Mỗi nỗ lực, dù là nhỏ nhất,
đều **CÓ Ý NGHĨA**

$$1{,}01^{365} = 37{,}8$$

$$0{,}99^{365} = 0{,}03$$

Mỗi sự từ bỏ, dù một chút thôi,
đều khiến mọi cố gắng trở nên **VÔ NGHĨA**

ĐỀ 751

Bài I. *(2 điểm)* Cho biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}$ và $P=\left(\dfrac{x-4}{x+4\sqrt{x}}+\dfrac{3}{\sqrt{x}+4}\right).\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}$

với $x>0, x\neq 1$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=25$
2) Rút gọn biểu thức P
3) Tìm giá trị của x để $12P=\sqrt{x}+10$

Bài II.*(2 điểm) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình*

Một phân xưởng theo kế hoạch cần sản xuất 1600 sản phẩm trong một số ngày quy định. Do mỗi ngày phân xưởng đó sản xuất vượt mức 10 sản phẩm nên phân xưởng đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian quy định 8 ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày phân xưởng phải sản xuất bao nhiêu sản phẩm?

Bài III. *(2 điểm)* Cho Parabol $(P): y=-x^2$ và đường thẳng $(d)\, y=mx-2$.

1) Chứng minh rằng với mọi giá trị của m đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

2) Gọi x_1, x_2 lần lượt là hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) và Parabol (P).

Tìm giá trị của m để $x_1{}^2x_2+x_2{}^2x_1-x_1x_2=4$.

Bài IV*(3,5 điểm)*

Cho đường tròn $(O;R)$, đường kính AB cố định. Vẽ đường kính EF của đường tròn $(O;R)$ (E khác A, F khác B). Tiếp tuyến của đường tròn $(O;R)$ tại B cắt các đường thẳng AE, AF l ần lượt tại các điểm N và M.

1) Chứng minh rằng tứ giác $AEBF$ là hình chữ nhật.

2) Chứng minh bốn điểm E, F, M, N cùng thuộc một đường tròn.

3) Gọi I là trung điểm của BN. Đường thẳng vuông góc với OI tại O cắt MN tại K.

a) Chứng minh K là trung điểm của BM và $EI // FK$.

b) Tính thể tích hình tạo thành khi cho tam giác AMB quay quanh trục AB, biết EF là đường kính của đường tròn $(O;R)$ và $AE=R$.

4) Khi đường kính EF quay quanh tâm O và thỏa mãn điều kiện đề bài, xác định vị trí của đường kính EF để tứ giác $EFMN$ có diện tích nhỏ nhất.

Bài 5. *(0,5 điểm)* Với a,b,c dương thỏa mãn $a+b+c=4$. Tìm max của biểu thức

$$Q=\sqrt{4a+bc}+\sqrt{4b+ca}+\sqrt{4c+ab}.$$

Hướng dẫn giải

Bài I: ***(2 điểm).*** Cho biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}$ và $P=\left(\dfrac{x-4}{x+4\sqrt{x}}+\dfrac{3}{\sqrt{x}+4}\right).\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}$

với $x>0, x\neq 1$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=25$
2) Rút gọn biểu thức P
3) Tìm giá trị của x để $12P=\sqrt{x}+10$

Giải:

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=25$

Với $x=25$ thay vào biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}$ ta được: $A=\dfrac{\sqrt{25}+2}{\sqrt{25}-1}=\dfrac{5+2}{5-1}=7$

Vậy $A=7$ khi $x=25$

2) Rút gọn biểu thức P

$$P=\left(\frac{x-4}{x+4\sqrt{x}}+\frac{3}{\sqrt{x}+4}\right).\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}$$

$$P=\left[\frac{x-4}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+4\right)}+\frac{3}{\sqrt{x}+4}\right].\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}$$

$$P=\frac{x-4+3\sqrt{x}}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+4\right)}.\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}$$

$$P=\frac{\left(\sqrt{x}+4\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+4\right)}.\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}$$

$$P=\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}}$$

Vậy $P=\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}}$ với $x>0, x\neq 1$.

3) Tìm giá trị của x để $12P=\sqrt{x}+10$

$12P = \sqrt{x} + 10$

$\Leftrightarrow 12.\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}} = \sqrt{x} + 10$

$\Leftrightarrow 12\left(\sqrt{x}+2\right) = \sqrt{x}\left(\sqrt{x}+10\right)$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{x} - x + 24 = 0$

$\Leftrightarrow \left(\sqrt{x}+4\right)\left(\sqrt{x}-6\right) = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{x}+4=0\\ \sqrt{x}-6=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{x}=-4\\ \sqrt{x}=6\end{array}\right. \Leftrightarrow \sqrt{x} = 6 \Leftrightarrow x = 36$

Vậy $x = 36$ thì $12P = \sqrt{x} + 10$

Bài II.*(2 điểm) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình*

Một phân xưởng theo kế hoạch cần sản xuất 1600 sản phẩm trong một số ngày quy định. Do mỗi ngày phân xưởng đó sản xuất vượt mức 10 sản phẩm nên phân xưởng đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian quy định 8 ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày phân xưởng phải sản xuất bao nhiêu sản phẩm?

Bài giải:

Bài II: (2 điểm)

Gọi năng suất theo kế hoạch của phân xưởng là x (sản phẩm/ ngày) (ĐK $x \in \mathbb{N}^*$)

Năng suất thực tế của phân xưởng là $x+10$ (sản phẩm/ngày)

Thời gian dự định làm xong 1600 sản phẩm là $\dfrac{1600}{x}$ (ngày)

Thời gian thực tế làm xong 1600 sản phẩm là $\dfrac{1600}{x+10}$ (ngày)

Lập luận ra được phương trình $\dfrac{1600}{x} - \dfrac{1600}{x+10} = 8$

Biến đổi về phương trình $x^2 + 10x - 2000 = 0$

Giải phương trình được $x_1 = 40(TM); x_2 = -50$ (loại)

Vậy năng suất dự kiến là 40 sản phẩm/ ngày

Bài III. ***(2 điểm)*** Cho Parabol $(P): y = -x^2$ và đường thẳng $(d)\, y = mx - 2$.

1) Chứng minh rằng với mọi giá trị của m đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

2) Gọi x_1, x_2 lần lượt là hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) và Parabol (P). Tìm giá trị của m để $x_1{}^2x_2 + x_2{}^2x_1 - x_1x_2 = 4$.

Bài làm

1) Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) có:

$-x^2 = mx - 2$

$\Leftrightarrow x^2 + mx - 2 = 0 \ (1)$

Ta có: $\Delta = m^2 + 8 > \forall m$

$\Rightarrow$ Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m.

$\Rightarrow$ Đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi giá trị của m.

2) Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m. Theo định lý Vi-et:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -m \\ x_1.x_2 = -2 \end{cases}$$

Theo đề bài: $x_1{}^2x_2 + x_2{}^2x_1 - x_1x_2 = 4$

$\Leftrightarrow x_1x_2(x_1 + x_2) - x_1x_2 = 4$

$\Leftrightarrow x_1x_2(x_1 + x_2 - 1) - 4 = 0$

$\Leftrightarrow -2(-m-1) - 4 = 0$

$\Leftrightarrow m = 1$ (TMĐK)

Vậy $m = 1$ thì $x_1{}^2x_2 + x_2{}^2x_1 - x_1x_2 = 4$

Bài IV_(3,5 điểm)_

Cho đường tròn $(O;R)$, đường kính AB cố định. Vẽ đường kính EF của đường tròn $(O;R)$ (E khác A, F khác B). Tiếp tuyến của đường tròn $(O;R)$ tại B cắt các đường thẳng AE, AF lần lượt tại các điểm N và M.

1) Chứng minh rằng tứ giác $AEBF$ là hình chữ nhật.

2) Chứng minh bốn điểm E, F, M, N cùng thuộc một đường tròn.

3) Gọi I là trung điểm của BN. Đường thẳng vuông góc với OI tại O cắt MN tại K.

a) Chứng minh K là trung điểm của BM và $EI // FK$.

b) Tính thể tích hình tạo thành khi cho tam giác AMB quay quanh trục AB, biết EF là đường kính của đường tròn $(O;R)$ và $AE = R$.

4) Khi đường kính EF quay quanh tâm O và thỏa mãn điều kiện đề bài, xác định vị trí của đường kính EF để tứ giác $EFMN$ có diện tích nhỏ nhất.

Bài giải

1) Chứng minh rằng tứ giác $AEBF$ là hình chữ nhật.

Xét $(O;R)$:

$AEB = EBF = FAE = BFA = 90^o$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

=> Tứ giác $AEBF$ là hình chữ nhật

2) Chứng minh bốn điểm E, F, M, N cùng thuộc một đường tròn.

Do tứ giác $AEBF$ là hình chữ nhật

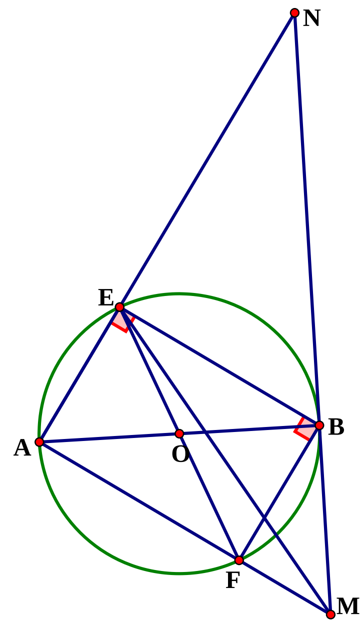
=> $AB = EF$ và O là trung điểm của AB và EF.

=> $AO = OF$

$\Rightarrow \Delta AOF$ cân tại $O \Rightarrow OAF = OFA$ hay $BAF = EFA(1)$

Xét $(O;R)$:

$BAF = MBF(2)$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn BF)



Do ΔNEB vuông tại E nên $ENB + NBE = 90^O$

Do $EBF = 90^o$ nên $FBM + NBE = 90^o$

$\Rightarrow ENB = MBF(3)$

Từ (1), (2), (3) ta có:

$ENB = AFE$ mà $AFE + EFM = 180^o$ (góc kề bù)

$\Rightarrow ENM + EFM = 180^O$

Mà đây là 2 góc đối nhau

=> $EFMN$ là tứ giác nội tiếp

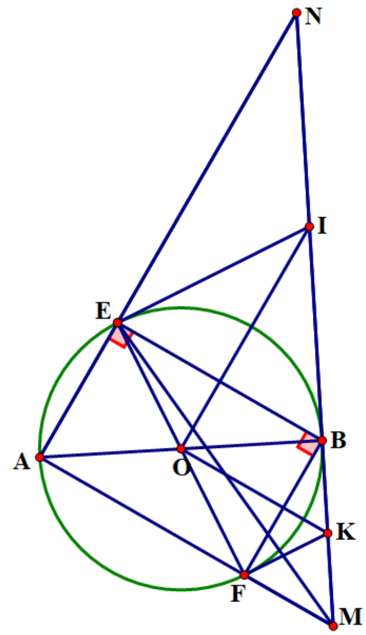
Hay bốn điểm E, F, M, N cùng thuộc một đường tròn.

(đpcm)

3) Gọi I là trung điểm của BN. Đường thẳng vuông góc với OI tại O cắt MN tại K.

a) Chứng minh K là trung điểm của BM và $EI // FK$.

b) Tính thể tích hình tạo thành khi cho tam giác AMB quay quanh trục AB, biết EF là đường kính của đường tròn $(O;R)$ và $AE = R$.



a) Chứng minh K là trung điểm của BM và $EI//FK$.

+) Chứng minh K là trung điểm của BM

Ta có: $\begin{cases} IB = BN \\ OB = OA \end{cases}$ nên OI là đường trung bình của ΔABN

Suy ra $OI//AN$

Mà $\begin{cases} AN \perp AM \\ OK \perp OI \end{cases}$ (Giả thiết) do đó $OK//AN$

Hơn nữa O là trung điểm của AB

Nên OK là đường trung bình của ΔABM hay M là trung điểm của BM (1)

+) Chứng minh $EI//FK$

Ta có $\begin{cases} OI \perp AM \\ AM//EB \end{cases} \Rightarrow OI \perp EB$

Suy ra $BOI = EOI$

Xét 2 tam giác ΔOBI và ΔOEI có:

OI chung

$BOI = EOI$ (Chứng minh trên)

$OB = OE = R$

Do đó $\Delta OBI = \Delta OEI$ (c-g-c) $\Rightarrow OBI = OEI = 90^o$

Nên $OE \perp EI$ hay $EF \perp EI$ (1)

Hoàn toàn tương tự: ta có $BOK = FOK$

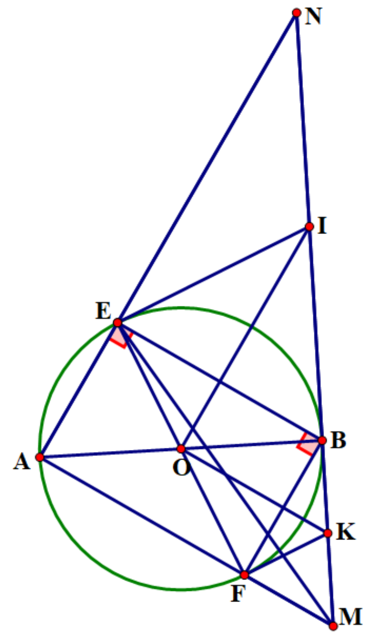
Do đó $\Delta BOK = \Delta FOK$ (c-g-c) $\Rightarrow OFK = OBK = 90^o$

Nên $OF \perp FK$ hay $EF \perp FK$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $EI//FK$.

Vậy K là trung điểm của BM và $EI//FK$ (đpcm)

b) Tính thể tích hình tạo thành khi cho tam giác AMB quay quanh trục AB, biết EF là đường kính của đường tròn $(O;R)$ và $AE = R$.



Ta thấy hình tạo thành khi cho tam giác AMB quay quanh trục AB là hình nón $\left(H\right)$ có đáy là đường tròn tâm B, bán kính BM và có đường cao là AB.

Theo giả thiết $AE = R$

Suy ra ΔOAE đều $\Rightarrow OAE = 60^o \Rightarrow OAF = 30^o$

Hay $BAM = 30^o$

Trong tam giác vuông BAM có $\tan BAM = \dfrac{BM}{AB}$

Suy ra $BM = AB.\tan 30^o = \dfrac{2R\sqrt{3}}{3}$ (đvđd)

Do đó diện tích của hình tròn $\left(B;BM\right)$ là

$$S_{\left(B;BM\right)} = \pi.BM^2 = \pi\left(\frac{2R\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{4}{3}\pi R^2 \text{(đvdt)}$$

Khi đó thể tích của hình nón $\left(H\right)$ được tính bằng công thức:

$$V = \frac{1}{3}S_{\left(B;BM\right)}.AB = \frac{1}{3}.\frac{4}{3}\pi R^2.2R = \frac{8}{9}\pi R^3 \text{ (đvtt)}$$

Vậy thể tích của hình tạo thành khi cho tam giác AMB quay quanh trục AB bằng $\dfrac{8}{9}\pi R^3$ (đvtt)

4) Khi đường kính EF quay quanh tâm O và thỏa mãn điều kiện đề bài, xác định vị trí của đường kính EF EF để tứ giác $EFMN$ có diện tích nhỏ nhất.

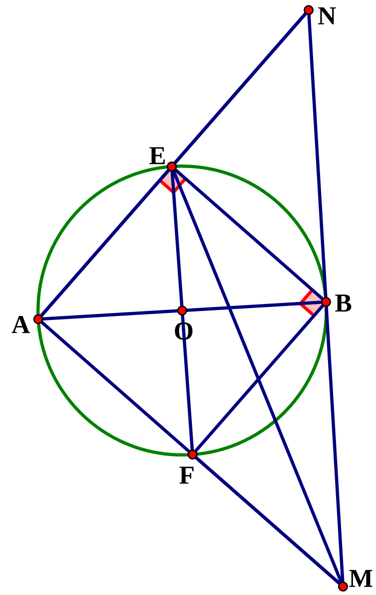
Ta có: $S_{EFMN} = S_{ANM} - S_{AEF}$

Để S_{EFMN} đạt giá trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow S_{AEF}$ lớn nhất

Mà $S_{AEF} = \frac{1}{2}AE.AF \le \frac{1}{2}.\frac{1}{2}(AE^2 + AF^2) = \frac{1}{4}EF^2 = \frac{1}{4}R^2$

Dấu "=" xảy ra khi: $AE = AF$ $AE=AF$ hay $EF \perp AB$

Vậy $EF \perp AB$ để tứ giác $EFMN$ có diện tích nhỏ nhất.



Bài 5. *(0,5 điểm)* Với a,b,c dương thỏa mãn $a+b+c=4$. Tìm max của biểu thức $Q = \sqrt{4a+bc} + \sqrt{4b+ca} + \sqrt{4c+ab}$.

Bài giải: Ta có $\sqrt{4a+bc} = \sqrt{(a+b+c)a+bc} = \sqrt{a^2+ab+ac+bc} = \sqrt{(a+b)(a+c)}$.

Áp dụng BĐT Cauchy với $a+b$ và $a+c$, ta được:

$\sqrt{(a+b)(a+c)} \le \frac{a+b+a+c}{2} = \frac{2a+b+c}{2}$.

Tương tự, ta có:

$\sqrt{4b+ac} \le \frac{2b+a+c}{2}$.

$\sqrt{4c+ab} \le \frac{2c+b+a}{2}$.

Do vậy, $Q \le \frac{2a+b+c}{2} + \frac{2b+a+c}{2} + \frac{2c+a+b}{2} = \frac{4(a+b+c)}{2} = 8$.

Vậy, $\max Q = 8$ khi $a=b=c=\frac{4}{3}$.

ĐỀ 752

ĐỀ THI KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG TRƯỜNG THCS TRƯNG VƯƠNG, LẦN 2

Năm học 2015 – 2016

Ngày 02.04.2016 (thời gian: 120 phút)

Bài 1. (2,0 điểm)

Cho biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2}+\dfrac{\sqrt{x}+2}{3-\sqrt{x}}-\dfrac{10-5\sqrt{x}}{x-5\sqrt{x}+6}$ với $x\neq 0; x\neq 9; x\neq 4$.

1) Rút gọn biểu thức A khi $x=3-2\sqrt{2}$.
2) Rút gọn biểu thức B.
3) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=A:B$.

Bài 2. (2,0 điểm)

Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:
Hai địa điểm A và B cách nhau 84 km. Một ô tô khởi hành từ A và đi thẳng đến B với vận tốc không đổi. Trên quãng đường từ B về A, vận tốc của ô tô tăng thêm 20 km/h. Tính vận tốc lúc đi từ A đến B của ô tô, biết tổng thời gian đi và về của ô tô đó là 3 giờ 30 phút.

Bài 3. (2,0 điểm)

1) Giải phương trình: $2x^4+x^2-6=0$.
2) Cho Parabol $(P): y=x^2$ và đường thẳng $(d): y=mx+2$.

a) Với $m=-1$: vẽ parabol (P) và đường thẳng (d) trên cùng một hệ trục tọa độ. Tìm tọa độ các giao điểm của parabol (P) và đường thẳng (d).

b) Tìm các giá trị của m để (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt có hoành độ $x_1; x_2$ sao cho $x_1-2x_2=5$.

Bài 4. (3,5 điểm)

Cho đường tròn $(O;R)$ và đường thẳng d không có điểm chung với đường tròn. Gọi M là mộ t điểm thuộc đường thẳng d. Qua M kẻ hai tiếp tuyến MA,MB với đường tròn. Gọi H là hình chiếu vuông góc của O lên d.

1) Chứng minh năm điểm M, A, O, B, H cùng thuộc một đường tròn.
2) Gọi K và I lần lượt là giao điểm của OH và OM với AB. Chứng minh $OK.OH=OI.OM$
3) Gọi E là tâm đường tròn nội tiếp tam giác MAB. Giả sử $R=6$ cm, $AMB=60°$, tính độ dài cung nhỏ AB và chứng minh tứ giác OAEB là hình thoi.
4) Tìm vị trí điểm M trên đường thẳng d để diện tích tam giác OIK đạt giá trị lớn nhất.

Bài 5. (0,5 điểm)

Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn điều kiện: $x+y\le 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$K=4xy+\frac{1}{x^2+y^2}+\frac{2}{xy}$$

HƯỚNG DẪN GIẢI

Bài 1:

Hướng dẫn giải

1)

Ta có: $x=3-2\sqrt{2}=\left(\sqrt{2}-1\right)^2$ (thỏa mãn điều kiện)

Thay vào A ta có:

$$A=\frac{\sqrt{\left(\sqrt{2}-1\right)^2}}{1+\sqrt{\left(\sqrt{2}-1\right)^2}}=\frac{\sqrt{2}-1}{1+\sqrt{2}-1}=\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}$$

2)

$$B=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2}+\frac{\sqrt{x}+2}{3-\sqrt{x}}-\frac{10-5\sqrt{x}}{x-5\sqrt{x}+6}$$

$$\Leftrightarrow B=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2}-\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3}+\frac{5\sqrt{x}-10}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}$$

$$\Leftrightarrow B=\frac{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}-3\right)-\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)+5\sqrt{x}-10}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}$$

$$\Leftrightarrow B=\frac{x-4\sqrt{x}+3-\left(x-4\right)+5\sqrt{x}-10}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}$$

$$\Leftrightarrow B=\frac{\sqrt{x}-3}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}=\frac{1}{\sqrt{x}-2}$$

3)

$$P=A:B=\frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}:\frac{1}{\sqrt{x}-2}=\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)}{\sqrt{x}+1}=\frac{x-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$$

$$\Leftrightarrow P=\frac{x+\sqrt{x}-3\sqrt{x}-3+3}{\sqrt{x}+1}=\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)-3\left(\sqrt{x}+1\right)+3}{\sqrt{x}+1}=\frac{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+1\right)+3}{\sqrt{x}+1}$$

$$\Leftrightarrow P=\sqrt{x}-3+\frac{3}{\sqrt{x}+1}=\sqrt{x}+1+\frac{3}{\sqrt{x}+1}-4$$

Vì $x>0$ nên $\sqrt{x}+1>0$ và $\dfrac{3}{\sqrt{x}+1}>0$.

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si ta có:

$$\sqrt{x}+1+\frac{3}{\sqrt{x}+1}\geq 2\sqrt{\left(\sqrt{x}+1\right).\frac{3}{\sqrt{x}+1}}=2\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow P\geq 2\sqrt{3}-4$$

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow \sqrt{x}+1=\dfrac{3}{\sqrt{x}+1}\Leftrightarrow\left(\sqrt{x}+1\right)^2=3$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x}+1=\sqrt{3}\Leftrightarrow\sqrt{x}=\sqrt{3}-1\Leftrightarrow x=\left(\sqrt{3}-1\right)^2=4-2\sqrt{3}$$

Vậy P đạt giá trị nhỏ nhất là $2\sqrt{3}-4$ tại $x=4-2\sqrt{3}$.

Bài 2:

Hướng dẫn giải

	Vận tốc	Thời gian	Quãng đường
Từ A đến B	$x\left(x>0\right)$ km/h	$\dfrac{84}{x}\left(\text{h}\right)$	84 km
Từ B đến A	$x+20$ km/h	$\dfrac{84}{x+20}\left(\text{h}\right)$	84 km

Phương trình:

$$\frac{84}{x}+\frac{84}{x+20}=3\frac{1}{2}$$

Lời giải:

Gọi vận tốc lúc đi từ A đến B của ô tô là x km/h. $\left(x>0\right)$.

Thời gian ô tô đi từ A đến B là: $\dfrac{84}{x}\left(\text{h}\right)$.

Vận tốc của ô tô trên quãng đường từ B về A tăng thêm 20 km/h nên vận tốc khi ô tô đi từ B về A là: $x+20$ (km/h).

Thời gian ô tô đi từ B về A là: $\dfrac{84}{x+20}\left(\text{h}\right)$.

Do tổng thời gian đi và về của ô tô đó là 3 giờ 30 phút $\left(=3.5\text{h}\right)$ nên ta có phương trình:

$$\frac{84}{x}+\frac{84}{x+20}=3,5$$

$$\Leftrightarrow \frac{84.(x+20)+84.x}{x(x+20)}=3,5 \Leftrightarrow 84(x+20)+84.x=3,5.x.(x+20)$$

$$\Leftrightarrow 168x+1680=3,5x^2+70x \Leftrightarrow 3,5x^2-98x-1680=0$$

$$\Leftrightarrow x^2-28x-480=0 \Leftrightarrow (x-40)(x+12)=0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=40(\text{thoa mãn}) \\ x=-12\,(\text{loai}) \end{cases}$$

Vậy vận tốc của ô tô lúc đi từ A đến B là 40 km/h.

Bài 3:

Hướng dẫn giải

1)

Giải phương trình: $2x^4+x^2-6=0$

Đặt $x^2=t(t\ge 0)$.

Phương trình đã cho tương đương với:

$$2t^2+t-6=0 \Leftrightarrow (2t-3)(t+2)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=\frac{3}{2}(\text{thoa mãn}) \\ t=-2\,(\text{loai}) \end{array} \right. \Leftrightarrow t=\frac{3}{2} \Leftrightarrow x^2=\frac{3}{2} \Leftrightarrow x=\pm\frac{\sqrt{6}}{2}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\left\{-\frac{\sqrt{6}}{2};\frac{\sqrt{6}}{2}\right\}$

2)

a)

Với $m=-1$, hãy vẽ P và d trên cùng hệ trục và tìm tọa độ giao điểm của chúng.

Xét $m=-1 \Rightarrow (P): y=x^2; (d): y=-x+2$.

Parabol $(P): y=x^2$						đường thẳng $(d): y=-x+2$		
x	-2	-1	0	1	2	x	0	2
$y=x^2$	4	1	0	1	4	$y=-x+2$	2	0

Ta vẽ được đồ thị:

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d): $x^2 = -x + 2 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = 1 \Rightarrow y_1 = 1 \\ x_2 = -2 \Rightarrow y_2 = 4 \end{array}\right.$$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (d) là: $A(1;1)$ và $B(-2;4)$

b)

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d): $x^2 = mx + 2 \Leftrightarrow x^2 - mx - 2 = 0$

Có: $\Delta = m^2 + 8 > 0$ với mọi m $\Rightarrow d$ luôn cắt P tại 2 điểm có hoành độ $x_1; x_2$ thỏa mãn:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1.x_2 = -2 \end{cases}$$

Để $x_1 - 2x_2 = 5 \Leftrightarrow x_1 = 2x_2 + 5$ thì: $(2x_2 + 5).x_2 = -2 \Leftrightarrow 2x_2^2 + 5x_2 + 2 = 0(*)$

Mà $x_1 + x_2 = m \Rightarrow 2x_2 + 5 + x_2 = m \Leftrightarrow 3x_2 + 5 = m \Rightarrow x_2 = \dfrac{m-5}{3}$.

Thay vào $(*)$ ta có:

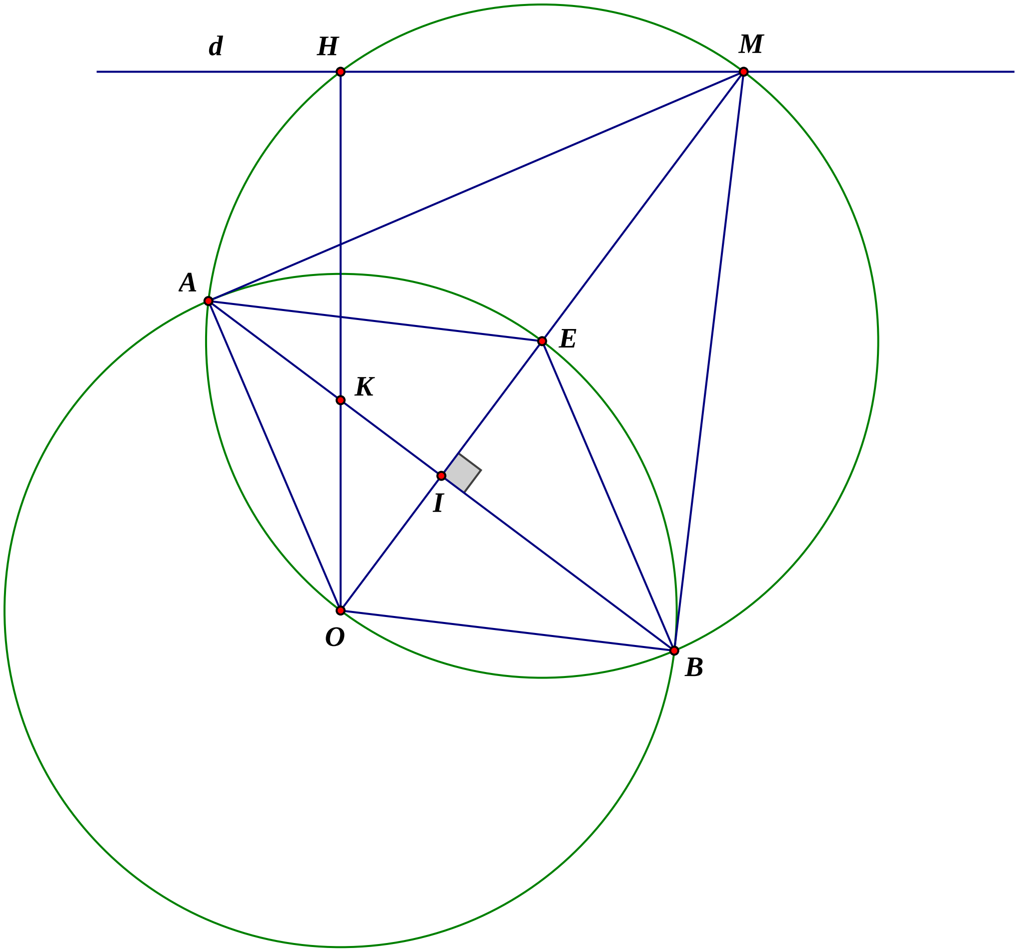
$$2x_2^2 + 5x_2 + 2 = 0 \Leftrightarrow 2\left(\frac{m-5}{3}\right)^2 + 5\frac{m-5}{3} + 2 = 0 \Leftrightarrow 2m^2 - 5m - 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -1 \\ m = \dfrac{7}{2} \end{array}\right.$$

Vậy $m = -1$ hoặc $m = \dfrac{7}{2}$ thì (P) cắt (d) tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 - 2x_2 = 5$.

Bài 4:

Hướng dẫn giải



1)

MA, MB là tiếp tuyến của $(O) \Rightarrow \angle MAO = \angle MBO = 90° \Rightarrow A, M, B, O$ thuộc đường tròn đường kính OM. (1.1)

Mà $OH \perp d \Rightarrow \angle OHM = 90° \Rightarrow H$ thuộc đường tròn đường kính OM (1.2)

Từ (1.1) và (1.2) suy ra 5 điểm A, M, B, O, H cùng thuộc đường tròn đường kính OM.

Suy ra điều phải chứng minh.

2)

I là giao của OM và AB suy ra $OI \perp AB \Leftrightarrow \angle OIK = 90°$.

Xét ΔOIK và ΔOHM có:

$\angle KOI$ chung.

$\angle OIK = \angle OHM = 90°$

$$\Rightarrow \Delta OIK \sim \Delta OHM\left(g.g\right)$$

$\Rightarrow \dfrac{OI}{OH} = \dfrac{OK}{OM}$ (2 cạnh tương ứng)

$$\Rightarrow OI.OM = OH.OK$$

Suy ra điều phải chứng minh.

3)

Tứ giác AMBO nội tiếp $\angle AMB + \angle AOB = 180°$

mà $\angle AMB = 60° \angle AOB = 120°$

Suy ra độ dài cung nhỏ $AB = \dfrac{1}{3}$ chu vi hình tròn

$\Rightarrow$độ dài cung nhỏ $AB = \dfrac{1}{3}.2\pi.R = 4\pi$ (cm)

$\angle AMB = 60° \Delta AMB$ đều và $\angle AMO = 30° \angle AOM = 60° \Delta OAE$ đều.

Tương tự ta có ΔEOB đều.

$$\Rightarrow \angle AOE = \angle OEB = 60° \Rightarrow OA \parallel BE$$

Tương tự ta có: $OB \parallel AE$

$\Rightarrow AOBE$ là hình bình hành.

Mà $OA = OB = R OABE$ là hình thoi.

4)

Ta có:

$OK.OH = OI.OM$ (4.1) (chứng minh trên)

Mà ΔOAM vuông tại A, đường cao AI.

Áp dụng hệ thức lượng cho tam giác vuông ta có:

$OA^2 = OI.OM$ (4.2)

Từ (4.1) và (4.2) suy ra:

$$OK.OH = OA^2 \Rightarrow OK = \text{const}$$

Xét tam giác OIK vuông tại I có: $OI^2 + KI^2 = OK^2 = const$

$$2.OI.KI \le OK^2 4S_{OIK} \le OK^2 \Rightarrow S_{OIK} \le \frac{OK^2}{4}$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $OI = IK \Rightarrow \Delta OKI$ vuông cân $\Rightarrow \angle KOI = 45° \Rightarrow \Delta OHM$ vuông cân

$$OH = HM$$

Vậy S_{OIK} đạt giá trị lớn nhất là $\dfrac{OK^2}{4}$ khi M thỏa mãn $HM = HO$.

Bài 5:

Hướng dẫn giải

Xét các bất đẳng thức phụ sau đây:

Bất đẳng thức phụ 1:

$$x, y > 0 \Rightarrow (x+y)^2 \geq 4xy \Leftrightarrow \frac{x+y}{xy} \geq \frac{4}{x+y} \Leftrightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq \frac{4}{x+y} (1)$$

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow x = y$.

Bất đẳng thức phụ 2:

$$xy \leq \frac{(x+y)^2}{4} \leq \frac{1}{4} \Leftrightarrow -xy \geq -\frac{1}{4} (2)$$

Áp dụng 2 bất đẳng thức phụ (1) và (2) và bất đẳng thức Cô-si ta có:

$$K = \left(\frac{1}{x^2+y^2} + \frac{1}{2xy}\right) + \frac{3}{2}\left(\frac{1}{xy} + 16xy\right) - 20xy \geq \frac{4}{x^2+y^2+2xy} + \frac{3}{2}.2.\sqrt{\frac{1}{xy}.16xy} - \frac{1}{4}.20$$

$$\Leftrightarrow K \geq 4 + 12 - 5 = 11$$

Dấu bằng xảy ra

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 2xy \\ 16x^2y^2 = 1 \\ x + y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = y = \frac{1}{2}$$

Vậy $\min K = 11$ khi $x = y = \dfrac{1}{2}$

ĐỀ 753

ĐỀ THI THỬ VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THCS LÊ QUÝ ĐÔN

Năm học 2016 – 2017Ngày 19.05.2017 (120 phút)

Bài 1: (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức:

$$A=\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3};B=\frac{1}{\sqrt{x}+2}-\frac{\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}-\frac{3\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}-2}$$

với $x\geq 0;x\neq 1;x\neq 9$

a) Tính giá trị biểu thức A khi $x=64$.

b) Rút gọn biểu thức B.

c) Với các biểu thức A và B nói trên, hãy tìm các giá trị nguyên của x để giá trị của biểu thức $A.B$. là số nguyên.

Bài 2: (2,0 điểm)

Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Hai người làm chung một công việc thì sau 8 giờ làm được một nửa công việc. Nếu hai người cùng làm trong 3 giờ, sau đó người thứ nhất đi làm việc khác, một mình người thứ hai làm tiếp trong 3 giờ nữa thì được $\frac{1}{4}$ công việc. Hỏi nếu mỗi người làm một mình thì sau bao nhiêu giờ xong công việc?

Bài 3: (2,0 điểm)

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}2.|3x-1|+x-y=\frac{7}{3}\\|3x-1|+3(x-y)=2\end{cases}$

2) Cho Parabol $(P):y=\frac{1}{4}x^2$ và đường thẳng $(d):y=mx-(m-1)^2$ với m là tham số.

a) Tìm m để (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt là A và B.

b) Gọi $x_1;x_2$ là hoành độ của A và B. Tìm m để $\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}=2$.

Bài 4 (3,5 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn tâm O bán kính R. Đường cao AD, BE; cắt nhau tại H. Kéo dài BE cắt đường tròn (O) tại F.

a. Chứng minh tứ giác CDHE là tứ giác nội tiếp.

b. Kéo dài AD cắt (O) tai N. Chứng minh ΔAHF cân và C là điểm chính giữa cung NF.

c. Gọi M là trung điểm của cạnh AB. Chứng minh ME là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp ΔCDE.

d. Cho điểm B,C cố định và $BC=R\sqrt{3}$. Hãy xác định vị trí của trên (O) để $DH.DA$ lớn nhất.

Bài 5: (2,0 điểm)

Cho các số dương a,b thỏa mãn $\frac{1}{3}\left(a^3+b^3+a+b\right)+ab\leq a^2+b^2+1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$M=\frac{a^2+8}{a}+\frac{b^2+2}{b}.$$

HƯỚNG DẪN GIẢI

Bài 1:

Giải

a) $x=64$ thỏa mãn điều kiện xác định.

$$\Rightarrow A=\frac{\sqrt{64}+2}{\sqrt{64}-3}=2$$

b)

$$B=\frac{\sqrt{x}-1+\sqrt{x\left(\sqrt{x}+2\right)}-3\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}=\frac{x-1}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}$$

c)

$$A.B=\frac{2\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+2}=\frac{2\left(\sqrt{x}+2\right)-2}{\sqrt{x}+2}=2-\frac{2}{\sqrt{x}+2}$$

$$A.B\in Z\Leftrightarrow\frac{2}{\sqrt{x}+2}\in Z\Leftrightarrow 2\,\vdots\,\sqrt{x}+2$$

Mà $\sqrt{x}\geq 0\,\forall x\in \text{TXD}\Rightarrow\sqrt{x}+2\geq 2\ \forall x\in\text{TXD}$

$\Rightarrow\sqrt{x}+2=2\Leftrightarrow x=0$ (thỏa mãn).

Bài 2:

Giải

Gọi thời gian người thứ nhất làm một mình xong công việc là x giờ $\left(x>8\right)$.

Gọi thời gian người thứ hai một mình làm xong công việc là y giờ $\left(y>8\right)$.

Theo bài ra ta có:

Trong 1 giờ, người thứ nhất làm được số phần công việc là $\frac{1}{x}$.

Trong 1 giờ, người thứ hai làm được số phần công việc là $\frac{1}{y}$.

Do hai người làm chung sau 8 giờ thì làm được một nửa công việc nên:

$$\frac{1}{x}.8+\frac{1}{y}.8=\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow\frac{8}{x}+\frac{8}{y}=\frac{1}{2}(1)$$

Do nếu hai người làm chung trong 3 giờ, sau đó người thứ nhất đi làm việc khác, người thứ 2 làm tiếp trong 3 giờ thì được $\frac{1}{4}$ công việc nên:

$$\frac{1}{x}.3+\frac{1}{y}.3+\frac{1}{y}.3=\frac{1}{4}$$

$$\Leftrightarrow\frac{3}{x}+\frac{6}{y}=\frac{1}{4}(2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases}\dfrac{8}{x}+\dfrac{8}{y}=\dfrac{1}{2}\\ \dfrac{3}{x}+\dfrac{6}{y}=\dfrac{1}{4}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{16}\\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{2}{y}=\dfrac{1}{12}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{12}-\dfrac{1}{16}\\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{16}\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{48}\\ \dfrac{1}{x}=\dfrac{1}{24}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=48\\ x=24\end{cases}$$

So với điều kiện, thỏa mãn.

Vậy người thứ nhất làm 1 mình trong 24 giờ thì xong công việc; người thứ hai làm 1 mình trong 48 giờ thì xong công việc.

Bài 3:

Giải

1)

Đặt $|3x-1|=a\geq 0; b=x-y$.

Hệ phương trình đã cho tương đương với:

$$\begin{cases}2a+b=\dfrac{7}{3}\\ a+3b=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}6a+3b=7\\ a+3b=2\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}5a=5\\ a+3b=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\ b=\dfrac{1}{3}\end{cases}$$

So với điều kiện, thỏa mãn.

Với

$$\begin{cases}a=1\\ b=\dfrac{1}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}|3x-1|=1\\ x-y=\dfrac{1}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}3x-1=1\\ 3x-1=-1\end{array}\right.\\ x-y=\dfrac{1}{3}\end{cases}$$

Trường hợp 1:

$$\begin{cases}3x-1=1\\ x-y=\dfrac{1}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{2}{3}\\ y=\dfrac{1}{3}\end{cases}$$

Trường hợp 2:

$$\begin{cases}3x-1=-1\\ x-y=\dfrac{1}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\ y=-\dfrac{1}{3}\end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm: $\left(\frac{2}{3};\frac{1}{3}\right);\left(0;-\frac{1}{3}\right)$

2)

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) ta được:

$$\frac{1}{4}x^2 = mx-(m-1)^2 \Leftrightarrow \frac{1}{4}x^2 - mx + (m-1)^2 = 0(*)$$

Ta có:

$$\Delta = (-m)^2 - 4.\frac{1}{4}.(m-1)^2 = m^2 - m^2 + 2m - 1$$
$$\Leftrightarrow \Delta = 2m-1$$

a) Để (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình $(*)$ có 2 nghiệm phân biệt.

$$\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow 2m-1>0 \Leftrightarrow m > \frac{1}{2}(1)$$

b) Theo câu a) $m > \frac{1}{2}$ thì phương trình $(*)$ có 2 nghiệm phân biệt $x_1;x_2$.

Áp dụng hệ thức Vi-ét cho phương trình $(*)$ ta được:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 4m \\ x_1.x_2 = 4(m-1)^2 \end{cases}$$

Để phương trình có 2 nghiệm $x_1;x_2$ thỏa mãn yêu cầu đề bài thì:

$$\begin{cases} x_1 \ge 0; x_2 \ge 0(2) \\ \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = 2(3) \end{cases}$$

Giải (2)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 \ge 0 \\ x_1.x_2 \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m \ge 0 \\ 4(m-1)^2 \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \ge 0$$

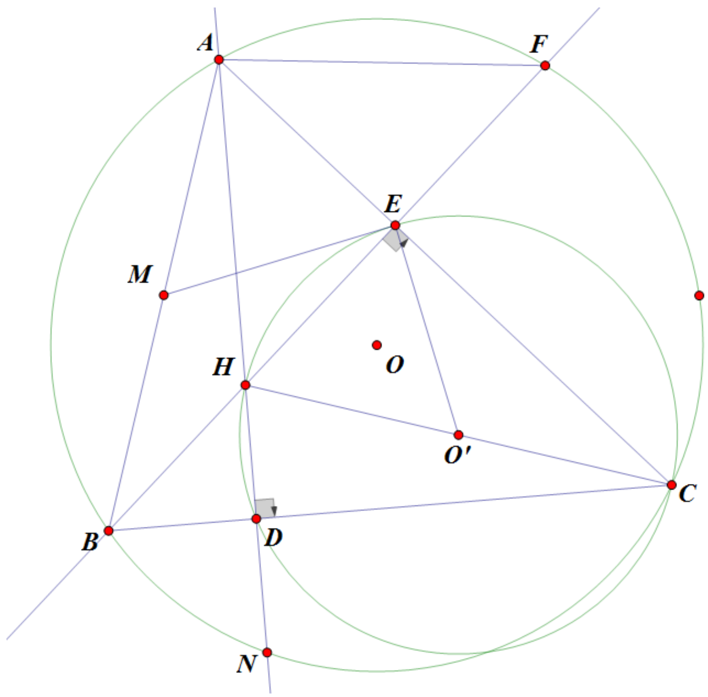
Giải (3)

$$\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = 2 \Leftrightarrow x_1 + x_2 + 2\sqrt{x_1.x_2} = 4$$
$$\Leftrightarrow 4m + 2\sqrt{4(m-1)^2} = 4$$
$$\Leftrightarrow 4m + 4.|m-1| = 4$$

Kết hợp điều kiện $(1),(2),(3)$ thì $\frac{1}{2} < m \le 1$ thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Bài 4:

Hướng dẫn giải



a. Ta có $ADC = 90°$. (vì $AD \perp BC = \{D\}$)

$BEC = 90°$ (vì $BE \perp AC = \{E\}$)

Xét tứ giác DHEC có

$$ADC + BEC = 180^o$$

Mà 2 góc ở vị trí đối nhau

⇒tứ giác DHEC nội tiếp (O') đường kính HC (dhnb)

b. Xét (O) có $AFB = ACB$ (góc nội tiếp chắc cung AB) (1)

Ta có tứ giác DHEC nội tiếp

Mà AHF là góc ngoài tại đỉnh H của tứ giác nội tiếp DHEC

$\Rightarrow AHF = ACB$ (2)

Từ $(1),(2) \Rightarrow AFB = AHF \Rightarrow \Delta AHF$ cân tại A

Ta có $AC \perp HF = \{E\}$ (vì $BE \perp AC = \{E\}$)

⇒AC là phân giác HAF hay AC là phân giác của NAF và đồng thời AC là trung trực của HF

$\Rightarrow NAC = FAC$

Mà 2 góc nội tiếp (O) chắn lần lượt 2 cung NC và FC

$\Rightarrow C$ nằm chính giữa cung NF

c. Xét ΔABE vuông tại E

EM là trung tuyến AB (vì M là trung điểm AB)

$\Rightarrow EM = MB = MA = \dfrac{1}{2} AB \Rightarrow \Delta MBE$ cân tại M $\Rightarrow ABF = MEB$ (t/c) (3)

Xét $\Delta EO'C$ có

$O'C = O'E$ (bán kính đường tròn ngoại tiếp tứ giác DHEC) $\Rightarrow \Delta EO'C$ cân tại O'

$\Rightarrow O'EC = O'CE$ (t/c)

Ta lại có $CF = CH$ (AC là trung trực của HF)

$\Rightarrow \Delta HCF$ cân tại C

Mà AC là trung trực của HF $\Rightarrow AC$ đồng thời là đường phân giác HCF

$\Rightarrow ACF = O'CE$ (4)

Mà $ABF = ACF$ nội tiếp (O) chắn cùng 1 cung AF (5)

Từ 3,4,5 $\Rightarrow MEB = O'CE$

Mặt khác $O'CE + HEO' = HEC = 90^o$

$\Rightarrow MEB + HEO' = 90^o = MEO' \Rightarrow ME \perp O'E = \{E\}$ mà O'E là bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔCDE ⇒ME là tiếp tuyến đường tròn ngoại tiếp ΔCDE

d. Xét ΔDHB và ΔDCA có

$BDH = ADC = 90^o$

$BHD = ACD$ (vì góc BHD là góc ngoài tại đỉnh H tứ giác nội tiếp DHEC)

$\Delta DHB \backsim \Delta DCA(g-g) \Rightarrow \dfrac{DH}{CD} = \dfrac{BD}{AD}$ (t/ứ)

$$\Rightarrow DH.AD = CD.BD$$

Mà $CD.BD \le \dfrac{(CD+BD)^2}{4} = \dfrac{BC^2}{4} = \dfrac{3R^2}{4}$

$\Rightarrow CD = BD \Rightarrow D$ là trung điểm của BC $\Rightarrow AD$ là trung tuyến của BC

Mặt khác $AD \perp BC = \{D\}$

$\Rightarrow AD$ là trung trực của BC $\Rightarrow AB = AC \Rightarrow A$ nằm chính giữa cung BC lớn

Bài 5:

Hướng dẫn giải

Ta có:

$$\frac{1}{3}\left(a^3+b^3+a+b\right)+ab \le a^2+b^2+1$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3}(a+b)\left(a^2+b^2-ab+1\right) \le \left(a^2+b^2-ab+1\right)$$

Vì $a^2+b^2-ab+1>0 \forall a,b \in R$

$$\Rightarrow \frac{1}{3}(a+b) \le 1 \Leftrightarrow a+b \le 3$$

Khi đó ta có:

$$M = \frac{a^2+8}{a}+\frac{b^2+2}{b} = a+\frac{8}{a}+b+\frac{2}{b} = a+\frac{4}{a}+b+\frac{1}{b}+\frac{4}{a}+\frac{1}{b}$$

$$\Leftrightarrow M = \left(a+\frac{4}{a}\right)+\left(b+\frac{1}{b}\right)+\left(\frac{4}{a}+\frac{1}{b}\right)$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho các cặp số dương $\left(a;\frac{4}{a}\right);\left(b;\frac{1}{b}\right);\left(\frac{4}{a};\frac{1}{b}\right)$ ta có:

$$\begin{cases} a+\frac{4}{a}\geq 2\sqrt{a.\frac{4}{a}}=2\sqrt{4}=4 \\ b+\frac{1}{b}\geq 2\sqrt{b.\frac{1}{b}}=2\sqrt{1}=2 \\ \frac{4}{a}+\frac{1}{b}\geq \frac{(2+1)^2}{a+b}\geq \frac{9}{3}=3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \min M=4+2+3=9$$

Dấu bằng xảy ra

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{4}{a} \\ b=\frac{1}{b} \\ a=2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=1 \end{cases}$$

Vậy M đạt giá trị nhỏ nhất là 9 khi $a=2;b=1$.

ĐỀ 754

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi gồm 01 trang)

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2016 – 2017
MÔN THI: TOÁN
Ngày thi: 12 tháng 6 năm 2016
Thời gian làm bài: 120 phút *(không kể thời gian phát đề)*

Câu 1. (2 điểm)

Giải các phương trình và hệ phương trình sau

$a)x^2-2\sqrt{5}x+5=0$

$b)4x^4-5x^2-9=0$

$c)\begin{cases} 2x+5y=-1 \\ 3x-2y=8 \end{cases}$

$d)x(x+3)=15-(3x-1)$

Câu 2. (1,5 điểm)

a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số $y=-\frac{x^2}{4}$ và đường thẳng (D): $y=\frac{x}{2}-2$ trên cùng một hệ trục tọa độ

b) Tìm tọa độ các giao điểm của (P) và (D) ở câu trên bằng phép tính

Câu 3. (1,5 điểm)

a) Thu gọn biểu thức $A=\frac{2-\sqrt{3}}{1+\sqrt{4+2\sqrt{3}}}+\frac{2+\sqrt{3}}{1-\sqrt{4-2\sqrt{3}}}$

b) Ông Sáu gửi một số tiền vào ngân hàng theo mức lãi suất tiết kiệm với kỳ hạn 1 năm là 6%. Tuy nhiên sau thời hạn một năm ông Sáu không đến nhận tiền lãi mà để thêm một năm nữa mới lãnh. Khi đó số tiền lãi có được sau năm đầu tiên sẽ được ngân hàng cộng dồn vào số tiền gửi ban đầu để thành số tiền gửi cho năm kế tiếp với mức lãi suất cũ. Sau 2 năm ông Sáu nhận được số tiền là 112.360.000 đồng (kể cả gốc lẫn lãi). Hỏi ban đầu ông Sáu đã gửi bao nhiêu tiền?

Câu 4. (1,5 điểm)

Cho phương trình: $x^2-2mx+m-2=0$ (1) (x là ẩn số)

a) Chứng minh phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi giá trị m

b) Định m để hai nghiệm x_1, x_2 của phương trình (1) thỏa mãn

$$(1+x_1)(2-x_2)+(1+x_2)(2-x_1)=x_1^{\ 2}+x_2^{\ 2}+2$$

Câu 5. (3,5 điểm)

Cho Δ ABC (AB < AC) có ba góc nhọn. Đường tròn tâm O đường kính BC cắt các cạnh AC, AB lần lượt tại D, E. Gọi H là giao điểm của BD và CE; F là giao điểm của AH và BC.

a) Chứng minh AF ⊥ BC và góc AFD = góc ACE

b) Gọi M là trung điểm của AH. Chứng minh MD ⊥ OD và 5 điểm M, D, O, F, E cùng thuộc một đường tròn.

c) Gọi K là giao điểm của AH và DE. Chứng minh MD^2 = MK.MF và K là trực tâm của Δ MBC

d) Chứng minh $\frac{2}{FK}=\frac{1}{FH}+\frac{1}{FA}$

ĐÁP ÁN

Câu 1.(2,0 điểm)

Giải các phương trình và hệ phương trình:

$a)\ x^2-2\sqrt{5}x+5=0$

$<=> (x-\sqrt{5})^2=0$

$<=> x-\sqrt{5}=0$

$<=> x=\sqrt{5}$

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm S = {$\sqrt{5}$}

$b) 4x^4-5x^2-9=0$

Đặt x^2 = t (t ≥ 0)

Khi đó phương trình trở thành: $4t^2-5t-9=0$ (*)

Ta có: a - b + c = 4 - (-5) - 9 = 0

Nên ta có phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt là: t = - 1 (loại) và $t=\frac{9}{4}$ (thỏa mãn điều kiện)

Với $t=\frac{9}{4}$ ta có: $x^2=\frac{9}{4} <=> x=\pm\frac{3}{2}$

Vậy phương trình đã cho có tập nghiêm là: $S=\{\frac{-3}{2};\frac{3}{2}\}$

$c)\begin{cases}2x+5y=-1\\3x-2y=8\end{cases} <=> \begin{cases}6x+15y=-3\\6x-4y=16\end{cases} <=> \begin{cases}19y=-19\\3x-2y=8\end{cases} <=> \begin{cases}x=2\\y=-1\end{cases}$

Vậy hệ phương trình có 1 nghiệm duy nhất (x;y) = (2;-1).

d)

$x(x+3)=15-(3x-1)$

$<=> x^2+6x-16=0$

$\Delta'=9+16=25>0$

Khi đó phương trình có 2 nghiệm phân biệt là: x = - 8; x = 2

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là S = {-8;2}

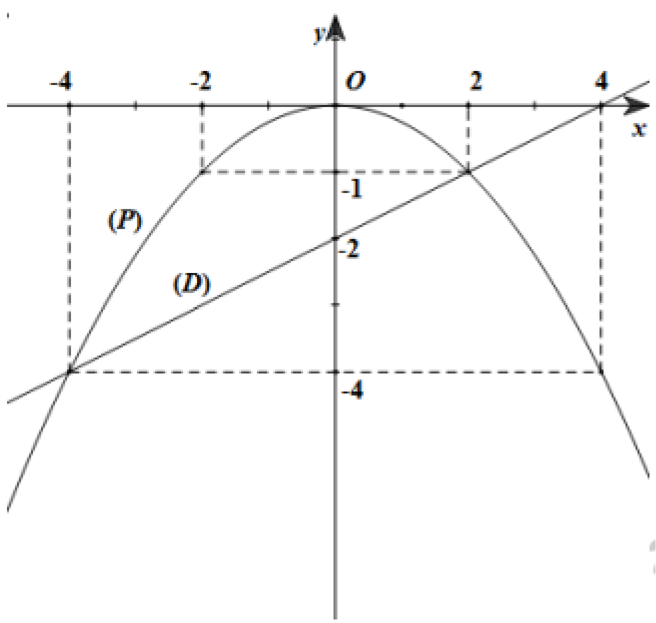
Câu 2.(1,5 điểm).

a)Vẽ đồ thị hai hàm số.

Bảng giá trị

x	-2	-1	0	1	2
$y=\frac{-x^2}{4}$	-4	-1	0	-1	-4
$y=\frac{x}{2}-2$			-2		0

Đồ thị



b)Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P) bằng phép tính

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P)

$$\frac{-x^2}{4}=\frac{x}{2}-2 <=> x^2+2x-8=0$$

$$\Delta'=9$$

Phương trình trên có hai nghiệm phân biệt: $x_1=2$; $x_2=-4$

Với $x_1=2$ ta có $y_1=-1$, A(2;-1)

Với $x_1=2$ ta có $y_1=-1$, A(2;-1)

Vậy (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A(2 ;-1) ; B(-4 ;-4)

Câu 3 (1,5 điểm)

$$a) A=\frac{2-\sqrt{3}}{1+\sqrt{4+2\sqrt{3}}}+\frac{2+\sqrt{3}}{1-\sqrt{4-2\sqrt{3}}}$$

$$=\frac{2-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3+2.1.\sqrt{3}+1}}+\frac{2+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3-2.1.\sqrt{3}+1}}$$

$$=\frac{2-\sqrt{3}}{1+\sqrt{(\sqrt{3}+1)^2}}+\frac{2+\sqrt{3}}{1-\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}}$$

$$=\frac{2-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}+1}+\frac{2+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}+1}$$

$$=\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}+\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$$

$$=\frac{(4-4\sqrt{3}+3)+(3+4\sqrt{3}+3)}{4-1}$$

$$=\frac{14}{1}$$

$$=14$$

b)Gọi số tiền ông Sáu gửi ban đầu là x(đồng, x > 0).

Theo đề bài ta có:

Số tiền lãi sau 1 năm ông Sáu nhận được là: 0,06x(đồng).

Số tiền có được sau 1 năm của ông Sáu là: x + 0,06x = 1,06x(đồng).

Số tiền lãi năm thứ 2 ông Sáu nhận được là: 1,06x. 0,06 = 0,0636x(đồng).

Do vậy số tiền tổng cộng sau 2 năm ông Sáu nhận được là: 1,06x + 0,0636x = 1,1236x(đồng).

Mặt khác: 1,1236x = 112360000 nên x = 100000000(đồng) hay 100 triệu đồng.

Vậy ban đầu ông Sáu đã gửi 100 triệu đồng.

Câu 4 (1,5 điểm)

a) Ta có:

$$\Delta=(-2m)^2-4.1.(m-2)$$

$$=4m^2-4m+8$$

$$=(2m-1)^2+7\geq 7>0 \forall m$$

⇨ (1) luôn có 2 nghiệm với mọi m.

b)Theo định lý Viet ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1x_2 = m-2 \end{cases}$

Ta có:

$$(1+x_1)(2-x_2)+(1-x_2)(2-x_1) = 2+2x_1-x_2-x_1x_2+2+2x_2-x_1-x_1x_2$$

$$= 4+x_1+x_2-2x_1x_2$$

$$= 4+2m-2(m-2) = 8$$

Và

$$x_1^{\ 2}+x_2^{\ 2}+2 = (x_1+x_2)^2-2x_1x_2+2 = (2m)^2-2(m-2)+2$$

$$= 4m^2-2m+6$$

Do vậy:

$$4m^2-2m+6 = 8$$

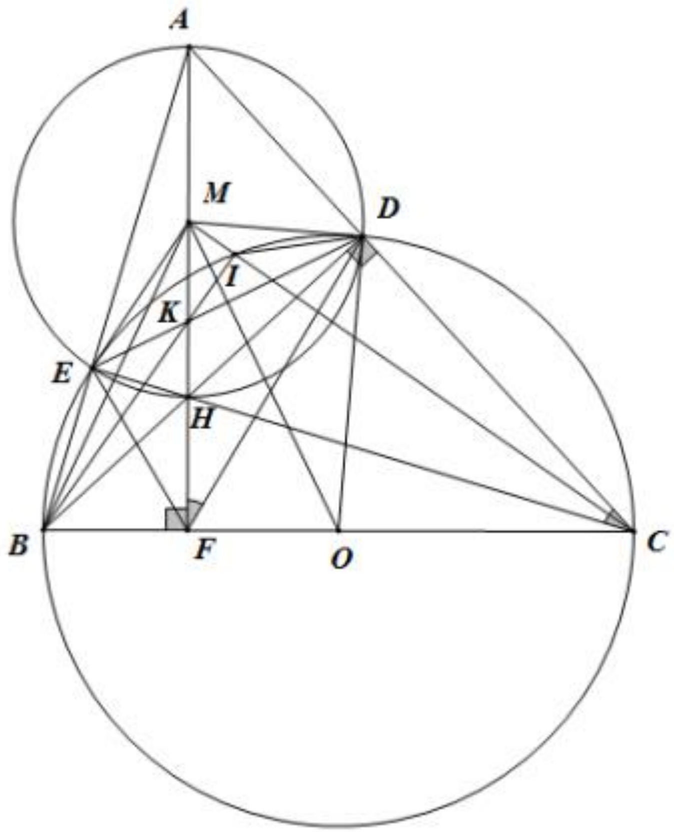
$$<=> 2m^2-m-1 = 0$$

$$<=> (m-1)(2m+1) = 0$$

$$<=> \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = \dfrac{-1}{2} \end{array}\right.$$

Vậy giá trị của m thỏa mãn là: m = 1; m = $\dfrac{-1}{2}$

Câu 5 (3,5 điểm)



a) Ta có góc BEC = góc BDC = 90^o (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Suy ra BD ⊥ AC và CE ⊥ AB . Mà BD cắt CE tại H nên H là trực tâm Δ ABC.

Suy ra AH ⊥ BC

Vì AH ⊥ BC, BD ⊥ AC nên góc HFC = góc HDC = 90^o

Suy ra góc HFC + góc HDC = 180^o

Suy ra HFCD là tứ giác nội tiếp

⇒ góc HFD = góc HCD

b) Vì M là trung điểm cạnh huyền của tam giác vuông ADH nên MD = MA = MH

Tương tự ta có ME = MA = MH

Suy ra MD = ME

Mà OD = OE nên Δ OEM = Δ ODM (c.c.c) ⇒ góc MOE = góc MOD = $\frac{1}{2}$ góc EOD (1)

Theo quan hệ giữa góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung, ta có góc ECD = $\frac{1}{2}$ góc EOD (2)

Theo ý a) ta có góc HFD = góc HCD = góc ECD (3)

Từ (1), (2), (3) ⇒ góc MOD = góc HFD hay góc MOD = góc MFD

Suy ra tứ giác MFOD là tứ giác nội tiếp (4)

⇒ góc MDO = 180^o – góc MFO = 90^o ⇒ MD ⊥ DO

Chứng minh tương tự ta có MEFO là tứ giác nội tiếp (5)

Từ (4) và (5) suy ra 5 điểm M, E, F, O, D cùng thuộc 1 đường tròn.

c) Gọi I là giao điểm thứ hai của MC với đường tròn (O)

Ta có góc MDE = góc DCE (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung, cùng chắn cung DE) hay góc MDK = góc HCD
Mà góc HCD = góc HFD (cmt) ⇒ góc MDK = góc HFD hay góc MDK = góc MFD
=>tam giác MDK đồng dạng với tam giác MFD(g-g)

$$=> \frac{MD}{MF} = \frac{MK}{MD} => MD^2 = MK.MF$$

Ta có góc MDI = góc MCD (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung, cùng chắn cung DI)
=>tam giác MDI đồng dạng với tam giác MCD(g-g)

$$=> \frac{MD}{MC} = \frac{MI}{MD} => MD^2 = MI.MC$$

$$=> MI.MC = MK.MF = MD^2 => \frac{MI}{MF} = \frac{MK}{MC}$$

Xét Δ MKI và Δ MCF có
KMI chung

$$\frac{MI}{MF} = \frac{MK}{MC}$$

=> tam giác MKI đồng dạng với tam giác MCF(c-g-c)
⇒ góc MIK = góc MFC = 90^o ⇒ KI ⊥ MC
Mà góc BIC = 90^o (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) nên BI ⊥ MC
Suy ra B, K, I thẳng hàng ⇒ BK ⊥ MC
Mà MK ⊥ BC nên K là trực tâm Δ MBC.

d) Vì MA = MH nên

$$FA.FH = (FM + MA)(FM - MH) = (FM + MA)(FM - MA) = FM^2 - MA^2$$

Vì MD^2 = MK. MF (cmt) nên $FK.FM = (FM - MK)FM = FM^2 - MK.MF = FM^2 - MD^2$

Mà MD =MA=> FA .FH =FK .FM

$$=> \frac{2}{FK} = \frac{2FM}{FA.FH} = \frac{(FM+MA)(FM-MH)}{FA.FH} = \frac{FA+FH}{FA.FH} = \frac{1}{FA} + \frac{1}{FH}$$ (đpcm)

ĐỀ 755

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẬN HÀ ĐÔNG

ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỌC SINH LỚP 9
Nămhọc: 2017 - 2018
Môn: TOÁN 9
Thờigianlàmbài: 90 phút

Bài I: (2,0điểm)

Cho các biểu thức $P = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}+2}{3-\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}+2}{x-5\sqrt{x}+6}$ và $Q = 1 - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$ với $x \ge 0; x \ne 4; x \ne 9$

a) Tínhgiátrịcủabiểuthức Qkhi $x = 4 + 2\sqrt{3}$

b) Rútgọnbiểuthức $T = P : Q$

c) Tìm x để $\frac{1}{T}$ cógiátrịnguyên

Câu II: (2,0điểm) Giảibàitoánsaubằngcáchlậpphươngtrìnhhoặchệphươngtrình

BạnAn dự định thựchiệncôngviệcquétsơncho $40m^2$ tườngtrongmộtthờigiannhấtđịnh. Tuynhiên, khithựchiệnmỗigiờbạn An quétđượcíthơndựđịnhlà $2m^2$, do đóbạnđãhoànthànhcôngviệcchậmhơn so vớikếhoạchlàmộtgiờ. HỏinếuđúngkếhoạchthìbạnAnhoànthànhcôngviệctrongbaolâu?

Câu III: (2,5điểm)

1) Giảihệphươngtrình $\begin{cases} \dfrac{1}{2x-y}+x+3y=\dfrac{3}{2} \\ \dfrac{4}{2x-y}-5(x+3y)=-3 \end{cases}$

2) Trongmặtphẳngtoạđộ Oxy chođườngthẳng $(d): y=mx-2m+3$ vàparabol $(P): y=x^2$

a) Tìm m để (d) cắt (P) tạihaiđiểmphânbiệtcóhoànhđộ $x_1,\ x_2$ thỏamãn $x_1^2x_2+x_2^2x_1=5$

b) Tìmgiátrịnguyênnhỏnhấtcủa m để (d) và (P) khôngcóđiểmchung.

Câu IV: (3,0điểm) Cho tam giác ABC nộitiếpđườngtròn (O). Cácđườngcao BE và CF cắtnhautại H.

1) Chứng minh tứgiác BFEC làtứgiácnộitiếp

2) Chứng minh $AF.AB=AE.AC$

3) BE và CF lầnlượtcắt (O) tạiđiểmthứhailà M và N. Chứng minh EF // MN

4) Giảsử B và C cốđịnh; Athayđổi. Tìm vị trí củaAsaocho tam giác AEH códiệntíchlớnnhất.

Câu V: (0,5điểm) Vớicácsốdương x, y, z, t thỏamãn $x+y+z+t=4.$ Tìmgiátrịnhỏnhấtcủabiểuthức

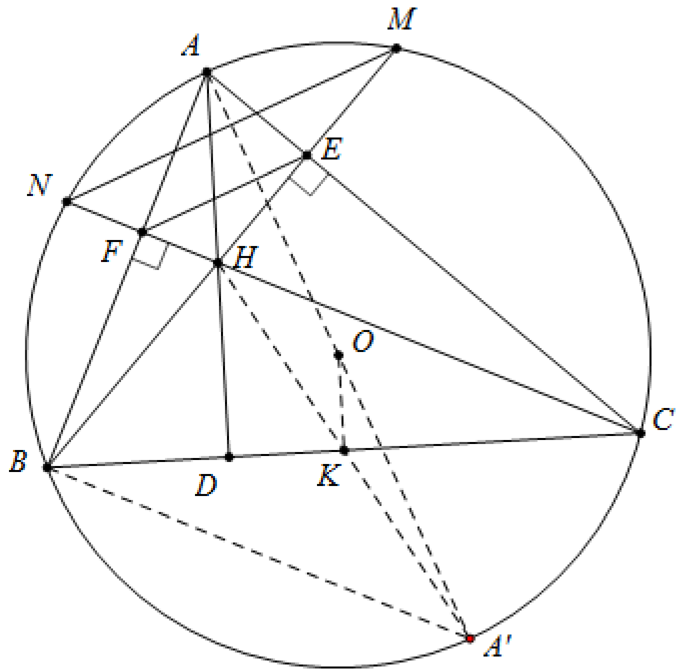
$$A=\frac{1}{x^2+1}+\frac{1}{y^2+1}+\frac{1}{z^2+1}+\frac{1}{t^2+1}.$$

HƯỚNG DẪN CHẤM
ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ II - MÔN TOÁN 9

Bài	Nội dung	Điểm
I 2,0đ	1) (0,5 điểm) Biếnđổiđược $x=4+2\sqrt{3}=\left(1+\sqrt{3}\right)^2$ Thay $x=\left(1+\sqrt{3}\right)^2$ (tmđk) vàobiểuthức Q ta có: $Q=...=2-\sqrt{3}$	0,25 0,25
	2) (1 điểm)	0,25 0,25

	$P=\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}+\frac{\sqrt{x}+2}{3-\sqrt{x}}+\frac{\sqrt{x}+2}{x-5\sqrt{x}+6}=\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}-\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3}+\frac{\sqrt{x}+2}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}$ $P=\frac{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}-\frac{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}+\frac{\sqrt{x}+2}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}$ $P=\frac{x-9-x+4+\sqrt{x}+2}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}=\frac{\sqrt{x}-3}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}=\frac{1}{\sqrt{x}-2}$ $Q=1-\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}=\frac{1}{\sqrt{x}+1}$ $T=P:Q=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2}$	0,25 0,25
	3) (0,5 điểm) $\frac{1}{T}=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}$ Chặnđượcgiátrịcủa $\frac{1}{T}:-2\le\frac{1}{T}<1$ Vì $\frac{1}{T}$ nguyênsuyra $\frac{1}{T}=-2$ hoặc $\frac{1}{T}=-1$ hoặc $\frac{1}{T}=0$ Tìm x được x = 0 (TMĐK); $x=\frac{1}{4}$ (TMĐK); x = 4 (KTMĐK) Kếtluận	0,25 0,25
II **2,0đ**	+ Gọisốmétvuôngtườngbạn An địnhquétsơntrong 1 giờlà x (m^2) $\left(x>2\right)$ Khiđóthờigiandựđịnhhoànthànhcôngviệclà $\frac{40}{x}(h)$ Thựctếmỗigiờquétsơnđược $x-2\left(m^2\right)$ Thờigianthựctếhoànthànhcôngviệclà $\frac{40}{x-2}(h)$ Theo đề bài ta có PT: $\frac{40}{x-2}-\frac{40}{x}=1$ + Giải đúng pt được: $x=-8$ (không thỏa mãn), $x=10$ (thỏa mãn) + Kết luận thời gian dự định hoàn thành công việc là 4 giờ	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,5 0,25
III	1) (0,75đ)	

	ĐKXĐ: $2x \neq y$ Đặt $\frac{1}{2x-y} = a; x+3y = b$ Ta có hệ: $\begin{cases} a+b = \frac{3}{2} \\ 4a-5b = -3 \end{cases}$ Giải hệ tìm được $a = \frac{1}{2}; b = 1$ Giải hệ $\begin{cases} 2x-y = 2 \\ x+3y = 1 \end{cases}$ tìm được $x = 1; y = 0(TM)$	0,25 0,25 0,25
	2) (1,25 điểm) a) (0,75 điểm) + Xétphươngtrìnhhoànhđộgiaođiểmcủa (P) và (d) $x^2 = mx - 2m + 3(1)$ $\Leftrightarrow x^2 - mx + 2m - 3 = 0$ $\Delta = m^2 - 8m + 12 = (m-4)^2 - 4$ (P) cắt (d) tạihaiđiểmphânbiệtkhi (1) cóhainghiệmphânbiệtkhivàchỉkhi $\Delta > 0$ $\Delta > 0 \Leftrightarrow (m-4)^2 > 4$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m-4 > 2 \\ m-4 < -2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m > 6 \\ m < 2 \end{array}\right.$ + Với m > 6 hoặc m < 2, (P) cắt (d) tạihaiđiểmphânbiệt x_1, x_2 lànghiệmcủapt (1) Theo Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1.x_2 = 2m-3 \end{cases}$ $x_1^2x_2 + x_2^2x_1 = 5 \Leftrightarrow x_1x_2(x_1+x_2) = 5 \Leftrightarrow m(2m-3) = 5 \Leftrightarrow 2m^2 - 3m - 5 = 0$ Tìmđược $m = -1(TM)$ và $m = \frac{5}{2}(KTM)$ Vậy	 0,25 0,25 0,25
	b) (0,5 điểm) (P) và (d) khôngcóđiểmchungkhipt (1) vônghiệm $\Delta < 0 \Leftrightarrow (m-4)^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow (m-4)^2 < 4 \Leftrightarrow 2 < m < 6$ Mà m là số nguyên nên $m \in \{3;4;5\}$ Vậy giá trị m nguyên nhỏ nhất để d không cắt (P) là m = 3	 0,25 0,25

		0,25
IV	a) Chứng minh đượctứgiác BFEC nộitiếpđườngtrònđườngkính BC	0,75
	b) Chứng minh được ΔAHF đồngdạngvới ΔABD $\Rightarrow AF.AB = AH.AD$ (1) Chứng minh ΔAEH đồngndạngvới ΔADC Suyra $AE.AC = AH.AD$ (2) (1) và (2) suyra AF.AB = AE.AC (Hoặcchứng minh ΔAEF đồngdạngvới ΔABC)	0,25 0,25 0,25 0,25
	c) + Chứng minh được $MAC = CAD$ hay $MAE = EAH$ suyra AE làtrungtrựccủa HM, suyra E làtrungđiểmcủa HM + Tươngtựchứng minh được F làtrungđiểmcủa HN Suyra FE // MN (đườngtrungbình) (Hoặccóthểchứng minh $FCB = FEB = NMB$)	0,25 0,25 0,25 0,25
	d) $4S_{\Delta AEH} = 2AE.EH \le AE^2 + EH^2 = AH^2$ Chứng minh AH = 2OK, OK khôngđổi. Lậpluận, kếtluậnđược $S_{\Delta AEH}$ lớnnhấtkhi AE = EH hay $HAE = 45^0 \Rightarrow ACB = 45^0$, suyravịtrí A	 0,25 0,25
V	Với các số dương x, y, z, t Biến đổi và áp dụng bất đẳng thức Cô si chứng minh được: $\dfrac{1}{x^2+1} = 1 - \dfrac{x^2}{x^2+1} \ge 1 - \dfrac{x}{2}$; Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = 1$ Chứng minh tương tự:	

	$\frac{1}{y^2+1}=1-\frac{y^2}{y^2+1}\ge 1-\frac{y}{2}$; Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow y=1$ $\frac{1}{z^2+1}=1-\frac{z^2}{z^2+1}\ge 1-\frac{z}{2}$; Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow z=1$ $\frac{1}{t^2+1}=1-\frac{t^2}{t^2+1}\ge 1-\frac{t}{2}$; Dấu "=" xảyra $\Leftrightarrow t=1$ Mà $x+y+z+t=4$ Do đó $A=\frac{1}{x^2+1}+\frac{1}{y^2+1}+\frac{1}{z^2+1}+\frac{1}{t^2+1}\ge 2$ Vậy giá trị nhỏ nhất của A là 2 $\Leftrightarrow x=y=z=t=1$	

ĐỀ 756

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẬN HÀ ĐÔNG

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ KSCL LỚP 9 VÀO LƠP 10 THPT
NĂM HỌC 2017-2018
Môn thi: Toán
Thời gian: 120 phút không kể thời gian giao đề

Bài1: *(2,0 điểm)*Cho biểu thức $A=\frac{2}{\sqrt{x}-1}+\frac{2(\sqrt{x}+1)}{x+\sqrt{x}+1}+\frac{x-10\sqrt{x}+3}{\sqrt{x^3}-1}$

a) Với giá trị nào của x thì biểu thức M có nghĩa.
b) Rút gọn biểu thức M.
c) Tìm x để biểu thức M có giá trị lớn nhất.

Bài 2:*(2,0 điểm)*. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng (d): $y=(k-1)x+4$ (k là tham số) và parabol (P): $y=x^2$.

a)Khi $k=-2$, hãy tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng (d) và Parabol (P)
b)Chứng minh rằng với bất kỳ giá trị nào của k thì đường thẳng (d) luôn cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt.
c) Gọi $y_{;1};y_2$ là tung độ các giao điểm của đường thẳng (d) và Parabol (P) .

Tìm k sao cho $y_1+y_2=y_1.y_2$

Bài 3:*(2,0điểm).Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.*
Một mảnh vườn hình chữ nhật có chu vi là 280m. Người ta làm một lối đi quanh vườn thuộc đất của vườn) rộng 2m, diện tích còn lại để trồng trọt 4256m^2. Tính kích thước của mảnh vườn lúc đầu.

Bài 4:*(3,5 điểm)*
Cho đường tròn (O) đường kính $AB=2R$. Gọi Ax, By là các tia vuông góc với AB (Ax, By

thuộc cùng một nửa mặt phẳng bờ AB). Qua điểm M thuộc đường trong (O) (M khác A và B). Kẻ tiếp tuyến với đường tròn (O) cắt Ax, By lần lượt ở E và F.

a) Chứng minh $EOF = 90^0$

b) Chứng minh: tứ giác AEMO nội tiếp; Hai tam giác MAB và OEF đồng dạng.

c)Goi K là giao điểm của AF $MK \perp AB$

d) Khi $MB = \sqrt{3}MA$ Tính diện tích tam giác KAB theo R

Bài 5:*(0,5 điểm)*

Cho x, y là các số thực dương

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P = \dfrac{2014(x+y)}{\sqrt{x(2x+3y)}+\sqrt{y(2y+3x)}}$

Hết

……………………………………………………………………………………………..

HƯỚNG DẪN GIẢI:

Bài1: *(2,0 điểm)*Cho biểu thức $M = \dfrac{2}{\sqrt{x}-1} + \dfrac{2(\sqrt{x}+1)}{x+\sqrt{x}+1} + \dfrac{x-10\sqrt{x}+3}{\sqrt{x^3}-1}$

a) Với giá trị nào của x thì biểu thức M có nghĩa.

M có nghĩa khi : $\begin{cases} x \geq 0 \\ \sqrt{x}-1 \neq 0 \\ x+\sqrt{x}+1 \neq 0 \\ \sqrt{x^3}-1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$

b) Rút gọn biểu thức M.

$$M = \frac{2}{\sqrt{x}-1} + \frac{2(\sqrt{x}+1)}{x+\sqrt{x}+1} + \frac{x-10\sqrt{x}+3}{\sqrt{x^3}-1}$$

$$= \frac{2(x+\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} + \frac{2(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}{(x+\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} + \frac{x-10\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}$$

$$= \frac{2x+2\sqrt{x}+2+2x-1+x-10\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}$$

$$= \frac{5x-8\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}$$

$$= \frac{(\sqrt{x}-1)(5\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}$$

$$= \frac{5\sqrt{x}-3}{x+\sqrt{x}+1}$$

Vậy $M = \dfrac{5\sqrt{x}-3}{x+\sqrt{x}+1}$ với $\begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$

c) Tìm x để biểu thức M có giá trị lớn nhất.

Ta có : $M = \dfrac{5\sqrt{x}-3}{x+\sqrt{x}+1} \Leftrightarrow Mx + M\sqrt{x} + M = 5\sqrt{x} - 3$

$$\Leftrightarrow Mx + (M-5)\sqrt{x} + M + 3 = 0$$

Đặt $\sqrt{x} = y$ điều kiện $y \geq 0$ ta có pt: $My^2 + (M-5)\text{y} + M + 3 = 0$ (1)

$$\Delta = \left(M-5\right)^2 - 4.M.(M+3)$$

$$= M^2 - 10M + 25 - 4M^2 - 12M$$

$$= -3M^2 - 22M + 25$$

$$= (1-\text{M})(3\text{M}+25)$$

Để pt (1) có nghiệm thì $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow (1-M)(3\text{M}+25) \geq 0 \Leftrightarrow \dfrac{-25}{3} \leq M \leq 1$

M đạt giá trị lớn nhất băng 1 khi $x = 4$

Bài 2:

a)Khi $k = -2$, (d) có dạng $y = -3x + 4$

Khi đó phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) và Parabol (P) là:

$x^2 = -3x + 4 \Leftrightarrow x^2 + 3x - 4 = 0$ ta thấy $a + b + c = 1 + 3 + (-4) = 0$ nên ta có:

$x_1 = 1; x_2 = -4$

Với $x_1 = 1 \Rightarrow y = 1$;

Với $x_2 = -4 \Rightarrow y = 16$;

Vậy với $k = -2$ thì đường thẳng (d) và Parabol (P) tại hai điểm $(1;1);(-4;16)$

b)Ta có phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) và Parabol (P) là:

$x^2 = (k-1)x + 4 \Leftrightarrow x^2 - (k-1)x - 4 = 0$ (1)

ta thấy tích hệ số $a.c = 1.(-4) < 0$ nên phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt với mọi k

Vậy với bất kỳ giá trị nào của k thì đường thẳng (d) luôn cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt.

c) Vì $y_{;1}; y_2$ là tung độ các giao điểm của đường thẳng (d) và Parabol (P) .

nên $y_1 = x_1{}^2; y_2 = x_2{}^2$ (trong đó $x_1; x_2$ là 2 nghiệm của phương trình (1)) thay vào đẳng thức: $y_1 + y_2 = y_1.y_2$ ta được: $x_1{}^2 + x_2{}^2 = x_1{}^2.x_2{}^2 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1.x_2 = (x_1.x_2)^2$ (*)

Theo hệ thức Vi-ét ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = k-1 \\ x_1.x_2 = -4 \end{cases}$ thay vào (*) ta được:

$(k-1)^2 - 2.(-4) = (-4)^2 \Leftrightarrow k^2 - 2k + 1 + 8 = 16 \Leftrightarrow k^2 - 2k - 7 = 0$

Có $\Delta_k' = (-1)^2 - 1.(-7) = 8 > 0$ suy ra $k_1 = 1 + \sqrt{8}; k_2 = 1 - \sqrt{8}$

Vậy với $k_1 = 1 + \sqrt{8}; k_2 = 1 - \sqrt{8}$ thì đường thẳng (d) và Parabol (P) cắt nhau tại hai điểm có: $y_1 + y_2 = y_1.y_2$

Bài 3: *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.*

Gọi chiều rộng của mảnh vườn lúc đầu là x (đk 0 < x <70; đơn vị : m)

Thì chiều dài của mảnh vườn là: $140 - x$

Sau khi làm lối đi thì

Chiều rộng phần đất còn lại là: $x - 4$ (m); c

Chiều dài phần đất còn lại là : $140 - x - 4 = 136 - x$ (m)

Mà diện tích còn lại là 4256 (m2) nên ta có phương trình:

$(x-4)(136-x) = 4256$

$\Leftrightarrow x^2 - 140x + 4800 = 0$

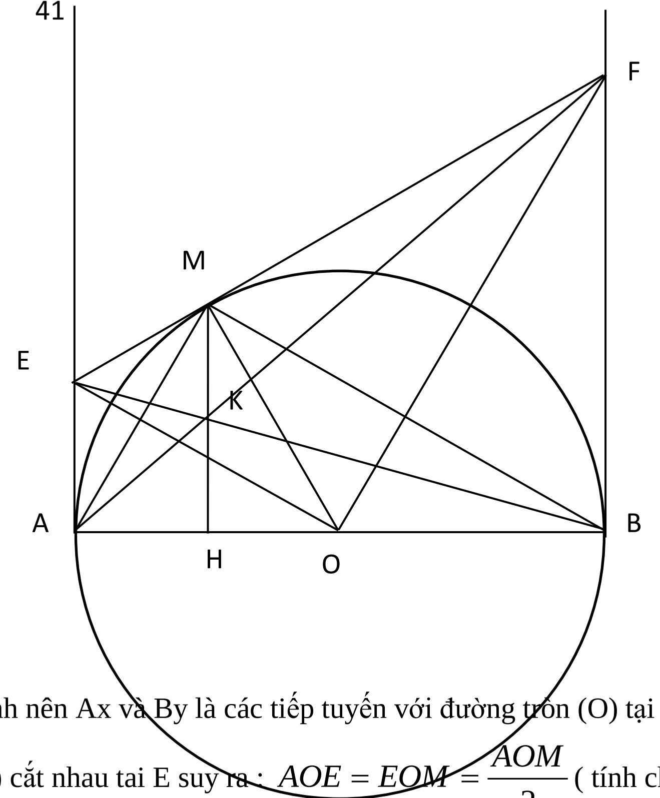
Ta có $\Delta' = (-70)^2 - 1.4800 = 100 > 0$

Nên phương trình 2 nghiệm: $x_1 = 70 + \sqrt{100} = 80$ (không thỏa mãn đk); $x_1 = 70 - \sqrt{100} = 60$ (thỏa mãn đk);

Vậy chiều rộng của mảnh vườn là 60 m suy ra chiều dài của mảnh vườn là $140 - 60 = 80$ m

Bài 4:

a) Chứng minh $EOF = 90^0$



Vì Ax, By cùng vuông góc với AB mà AB là đường kính nên Ax và By là các tiếp tuyến với đường tròn (O) tại A và B

Nên ta có các tiếp tuyến EA và EM của đường tròn (O) cắt nhau tai E suy ra : $AOE = EOM = \dfrac{AOM}{2}$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) (1)

Tương tự ta có các tiếp tuyến FB và FM của đường tròn (O) cắt nhau tai F suy ra : $BOF = FOM = \dfrac{BOM}{2}$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)(2)

Từ (1) và (2) suy ra $EOM + \mathrm{MOF} = \dfrac{AOM + MOB}{2} = \dfrac{180^0}{2} = 90^0$

Vậy $EOF = 90^0$

b)Chứng minh: tứ giác AEMO nội tiếp; Hai tam giác MAB và OEF đồng dạng.

Ta có $OAE = 90^0$ (GT) và $OME = 90^0$ (do EM là tiếp tuyến của (O) tại M)

Suy ra A và M cùng nhìn OE dưới một góc vuông nên tứ giác AEMO nội tiếp đường tròn đường kính EO

Vậy tứ giác AEMO nội tiếp.

Chứng minh tương tự ta chứng minh được tứ giác BFMO nội tiếp đường tròn đường kính FO

Xét ΔMAB và $\Delta \mathrm{OEF}$ có :

$OEF = MAB$ (hai góc nt cùng chắn cung OM của đường tròn đường kính EO)

$OFE = MBA$ (hai góc nt cùng chắn cung OM của đường tròn đường kính FO)

Do đó $\Delta MAB \sim \Delta \mathrm{OEF}(g.g)$

Vậy $\Delta MAB \sim \Delta \mathrm{OEF}$

c) Chứng minh $MK \perp AB$

Vì AE//BF (cùng vuông góc với AB) mà EB cắt AF tại K nên ta có:

$\frac{EK}{KB}=\frac{EA}{FB}$ (hệ quả Ta-Lét)

Mà $EA=EM;FB=FM$ (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau)

Suy ra $\frac{EK}{KB}=\frac{EM}{MF}\Rightarrow KM\,//\,FB$ (định lý Ta – Lét đảo)

Mà $FB\perp AB\Rightarrow MK\perp AB$

Vậy: $MK\perp AB$

d) Khi $MB=\sqrt{3}MA$ Tính diện tích tam giác KAB theo R

Ta có $\tan MAB=\frac{MB}{AM}=\frac{AM\sqrt{3}}{AM}=\sqrt{3}$ suy ra $MAB=60^0$ nên $\Delta AMO;\Delta MFB$ là các tam giác đều

Suy ra $AM=MO=OA=R\quad\Rightarrow FB=MB=R\sqrt{3}$; Khi đó MH vừa là đường cao đồng thời là đường trung tuyến của tam giác MOA nên H là trung điểm AO

Suy ra $AH=\frac{R}{2}$

Lại có $KM\,//\,FB\Rightarrow\frac{KH}{FB}=\frac{AH}{AB}\quad\Rightarrow KH=\frac{AH.FB}{AB}=\frac{\frac{R}{2}.R\sqrt{3}}{2R}=\frac{R\sqrt{3}}{4}$

$S_{AKB}=\frac{1}{2}KH.AB=\frac{1}{2}.\frac{R\sqrt{3}}{4}.2R=\frac{R^2\sqrt{3}}{4}\left(cm^2\right)$

Vậy: $S_{AKB}=\frac{R^2\sqrt{3}}{4}\left(cm^2\right)$

Bài 5:Cho x, y là các số thực dương

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P=\frac{2014(x+y)}{\sqrt{x(2x+3y)}+\sqrt{y(2y+3x)}}$

Giải:

$\sqrt{x(2x+3y)}=\frac{1}{\sqrt{5}}.\sqrt{5x(2x+3y)}$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si ta có:

$\sqrt{5x(2x+3y)}\le\frac{1}{2}(5x+2x+3y)=\frac{1}{2}(7x+3y)$

$\Rightarrow\frac{1}{\sqrt{5}}\sqrt{5x(2x+3y)}\le\frac{1}{2\sqrt{5}}(7x+3y)\Rightarrow\sqrt{x(2x+3y)}\le\frac{1}{2\sqrt{5}}(7x+3y)$

Chứng minh tương tự có: $\sqrt{y(2y+3x)}\le\frac{1}{2\sqrt{5}}(7y+3x)$

$\Rightarrow\sqrt{x(2x+3y)}+\sqrt{y(2y+3x)}\le\frac{1}{2\sqrt{5}}(7y+3x)+\frac{1}{2\sqrt{5}}(7x+3y)=\frac{1}{2\sqrt{5}}(10y+10x)=\sqrt{5}(x+y)$

$$\Rightarrow \frac{2014(x+y)}{\sqrt{x(2x+3y)}+\sqrt{y(2y+3x)}} \geq \frac{2014(x+y)}{\sqrt{5}(x+y)} = \frac{2014}{\sqrt{5}}$$

$$\Rightarrow P \geq \frac{2014}{\sqrt{5}}$$

Dấu "=" xảy ra khi x = y.

Vậy $MinP = \frac{2014}{\sqrt{5}}$ khi x = y

ĐỀ 757

UBND QUẬN ĐỐNG ĐA
TRƯỜNG THCS BẾ VĂN ĐÀN

ĐỀ THI KHẢO SAT LỚP 9 (VÒNG 2)
NĂM HỌC 2017- 2018
MÔN THI: TOÁN
Ngày thi: 7 tháng 4 năm 2018
(Thời gian làm bài 120 phút)

Bài 1. (2 điểm) Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} - \frac{3\sqrt{x}+1}{x-1}$ với $x \geq 0;\ x \neq 1$

1. Rút gọn biểu thức A.
2. Tìm giá trị nguyên của x để $A < 1$.
3. Tìm m để phương trình $mA = \sqrt{x} - 2$ có hai nghiệm phân biệt

Bài 2: (2,0 điểm) *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Lớp 9A và lớp 9B cùng lao động tổng vệ sinh sân trường thì sau 6 giờ sẽ hoàn thành xong công việc. Nếu làm riêng thì lớp 9A mất nhiều thời gian hơn lớp 9B là 5 giờ mới hoàn thành xong công việc. Hỏi nếu làm riêng, mỗi lớp cần bao nhiêu thời gian để hoàn thành xong công việc ?

Bài 3: (2 điểm)

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 3\sqrt{x+1} - 2\sqrt{y-2} = 4 \\ 2\sqrt{x+1} + \sqrt{y-2} = 5 \end{cases}$

2) Cho phương trình (x ẩn số): $x^2 - 2mx + m^2 - m - 6 = 0$

a. Tìm giá trị của m để phương trình có hai nghiệm

b. Với giá trị nào của m thì phương trình có 2 nghiệm $x_1; x_2$ thỏa mãn điều kiện $|x_1| + |x_2| = 8$

Bài 4: (3,5 điểm). Cho nửa đường tròn (O) đường kính $AB = 2R$. Gọi d và d' là các tiếp tuyến tại A và B của nửa đường tròn (O). Qua điểm D thuộc nửa đường tròn (O) (D khác A và B) kẻ tiếp tuyến với đường tròn (O) cắt D và d' lần lượt tại M và N. Gọi giao điểm của MO với AD là P và giao điểm của NO với BD là Q.

1. Chứng minh: Tứ giác $AMDO$ là tứ giác nội tiếp và so sánh MO và AD.
2. Chứng minh: $\Delta ABD \backsim \Delta MNO$ và $OQ.QN < R^2$.
3. Gọi H là giao điểm của AN và BM. Chứng minh $DH \perp AB$.

4. Tính diện tích tam giác HAB theo R biết $\dfrac{DA}{DB} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 5. (0,5 điểm) Với x > 0, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$M = 4x^2 - 3x + \frac{1}{4x} + 2011$$

Hướng dẫn giải

Bài 1. (2 điểm) Cho biểu thức $A = \dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} + \dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} - \dfrac{3\sqrt{x}+1}{x-1}$ với $x \ge 0;\ x \ne 1$

1. Rút gọn biểu thức A.
2. Tìm giá trị nguyên của x để $A < 1$.
3. Tìm m để phương trình $mA = \sqrt{x} - 2$ có hai nghiệm phân biệt

Hướng dẫn giải:

1. Ta có: $A = \dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} + \dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} - \dfrac{3\sqrt{x}+1}{x-1}$ $(x \ge 0;\ x \ne 1)$

$$= \frac{\left(\sqrt{x}+1\right)^2 + \left(\sqrt{x}-1\right)^2 - \left(3\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}\ (x \ge 0;\ x \ne 1)$$

$$= \frac{2x+2-3\sqrt{x}-1}{x-1}(x \ge 0;\ x \ne 1)$$

$$= \frac{2x-3\sqrt{x}+1}{x-1}(x \ge 0;\ x \ne 1)$$

$$= \frac{\left(\sqrt{x}-1\right).\left(2\sqrt{x}-1\right)}{x-1}(x \ge 0;\ x \ne 1)$$

$$= \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}(x \ge 0;\ x \ne 1).$$

2. Ta có: $A < 1 \Leftrightarrow \dfrac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} < 1 \Leftrightarrow 2\sqrt{x} - 1 < \sqrt{x} + 1 \Leftrightarrow \sqrt{x} < 2$ mà $\sqrt{x} \ge 0$ với mọi x.

Do đó giá trị nguyên của x để $A < 1$ là $x = 0, x = 1$.

3. Ta có phương trình $mA = \sqrt{x} - 2$ (*)

$$\Leftrightarrow m\left(\frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}\right) = \sqrt{x} - 2$$

$$\Leftrightarrow m\left(2\sqrt{x}-1\right) = \left(\sqrt{x}+1\right).\left(\sqrt{x}-2\right)$$

$$\Leftrightarrow 2m\sqrt{x} - m = x - \sqrt{x} - 2$$

$\Leftrightarrow x-(2m+1)\sqrt{x}+m-2=0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t=\sqrt{x}(t\geq 0) \\ t^2-(2m+1)t+m-2=0(1) \end{cases}$$

Phương trình (1) có $\Delta=\left[-(2m+1)\right]^2-4(m-2)=4m^2+9>0$, với mọi m.

Do đó phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi m

Nên phương trình (*) luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi m .

Vậy với mọi m thì phương trình $mA=\sqrt{x}-2$ luôn có 2 nghiệm phân biệt.

Bài 2: (2,0 điểm)*Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Lớp 9A và lớp 9B cùng lao động tổng vệ sinh sân trường thì sau 6 giờ sẽ hoàn thành xong công việc. Nếu làm riêng thì lớp 9A mất nhiều thời gian hơn lớp 9B là 5 giờ mới hoàn thành xong công việc. Hỏi nếu làm riêng, mỗi lớp cần bao nhiêu thời gian để hoàn thành xong công việc ?

Hướng dẫn giải:

+ Gọi thời gian lớp 9A, 9B hoàn thành xong công việc là $x; y(x>5; y>0)$ (giờ)

+ 1 giờ, lớp 9A làm được : $\frac{1}{x}$ (công việc)

+ 1 giờ, lớp 9B làm được : $\frac{1}{y}$ (công việc)

+ 1 giờ, cả 2 lớp làm được : $\frac{1}{6}$ (công việc)

⇨ Ta có phương trình: $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{6}$ (1)

+ Nếu làm riêng thì lớp 9A mất nhiều thời gian hơn lớp 9B là 5 giờ mới hoàn thành xong công việc

⇨ Ta có phương trình: $x-y=5$ (2)

Từ (1), (2) , ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{6} \\ x-y=5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{6} \\ x=y+5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{y+5}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{6} \\ x=y+5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{6y}{6y(y+5)}+\dfrac{6(y+5)}{6y(y+5)}=\dfrac{y(y+5)}{6y(y+5)} \\ x=y+5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6y+6y+30=y^2+5y \\ x=y+5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y^2-7y-30=0 \\ x=y+5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} y=10(tm) \\ y=-3(l) \end{array}\right. \\ x=y+5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=10(tm) \\ x=15(tm) \end{cases}$$

Vậy, thời gian để lớp 9A, 9B hoàn thành 1 mình xong công việc lần lượt là 15 giờ, 10 giờ.

Bài 3: (2 điểm)

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 3\sqrt{x+1}-2\sqrt{y-2}=4 \\ 2\sqrt{x+1}+\sqrt{y-2}=5 \end{cases}$

2) Cho phương trình (x ẩn số): $x^2-2mx+m^2-m-6=0$

a. Tìm giá trị của m để phương trình có hai nghiệm

b. Với giá trị nào của m thì phương trình có 2 nghiệm $x_1;x_2$ thỏa mãn điều kiện $|x_1|+|x_2|=8$

Hướng dẫn giải:

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 3\sqrt{x+1}-2\sqrt{y-2}=4 \\ 2\sqrt{x+1}+\sqrt{y-2}=5 \end{cases}$ Điều kiện: $\begin{array}{l} x\ge -1 \\ y\ge 2 \end{array}$

Đặt $\sqrt{x+1}=a;\sqrt{y-2}=b(a\ge 0;b\ge 0)$, hệ phương trình trở thành

$\begin{cases}3a-2b=4\\2a+b=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3a-2b=4\\4a+2b=10\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}7a=14\\2a+b=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2(tm)\\b=1(tm)\end{cases}$

Khi đó, ta có $\begin{cases}\sqrt{x+1}=2\\\sqrt{y-2}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+1=4\\y-2=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3(tm)\\y=3(tm)\end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất (x; y) = (3; 3)

2) $x^2-2mx+m^2-m-6=0$

a) a = 1 $\neq$ 0

$\Delta=b^2-4ac=(-2\text{m})^2-4(m^2-m-6)=4\text{m}+24$

$\Leftrightarrow\Delta\geq 0$

Phương trình có hai nghiệm $\Leftrightarrow 4m+24\geq 0$

$\Leftrightarrow m\geq -6$

Vậy $m\geq -6$ thì phương trình có hai nghiệm

b) Khi $m\geq -6$, áp dụng định lý Vi-et ta có: $S=x_1+x_2=\frac{-b}{a}=2m$; $P=x_1x_2=\frac{c}{a}=m^2-m-6$

Với
$|x_1|+|x_2|=8$
$\Leftrightarrow(|x_1|+|x_2|)^2=64$
$\Leftrightarrow x_1{}^2+x_1{}^2+2|x_1x_2|=64$
$\Leftrightarrow(x_1+x_2)^2-2x_1x_2+2|x_1x_2|=64$

Thay $x_1+x_2=2m$; $P=x_1.x_2=m^2-m-6$ ta có

$(2m)^2-2(m^2-m-6)+2|m^2-m-6|=64$

$\Leftrightarrow m^2+m-26+|m^2-m-6|=0$

$\Leftrightarrow m^2+m-26+|(m-3)(m+2)|=0(*)$

Khi $-2\leq m\leq 3$ ta có

$(*)\Leftrightarrow m^2+m-26-(m^2-m-6)=0\Leftrightarrow m=10$ (không t/m)

Khi m < -2 hoặc m > 3 ta có

$(*)\Leftrightarrow m^2+m-26+m^2-m-6=0\Leftrightarrow m^2=16\Leftrightarrow m=\pm 4$ (t/m)

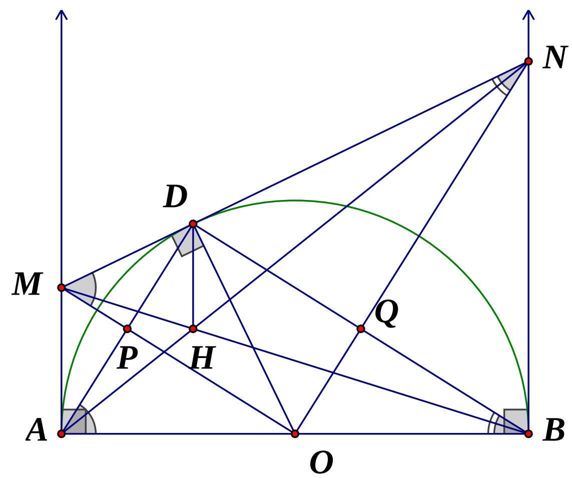
Vậy m = $\pm$ 4 thì phương trình có nghiệm x_1; x_2 thỏa mãn $|x_1|+|x_2|=8$

Bài 4: (3,5 điểm). Cho nửa đường tròn (O) đường kính $AB=2R$. Gọi d và d' là các tiếp tuyến tại A và B của nửa đường tròn (O). Qua điểm D thuộc nửa đường tròn (O) (D khác A và B) kẻ tiếp tuyến với đường tròn (O) cắt D và d' lần lượt tại M và N. Gọi giao điểm của MO với AD là P và giao điểm của NO với BD là Q.

5. Chứng minh: Tứ giác $AMDO$ là tứ giác nội tiếp và so sánh MO và AD.
6. Chứng minh: $\Delta ABD\backsim\Delta MNO$ và $OQ.QN<R^2$.
7. Gọi H là giao điểm của AN và BM. Chứng minh $DH\perp AB$.

8. Tính diện tích tam giác HAB theo R biết $\dfrac{DA}{DB}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải:



a) Ta có MA là tiếp tuyến tại A của $(O)\Rightarrow MAO=90^\circ$

MD là tiếp tuyến tại D của $(O)\Rightarrow MDO=90^\circ$

$\Rightarrow MAO+MDO=180^\circ$

Mà hai góc ở vị trí đối nhau

$\Rightarrow AMDO$ là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính MO.

Do MO là đường kính đường tròn ngoại tiếp tứ giác $AMDO$

AD là một dây cung của đường tròn đó.

Do đó $AD\le MO$.

b) Ta có tứ giác $AMDO$ nội tiếp (cmt)

$\Rightarrow OAD=OMD$ (cùng chắn OD)

Chứng minh tương tự câu a ta có tứ giác $BNDO$ nội tiếp

$\Rightarrow OBD=OND$ (cùng chắn OD)

Xét ΔABD và ΔMNO ta có:

$$\left.\begin{aligned}OAD=OMD\ \text{(cmt)}\\ OBD=OND\ \text{(cmt)}\end{aligned}\right\}\Rightarrow \Delta ABD\backsim\Delta MNO\ \text{(g.g)}$$

Ta có ND và NB là hai tiếp tuyến cắt nhau $\Rightarrow ND=NB\Rightarrow N$ nằm trên đường trung trực của BD.
Lại có $OB=OD=R\Rightarrow O$ nằm trên đường trung trực của BD.
Suy ra ON là trung trực của $BD\Rightarrow ON\perp BD$ tại Q.

ΔNBO vuông tại B có $BQ\perp ON\Rightarrow QO.QN=QB^2$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông)

Mặt khác ta có ΔOBQ vuông tại $Q\Rightarrow BQ<BO=R$

$\Rightarrow QO.QN<R^2\Rightarrow$ đpcm

c) Ta có $\left.\begin{aligned}MA\perp AB\\ MB\perp AB\end{aligned}\right\}\Rightarrow MA//MB$ (từ vuông góc đến song song)

ΔHNB có $AM//BN, A\in HN, M\in HB\Rightarrow \dfrac{HM}{HB}=\dfrac{MA}{NB}$ (định lí Talet)

Mà $MA=MD, NB=ND$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

$$\Rightarrow \frac{HM}{HB} = \frac{DM}{DN} \Rightarrow DH // NB \text{ (Talet đảo)}$$

Mặt khác $NB \perp AB \Rightarrow DH \perp AB$

d)

$$DH \perp AB \Rightarrow DH // BN \Rightarrow \frac{DH}{BN} = \frac{MH}{BM}$$

*Gọi K là giao điểm của DH và AB.

$$HK // BN \Rightarrow \frac{HK}{BN} = \frac{AH}{AN}$$

Mà $MA // BN \Rightarrow \frac{MH}{BM} = \frac{AH}{AN}$

Suy ra $\frac{DH}{BN} = \frac{HK}{BN} => DH = HK$

- Ta có: $\frac{DA}{DB} = \tan ABD = \frac{\sqrt{3}}{3} => ABD = 30^O$

  $\Rightarrow AD = \frac{1}{2}AB = R.$

  Xét $\Delta ADK : K = = 90^o \Rightarrow DK = AD\sin 60^o = \frac{R\sqrt{3}}{2}$

  $=> HK = \frac{DK}{2} = \frac{R\sqrt{3}}{2.2} = \frac{R\sqrt{3}}{4}$

$=> S_{\Delta AHB} = \frac{1}{2}HK.AB = \frac{1}{2}.\frac{R\sqrt{3}}{4}.2R = \frac{R^2\sqrt{3}}{4}$ (đvdt)

Câu 5. (0,5 điểm) Với $x > 0$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$M = 4x^2 - 3x + \frac{1}{4x} + 2011$$

Hướng dẫn giải:

$$M = 4x^2 - 3x + \frac{1}{4x} + 2011 = (2x-1)^2 + \left(x + \frac{1}{4x}\right) + 2010$$

$$(2x-1)^2 \geq 0 \forall x > 0$$

$$x > 0 \Rightarrow x + \frac{1}{4x} \geq 2\sqrt{x.\frac{1}{4x}} = 1$$

$$M \geq 1 + 2010 = 2011.$$

$$M_{\min} = 2011 \quad khi\ x = \frac{1}{2}.$$

ĐỀ 758

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BẮC GIANG
ĐỀ THI CHÍNH THỨC

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2014–2015
MÔN THI: TOÁN
Ngày thi 30 tháng 6 năm 2014
Thời gian:120 phút không kể thời gian giao đề

Câu I. (2 điểm)

1. Tính giá trị biểu thức $A=(2\sqrt{9}+3\sqrt{36}):6-\sqrt{4}$
2. Tìm m để hàm số $y=(1-m)x-2$, (m $\neq$ 1) nghịch biến trên R.

Câu II. (3 điểm)

1. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x+3y=4 \\ 3x-4y=-1 \end{cases}$
2. Rút gọn biểu thức: $B=\dfrac{4}{\sqrt{x}+1}+\dfrac{2}{1-\sqrt{x}}-\dfrac{\sqrt{x}-5}{x-1}$ với x $\geq$ 0, x $\neq$ 1
3. Cho phương trình: $x^2-2(3-m)x-4-m^2=0$ (x là ẩn, m là tham số) (1).

a. Giải phương trình (1) với m = 1.

b. Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $||x_1|-|x_2||=6$.

Câu III. (1,5 điểm)

Hai lớp 9A và 9B có tổng số 82 học sinh. Trong dịp tết trồng cây năm 2014, mỗi học sinh lớp 9A trồng được 3 cây, mỗi học sinh lớp 9B trồng được 4 cây nên cả hai lớp trồng được tổng số 288 cây. Tính số học sinh mỗi lớp.

Câu IV. (3 điểm)

Cho đường tròn (O;R) có đường kính AB cố định. Trên tia đối của tia AB lấy điểm C sao cho AC = R. Qua C kẻ đường thẳng d vuông góc với CA. Lấy điểm M bất kì trên (O) không trùng với A, B. Tia BM cắt đường thẳng d tại P. Tia CM cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là N, tia PA cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là Q.

1. Chứng minh tứ giác ACPM là tứ giác nội tiếp.
2. Tính BM.BP theo R
3. Chứng minh hai đường thẳng PC và NQ song song.
4. Chứng minh trọng tâm G của tam giác CMB luôn nằm trên một đường tròn cố định khi M thay đổi trên (O).

Câu V. (0,5 điểm)

Cho ba số thực dương a, b, c. Chứng minh: $\dfrac{9a}{b+c}+\dfrac{25b}{c+a}+\dfrac{64c}{a+b}>30$

ĐÁP ÁN

Câu I.

1. Ta có:

$$A = (2\sqrt{9} + 3\sqrt{36}) : 6 - \sqrt{4}$$

$$= (2.3 + 3.6) : 6 - 2 = 24 : 6 - 2 = 2$$

Vậ y A = 2.

2. $y = (1-m)x - 2$, (m ≠ 1)

Ta có: Hàm số y nghịch biến trên ℝ

⇔ a = 1 – m < 0

⇔ m > 1.

Vậy hàm số y nghịch biến trên ℝ ⇔ m > 1.

Câu II.

1) $\begin{cases} x + 3y = 4(1) \\ 3x - 4y = -1(2) \end{cases} (I)$

Nhân 2 vế phương trình (1) với 3 ta được 3x + 9y = 12 (3)

Lấy (3) – (2) ta được: 13y = 13 ⇔ y = 1.

Thay y = 1 vào (1) ta được x = 4 – 3y = 4 – 3.1 = 1.

Vậy hệ (I) có một nghiệm (x; y) = (1;1).

2. Với x ≥ 0 và x ≠ 1, ta có:

$$B = \frac{4}{\sqrt{x}+1} + \frac{2}{1-\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}-5}{x-1}$$

$$= \frac{4(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} + \frac{-2(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} - \frac{\sqrt{x}-5}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}$$

$$= \frac{4(\sqrt{x}-1) - 2(\sqrt{x}+1) - (\sqrt{x}-5)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}$$

$$= \frac{\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} = \frac{1}{\sqrt{x}+1}$$

Vậy B = $\frac{1}{\sqrt{x}+1}$

3. $x^2 - 2(3-m)x - 4 - m^2 = 0$ (1)

a. Với m = 1, ta có:

(1) ⇔ $x^2 - 4x - 5 = 0$ (2)

Phương trình (2) là phương trình bậc hai có a – b + c = 1 – (–4) + (–5) = 0 nên (2) có hai nghiệm

$x_1 = -1; x_2 = -\frac{-5}{1} = 5.$

Vậy tập nghiệm của (1) là {–1;5}.

b. * Phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2

$\Leftrightarrow \Delta' = (3 - m)^2 + (4 + m^2) > 0$

$\Leftrightarrow 2m^2 - 6m + 13 > 0$

$\Leftrightarrow 2\left(x^2 - 2.\frac{3}{2}x + \frac{9}{4}\right) + \frac{17}{2} > 0$

$\Leftrightarrow 2\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{17}{2} > 0$ (luôn đúng ∀x)

Do đó (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức Vi–ét $x_1 + x_2 = 2(3 - m)$; $x_1x_2 = -4 - m^2$

*Ta có:

$\|x_1| - |x_2\| = 6 \Leftrightarrow (|x_1| - |x_2|)^2 = 36 \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 - 2|x_1|.|x_2| - 36$

$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 - 2|x_1x_2| = 36$

$\Leftrightarrow [2(3-m)]^2 - 2(-m^2 - 4) - 2|-m^2 - 4| = 36$

$\Leftrightarrow 4(3-m)^2 - 2(-m^2 - 4) - 2(m^2 + 4) = 36$ (do $-m^2 - 4 < 0 \forall m \Rightarrow |-m^2 - 4| = m^2 + 4$)

$\Leftrightarrow (3-m)^2 = 9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3 - m = 3 \\ 3 - m = -3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = 6 \end{array}\right.$.

Vậy m ∈ {0;6} là giá trị cần tìm.

Câu III.

Gọi x, y lần lượt là số học sinh của lớp 9A và lớp 9B (x, y ∈ ℕ, x, y < 82)

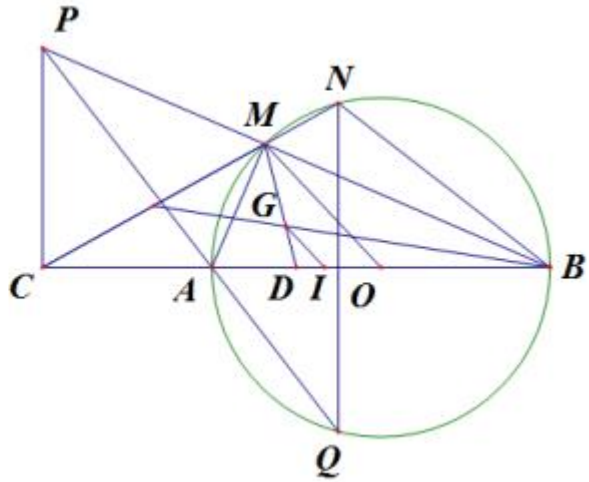
Tổng số học sinh của hai lớp là 82 ⇒ x + y = 82 (1)

Mỗi học sinh lớp 9A và 9B lần lượt trồng được 3 cây và 4 cây nên tổng số cây hai lớp trồng là 3x + 4y (cây). Theo bài ra ta có 3x + 4y = 288 (2)

Giải hệ hai phương trình (1) và (2) ta có $\begin{cases} x = 40 \\ y = 42 \end{cases}$ (thỏa mãn)

Vậy số học sinh lớp 9A và 9B lần lượt là 40 và 42.

Câu IV.



1. Ta có AB là đường kính của (O), M ∈ (O) ⇒ góc AMB là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn

=> AMB = 90^o => AMP = 90^o
Mặt khác ACP = 90^o (gt) => AMP + ACP = 180^o
Suy ra tứ giác ACPM nội tiếp đường tròn.
2. Xét 2 tam giác BAM và BPC ta có:
$\begin{cases} AMB = BCP = 90^o \\ MBA(chung) \end{cases} \Rightarrow \Delta BAM \sim \Delta BPC$ (g.g)
$\Rightarrow \dfrac{BM}{BC} = \dfrac{BA}{BP} \Rightarrow BM.BP = BA.BC = 2R.3R = 6R^2$
3. Ta có:
AMNQ là tứ giác nội tiếp ⇒ MNQ = PAM (góc trong tại một đỉnh và góc ngoài tại đỉnh đối diện) (1)
AMPC là tứ giác nội tiếp ⇒ PCM = PAM (hai góc nội tiếp cùng chắn cung PM) (2)
Từ (1) và (2) ⇒ MNQ = PCM
Hai góc ở vị trí so le trong bằng nhau ⇒ PC // NQ.
4. Gọi D là trung điểm BC, là điểm cố định. Qua G kẻ đường thẳng song song MO cắt AB tại I.
*G là trọng tâm tam giác BCM nên G ∈ đoạn MD và MG = $\dfrac{2}{3}MD$ (tính chất trọng tâm)
Do GI // MO nên theo định lí Ta–lét cho tam giác DMO ta có I ∈ đoạn DO và
$\dfrac{OI}{OD} = \dfrac{MG}{MD} = \dfrac{2}{3} \Rightarrow OI = \dfrac{2}{3}OD$. Mà O, D là hai điểm cố định nên I cố định.
*Do GI // MO nên theo định lí Ta–lét ta có $\dfrac{GI}{MO} = \dfrac{DG}{DM} = \dfrac{1}{3} \Rightarrow IG = \dfrac{1}{3}MO = \dfrac{R}{3}$.
⇒ G luôn cách điểm I cố định một khoảng $\dfrac{R}{3}$ không đổi.

$\Rightarrow$ Khi M di động, điểm G luôn nằm trên đường tròn tâm I, bán kính $\frac{R}{3}$

Câu V: BĐT cần chứng minh tương đương với

$$\left(\frac{9a}{b+c}+9\right)+\left(\frac{25b}{c+a}+25\right)+\left(\frac{64c}{a+b}+64\right)>128$$

$$\Leftrightarrow \frac{9(a+b+c)}{b+c}+\frac{25(a+b+c)}{c+a}+\frac{64(a+b+c)}{a+b}>128$$

$$\Leftrightarrow (a+b+c)\left(\frac{9}{b+c}+\frac{25}{c+a}+\frac{64}{a+b}\right)>128(*)$$

Áp dụng BĐT Bunhiacốpxki cho 2 bộ số $\left(\sqrt{b+c};\sqrt{c+a};\sqrt{a+b}\right)$ và $\left(\frac{3}{\sqrt{b+c}};\frac{5}{\sqrt{c+a}};\frac{6}{\sqrt{a+b}}\right)$,

ta có:

$$\left[\left(\sqrt{b+c}\right)^2+\left(\sqrt{c+a}\right)^2+\left(\sqrt{a+b}\right)^2\right].\left[\left(\frac{3}{\sqrt{b+c}}\right)^2+\left(\frac{5}{\sqrt{c+a}}\right)^2+\left(\frac{8}{\sqrt{a+b}}\right)^2\right]$$

$$\geq\left(\sqrt{b+c}.\frac{3}{\sqrt{b+c}}+\sqrt{c+a}.\frac{5}{\sqrt{c+a}}+\sqrt{a+b}.\frac{8}{\sqrt{a+b}}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow (b+c+c+a+a+b)\left(\frac{9}{b+c}+\frac{25}{c+a}+\frac{64}{a+b}\right)\geq(3+5+8)^2$$

$$\Leftrightarrow 2(a+b+c)\left(\frac{9}{b+c}+\frac{25}{c+a}+\frac{64}{a+b}\right)\geq 256$$

$$\Leftrightarrow (a+b+c)\left(\frac{9}{b+c}+\frac{25}{c+a}+\frac{64}{a+b}\right)\geq 128$$

Dấu bằng xảy ra

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{b+c}}{\frac{3}{\sqrt{b+c}}}=\frac{\sqrt{c+a}}{\frac{5}{\sqrt{c+a}}}=\frac{\sqrt{a+b}}{\frac{8}{\sqrt{a+b}}}\Leftrightarrow\frac{b+c}{3}=\frac{c+a}{5}=\frac{a+b}{8}$$

$$\Rightarrow \frac{a+b}{8}=\frac{(b+c)+(c+a)}{3+5}\Rightarrow\frac{a+b}{8}=\frac{a+b+2c}{8}$$

$$\Rightarrow c=0$$

(vô lí). Do đó dấu bằng không xảy ra

$\Rightarrow$ BĐT (*) đúng

$$\Rightarrow \frac{9a}{b+c}+\frac{25b}{c+a}+\frac{64c}{a+b}>30.$$

ĐỀ 759

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH BÌNH ĐỊNH
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2014-2015
NĂM HỌC 2014-2015
Ngày thi: 28/6/2014
Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Bài 1: (2,5 điểm) Giải phương trình sau:
a. 3x – 5 = x + 1
b. $x^2 + x - 6 = 0$
c. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x-2y=8 \\ x+y=-1 \end{cases}$
d. Rút gọn biểu thức: $P=\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-2}-2\sqrt{5}$
Bài 2: (1,5 điểm) Cho phương trình: $x^2 - 2(m-1) + m - 3 = 0$ (1)
a)Chứng minh phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m.
b)Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm đối nhau.
Bài 3: (2,0 điểm) Hai đội công nhân cùng làm chung một công việc thì hoàn thành sau 12 giờ, nếu làm
riêng thì thời gian hoàn thành công việc của đội thứ hai ít hơn đội thứ nhất là 7 giờ. Hỏi nếu làm riêng
thì thời gian để mỗi đội hoàn thành công việc là bao nhiêu?
Bài 4: (3 điểm) Cho đường tròn tâm O đường kính AB, trên cùng một nửa đường tròn (O) lấy hai điểm
G và E (theo thứ tự A, G, E, B) sao cho tia EG cắt tia BA tại D. Đường thẳng vuông góc với BD tại D
cắt BE tại C, đường thẳng CA cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là F.
a. Chứng minh tứ giác DFBC nội tiếp.
b. Chứng minh BF = BG
c. Chứng minh: $\dfrac{DA}{BA}=\dfrac{DG.DE}{BE.BC}$
Bài 5: (1 điểm)
Cho

$$A=\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+...\frac{1}{\sqrt{120}+\sqrt{121}}$$

$$B=1+\frac{1}{\sqrt{2}}+....+\frac{1}{\sqrt{35}}$$

Chứng minh B > A.

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

Bài 1.

a)3x – 5 = x +1 ⇔3x-x=5+1⇔2x=6⇔x=3

b)x^2 +x – 6= 0

$\Delta=1^2-4.1.(-6)=25>0;\sqrt{\Delta}=25$

$$<=>\begin{cases}x_1=\frac{-1+5}{2}=2\\ x_2=\frac{-1-5}{2}=-3\end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt: x = 2; x = -3

c) $\begin{cases}x-2y=8\\ x+y=-1\end{cases}<=>\begin{cases}-3y=9\\ x+y=-1\end{cases}<=>\begin{cases}y=-3\\ x+(-3)=-1\end{cases}<=>\begin{cases}y=-3\\ x=2\end{cases}$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất là (2;-3)

d) $P=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-2}-2\sqrt{5}$

$$=\frac{\sqrt{5}-2\sqrt{5}(\sqrt{5}-2)}{\sqrt{5}-2}=\frac{\sqrt{5}-10+4\sqrt{5}}{\sqrt{5}-2}$$

$$=\frac{5\sqrt{5}-10}{\sqrt{5}-2}=\frac{5(\sqrt{5}-2)}{\sqrt{5}-2}=5$$

Bài 2:

a)x^2 – 2(m – 1) + m – 3 = 0 (1)

$\Delta'=[-(m-1)]^2-(m-3)=m^2-2m+1-m+3=m^2-3m+4$

$=m^2-2m.\frac{3}{2}+(\frac{3}{2})^2+\frac{7}{4}=(m-\frac{3}{2})^2+\frac{7}{4}>0\forall m$

Vậy phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m.

b)Theo chứng minh câu a thì ta có phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m.

Theo định lý Viet ta có: $x_1+x_2=2(m-1)$

Mà $x_1;x_2$ là 2 nghiệm đối nhau nên: $x_1+x_2=2(m-1)=0$⇔m=1

Vậy m =1 thì phương trình (1) có 2 nghiệm đối nhau.

Bài 3:

Gọi x(giờ) là thời gian đội I làm xong công việc (x >12)

Thời gian đội thứ II làm xong công việc là: x – 7 (giờ)

Trong một giờ:

+) Đội I làm được $\frac{1}{x}$ (công việc)

+) Đội II làm được $\frac{1}{x-7}$(công việc)

+) Cả hai đội làm được $\frac{1}{12}$(công việc)

Theo bài ra ta có phương trình:

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{x-7}=\frac{1}{12}$$

⇔12(x-7)+12x=x(x-7)

⇔ 12x-84+12x=x^2-7x

⇔x^2-31x+84=0

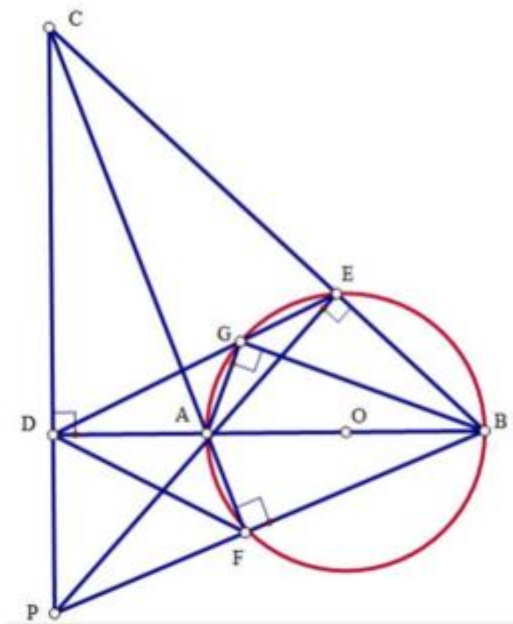
$$\Delta=(-31)^2-4.84=625>0;\sqrt{\Delta}=25$$

$$x_1=\frac{31+25}{2}=28(TM)$$

$$x_2=\frac{31-25}{2}=3(L)$$

Vậy thời gian đội I làm xong công việc là 28 giờ, thời gian đội II làm xong công việc là: 28 – 7 = 21(giờ).

Bài 4:



a)Chứng minh tứ giác DFBC nội tiếp
Ta có:CDB=90^O (giả thiết)
CFB=90^O(góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)
=>D và F cùng nhìn đoạn BC cố định dưới 1 góc 90^0, nên tứ giác DFBC nội tiếp.
b) Chứng minh BF = BG
Gọi P là giao điểm của CD và BF
Ta có: A là trực tâm của tam giác CPB
=> $PA \perp CB$
Mà $AE \perp CB$ (vì góc AEB là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)
=>P, A, E thẳng hang
D và E cùng nhìn đoạn PB cố định dưới 1 góc 90^0
=>Tứ giác PDEB nội tiếp.
=>DEP=DBP=$\frac{1}{2}$ sđ PD(vì EDPB nội tiếp chứng minh trên)
Mà DEP=GBA=$\frac{1}{2}$ sđ GA
=>DBP = GBA
Ta lại có: AGB = AFB = 90^0 (vì góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)
AB là cạnh chung
=>Δ AGB=Δ AFB (cạnh huyền – góc nhọn)
=>BG=BF
c) Chứng minh: $\frac{DA}{BA}=\frac{DG.DE}{BE.BC}$

Ta có ADC=90^0(GT)

CEA=90^o(C/M trên)

=>ADC+CEA=180^O

=>DAEC nội tiếp

=>BE.BC=BA.BD(vì ΔBED đồng dạng ΔBAC)

=>DA.BE.BC=DA.BA.BD

=> $\frac{DA}{DB}=\frac{DA.DB}{BE.BC}$

Mà DA.DB=DG.DE(Vì ΔDGB đồng dạng ΔDAE)

Nên $\frac{DA}{BA}=\frac{DG.DE}{BE.BC}$

Bài 5:

Ta có:

$$A=\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+...+\frac{1}{\sqrt{120}+\sqrt{121}}$$

$$=\frac{1-\sqrt{2}}{-1}+\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{-1}+\frac{\sqrt{3}-\sqrt{4}}{-1}+....+\frac{\sqrt{120}-\sqrt{121}}{-1}=10$$

$$B=1+\frac{1}{\sqrt{2}}+....+\frac{1}{\sqrt{35}}$$

$$=\frac{2}{\sqrt{1}+\sqrt{1}}+\frac{2}{\sqrt{2}+\sqrt{2}}+....+\frac{2}{\sqrt{35}+\sqrt{35}}>\frac{2}{\sqrt{1}+\sqrt{2}}+\frac{2}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+....+\frac{2}{\sqrt{35}+\sqrt{36}}$$

$$=2(\frac{1-\sqrt{2}}{-1}+\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{-1}+....+\frac{\sqrt{35}-\sqrt{36}}{-1})=10=A$$

Vậy B>A

ĐỀ 760
3 ĐỀ TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 CHUYÊN MÔN TOÁN: NGHỆ AN, HÀ NAM, THANH HOÁ

Môn thi: Toán

Thời gian: 150 phút, không kể thời gian giao đề

SỞ GIÁO DỤC- ĐÀO TẠO NGHỆ AN

Đề thi chính thức

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10

TRƯỜNG THPT CHUYÊN PHAN BỘI CHÂU

Năm học 2009 - 2010

Bài 1: *(3.5 điểm)*

a) Giải phương trình

$$\sqrt[3]{x+2}+\sqrt[3]{7-x}=3$$

b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 2+3x=\dfrac{8}{y^3} \\ x^3-2=\dfrac{6}{y} \end{cases}$$

Bài 2: *(1.0 điểm)*

Tìm số thực *a* để phương trình sau có nghiệm nguyên

$$x^2-ax+a+2=0\ .$$

Bài 3: *(2.0 điểm)*

Cho tam giác ABC vuông tại A có đường phân giác trong BE (E thuộc AC). Đường tròn đường kính AB cắt BE, BC lần lượt tại M, N (khác B). Đường thẳng AM cắt BC tại K. Chứng minh: AE.AN = AM.AK.

Bài 4: *(1.5 điểm)*

Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn, trung tuyến AO có độ dài bằng độ dài cạnh BC. Đường tròn đường kính BC cắt các cạnh AB, AC thứ tự tại M, N (M khác B, N khác C). Đường tròn ngoại tiếp tam giác AMN và đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC cắt đường thẳng AO lần lượt tại I và K. Chứng minh tứ giác BOIM nội tiếp được một đường tròn và tứ giác BICK là hình bình hành.

Bài 5: *(2.0 điểm)*

a) Bên trong đường tròn tâm O bán kính 1 cho tam giác ABC có diện tích lớn hơn hoặc bằng 1. Chứng minh rằng điểm O nằm trong hoặc nằm trên cạnh của tam giác ABC.

b) Cho a, b, c là các số thực dương thay đổi thỏa mãn: $a+b+c=3$.
Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P=a^2+b^2+c^2+\frac{ab+bc+ca}{a^2b+b^2c+c^2a}$$

--------------------------------------Hết--------------------------------------

Họ và tên thí sinh *…………………………………………….……….* ***SBD****……………..*

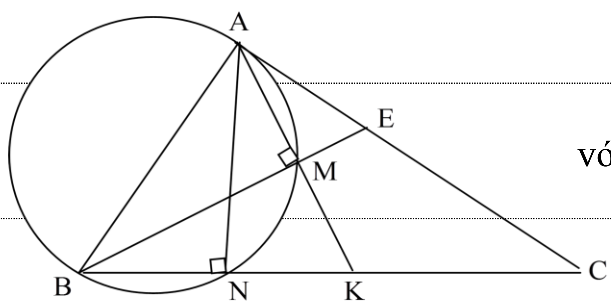
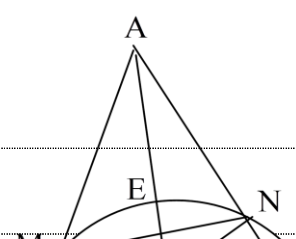
** Thí sinh không được sử dụng tài liệu.*
** Giám thị không giải thích gì thêm.*

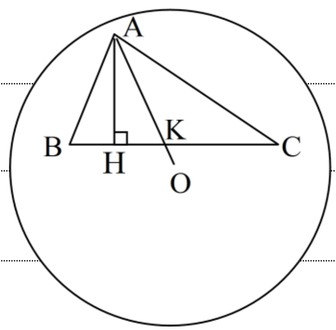
SỞ GIÁO DỤC- ĐÀO TẠO NGHỆ AN

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN PHAN BỘI CHÂU
Năm học 2009 - 2010

Hướng dẫn chấm thi
Bản hướng dẫn chấm gồm 03 trang

	Nội dung đáp án	*Điểm*
Bài 1		**3,5 đ**
a		***2,0đ***
	$\sqrt[3]{x+2}+\sqrt[3]{7-x}=3$	
	$\Leftrightarrow x+2+7-x+3\sqrt[3]{x+2}.\sqrt[3]{7-x}\left(\sqrt[3]{x+2}+\sqrt[3]{7-x}\right)=27$	0.50đ
	$\Rightarrow 9+9.\sqrt[3]{(x+2)(7-x)}=27$	0.25đ
	$\Leftrightarrow \sqrt[3]{(x+2)(7-x)}=2\in$	0.25đ
	$\Leftrightarrow (x+2)(7-x)=8$	0.25đ
	$\Leftrightarrow x^2-5x-6=0$	0.25đ
	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=6 \end{array}\right.$ (thỏa mãn)	0.50đ
b		***1,50đ***
	Đặt $\frac{2}{y}=z$	0.25đ
	Hệ đã cho trở thành $\begin{cases} 2+3x=z^3 \\ 2+3z=x^3 \end{cases}$	0.25đ
	$\Rightarrow 3\left(x-z\right)=z^3-x^3$	0,25đ

	$\Leftrightarrow (x-z)\left(x^2+xz+z^2+3\right)=0$	0,25đ
	$\Leftrightarrow x=z$ (vì $x^2+xz+z^2+3>0, \forall x,z$).	0,25đ
	Từ đó ta có phương trình: $x^3-3x-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=2 \end{array}\right.$ Vậy hệ đã cho có 2 nghiệm: $(x,y)=(-1;-2),(2,1)$	0,25đ
Bài 2:		**1,0 đ**
	Điều kiện để phương trình có nghiệm: $\Delta \ge 0 \Leftrightarrow a^2-4a-8\ge 0$ (*).	0,25đ
	Gọi x_1, x_2 là 2 nghiệm nguyên của phương trình đã cho (giả sử $x_1 \ge x_2$). Theo định lý Viet: $\begin{cases} x_1+x_2=a \\ x_1.x_2=a+2 \end{cases} \Rightarrow x_1.x_2-x_1-x_2=2$	0,25đ
	$\Rightarrow (x_1-1)(x_2-1)=3$ $\Rightarrow \begin{cases} x_1-1=3 \\ x_2-1=1 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x_1-1=-1 \\ x_2-1=-3 \end{cases}$ (do x_1 - 1 $\ge$ x_2 -1) $\Rightarrow \begin{cases} x_1=4 \\ x_2=2 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x_1=0 \\ x_2=-2 \end{cases}$ Suy ra a = 6 hoặc a = -2 (thỏa mãn (*))	0,25đ
	Thử lại ta thấy a = 6, a = -2 thỏa mãn yêu cầu bài toán.	0,25đ
Bài 3:		**2,0 đ**
	Vì BE là phân giác ABC nên $ABM = MBC \Rightarrow AM = MN$	0,25đ
	 $\Rightarrow MAE = MAN$ (1)	0,50đ
	Vì M, N thuộc đường tròn đường kính AB nên $AMB = ANB = 90^0$	0,25đ
	$\Rightarrow$ $ANK = AME = 90^0$, kết hợp với (1) ta có tam giác AME đồng dạng với tam giác ANK	0,50đ
	$\Rightarrow \dfrac{AN}{AM} = \dfrac{AK}{AE}$	0,25đ
	$\Rightarrow$ AN.AE = AM.AK (đpcm)	0,25đ
Bài 4:		**1,5 đ**
	 Vì tứ giác AMIN nội tiếp nên $ANM = AIM$ Vì tứ giác BMNC nội tiếp nên $ANM = ABC$ $\Rightarrow AIM = ABC$.Suy ra tứ giác BOIM nội tiếp	0,25đ
	Từ chứng minh trên suy ra tam giác AMI đồng dạng với tam giác AOB	0,25đ

	$\Rightarrow \dfrac{AM}{AO}=\dfrac{AI}{AB}\Rightarrow AI.AO = AM.AB$ (1)	
	K Gọi E, F là giao điểm của đường thẳng AO với (O) (E nằm giữa A, O). Chứng minh tương tự (1) ta được: AM.AB = AE.AF = (AO - R)(AO + R) (với BC = 2R) = $AO^2 - R^2 = 3R^2$	0,25đ
	$\Rightarrow AI.AO = 3R^2 \Rightarrow AI = \dfrac{3R^2}{AO} = \dfrac{3R^2}{2R} = \dfrac{3R}{2} \Rightarrow OI = \dfrac{R}{2}$ (2)	0,25đ
	Tam giác AOB và tam giác COK đồng dạng nên: $OA.OK = OB.OC = R^2$ $\Rightarrow OK = \dfrac{R^2}{OA} = \dfrac{R^2}{2R} = \dfrac{R}{2}$ (3)	0,25đ
	Từ (2), (3) suy ra OI = OK Suy ra O là trung điểm IK, mà O là trung điểm của BC Vì vậy BICK là hình bình hành	0,25đ
Bài 5:		**2,0 đ**
a,		***1,0 đ***
	 Giả sử O nằm ngoài miền tam giác ABC. Không mất tính tổng quát, giả sử A và O nằm về 2 phía của đường thẳng BC	0,25đ
	Suy ra đoạn AO cắt đường thẳng BC tại K. Kẻ AH vuông góc với BC tại H.	0,25đ
	Suy ra $AH \le AK < AO < 1$ suy ra $AH < 1$	0,25đ
	Suy ra $S_{\Delta ABC} = \dfrac{AH.BC}{2} < \dfrac{2.1}{2} = 1$ (mâu thuẫn với giả thiết). Suy ra điều phải chứng minh.	0,25đ
b,		1,0đ
	Ta có: $3(a^2 + b^2 + c^2) = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2)$ $= a^3 + b^3 + c^3 + a^2b + b^2c + c^2a + ab^2 + bc^2 + ca^2$	0,25đ
	mà $a^3 + ab^2 \ge 2a^2b$ (áp dụng BĐT Côsi) $b^3 + bc^2 \ge 2b^2c$	0,25đ

	$c^3 + ca^2 \ge 2c^2a$ Suy ra $3(a^2 + b^2 + c^2) \ge 3(a^2b + b^2c + c^2a) > 0$	
	Suy ra $P = a^2 + b^2 + c^2 + \frac{ab+bc+ca}{a^2+b^2+c^2}$ $\Rightarrow P \ge a^2 + b^2 + c^2 + \frac{9-(a^2+b^2+c^2)}{2(a^2+b^2+c^2)}$	0,25đ
	Đặt $t = a^2 + b^2 + c^2$, ta chứng minh được $t \ge 3$. Suy ra $P \ge t + \frac{9-t}{2t} = \frac{t}{2} + \frac{9}{2t} + \frac{t}{2} - \frac{1}{2} \ge 3 + \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = 4 \Rightarrow P \ge 4$ Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c = 1$ Vậy giá trị nhỏ nhất của P là 4	0,25đ

Nếu thí sinh giải cách khác đúng của mỗi câu thì vẫn cho tối đa điểm của câu đó

ĐỀ 761

SỞ GIÁO DỤC - ĐÀO TẠO HÀ NAM

Đề chính thức

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN
NĂM HỌC 2009 - 2010
MÔN THI : TOÁN (ĐỀ CHUNG)

Thời gian làm bài: 120 phút (Không kể thời gian giao đề)

Bài 1. *(2 điểm)*

Cho biểu thức $P = \frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)}{1-x} + \frac{\left(\sqrt{x}-2\right)^2 + 3\sqrt{x} - x}{1-\sqrt{x}}$

a) Tìm điều kiện xác định của P
b) Rút gọn P
c) Tìm x để P > 0

Bài 2. *(1,5 điểm)*

Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \left(1+\sqrt{2}\right)x + y = \sqrt{2} \\ \left(2+\sqrt{2}\right)x - y = 1 \end{cases}$

Bài 3. *(2 điểm)*

1) Tìm toạ độ giao điểm của đường thẳng $y = x + 6$ và parabol $y = x^2$
2) Tìm m để đồ thị hàm số $y = (m + 1)x + 2m + 3$ cắt trục Ox, trục Oy lần lượt tại các điểm A , B và ΔAOB cân (đơn vị trên hai trục Ox và Oy bằng nhau).

Bài 4. *(3,5 điểm)*

Cho ΔABC vuông đỉnh A, đường cao AH, I là trung điểm của Ah, K là trung điểm của HC. Đường tròn đường kính AH ký hiệu (AH) cắt các cạnh AB, AC lần lượt tại điểm M và N.

a) Chứng minh ΔACB và ΔAMN đồng dạng
b) Chứng minh KN là tiếp tuyến với đường tròn (AH)
c) Tìm trực tâm của ΔABK

Bài 5. *(1 điểm)*

Cho x, y, z là các số thực thoả mãn: x + y + x = 1.

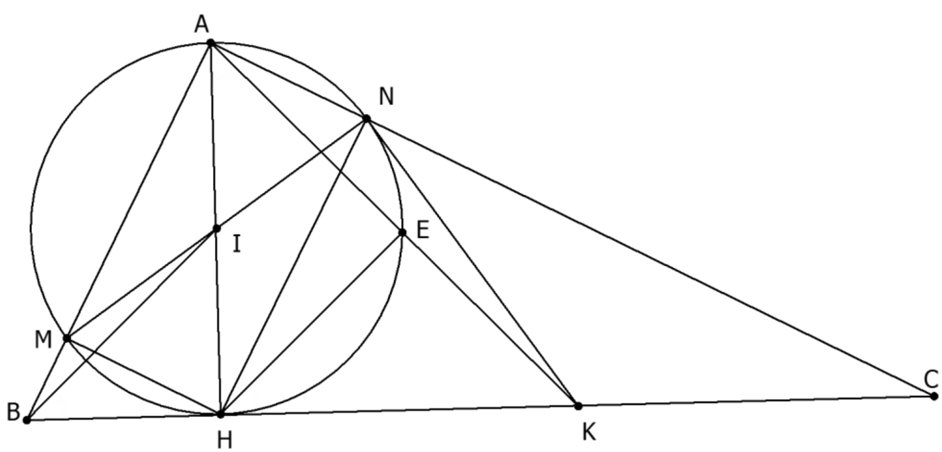
Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức P = $\frac{1}{16x}+\frac{1}{4y}+\frac{1}{z}$

SỞ GIÁO DỤC - ĐÀO TẠO HÀ NAM

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN
NĂM HỌC 2009 - 2010
MÔN THI : TOÁN (ĐỀ CHUNG)

HƯỚNG DẪN CHẤM THI MÔN TOÁN

Bài 1 (2 điểm)	
a) (0,5 điểm) Điều kiện xác định của P là $x\geq 0$ và x ≠ 1	0.5
b) (1 điểm) $\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)}{1-x}=\frac{\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}$	0,25
$\frac{\left(\sqrt{x}-2\right)^2+3\sqrt{x}-x}{1-\sqrt{x}}=\frac{x-4\sqrt{x}+4+3\sqrt{x}-x}{1-\sqrt{x}}$	0,25
$=\frac{4-\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}$	0,25
Vậy P = $\frac{4}{1-\sqrt{x}}$	0,25
c) (0,5 điểm) P>0 $\Leftrightarrow 1-\sqrt{x}>0$	0,25
$\Leftrightarrow \sqrt{x}<1 \Leftrightarrow 0\leq x<1$	0,25
Bài 2 (1,5 điểm)	
Cộng hai phương trình ta có : $\left(3+2\sqrt{2}\right)x=1+\sqrt{2}$	0,5
$\Leftrightarrow x=\frac{1+\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}=\frac{1}{1+\sqrt{2}}=\sqrt{2}-1$	0,5
Với $x=\sqrt{2}-1 \Rightarrow y=\sqrt{2}\left(\sqrt{2}+1\right)\left(\sqrt{2}-1\right)-1=\sqrt{2}-1$	0,25

K/l Vậy hệ có nghiệm: $\begin{cases} x = \sqrt{2} - 1 \\ y = \sqrt{2} - 1 \end{cases}$	0,25
Bài 3 (2 điểm)	
a) (1 điểm) Hoành độ giao điểm là nghiệm của phương trình: $x^2 = x + 6$ $\Leftrightarrow x^2 - x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = -2$ hoặc x = 3	05
Với x = -2 $\Rightarrow y = 4; x = 3 \Rightarrow y = 9$	0,25
Hai điểm cần tìm là (-2;4); (3;9)	0,25
b) (1 điểm) Với y = 0 $\Rightarrow (m+1) + 2m + 3 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{2m+3}{m+1}$ (với m ≠ -1) $\Rightarrow A\left(-\frac{2m+3}{m+1};0\right)$ Với x = 0 $\Rightarrow y = 2m + 3 \Rightarrow B(0;2m+3)$	0,25
ΔOAB vuông nên ΔOAB cân khi A;B ≠ O và OA = OB $\Leftrightarrow \left|-\frac{2m+3}{m+1}\right| = \left|2m+3\right|$	0,25
+ Với $\frac{2m+3}{m+1} = 2m + 3 \Leftrightarrow (2m+3)\left(\frac{1}{m+1} - 1\right) = 0 \Leftrightarrow m = 0$ hoặc m = $-\frac{3}{2}$ (loại)	0,25
+ Với $-\frac{2m+3}{m+1} = 2m + 3 \Leftrightarrow (2m+3)\left(\frac{1}{m+1} + 1\right) = 0 \Leftrightarrow m = -2$ hoặc m = $-\frac{3}{2}$ (loại) K/l: Giá trị cần tìm m = 0; m = -2	0,25
Bài 4(3,5 điểm) **a) (1,5 điểm)** 	0,25
ΔAMN và ΔACB vuông đỉnh A	0,25
Có $AMN = AHN$ (cùng chắn cung AN) $AHN = ACH$ (cùng phụ với HAN) (AH là đường kính) $\Rightarrow AMN = ACH$	0,75
$\Rightarrow \Delta AMN \sim \Delta ACB$	0,25

b) (1 điểm) ΔHNC vuông đỉnh N vì $ANH = 90^0$ có KH = KC $\Rightarrow$NK = HK lại có IH = IN (bán kính đường tròn (AH)) và IK chung nên ΔKNI = ΔKHI (c.c.c) $\Rightarrow KNI = KHI = 90^0 \Rightarrow KNI = 90^0$	0,75
Có KN$\perp$In, IN là bán kính của (AH)$\Rightarrow$ KN là tiếp tuyến với đường tròn (AH)	0,25
c) (1 điểm) + Gọi E là giao điểm của AK với đường tròn (AH), chứng minh góc HAK= góc HBI Ta có AH^2 HB.HC $\Rightarrow$ AH.2IH = HB.2HK $\Rightarrow$ $\dfrac{HA}{HB} = \dfrac{HK}{HI}$ $\Rightarrow$ ΔHAK ~ ΔHBI $\Rightarrow$ $HAK = HBI$	0,5
+ Có $HAK = EHK$ (chắn cung HE) $\Rightarrow HBI = EHK \Rightarrow BI//HE$ Có $AEH = 90^0$ (AH là đường kính) $\Rightarrow BI \perp AK$	0,25
ΔABK có $BI \perp AK$ và $BK \perp AI \Rightarrow$ I là trực tâm ΔABK	0,25
Bài 5 (1 điểm) $P=\dfrac{1}{16x}+\dfrac{1}{4y}+\dfrac{1}{z}=(x+y+z)\left(\dfrac{1}{16x}+\dfrac{1}{4y}+\dfrac{1}{z}\right)=\left(\dfrac{y}{16x}+\dfrac{x}{4y}\right)+\left(\dfrac{z}{16x}+\dfrac{x}{z}\right)+\left(\dfrac{z}{4y}+\dfrac{y}{z}\right)+\dfrac{21}{16}$	0,5
Theo Côsi với các số dương: $\dfrac{y}{16x}+\dfrac{x}{4y}\ge\dfrac{1}{4}$ dấu bằng xảy ra khi y = 2x $\dfrac{z}{16x}+\dfrac{x}{z}\ge\dfrac{1}{2}$ dấu bằng xảy ra khi z = 4x $\dfrac{z}{4y}+\dfrac{y}{z}\ge 1$ dấu bằng xảy ra khi z = 2y Vậy P $\ge$ $\dfrac{49}{16}$	0,25
P = $\dfrac{49}{16}$ với x = $\dfrac{1}{7}$; y = $\dfrac{2}{7}$; z = $\dfrac{3}{7}$ Vậy giá trị bé nhất của P là $\dfrac{49}{16}$	0,25

ĐỀ 762

SỞ GD VÀ ĐT
THANH HOÁ

KỲ THI TUYỂN SINH THPT CHUYÊN LAM SƠN
NĂM HỌC: 2009 - 2010

Đề chính thức

Môn: Toán (Dành cho thí sinh thi vào lớp chuyên Toán)

Thời gian làm bài: 150 phút *(không kể thời gian giao đề)*

Ngày thi: 19 tháng 6 năm 2009

Câu 1: *(2,0 điểm)*

1. Cho số x $(x \in R; x > 0)$ thoả mãn điều kiện: $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$

Tính giá trị các biểu thức: $A = x^3 + \frac{1}{x^3}$ và $B = x^5 + \frac{1}{x^5}$

2. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x}} + \sqrt{2 - \frac{1}{y}} = 2 \\ \frac{1}{\sqrt{y}} + \sqrt{2 - \frac{1}{x}} = 2 \end{cases}$

Câu 2: *(2,0 điểm)* Cho phương trình: $ax^2 + bx + c = 0\,(a \neq 0)$ có hai nghiệm x_1, x_2 thoả mãn điều kiện: $0 \le x_1 \le x_2 \le 2$.Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$Q = \frac{2a^2 - 3ab + b^2}{2a^2 - ab + ac}$$

Câu 3: *(2,0 điểm)*

1. Giải phương trình: $\sqrt{x-2} + \sqrt{y+2009} + \sqrt{z-2010} = \frac{1}{2}(x+y+z)$

2. Tìm tất cả các số nguyên tố p để $4p^2 + 1$ và $6p^2 + 1$ cũng là số nguyên tố.

Câu 4: *(3,0 điểm))*

1. Cho hình vuông ABCD có hai đường chéo cắt nhau tại E. Một đường thẳng quaA, cắt cạnh BC tại M và cắt đường thẳng CD tại N. Gọi K là giao điểm của các đường thẳng EM và BN. Chứng minh rằng: $CK \perp BN$.
2. Cho đường tròn (O) bán kính R=1 và một điểm A sao cho OA=$\sqrt{2}$.Vẽ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (O) (B, C là các tiếp điểm).Một góc xOy có số đo bằng 45^0 có cạnh Ox cắt đoạn thẳng AB tại D và cạnh Oy cắt đoạn

thẳng AC tại E. Chứng minh rằng: $2\sqrt{2}-2 \le DE < 1$.

Câu 5: *(1,0 điểm)* Cho biểu thức $P = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + ac + bd$,trong đó $ad - bc = 1$.

Chứng minh rằng: $P \ge \sqrt{3}$.

Hết

..

SỞ GD VÀ ĐT THANH HOÁ

KỲ THI TUYỂN SINH THPT CHUYÊN LAM SƠN
NĂM HỌC: 2009 - 2010

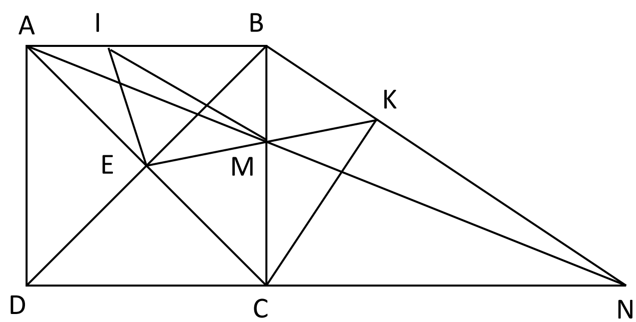
Môn: Toán (Dành cho thí sinh thi vào lớp chuyên Toán)

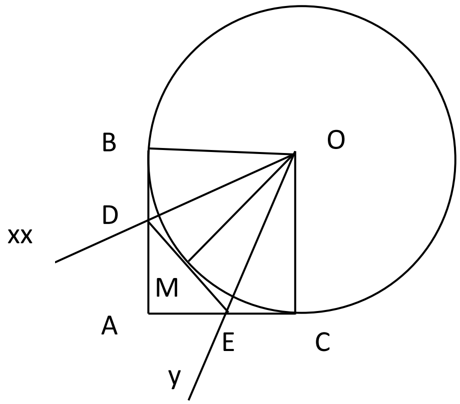
Ngày thi: 19 tháng 6 năm 2009

(Đáp án này gồm 04 trang)

Câu	**ý**	**Nội dung**	**Điểm**
1			
	1	Từ giả thiết suy ra: $(x+\frac{1}{x})^2 = 9 \Rightarrow x + \frac{1}{x} = 3$ (do x > 0) $\Rightarrow$ $21 = (x+\frac{1}{x})(x^2+\frac{1}{x^2}) = (x^3+\frac{1}{x^3}) + (x+\frac{1}{x}) \Rightarrow A = x^3+\frac{1}{x^3}$=18 $\Rightarrow 7.18 = (x^2+\frac{1}{x^2})(x^3+\frac{1}{x^3}) = (x^5+\frac{1}{x^5}) + (x+\frac{1}{x})$ $\Rightarrow B = x^5+\frac{1}{x^5} = 7.18 - 3 = 123$	0.25 0.25 0.25 0.25
	2	Từ hệ suy ra $\frac{1}{\sqrt{x}}+\sqrt{2-\frac{1}{y}} = \frac{1}{\sqrt{y}}+\sqrt{2-\frac{1}{x}}$ (2) Nếu $\frac{1}{\sqrt{x}} > \frac{1}{\sqrt{y}}$ thì $\sqrt{2-\frac{1}{y}} > \sqrt{2-\frac{1}{x}}$ nên (2) xảy ra khi và chỉ khi x=y thế vào hệ ta giải được x=1, y=1	0.5 0.5
2		Theo Viét, ta có: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1.x_2 = \frac{c}{a}$.	0.25

		Khi đó $Q=\dfrac{2a^2-3ab+b^2}{2a^2-ab+ac} = \dfrac{2-3.\frac{b}{a}+\left(\frac{b}{a}\right)^2}{2-\frac{b}{a}+\frac{c}{a}}$ (Vì $a\neq 0$) $=\dfrac{2+3(x_1+x_2)+(x_1+x_2)^2}{2+(x_1+x_2)+x_1x_2}$ Vì $0\le x_1\le x_2\le 2$ nên $x_1^2\le x_1x_2$ và $x_2^2\le 4$ $\Rightarrow x_1^2+x_2^2\le x_1x_2+4 \Rightarrow \left(x_1+x_2\right)^2\le 3x_1x_2+4$ Do đó $Q\le \dfrac{2+3(x_1+x_2)+3x_1x_2+4}{2+(x_1+x_2)+x_1x_2}=3$ Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $x_1=x_2=2$ hoặc $x_1=0,x_2=2$ Tức là $\left[\begin{array}{l}\begin{cases}-\frac{b}{a}=4\\ \frac{c}{a}=4\end{cases}\\ \begin{cases}-\frac{b}{a}=2\\ \frac{c}{a}=0\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}c=-b=4a\\ \begin{cases}b=-2a\\ c=0\end{cases}\end{array}\right.$ Vậy maxQ=3	0.25 0.25 0.25 0.25 0.25 0.25 0.25
3			
	1	ĐK: $x\ge 2$, $y\ge -2009$, $z\ge 2010$ Phương trình đã cho tương đương với: $x + y + z = 2\sqrt{x-2} + 2\sqrt{y+2009} + 2\sqrt{z-2010}$ $\Leftrightarrow (\sqrt{x-2} - 1)^2 + (\sqrt{y+2009} - 1)^2 + (\sqrt{z-2010} - 1)^2 = 0$ $\begin{cases}\sqrt{x-2}-1=0\\ \sqrt{y+2009}-1=0\\ z-2010=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=3\\ y=-2008\\ z=2011\end{cases}$	0.25 0.25 0.25 0.25
	2	<u>***Nhận xét***</u>: p là số nguyên tố $\Rightarrow 4p^2 + 1 > 5$ và $6p^2 + 1 > 5$	

		Đặt $x = 4p^2 + 1 = 5p^2 - (p - 1)(p + 1)$ $y = 6p^2 + 1 \Rightarrow 4y = 25p^2 - (p - 2)(p + 2)$ Khi đó: - Nếu p chia cho 5 dư 4 hoặc dư 1 thì $(p - 1)(p + 1)$ chia hết cho 5 $\Rightarrow$ x chia hết cho 5 mà $x > 5 \Rightarrow$ x không là số nguyên tố - Nếu p chia cho 5 dư 3 hoặc dư 2 thì $(p - 2)(p + 2)$ chia hết cho 5 $\Rightarrow$ 4y chia hết cho 5 mà UCLN(4, 5) = 1 $\Rightarrow$ y chia hết cho 5 mà $y > 5$ $\Rightarrow$ y không là số nguyên tố Vậy p chia hết cho 5, mà p là số nguyên tố $\Rightarrow p = 5$ Thử với p =5 thì x =101, y =151 là các số nguyên tố Vậy: p =5	0.25 0.25 0.25 0.25
4			
1.		 Trên cạnh AB lấy điểm I sao cho IB = CM Ta có Δ IBE = Δ MCE (c.g.c). Suy ra EI = EM , $\angle MEC = \angle BEI \Rightarrow \Delta$ MEI vuông cân tại E Suy ra $\angle EMI = 45^0 = \angle BCE$	 0.25 0.25

	Mặt khác: $\frac{IB}{AB}=\frac{CM}{CB}=\frac{MN}{AN} \Rightarrow$ IM // BN	0.25
	$\angle BCE=\angle EMI=\angle BKE \Rightarrow$ tứ giác BECK nội tiếp	0.25
	$\angle BEC+\angle BKC=180^0$	0.25
	Lại có: $\angle BEC=90^0 \Rightarrow \angle BKC=90^0$. Vậy $CK \perp BN$	
		0.25
2.		
	Vì AO = $\sqrt{2}$, OB=OC=1 và $\angle$ABO=$\angle$ACO=90^0 suy ra OBAC là hình vuông	
	Trên cung nhỏ BC lấy điểm M sao cho $\angle$DOM = $\angle$DOB	0.25
	$\Rightarrow\angle$MOE=$\angle$COE	
	Suy ra Δ MOD=Δ BOD $\Rightarrow \angle$DME=90^0	0.25
	Δ MOE=Δ COE $\Rightarrow\angle$EMO=90^0	
	suy ra D,M,E thẳng hàng, suy ra DE là tiếp tuyến của (O).	0.25
	Vì DE là tiếp tuyến suy ra DM=DB, EM=EC	
	Ta cú DE<AE+AD $\Rightarrow$2DE<AD+AE+BD+CE =2 suy ra DE<1	
	Đặt DM = x, EM = y ta có $AD^2 + AE^2 = DE^2$	0.25
	$\Leftrightarrow (1-x)^2 + (1-y)^2 = (x+y)^2$	
	$\Leftrightarrow$ 1- (x+y) = xy $\le \frac{(x+y)^2}{4}$ suy ra $DE^2 + 4.DE - 4 \ge 0$	0.25
	$\Leftrightarrow DE \ge 2\sqrt{2}-2$	
	Vậy $2\sqrt{2}-2 \le DE<1$	
		0.25
	Ta có:	
	$(ac+bd)^2+(ad-bc)^2=a^2c^2+2abcd+b^2d^2+a^2d^2-2abcd+b^2c^2$	

5.	$=a^2\left(c^2+d^2\right)+b^2\left(d^2+c^2\right)=\left(a^2+b^2\right)\left(c^2+d^2\right)$ Vì $ad-bc=1$ nên $1+(ac+bd)^2=\left(a^2+b^2\right)\left(c^2+d^2\right)$ (1) Áp dụng bất đẳng thức Cosi cho hai số không âm $\left(a^2+b^2\right);\left(c^2+d^2\right)$ có: $P=a^2+b^2+c^2+d^2+ac+bd\ge 2\sqrt{\left(a^2+b^2\right)\left(c^2+d^2\right)}+ac+bd$ $\Rightarrow P\ge 2\sqrt{1+\left(ac+bd\right)^2}+ac+bd$ (theo (1)) Rõ ràng $P>0$ vì: $2\sqrt{1+\left(ac+bd\right)^2}>\left\|ac+bd\right\|^2$ Đặt $x=ac+bd$,ta có: $P\ge 2\sqrt{1+x^2}+x$ $\Leftrightarrow P^2\ge 4\left(1+x^2\right)+4x\sqrt{1+x^2}+x^2=\left(1+x^2\right)+4x\sqrt{1+x^2}+4x^2+3$ $=\left(\sqrt{1+x^2}+2x\right)^2+3\ge 3$ Vậy $P\ge 3$	0.25 0.25 0.25 0.25

ĐỀ 763

Câu1: Cho hàm số y = $mx^2 + 2(m-2)x - 3m + 2$

CMR đồ thị của hàm số luôn đi qua hai điểm cố định với mọi giá trị của m.

Câu2: Giả sử a,b,c,x,y,z là những số khác 0 thỏa mãn: $\frac{a}{x}+\frac{b}{y}+\frac{c}{z}=0$ và $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

Chứng minh rằng: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$

Câu3: Cho x > y và xy = 1. CMR: $\frac{(x^2+y^2)^2}{(x-y)^2}\geq 8$

Câu4: Tìm nghiệm nguyên của hệ bpt: $\begin{cases} x+y\geq 25 \\ y\leq 2x+18 \\ y\geq x^2+4x \end{cases}$

Câu5: Cho đ- ờng tròn (O) và đ- ờng thẳng d cắt đ- ờng tròn (O) tại hai điểm A và B. Từ một điểm M bất kỳ trên d và nằm ở miền ngoài đ- ờng tròn (O) kẻ các đ- ờng tiếp tuyến MP và MN(P và N là các tiếp điểm)

a) CMR: khi M di động trên d thì đ- ờng tròn ngoại tiếp ΔMNP luôn đi qua hai điểm cố định.

b) Tìm tập hợp các tâm đ- ờng tròn ngoại tiếp ΔMNP khi M di động trên d.

c) Xác định vị trí của M để ΔMNP đều.

Bài làm

Câu1:

Giả sử đồ thị của hàm số y = mx^2 +2(m-2)x- 3m + 2 luôn đi qua điểm M(x_0;y_0) với mọi giá trị của m$\Rightarrow$ mx_0^2 + 2(m- 2)x_0 — 3m + 2 = y_0 với mọi giá trị của m

$\Rightarrow$m(x_0^2 + 2x_0- 3) + 2- 4x_0- y_0= 0 với mọi giá trị của m $\Rightarrow \begin{cases} x_0^2+2x_0-3=0 \\ 2-4x_0-y_0=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x_0=1 \\ x_0=-3 \end{array}\right. \\ y_0=2-4x_0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x_0=1 \\ y_0=-2 \end{cases} \\ \begin{cases} x_0=-3 \\ y_0=14 \end{cases} \end{array}\right.$

Vậy đồ thị của hàm số y = mx^2 +2(m- 2)x- 3m + 2 luôn đi qua hai điểm cố định (1;-2) và (-3; 14) với mọi giá trị của m.

Câu2

Ta có: $\frac{a}{x}+\frac{b}{y}+\frac{c}{z}=0 \Rightarrow$ ayz + bxz + cxy = 0

$$\left(\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}\right)^2=\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}+\frac{2xy}{ab}+\frac{2xz}{ac}+\frac{2yz}{bc}=\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}+\frac{2(xyc+xzb+yza)}{abc}$$

$$\Rightarrow 1^2=\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}+0 \Rightarrow \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$$

Câu3: Cho x > y và xy = 1. CMR: $\frac{(x^2+y^2)^2}{(x-y)^2}\ge 8$

Ta có: $\frac{(x^2+y^2)^2}{(x-y)^2}\ge 8 \Leftrightarrow (x^2+y^2)^2\ge 8(x-y)^2 \Leftrightarrow (x^2+y^2)^2-8(x-y)^2\ge 0$

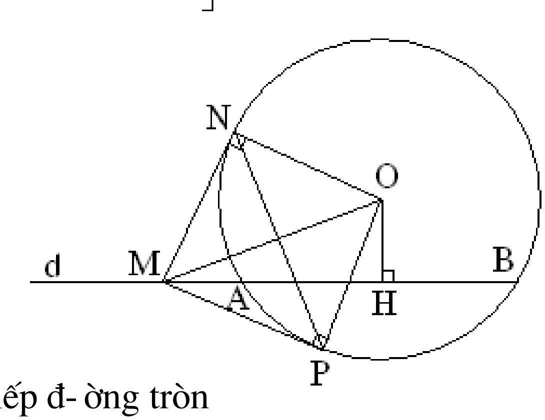
$$\Leftrightarrow\left[x^2+y^2+2\sqrt{2}(x-y)\right]\left[x^2+y^2-2\sqrt{2}(x-y)\right]\ge 0$$

$$\Leftrightarrow\left[x^2-2+y^2+2\sqrt{2}(x-y)+2\right]\left[x^2-2+y^2-2\sqrt{2}(x-y)+2\right]\ge 0$$

$$\Leftrightarrow\left[x^2-2xy+y^2+2\sqrt{2}(x-y)+2\right]\left[x^2-2xy+y^2-2\sqrt{2}(x-y)+2\right]\ge 0$$

$\Leftrightarrow\left(x-y+\sqrt{2}\right)^2\left(x-y-\sqrt{2}\right)^2\ge 0$ Luôn đúng

Câu5



a) Gọi H là hình chiếu của O lên đ- ờng thẳng d.

Vì O và d cố định nên H cố định

Ta có: $\widehat{ONM}=90^0$ (gt)

$\widehat{OPM}=90^0$ (gt)

$\Rightarrow$ ▱ OPMN nội tiếp đ- ờng tròn

Ta lại có: $\widehat{OHM}=\widehat{OPM}=90^0$ $\Rightarrow$ ▱ OHPM nội tiếp đ- ờng tròn

$\Rightarrow$Năm điểm O, H, P, M, N cùng nằm trên một đ- ờng tròn

$\Rightarrow$khi M di động trên d thì đ- ờng tròn ngoại tiếp ΔMNP luôn đi qua hai điểm cố định O và H.

b) Vì đ- ờng tròn ngoại tiếp ΔMNP luôn đi qua hai điểm O và H nên tâm của đ- ờng tròn ngoại tiếp ΔMNP nằm trên đ- ờng trung trực của OH.

Vậy khi M di động trên d thì tâm đ- ờng tròn ngoại tiếp ΔMNP nằm trên đ- ờng trung trực của đoạn thẳng OH.

c) Khi ΔMNP đều $\Rightarrow NMP = 60^0 \Rightarrow OMN = OMP = 30^0$

$\Rightarrow$OP = $\frac{1}{2}$OM$\Rightarrow$OM = 2.OP = 2R.

Vậy khi M cách O một khoảng bằng 2R thì ΔMNP đều

ĐỀ 764

Câu1: 1. Giải pt: $(\sqrt{1+x}-1)(\sqrt{1-x}+1)=2x$

2. Cho pt: x^2- 2mx + 2m — 1 = 0

a) Chứng tỏ rằng pt có nghiệm x_1, x_2 với mọi m.

b) Đặt A = $2(x_1{}^2 + x_2{}^2)$- $5x_1x_2$.

CM: A = $8m^2$- 18m + 9

Câu2: a) Tìm nghiệm nguyên d- ơng của pt: $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=1$

b) Cho ba số d- ơng a,b,c thỏa mãn: $a^2 + b^2 + c^2 = \frac{7}{5}$. CM: $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}-\frac{1}{c}<\frac{1}{a.b.c}$

Câu3: Giải hệ pt: $\begin{cases} x+y+xy=7 \\ xy^2+x^2y=12 \end{cases}$

Câu4: Cho hbh ABCD và I là trung điểm của CD. Đ- ờng thẳng BI cắt tia AD tại E.

a) CMR: ΔBIC = ΔEID.

b) Tia EC cắt AB tại F. CMR: FC//BD.

c) Xác định vị trí của điểm C đối với đoạn thẳng EF.

Câu5: Từ một điểm S ở bên ngoài đ- ờng tròn (O) kẻ hai cát tuyến SAB, SCD đến đ- ờng tròn. CMR: nếu AB = CD thì SA = SC

Bài làm

Câu1: 1. Giải pt: $(\sqrt{1+x}-1)(\sqrt{1-x}+1)=2x$

Điều kiện: $-1 \le x \le 1$

Ta có: $(\sqrt{1+x}-1)(\sqrt{1-x}+1)=2x \Leftrightarrow \left(\sqrt{1+x}+1\right)\left(\sqrt{1+x}-1\right)\left(\sqrt{1-x}+1\right)=2x\left(\sqrt{1+x}+1\right)$

$$\Leftrightarrow x\left(\sqrt{1-x}+1\right)-2x\left(\sqrt{1+x}+1\right)=0 \Leftrightarrow x\left[\left(\sqrt{1-x}+1\right)-2\left(\sqrt{1+x}+1\right)\right]=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ \sqrt{1-x}+1=2\sqrt{1+x}+2(*) \end{array}\right.$$

$(*) \Leftrightarrow \sqrt{1-x} = 2\sqrt{1+x} + 1 \Leftrightarrow$ 1- x = 4 + 4x + 4 $\sqrt{1+x}$ + 1 $\Leftrightarrow$ 4 $\sqrt{1+x}$ = - 4- 5x

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \le \dfrac{-4}{5} \\ 16x + 16 = 25x^2 + 40x + 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \le \dfrac{-4}{5} \\ 25x^2 + 24x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \le \dfrac{-4}{5} \\ \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \dfrac{-24}{25} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x = \dfrac{-24}{25}$$

2. x^2- 2mx + 2m — 1 = 0 (1)

a) Ta có: $\Delta' = (-m)^2 - 1.(2m-1) = m^2 - 2m + 1 = (m-1)^2$

Vì $(m-1)^2 \ge 0$ với mọi m nên pt (1) luôn có nghiệm x_1, x_2 với mọi m.

b) Ta có: $A = 2(x_1^2 + x_2^2) - 5x_1x_2 = 2(x_1 + x_2)^2 - 9x_1x_2$

Theo vi-et ta có: $x_1 + x_2 = 2m$

$x_1.x_2 = 2m - 1$

$\Rightarrow A = 2(2m)^2 - 9(2m-1) = 8m^2 - 18m + 9$ _đpcm.

Câu2: a) Ta có: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1 \Rightarrow$ x,y,z > 1

Giả sử $x \ge y \ge z \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \le \frac{3}{z} \Rightarrow \frac{3}{z} \ge 1 \Rightarrow z \le 3$

Vì z nguyên d- ơng $\Rightarrow$ z = 2;3.

* Nếu z = 2 ta có: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2} \Rightarrow x,y > 2$

Vì $x \ge y \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \le \frac{2}{y} \Rightarrow \frac{1}{2} \le \frac{2}{y} \Rightarrow y \le 4$

Vì y nguyên d- ơng $\Rightarrow$ y = 3;4

\+ Nếu $y = 3 \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 6$

\+ Nếu $y = 4 \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 4$

* Nếu z = 3 ta có: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{3} = 1 \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{3} \Rightarrow x,y > \frac{3}{2}$

Vì $x \ge y \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \le \frac{2}{y} \Rightarrow \frac{2}{3} \le \frac{2}{y} \Rightarrow y \le 3$

Vì y nguyên d- ơng $\Rightarrow$ y = 2;3

\+ Nếu $y = 2 \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{2} = \frac{2}{3} \Rightarrow x = 6$

\+ Nếu $y = 3 \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \Rightarrow x = 3$

Vậy nghiệm nguyên d- ơng của pt là: (3;3;3); (6; 2; 3); (6; 3; 2); (3; 2; 6); (3; 6; 2); (2; 3; 6); (2; 6; 3); (2; 4; 4); (4; 2; 4); (4; 4; 2)

b) Ta có $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}-\frac{1}{c}<\frac{1}{a.b.c} \Leftrightarrow \frac{bc}{abc}+\frac{ac}{abc}-\frac{ab}{abc}-\frac{1}{abc}<0 \Leftrightarrow bc+ac-ab-1<0 \Leftrightarrow 1+ab-ac-bc>0$

$\Leftrightarrow 2+2ab-2ac-2bc>0 \Leftrightarrow \frac{7}{5}+\frac{3}{5}+2ab-2ac-2bc>0 \Leftrightarrow a^2+b^2+c^2+2ab-2ac-2bc+\frac{3}{5}>0$

$\Leftrightarrow (a+b-c)^2+\frac{3}{5}>0$ luôn đúng

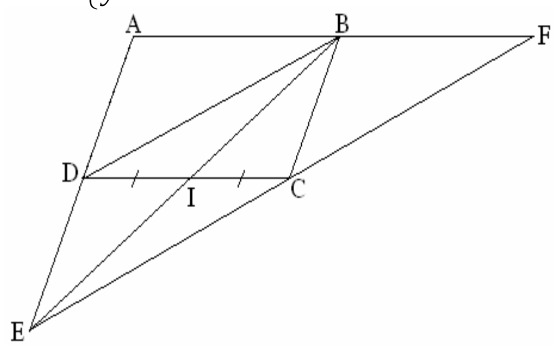
<u>Câu3</u>: Ta có: $\begin{cases} x+y+xy=7 \\ xy^2+x^2y=12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y+xy=7 \\ xy(x+y)=12 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x+y=3 \\ xy=4 \end{cases} (I) \\ \begin{cases} x+y=4 \\ xy=3 \end{cases} (II) \end{array}\right.$

Hệ pt (I) vô nghiệm

Hệ pt(II) có nghiệm $\begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$

Vậy hệ pt đã cho có nghiệm $\begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$

<u>Câu4</u>:



a) Xét ΔBIC và ΔEID có:

$BCI = EDI$ (so le trong)

IC = ID (gt)

$BIC = EID$ (đối đỉnh)

$\Rightarrow \Delta$BIC = ΔEID (g.c.g)

b) Ta có: ΔBIC = ΔEID (câu a)

$\Rightarrow$ BC = ED

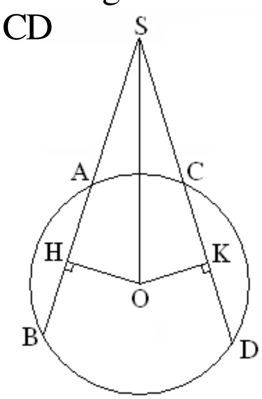
Mà BC = AD $\Rightarrow$ AD = ED

$\Rightarrow$CD là đ- ờng trung bình của ΔAEF$\Rightarrow$ CD = AB = BF $\Rightarrow$BFCD là hình bình hành

$\Rightarrow$ FC // BD

c) Vì CD là đ- ờng trung bình của ΔAEF (c/m trên) $\Rightarrow$ C là trung điểm của đoạn thẳng EF.

<u>Câu5</u>: Gọi H và K lần l- ợt là hình chiếu của O lên AB và CD



Vì AB = CD$\Rightarrow$OH = OK

Xét ΔSOH và ΔSOK có:

SO là cạnh chung

OH = OK (c/m trên)

$\Rightarrow\Delta$SOH = ΔSOK (cạnh huyền- cạnh góc vuông)

$\Rightarrow$ SH = SK (1)

Mặt khác AB = CD $\Rightarrow$AH = CK (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow$SA = SC

ĐỀ 765

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 9 NĂM HỌC 2003-2004

Câu1: a) Tìm $x \in N$ biết: $1+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{10}+...+\frac{2}{x(x+1)}=1\frac{2002}{2004}$

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức Q = $\frac{x^6}{x^3+y^3}+\frac{y^6}{y^3+z^3}+\frac{z^6}{z^3+x^3}$

Trong đó x,y,z là các số d- ơng thỏa mãn: $xy\sqrt{xy}+yz\sqrt{yz}+zx\sqrt{zx}=1$

Câu2: a) Cho x- y = 4; $x^2 + y^2 = 36$. Tính x^3- y^3.

c) Cho các số thực a, b, x, y thỏa mãn điều kiện: a + b = 3; ax + by = 5; $ax^2 + by^2 = 12$; $ax^3 + by^3 = 31$. Tính $ax^4 + by^4$

Câu3:a) Giải pt: $y^3+\frac{1}{y^3}=78(y+\frac{1}{y})$ với điều kiện $y \neq 0$.

b) Giải hệ pt: $\begin{cases}(x^2+xy+y^2)\sqrt{x^2+y^2}=185\\(x^2-xy+y^2)\sqrt{x^2+y^2}=65\end{cases}$

Câu4: Giả sử x,y,z là các số nguyên không âm thỏa mãn diều kiện sau: $\begin{cases}x+by\le 36\\2x+3z\le 72\end{cases}$

Trong đó b > 0 cho tr- ớc. CMR:

a) Nếu $b \ge 3$ thì $(x+y+z)_{max}= 36$

b) Nếu b<3 thì $(x+y+z)_{max}= 24 + \frac{36}{b}$

Câu5: Cho đ- ờng tròn (O;R) và điểm A với OA = R$\sqrt{2}$. Từ A kẻ hai tiếp tuyến AM, AN.

a) CM ◊AMON là hình vuông

B) Gọi H là trung điểm của MN. CMR: A, H, O thẳng hàng

c) Một đ- ờng thẳng (m) quay quanh A cắt đ- ờng tròn (O) tại P và Q. Gọi S là trung điểm của dây PQ. Tìm quỹ tích điểm S

d) Tìm vị trí của đ- ờng thẳng (m) để AP + AQ max

e) Tính theo R độ dài HI trong đó I là giao điểm của AO với cung nhỏ MN.

Bài làm

Câu1: a) Ta có: $1+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{10}+...+\frac{2}{x(x+1)}=\frac{2}{1.2}+\frac{2}{2.3}+\frac{2}{3.4}+\frac{2}{4.5}+...+\frac{2}{x(x+1)}$

$$=2\left(\frac{1}{1.2}+\frac{1}{2.3}+\frac{1}{3.4}+\frac{1}{4.5}+...+\frac{1}{x(x+1)}\right)$$

Ta lại có: $\frac{1}{1.2}=1-\frac{1}{2};\frac{1}{2.3}=\frac{1}{2}-\frac{1}{3};\frac{1}{3.4}=\frac{1}{3}-\frac{1}{4};\frac{1}{4.5}=\frac{1}{4}-\frac{1}{5};...;\frac{1}{x(x+1)}=\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}$

$$\Rightarrow 1+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{10}+...+\frac{2}{x(x+1)}=2\left(1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+...+\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}\right)=2\left(1-\frac{1}{x+1}\right)=\frac{2x}{x+1}$$

Do đó $1+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{10}+...+\frac{2}{x(x+1)}=1\frac{2002}{2004} \Leftrightarrow \frac{2x}{x+1}=1\frac{2002}{2004} \Leftrightarrow \frac{2x}{x+1}=\frac{4006}{2004}$

$\Leftrightarrow 4008x=4006x+4006 \Leftrightarrow 2x=4006 \Leftrightarrow x=2003$

Vậy với x = 2003 thì $1+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{10}+...+\frac{2}{x(x+1)}=1\frac{2002}{2004}$

d) ***Cách 1**: □p dụng bất đẳng thức cosi cho hai số $\frac{x^6}{x^3+y^3}$ và $\frac{x^3+y^3}{4}$ ta có:

$$\frac{x^6}{x^3+y^3}+\frac{x^3+y^3}{4} \geq 2\sqrt{\frac{x^6}{x^3+y^3}.\frac{x^3+y^3}{4}}=x^3$$

T- ơng tự ta có: $$\frac{y^6}{y^3+z^3}+\frac{y^3+z^3}{4} \geq 2\sqrt{\frac{y^6}{y^3+z^3}.\frac{y^3+z^3}{4}}=y^3$$

$$\frac{z^6}{z^3+x^3}+\frac{z^3+x^3}{4} \geq 2\sqrt{\frac{z^6}{z^3+x^3}.\frac{z^3+x^3}{4}}=z^3$$

$$\Rightarrow \frac{x^6}{x^3+y^3}+\frac{y^6}{y^3+z^3}+\frac{z^6}{z^3+x^3}+\frac{x^3+y^3}{4}+\frac{y^3+z^3}{4}+\frac{z^3+x^3}{4} \geq x^3+y^3+z^3$$

$$\Rightarrow \frac{x^6}{x^3+y^3}+\frac{y^6}{y^3+z^3}+\frac{z^6}{z^3+x^3} \geq \frac{x^3+y^3+z^3}{2} \quad (1)$$

Mặt khác: $\left[\left(\sqrt{x^3}-\sqrt{y^3}\right)^2+\left(\sqrt{y^3}-\sqrt{z^3}\right)^2+\left(\sqrt{z^3}-\sqrt{x^3}\right)^2\right] \geq 0$ với mọi x, y, z d- ơng

$\Rightarrow x^3 - 2\sqrt{x^3y^3} + y^3 + y^3 - 2 + z^3 + z^3 - 2\sqrt{z^3x^3} + x^3 \geq 0$

$\Rightarrow 2(x^3+y^3+z^3) \geq 2(\sqrt{x^3y^3}+\sqrt{y^3z^3}+\sqrt{z^3x^3}) \Rightarrow x^3+y^3+z^3 \geq \sqrt{x^3y^3}+\sqrt{y^3z^3}+\sqrt{z^3x^3}$

$\Rightarrow x^3+y^3+z^3 \geq xy\sqrt{xy}+yz\sqrt{yz}+zx\sqrt{zx}=1 \quad (2)$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \frac{x^6}{x^3+y^3}+\frac{y^6}{y^3+z^3}+\frac{z^6}{z^3+x^3} \geq \frac{1}{2}$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức Q = $\frac{1}{2}$

Dấu " = " xảy ra khi và chỉ khi x = y = z = $\frac{1}{\sqrt[3]{3}}$

***Cách 2**: Ta chứng minh BĐT: $\frac{a_1^2}{b_1}+\frac{a_2^2}{b_2}+...+\frac{a_n^2}{b_n} \geq \frac{(a_1+a_2+...+a_n)^2}{b_1+b_2+...+b_n}$ (*)

□p dụng BĐT bunhiacopxki ta có:

$$\left(\frac{a_1}{\sqrt{b_1}}.\sqrt{b_1}+\frac{a_2}{\sqrt{b_2}}.\sqrt{b_2}+...+\frac{a_n}{\sqrt{b_n}}.\sqrt{b_n}\right)^2 \le \left(\frac{a_1^{\ 2}}{b_1}+\frac{a_2^{\ 2}}{b_2}+...+\frac{a_n^{\ 2}}{b_n}\right)(b_1+b_2+...+b_n)$$

$$\Rightarrow \left(a_1+a_2+...+a_n\right)^2 \le \left(\frac{a_1^{\ 2}}{b_1}+\frac{a_2^{\ 2}}{b_2}+...+\frac{a_n^{\ 2}}{b_n}\right)(b_1+b_2+...+b_n)$$

$$\Rightarrow \frac{a_1^{\ 2}}{b_1}+\frac{a_2^{\ 2}}{b_2}+...+\frac{a_n^{\ 2}}{b_n} \ge \frac{(a_1+a_2+...+a_n)^2}{b_1+b_2+...+b_n}$$ đpcm

□p dụng BĐT (*) ta có: $\frac{x^6}{x^3+y^3}+\frac{y^6}{y^3+z^3}+\frac{z^6}{z^3+x^3} \ge \frac{(x^3+y^3+z^3)^2}{2(x^3+y^3+z^3)} = \frac{x^3+y^3+z^3}{2}$ (1)

Mặt khác: $\left[\left(\sqrt{x^3}-\sqrt{y^3}\right)^2+\left(\sqrt{y^3}-\sqrt{z^3}\right)^2+\left(\sqrt{z^3}-\sqrt{x^3}\right)^2\right] \ge 0$ với mọi x, y, z d- ơng

$\Rightarrow x^3- 2\sqrt{x^3y^3} + y^3 + y^3- 2 + z^3 + z^3- 2\sqrt{z^3x^3} + x^3 \ge 0$

$\Rightarrow 2(x^3 + y^3 + z^3) \ge 2(\sqrt{x^3y^3}+\sqrt{y^3z^3} + \sqrt{z^3x^3}) \Rightarrow x^3 + y^3 + z^3 \ge \sqrt{x^3y^3}+\sqrt{y^3z^3} + \sqrt{z^3x^3}$

$\Rightarrow x^3 + y^3 + z^3 \ge xy\sqrt{xy}+yz\sqrt{yz}+zx\sqrt{zx}=1$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \frac{x^6}{x^3+y^3}+\frac{y^6}{y^3+z^3}+\frac{z^6}{z^3+x^3} \ge \frac{1}{2}$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức Q = $\frac{1}{2}$

Dấu " = " xảy ra khi và chỉ khi x = y = z = $\frac{1}{\sqrt[3]{3}}$

<u>Câu2</u>: a) Ta có: $(x- y)^2 = x^2 + y^2- 2xy \Rightarrow 2xy = x^2 + y^2- (x- y)^2 = 36- 16 = 20 \Rightarrow xy = 10$

$\Rightarrow x^3- y^3 = (x- y)(x^2 + xy + y^2) = 4.(36 + 10) = 184$

b) Ta có: $ax^2 + by^2 = (ax + by)(x + y)- (a + b)xy$ (1)

$ax^3 + by^3 = (ax^2 + by^2)(x + y)- (ax + by)xy$ (2)

$ax^4 + by^4 = (ax^3 + by^3)(x + y)- (ax^2 + by^2)xy$ (3)

Từ (1) và (2) ta có $\begin{cases}5(x+y)-3xy=12\\12(x+y)-5xy=31\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}25(x+y)-15xy=60\\36(x+y)-15xy=93\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}11(x+y)=33\\5(x+y)-3xy=12\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x+y=3\\xy=1\end{cases}$

$\Rightarrow ax^4 + by^4 = 31.3- 12.1= 81$

<u>Câu3</u>:a) Giải pt: $y^3+\frac{1}{y^3}=78(y+\frac{1}{y})$ với điều kiện $y \ne 0$.

Ta có: $y^3+\frac{1}{y^3}=78(y+\frac{1}{y}) \Leftrightarrow \left(y+\frac{1}{y}\right)\left(y^2-1+\frac{1}{y^2}\right)=78\left(y+\frac{1}{y}\right) \Leftrightarrow \left(y+\frac{1}{y}\right)\left(y^2+\frac{1}{y^2}-79\right)=0$

$$\Leftrightarrow\left(y+\frac{1}{y}\right)\left(y^2+2+\frac{1}{y^2}-81\right)=0\Leftrightarrow\left(y+\frac{1}{y}\right)\left[\left(y+\frac{1}{y}\right)^2-81\right]=0\Leftrightarrow\left(y+\frac{1}{y}\right)\left(y+\frac{1}{y}-9\right)\left(y+\frac{1}{y}+9\right)=0$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} y+\dfrac{1}{y}=0(I) \\ y+\dfrac{1}{y}-9=0(II) \\ y+\dfrac{1}{y}+9=0(III)\end{array}\right.$$

(I) $\Leftrightarrow$ $y^2+1=0$ _ vô nghiệm

(II) $\Leftrightarrow$ $y^2 - 9y + 1 = 0 \Leftrightarrow y = \dfrac{9\pm\sqrt{77}}{2}$

(III) $\Leftrightarrow$ $y^2 + 9y + 1 = 0 \Leftrightarrow y = \dfrac{-9\pm\sqrt{77}}{2}$

Vậy pt đã cho có các nghiệm $y = \dfrac{9\pm\sqrt{77}}{2}$; $y = \dfrac{-9\pm\sqrt{77}}{2}$

b) Giải hệ pt: $\begin{cases}(x^2+xy+y^2)\sqrt{x^2+y^2}=185\\(x^2-xy+y^2)\sqrt{x^2+y^2}=65\end{cases}$ (I)

Đặt $t=\sqrt{x^2+y^2}$ (t≥0) ta có hệ: $\begin{cases}(t^2+xy)t=185\\(t^2-xy)t=65\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t^3+xyt=185\\t^3-xyt=65\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2t^3=250\\t^3-xyt=65\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}t^3=125\\t^3-xyt=65\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=5\\5xy=60\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=5\\xy=12\end{cases}$

Ta có (1) $\Leftrightarrow\begin{cases}xy=12\\\sqrt{x^2+y^2}=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}xy=12\\x^2+y^2=25\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}xy=12\\(x+y)^2-2xy=25\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}xy=12\\(x+y)^2-24=25\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}xy=12\\(x+y)^2=49\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}xy=12\\\left[\begin{array}{l}x+y=7\\x+y=-7\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}xy=12\\x+y=7\end{cases}\\\begin{cases}xy=12\\x+y=-7\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\begin{cases}x=3\\y=4\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}x=4\\y=3\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}x=-4\\y=-3\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}x=-3\\y=-4\end{cases}$

Vậy hệ pt đã cho có nghiệm là $\begin{cases}x=3\\y=4\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}x=4\\y=3\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}x=-4\\y=-3\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}x=-3\\y=-4\end{cases}$

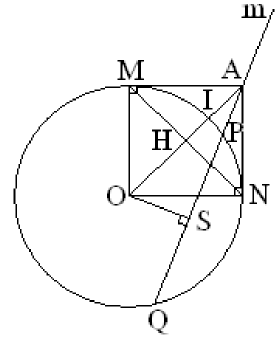
<u>Câu4</u>: Giả sử x,y,z là các số nguyên không âm thỏa mãn diều kiện sau: $\begin{cases}x+by\le 36\\2x+3z\le 72\end{cases}$

Trong đó b > 0 cho tr- ớc. CMR:

a) Nếu $b \ge 3 \Rightarrow by \ge 3y \Rightarrow x + by \ge x + 3y \Rightarrow x + 3y \le 36 \Rightarrow x + 3y + 2x + 3z \le 36 + 72$

$\Rightarrow 3(x + y + z) \le 108 \Rightarrow x + y + z \le 36 \Rightarrow (x+y+z)_{max} = 36$

b) Nếu b<3 thì $(x+y+z)_{max} = 24 + \frac{36}{b}$



Câu5:

a) □p dụng định lí pitago vào tam giác vuông OAM ta có:

$AM = \sqrt{OA^2 - OM^2} = \sqrt{2R^2 - R^2} = R$

Ta có: AM = AN(T/c hai tiếp tuyến cắt nhau)

$\Rightarrow OM = MA = AN = ON \Rightarrow$ ◊AMON là hình thoi

Mà $OMA = 90^0 \Rightarrow$ ◊AMON là hình vuông.

b) Vì ◊AMON là hình vuông (câu a) nên hai đ- ờng chéo OA và MN cắt nhau tại trung điểm của mỗi đ- ờng$\Rightarrow$ A, H, O thẳng hàng.

c) Vì S là trung điểm của $PQ \Rightarrow OS \perp PQ \Rightarrow$ S thuộc đ- ờng tròn đ- ờng kính OA.

Vậy quỹ tích điểm S là đ- ờng tròn đ- ờng kính OA.

d) Ta có: AP + AQ = AP + AS + SQ = AS + AP + PS = 2AS

Mà S thuộc đ- ờng tròn đ- ờng kính $OA \Rightarrow AS \le AO \Rightarrow AP + AQ \le 2AO \Rightarrow (AP + AQ)_{max} = 2AO$

Vậy khi đ- ờng thẳng (m) đi qua O thì AP + AQ max

e) Ta có: $OH = \frac{OA}{2} = \frac{\sqrt{OM^2 + AM^2}}{2} = \frac{\sqrt{R^2 + R^2}}{2} = \frac{R\sqrt{2}}{2}$; OI = R

$\Rightarrow HI = OI - OH = R - \frac{R\sqrt{2}}{2} = \frac{(2-\sqrt{2})R}{2}$.

ĐỀ 766

Câu1:(3,5đ) Giải các pt sau:

a) $\frac{1}{y^3 - y^2 + y - 1} - \frac{4}{y+1} = \frac{y^2 + 10y}{y^4 - 1} - \frac{4y^2 + 21}{y^3 + y^2 + y + 1}$

b) $y^3 + \frac{1}{y^3} = 78\left(y + \frac{1}{y}\right)$

Câu2:(4,5đ) Gọi d là đ- ờng thẳng y = 2x + 2 cắt trục hoành tại M và trục tung tại N

a)Viết pt của đ- ờng thẳng d_1//d và đi qua điểm P(1;0)

b) d_1 cắt trục tung tại Q, tứ giác MNPQ là hình gì?

c) Viết pt đ- ờng thẳng d_2 qua N và vuông góc với d

d) d_1 và d_2 cắt nhau tại A. Tìm tọa độ của A và tính khoảng cách AN.

Câu3:(2đ) Giải hệ pt: $\begin{cases} \dfrac{xy}{x+y}=2 \\ \dfrac{yz}{y+z}=3 \\ \dfrac{zx}{z+x}=4 \end{cases}$

Câu4:(2đ) Tìm giá trị của x sao cho th- ơng của phép chia 2004x + 1053 cho $x^2 + 1$ đạt giá trị bé nhất có thể đ- ợc.

Câu5:(8đ) Cho nửa đ- ờng tròn tâm O đ- ờng kính AB và M là một điểm nằm trên nửa đ- ờng tròn đó. Kẻ hai tiếp tuyến Ax, By với nửa đ- ờng tròn. Qua M kẻ tiếp tuyến thứ ba cắt Ax, By lần l- ợt tại C và D.

a) CMR: CD = AC + BD và ΔCOD vuông

b) OC và OD cắt AM và BM theo thứ tự tại E và F. Xác định tâm P của đ- ờng tròn đI qua bốn điểm O, E, M, F.

c) CM: $\square$ACDB có diện tích nhỏ nhất khi nó là hình chữ nhật và tính diện tích nhỏ nhất đó.

d) Khi M chạy trên nửa đ- ờng tròn tâm O thì điểm P chạy trên đ- ờng nào?

Bài làm

Câu1:(3,5đ) Giải các pt sau:

a) Điều kiện y $\neq \pm 1$.

Ta có: $\dfrac{1}{y^3-y^2+y-1}-\dfrac{4}{y+1}=\dfrac{y^2+10y}{y^4-1}-\dfrac{4y^2+21}{y^3+y^2+y+1}$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{y^2(y-1)+(y-1)}-\frac{4}{y+1}-\frac{y^2+10y}{(y^2-1)(y^2+1)}+\frac{4y^2+21}{y^2(y+1)+(y+1)}=0$$

b) $y^3+\dfrac{1}{y^3}=78\left(y+\dfrac{1}{y}\right)$ Điều kiện y $\neq 0$

Ta có: $y^3+\dfrac{1}{y^3}=78(y+\dfrac{1}{y}) \Leftrightarrow \left(y+\dfrac{1}{y}\right)\left(y^2-1+\dfrac{1}{y^2}\right)=78\left(y+\dfrac{1}{y}\right) \Leftrightarrow \left(y+\dfrac{1}{y}\right)\left(y^2+\dfrac{1}{y^2}-79\right)=0$

$$\Leftrightarrow \left(y+\frac{1}{y}\right)\left(y^2+2+\frac{1}{y^2}-81\right)=0 \Leftrightarrow \left(y+\frac{1}{y}\right)\left[\left(y+\frac{1}{y}\right)^2-81\right]=0 \Leftrightarrow \left(y+\frac{1}{y}\right)\left(y+\frac{1}{y}-9\right)\left(y+\frac{1}{y}+9\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y+\dfrac{1}{y}=0(I) \\ y+\dfrac{1}{y}-9=0(II) \\ y+\dfrac{1}{y}+9=0(III) \end{array}\right.$$

(I) $\Leftrightarrow y^2+1=0$ _ vô nghiệm

(II) $\Leftrightarrow$ y^2- 9y + 1 = 0 $\Leftrightarrow$ y = $\dfrac{9\pm\sqrt{77}}{2}$

(III) $\Leftrightarrow$ y^2 + 9y + 1 = 0 $\Leftrightarrow$ y = $\dfrac{-9\pm\sqrt{77}}{2}$

Vậy pt đã cho có các nghiệm y = $\dfrac{9\pm\sqrt{77}}{2}$; y = $\dfrac{-9\pm\sqrt{77}}{2}$

ĐỀ 767

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 9 NĂM HỌC 2005-2006

Câu1:(4d) Cho biểu thức: A = $\dfrac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6}-\dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}-\dfrac{2\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}}$

a) Rút gọn biểu thức A

b) Tìm x để A < 1.

c) Tìm giá trị nguyên của x để giá trị t- ơng ứng của A cũng là số nguyên.

Câu2:(3đ)

a) Tìm nghiệm nguyên của pt: (x+5)^2 = 64(x-2)^3

b) Số 2^{100} có bao nhiêu chữ số.

Câu3:(4đ) Giải pt và bpt sau:

a) $\sqrt[3]{\dfrac{1}{2}+x}+\sqrt{\dfrac{1}{2}-x}=1$

b) $\sqrt{x-\dfrac{1}{2}}+\dfrac{x+1}{4}<\sqrt{2x-1+\dfrac{(x+1)^2}{8}}$

Câu4:(2d) Cho a, b, c > 0 và a + b + c =1. Chứng minh rằng: $\left(1+\dfrac{1}{a}\right)\left(1+\dfrac{1}{b}\right)\left(1+\dfrac{1}{c}\right)\geq 64$

Câu5:(4đ) Cho Δ đều ABC nội tiếp đ- ờng tròn tâm O. Qua điểm M trên cung nhỏ AB vẽ đ- ờng tròn tâm O' tiếp xúc trong với đ- ờng tròn (O) cắt MA, MC lần l- ợt ở N và P. Chứng minh: a)NP//AC

b) MA + MB = MC

Câu6:(3đ) Cho ΔMNP có các đỉnh M, N, P lần l- ợt di động trên ba cạnh BC, AB, AC của Δnhọn ABC cho tr- ớc. Xác định vị trí của M, N, P để chu vi ΔMNP đạt giá trị nhỏ nhất.

Đề thi học sinh giỏi lớp 9 năm học 2006-2007

Câu1:(4đ) Trên hệ trục Oxy

a) Viết pt đ- ờng thẳng đi qua A(-2; 3) và B(1; -3)

b) Đ- ờng thẳng AB này cắt trục hoành tại C và trục tung tại D. Xác định tọa độ của C và D. Tính $S_{\Delta OCD}$

c) Tính khoảng cách CD

Câu2:(4đ) Giải hệ pt $\begin{cases} \dfrac{4}{x+2y} - \dfrac{1}{x-2y} = 1 \\ \dfrac{20}{x+2y} + \dfrac{3}{x-2y} = 1 \end{cases}$

Câu3:(4đ) Cho biểu thức: B = $\left(\dfrac{1-x\sqrt{x}}{\sqrt{x}-x}+1\right)\left(\dfrac{1+x\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}-\sqrt{x}\right):\dfrac{(1-x)^3}{1+\sqrt{x}}$

a) Rút gọn B

b) Với x = ? thì B = $\dfrac{-1}{2}$

Câu4:(8đ) Trong (O;R) cho hai dây AB và CD vuông góc với nhau($R\sqrt{3} \le AB < 2R$)

1. a) CMR: $AB^2 + AC^2 = 4R^2$

   b) Cho AB = R$\sqrt{3}$ hãy tính AC và khoảng cách từ tâm O đến hai dây AB và AC.

2. Kẻ hai dây AD và BE hợp với AB góc 45^0. DE cắt AB tại P

   a) CMR: DE $\perp$ AB

   b) Gọi OF là khoảng cách từ O đến DE. Tính khoảng cách từ O đến DE và độ dài các đoạn thẳng PA, PB, PD, PE khi AB = R$\sqrt{3}$

3. Nối CE. Hỏi ADEC là tứ giác gì?

4. Trong tr- ờng hợp tổng quát cho hai dây AB và DE vuông góc với nhau tại P. CMR:
   $PA^2 + PB^2 + PD^2 + PE^2 = 4R^2$

ĐỀ 768

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 9 NĂM HỌC 2007-2008

Câu1:(4đ) Cho hệ pt $\begin{cases} ax - y = 2a \\ x - ay = 1 + a \end{cases}$

a. Giải hệ pt khi a = 2.

b. Với (x;y) là nghiệm của hệ pt đã cho, tìm a để x>y.

Câu2: (4đ) Cho biểu thức: $A = \dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dfrac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{5}} + ... + \dfrac{1}{\sqrt{2007}+\sqrt{2008}}$

a. Rút gọn A.
b. Hãy chứng tỏ giá trị của biểu thức A là số vô tỉ.

Câu3: (4đ) Tìm tất cả các tam giac vuông có độ dài các cạnh là số nguyên và có số đo diện tích bằng số đo chu vi.

Câu4: (3đ) Cho ba số d- ơng a,b,c thoả mãn điều kiện: a + b + c = 1. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $Q = \frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{c+a} + \frac{c^2}{a+b}$.

Câu5 (5đ) Cho tam giác đều ABC nội tiếp đ- ờng tròn tâm O. Trên cung nhỏ BC lấy điểm D. Gọi giao điểm của A và BC là E.
a. CM: AE.ED = BE.EC
b. CM: BD + CD = AD
c. CM: $\frac{1}{BD} + \frac{1}{CD} = \frac{1}{DE}$.

ĐỀ 769

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO	**ĐỀ THI TUYỂN SINH TRUNG HỌC PHỔ THÔNG**
TỈNH PHÚ YÊN	**NĂM HỌC 2009-2010**
	Môn thi: **TOÁN CHUYÊN**
ĐỀ CHÍNH THỨC	Thời gian: 150 phút (không kể thời gian phát đề)
	*****

Câu 1.(4,0 điểm) Cho phương trình $x^4 + ax^3 + x^2 + ax + 1 = 0$, a là tham số .
a) Giải phương trình với a = 1.
b) Trong trường hợp phương trình có nghiệm, chứng minh rằng $a^2 > 2$.

Câu 2.(4,0 điểm)
a) Giải phương trình: $\sqrt{x+3} + \sqrt{6-x} - \sqrt{(x+3)(6-x)} = 3$.
b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x + 2y - 2xy + z^2 = 1 \end{cases}$.

Câu 3.(3,0 điểm) Tìm tất cả các số nguyên x, y, z thỏa mãn :
$$3x^2 + 6y^2 + 2z^2 + 3y^2z^2 - 18x = 6.$$

Câu 4.(3,0 điểm)

a) Cho x, y, z, a, b, c là các số dương. Chứng minh rằng:

$$\sqrt[3]{abc} + \sqrt[3]{xyz} \le \sqrt[3]{(a+x)(b+y)(c+z)}\,.$$

b) Từ đó suy ra : $\sqrt[3]{3+\sqrt[3]{3}} + \sqrt[3]{3-\sqrt[3]{3}} \le 2\sqrt[3]{3}$

Câu 5.(3,0 điểm) Cho hình vuông ABCD và tứ giác MNPQ có bốn đỉnh thuộc bốn cạnh AB, BC, CD, DA của hình vuông.

a) Chứng minh rằng $S_{ABCD} \le \frac{AC}{4}(MN + NP + PQ + QM)$.

b) Xác định vị trí của M, N, P, Q để chu vi tứ giác MNPQ nhỏ nhất.

Câu 6.(3,0 điểm) Cho đường tròn (O) nội tiếp hình vuông PQRS. OA và OB là hai bán kính thay đổi vuông góc với nhau. Qua A kẻ đường thẳng Ax song song với đường thẳng PQ, qua B kẻ đường thẳng By song song với đường thẳng SP. Tìm quỹ tích giao điểm M của Ax và By.

HẾT

Họ và tên thí sinh:...Số báo danh:..............

Chữ kí giám thị 1:..........................Chữ kí giám thị 2:..........................

SỞ GD & ĐT PHÚ YÊN   KỲ THI TUYỂN SINH THPT NĂM HỌC 2009 -2010

MÔN : TOÁN (Hệ số 2)

ĐỀ CHÍNH THỨC

HƯỚNG DẪN CHẤM THI

Bản hướng dẫn chấm gồm 04 trang

I- Hướng dẫn chung:

1- Nếu thí sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án mà vẫn đúng thì cho đủ điểm từng phần như hướng dẫn quy định.

2- Việc chi tiết hoá thang điểm (nếu có) so với thang điểm hướng dẫn chấm phải bảo đảm không sai lệch với hướng dẫn chấm và được thống nhất thực hiện trong Hội đồng chấm thi.

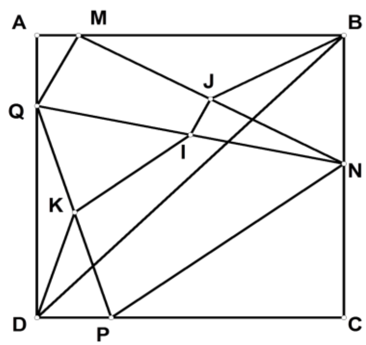
3- Điểm toàn bài thi không làm tròn số.

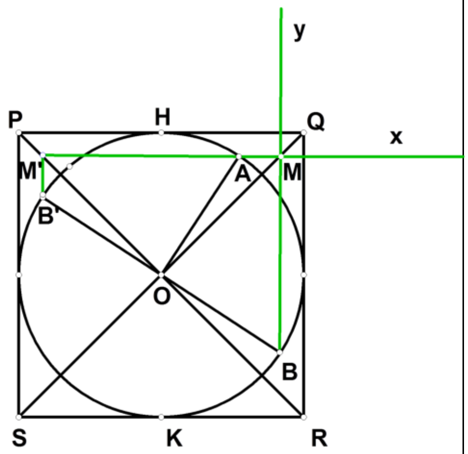
II- Đáp án và thang điểm:

CÂU	ĐÁP ÁN	Điểm
Câu 1a. (2,0đ)	Ta có phương trình : $x^4 + ax^3 + x^2 + ax + 1 = 0$ (1) Khi a =1 , (1) $\Leftrightarrow x^4+x^3+x^2+x+1=0$ (2) Dễ thấy x = 0 không phải là nghiệm.	

	Chia 2 vế của (2) cho x^2 ta được: $x^2+\frac{1}{x^2}+x+\frac{1}{x}+1=0$ (3). Đặt $t=x+\frac{1}{x}\Rightarrow \lvert t\rvert=\left\lvert x+\frac{1}{x}\right\rvert=\lvert x\rvert+\frac{1}{\lvert x\rvert}\geq 2$ và $x^2+\frac{1}{x^2}=t^2-2$. Phương trình (3) viết lại là : $t^2+t-1=0$ Giải (3) ta được hai nghiệm $t_1=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ và $t_2=\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$ đều không thỏa điều kiện $\lvert t\rvert\geq 2$.Vậy với a = 1, phương trình đã cho vô nghiệm.	0,50 0,50 0,50 0,50
Câu1b. (2,0đ)	Vì x = 0 không phải là nghiệm của (1) nên ta cũng chia 2 vế cho x^2 ta có phương trình : $x^2+\frac{1}{x^2}+a\left(x+\frac{1}{x}\right)+1=0$. Đặt $t=x+\frac{1}{x}$, phương trình sẽ là : $t^2+at-1=0$ (4). Do phương trình đã cho có nghiệm nên (4) có nghiệm $\lvert t\rvert\geq 2$. Từ (4) suy ra $a=\frac{1-t^2}{t}$. Từ đó : $a^2>2\Leftrightarrow\frac{(1-t^2)^2}{t^2}>2\Leftrightarrow t^2(t^2-4)+1>0$ (5) Vì $\lvert t\rvert\geq 2$ nên $t^2>0$ và $t^2-4\geq 0$, do vậy (5) đúng, suy ra $a^2>2$.	0,50 0,50 0,50 0,50
Câu 2a. (2,0đ)	$\sqrt{x+3}+\sqrt{6-x}-\sqrt{(x+3)(6-x)}=3$ (1) Điều kiện : $\begin{cases}x+3\geq 0\\6-x\geq 0\end{cases}\Leftrightarrow -3\leq x\leq 6$. Đặt : $\begin{cases}u=\sqrt{x+3}\\v=\sqrt{6-x}\end{cases}, u,v\geq 0\Rightarrow u^2+v^2=9.$ Phương trình đã có trở thành hệ : $\begin{cases}u^2+v^2=9\\u+v-uv=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(u+v)^2-2uv=9\\u+v=3+uv\end{cases}$ Suy ra : $(3+uv)^2-2uv=9\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}uv=0\\uv=-4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}u=0\\v=0\end{array}\right.$	0,50 0,50 0,50

	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{x+3}\ = 0\\ \sqrt{6-x}\ = 0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = -3\\ x = \ 6\end{array}\right.$. Vậy phương trình có nghiệm là x =-3 , x = 6.	0,50
Câu 2b. (2,0đ)	Ta có hệ phương trình : $\begin{cases}x+y+z=1\\ 2x+2y-2xy+z^2=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x+y = 1-z\\ 2xy = z^2+2(x+y)-1\end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases}x + y = 1 - z\\ 2xy \ = z^2 - 2z + 1 = (1- z)^2\end{cases}$ $\Leftrightarrow 2xy = (x + y)^2$ $\Leftrightarrow\ x^2 + y^2\ = 0 \Leftrightarrow\ x = y = 0\ \Rightarrow z = 1.$ Vậy hệ phương trình chỉ có 1 cặp nghiệm duy nhất: (x ;y ;z) = (0 ;0; 1).	0,50 0,50 0,50 0,50
Câu 3. (3,0đ)	Ta có : $3x^2 + 6y^2 + 2z^2 + 3y^2z^2 - 18x = 6$ (1) $\Leftrightarrow 3(x-3)^2\ + 6y^2\ + 2z^2\ + 3y^2z^2 = 33$ (2) Suy ra : $z^2 \vdots\ 3$ và $2z^2 \le\ 33$ Hay $\lvert z\rvert \le 3$. Vì z nguyên suy ra z = 0 hoặc $\lvert z\rvert = 3$. a) z = 0 , (2) $\Leftrightarrow (x-3)^2 + 2y^2 = 11$ (3) Từ (3) suy ra $2y^2 \le 11 \Rightarrow \lvert y\rvert\ \le 2$. Với y = 0 , (3) không có số nguyên x nào thỏa mãn. Với $\lvert y\rvert = 1$, từ (3) suy ra $x \in \{ 0 ; 6\}$. b) $\lvert z\rvert = 3$, (2) $\Leftrightarrow\ (x-3)^2 + 11\ y^2\ = 5$ (4) Từ (4) $\Rightarrow 11y^2 \le 5 \Rightarrow y = 0$, (4) không có số nguyên x nào thỏa mãn. Vậy phương trình (1) có 4 nghiệm nguyên (x ;y ;z) là (0;1;0) ; (0 ;-1;0) ; (6 ;1 ;0) và (6 ;-1 ;0).	0,50 0,50 0,50 0,50 0,50 0,50
Câu 4a. (2,0đ)	$\sqrt[3]{abc} + \sqrt[3]{xyz}\ \ \le\ \ \sqrt[3]{(a+x)(b+y)(c+z)}$ (1) Lập phương 2 vế của (1) ta được : $abc + xyz + 3\sqrt[3]{(abc)^2xyz} + 3\sqrt[3]{abc(xyz)^2} \le (a+x)(b+y)(c+z)$ $\Leftrightarrow abc + xyz + 3\sqrt[3]{(abc)^2xyz} + 3\sqrt[3]{abc(xyz)^2} \le$	0,50

	$abc+xyz+abz+ayc+ayz+xbc+xyc+xbz$ $\Leftrightarrow 3\sqrt[3]{(abc)^2xyz}+3\sqrt[3]{abc(xyz)^2} \le (abz+ayc+xbc)+(ayz+xbz+xyc)$ (2) Theo bất đẳng thức Cauchy, ta có : $(abz+ayc+xbc) \ge 3\sqrt[3]{(abc)^2xyz}$ (3) $(ayz+xbz+xyc) \ge 3\sqrt[3]{abc(xyz)^2}$ (4) Cộng hai bất đẳng thức (3) và (4) ta được bất đẳng thức (2), do đó (1) được chứng minh.	0,50 0,50 0,50
Câu4b. (1,0đ)	Áp dụng BĐT (1) với $a = 3+\sqrt[3]{3}$, $b = 1$, $c = 1$, $x = 3-\sqrt[3]{3}$, $y = 1$, $z = 1$ Ta có : abc = $3+\sqrt[3]{3}$, xyz = $3-\sqrt[3]{3}$, a+ x = 6, b + y = 2, c + z = 2 Từ đó : $\sqrt[3]{3+\sqrt[3]{3}}+\sqrt[3]{3-\sqrt[3]{3}} \le \sqrt[3]{6.2.2} = 2\sqrt[3]{3}$ (đpcm).	0,50 0,50
Câu 5a. (2,0)	Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm của QN, MN, PQ. Khi đó :  BJ = $\dfrac{MN}{2}$ (trung tuyến Δ vuông MBN) Tương tự DK = $\dfrac{PQ}{2}$. IJ = $\dfrac{QM}{2}$ (IJ là đtb Δ MNQ). Tương tự IK = $\dfrac{PN}{2}$. Vì BD $\le$ BJ + JI + IK + KD. Dođó: $S_{ABCD} = \dfrac{AC}{2}.BD \le \dfrac{AC}{2}(BJ+JI+IK+KD) = \dfrac{AC}{4}(MN+NP+PQ+QM)$	0,50 0,50 0,50 0,50
Câu5b. (1,0)	Chu vi tứ giác MNPQ là : MN + NP + PQ + QM = 2BJ + 2IK +2DK + 2IJ = 2(BJ + JI + IK + KD) $\ge$ 2BD (cmt) Dấu bằng xảy ra khi đường gấp khúc trùng với BD, tức là MQ //NP, MN//PQ, MN=PQ (vì cùng là cạnh huyền 2 tam giác vuông cân bằng nhau), lúc đó MNPQ là hình chữ nhật.	0,50 0,50
Câu 6.	Kí hiệu như hình vẽ.	

(3,0đ)	**<u>Phần thuận</u> :** $AOB = AMB = 90^0$ (giả thiết) $\Rightarrow$ tứ giác AOBM luôn nội tiếp $\Rightarrow AMO = ABO = 45^0$ (vì ΔAOB vuông cân tại O) Suy ra M luôn nằm trên đường thẳng đi qua O và tạo với đường PQ một góc 45^0. Trường hợp B ở vị trí B’ thì M’ nằm trên đường thẳng đi qua O và tạo với PS một góc 45^0.  **<u>Giới hạn</u> :** *) Khi $A \equiv H$ thì $M \equiv Q$, khi $A \equiv K$ thì $M \equiv S$ *) Trường hợp B ở vị trí B’: khi $A \equiv H$ thì $M' \equiv P$, khi $A \equiv K$ thì $M' \equiv R$ **<u>Phần đảo</u>**: Lấy M bất kì trên đường chéo SQ (hoặc M’ trên PR), qua M kẻ đường thẳng song song với đường thẳng PQ cắt (O) tại A. Kẻ bán kính $OB \perp OA$. Ta thấy tứ giác AOBM nội tiếp (vì $AMO = ABO = 45^0$) Suy ra : $AMB = AOB = 90^0$. Mà AM//PQ , $PQ \perp PS \Rightarrow$ MB//PS. **<u>Kết luận</u>**:Quỹ tích giao điểm M là 2 đường chéo của hình vuông PQRS.	0,50 0,50 0,50 0,50 0,50 0,50

ĐỀ 770

SỞ GIÁO DỤC – ĐÀO TẠO
THÁI BÌNH

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN THÁI BÌNH
Năm học : 2009-2010

MÔN TOÁN CHUYÊN

<u>Bài 1</u>.(2điểm)

a/Cho k là số nguyên dương bất kì. CMR: $\frac{1}{(k+1)\sqrt{k}} < 2\left(\frac{1}{\sqrt{k}} - \frac{1}{\sqrt{k+1}}\right)$

b/ Chứng minh rằng: $\frac{1}{2} + \frac{1}{3\sqrt{2}} + \frac{1}{4\sqrt{3}} + \cdots + \frac{1}{2010\sqrt{2009}} < \frac{88}{45}$

Bài 2 (2.5 điểm)

Cho phương trình ẩn x: $x^2+(m-1)x-6=0$ (1) (m là tham số)

a. Tìm các giá trị của m để phương trình có nghiệm $x=1+\sqrt{2}$

b. Tìm m để (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 sao cho biểu thức: $A=(x_1^2-9)(x_2^2-4)$ có giá trị lớn nhất

Bài 3 (2 điểm)

a. Giải hệ phương trình sau : $\begin{cases} x^2+y^2-xy=3 \\ x^3+y^3 \qquad =9 \end{cases}$

b. Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn phương trình: $x^3+2x^2+3x+2=y^3$

Bài 4.(3 điểm)

Cho hình vuông ABCD tâm O, cạnh a. M là điểm di động trên đoạn OB (M không trùng với O; B). Vẽ đường tròn tâm I đi qua M và tiếp xúc với BC tại B, vẽ đường tròn tâm J đi qua M và tiếp xúc với CD tại D. Đường tròn (I) và đường tròn (J) cắt nhau tại điểm thứ hai là N.

a. Chứng minh rằng 5 điểm A, N, B, C, D cùng thuộc một đường tròn. Từ đó suy ra 3 điểm C, M, N thẳng hàng.

b. Tính OM theo a để tích NA.NB.NC.ND lớn nhất.

HẾT

Họ và tên thí sinh:..Số báo danh:..............

Chữ kí giám thị 1:.........................Chữ kí giám thị 2:..........................

SỞ GIÁO DỤC – ĐÀO TẠO
THÁI BÌNH

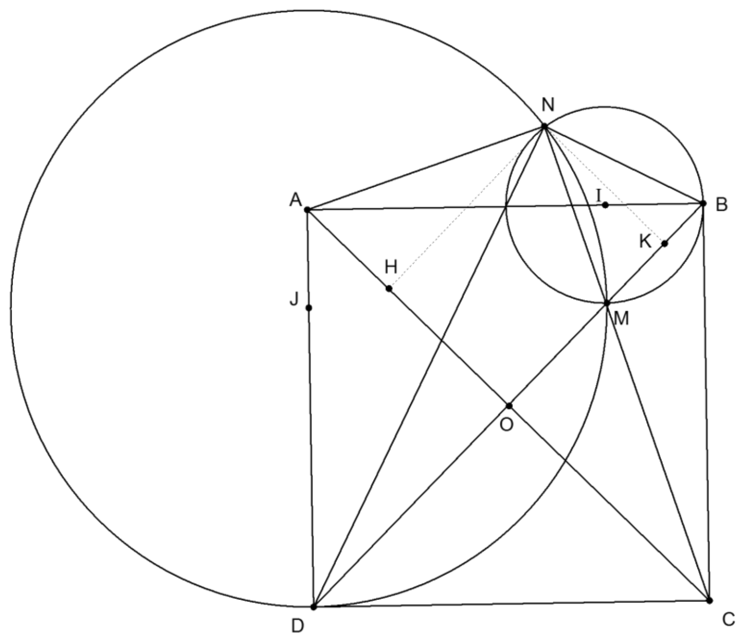
KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN THÁI BÌNH
Năm học : 2009-2010

HƯỚNG DẪN CHẤM VÀ BIỂU ĐIỂM MÔN TOÁN CHUYÊN

CÂU	Ý	NỘI DUNG	ĐIỂM
Bài 1.		a. Cho *k* là số nguyên dương bất kì. CMR:	

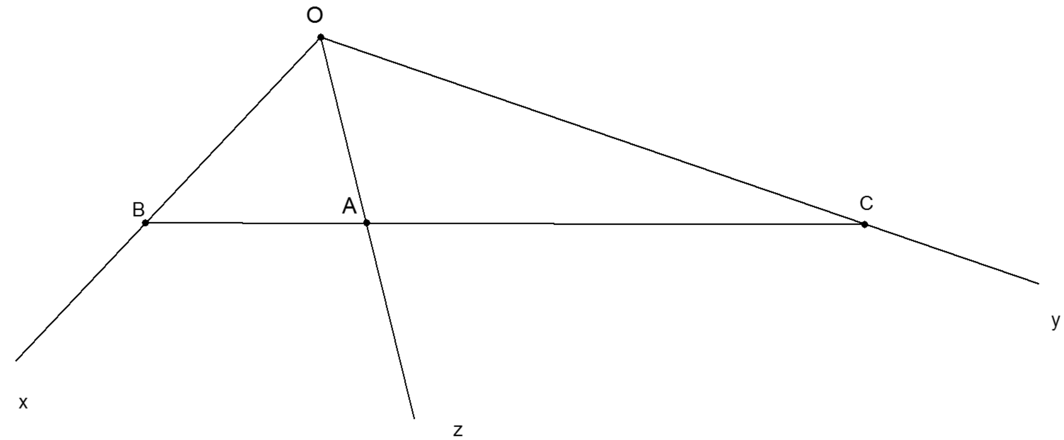
(2điểm)		$\frac{1}{(k+1)\sqrt{k}} < 2(\frac{1}{\sqrt{k}} - \frac{1}{\sqrt{k+1}})$ b. Chứng minh rằng: $\frac{1}{2} + \frac{1}{3\sqrt{2}} + \frac{1}{4\sqrt{3}} + \cdots + \frac{1}{2010\sqrt{2009}} < \frac{88}{45}$	
	a. (1.0đ)	Bđt $\Leftrightarrow \frac{1}{(k+1)\sqrt{k}} < \frac{2\sqrt{k+1} - 2\sqrt{k}}{\sqrt{k}.\sqrt{k+1}}$	0.25
		$\Leftrightarrow 2k+1-2\sqrt{k(k+1)} > 0$	0.25
		$\Leftrightarrow (\sqrt{k+1} - \sqrt{k})^2 > 0$ Luôn đúng với mọi k nguyên dương.	0.25
		$\Rightarrow \frac{1}{(k+1)\sqrt{k}} < 2(\frac{1}{\sqrt{k}} - \frac{1}{\sqrt{k+1}})$	0.25
	b. (1.0đ)	Áp dụng kết quả câu a ta có: $VT = \frac{1}{2\sqrt{1}} + \frac{1}{3\sqrt{2}} + \frac{1}{4\sqrt{3}} + \cdots + \frac{1}{2010\sqrt{2009}}$	0.25
		$< 2\left(\frac{1}{\sqrt{1}} - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) + 2\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) + \cdots + 2\left(\frac{1}{\sqrt{2009}} - \frac{1}{\sqrt{2010}}\right)$	0.25
		$= 2\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2010}}\right)$	0.25
		$< 2\left(1 - \frac{1}{45}\right) = \frac{88}{45} = VP$ (đpcm)	0.25

Bài 2 (2.5 điểm)		Cho phương trình ẩn x: $x^2+(m-1)x-6=0$ (1) (m là tham số) a.Tìm các giá trị của m để phương trình có nghiệm $x=1+\sqrt{2}$ b. Tìm m để (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 sao cho biểu thức: $A=(x_1^2-9)(x_2^2-4)$ max	
	a. (1,5đ)	Pt (1) có nghiệm $x=1+\sqrt{2} \Leftrightarrow \left(1+\sqrt{2}\right)^2+(m-1)\left(1+\sqrt{2}\right)-6=0$	0.5
		Tìm được $m=5\sqrt{2}-6$ và KL.	1.0
	b. (1,0đ)	Tính $\Delta=(m-1)^2+24>0\ \forall m$ suy ra pt (1) có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2.	0.5
		$A=(x_1x_2+6)^2-(2x_1+3x_2)^2$ Theo ĐL Vi-et ta có $x_1x_2=-6 \Rightarrow A=-(2x_1+3x_2)^2 \le 0$	0.25
		Max A = 0 khi và chỉ khi $\begin{cases}2x_1+3x_2=0\\x_1x_2=-6\\x_1+x_2=1-m\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x_1=3\\x_2=-2\\m=0\end{cases} \vee \begin{cases}x_1=-3\\x_2=2\\m=2\end{cases}$ KL : Vậy m = 0 ; m = 2 là các giá trị cần tìm.	0.25
Bài 3 (2 điểm)		a. Giải hệ phương trình sau : $\begin{cases}x^2+y^2-xy=3\\x^3+y^3=9\end{cases}$ b. Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn phương trình: $x^3+2x^2+3x+2=y^3$	
	a (1.0đ)	Hệ phương trình đã cho $\Leftrightarrow \begin{cases}x^2+y^2-xy=3\\(x+y)(x^2+y^2-xy)=9\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x+y=3\\(x+y)^2-3xy=3\end{cases}$	0.5
		$\Leftrightarrow \begin{cases}x+y=3\\xy=2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}x=2\\y=1\end{cases}$	0.5
	b (1.0đ)	Ta có $y^3-x^3=2x^2+3x+2=2\left(x+\frac{3}{4}\right)^2+\frac{7}{8}>0 \quad \Rightarrow x<y$ (1)	0.25

		$(x+2)^3 - y^3 = 4x^2 + 9x + 6 = \left(2x + \frac{9}{4}\right)^2 + \frac{15}{16} > 0 \quad \Rightarrow y < x + 2$ (2)	0.25
		Từ (1) và (2) ta có $x < y < x+2$ mà x, y nguyên suy ra $y = x + 1$	0.25
		Thay $y = x + 1$ vào pt ban đầu và giải phương trình tìm được $x = -1$; $x = 1$ từ đó tìm được hai cặp số (x, y) thỏa mãn bài toán là (1 ; 2), (-1 ; 0)	0.25
<u>Bài 4</u>. (3 điểm)		Cho hình vuông ABCD tâm O, cạnh a. M là điểm di động trên đoạn OB (M không trùng với O; B). Vẽ đường tròn tâm I đi qua M và tiếp xúc với BC tại B, vẽ đường tròn tâm J đi qua M và tiếp xúc với CD tại D. Đường tròn (I) và đường tròn (J) cắt nhau tại điểm thứ hai là N. c. Chứng minh rằng 5 điểm A, N, B, C, D cùng thuộc một đường tròn. Từ đó suy ra 3 điểm C, M, N thẳng hàng. d. Tính OM theo a để tích NA.NB.NC.ND lớn nhất. 	

	a. 2.0đ	$\angle MNB = \angle MBC$ (Cùng chắn cung BM) $\angle MND = \angle MDC$ (Cùng chắn cung DM) $\angle BND = \angle MNB + \angle MND = \angle MBC + \angle MDC = 90^\circ$ Do đó 5 điểm A, B, C, D, M cùng thuộc một đường tròn	1.5
		Suy ra NC là phân giác của góc BND (do cung BC = cung BD) Mặt khác, theo CM trên ta có NM là phân giác của góc BND Nên M, N, C thẳng hàng.	0.5
	b. 1.0đ	Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của N trên AC và BD $\Rightarrow$ NHOK là hình chữ nhật Ta có : $NA.NC = NH.AC = NH.a\sqrt{2}$ $NB.ND = NK.BD = NK.a\sqrt{2}$ Suy ra $NA.NB.NC.ND = 2a^2.NH.NK \le 2a^2.\dfrac{NH^2 + NK^2}{2} = a^2.NO^2 = \dfrac{a^4}{2}$	0.5
		Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $NH = NK = \dfrac{a}{2} \Leftrightarrow OM = \dfrac{(2-\sqrt{2})a}{2}$	0.5

<u>Bài 5</u>. (0.5 điểm)		Cho góc xOy bằng 120^o, trên tia phân giác Oz của góc xOy lấy điểm A sao cho độ dài đoạn thẳng OA là một số nguyên lớn hơn 1. Chứng minh rằng luôn tồn tại ít nhất ba đường thẳng phân biệt đi qua A và cắt hai tia Ox, Oy lần lượt tại B và C sao cho độ dài các đoạn thẳng OB và OC đều là các số nguyên dương.	

			
		• Chỉ ra đường thẳng d_1 đi qua A và vuông góc với OA thỏa mãn bài toán • Đặt OA = a > 1 (a nguyên). Trên tia Ox lấy điểm B sao cho OB = a + 1 nguyên dương. Đường thẳng d_2 đi qua A, B cắt tia Oy tại C. Chứng minh được $\frac{1}{OB}+\frac{1}{OC}=\frac{1}{OA}$ $\Rightarrow \frac{1}{a+1}+\frac{1}{OC}=\frac{1}{a}\Rightarrow OC=a(a+1)$ là số nguyên dương Suy ra d_2 là một đường thẳng cần tìm. • Tương tự lấy B trên Ox sao cho OB = a(a + 1), Ta tìm được đường thẳng d_3 • Chứng minh d_1, d_2, d_3 phân biệt. ĐPCM	0.5

Hướng dẫn chung

1. *Trên đây chỉ là các bước giải và khung điểm cho từng câu. Yêu cầu học sinh phải trình bầy, lập luận và biến đổi hợp lý, chặt chẽ mới cho điểm tối đa.*
2. *Bài 4 phải có hình vẽ đúng và phù hợp với lời giải bài toán mới cho điểm.(không cho điểm hình vẽ)*
3. *Những cách giải khác đúng vẫn cho điểm tối đa.*
4. *Chấm điểm từng phần, điểm toàn bài là tổng các điểm thành phần(không làm tròn).*

ĐỀ 771

SỞ GD VÀ ĐT THANH HOÁ	**KỲ THI TUYỂN SINH THPT CHUYÊN LAM SƠN NĂM HỌC: 2009 - 2010**
Đề chính thức	**Môn: Toán (Dành cho thí sinh thi vào lớp chuyên Toán)**
	Thời gian làm bài: 150 phút *(không kể thời gian giao đề)*
	Ngày thi: 19 tháng 6 năm 2009

<u>Câu 1:</u> *(2,0 điểm)*

1. Cho số x $(x \in R; x > 0)$ thoả mãn điều kiện: $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$

Tính giá trị các biểu thức: $A = x^3 + \frac{1}{x^3}$ và $B = x^5 + \frac{1}{x^5}$

2. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x}} + \sqrt{2 - \frac{1}{y}} = 2 \\ \frac{1}{\sqrt{y}} + \sqrt{2 - \frac{1}{x}} = 2 \end{cases}$

<u>Câu 2</u>: *(2,0 điểm)* Cho phương trình: $ax^2 + bx + c = 0\,(a \neq 0)$ có hai nghiệm x_1, x_2 thoả mãn điều kiện: $0 \le x_1 \le x_2 \le 2$.Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$Q = \frac{2a^2 - 3ab + b^2}{2a^2 - ab + ac}$$

<u>Câu 3:</u> *(2,0 điểm)*

1. Giải phương trình: $\sqrt{x-2} + \sqrt{y+2009} + \sqrt{z-2010} = \frac{1}{2}(x+y+z)$

2. Tìm tất cả các số nguyên tố p để $4p^2+1$ và $6p^2+1$ cũng là số nguyên tố.

<u>Câu 4</u>: *(3,0 điểm))*

1. Cho hình vuông ABCD có hai đường chéo cắt nhau tại E. Một đường thẳng quaA, cắt cạnh BC tại M và cắt đường thẳng CD tại N. Gọi K là giao điểm của các đường thẳng EM và BN. Chứng minh rằng: $CK \perp BN$.
2. Cho đường tròn (O) bán kính R=1 và một điểm A sao cho OA=$\sqrt{2}$.Vẽ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (O) (B, C là các tiếp điểm).Một góc xOy có số đo bằng 45^0 có cạnh Ox cắt đoạn thẳng AB tại D và cạnh Oy cắt đoạn thẳng AC tại E

Chứng minh rằng: $2\sqrt{2}-2 \leq DE < 1$.

Câu 5: *(1,0 điểm)* Cho biểu thức $P = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + ac + bd$,trong đó $ad - bc = 1$.

Chứng minh rằng: $P \geq \sqrt{3}$.

Hết

...

SỞ GD VÀ ĐT THANH HOÁ

KỲ THI TUYỂN SINH THPT CHUYÊN LAM SƠN NĂM HỌC: 2009 - 2010

Môn: Toán (Dành cho thí sinh thi vào lớp chuyên Toán)

Ngày thi: 19 tháng 6 năm 2009

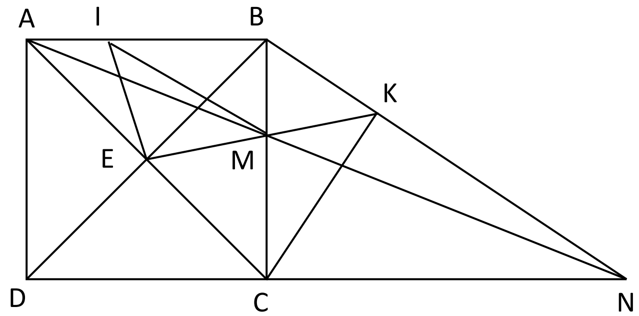
(Đáp án này gồm 04 trang)

Câu	ý	Nội dung	Điểm
1			
	1	Từ giả thiết suy ra: $(x + \frac{1}{x})^2 = 9 \Rightarrow x + \frac{1}{x} = 3$ (do $x > 0$) $\Rightarrow 21 = (x + \frac{1}{x})(x^2 + \frac{1}{x^2}) = (x^3 + \frac{1}{x^3}) + (x + \frac{1}{x}) \Rightarrow A = x^3 + \frac{1}{x^3} = 18$ $\Rightarrow 7.18 = (x^2 + \frac{1}{x^2})(x^3 + \frac{1}{x^3}) = (x^5 + \frac{1}{x^5}) + (x + \frac{1}{x})$ $\Rightarrow B = x^5 + \frac{1}{x^5} = 7.18 - 3 = 123$	0.25 0.25 0.25 0.25
	2	Từ hệ suy ra $\frac{1}{\sqrt{x}} + \sqrt{2 - \frac{1}{y}} = \frac{1}{\sqrt{y}} + \sqrt{2 - \frac{1}{x}}$ (2) Nếu $\frac{1}{\sqrt{x}} > \frac{1}{\sqrt{y}}$ thì $\sqrt{2 - \frac{1}{y}} > \sqrt{2 - \frac{1}{x}}$ nên (2) xảy ra khi và chỉ khi x=y thế vào hệ ta giải được x=1, y=1	0.5 0.5
2		Theo Viét, ta có: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1.x_2 = \frac{c}{a}$. Khi đó $Q = \dfrac{2a^2 - 3ab + b^2}{2a^2 - ab + ac} = \dfrac{2 - 3.\frac{b}{a} + \left(\frac{b}{a}\right)^2}{2 - \frac{b}{a} + \frac{c}{a}}$ (Vì $a \neq 0$)	0.25 0.25

		$= \dfrac{2+3(x_1+x_2)+(x_1+x_2)^2}{2+(x_1+x_2)+x_1x_2}$	0.25
		Vì $0 \le x_1 \le x_2 \le 2$ nên $x_1^2 \le x_1x_2$ và $x_2^2 \le 4$	0.25
		$\Rightarrow x_1^2 + x_2^2 \le x_1x_2 + 4 \Rightarrow (x_1+x_2)^2 \le 3x_1x_2 + 4$	0.25
		Do đó $Q \le \dfrac{2+3(x_1+x_2)+3x_1x_2+4}{2+(x_1+x_2)+x_1x_2} = 3$	0.25
		Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $x_1 = x_2 = 2$ hoặc $x_1 = 0, x_2 = 2$	0.25
		Tức là $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} -\dfrac{b}{a} = 4 \\ \dfrac{c}{a} = 4 \end{cases} \\ \begin{cases} -\dfrac{b}{a} = 2 \\ \dfrac{c}{a} = 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c = -b = 4a \\ \begin{cases} b = -2a \\ c = 0 \end{cases} \end{array}\right.$ Vậy maxQ=3	0.25
3			
	1	ĐK: $x \ge 2$, $y \ge -2009$, $z \ge 2010$ Phương trình đã cho tương đương với: $x + y + z = 2\sqrt{x-2} + 2\sqrt{y+2009} + 2\sqrt{z-2010}$ $\Leftrightarrow (\sqrt{x-2} - 1)^2 + (\sqrt{y+2009} - 1)^2 + (\sqrt{z-2010} - 1)^2 = 0$ $\begin{cases} \sqrt{x-2} - 1 = 0 \\ \sqrt{y+2009} - 1 = 0 \\ \sqrt{z-2010} - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -2008 \\ z = 2011 \end{cases}$	0.25 0.25 0.25 0.25
	2	<u>*Nhận xét*</u>: p là số nguyên tố $\Rightarrow 4p^2 + 1 > 5$ và $6p^2 + 1 > 5$ Đặt $x = 4p^2 + 1 = 5p^2 - (p-1)(p+1)$ $y = 6p^2 + 1 \Rightarrow 4y = 25p^2 - (p-2)(p+2)$	0.25

		Khi đó: - Nếu p chia cho 5 dư 4 hoặc dư 1 thì (p - 1)(p + 1) chia hết cho 5 $\Rightarrow$ x chia hết cho 5 mà x > 5 $\Rightarrow$ x không là số nguyên tố - Nếu p chia cho 5 dư 3 hoặc dư 2 thì (p - 2)(p + 2) chia hết cho 5 $\Rightarrow$ 4y chia hết cho 5 mà UCLN(4, 5) = 1 $\Rightarrow$ y chia hết cho 5 mà y > 5 $\Rightarrow$ y không là số nguyên tố Vậy p chia hết cho 5, mà p là số nguyên tố $\Rightarrow$ p = 5 Thử với p =5 thì x =101, y =151 là các số nguyên tố Vậy: p =5	0.25 0.25 0.25
4			

1.



Trên cạnh AB lấy điểm I sao cho IB = CM 0.25

Ta có Δ IBE = Δ MCE (c.g.c).

Suy ra EI = EM , $\angle MEC = \angle BEI \Rightarrow \Delta$ MEI vuông cân tại E 0.25

Suy ra $\angle EMI = 45^0 = \angle BCE$

Mặt khác: $\frac{IB}{AB} = \frac{CM}{CB} = \frac{MN}{AN} \Rightarrow$ IM // BN 0.25

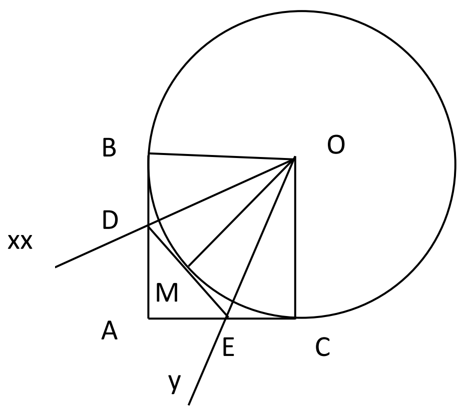
$\angle BCE = \angle EMI = \angle BKE \Rightarrow$ tứ giác BECK nội tiếp 0.25

$\angle BEC + \angle BKC = 180^0$ 0.25

Lại có: $\angle BEC = 90^0 \Rightarrow \angle BKC = 90^0$. Vậy $CK \perp BN$

0.25

2.



Vì AO = $\sqrt{2}$, OB=OC=1 và $\angle$ABO=$\angle$ACO=90^0 suy ra OBAC là hình vuông

Trên cung nhỏ BC lấy điểm M sao cho $\angle$DOM = $\angle$DOB 0.25

	$\Rightarrow \angle MOE = \angle COE$	
	Suy ra Δ MOD=Δ BOD $\Rightarrow \angle DME = 90^0$	0.25
	Δ MOE=Δ COE $\Rightarrow \angle EMO = 90^0$	
	suy ra D,M,E thẳng hàng, suy ra DE là tiếp tuyến của (O).	0.25
	Vì DE là tiếp tuyến suy ra DM=DB, EM=EC	
	Ta cú DE<AE+AD $\Rightarrow$2DE<AD+AE+BD+CE =2 suy ra DE<1	
	Đặt DM = x, EM = y ta có $AD^2 + AE^2 = DE^2$	0.25
	$\Leftrightarrow (1-x)^2 + (1-y)^2 = (x+y)^2$	
	$\Leftrightarrow$ 1- (x+y) = xy $\le \frac{(x+y)^2}{4}$ suy ra $DE^2 + 4.DE - 4 \ge 0$	0.25
	$\Leftrightarrow DE \ge 2\sqrt{2} - 2$	
	Vậy $2\sqrt{2} - 2 \le DE < 1$	
		0.25
	Ta có:	
5.	$(ac+bd)^2 + (ad-bc)^2 = a^2c^2 + 2abcd + b^2d^2 + a^2d^2 - 2abcd + b^2c^2$	
	$= a^2\left(c^2+d^2\right) + b^2\left(d^2+c^2\right) = \left(a^2+b^2\right)\left(c^2+d^2\right)$	
	Vì $ad - bc = 1$ nên $1 + (ac+bd)^2 = \left(a^2+b^2\right)\left(c^2+d^2\right)$ (1)	
	Áp dụng bất đẳng thức Cosi cho hai số không âm $\left(a^2+b^2\right);\left(c^2+d^2\right)$	
	có: $P = a^2+b^2+c^2+d^2+ac+bd \ge 2\sqrt{\left(a^2+b^2\right)\left(c^2+d^2\right)} + ac + bd$	0.25
	$\Rightarrow P \ge 2\sqrt{1+\left(ac+bd\right)^2} + ac + bd$ (theo (1))	
	Rõ ràng $P > 0$ vì: $2\sqrt{1+\left(ac+bd\right)^2} > \lvert ac+bd \rvert^2$	
	Đặt $x = ac + bd$,ta có: $P \ge 2\sqrt{1+x^2} + x$	0.25
	$\Leftrightarrow P^2 \ge 4\left(1+x^2\right) + 4x\sqrt{1+x^2} + x^2 = \left(1+x^2\right) + 4x\sqrt{1+x^2} + 4x^2 + 3$	
		0.25
	$= \left(\sqrt{1+x^2} + 2x\right)^2 + 3 \ge 3$	
	Vậy $P \ge 3$	

		0.25

ĐỀ 772

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
YÊN BÁI

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 CHUYÊN
NĂM HỌC 2009-2010
MÔN TOÁN
Thời gian làm bài 150 phút không kể giao đề

<u>Bài 1(2,5 điểm)</u>: Cho $M=\dfrac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}}-\dfrac{x\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}}$

1- Tìm điều kiện để M có nghĩa.

2- Rút gọn M (với điều kiện Mcó nghĩa)

3- Cho N=$\dfrac{1}{18}\left(6x+\dfrac{6}{x}+x^3+\dfrac{1}{x^3}\right)$. Tìm tất cả các giá trị của x để M = N

<u>Bài 2(1,5) điểm)</u>: Giải hệ phương trình: $\begin{cases} y=x^2 \\ z=xy \\ \dfrac{1}{x}=\dfrac{1}{y}+\dfrac{2}{z} \end{cases}$ với $x,y,z>0$

<u>Bài 3(1,5 điểm)</u>:

Tính giá trị của biểu thức $A=x^3-6x$ với $x=\sqrt[3]{20+14\sqrt{2}}+\sqrt[3]{20-14\sqrt{2}}$

<u>Bài 4(3,0 điểm)</u>:

Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Vẽ đường tròn tâm O đường kính AH, đường tròn (O) cắt các cạnh AB và AC lần lượt tại D và E. Các tiếp tuyến với đường tròn (O) tại D và E cắt BC thứ tự ở M và N.

1- Chứng minh rằng tứ giác ADHE là hình chữ nhật và ba điểm D, O, E thẳng hàng.

2- Chứng minh rằng M là trung điểm của HB và N là trung điểm của HC.

3- Tính diện tích tứ giác DENM, biết AB = 7cm, AC = 10 cm.

<u>Bài 5(1,5 điểm)</u>: Tìm tất cả các bộ ba số $(x;y;z)$ với $x,y,z\in Z$ để:

$P=(x-zy)^2+6(x-zy)+x^2+16y^2-8xy+2x-8y+10$ đạt giá trị nhỏ nhất.

---------- **Hết** ------------

Họ và tên thí sinh:...**Phòng thi:**.............**SBD**:......................

Họ và tên, chữ ký giám thị 1 **Họ và tên, chữ ký giám thị 2**

....

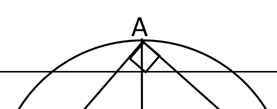
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
YÊN BÁI

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 CHUYÊN
NĂM HỌC 2009-2010
MÔN TOÁN

ĐÁP ÁN-HƯỚNG DẪN CHẤM THI

Nội dung	Điểm
<u>Bài 1(2,5 điểm):</u> Cho $M=\dfrac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}}-\dfrac{x\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}}$ 1- Tìm điều kiện để M có nghĩa. 2- Rút gọn M (với điều kiện M *M* có nghĩa) 3- Cho N= $\dfrac{1}{18}\left(6x+\dfrac{6}{x}+x^3+\dfrac{1}{x^3}\right)$. Tìm tất cả các giá trị của x để $M = N$	
1-(0,5 đ)	
Để M có nghĩa, ta có: $\begin{cases} x\ge 0 \\ x-\sqrt{x}\ne 0 \\ x+\sqrt{x}\ne 0 \end{cases}$	0,25
$\Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 0 \\ \sqrt{x}(\sqrt{x}-1)\ne 0 \\ \sqrt{x}(\sqrt{x}+1)\ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ x\ne 1 \end{cases}$	0,25
2-(1,0 đ) Với x > 0, $\ne 1$ ta có:	0,25
$M=\dfrac{(x\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x})-(x\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x})}{x^2-x}$	0,25
$=\dfrac{x^2\sqrt{x}+x^2-x-\sqrt{x}-x^2\sqrt{x}+x^2-x+\sqrt{x}}{x^2-x}$	0,25
$=\dfrac{2x^2-2x}{x^2-x}$	0,25
$=\dfrac{2(x^2-x)}{x^2-x}=2$. Vậy $M=2$	
3-(1,0 đ)	0,25
Với $x>0, \ne 1$ ta có: $2=\dfrac{1}{18}\left(6(x+\dfrac{1}{x})+x^3+\dfrac{1}{x^3}\right)$ (1)	
Đặt $x+\dfrac{1}{x}=y>2$ (vì $x>0,\ne 1$)	0,25
Ta có $y^3=x^3+\dfrac{1}{x^3}+3x^2.\dfrac{1}{x}+3x.\dfrac{1}{x^2}=x^3+\dfrac{1}{x^3}+3(x+\dfrac{1}{x}) \Rightarrow x^3+\dfrac{1}{x^3}=y^3-3y$	0,25
Do đó, từ (1) ta có: $36=6y+y^3-3y \Leftrightarrow y^3+3y-36=0$ $\Leftrightarrow 0=(y^3-3^3)+(3y-9)=(y-3)(y^2+3y+9)+3(y-3)=(y-3)(y^2+3y+12)$	
	0,25

$\Leftrightarrow\ y=3>2$ (vì $y^2+3y+12=\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{39}{4}>0$) Với $y=3$, ta có $x+\frac{1}{x}=3 \Leftrightarrow x^2-3x+1=0$ (Δ = 9- 4= 5 > 0) $\Leftrightarrow x_1=\frac{3+\sqrt{5}}{2}$, $x_2=\frac{3-\sqrt{5}}{2}$ (tmđk). Vậy với $x_1=\frac{3+\sqrt{5}}{2}$, $x_2=\frac{3-\sqrt{5}}{2}$ thì M = N	
<u>Bài 2(1,5) điểm)</u>: Giải hệ phương trình: $\begin{cases} y=x^2 \\ z=xy \\ \frac{1}{x}=\frac{1}{y}+\frac{2}{z} \end{cases}$ với $x,y,z>0$ Thế (1) vào (2) ta có $z=x^3$ (4) Thế (1) và (4) vào (3) ta có $\frac{1}{x}=\frac{1}{x^2}+\frac{2}{x^3}$ hay $\frac{x^2}{x^3}=\frac{x+2}{x^3}$, vì $x>0$ Ta có $x^2=x+2$ $\Leftrightarrow x^2-x-2=0$ (a-b+c = 1 +1- 2 = 0) $\Leftrightarrow x_1=2>0$, $x_2=-1<0$ (loại) Do x = 2 $\Rightarrow$ y = 4 > 0, z = 8 > 0 Vậy nghiệm của hệ phương trình đã cho là $(x;y;z)=(2;4;8)$	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25
<u>Bài 3(1,5 điểm):</u> Tính giá trị của biểu thức $A=x^3-6x$ với $x=\sqrt[3]{20+14\sqrt{2}}+\sqrt[3]{20-14\sqrt{2}}$ Đặt a = $\sqrt[3]{20+14\sqrt{2}}$, b = $\sqrt[3]{20-14\sqrt{2}}$, ta có x = a + b Có $x^3 = a^3+b^3+3a^2b+3ab^2$, vì $a^3+b^3 = 20+14\sqrt{2}+20-14\sqrt{2} = 40$, nên $x^3 = 40+3ab(a+b) = 40+3ab\,x$ Ta lại có ab = $\sqrt[3]{20+14\sqrt{2}}.\sqrt[3]{20-14\sqrt{2}} = \sqrt[3]{(20+14\sqrt{2})(20-14\sqrt{2})}=\sqrt[3]{20^2-2.14^2}$ $=\sqrt[3]{8}=2$ Vậy A = x^3 - 6x = 40 + 6x – 6x = 40	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25
<u>Bài 4(3,0 điểm):</u> Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Vẽ đường tròn tâm O đường kính AH, đường tròn (O) cắt các cạnh AB và AC lần lượt tại D và E. Các tiếp tuyến với đường tròn (O) tại D và E cắt BC thứ tự ở M và N. 1- Chứng minh rằng tứ giác ADHE là hình chữ nhật và ba điểm D, O, E thẳng hàng. 2- Chứng minh rằng M là trung điểm của HB và N là trung điểm của HC. 3- Tính diện tích tứ giác DENM, biết AB = 7cm, AC = 10 cm.	
1-(1 đ) Có: $\angle DAE=1v(gt)$	



$\angle ADH = 1v$(góc nội tiếp chắn $\frac{1}{2}$(O)) $\angle AEH = 1v$(góc nội tiếp chắn $\frac{1}{2}$(O)) $\Rightarrow \angle DAE = \angle ADH = \angle AEH$ $\Rightarrow$tứ giác ADHE là hình chữ nhật. Vì $\angle DAE = 1v$(gt) $\Rightarrow$ DE là đường kính của (O) $\Rightarrow$ D,O,E thẳng hàng.	0,25 0,25 0,25 0,25
2-(1,0 đ) Vì $AH \perp BC$ tại H $\Rightarrow$ BC là tiếp tuyến của (O) Ta có MD = MH (hai tiếp tuyến của (O) cùng xuất phát từ M) OD = OH = $\frac{1}{2}$AH (vì ADHE là hình chữ nhật) $\Rightarrow$ OM là đường trung trực của DH $\Rightarrow OM \perp DH$ Vì $\angle ADH = 1v$ (theo (2)) $\Rightarrow$ AB $\perp$ DH tại D $\Rightarrow$ OM//AB Vì OA= OH = $\frac{1}{2}$AH (vì ADHE là hình chữ nhật) Từ (8) và (9) $\Rightarrow$ OM là đường trung bình của ΔAHB $\Rightarrow$ MB=MH $\Rightarrow$ M là trung điểm của HB. Chứng minh tương tự ta có NH = NC $\Rightarrow$ N là trung điểm của HC. 3-(1,0 đ) $MD \perp DE$ tại D (MD là tiếp tuyến của (O) tại D) NE $\perp$ DE tại E (NE là tiếp tuyến của (O) tại E) $\Rightarrow$ MD//NE $\Rightarrow$ DENM là hình thang vuông, đường cao DE Gọi diện tích hình thang DENM là S_{DENM}. Ta có: $S_{DENM} = \frac{1}{2}$(MD+NE).DE Vì MD = MH (hai tiếp tuyến của (O) cùng xuất phát từ M) NE = NH (hai tiếp tuyến của (O) cùng xuất phát từ N) $\Rightarrow$ MD+NE= MN = $\frac{1}{2}$BC (vì MH=MB, NH=NC) Lại có DE = AH (vì ADHE là hình chữ nhật) Do đó: $S_{DENM} = \frac{1}{2}.\frac{1}{2}BC.AH = \frac{1}{4}AB.AC = \frac{1}{4}.10.7 = 17{,}5\ (cm^2)$	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25
Bài 5(1,5 điểm): Tìm tất cả các bộ ba số $(x;y;z)$ với $x,y,z \in Z$ để: $P = (x-zy)^2 + 6(x-zy) + x^2 + 16y^2 - 8xy + 2x - 8y + 10$ đạt giá trị nhỏ nhất. $P = [(x-zy)^2 + 6(x-zy) + 9] + [(x^2 - 8xy + 16y^2) + 2(x-4y) + 1]$	

$= [(x - zy) + 3]^2 + [(x - 4y)^2 + 2(x - 4y) + 1]$ $= (x - zy + 3)^2 + (x - 4y + 1)^2 \geq 0$ P nhỏ nhất khi: $\begin{cases} x - zy + 3 = 0 & (1') \\ x - 4y + 1 = 0 & (2') \end{cases}$ Lấy (1') – (2'), ta có $-zy + 4y + 2 = 0 \Leftrightarrow (z - 4)y = 2$ $\Leftrightarrow \quad y = \dfrac{2}{z - 4} \quad (z \neq 4) \qquad (1)$ Vì $y \in Z$ nên $z - 4 = \pm 1; \pm 2$, đồng thời theo (1) và (2') ta có: $z - 4 = -1 \Leftrightarrow z = 3 \Rightarrow y = -2 \Rightarrow x = -9$; $z - 4 = 1 \Leftrightarrow z = 5 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow x = 7$ $z - 4 = -2 \Leftrightarrow z = 2 \Rightarrow> y = -1 \Rightarrow x = -5$; $z - 4 = 2 \Leftrightarrow z = 6 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow x = 3$ Vậy với $(x; y; z) = [(-9;-2;3),(7;2;5),(-5;-1;2),(3;1;6)]$ thì P đạt giá trị nhỏ nhất (bằng 0)	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25

ĐỀ 773

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẢNG NAM

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 TRƯỜNG THPT CHUYÊN
Năm học 2008-2009
Môn TOÁN

Thời gian làm bài 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Bài 1 *(1 điểm)*:

a) Thực hiện phép tính: $\dfrac{3\sqrt{10} + \sqrt{20} - 3\sqrt{6} - \sqrt{12}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $x - \sqrt{x - 2008}$.

Bài 2 *(1,5 điểm)*:

Cho hệ phương trình: $\begin{cases} mx - y = 2 \\ 3x + my = 5 \end{cases}$

a) Giải hệ phương trình khi $m = \sqrt{2}$.

b) Tìm giá trị của m để hệ phương trình đã cho có nghiệm (x; y) thỏa mãn hệ thức $x + y = 1 - \dfrac{m^2}{m^2 + 3}$.

Bài 3 *(1,5 điểm)*:

a) Cho hàm số $y = -\dfrac{1}{2}x^2$, có đồ thị là (P). Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm M và N nằm trên (P) lần lượt có hoành độ là -2 và 1.

b) Giải phương trình: $3x^2+3x-2\sqrt{x^2+x}=1$.

Bài 4 *(2 điểm)*:

Cho hình thang ABCD (AB // CD), giao điểm hai đường chéo là O. Đường thẳng qua O song song với AB cắt AD và BC lần lượt tại M và N.

a) Chứng minh: $\frac{MO}{CD}+\frac{MO}{AB}=1$.

b) Chứng minh: $\frac{1}{AB}+\frac{1}{CD}=\frac{2}{MN}$.

c) Biết $S_{AOB}=m^2$; $S_{COD}=n^2$. Tính S_{ABCD} theo m và n (với S_{AOB}, S_{COD}, S_{ABCD} lần lượt là diện tích tam giác AOB, diện tích tam giác COD, diện tích tứ giác ABCD).

Bài 5 *(3 điểm)*: Cho đường tròn (O; R) và dây cung AB cố định không đi qua tâm O; C và D là hai điểm di động trên cung lớn AB sao cho AD và BC luôn song song. Gọi M là giao điểm của AC và BD. Chứng minh rằng:

a) Tứ giác AOMB là tứ giác nội tiếp.

b) OM $\perp$ BC.

c) Đường thẳng d đi qua M và song song với AD luôn đi qua một điểm cố định.

Bài 6 *(1 điểm)*:

a) Cho các số thực dương x; y. Chứng minh rằng: $\frac{x^2}{y}+\frac{y^2}{x}\geq x+y$.

b) Cho n là số tự nhiên lớn hơn 1. Chứng minh rằng n^4+4^n là hợp số.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO	**KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 TRƯỜNG THPT CHUYÊN**
QUẢNG NAM	**Năm học 2008-2009**
ĐỀ CHÍNH THỨC	**Môn TOÁN**
	Thời gian làm bài 150 phút (không kể thời gian giao đề)

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN

I. Hướng dẫn chung:

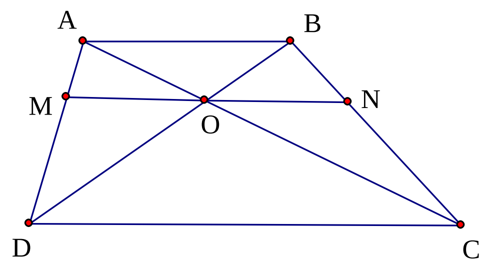
1) Nếu thí sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án mà vẫn đúng thì cho đủ điểm từng phần như hướng dẫn quy định.

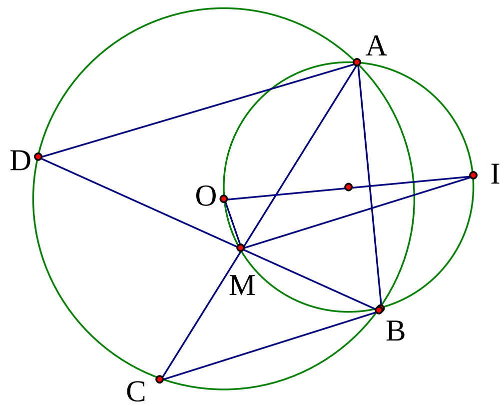
2) Việc chi tiết hóa thang điểm (nếu có) so với thang điểm trong hướng dẫn chấm phải đảm bảo không sai lệch với hướng dẫn chấm và được thống nhất trong Hội đồng chấm thi.

3) Điểm toàn bài lấy điểm lẻ đến 0,25.

II. Đáp án:

Bài	Nội dung	Điểm
1 **(1đ)**	a) Biến đổi được: $\frac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(3\sqrt{2}+2)}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$ $=3\sqrt{2}+2$	0,25 0,25
	b) Điều kiện $x \geq 2008$ $x-\sqrt{x-2008}=(x-2008-2.\frac{1}{2}.\sqrt{x-2008}+\frac{1}{4})+2008-\frac{1}{4}$ $=(\sqrt{x-2008}-\frac{1}{2})^2+\frac{8031}{4}\geq\frac{8031}{4}$ Dấu " = " xảy ra khi $\sqrt{x-2008}=\frac{1}{2}\Leftrightarrow x=\frac{8033}{4}$(thỏa mãn). Vậy giá trị nhỏ nhất cần tìm là $\frac{8031}{4}$ khi $x=\frac{8033}{4}$.	0,25 0,25
2 **(1,5đ)**	a) Khi m = $\sqrt{2}$ ta có hệ phương trình $\begin{cases}\sqrt{2}x-y=2\\3x+\sqrt{2}y=5\end{cases}$ $\Leftrightarrow\begin{cases}2x-\sqrt{2}y=2\sqrt{2}\\3x+\sqrt{2}y=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{2\sqrt{2}+5}{5}\\y=\sqrt{2}x-2\end{cases}$ $\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{2\sqrt{2}+5}{5}\\y=\frac{5\sqrt{2}-6}{5}\end{cases}$	0,25 0,25 0,25
	b) Giải tìm được: $x=\frac{2m+5}{m^2+3}$; $y=\frac{5m-6}{m^2+3}$ Thay vào hệ thức $x+y=1-\frac{m^2}{m^2+3}$; ta được $\frac{2m+5}{m^2+3}+\frac{5m-6}{m^2+3}=1-\frac{m^2}{m^2+3}$ Giải tìm được $m=\frac{4}{7}$	0,25 0,25 0,25
3 **(1,5đ)**	a) Tìm được M(- 2; - 2); $N(1:-\frac{1}{2})$ Phương trình đường thẳng có dạng y = ax + b, đường thẳng đi qua M và N nên $\begin{cases}-2a+b=-2\\a+b=-\frac{1}{2}\end{cases}$ Tìm được $a=\frac{1}{2}$; $b=-1$. Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là	0,25 0,25 0,25

	$y=\frac{1}{2}x-1$	
	b) Biến đổi phương trình đã cho thành $3(x^2+x)-2\sqrt{x^2+x}-1=0$ Đặt $t=\sqrt{x^2+x}$ (điều kiện $t\geq 0$), ta có phương trình $3t^2-2t-1=0$ Giải tìm được t = 1 hoặc t = $-\frac{1}{3}$(loại) Với t = 1, ta có $\sqrt{x^2+x}=1 \Leftrightarrow x^2+x-1=0$. Giải ra được $x=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ hoặc $x=\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$.	0,25 0,25 0,25
4 **(2đ)**	Hình vẽ  	0,25
	a) Chứng minh được $\frac{MO}{CD}=\frac{AM}{AD}$; $\frac{MO}{AB}=\frac{MD}{AD}$ Suy ra $\frac{MO}{CD}+\frac{MO}{AB}=\frac{AM+MD}{AD}=\frac{AD}{AD}=1$ (1)	0,25 0,50
	b) Tương tự câu a) ta có $\frac{NO}{CD}+\frac{NO}{AB}=1$ (2) (1) và (2) suy ra $\frac{MO+NO}{CD}+\frac{MO+NO}{AB}=2$ hay $\frac{MN}{CD}+\frac{MN}{AB}=2$ Suy ra $\frac{1}{CD}+\frac{1}{AB}=\frac{2}{MN}$	0,25 0,25
	c) $\frac{S_{AOB}}{S_{AOD}}=\frac{OB}{OD}$; $\frac{S_{AOD}}{S_{COD}}=\frac{OA}{OC}$; $\frac{OB}{OD}=\frac{OA}{OC} \Rightarrow \frac{S_{AOB}}{S_{AOD}}=\frac{S_{AOD}}{S_{COD}}$ $\Rightarrow S_{AOD}^2=m^2.n^2 \Rightarrow S_{AOD}=m.n$ Tương tự $S_{BOC}=m.n$. Vậy $S_{ABCD}=m^2+n^2+2mn=(m+n)^2$	0,25 0,25
	Hình vẽ (phục vụ câu a)	0,25

5 **(3đ)**	 	
	a) Chứng minh được: - hai cung AB và CD bằng nhau - sđ góc AMB bằng sđ cung AB Suy ra được hai góc AOB và AMB bằng nhau O và M cùng phía với AB. Do đó tứ giác AOMB nội tiếp	0,25 0,25 0,25 0,25
	b) Chứng minh được: - O nằm trên đường trung trực của BC (1) - M nằm trên đường trung trực của BC (2) Từ (1) và (2) suy ra OM là đường trung trực của BC, suy ra $OM \perp BC$	0,25 0,25 0,25
	c) Từ giả thiết suy ra $d \perp OM$ Gọi I là giao điểm của đường thẳng d với đường tròn ngoại tiếp tứ giác AOMB, suy ra góc OMI bằng 90^0, do đó OI là đường kính của đường tròn này Khi C và D di động thỏa mãn đề bài thì A, O, B cố định, nên đường tròn ngoại tiếp tứ giác AOMB cố định, suy ra I cố định. Vậy d luôn đi qua điểm I cố định.	0,25 0,25 0,25 0,25
6 **(1đ)**	a) Với x và y đều dương, ta có $\frac{x^2}{y}+\frac{y^2}{x} \ge x+y$ (1) $\Leftrightarrow x^3+y^3 \ge xy(x+y) \Leftrightarrow (x+y)(x-y)^2 \ge 0$ (2) (2) luôn đúng với mọi x > 0, y > 0. Vậy (1) luôn đúng với mọi $x > 0,\ y > 0$	 0,25 0,25
	b) n là số tự nhiên lớn hơn 1 nên n có dạng n = 2k hoặc n = 2k + 1, với k là số tự nhiên lớn hơn 0. - Với n = 2k, ta có $n^4+4^n=(2k)^4+4^{2k}$ lớn hơn 2 và chia hết cho 2. Do đó n^4+4^n là hợp số. -Với n = 2k+1, tacó $n^4+4^n=n^4+4^{2k}.4=n^4+(2.4^k)^2=(n^2+2.4^k)^2-(2.n.2^k)^2$ $=(n^2+2^{2k+1}+n.2^{k+1})(n^2+2^{2k+1}-n.2^{k+1})=[(n+2^k)^2+2^{2k}][(n-2^k)^2+2^{2k}]$. Mỗi thừa số đều lớn hơn hoặc bằng 2. Vậy n^4+4^n là hợp số	 0,25 0,25

====================== Hết ======================

ĐỀ 774

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

QUẢNG NAM

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 TRƯỜNG THPT CHUYÊN

Năm học 2008-2009

Môn TOÁN

(Dành cho học sinh chuyên Tin)

Thời gian làm bài 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Bài 1 *(1,5 điểm)*:

a) Thực hiện phép tính: $\dfrac{3\sqrt{10}+\sqrt{20}-3\sqrt{6}-\sqrt{12}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $x-\sqrt{x-2008}$.

Bài 2 *(2 điểm)*:

Cho hệ phương trình: $\begin{cases} mx-y=2 \\ 3x+my=5 \end{cases}$

a) Giải hệ phương trình khi $m=\sqrt{2}$.

b) Tìm giá trị của m để hệ phương trình đã cho có nghiệm (x; y) thỏa mãn hệ thức $x+y=1-\dfrac{m^2}{m^2+3}$.

Bài 3 *(2 điểm)*:

a) Cho hàm số $y=-\dfrac{1}{2}x^2$, có đồ thị là (P). Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm M và N nằm trên (P) lần lượt có hoành độ là -2 và 1.

b) Giải phương trình: $3x^2+3x-2\sqrt{x^2+x}=1$.

Bài 4 *(1,5 điểm)*:

Cho hình thang ABCD (AB // CD), giao điểm hai đường chéo là O. Đường thẳng qua O song song với AB cắt AD và BC lần lượt tại M và N.

a) Chứng minh: $\dfrac{MO}{CD}+\dfrac{MO}{AB}=1$.

b) Chứng minh: $\frac{1}{AB}+\frac{1}{CD}=\frac{2}{MN}$.

Bài 5 *(3 điểm)*:

Cho đường tròn (O; R) và dây cung AB cố định không đi qua tâm O; C và D là hai điểm di động trên cung lớn AB sao cho AD và BC luôn song song. Gọi M là giao điểm của AC và BD. Chứng minh rằng:

a) Tứ giác AOMB là tứ giác nội tiếp.

b) OM $\perp$ BC.

c) Đường thẳng d đi qua M và song song với AD luôn đi qua một điểm cố định.

**************** *Hết* ****************

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

QUẢNG NAM

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 TRƯỜNG THPT CHUYÊN

Năm học 2008-2009

Môn TOÁN

(Dành cho học sinh chuyên Tin)

Thời gian làm bài 150 phút (không kể thời gian giao đề)

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN

I. Hướng dẫn chung:

1) Nếu thí sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án mà vẫn đúng thì cho đủ điểm từng phần như hướng dẫn quy định.

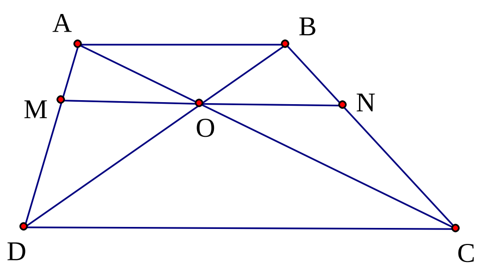
2) Việc chi tiết hóa thang điểm (nếu có) so với thang điểm trong hướng dẫn chấm phải đảm bảo không sai lệch với hướng dẫn chấm và được thống nhất trong Hội đồng chấm thi.

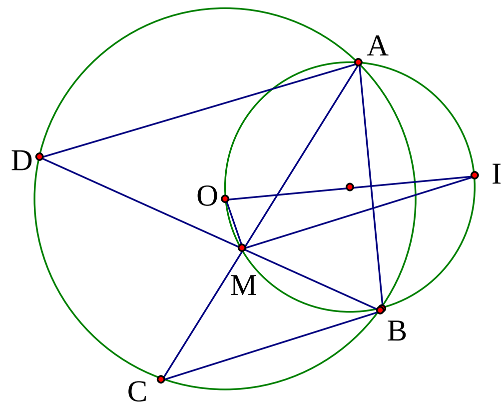
3) Điểm toàn bài lấy điểm lẻ đến 0,25.

II. Đáp án:

Bài	Nội dung	Điểm
	a) Biến đổi được: $\frac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(3\sqrt{2}+2)}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$ $=3\sqrt{2}+2$	0,50 0,25
	b) Điều kiện $x \geq 2008$	

1 **(1,5đ)**	$x-\sqrt{x-2008}=(x-2008-2.\frac{1}{2}.\sqrt{x-2008}+\frac{1}{4})+2008-\frac{1}{4}$ $=(\sqrt{x-2008}-\frac{1}{2})^2+\frac{8031}{4}\ge\frac{8031}{4}$ Dấu “ = “ xảy ra khi $\sqrt{x-2008}=\frac{1}{2}\Leftrightarrow x=\frac{8033}{4}$ (thỏa mãn). Vậy giá trị nhỏ nhất cần tìm là $\frac{8031}{4}$ khi $x=\frac{8033}{4}$.	0,50 0,25
2 **(2đ)**	a) Khi m = $\sqrt{2}$ ta có hệ phương trình $\begin{cases}\sqrt{2}x-y=2\\3x+\sqrt{2}y=5\end{cases}$ $\Leftrightarrow\begin{cases}2x-\sqrt{2}y=2\sqrt{2}\\3x+\sqrt{2}y=5\end{cases}$ $\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{2\sqrt{2}+5}{5}\\y=\sqrt{2}x-2\end{cases}$ $\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{2\sqrt{2}+5}{5}\\y=\frac{5\sqrt{2}-6}{5}\end{cases}$	0,25 0,25 0,25 0,25
	b) Giải tìm được: $x=\frac{2m+5}{m^2+3}; y=\frac{5m-6}{m^2+3}$ Thay vào hệ thức $x+y=1-\frac{m^2}{m^2+3}$; ta được $\frac{2m+5}{m^2+3}+\frac{5m-6}{m^2+3}=1-\frac{m^2}{m^2+3}$ Giải tìm được $m=\frac{4}{7}$	0,50 0,25 0,25
3 **(2đ)**	a) Tìm được M(- 2; - 2); N$(1:-\frac{1}{2})$ Phương trình đường thẳng có dạng y = ax + b, đường thẳng đi qua M và N nên $\begin{cases}-2a+b=-2\\a+b=-\frac{1}{2}\end{cases}$	0,25 0,25

	Tìm được $a = \frac{1}{2}; b = -1$. Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $y = \frac{1}{2}x - 1$	0,25 0,25
	b) Biến đổi phương trình đã cho thành $3(x^2 + x) - 2\sqrt{x^2 + x} - 1 = 0$ Đặt $t = \sqrt{x^2 + x}$ (điều kiện $t \geq 0$), ta có phương trình $3t^2 - 2t - 1 = 0$ Giải tìm được t = 1 hoặc t = $-\frac{1}{3}$(loại) Với t = 1, ta có $\sqrt{x^2 + x} = 1 \Leftrightarrow x^2 + x - 1 = 0$. Giải ra được $x = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ hoặc $x = \frac{-1-\sqrt{5}}{2}$.	0,25 0,25 0,25 0,25
	Hình vẽ  	0,25
4 **(1,5đ)**	a) Chứng minh được $\frac{MO}{CD} = \frac{AM}{AD}; \frac{MO}{AB} = \frac{MD}{AD}$ Suy ra $\frac{MO}{CD} + \frac{MO}{AB} = \frac{AM+MD}{AD} = \frac{AD}{AD} = 1$ (1)	0,25 0,50
	b) Tương tự câu a) ta có $\frac{NO}{CD} + \frac{NO}{AB} = 1$ (2) (1) và (2) suy ra $\frac{MO+NO}{CD} + \frac{MO+NO}{AB} = 2$ hay $\frac{MN}{CD} + \frac{MN}{AB} = 2$ Suy ra $\frac{1}{CD} + \frac{1}{AB} = \frac{2}{MN}$	0,25 0,25
	Hình vẽ (phục vụ câu a)	0,25

<table>
<tr><td rowspan="4">5
(3đ)</td><td>
</td><td></td></tr>
<tr><td>a) Chứng minh được: - hai cung AB và CD bằng nhau
- sđ góc AMB bằng sđ cung AB
Suy ra được hai góc AOB và AMB bằng nhau
O và M cùng phía với AB. Do đó tứ giác AOMB nội tiếp</td><td>0,25
0,25
0,25
0,25</td></tr>
<tr><td>b) Chứng minh được: - O nằm trên đường trung trực của BC (1)
- M nằm trên đường trung trực của BC (2)
Từ (1) và (2) suy ra OM là đường trung trực của BC, suy ra $OM \perp BC$</td><td>0,25
0,25
0,25</td></tr>
<tr><td>c) Từ giả thiết suy ra $d \perp OM$
Gọi I là giao điểm của đường thẳng d với đường tròn ngoại tiếp tứ giác AOMB, suy ra góc OMI bằng 90^0, do đó OI là đường kính của đường tròn này.
Khi C và D di động thỏa mãn đề bài thì A, O, B cố định, nên đường tròn ngoại tiếp tứ giác AOMB cố định, suy ra I cố định.
Vậy d luôn đi qua điểm I cố định.</td><td>0,25

0,25

0,25
0,25</td></tr>
</table>

ĐỀ 775

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HẢI DƯƠNG

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
CHUYÊN NGUYỄN TRÃI NĂM HỌC 2015 - 2016
Môn thi: TOÁN (Chuyên)
Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề
(Đề thi gồm: 01 trang)

Câu I (2,0 điểm)

1) Cho $a-b=\sqrt{29+12\sqrt{5}}-2\sqrt{5}$. Tính giá trị của biểu thức:

$$A=a^2(a+1)-b^2(b-1)-11ab+2015$$

2) Cho x, y là hai số thực thỏa mãn $xy+\sqrt{(1+x^2)(1+y^2)}=1.$

Chứng minh rằng $x\sqrt{1+y^2}+y\sqrt{1+x^2}=0.$

Câu II (2,0 điểm)

1) Giải phương trình $2x+3+\sqrt{4x^2+9x+2}=2\sqrt{x+2}+\sqrt{4x+1}.$

2) Giải hệ phương trình $\begin{cases}2x^2-y^2+xy-5x+y+2=\sqrt{y-2x+1}-\sqrt{3-3x}\\ x^2-y-1=\sqrt{4x+y+5}-\sqrt{x+2y-2}\end{cases}$

Câu III (2,0 điểm)

1) Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn $x^4+x^2-y^2-y+20=0.$

2) Tìm các số nguyên k để $k^4-8k^3+23k^2-26k+10$ là số chính phương.

Câu IV (3,0 điểm) Cho đường tròn (O; R) và dây BC cố định không đi qua tâm. Trên tia đối của tia BC lấy điểm A (A khác B). Từ A kẻ hai tiếp tuyến AM và AN với đường tròn (O) (M và N là các tiếp điểm). Gọi I là trung điểm của BC.

1) Chứng minh A, O, M, N, I cùng thuộc một đường tròn và IA là tia phân giác của góc MIN

2) Gọi K là giao điểm của MN và BC. Chứng minh $\frac{2}{AK}=\frac{1}{AB}+\frac{1}{AC}.$

3) Đường thẳng qua M và vuông góc với đường thẳng ON cắt (O) tại điểm thứ hai là P. Xác định vị trí của điểm A trên tia đối của tia BC để AMPN là hình bình hành.

Câu V (1,0 điểm) Cho a,b là các số dương thỏa mãn điều kiện $(a+b)^3+4ab\le 12.$

Chứng minh bất đẳng thức $\frac{1}{1+a}+\frac{1}{1+b}+2015ab\le 2016.$

---------------------------Hết---------------------------

Câu I (2,0 điểm)

1) Cho $a-b=\sqrt{29+12\sqrt{5}}-2\sqrt{5}$. Tính giá trị của biểu thức:

$$A=a^2(a+1)-b^2(b-1)-11ab+2015$$

$$a-b=\sqrt{29+12\sqrt{5}}-2\sqrt{5}=\sqrt{\left(3+2\sqrt{5}\right)^2}-2\sqrt{5}=3$$

$$A=a^3-b^3+a^2+b^2-11ab+2015$$
$$=(a-b)(a^2+b^2+ab)+a^2+b^2-11ab+2015$$
$$=3(a^2+b^2+ab)+a^2+b^2-11ab+2015$$
$$=4(a^2-2ab+b^2)+2015=4(a-b)^2+2015=2051$$

2) Cho x, y là hai số thực thỏa mãn $xy+\sqrt{(1+x^2)(1+y^2)}=1.$

Chứng minh rằng $x\sqrt{1+y^2}+y\sqrt{1+x^2}=0.$

$$xy+\sqrt{(1+x^2)(1+y^2)}=1 \Leftrightarrow \sqrt{(1+x)^2(1+y)^2}=1-xy$$

$$\Rightarrow (1+x^2)(1+y^2)=(1-xy)^2$$

$$\Leftrightarrow 1+x^2+y^2+x^2y^2=1-2xy+x^2y^2$$

$$\Leftrightarrow x^2+y^2+2xy=0 \Leftrightarrow (x+y)^2=0 \Leftrightarrow y=-x$$

$$\Rightarrow x\sqrt{1+y^2}+y\sqrt{1+x^2}=x\sqrt{1+x^2}-x\sqrt{1+x^2}=0$$

Câu II (2,0 điểm)

1) Giải phương trình $2x+3+\sqrt{4x^2+9x+2}=2\sqrt{x+2}+\sqrt{4x+1}.$

Pt $\Leftrightarrow$ $2x+3+\sqrt{(x+2)(4x+1)}=2\sqrt{x+2}+\sqrt{4x+1}.$ ĐK: $x \geq -\dfrac{1}{4}$

Đặt $t^2=8x+4\sqrt{(x+2)(4x+1)}+9 \Leftrightarrow 2x+\sqrt{(x+2)(4x+1)}=\dfrac{t^2-9}{4}$

PTTT $t^2-4t+3=0 \Leftrightarrow t=1$ hoặc t = 3

TH1. t = 1 giải ra vô nghiệm hoặc kết hợp với ĐK $t \geq \sqrt{7}$ bị loại

TH 2. $t=3 \Rightarrow 2\sqrt{x+2}+\sqrt{4x+1}=3.$ Giải pt tìm được $x=-\dfrac{2}{9}$ (TM)

Vậy pt có nghiệm duy nhất $x=-\dfrac{2}{9}$

2) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x^2-y^2+xy-5x+y+2=\sqrt{y-2x+1}-\sqrt{3-3x} \\ x^2-y-1=\sqrt{4x+y+5}-\sqrt{x+2y-2} \end{cases}$

ĐK: $y-2x+1 \geq 0, 4x+y+5 \geq 0, x+2y-2 \geq 0, x \leq 1$

TH 1. $\begin{cases} y-2x+1=0 \\ 3-3x=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0=0 \\ -1=\sqrt{10}-1 \end{cases}$ (Không TM hệ)

TH 2. $x \neq 1, y \neq 1$ Đưa pt thứ nhất về dạng tích ta được

$$(x+y-2)(2x-y-1)=\frac{x+y-2}{\sqrt{y-2x+1}+\sqrt{3-3x}}$$

$(x+y-2)\left[\dfrac{1}{\sqrt{y-2x+1}+\sqrt{3-3x}}+y-2x+1\right]=0$. Do $y-2x+1 \geq 0$

nên $\dfrac{1}{\sqrt{y-2x+1}+\sqrt{3-3x}}+y-2x+1>0 \Rightarrow x+y-2=0$

Thay $y=2-x$ vào pt thứ 2 ta được $x^2+x-3=\sqrt{3x+7}-\sqrt{2-x}$

$\Leftrightarrow x^2+x-2=\sqrt{3x+7}-1+2-\sqrt{2-x}$

$\Leftrightarrow (x+2)(x-1)=\dfrac{3x+6}{\sqrt{3x+7}+1}+\dfrac{2+x}{2+\sqrt{2-x}}$

$\Leftrightarrow (x+2)\left[\dfrac{3}{\sqrt{3x+7}+1}+\dfrac{1}{2+\sqrt{2-x}}+1-x\right]=0$

Do $x\le 1$ nên $\dfrac{3}{\sqrt{3x+7}+1}+\dfrac{1}{2+\sqrt{2-x}}+1-x>0$

Vậy $x+2=0\Leftrightarrow x=-2\Rightarrow y=4$ (TMĐK)

Câu III (2,0 điểm)

1) Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn $x^4+x^2-y^2-y+20=0.$ (1)

Ta có (1) ⇔ $x^4+x^2+20=y^2+y$

Ta thấy $x^4+x^2<x^4+x^2+20\le x^4+x^2+20+8x^2$

⇔ $x^2(x^2+1)<y(y+1)\le(x^2+4)(x^2+5)$

Vì x, y ∈ $\mathbb{Z}$ nên ta xét các trường hợp sau

+ TH1. $y(y+1)=(x^2+1)(x^2+2)\Leftrightarrow x^4+x^2+20=x^4+3x^2+2$

$\Leftrightarrow 2x^2=18\Leftrightarrow x^2=9\Leftrightarrow x=\pm 3$

Với $x^2=9$, ta có $y^2+y=9^2+9+20\Leftrightarrow y^2+y-110=0$

$\Leftrightarrow y=10; y=-11(t.m)$

+ TH2. $y(y+1)=(x^2+2)(x^2+3)\Leftrightarrow x^4+x^2+20=x^4+5x^2+6$

$\Leftrightarrow 4x^2=14\Leftrightarrow x^2=\dfrac{7}{2}$ (loại)

+ TH3. $y(y+1)=(x^2+3)(x^2+4)\Leftrightarrow 6x^2=8\Leftrightarrow x^2=\dfrac{4}{3}$ (loại)

+ TH4. $y(y+1)=(x^2+4)(x^2+5)\Leftrightarrow 8x^2=0\Leftrightarrow x^2=0\Leftrightarrow x=0$

Với $x^2=0$, ta có $y^2+y=20\Leftrightarrow y^2+y-20=0\Leftrightarrow y=-5; y=4$

Vậy PT đã cho có nghiệm nguyên (x;y) là :
(3;10), (3;-11), (-3; 10), (-3;-11), (0; -5), (0;4).

2) Tìm các số nguyên k để $k^4-8k^3+23k^2-26k+10$ là số chính phương.

Đặt $M=k^4-8k^3+23k^2-26k+10$

Ta có $M=(k^4-2k^2+1)-8k(k^2-2k+1)+9k^2-18k+9$

$=(k^2-1)^2-8k(k-1)^2+9(k-1)^2=(k-1)^2.\left[(k-3)^2+1\right]$

M là số chính phương khi và chỉ khi $(k-1)^2=0$ hoặc $(k-3)^2+1$ là số chính phương.

TH 1. $(k-1)^2=0\Leftrightarrow k=1.$

TH 2. $(k-3)^2+1$ là số chính phương, đặt $(k-3)^2+1=m^2 (m\in\mathbb{Z})$

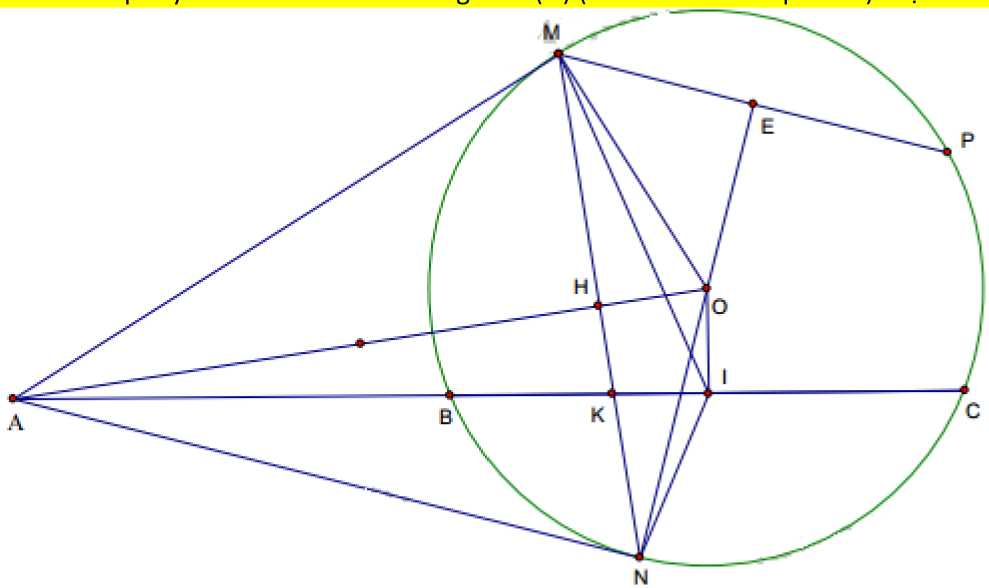
$\Leftrightarrow m^2-(k-3)^2=1\Leftrightarrow (m-k+3)(m+k-3)=1$

Vì $m, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow m-k+3 \in \mathbb{Z}, m+k-3 \in \mathbb{Z}$ nên

$$\begin{cases} m-k+3=1 \\ m+k-3=1 \end{cases} \text{hoặc} \begin{cases} m-k+3=-1 \\ m+k-3=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1, k=3 \\ m=-1, k=3 \end{array}\right. \Rightarrow k=3$$

Vậy k = 1 hoặc k = 3 thì $k^4-8k^3+23k^2-26k+10$ là số chính phương

Câu IV (3,0 điểm) Cho đường tròn (O; R) và dây BC cố định không đi qua tâm. Trên tia đối của tia BC lấy điểm A (A khác B). Từ A kẻ hai tiếp tuyến AM và AN với đường tròn (O) (M và N là các tiếp điểm). Gọi I là trung điểm của BC.



1) Chứng minh A, O, M, N, I cùng thuộc một đường tròn và IA là tia phân giác của góc MIN

Theo giả thiết AMO = ANO = AIO = 90° = > 5 điểm A, O, M, N, I thuộc đường tròn đường kính AO 0,25

=> AIN = AMN, AIM = ANM (Góc nội tiếp cùng chắn một cung)

AM = AN => ΔAMN cân tại A => AMN = ANM

=> AIN = AIM => đpcm

2) Gọi K là giao điểm của MN và BC. Chứng minh $\dfrac{2}{AK}=\dfrac{1}{AB}+\dfrac{1}{AC}$.

$$\frac{2}{AK}=\frac{1}{AB}+\frac{1}{AC} \Leftrightarrow 2AB.AC=AK(AB+AC) \Leftrightarrow AB.AC=AK.AI$$

(Do AB+ AC = 2AI)

ΔABN đồng dạng với ΔANC => AB.AC = AN^2

ΔAHK đồng dạng với ΔAIO => AK.AI = AH.AO

Tam giác ΔAMO vuông tại M có đường cao MH => AH.AO = AM^2

=> AK.AI = AM^2 . Do AN = AM => AB.AC = AK.AI

3) Đường thẳng qua M và vuông góc với đường thẳng ON cắt (O) tại điểm thứ hai là P. Xác định vị trí của điểm A trên tia đối của tia BC để AMPN là hình bình hành.

Ta có AN $\perp$ NO, MP $\perp$ NO, M $\notin$ AN => AN // MP

Do đó AMPN là hình bình hành ⇔ AN = MP = 2x

Tam giác ΔANO đồng dạng với ΔNEM => $\dfrac{AN}{NE}=\dfrac{NO}{EM}$ => $NE=\dfrac{2x^2}{R}$

TH 1.NE = NO – OE => $\frac{2x^2}{R} = R - \sqrt{R^2 - x^2} \Leftrightarrow 2x^2 = R^2 - R\sqrt{R^2 - x^2}$

Đặt $\sqrt{R^2 - x^2} = t, t \ge 0 \Rightarrow x^2 = R^2 - t^2$.

PTTT $2(R^2 - t^2) = R^2 - \mathrm{R}t \Leftrightarrow 2t^2 - Rt - R^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2t = -R \\ t = R \end{array}\right.$

Do $t \ge 0 \Rightarrow t = R \Leftrightarrow \sqrt{R^2 - x^2} = R \Leftrightarrow x = 0 \Rightarrow A \equiv B$ (loại)

TH 2 NE = NO + OE => $\frac{2x^2}{R} = R + \sqrt{R^2 - x^2} \Leftrightarrow 2x^2 = R^2 + R\sqrt{R^2 - x^2}$

Đặt $\sqrt{R^2 - x^2} = t, t \ge 0 \Rightarrow x^2 = R^2 - t^2$.

PTTT $2(R^2 - t^2) = R^2 + Rt \Leftrightarrow 2t^2 + Rt - R^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2t = R \\ t = -R \end{array}\right.$

Do $t \ge 0 \Rightarrow 2t = R \Leftrightarrow 2\sqrt{R^2 - x^2} = R \Leftrightarrow x = \frac{R\sqrt{3}}{2}$ => $AO = 2R$ (loại)

Vậy A thuộc BC, cách O một đoạn bằng 2R thì AMPN là hbh

Câu V (1,0 điểm) Cho a, b là các số dương thỏa mãn điều kiện $(a+b)^3 + 4ab \le 12$.

Chứng minh bất đẳng thức $\frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} + 2015ab \le 2016$.

Ta có $12 \ge (a+b)^3 + 4ab \ge \left(2\sqrt{ab}\right)^3 + 4ab$. Đặt $t = \sqrt{ab}, t > 0$ thì

$12 \ge 8t^3 + 4t^2 \Leftrightarrow 2t^3 + t^2 - 3 \le 0 \Leftrightarrow (t-1)(2t^2 + 3t + 3) \le 0$

Do $2t^2 + 3t + 3 > 0, \forall t$ nên $t - 1 \le 0 \Leftrightarrow t \le 1$. Vậy $0 < ab \le 1$

Chứng minh được $\frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} \le \frac{2}{1+\sqrt{ab}}, \forall a, b > 0$ thỏa mãn $ab \le 1$

Thật vậy, BĐT $\frac{1}{1+a} - \frac{1}{1+\sqrt{ab}} + \frac{1}{1+b} - \frac{1}{1+\sqrt{ab}} \le 0$

$\frac{\sqrt{ab} - a}{(1+a)(1+\sqrt{ab})} + \frac{\sqrt{ab} - b}{(1+b)(1+\sqrt{ab})} \le 0 \Leftrightarrow \left(\frac{\sqrt{b} - \sqrt{a}}{1+\sqrt{ab}}\right)\left(\frac{\sqrt{a}}{1+a} - \frac{\sqrt{b}}{1+b}\right)$

$\Leftrightarrow \frac{(\sqrt{b} - \sqrt{a})^2(\sqrt{ab} - 1)}{(1+\sqrt{ab})(1+a)(1+b)} \le 0.$ Do $0 < ab \le 1$ nên BĐT này đúng

Tiếp theo ta sẽ CM $\frac{2}{1+\sqrt{ab}} + 2015ab \le 2016, \forall a, b > 0$ thỏa mãn $ab \le 1$

Đặt $t = \sqrt{ab}, 0 < t \le t$ ta được $\frac{2}{1+t} + 2015t^2 \le 2016$

$2015t^3 + 2015t^2 - 2016t - 2014 \le 0$

$\Leftrightarrow (t-1)(2015t^2 + 4030t + 2014) \le 0.$ BĐT này đúng $\forall t : 0 < t \le 1$

Vậy $\frac{1}{1+a}+\frac{1}{1+b}+2015ab\le 2016$. Đẳng thức xảy ra a = b = 1

ĐỀ 776

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ NỘI

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
Năm học: 2015 – 2016
MÔN TOÁN
Thời gian làm bài: 120 phút

Bài I *(2,0 điểm)*

Cho hai biểu thức $P=\frac{x+3}{\sqrt{x}-2}$ và $Q=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}+\frac{5\sqrt{x}-2}{x-4}$ với x>0, $x\ne 4$

1) Tính giá trị của biểu thức P khi x = 9.
2) Rút gọn biểu thức Q.
3) Tìm giá trị của x để biểu thức $\frac{P}{Q}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài II *(2,0 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*
Một tàu tuần tra chạy ngược dòng 60km, sau đó chạy xuôi dòng 48km trên cùng một dòng sông có vận tốc của dòng nước là 2km/giờ. Tính vận tốc của tàu tuần tra khi nước yên lặng, biết thời gian xuôi dòng ít hơn thời gian ngược dòng 1 giờ.

Bài III *(2,0 điểm)*

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases}2(x+y)+\sqrt{x+1}=4\\(x+y)-3\sqrt{x+1}=-5\end{cases}$
2) Cho phương trình : x^2-(m+5)x+3m+6=0 (x là ẩn số).
   a. Chứng minh phương trình luôn có nghiệm với mọi số thực m.
   b. Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác có độ dài cạnh huyền bằng 5.

Bài IV *(3,5 điểm)* Cho nửa đường tròn tâm O có đường kính AB. Lấy điểm C trên đoạn thẳng AO (C khác A, C khác O). Đường thẳng đi qua C và vuông góc với AB cắt nửa đường tròn tại K. Gọi M là điểm bất kì trên cung KB (M khác K, M khác B). Đường thẳng CK cắt các đường thẳng AM, BM lần lượt tại H và D. Đường thẳng BH cắt nửa đường tròn tại điểm thứ hai N.

1) Chứng minh tứ giác ACMD là tứ giác nội tiếp.
2) Chứng minh CA.CB=CH.CD.
3) Chứng minh ba điểm A, N, D thẳng hàng và tiếp tuyến tại N của nửa đường tròn đi qua trung điểm của DH.

4) Khi M di động trên cung KB, chứng minh đường thẳng MN luôn đi qua một điểm cố định.

Bài V *(0,5 điểm)* Với hai số thực không âm a, b thỏa mãn $a^2+b^2=4$, tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$M=\frac{ab}{a+b+2}$$

------HẾT------

ĐÁP ÁN

Bài I (2,0 điểm)

1) Với x = 9 ta có $P=\frac{9+3}{3-2}=12$

2) Với $Q=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}+\frac{5\sqrt{x}-2}{x-4}=\frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2)+5\sqrt{x}-2}{x-4}$

$$=\frac{x-3\sqrt{x}+2+5\sqrt{x}-2}{x-4}=\frac{x+2\sqrt{x}}{x-4}=\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$$

3) $\frac{P}{Q}=\frac{x+3}{\sqrt{x}}=\sqrt{x}+\frac{3}{\sqrt{x}}\geq 2\sqrt{3}$ (Do bất đẳng thức Cosi).

Dấu bằng xảy ra khi $\sqrt{x}=\frac{3}{\sqrt{x}} \Leftrightarrow x=3$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $\frac{P}{Q}$ là $2\sqrt{3}$

Bài II (2,0 điểm)

Gọi t_1 là thời gian tàu tuần tra chạy ngược dòng nước.
Gọi t_2 là thời gian tàu tuần tra chạy xuôi dòng nước.
Gọi V là vận tốc của tàu tuần tra khi nước yên.
Ta có:

$V-2=\frac{60}{t_1};V+2=\frac{48}{t_2}$

$=>\frac{60}{t_1}+2=\frac{48}{t_2}-2<=>\frac{60}{t_1}-\frac{48}{t_2}=-4(1)$

$t_1-t_2=1(2)$

$(1);(2)<=>\begin{cases}\frac{60}{t_1}-\frac{48}{t_2}=-4\\ t_1-t_2=1\end{cases}<=>\begin{cases}\frac{60}{t_1}-\frac{48}{t_2}=-4\\ t_1=1+t_2\end{cases}$

$<=>\frac{60}{1+t_2}-\frac{48}{t_2}=-4<=>4t_2{}^2+16t_2-48=0$

$<=>\left[\begin{array}{l}t_2=-6(L)\\ t_2=2(TM)=>\mathrm{V}=22(\mathrm{km/h})\end{array}\right.$

Bài III (2,0 điểm)

1) Với điều kiện $x\geq-1$, ta có hệ đã cho tương đương:

$\begin{cases}6(x+y)+3\sqrt{x+1}=12\\ (x+y)-3\sqrt{x+1}=-5\end{cases}<=>\begin{cases}7(x+y)=7\\ (x+y)-3\sqrt{x+1}=-5\end{cases}$

$<=>\begin{cases}x+y=1\\ 3\sqrt{x+1}=6\end{cases}<=>\begin{cases}x+y=1\\ x+1=4\end{cases}<=>\begin{cases}x=3\\ y=-2\end{cases}$

2)

a) $\Delta=(m+5)^2-4(3m+6)=m^2-2m+1=(m-1)^2\geq0\forall m$

Do đó, phương trình luôn có nghiệm với mọi m.

b) Ta có $\begin{cases}x_1+x_2=m+5\\ x_1x_2=3m+6\end{cases}$

Để $x_1>0;x_2>0$ điều kiện là m>-5 và m> -2<=>m>-2(Điều kiện để S>0;P>0)

Yêu cầu bài toán tương đương :

$x_1{}^2+x_2{}^2=25<=>(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=25$

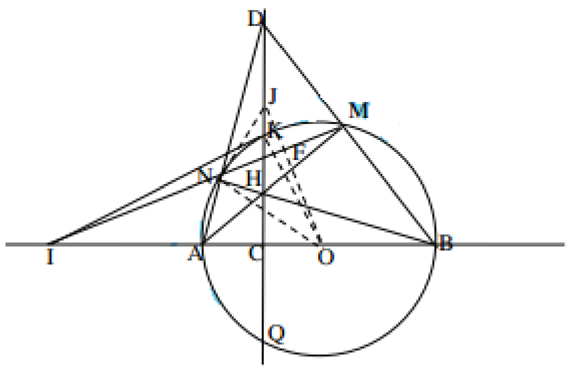
$<=>(m+5)^2-2(3m+6)=25(Do\begin{cases}x_1+x_2=m+5\\ x_1x_2=3m+6\end{cases})$

$<=>m^2+4m-12=0,m>-2$

$<=>m=2$ hay m=-6,m>-2

<=>m=2

Bài IV *(3,5 điểm)*



1) Tứ giác ACMD có ACD=AMD= 90^o Nên tứ giác ACMD nội tiếp

2) Xét 2 tam giác vuông : ΔACH và ΔDCB đồng dạng

(Do có CDB =MAB (góc có cạnh thẳng góc))

Nên ta có: $\frac{CA}{CH}=\frac{CD}{CB} => CA.CB = CH.CD$

3) Do H là trực tâm của ΔABD

Vì có 2 chiều cao DC và AM giao nhau tại H , nên AD ⊥ BN

Hơn nữa ANB = 90^0 vì chắn nửa đường tròn đường kính AB.

Nên A, N, D thẳng hàng.

Gọi tiếp tuyến tại N cắt CD tại J ta chứng minh JND=NDJ.

Ta có JND=NBA cùng chắn cung AN .

Ta có NDJ =NBA góc có cạnh thẳng góc

⇒ JND=NDJ.Vậy trong tam giác vuông ΔDNH J là trung điểm của HD.

4) Gọi I là giao điểm của MN với AB. CK cắt đường tròn tâm O tại điểm Q.

Khi đó JM, JN là tiếp tuyến của đường tròn tâm O.

Gọi F là giao điểm của MN và JO. Ta có KFOQ là tứ giác nội tiếp.

=>FI là phân giác KFQ.

Ta có: $KFQ = KOQ => KFI = FOI$

=>tứ giác KFOI nội tiếp

$=> IKO = 90^o$ =>IK là tiếp tuyến đường tròn tâm O

Vậy MN đi qua điểm cố định I (với IK là tiếp tuyến của đường tròn tâm O)

Bài 4 (0,5 điểm)

$$M=\frac{ab}{a+b+2}=\frac{(a+b)^2-(a^2+b^2)}{2(a+b+2)}=\frac{(a+b)^2-4}{2(a+b+2)}=\frac{(a+b+2)(a+b-2)}{2(a+b+2)}$$

$$=\frac{a+b-2}{2}$$

Ta có: $(a+b)^2 \le 2(a^2+b^2) <=> a+b \le \sqrt{2(a^2+b^2)}$

Vậy $M \le \frac{\sqrt{2(a^2+b^2)}-2}{2} = \frac{\sqrt{2.4}-2}{2} = \sqrt{2}-1$

Khi a=b=$\sqrt{2}$ thì M=$\sqrt{2}$-1. Vậy giá trị lớn nhất của M là $\sqrt{2}$-1

----------------------------HẾT-----------------------------

ĐỀ 777

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH ĐĂK LĂK

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC : 2014-2015

Môn thi:Toán *(Dành cho tất cả học sinh)*
Thời gian làm bài:120 phút (*Không kể thời gian giao đề***)**
Ngày thi:26-6-2014

Câu 1: (1,5 điểm)

1) Giải phương trình : x^2-3x+2=0
2) Cho hệ phương trình: $\begin{cases} 2x-ay=5b-1 \\ bx-4y=5 \end{cases}$.Tìm a,b biết hệ có nghiệm $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$

Câu 2: (2 điểm)

Cho phương trình x^2-2(m+1)x+m^2+3m+2=0(1). (m là tham số)

1) Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt
2) Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt x_1;x_2 thỏa mãn $x_1^2+x_2^2=12$

Câu 3: (2 điểm)

1) Rút gọn biểu thức : $A = \frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{7-4\sqrt{3}}} - \frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{7+4\sqrt{3}}}$
2) Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm A(0;1) và song song với đường thẳng (d): x+y=10

Câu 4: (3,5 điểm)

Cho tam giác đều ABC có đường cao là AH. Lấy điểm M tùy ý thuộc đoạn HC (M không trùng với H,C). Hình chiếu vuông góc của M lên các cạnh AB,AC lần lượt là P và Q.

1) Chứng minh rằng APMQ là tứ giác nội tiếp và xác định tâm O của đường tròn ngoại tiếp tứ giác APMQ
2) Chứng minh rằng BP.BA=BH.BM
3) Chứng minh rằng OH$\perp$PQ
4) Chứng minh rằng khi M thay đổi trên HC thì MP+MQ không đổi

Câu 5: (1 điểm)

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = 4x + \frac{1}{4x} - \frac{4\sqrt{x}+3}{x+1} + 2016$ với x>0

LỜI GIẢI SƠ LƯỢC

Câu 1: (1,5 điểm)

1) Giải phương trình : x^2-3x+2=0

a+b+c=1+(-3)+2=0

$=> x_1 = 1; x_2 = \frac{c}{a} = 2$

2) Hệ phương trình: $\begin{cases} 2x - ay = 5b - 1 \\ bx - 4y = 5 \end{cases}$ có nghiệm $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$

$<=> \begin{cases} 2 - 2a = 5b - 1 \\ b - 8 = 5 \end{cases} <=> \begin{cases} -2a = 5b - 3 \\ b = 13 \end{cases} <=> \begin{cases} -2a = 62 \\ b = 13 \end{cases} <=> \begin{cases} a = -31 \\ b = 13 \end{cases}$

Câu 2: (2 điểm)

Cho phương trình x^2-2(m+1)x+m^2+3m+2=0(1). (m là tham số)

1) $\Delta' = [-(m+1)]^2 - (m^2 + 3m + 2) = -m - 1$

Pt (1) có 2 nghiệm phân biệt ⇔ $\Delta' > 0 <=> -\mathrm{m} - 1 > 0 <=> \mathrm{m} < -1$

Vậy với m<-1 thì pt (1) có 2 nghiệm phân biệt

2) Với m< -1. Theo hệ thức Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+1) \\ x_1 x_2 = m^2 + 3m + 2 \end{cases}$

$x_1^{\ 2} + x_2^{\ 2} = 12$

$<=> (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 12$

$<=> 4(\mathrm{m}+1)^2 - 2.(m^2 + 3m + 2) = 12$

$<=> m^2 + m - 6 = 0$

$<=> \left[\begin{array}{l} m = 2(L) \\ m = -3(TM) \end{array}\right.$

Vậy m=-3 thì pt (1) có 2 nghiệm phân biệt thỏa mãn $x_1^{\ 2} + x_2^{\ 2} = 12$

Câu 3: (2 điểm)

1) Rút gọn biểu thức $A = \frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{7-4\sqrt{3}}} - \frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{7+4\sqrt{3}}}$

$$= \frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{(2-\sqrt{3})^2}} - \frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{(2+\sqrt{3})^2}}$$

$$= \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} - \frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$$

$$= (2+\sqrt{3})^2 - (2-\sqrt{3})^2$$

$$= (\sqrt{3}+2-2+\sqrt{3})(2+\sqrt{3}+2-\sqrt{3})$$

$$= 8\sqrt{3}$$

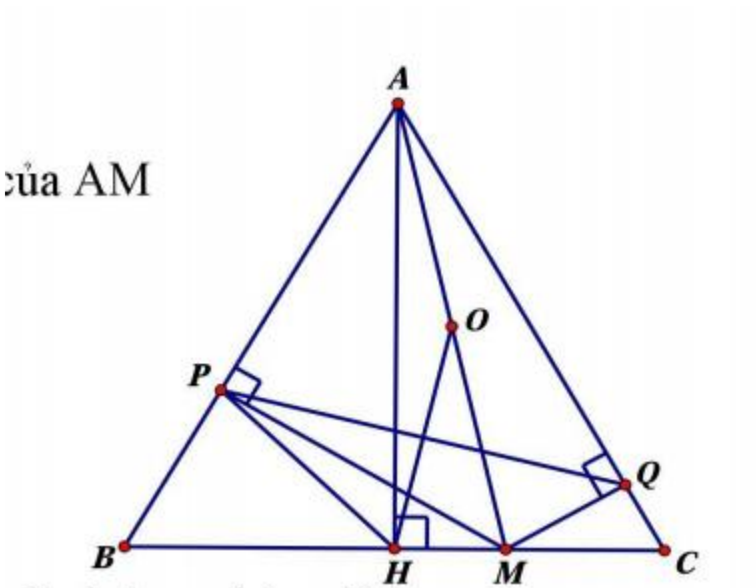
2) Phương trình đường thẳng cần viết có dạng : d’= ax+b

d’ đi qua điểm A(0;1) ⇔1= a.0+b =>b=1

d’: y=ax+1 // với đường thẳng d: x+y=10 hay y= -x+10⇔a= -1

Vậy phương trình cần viết là d’ : y= -x+1

Câu 4:



1) Xét tứ giác APMQ có : MPA=MQA=90^o (theo gt)

=>MPA+MQA=180^o =>APMQ nội tiếp

Tâm O của đường tròn ngoại tiếp APMQ là trung điểm của AM

2) Xét tam giác BPM và tam giác BHA có:

BPM=BHA=90^o (gt)

PBM=HBA (chung góc B)

=> tam giác BPM đồng dạng với tam giác BHA (g.g)

$$=> \frac{BP}{BH} = \frac{BM}{BA} => BP.BA = BH.BM$$

3) AHM=90^o(gt) =>H thuộc đường tròn đường kính AM

=>A,P,H,M,Q cùng thuộc đường tròn O.

PAH=QAH (vì tam giác ABC đều,AH là đường cao nên cũng là đường phân giác)
=>PH=QH => PH=QH=>H thuộc đường trung trực của PQ (1)
OP=OH (cùng bán kính) => O thuộc đường trung trực của PQ (2)
Từ (1) và (2) => OH là đường trung trực của PQ => OH$\perp$PQ
4)

$S_{ABM}+S_{CAM}=S_{ABC}$

$<=>\frac{1}{2}AB.MP+\frac{1}{2}AC.\text{MQ}=\frac{1}{2}BC.AH$

$<=>\frac{1}{2}BC.MP+\frac{1}{2}BC.\text{MQ}=\frac{1}{2}BC.AH(Do\ \text{AB.AC=BC})$

$<=>\frac{1}{2}BC(MP+MQ)=\frac{1}{2}BC.AH$

$<=>MP+MQ=AH$

Vì AH không đổi lên MP+MQ cũng không đổi

Câu 5: (1 điểm)

Với x>0 ta có:

$$A=4x+\frac{1}{4x}-\frac{4\sqrt{x}+3}{x+1}+2016$$
$$=(4x-2+\frac{1}{4x})+(4-\frac{4\sqrt{x}+3}{x+1})+2014$$
$$=(2\sqrt{x}-\frac{1}{2\sqrt{x}})^2+\frac{4x-4\sqrt{x}+1}{x+1}+2014$$
$$=(2\sqrt{x}-\frac{1}{2\sqrt{x}})^2+\frac{(2\sqrt{x}-1)^2}{x+1}+2014\geq 2014$$

=>min A=2014$\Leftrightarrow$ $\begin{cases}2\sqrt{x}-\frac{1}{2\sqrt{x}}=0\\2\sqrt{x}-1=0\end{cases}<=>x=\frac{1}{4}$

ĐỀ 778

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TP HCM	KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
ĐỀ CHÍNH THỨC	MÔN: TOÁN
	Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1: (2 điểm) Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

$a) x^2 - 7x + 12 = 0$

$b) x^2 - (\sqrt{2} + 1)x + \sqrt{2} = 0$

$c) x^4 - 9x^2 + 20 = 0$

$d) \begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ 4x - 3y = 5 \end{cases}$

Bài 2: (1,5 điểm)

a)Vẽ đồ thị (P) của hàm số y=x^2 và thường thẳng (d): y = 2x + 3 trên cùng một hệ trục tọa độ.

b)Tìm tọa độ các giao điểm của (P) và (D) ở câu trên bằng phép tính.

Bài 3: (1,5 điểm) Thu gọn các biểu thức sau:

$$A = \frac{5+\sqrt{5}}{\sqrt{5}+2} + \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1} - \frac{3\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}$$

$$B = \left(\frac{x}{x+3\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}+3}\right) : \left(1 - \frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{6}{x+3\sqrt{x}}\right) (\text{x} > 0)$$

Bài 4: (1,5 điểm) Cho phương trình x^2-mx-1=0 (1) (x là ẩn số)

a)Chứng minh phương trình (1) luôn có 2 nghiệm trái dấu.

b)Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình (1):

Tính giá trị của biểu thức: $P = \frac{x_1{}^2 + x_1 - 1}{x_1} - \frac{x_2{}^2 + x_2 - 1}{x_2}$

Bài 5: (3,5 điểm) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, nội tiếp đường tròn tâm O (AB < AC). Các đường cao AD và CF của tam giác ABC cắt nhau tại H.

a)Chứng minh tứ giác BFHG nội tiếp. Suy ra AHC = 180^0 – ABC.

b)Gọi M là điểm bất kì trên cung nhỏ BC của đường tròn (O) (M khác B và C) và N là điểm đối xứng của M qua BC. Chứng minh tứ giác AHCN nội tiếp.

c)Gọi I là giao điểm của AM và HC; J là giao điểm của AC và HN.

Chứng minh AJI = ANC.

d)Chứng minh rằng: OA vuông góc với IJ.

ĐÁP ÁN ĐỀ THI VÀO 10 MÔN TOÁN TPHCM NĂM 2014 – 2015

Bài 1: (2 điểm)

Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

$a) x^2 - 7x + 12 = 0$

$\Delta = 7^2 - 4.12 = 1$

$<=> x = \frac{7+1}{2} = 4$ hay x= $\frac{7-1}{2} = 3$

$b) x^2 - (\sqrt{2}+1)x + \sqrt{2} = 0$

Phương trình có: a +b +c = 0 nên có 2 nghiệm là:

$<=> x = 1$ hay x= $\frac{c}{a} = \sqrt{2}$

$c) x^4 - 9x^2 + 20 = 0$

Đặt u= $x^2 \geq 0$ pt trở thành

$u^2 - 9u + 20 = 0$

$<=> (u-4)(u-5) = 0$

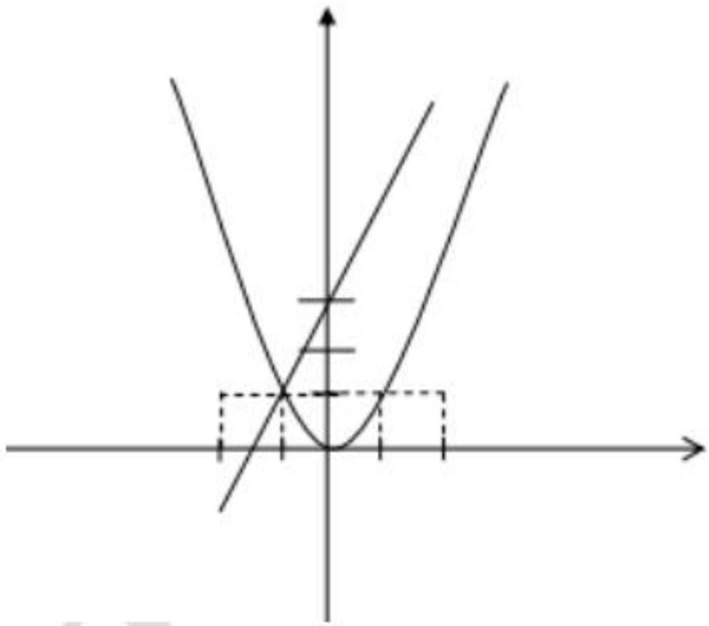
$<=> \left[\begin{array}{l} u = 4 \\ u = 5 \end{array}\right.$

Do đó pt $<=> x^2 = 4$ hay $x^2 = 5 <=> x = \pm 2$ hay x= $\pm\sqrt{5}$

$d) \begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ 4x - 3y = 5 \end{cases} <=> \begin{cases} 12x - 8y = 16 \\ 12x - 9y = 15 \end{cases} <=> \begin{cases} y = 1 \\ x = 2 \end{cases}$

Bài 2:

a)Đồ thị:



Lưu ý: (P) đi qua O(0;0),(± 1;1);(± 2;4)

(D) đi qua (-1;1), (3;9)

b)PT hoành độ giao điểm của (P) và (D) là:

$x^2 = 2x + 3 <=> x^2 - 2x - 3 = 0 <=> x = -1$ hay x=3(do a-b+c=0)

y(-1)=1, y(3) = 9.

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (D) là (-1;1), (3;9)

Bài 3: Thu gọn các biểu thức sau.

$$A = \frac{5+\sqrt{5}}{\sqrt{5}+2} + \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1} - \frac{3\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}$$

$$= \frac{(5+\sqrt{5})(\sqrt{5}-2)}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)} + \frac{\sqrt{5}(\sqrt{5}+1)}{(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)} - \frac{3\sqrt{5}(3-\sqrt{5})}{(3+\sqrt{5})(3-\sqrt{5})}$$

$$= 3\sqrt{5} - 5 + \frac{5+\sqrt{5}}{4} - \frac{9\sqrt{5}-15}{4}$$

$$= 3\sqrt{5} - 5 + \frac{5+\sqrt{5}-9\sqrt{5}+15}{4}$$

$$= 3\sqrt{5} - 5 + 5 - 2\sqrt{5}$$

$$= \sqrt{5}$$

$$B=(\frac{x}{x+3\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{x}+3}):(1-\frac{2}{\sqrt{x}}+\frac{6}{x+3\sqrt{x}})(x>0)$$

$$=(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}+\frac{1}{\sqrt{x}+3}):(\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}+\frac{6}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)})$$

$$=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}:\frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+3)+6}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)}$$

$$=(\sqrt{x}+1).\frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}}=1$$

Câu 4:

Cho phương trình $x^2-mx-1=0$ (1) (x là ẩn số)

a)Chứng minh phương trình (2) luôn có 2 nghiệm trái dấu

Ta có a.c=-1<0 , với mọi m nên phương trình (1) luôn có 2 nghiệm trái dấu với mọi m.

b) Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình (1):

Tính giá trị của biểu thức:

$$P=\frac{x_1{}^2+x_1-1}{x_1}-\frac{x_2{}^2+x_2-1}{x_2}$$

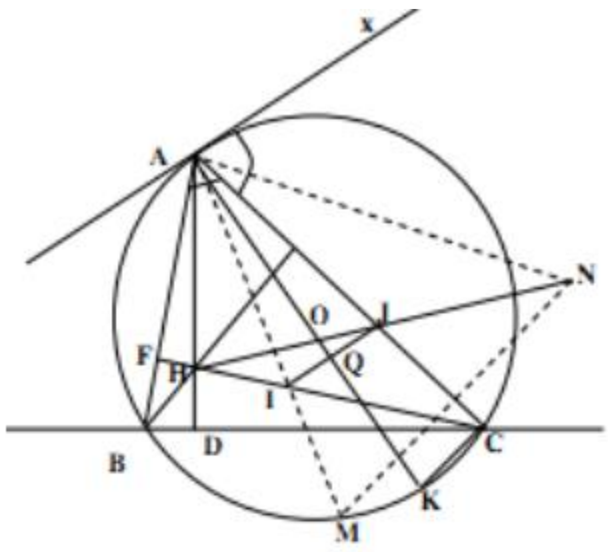
Ta có:

$$x_1{}^2=mx_1+1; x_2{}^2=mx_2+1$$

$$\Rightarrow P=\frac{mx_1+1+x_1-1}{x_1}-\frac{mx_2+1+x_2-1}{x_2}$$

$$=\frac{(m+1)x_1}{x_1}-\frac{(m+1)x_2}{x_2}=0(Do\ x_1;x_2\neq 0)$$

Câu 5:



a)Ta có tứ giác BFHD nội tiếp do có 2 góc đối F và D vuông => FHD=AHC=180^0 – ABC
b)ABC = AMC cùng chắn cung AC
mà ANC = AMC do M, N đối xứng
Vậy ta có AHC và ANC bù nhau
=>Tứ giác AHCN nội tiếp
c)Ta sẽ chứng minh tứ giác AHIJ nội tiếp
Ta có NAC = MAC do MN đối xứng qua AC mà NAC = CHN (do AHCN nội tiếp)
=>IAJ=IHJ => Tứ giác HIJA nội tiếp.
=>AJI bù với AHI mà ANC bù với AHI (do AHCN nội tiếp)
=>AJI = ANC

Cách 1:
Ta sẽ chứng minh IJCM nội tiếp
Ta có AMJ = ANJ do AN và AM đối xứng qua AC.
Mà ACH = ANH (AHCN nội tiếp) vậy ICJ = IMJ
=>IJCM nội tiếp => AJI =AMC = ANC
d)Kẻ OA cắt đường tròn (O) tại K và IJ tại Q ta có AJQ = AKC
Vì AKC = AMC (cùng chắn cung AC), vậy AKC = AMC = ANC
Xét hai tam giác AQJ và AKC:
Tam giác AKC vuông tại C (vì chắn nửa vòng tròn) => 2 tam giác trên đồng dạng
Vậy Q = 90^0. Hay AO vuông góc với IJ.
Cách 2: Kẻ thêm tiếp tuyến Ax với vòng tròn (O) ta có xAC= AMC
Mà AMC = AJI do chứng minh trên vậy ta có xAC = AJQ =>JQ song song Ax
Vậy IJ vuông góc AO (do Ax vuông góc với AO)

ĐỀ 779

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ NAM ĐỀ CHÍNH THỨC	**ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2015-2016 MÔN THI: TOÁN** *(Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian giao đề)*

Câu 1 (2,0 *điểm*)

a) Rút gọn biểu thức $A=\sqrt{8}-7\sqrt{32}+5\sqrt{50}$

b) Cho biểu thức $B=\dfrac{x-\sqrt{x}}{x-4}+\dfrac{2}{2-\sqrt{x}}-1$ (với x ≥ 0 và x ≠ 4).

Rút gọn B và tìm x để B = 1.

Câu 2 (1,5 *điểm*)

a) Giải phương trình $5x^2 - 6x - 8 = 0$

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases}(x+3)(y+2)=7+xy\\(x+1)(y+1)=xy+2\end{cases}$

Câu 3 (1,5 *điểm*). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho Parabol (P): y = $-x^2$ và đường thẳng (d): y = 3mx – 3 (với m là tham số).

a) Tìm m để đường thẳng (d) đi qua điểm A(1; 3).

b) Xác định các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt sao cho tổng 2

c) tung độ của hai giao điểm đó bằng -10.

Câu 4 (4,0 *điểm*) Cho đường tròn (O) và điểm A nằm trên đường tròn. Gọi d là tiếp tuyến của (O) tại A. Trên d lấy điểm D (D không trùng với A), kẻ tiếp tuyến DB của (O) (B là điểm, B không trùng với A).

a) Chứng minh rằng tứ giác AOBD nội tiếp.

b) Trên tia đối của tia BA lấy điểm C. Kẻ DH vuông góc với OC (H thuộc OC). Gọi I là giao điểm của AB và OD. Chứng minh rằng OH.OC = OI. OD

c) Gọi M là giao điểm của DH với cung nhỏ AB của (O). Chứng minh rằng CM là tiếp tuyến của (O)

d) Gọi E là giao điểm của DH và CI. Gọi F là giao điểm thứ hai của đường tròn đường kính OD và đường tròn ngoại tiếp tam giác OIM. Chứng minh rằng O, E, F thẳng hàng.

Câu 5 (1,0 *điểm*) Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn x + 3y ≤ 10. Chứng minh rằng $\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{27}{\sqrt{3y}}\ge 10$. Dấu đẳng thức xảy ra khi nào?

--------------------------------------- **Hết** ---

ĐÁP ÁN ĐỀ THI

TUYỂN SINH LỚP 10 TRUNG HỌC PHỔ THÔNG TỈNH HÀ NAM

Câu 1.

$a)\ \mathrm{A}=2\sqrt{2}-28\sqrt{2}+25\sqrt{2}=-\sqrt{2}$

$b) B=\frac{x-\sqrt{x}-2(\sqrt{x}+2)-x+4}{x-4}=\frac{-3\sqrt{x}}{x-4}$

Câu 2.

a) Ta có Δ’ = $(-3)^2$ – 5.(-8) = 49 > 0

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1=\frac{3+7}{5}=2; x_2=\frac{3-7}{5}=\frac{-4}{5}$

$$b)\begin{cases}(x+3)(y+2)=xy+7\\(x+1)(y+1)=xy+2\end{cases} <=> \begin{cases}xy+2x+3y+6=xy+7\\xy+x+y+1=xy+2\end{cases}$$

$$<=> \begin{cases}2x+3y=1\\x+y=1\end{cases} <=> \begin{cases}2x+3y=1\\3x+3y=3\end{cases} <=> \begin{cases}x=2\\y=-1\end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất (x; y) = (2; -1)

Câu 3.

a) Đường thẳng (d) đi qua A(1; 3) nên 3 = 3m.1 – 3 ⇔ m = 2.

b) Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) và Parabol (P) là:

x^2== 3mx – 3 ⇔ x2 + 3mx – 3 = 0 (*)

Ta có $\Delta = 9m^2 + 12 > 0$, với mọi m nên phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt.

Do đó, đường thẳng (d) và Parabol (P) cắt nhau tại hai điểm $(x_1; y_1)$ và $(x_2; y_2)$.

Theo định lý Vi-ét ta có: $x_1 + x_2 = -3m$; $x_1 . x_2 = -3$.

Theo bài ra ta có:

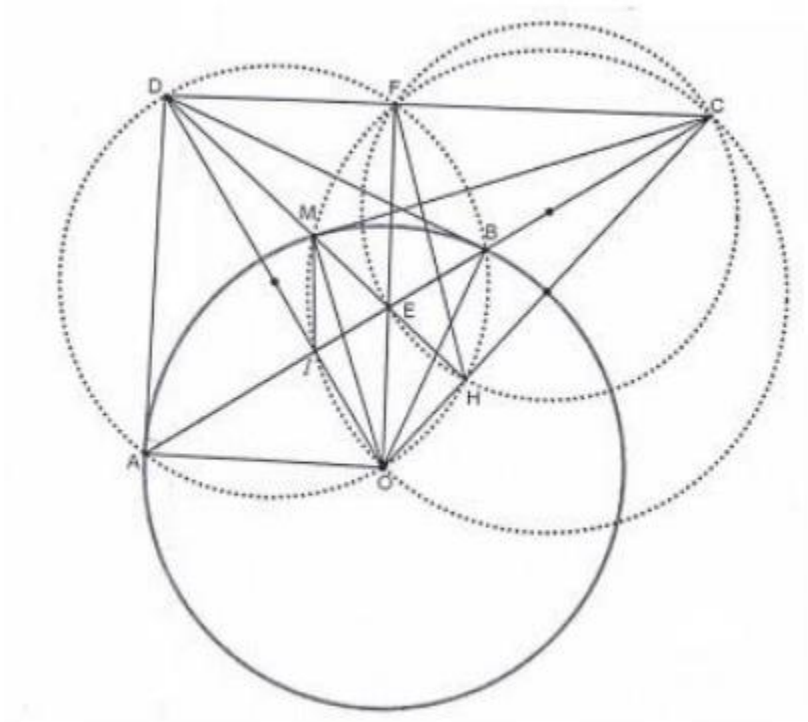
$$y_1 + y_2 = -10 <=> -x_1^2 - x_2^2 = -10$$

$$<=> (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 10$$

$$<=> 9m^2 + 6 = 10$$

$$<=> m = \pm\frac{2}{3}$$

Câu 4.



a) DA và DB là các tiếp tuyến của (O) nên $OBD=OAD=90^o$

Xét tứ giác AOBD có $OBD+OAD=180^o$, mà hai góc này ở vị trí đối diện nên tứ giác AOBD nội tiếp

b) Theo tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau ta có DA = DB và DO là tia phân giác của ABD

Do đó tam giác ABD cân tại D có DO là đường phân giác nên đồng thời là đường trung trực....

Xét ΔOIC và ΔOHD có $OIC=OHD=90^o$;chung DOC nên

$\Delta OIC \backsim \Delta OHD$ (g.g)

$\frac{OI}{OH}=\frac{OC}{OD} => OH.OC = OI.OD (1)$

c) Xét tam giác AOD vuông tại A có AI là đường cao nên $OA^2 = OH.\,OD$ (2)

Mà OM = OA (là bán kính (O)). (3)

Từ (1), (2) và (3) suy ra $OM^2 = OH.\,OC$ $=> \frac{OM}{OH}=\frac{OC}{OM}$

Xét ΔOHM và ΔOMC có chung MOC; $\frac{OM}{OH}=\frac{OC}{OM}$ nên $\Delta OHM \backsim \Delta OMC$ (c.g.c).

=>$OMC=OIC=90^o$ nên CM là tiếp tuyến của (O).

d) Do $OMC=OIC=90^o$ nên tứ giác OIMC nội tiếp đường tròn đường kính OC.

Đường tròn ngoại tiếp tam giác CIM là đường tròn đường kính OC.

=>$OFC=90^o$

Mặt khác ta có $OFD=90^o$. Như vậy OFC;OFD kề bù suy ra ba điểm C, F, D thẳng hàng.

Xét tam giác OCD có ba đường cao CH, DI, OF mà có E là giao điểm CH, DI nên ba điểm O, E, F thẳng hàng.

Câu 5.

Cách 1. Áp dụng bất đẳng thức AM-GM cho ba số dương, ta có

$$\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{x}}+x\ge 3\sqrt[3]{\frac{1}{\sqrt{x}}.\frac{1}{\sqrt{x}}.x}=3(1)$$

$$\frac{27}{\sqrt{3y}}+\frac{27}{\sqrt{3y}}+3y\ge 3\sqrt[3]{\frac{27}{\sqrt{3y}}.\frac{27}{\sqrt{3y}}.3\text{y}}=27(2)$$

Cộng các bất đẳng thức (1) và (2) ta được

$$2(\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{27}{\sqrt{3y}})+x+3y\ge 30$$

$$<=> 2(\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{27}{\sqrt{3y}})\ge 30-(x+3y)\ge 20(do\ \text{x+3y}\le 10)$$

$$<=> \frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{27}{\sqrt{37}}\ge 10$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases}$

Cách 2. Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopski, ta có:

$$\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{27}{\sqrt{3y}}=\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{3.27}{3\sqrt{3y}}\ge \frac{(1+9)^2}{\sqrt{x}+3\sqrt{3y}}=\frac{100}{\sqrt{x}+3\sqrt{3y}}$$

$$(1\sqrt{x}+3\sqrt{3y})^2\le (1^2+3^2)(x+3y)\le 100$$

$$=> \sqrt{x}+3\sqrt{3y}\le 10$$

Từ (1) và (2) suy ra $\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{27}{\sqrt{3y}}\ge 10$

Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases}$

ĐỀ 780

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO	**KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10**
TỈNH TRÀ VINH	**NĂM HỌC: 2015 – 2016**
	MÔN: TOÁN
ĐỀ THI CHÍNH THỨC	Thời gian làm bài: 120 phút không kể thời gian giao đề

Bài 1. (2,0 điểm)

1/ Tìm x để biểu thức $A=\sqrt{2x-4}$ có nghĩa

2/ Tính $B=\sqrt{(2-\sqrt{3})^2}+\sqrt{3}$

Bài 2. (1,5 điểm)

Giải phương trình và hệ phương trình sau:

1/ $x^2+6x-7=0$

2/ $\begin{cases}2x+y=4\\3x-y=1\end{cases}$

Bài 3. (1,5 điểm)

Cho hai hàm số y = 2x + 3 và $y = x^2$ có đồ thị lần lượt là (d) và (P)

1/ Vẽ (d) và (P) trên cùng một hệ trục tọa độ Oxy

2/ Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P) bằng phép toán

Bài 4. (1,0 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 2(m + 1)x + m^2 + 3 = 0$ (1) (m là tham số)

1/ Tìm m để phương trình (1) có nghiệm

2/ Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1). Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x_1 + x_2 + x_1x_2$

Bài 5. (1,0 điểm)

Một ca nô chạy xuôi dòng với quãng đường 42km, rồi sau đó ngược dòng trở lại 20 km hết tổng cộng 5h. Biến vận tốc của dòng nước chảy là 2 km/h. Tính vận tốc của ca nô lúc dòng nước yên lặng.

Bài 6. (3,0 điểm)

Từ một điểm M ở ngoài đường tròn (O), vẽ hai tiếp tuyến MA, MB đến đường tròn (A, B là hai tiếp điểm). Qua A vẽ đường thẳng song song với MB, cắt đường tròn tại E, đoạn thẳng ME cắt đường tròn tại F. Hai đường thẳng AF và MB cắt nhau tại I.

1/ Chứng minh tứ giác MAOB nội tiếp đường tròn.

2/ Chứng minh $IB^2 = IF.IA$

——————Hết——————

ĐÁP ÁN – LỜI GIẢI CHI TIẾT

Bài 1

1/ Biểu thức A có nghĩa $\Leftrightarrow 2x - 4 \geq 0 \Leftrightarrow 2x \geq 4 \Leftrightarrow x \geq 2$

2/ Có B=$|2-\sqrt{3}|+\sqrt{3}=2-\sqrt{3}+\sqrt{3}=2(\text{Do } 2>\sqrt{3})$

Bài 2

1/ $x^2 + 6x - 7 = 0$

Phương trình đã cho có a + b + c = 1 + 6 + (–7) = 0 nên có hai nghiệm $x_1 = 1$; $x_2 = -7$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $\{-7;1\}$

$$2/\begin{cases}2x+y=4\\3x-y=1\end{cases} <=> \begin{cases}5x=5\\3x-y=1\end{cases} <=> \begin{cases}x=1\\y=3x-1\end{cases} <=> \begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}$$

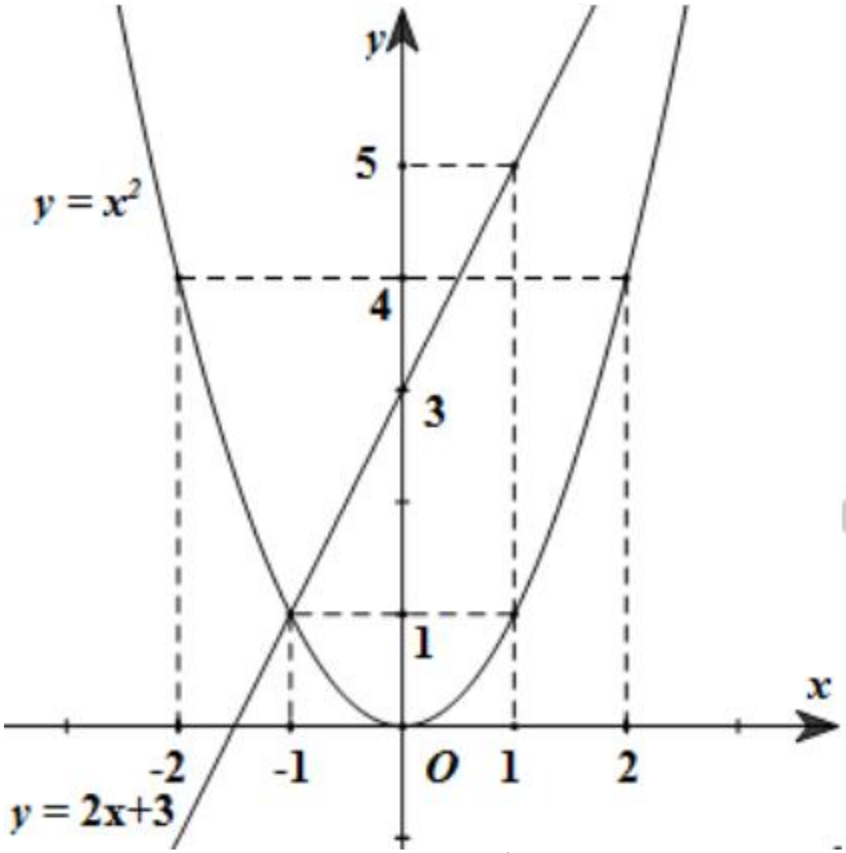
Vậy hệ có nghiệm duy nhất (1;2)

Bài 3

1/ Bảng giá trị:

x	-2	-1	0	1	2
y=2x+3			3	5	
$y=x^2$	4	1	0	1	4

Đồ thị



2/ Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P): $2x + 3 = x^2 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$

$\Leftrightarrow (x + 1)(x - 3) = 0 \Leftrightarrow x = -1$ hoặc $x = 3$

Với $x = -1 \Rightarrow y = (-1)^2 = 1$; với $x = 3 \Rightarrow y = 3^2 = 9$

Vậy tọa độ giao điểm của (d) và (P) là (–1;1) và (3;9)

Bài 4

1/ Phương trình (1) có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' = (m + 1)^2 - (m^2 + 3) \geq 0 \Leftrightarrow 2m - 2 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq 1$

2/ Theo định lý Viét ta có $x_1 + x_2 = 2(m + 1)$; $x_1x_2 = m^2 + 3$

$\Rightarrow P = 2(m + 1) + m^2 + 3 = m^2 + 2m + 5$

Vì $m \geq 1$ nên $m^2 \geq 1$; $m^2 + 2m + 5 \geq 1 + 2.1 + 5 = 8$

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow m = 1$

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là 8

Bài 5

Gọi vận tốc của ca nô lúc dòng nước yên lặng là x (km/h) (x > 0)

Vì vận tốc nước là 2 km/h nên vận tốc xuôi dòng và ngược dòng lần lượt là x + 2 và x – 2 (km/h)

Suy ra $x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$

Thời gian để ca nô đi hết 42 km xuôi dòng là $\frac{42}{x+2}(h)$

Thời gian để ca nô đi hết 20 km ngược dòng là $\frac{20}{x-2}(h)$

Tổng thời gian là 5h do đó

$$\frac{42}{x+2}+\frac{20}{x-2}=5$$

$$<=> \frac{42(x-2)+20(x+2)}{(x-2)(x+2)}=5$$

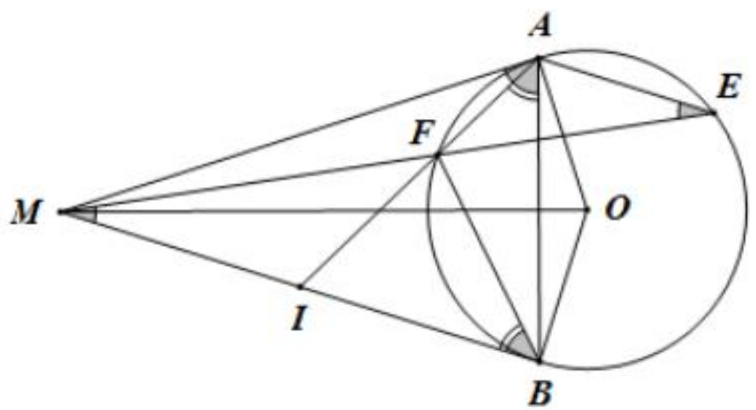
$$<=> \frac{62x-44}{x^2-4}=5$$

$$=> 5x^2-62x+24=0$$

$$<=> \left[\begin{array}{l} x=12(TM) \\ x=0,4(L) \end{array}\right.$$

Vậy vận tốc của ca nô khi nước yên lặng là 12 km/h.

Bài 6



1/ Vì MA, MB là tiếp tuyến của (O) nên MA ⊥ AO, MB ⊥ BO.

⇒ MAO =MBO=90^o=> MAO +MBO= 180^o

⇒ MAOB là tứ giác nội tiếp

2/ Có FAB= FBI (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung BF)

Xét Δ IAB và Δ IBF có

$$\begin{cases} IAB = IBF(cmt) \\ AIB \text{ chung} \end{cases}$$

=> Δ IAB đồng dạng với Δ IBF(g-g)

$$=> \frac{IA}{IB}=\frac{IB}{IF} => IB^2 = IA.\text{IF}$$

3/ Có E=MAI (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung AF)

Vì AE // MB nên E =FMI . Suy ra MAI= FMI

Xét Δ MAI và Δ FMI có

$$\begin{cases} MAI = FMI \\ MIA \text{ chung} \end{cases}$$

⇨ Δ MAI đồng dạng với Δ FMI(g-g)

$=> \frac{MI}{FI} = \frac{AI}{MI} => MI^2 = IA.IF$

Kết hợp với ý 2 có $IB^2 = IM^2 = IA.IF$ =>IB =IM.

ĐỀ 781

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
PHÚ THỌ

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2017 – 2018
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

Câu 1 *(1,5 điểm)*

a) Giải phương trình: $\frac{x+1}{2} - 1 = 0$.

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x^2 + y = 5 \end{cases}$.

Câu 2 *(2,5 điểm)*

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol (P) có phương trình $y = \frac{1}{2}x^2$ và hai điểm A, B thuộc (P) có hoành độ lần lượt là $x_A = -1; x_B = 2$.

a) Tìm tọa độ của hai điểm A, B.

b) Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua hai điểm A, B.

c) Tính khoảng cách từ O (gốc tọa độ) đến đường thẳng (d).

Câu 3 *(2,0 điểm)*

Cho phương trình: $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + m - 1 = 0$ (m là tham số).

a) Giải phương trình với $m = 0$.

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện:

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 4.$$

Câu 4 *(3,0 điểm)*

Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn (O; R). Gọi I là giao điểm AC và BD. Kẻ IH vuông góc với AB; IK vuông góc với AD ($H \in AB; K \in AD$).

a) Chứng minh tứ giác AHIK nội tiếp đường tròn.
b) Chứng minh rằng IA.IC = IB.ID.
c) Chứng minh rằng tam giác HIK và tam giác BCD đồng dạng.
d) Gọi S là diện tích tam giác ABD, S' là diện tích tam giác HIK. Chứng minh rằng:

$$\frac{S'}{S} \le \frac{HK^2}{4.AI^2}$$

Câu 5 *(1,0 điểm)*

Giải phương trình : $\left(x^3-4\right)^3=\left(\sqrt[3]{(x^2+4)^2}+4\right)^2$.

-------------- **Hết**--------------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: ....SBD:...

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

PHÚ THỌ

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

NĂM HỌC 2017 – 2018

Môn thi: TOÁN

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN

Câu 1 *(1,5 điểm)*

a) Giải phương trình: $\dfrac{x+1}{2}-1=0$.

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}2x-y=3\\x^2+y=5\end{cases}$.

Giải

a) $\dfrac{x+1}{2}-1=0 \Leftrightarrow \dfrac{x+1}{2}=1 \Leftrightarrow x+1=2 \Leftrightarrow x=1$

Vậy nghiệm của phương trình là x = 1.

b) $\begin{cases}2x-y=3\\x^2+y=5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x^2+2x=8\\2x-y=3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x^2+2x-8=0 & (1)\\y=2x-3 & (2)\end{cases}$

Giải (1): $\Delta'=9$; $x_1=2$, $x_2=-4$

Thay vào (2):

Với $x=2$ *thì* $y=2.2-3=1$

Với $x=-4$ *thì* $y=2.(-4)-3=-11$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là: $(x,y)\in\{(2;1),(-4;-11)\}$.

Câu 2 *(2,5 điểm)*

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol (P) có phương trình $y=\frac{1}{2}x^2$ và hai điểm A, B thuộc (P) có hoành độ lần lượt là $x_A=-1; x_B=2$.

a) Tìm tọa độ của hai điểm A, B.

b) Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua hai điểm A, B.

c) Tính khoảng cách từ O (gốc tọa độ) đến đường thẳng (d).

Giải

a) Vì A, B thuộc (P) nên:

$x_A=-1\Rightarrow y_A=\frac{1}{2}\cdot(-1)^2=\frac{1}{2}$

$x_B=2\Rightarrow y_B=\frac{1}{2}\cdot 2^2=2$

Vậy $A\left(-1;\frac{1}{2}\right)$, $B(2;2)$.

b) Gọi phương trình đường thẳng (d) là y = ax + b.

Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases}-a+b=\frac{1}{2}\\ 2a+b=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3a=\frac{3}{2}\\ 2a+b=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\frac{1}{2}\\ b=1\end{cases}$$

Vậy (d): $y=\frac{1}{2}x+1$.

c) (d) cắt trục Oy tại điểm C(0; 1) và cắt trục Ox tại điểm D(– 2; 0)

$\Rightarrow$ OC = 1 và OD = 2

Gọi h là khoảng cách từ O tới (d).

Áp dụng hệ thức về cạnh và đường cao vào Δ vuông OCD, ta có:

$$\frac{1}{h^2}=\frac{1}{OC^2}+\frac{1}{OD^2}=\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}=\frac{5}{4}\Rightarrow h=\frac{2\sqrt{5}}{5}$$

Vậy khoảng cách từ gốc O tới (d) là $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Câu 3 *(2,0 điểm)*

Cho phương trình: $x^2-2(m+1)x+m^2+m-1=0$ (m là tham số).

a) Giải phương trình với $m=0$.

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện:

$$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=4.$$

Giải

a) $x^2-2(m+1)x+m^2+m-1=0$ (1)

Với m = 0, phương trình (1) trở thành: $x^2-2x-1=0$

$\Delta'=2$; $x_{1,2}=1\pm\sqrt{2}$

Vậy với m = 2 thì nghiệm của phương trình (1) là $x_{1,2}=1\pm\sqrt{2}$.

b) $\Delta'=m+2$

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m>-2$

Áp dụng hệ thức Vi-ét, ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=2(m+1) \\ x_1x_2=m^2+m-1 \end{cases}$

Do đó:

$$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=4 \Leftrightarrow \frac{x_1+x_2}{x_1x_2}=4 \Leftrightarrow \frac{2(m+1)}{m^2+m-1}=4$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2+m-1\neq 0 \\ m+1=2(m^2+m-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2+m-1\neq 0 \\ 2m^2+m-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-\dfrac{3}{2} \end{array}\right.$$

Kết hợp với điều kiện $\Rightarrow m\in\left\{1;-\dfrac{3}{2}\right\}$ là các giá trị cần tìm.

Câu 4 *(3,0 điểm)*

Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn (O; R). Gọi I là giao điểm AC và BD. Kẻ IH vuông góc với AB; IK vuông góc với AD ($H\in AB; K\in AD$).

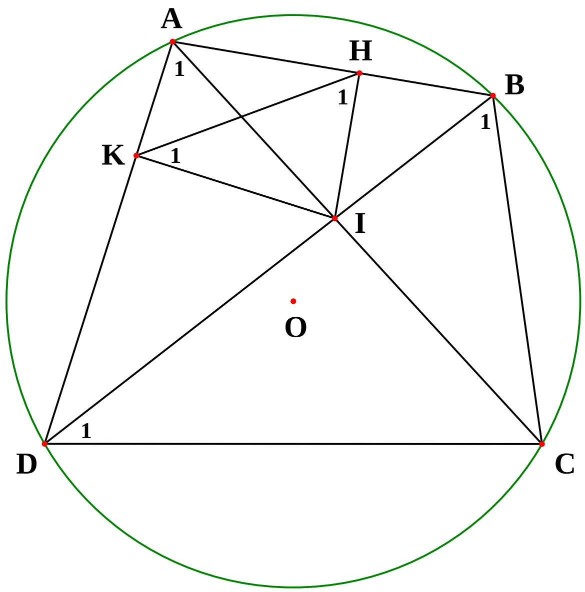
a) Chứng minh tứ giác AHIK nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh rằng IA.IC = IB.ID.

c) Chứng minh rằng tam giác HIK và tam giác BCD đồng dạng.

d) Gọi S là diện tích tam giác ABD, S′ là diện tích tam giác HIK. Chứng minh rằng: $\frac{S'}{S}\le\frac{HK^2}{4.AI^2}$

Giải



a) Tứ giác AHIK có:

$AHI = 90^0$ $(IH \perp AB)$

$AKI = 90^0$ $(IK \perp AD)$

$\Rightarrow AHI + AKI = 180^0$

$\Rightarrow$ Tứ giác AHIK nội tiếp.

b) ΔIAD và ΔIBC có:

$A_1 = B_1$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung DC của (O))

$AID = BIC$ (2 góc đối đỉnh)

$\Rightarrow$ ΔIAD $\backsim$ ΔIBC (g.g)

$\Rightarrow \dfrac{IA}{IB} = \dfrac{ID}{IC} \Rightarrow IA.IC = IB.ID$

c) Xét đường tròn ngoại tiếp tứ giác AHIK có

$A_1 = H_1$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung IK)

Mà $A_1 = B_1 \Rightarrow H_1 = B_1$

Chứng minh tương tự, ta được $K_1 = D_1$

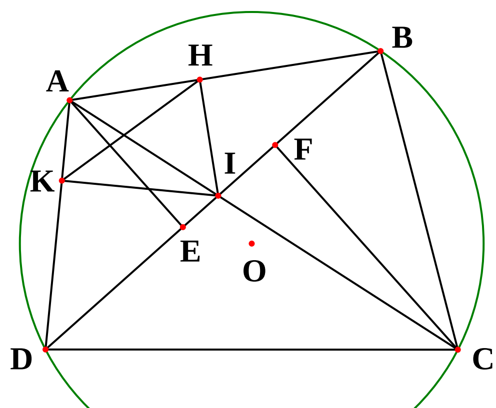
ΔHIK và ΔBCD có: $H_1 = B_1$; $K_1 = D_1$

$\Rightarrow$ ΔHIK $\backsim$ ΔBCD (g.g)

d)

Gọi S_1 là diện tích của ΔBCD.

Vì ΔHIK $\backsim$ ΔBCD nên:



$\dfrac{S'}{S} = \dfrac{HK^2}{BD^2} = \dfrac{HK^2}{(IB+ID)^2} \le \dfrac{HK^2}{4IB.ID} = \dfrac{HK^2}{4IA.IC}$ (1)

ĐỀ 782

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRÀ VINH

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC: 2017-2018
Môn thi: Toán
Thời gian 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Bài 1. (3,0 điểm)

1. Rút gọn biểu thức: A= $\frac{1}{3+2\sqrt{2}}+\frac{1}{3-2\sqrt{2}}$
2. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 3x-y=7 \\ 5x+y=9 \end{cases}$
3. Giải phương trình: $x^2-3x-10=0$

Bài 2. (2,0 điểm)

Cho hai hàm số $y=x+2$ và $y=x^2$ có đồ thị lần lượt là (d) và (P)

1. Vẽ (d) và (P) trên cùng hệ trục tọa độ
2. Bằng phép toán tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P).

Bài 3. (2,0 điểm)

Cho phương trình $x^2-2(m-2)x-6m=0$ (1) (với m là tham số)

1. Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m.
2. Gọi x_1 và x_2 là hai nghiệm của phương trình (1). Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức P = $x_1^2+x_2^2$

Bài 4.(3,0 điểm):

Cho đường tròn tâm O bán kính R, đường kính BC. Gọi A là một điểm thuộc đường tròn (A khác B và C). Đường phân giác BAC cắt BC tại D và cắt đường tròn tại M.

1. Chứng minh MB=MC và OM vuông góc với BC
2. Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của D lên AB, AC. Tứ giác AEDF là hình gì?
3. Cho $ABC=60^0$. Tính diện tích tam giác MDC theo R.

..........Hết..........

ĐỀ 783

4 ĐỀ TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 CHUYÊN MÔN TOÁN: NGHỆ AN, HẢI DƯƠNG, PHÚ YÊN, THÁI BÌNH

Môn thi: Toán

Thời gian: 150 phút, không kể thời gian giao đề

SỞ GIÁO DỤC- ĐÀO TẠO NGHỆ AN

Đề thi chính thức

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN PHAN BỘI CHÂU
Năm học 2009 - 2010

Bài 1: *(3.5 điểm)*

a) Giải phương trình

$$\sqrt[3]{x+2}+\sqrt[3]{7-x}=3$$

b) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 2+3x=\dfrac{8}{y^3} \\ x^3-2=\dfrac{6}{y} \end{cases}$$

Bài 2: *(1.0 điểm)*

Tìm số thực *a* để phương trình sau có nghiệm nguyên

$$x^2-ax+a+2=0\ .$$

Bài 3: *(2.0 điểm)*

Cho tam giác ABC vuông tại A có đường phân giác trong BE (E thuộc AC). Đường tròn đường kính AB cắt BE, BC lần lượt tại M, N (khác B). Đường thẳng AM cắt BC tại K. Chứng minh: AE.AN = AM.AK.

Bài 4: *(1.5 điểm)*

Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn, trung tuyến AO có độ dài bằng độ dài cạnh BC. Đường tròn đường kính BC cắt các cạnh AB, AC thứ tự tại M, N (M khác B, N khác C). Đường tròn ngoại tiếp tam giác AMN và đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC cắt đường thẳng AO lần lượt tại I và K. Chứng minh tứ giác BOIM nội tiếp được một đường tròn và tứ giác BICK là hình bình hành.

Bài 5: *(2.0 điểm)*

a) Bên trong đường tròn tâm O bán kính 1 cho tam giác ABC có diện tích lớn hơn hoặc bằng 1. Chứng minh rằng điểm O nằm trong hoặc nằm trên cạnh của tam giác ABC.

b) Cho a, b, c là các số thực dương thay đổi thỏa mãn: $a+b+c=3$.
Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = a^2 + b^2 + c^2 + \frac{ab+bc+ca}{a^2b+b^2c+c^2a}$$

--------------------------------------**Hết**--------------------------------------

***Họ và tên thí sinh** .... **SBD**................*

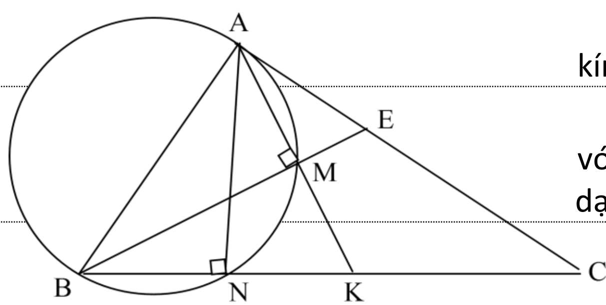
** Thí sinh không được sử dụng tài liệu.*
** Giám thị không giải thích gì thêm.*

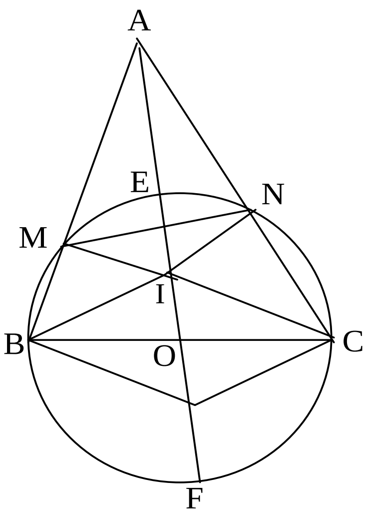
SỞ GIÁO DỤC- ĐÀO TẠO
NGHỆ AN

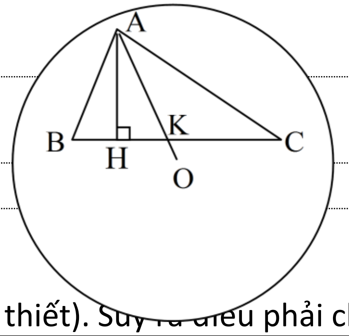
KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
TRƯỜNG THPT CHUYÊN PHAN BỘI CHÂU
Năm học 2009 - 2010

Hướng dẫn chấm thi
Bản hướng dẫn chấm gồm 03 trang

	Nội dung đáp án	*Điểm*
Bài 1		**3,5 đ**
a		***2,0đ***
	$\sqrt[3]{x+2} + \sqrt[3]{7-x} = 3$	
	$\Leftrightarrow x+2+7-x+3\sqrt[3]{x+2}.\sqrt[3]{7-x}\left(\sqrt[3]{x+2}+\sqrt[3]{7-x}\right)=27$	0.50đ
	$\Rightarrow 9+9.\sqrt[3]{(x+2)(7-x)}=27$	0.25đ
	$\Leftrightarrow \sqrt[3]{(x+2)(7-x)}=2 \in$	0.25đ
	$\Leftrightarrow (x+2)(7-x)=8$	0.25đ
	$\Leftrightarrow x^2-5x-6=0$	0.25đ
	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=6 \end{array}\right.$ (thỏa mãn)	0.50đ
b		***1,50đ***
	Đặt $\frac{2}{y}=z$	0.25đ
	Hệ đã cho trở thành $\begin{cases} 2+3x=z^3 \\ 2+3z=x^3 \end{cases}$	0.25đ
	$\Rightarrow 3(x-z)=z^3-x^3$	0,25đ

	$\Leftrightarrow (x-z)\left(x^2+xz+z^2+3\right)=0$	0,25đ
	$\Leftrightarrow x=z$ (vì $x^2+xz+z^2+3>0, \forall x,z$).	0,25đ
	Từ đó ta có phương trình: $x^3-3x-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=2 \end{array}\right.$ Vậy hệ đã cho có 2 nghiệm: $(x,y)=(-1;-2),(2,1)$	0,25đ
Bài 2:		**1,0 đ**
	Điều kiện để phương trình có nghiệm: $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow a^2-4a-8\geq 0$ (*).	0,25đ
	Gọi x_1, x_2 là 2 nghiệm nguyên của phương trình đã cho (giả sử $x_1 \geq x_2$). Theo định lý Viet: $\begin{cases} x_1+x_2=a \\ x_1.x_2=a+2 \end{cases} \Rightarrow x_1.x_2-x_1-x_2=2$	0,25đ
	$\Rightarrow (x_1-1)(x_2-1)=3$ $\Rightarrow \begin{cases} x_1-1=3 \\ x_2-1=1 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x_1-1=-1 \\ x_2-1=-3 \end{cases}$ (do x_1 - 1 ≥ x_2 -1) $\Rightarrow \begin{cases} x_1=4 \\ x_2=2 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x_1=0 \\ x_2=-2 \end{cases}$ Suy ra a = 6 hoặc a = -2 (thỏa mãn (*))	0,25đ
	Thử lại ta thấy a = 6, a = -2 thỏa mãn yêu cầu bài toán.	0,25đ
Bài 3:		**2,0 đ**
	Vì BE là phân giác ABC nên $ABM = MBC \Rightarrow AM = MN$	0,25đ
	$\Rightarrow MAE = MAN$ (1)	0,50đ
	Vì M, N thuộc đường tròn đường kính AB nên $AMB = ANB = 90^0$	0,25đ
	$\Rightarrow ANK = AME = 90^0$, kết hợp với (1) ta có tam giác AME đồng dạng với tam giác ANK	0,50đ
	$\Rightarrow \dfrac{AN}{AM}=\dfrac{AK}{AE}$	0,25đ
	$\Rightarrow$ AN.AE = AM.AK (đpcm)	0,25đ
Bài 4:		**1,5 đ**
		0,25đ

	Vì tứ giác AMIN nội tiếp nên $ANM = AIM$  Vì tứ giác BMNC nội tiếp nên $ANM = ABC$ $\Rightarrow AIM = ABC$.Suy ra tứ giác BOIM nội tiếp	
	Từ chứng minh trên suy ra tam giác AMI đồng dạng với tam giác AOB $\Rightarrow \dfrac{AM}{AO} = \dfrac{AI}{AB} \Rightarrow AI.AO = AM.AB$ (1)	0,25đ
	K Gọi E, F là giao điểm của đường thẳng AO với (O) (E nằm giữa A, O). Chứng minh tương tự (1) ta được: AM.AB = AE.AF = (AO - R)(AO + R) (với BC = 2R) = $AO^2 - R^2 = 3R^2$	0,25đ
	$\Rightarrow$ AI.AO = $3R^2$ $\Rightarrow AI = \dfrac{3R^2}{AO} = \dfrac{3R^2}{2R} = \dfrac{3R}{2} \Rightarrow OI = \dfrac{R}{2}$ (2)	0,25đ
	Tam giác AOB và tam giác COK đồng dạng nên: OA.OK = OB.OC = R^2 $\Rightarrow OK = \dfrac{R^2}{OA} = \dfrac{R^2}{2R} = \dfrac{R}{2}$ (3)	0,25đ
	Từ (2), (3) suy ra OI = OK Suy ra O là trung điểm IK, mà O là trung điểm của BC Vì vậy BICK là hình bình hành	0,25đ

Bài 5:		**2,0 đ**
a,		***1,0 đ***
	 Giả sử O nằm ngoài miền tam giác ABC. Không mất tính tổng quát, giả sử A và O nằm về 2 phía của đường thẳng BC	0,25đ
	Suy ra đoạn AO cắt đường thẳng BC tại K. Kẻ AH vuông góc với BC tại H.	0,25đ
	Suy ra $AH \le AK < AO < 1$ suy ra $AH < 1$	0,25đ
	Suy ra $S_{\Delta ABC} = \dfrac{AH.BC}{2} < \dfrac{2.1}{2} = 1$ (mâu thuẫn với giả thiết). Suy ra điều phải chứng minh.	0,25đ
b,		1,0đ
	Ta có: $3(a^2 + b^2 + c^2) = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2)$ $= a^3 + b^3 + c^3 + a^2b + b^2c + c^2a + ab^2 + bc^2 + ca^2$	0,25đ
	mà $a^3 + ab^2 \ge 2a^2b$ (áp dụng BĐT Côsi) $b^3 + bc^2 \ge 2b^2c$ $c^3 + ca^2 \ge 2c^2a$ Suy ra $3(a^2 + b^2 + c^2) \ge 3(a^2b + b^2c + c^2a) > 0$	0,25đ
	Suy ra $P = a^2 + b^2 + c^2 + \dfrac{ab + bc + ca}{a^2 + b^2 + c^2}$ $\Rightarrow P \ge a^2 + b^2 + c^2 + \dfrac{9 - (a^2 + b^2 + c^2)}{2(a^2 + b^2 + c^2)}$	0,25đ
	Đặt $t = a^2 + b^2 + c^2$, ta chứng minh được $t \ge 3$. Suy ra $P \ge t + \dfrac{9 - t}{2t} = \dfrac{t}{2} + \dfrac{9}{2t} + \dfrac{t}{2} - \dfrac{1}{2} \ge 3 + \dfrac{3}{2} - \dfrac{1}{2} = 4 \Rightarrow P \ge 4$ Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c = 1$ Vậy giá trị nhỏ nhất của P là 4	0,25đ

Nếu thí sinh giải cách khác đúng của mỗi câu thì vẫn cho tối đa điểm của câu đó

ĐỀ 784

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HẢI DƯƠNG

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN NGUYỄN TRÃI NĂM HỌC 2010 - 2011

Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề

Ngày thi: 08 tháng 07 năm 2010

Đề thi gồm: 01 trang

Câu 1 (2,0 điểm)

1) Cho $x=\frac{1}{3}\left(1+\sqrt[3]{\frac{12+\sqrt{135}}{3}}+\sqrt[3]{\frac{12-\sqrt{135}}{3}}\right)$.

Không dùng máy tính cầm tay, hãy tính giá trị của biểu thức $\mathrm{M}=\left(9x^3-9x^2-3\right)^2$.

2) Cho trước $a,b\in R$; gọi x,y là hai số thực thỏa mãn $\begin{cases}x+y=a+b\\x^3+y^3=a^3+b^3\end{cases}$

Chứng minh rằng: $x^{2011}+y^{2011}=a^{2011}+b^{2011}$.

Câu 2 (2,0 điểm)

Cho phương trình: $x^3+ax^2+bx-1=0$ (1)

1) Tìm các số hữu tỷ a và b để phương trình (1) có nghiệm $x=2-\sqrt{3}$.

2) Với giá trị a,b tìm được ở trên; gọi x_1; x_2; x_3 là ba nghiệm của phương trình (1).

Tính giá trị của biểu thức $S=\frac{1}{x_1^5}+\frac{1}{x_2^5}+\frac{1}{x_3^5}$.

Câu 3 (2,0 điểm)

1) Tìm các số nguyên x,y thỏa mãn điều kiện: $x^2+y^2+5x^2y^2+60=37xy$.

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}x^3-x=x^2y-y\\\sqrt{2\left(x^4+1\right)}-5\sqrt{|x|}+\sqrt{y}+2=0\end{cases}$

Câu 4 (3,0 điểm)

Cho hai đường tròn (O ; R) và (O' ; R') cắt nhau tại I và J (R' > R). Kẻ các tiếp tuyến chung của hai đường tròn đó; chúng cắt nhau ở A. Gọi B và C là các tiếp điểm của hai tiếp tuyến trên với (O' ; R'); D là tiếp điểm của tiếp tuyến AB với (O ; R) (điểm I và điểm B ở cùng nửa mặt phẳng bờ là O'A). Đường thẳng AI cắt (O' ; R') tại M (điểm M khác điểm I).

1) Gọi K là giao điểm của đường thẳng IJ với BD. Chứng minh: $\mathrm{KB}^2=\mathrm{KI.KJ}$;

từ đó suy ra KB = KD.

2) AO' cắt BC tại H. Chứng minh 4 điểm I, H, O', M nằm trên một đường tròn.

3) Chứng minh đường thẳng AM là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp $\Delta\,\mathrm{IBD}$.

Câu 5 (1,0 điểm)

Mọi điểm trên mặt phẳng được đánh dấu bởi một trong hai dấu (+) hoặc (−). Chứng minh rằng luôn chỉ ra được 3 điểm trên mặt phẳng làm thành tam giác vuông cân mà ba đỉnh của nó được đánh cùng dấu.

-----------Hết------------

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HẢI DƯƠNG

ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM CHẤM MÔN TOÁN
KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN NGUYỄN TRÃI NĂM HỌC 2010 - 2011
Ngày thi: 08 tháng 07 năm 2010
Đáp án gồm : 04 trang

I) HƯỚNG DẪN CHUNG.

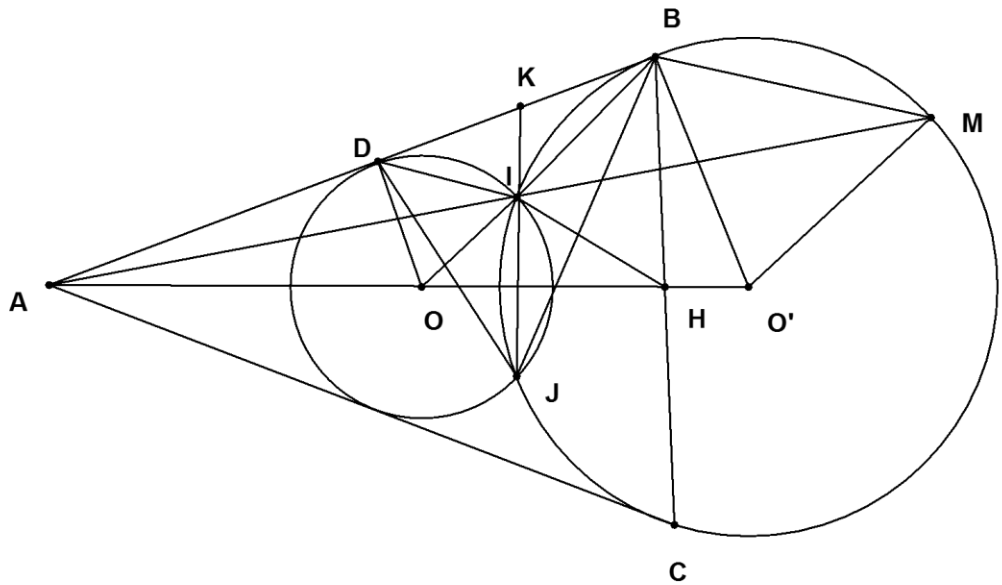
- Thí sinh làm bài theo cách khác nhưng vẫn đúng thì vẫn cho điểm tối đa.
- Việc chi tiết điểm số (với cách khác, nếu có) phải được thống nhất Hội đồng chấm.
- Sau khi cộng điểm toàn bài, điểm lẻ đến 0,25 điểm.

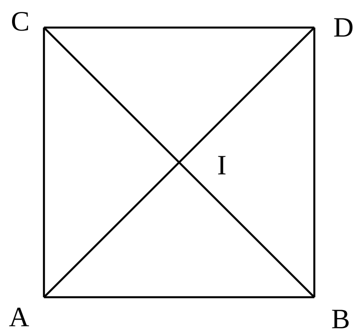
II) ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM CHẤM.

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
1	1	Cho $x=\frac{1}{3}\left(1+\sqrt[3]{\frac{12+\sqrt{135}}{3}}+\sqrt[3]{\frac{12-\sqrt{135}}{3}}\right)$.Tính $M=\left(9x^3-9x^2-3\right)^2$.	**1,00**
		Từ $x=\frac{1}{3}\left(1+\sqrt[3]{\frac{12+\sqrt{135}}{3}}+\sqrt[3]{\frac{12-\sqrt{135}}{3}}\right)$ $\Rightarrow(3x-1)=\left(\sqrt[3]{\frac{12+\sqrt{135}}{3}}+\sqrt[3]{\frac{12-\sqrt{135}}{3}}\right)$ $\Leftrightarrow(3x-1)^3=\left(\sqrt[3]{\frac{12+\sqrt{135}}{3}}+\sqrt[3]{\frac{12-\sqrt{135}}{3}}\right)^3$ $\Rightarrow(3x-1)^3=8+3(3x-1)$ $\Leftrightarrow 9x^3-9x^2-2=0$ $\Rightarrow M=(-1)^2=1$	0,25 0,25 0,25 0,25
1	2	Cho trước $a,b\in R$; gọi x,y là hai số thực thỏa mãn $\begin{cases}x+y=a+b\\x^3+y^3=a^3+b^3\end{cases}(I)$.Chứng minh rằng: $x^{2011}+y^{2011}=a^{2011}+b^{2011}$.	**1,00**

		$(I)\Leftrightarrow\begin{cases}x+y=a+b\\(x+y)^3-3xy(x+y)=(a+b)^3-3ab(a+b)\end{cases}$ $\Leftrightarrow\begin{cases}x+y=a+b & (1)\\xy(a+b)=ab(a+b) & (2)\end{cases}$ (*) +/Nếu $a+b\neq 0$ thì (*) $\Leftrightarrow\begin{cases}x+y=a+b\\xy=ab\end{cases}$ => x, y là 2 nghiệm của phương trình $X^2-(a+b)X+ab=0$ Giải ra ta có $\begin{cases}x=b\\y=a\end{cases};\begin{cases}x=a\\y=b\end{cases}$ => $x^{2011}+y^{2011}=a^{2011}+b^{2011}$. +/Nếu $a+b=0$ => $a=-b$. Ta có hệ phương trình $\begin{cases}x+y=0\\x^3+y^3=0\end{cases}\Leftrightarrow x=-y$. => $\begin{cases}a^{2011}+b^{2011}=0\\x^{2011}+y^{2011}=0\end{cases}$ => $x^{2011}+y^{2011}=a^{2011}+b^{2011}$	0,25 0,25 0,25 0,25
2	1	$x^3+ax^2+bx-1=0$ (1). Tìm $a,b\in Q$ để (1) có nghiệm $x=2-\sqrt{3}$.	**1,00**
		Thay $x=2-\sqrt{3}$ vào (1)ta có : $(2-\sqrt{3})^3+a(2-\sqrt{3})^2+b(2-\sqrt{3})-1=0$ $\Leftrightarrow\sqrt{3}(4a+b+15)=7a+2b+25$ +/Nếu $(4a+b+15)\neq 0$ => $\sqrt{3}=\dfrac{7a+2b+25}{(4a+b+15)}$ (vô lí vì VT là số vô tỷ , VP là số hữu tỷ). +/ Suy ra $(4a+b+15)=0\Rightarrow\begin{cases}7a+2b+25=0\\4a+b+15=0\end{cases}$ Giải hpt ,kết luận : $\begin{cases}a=-5\\b=5\end{cases}$	0,25 0,25 0,25 0,25
2	2	Với a=-5 ;b=5. Tính giá trị của biểu thức $S=\frac{1}{x_1^5}+\frac{1}{x_2^5}+\frac{1}{x_3^5}$.	**1,00**

		+/ $\begin{cases}a=-5\\ b=5\end{cases}$ (1) có dạng $x^3-5x^2+5x-1=0 \Leftrightarrow (x\text{-}1)\left(x^2-4x+1\right)=0$. Không mất tính tổng quát coi $x_3=1$ thì $x_1,\ x_2$ là 2 nghiệm của phương trình $\left(x^2-4x+1\right)=0$ (có $\Delta'=3>0$) => $\begin{cases}x_1+x_2=4\\ x_1x_2=1\end{cases}$ +/ $x_1^2+x_2^2=\left(x_1+x_2\right)^2-2x_1x_2=14$. +/ $x_1^3+x_2^3=\left(x_1+x_2\right)\left(x_1^2+x_2^2-x_1x_2\right)=52$. +/ $x_1^5+x_2^5=\left(x_1^2+x_2^2\right)\left(x_1^3+x_2^3\right)-x_1^2x_2^2\left(x_1+x_2\right)=724$ =>S = 725	0,25 0,25 0,25 0,25
3	1	Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn $x^2+y^2+5x^2y^2+60=37xy$ (1)	**1,00**
		(1) $\Leftrightarrow (x-y)^2=-5x^2y^2+35xy-60 \Leftrightarrow (x-y)^2=5(xy-3)(4-xy)$. Giả sử có x,y nguyên thỏa mãn, $\text{VT}\geq 0$ $\Rightarrow 5(xy\text{-}3)(4-xy)\geq 0 \Leftrightarrow 3\leq xy\leq 4$. Do $x,y\in Z$ => $xy\in Z$ => $\left[\begin{array}{l}xy=3\\ xy=4\end{array}\right.$. +/ $\begin{cases}xy=3\\ (x-y)^2=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=y\\ x^2=3\end{cases}$ (vô nghiệm trên Z). +/ $\begin{cases}xy=4\\ (x-y)^2=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=y\\ x^2=4\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=y=2\\ x=y=-2\end{array}\right.$. Vậy $\left[\begin{array}{l}x=y=2\\ x=y=-2\end{array}\right.$ là các giá trị cần tìm.	0,25 0,25 0,25 0,25
3	2	Giải hệ phương trình: $\begin{cases}x^3-x=x^2y-y & (1)\\ \sqrt{2\left(x^4+1\right)}-5\sqrt{\lvert x\rvert}+\sqrt{y}+2=0 & (2)\end{cases}$	**1,00**
		Điều kiện : $y\geq 0$. (1) $\Leftrightarrow (x-y)\left(x^2-1\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=y\\ x=\pm 1\end{array}\right.$. +/Nếu $x=\pm 1$ thay vào phương trình (2) ta có : $\sqrt{y}-1=0 \Leftrightarrow y=1$.	0,25 0,25

		+/Nếu $x = y \ge 0$ Khi đó (2) $\Leftrightarrow \sqrt{2\left(x^4+1\right)} - 4\sqrt{x} + 2 = 0$ (3) do $2\left(x^4+1\right) \ge 2.2\sqrt{x^4.1} = 4x^2 \Rightarrow \sqrt{2\left(x^4+1\right)} \ge 2\lvert x\rvert = 2x$. nên $\text{VT}(3) \ge 2(x - 2\sqrt{x} + 1) = 2\left(\sqrt{x}-1\right)^2 \ge 0$. Do đó Pt (3) $\Leftrightarrow \begin{cases} x^4 = 1 \\ \sqrt{x} - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow y = 1$. Vậy hệ phương trình có nghiệm $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}; \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases}$	0,25 0,25
4	1	K là giao điểm của đường thẳng IJ với BD. Chứng minh KB = KD.	**1,00**
		 Do AO và AO’ là hai tia phân giác của BAC => A,O,O’ thẳng hàng. Có $\text{BJI} = \text{IBK} = \frac{1}{2}$ sđ BI ; BKI chung $\Rightarrow \Delta$ KBI đồng dạng với Δ KJB (g.g) => $\frac{\text{KI}}{\text{KB}} = \frac{\text{KB}}{\text{KJ}} \Rightarrow \text{KB}^2 = \text{KI.KJ}$ (1) Tương tự: Δ KDI đồng dạng với Δ KJD $\Rightarrow \frac{\text{KI}}{\text{KD}} = \frac{\text{KD}}{\text{KJ}} \Leftrightarrow \text{KD}^2 = \text{KI.KJ}$ (2) Từ (1) và (2) => KB=KD.	0,25 0,25 0,25 0,25

4	2	Chứng minh 4 điểm I, H, O’, M nằm trên một đường tròn.	**1,00**
		+/Xét tam giác vuông ABO’ có: $AB^2=AH.AO'$ (3) +/ Có : $ABI = AMB = \frac{1}{2}$ sđ BI ; BAI chung Δ ABI đồng dạng với Δ AMB (g.g) $\Rightarrow \frac{AB}{AM}=\frac{AI}{AB} \Rightarrow AB^2=AM.AI$ (4). Từ (3),(4) => $AI.AM=AH.AO' \Rightarrow \frac{AH}{AI}=\frac{AM}{AO'}$. => Δ AHI đồng dạng với Δ AMO' (vì $\frac{AH}{AI}=\frac{AM}{AO'}$; A chung). => AHI=AMO' => tứ giác MIHO’ nội tiếp hay 4 điểm I, H, M, O’ cùng thuộc một đường tròn.	0,25 0,25 0,25 0,25
4	3	Chứng minh AM là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp Δ IBD	**1,00**
		Do OD // O’B (cùng $\perp$ AB) $\Rightarrow \frac{AO}{AO'}=\frac{OD}{O'B}=\frac{R}{R'}=\frac{OI}{O'M}=\frac{OI}{O'I}$ nhưng OI cắt O’I và A,I,M thẳng hàng => OI // O’M. => DOI=BO'M . mà $BDI=\frac{1}{2}DOI=\frac{1}{2}$ sđ DI và $BIM=\frac{1}{2}BO'M=\frac{1}{2}$ sđ BM => BDI = BIM =>IM tiếp xúc với đường tròn ngoại tiếp ΔBID hay AM là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp Δ IBD .	0,25 0,25 0,25 0,25
5		Chứng minh rằng luôn chỉ ra được 3 điểm trên mặt phẳng làm thành tam giác vuông cân mà ba đỉnh của nó được đánh cùng dấu.	**1,00**
		Dựng tam giác vuông cân ABC đỉnh A. Do chỉ đánh bởi hai dấu (+), (–) nên tồn tại hai điểm cùng dấu , không mất tổng quát giả sử hai điểm A, B cùng dấu và cùng dấu (+). + Nếu C có dấu (+) thì tam giác vuông cân ABC là tam giác phải tìm. + Nếu C có dấu (-) thì ta dựng điểm D sao cho ABDC là hình vuông.  _ Nếu D có dấu (+) thì tam giác ABD là tam giác cần tìm. _ Nếu D có dấu (-) thì gọi I là giao điểm của AD và BC . * Nếu I có dấu (+) thì tam giác vuông cân ABI là tam giác cần tìm.	0,25 0,25 0,25

		* Nếu I dấu (-) thì dễ thấy tam giác vuông cân CID có ba đỉnh cùng dấu (-) là tam giác cần tìm.	0,25

ĐỀ 785

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH PHÚ YÊN

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI TUYỂN SINH TRUNG HỌC PHỔ THÔNG
NĂM HỌC 2009-2010
Môn thi: **TOÁN CHUYÊN**
Thời gian: 150 phút (không kể thời gian phát đề)
*****

Câu 1.(4,0 điểm) Cho phương trình $x^4 + ax^3 + x^2 + ax + 1 = 0$, a là tham số .

a) Giải phương trình với a = 1.

b) Trong trường hợp phương trình có nghiệm, chứng minh rằng $a^2 > 2$.

Câu 2.(4,0 điểm)

a) Giải phương trình: $\sqrt{x+3} + \sqrt{6-x} - \sqrt{(x+3)(6-x)} = 3$.

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x + 2y - 2xy + z^2 = 1 \end{cases}$.

Câu 3.(3,0 điểm) Tìm tất cả các số nguyên x, y, z thỏa mãn :

$$3x^2 + 6y^2 + 2z^2 + 3y^2z^2 - 18x = 6.$$

Câu 4.(3,0 điểm)

a) Cho x, y, z, a, b, c là các số dương. Chứng minh rằng:

$$\sqrt[3]{abc} + \sqrt[3]{xyz} \le \sqrt[3]{(a+x)(b+y)(c+z)}.$$

b) Từ đó suy ra : $\sqrt[3]{3+\sqrt[3]{3}} + \sqrt[3]{3-\sqrt[3]{3}} \le 2\sqrt[3]{3}$

Câu 5.(3,0 điểm) Cho hình vuông ABCD và tứ giác MNPQ có bốn đỉnh thuộc bốn cạnh AB, BC, CD, DA của hình vuông.

a) Chứng minh rằng $S_{ABCD} \le \frac{AC}{4}(MN + NP + PQ + QM)$.

b) Xác định vị trí của M, N, P, Q để chu vi tứ giác MNPQ nhỏ nhất.

Câu 6.(3,0 điểm) Cho đường tròn (O) nội tiếp hình vuông PQRS. OA và OB là hai bán kính thay đổi vuông góc với nhau. Qua A kẻ đường thẳng Ax song song với đường thẳng PQ, qua B kẻ đường thẳng By song song với đường thẳng SP. Tìm quỹ tích giao điểm M của Ax và By.

HẾT

Họ và tên thí sinh:……………………………………….Số báo danh:……………

Chữ kí giám thị 1:………………………Chữ kí giám thị 2:……………………….

SỞ GD & ĐT PHÚ YÊN KỲ THI TUYỂN SINH THPT NĂM HỌC 2009 -2010

MÔN : TOÁN (Hệ số 2)

ĐỀ CHÍNH THỨC

HƯỚNG DẪN CHẤM THI

Bản hướng dẫn chấm gồm 04 trang

I- Hướng dẫn chung:

1- Nếu thí sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án mà vẫn đúng thì cho đủ điểm từng phần như hướng dẫn quy định.

2- Việc chi tiết hoá thang điểm (nếu có) so với thang điểm hướng dẫn chấm phải bảo đảm không sai lệch với hướng dẫn chấm và được thống nhất thực hiện trong Hội đồng chấm thi.

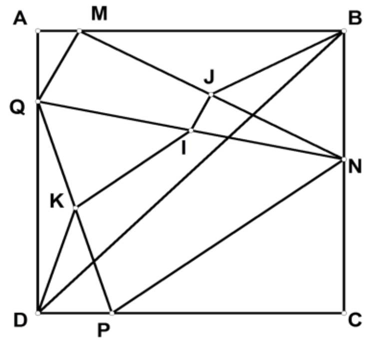
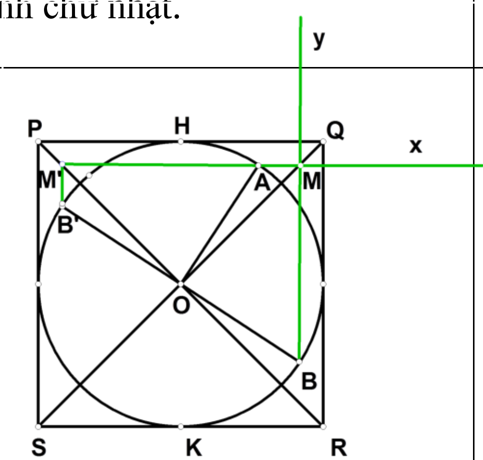
3- Điểm toàn bài thi không làm tròn số.

II- Đáp án và thang điểm:

CÂU	ĐÁP ÁN	Điểm
Câu 1a. (2,0đ)	Ta có phương trình : $x^4+ax^3+x^2+ax+1=0$ (1) Khi a =1 , (1) $\Leftrightarrow x^4+x^3+x^2+x+1=0$ (2) Dễ thấy x = 0 không phải là nghiệm. Chia 2 vế của (2) cho x^2 ta được: $x^2+\frac{1}{x^2}+x+\frac{1}{x}+1=0$ (3). Đặt $t=x+\frac{1}{x}\Rightarrow \lvert t\rvert=\left\lvert x+\frac{1}{x}\right\rvert=\lvert x\rvert+\frac{1}{\lvert x\rvert}\geq 2$ và $x^2+\frac{1}{x^2}=t^2-2$. Phương trình (3) viết lại là : $t^2+t-1=0$ Giải (3) ta được hai nghiệm $t_1=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ và $t_2=\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$ đều không thỏa điều kiện $\lvert t\rvert\geq 2$.Vậy với a = 1, phương trình đã cho vô	0,50 0,50 0,50

	nghiệm.	0,50
Câu1b. (2,0đ)	Vì x = 0 không phải là nghiệm của (1) nên ta cũng chia 2 vế cho x^2 ta có phương trình : $x^2+\frac{1}{x^2}+a\left(x+\frac{1}{x}\right)+1=0$. Đặt $t=x+\frac{1}{x}$, phương trình sẽ là : $t^2 + at - 1 = 0$ (4). Do phương trình đã cho có nghiệm nên (4) có nghiệm $\|t\| \geq 2$. Từ (4) suy ra $a=\frac{1-t^2}{t}$. Từ đó : $a^2>2 \Leftrightarrow \frac{(1-t^2)^2}{t^2}>2 \Leftrightarrow t^2(t^2-4)+1>0$ (5) Vì $\|t\| \geq 2$ nên $t^2>0$ và $t^2 - 4 \geq 0$, do vậy (5) đúng, suy ra $a^2 > 2$.	0,50 0,50 0,50 0,50
Câu 2a. (2,0đ)	$\sqrt{x+3}+\sqrt{6-x}-\sqrt{(x+3)(6-x)}=3$ (1) Điều kiện : $\begin{cases} x+3 \geq 0 \\ 6-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 6$. Đặt : $\begin{cases} u=\sqrt{x+3} \\ v=\sqrt{6-x} \end{cases}, u,v \geq 0 \Rightarrow u^2+v^2=9.$ Phương trình đã có trở thành hệ : $\begin{cases} u^2+v^2=9 \\ u+v-uv=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (u+v)^2-2uv=9 \\ u+v=3+uv \end{cases}$ Suy ra : $(3+uv)^2-2uv=9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} uv=0 \\ uv=-4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} u=0 \\ v=0 \end{array}\right.$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{x+3}=0 \\ \sqrt{6-x}=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-3 \\ x=6 \end{array}\right.$. Vậy phương trình có nghiệm là x =-3 , x = 6.	0,50 0,50 0,50 0,50
Câu 2b. (2,0đ)	Ta có hệ phương trình : $\begin{cases} x+y+z=1 \\ 2x+2y-2xy+z^2=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=1-z \\ 2xy=z^2+2(x+y)-1 \end{cases}$	0,50

	$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 1 - z \\ 2xy = z^2 - 2z + 1 = (1-z)^2 \end{cases}$ $\Leftrightarrow 2xy = (x+y)^2$ $\Leftrightarrow x^2 + y^2 = 0 \Leftrightarrow x = y = 0 \Rightarrow z = 1.$ Vậy hệ phương trình chỉ có 1 cặp nghiệm duy nhất: (x ;y ;z) = (0 ;0; 1).	0,50 0,50 0,50
Câu 3. (3,0đ)	Ta có : $3x^2 + 6y^2 + 2z^2 + 3y^2z^2 - 18x = 6$ (1) $\Leftrightarrow 3(x-3)^2 + 6y^2 + 2z^2 + 3y^2z^2 = 33$ (2) Suy ra : $z^2 \vdots 3$ và $2z^2 \leq 33$ Hay $\|z\| \leq 3$. Vì z nguyên suy ra z = 0 hoặc $\|z\| = 3$. a) z = 0 , (2) $\Leftrightarrow (x-3)^2 + 2y^2 = 11$ (3) Từ (3) suy ra $2y^2 \leq 11 \Rightarrow \|y\| \leq 2$. Với y = 0 , (3) không có số nguyên x nào thỏa mãn. Với $\|y\| = 1$, từ (3) suy ra $x \in \{0 ; 6\}$. b) $\|z\| = 3$, (2) $\Leftrightarrow (x-3)^2 + 11y^2 = 5$ (4) Từ (4) $\Rightarrow 11y^2 \leq 5 \Rightarrow y = 0$, (4) không có số nguyên x nào thỏa mãn. Vậy phương trình (1) có 4 nghiệm nguyên (x ;y ;z) là (0;1;0) ; (0 ;-1;0) ; (6 ;1 ;0) và (6 ;-1 ;0).	0,50 0,50 0,50 0,50 0,50 0,50
Câu 4a. (2,0đ)	$\sqrt[3]{abc} + \sqrt[3]{xyz} \leq \sqrt[3]{(a+x)(b+y)(c+z)}$ (1) Lập phương 2 vế của (1) ta được : $abc + xyz + 3\sqrt[3]{(abc)^2xyz} + 3\sqrt[3]{abc(xyz)^2} \leq (a+x)(b+y)(c+z)$ $\Leftrightarrow abc + xyz + 3\sqrt[3]{(abc)^2xyz} + 3\sqrt[3]{abc(xyz)^2} \leq$ $abc+xyz+abz+ayc+ayz+xbc+xyc+xbz$ $\Leftrightarrow 3\sqrt[3]{(abc)^2xyz} + 3\sqrt[3]{abc(xyz)^2} \leq (abz+ayc+xbc) + (ayz+xbz+xyc)$ (2) Theo bất đẳng thức Cauchy, ta có : $(abz+ayc+xbc) \geq 3\sqrt[3]{(abc)^2xyz}$ (3) $(ayz+xbz+xyc) \geq 3\sqrt[3]{abc(xyz)^2}$ (4) Cộng hai bất đẳng thức (3) và (4) ta được bất đẳng thức (2), do đó (1) được chứng minh.	0,50 0,50 0,50 0,50

Câu4b. **(1,0đ)**	Áp dụng BĐT (1) với $a = 3+\sqrt[3]{3}$, $b = 1$, $c = 1$, $x = 3 - \sqrt[3]{3}$, $y = 1$, $z = 1$ Ta có : $abc = 3 + \sqrt[3]{3}$, $xyz = 3 - \sqrt[3]{3}$, $a + x = 6$, $b + y = 2$, $c + z = 2$ Từ đó : $\sqrt[3]{3+\sqrt[3]{3}} + \sqrt[3]{3-\sqrt[3]{3}} \le \sqrt[3]{6.2.2} = 2\sqrt[3]{3}$ (đpcm).	0,50 0,50
Câu **5a.** **(2,0)**	Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm của QN, MN, PQ. Khi đó :  $BJ = \frac{MN}{2}$ (trung tuyến Δ vuông MBN) Tương tự $DK = \frac{PQ}{2}$. $IJ = \frac{QM}{2}$ (IJ là đtb Δ MNQ). Tương tự $IK = \frac{PN}{2}$. Vì $BD \le BJ + JI + IK + KD$. Dođó: $S_{ABCD} = \frac{AC}{2}.BD \le \frac{AC}{2}(BJ+JI+IK+KD) = \frac{AC}{4}(MN+NP+PQ+QM)$	0,50 0,50 0,50 0,50
Câu5b. **(1,0)**	Chu vi tứ giác MNPQ là : $MN + NP + PQ + QM = 2BJ + 2IK + 2DK + 2IJ$ $= 2(BJ + JI + IK + KD) \ge 2BD$ (cmt) Dấu bằng xảy ra khi đường gấp khúc trùng với BD, tức là MQ //NP, MN//PQ, MN=PQ (vì cùng là cạnh huyền 2 tam giác vuông cân bằng nhau), lúc đó MNPQ là hình chữ nhật.	0,50 0,50
Câu 6. **(3,0đ)**	Kí hiệu như hình vẽ.  **<u>Phần thuận</u> :** $AOB = AMB = 90^0$ (giả thiết) $\Rightarrow$ tứ giác AOBM luôn nội tiếp $\Rightarrow AMO = ABO = 45^0$ (vì ΔAOB vuông cân tại O) Suy ra M luôn nằm trên đường thẳng đi qua O và tạo với đường PQ một góc 45^0. Trường hợp B ở vị trí B’ thì M’ nằm trên đường thẳng đi qua O và tạo với PS một góc 45^0. **<u>Giới hạn</u> :**	0,50 0,50

	*) Khi A ≡ H thì M ≡ Q, khi A ≡ K thì M ≡ S *) Trường hợp B ở vị trí B’: khi A ≡ H thì M’ ≡ P, khi A ≡ K thì M’ ≡ R **Phần đảo**: Lấy M bất kì trên đường chéo SQ (hoặc M’ trên PR), qua M kẻ đường thẳng song song với đường thẳng PQ cắt (O) tại A. Kẻ bán kính OB ⊥ OA. Ta thấy tứ giác AOBM nội tiếp (vì $\widehat{AMO} = \widehat{ABO} = 45^0$) Suy ra : $\widehat{AMB} = \widehat{AOB} = 90^0$. Mà AM//PQ , PQ ⊥PS ⇒ MB//PS. **Kết luận**:Quỹ tích giao điểm M là 2 đường chéo của hình vuông PQRS.	0,50 0,50 0,50 0,50

ĐỀ 786

SỞ GIÁO DỤC - ĐÀO TẠO THÁI BÌNH ĐỀ CHÍNH THỨC	KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 TRUNG HỌC PHỔ THÔNG Năm học 2009-2010 **Môn thi: TOÁN** **Thời gian làm bài: 120 phút** *(không kể thời gian giao đề)*

Bài 1. *(2,0 điểm)*

1. Rút gọn các biểu thức sau: a) $\frac{3}{2+\sqrt{3}}+\frac{13}{4-\sqrt{3}}+\frac{6}{\sqrt{3}}$

b) $\frac{x\sqrt{y}-y\sqrt{x}}{\sqrt{xy}}+\frac{x-y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$ với $x>0;\ y>0;\ x\neq y$

2. Giải phương trình: $x+\frac{4}{x+2}=3$.

Bài 2. *(2,0 điểm)*

Cho hệ phương trình: $\begin{cases}(m-1)x+y=2\\ mx+y=m+1\end{cases}$ (m là tham số)

1. Giải hệ phương trình khi $m=2$;

2. Chứng minh rằng với mọi giá trị của m thì hệ phương trình luôn có nghiệm duy nhất $(x;y)$ thoả mãn: $2x+y\leq 3$.

Bài 3. *(2,0 điểm)*

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d): $y=(k-1)x+4$ (k là tham số) và parabol (P): $y = x^2$.

1. Khi $k = -2$, hãy tìm toạ độ giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P);

2. Chứng minh rằng với bất kỳ giá trị nào của k thì đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt;

4. Gọi y_1; y_2 là tung độ các giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P).

Tìm k sao cho: $y_1 + y_2 = y_1 y_2$.

Bài 4. *(3,5 điểm)*

Cho hình vuông ABCD, điểm M thuộc cạnh BC (M khác B, C). Qua B kẻ đường thẳng vuông góc với DM, đường thẳng này cắt các đường thẳng DM và DC theo thứ tự tại H và K.

1. Chứng minh: Các tứ giác ABHD, BHCD nội tiếp đường tròn;
2. Tính CHK;
3. Chứng minh KH.KB = KC.KD;
4. Đường thẳng AM cắt đường thẳng DC tại N. Chứng minh $\frac{1}{AD^2} = \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AN^2}$.

Bài 5. *(0,5 điểm)* Giải phương trình: $\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{2x-3}} = \sqrt{3}\left(\frac{1}{\sqrt{4x-3}} + \frac{1}{\sqrt{5x-6}}\right)$.

SỞ GIÁO DỤC - ĐÀO TẠO
THÁI BÌNH

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 TRUNG HỌC PHỔ THÔNG
Năm học 2009-2010

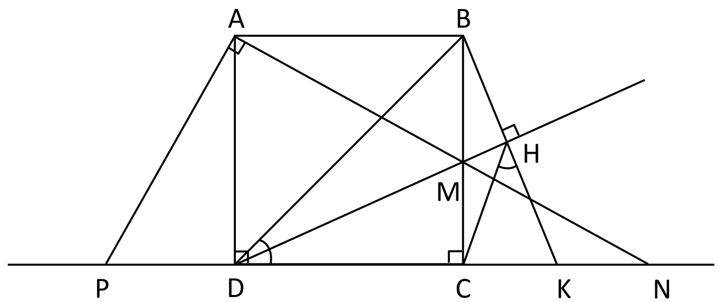
Hướng dẫn chấm Môn TOÁN

Ý	Nội dung	Điểm
Bài 1	*2,0 điểm*	
1. *(1,5đ)*	a) $\frac{3}{2+\sqrt{3}} + \frac{13}{4-\sqrt{3}} + \frac{6}{\sqrt{3}}$	

	$= \dfrac{3\left(2-\sqrt{3}\right)}{4-3} + \dfrac{13\left(4+\sqrt{3}\right)}{16-3} + 2\sqrt{3}$	0,25
	$= 6 - 3\sqrt{3} + 4 + \sqrt{3} + 2\sqrt{3}$	0,25
	$= 10$	0,25
	b) $\dfrac{x\sqrt{y} - y\sqrt{x}}{\sqrt{xy}} + \dfrac{x-y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$ với $x > 0$; $y > 0$; $x \neq y$	
	$= \dfrac{\sqrt{xy}\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)}{\sqrt{xy}} + \dfrac{\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$	0,25
	$= \sqrt{x} - \sqrt{y} + \sqrt{x} + \sqrt{y}$	0,25
	$= 2\sqrt{x}$	0,25
2. *(0,5đ)*	$x + \dfrac{4}{x+2} = 3$ ĐK: $x \neq -2$ Quy đồng khử mẫu ta được phương trình: $x^2 + 2x + 4 = 3(x + 2)$ $\Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$	0,25
	Do $a - b + c = 1 + 1 - 2 = 0$ nên phương trình có 2 nghiệm: $x = -1$; $x = 2$ (thoả mãn) Kết luận: Phương trình có 2 nghiệm $x = -1$; $x = 2$	0,25
Bài 2	*2,0 điểm*	
Ý	**Nội dung**	**Điểm**
1. *(1,0đ)*	Khi m = 2 ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$	0,25

	$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x+y=2 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$	0,25
	Vậy với m = 2 hệ phương trình có nghiệm duy nhất: $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$	0,25
2. *(1,0đ)*	Ta có hệ: $\begin{cases} (m-1)x+y=2 \\ mx+y=m+1 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x=m+1-2 \\ mx+y=m+1 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x=m-1 \\ y=-m(m-1)+m+1 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x=m-1 \\ y=-m^2+2m+1 \end{cases}$ Vậy với mọi giá trị của m, hệ phương trình có nghiệm duy nhất: $\begin{cases} x=m-1 \\ y=-m^2+2m+1 \end{cases}$	0,25
	Khi đó: $2x + y = -m^2 + 4m - 1$ $= 3 - (m-2)^2 \le 3$ đúng $\forall m$ vì $(m-2)^2 \ge 0$ Vậy với mọi giá trị của m, hệ phương trình có nghiệm duy nhất (x; y) thoả mãn $2x + y \le 3$.	0,50
Bài 3	*2,0 điểm*	
Ý	**Nội dung**	**Điểm**
1.	Với k = –2 ta có đường thẳng (d): $y = -3x + 4$	0,25

(1,0đ)	Khi đó phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P) là: $x^2 = -3x + 4$ $\Leftrightarrow \quad x^2 + 3x - 4 = 0$	0,25
	Do a + b + c = 1 + 3 – 4 = 0 nên phương trình có 2 nghiệm: x = 1; x = – 4 Với x = 1 có y = 1 Với x = –4 có y = 16	0,25
	Vậy khi k = –2 đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại 2 điểm có toạ độ là (1; 1); (–4; 16)	0,25
2. *(0,5đ)*	Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P) là: $x^2 = (k-1)x + 4$ $\Leftrightarrow x^2 - (k-1)x - 4 = 0$	0,25
	Ta có ac = –4 < 0 nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt với mọi giá trị của k. Vậy đường thẳng (d) và parabol (P) luôn cắt nhau tại 2 điểm phân biệt.	0,25
3. *(0,5đ)*	Với mọi giá trị của k; đường thẳng (d) và parabol (P) cắt nhau tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thoả mãn: $\begin{cases} x_1 + x_2 = k - 1 \\ x_1x_2 = -4 \end{cases}$ Khi đó: $y_1 = x_1^2 \quad ; \quad y_2 = x_2^2$	0,25
	Vậy $y_1 + y_2 = y_1y_2$ $\Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 = x_1^2x_2^2$ $\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = (x_1x_2)^2$ $\Leftrightarrow (k-1)^2 + 8 = 16$ $\Leftrightarrow (k-1)^2 = 8$ $\Leftrightarrow k = 1 + 2\sqrt{2}$ hoặc $k = 1 - 2\sqrt{2}$	0,25

	Vậy $k=1+2\sqrt{2}$ hoặc $k=1-2\sqrt{2}$ thoả mãn đầu bài.	
Bài 4	*3,5 điểm*	
Ý	**Nội dung**	**Điểm**
1. *(1,0đ)*	 + Ta có $\begin{cases} DAB = 90^o \text{ (ABCD là hình vuông)} \\ BHD = 90^o \text{ (gt)} \end{cases}$	0,25
	Nên $DAB + BHD = 180^o$ $\Rightarrow$ Tứ giác ABHD nội tiếp	0,25
	+ Ta có $\begin{cases} BHD = 90^o \text{ (gt)} \\ BCD = 90^o \text{ (ABCD là hình vuông)} \end{cases}$	0,25
	Nên H; C cùng thuộc đường tròn đường kính DB $\Rightarrow$ Tứ giác BHCD nội tiếp	0,25
2. *(1,0đ)*	Ta có: $\begin{cases} BDC + BHC = 180^o \\ CHK + BHC = 180^o \end{cases} \Rightarrow CHK = BDC$	0,5
	mà $BDC = 45^o$ (tính chất hình vuông ABCD) $\Rightarrow CHK = 45^o$	0,5
3. *(1,0đ)*	Xét ΔKHD và ΔKCB Có $\begin{cases} KHD = KCB = (90^o) \\ DKB \text{ chung} \end{cases} \Rightarrow \Delta KHD \backsim \Delta KCB$ (g.g)	0,5
	$\Rightarrow \dfrac{KH}{KC} = \dfrac{KD}{KB}$	0,25
	$\Rightarrow$ KH.KB = KC.KD (đpcm)	0,25
4. *(0,5đ)*	Qua A kẻ đường thẳng vuông góc với AM, đường thẳng này cắt đường thẳng DC tại P. Ta có: $\begin{cases} BAM = DAP \text{ (cùng phụ } MAD) \\ AB = AD \text{ (cạnh hình vuông ABCD)} \end{cases}$	

	$ABM = ADP = 90^{o}$ Nên $\Delta BAM = \Delta DAP$ (g.c.g) $\Rightarrow AM = AP$	0,25
	Trong ΔPAN có: $PAN = 90^{o}$; $AD \perp PN$ nên $\frac{1}{AD^2} = \frac{1}{AP^2} + \frac{1}{AN^2}$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông) $\Rightarrow \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AN^2}$	0,25
Bài 5	*0,5 điểm*	
Ý	**Nội dung**	**Điểm**
0,5đ	Ta chứng minh: $\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{b}} + \frac{1}{\sqrt{c}} \geq \sqrt{3}\left(\frac{1}{\sqrt{a+2b}} + \frac{1}{\sqrt{b+2c}} + \frac{1}{\sqrt{c+2a}}\right)$ (*) với a > 0; b > 0; c > 0	
	+ Với a > 0; b > 0 ta có: $\sqrt{a} + 2\sqrt{b} \leq \sqrt{3(a+2b)}$ (1)	
	+ Do $\left(\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{2}{\sqrt{b}}\right)\left(\sqrt{a} + 2\sqrt{b}\right) \geq 9$ nên $\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{2}{\sqrt{b}} \geq \frac{9}{\sqrt{a} + 2\sqrt{b}}$ (2)	
	+ Từ (1) và (2) ta có: $\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{2}{\sqrt{b}} \geq \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{a+2b}}$ (3) (Với a > 0; b> 0; c > 0)	
	+ Áp dụng (3) ta có: $\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{b}} + \frac{1}{\sqrt{c}} \geq \sqrt{3}\left(\frac{1}{\sqrt{a+2b}} + \frac{1}{\sqrt{b+2c}} + \frac{1}{\sqrt{c+2a}}\right)$ với a > 0; b> 0; c > 0	0.25đ
	Phương trình $\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{2x-3}} = \sqrt{3}\left(\frac{1}{\sqrt{4x-3}} + \frac{1}{\sqrt{5x-6}}\right)$ có ĐK: $x > \frac{3}{2}$ Áp dụng bất đẳng thức (*) với a = x; b = x; c = 2x - 3 ta có: $\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{2x-3}} \geq \sqrt{3}\left(\frac{1}{\sqrt{3x}} + \frac{1}{\sqrt{5x-6}} + \frac{1}{\sqrt{4x-3}}\right)$ $\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{2x-3}} \geq \sqrt{3}\left(\frac{1}{\sqrt{5x-6}} + \frac{1}{\sqrt{4x-3}}\right)$ với $x > \frac{3}{2}$ Dấu " = " xảy ra $\Leftrightarrow x = 2x - 3 \Leftrightarrow x = 3$ Vậy phương trình có nghiệm duy nhất x = 3.	0.25đ

1. Trên đây chỉ là các bước giải và khung điểm bắt buộc cho từng bước, yêu cầu thí sinh phải trình bày, lập luận và biến đổi hợp lí mới được công nhận cho điểm.
2. Bài 4 phải có hình vẽ đúng và phù hợp với lời giải của bài toán (không cho điểm hình vẽ).
3. Những cách giải khác đúng vẫn cho điểm tối đa theo khung điểm.
4. Chấm từng phần. Điểm toàn bài là tổng các điểm thành phần, không làm tròn

ĐỀ 787

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TỈNH HẢI DƯƠNG

Môn Toán lớp 9 (2003 - 2004)
(Thời gian : 150 phút)

Bài 1 : *(2,5 điểm)*
Giải phương trình :
$|xy - x - y + a| + |x^2y^2 + x^2y + xy^2 + xy - 4b| = 0$

$$a = (\sqrt{57} + 3\sqrt{6} + \sqrt{38} + 6)(\sqrt{57} - 3\sqrt{6} - \sqrt{38} + 6)$$
$$b = \sqrt{17 - 12\sqrt{2}} + \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} + \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}$$

Bài 2 : *(2,5 điểm)*
Hai phương trình :
$x^2 + (a - 1)x + 1 = 0$; $x^2 + (b + 1)x + c = 0$ có nghiệm chung, đồng thời hai phương trình : $x^2 + x + a - 1 = 0$ và $x^2 + cx + b + 1 = 0$ cũng có nghiệm chung.
Tính giá trị của biểu thức $2004a/(b + c)$.
Bài 3 : *(3,0 điểm)*
Cho hai đường tròn tâm O_1 và tâm O_2 cắt nhau tại A, B. Đường thẳng O_1A cắt đường tròn tâm O_2 tại D, đường thẳng O_2A cắt đường tròn tâm O_1 tại C.
Qua A kẻ đường thẳng song song với CD cắt đường tròn tâm O_1 tại M và cắt đường tròn tâm O_2 tại N.
Chứng minh rằng :
1) Năm điểm B ; C ; D ; O1 ; O2 nằm trên một đường tròn.
2) BC + BD = MN.
Bài 4 : *(2,0 điểm)* Tìm các số thực x và y thỏa mãn $x^2 + y^2 = 3$ và $x + y$ là một số nguyên.

ĐỀ 788

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TỈNH BÌNH THUẬN

Môn Toán lớp 9 (2003 - 2004)
(Thời gian : 150 phút)

Bài 1 : *(6 điểm)*
1) Chứng minh rằng :

$$A = \frac{2\sqrt{3+\sqrt{5-\sqrt{13+\sqrt{48}}}}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}$$

là số nguyên.
2) Tìm tất cả các số tự nhiên có 3 chữ số $\overline{abc}$ sao cho :

$$\begin{cases} \overline{abc} = n^2 - 1 \\ \overline{cba} = (n-2)^2 \end{cases}$$

với n là số nguyên lớn hơn 2.
Bài 2 : *(6 điểm)*
1) Giải phương trình :

$$x^3 + 2x^2 + 2\sqrt{2}x + 2\sqrt{2} = 0.$$

2) Cho Parabol (P) : y = 1/4 x^2 và đường thẳng (d) : y = 1/2 x + 2.
a) Vẽ (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ Oxy.
b) Gọi A, B là giao điểm của (P) và (d). Tìm điểm M trên cung AB của (P) sao cho diện tích tam giác MAB lớn nhất.
c) Tìm điểm N trên trục hoành sao cho NA + NB ngắn nhất.
Bài 3 : *(8 điểm)*
1) Cho đường tròn tâm O và dây cung BC không qua tâm O. Một điểm A chuyển động trên đường tròn (A khác B, C). Gọi M là trung điểm đoạn AC, H là chân đường vuông góc hạ từ M xuống đường thẳng AB. Chứng tỏ rằng H nằm trên một đường tròn cố định.
2) Cho 2 đường tròn (O, R) và (O’, R’) với R’ > R, cắt nhau tại 2 điểm A, B. Tia OA cắt đường tròn (O’) tại C và tia O’A cắt đường tròn (O) tại D. Tia BD cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác ACD tại E. So sánh độ dài các đoạn BC và BE.

ĐỀ 789

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HẢI PHÒNG
ĐỀ THI TỐT NGHIỆP PHỔ THÔNG THCS

Môn thi : Toán - Năm học 1999 - 2000

Thời gian làm bài : *120 phút (không kể thời gian giao đề)*

A. Lý thuyết : (2 điểm) Học sinh chọn 1 trong 2 câu sau :
Câu 1 :
a) Hãy viết định nghĩa căn bậc hai số học của một số a $\geq$ 0. Tính:

$$\text{Tính : } \sqrt{4}\ ;\ -\sqrt{9}\ ;\ \sqrt{(1-x)^2}$$

b) Hãy viết định nghĩa về đường thẳng song song với mặt phẳng.
Câu 2 :
a) Hãy viết dạng tổng quát hệ hai phưng trình bậc nhất hai ẩn số.
b) Chứng minh : "Mọi góc nội tiếp chắn nửa đường tròn đều là góc vuông".
B. Bài toán : (8 điểm) Bắt buộc cho mọi học sinh.
Bài 1 : (2 điểm).
a) Cho :

$$M=\sqrt{3}\ -\ 2\sqrt{2}\ \ ;\ \ N=\sqrt{8}+\sqrt{3}\,.$$

Tính M + N và M x N.
b) Tìm tập xác định của hàm số :

$$y=\sqrt{x+1}+\frac{1}{x}$$

c) Cho đường thẳng (d) có phưng trình . Hãy tìm tọa độ các giao điểm của đường thẳng (d) với các trục tọa độ.
Bài 2 : (2 điểm).
Trong một phòng có 288 ghế được xếp thành các dãy, mỗi dãy đều có số ghế như nhau. Nếu ta bớt đi 2 dãy và mỗi dãy còn lại thêm 2 ghế thì vừa đủ cho 288 người họp (mỗi người ngồi một ghế). Hỏi trong phòng đó có mấy dãy ghế và mỗi dãy có bao nhiêu ghế ?
Bài 3 : (4 điểm).
Cho nửa đường tròn đường kính AB, Kẻ tiếp tuyến Bx với nửa đường tròn. C là điểm trên nửa đường tròn sao cho cung AC bằng cung CB. Trên cung CB lấy điểm D tùy ý (D khác C và B). Các tia AC, AD cắt Bx lần lượt tại E và F.
a) Chứng minh ΔABE vuông cân.
b) Chứng minh ΔABF ~ ΔBDF.
c) Chứng minh tứ giác CEFD nội tiếp.
d) Cho điểm C di động trên nửa đường tròn (C khác A và B) và D di động trên cung CB (D khác C và B). Chứng minh:

AC x AE = AD x AF và có giá trị không đổi.

ĐỀ 790

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO TRƯỜNG THPT NGUYỄN TRÃI, HẢI DƯƠNG NĂM HỌC 2002 - 2003

Môn Toán - Dành cho các lớp chuyên tự nhiên
Thời gian làm bài 150 phút

Bài I (3,0 điểm)
Cho biểu thức :

$$A = \frac{\sqrt{x+2-4\sqrt{x-2}}+\sqrt{x+2+4\sqrt{x-2}}}{\sqrt{\frac{4}{x^2}-\frac{4}{x}+1}}$$

1) Rút gọn biểu thức A.
2) Tìm các số nguyên x để biểu thức A là một số nguyên.
Bài II (3,0 điểm)
1) Gọi x_1 và x_2 là hai nghiệm của phương trình :
$x^2 - (2m - 3)x + 1 - m = 0$
Tìm giá trị của m để $x_1^2 + x_2^2 + 3x_1.x_2.(x_1 + x_2)$đạt giá trị lớn nhất.
2) Cho a, b là các số hữu tỉ thỏa mãn: $a^{2003} + b^{2003} = 2\, a^{2003}\, .\, b^{2003}$
Chứng minh rằng phương trình : $x^2 + 2x + ab = 0$ có hai nghiệm hữu tỉ.
Bài III (3,0 điểm)
1) Cho tam giác cân ABC, góc A = 180^o. Tính tỉ số BC/AB.
2) Cho hình quạt tròn giới hạn bởi cung tròn và hai bán kính OA, OB vuông góc với nhau. Gọi I là trung điểm của OB, phân giác góc AIO cắt OA tại D, qua D kẻ đường thẳng song song với OB cắt cung tròn ở C. Tính góc ACD .
Bài IV (1,0 điểm)
Chứng minh bất đẳng thức :

$$\left|\sqrt{a^2+b^2}-\sqrt{a^2+c^2}\right| \le |b-c|$$

với a, b, c là các số thực bất kì.

ĐỀ 791

KÌ THI HỌC SINH GIỎI CẤP THÀNH PHỐ (THCS)

TP HỒ CHÍ MINH

Năm học 2002 - 2003

*** Môn thi : Toán** *** Thời gian : 150 phút**

Bài 1 : (*4 điểm*)

Cho phương trình : $(2m - 1)x^2 - 2mx + 1 = 0$.

a) Định m để phương trình trên có nghiệm thuộc khoảng $(-1 ; 0)$

b) Định m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa $|x_1^2 - x_2^2| = 1$.

Bài 2 : (*5 điểm*)

Giải các phương trình và hệ phương trình sau đây :

a) $\sqrt{7-x}+\sqrt{x-5}=x^2-12x+38$

b) $\begin{cases} x^2+y^2+x+y=8 \\ x^2+y^2+xy=7 \end{cases}$

c) $\begin{cases} \sqrt{x+1}+\sqrt{y}=1 \\ \sqrt{x}+\sqrt{y+1}=1 \end{cases}$

Bài 3 : (*3 điểm*)

a) Cho $a > c$, $b > c$, $c > 0$. Chứng minh :

$$\sqrt{c(a-c)}+\sqrt{c(b-c)}\le\sqrt{ab}$$

b) Cho $x \geq 1$, $y \geq 1$. Chứng minh :

$$\frac{1}{1+x^2}+\frac{1}{1+y^2}\ge\frac{2}{1+xy}$$

Bài 4 : (*3 điểm*)

Từ điểm A ở ngoài đường tròn (O), kẻ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm). Trên tia đối của tia BC lấy điểm D. Gọi E là giao điểm của DO và AC. Qua E vẽ tiếp tuyến thứ hai với đường tròn (O), tiếp tuyến này cắt đường thẳng AB ở K.

Chứng minh bốn điểm D, B, O, K cùng thuộc một đường tròn.

Bài 5 : (*2 điểm*)

Cho tam giác ABC vuông tại A có M là trung điểm của BC. Có hai đường thẳng lưu động và vuông góc với nhau tại M cắt các đoạn AB và AC lần lượt tại D và E. Xác định các vị trí của D và E để diện tích tam giác DME đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 6 : (*3 điểm*)

Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau ở hai điểm A và B. Qua A vẽ hai đường thẳng (d) và (d'), đường thẳng (d) cắt (O) tại C và cắt (O') tại D, đường thẳng (d') cắt (O) tại M và cắt (O') tại N sao cho AB là phân giác của góc MAD. Chứng minh rằng CD = MN.

ĐỀ 792

KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC CƠ SỞ
TỈNH THÁI BÌNH

*** Môn thi : Toán * Thời gian : 120 phút * Khóa thi : 2001-2002**

A. Lí thuyết (*2 điểm*) Thí sinh chọn một trong hai đề :
Đề thứ nhất :
a) Nêu định nghĩa phương trình bậc hai một ẩn số. Cho ví dụ.
b) Giải phương trình : $x^2 - 2x - 8 = 0$.
Đề thứ hai :
Nêu định lí về góc có đỉnh ở bên ngoài đường tròn. Vẽ hình, ghi giả thiết, kết luận cho các trường hợp xảy ra.
B. Bài toán bắt buộc (*8 điểm*)
Bài 1 : (*2 điểm*)
Cho biểu thức :

$$K=\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1}-\frac{1}{a-\sqrt{a}}\right):\left(\frac{1}{\sqrt{a}+1}+\frac{2}{a-1}\right)$$

a) Rút gọn biểu thức K.
b) Tính giá trị của K khi $a=3+2\sqrt{2}$.
c) Tìm các giá trị của a sao cho K < 0.
Bài 2 : (*2 điểm*)
Cho hệ phương trình :

$$\begin{cases} mx-y=1 \\ \frac{x}{2}-\frac{y}{3}=334 \end{cases}$$

a) Giải hệ phương trình khi cho m = 1.
b) Tìm giá trị của m để hệ phương trình vô nghiệm.
Bài 3 : (*4 điểm*)
Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB. Từ A và B kẻ hai tiếp tuyến Ax và By. Qua một điểm M thuộc nửa đường tròn này, kẻ tiếp tuyến thứ ba cắt các tiếp tuyến Ax và By lần lượt ở E và F.
a) Chứng minh AEMO là tứ giác nội tiếp.
b) AM cắt OE tại P, BM cắt OF tại Q. Tứ giác MPOQ là hình gì ? Tại sao ?
c) Kẻ MH vuông góc với AB (*H thuộc AB*). Gọi K là giao điểm của MH và EB. So sánh MK với KH.
d) Cho AB = 2R và gọi r là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác EOF. Chứng minh rằng :

$$\frac{1}{3} < \frac{r}{R} < \frac{1}{2}$$

ĐỀ 793

ĐỀ THI TUYỂN SINH THPT TỈNH THÁI BÌNH

*** Môn : Toán   * Khóa thi : 2002 - 2003   * Thời gian : 150 phút**

Bài 1 (*2 điểm*)
Cho biểu thức :

$$K = \left(\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} + \frac{x^2-4x-1}{x^2-1}\right).\frac{x+2003}{x}$$

a) Tìm điều kiện đối với x để biểu thức K xác định.
b) Rút gọn biểu thức K.
c) Với những giá trị nguyên nào của x thì biểu thức K có giá trị nguyên ?
Bài 2 (*2 điểm*)
Cho hàm số : y = x + m (D).
Tìm các giá trị của m để đường thẳng (D) :
a) Đi qua điểm A (1 ; 2003) ;
b) Song song với đường thẳng x - y + 3 = 0 ;
c) Tiếp xúc với parabol $y = -1/4.x^2$.
Bài 3 (*3 điểm*)
a) Giải bài toán bằng cách lập phương trình :
Một hình chữ nhật có đường chéo bằng 13 m và chiều dài lớn hơn chiều rộng 7 m. Tính diện tích hình chữ nhật đó.
b) Chứng minh bất đẳng thức :

$$\frac{2002}{\sqrt{2003}} + \frac{2003}{\sqrt{2002}} > \sqrt{2002} + \sqrt{2003}$$

Bài 4 (*3 điểm*)
Cho tam giác ABC vuông ở A. Nửa đường tròn đường kính AB cắt BC tại D. Trên cung AD lấy một điểm E. Nối BE và kéo dài cắt AC tại F.
a) Chứng minh CDEF là một tứ giác nội tiếp.
b) Kéo dài DE cắt AC ở K. Tia phân giác của góc CKD cắt EF và CD tại M và N. Tia phân giác của góc CBF cắt DE và CF tại P và Q. Tứ giác MPNQ là hình gì ? Tại sao ?
c) Gọi r, r_1, r_2 theo thứ tự là bán kính đường tròn nội tiếp các tam giác ABC, ADB, ADC. Chứng minh rằng $r^2 = r_1^2 + r_2^2$.

ĐỀ 794

ĐỀ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC CƠ SỞ
TỈNH THỪA THIÊN - HUẾ

*** Môn : Toán   * Khóa thi : 2001 - 2002   * Thời gian : 120 phút**

A. Lý Thuyết : (*2 điểm*) Học sinh chọn một trong hai đề sau đây :
Đề 1 :
Nêu điều kiện để $\sqrt{A}$ có nghĩa.
áp dụng : Tìm mỗi giá trị của x để mỗi căn bậc hai sau đây có nghĩa :

a) $\sqrt{7x-2}$ b) $\sqrt{1-x^2}$

Đề 2 :
Chứng minh rằng : Đường kính vuông góc với một dây cung thì chia dây cung ấy ra hai phần bằng nhau.
B. Toán : (*8 điểm*)
Bài 1 : (*3 điểm*)
a) Tính :

$$A = -2\sqrt{3}\,(3-\sqrt{3}) + (3\sqrt{3}+1)^2$$

b) Rút gọn biểu thức :

$$B = \left(\frac{\sqrt{b}}{a-\sqrt{ab}} - \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{ab}-b}\right)(a\sqrt{b} - b\sqrt{a})$$

c) Xác định các hệ số a và b của hàm số y = ax + b, biết rằng đồ thị của nó đi qua hai điểm A (1 ; 3) và B (2 ; 1).
Bài 2 : (*1,5 điểm*)
Tính các kích thước của hình chữ nhật có diện tích 40 cm^2, biết rằng nếu tăng mỗi kích thước 3 cm thì diện tích tăng 48 cm^2.
Bài 3 : (*3,5 điểm*)
Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, nội tiếp đường tròn tâm O. Kẻ hai đường kính AA' và BB' của đường tròn.
a) Chứng minh ABA'B' là hình chữ nhật.
b) Gọi H là trực tâm của tam giác ABC. Chứng minh BH = CA'.
c) Cho AO = R, tìm bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác BHC.

ĐỀ 795

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 8 QUẬN 1. TP HỒ CHÍ MINH

*** Môn : Toán   * Khóa thi : 2002 - 2003   * Thời gian : 90 phút**

Bài 1 : (*3 điểm*)
Phân tích đa thức thành nhân tử :
a) $x^2 + 6x + 5$
b) $(x^2 - x + 1)(x^2 - x + 2) - 12$
Bài 2 : (*4 điểm*)
a) Cho $x + y + z = 0$. Chứng minh $x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$.
b) Rút gọn phân thức :

$$\frac{x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz}{(x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2}$$

Bài 3 : (*4 điểm*)
Cho x, y, z là độ dài ba cạnh của tam giác.
$A = 4x^2y^2 - (x^2 + y^2 - z^2)^2$. Chứng minh $A > 0$.
Bài 4 : (*3 điểm*)
Tìm số dư trong phép chia của biểu thức :
$(x + 1)(x + 3)(x + 5)(x + 7) + 2002$ cho $x^2 + 8x + 12$.
Bài 5 : (*6 điểm*)
Cho tam giác ABC vuông tại A (AC > AB), đường cao AH. Trên tia HC lấy HD = HA. Đường vuông góc với BC tại D cắt AC tại E.
a) Chứng minh AE = AB.
b) Gọi M là trung điểm của BE. Tính góc AHM.

ĐỀ 796

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 NĂNG KHIẾU TRƯỜNG NĂNG KHIẾU HÀN THUYÊN (BẮC NINH)

*** Môn : Toán   * Khóa thi : 2002 - 2003   * Thời gian : 150 phút**

Bài 1 : (*2 điểm*)
Xét biểu thức :

$$y = \frac{x^2 + \sqrt{x}}{x - \sqrt{x} + 1} + 1 - \frac{2x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$$

1) Rút gọn y. Tìm x để y = 2.
2) Giả sử x > 1. Chứng minh rằng : y - |y| = 0
3) Tìm giá trị nhỏ nhất của y ?

Bài 2 : (*2 điểm*)
Giải hệ phương trình :

$$\begin{cases} x\sqrt{y} + y\sqrt{x} = 12 \\ x\sqrt{x} + y\sqrt{y} = 28 \end{cases}$$

Bài 3 : (*2 điểm*)
Cho hình vuông có cạnh bằng 1, tìm số lớn nhất các điểm có thể đặt vào hình vuông (kể cả các cạnh) sao cho không có bất cứ 2 điểm nào trong số các điểm đó có khoảng cách bé hơn 1/2 đơn vị.
Bài 4 : (*2 điểm*)
Cho hai đường tròn đồng tâm và 1 điểm M cố định trên đường tròn nhỏ. Qua M kẻ hai đường thẳng vuông góc với nhau, một đường cắt đường tròn nhỏ ở A khác M, đường kia cắt đường tròn lớn ở B và C. Khi cho hai đường thẳng này quay quanh M và vẫn vuông góc với nhau, chứng minh rằng :
1) Tổng $MA^2 + MB^2 + MC^2$ không đổi.
2) Trọng tâm tam giác ABC là điểm cố định.
Bài 5 : (*2 điểm*)
1) Chứng minh rằng tích của 4 số nguyên dương liên tiếp không thể là số chính phương.
2) Cho tam giác ABC và một điểm E nằm trên cạnh AC. Hãy dựng một đường thẳng qua E và chia tam giác ABC thành hai phần có diện tích bằng nhau.

ĐỀ 797

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 9 QUẬN 10-TP HỒ CHÍ MINH
NĂM HỌC 2002 - 2003

*** Môn thi : Toán * Thời gian : 150 phút**

Bài 1 : (*3 điểm*)
Giải phương trình : $|x^2 - 1| + |x^2 - 4| = x^2 - 2x + 4$.
Bài 2 : (*3 điểm*)
Chứng minh đẳng thức :

$$\frac{b-a}{b\sqrt{-\frac{a}{b}}} = \frac{a-b}{a\sqrt{-\frac{b}{a}}},$$

với a, b trái dấu.
Bài 3 : (*3 điểm*)

Rút gọn :

$$(12-6\sqrt{3})\sqrt{\frac{3}{14-8\sqrt{3}}}-3\sqrt{2(1-\sqrt{-2\sqrt{3}+4})+2\sqrt{4+2\sqrt{3}}}.$$

Bài 4 : (*3 điểm*)
Trong các hình chữ nhật có chu vi là p, hình chữ nhật nào có diện tích lớn nhất ? Tính diện tích đó.

Bài 5 : (*4 điểm*)
Cho đường tròn (O ; R), điểm A nằm ngoài đường tròn (O). Kẻ tiếp tuyến AM, AN ; đường thẳng chứa đường kính, song song với MN cắt AM, AN lần lượt tại B và C.
Chứng minh :
a) Tứ giác MNCB là hình thang cân.
b) MA . MB = R^2.
c) K thuộc cung nhỏ MN. Kẻ tiếp tuyến tại K cắt AM, AN lần lượt tại P và Q. Chứng minh : BP.CQ = $BC^2/4$.

Bài 6 : (*4 điểm*)
Cho đường tròn tâm O và đường kính AB. Kẻ tiếp tuyến (d) tại B của đường tròn (O). Gọi N là điểm di động trên (d), kẻ tiếp tuyến NM (M thuộc (O)).
a) Tìm quỹ tích tâm P của đường tròn ngoại tiếp tam giác MNB.
b) Tìm quỹ tích tâm Q của đường tròn nội tiếp tam giác MNB.

ĐỀ 798

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 TỈNH BẮC NINH

*** Môn thi : Toán**
Khoá thi : 2002 - 2003
*** Thời gian : 150 phút**

Bài 1 : (*2,5 điểm*)
Cho biểu thức :

$$B=\left(\frac{\sqrt{x}}{2}-\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2.\left(\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}-\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}\right)$$

1) Rút gọn B.
2) Tìm các giá trị của x để B > 0.
3) Tìm các giá trị của x để B = - 2.

Bài 2 : (*2,5 điểm*)

Cho phương trình : x^2 - (m+5)x - m + 6 = 0 (1)
1) Giải phương trình với m = 1.
2) Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có một nghiệm x = - 2.
3) Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có nghiệm x_1 ; x_2 thỏa mãn :
$S = x_1^2 + x_2^2 = 13$.
Bài 3 : (*2 điểm*)
Một phòng họp có 360 chỗ ngồi và được chia thành các dãy có số chỗ ngồi bằng nhau. Nếu thêm cho mỗi dãy 4 chỗ ngồi và bớt đi 3 dãy thì số chỗ ngồi trong phòng họp không thay đổi. Hỏi ban đầu số chỗ ngồi trong phòng họp được chia thành bao nhiêu dãy.
Bài 4 : (*3 điểm*)
Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại A và B. Đường kính AC của đường tròn (O) cắt đường tròn (O') tại điểm thứ hai E. Đường kính AD của đường tròn (O') cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai F.
1) Chứng minh tứ giác CDEF nội tiếp.
2) Chứng minh C, B, D thẳng hàng và tứ giác OO'EF nội tiếp.
3) Với điều kiện và vị trí nào của hai đường tròn (O) và (O') thì EF là tiếp tuyến chung của hai đường tròn (O) và (O').

ĐỀ 799

ĐỀ THI VÀO LỚP 10 HỆ CHUYÊN TỈNH HÀ TÂY

*** Môn : Toán (chung) * Thời gian : 150 phút * Khóa thi : 2003 - 2004**

Bài 1 : (2 điểm)
Cho biểu thức :

$$P = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{2\sqrt{x}}{x\sqrt{x}+\sqrt{x}-x-1}\right) : \left(1 - \frac{2\sqrt{x}}{x+1}\right)$$

với $x \geq 0$; $x \neq 1$.
1) Rút gọn P.
2) Tìm x sao cho P < 0.
Bài 2 : (1,5 điểm)
Cho phương trình : $mx^2 + (2m - 1)x + (m - 2) = 0$. Tìm m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn : $x_1^2 + x_2^2 = 2003$.
Bài 3 : (2 điểm)
Một bè nứa trôi tự do (với vận tốc bằng vận tốc của dòng nước) và một ca nô cùng dời bến A để xuôi dòng sông. Ca nô xuôi dòng được 144 km thì quay trở về bến A ngay, cả đi lẫn về

hết 21 giờ. Trên đường ca nô trở về bến A, khi còn cách bến A 36 km thì gặp bè nứa nói ở trên. Tìm vận tốc riêng của ca nô và vận tốc của dòng nước.

Bài 4 : (3,5 điểm)

Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB = 2R. C là trung điểm của đoạn thẳng AO, đường thẳng Cx vuông góc với đường thẳng AB, Cx cắt nửa đường tròn trên tại I. K là một điểm bất kì nằm trên đoạn thẳng CI (K khác C ; K khác I), tia AK cắt nửa đường tròn đã cho tại M. Tiếp tuyến với nửa đường tròn tâm O tại điểm M cắt Cx tại N, tia BM cắt Cx tại D.

1) Chứng minh rằng bốn điểm A, C, M, D cùng nằm trên một đường tròn.

2) Chứng minh ΔMNK cân.

3) Tính diện tích ΔABD khi K là trung điểm của đoạn thẳng CI.

4) Chứng minh rằng : Khi K di động trên đoạn thẳng CI thì tâm của đường tròn ngoại tiếp ΔAKD nằm trên một đường thẳng cố định.

Bài 5 : (1 điểm)

Cho a, b, c là các số bất kì, đều khác 0 và thỏa mãn :

$$ac + bc + 3ab \le 0.$$

<DD.Chứng minh rằng phương trình sau luôn có nghiệm : $(ax^2 + bx + c)(bx^2 + cx + a)(cx^2 + ax + b) = 0$.

ĐỀ 800

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ HỒNG PHONG (NAM ĐỊNH)

*** Môn : Toán (chuyên) * Thời gian : 150 phút * Khóa thi : 2003 - 2004**

Bài 1 : (1,5 điểm)

Cho phương trình $x^2 + x - 1 = 0$. Chứng minh rằng phương trình có hai nghiệm trái dấu. Gọi x_1 là nghiệm âm của phương trình. Hãy tính giá trị của biểu thức :

$$P = \sqrt{x_1^8 + 10x_1 + 13} + x_1.$$

Bài 2 : (2 điểm) Cho biểu thức :

$$P = x.\sqrt{5 - x} + (3 - x).\sqrt{2 + x}.$$

Tìm giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của P khi $0 \le x \le 3$.

Bài 3 : (2 điểm)

a) Chứng minh rằng không tồn tại các số nguyên a, b, c sao cho $a^2 + b^2 + c^2 = 2007$.

b) Chứng minh rằng không tồn tại các số hữu tỉ x, y, z sao cho

$x^2 + y^2 + z^2 + x + 3y + 5z + 7 = 0$.

Bài 4 : (2,5 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A. Vẽ đường cao AH. Gọi (O) là đường tròn ngoại tiếp tam giác AHC. Trên cung nhỏ AH của đường tròn (O) lấy điểm M bất kì khác A. Trên tiếp tuyến tại M của đường tròn (O) lấy hai điểm D và E sao cho BD = BE = BA. Đường thẳng BM cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai N.

a/ Chứng minh rằng tứ giác BDNE nội tiếp.

b/ Chứng minh rằng đường tròn ngoại tiếp tứ giác BDNE và đường tròn (O) tiếp xúc với nhau.

Bài 5 : (2 điểm)

Có n điểm, trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Hai điểm bất kì được nối với nhau bằng một đoạn thẳng, mỗi đoạn thẳng được tô một màu xanh, đỏ hoặc vàng. Biết rằng có ít nhất một đoạn màu xanh, một đoạn màu đỏ và một đoạn màu vàng ; không có điểm nào mà các đoạn thẳng xuất phát từ đó có đủ cả ba màu và không có tam giác nào tạo bởi các đoạn thẳng đã nối có ba cạnh cùng màu.

a/ Chứng minh rằng không tồn tại ba đoạn thẳng cùng màu xuất phát từ cùng một điểm.

b/ Hãy cho biết có nhiều nhất bao nhiêu điểm thỏa mãn đề bài.