Gmail: phuongthu081980@gmail.com

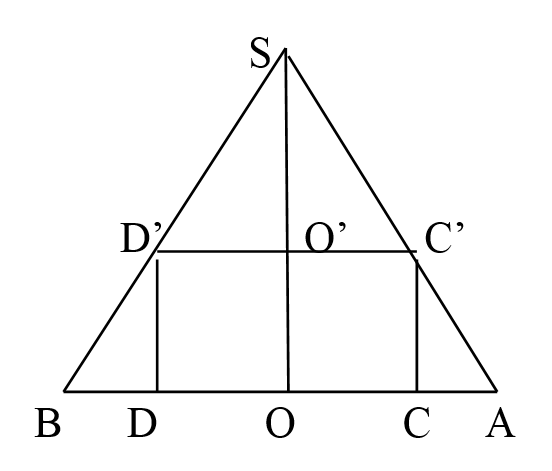
1. Cho hình trụ nội tiếp hình nón chiều cao h, bán kính đáy R , thể tích lớn nhất của hình trụ bằng:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

***Lời giải***

***Chọn A***

Tác giả: Nguyễn Thị Phương Thu FB: Nguyễn Phương Thu

**

Mp qua trục của hình nón cắt hình nón theo thiết diện là tam giác cân SAB và cắt hình trụ nội tiếp theo thiết diện là hình chữ nhật nội tiếp tam giác SAB

Đặt 

có 

Thể tích của hình trụ nội tiếp hình nón là : 

Theo bất đẳng thức Cosi ta có: 

Dấu “=” xảy ra 

.

**Email: tuangenk@gmail.com**

1. Cho tứ diện vuông O.ABC, gọi R và r lần lượt là bán kính mặt cầu ngoại tiếp và nội tiếp của tứ diện. Biết rằng  và . Tính ?

**A.  B.  C.  D.**

***Nguyễn Minh Tuấn*** ,***Facebook: Minh Tuấn***

***Lời giải***

Chọn **B**



Để đơn giản bài toán ta đặt .

Ta có công thức quen thuộc để tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp của tứ diện vuông là . Công việc còn lại ta sẽ đi tính bán kính mặt cầu nội tiếp tứ diện này. Gọi *T* là tâm mặt cầu nội tiếp tứ diện *OABC,* ta có:



Vậy tóm lại ta có và , do đó:





.

Vậy: . Dấu “=” xảy ra khi 

Thay vào giả thiết thứ 2 ta tìm được .

***Email: slowrock321@gmail.com***

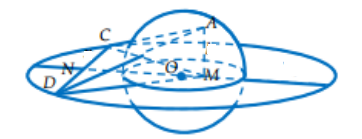
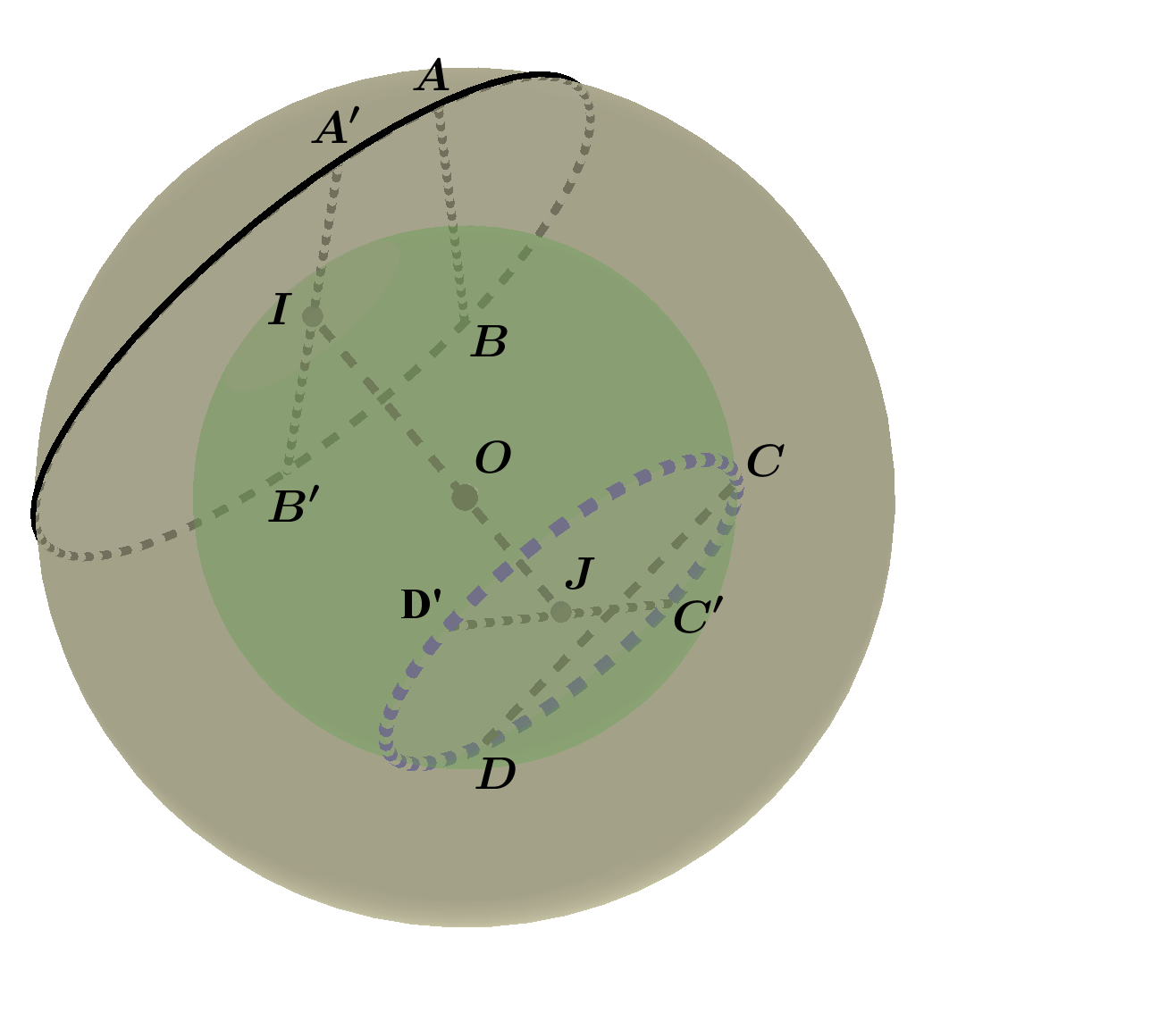
1. Cho hai hình cầu đồng tâm , bán kính . Tứ diện *ABCD* có . Tìm giá trị lớn nhất của thể tích tứ diện *ABCD*.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

***Tác giả : Đỗ Minh Đăng,Tên FB: Johnson Do***

**Chọn B**



+ Dựng mặt phẳng (*P*) chứa *AB* và song song *CD* cắt  theo giao tuyến là đường tròn tâm *I*.

+ Dựng mặt phẳng (*Q*) chứa *CD* và song song *AB* cắt  theo giao tuyến là đường tròn tâm *J*.

+ Lần lượt dựng 2 đường kính  vuông góc nhau.

Khi đó, 

Ta có: . Do đó chỉ cần xét các tứ diện dạng .

Vậy điều kiện cần để  lớn nhất là . Gọi *M, N* lần lượt là trung điểm của *AB* và *CD*.

Đặt 

.

Khi đó: 

Ta có: 



. Vậy  Dấu *“=”* xày ra khi:  .

**Email:** [**vutoanpvd@gmail.com**](mailto:vutoanpvd@gmail.com)

**SOẠN CHUYÊN ĐỀ VẬN DỤNG CAO –HÌNH HỌC KHÔNG GIAN**

1. Cho hình trụ có chiều cao , các đường tròn đáy lần lượt là và với . Biết là đường kính cố định của đường tròn và  là một đường kính thay đổi trên đường tròn sao cho  và  không đồng phẳng. Tính giá trị lớn nhất của thể tích khối tứ diện .

**A.  B. **. **C. **. **D. **

**Lời giải**

**Tác giả: Vũ Huỳnh Đức. Tên facebook: Huỳnh Đức.**

**Chọn A**



Với mọi tứ diện  ta có công thức tính thể tích 

Áp dụng công thức trên ta có thể tích của khối tứ diện  là



Vì , ,  nên  Đẳng thức xảy ra 

Vaäy thể tích khối tứ diện  đạt giá trị lớn nhất bằng  khi 

***Email:*** **trichinhsp@gmail.com**

1. Cho hình nón đỉnh S chiều cao là . Một khối trụ khác có tâm của đáy trùng với tâm đáy của hình nón và đáy còn lại là một thiết diện song song với đáy của hình nón đỉnh  đã cho (hình vẽ). Khi khối trụ này có thể tích lớn nhất, biết  thì tỉ số k giữa thể tích của khối nón và khối trụ là?



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

***Tác giả : Nguyễn Trí Chính,Tên FB: Nguyễn Trí Chính***

**Chọn B**



Thể tích khối nón là 

Từ hình vẽ ta có .

Thể tích khối trụ cần tìm là: .

Xét hàm số .

Ta có 



Có



Suy ra GTLN của  là 

Lúc đó .



***Email:*** [***quangtv.c3kl@gmail.com***](mailto:quangtv.c3kl@gmail.com)

1. Cho hình chóp  có , , , . Gọi ,  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  lên , . Với giá trị nào của  thì bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp  đạt giá trị nhỏ nhất?

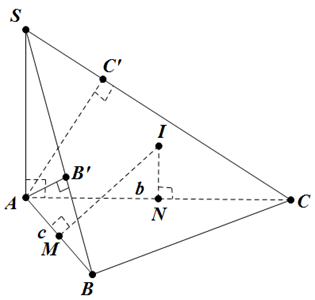
**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Lời giải**

***Tác giả: Trương Văn Quắng Tên FB: OcQuang***

**Chọn A**

****

Gọi  lần lượt là trung điểm của  và .

Tam giác  vuông tại  nên  chính là tâm đường

tròn ngoại tiếp tam giác , suy ra trục đường tròn

ngoại tiếp tam giác  chính là đường trung trực

 của (xét trong mp ).

Tam giác  vuông tại  nên  chính là tâm đường

tròn ngoại tiếp tam giác , suy ra trục đường tròn

ngoại tiếp tam giác  chính là đường trung trực

 của (xét trong mp ).

Gọi , ta suy ra là tâm mặt cầu ngoại tiếp A. BCC'B’.

Gọi  là bán kính mặt cầu ngoại tiếp  thì  chính là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác.

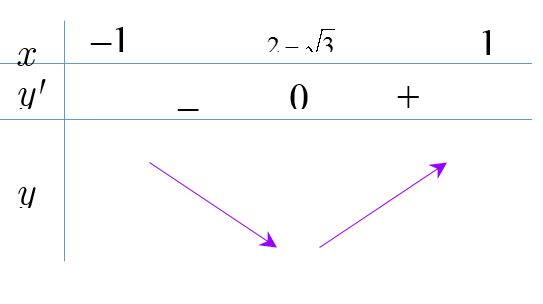
Ta có   

Ta có 

Xét hàm số  với 







Ta suy ra: R đạt giá trị nhỏ nhất khi 

Vậy 

**Gmail:nguyentuanblog1010@gmail.com**

1. Cho một hình nón đỉnh  có đáy là đường tròn tâm , bán kính  và góc ở đỉnh là  với . Một mặt phẳng vuông góc với  tại  và cắt hình nón theo một đường tròn tâm  . Gọi  là thể tích của khối nón đỉnh  và đáy là đường tròn tâm . Biết  đạt giá trị lớn nhất khi  với  và  là phân số tối giản. Tính giá trị của biểu thức ?

**A.  B.  C.  D.**

**Lời giải**

**Tác giả: Phạm Chí Tuân Fb: Tuân Chí Phạm**

**Chọn C**

****

Đặt . Gọi  là thiết diện qua trục  và  lần lượt là giao điểm của  với .

Xét  vuông tại  ta có  .

Xét  vuông tại  ta có .

Ta có .

Áp dụng bất đẳng thức Cauchuy ta có:



Vậy  đạt được 

Từ đây ta có .

**Email: chithanhlvl@gmail.com**

1. Trong các khối trụ có thể tích là (không đổi), hãy tìm diện tích toàn phần nhỏ nhất của hình trụ này.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

***Tác giả : Trần Chí Thanh***

**Chọn A**

+ Gọi  theo thứ tự là bán kính đáy, chiều cao của hình trụ . Ta có  và 

+ AD BĐT AM–GM cho 3 số dương  ta có:

Dấu  xảy ra    ;  .

+ Vậy  khi chiều cao bằng với đường kính đáy.

***Email:*** [***thuytrangmn@gmail.com***](mailto:thuytrangmn@gmail.com)

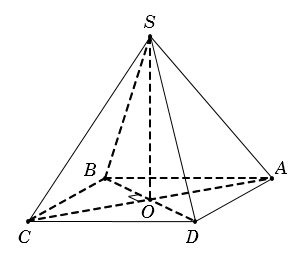
1. Cho hình chóp  có đáy  là hình chữ nhật, . Các cạnh bên bằng nhau và bằng . Tìm độ dài cạnh AB để thể của khối chóp tích lớn nhất.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

***Tác giả : Lê Thùy Trang,Tên FB: Trangthuy***

**Chọn D**



Gọi  thì 

Đặt Ta có 

Tam giác vuông  nên 

Khi đó 

Dấu  xảy ra 

Email: thuytoanqx2@gmail.com

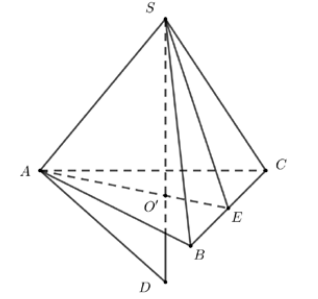
1. Cho mặt cầu tâm  và bán kính . Từ một điểm  bất kỳ trên mặt cầu ta dựng ba cát tuyến bằng nhau, cắt mặt cầu tại các điểm  (khác với ) và . Khi  thay đổi, Tính thể tích lớn nhất khối chóp 

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

***Lời giải***

***Tác giả:lê thị thúy,Tên FB: ThúyLê***

**Chọn B**



Tam giác  đều, kẻ  thì  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  và .

Giả sử cắt mặt cầu tại  thì tam giác  vuông tại .

Gọi 

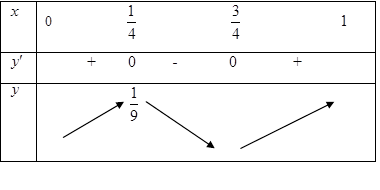
Trong tam giác  ta có .Gọi  là trung điểm của . Ta có:

 .

Từ  và  ta có .

.Đặt 

Xét hàm số 



Thể tích khối chóp  lớn nhất khi . 

**hoxuandung1010@gmail.com**

1. Gọi  là chiều cao của khối trụ  nội tiếp khối cầu  . Thể tích củađạt giá trị lớn nhất khi  bằng

**A.**. **B. **. **C. **. **D. **.

**Lời giải**

***Tác giả : Hồ Xuân Dũng, FB: Dũng Hồ Xuân***

**Chọn C**

Gọi là chiều cao của khối trụ .

Khi đó thể tích của khối trụ 

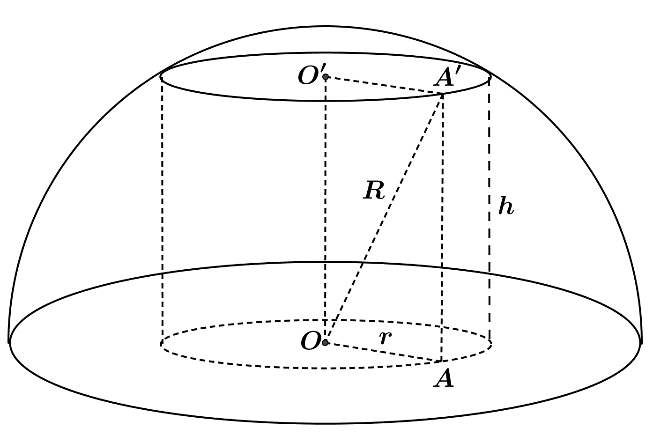
 .



Vậy  đạt giá trị lớn nhất khi  .

**Email:** [**lanhoang0254@gmail.com**](mailto:lanhoang0254@gmail.com)

1. Khi cắt mặt cầu  bởi một mặt kính, ta được hai nửa mặt cầu và hình tròn lớn của mặt kính đó gọi là mặt đáy của mỗi nửa cầu. Một hình trụ gọi là nội tiếp nửa mặt cầu  nếu một đáy của hình trụ nằm trong đáy của nửa mặt cầu, còn đường tròn đáy kia là giao tuyến của hình trụ với nửa mặt cầu. Cho , hãy tính bán kính đáy của hình trụ nội tiếp nửa mặt cầu  để khối trụ đó có thể tích lớn nhất.



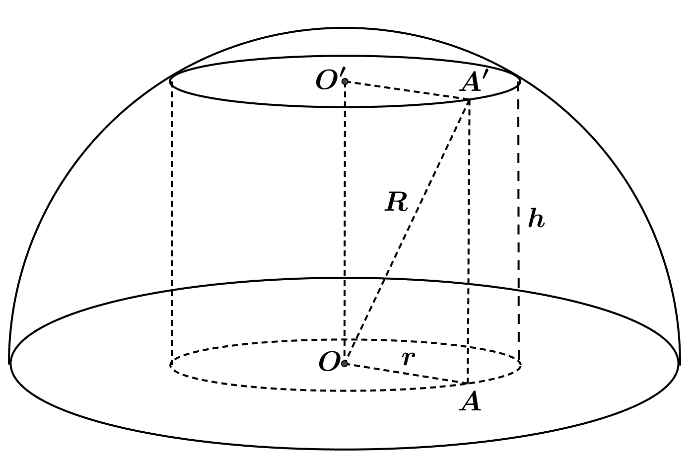
**A.**  **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

***Tác giả: Nguyễn Thị Dung, face: dungbt nguyen***

**Chọn B**

+ Hình trụ nội tiếp nửa mặt cầu, nên theo giả thiết đường tròn đáy trên có tâm  có hình chiếu là  xuống mặt đáy . Suy ra hình trụ và nửa mặt cầu cùng chung trục đối xứng và tâm của đáy dưới hình trụ trùng với tâm  của nửa mặt cầu.

+ Gọi  và  lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của hình trụ. Ta có 

Thể tích khối trụ là: .



.

Bảng biến thiên:



Vậy:  khi .

**Cách 2**: tìm 

.

Ta có 

Dấu “=” xảy ra .

.

***Email: Thanhdungtoan6@gmail.com***

1. Gọi *R* là bán kính mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ đứng  . Giả sử . Khi *R* ngắn nhất thì tam giác ** là

**A.** tam giác đều. **B.** tam giác cân tại *A*.

**C.** tam giác vuông tại *A*. **D.** tam giác nhọn.

**Lời giải**

***Tác giả : Nguyễn Thanh Dũng,Tên FB: Nguyễn Thanh Dũng***

**Chọn C**



Gọi  lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  và . Khi đó,  là trục của đường tròn ngoại tiếp đáy. Trong mặt phẳng , đường trung trực cạnh  cắt  tại *I*. Ta chứng minh được *I* là trung điểm và cũng là tâm mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ . Do đó, .

Ta có  (1)

Mặt khác, áp dụng định lý hàm sin trong tam giác , ta được

 (2)

Từ (1) và (2) suy ra .

Do đó,  ngắn nhất   bé nhất

  lớn nhất



Hay tam giác *ABC* vuông tại *A*.

**Email: Duyhungprudential@gmail.com**

1. Cho hình hộp  Trên cạnh *AB* lấy điểm *M* khác *A* và *B*. Gọi (*P*) là mặt phẳng đi qua *M* và song song với mặt phẳng Đặt. Tìm k để thiết diện của hình hộp và mặt phẳng (*P*) có diện tích lớn nhất.

**A. B.  C.  D. **

**Lời giải**

***Tác giả : Đặng Duy Hùng và Facebook : Duy Hùng***

***Chọn A***



Trong mp(*ABCD*), qua *M* vẽ đường thẳng song song với *AC* cắt *DB, BC* lần lượt tại *E, N*.

Trong mp(*BDD’B’*), qua *E* vẽ đường thẳng song song với *D’O* (*O=AC*∩*BD*) cắt *B’D’* tại *F*.

Trong mp(*A’B’C’D’*), qua *F* vẽ đường thẳng song song với *AC* cắt *A’D’, D’C’* lần lượt tại *R, Q*.

Trong mp(*AA’D’D*), qua *R* vẽ đường thẳng song song với *AD’* cắt *AA’* tại *S*.

Trong mp(*CC’D’D*), qua *Q* vẽ đường thẳng song song với *CD’* cắt *CC’* tại *P*.

Vậy thiết diện là lục giác ***MNPQRS***

Do các mặt đối diên của hình hộp song song nên các cạnh đối của lục giác thiết diện *MNPQRS* song song và 3 cặp cạnh đó lần lượt song song với các cạnh tam giác *ACD’*.

⇒ Các tam giác *JKI*, *ACD’*, *RQI*, *JMS*, *NKP* đồng dạng

⇒  ⇒ *MJ=NK* và *PK=QI*

⇒ Các tam giác *RQI*, *JMS*, *NKP* bằng nhau (gọi diện tích của chúng là *S*1 và gọi diện tích các tam giác *JKI*, *ACD’* lần lượt là *S*2, *S*)

. Ta có:



⇒ Diện tích thiết diện: 

 (dấu bằng xảy ra ⇔ )

***Email: mihawkdaculamihawkdacula@gmail.com***

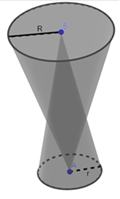
1. Khối (H) được tạo thành là phần chung khi giao nhau hai khối nón có cùng chiều cao h, có các bán kính đường tròn đáy lần lượt là R và r sao cho đỉnh của khối nón này trùng với tâm đường tròn đáy của khối nón kia. Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối (H), biết rằng R và r thoả mãn phương trình .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

***Tác giả : Trần Tín Nhiệm,Tên FB: Trần Tín Nhiệm***

**Chọn A**



Giả sử R > r. Ta có hình minh hoạ như trên.

Gọi a là bán kính đường tròn giao tuyến, b là khoảng cách từ tâm đường tròn giao tuyến đến tâm đường tròn có bán kính R.

Sử dụng các tam giác đồng dạng, ta suy ra



Mặc khác .

Xét phương trình ẩn  :  có

. Theo vi-ét: .

Suy ra phương trình luôn có hai nghiệm dương phân biệt là R và r.

Theo bất đẳng thức Cô-si, . Suy ra 

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi  Vậy . Chọn phương án **A**.

***Email: nguyentinh050690@gmail.com***

1. Cho tứ diện ABCD có  đôi một vuông góc với nhau và nội tiếp mặt cầu có bán kính R. Tứ diện ABCD có thể tích bằng bao nhiêu?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

***Tác giả : Nguyễn Tình , FB: Gia Sư Toàn Tâm***

**Chọn A**

Thể tích tứ diện ABCD là:.

Vì ABCD là tứ diện vuông tại A nên:





Dấu “=” xảy ra . 

***Email: buikhanhas3@gmail.com***

1. Cho tứ diện *ABCD* nội tiếp trong một mặt cầu bán kính R và thỏa mãn điều kiện 

.  là một điểm thay đổi trong không gian.

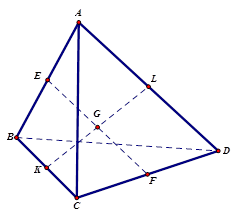
Đặt  giá trị nhỏ nhất của  là:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

***Tác giả : Bùi Văn Khánh,Tên FB: Khánh Bùi Văn***

**Chọn B**

****

Gọi *G* là trọng tâm của tứ diện; *E, F, K, L* lần lượt là trung điểm của các cạnh *AB, CD, BC, AD*. Ta có tam giác *ACD* bằng tam giác *BCD* nên  suy ra , tương tự ta chứng minh được  và đường thẳng *PQ* vuông góc với cả hai đường thẳng *BC, AD*. Từ đó suy 

Ta có 





Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi  trùng với điểm *G*.

Vậy 

***Email: chautrieu75@gmail.com***

1. Cắt một khốitrụ có chiều cao h bởi một mặt phẳng song song với hai mặt đáy, ta thu được hai khối trụ nhỏ. Một trong hai khối đó ngoại tiếp một lăng trụ đứng thể tích V có đáy là tam giác có chu vi là p. Khối còn lại ngoại tiếp một khối nón (H) có bán kính đáy là R (R thay đổi). Tìm giá trị của R sao cho thể tích của khối nón là lớn nhất?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

***Tác giả : Châu Cẩm Triều,Tên FB: Châu Cẩm Triều***

**Chọn B**

Hình lăng trụ có đáy là tam giác với độ dài 3 cạnh là a,b,c và có chiều cao là x.

Khi đó  và thể tích của hình lăng trụ là . Suy ra 

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho 3 số dương a,b,c, ta có

Mặt khác 

Mà  (Áp dụng BĐT Cauchy cho 3 số  )

.

Do đó  (không đổi).

Dấu “=” xảy ra 

Vậy  khi  và 

Khi đó  Chọn phương án **B**.

***Email: lucminhtan@gmail.com***

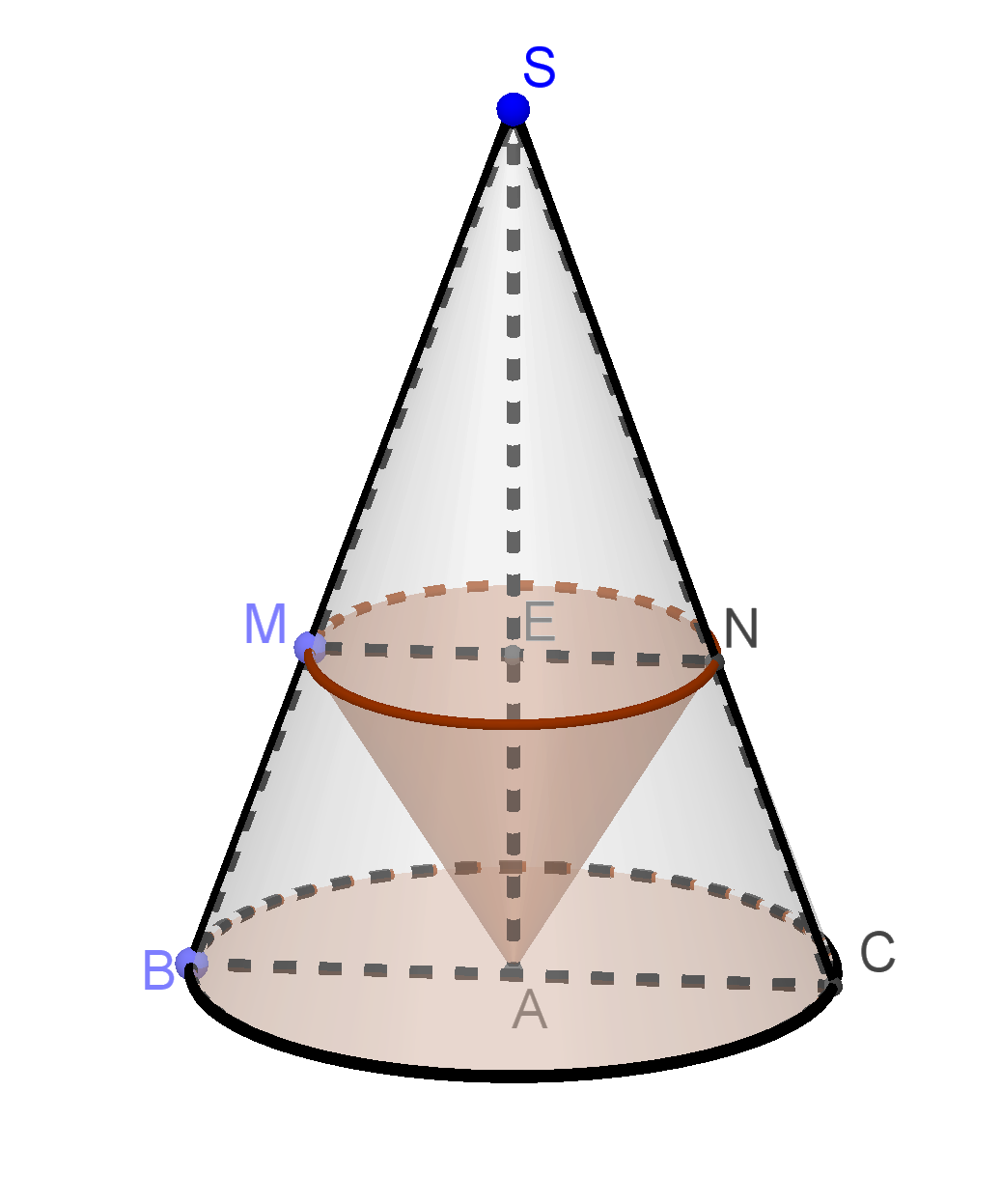
1. Cho hình nón  đỉnh  chiều cao là  và mặt phẳng  song song với mặt phẳng đáy của khối nón. Một khối nón  có đỉnh là tâm của đường tròn đáy của  và đáy của  là thiết diện của  với hình nón. Thể tích lớn nhất của  là bao nhiêu?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

***Tác giả : Minh Tân,Tên FB: thpt tuyphong***

**Chọn A**



Đặt: 

\* Xét  có: 

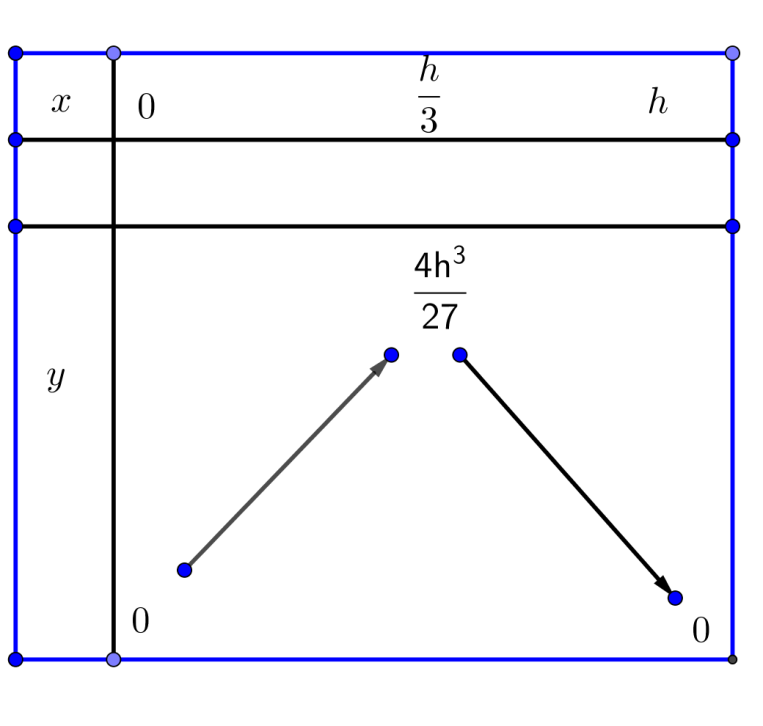
Thể tích khối nón  là 

\* Đặt 

Ta có:



Bảng biến thiên của 



Vậy 

**Email: chithanhlvl@gmail.com**

1. Trong các khối trụ có thể tích là (không đổi), hãy tìm diện tích toàn phần nhỏ nhất của hình trụ này.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

***Tác giả : Trần Chí Thanh***

**Chọn A**

+ Gọi  theo thứ tự là bán kính đáy, chiều cao của hình trụ . Ta có  và 

+ AD BĐT AM–GM cho 3 số dương  ta có:

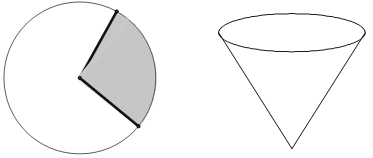
  

Dấu  xảy ra    ;  .

+ Vậy  khi chiều cao bằng với đường kính đáy.

***Email:*** [***hoainam2732003@gmail.com***](mailto:hoainam2732003@gmail.com)

1. Hai bạn A và B chơi một trò chơi như sau: Mỗi người lấy 1 miếng tôn hình tròn bán kính như nhau, sau đó cắt bỏ đi 1 hình quạt rồi cuộn lại, dùng keo gắn lại thành 1 chiếc phễu như hình vẽ. Sau đó A dùng chiếc phễu của mình múc đầy nước rồi trút sang phễu của B. Nếu phễu của B đầy mà của A vẫn còn nước thì A thắng. Ngược lại, nếu phễu của A hết nước mà phễu của B chưa đầy thì B thắng. Hãy chỉ giúp A cắt miếng tôn của mình có góc ở tâm hình quạt là bao nhiêu để khi chơi không thua B.



**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

***Tác giả : Trình Hoài Nam,Tên FB: Trình Hoài Nam***

**Chọn A**

Gọi *x* là góc ở tâm cần cắt (rad, 0< *x* < 2*π*); *R*, *r* là bán kính miếng tôn và bán kính miệng phễu.

Diện tích phần còn lại của miếng tôn là 

Diện tích xung quanh phễu là  ⇒ 

Đường cao của phễu là 

⇒ Thể tích phễu là 

Áp dụng Côsi : . Dấu “=” xảy ra ⇔ 

Từ đó ta tìm được 

**Email:** [**cunconsieuquay1408@gmail.com**](mailto:cunconsieuquay1408@gmail.com)

1. Cho hình trụ có đáy là hai đường tròn tâm  và , bán kính đáy bằng chiều cao và bằng . Trên đường tròn đáy có tâm  lấy điểm , trên đường tròn tâm  lấy điểm . Đặt  là góc giữa  và đáy. Biết rằng thể tích khối tứ diện  đạt giá trị lớn nhất. Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

***Tác giả : Nguyễn Thị Thanh Mai Tên facebook: Thanh Mai Nguyen***

**Chọn B**



+ Gọi  là hình chiếu của  lên mặt phẳng chứa đường tròn tâm .

+ Gọi  là hình chiếu của  lên mặt phẳng chứa đường tròn tâm .

+ Gọi  là bán kính của đường tròn tâm , suy ra: . Ta có: .

Suy ra: . Gọi  là trung điểm của .

+ Ta có: .

Và:  .

Suy ra: .

+ Ta có:  đạt giá trị lớn nhất khi và chỉ khi  đạt giá trị lớn nhất.

Xét hàm số  với 

 với .

Xét .

Bảng biến thiên:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  | 0 |  | 0 |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

Dựa vào bảng biến thiên, ta có  khi  hay .