**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 TRUNG HỌC PHỔ THÔNG**

**BÌNH PHƯỚC NĂM HỌC 2017-2018**

**ĐỀ CHÍNH THỨC MÔN : TOÁN ( CHUYÊN)**

*(Đề thi gồm 01 trang)* **Ngày thi : 03/6/2017**

**Thời gian làm bài : 150 phút**

**Câu 1 ( 2.0 điểm )** Cho biểu thức : , với .

1. Rút gọn biểu thức .
2. Cho biểu thức , với . Chứng minh 

**Câu 2 ( 1.0 điểm )** Cho phương trình :  (  là ẩn,  là tham số). Tìm  để phương trình có hai nghiệm  sao cho 

**Câu 3 ( 2.0 điểm )**

1. Giải phương trình : 
2. Giải hệ phương trình : 

**Câu 4 ( 3.0 điểm )**

Cho tam giác  có , . Đường kính  của đường tròn ngoại tiếp tam giác  vuông góc với  tại  (  thuộc cung lớn ). Gọi  và  là chân đường vuông góc hạ từ  xuống các đường thẳng  và . Gọi  và  là chân đường vuông góc hạ từ  xuống các đường thẳng  và .

1. Chứng minh các tứ giác ,  nội tiếp và .
2. Chứng minh  thẳng hàng và  vuông góc với .
3. Tính độ dài cạnh  và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác  theo .

**Câu 5 ( 1. điểm )** Chứng minh biểu thức  chia hết cho , với  là số nguyên.

**Câu 6 ( 1. điểm )**

1. Cho ba số  thỏa mãn  và  Chứng minh rằng 
2. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  với  là các số thực lớn hơn 

---Hết---

**Giám thị coi thi không giải thích gì thêm**

Họ tên thí sinh:…………………………………………………..

Chữ kí giám thị 1:……………………………………………….

Chữ kí giám thị 2:……………………………………………….

**Giáo viên đánh đề+ đáp án**

**Mai Vĩnh Phú trường THCS-THPT Tân Tiến- Bù Đốp - Bình Phước.**

**( Vùng quê nghèo chưa em nào đậu nổi trường chuyên Toán….)**

**Câu 1**

1. Ta có











.

1. Với , ta có



.

Dấu “=” xẩy ra khi .

**Câu 2** Phương trình đã cho có hai nghiệm khi và chỉ khi .

Theo hệ thức Vi-ét: 

Mà 









Từ  và  suy ra .

**Câu 3**

1. Điều kiện 

Ta có 







 ( thỏa mãn điều kiện).

Vậy phương trình có hai nghiệm .

1. Điều kiện  , kết hợp với phương trình , ta có 

Từ , ta có



.

Giải phương trình theo ẩn  ta được  hoặc  ( loại).

Với  thế vào phương trình , ta được : 

Điều kiện , ta có









 ( vì )

Với  ta có . Kết hợp với điều kiện trên, hệ phương trình có nghiệm .

**Câu 4**



1. Ta có:  nên tứ giác  nội tiếp.

 nên tứ giác  nội tiếp.

Xét tam giác  và , có

 ( cùng chắn cung  của đường tròn ngoại tiếp tứ giác ).

 ( cùng chắn cung  của đường tròn ngoại tiếp tứ giác ).

Do đó hai tam giác  đồng dạng  (đpcm).

1. Ta có .

Mặt khác  ( cùng chắn cung ),  ( cùng chắn cung ). Suy ra . Mà  nằm hai phía của đường thẳng  nên  đối đỉnh suy ra  thẳng hàng.

Tương tự, ta chứng minh được  thẳng hàng.

Do tứ giác  nội tiếp nên .

Do tứ giác  nội tiếp nên .

Mặt khác  ( vì cùng phụ với ).

Do đó  hay .

1. Kẻ  . Vì  nên 



Gọi  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ,  là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác . Xét tam giác đều  có .

**Câu 5**

Ta có











Ta có  là tích của 5 số nguyên tự nhiên liên tiếp chia hết cho  nên chia hết cho 120.

**Câu 6**

1. Từ giả thiết , ta có . Từ đó 

Lại có  và  nên 

.

Hơn nữa . Vậy .

1. Ta có 

Do  nên 

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho 2 số dương , ta có :





Do đó 

Dấu “” xẩy ra khi  (thỏa mãn điều kiện)

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức  khi 

*Lưu ý : Học sinh giải theo cách khác đúng khoa học theo yêu cầu bài toán giám khảo cân nhắc cho điểm tối đa của từng phần.*

|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO** **Bình Phước** | **KỲ** **THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 CHUYÊN QUANG TRUNG** **NĂM HỌC: 2015 – 2016** **Môn: Toán (Chuyên)** ***Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)*** |

**Câu 1** Cho

a) Rút gọn P

b) Đặt  Chứng minh Q > 1

**Câu 2** Cho phương trình (1). Tìm m để phương trình có 2 nghiệm x1; x2 thỏa mãn

**Câu 3**

1. Giải phương trình

2. Giải hệ phương trình

**Câu 4** Giải phương trình trên tập số nguyên (1)

**Câu 5** Cho tam giác ABC nhọn (AB < AC) nội tiếp đường tròn (O;R). Gọi H là trực tâm của tam giác ABC. Gọi M là trung điểm của BC

a) Chứng minh AH = 2OM

b) Dựng hình bình hành AHIO. Gọi J là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OBC. Chứng minh rằng

OI. OJ = R2

c) Gọi N là giao điểm của AH với đường tròn (O) (N khác A). Gọi D là điểm bất kì trên cung nhỏ NC của đường tròn tâm (O) (D khác N và C). Gọi E là điểm đối xứng với D qua AC, K là giao điểm của AC và HE. Chứng minh rằng ACH = ADK

**Câu 6**

1. Cho a, b là 2 số thực dương. Chứng minh rằng

2. Cho a, b là 2 số thực dương thỏa mãn a + b = ab. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức



**ĐÁP ÁN – LỜI GIẢI CHI TIẾT**

**Câu 1**

a) Với a > 0 và a ≠ 1 ta có:



b) Có

Xét

Vì

**Câu 2**

Phương trình (1) có 2 nghiệm x1; x2

Theo định lý Viét ta có

Có

Thay  vào ta có

Ta có hệ (thỏa mãn)

+ Với m = 0:  (thỏa mãn đề bài)

+ Với (thỏa mãn đề bài)

Vậy m = 0 hoặc m = - là tất cả các giá trị m cần tìm.

**Câu 3**

1)  (1)

Điều kiện: x2 + 4 ≥ 0 (luôn đùng ∀ x)



Có (loại)

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là {–1}

2, 

Điều kiện:

 do 

Thay y = x vào phương trình (2) ta được:



Vậy hệ có nghiệm duy nhất (1;1)

**Câu 4**

**** (1)

Có 

Đặt  ( t ∈ ℤ , t2 ≥ 1)

(1) 

Với x, t là số nguyên ta có:



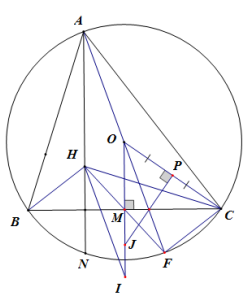
Với 

Với

Thử lại ta thấy các cặp (1;-3), (1;-2), (1;-1), (1;0) thỏa mãn đề bài

Vậy có 4 cặp (x;y) cần tìm là (1;-3), (1;-2), (1;-1), (1;0)

**Câu 5**

  
a) Gọi F là điểm đối xứng với A qua O ⇒ AF là đường kính của (O)

Ta có ACF = ABF = 90o (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) ⇒ AC ⊥ CF , AB ⊥ BF

Mà BH ⊥ AC, CH ⊥ AB ⇒ CF // BH, BF // HC

Suy ra BHCF là hình bình hành ⇒ Trung điểm M của BC cũng là trung điểm của HF.

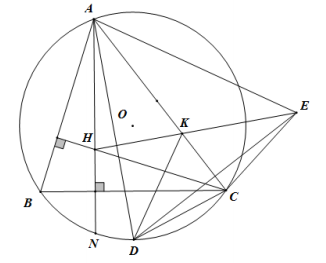
⇒ OM là đường trung bình của ∆ AHF ⇒ AH = 2OM

b) Vì AHIO là hình bình hành nên OI = AH = 2OM

Gọi P là trung điểm OC ⇒ PJ là trung trực OC ⇒ PJ ⊥ OC.

Có OM là trung trực BC ⇒ OM ⊥ BC. Suy ra





c) Ta có NHC = ABC (cùng phụ với HCB) (1)

Vì ABDC là tứ giác nội tiếp nên ABC = ADC (2)

Vì D và E đối xứng nhau qua AC nên AC là trung trực DE suy ra

∆ADC = ∆AEC (c.c.c) => ADC = AEC (3)

Tương tự ta có AEK = ADK

Từ (1), (2), (3) suy ra NHC = AEC => AEC + AHC = NHC + AHC = 180o

Suy ra AHCE là tứ giác nội tiếp => ACH = AEK = ADK (đpcm)

**Câu 6**

1. Bất đẳng thức cần chứng minh tương đương với



(luôn đúng với mọi a, b > 0)

2. Áp dụng bất đẳng thức trên ta có (1)

Với mọi x, y > 0, áp dụng bất đẳng thức Côsi cho 2 số dương ta có:

 (2)

Áp dụng (1) và (2) ta có:



Áp dụng bất đẳng thức Côsi cho 2 số dương ta có:



Áp dụng bất đẳng thức Côsi cho 2 số dương ta có:



Suy ra Dấu bằng xảy ra khi a = b = 2. Vậy giá trị nhỏ nhất của P là

|  |  |
| --- | --- |
| BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO **TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM HÀ NỘI** | CỘNG HÒA XÃ HỘI CHỦ NGHĨA VIỆT NAM **Độc lập – Tự do – Hạnh phúc** |

**ĐỀ THI TUYỂN SINH**  
**VÀO TRƯỜNG TRUNG HỌC PHỔ THÔNG CHUYÊN 2016**  
**Môn thi:** TOÁN

(Dùng cho mọi thí sinh thi vào Trường Chuyên)

Thời gian làm bài: 120 phút

**Câu 1 (2 điểm).** Cho biểu thức  với 0 < a < 1**.** Chứng minh rằng P = –1

**Câu 2 (2,5 điểm).** Cho parabol (P): y = -x2 và đường thẳng d: y = 2mx – 1 với m là tham số.

a) Tìm tọa độ giao điểm của d và (P) khi m = 1

b) Chứng minh rằng với mỗi giá trị của m, d luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B. Gọi y1, y2 là tung độ của A, B. Tìm m sao cho 

**Câu 3 (1,5 điểm).** Một người đi xe máy từ địa điểm A đến địa điểm B cách nhau 120 km. Vận tốc trên  quãng đường AB đầu không đổi, vận tốc trên quãng đường AB sau bằng vận tốc trênquãng đường AB đầu. Khi đến B, người đó nghỉ 30 phút và trở lại A với vận tốc lớn hơn vận tốc trênquãng đường AB đầu tiên lúc đi là 10 km/h . Thời gian kể từ lúc xuất phát tại A đến khi xe trở về A là 8,5 giờ. Tính vận tốc của xe máy trên quãng đường người đó đi từ B về A?

**Câu 4 (3,0 điểm).** Cho ba điểm A, M, B phân biệt, thẳng hàng và M nằm giữa A, B. Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng AB, dựng hai tam giác đều AMC và BMD. Gọi P là giao điểm của AD và BC.

a) Chứng minh AMPC và BMPD là các tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh

c) Đường thẳng nối tâm của hai đường tròn ngoại tiếp hai tứ giác AMPC và BMPD cắt PA, PB tương ứng tại E, F. Chứng minh CDFE là hình thang.

**Câu 5 (1,0 điểm).** Cho a, b, c là ba số thực không âm và thỏa mãn: a + b + c = 1. Chứng minh rằng



––––––––Hết–––––––

**ĐÁP ÁN**

**Câu 1**

Với 0 < a < 1 ta có:



**Câu 2**

a) Khi m = 1 ta có d : y = 2x – 1 và (P): y = –x2

Phương trình hoành độ giao điểm của d và (P) là:

Với 

Với 

Vậy các giao điểm là 

b) Phương trình hoành độ giao điểm của d và (P):  (\*)

Phương trình (\*) có ∆’ = m2 + 1 > 0 ⇒ (\*) luôn có hai nghiệm phân biệt x1, x2 ∀ m hay d luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

Áp dụng Viét ta có: 

Khi đó ta có



Ta có 

Đặt có phương trình (vì t ≥ 0)

Suy ra

Vậy

**Câu 3**

Gọi vận tốc của người đi xe máy trên quãng đường AB đầu (90 km) là x (km/h) (x > 0)

Vận tốc của người đi xe máy trênquãng đường AB sau là 0,5x (km/h)

Vận tốc của người đi xe máy khi quay trở lại A là x + 10 (km/h)

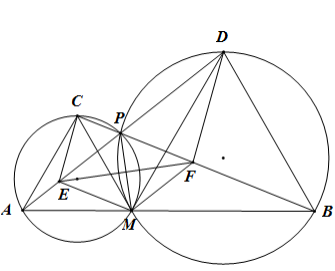
Tổng thời gian của chuyến đi là



 (do x > 0)

Vậy vận tốc của xe máy trên quãng đường người đó đi từ B về A là 30 + 10 = 40 (km/h)

**Câu 4**



a) Vì Xét ∆ CMB và ∆ AMD có



Suy ra AMPC và BMPD là các tứ giác nội tiếp

b) Vì AMPC là tứ giác nội tiếp nên



 Tương tự

Vậy

c) Ta có EF là đường trung trực của PM ⇒ EP = EM ⇒ ∆ EPM cân tại E

Mặt khác EPM = ACM = 60o (do AMPC là tứ giác nội tiếp) nên ∆ EPM đều

⇒ PE = PM . Tương tự PF = PM

Ta có CM // DB nên PCM = PBD

Mà BMPD là tứ giác nội tiếp nên PBD = PMD. Suy ra PCM = PMD

Ta lại có CPM = DPM = 120o 

Theo định lý Talét đảo ta có CE // DF ⇒ CDFE là hình thang.

**Câu 5**

Vì a, b, c không âm và có tổng bằng 1 nên

Suy ra 

Tương tự

Do đó  (đpcm)

|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO** **TỈNH BÀ RỊA – VŨNG TÀU**  **ĐỀ CHÍNH THỨC** | **KỲ** **THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN** **NĂM HỌC 2016 – 2017** **Môn: TOÁN** (Dùng chung cho tất cả các thí sinh) *Thời gian làm bài: 120 phút* *Ngày thi: 30/5/2016* |

**Câu 1 (2,5 điểm)**

a) Rút gọn biểu thức 

b) Giải hệ phương trình 

c) Giải phương trình 

**Câu 2 (2,0 điểm)**

Cho parabol (P): y = -x2 và đường thẳng (d): y = 4x – m

a) Vẽ parabol (P)

b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để (d) và (P) có đúng một điểm chung

**Câu 3 (1,5 điểm).**

a) Cho phương trình x2 – 5x + 3m + 1 = 0 (m là tham số). Tìm tất cả các giá trị của m để  
phương trình trên có hai nghiệm phân biệt x1, x2 thỏa mãn 

b) Giải phương trình (x – 1)4 = x2 – 2x + 3

**Câu 4 (3,5 điểm).**

Cho nửa đường tròn (O) có đường kính AB = 2R. CD là dây cung thay đổi của nửa đường tròn sao cho CD = R và C thuộc cung AD (C khác A và D khác B). AD cắt BC tại H, hai đường thẳng AC và BD cắt nhau tại F.

a) Chứng minh tứ giác CFDH nội tiếp

b) Chứng minh CF.CA = CH.CB

c) Gọi I là trung diểm của HF. Chứng minh tia OI là tia phân giác của góc COD.

d) Chứng minh điểm I thuộc một đường tròn cố định khi CD thay đổi

**Câu 5 (0,5 điểm).**

Cho a, b, c là 3 số dương thỏa mãn ab + bc + ca = 3abc. Chứng minh rằng:



**ĐÁP ÁN – LỜI GIẢI CHI TIẾT**

**Câu 1**

a) 

b) 

Hệ có nghiệm duy nhất (1;2)

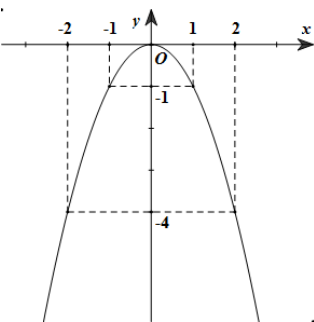
c) x2 + 2x – 8 = 0. Có ∆’ = 1 + 8 = 9 > 0

**Câu 2**

a) Bảng giá trị

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| y = –x2 | -4 | -1 | 0 | -1 | -4 |

Đồ thị:



b) Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P): –x2 = 4x – m ⇔ x2 + 4x – m = 0 (1)

(d) và (P) có đúng 1 điểm chung ⇔ phương trình (1) có nghiệm kép ⇔ ∆’ = 22 – (–m) = 0

⬄ 4 + m = 0 ⇔ m = –4

Vậy m = –4

**Câu 3**

a) x2 – 5x + 3m + 1 = 0

Phương trình có hai nghiệm phân biệt x1, x2 ⇔ ∆ = 52 – 4(3m + 1) > 0 ⇔ 21 – 12m > 0

⬄ m < 

Với m <  , ta có hệ thức  (Viét)

=> 



Ta có  tm

Vậy m = 1 là giá trị cần tìm

b) 

(1) ⬄  (2)

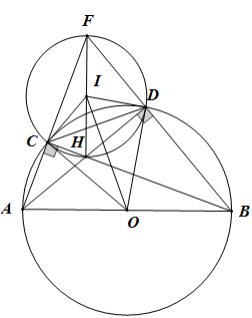
Đặt t = x2 – 2x + 1, t≥0, phương trình (2) trở thành 

⬄ t = 2 (tm) hoặc t = –1 (loại)

Với t = 2 có 

Vậy tập nghiệm của phương trình (1) là 

**Câu 4**



a) Vì C, D thuộc nửa đường tròn đường kính AB nên



Suy ra tứ giác CHDF nội tiếp

b) Vì AH ⊥ BF, BH ⊥ AF nên H là trực tâm ∆ AFB ⇒ FH ⊥ AB



c) Vì  nên tứ giác CHDF nội tiếp đường tròn tâm I đường kính FH

=> IC = ID. Mà OC = OD nên ∆ OCI = ∆ ODI (c.c.c) => COI = DOI

=> OI là phân giác của góc COD

d) Vì OC = CD = OD = R nên ∆ OCD đều => COD = 60o

Có 

Xét góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung CD của (I), có

CID = 2CFD = 120o => OIC = OID = 

Mặt khác COI = DOI =  vuông tại D

Suy ra

Vậy I luôn thuộc đường tròn 

**Câu 5**

Từ điều kiện đề bài ta có 

Áp dụng hai lần bất đẳng thức Côsi cho hai số dương, ta có:





Tương tự ta có:

Suy ra 

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO** **HẢI DƯƠNG**   |  | | --- | | **ĐỀ CHÍNH THỨC** | | **KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT** **CHUYÊN NGUYỄN TRÃI NĂM HỌC 2015 - 2016** **Môn thi: TOÁN (Chuyên)** ***Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề*** **(Đề thi gồm: 01 trang)** |

**Câu I (2,0 điểm)**

1) Cho . Tính giá trị của biểu thức:



2) Cho  là hai số thực thỏa mãn

Chứng minh rằng

**Câu II (2,0 điểm)**

1) Giải phương trình

2) Giải hệ phương trình

**Câu III (2,0 điểm)**

1) Tìm các số nguyênthỏa mãn

2) Tìm các số nguyên để  là số chính phương.

**Câu IV (3,0 điểm)** Cho đường tròn (O; R) và dây BC cố định không đi qua tâm. Trên tia đối của tia BC lấy điểm A (A khác B). Từ A kẻ hai tiếp tuyến AM và AN với đường tròn (O) (M và N là các tiếp điểm). Gọi I là trung điểm của BC.

1) Chứng minh A, O, M, N, I cùng thuộc một đường tròn và IA là tia phân giác của góc MIN

2) Gọi K là giao điểm của MN và BC. Chứng minh 

3) Đường thẳng qua M và vuông góc với đường thẳng ON cắt (O) tại điểm thứ hai là P. Xác định vị trí của điểm A trên tia đối của tia BC để AMPN là hình bình hành.

**Câu V (1,0 điểm)** Cho  là các số dương thỏa mãn điều kiện

Chứng minh bất đẳng thức 

---------------------------Hết----------------------------

**Câu I (2,0 điểm)**

1) Cho . Tính giá trị của biểu thức:





2) Cho  là hai số thực thỏa mãn

Chứng minh rằng



**Câu II (2,0 điểm)**

1) Giải phương trình

Pt  ĐK:

Đặt

PTTT  hoặc t = 3

TH1. t = 1 giải ra vô nghiệm hoặc kết hợp với ĐK  bị loại

TH 2. Giải pt tìm được (TM)

Vậy pt có nghiệm duy nhất

2) Giải hệ phương trình

ĐK:

TH 1. (Không TM hệ)

TH 2. Đưa pt thứ nhất về dạng tích ta được



 . Do

nên

Thay vào pt thứ 2 ta được



Do  nên

Vậy (TMĐK)

**Câu III (2,0 điểm)**

1) Tìm các số nguyênthỏa mãn (1)

Ta có (1) ⬄ 

Ta thấy

⬄ 

Vì x, y ∈  nên ta xét các trường hợp sau

+ TH1.



Với , ta có



+ TH2.

 (loại)

+ TH3.  (loại)

+ TH4.

Với , ta có

Vậy PT đã cho có nghiệm nguyên (x;y) là :

(3;10), (3;-11), (-3; 10), (-3;-11), (0; -5), (0;4).

2) Tìm các số nguyên để  là số chính phương.

Đặt

Ta có



 là số chính phương khi và chỉ khi  hoặc là số chính phương.

TH 1.

TH 2. là số chính phương, đặt

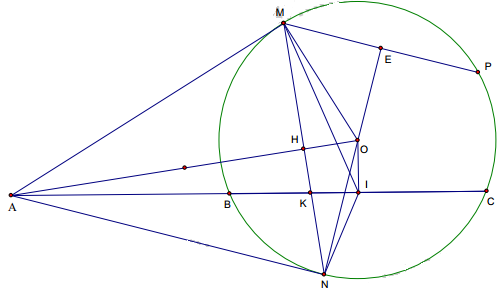


Vì  nên

 hoặc

Vậy k = 1 hoặc k = 3 thì là số chính phương

**Câu IV (3,0 điểm)** Cho đường tròn (O; R) và dây BC cố định không đi qua tâm. Trên tia đối của tia BC lấy điểm A (A khác B). Từ A kẻ hai tiếp tuyến AM và AN với đường tròn (O) (M và N là các tiếp điểm). Gọi I là trung điểm của BC.



1) Chứng minh A, O, M, N, I cùng thuộc một đường tròn và IA là tia phân giác của góc MIN

Theo giả thiết AMO = ANO = AIO = 90o = > 5 điểm A, O, M, N, I thuộc đường tròn đường kính AO 0,25

=> AIN = AMN, AIM = ANM (Góc nội tiếp cùng chắn một cung)

AM = AN => ∆AMN cân tại A => AMN = ANM

=> AIN = AIM => đpcm

2) Gọi K là giao điểm của MN và BC. Chứng minh 



(Do AB+ AC = 2AI)

∆ABN đồng dạng với ∆ANC => AB.AC = AN2

∆AHK đồng dạng với ∆AIO => AK.AI = AH.AO

Tam giác ∆AMO vuông tại M có đường cao MH => AH.AO = AM2

=> AK.AI = AM2 . Do AN = AM => AB.AC = AK.AI

3) Đường thẳng qua M và vuông góc với đường thẳng ON cắt (O) tại điểm thứ hai là P. Xác định vị trí của điểm A trên tia đối của tia BC để AMPN là hình bình hành.

Ta có AN  NO, MP NO, M AN => AN // MP

Do đó AMPN là hình bình hành ⬄ AN = MP = 2x

Tam giác ∆ANO đồng dạng với ∆NEM => 

TH 1.NE = NO – OE => 

Đặt 

PTTT

Do  (loại)

TH 2 NE = NO + OE => 

Đặt 

PTTT

Do (loại)

Vậy A thuộc BC, cách O một đoạn bằng 2R thì AMPN là hbh

**Câu V (1,0 điểm)** Cho  là các số dương thỏa mãn điều kiện

Chứng minh bất đẳng thức 

Ta có . Đặt thì



Donên . Vậy

Chứng minh được thỏa mãn

Thật vậy, BĐT



 Do nên BĐT này đúng

Tiếp theo ta sẽ CM thỏa mãn

Đặt ta được



 BĐT này đúng 

Vậy Đẳng thức xảy ra a = b = 1

|  |  |
| --- | --- |
| SỞ GD & ĐT HOÀ BÌNH  ĐỀ CHÍNH THỨC | KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10  TRƯỜNG THPT CHUYÊN HOÀNG VĂN THỤ  NĂM HỌC 2015-2016  **ĐỀ THI MÔN TOÁN**  **(DÀNH CHO CHUYÊN TOÁN)** **Ngày thi: 07 tháng 6 năm 2015**  *Thời gian làm bài :* ***150 phút*** *(không kể thời gian giao đề)* **(Đề thi gồm có 01 trang, 05 câu)** |

**Câu I** (**2*,0 điểm***)

1. Tính giá trị của các biểu thức sau:



1. Rút gọn biểu thức:



**Câu II** (2***,0 điểm)***

1. Giải phương trình:
2. Tìm nghiệm nguyên dương của hệ phương trình: 

**Câu III** (2***,0 điểm***)

Một vận động viên A chạy từ chân đồi đến đỉnh đồi cách nhau 6km với vận tốc 10km/h rồi chạy xuống dốc với vận tốc 15km/h. Vận động viên B chạy từ chân đồi lên đỉnh đồi với vận tốc 12km/h và gặp vận động viên A đang chạy xuống. Hỏi điểm hai người gặp nhau cách đỉnh đồi bao nhiêu ki-lô-mét, biết rằng B chạy sau A là 15 phút.

**Câu IV** (**3*,0 điểm***)

Cho nửa đường tròn đường kính AB và dây MN có độ dài bằng bán kính (M thuộc cung AN, M khác A, N khác B). Các tia AM và BN cắt nhau tại I, các dây AN và BM cắt nhau tại K.

1. Chứng minh rằng: IK vuông góc với AB.
2. Chứng minh rằng:AK.AN+BK.BM=AB2
3. Tìm vị trí của dây MN để diện tích tam giác IAB lớn nhất.

**Câu V *(1,0 điểm)***

1. Chứng minh rằng nếu p và (p+2) là hai số nguyên tố lớn hơn 3 thì tổng của chúng chia hết cho 12.
2. Cho .Chứng minh rằng: 

-------- Hết --------

***Họ và tên thí sinh: ............................................. Số báo danh: ......................... Phòng thi: .......***  
***Giám thị 1 (Họ và tên, chữ ký)*: ...................................................................................................**  
***Giám thị 2 (Họ và tên, chữ ký)*: ...................................................................................................**

|  |  |
| --- | --- |
| SỞ GD & ĐT HOÀ BÌNH | KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10  TRƯỜNG THPT CHUYÊN HOÀNG VĂN THỤ  NĂM HỌC 2015-2016 **HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN**  **(DÀNH CHO CHUYÊN TOÁN)**  ***(Hướng dẫn chấm này gồm có 03 trang)*** |

**Câu I *(2,0 điểm)***

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Phần**  **ý** | **Nội dung** | **Điểm** |
| **1** |  | **0,5đ** |
|  | **0,5đ** |
| **2** |  | **0,5đ** |
|  | **0,5đ** |

**Câu II *(2,0 điểm)***

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Phần**  **ý** | **Nội dung** | **Điểm** |
| **1** | : ĐK: | **0,25đ** |
| Ta có pt: | **0,25đ** |
|  | Vậy phương trình đã có có 3 nghiệm phân biệt như trên. | **0,5đ** |
| **2** | Ta có: | **0,25đ** |
| Vì x, y nguyên dương nên x+y > 0, ta có: |
|  | **0,25đ** |
| Vì x, y nguyên nên có 3 trường hợp:  + Trường hợp 1: | **0,25đ** |
| + Trường hợp 2: |
| + Trường hợp 3: |
| Vậy hệ có 3 nghiệm (1,2,3);(2,1,3);(2,2,4) | **0,25đ** |

**Câu III *(2,0 điểm)***

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Phần**  **ý** | **Nội dung** | **Điểm** |
|  | Gọi điểm 2 vận động viên gặp nhau cách đỉnh đồi x km (x>0) | **0,25đ** |
| Thời gian B đã chạy là  . Đổi 15p =  (giờ) | **0,25đ** |
| Thời gian A đã chạy từ chân đồi đến đỉnh đồi là  (giờ) | **0,25đ** |
| Thời gian A đã chạy từ đỉnh đồi đến chỗ gặp nhau là . | **0,25đ** |
| Ta có phương trình | **0,5đ** |
| Giải phương trình được x= 1(km) . KL | **0,5đ** |

**Câu IV *(3,0 điểm)***

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Phần**  **ý** | **Nội dung** | **Điểm** |
|  |  |  |
| **1** | Ta thấy AN⊥ BI ,BM ⊥AI , nên K là trực tâm tam giác IAB. Do đó IK⊥ AB | **1,0đ** |
| **2** | Vì ΔAEK∽ ΔANB ∽ nên AK. AN =AE .AB | **0,25đ** |
| Tương tự vì ΔBEK∽ ΔBMA ∽ nên BK .BM =BE. BA | **0,25đ** |
| Vậy AK.AN+BK.BM=AE.AB+BE.BA=AB2 | **0,5đ** |
| **3** | Chỉ ra sđ MN=60o nên tính được AIB=60o , do đó điểm I thuộc cung chứa góc 60o dựng trên đoạn AB. | **0,5đ** |
| Diện tích tam giác IAB lớn nhất khi IE lớn nhất (IE là đường cao của tam giác IAB), khi đó I nằm chính giữa cung chứa góc 60o dựng trên đoạn AB tương ứng với MN song song với AB. | **0,5đ** |

**Câu V *(1,0 điểm)***

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Phần**  **ý** | **Nội dung** | **Điểm** |
| **1** | Ta có: p+(p+2)=2(p+1) | **0,25đ** |
| Vì p lẻ nên  (1) |
| Vì p, (p+1), (p+2) là 3 số tự nhiên liên tiếp nên có ít nhất một số chia hết cho 3, mà p và (p+2) nguyên tố nên  (2) | **0,25đ** |
| Từ (1) và (2) suy ra  (đpcm) |
| **2** | Đặt , vì | **0,25đ** |
| Ta có |
| Do đó | **0,25đ** |
| Tương tự ta có |
| Cộng 3 bất đẳng thức trên theo vế ta có đpcm. |

**\* Chú ý: *Các lời giải đúng khác đều được xem xét cho điểm tương ứng.***

|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **PHÚ THỌ** | **KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10** **TRUNG HỌC PHỔ THÔNG CHUYÊN HÙNG VƯƠNG**  **NĂM HỌC 2015-2016**  **Môn Toán**  (Dành cho thí sinh thi vào lớp chuyên Toán)  Thời gian àm bài: **150** phút, không kể thời gian giao đề  *Đề thi có 01 trang*  *-------------------------------* |

**Câu 1** *(1,5 điểm)*

1. Chứng minh rằng nếu số nguyên n lớn hơn 1 thoả mãn n2 + 4 và n2 +16 là các số nguyên tố thì n chia hết cho 5.
2. Tìm nghiệm nguyên của phương trình: 

**Câu 2** *(2,0 điểm)*

1. Rút gọn biểu thức: 
2. Tìm *m* để phương trình:  có 4 nghiệm phân biệt.

**Câu 3** *(2,0 điểm)*

1. Giải phương trình: 
2. Giải hệ phương trình: 

**Câu 4** *(3,5 điểm)*

Cho đường tròn (O; R) và dây cung  cố định. Điểm A di động trên cung lớn BC sao cho tam giác ABC nhọn. Gọi E là điểm đối ứng với B qua AC và F và điểm đối ứng với C qua AB. Các đường tròn ngoại tiếp các tam giác ABE và ACF cắt nhau tại K (K không trùng A). Gọi H là giao điểm của BE và CF.

1. Chứng minh KA là phân giác trong góc BKC và tứ giác BHCK nội tiếp.
2. Xác định vị trí điểm A để diện tích tứ giác BHCK lớn nhất, tính diện tích lớn nhất của tứ giác đó theo R.
3. Chứng minh AK luôn đi qua một điểm cố định.

**Câu 5** (1,0 điểm)

Cho 3 số thực dương *x, y, z* thỏa mãn:  . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:



**-------------- HẾT--------------**

*Họ và tên thí sinh: .............................................................................Số báo danh: ...............*

*Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.*

|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀOTẠO**  **PHÚ THỌ**  **ĐỀ CHÍNH THỨC** | **KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10**  **TRUNG HỌC PHỔ THÔNG CHUYÊN HÙNG VƯƠNG**  **NĂM HỌC 2015-2016**  **HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN: TOÁN**  (Dành cho thí sinh thi vào lớp chuyên Toán)  *(Hướng dẫn chấm gồm* ***05*** *trang)* |

1. **Một số chú ý khi chấm bài**

|  |
| --- |
| •Hướng dẫn chấm thi dưới đây dựa vào lời giải sơ lược của một cách, khi chấm thi, cán bộ chấm thi cần bám sát yêu cầu trình bày lời giải đầy đủ, chi tiết, hợp lô-gic và có thể chia nhỏ đến 0,25 điểm.  •Thí sinh làm bài theo cách khác với Hướng dẫn mà đúng thì tổ chấm cần thống nhất cho điểm tương ứng với thang điểm của Hướng dẫn chấm.  • Điểm bài thi là tổng điểm các câu không làm tròn số. |

1. **Đáp án-thang điểm**

|  |  |
| --- | --- |
| **Câu 1** *(1,5 điểm)*   1. Chứng minh rằng nếu số nguyên n lớn hơn 1 thoả mãn n2 + 4 và n2 +16 là các số nguyên tố thì n chia hết cho 5. 2. Tìm nghiệm nguyên của phương trình: | |
| **Nội dung** | **Điểm** |
| 1. **(0,5 điểm)**   Ta có với mọi số nguyên m thì m2 chia cho 5 dư 0 , 1 hoặc 4.  + Nếu n2 chia cho 5 dư 1 thì  Nên n2+4 không là số nguyên tố | 0,25 |
| Nếu n2 chia cho 5 dư 4 thì  Nên n2+16 không là số nguyên tố.  Vậy n2  5 hay n 5 | 0,25 |
| 1. **(1,0 điểm)**     Để phương trình (1) có nghiệm nguyên *x* thì Δ' theo *y* phải là số chính phương | 0,25 |
| Ta có  Δ'chính phương nên Δ’ ∈ {0;1;4} | 0,25 |
| + Nếu  thay vào phương trình (1) ta có :    + Nếu  + Nếu | 0,25 |
| + Với *y* = 3 thay vào phương trình (1) ta có:  + Với *y* = -1 thay vào phương trình (1) ta có:  Vậy phương trình (1) có 4 nghiệm nguyên : | 0,25 |
| **Câu 2** *(2,0 điểm)*   1. Rút gọn biểu thức: 2. Tìm *m* để phương trình:  có 4 nghiệm phân biệt. | |
| 1. **(1,0 điểm)** | 0,25 |
| = | 0,25 |
| = | 0,25 |
| Vậy A=2 | 0,25 |
| 1. **(1,0 điểm)**   Phương trình | 0,25 |
| Đặt  phương trình (1) trở thành:    Nhận xét: Với mỗi giá trị *y* > 0 thì phương trình: (x+1)2=y có 2 nghiệm phân biệt, do đó phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt⇔ phương trình (2) có 2 nghiệm dương phân biệt. | 0,25 |
| ⬄ | 0,25 |
| Vậy với  thì phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt. | 0,25 |
| **Câu 3** *(2,0 điểm)*  a)Giải phương trình:  b)Giải hệ phương trình: | |
| **Nội dung** | **Điểm** |
| 1. **(1,0 điểm)**   Điều kiện:  Ta có: | 0,25 |
| Đặt , phương trình trở thành | 0,25 |
|  | 0,25 |
| +Với y = −1 không thỏa mãn điều kiện (\*\*).  + Với y = 3 ta có phương trình:    thỏa mãn điều kiện (\*). Vậy phương trình có nghiệm *x* = 2. | 0,25 |
| 1. **(1,0 điểm)** | 0,25 |
| Từ phương trình (1) ta có: | 0,25 |
|  | 0,25 |
| + Trường hợp 1:  V i *x= y* = 0 không thỏa mãn phương trình (2).  + Trường hợp 2: *x =2y*  thay vào phương trình (2) ta có:    Vậy hệ phương trình có 2 nghiệm | 0,25 |
| **Câu 4** *(3,5 điểm)*  Cho đường tròn (O; R) và dây cung  cố định. Điểm A di động trên cung lớn BC sao cho tam giác ABC nhọn. Gọi E là điểm đối ứng với B qua AC và F và điểm đối ứng với C qua AB. Các đường tròn ngoại tiếp các tam giác ABE và ACF cắt nhau tại K (K không trùng A). Gọi H là giao điểm của BE và CF.   1. Chứng minh KA là phân giác trong góc BKC và tứ giác BHCK nội tiếp. 2. Xác định vị trí điểm A để diện tích tứ giác BHCK lớn nhất, tính diện tích lớn nhất của tứ giác đó theo R. 3. Chứng minh AK luôn đi qua một điểm cố định. | |
| **Nội dung** | **Điểm** |
|  |  |
| 1. **(1,5 điểm)**   Ta có AKB =AEB (vì cùng chắn cung AB của đường tròn ngoại tiếp tam giác AEB)  Mà ABE =AEB (tính chất đối ứng) suy ra AKB= ABE (1)  AKC= AFC (vì cùng chắn cung AC của đường tròn ngoại tiếp tam giác AFC)  ACF= AFC (tính chất đối xứng) suy ra AKC= ACF (2) | 0,5 |
| Mặt khác ABE =ACF (cùng phụ với BAC ) (3). Từ (1), (2) , (3) suy ra AKB= AKC hay KA là phân giác trong của góc BKC. | 0,25 |
| Gọi P, Q lần lượt là các giao điểm của BE với AC và CF với AB.  Ta có  nên BOC=120o ;. Trong tam giác vuông ABP có APB=90o;BAC=60o=>APB=30o hay ABE=ACF=30o | 0,25 |
| Tứ giác APHQ có  AQH +APH=180o=> PAQ+ PHQ=180o=> PHQ=120o=> BHC=120o (đối đỉnh). | 0,25 |
| Ta có AKC= ABE= 300 , AKB= ACF= ABE= 300 (theo chứng minh phần a).  Mà BKC =AKC +AKB= AFC+ AEB =ACF +ABE = 600 suy ra BHC+ BKC =1800  nên tứ giác BHCK nội tiếp. | 0,25 |
| 1. **(1,5 điểm)**   Gọi (O’) là đường tròn đi qua bốn điểm B, H,C, K. Ta có dây cung  BKC=60o= BAC nên bán kính đường tròn (O’) bằng bán kính R của đường tròn (O). | 0,5 |
| Gọi M là giao điểm của AH và BC thì MH vuông góc với BC, kẻ KN vuông góc với BC (N thuộc BC), gọi I là giao điểm của HK và BC.  Ta có | 0,25 |
| Ta có KH là dây cung của đường tròn (O’; R) suy ra KH ≤ 2R (không đổi)  Nên  lớn nhất khi KH= 2R và HM+ KN= HK =2R . | 0,25 |
| Giá trị lớn nhất | 0,25 |
| Khi HK là đường kính của đường tròn (O’) thì M, I, N trùng nhau suy ra I là trung điểm của BC nên ΔABC cân tại A. Khi đó A là điểm chính giữa cung lớn BC. | 0,25 |
| 1. **(0,5 điểm)**   Ta có BOC=120o ;BKC =60o suy ra BOC +BKC =1800  nên tứ giác BOCK nội tiếp đường tròn. | 0,25 |
| Ta có OB=OC=R suy ra OB= OC=> BKO= CKO hay KO là phân giác góc BKC theo phần (a) KA à phân giác góc BKC nên K ,O, A thẳng hàng hay AK đi qua O cố định | 0,25 |
| **Câu 5** (1,0 điểm)  Cho 3 số thực dương *x, y, z* thỏa mãn:  . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: | |
| **Nội dung** | **Điểm** |
| Ta có: | 0,25 |
| Đặt  thì a,b,c>0 và a2+b2+c2=1 | 0,25 |
| Áp dụng bất đẳng thức Côsi cho 3 số dương ta có:    Tương tự: | 0,25 |
| Từ (1); (2); (3) ta có  Đẳng thức xảy ra ⬄hay  Vậy giá trị nhỏ nhất của P là | 0,25 |

|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH**  **ĐỀ CHÍNH THỨC**  *(Đề thi gồm 01 trang)* | **KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT**  **NĂM HỌC 2015 – 2016**  **MÔN THI: TOÁN CHUYÊN**  **Ngày thi: 12 tháng 6 năm 2015**  **Thời gian làm bài: 150 phút** *(không kể thời gian phát đề)* |

**Câu 1.** *(1,5 điểm)*

Cho hai số thực a , b thỏa điều kiện ab = 1, a +b ≠ 0 . Tính giá trị của biểu thức:



**Câu 2.** *(2,5 điểm)*

1. Giải phương trình: 
2. Chứng minh rằng: 

**Câu 3.** *(2 điểm)*

Cho hình bình hành ABCD . Đường thẳng qua C vuông góc với CD cắt đường thẳng qua A vuông góc với BD tại F . Đường thẳng qua B vuông góc với AB cắt đường trung trực của AC tại E . Hai đường thẳng BC và EF cắt nhau tại K . Tính tỉ số 

**Câu 4.** *(1 điểm)*

Cho hai số dương a , b thỏa mãn điều kiện: a+b ≤ 1.

Chứng minh rằng: 

**Câu 5.** *(2 điểm)*

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn ( ) O . Gọi M là trung điểm của cạnh BC và N là điểm đối xứng của M qua O . Đường thẳng qua A vuông góc với AN cắt đường thẳng qua B vuông góc với BC tại D . Kẻ đường kính AE . Chứng minh rằng:

1. Chứng minh BA.BC =2.BD. BE
2. CD đi qua trung điểm của đường cao AH của tam giác ABC .

**Câu 6.** *(1 điểm)*

Mười vận động viên tham gia cuộc thi đấu quần vợt. Cứ hai người trong họ chơi với nhau đúng một trận. Người thứ nhất thắng x1 trận và thua y1 trận, người thứ hai thắng x2 trận và thua y2 trận, ..., người thứ mười thắng x10 trận và thua y10 trận. Biết rằng trong một trận đấu quần vợt không có kết quả hòa. Chứng minh rằng:



**HẾT**

**Hướng dẫn giải**

**Câu 1.**

Với ab = 1 , a + b ≠ 0, ta có:



Vậy P = 1, với ab = 1 , a+b ≠ 0.

**Câu 2a.**

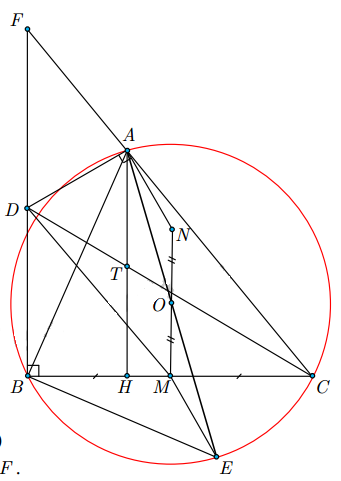
Điều kiện: *x* ≥ −3

Với điều kiện trên, phương trình trở thành:



So với điều kiện ban đầu, ta được tập nghiệm của phương trình đã cho là: 

**Câu 5.**



1. Chứng minh BA . BC = 2BD . BE

• Ta có: DBA+ ABC = 900 , EBM +ABC = 900

⇒ DBA =EBM (1)

• Ta có: ΔONA = ΔOME (c-g-c)

⇒ EAN= MEO

Ta lại có: DAB +BAE+ EAN = 900, và BEM +BAE +MEO = 900

⇒ DAB= BEM (2)

• Từ (1) và (2) suy ra ΔBDA đồng dạng ΔBME (g-g)



1. CD đi qua trung điểm của đường cao AH của Δ ABC

• Gọi F là giao của BD và CA.

Ta có BD.BE= BA.BM (cmt)



Mà BCF=BEA(cùng chắn AB)

=>BMD=BCF=>MD//CF=>D là trung điểm BF

• Gọi T là giao điểm của CD và AH .

ΔBCD có TH //BD  (HQ định lí Te-let) (3)

ΔFCD có TA //FD  (HQ định lí Te-let) (4)

Mà BD= FD (D là trung điểm BF ) (5)

• Từ (3), (4) và (5) suy ra TA =TH ⇒T là trung điểm AH .

|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **NINH BÌNH**  **ĐỀ THI CHÍNH THỨC** | **ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10**  **THPT CHUYÊN LƯƠNG VĂN TỤY**  **NĂM HỌC 2015 – 2016**  Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề) |

**Câu 1.** (2,0 điểm)

1. Rút gọn biểu thức: 
2. Tính giá trị biểu thức: 

**Câu 2.** (2,0 điểm)

1. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho hệ phương trình 
2. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho parabol (P): y = x2 cắt đường thẳng d: y = mx – 2 tại 2 điểm phân biệt A(x1;y1) và B(x2;y2) thỏa mãn 

**Câu 3.** (2,0 điểm)

1. Giải phương trình 
2. Giải hệ phương trình 

**Câu 4.** (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A (AB < AC) ngoại tiếp đường tròn tâm O. Gọi D,E,F lần lượt là tiếp điểm của (O) với các cạnh AB,AC,BC. Đường thẳng BO cắt các đường thẳng EF và DF lần lượt tại I và K.

1. Tính số đo góc BIF
2. Giả sử M là điểm di chuyển trên đoạn CE .
3. Khi AM = AB, gọi H là giao điểm của BM và EF. Chứng minh rằng ba điểm A,O,H thẳng hàng, từ đó suy ra tứ giác ABHI nội tiếp.
4. Gọi N là giao điểm của đường thẳng BM với cung nhỏ EF của (O), P, Q lần lượt là hình chiếu của N trên các đường thẳng DE và DF. Xác định vị trí điểm M để độ dài đoạn thẳng PQ max.

**Câu 5.** (1,0 điểm)

Cho a, b, c là các số dương thỏa mãn điều kiện  . Chứng minh rằng:



**ĐÁP ÁN ĐỀ THI VÀO 10 CHUYÊN LƯƠNG VĂN TỤY – NINH BÌNH**

**Câu 1.**

1. Ta có:



Vậy A= 

1. 

Đặt 

Mặt khác:





Ta có:



Vậy B=2

**Câu 2.**

1. (I)



Giả sử hệ phương trình đã cho có nghiệm nguyên (x0; y0) thì

 (vô lí)

Vậy hệ phương trình không có nghiệm nguyên ∀ m.

1. Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d:

(1)

(P) cắt d tại hai điểm phân biệt A(x1;y1) và B(x2;y2) ⇔ (1) có hai nghiệm phân biệt

⇔ ∆ = m2 – 4.2 > 0 ⇔ m2 > 8 ⇔ m >  hoặc m<-

Khi đó x1, x2 là nghiệm của (1). Áp dụng định lí Vi–ét ta có x1 + x2 = m; x1x2 = 2.

Do A, B ∈ d nên y1 = mx1 – 2 và y2 = mx2 – 2.

Ta có:



⇔ m = –1 (loại) hoặc m = 3 (thỏa mãn)

Vậy m = 3 là giá trị cần tìm.

**Câu 3.**

1. (1)

ĐK: x2 ≥ 16 ⇔ x ≥ 4 hoặc x ≤ –4.



(thỏa mãn điều kiện)

Vậy tập nghiệm của phương trình (1) là S={–5;5}.

1. (I)

– Xét x = 0, hệ (I) trở thành 

– Xét x ≠ 0, đặt . Hệ (I) trở thành



Nhân từng vế của (1) và (2), ta được phương trình hệ quả



+ Với t = – 3, thay vào (2) được x2 = 1 ⇔ x = ±1.

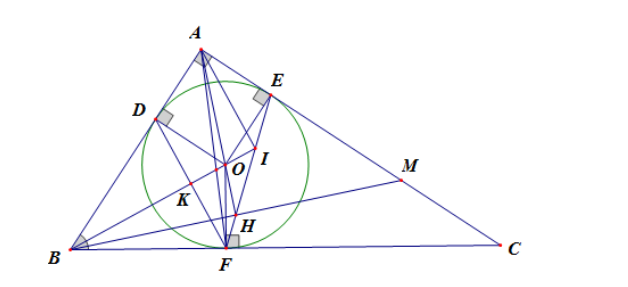
x = 1 thì y = –3, thử lại (1;–3) là một nghiệm của (I)

x = –1 thì y = 3, thử lại (–1;3) là một nghiệm của (I)

+ Với t =  , thay vào (2) được (loại)

Vậy hệ (I) có các nghiệm (0;2), (0;–2), (1;–3), (–1;3).

**Câu 4.**



1. Vì BD, BF là các tiếp tuyến của (O) nên OD ⊥ BD, OF ⊥ BF.

Xét 2 tam giác vuông OBD và OBF có

(cạnh huyền–góc nhọn)

⇒ BD = BF

Mà OD = OF = r nên OB là trung trực của DF ⇒ OB ⊥ DF ⇒ ∆ KIF vuông tại K.

Mà OD = OF = r nên OB là trung trực của DF ⇒ OB ⊥ DF ⇒ ∆ KIF vuông tại K.

Theo quan hệ giữa góc nội tiếp và góc ở tâm cho đường tròn (O), ta có:



⇒ ∆ KIF vuông cân tại K.

=>BIF=45o

2.

a. Hình chữ nhật ADOE có OD = OE = r nên nó là hình vuông

⇒ AO là trung trực DE (1)

Vì AB = AM nên tam giác ABM vuông cân tại A, suy ra ABM = 45°

=>DBH=DFH=45o

⇒ BDHF là tứ giác nội tiếp (2)

Vì BDO+BFO=90o+90o=180o nên BDOF là tứ giác nội tiếp (3)

Từ (2) và (3) ⇒ 5 điểm B, D, O, H, F nằm trên một đường tròn.

=>BHO=BFO=90o

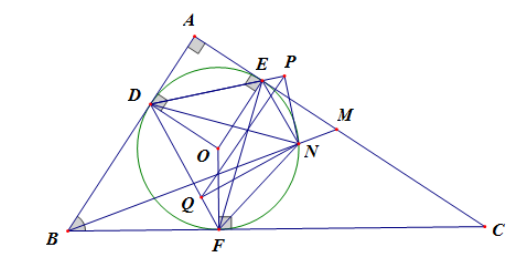
⇒ OH ⊥ BM.

Mặt khác ADE=ABM=45o=>DE//BM⇒ OH ⊥ DE

Mà OD = OE nên OH là trung trực của đoạn OE (4)

Từ (1) và (4) ⇒ A, O, H thẳng hàng.

b.



Vì DPN+DQN=90o+90o=180o nên DPNQ là tứ giác nội tiếp

=>QPN=QDN (hai góc nội tiếp cùng chắn cung QN) (5)

Mặt khác DENF là tứ giác nội tiếp nên QDN=FEN (6)

Từ (5) và (6) ta có FEN=QPN (7)

Tương tự ta có: EFN=PQN (8)

Từ (7) và (8) suy ra 

Theo quan hệ đường vuông góc – đường xiên, ta có



Dấu bằng xảy ra khi Q ≡ F ⇔ NF ⊥ DF ⇔ D, O, N thẳng hàng.

Do đó PQ max khi M là giao điểm của AC và BN, với N là điểm đối xứng với D qua O.

**Câu 5.**

Ta chứng minh BĐT



Áp dụng BĐT Cô – si cho hai số dương ta có:



=>(\*) đúng



Trở lại bài toán: Áp dụng BĐT Cô si cho hai số dương ta có 

Ta có:



Tương tự ta có:



Cộng từng vế của (1), (2) và (3) ta có:



=>đpcm

Dấu bằng xảy ra khi a = b = c = 1.