$\Leftrightarrow x - A\sqrt{x} - (4A - 21) = 0$$

$$\text{Lập } \Delta = (-A)^2 + 4(4A - 21) = A^2 + 16A - 84 = (A + 8)^2 - 148 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (A + 8)^2 \geq 148$$

$$\Leftrightarrow A + 8 \geq 2\sqrt{37} \text{ (vì } A > 0 \Rightarrow A + 8 > 0)$$

$$\Leftrightarrow A \geq 2\sqrt{37} - 8$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow \Delta = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-b}{2a} = \frac{A}{2} = \sqrt{37} - 4$$

$$\text{Vậy } A = \frac{x + 21}{\sqrt{x} + 4} \text{ có giá trị nhỏ nhất là } 2\sqrt{37} - 8 \text{ khi } x = \sqrt{37} - 4$$

**Bài 2.**

$$1) \frac{2009}{6-x} + \frac{2011}{4-x} + \frac{2013}{2-x} = \frac{2010}{5-x} + \frac{2012}{3-x} + \frac{2014}{1-x} \quad \text{Điều kiện: } x \notin \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2009}{6-x} + 1 + \frac{2011}{4-x} + 1 + \frac{2013}{2-x} + 1 = \frac{2010}{5-x} + 1 + \frac{2012}{3-x} + 1 + \frac{2014}{1-x} + 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{2015-x}{6-x} + \frac{2015-x}{4-x} + \frac{2015-x}{2-x} = \frac{2015-x}{5-x} + \frac{2015-x}{3-x} + \frac{2015-x}{1-x}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2015-x=0 & (1) \\ \frac{1}{6-x} + \frac{1}{4-x} + \frac{1}{2-x} = \frac{1}{5-x} + \frac{1}{3-x} + \frac{1}{1-x} & (2) \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow x = 2015 \text{ (TM)}$$

$$(2) \Leftrightarrow \left( \frac{1}{6-x} - \frac{1}{5-x} \right) + \left( \frac{1}{4-x} - \frac{1}{3-x} \right) + \left( \frac{1}{2-x} - \frac{1}{1-x} \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left( \frac{1}{6-x} - \frac{1}{5-x} \right) + \left( \frac{1}{4-x} - \frac{1}{3-x} \right) + \left( \frac{1}{2-x} - \frac{1}{1-x} \right) = 0$$

$$2) \begin{cases} 2x = y(1+x) & (1) \\ 2y^2 = (\sqrt{z}+1)(1+y^2) & (2) \\ 2(z+2\sqrt{z}-\sqrt{x}+1) = \sqrt{xz}(2+\sqrt{z}) & (3) \end{cases} \quad \text{Điều kiện: } x, z \geq 0$$

$$(1) \Rightarrow y = \frac{2x}{1+x} \geq 0 \text{ (vì } x \geq 0)$$

$$(1) \Rightarrow 2x \geq y \cdot 2\sqrt{x} \Leftrightarrow \sqrt{x} \geq y$$

$$(2) \Rightarrow 2y^2 \geq (\sqrt{z}+1) \cdot 2y \Leftrightarrow y \geq \sqrt{z}+1$$

$$\text{Do đó: } \sqrt{x} \geq y \geq \sqrt{z}+1$$

$$(3) \Leftrightarrow 2z + 4\sqrt{z} + 2 = \sqrt{xz}(2+\sqrt{z}) + 2\sqrt{x} \geq \sqrt{z}(\sqrt{z}+1)(2+\sqrt{z}) + 2(\sqrt{z}+1)$$

$$\Leftrightarrow 2z + 4\sqrt{z} + 2 \geq \sqrt{z}(z+3\sqrt{z}+2) + 2\sqrt{z} + 2$$

$$\Leftrightarrow 2z + 4\sqrt{z} \geq z\sqrt{z} + 3z + 2\sqrt{z} + 2\sqrt{z}$$

$$\Leftrightarrow z\sqrt{z} + z \leq 0 \Leftrightarrow z(\sqrt{z}+1) \leq 0 \Leftrightarrow z \leq 0$$

$$\text{Mà } z \geq 0 \Rightarrow z = 0 \Rightarrow \text{Dấu "=" đều xảy ra} \Rightarrow \sqrt{x} = y = \sqrt{z}+1 = 1 \Leftrightarrow x = y = 1 \text{ (TM)}$$

$$\text{Vậy } x = y = 1; z = 0.$$

**Bài 3.**

$$P = xy(x^4 - 15y) - xy(y^4 + 15y) = xy(x^4 - y^4) - 30xy^2 = xy(x^2 - y^2)(x+y)(x-y) - 30xy^2$$

\* Nếu x và y có một số chia hết cho 2 thì  $A:2$

Nếu x và y cùng không chia hết cho 2 thì  $x-y:2 \Rightarrow A:2$

Do đó:  $A \vdots 2$  với mọi  $x, y$  (1)

\* Nếu  $x$  và  $y$  có một số chia hết cho 3 thì  $A \vdots 3$

Nếu  $x$  và  $y$  chia cho 3 có cùng số dư thì  $x - y \vdots 3 \Rightarrow A \vdots 3$

Nếu  $x$  và  $y$  chia cho 3 có một số dư 1 và một số dư 2 thì  $x + y \vdots 3 \Rightarrow A \vdots 3$

Do đó:  $A \vdots 3$  với mọi  $x, y$  (2)

**Bổ đề: Số chính phương chia 5 dư 0, 1 hoặc 4.**

\* Nếu  $x$  và  $y$  có một số chia hết cho 5 thì  $A \vdots 5$

Với:  $x$  và  $y$  không chia hết cho 5 thì  $x = 5a + m$  và  $y = 5b + n$  (với  $a, b, m, n \in \mathbb{Z}$  và  $1 \leq m, n \leq 4$ )

+ Nếu:  $x$  và  $y$  chia 5 có cùng số dư thì  $x - y \vdots 5 \Rightarrow A \vdots 5$

+ Nếu:  $m \in \{1; 4\}$ , và ngược lại thì  $x^2$  chia 5 dư 1,  $y^2$  chia 5 dư 4 và ngược lại. (theo bổ đề)

Nên:  $x^2 + y^2 \vdots 5 \Rightarrow A \vdots 5$

+ Nếu:  $(m, n) \in \{(1; 4); (2; 3); (3; 2); (4; 1)\}$  thì  $x + y \vdots 5 \Rightarrow A \vdots 5$

Do đó:  $A \vdots 5$  với mọi  $x, y$  (3)

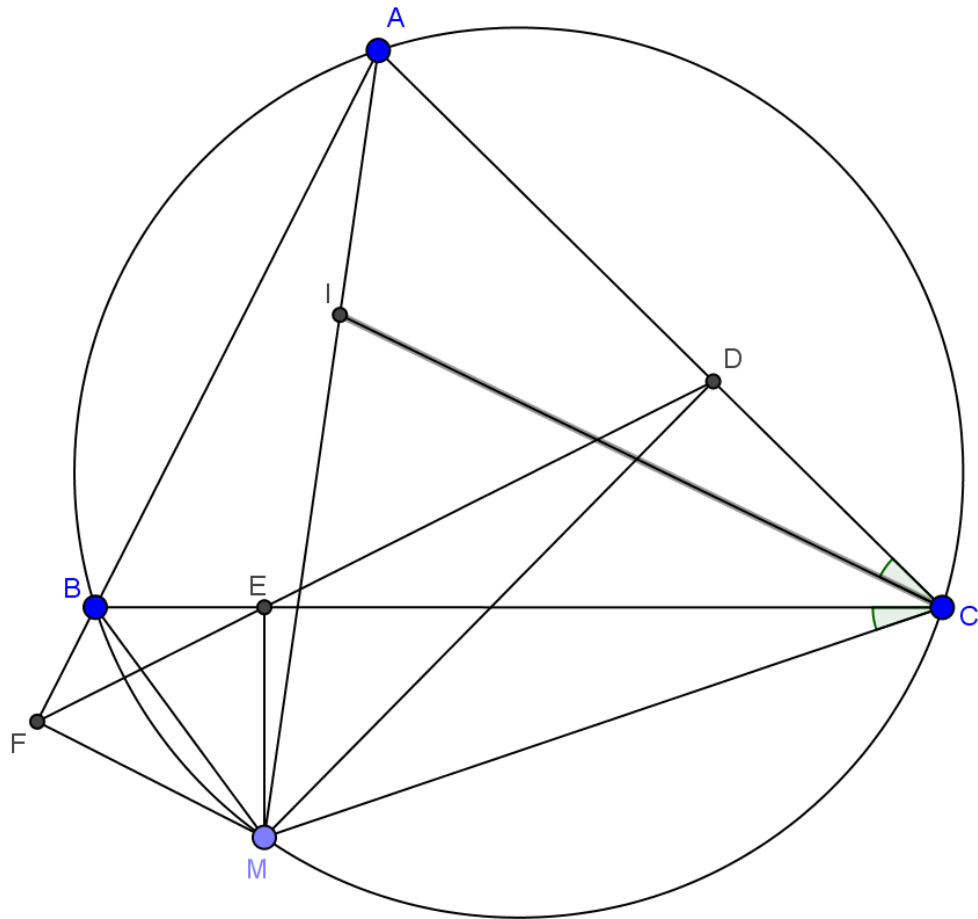
Mà:  $(2; 3; 5) = 1$  (4)

Từ (1), (2), (3), (4) thì  $A \vdots (2.3.5)$

Vậy:  $A \vdots 30$  với  $x, y$  nguyên

**Bài 4.**





1)

Tứ giác ABMC và ADMF nội tiếp

$$\Rightarrow \angle BMC = 180^\circ - \angle BAC = 180^\circ - \angle DAF = \angle DMF \Rightarrow \angle BMF = \angle CMD$$

Tứ giác BEMF nội tiếp  $\Rightarrow \angle BEF = \angle BMF$

Tứ giác BMED nội tiếp  $\Rightarrow \angle CED = \angle CMD$

$$\text{Do đó: } \angle BEF = \angle CED \Rightarrow \angle BEF + \angle BED = \angle CED + \angle BED \Leftrightarrow \angle DEF = 180^\circ$$

Vậy D, E, F thẳng hàng.

2) (Định lý Ptolemy)

Lấy I trên đoạn MA sao cho  $ACI = BCM$ .

$$\triangle AIC \text{ đồng dạng } \triangle BCM (g.g) \Rightarrow \frac{AI}{MB} = \frac{CA}{BC} \Rightarrow MB \cdot CA = AI \cdot BC$$

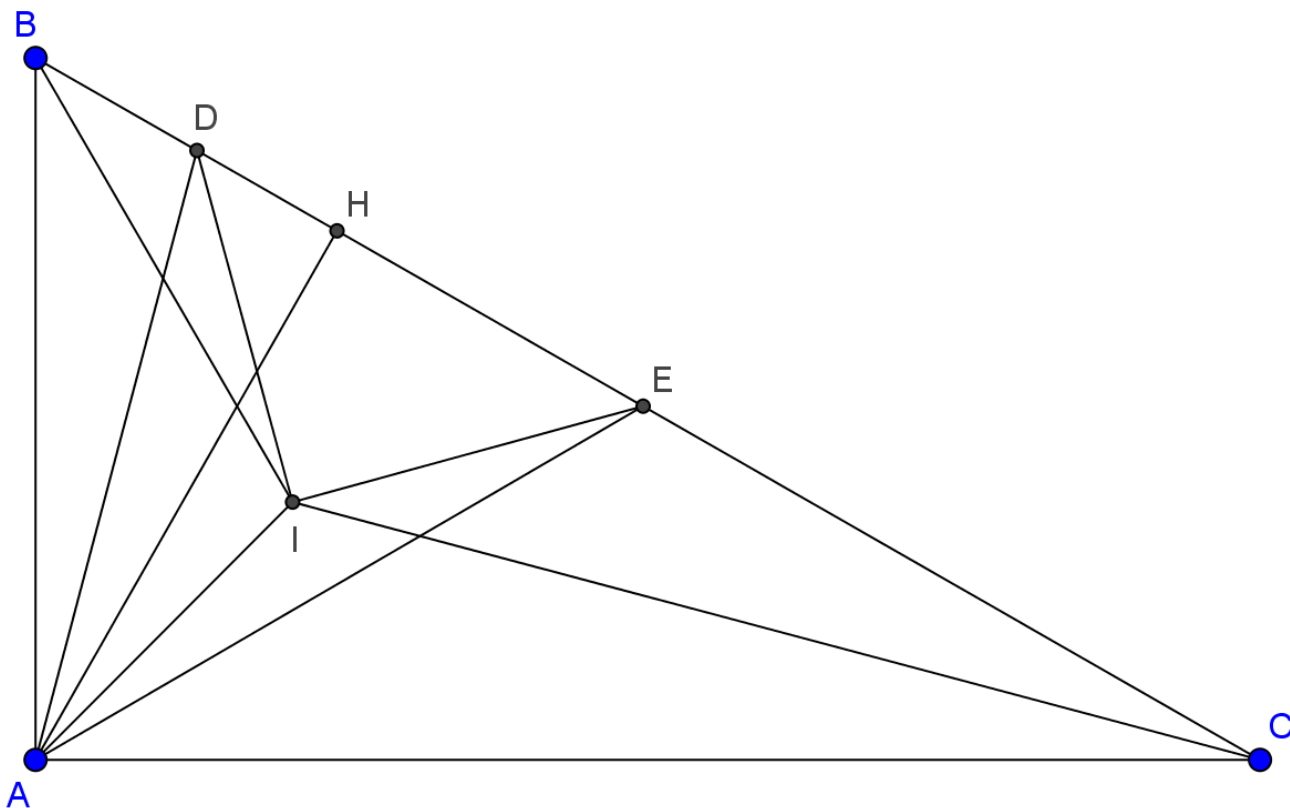
$$\text{và } \angle AIC = \angle BMC \Leftrightarrow 180^\circ - \angle CIM = 180^\circ - \angle CAB \Leftrightarrow \angle CIM = \angle CAB$$

$$\triangle ABC \text{ đồng dạng } \triangle IMC (g.g) \Rightarrow \frac{AB}{MI} = \frac{BC}{MC} \Rightarrow MC \cdot AB = MI \cdot BC$$

Do đó:  $MC.AB + MB.CA = (AI + MI).BC = MA.BC$

Vậy  $\frac{MA.BC - MC.AB}{MB.CA} = 1.$

### Bài 5.



Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp  $\triangle ABC$ .

$$\begin{aligned} \angle AIC &= 180^\circ - \angle IAC - \angle ICA = 180^\circ - \frac{\angle BAC}{2} - \frac{\angle ACB}{2} = 180^\circ - \frac{\angle BAC + \angle ACB}{2} \\ &= 180^\circ - \frac{180^\circ - \angle ABC}{2} = 90^\circ + \frac{\angle ABC}{2} \end{aligned}$$

$$\angle AEC = 180^\circ - \angle EAC - \angle ECA = 180^\circ - \frac{\angle HAC}{2} - \angle ACB = \angle BAC + \angle ABC - \frac{\angle ABC}{2} = 90^\circ + \frac{\angle ABC}{2}$$

Nên  $\angle AIC = \angle AEC \Rightarrow AIEC$  nội tiếp

$$\Rightarrow \angle IAE = \angle ICE = \angle ICA = \angle IEA \Rightarrow IA = IE$$

$$\text{và } \angle IED = \angle IAC = 45^\circ$$

Tương tự:  $\angle AIDB$  nội tiếp  $\Rightarrow \angle IDE = \angle IAB = 45^\circ$

$$\text{Do đó: } \angle IDE = \angle IED = 45^\circ \Rightarrow ID = IE$$

$$\Rightarrow IA = ID = IE \Rightarrow \text{đpcm.}$$

**Bài 6.** (Credit: Nguyễn Văn Hậu 😊)

Gọi  $x$  là số nước tham gia thi đấu ( $x \in \mathbb{N}^*$  và  $x > 10$ )

$$\Rightarrow \text{Số kì thủ tham gia thi đấu là: } 5.2 + (x-5).1 = x+5 \text{ (kì thủ)}$$

$$\Rightarrow \text{Số trận đấu trong cả giải đấu là: } \frac{(x+5)(x+4)}{2} \text{ (trận)}$$

Trong mỗi trận đấu:

- Nếu có một kì thủ thắng, thì kì thủ đó được 1 điểm, kì thủ còn lại được 0 điểm, khi đó tổng điểm của hai kì thủ là  $1+0=1$  (điểm)

- Nếu trận đấu hòa, mỗi kì thủ được 0,5 điểm, khi đó: tổng điểm của hai kì thủ là:  $0,5+0,5=1$  (điểm)

$\Rightarrow$  Sau trận đấu, tổng điểm của hai kì thủ là 1 điểm

Nên: Trong cả giải đấu, tổng số điểm của các kì thủ là:  $\frac{(x+5)(x+4)}{2}$  (điểm)

Mà: tổng số điểm của hai kì thủ Việt Nam là 14 điểm

Nên: Tổng số điểm của hai kì thủ còn lại là  $\frac{(x+5)(x+4)}{2} - 14$  (điểm)

$$\Rightarrow \text{Số điểm của mỗi kì thủ còn lại là: } \frac{\frac{(x+5)(x+4)}{2} - 14}{x+3} = \frac{x^2 + 9x - 8}{2(x+3)}$$

Vì số điểm của mỗi kì thủ nhận được sau mỗi trận đấu có thể là 1, 0,5 hoặc 0

$$\text{Nên: } 2 \cdot \frac{x^2 + 9x - 8}{2(x+3)} \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Hay: } \frac{x^2 + 9x - 8}{x+3} \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ta có: } \frac{x^2 + 9x - 8}{x+3}$$

$$= \frac{x^2 + 3x + 6x + 18 - 26}{x+3}$$

$$= x + 6 - \frac{26}{x+3}$$

$$\text{Để } \frac{x^2 + 9x - 8}{x+3} \in \mathbb{Z} \text{ thì } \frac{26}{x+3} \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow x+3 \in U'(26)$$

$$\text{Mà: } x > 10 \Rightarrow x+3 > 13$$

$$\text{Nên: } x+3 = 26 \Leftrightarrow x = 23 \text{ (TM)}$$

Thử lại thấy đúng

Vậy: có 23 nước tham gia giải đấu.

Biên soạn bởi **LÊ BẢO HIỆP & NGUYỄN PHƯỚC LỘC**

## **ĐỀ 1224**

### **KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT HÀ NỘI**

**(2007-2008) – ĐỀ CHÍNH THỨC**

**Môn: Toán**

**Ngày thi: 18 – 6 - 2008**

#### **Bài 1 ( 2,5 điểm )**

Cho biểu thức:

$$P = \left( \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} \right) : \frac{\sqrt{x}}{x + \sqrt{x}}$$

1) Rút gọn P

2) Tìm giá trị của P khi  $x = 4$

3) Tìm x để  $P = \frac{13}{3}$

#### **Bài 2 ( 2,5 điểm )**

Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình:

Tháng thứ nhất hai tổ sản xuất được 900 chi tiết máy. Tháng thứ hai tổ I vượt mức 15% và tổ II vượt mức 10% so với tháng thứ nhất, vì vậy hai tổ đã sản xuất được 1010 chi tiết máy. Hỏi tháng thứ nhất mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu chi tiết máy?

#### **Bài 3 ( 3,5 điểm )**

Cho parabol (P):  $y = \frac{1}{4}x^2$  và đường thẳng (d):  $y = mx + 1$

1) Chứng minh với mọi giá trị của m đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt.

2) Gọi A, B là hai giao điểm của (d) và (P). Tính diện tích tam giác OAB theo m (O là gốc tọa độ)

#### **Bài IV (3,5 điểm)**

Cho đường tròn (O) có đường kính  $AB = 2R$  và E là điểm bất kì trên đường tròn đó (E khác A và B). Đường phân giác góc AEB cắt đoạn thẳng AB tại F và cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là K.

1) Chứng minh tam giác KAF đồng dạng với tam giác KEA

2) Gọi I là giao điểm của đường trung trực đoạn EF với OE, chứng minh đường tròn (I) bán kính IE tiếp xúc với đường tròn (O) tại E và tiếp xúc với đường thẳng AB tại F.

3) Chứng minh  $MN \parallel AB$ , trong đó M và N lần lượt là giao điểm thứ hai của AE, BE với đường tròn (I).

4) Tính giá trị nhỏ nhất của chu vi tam giác KPQ theo R khi E chuyển động trên đường tròn (O), với P là giao điểm của NF và AK; Q là giao điểm của MF và BK.

#### **Bài V ( 0,5 điểm )**

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức A, biết:

$$A = (x-1)^4 + (x-3)^4 + 6(x-1)^2(x-3)^2$$

**LỜI GIẢI**

**Bài 1.** Cho biểu thức

$$P = \left( \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} \right) : \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}}$$

a) Rút gọn P

$$P = \frac{x + \sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}}$$

b) Tính giá trị của P khi x = 4.

$$P = \frac{4 + \sqrt{4} + 1}{\sqrt{4}} = \frac{7}{2}$$

Với x = 4 thì

$$P = \frac{13}{3}$$

c) Tìm x để

ĐKXĐ: x > 0

$$P = \frac{13}{3} \Leftrightarrow \frac{x + \sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}} = \frac{13}{3} \Leftrightarrow 3(x + \sqrt{x} + 1) = 13\sqrt{x} \Leftrightarrow 3x - 10\sqrt{x} + 3 = 0 \quad (1)$$

Đặt  $\sqrt{x} = t$ ; điều kiện t > 0.

Phương trình (1)  $\Leftrightarrow 3t^2 - 10t + 3 = 0$ ;

Giải phương trình ta được  $t_1 = 3$  hoặc  $t_2 = \frac{1}{3}$  (thỏa mãn điều kiện)

+) Với  $t_1 = 3 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 3 \Leftrightarrow x = 9$

+) Với  $t_2 = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \sqrt{x} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = \frac{1}{9}$

**Bài 2:** Giải bài toán bằng cách lập phương trình

Gọi số chi tiết máy tổ thứ nhất làm được trong tháng đầu là x (x ∈ N\*; x < 900; đơn vị: chi tiết máy)

Số chi tiết máy tổ thứ hai làm được trong tháng đầu là 900-x (chi tiết máy)

Tháng thứ hai tổ I làm vượt mức 15% so với tháng thứ nhất nên tổ I làm được

115% . x = 1,15 . x (chi tiết máy)

Tháng thứ hai tổ II làm vượt mức 10% so với tháng thứ nhất nên tổ II làm

được 110%(900-x) = 1,1(900-x) (chi tiết máy)

Tháng thứ hai cả hai tổ làm được 1010 chi tiết máy nên ta có phương trình:

$$1,15 \cdot x + 1,1 \cdot (900-x) = 1010$$

$$\Leftrightarrow 1,15 \cdot x + 1,1 \cdot 900 - 1,1 \cdot x = 1010$$

$$\Leftrightarrow 0,05 \cdot x = 20$$

$$\Leftrightarrow x = 400 \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy tháng thứ nhất tổ I sản xuất được 400 chi tiết máy tổ II sản xuất được 900-400=500 chi tiết máy.

**Bài 3:**

Cho Parabol (P)  $y = \frac{1}{4}x^2$  và đường thẳng (d)  $y = mx + 1$

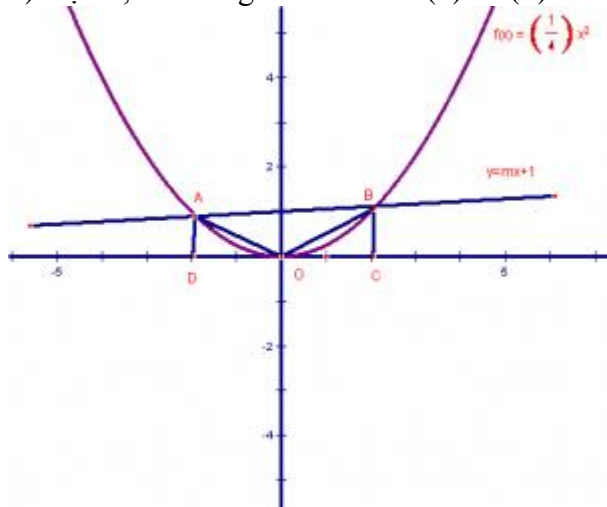
1) Xét phương trình hoành độ giao điểm (d) và (P):

$$\frac{1}{4}x^2 = mx + 1 \Leftrightarrow x^2 - 4mx - 4 = 0(*)$$

$$\Delta = (4m)^2 + 16 = 16m^2 + 16 > 0 \text{ với mọi } m$$

$\Leftrightarrow (*)$  luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của  $m \Leftrightarrow (d)$  luôn cắt  $(P)$  tại hai điểm phân biệt với mọi giá trị của  $m$ .

2) Gọi  $A, B$  là hai giao điểm của  $(d)$  và  $(P)$ . Tính diện tích tam giác  $OAB$  theo  $m$  ( $O$  là gốc tọa độ)



Vì phương trình hoành độ giao điểm có hai nghiệm phân biệt trái dấu nên đồ thị hai hàm số có dạng trên.

Gọi tọa độ  $A(x_1, y_1); B(x_2, y_2)$  giả sử  $x_1 < 0 < x_2$

Gọi hình chiếu vuông góc của  $A, B$  lên  $Ox$  lần lượt là  $C, D$ .

Ta có:  $OC = |x_2| = x_2; OD = |x_1| = -x_1$ ;

$$CD = OC + OD = x_2 - x_1$$

$$BC = |y_2| = \frac{1}{4}x_2^2; AD = |y_1| = \frac{1}{4}x_1^2$$

Ta có

$$S_{OAB} = S_{ABCD} - S_{OBC} - S_{OAD}$$

$$S_{OAB} = \frac{(AD + BC) \cdot CD}{2} - \frac{1}{2}OC \cdot BC - \frac{1}{2}OD \cdot AD$$

$$S_{OAB} = \frac{1}{8}x_1x_2(x_1 - x_2)$$

Áp dụng hệ thức Vi-et cho phương trình  $(*)$  ta có:

$$x_1 + x_2 = 4m; x_1 \cdot x_2 = -4$$

$$(x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 16m^2 + 16 = 16(m^2 + 1)$$

Ta có:

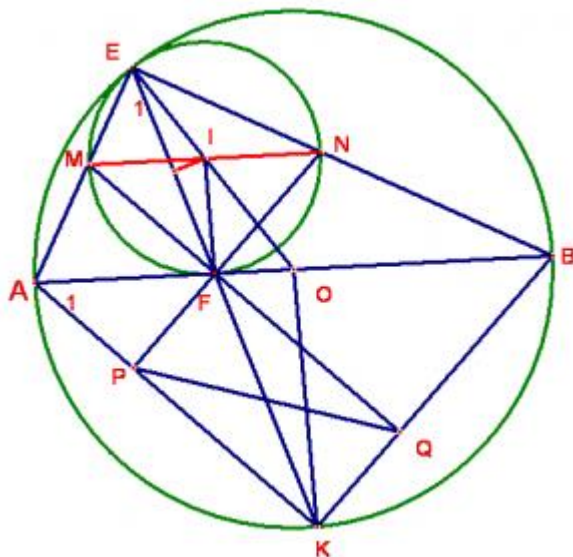
$$|x_1 - x_2| = \sqrt{16(m^2 + 1)} = 4\sqrt{m^2 + 1}$$

$$x_1 - x_2 = -4\sqrt{m^2 + 1} \quad (x_1 < x_2)$$

$$S_{OAB} = \frac{1}{8}x_1x_2(x_1 - x_2) = \frac{1}{8}(-4) \cdot (-4\sqrt{m^2 + 1})$$

$$S_{OAB} = 2\sqrt{m^2 + 1}$$

Bài 4



a) Chứng minh  $\triangle KAF$  đồng dạng với  $\triangle KEA$   
 Xét (O) có  $\widehat{AEK} = \widehat{KEB}$  (EK là phân giác  $\widehat{E}$ )  
 Suy ra:  $\widehat{AK} = \widehat{KB}$  (hai cung chắn hai góc nội tiếp bằng nhau)  
 Suy ra:  $\widehat{E_1} = \widehat{A_1}$  (hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau)  
 Xét tam giác KAF và tam giác KEA:  
 $\widehat{K}$  chung  
 $\widehat{E_1} = \widehat{A_1}$  (chứng minh trên)  
 $\rightarrow \triangle KAF \sim \triangle KEA$  (g-g)

## ĐỀ 1225

### KỲ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT THANH HÓA [2007-2008]

Thời gian làm bài 120 phút

#### Bài 1 ( 2 điểm )

1. Phân tích đa thức sau thành nhân tử:  $D = d + dy + y + 1$
2. Giải phương trình:  $x^2 - 3x + 2 = 0$

#### Bài 2 ( 2 điểm )

1. Cho tam giác ABC vuông tại A có cạnh AB = 21 cm, AC = 2 cm. Quay tam giác ABC một vòng quanh cạnh góc vuông. AB cố định, ta được một hình nón.

Tính thể tích hình nón đó.

2. Chứng minh rằng với  $d \geq 0$ ;  $d \neq 1$  ta có:

$$\left(1 - \frac{d + \sqrt{d}}{\sqrt{d} + 1}\right) \left(1 + \frac{d - \sqrt{d}}{\sqrt{d} - 1}\right) = 1 - d$$

### Bài 3 ( 2 điểm )

1. Biết rằng phương trình:  $x^2 + 2(d - 1)x + d^2 + 2 = 0$  ( Với d là tham số)

có một nghiệm  $x = 1$ . Tìm nghiệm còn lại của phương trình này.

2. Giải hệ phương trình

### Bài 4 ( 3 điểm )

Cho tam giác ADC vuông tại D có đường cao DH, đường tròn tâm O đường kính AH cắt cạnh AD tại điểm M (  $M \neq A$ ); đường tròn tâm O' đường kính CH cắt cạnh DC tại điểm N (  $N \neq C$ ). Chứng minh rằng:

1. Tứ giác DMHN là hình chữ nhật.

2. Tứ giác AMNC nội tiếp được trong một đường tròn.

3. MN là tiếp tuyến chung của đường tròn đường kính AH và đường tròn đường kính OO'.

### Bài 5 ( 1 điểm )

Cho hai số tự nhiên a, b thỏa mãn điều kiện:  $a + b = 2007$ .

Tìm giá trị lớn nhất của tích ab.



**ĐỀ 1226****Câu 1.** ( 3,5 điểm)

1) Giải phương trình :  $\sqrt{x+1} = x+1;$

2) Giải hệ phương trình : 
$$\begin{cases} x-3y = -5 \\ 8x+6y = 2010 \end{cases}$$

3) Đơn giản : 
$$P = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{5-2\sqrt{6}}}.$$

4) Giả sử đường thẳng có phương trình :  $y = (m-1)x - m + 1$   
 ( với  $m$  là tham số), cắt parabol có phương trình:  $y = x^2$  tại hai điểm phân biệt A và B.  
 Chứng minh hoành độ cả hai điểm này không thể cùng âm.

**Câu 2.** ( 2,0 điểm)

Chủ nhật, hai anh em cùng làm cùng một công việc giúp bố mẹ.  
 Biết rằng, nếu người anh làm trước hết một nửa công việc, sau đó người em tiếp tục nửa công việc còn lại, thì tổng thời gian của hai anh em phải làm hết 6 giờ 15 phút; còn nếu hai anh em cùng làm thì sau 3 giờ công việc hoàn thành.

Hỏi nếu chỉ người em làm một mình thì sau bao lâu công việc hoàn thành? ( Biết người anh làm nhanh hơn người em)

**Câu 3.**( 3,5 điểm)

Cho tam giác ABC (  $AB > AC$ ) có 3 góc nhọn nội tiếp trong đường tròn tam O, bán kính R, có góc A bằng  $60^\circ$ .

1) Tính góc OBC ;

2) Gọi I là trung điểm của BC. Tính chu vi của tam giác BOI.

3) Từ điểm K trên đoạn IC, vẽ đường thẳng song song với đường thẳng AI, cắt cạnh AC tại M, cắt tia BA tại N. Chứng minh :  $KM + KN = 2AI$ .

**Câu 4.** ( 1,0 điểm)

Chứng minh:  $Q = 4a^4 + 4a^3 - 3a^2 - 2a + 1 \geq 0$  ( với  $a$  là số thực tùy ý).

**ĐỀ 1227****Câu 1.**( 1,5 điểm)

Cho phương trình :  $x^2 + 5x + 1 - \sqrt{5} = 0$ . Gọi  $x_1; x_2$  là hai nghiệm của phương trình đã cho ( với  $x_1 > x_2$ ). Tính giá trị của biểu thức :  $T = (x_1 + 2)(x_2 + 3)$ .

**Câu 2.** ( 2 điểm)

Giải các hệ phương trình sau : 1) 
$$\begin{cases} 2x + y = 3xy \\ 2x + 3 = 3 \end{cases}$$
 2) 
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{2}{y} = 3 \\ 4x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$$

**Câu 3.** ( 2 điểm)

Trên mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy cho hai điểm

$M(-4; -1)$ ;  $N\left(5; \frac{7}{2}\right)$  và parabol (p) có phương trình :  $y = \frac{1}{2}x^2$ .

- 1) Xác định tọa độ các giao điểm của E và F của đường thẳng MN với parabol (P) biết E có hoành độ âm, F có hoành độ dương.

- 2) So sánh ME và NF.

**Câu 4.** ( 1 điểm)

Tìm tất cả các số nguyên u và v sao cho :  $u(u + 1) = v^2$ .

**Câu 5.** ( 3,5 điểm)

Cho tam giác vuông ABC có I là trung điểm của cạnh huyền BC.

Trên tia đối của tia BA lấy điểm

D ( D không trùng B). Gọi J là trung điểm của đoạn BD. Vẽ DH vuông góc với BC ( với H thuộc đường thẳng BC). Gọi K là trung điểm của đoạn CD.

- 1) Chứng minh:  $BA \cdot BD = BC \cdot BH$ .
- 2) Chứng minh tứ giác AIJH là tứ giác nội tiếp đường tròn.
- 3) Chứng tỏ điểm K thuộc đường tròn ngoại tiếp tứ giác AIJH.

**ĐỀ 1228**

**KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT KHÁNH HÒA 2008-2009 - ĐỀ CHÍNH THỨC**

*Môn Toán – Thời gian 120 phút*

*Ngày thi 19/06/2008*

**Bài 1 ( 3 điểm )**

Học sinh không dùng máy tính cầm tay để giải bài toán 1

a) Tính giá trị biểu thức:  $A = 5\sqrt{12} - 4\sqrt{75} + 2\sqrt{48} - 3\sqrt{3}$

b) Giải hệ phương trình:  $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 3x - y = 2 \end{cases}$

c) Giải phương trình:  $x^4 - 7x^2 - 18 = 0$

### Bài 2 ( 2 điểm )

Cho hai hàm số  $y = -x^2$  có đồ thị (P) và  $y = 2x - 3$  có đồ thị (d)

a) Vẽ đồ thị (P) trên mặt phẳng tọa độ Oxy.

b) Bằng phương pháp đại số, xác định tọa độ giao điểm của (P) và (d)

### Bài 3 ( 1 điểm )

Lập phương trình bậc hai ẩn x có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn các điều kiện:

$$x_1 + x_2 = 1 \text{ và } \frac{x_1}{x_1 - 1} + \frac{x_2}{x_2 - 1} = \frac{13}{6}$$

### Bài 4 ( 4 điểm )

Cho tam giác ABC vuông tại A. Kẻ đường cao AH và đường phân giác BE (  $H \in BC$ ,  $E \in AC$ ). Kẻ AD vuông góc với BE (  $D \in BE$ ).

a) Chứng minh tứ giác ADHB nội tiếp. Xác định tâm O của đường tròn (O) ngoại tiếp tứ giác ADHB.

b) Chứng minh tứ giác ODCB là hình thang.

c) Gọi I là giao điểm của OD và AH. Chứng minh:

$$\frac{1}{4AI^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$$

d) Cho biết  $\widehat{ABC} = 60^\circ$ , độ dài  $AB = a$ . Tính theo a diện tích hình phẳng giới hạn bởi AC, BC và cung nhỏ AH của (O).

# ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN

**MÔN: TOÁN 9**

*Thời gian làm bài: 150 phút.*

**ĐỀ BÀI:**

**Câu 1: (4 điểm).**

Giải các phương trình:

$$1) x^3 - 3x - 2 = 0$$

$$2) \sqrt{7-x} + \sqrt{x-5} = x^2 - 12x + 38.$$

**Câu 2: (6 điểm)**

1) Tìm các số thực dương a, b, c biết chúng thỏa mãn  $abc = 1$

$$\text{và } a + b + c + ab + bc + ca \leq 6$$

2) Cho  $x > 0$ ;  $y > 0$  thỏa mãn:  $x + y \geq 6$

Hãy tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$M = 3x + 2y + \frac{6}{x} + \frac{8}{y}$$

**Câu 3: (3 điểm)**

Cho  $x + y + z + xy + yz + zx = 6$

$$\text{CMR: } x^2 + y^2 + z^2 \geq 3$$

**Câu 4: (5 điểm)**

Cho nửa đường tròn tâm O có đường kính AB. Vẽ các tiếp tuyến Ax,

By (Ax và By và nửa đường tròn cùng thuộc một nửa mặt phẳng bờ AB).

Gọi M là một điểm bất kì thuộc nửa đường tròn. Tiếp tuyến tại M cắt

Ax; By theo thứ tự ở C; D.

a) CMR: Đường tròn đường kính CD tiếp xúc với AB.

b) Tìm vị trí của M trên nửa đường tròn (O) để ABDC có chu vi nhỏ nhất.

c) Tìm vị trí của C; D để hình thang ABDC có chu vi 14cm.

Biết  $AB = 4\text{cm}$ .

**Câu 5: (2 điểm)**

Cho hình vuông ABCD , hãy xác định hình vuông có 4 đỉnh thuộc 4 cạnh của hình vuông ABCD sao cho hình vuông đó có diện tích nhỏ nhất./.  
**HẾT**

**ĐÁP ÁN ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN**

**MÔN: TOÁN 9**

**Câu 1: (4 điểm)****1. (2 điểm)**

Giải phương trình:  $x^3 - 3x - 2 = 0$

$$\Leftrightarrow (x^3 - 2x^2) + (2x^2 - 4x) + (x - 2) = 0 \quad (0,5đ)$$

$$\Leftrightarrow x^2(x - 2) + 2x(x - 2) + (x - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 2)(x + 1)^2 = 0 \quad (0,75đ)$$

$$\Leftrightarrow x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

$$\text{Hoặc } (x + 1)^2 = 0 \Rightarrow x = -1 \quad (0,5đ)$$

**2. (2 điểm)**

Giải PT:  $\sqrt{7-x} + \sqrt{x-5} = x^2 - 12x + 38.$

$$+ \text{ĐK: } \begin{cases} 7 - x \geq 0 \\ x - 5 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 5 \leq x \leq 7 \quad (0,25đ)$$

+ Áp dụng BĐT Cô Si cho 2 số không âm ta có:

$$VT = \sqrt{7-x} + \sqrt{x-5} \leq \frac{7-x+1}{2} + \frac{x-5+1}{2} = 2$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra } \Leftrightarrow \begin{cases} 7-x=1 \\ x-5=1 \end{cases} \Leftrightarrow x=6 \quad (0,5đ)$$

Mặt khác :

$$+ VP = (x - 6)^2 + 2 \geq 2$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi  $x = 6$ . (0,5đ)

$$+ \text{Vậy : } \sqrt{7-x} + \sqrt{x-5} = x^2 - 12x + 38$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{7-x} + \sqrt{x-5} = 2 = x^2 - 12x + 38$$

$$\Leftrightarrow x = 6 \text{ (thỏa mãn điều kiện)} \quad (0,5\text{đ})$$

Vậy nghiệm của PT đã cho là :  $x = 6$  (0,25đ)

## **Câu 2: (6 điểm)**

### **1. (3 điểm)**

$$\text{Ta có} \quad ab = \frac{1}{c}; \quad bc = \frac{1}{a}; \quad ac = \frac{1}{b};$$

Thay vào bất đẳng thức đã cho có :

$$a + b + c + ab + bc + ac \leq 6$$

$$\Leftrightarrow a + b + c + \frac{1}{c} + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \leq 6 \quad (1,0\text{đ})$$

$$\Leftrightarrow \left( \sqrt{a - \frac{1}{\sqrt{a}}} \right)^2 + \left( \sqrt{b - \frac{1}{\sqrt{b}}} \right)^2 + \left( \sqrt{c - \frac{1}{\sqrt{c}}} \right)^2 \leq 0 \quad (1,0\text{đ})$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}} = 0 \\ \sqrt{b} - \frac{1}{\sqrt{b}} = 0 \\ \sqrt{c} - \frac{1}{\sqrt{c}} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = c = 1 \quad (\text{Thỏa mãn yêu cầu}) \quad (1,0\text{đ})$$

### **2. (3đ)**

- Biến đổi :

$$M = \left( \frac{3}{2}x + \frac{3}{2}y \right) + \left( \frac{3}{2}x + \frac{6}{x} \right) + \left( \frac{y}{2} + \frac{8}{y} \right) = \frac{3}{2}(x+y)$$

$$+\left(\frac{3x}{2}+\frac{6}{x}\right)+\left(\frac{y}{2}+\frac{8}{y}\right) \quad (0,5đ)$$

□p dụng bất đẳng thức Cô Si cho các số không âm ta có :

$$M \geq \frac{3}{2} \cdot 6 + 6\sqrt{\frac{x}{2} \cdot \frac{2}{x}} + 2\sqrt{\frac{y}{2} \cdot \frac{8}{y}}$$

$$\Rightarrow M \geq 9 + 6 + 4 = 19 \quad (1,0đ)$$

Dấu bằng xảy ra khi  $x = 2$ ;  $y = 4$

$$\Rightarrow M \text{ nhỏ nhất bằng } 19 \text{ (khi } x = 2; y = 4) \quad (0,5đ)$$

### **Câu 3 : (3đ)**

+ Ta có :

$$x^2 + 1 \geq 2x$$

$$y^2 + 1 \geq 2y$$

$$z^2 + 1 \geq 27 \quad (0,5đ)$$

$$\Rightarrow (x^2 + y^2 + z^2) + 3 \geq 2(x + y + z) \quad (0,5đ)$$

Mặt khác ta có :

$$2(x^2 + y^2 + z^2) \geq 2(xy + yz + zx) \quad (0,5đ)$$

$$\text{Do đó : } 3(x^2 + y^2 + z^2) + 3 \geq 2(x + y + z + xy + yz + zx)$$

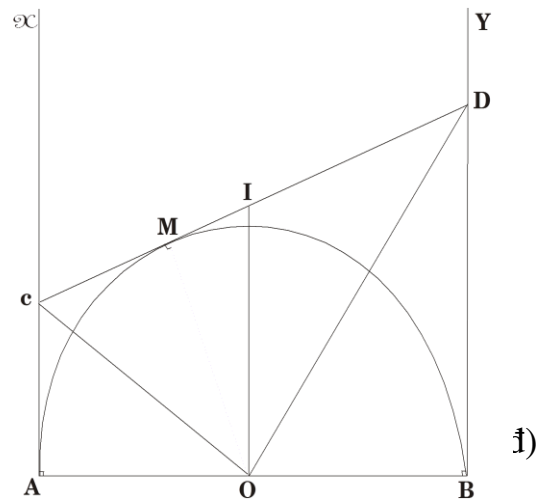
$$\Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 \geq 3 \quad (1,0đ)$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi :

$$x = y = z = 1 \quad (0,5đ)$$

**Câu 4 : (5 điểm)**

+ Vẽ hình đúng ghi giả thiết  
kết luận (0,5đ)

**Câu a : (1,5đ)**

+ OC; OD là 2 tia phân giác của 2 g

Gọi I là trung điểm của CD thì ta có .

$$IO = IC = ID$$

$\Rightarrow$  Đ-ờng tròn đ-ờng kính CD là (CI; IO) (0,5đ)

+ Tứ giác ACDB là hình thang, có OI là đ-ờng trung bình;

từ đó suy ra  $IO \perp AB$  (tại O).

Vậy AB tiếp xúc với (I; IO) (0,5đ)

**Câu b : (1,5đ)**

- Chu vi hình thang ABDC bằng :

$$AB + AC + BD + CD$$

- Chứng minh đ-ợc :

$$AC + BD = CM + MD = CD$$

$\Rightarrow C_{ABDC} = 2CD + AB$  (0,5đ)

$\Rightarrow C_{ABDC}$  nhỏ nhất  $\Leftrightarrow CD$  nhỏ nhất.

$\Leftrightarrow CD = AB \Leftrightarrow CD \parallel AB$

$\Leftrightarrow OM \perp AB$  (0,5đ)

Vậy : M là điểm chính giữa góc AB thì chu vi hình thang ABDC

nhỏ nhất và bằng 3AB. (0,5đ)

**Câu c : (1,5đ)**



+ Đặt  $AC = x$

$$BD = y$$

$$\Rightarrow C_{ABDC} = AB + 2CD = 4 + 2(x + y)$$

$$C_{ABDC} = 14 \Leftrightarrow x + y = 5 \quad (1) \quad (0,5đ)$$

$$\text{Mà } xy = MC \cdot MD = OM^2$$

$$\Rightarrow xy = 4 \quad (2) \quad (0,5đ)$$

Kết hợp (1) và (2) ta có :

$$x + \frac{4}{x} = 5 \Leftrightarrow x = 1 \text{ hoặc } x = 4$$

Vậy : Nếu  $C \in Ax$  và  $C$  cách  $A$  1cm hoặc 4cm thì  $C_{ABCD} = 14$  (cm) (0,5đ)

### Câu 5 : (2đ)

Gọi EFGH là hình vuông cần xác định.

+ Chứng minh đ-ợc :  $\Delta AHE = \Delta CFG$  (Cạnh huyền, góc nhọn)

$$\left. \begin{array}{l} \Rightarrow EH = CG \\ \text{Mà } AE // CG \end{array} \right\} \Rightarrow AEGC \text{ là hình bình hành}$$

Do đó EG qua trung điểm O của AC.

T-ơng tự ta có : HF qua trung điểm O của BD

$\Rightarrow$  Tâm O của hình vuông ABCD và tâm của hình vuông

EHGF trùng nhau (0,75đ)

$$+ \text{ Ta có } S_{EHGF} = \frac{1}{2} GE \cdot HF = \frac{2OE \cdot 2OE}{2} = 2OE^2$$

$S_{EHGF}$  nhỏ nhất  $\Leftrightarrow OE$  nhỏ nhất (0,5đ)

+ Gọi K là nhỏ nhất  $\Leftrightarrow OE = OK$

$$\Leftrightarrow E = K$$

$\Leftrightarrow S_{EHGF}$  nhỏ nhất  $\Leftrightarrow E, F, G, H$  là trung điểm các cạnh hình

vuông ABCD (0,25đ)

**ĐỀ 1230**

đề thi học sinh giỏi cấp huyện môn toán 9

**Thời gian làm bài : 150 phút ( Không kể thời gian giao đề )**

**Câu 1(4 điểm):** Giải các phương trình sau

$$a) \sqrt{\frac{1}{2}x + \sqrt{x-1}} + \sqrt{\frac{1}{2}x - \sqrt{x-1}} = \sqrt{2}$$

$$b) \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} - \sqrt{\frac{x+1}{x-1}} = \frac{3}{2}$$

**Câu 2( 4 điểm):**

1/ Tìm các số a;b;c biết

$$a + b + c - 2(\sqrt{a} + 2\sqrt{b-1} + 3\sqrt{c-2}) + 11 = 0$$

2/ Rút gọn

$$S = \frac{1}{2\sqrt{1} + 1\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}} + \frac{1}{4\sqrt{3} + 3\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{99\sqrt{98} + 98\sqrt{99}} + \frac{1}{100\sqrt{99} + 99\sqrt{100}}$$

**Câu 3 ( 4 điểm):**

1/ Cho a;b c; là độ dài ba cạnh của một tam giác

Chứng minh rằng :  $(a + b - c)(a + c - b)(b + c - a) \leq abc$

2/ Cho hàm số  $f(x) = (x^2 + 2x - 15)(x - 1)(x + 7)$

Với giá trị nào của x thì giá trị của hàm số f(x) nhỏ nhất. Tìm giá trị nhỏ nhất đó.

**Câu 4(5 điểm):** Cho hình thang cân ABCD (BC // AD), hai đường chéo

AC và BD cắt nhau tại O sao cho góc BOC bằng  $60^\circ$ . Gọi I ; M ; N ; P ; Q

lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng BC ; OA ; OB ; AB ; CD.

1/ Chứng minh tứ giác DMNC nội tiếp một đường tròn.

2/ Chứng minh tam giác MNQ là tam giác đều.

3/ Gọi H là trực tâm của tam giác MNQ.

Chứng minh ba điểm H; O; I thẳng hàng.

**Câu 5( 3 điểm):** Cho tam giác AMN với góc N tù( AM = p và AN= q )

và đường cao MH sao cho MN là tia phân giác của góc AMH. Các đường cao MH và AE của tam giác AMN kéo dài cắt nhau tại B.

Tính diện tích các tam giác ABM và ABH theo p và q

**H- ướng dẫn chấm**

Câu 1: (4 điểm)

- Tìm ĐKXĐ :  $x \geq 1$

( 0,25 điểm)

- Biến đổi đ- a về ph- ơng trình dạng:  $\sqrt{(\sqrt{x-1}+1)^2} + \sqrt{(\sqrt{x-1}-1)^2} = 2$  (0,25 điểm)

- Biến đổi t- ơng đ- ơng đ- a ph- ơng trình về :  $|\sqrt{x-1}+1| + |\sqrt{x-1}-1| = 2$  (0,25 điểm)

- áp dụng BĐT giá trị tuyệt đối:  $|a|+|b| \geq |a+b|$

Ta có  $|\sqrt{x-1}+1| + |\sqrt{x-1}-1| = |\sqrt{x-1}+1| + |1-\sqrt{x-1}| \geq 2$  (0,5 điểm)

- Chỉ ra dấu = xảy ra  $\Leftrightarrow (\sqrt{x-1}+1)(1-\sqrt{x-1}) \geq 0$

( Vì  $x \geq 1 \Rightarrow \sqrt{x-1}+1 > 0$  )  $\Leftrightarrow 1-\sqrt{x-1} \geq 0 \Leftrightarrow 1 \geq \sqrt{x-1}$

$\Leftrightarrow x-1 \leq 1 \Rightarrow x \leq 2$  (0,5 điểm)

- kết hợp với ĐKXĐ ta đ- ọc nghiệm ph- ơng trình là:  $1 \leq x \leq 2$  (0,25 điểm)

Câu 2:- Tìm ĐKXĐ  $|x \geq 1|$  (0,2 5 điểm)

- Đặt  $\sqrt{\frac{x-1}{x+1}} = K$  ( $k \geq 0$ ) đ- a PT đã cho về dạng  $k - \frac{1}{k} = \frac{3}{2}$  (0,5 điểm)

- Giải ph- ơng trình ẩn k tìm ra  $k_1 = 2$  ;  $k_2 = \frac{1}{2}$  ( loại ) (0,5 điểm)

- Thay  $k = k_1 = 2$  vào  $\sqrt{\frac{x-1}{x+1}} = k$  tìm ra  $x = -\frac{5}{3}$  (0,5 điểm)

- Trả lời: Tập nghiệm của ph- ơng trình đã cho là  $S = -\frac{5}{3}$  (0,25 điểm)

Câu 4:

1.( 2 điểm)

- Chỉ ra ĐKXĐ:  $a \geq 0, b \geq 1, c \geq 2$  (0,25 điểm)

- Biến đổi t- ơng đ- ơng đẳng thức đã cho về dạng  $(\sqrt{a}-1)^2 + (\sqrt{b-1}-2)^2 + (\sqrt{c-2}-3)^2 = 0$  (0,75 điểm)

$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{a}-1=0 \\ \sqrt{b-1}-2=0 \\ \sqrt{c-2}-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=5 \\ c=11 \end{cases}$  (0,75 điểm)

- Đối chiếu với ĐKXĐ và kết luận:  $a=1, b=5, c=11$  (0,25 điểm)

2.(2 điểm) Với  $k \in \mathbb{N}^*$  ta có:

$$\begin{aligned} \frac{1}{(k+1)\sqrt{k}+k\sqrt{k+1}} &= \frac{1}{\sqrt{k+1}\sqrt{k}(\sqrt{k+1}+\sqrt{k})} \\ &= \frac{\sqrt{k+1}-\sqrt{k}}{\sqrt{k+1}\sqrt{k}(\sqrt{k+1}+\sqrt{k})(\sqrt{k+1}-\sqrt{k})} = \frac{\sqrt{k+1}-\sqrt{k}}{\sqrt{k+1}\sqrt{k}} = \frac{1}{\sqrt{k}} - \frac{1}{\sqrt{k+1}} \quad (1 \text{ điểm}) \end{aligned}$$

- Thay  $k = 1; 2; 3; \dots; 98; 99$  và tổng S ta có

$$S = \frac{1}{\sqrt{1}} - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{98}} - \frac{1}{\sqrt{99}} + \frac{1}{\sqrt{99}} - \frac{1}{\sqrt{100}} \quad (0,75 \text{ điểm})$$

$$\Rightarrow S = \frac{1}{\sqrt{1}} - \frac{1}{\sqrt{100}} = 1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10} \Rightarrow S = \frac{9}{10} \quad (0,25 \text{ điểm})$$

Câu 5(4 điểm)

1. (2 điểm)

- Vì a, b, c là độ dài 3 cạnh của tam giác nên

$$a + b - c > 0, a + c - b > 0, b + c - a > 0 \quad (0,25 \text{ điểm})$$

- áp dụng BĐT cô si cho hai số dương ta có

$$+) \quad (a + b - c)(a + c - b) \leq \left( \frac{a + b - c + a + c - b}{2} \right)^2 = a^2 \quad (1) \quad (0,5 \text{ điểm})$$

$$(a + b - c)(b + c - a) \leq \left( \frac{a + b - c + b + c - a}{2} \right)^2 = b^2 \quad (2) \quad (0,5 \text{ điểm})$$

$$(a + c - b)(b + c - a) \leq \left( \frac{a + c - b + b + c - a}{2} \right)^2 = c^2 \quad (3) \quad (0,5 \text{ điểm})$$

Nhân vế với vế (1),(2),(3) ta có

$$[(a + b - c)(a + c - b)(b + c - a)]^2 \leq a^2 b^2 c^2 \Rightarrow (a + b - c)(a + c - b)(b + c - a) \leq abc \quad (0,25 \text{ điểm})$$

Dấu = xảy ra  $\Leftrightarrow a = b = c$

2.(2 điểm)

$$\text{- Biến đổi } F(x) = (x-3)(x+5)(x-1)(x+7) \quad (0,25 \text{ điểm})$$

$$F(x) = (x-3)(x+7)(x+5)(x-1) \quad (0,25 \text{ điểm})$$

$$F(x) = (x^2 + 4x - 21)(x^2 + 4x - 5) \quad (0,25 \text{ điểm})$$

$$F(x) = (x^2 + 4x - 13 - 8)(x^2 + 4x + 8) \quad (0,25 \text{ điểm})$$

$$F(x) = (x^2 + 4x - 13)^2 - 8^2 \quad (0,25 \text{ điểm})$$

$$F(x) = (x^2 + 4x - 13)^2 - 64 \geq -64 \quad (0,25 \text{ điểm})$$

$$\text{Dấu = xảy ra } \Leftrightarrow x^2 + 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = -2 \pm \sqrt{17} \quad (0,5 \text{ điểm})$$

$$\text{- Kết luận: } \min_{f(x)} = -64 \Leftrightarrow x = -2 \pm \sqrt{17} \quad (0,25 \text{ điểm})$$

Câu 5(5 điểm)

- Vẽ hình chính xác, ghi đúng giả thiết, KL (0,5 điểm)

1. (1,5 điểm)

- ABCD là hình thang cân

$$\Rightarrow OA = OD, OC = OB$$

$$\text{Mà } \widehat{AOC} = \widehat{AOD} = 60^\circ \text{ (gt)}$$

$$\Rightarrow \Delta BOC \cong \Delta AOD \text{ đều} \quad (0,5 \text{ điểm})$$

- Chỉ ra CN, DM là trung tuyến

đồng thời là đường cao

$$\Rightarrow \widehat{CND} = \widehat{CMD} = 90^\circ \quad (0,25 \text{ điểm})$$

$$\text{- Chỉ ra } NQ = QM = QC = QD = \frac{1}{2} CD$$

(không đổi) (0,5 điểm)

$\Rightarrow$  Tứ giác DMNC nội tiếp đường tròn (Q;  $\frac{CD}{2}$ ) (0,25 điểm)

2. (1,5 điểm)

- Ta có:  $QN = QM = \frac{1}{2} CD$  (chứng minh ở câu a) (0,25 điểm)

- chỉ ra MN là đường trung bình  $\Delta BOA \Rightarrow MN = \frac{1}{2} AB$  (0,75 điểm)

- chỉ ra  $CD = AB$  rồi  $\Rightarrow QN = QM = MN$  (0,75 điểm)

- chỉ ra  $\Delta QMN$  (theo ) (0,25 điểm)

3. (1,5 điểm)

- H là trực tâm của  $\Delta MQN$  đều  $\Rightarrow HM = HN \Rightarrow MHN$  cân ở H (0,25 điểm)

$$\Rightarrow \widehat{MHN} = \frac{180^\circ - 2\widehat{MNH}}{2} = \frac{180^\circ - 30^\circ \cdot 2}{2} = 120^\circ \quad (0,25 \text{ điểm})$$

- chỉ ra :  $\widehat{NOM} = 180^\circ - \widehat{MOD} = 120^\circ$  (0,25 điểm)

$$\Rightarrow \widehat{MHN} = \widehat{NOM} = 120^\circ$$

- OH cùng nhìn MN dưới cùng một góc không đổi  $120^\circ \Rightarrow$  Tứ giác NOHM nội tiếp (0,5 điểm)  
 $\Rightarrow \widehat{MQH} = \widehat{MNH}$  (cùng chắn  $\widehat{MH}$ )  $= 30^\circ$

- chỉ ra OH là tia phân giác của  $\widehat{AOD}$ , OI là tia phân giác của  $\widehat{BOC}$

- chỉ ra  $\widehat{AOD}$  và  $\widehat{BOC}$  là đối đỉnh  $\Rightarrow I, O, H$  thẳng hàng (0,25 điểm)

Câu 5: ( 3 điểm)

- Vẽ hình cân đối chính xác, rõ ràng (0,25 điểm)

- Ghi đúng  $g \Rightarrow$  iả thiết (0,25 điểm)

- Chỉ ra  $AH = MB, AE = EB$

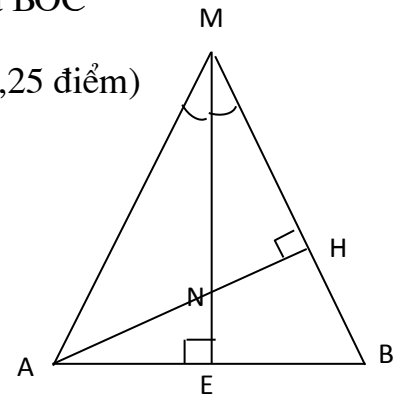
- Chỉ ra:  $\Delta AHB$  đồng dạng với  $\Delta AEN$  ( g.g)

$$\Rightarrow \frac{AH}{AE} = \frac{AB}{AN} \Rightarrow AH = \frac{AB \cdot AE}{AN} = \frac{AB^2}{2q} \quad (1) \quad (0,5 \text{ đ})$$

$$\Delta AHB \text{ đồng dạng } \Delta MAE \Rightarrow \frac{HB}{AE} = \frac{AB}{AM} \Rightarrow HB = \frac{AB^2}{2p} \quad (2) \quad (0,5 \text{ điểm})$$

- áp dụng định lí Py ta go vào  $\Delta$  vuông AHB ta có

$$AB^2 = AH^2 + HB^2 = \frac{AB^4}{4q^2} + \frac{AB^4}{4p^2} \Rightarrow \dots \Rightarrow AB^2 = \frac{4p^2 q^2}{p^2 + q^2} \quad (3) \quad (0,5 \text{ điểm})$$



- Từ (1) và (3) ta có:  $S_{ABM} = \frac{1}{2} AM \cdot AH = \frac{1}{2} AM \cdot \frac{AB^2}{2q} = \dots = \frac{p^3 q}{p^2 + q^2}$  (0,5 điểm)

- Từ (1), (2), (3) ta có:

$$S_{ABM} = \frac{1}{2} AH \cdot HB = \frac{1}{2} \frac{AP^4}{4pq} = \dots = \frac{2 \cdot p^3 q^3}{(p^2 + q^2)^2} \quad (0,5 \text{ điểm})$$

## ĐỀ 1231

### ĐỀ THI MÔN: TOÁN LỚP 9

**THỜI GIAN: 150 PHÚT**

#### Đề bài

**Bài1:** Rút gọn biểu thức

$$P = \left( \frac{a + \sqrt{a^2 - b^2}}{a - \sqrt{a^2 - b^2}} - \frac{a - \sqrt{a^2 - b^2}}{a + \sqrt{a^2 - b^2}} \right) : \frac{4\sqrt{a^4 - a^2 b^2}}{b^2}$$

**Bài2:** Phân tích ra thừa số:  $a^4 - 5a^3 + 10a + 4$   
áp dụng giải ph-ơng trình

$$\frac{x^4 + 4}{x^2 - 2} = 5x$$

**Bài3:** Cho ph-ơng trình:  $\left(\frac{1}{x}\right)^2 + \left(\frac{1}{x+1}\right)^2 = m$

a) Giải ph-ơng trình với  $m = 15$

b) Tìm  $m$  để ph-ơng trình có 4 nghiệm phân biệt.

**Bài4:** Giải và biện luận hệ ph-ơng trình.

$$\begin{cases} ax + y = 1 & (1) \\ 4xx + ay = 2 & (2) \end{cases} \text{ với } a \text{ là tham số}$$

a) Giải và biện luận hệ ph-ơng trình

b) Tìm  $a$  để ph-ơng trình có nghiệm duy nhất thỏa mãn điều kiện  $x - y = 1$

**Bài5:** Giải ph-ơng trình

$$(a + b + x)^3 - 4(a^3 + b^3 + x^3) - 12abx = 0$$

(a, b là tham số)

**Bài 6:** Cho đ-ơng thẳng (d):  $y = 2x^2 - 1$  và 3 điểm A(2;5); B(-1;-1); C(4;9).

a) Chứng minh ba điểm A; B; C thẳng hàng và đ-ờng thẳng ABC song song với đ-ờng thẳng (d).

b) Chứng minh rằng đ-ờng thẳng BC và hai đ-ờng thẳng  $y = 3$ ;  $2y + x - 7 = 0$  đồng qui.

**Bài 7:** Giải phương trình nghiệm nguyên.

$$3x_2 + 7y_2 = 2002$$

**Bài 8:** Cho tam giác ABC vuông góc ở A, có  $\hat{B} = 20^\circ$ .

Vẽ phân giác BI, vẽ  $\angle ACH = 30^\circ$  về phía trong tam giác. Tính  $\angle CHI$ .

**Bài 9:** Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB, điểm C thuộc bán kính OA.

Đường vuông góc với AB tại C cắt nửa đường tròn ở D. Đường tròn (I) tiếp xúc với nửa đường tròn và tiếp xúc với các đoạn thẳng CA, CD.

Gọi E là tiếp điểm trên AC của đường tròn (I). Chứng minh rằng  $BD = BE$

**Bài 10:** Bán kính của một hình nón cụt là 3cm và 1cm. Một mặt phẳng song song với đáy chia hình nón cụt thành 2 phần có thể tích bằng nhau.

Tính bán kính của thiết diện.

### H- ướng dẫn chấm môn: Toán lớp 9

**Thời gian: 150 phút**

**Bài 1:**

Với điều kiện  $|a| > |b| > 0$ .

Ta có:

$$\begin{aligned} P &= \left( \frac{a + \sqrt{a^2 - b^2}}{a - \sqrt{a^2 - b^2}} - \frac{a - \sqrt{a^2 - b^2}}{a + \sqrt{a^2 - b^2}} \right) : \frac{4\sqrt{a^4 - a^2b^2}}{b^2} \\ &= \frac{\left( a + \sqrt{a^2 - b^2} \right)^2 - \left( a - \sqrt{a^2 - b^2} \right)^2}{\left( a + \sqrt{a^2 - b^2} \right) \left( a - \sqrt{a^2 - b^2} \right)} : \frac{4\sqrt{a^2(a^2 - b^2)}}{b^2} \quad (0,5 \text{ điểm}) \\ &= \frac{a^2 + 2a\sqrt{a^2 - b^2} + a^2 - b^2 - a^2 + 2a\sqrt{a^2 - b^2} - a^2 + b^2}{a^2 - (a^2 - b^2)} : \frac{4|a|\sqrt{a^2 - b^2}}{b^2} \quad (0,5 \text{ điểm}) \\ &= \frac{4a\sqrt{a^2 - b^2}}{b^2} \times \frac{b^2}{4|a|\sqrt{a^2 - b^2}} \\ &= \frac{4ab^2\sqrt{a^2 - b^2}}{4|a|b^2\sqrt{a^2 - b^2}} = \begin{cases} 1 \text{ Nếu } a > 0 \\ -1 \text{ Nếu } a < 0 \end{cases} \quad (1 \text{ điểm}) \end{aligned}$$

**Bài 2:**

Phân tích  $a^4 - 5a^3 + 10a + 4$

$$= (a^4 - 4a^2 + 4) + 4a^2 - 5a(a^2 - 2) \quad (0,5 \text{ điểm})$$

$$\begin{aligned}
&= (a^2 - 2)^2 - a(a^2 - 2) + 4a(a^2 - 2) \\
&= (a^2 - a - 2)(a^2 - 4a - 2) \quad (0,5đ)
\end{aligned}$$

Ph-ơng trình đ- a về dạng:

$$\begin{aligned}
&x^4 + 4 - 5x^3 + 10x = 0 \\
&\Leftrightarrow (x^2 - x - 2)(x^2 - 4x - 2) = 0 \quad (0,5đ)
\end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow x \in \{-1; 2; 2 \pm \sqrt{6}\} \quad (0,5^*)$$

### **Bài 3:**

Điều kiện để ph-ơng trình có nghĩa:  $x \neq 0; x \neq -1$

Ph-ơng trình đã cho t-ơng ứng với

$$\begin{aligned}
&\frac{(x+1)^2 + x^2}{x^2(x+1)^2} - m = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{x^2(x+1)^2} + \frac{2x^2 + 2x}{x^2(x+1)^2} - m = 0 \\
&\Leftrightarrow \left[ \frac{1}{x(x+1)} \right]^2 + \frac{2}{x(x+1)} - m = 0 \quad (0,25^*)
\end{aligned}$$

Đặt  $\frac{1}{x(x+1)} = y$  (\*) ph-ơng trình đã cho trở thành

$$y^2 + 2y - m = 0 \quad (2) \quad (0,25đ)$$

1. Với  $m = 15$  thì  $y = 3$  hoặc  $y = -5$  ph-ơng trình đã cho có 4 nghiệm.

$$x \in \left\{ \frac{-3 + \sqrt{21}}{6}; \frac{-3 - \sqrt{21}}{6}; \frac{5 + \sqrt{5}}{10}; \frac{5 - \sqrt{5}}{10} \right\} \quad (0,5^*)$$

Từ (\*) ta thấy tồn tại 2 giá trị của  $x$  khi và chỉ khi  $y < -4$  hoặc  $y > 0$  **(0,25đ)**  
do đó ph-ơng trình:

$$\left( \frac{1}{x} \right)^2 + \left( \frac{1}{x+1} \right)^2 = m \quad \text{có 4 nghiệm phân biệt}$$

$$\Leftrightarrow (2) \text{ có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn } y \notin \{-4; 0\} \quad (0,25đ)$$

Theo định lý Viet:  $y_1 + y_2 = -2$  nên (2) chỉ thỏa mãn khi  $y_1 < -4 < 0 < y_2$  **(0,25đ)**

$$\Leftrightarrow \begin{cases} af(-4) < 0 \\ af(0) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m-1 < 0 \\ -m+8 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 8 \quad (0,25đ)$$

### **Bài 4:**

a) Rút  $y$  từ (1) đ-ợc  $y = 1 - ax$  thay vào (2)

$$4x + a(1 - ax) = 2$$

$$4x + a - a^2x = 2$$

$$(4 - a^2)x = 2 - a \quad (3) \quad (0,25đ)$$

Nếu  $a \neq \pm 2$  thì



$$x = \frac{1}{2+a}$$

(0,25đ)

$$y = 1 - \frac{1}{2+a} = \frac{2}{2+a}$$

Nếu  $a = 2$  thì (3) trở thành  $ax = 0$ . Hệ vô số nghiệm,  $x$  bất kỳ;  $y = 1 - 2x$  (0,25đ)

Nếu  $a = -2$  thì (3) trở thành  $0x = 4$ . Hệ vô nghiệm (0,25đ)

b) Nếu  $a \neq \pm 2$ , hệ có nghiệm duy nhất:  $x = \frac{1}{2+a}; y = \frac{2}{2+a}$  (0,25đ)

Giải điều kiện  $x - y = 1$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2+a} - \frac{2}{2+a} = 1 \Leftrightarrow \frac{-1}{2+a} = 1 \Leftrightarrow a = -3 \quad (0,5đ)$$

Thoả mãn điều kiện  $a \neq \pm 2$  (0,25đ)

### **Bài 5:**

Đặt  $a + b = m$ ;  $a - b = n$  (0,25đ)

thì  $4ab = m^2 - n^2$

$$4(a^3 + b^3) = 4(a+b)[(a-b)^2 + ab]$$

$$= 4m(n^2 + \frac{m^2 - n^2}{4}) = m^3 + 3mn^2 \quad (0,25đ)$$

ph-ơng trình trở thành:

$$(m+x)^3 - (m^3 + 3mn^2) - 4x^3 - 3x(m^2 - n^2) = 0$$

$$\Leftrightarrow -x^3 + mx^2 + n^2x - mn^2 = 0 \quad (0,25đ)$$

$$\Leftrightarrow (m-x)(x+m)(x-n) = 0 \quad (0,25đ)$$

thay  $a + b = m$  ta có đáp số  $x = a + b$

$$x = a - b$$

(1đ)

$$x = b - a$$

### **Bài 6:**

a) Gọi ph-ơng trình đ-ờng thẳng đi qua A, B là  $y = ax + b$ . (0,25đ)

Do đ-ờng thẳng đi qua A nên  $5 = 2a + b$  (1)

Do đ-ờng thẳng đi qua B nên  $-1 = -a + b$  (2)

(0,25đ)

Từ (1) và (2) ta có  $a = 2$ ;  $b = 1$

Vậy ph-ơng trình đ-ờng thẳng AB là  $y = 2x + 1$ ; (0,25đ)

Chứng minh C(4;9) thỏa mãn ph-ơng trình đ-ờng thẳng AB nên

3 điểm A, B, C thẳng hàng.

(0,25đ)

Mặt khác đ-ờng thẳng ABC và (d) có cùng hệ số góc nên chúng song song. (0,25đ)

b) Xét hệ

$$\begin{cases} y = 3 \\ 2y + x - 7 = 0 \\ y = 2x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases} \text{ là nghiệm duy nhất.} \quad (0,5đ)$$

Chúng tỏ rằng ba đ- ờng thẳng đồng qui. (0,25đ)

### **Bài 7:**

$$3x^2 + 7y^2 = 2002$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 = 2002 - 7y^2$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 = 7(286 - y^2) \quad (1) \quad (0,25^{\circ})$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 : 7 \Rightarrow x^2 : 7 \Rightarrow x : 7 \Rightarrow x^2 : 49$$

Ta có vế trái của (1) : 49 (0,25^{\circ})

$$\Rightarrow 7(286 - y^2) : 49$$

$$\Leftrightarrow 286 - y^2 : 7$$

$$\Leftrightarrow 287 - (1 + y^2) : 7 \Rightarrow 1 + y^2 : 7 \quad (*) \quad (0,25^{\circ})$$

Xét  $y = 7k \pm r; \quad r \in \{0, 1, 2, 3\}$

$$r = 0 \Rightarrow y : 7 \Rightarrow y^2 + 1 \text{ không chia hết } 7$$

$$r = 1 \Rightarrow y = 7k + 1 \Rightarrow y^2 + 1 \text{ không chia hết } 7$$

$$r = 2 \Rightarrow y = 7k + 2 \Rightarrow y^2 + 1 \text{ không chia hết } 7$$

$$r = 3 \Rightarrow y = 7k + 3 \Rightarrow y^2 + 1 \text{ không chia hết } 7$$

**(mỗi giá trị của  $r$  làm đúng cho 0,25đ)**

Với mọi  $r \in \{0, 1, 2, 3\}$  đều không thỏa mãn (\*)

Vậy ph- ơng trình không có nghiệm nguyên. (0,25đ)

### **Bài 8:**

(Vẽ hình, viết giả thiết kết luận đúng đ- ược 0,25 điểm)

Từ giả thiết suy ra  $\angle HCB = 40^{\circ}$ .

Dựng đ- ờng phân giác CK của  $\angle HCB$  thì  $\angle HCK = \angle BCK = 20^{\circ}$  (0,25đ)

Trong tam giác vuông AHC có  $\angle ACH = 30^{\circ}$  nên  $AH = \frac{CH}{2}$

Từ đó  $\frac{AH}{2} = \frac{1}{2} \left( \frac{CH}{HK} \right) = \frac{1}{2} \left( \frac{BC}{CK} \right)$  (Do CK là đ- ờng phân giác của  $\angle HCB$ ) (1) (0,25đ)

Dựng  $KM \perp BC$  tại M, lúc đó tam giác BMK đồng dạng tam giác BAC.

Suy ra  $\frac{BM}{BK} = \frac{AB}{AC}$  hay  $\frac{BC}{2BK} = \frac{AB}{BC} = \frac{AH}{HK}$  (0,5đ) (2)

Do BI là phân giác của  $\angle ABC$  nên  $\frac{AI}{IC} = \frac{AB}{BC}$  (0,25đ) (3)

Từ (2) và (3) suy ra:  $\frac{AI}{IC} = \frac{AH}{HK} \Rightarrow CK \parallel IH$  (0,25đ)

Do đó  $\angle CHI = \angle HCK = 20^\circ$  (0,25đ)

### Bài 9:

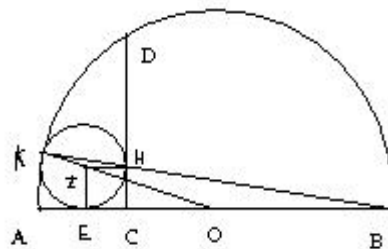
Góc ADB bằng  $90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đ-ờng tròn)  
 $\Rightarrow$  tam giác ABD vuông tại D:  $BD^2 = BC \cdot BA$  (1) (0,5đ)

Gọi K là tiếp điểm của (I) và (O). Kẻ IH vuông góc CD. (0,25đ)

Chứng minh tam giác IKH và tam giác OKB là các tam giác cân đỉnh I và O. có góc đỉnh bằng nhau.  $\Rightarrow \angle IKH = \angle OKB \Rightarrow K, H, B$  thẳng hàng. (0,5đ)

Chứng minh đ-ợc :  $BE^2 = BH \cdot BK$  (dựa vào hệ thức l-ợng trong (I)) (0,25đ)  
 $BH \cdot BK = BC \cdot BA$  (do AKHC là tứ giác nội tiếp) nên  $BE^2 = BC \cdot BA$  (2) (0,25đ)

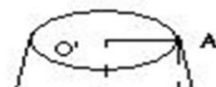
Từ (1) và (2)  $\Rightarrow BD = BE$  (0,25đ)



### Bài 10:

(Vẽ hình, viết giả thiết kết luận đúng đ-ợc 0,25 điểm)

Gọi x là bán kính của thiết diện,  $h_1$  và  $h_2$  là các chiều cao của hai hình nón cụt đ-ợc chia ra.  
 Ta có:



$$\frac{1}{3}\pi h_1(x^2 + 1 + x) = \frac{1}{3}\pi h_2(9 + x^2 + 3x)$$

$$\Rightarrow \frac{h_1}{h_2} = \frac{x^2 + 3x + 9}{x^2 + x + 1} \quad (0,5đ)$$

Chứng minh  $\Delta KNA$  và  $\Delta A'MK$  đồng dạng. **(0,5đ)**

$$\Rightarrow \frac{A'M}{KN} = \frac{MK}{NA} \Rightarrow \frac{h_1}{h_2} = \frac{x-1}{3-x} \quad (2) \quad (0,25đ)$$

Từ (1) và (2) suy ra

$$\frac{x^2 + 3x + 9}{x^2 + x + 1} = \frac{x-1}{3-x}$$

$$\Rightarrow 27 - x^3 = x^3 - 1$$

$$\Rightarrow x = \sqrt[3]{14} \quad (0,5đ)$$

Bán kính của thiết diện bằng  $\sqrt[3]{14}$

## ĐỀ 1232

### ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN LỚP 9

MÔN TOÁN - THỜI GIAN 150 PHÚT

**Bài 1:** (4đ). Cho biểu thức:

$$P = \frac{x\sqrt{x} - 3}{x - 2\sqrt{x} - 3} - \frac{2(\sqrt{x} - 3)}{\sqrt{x} + 1} + \frac{\sqrt{x} + 3}{3 - \sqrt{x}}$$

- Rút gọn biểu thức P.
- Tính giá trị của P với  $x = 14 - 6\sqrt{5}$
- Tìm GTNN của P.

**Bài 2** (4đ). Giải các phương trình.

$$a) \frac{1}{x^2 + 4x + 3} + \frac{1}{x^2 + 8x + 15} + \frac{1}{x^2 + 12x + 35} + \frac{1}{x^2 + 16x + 63} = \frac{1}{5}$$

$$b) \sqrt{x+6} - 4\sqrt{x+2} + \sqrt{x+11} - 6\sqrt{x+2} = 1$$

**Bài 3:** (3đ). Cho parabol (P):  $y = x^2$  và đường thẳng (d) có hệ số góc k đi qua điểm M(0;1).

- Chứng minh rằng với mọi giá trị của k, đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B.
- Gọi hoành độ của A và B lần lượt là  $x_1$  và  $x_2$ . Chứng minh rằng:  $|x_1 - x_2| \geq 2$ .
- Chứng minh rằng: Tam giác OAB là tam giác vuông.

**Bài 4:** (3đ). Cho 2 số dương x, y thỏa mãn  $x + y = 1$

$$a) \text{ Tìm GTNN của biểu thức } M = \left(x^2 + \frac{1}{y^2}\right) \left(y^2 + \frac{1}{x^2}\right)$$

b) Chứng minh rằng :

$$N = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{y}\right)^2 \geq \frac{25}{2}$$

**Bài 5** ( 2điểm). Cho tam giác ABC vuông ở A có AB = 6cm, AC = 8cm.

Gọi I là giao điểm các đường phân giác, M là trung điểm của BC. Tính góc BIM.

**Bài 6:**( 2đ). Cho hình chữ nhật ABCD, điểm M  $\in$  BC. Các đường tròn đường kính AM, BC cắt nhau tại N ( khác B). BN cắt CD tại L.

Chứng minh rằng : ML vuông góc với AC.

**Bài 7** ( 2điểm). Cho hình lập phương ABCD EFGH.

Gọi L và K lần lượt là trung điểm của AD và AB. Khoảng cách từ G đến LK là 10.

Tính thể tích hình lập phương.

### Đáp án

**Bài 1** ( 4 điểm).

Câu a: 2 điểm.

Điều kiện để giá trị của biểu thức P xác định :  $x \geq 0$ ;  $x \neq 9$  ( 0,5 đ).

Rút gọn:

$$\begin{aligned} P &= \frac{x\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-3)} - \frac{2(\sqrt{x}-3)}{\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-3} \\ &= \frac{x\sqrt{x}-3-2(\sqrt{x}-3)^2-(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+1)} \\ &= \frac{x\sqrt{x}-3-2x+12\sqrt{x}-18-x-3\sqrt{x}-\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+1)} \\ &= \frac{x\sqrt{x}-3x+8\sqrt{x}-24}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+1)} = \frac{\sqrt{x}(x+8)-3(x+8)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+1)} = \frac{x+8}{\sqrt{x}+1} \end{aligned} \quad ( 1,5 \text{ điểm})$$

Câu b :1 điểm

$$x = 14 - 6\sqrt{5} = (\sqrt{5})^2 - 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{5} + 9 = (\sqrt{5} - 3)^2 \Rightarrow \sqrt{x} = 3 - \sqrt{5}$$

$$\text{Khi đó } P = \frac{14 - 6\sqrt{5} + 8}{3 - \sqrt{5} + 1} = \frac{22 - 6\sqrt{5}}{4 - \sqrt{5}} = \frac{58 - 2\sqrt{5}}{11}$$

Câu c: 1 điểm

$$P = \frac{x+8}{\sqrt{x}+1} = \frac{x-1+9}{\sqrt{x}+1} = \sqrt{x}-1 + \frac{9}{\sqrt{x}+1} = \sqrt{x}+1 + \frac{9}{\sqrt{x}+1} - 2 \geq 2\sqrt{9} - 2 = 4$$

( áp dụng BĐT CôSi cho 2 số d- ơng  $\sqrt{x}+1$ ;  $\frac{9}{\sqrt{x}+1}$  )

$$\text{Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow \sqrt{x}+1 = \frac{9}{\sqrt{x}+1} \Leftrightarrow x = 4 \text{ ( thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy minP = 4, đạt đ- ợc khi x = 4.

**Bài 2:** 4 điểm ( mỗi câu 2 điểm).

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & x^2 + 4x + 3 = (x + 1)(x + 3) \\ & x^2 + 8x + 15 = (x + 3)(x + 5) \\ & x^2 + 12x + 35 = (x + 5)(x + 7) \\ & x^2 + 16x + 63 = (x + 7)(x + 9) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \text{ĐKXĐ} : x \neq -1; x \neq -3; x \neq -5; x \neq -7; x \neq -9 \quad (0,5\text{đ})$$

$$\text{pt} \quad \Leftrightarrow \frac{1}{(x+1)(x+3)} + \frac{1}{(x+3)(x+5)} + \frac{1}{(x+5)(x+7)} + \frac{1}{(x+7)(x+9)} = \frac{1}{5}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \left( \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+3} + \frac{1}{x+3} - \frac{1}{x+5} + \frac{1}{x+5} - \frac{1}{x+7} + \frac{1}{x+7} - \frac{1}{x+9} \right) = \frac{1}{5}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \left( \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+9} \right) = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow 5(x + 9 - x - 1) = 2(x + 1)(x + 9)$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 20x + 18 - 40 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 10x - 11 = 0$$

$$\text{Ph-ơng trình có dạng } a + b + c = 0 \Rightarrow x_1 = 1; x_2 = -11.$$

$x_1; x_2$  thỏa mãn ĐKXĐ.

$$\text{Vậy tập nghiệm của ph-ơng trình là : } S = \{-11; 1\}$$

b) ĐKXĐ:  $x \geq -2$ . ( 0,5 điểm)

$$\text{Pt} \quad \Leftrightarrow \sqrt{(\sqrt{x+2}-2)^2} + \sqrt{(\sqrt{x+2}-3)^2} = 1$$

$$\Leftrightarrow |\sqrt{x+2}-2| + |\sqrt{x+2}-3| = 1$$

$$\Leftrightarrow |\sqrt{x+2}-2| + |3-\sqrt{x+2}| = 1$$

áp dụng BĐT  $|A| + |B| \geq |A + B|$  ta có :  $|\sqrt{x+2}-2| + |3-\sqrt{x+2}| \geq 1$

Dấu "=" xảy ra khi :  $(\sqrt{x+2}-2)(3-\sqrt{x+2}) \geq 0$

$$\Leftrightarrow 2 \leq \sqrt{x+2} \leq 3 \quad \Leftrightarrow 2 \leq x \leq 7$$

Vậy tập nghiệm của ph-ơng trình là :  $S = \{x/2 \leq x \leq 7\}$

**Bài 3:** 3 điểm ( mỗi câu 1 điểm)

Đ-ờng thẳng (d) có hệ số góc k và đi qua điểm M (0;1)

nên (d) có tung độ gốc là 1.  $\Rightarrow$  Ph-ơng trình đ-ờng thẳng (d) là :  $y = kx + 1$

a) Ph-ơng trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:  $x^2 - kx - 1 = 0$  (1)

$$\Delta = k^2 + 4 > 0 \text{ với mọi } k$$

$\Rightarrow$  Ph-ơng trình (1) có 2 nghiệm phân biệt  $\Rightarrow$  đpcm.

$$\text{b) Ta có : } x_1 + x_2 = k; x_1 \cdot x_2 = -1 \Rightarrow x_2 = -\frac{1}{x_1}$$

$$\Rightarrow |x_1 - x_2| = |x_1 + \frac{1}{x_1}| = |x_1| + |\frac{1}{x_1}| \quad (\text{vì } x_1 \text{ và } \frac{1}{x_1} \text{ cùng dấu})$$

mà  $|x_1| + \left| \frac{1}{x_1} \right| \geq 2$ . Vậy  $|x_1 - x_2| \geq 2$

Cách 2:  $(x_1 - x_2)^2 = k^2 + 4 \geq 4 \Rightarrow |x_1 - x_2| \geq 2$

c) Giải sử  $A(x_1; y_1)$  và  $B(x_2; y_2)$ .

Gọi ph-ơng trình đ-ờng thẳng OA là  $y = k_1 x$ , ta có :  $y_1 = k_1 \cdot x_1$

$$\Rightarrow k_1 = \frac{y_1}{x_1} = \frac{x_1^2}{x_1} = x_1$$

Gọi ph-ơng trình đ-ờng thẳng OB là  $y = k_2 x$ , ta có :  $y_2 = k_2 \cdot x_2$

$$\Rightarrow k_2 = \frac{y_2}{x_2} = \frac{x_2^2}{x_2} = x_2$$

Ta có :  $k_1 \cdot k_2 = x_1 \cdot x_2 = -1$ . Vậy  $OA \perp OB \Rightarrow \triangle AOB$  vuông.

**Bài 4:** ( 3 điểm) ( mỗi câu 1,5 điểm)

$$a) \text{ Ta có : } M = \left( x^2 + \frac{1}{y^2} \right) \left( y^2 + \frac{1}{x^2} \right) = \frac{(x^2 y^2 + 1)^2}{x^2 y^2} = \left( xy + \frac{1}{xy} \right)^2$$

$$\text{Mặt khác : } xy + \frac{1}{xy} = \left( xy + \frac{1}{16xy} \right) + \frac{15}{16xy} \quad (1).$$

$$\text{áp dụng BĐT Côsi : } xy + \frac{1}{16xy} \geq 2 \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{2} \quad (2).$$

$$\sqrt{xy} \leq \frac{x+y}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow xy \leq \frac{1}{4} \quad (3)$$

$$\text{Từ (1), (2) và (3) ta có : } xy + \frac{1}{xy} \geq \frac{1}{2} + \frac{15}{16 \cdot \frac{1}{4}} = \frac{17}{4}$$

$$\Rightarrow \left( xy + \frac{1}{xy} \right)^2 \geq \left( \frac{17}{4} \right)^2 = \frac{289}{16}$$

$$\text{Vậy } \min M = \frac{289}{16}, \text{ đạt đ-ợc khi } \begin{cases} xy = \frac{1}{16xy} \\ x = y \end{cases} \Leftrightarrow x = y = \frac{1}{2}$$

b) áp dụng BĐT :  $A^2 + B^2 \geq \frac{(A+B)^2}{2}$ , ta có :

$$N = \left( x + \frac{1}{x} \right)^2 + \left( y + \frac{1}{y} \right)^2 \geq \frac{\left( x + y + \frac{x+y}{xy} \right)^2}{2} = \frac{\left( 1 + \frac{1}{xy} \right)^2}{2}$$

Mặt khác :  $(x+y)^2 \geq 4xy$  ( do  $(x-y)^2 \geq 0$ )

$$\Leftrightarrow 1 \geq 4xy \Leftrightarrow xy \leq \frac{1}{4}$$

$$N \geq \frac{(1 + \frac{1}{xy})^2}{2} \geq \frac{\left(1 + \frac{1}{\frac{1}{4}}\right)^2}{2} = \frac{25}{2}. \text{ Vậy } N \geq \frac{25}{2}.$$

Dấu "=" xảy ra khi  $\begin{cases} x + y = 1 \\ x = y \end{cases} \Leftrightarrow x = y = \frac{1}{2}$

**Bài 5:** ( 2 điểm).

Vẽ hình đúng, ghi GT, KL . ( 0,5 điểm).

Tính góc BIM. ( 1,5 điểm)

Từ giả thiết  $\Delta ABC$  vuông tại A có:

$$AB = 6\text{cm}, AC = 8\text{cm}. \Rightarrow BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 10(\text{cm})$$

$$\Rightarrow MC = MB = 5\text{cm}$$

Gọi B' là giao điểm của BI và AC. Ta có :  $\frac{AB'}{AB} = \frac{IB'}{IB} = \frac{CB'}{CB}$

$$\Rightarrow \frac{AB'}{AB} = \frac{CB'}{CB} = \frac{AB' + CB'}{AB + CB} = \frac{AC}{AB + CB} = \frac{8}{6 + 10} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow AB' = \frac{1}{2} \cdot AB = 3\text{cm}$$

$$CB' = \frac{1}{2} \cdot CB = 5\text{cm} \quad \Rightarrow CB' = CM \Rightarrow \Delta IMC = \Delta IB'C \text{ ( c.g.c)}$$

$$\Rightarrow \text{góc } IMC = \text{góc } IB'C \Rightarrow \text{góc } AB'B = \text{góc } IMB$$

$$\Rightarrow \text{Tam giác } AB'B \text{ đồng dạng với tam giác } IBM \Rightarrow \text{góc } BIM = \text{góc } BAB'$$

$$\text{mà góc } BAB' = 90^\circ \Rightarrow \text{góc } BIM = 90^\circ$$

**Bài 6:** ( 2 điểm).

Gọi E là giao điểm của AC và ML

Ta có: góc NCD = góc NCB

(cùng phụ với góc BCN)

góc NBC = góc NAM ( cùng chắn cung MN)

$\Rightarrow$  Tam giác NCL đồng dạng với

$$\text{tam giác NAM} \Rightarrow \frac{NC}{NA} = \frac{NL}{NM}$$

Mặt khác : góc ANC = góc MNL

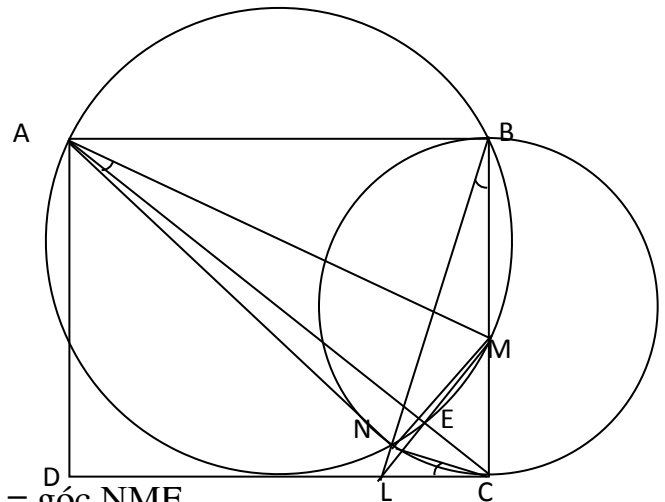
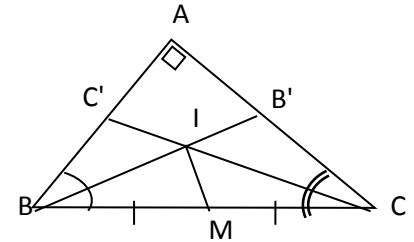
( cùng bằng  $90^\circ + \text{góc MNC}$ )

$\Rightarrow$  tam giác ANC đồng dạng với tam giác

MNL  $\Rightarrow$  góc NAC = góc NML hay góc NAE = góc NME

$\Rightarrow$  Tứ giác AMEN nội tiếp  $\Rightarrow E$  thuộc đường tròn đường kính AM

$\Rightarrow$  góc AEM =  $90^\circ$  hay ML vuông góc với AC ( đpcm).





**Bài 7:** ( 2điểm).

Vẽ hình đúng, ghi GT, KL : ( 0,5điểm).

Gọi I là chân đ- ờng vuông góc kẻ từ G đến LK.

Gọi độ dài cạnh hình lập ph- ơng là  $2a$  ( $a > 0$ ), ta có: Tam giác ALK vuông tại A

$$\Rightarrow LK = \sqrt{AL^2 + AK^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$$

Tam giác DHG vuông tại H.

$$\Rightarrow DG^2 = DH^2 + HG^2 = 8a^2$$

Tam giác LDG vuông góc tại D

( Vì  $AD \perp mp(DCGH) \Rightarrow AD \perp DG$  )

$$\Rightarrow LG^2 = LD^2 + DG^2 = a^2 + 8a^2 = 9a^2$$

Từ  $\triangle LDG = \triangle KBG$  (c.g.c)

( Vì có : góc LDG = góc KBG =  $90^\circ$ ,  
LD = KB , DG = BG ).

$$\Rightarrow GL = GK \Rightarrow \triangle GLK \text{ cân tại G.}$$

$$\Rightarrow I \text{ là trung điểm của LK} \Rightarrow IL = LK : 2 = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

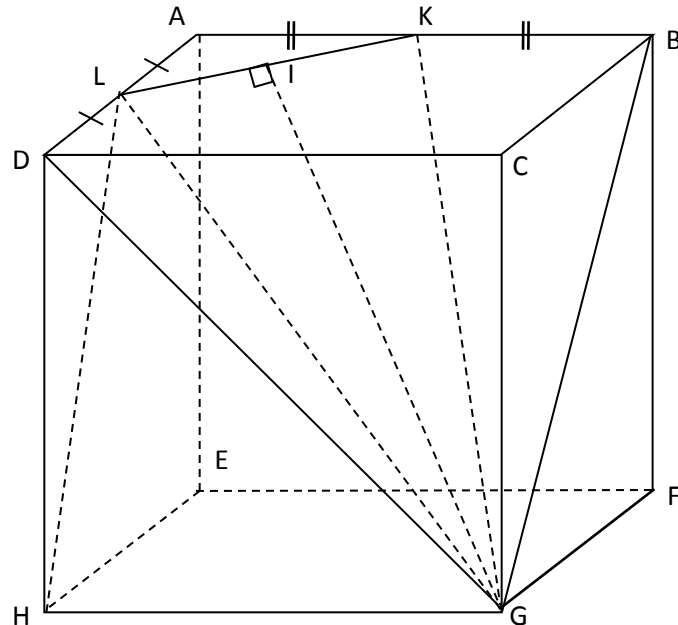
$\triangle LIG$  vuông tại I nên ta có:  $LG^2 = LI^2 + IG^2$

$$\text{hay } 9a^2 = 2a^2:4 + 100 \Leftrightarrow a^2 = 200:17 \Rightarrow a = \frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{17}}$$

Vậy độ dài cạnh hình lập ph- ơng là  $\frac{20\sqrt{2}}{\sqrt{17}}$

$$\Rightarrow \text{Thể tích hình lập ph- ơng là } \frac{16000\sqrt{2}}{17\sqrt{17}} \text{ ( đơn vị diện tích ).}$$

\*-----&-----\*

**ĐỀ 1233****Cu 1:** (4,0 điểm)

Tính giá trị của tổng :

$$B = \sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2}} + \dots + \sqrt{1 + \frac{1}{99^2} + \frac{1}{100^2}}$$

**Cu2 :** ( 3,0 điểm)

Chứng minh rằng  $A = (10^n + 10^{n-1} + \dots + 10 + 1)(10^{n+1} + 5) + 1$   
là số chính phương

**Cu 3:( 3,0 điểm)**

Cho ba số dương a , b , c thỏa mãn  $a^2 + b^2 + c^2 = 1$  . Chứng minh rằng :

$$\frac{a^2}{1+b-a} + \frac{b^2}{1+c-b} + \frac{c^2}{1+a-c} \geq 1$$

**Cu 4:( 3,0 điểm)**

Giải phương trình  $2\sqrt[3]{3x-2} + 3\sqrt{6-5x} - 8 = 0 (x \in R)$

**Cu 5 : (3,0 điểm)**

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn , từ điểm I thuộc miền trong của tam giác vẽ các đoạn thẳng IH , IK , IL lần lượt vuông góc với BC, CA, AB . Tìm vị trí của I sao cho  $AL^2 + BH^2 + CK^2$  nhỏ nhất

**Cu 6: (4,0 điểm)**

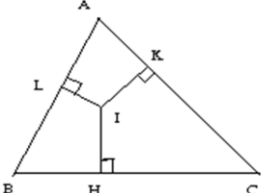
Xét tam giác ABC có độ dài các cạnh là a , b , c sao cho thỏa mãn hệ thức :  $15bc + 10ca + 1964ab = 2006abc$  . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức :

$$M = \frac{1974}{p-a} + \frac{1979}{p-b} + \frac{25}{p-c} \text{ trong đó } p \text{ là nửa chu vi của tam giác ABC.}$$

**ĐP N**

Cu	Đp n	Điểm
Cu 1: (4,0 điểm)	<p>Trước hết ta chứng minh</p> $\sqrt{1 + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{(a+1)^2}} = \frac{a^2 + a + 1}{a(a+1)} = 1 + \frac{1}{a(a+1)} = 1 + \frac{1}{a} - \frac{1}{a+1} \quad (\text{với } a > 0)$ <p>Thật vậy :</p> $1 + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{(a+1)^2} = \frac{a^2(a+1)^2 + (a+1)^2 + a^2}{a^2(a+1)^2}$ $= \frac{a^2(a^2 + 2a + 1 + 1) + (a+1)^2}{a^2(a+1)^2} = \frac{a^4 + 2a^2(a+1)^2 + (a+1)^2}{a^2(a+1)^2}$ $= \frac{(a^2 + a + 1)^2}{a^2(a+1)^2} = \left[ \frac{(a^2 + a + 1)}{a(a+1)} \right]^2$ $\Rightarrow \sqrt{1 + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{(a+1)^2}} = \frac{a^2 + a + 1}{a(a+1)} = 1 + \frac{1}{a(a+1)} = 1 + \frac{1}{a} - \frac{1}{a+1} \quad (\text{với } a > 0)$ <p>Do đó</p>	<p>1,0</p> <p>1,0</p>

	$B = \sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2}} + \dots + \sqrt{1 + \frac{1}{99^2} + \frac{1}{100^2}}$ $= \left(1 + \frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) + \left(1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \dots + \left(1 + \frac{1}{99} - \frac{1}{100}\right)$ $= 99 + \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100}\right) = 100 - \frac{1}{100} = 99,99$	1,0 1,0
<b>Cu 2:</b> (3,0 điểm)	<p>Ta có <math>A = (10^n + 10^{n-1} + \dots + 10 + 1)(10^{n+1} + 5) + 1</math></p> $= \frac{1}{9}(10-1)(10^n + 10^{n-1} + \dots + 10 + 1)(10^{n+1} + 5) + 1$ $= \frac{1}{9}(10^{n+1} - 1)(10^{n+1} + 5) + 1$ $= \frac{1}{9}(10^{2(n+1)} + 4 \cdot 10^{n+1} + 9 - 5)$ $= \frac{1}{9}(10^{n+1} + 2)^2 = \left(\frac{10^{n+1} + 2}{3}\right)^2$ <p>Mà <math>10^{n+1} + 2</math> có tổng các chữ số là 3 .  Nên <math>10^{n+1} + 2 : 3</math>  Vậy A là số chính phương .</p>	
<b>Cu 3:</b> (3,0 điểm)	<p>Từ giả thiết suy ra a , b , c thuộc (0 ; 1)</p> $\Rightarrow \frac{a^2}{1+b-a} \geq \frac{a^2(1-(b-a)^2)}{1+b-a} = \frac{a^2(1+b-a)(1-b+a)}{1+b-a} = a^2(1-b+a)$ <p>Tương tự : <math>\frac{b^2}{1+c-b} \geq b^2(1-c+b); \frac{c^2}{1+a-c} \geq c^2(1-a+c)</math></p> <p>Cộng vế theo vế các bất đẳng thức trên ta được :</p> $\frac{a^2}{1+b-a} + \frac{b^2}{1+c-b} + \frac{c^2}{1+a-c} \geq 1 + a^3 + b^3 + c^3 - a^2b - b^2c - c^2a \quad (1)$ <p>Áp dụng bất đẳng thức cơ sở cho ba số dương nhận được :</p> $a^3 + a^3 + b^3 \geq 3a^2b; b^3 + b^3 + c^3 \geq 3b^2c; c^3 + c^3 + a^3 \geq 3c^2a \quad (2)$ <p>Từ (1) và (2) <math>\Rightarrow \frac{a^2}{1+b-a} + \frac{b^2}{1+c-b} + \frac{c^2}{1+a-c} \geq 1</math></p> <p>Đẳng thức xảy ra <math>\Leftrightarrow a = b = c = \frac{\sqrt{3}}{3}</math></p>	0,5 0,5 1,0 0,5 0,5

<p><b>Cu 4:</b> (3,0 điểm)</p>	<p>Điều kiện <math>x \leq \frac{6}{5}</math>.</p> <p>Đặt <math>t = \sqrt[3]{3x-2} \Rightarrow t^3 = 3x-2 \Leftrightarrow x = \frac{t^3+2}{3}</math></p> <p>Khi đó phương trình ã cho trở tnh :</p> $2t + 3\sqrt{\frac{8-5t^3}{3}} - 8 = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 8-2t \geq 0 \\ 3\sqrt{\frac{8-5t^3}{3}} = 8-2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8-2t \geq 0 \\ 9 \cdot \frac{8-5t^3}{3} = 64-32t+4t^2 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} t \leq 4 \\ 15t^3 + 4t^2 - 32t + 40 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t \leq 4 \\ (t+2)(15t^2 - 26t + 20) = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow t = -2 \Rightarrow x = -2$	<p>1,0</p> <p>1,0</p> <p>1,0</p>
<p><b>Cu 5:</b> (3,0 điểm)</p>	<p>- Vẽ hình ãng.</p>  <p>Ta cĩ <math>AI^2 = AL^2 + LI^2</math> ; <math>AI^2 = AK^2 + KI^2</math> .  Suy ra <math>AL^2 + LI^2 = AK^2 + KI^2</math> .  Tương tự <math>BH^2 + HI^2 = BL^2 + LI^2</math> ỹ <math>CK^2 + KI^2 = CH^2 + HI^2</math>  Cộng (1) ; (2) ỹ (3) ta cĩ : <math>AL^2 + BH^2 + CK^2 = AK^2 + BL^2 + CH^2</math> .  Do ã <math>AL^2 + BH^2 + CK^2 = \frac{1}{2} [(AL^2 + BL^2) + (BH^2 + CH^2) + (CK^2 + AK^2)] \geq \frac{1}{4} (AB^2 + BC^2 + AC^2)</math></p> <p>Ta cĩ <math>AL^2 + BH^2 + CK^2 \geq \frac{1}{4} (AB^2 + BC^2 + AC^2)</math> ( không ãi ) .  Dấu “ = “ xảy ra <math>\Leftrightarrow AL = BL, BH = BL, CK = AK \Leftrightarrow I</math> ỹm ãường trịn ngoại tiếp <math>\triangle ABC</math></p>	<p>0,25</p> <p>1,0</p> <p>1,0 0,75</p>
<p><b>Cu 6:</b> (4,0 ãiểm )</p>	<p>Vĩi <math>x &gt; 0, y &gt; 0</math> thì <math>\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq \frac{4}{x+y}</math> (1)</p>	<p>0,25</p>

	<p>Ta cĩ <math>M = \frac{1974}{p-a} + \frac{1979}{p-b} + \frac{25}{p-c} =</math></p> $1964\left(\frac{1}{p-a} + \frac{1}{p-b}\right) + 10\left(\frac{1}{p-a} + \frac{1}{p-c}\right) + 15\left(\frac{1}{p-b} + \frac{1}{p-c}\right)$ $\geq 1964 \cdot \frac{4}{p-a+p-b} + 10 \cdot \frac{4}{p-a+p-c} + 15 \cdot \frac{4}{p-b+p-c}$ $= 4\left(\frac{1964}{c} + \frac{10}{b} + \frac{15}{a}\right) = 4 \cdot \frac{1964ab + 15bc + 10ca}{abc} = 4 \cdot \frac{2006abc}{abc} = 8024$ <p>Đẳng thức xảy ra khi v chỉ khi</p> $\begin{cases} p-a = p-b = p-c \\ 1964ab + 15bc + 10ca = 2006abc \end{cases} \Leftrightarrow a = b = c = \frac{1989}{2006} = \frac{117}{118}$ <p>Vậy <math>\text{Min} M = 8024 \Leftrightarrow a = b = c = \frac{117}{118}</math></p>	<p>1,0</p> <p>0,75</p> <p>0,5</p> <p>1,0</p> <p>0,5</p>
--	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO  
CHUYÊN QUỐC HỌC  
THỪA THIÊN HUẾ  
ĐỀ CHÍNH THỨC**

**ĐỀ 1234  
KỲ THI TUYỂN SINH THPT**

**Khoá ngày 24.6.2010**  
**Môn: TOÁN**  
*Thời gian làm bài: 150 phút*

**Bài 1:** (1,5 điểm)

Xác định tham số m để phương trình  $(m+1)x^2 - 2(m-1)x + m - 2 = 0$

có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn:  $4(x_1 + x_2) = 7x_1x_2$ .

**Bài 2:** (2,0 điểm)

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = x^2 + xy + y^2 - 2x - 3y + 2010$  khi các số thực  $x, y$  thay đổi. Giá trị nhỏ nhất đó đạt được tại các giá trị nào của x và y.

**Bài 3:** (2,5 điểm)

a) Giải phương trình :  $\sqrt[3]{x+3} + \sqrt[3]{5-x} = 2$ .

b) Giải hệ phương trình :

$$\begin{cases} x + y + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + 4 = 0 \\ xy + \frac{1}{xy} + \frac{x}{y} + \frac{y}{x} - 4 = 0 \end{cases}$$

**Bài 4:** (2,0 điểm)

Cho tam giác ABC có  $BC = 5a$ ,  $CA = 4a$ ,  $AB = 3a$ . Đường trung trực của đoạn AC cắt đường phân giác trong của góc BAC tại K.

- a) Gọi (K) là đường tròn có tâm K và tiếp xúc với đường thẳng AB. Chứng minh rằng đường tròn (K) tiếp xúc với đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABC.
- b) Chứng minh rằng trung điểm của đoạn AK cũng là tâm đường tròn nội tiếp của tam giác ABC.

**Bài 5:** (2,0 điểm)

a) Với bộ số (6 ; 5 ; 2), ta có đẳng thức đúng :  $\frac{65}{26} = \frac{5}{2}$ .

Hãy tìm tất cả các bộ số (a ; b ; c) gồm các chữ số hệ thập phân a , b, c đôi một khác nhau và khác 0 sao cho đẳng thức  $\frac{ab}{ca} = \frac{b}{c}$  đúng.

c) Cho tam giác có số đo một góc bằng trung bình cộng của số đo hai góc còn lại và độ dài các cạnh a, b, c của tam giác đó thoả mãn:

$$\sqrt{a+b-c} = \sqrt{a} + \sqrt{b} - \sqrt{c}.$$

Chứng minh rằng tam giác này là tam giác đều.

----- HẾT -----

SBD thí sinh: .....

Chữ ký GT1: .....

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO KỲ THI TUYỂN SINH THPT CHUYÊN QUỐC HỌC  
THỪA THIÊN HUẾ  
ĐỀ CHÍNH THỨC**

**Khoá ngày 24.6.2010**

**Môn: TOÁN**

## HƯỚNG DẪN CHẤM

<b>Bài</b>	<b>Nội dung</b>	<b>Điểm</b>
<b>Bài 1</b>		<b>(1,5đ)</b>
	Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' > 0 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} m+1 \neq 0 \\ 3-m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -1 \\ m < 3 \end{cases} (*)$	0,25
	Ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{2(m-1)}{m+1} \\ x_1 x_2 = \frac{m-2}{m+1} \end{cases}$	0,25
	$4(x_1 + x_2) = 7x_1 x_2 \Leftrightarrow 4 \frac{2(m-1)}{m+1} = 7 \frac{m-2}{m+1}$	0,25
	$\Leftrightarrow 8(m-1) = 7(m-2) \Leftrightarrow m = -6$ Thỏa mãn (*) Vậy: $m = -6$ thỏa mãn yêu cầu bài toán .	0,5
<b>BÀI 2</b>		<b>(2đ)</b>
	Ta có: $P = x^2 + (y-2)x + y^2 - 3y + 2010$	0,25
	$P = \left(x + \frac{y-2}{2}\right)^2 - \frac{(y-2)^2}{4} + y^2 - 3y + 2010$	0,5
	$P = \frac{1}{4}(2x + y - 2)^2 + \frac{3}{4}\left(y - \frac{4}{3}\right)^2 + \frac{6023}{3}$	0,5
	$P \geq \frac{6023}{3}$ với mọi x, y.	0,25
	$P = \frac{6023}{3}$ khi và chỉ khi: $\begin{cases} 2x + y - 2 = 0 \\ y - \frac{4}{3} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ y = \frac{4}{3} \end{cases}$	0,25
	Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $P_{\min} = \frac{6023}{3}$ đạt khi $x = \frac{1}{3}$ và $y = \frac{4}{3}$	0,25
<b>Bài 3</b>		<b>(2,5đ)</b>
<b>3.a</b> <b>(1đ)</b>	Lập phương hai vế phương trình $\sqrt[3]{x+3} + \sqrt[3]{5-x} = 2$ (1), ta được: $8 + 3\sqrt[3]{(x+3)(5-x)}(\sqrt[3]{x+3} + \sqrt[3]{5-x}) = 8$	0,25
	Dùng (1) ta có: $\sqrt[3]{(x+3)(5-x)} = 0$ (2)	0,25

	Giải (2) và thử lại tìm được : $x = -3, x = 5$ là hai nghiệm của phương trình đã cho.	0,5
--	---------------------------------------------------------------------------------------	-----

3.b (1đ,5)	Điều kiện : $x \neq 0; y \neq 0$ .	0,25
	Viết lại hệ : $\begin{cases} \left(x + \frac{1}{x}\right) + \left(y + \frac{1}{y}\right) = -4 \\ \left(x + \frac{1}{x}\right) \cdot \left(y + \frac{1}{y}\right) = 4 \end{cases}$	0,5
	Đặt : $u = x + \frac{1}{x}$ ; $v = y + \frac{1}{y}$ , ta có hệ : $\begin{cases} u + v = -4 \\ uv = 4 \end{cases}$	0,25
	Giải ra được : $u = -2; v = -2$ .	0,25
	Giải ra được : $x = -1$ ; $y = -1$ . Hệ đã cho có nghiệm : $(x ; y) = (-1 ; -1)$ .	0,25
BÀI 4 (2đ)		
4. a (1đ)	Do $BC^2 = AC^2 + AB^2$ nên tam giác ABC vuông tại A.	0,25
	Đường tròn (O) ngoại tiếp $\Delta ABC$ có tâm là trung điểm O của BC, có bán kính $r = \frac{5}{2}a$ .	0,25
	Gọi Q là trung điểm AC và R là tiếp điểm của (K) và AB. KQAR là hình vuông cạnh $2a$ . Đường tròn (K) có bán kính $\rho = 2a$	0,25





	Các bộ số thỏa bài toán: $(a ; b ; c) = (6 ; 5 ; 2), (9 ; 5 ; 1), (6 ; 4 ; 1), (9 ; 8 ; 4)$ .	
<b>5.b</b> <b>(1đ)</b>	Từ giả thiết số đo một góc bằng trung bình cộng của số đo hai góc còn lại, suy ra tam giác đã cho có ít nhất một góc bằng $60^\circ$ . Ví dụ: Từ $2A = B + C$ suy ra $3A = A + B + C = 180^\circ$ . Do đó $A = 60^\circ$ .	0,25
	Từ $\sqrt{a+b-c} = \sqrt{a} + \sqrt{b} - \sqrt{c}$ (*), suy ra tam giác đã cho là tam giác cân. Thật vậy, bình phương các vế của (*): $a+b-c = a+b+c+2\sqrt{ab}-2\sqrt{cb}-2\sqrt{ac} \Rightarrow \sqrt{c}(\sqrt{c}-\sqrt{a}) + \sqrt{b}(\sqrt{a}-\sqrt{c}) = 0$ $\Rightarrow (\sqrt{a}-\sqrt{c})(\sqrt{b}-\sqrt{c}) = 0$ Vì vậy tam giác này có $a = c$ hoặc $b = c$ .	0,5
	Tam giác đã cho là tam giác cân và có góc bằng $60^\circ$ nên là tam giác đều.	0,25

### ĐỀ 1235

**Câu 1** ( 2điểm ) Giải các ph- ơng trình sau

a)  $(x-2)(2x-5)-2(x-2)(x+2)=0$

b)  $x^4 - 13x + 36 = 0$

**Câu 2** ( 2điểm) Cho biểu thức

$$P = \frac{x + \sqrt{x}}{x\sqrt{x} + x + 9\sqrt{x} + 9}$$

a) Rút gọn P

b) Chứng minh rằng với mọi  $x \geq 0$  ta có  $P \leq \frac{1}{6}$

**Câu 3** ( 2 điểm) Cho hệ ph- ơng trình

$$\begin{cases} mx - y = 3(1) \\ 2x + my = 9(2) \end{cases}$$

a) Giải hệ ph- ơng trình khi  $m=1$

b) Tìm các giá trị nguyên của m để hệ đã cho có nghiệm duy nhất (x;y) sao cho biểu thức  $A=3x-y$  nhận giá trị nguyên .

**Câu 4** (3 điểm) Cho nửa đ- ờng tròn (O) đ- ờng kính  $AB=2R$  và C , D là 2 điểm di động trên nửa đ- ờng tròn sao cho C thuộc cung AD và góc  $COD = 60^\circ$  ( C khác A và D khác B).Gọi M là giao điểm của tia AC và BD , N là giao điểm của dây AD

và BC

a) Chứng minh tứ giác CMDN nội tiếp đ-ờng tròn và tổng khoảng cách từ A, B đến đ-ờng thẳng CD không đổi.

b) Gọi H và I lần l-ợt là trung điểm CD và MN. Chứng minh H, I, O thẳng hàng

$$\text{và } DI = \frac{R\sqrt{3}}{3}$$

c) Tìm giá trị lớn nhất của diện tích tam giác MCD theo R

**Câu 5** ( 1 điểm) Cho các số d-ơng a, b, c thoả mãn  $abc=1$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$S = \frac{1}{(a+1)^2 + b^2 + 1} + \frac{1}{(b+1)^2 + c^2 + 1} + \frac{1}{(c+1)^2 + a^2 + 1}$$

**H- ƯỚNG DẪN GIẢI**

**KÌ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 TR- ỜNG THPT CHUYÊN HÙNG V- ƠNG  
NĂM HỌC 2010-2011**

**MÔN Toán**

*(Dành cho tất cả thí sinh)*

**Câu 1** ( 2 điểm ) Giải các ph- ơng trình sau

a)  $(x-2)(2x-5)-2(x-2)(x+2)=0$

b)  $x^4 - 13x + 36 = 0$

**Câu 2** ( 2 điểm) Cho biểu thức  $P = \frac{x + \sqrt{x}}{x\sqrt{x} + x + 9\sqrt{x} + 9}$

a) Rút gọn P

b) Chứng minh rằng với mọi  $x \geq 0$  ta có  $P \leq \frac{1}{6}$

**Câu 3** ( 2 điểm) Cho hệ ph- ơng trình

$$\begin{cases} mx - y = 3 \\ 2x + my = 9 \end{cases}$$

a) Giải hệ ph- ơng trình khi  $m=1$

b) Tìm các giá trị nguyên của m để hệ đã cho có nghiệm duy nhất (x;y) sao cho biểu thức  $A=3x-y$  nhận giá trị nguyên.

**H- ướng dẫn**

a) Với  $m=1$  ta có hệ

$$\begin{cases} x - y = 3 \\ 2x + y = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 12 \\ y = x - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy với  $m=4$  hệ có nghiệm duy nhất  $(x;y) = (4;1)$

$$b) \begin{cases} mx - y = 3 \\ 2x + my = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = mx - 3 \\ 2x + m(mx - 3) = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = mx - 3 \\ 2x + m^2x - 3m = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = mx - 3; (1) \\ (2 + m^2)x = 3m + 9; (2) \end{cases}$$

Từ (2) ta có  $m^2 + 2 > 0; \forall m$  nên hệ có nghiệm duy nhất với mọi m

$$(2) \Leftrightarrow x = \frac{3m+9}{m^2+2} \text{ thay vào (1)} \Rightarrow y = \frac{m(3m+9)}{m^2+2} - 3 = \frac{3m^2 + 9m - 3m^2 - 6}{m^2+2} = \frac{9m-6}{m^2+2}$$

$$\text{Ta có } A = 3x - y = \frac{9m+27}{m^2+2} - \frac{9m-6}{m^2+2} = \frac{33}{m^2+2}$$

A nguyên khi  $m^2 + 2$  là - ước d- ơng lớn hơn 1 của 33 ta có bảng sau

$m^2+2$	3	11	33
$m^2$	1	9	31 (Loại vì không chính ph- ơng)
m	1 Hoặc -1	3 hoặc -3	

**Câu 4** (3 điểm) Cho nửa đ- ờng tròn (O) đ- ờng kính AB=2R và C , D là 2 điểm di động trên nửa đ- ờng tròn sao cho C thuộc cung AD và góc COD =  $60^\circ$  ( C khác A và D khác B).Gọi M là giao điểm của tia AC và BD , N là giao điểm của dây AD và BC

a) Chứng minh tứ giác CMDN nội tiếp đ- ờng tròn và tổng khoảng cách từ A,B đến đ- ờng thẳng CD không đổi .

b) Gọi H và I lần l- ợt là trung điểm CD và MN .

Chứng minh H , I, O thẳng hàng

$$\text{và } DI = \frac{R\sqrt{3}}{3}$$

c) Tìm giá trị lớn nhất của diện tích tam giác MCD theo R

$$OH = \frac{R\sqrt{3}}{2} \text{ không đổi vậy } AP + AQ = R\sqrt{3} \text{ không đổi (đpcm)}$$

Nên  $\angle CMD = 60^\circ$  ta có  $\angle CDI = 2\angle CMD = 120^\circ$  trong tam giác vuông DIH

$$DH = DI.\sin 60^0 \Rightarrow DI = \frac{DH}{\sin 60^0} = \frac{R\sqrt{3}}{3}$$

$S_{MCD}$  lớn nhất khi  $S_{MBA}$  lớn nhất Kéo dài MN cắt AB tại H thì MH vuông góc với AB ta có MN không đổi MH lớn nhất khi NK lớn nhất N chạy trên cung  $120^0$  dựng trên AB ;NH max khi N thuộc trung điểm cung này

Cách khác : kẻ ME vuông góc CD thì  $ME \leq MH \leq MI + IH$  tính đ-ợc IH:MI theo R

**Câu 5 ( 1 điểm)** Cho các số d-ơng a, b c thoả mãn  $abc=1$ . Tìm giá trị lớn

nhất của biểu thức

$$S = \frac{1}{(a+1)^2 + b^2 + 1} + \frac{1}{(b+1)^2 + c^2 + 1} + \frac{1}{(c+1)^2 + a^2 + 1}$$

**H- óng dẫn:**

$$\text{Ta có } (a+1)^2 + b^2 + 1 = (a^2 + b^2) + 2a + 2 \geq 2ab + 2a + 2$$

$$\text{T- óng tự } (b+1)^2 + c^2 + 1 = (b^2 + c^2) + 2b + 2 \geq 2bc + 2b + 2$$

$$(c+1)^2 + a^2 + 1 = (c^2 + a^2) + 2c + 2 \geq 2ac + 2c + 2$$

Nên

$$\begin{aligned} S &\leq \frac{1}{2(ab+a+1)} + \frac{1}{2(bc+b+1)} + \frac{1}{2(ca+c+1)} \\ &= \frac{1}{2} \left( \frac{bc}{abcb+abc+bc} + \frac{1}{bc+b+1} + \frac{b}{abc+bc+b} \right) \text{Max}(S) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow a = b = c = 1 \\ S &\leq \frac{1}{2} \left( \frac{bc}{bc+b+1} + \frac{1}{bc+b+1} + \frac{b}{bc+b+1} \right) = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

## ĐỀ 1236

**Câu 1 ( 2điểm )**

- c) Tìm số tự nhiên A nhỏ nhất thoả mãn khi lấy số A chia lần l- ợt cho các số 2,3,4,5,6,7,8,9,10 thì đ- ược các số t- óng ứng là 1,2,3,4,5,6,7,8,9.
- d) Chứng minh rằng ph- óng trình  $x^2 - 2x - 1 = 0$  có 2 nghiệm  $x_1, x_2$  thoả mãn

$$\frac{x_1^2 - 2}{x_1} + \frac{x_2^2 - 2}{x_2} = 6$$

**Câu 2 ( 2điểm)**

Cho tam giác vuông có diện tích bằng  $96 \text{ m}^2$ , chu vi bằng 48 m .

Tính độ dài các cạnh của tam giác đó

**Câu 3 ( 2 điểm)**

a) Giải hệ ph- óng trình

$$\begin{cases} (x^2 + 3)(y^2 + 1) + 10xy = 0 \\ \frac{x}{x^2 + 3} + \frac{y}{y^2 + 1} + \frac{3}{20} = 0 \end{cases}$$

b) Giải phương trình  $2(2x^2 + 4x + 3) = (5x + 4)\sqrt{x^2 + 3}$

**Câu 4** (3 điểm) Cho nửa đường tròn  $(O; R)$  đường kính AB. Giả sử M là điểm chuyển động trên nửa đường tròn này, kẻ MH vuông góc với AB tại H. Từ O kẻ đường thẳng song song với MA cắt tiếp tuyến tại B với nửa đường tròn  $(O)$  ở K.

a) Chứng minh 4 điểm O, B, K, M cùng thuộc một đường tròn

b) Giả sử C; D là hình chiếu của H trên đường thẳng MA và MB.

Chứng minh 3 đường thẳng CD, MH, AK đồng quy

d) Gọi E; F lần lượt là trung điểm AH và BH. Xác định vị trí M để diện tích tứ giác CDFE đạt giá trị lớn nhất?

**Câu 5** (1 điểm) Cho các số dương a, b, c thỏa mãn  $a+b+c=abc$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$S = \frac{a}{\sqrt{bc(1+a^2)}} + \frac{b}{\sqrt{ca(1+b^2)}} + \frac{c}{\sqrt{ab(1+c^2)}}$$

**Câu 1** (2 điểm)

a) Tìm số tự nhiên A nhỏ nhất thỏa mãn khi lấy số A chia lần lượt cho các số 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 thì được các số dư ứng là 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

b) Chứng minh rằng phương trình  $x^2 - 2x - 1 = 0$  có 2 nghiệm  $x_1; x_2$  thỏa mãn

$$\frac{x_1^2 - 2}{x_1} + \frac{x_2^2 - 2}{x_2} = 6$$

### Hướng dẫn

a) Ta có A+1 chia hết cho 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 nên A+1 là bội chung của 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 vì A nhỏ nhất nên

A+1 là BCNN(2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10) =  $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 = 2520$  vậy A = 2519

b) Ta có  $\Delta' = 2$  nên PT luôn có 2 nghiệm phân biệt theo Vi-ét ta có  $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 \cdot x_2 = -1 \end{cases}$

$$\frac{x_1^2 - 2}{x_1} + \frac{x_2^2 - 2}{x_2} = \frac{x_1^2 x_2 - 2x_2 + x_2^2 x_1 - 2x_1}{x_1 x_2} = \frac{x_1 x_2 (x_1 + x_2) - 2(x_1 + x_2)}{x_1 x_2} = \frac{-1 \cdot 2 - 2 \cdot 2}{-1} = 6 \text{ (đpcm)}$$

**Câu 2** (2 điểm)

Cho tam giác vuông có diện tích bằng  $96 \text{ m}^2$ , chu vi bằng  $48 \text{ m}$ .  
 Tính độ dài các cạnh của tam giác đó

### H- ớng dẫn

Gọi 2 cạnh góc vuông lần l- ợt là  $x, y$  ( m) giả sử  $x \geq y > 0$

Vì diện tích là  $96 \text{ m}^2$  nên ta có PT(1)  $xy=192$

Vì chu vi là  $48 \text{ m}$  nên ta có PT(2)  $x + y + \sqrt{x^2 + y^2} = 48$

Ta có hệ ph- ơng trình

$$\begin{cases} xy = 192 \\ x + y + \sqrt{x^2 + y^2} = 48 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 192 \\ x + y + \sqrt{(x + y)^2 - 2xy} = 48 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} xy = 192(1) \\ x + y + \sqrt{(x + y)^2 - 384} = 48(2) \end{cases}$$

Đặt  $x+y=t$  (2)  $\Leftrightarrow \sqrt{t^2 - 384} = 48 - t$  (\*) điều kiện  $t \leq 48$

(\*) (\*)  $\Leftrightarrow t^2 - 384 = 2034 - 96t + t^2 \Leftrightarrow t = 28$  ( thoả mãn)

Ta có  $\begin{cases} x + y = 28 \\ xy = 192 \end{cases}$

Theo Viét đảo  $x, y$  là nghiệm d- ơng của ph- ơng trình bậc hai

$$k^2 - 28k + 192 = 0 \Leftrightarrow k^2 - 12k - 16k + 192 = 0 \Leftrightarrow (k - 12)(k - 16) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} k = 12 \\ k = 16 \end{cases}$$

Theo giả sử  $x > y$  nên  $x=16; y=12$  cạnh huyền là  $\sqrt{144 + 256} = 20$

**Vậy 2 cạnh góc vuông là 12m; 16 m cạnh huyền là 20 m**

**Câu 3 ( 2 điểm)**

a) Giải hệ ph- ơng trình

$$\begin{cases} (x^2 + 3)(y^2 + 1) + 10xy = 0 \\ \frac{x}{x^2 + 3} + \frac{y}{y^2 + 1} + \frac{3}{20} = 0 \end{cases}$$

b) Giải ph- ơng trình  $2(2x^2 + 4x + 3) = (5x + 4)\sqrt{x^2 + 3}$

### H- ớng dẫn

a) Ta thấy  $x=y=0$  không là nghiệm chia 2 vế ph- ơng trình (1) của hệ cho  $xy$  khác 0 ta có hệ



$$\begin{cases} (x^2 + 3)(y^2 + 1) + 10xy = 0 \\ \frac{x}{x^2 + 3} + \frac{y}{y^2 + 1} + \frac{3}{20} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^2 + 3}{x} \cdot \frac{y^2 + 1}{y} = -10 \\ \frac{x}{x^2 + 3} + \frac{y}{y^2 + 1} = -\frac{3}{20} \end{cases} (*)$$

Đặt  $\frac{x^2 + 3}{x} = a; \frac{y^2 + 1}{y} = b$

Ta có  $(*) \Leftrightarrow \begin{cases} ab = -10 \\ \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = -\frac{3}{20} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ab = -10 \\ \frac{a+b}{ab} = -\frac{3}{20} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ab = -10 \\ a+b = \frac{3}{2} \end{cases}$

Theo vi ét đảo a,b là nghiệm khác 0 của ph- ơng trình

$$t^2 - \frac{3}{2}t - 10 = 0 \Leftrightarrow 2t^2 - 3t - 20 = 0; \Delta = 169 > 0; \Delta = 169; t_1 = 4; t_2 = -\frac{5}{2}$$

Với a=4; b=-\frac{5}{2} ta có

$$\begin{cases} a = 4 \\ b = -\frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 3 = 4x \\ 2y^2 + 2 = -5y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + 3 = 0 \\ 2y^2 + 5y + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \\ y = -2 \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Với b=4; a=-\frac{5}{2} ta có

$$\begin{cases} b = 4 \\ a = -\frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 + 1 = 4y \\ 2x^2 + 6 = -5x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 - 4y + 1 = 0 \\ 2x^2 + 5x + 6 = 0 (*) \end{cases}$$

PT(\*) có  $\Delta = -23 < 0$ ; Với b=4; a=-\frac{5}{2} vô nghiệm

Hệ có 4 nghiệm:  $(x; y) = (1, -2); (3, -2); (1, -\frac{1}{2}); (3, -\frac{1}{2})$

b) ĐKXĐ :  $\forall x \in R$

$$\begin{aligned}
2(2x^2 + 4x + 3) &= (5x + 4)\sqrt{x^2 + 3} \Leftrightarrow 2(x^2 + 3) - (4x + x + 4)(\sqrt{x^2 + 3} + 2x^2 + 8x) = 0 \\
&\Leftrightarrow 2(x^2 + 3) - 4x(\sqrt{x^2 + 3} - (x + 4)\sqrt{x^2 + 3} + 2x(x + 4)) = 0 \\
&\Leftrightarrow 2\sqrt{x^2 + 3}(\sqrt{x^2 + 3} - 2x) - (x + 4)(\sqrt{x^2 + 3} - 2x) = 0 \\
&\Leftrightarrow (\sqrt{x^2 + 3} - 2x)(2\sqrt{x^2 + 3} - x - 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2 + 3} - 2x = 0 \\ 2\sqrt{x^2 + 3} - x - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2 + 3} = 2x; \text{vô} : x \geq 0 \\ 2\sqrt{x^2 + 3} = x + 4; \text{Vô} : x \geq -4 \end{cases} \\
&\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 3 = 4x^2 \\ 4(x^2 + 3) = (x + 4)^2 \end{cases}; \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 1(1) \\ 3x^2 - 8x - 4 = 0(2) \end{cases}
\end{aligned}$$

(1)  $\Leftrightarrow x_1 = 1$  và  $x_2 = -1$  (loại)

(2) có  $\Delta' = 28 > 0$  PT(2) có 2 nghiệm  $x_3 = \frac{4 + 2\sqrt{7}}{3}; x_4 = \frac{4 - 2\sqrt{7}}{3}$  (thỏa mãn)

Phương trình có 3 nghiệm  $x_1 = -1; x_2 = \frac{4 + 2\sqrt{7}}{3}; x_3 = \frac{4 - 2\sqrt{7}}{3}$

**Câu 4** (3 điểm) Cho nửa đường tròn  $(O; R)$  đường kính AB. Giả sử M là điểm chuyển động trên nửa đường tròn này, kẻ MH vuông góc với AB tại H. Từ O kẻ đường thẳng song song với MA cắt tiếp tuyến tại B với nửa đường tròn  $(O)$  ở K.

a) Chứng minh 4 điểm O, B, K, M cùng thuộc một đường tròn

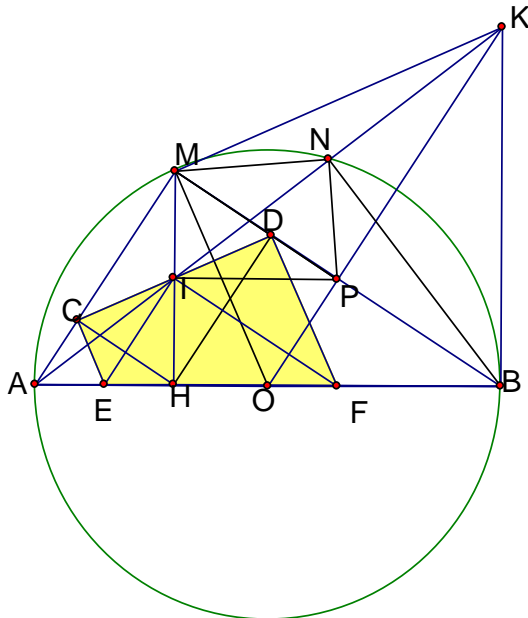
b) Giả sử C; D là hình chiếu của H trên đường thẳng MA và MB.

Chứng minh 3 đường thẳng CD, MH, AK đồng quy

c) Gọi E; F lần lượt là trung điểm

AH và BH. Xác định vị trí M để

diện tích tứ giác CDFE đạt giá trị lớn nhất?



a) ta có  $\angle BOK = \angle OAM$  (1) (đồng vị);

$\angle MOK = \angle AMO$  (2) (so le);  $\angle OMA = \angle OAM$  (3)

( $\triangle AOM$  cân); từ (1); (2); (3)

ta có  $\angle BOK = \angle KOM$

Xét  $\triangle BOK$  và  $\triangle MOK$  có

$OB = OM = R; \angle BOK = \angle KOM$ ; OM chung

Nên  $\triangle BOK = \triangle MOK$  (c.g.c)

suy ra  $\angle OMK = \angle OBK = 90^\circ \Rightarrow \angle OMK + \angle OBK = 180^\circ$

Nên 4 điểm O, B, K, M cùng thuộc một

đường tròn đường kính OK

- c) Ta có tứ giác CHDM là hình chữ nhật nên CD và EF cắt nhau tại I là trung điểm mỗi đường ta chứng minh K, I, A thẳng hàng

Gọi MB cắt OK tại P; KA cắt (O) tại N cắt MH tại I' ta có tứ giác

BPNK nội tiếp ( vì  $\angle BPK = \angle BNK = 90^\circ$  ) nên (Cùng bù với  $\angle PNK$  ) mà ( so le)

Nên  $\angle I'NP = \angle I'MP$  suy ra tứ giác I'MNP nội tiếp suy ra  $\angle MNA = \angle MPI'$  mà  $\angle MNA = \angle MBA$

Vậy  $\angle MBA = \angle MPI'$  ở vị trí đồng vị nên  $PI' \parallel AB$  mà  $PI \parallel AB$  nên  $I \equiv I'$  vậy AK đi qua I

**Hay 3 đường thẳng CD, MH, AK đồng quy**

c) ta có  $EF = \frac{1}{2}(AH + HB) = \frac{1}{2}AB = R$  ( Không đổi)

$\triangle EHI = \triangle ECI$  (c.c.c)  $\triangle FHI = \triangle DHI$  (c.c.c) nên

$$S_{CDFE} = 2 \cdot S_{EIF}$$

$$S_{FFI} = \frac{1}{2}EF \cdot IH = \frac{R \cdot MH}{4} \leq \frac{R \cdot MO}{4} = \frac{R^2}{4} \Rightarrow S_{CDFE} \leq \frac{R^2}{2}$$

$$\text{Max}(S_{CDFE}) = \frac{R^2}{4} \Leftrightarrow H \equiv O \text{ khi M thuộc chính giữa cung AB.}$$

**Câu 5** ( 1 điểm) Cho các số d- ơng a, b c thoả mãn  $a+b+c=abc$ .

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$S = \frac{a}{\sqrt{bc(1+a^2)}} + \frac{b}{\sqrt{ca(1+b^2)}} + \frac{c}{\sqrt{ab(1+c^2)}}$$

### H- óng dẫn

$$\text{Ta có } \sqrt{bc(1+a^2)} = \sqrt{bc+a^2bc} = \sqrt{bc+a(a+b+c)} = \sqrt{bc+a^2+ab+ac} = \sqrt{(a+b)(a+c)}$$

$$\text{T- ơng tự } \sqrt{ca(1+b^2)} = \sqrt{(a+b)(b+c)}; \quad \sqrt{ba(1+c^2)} = \sqrt{(a+c)(b+c)}$$

Nên

$$S = \frac{a}{\sqrt{(a+b)(a+c)}} + \frac{b}{\sqrt{(a+b)(b+c)}} + \frac{c}{\sqrt{(a+c)(b+c)}} = \sqrt{\frac{a}{a+b} \cdot \frac{a}{a+c}} + \sqrt{\frac{b}{b+c} \cdot \frac{b}{b+c}} + \sqrt{\frac{c}{c+b} \cdot \frac{c}{a+c}}$$

áp dụng BĐT  $\sqrt{AB} \leq \frac{A+B}{2}$  (với A,B >0) ; Dấu “=” xảy ra khi A=B

$$\text{Ta có } S \leq \frac{1}{2} \left( \frac{a}{a+b} + \frac{a}{a+c} + \frac{b}{b+c} + \frac{b}{a+b} + \frac{c}{a+c} + \frac{c}{b+c} \right) = \frac{1}{2} \left( \frac{a+b}{a+b} + \frac{b+c}{b+c} + \frac{c+a}{c+a} \right) = \frac{3}{2}$$

$$\text{Max}(S) = \frac{3}{2} \Leftrightarrow a = b = c = \sqrt{3}$$

**ĐỀ 1237****Câu I (2đ)**

Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2x - 3y = -5 \\ -3x + 4y = 2 \end{cases}$$

**Câu II (2,5đ)**

Cho phương trình bậc hai:

$$x^2 - 2(m + 1)x + m^2 + 3m + 2 = 0$$

- 1) Tìm các giá trị của m để phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt.
- 2) Tìm giá trị của m thỏa mãn  $x_1^2 + x_2^2 = 12$  (trong đó  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình).

**Câu III (4,5đ)**

Cho tam giác ABC vuông cân ở A, trên cạnh BC lấy điểm M. Gọi  $(O_1)$  là đường tròn tâm  $O_1$  qua M và tiếp xúc với AB tại B, gọi  $(O_2)$  là đường tròn tâm  $O_2$  qua M và tiếp xúc với AC tại C. Đường tròn  $(O_1)$  và  $(O_2)$  cắt nhau tại D (D không trùng với A).

- 1) Chứng minh rằng tam giác BCD là tam giác vuông.
- 2) Chứng minh  $O_1D$  là tiếp tuyến của  $(O_2)$ .
- 3)  $BO_1$  cắt  $CO_2$  tại E. Chứng minh 5 điểm A, B, D, E, C cùng nằm trên một đường tròn.
- 4) Xác định vị trí của M để  $O_1O_2$  ngắn nhất.

**Câu IV (1đ)**

Cho 2 số dương a, b có tổng bằng 2. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$\left(1 - \frac{4}{a^2}\right) \left(1 - \frac{4}{b^2}\right).$$

**Hướng dẫn-Đáp số:**

**Câu III:** a)  $BDM + CDM = ABC + ACB = 90^\circ \Rightarrow \text{đpcm}$

b)  $B = C = 45^\circ \Rightarrow O_1BM = O_2CM = 45^\circ \Rightarrow O_1MO_2 = 90^\circ$   
 $\Rightarrow O_1DO_2 = 90^\circ \Rightarrow \text{đpcm}.$

c) A, D, E cùng nhìn BC dưới một góc vuông.

d)  $(O_1O_2)^2 = (O_1M)^2 + (O_2M)^2 \geq 2 MO_1.MO_2$ ; dấu bằng xảy ra khi  $MO_1 = MO_2$

$\Rightarrow O_1O_2$  nhỏ nhất  $\Leftrightarrow MO_1 = MO_2$

$\Rightarrow \triangle BMO_1 = \triangle CMO_2 \Rightarrow MB = MC.$

**Câu IV:** Sử dụng hằng đẳng thức  $x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$

Biến đổi biểu thức thành  $A = \left(1 - \frac{2}{a}\right)\left(1 - \frac{2}{b}\right)\left(1 + \frac{2}{a}\right)\left(1 + \frac{2}{b}\right) = 1 + \frac{8}{ab}$

$$ab \leq \frac{(a+b)^2}{4} = 4/4 = 1 \Rightarrow A \geq 9, \text{ dấu bằng khi } a = b = 1.$$

Vậy  $A_{\min} = 9$ , khi  $a = b = 1$ .

## ĐỀ 1238

### Câu I

Cho hàm số  $f(x) = x^2 - x + 3$ .

- 1) Tính các giá trị của hàm số tại  $x = \frac{1}{2}$  và  $x = -3$
- 2) Tìm các giá trị của  $x$  khi  $f(x) = 3$  và  $f(x) = 23$ .

### Câu II

Cho hệ phương trình :

$$\begin{cases} mx - y = 2 \\ x + my = 1 \end{cases}$$

- 1) Giải hệ phương trình theo tham số  $m$ .
- 2) Gọi nghiệm của hệ phương trình là  $(x, y)$ . Tìm các giá trị của  $m$  để  $x + y = -1$ .
- 3) Tìm đẳng thức liên hệ giữa  $x$  và  $y$  không phụ thuộc vào  $m$ .

### Câu III

Cho tam giác ABC vuông tại B ( $BC > AB$ ). Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC, các tiếp điểm của đường tròn nội tiếp với cạnh AB, BC, CA lần lượt là P, Q, R.

- 1) Chứng minh tứ giác BPIQ là hình vuông.
- 2) Đường thẳng BI cắt QR tại D. Chứng minh 5 điểm P, A, R, D, I nằm trên một đường tròn.
- 3) Đường thẳng AI và CI kéo dài cắt BC, AB lần lượt tại E và F.  
Chứng minh  $AE \cdot CF = 2AI \cdot CI$ .

## Hướng dẫn-Đáp số:

Câu II: 1) 
$$\begin{cases} mx - y = 2(1) \\ x + my = 1(2) \end{cases}$$

$$(2) \Rightarrow x = 1 - my, \text{ thế vào (1) tính được } y = \frac{m-2}{m^2+1} \Rightarrow x = \frac{2m+1}{m^2+1}$$

$$2) x + y = -1 \Leftrightarrow \frac{2m+1}{m^2+1} + \frac{m-2}{m^2+1} = -1 \Leftrightarrow m^2 + 3m = 0 \Leftrightarrow m = 0 \text{ và } m = -3.$$

$$3) (1) \Rightarrow m = \frac{2+y}{x} \quad (2) \Rightarrow m = \frac{1-x}{y}. \text{ Vậy ta có } \frac{2+y}{x} = \frac{1-x}{y}.$$

Câu III: 1) PBIQ có  $P = B = Q = 90^\circ$  và BI là phân giác góc B.

2) P, R nhìn BI dưới một góc vuông,  $\angle IBR = \angle ADQ = 45^\circ - C/2$ .

3) Đặt  $AB = c$ ,  $AC = b$ ,  $BC = a \Rightarrow a + b + c = 2AP + 2QB + 2QC = 2AP + 2a$

$$\Rightarrow AP = \frac{b+c-a}{2}; \text{ tương tự } CR = \frac{b+a-c}{2}$$

$$\frac{AI}{AE} = \frac{AP}{AB} = \frac{b+c-a}{2c} \quad \text{và} \quad \frac{CI}{CF} = \frac{CQ}{CB} = \frac{b+a-c}{2a}$$

$$\Rightarrow \frac{AI}{AE} \cdot \frac{CI}{CF} = \frac{b^2 - (a-c)^2}{4ac} = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{đpcm}$$

### ĐỀ 1239

#### Câu I

1) Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm  $(1; 2)$  và  $(-1; -4)$ .

2) Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng trên với trục tung và trục hoành.

#### Câu II

Cho phương trình:

$$x^2 - 2mx + 2m - 5 = 0.$$

1) Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi  $m$ .

2) Tìm điều kiện của  $m$  để phương trình có hai nghiệm trái dấu.

3) Gọi hai nghiệm của phương trình là  $x_1$  và  $x_2$ , tìm các giá trị của  $m$  để:

$$x_1^2(1 - x_2^2) + x_2^2(1 - x_1^2) = -8.$$

#### Câu III

Cho tam giác đều ABC, trên cạnh BC lấy điểm E, qua E kẻ các đường thẳng song song với AB và AC chúng cắt AC tại P và cắt AB tại Q.

1) Chứng minh  $BP = CQ$ .

2) Chứng minh tứ giác ACEQ là tứ giác nội tiếp. Xác định vị trí của E trên cạnh BC để đoạn PQ ngắn nhất.

3) Gọi H là một điểm nằm trong tam giác ABC sao cho  $HB^2 = HA^2 + HC^2$ . Tính góc AHC.

### Hướng dẫn-Đáp số:

Câu II:

$$1) \Delta' = (m-1)^2 + 4 > 0$$

$$2) ac < 0 \Leftrightarrow m < \frac{5}{2}$$

$$3) m=1 \text{ hoặc } m=8$$

Câu III:

1)  $BP = CQ$  vì cùng bằng  $AE$ .

2)  $QEB = QAC = 60^\circ$  nên  $ACEQ$  nội tiếp.

Gọi  $I$  là giao của  $AE$  và  $PQ$ ,  $K$  là hình chiếu của  $P$  trên  $AE$ .

$AE = 2PI \geq 2PK$ . Dấu bằng khi  $I$  trùng với  $K \Rightarrow AE \perp PQ$  và  $APEQ$  là hình thoi.

$$\Rightarrow AE \perp BC \Rightarrow EB = EC.$$

3)  $AHC = 150^\circ$ .

Vẽ tam giác đều  $AHI$  ( $I$  nằm trong nửa mặt phẳng bờ  $AC$ , không chứa tam giác  $ABC$ ) Chứng minh  $\tan AHB = \tan AIC$  (c.g.c)  $\Rightarrow IC = HB \Rightarrow IC^2 = HI^2 + HC^2 \Rightarrow \angle IHC = 90^\circ$   
 $\Rightarrow AHC = 150^\circ$ .

## ĐỀ 1240

### Câu I

Cho hàm số  $y = (m - 2)x + m + 3$ .

1) Tìm điều kiện của  $m$  để hàm số luôn nghịch biến.

2) Tìm  $m$  để đồ thị của hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 3.

3) Tìm  $m$  để đồ thị của hàm số trên và các đồ thị của các hàm số  $y = -x + 2$ ;  $y = 2x - 1$  đồng quy.

### Câu II

Giải các phương trình :

$$1) x^2 + x - 20 = 0$$

$$2) \frac{1}{x-3} + \frac{1}{x-1} = \frac{1}{x}$$

$$3) \sqrt{31-x} = x-1.$$

### Câu III

Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  nội tiếp đường tròn tâm  $O$ , kẻ đường kính  $AD$ ,  $AH$  là đường cao của tam giác ( $H \in BC$ ).

1) Chứng minh tứ giác  $ABDC$  là hình chữ nhật.

2) Gọi  $M, N$  thứ tự là hình chiếu vuông góc của  $B, C$  trên  $AD$ . Chứng minh  $HM$  vuông góc với  $AC$ .

3) Gọi bán kính của đường tròn nội tiếp, ngoại tiếp tam giác vuông  $ABC$  là  $r$  và  $R$ .

Chứng minh :  $r + R \geq \sqrt{AB.AC}$ .

### Hướng dẫn-Đáp số:

- Câu I:** 1)  $m < 2$  2)  $m = 1$   
 3) Toạ độ giao điểm của  $y = -x+2$  và  $y = 2x-1$  là  $(1;1)$ . Thay vào hàm số đã cho  $\Rightarrow m=0$

**Câu II:**

- 1)  $x = -5$  hoặc  $x = 4$ .  
 2) ĐK :  $x \neq 0; x \neq 1; x \neq 3$ . ĐS :  $x = \pm\sqrt{3}$   
 3) ĐK :  $1 \leq x \leq 31$  ĐS:  $x = 6$ .

**Câu III:** 1) Góc  $A = B = C = 90^\circ$ .

2) Góc  $BAO = HMO$  ( cùng bằng  $ABH$ )  $\Rightarrow HM // AB$  hay  $HM \perp AC$

3) ( Câu này vẽ hình riêng)

Gọi  $I$  là tâm đường tròn nội tiếp tam giác  $ABC$ , gọi  $E$  và  $F$  là tiếp điểm của  $AB$  và  $AC$  với  $(I)$ .

Ta có  $AE = AF = r$  và  $BE + CF = BC = 2R$ .

$\Rightarrow (AB + AC)^2 = 4 (r + R)^2 \geq 4AB.AC \Rightarrow$  ĐPCM. Dấu bằng khi  $AB = AC$ .

### ĐỀ 1241

*Đề thi của tỉnh Hải Dương năm học 2000 – 2001)*

#### Câu I

Cho phương trình:

$$x^2 - 2(m+1)x + 2m - 15 = 0.$$

- 1) Giải phương trình với  $m = 0$ .  
 2) Gọi hai nghiệm của phương trình là  $x_1$  và  $x_2$ . Tìm các giá trị của  $m$  thoả mãn  $5x_1 + x_2 = 4$ .

#### Câu II

Cho hàm số  $y = (m-1)x + m + 3$ .

- 1) Tìm giá trị của  $m$  để đồ thị của hàm số song song với đồ thị hàm số  $y = -2x + 1$ .  
 2) Tìm giá trị của  $m$  để đồ thị của hàm số đi qua điểm  $(1; -4)$ .  
 3) Tìm điểm cố định mà đồ thị của hàm số luôn đi qua với mọi  $m$ .  
 4) Tìm giá trị của  $m$  để đồ thị của hàm số tạo với trục tung và trục hoành một tam giác có diện tích bằng 1 (đvdt).

#### Câu III



Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O, đường phân giác trong của góc A cắt cạnh BC tại D và cắt đường tròn ngoại tiếp tại I.

1) Chứng minh OI vuông góc với BC.

2) Chứng minh  $BI^2 = AI \cdot DI$ .

3) Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên cạnh BC. Chứng minh rằng :  $BAH = CAO$ .

4) Chứng minh :  $HAO = \left| B - C \right|$ .

### Hướng dẫn-Đáp số:

Câu I: 1)  $m = 0 \Rightarrow x = 5$  và  $x = -3$ .

2)  $5x_1 + x_2 = 4$  với mọi  $m$ .

Câu II: 1)  $m = -1$

2)  $m = -3$

3) Gọi  $(x_0; y_0)$  là điểm cố định của đồ thị hàm số  $\Rightarrow x_0 = 1$  và  $y_0 = 2$ .

4) Giao với trục tung A  $(0; m+3)$ ; giao với trục hoành B  $(\frac{m+3}{1-m}; 0)$ .

$$S = 1 \Rightarrow OA \cdot OB = 2 \Rightarrow m = -1 \text{ và } m = -7.$$

Câu III: 1) I là điểm chính giữa cung BC

2)  $\triangle BID$  và  $\triangle AIB$  đồng dạng (góc – góc)

3) **Kẻ đường kính AE**  $\Rightarrow$  góc ABC = góc AEC  $\Rightarrow$  Đpcm.

4) +  $AB = AC \Rightarrow \angle B - \angle C = \angle HAO = 0$

+  $AB < AC \Rightarrow$

$$\angle HAO = \angle A - 2\angle EAC = (180^\circ - \angle B - \angle C) - 2(90^\circ - \angle B) = \angle B - \angle C.$$

+  $AB > AC$  chứng minh tương tự.

### ĐỀ 1242

#### Câu I (3,5đ)

Giải các phương trình sau:

1)  $x^2 - 9 = 0$

2)  $x^2 + x - 20 = 0$

3)  $x^2 - 2\sqrt{3}x - 6 = 0$ .

**Câu II (2,5đ)**

Cho hai điểm A(1 ; 1), B(2 ; -1).

1) Viết phương trình đường thẳng AB.

2) Tìm các giá trị của m để đường thẳng  $y = (m^2 - 3m)x + m^2 - 2m + 2$  song song với đường thẳng AB đồng thời đi qua điểm C(0 ; 2).

**Câu III (3đ)**

Cho tam giác ABC nhọn, đường cao kẻ từ đỉnh B và đỉnh C cắt nhau tại H và cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC lần lượt tại E và F.

1) Chứng minh  $AE = AF$ .

2) Chứng minh A là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác EFH.

3) Kẻ đường kính BD, chứng minh tứ giác ADCH là hình bình hành.

**Câu IV (1đ)**

Tìm các cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn phương trình:  $3\sqrt{x} + 7\sqrt{y} = \sqrt{3200}$ .

**Hướng dẫn-Đáp số:**

Câu I: 1)  $x = 3$  và  $x = -3$       2)  $x = -5$  và  $x = 4$ .      3)  $x_{1,2} = \sqrt{3} \pm 3$

Câu II: 1)  $y = -2x + 3$       2)  $m = 0$ .

Câu III: 1) Gọi M và N chân các đường cao hạ từ đỉnh B và C.

Tứ giác BNMC nội tiếp  $\Rightarrow$  góc ABE = góc ACF  $\Rightarrow$  Đpcm.

2) AB là trung trực của FH, AC là trung trực của HE  $\Rightarrow AE = AF = AH \Rightarrow$  Đpcm.

3) Tứ giác ADCH có các cạnh đối song song.

**Chứng minh thêm: Trường hợp  $BAC = 60^\circ$ . Chứng minh:**

**+  $BC = 2MN$ .**

**+ Tam giác AOH cân. ( Hay  $OH = R$ )**

**( Lấy trung điểm của BC...)**

Câu IV:  $3\sqrt{x} + 7\sqrt{y} = \sqrt{3200} \Leftrightarrow 3\sqrt{x} + 7\sqrt{y} = 10\sqrt{32}$

Đặt  $\sqrt{x} = a\sqrt{2}$  và  $\sqrt{y} = b\sqrt{2}$  với a, b là các số nguyên dương  $\Rightarrow 3a + 7b = 40$ .

$\Rightarrow b < 6$ . Thử các giá trị  $b = 1, 2, 3, 4, 5 \Rightarrow b = 4$  và  $a = 4 \Rightarrow x = y = 32$

$b = 1$  và  $a = 11 \Rightarrow x = 242$  và  $y = 2$ .

**ĐỀ 1243****Câu I (3đ)**

Giải các phương trình:

1)  $4x^2 - 1 = 0$

2)  $\frac{x+3}{x-2} - \frac{x+1}{x+2} = \frac{x^2 - 4x + 24}{x^2 - 4}$

3)  $\sqrt{4x^2 - 4x + 1} = 2002$ .

**Câu II (2,5đ)** Cho hàm số  $y = -\frac{1}{2}x^2$ .

1) Vẽ đồ thị của hàm số.

2) Gọi A và B là hai điểm trên đồ thị của hàm số có hoành độ lần lượt là 1 và -2. Viết phương trình đường thẳng AB.

3) Đường thẳng  $y = x + m - 2$  cắt đồ thị trên tại hai điểm phân biệt, gọi  $x_1$  và  $x_2$  là hoành độ hai giao điểm ấy. Tìm m để  $x_1^2 + x_2^2 + 20 = x_1^2 x_2^2$ .**Câu III (3,5đ)**

Cho tam giác ABC vuông tại C, O là trung điểm của AB và D là điểm bất kỳ trên cạnh AB (D không trùng với A, O, B). Gọi I và J thứ tự là tâm đường tròn ngoại tiếp các tam giác ACD và BCD.

1) Chứng minh OI song song với BC.

2) Chứng minh 4 điểm I, J, O, D nằm trên một đường tròn.

3) Chứng minh rằng CD là tia phân giác của góc ACB khi và chỉ khi OI = OJ.

**Câu IV (1đ)** Tìm số nguyên lớn nhất không vượt quá  $(7 + 4\sqrt{3})^7$ .**Hướng dẫn-Đáp số:**Câu I: 1)  $x = \pm \frac{1}{2}$  2) ĐK :  $x \neq \pm 2$  ĐS:  $x = 8$ . 3)  $x = 1001$ .Câu II: 1) HS tự làm. 2)  $y = \frac{1}{2}x - 1$  3) ĐK :  $m < 5/2$ . ĐS:  $m = -1$ .

Câu III: 1) OI là trung trực của AC  
 2) Góc DOI = góc DJI ( cùng bằng góc DBC)  
 3) CD là phân giác góc ACB  $\Leftrightarrow \angle ACD = 45^\circ \Leftrightarrow \angle AID = 90^\circ \Leftrightarrow \angle IDA = 45^\circ$   
 Để thấy OI vuông với OJ nên  $\triangle OIJ$  vuông cân .Vậy OI = OJ.

Câu IV: Đặt  $x = 7 + 4\sqrt{3}$ ,  $y = 7 - 4\sqrt{3}$  $x + y = 14$ ,  $x \cdot y = 1 \Rightarrow x, y$  là nghiệm của phương trình  $X^2 - 14X + 1 = 0$ Đặt  $S_n = x^n + y^n \Rightarrow S_{n+2} - 14S_{n+1} + S_n = 0$  (\*)

$$\Rightarrow S_{n+2} = 14S_{n+1} - S_n$$

$$S_1 = x + y = 14 \quad S_2 = x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = 194 \quad S_3 = 14S_2 - S_1 = 2702 \dots\dots\dots$$

Tương tự ta tính được  $S_7 = 14S_6 - S_5 = 96970054$ .

Ta có  $0 < y < 1 \Rightarrow 0 < y^n < 1$

$$\Rightarrow x^n + y^n - 1 < x^n < x^n + y^n$$

$$\Rightarrow S_n - 1 < x^n < S_n \Rightarrow \text{Phần nguyên của } x^n \text{ là } S_n - 1.$$

Vậy số nguyên cần tìm là  $S_7 - 1 = 96970053$ .

*Chú ý: Biểu thức (\*) được chứng minh nhờ điều kiện  $X^2 - 14X + 1 = 0$   
(Xem Toán phát triển của thầy Vũ Hữu Bình)*

## ĐỀ 1244

### Đề số 9

(Đề thi của tỉnh Hải Dương năm học 2002 – 2003)

#### **Câu I (2,5đ)**

Cho hàm số  $y = (2m - 1)x + m - 3$ .

- 1) Tìm  $m$  để đồ thị của hàm số đi qua điểm  $(2; 5)$
- 2) Chứng minh rằng đồ thị của hàm số luôn đi qua một điểm cố định với mọi  $m$ .  
Tìm điểm cố định ấy.
- 3) Tìm  $m$  để đồ thị của hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ  $x = \sqrt{2} - 1$ .

#### **Câu II (3đ)**

Cho phương trình:  $x^2 - 6x + 1 = 0$ , gọi  $x_1$  và  $x_2$  là hai nghiệm của phương trình.

Không giải phương trình, hãy tính:

$$1) x_1^2 + x_2^2 \quad 2)$$

$$x_1\sqrt{x_1} + x_2\sqrt{x_2}$$

$$3) \frac{x_1^2 + x_2^2 + x_1x_2(x_1 + x_2)}{x_1^2(x_1^2 - 1) + x_2^2(x_2^2 - 1)}.$$

#### **Câu III (3,5đ)**

Cho đường tròn tâm  $O$  và  $M$  là một điểm nằm ở bên ngoài đường tròn. Qua  $M$  kẻ tiếp tuyến  $MP$ ,  $MQ$  ( $P$  và  $Q$  là tiếp điểm) và cát tuyến  $MAB$ .

- 1) Gọi  $I$  là trung điểm của  $AB$ . Chứng minh bốn điểm  $P$ ,  $Q$ ,  $O$ ,  $I$  nằm trên một đường tròn.
- 2)  $PQ$  cắt  $AB$  tại  $E$ . Chứng minh:  $MP^2 = ME \cdot MI$ .
- 3) Giả sử  $PB = b$  và  $A$  là trung điểm của  $MB$ . Tính  $PA$ .

**Câu IV (1đ)** Xác định các số hữu tỉ  $m$ ,  $n$ ,  $p$  sao cho  $(x + m)(x^2 + nx + p) = x^3 - 10x - 12$ .

Hướng dẫn-Đáp số:

Câu I:            1)  $m = 2$                       2)  $x_0 = -\frac{1}{2}; y_0 = -\frac{5}{2}$                       3)  $m = \frac{2-\sqrt{2}}{2\sqrt{2}-1}$

Câu II:            1)  $A = 34$                       2)  $B = 5\sqrt{8}$                       3)  $C = \frac{20}{559}$

Câu III:            1) P, I, Q cùng nhìn OM dưới một góc vuông.  
                       2) Góc PIM = góc EPM ( cùng bằng PQM) nên hai tam giác IPM và PEM đồng dạng (g-g)

$$3) \triangle APM \sim \triangle PBM(g-g) \Rightarrow PM^2 = MA.MB = \frac{MB^2}{2} \Rightarrow MB = \sqrt{2}MP.$$

$$\frac{AP}{PB} = \frac{PM}{BM} \Rightarrow AP = \frac{PB}{\sqrt{2}} = \frac{b}{\sqrt{2}}$$

Chứng minh thêm: ( Hình riêng cho mỗi ý)

1) OM cắt PQ tại H, AH cắt (O) tại K. Chứng minh:

+ Tứ giác AHOB nội tiếp (  $MA.MB = MH.MO \Rightarrow$  Tg đồng dạng

$\Rightarrow$ .....

+ HP là phân giác góc AHB và  $Gc AHB = 2Gc AQB$

+ DK vuông góc với HO.

+ góc PBM = góc HBP

2) Đường thẳng qua A vuông góc với OP cắt PQ tại H và PB tại K. Chứng minh  $AH = HK$

( Tứ giác AHIQ nội tiếp vì  $Gc AHQ = Gc AIQ = QPM \Rightarrow HIA = PBA = PQA$

$\Rightarrow IH // PB$

3) Kẻ đường kính PH, HA cắt OM tại K . Chứng minh góc MPH = góc HPB

( Chú ý MPH = MQH.....

4) ...( Có nhiều bài toán về tiếp tuyến chung và cát tuyến - Xem PP Giải toán hình học phẳng của thầy Vũ Hữu Bình)

Câu IV: Nhẩm nghiệm  $\Rightarrow f(x) = x^3 - 10x - 12$  có nghiệm  $x = -2$  nên  $x^3 - 10x - 12 = (x + 2)(x^2 - 2x - 6)$

Đồng nhất với đa thức ở đầu bài ta được  $m = 2, n = -2$  và  $p = -6$ .

## ĐỀ 1245

**Câu I (1,5đ)** Tính giá trị của biểu thức:

$$A = -5\sqrt{2} + \frac{4}{\sqrt{2}} - 3\sqrt{8} + 2\sqrt{18}$$

**Câu II (2đ)** Cho hàm số  $y = f(x) = -\frac{1}{2}x^2$ .

1) Với giá trị nào của x hàm số trên nhận các giá trị :  $0$  ;  $-8$  ;  $-\frac{1}{9}$  ;  $2$ .

2) A và B là hai điểm trên đồ thị hàm số có hoành độ lần lượt là  $-2$  và  $1$ . Viết phương trình đường thẳng đi qua A và B.

**Câu III (2đ)** Cho hệ phương trình:

$$\begin{cases} x - 2y = 3 - m \\ 2x + y = 3(m + 2) \end{cases}$$

1) Giải hệ phương trình khi thay  $m = -1$ .

2) Gọi nghiệm của hệ phương trình là  $(x, y)$ . Tìm  $m$  để  $x^2 + y^2$  đạt giá trị nhỏ nhất.

**Câu IV (3,5đ)**

Cho hình vuông ABCD, M là một điểm trên đường chéo BD, gọi H, I và K lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên AB, BC và AD.

1) Chứng minh :  $\triangle MIC = \triangle HMK$ .

2) Chứng minh CM vuông góc với HK.

3) Xác định vị trí của M để diện tích của tam giác CHK đạt giá trị nhỏ nhất.

**Câu V (1đ)** Chứng minh rằng  $\sqrt{(m+1)(m+2)(m+3)(m+4)}$  là số vô tỉ với mọi số tự nhiên m.

**Hướng dẫn-Đáp số:**

Câu III: 1)  $(x; y) = (2; -1)$

2) Biến đổi  $A = x^2 + y^2 = (m+3)^2 + m^2 = 2(m + \frac{3}{2})^2 + \frac{9}{2} \geq \frac{9}{2}$ .  $A_{\min} = 9/2$  khi  $m = -$

$3/2$ .

Câu IV: 1)  $\triangle MIC = \triangle HMK$  .(c-g-c)

2) CM cắt KH tại E  $\Rightarrow EKM + EMK = ICM + IMC = 90^\circ$ .

3) Đặt  $BI = x$  và  $BC = a$ . Ta có  $S_{CHK}$  nhỏ nhất khi tổng  $S_T = S_{AKH} + S_{HBC} + S_{KDC}$  lớn nhất.

$$2S_T = x.(a-x) + x.a + a.(a-x) = \frac{3a^2}{4} - (x - \frac{a}{2})^2 \leq \frac{3a^2}{4}.$$

$$\Rightarrow S_T \text{ lớn nhất} = \frac{3a^2}{8} \text{ khi } x = \frac{a}{2}, \text{ khi đó I là trung điểm BC nên M là}$$

trung điểm BD.

$$\Rightarrow S_{CHK} \text{ nhỏ nhất} = a^2 - \frac{3a^2}{8} = \frac{5a^2}{8} \text{ khi M là trung điểm của BD.}$$

Câu V : Giả sử số đã cho là số hữu tỉ  $\Rightarrow (m+1)(m+2)(m+3)(m+4) = k^2$ , k là số nguyên dương.

$$\Leftrightarrow (m^2 + 5m + 6)(m^2 + 5m + 4) = k^2 \Leftrightarrow (a+1)(a-1) = k^2, \text{ với } a = m^2 + 5m + 5 \text{ nên } a$$

> 5. (1)

$\Leftrightarrow a^2 - k^2 = 1 \Leftrightarrow (a-k)(a+k) = 1 \Leftrightarrow (a-k)$  và  $(a+k)$  đồng thời bằng 1 hoặc -1  $\Rightarrow a = \pm 1$  (2)

(1) và (2)  $\Rightarrow$  không có giá trị nào của m thoả mãn điều giả sử  $\Rightarrow$  đpcm.

## ĐỀ 1246

### Câu I (2đ)

Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{3}{2}x^2$ .

1) Hãy tính  $f(2)$ ,  $f(-3)$ ,  $f(-\sqrt{3})$ ,  $f(\frac{\sqrt{2}}{3})$ .

2) Các điểm  $A(1; \frac{3}{2})$ ,  $B(\sqrt{2}; 3)$ ,  $C(-2; -6)$ ,  $D(-\frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{3}{4})$  có thuộc đồ thị hàm số không ?

**Câu II (2,5đ)** Giải các phương trình sau :

1)  $\frac{1}{x-4} + \frac{1}{x+4} = \frac{1}{3}$

2)  $(2x-1)(x+4) = (x+1)(x-4)$

**Câu III (1đ)** Cho phương trình:  $2x^2 - 5x + 1 = 0$ .

Tính  $x_1\sqrt{x_2} + x_2\sqrt{x_1}$  (với  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình).

### Câu IV (3,5đ)

Cho hai đường tròn  $(O_1)$  và  $(O_2)$  cắt nhau tại A và B, tiếp tuyến chung của hai đường tròn về phía nửa mặt phẳng bờ  $O_1O_2$  chứa B, có tiếp điểm với  $(O_1)$  và  $(O_2)$  thứ tự là E và F. Qua A kẻ cát tuyến song song với EF cắt  $(O_1)$  và  $(O_2)$  thứ tự ở C và D. Đường thẳng CE và đường thẳng DF cắt nhau tại I. Chứng minh:

1) IA vuông góc với CD.

2) Tứ giác IEBF nội tiếp.

3) Đường thẳng AB đi qua trung điểm của EF.

**Câu V (1đ)** Tìm số nguyên dương m để  $\sqrt{m^2 + m + 23}$  là số hữu tỉ.

### Hướng dẫn-Đáp số:

**Câu III:**  $x_1$  và  $x_2 > 0$  nên tính được  $A^2 = \frac{5}{4} + \sqrt{\frac{1}{2}} \Rightarrow A = \dots\dots\dots$

**Câu IV: 1)**  $\triangle IEF = \triangle AEE(g - c - g) \Rightarrow AE = EI = EC \Rightarrow$  đpcm.

**2)**  $IEB + IFB = BAC + BAD = 180^\circ \Rightarrow$  đpcm

3)  $\triangle EJB \sim \triangle AJE \Rightarrow JE^2 = JB \cdot JA$ ;  $\triangle FJB \sim \triangle AJF \Rightarrow JF^2 = JB \cdot JA$ . **Vậy  $JE = JF$ .**

**Câu V:** Đặt  $m^2 + m + 23 = k^2$  ( $k \in \mathbb{N}$ )  $\Leftrightarrow 4m^2 + 4m + 92 = 4k^2 \Leftrightarrow 4k^2 - (2m+1)^2 = 91$ .  
 $\Leftrightarrow (2k - 2m - 1)(2k + 2m + 1) = 91$ .

Vì  $2k + 2m + 1 > 2k - 2m - 1 > 0$  nên xảy ra hai trường hợp sau.

TH 1:  $2k + 2m + 1 = 91$  và  $2k - 2m - 1 = 1 \Rightarrow m = 22$

TH 2:  $2k + 2m + 1 = 13$  và  $2k - 2m - 1 = 7 \Rightarrow m = 1$

**Nhận xét:** nếu đầu bài chỉ yêu cầu  $m$  là số nguyên thì  $2k + 2m + 1$  chưa chắc đã dương.

**Khi đó phải xét thêm 2 trường hợp nữa.**

### ĐỀ 1247

**Câu I (3đ)** Trong hệ trục tọa độ Oxy cho hàm số  $y = (m - 2)x^2$  (\*).

1) Tìm  $m$  để đồ thị hàm số (\*) đi qua điểm:

a)  $A(-1; 3)$ ;      b)  $B(\sqrt{2}; -1)$ ;      c)  $C\left(\frac{1}{2}; 5\right)$

2) Thay  $m = 0$ . Tìm tọa độ giao điểm của đồ thị (\*) với đồ thị của hàm số  $y = x - 1$ .

**Câu II (3đ)** Cho hệ phương trình:

$$\begin{cases} (a-1)x + y = a \\ x + (a-1)y = 2 \end{cases} \text{ có nghiệm duy nhất là } (x; y).$$

1) Tìm đẳng thức liên hệ giữa  $x$  và  $y$  không phụ thuộc vào  $a$ .

2) Tìm các giá trị của  $a$  thỏa mãn  $6x^2 - 17y = 5$ .

3) Tìm các giá trị nguyên của  $a$  để biểu thức  $\frac{2x-5y}{x+y}$  nhận giá trị nguyên.

**Câu III (3đ)** Cho tam giác MNP vuông tại M. Từ N dựng đoạn thẳng NQ về phía ngoài tam giác MNP sao cho  $NQ = NP$  và  $\angle MNP = \angle PNQ$  và gọi I là trung điểm của PQ, MI cắt NP tại E.

1) Chứng minh  $\angle PMI = \angle QNI$ .

2) Chứng minh tam giác MNE cân.

3) Chứng minh:  $MN \cdot PQ = NP \cdot ME$ .

**Câu IV (1đ)** Tính giá trị của biểu thức:

$$A = \frac{x^5 - 3x^3 - 10x + 12}{x^4 + 7x^2 + 15} \text{ với } \frac{x}{x^2 + x + 1} = \frac{1}{4}.$$

Hướng dẫn-Đáp số:

**Câu I:** HS tự làm.



**Câu II:**  $(a-1)x + y = a \quad (1)$

$x + (a-1)y = 2 \quad (2)$

1) Từ (1)  $\Rightarrow a = \frac{x-y}{x-1}$  ; (2)  $\Rightarrow a = \frac{2+y-x}{y}$  .  $\Rightarrow \frac{x-y}{x-1} = \frac{2+y-x}{y}$

$\Leftrightarrow x^2 - y^2 - 3x + y + 2 = 0$

2) Giải hệ  $\Rightarrow x = \frac{a+1}{a}$ ;  $y = \frac{1}{a}$ ,  $a \neq 0, a \neq 2$ . Thay vào đ.kiện  $6x^2 - 17y = 5 \Rightarrow a = 3$ .

3)  $A = \frac{2x-5y}{x+y} = \frac{2a-3}{a+2} = \frac{2(a+2)-7}{a+2} = 2 - \frac{7}{a+2}$ . A nguyên khi  $a+2$  là ước của 7  $\Rightarrow a$

$= (-9; -3; -1; 5)$

**Câu III:** 1)  $PMI = QNI (= PNI)$

2)  $NMI = NPI = 90^\circ - \frac{N}{2}$ ;  $MEN = EIN +$

$\frac{N}{2} = (90^\circ - MIP) + \frac{N}{2} = 90^\circ - \frac{N}{2} \Rightarrow NME = MEN$

3)  $\triangle NPQ \sim \triangle NME (g - g)$

**Chứng minh thêm :**

NI cắt EQ tại H. Chứng minh PH vuông góc với NQ ( CM tứ giác NEIQ nội tiếp  $\Rightarrow$  NEQ vuông...)

**Câu IV:**  $\frac{x}{x^2+x+1} = \frac{1}{4} \Rightarrow x^2 - 3x + 1 = 0$  và  $x \neq 0$

**Thực hiện phép chia đa thức ta có :**

$A = \frac{x^5 - 3x^3 - 10x + 12}{x^4 + 7x^2 + 15} = \frac{(x^2 - 3x + 1)(x^3 + 3x^2 + 5x + 12) + 21x}{(x^2 - 3x + 1)(x^2 + 3x + 15) + 42x} = \frac{21x}{42x} = \frac{1}{2}$

## ĐỀ 1248

**Câu I (2đ)** Cho biểu thức:

$$N = \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 + 4\sqrt{xy}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} - \frac{x\sqrt{y} - y\sqrt{x}}{\sqrt{xy}}; (x, y > 0)$$

1) Rút gọn biểu thức N.

2) Tìm x, y để  $N = 2 \cdot \sqrt{2005}$ .

**Câu II (2đ)** Cho phương trình:  $x^2 + 4x + 1 = 0 \quad (1)$

1) Giải phương trình (1).

2) Gọi  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình (1). Tính  $B = x_1^3 + x_2^3$ .

**Câu III (2đ)**

Tìm số tự nhiên có hai chữ số, biết rằng chữ số hàng chục lớn hơn chữ số hàng

đơn vị là 2 và nếu đổi chỗ hai chữ số cho nhau thì ta được số mới bằng  $\frac{4}{7}$  số ban đầu.

**Câu IV (3đ)** Cho nửa đường tròn đường kính MN. Lấy điểm P tùy ý trên nửa đường tròn ( $P \neq M, P \neq N$ ). Vẽ hình bình hành MNQP. Từ P kẻ PI vuông góc với đường thẳng MQ tại I và từ N kẻ NK vuông góc với đường thẳng MQ tại K.

1) Chứng minh 4 điểm P, Q, N, I nằm trên một đường tròn.

2) Chứng minh:  $MP \cdot PK = NK \cdot PQ$ .

3) Tìm vị trí của P trên nửa đường tròn sao cho  $NK \cdot MQ$  lớn nhất.

**Câu V (1đ)**

Gọi  $x_1, x_2, x_3, x_4$  là tất cả các nghiệm của phương trình  $(x+2)(x+4)(x+6)(x+8) = 1$ . Tính:  $x_1 x_2 x_3 x_4$ .

**Hướng dẫn-Đáp số:**

Câu I: 1)  $N = 2\sqrt{y}$

2)  $y = 2005, x > 0$ .

Câu II: 1)  $x_{1,2} = -2 \pm \sqrt{3}$

2)  $B = -52$

Câu III:  $a = b+2; 4(10a+b) = 7(10b+a); a > 2$  và  $b \geq 1; DS : 42$

Câu IV: 1)  $\angle PIQ = \angle PNK (= \angle MPN) = 90^\circ$ . 2)  $\triangle MPQ \sim \triangle KPN \Rightarrow \frac{MP}{KN} = \frac{MQ}{PK} \Rightarrow MP \cdot PK = NK \cdot PQ$

3) Gọi O là trung điểm MN, gọi H là chân đường vuông góc của P trên MN.

$$S_{MNQ} = S_{MPN} \left( = \frac{1}{2} S_{MPQN} \right) \Rightarrow NK \cdot MQ = PH \cdot MN \leq OP \cdot MN$$

Dấu bằng khi  $PH = PO \Leftrightarrow H \equiv O \Leftrightarrow \triangle MPN$  cân tại P  $\Rightarrow$  P là điểm chính giữa cung MN.

Câu V:  $(x+2)(x+4)(x+6)(x+8) = 1$

$$\Leftrightarrow (x^2 + 10x + 16)(x^2 + 10x + 20) = 1 \Leftrightarrow (t-4)(t+4) = 1; t = x^2 + 10x + 20 \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow t^2 - 16 = 1 \Leftrightarrow t = \pm \sqrt{15} \Rightarrow x^2 + 10x + 20 - \sqrt{15} = 0(*)$$

$$\text{Hoặc } x^2 + 10x + 20 + \sqrt{15} = 0(**) \quad (\text{Cẩn 17!})$$

Không mất tổng quát, giả sử  $x_1$  và  $x_2$  là nghiệm của (\*)  $\Rightarrow x_1, x_2 = 20 - \sqrt{15}$  (Cẩn 17!)

$$x_3 \text{ và } x_4 \text{ là nghiệm của } (**) \Rightarrow x_3, x_4 = 20 + \sqrt{15}$$

$$\Rightarrow x_1 x_2 x_3 x_4 = (20 - \sqrt{15})(20 + \sqrt{15}) = 400 - 15 = 385.$$



**Câu III:**  $\frac{180}{x} + \frac{180}{x-5} = 8,5 \Rightarrow x =$

**Câu IV:** 1)  $\angle ECD = \angle EFD = 90^\circ$ .  
AFM.

2) EF là phân giác góc BFC  $\Rightarrow \angle BFA = \angle CFD =$

3) EF là phân giác trong góc BFC, FD là phân giác ngoài  $\Rightarrow$

$\frac{EN}{EB} = \frac{DN}{DB} (= \frac{FN}{FB}) \Rightarrow \text{đpcm.}$

**Câu V:** Theo đầu bài  $\frac{2x+m}{x^2+1} \leq 2$  với mọi x và m.

Ta

có

$$\frac{2x+m}{x^2+1}$$

$$\leq 2 \Rightarrow 2x^2 + 2 \geq 2x + m \Leftrightarrow 2(x - \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{2} - m \geq 0, \forall x, m \Rightarrow \frac{3}{2} - m \geq 0; \forall m \Rightarrow m \leq \frac{3}{2}$$

$\rightarrow$  Biểu thức đạt lớn nhất bằng 2 khi  $m = \frac{3}{2}, x = \frac{1}{2}$

### ĐỀ 1250

2006 – 2007)

**Bài 1 (3đ)** 1) Giải các phương trình sau: a)  $5(x - 1) - 2 = 0$

b)  $x^2 - 6 = 0$

2) Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng  $y = 3x - 4$  với hai trục tọa độ.

**Bài 2 (2đ)** 1) Giả sử đường thẳng (d) có phương trình  $y = ax + b$ . Xác định a, b để (d) đi qua hai điểm A(1; 3) và B(-3; -1).

2) Gọi  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình  $x^2 - 2(m - 1)x - 4 = 0$  (m là tham số). Tìm m để  $|x_1| + |x_2| = 5$ .

3) Rút gọn biểu thức:  $P = \frac{\sqrt{x}+1}{2\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}-1}{2\sqrt{x}+2} - \frac{2}{\sqrt{x}-1}$  ( $x \geq 0; x \neq 1$ ).

**Bài 3 (1đ)** Một hình chữ nhật có diện tích  $300\text{m}^2$ . Nếu giảm chiều rộng 3m, tăng chiều dài thêm 5m thì ta được hình chữ nhật mới có diện tích bằng diện tích hình chữ nhật ban đầu. Tính chu vi của hình chữ nhật ban đầu.

**Bài 4 (3đ)** Cho điểm A ở ngoài đường tròn tâm O. Kẻ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là tiếp điểm). M là điểm bất kì trên cung nhỏ BC ( $M \neq B, M \neq C$ ). Gọi D, E, F tương ứng là hình chiếu vuông góc của M trên các đường thẳng AB, AC, BC; H là giao điểm của MB và DF; K là giao điểm của MC và EF.

1) Chứng minh: a) MECF là tứ giác nội tiếp. b) MF vuông góc với HK.

2) Tìm vị trí của điểm M trên cung nhỏ BC để tích MD.ME lớn nhất.

**Bài 5 (1đ)** Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) cho điểm A(-3; 0) và Parabol (P) có phương trình  $y = x^2$ . Hãy tìm tọa độ của điểm M thuộc (P) để cho độ dài đoạn thẳng AM nhỏ nhất.

Hướng dẫn-Đáp số:

**Câu I: 1) a)  $x = \frac{7}{2}$**

**b)  $x = \pm\sqrt{6}$**

**2) ( 0; -4) và (  $\frac{4}{3}$ ; 0)**

**Câu II: 1)  $y = x + 2$ .**

**2)  $m = \frac{5}{2}; m = -\frac{1}{2}$**

**3)  $P = \frac{2}{1-x}$**

Câu III:  $x.y = 300; (x - 3)(y + 5) = 300 \Rightarrow x = 12, y = 25 \Rightarrow$  Chu vi  $= 2(x + y) = 74$  mét.

Câu IV: 1)  $MFC = MEC = 90^\circ$

2) Góc  $HCK + HDK = HCK + CAB + CBA = 180^\circ \Rightarrow CKI = CBD (= EAC) \Rightarrow HK // AB$

3)  $\triangle MEF \sim \triangle MFD(g - g) \Rightarrow MD.ME = MF^2 \leq MI$ , với I là trung điểm BC.  
 $\Rightarrow (MD.ME)_{\max} = MI^2$ , khi I trùng với F. Khi đó  $\triangle MBC$  cân nên M là điểm chính giữa cung BC.

Câu V: M có tọa độ  $(a; a^2) \Rightarrow MA^2 = (a + 3)^2 + a^4 = (a^2 - 1)^2 + 3(a + 1)^2 + 6 \geq 6$

$MA_{\min} = \sqrt{6}$  khi  $a + 1 = a^2 - 1 = 0 \Rightarrow a = -1$ .

