Tổng hợp các câu khó toán Quốc Gia các năm 17 - 18 - 19 từ câu 45 - 50

**Câu 45 (2017)** Trong không gian Oxyz cho mặt cầu .

.Gọi  là đg thg qua M, thuộc mặt phẳng (P) và cắt tai hai điểm A, B sao cho AB

nhỏ nhất. Biết có một vec tơ chỉ phương tính 

A.  B.  C.  D. 

P

d

O

H

A

B

M

Lời giải : ***Nhan xet*** :  toa do M nghiem dung

pt (P) nen M nam trong mat cau va nam tren (P) suy ra d qua M nam trong (P)

cat (S) tai 2 diem A,B sao cho AB ngan nhat khi va chi khi d  HM (H la hinh

chieu cua O tren (P)) . Goi  la vtcp cua d thi 

tu gt thi OH co pt 

 (3; -3;0) vtcp cua d la (1; - 1; 0) = (1; a; b) 

***Suy ra dap an chon la C***

**Câu 43** (2018):Ba bạn A, B, C mỗi bạn viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn [ 1; 17 ] .

Xác suất để ba số đuọc viết ra có tổng chia hết cho 3 bằng

A.  . B. . C. . D.  .

Giải : Gọi X là biến cố 3 số viết ra có tổng chia hết cho 3 không gian mẫu của X là  ta có : . Gọi M = {3;6;9;12 ; 15} là tập hợp các số chia hêt cho 3 thuộc đoạn đã cho ;

N = {2;5;8;11;14 ; 17} là tập các số chia 3 dư 2 thuộc đoạn đã cho ; P ={1;4;7;10;13 ; 6} là tập các số chia 3

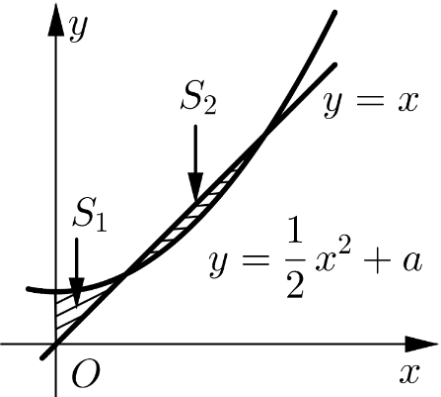
dư 1 . Do ba số viết ra có tổng chia hết cho 3 nên ta có các TH sau

TH1 : 3 số viết lên đều chia hết cho 3 TH này có 53 khả năng xảy ra

TH2 : 3 số viết lên chia hết cho 3 dư 2 TH này có 63 khả năng xảy ra

TH3 : 3 số viết lên chia hết cho 3 dư 1 TH này có 63 khả năng xảy ra

TH4 : 3 số viết lên có 1 số chia hết, một số chia cho 3 dư 1, và một số chia 3 dư 2. Do mỗi bạn chỉ được viêt ra một số nên TH này có tất cả 

Tóm lại  ***Đáp án D*** .

**Câu 45 (2019) :**Cho đường thẳng  và Parabol  ( là tham số

thực dương).Gọi  và  lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được gạch

chéo trong hình vẽ bên.Khi  thì  thuộc khoảng nào sau đây?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** 

**Lời giải**

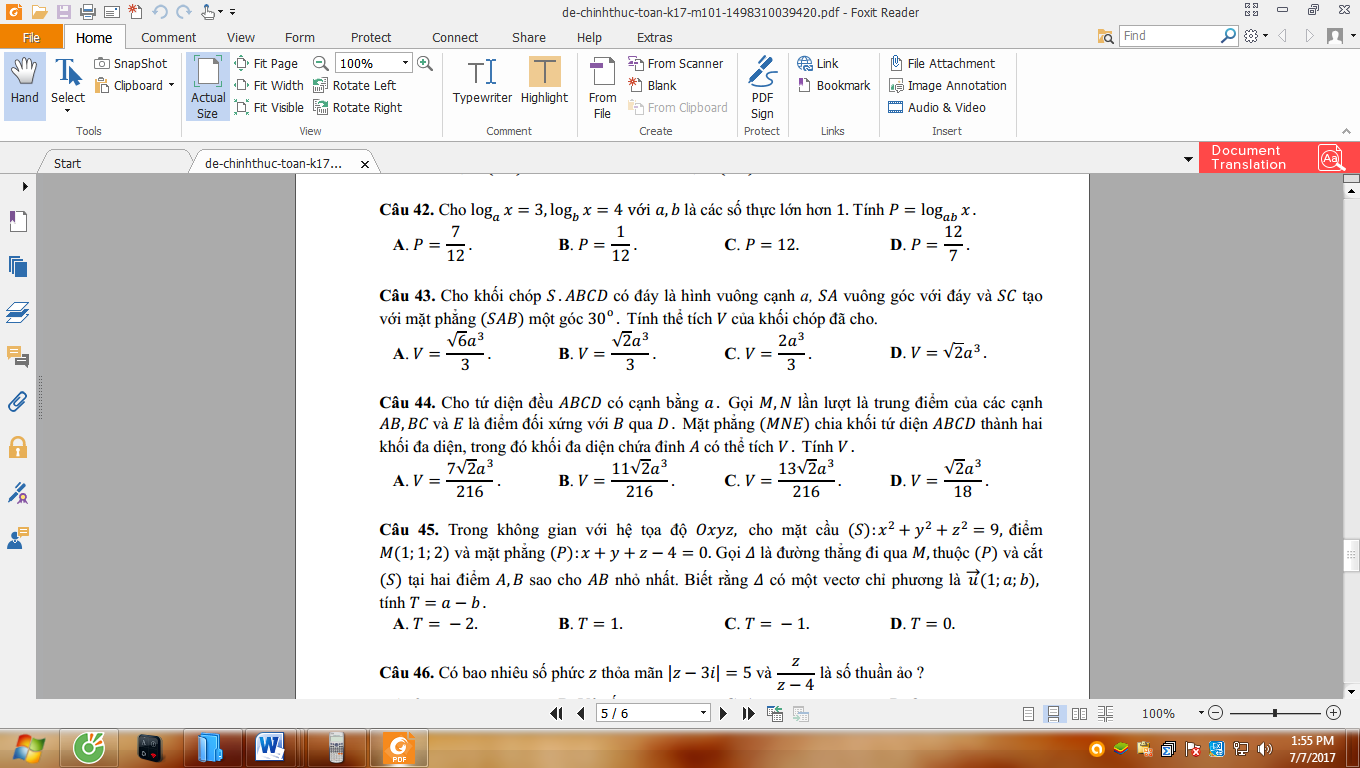
Xét phương trình tương giao:, với điều kiện .

Đặt .Xét  và .Theo giả thiết

ta có ..Do 



 và (loại). Khi . **Chọn C.** Chú ý ta cũng có thể thay nghiệm

****vào pt (\*) bằng máy tính bỏ túi với a là x rồi SHIP - CALC ta có 

**Câu 46 (2017**):

**A. B. Vô số C. 1. D. 2.**

**Lời giải:** gia su Z = a + bi 



***Vay co duy nhat so phuc Z thoa dk nen chon dap an*** ***C.***

**Câu 44** **(2018):** Cho . Giá

trị của  bằng

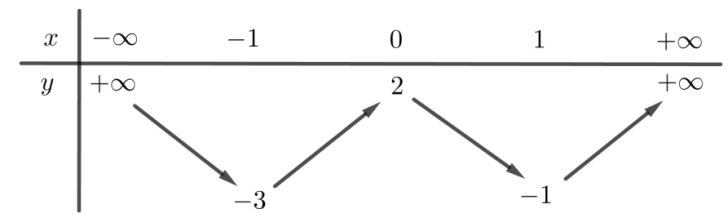
A. 6 . B . 9. C. . D. .

HD: bđt côsi : 





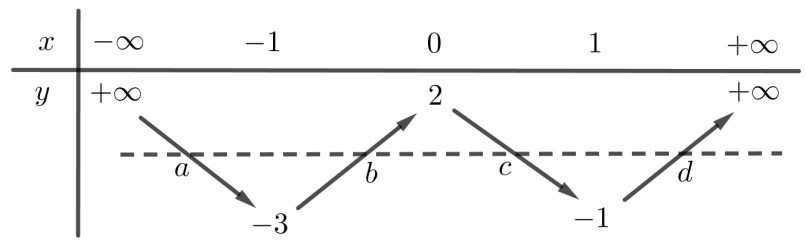
Tóm lại  xảy ra khi  .

***Đáp án C*** .

**Câu 46 (2019).**Cho hàm số , bảng biến thiên của hàm

số  như sau .Số điểm cực trị của hàm số  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**HD:** Từ bảng biến thiên ta có phương trình

 có các nghiệm tương ứng là.

Xét hàm số .Giải phương trình:

.

Xét hàm số ta có  do đó

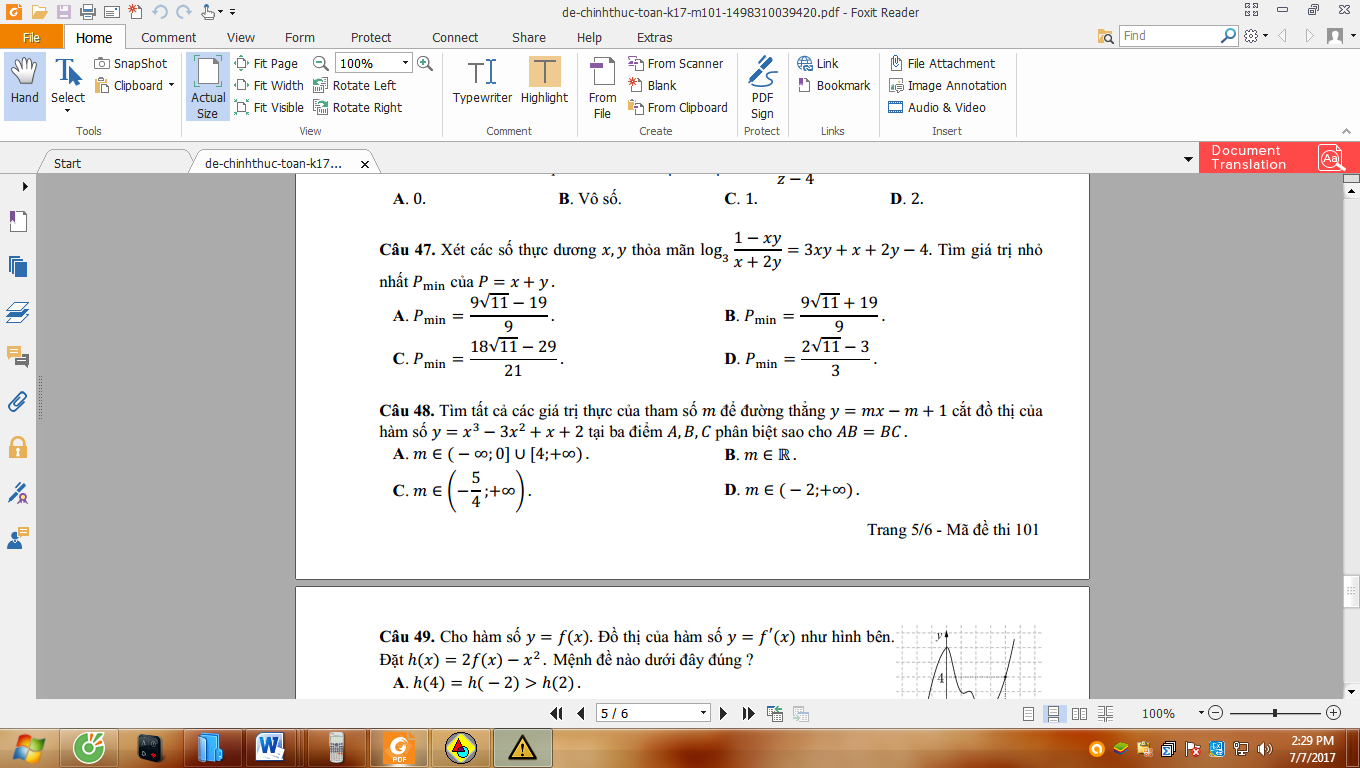
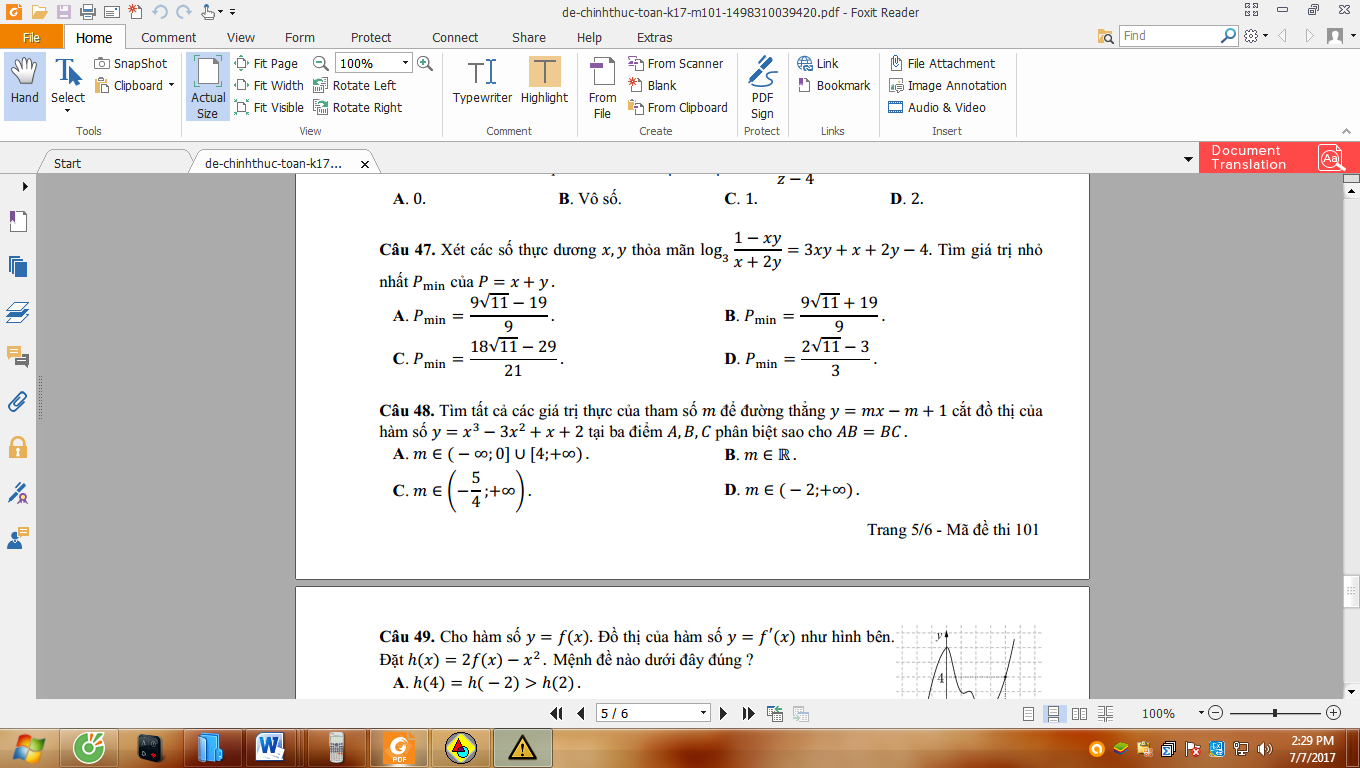
Phương trình  vô nghiệm.

Phương trình  có hai nghiệm phân biệt  không trùng với nghiệm của pt .

Phương trình  có hai nghiệm phân biệt  không trùng với nghiệm của pt và pt .

Phương trình  có hai nghiệm phân biệt  không trùng với nghiệm của ptvà pt

và phương trình .

Vậy phương trình  có  nghiệm phân biệt nên hàm số  có  điểm cực trị. ***Đáp án C***

****

**(2017)**

***Giai tom tat***





**P'**

**-**

**+**

**x**

**x**

**+**

****

**0**

**+**

****

**0**

**P**

**+**

****

. Xet ham so f(t) = 

(\*) xảy ra khi và chi khi 3(1 – xy ) = x + 2y  



. Thay  vào (1) suy ra nên ta co

bbt cua P như (hình vẽ trên). ***SUY RA DAP AN CHON D***

**Câu 45** (**2018**): Cho hàm số  có đồ thị (C). Gọi I là giao điểm của hai tiệm cận . Xét tam giác

**** đều ABI có hai đỉnh A,B thuộc (C) , đoạn thẳng AB có độ dài bằng

A.  . B . 

C.  . D.  .

Giải : từ gt 

đặt  tức ta đã chuyển gốc tọa độ về

giao của hai tiệm cận gọi A,B là hai điểm thuộc (C) thỏa đk đầu bài và J là trung

điểm AB thì IA, IB đối xứng nhau qua IJ . Nếu A,B lầ lượt nằm vào hai nhánh

của (C) thì góc AIB luôn là góc tù nên yêu cầu bai toán thỏa mãn khi khi và chỉ

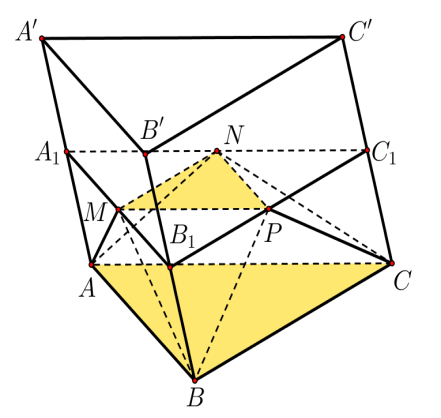
khi A,B thuộc cùng một nhánh như hình vẽ nên tam giác AIB đều thì hai góc

AIA’ và góc BIB’ bằng nhau và đều bằng  (A’,B’ lần luọt là hình chiếu của A,B trên trục hoành trục OX ;

và trên trục tung OY của hệ tọa độ mới ). Gọi là tọa độ của A trong hệ tọa độ mới



  ***đáp án B*** .

**Câu 47 (2019).**Cho lăng trụ  có chiều cao bằng  và đáy là tam giác đều cạnh bằng . Gọi  và  lần lượt là tâm của các mặt bên ,  và . Thể tích của khối đa diện

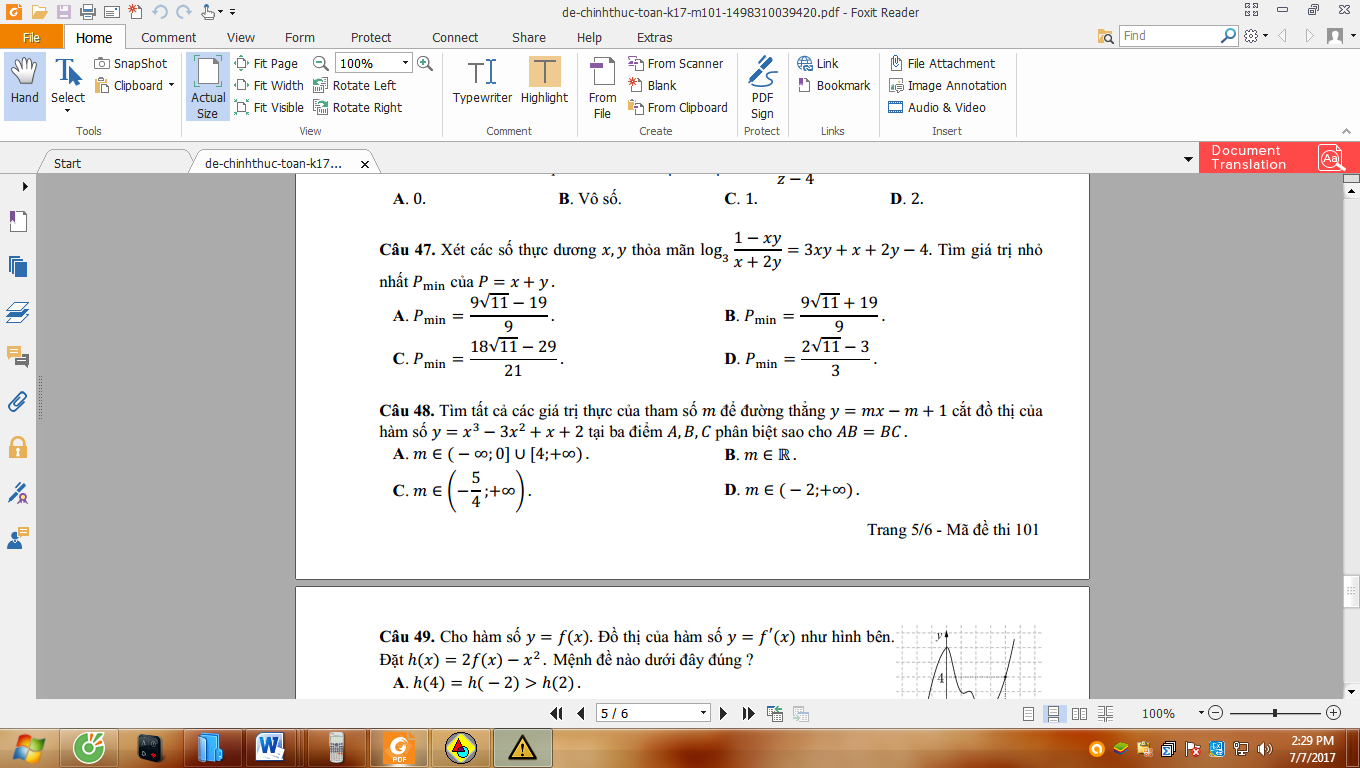
lồi có các đỉnh là các điểm  bằng:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

HD: mf(MNP) chứa và cắt các cạnh bên



 .

 ***Chon C***

(2017)

Lời giải :



**Câu 46** (2018): Cho phương trình  với m là tham số . Có bao nhiêu giá trị nguyên của

m thuộc  để phương trình đã cho có nghiệm ?

A. 20. **B**. 1 9. C. 9 . D. 21 .

HD : đặt 

Xét hàm số 

Xét hàm số :



**-**

****

**-**

****

**-**

****

**-**

**+**

**0**

**+**

****

**f(x)**

**f'(x)**

Vậy pt đã cho có nghiệm khi

Suy ra m thuộc .

Vậy có  giá trị nguyên của m thỏa đk . ***Đáp án B*** .

**Câu 48 (2019).**Trong không gian , cho mặt cầu . Có tất cả bao nhiêu

điểm  ( là các số nguyên) thuộc mặt phẳng  sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của 

đi qua  và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**HD:** từ suy ra mặt cầu (S) có tâm với a, b nguyên là các số nguyên

Xét mặt nón (N) tiếp xúc với mặt cầu (S) khi đó mặt phẳng qua trục và đg sinh AF cắt mặt cầu (S) theo một

đg tròn lớn (C) đg tròn này tiếp xúc với hai đg sinh tại C, D (hình vẽ) do đó AC, AD là hai tiếp tuyên vuông

góc thì ta có . Khi 

H

A

F

I

C

D

E

ta luôn tìm được ít nhất đg sinh AE vuông góc với đg sinh

AF khi thì có vô số tiếp tuyến qua A trong các tiếp tuyến đó lại có

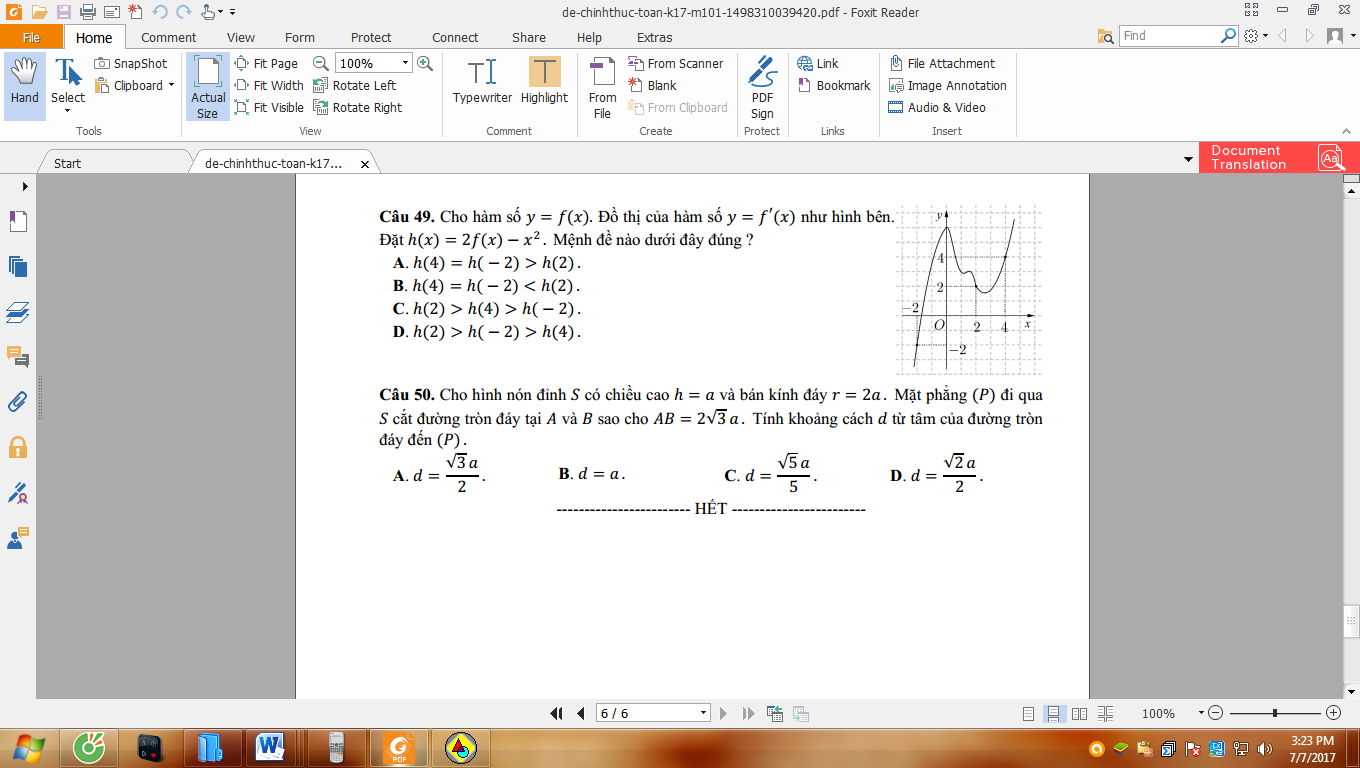
Vô số cặp tiếp tuyên vuông góc với nhau. Vì 

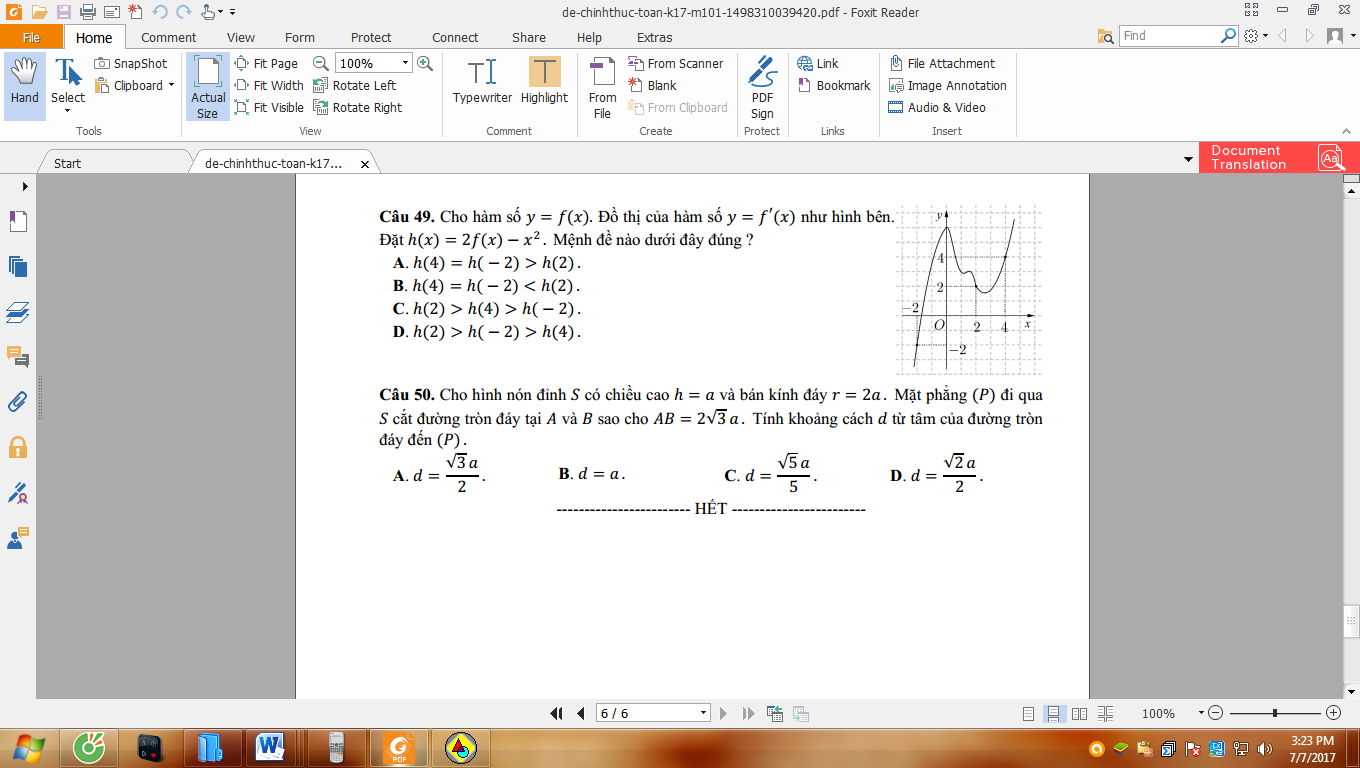
Đk cần và đủ thỏa mãn ycbt là 

****

**Các điểm A thỏa đk (\*) là **

**Với 4 TH đầu mỗi TH có hai điểm TH cuối có có 4 điểm . Vậy có tất cả điểm thỏa đk . *Chọn A***





(2017)

Lời giải

**Nhan xet** : Cac diem A(-2;2), B(2;2), C(4; 4) cung nam tren dg thg y = x Tu gt ta

có h’(x) = 2(f’(x) - x) 

Goi 



 Gọi là dt hình phẳng giới hạn bởi 

Tu (\*), (\*\*) va (\*\*\*) suy ra ta co :  > h(-2) . ***Vay dap an chon la dap an C***

**Câu 47** (**2018**): Trong không gian Oxyz cho mặt cầu (S) cóa tâm  và đi qua điểm . Xét các điểm B, C, D thuộc (S) sao cho AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau. Thể tích của khối tứ diện ABCD có gía trị lớn nhất bằng

A.  . B. 266 . C. 108 . D. 36 .

I

M

F

D

A

C

B

**GIẢI**: Goi F , M lần lượt là trung điểm BC,AD và I là giao của đg thg quaM song song

EF và đg thg qua F song song AD thì ta có I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện ABCD

Từ gt thì 

Ta cũng có 





SUY RA ***Đáp án D*** .

**Câu 49.** Cho hai hàm số  và  ( là tham số thực) có đồ thị

lần lượt là  và . Tập hợp tất cả các giá trị của  để  và cắt nhau tại điểm phân biệt là

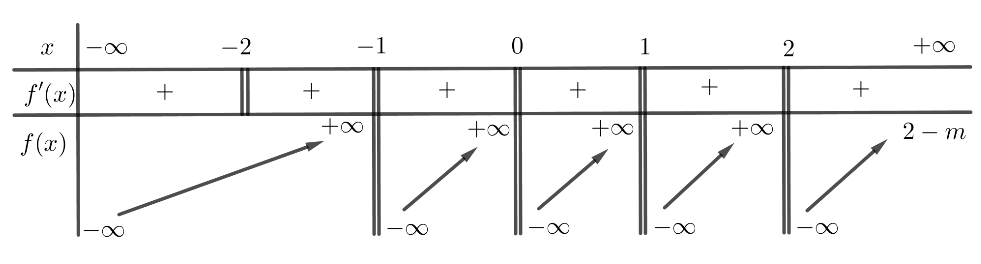
**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**HD:** Phương trình hoành độ giao điểm của  và :

 (1). Đặt .

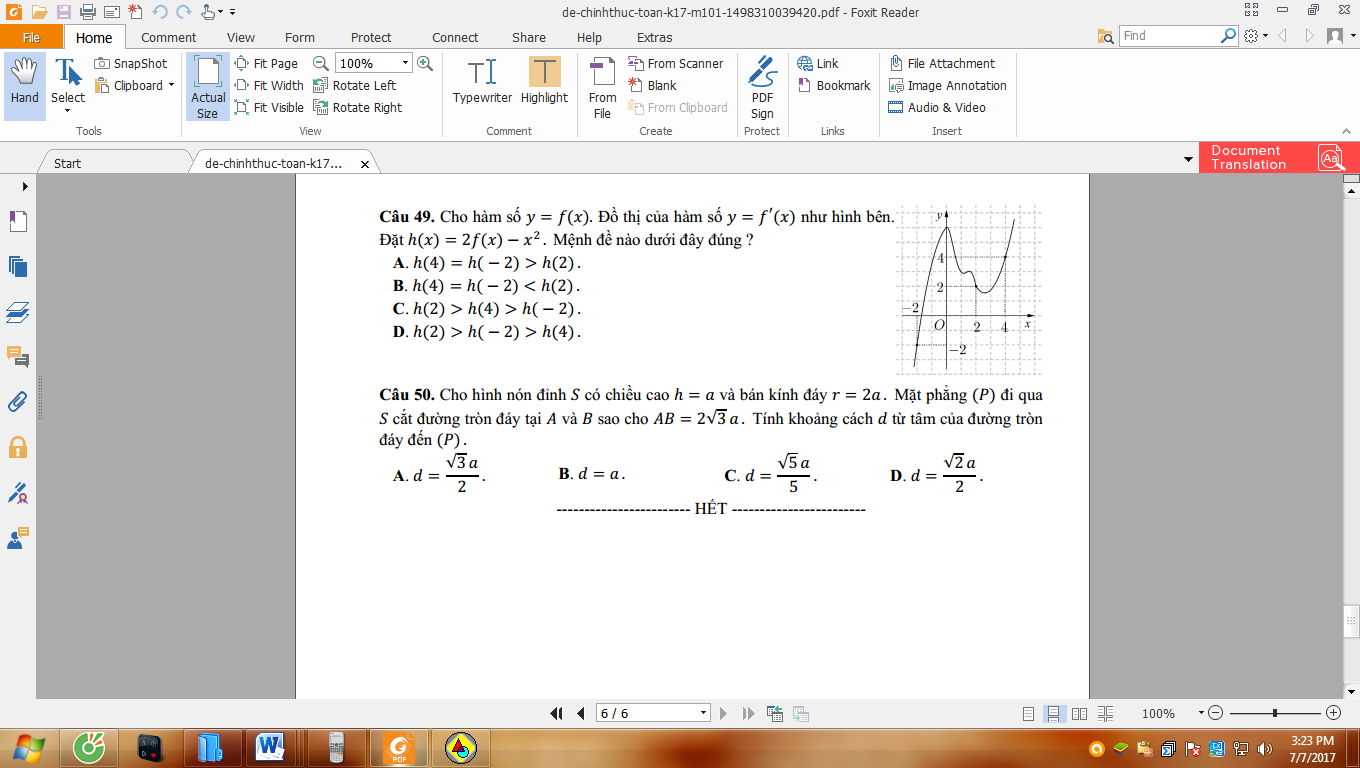
Tập xác định .Ta có 

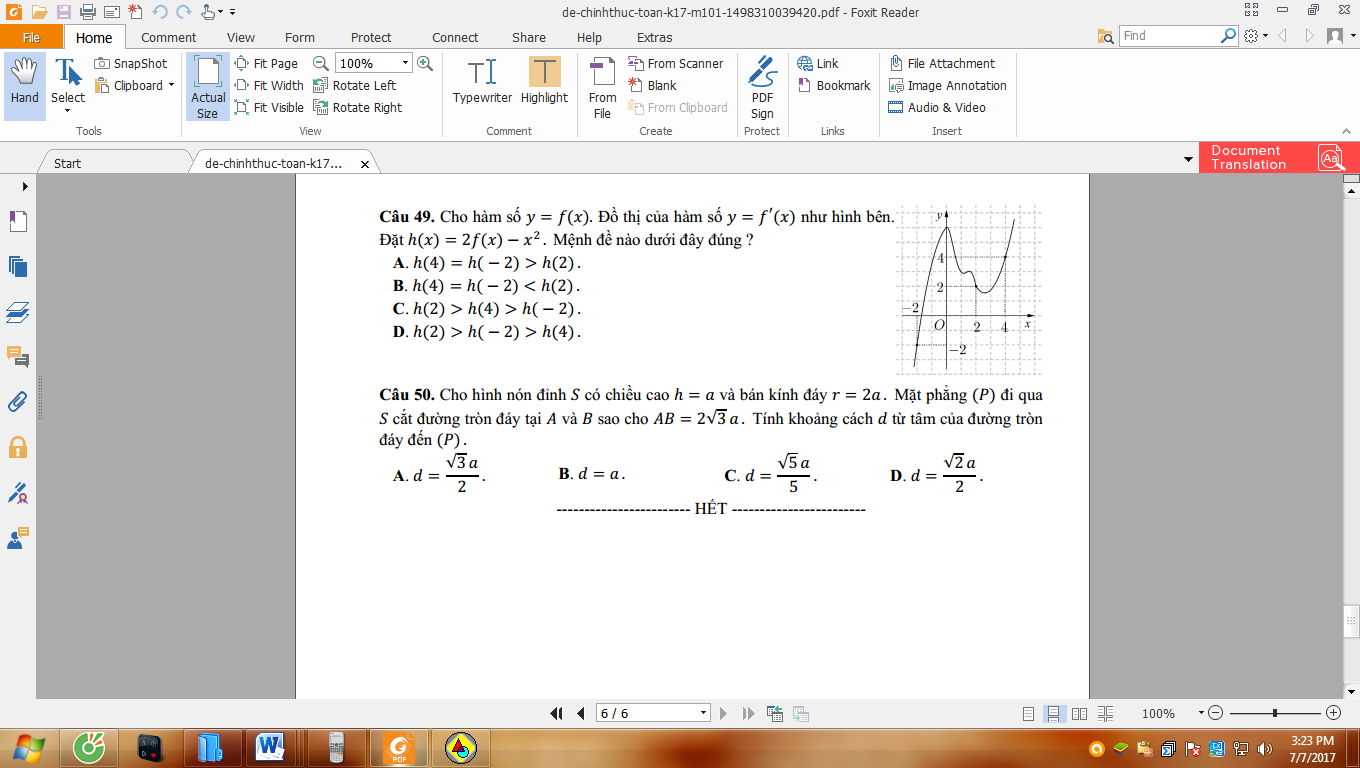
. Đặt 

 Bảng biến thiên Yêu cầu bài toán

 (1) có 4 nghiệm phân biệt

. ***Chọn B***





(2017)

H

S

A

B

K

Goi I trung diem AB ve HK vuong goc voi SI ta co



**Câu 48** (2018): Cho hàm số  thỏa mãn . Giá trị f(1) bằng

A.  . B. . C. . D. .

HD Từ gt ta có :

 . ***Đáp án B*** .

**Câu 50 (2019).**Cho phương trình  ( là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu

giá trị nguyên dương của để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt

**A.** . **B.** . **C.** Vô số. **D.** .

HD: khi m = 1 thì pt đã cho tương đương

 thỏa đk pt có hai nghiệm Khi Khi 

Khi .

Tóm lại **Chọn B**

**Câu 49** (2018): Trong không gian Oxyz cho đường thẳng 

. Đường phân giác góc nhọn tạo bởi  có phương trình là

A.  . B. . C.  . D. 

Giải : Tọa độ điểm A nghiệm đúng pt của d nên phân giác cần tìm phải đi qua A từ gt ta có

 trên d và  lấy hai điẻm M, N sao cho  .

Xét hai vectơ



k

d

A

M

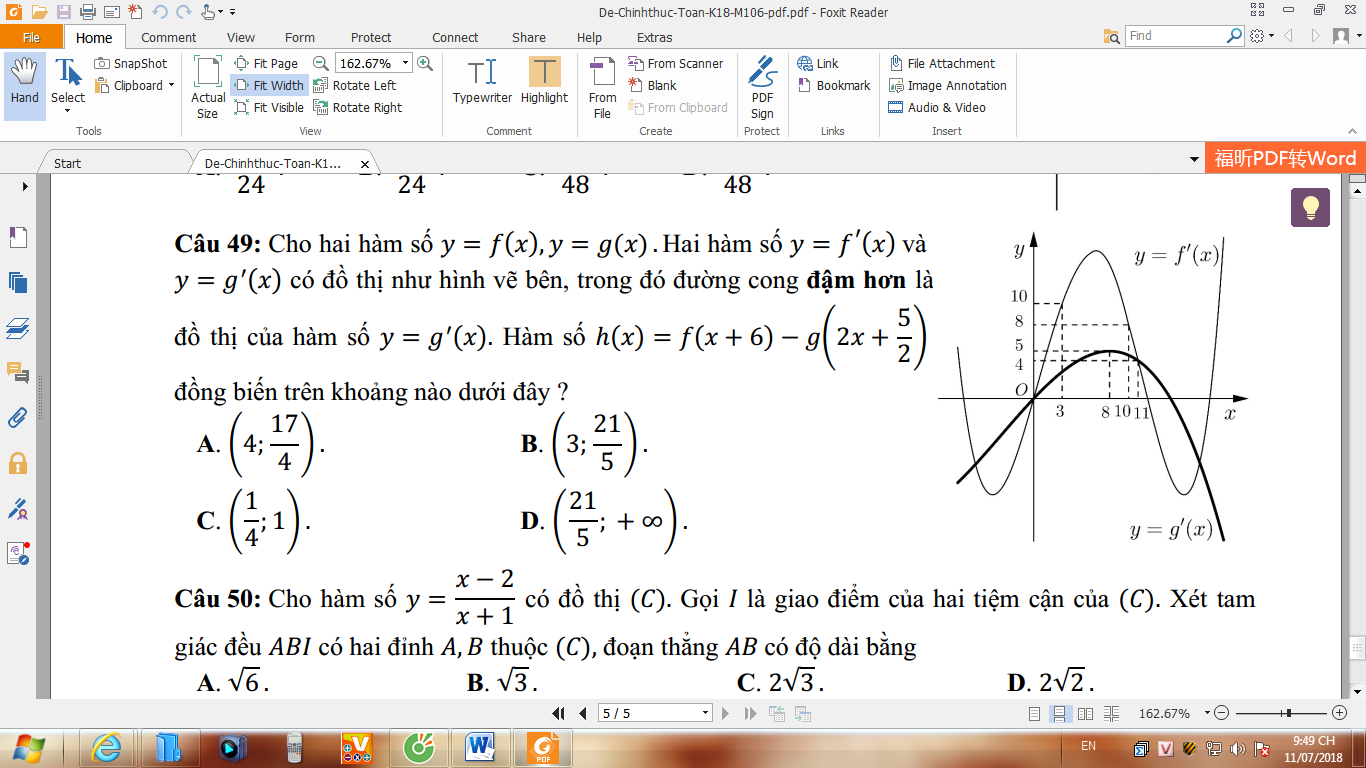
N

là vectơ chỉ phương của đường phân giác góc nhọn vì

là một vtcp của phân giác cần tìm

suy ra phân giác đó có pt là  cho  cung thuộc phân giác . Vậy ***Đáp án C*** .

**Câu 50** (**2018**): Cho hai hàm số y = f(x) , y = g(x) . Hai hàm số y =f’(x) và y =g’(x) có đồ thị như hình vẽ , trong đó đường cong đậm hơn là đồ thị của hàm số y = g’(x) . Hàm số  đồng biến trên khoảng nào dưới đây

A.  . B. . C. . D.  .

Bài giải : từ gt suy ra  trên các khoảng cho

trong các đáp án ta kiểm tra xem h’(x) dương hay âm để từ đó đưa ra kết luận

a) 

nên loại đáp án A

b) 

nên hàm số h(x) đồng biến trên 

c) 

nên hàm số h(x) không thể đồng biên trên khoảng  suy ra đáp án C loại

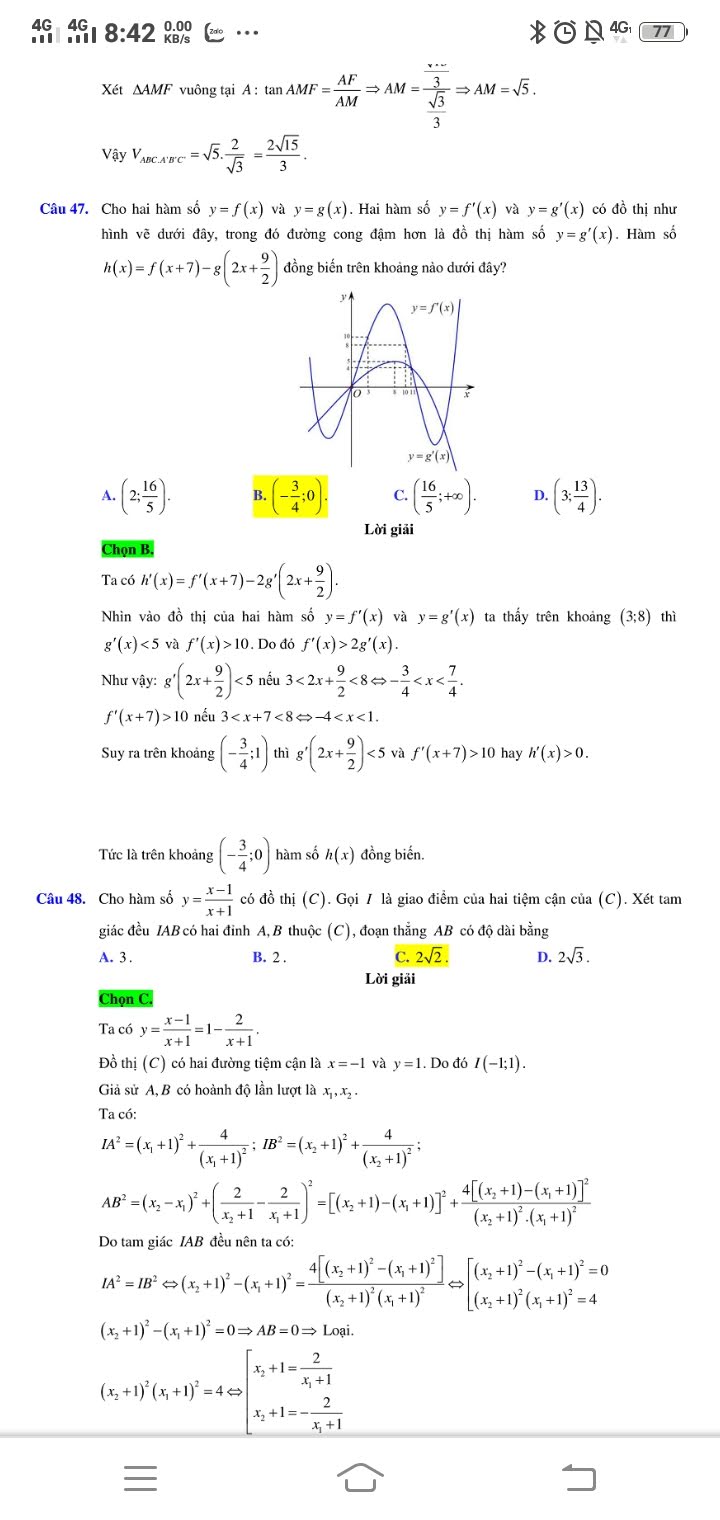
d) 

nên hàm số h(x) không đồng biến trên . Vậy đáp án đúng là : ***Đáp án B***

Cách khác: từ đồ thị của ta thấy  đồng biến khi và chỉ khi .

Vì suy ra hàm số đồng biến trên

 ***Ta chọn đáp án B***



Tức là trên khỏang hàm số h(x) đông biến nên ta chọn ***đáp án B***