|  |  |
| --- | --- |
|  | **Hình giải tích trong không gian**  **Phần 4**  **PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU** |

**Bài 81.** Viết phương trình mặt cầu 

**** Đi qua bốn điểm 

**** Đi qua ba điểmvà có tâm thuộc mặt phẳng 

**** Đi qua hai điểmvà có tâm thuộc đường thẳng .

**Bài 82.** (D-08). Cho bốn điểm 

**** Viết phương trình mặt cầu đi qua bốn điểm 

**** Tìm tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác

**Bài 83.** Cho điểm , mặt phẳng  đường thẳng  Viết phương trình mặt cầu tâm 

****tiếp xúc với mặt phẳng .

 tiếp xúc với đường thẳng .

**Bài 84.** Cho đường thẳng  và điểm . Viết phương trình mặt cầu  có tâm  và cắt  tại hai điểm ,  sao cho tam giác  vuông tại .

**Câu 85.** (D2012) Cho đường thẳng  và mặt phẳng . Viết phương trình mặt cầu có tâm thuộc đường thẳng , bán kính bằng  và tiếp xúc với mặt phẳng .

**Câu 86.**  (B2012) Trong không gian với hệ tọa độ, cho đường thẳng  và hai điểm  Viết phương trình mặt cầu đi qua  và có tâm thuộc đường thẳng.

**Bài 87.** Cho  là giao tuyến của hai mặt phẳng . Viết phương trình mặt cầu tâm  cắt  tại hai điểm phân biệt  sao cho .

**Bài 88.** (D2012) Cho mặt phẳng  và điểm . Viết phương trình mặt cầu tâm  và cắt  theo một đường tròn có bán kính bằng 4.

**Câu 89.** Cho đường thẳng : và mặt phẳng : . Viết phương trình mặt cầu có tâm thuộc đường thẳng , tiếp xúc với  và có bán kính bằng 1.

**Câu 90.** Cho ba điểm , , và mặt phẳng : . Viết phương trình mặt cầu đi qua ba điểm  và có tâm thuộc mặt phẳng .

**Bài 91.** Cho hai mặt phẳng , và đường thẳng. Viết phương trình mặt cầu có tâm thuộc , và tiếp xúc với cả hai mặt phẳng.

**Bài 92.** (A2011) Cho mặt cầu và điểm . Viết phương trình mặt phẳng , biết điểm thuộc và tam giác đều.

**Câu 93.** Cho điểm và đường thẳng . Tính khoảng cách từ điểm 

đến . Viết phương trình mặt cầu tâm , cắt  tại hai điểm phân biệt  và  sao cho

.

**Câu 94.** Cho mặt phẳng  và mặt cầu . Chứng minh rằng mặt phẳng cắt mặt cầu  theo một đường tròn. Xác định tọa độ tâm và tính bán kính của đường tròn đó.

**Câu 95.** (D2014) Cho mặt phẳng  và mặt cầu  Chứng minh rằng mặt phẳng  cắt mặt cầu theo một đường tròn. Xác định tọa độ tâm đường tròng đó.

**Câu 96.** (B2007) Trong không gian ,Cho mặt cầu  và mặt phẳng .

**1.** Viết phương trình mặt phẳng  chứa trục và cắt theo một đường tròn có bán kính bằng .

**2.** Tìm tọa độ điểm thuộc mặt cầu  sao cho khoảng cách từ đến mặt phẳng  lớn nhất.

**Câu 97.** Viết phương trình mặt phẳng  đi qua ,  và tiếp xúc với mặt cầu .

**Câu 98.** Viết phương trình mặt phẳng  đi qua , vuông góc với mặt phẳng :  và tiếp xúc với mặt cầu : .

**Bài99.** Cho hình lăng trụ đứng  với , , , .

 Tìm tọa độ các đỉnh , . Viết phương trình mặt cầu có tâm là  và tiếp xúc với mặt phẳng .

 Gọi  là trung điểm của . Viết phương trình mặt phẳng  đi qua hai điểm ,  và song song với . Mặt phẳng  cắt đường thẳng  tại điểm . Tính độ dài đoạn 

**Câu 100.** Cho mặt phẳng  và mặt cầu . Chứng minh  tiếp xúc với . Tìm tọa độ tiếp điểm của  và .

|  |  |
| --- | --- |
|  | **Hình giải tích trong không gian**  **Giải Phần 4**  **PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU** |

***oanhhlqt@gmail.com, Tranthanhha484@gmail.com***

**Bài 81.** Viết phương trình mặt cầu 

**** Đi qua bốn điểm 

**** Đi qua ba điểmvà có tâm thuộc mặt phẳng 

**** Đi qua hai điểmvà có tâm thuộc đường thẳng .

**Lời giải**

***Tác giả:Trần Thanh Hà; Fb: Hà Trần***

**** Viết phương trình mặt cầu đi qua bốn điểm 

**Cách 1:** Gọi  là tâm mặt cầu đi qua bốn điểm 

Theo bài ra ta có:

Mặt cầu 

Vậy phương trình mặt cầu có dạng:

**Cách 2:** Phương trình mặt cầucó dạng: 

Vì mặt cầu đi qua bốn điểm nên ta có hệ phương trình:



Vậy phương trình mặt cầu có dạng: 

**** Đi qua ba điểmvà có tâm thuộc mặt phẳng .

Gọi  là tâm mặt cầu , theo bài ta ta có:



Mặt cầu 

Vậy phương trình mặt cầu có dạng: 

**** Đi qua hai điểmvà có tâm thuộc đường thẳng .

Gọi  là tâm mặt cầu , theo bài ta ta có:



Mặt cầu 

Vậy phương trình mặt cầu có dạng:.

**Bài 82.** (D-08). Cho bốn điểm 

**** Viết phương trình mặt cầu đi qua bốn điểm 

**** Tìm tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác

**Lời giải**

***Tác giả:Trần Thanh Hà; Fb: Hà Trần***

**** Viết phương trình mặt cầu đi qua bốn điểm 

Phương trình mặt cầucó dạng:

Vì mặt cầu đi qua bốn điểm nên ta có hệ phương trình:



Vậy phương trình mặt cầu có dạng: 

**** Tìm tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác

Gọi là tâm đường tròn ngoại tiếp 

Khi đó ta có: 



Phương trình mặt phẳng 

.

***luuhuephuongtailieu@gmail.com***

**Bài 83.** Cho điểm , mặt phẳng  đường thẳng  Viết phương trình mặt cầu tâm 

****tiếp xúc với mặt phẳng .

 tiếp xúc với đường thẳng .

**Lời giải**

***Tác giả: Lưu Huệ Phương, Fb: Lưu Huệ Phương***

 Mặt cầu  tiếp xúc với .

Phương trình mặt cầu tâm  tiếp xúc với mặt phẳng  là: .

 Đường thẳng  có vectơ chỉ phương .

Lấy điểm .

Mặt cầu  tiếp xúc với đường thẳng .

Phương trình mặt cầu tâm  tiếp xúc với đường thẳng là: 

***luuhuephuongtailieu@gmail.com***

**Bài 84.** Cho đường thẳng  và điểm . Viết phương trình mặt cầu  có tâm  và cắt  tại hai điểm ,  sao cho tam giác  vuông tại .

**Lời giải**

***Tác giả: Lưu Huệ Phương, Fb: Lưu Huệ Phương***



Đường thẳng  đi qua  và có VTCP .

Do đó: , suy ra .

Vì tam giác  là tam giác vuông cân tại  nên .

Khi đó tam giác  là tam giác vuông cân tại .

.

Phương trình mặt cầu  cần tìm là: .

***Hungvn1985@gmail.com***

**Câu 85.** (D2012) Cho đường thẳng  và mặt phẳng . Viết phương trình mặt cầu có tâm thuộc đường thẳng , bán kính bằng  và tiếp xúc với mặt phẳng .

**Lời giải**

***Tác giả: Phạm Ngọc Hưng, FB: Phạm Ngọc Hưng***

Gọi  là tâm của mặt cầu. Do . Do mặt cầu có bán kính bằng  và tiếp xúc với  nên ta có



Với  nên phương trình mặt cầu là 

Với  nên phương trình mặt cầu là 

**Câu 86.**  (B2012) Trong không gian với hệ tọa độ, cho đường thẳng  và hai điểm  Viết phương trình mặt cầu đi qua  và có tâm thuộc đường thẳng.

**Lời giải**

***Tác giả: Phạm Ngọc Hưng, FB: Phạm Ngọc Hưng***

Gọi là tâm mặt cầu. Do .

Do mặt cầu đi qua hai điểm  nên ta có



Vậy phương trình mặt cầu là: 

***1nguyenbaomai@gmail.com***

**Bài 87.** Cho  là giao tuyến của hai mặt phẳng . Viết phương trình mặt cầu tâm  cắt  tại hai điểm phân biệt  sao cho .

**Lời giải**

***Tác giả: Nguyễn Bảo Mai; Fb: Bao An***

 có vectơ pháp tuyến ,  có vectơ pháp tuyến  nên  có vectơ chỉ phương .

 đi qua điểm 

Khoảng cách từ  đến  là .

Gọi  là hình chiếu của trên  là trung điểm của  và .

Bán kính mặt cầu là .

Phương trình mặt cầu cần tìm là .

**Bài 88.** (D2012) Cho mặt phẳng  và điểm . Viết phương trình mặt cầu tâm  và cắt  theo một đường tròn có bán kính bằng 4.

**Lời giải**

***Tác giả: Nguyễn Bảo Mai; Fb: Bao An***

Khoảng cách từ  đến  là .

Bán kính mặt cầu là .

Phương trình mặt cầu cần tìm là .

[***Nguyendac1080@gmail.com***](mailto:Nguyendac1080@gmail.com)

***maithu88ns@gmail.com***

**Câu89.** Cho đường thẳng : và mặt phẳng : . Viết phương trình mặt cầu có tâm thuộc đường thẳng , tiếp xúc với  và có bán kính bằng 1.

**Lời giải**

***Tác giả: Mai Đức Thu***

Gọi  là tâm của mặt cầu. Do  nên , với  là tham số thực.

Mặt khác, mặt cầu tiếp xúc với  và có bán kính bằng 1 nên 





.

Với , ta có .

Với , ta có .

Như vậy có hai phương trình mặt cầu thỏa mãn yêu cầu bài toán là ; .

**Câu90.** Cho ba điểm , , và mặt phẳng : . Viết phương trình mặt cầu đi qua ba điểm  và có tâm thuộc mặt phẳng .

**Lời giải**

***Tác giả: Mai Đức Thu***

Gọi  là mặt cầu có phương trình tổng quát:  với  là các hằng số thỏa mãn . Suy ra  có tâm .

Theo bài ra ta có hệ phương trình .

Giải hệ trên ta được .

Vậy phương trình của  thỏa mãn yêu cầu bài toán là 

***dinhgamltv@gmail.com***

**Bài 91.** Cho hai mặt phẳng , và đường thẳng. Viết phương trình mặt cầu có tâm thuộc , và tiếp xúc với cả hai mặt phẳng.

**Lời giải**

***Tác giả: ĐinhGấm; Fb:đinhgấm***

Gọi tâm và bán kính mặt cầu lần lượt là .

Vì tâm nên .

Do mặt cầu tiếp xúc với 2 mặt phẳng nên .

Có và .

.

+ Với

Phương trình mặt cầu là: .

+ Với

Phương trình mặt cầu là: .

**Bài 92.** (A2011) Cho mặt cầu và điểm . Viết phương trình mặt phẳng , biết điểm thuộc và tam giác đều.

**Lời giải**

***Tác giả: ĐinhGấm; Fb:đinhgấm***

Mặt cầu có tâm và bán kính .

Nhận xét: cùng thuộc .

Xét đều, có bán kính đường tròn ngoại tiếp .

Khoảng cách .

Phương trình mặt phẳng  qua có dạng: , .

Vì qua nên .



.

+ Với, chọn.

+ Với, chọn

Vậy phương trình mặt phẳng thỏa mãn là: hoặc .

***hoainlht@gmail.com***

***Tvluatc3tt@gmail.com***

**Câu 93.**Cho điểm và đường thẳng . Tính khoảng cách từ điểm 

đến . Viết phương trình mặt cầu tâm , cắt  tại hai điểm phân biệt  và  sao cho

.

**Lời giải**

***Tác giả : Trần Luật, FB: Trần Luật***

Đường thẳng  đi qua điểm  và có một vectơ chỉ phương là .

Ta có .

Khoảng cách từ điểm  đến đường thẳng  là .



Gọi  là mặt cầu tâm , cắt  tại hai điểm phân biệt  và  sao cho nkhi đó ta có

bán kính của mặt cầu  là .

Vậy phương trình mặt cầu  .

**Câu 94.** Cho mặt phẳng  và mặt cầu . Chứng minh rằng mặt phẳng cắt mặt cầu  theo một đường tròn. Xác định tọa độ tâm và tính bán kính của đường tròn đó.

**Lời giải**

***Tác giả : Trần Luật, FB: Trần Luật***

Ta có  mặt cầu  có

tâm  và bán kính .

Khoảng cách từ tâm  đến mặt phẳng  là  nên mặt phẳng

 cắt mặt cầu  theo giao tuyến là đường tròn .

Gọi  là hình chiếu của  trên mặt phẳng  khi đó ta có  bán kính

đường tròn  là .

Gọi  là đường thẳng đi qua  và vuông góc với mặt phẳng khi đó  nhận vectơ

pháp tuyến của mặt phẳng  là  làm vectơ chỉ phương.

Phương trình đường thẳng  là  .

Tọa độ điểm  là nghiệm của hệ phương trình .

Vậy .

***hoainlht@gmail.com***

***hoangthihonghanhc3ln@gmail.com***

**Câu 95.** (D2014) Cho mặt phẳng  và mặt cầu  Chứng minh rằng mặt phẳng  cắt mặt cầu theo một đường tròn. Xác định tọa độ tâm đường tròng đó.

**Lời giải**

***Tác giả: Hoàng Thị Hồng Hạnh Fb: hoangthihonghanhc3ln@gmail.com***

Mặt cầu có tâm  và bán kính 



Do đó mặt phẳng  cắt mặt cầu theo một đường tròn tâm .

Do vuông góc với mặt phẳng  nên phương trình đường thẳng suy ra . thuộc mặt phẳng  nên suy ra .

**Câu 96.** (B2007) Trong không gian ,Cho mặt cầu  và mặt phẳng .

**1.** Viết phương trình mặt phẳng  chứa trục và cắt theo một đường tròn có bán kính bằng .

**2.** Tìm tọa độ điểm thuộc mặt cầu  sao cho khoảng cách từ đến mặt phẳng  lớn nhất.

**Lời giải**

***Tác giả: Hoàng Thị Hồng Hạnh Fb: hoangthihonghanhc3ln@gmail.com***

**1.** Mặt cầu có tâm  và bán kính 

Mặt phẳng  cắt theo một đường tròn có bán kính bằng  nên mặt phẳng  chứa tâm .

Mặt phẳng  có cặp véctơ chỉ phương là .

Suy ra  có véctơ pháp tuyến là .

Phương trình mặt phẳng  chứa gốc là .

**2.** Gọi  là đường thẳng đi qua tâm và vuông góc với mặt phẳng .Đường thẳng  cắt

mặtcầu tại hai điểm . Nếu thì .

Phương trình đường thẳng .

Tọa độ hai điểm là nghiệm của hệ phương trình 

Suy ra ..

Vậy .

[***tanglamtuongvinh@gmail.com***](mailto:tanglamtuongvinh@gmail.com)***,quanghuytran2010@gmail.com***

**Câu97.** Viết phương trình mặt phẳng  đi qua ,  và tiếp xúc với mặt cầu .

**Lời giải**

***Tác giả:Trần Quang Huy; FB: Trần Quang Huy***

Gọi phương trình mặt phẳng  có dạng: , không mất tính tổng quát ta có thể chọn , ,  thỏa mãn  và .

Do  qua ,  và tiếp xúc với  có tâm , bán kính  nên.

Do nên . Khi đó  hoặc .

Vậy phương trình mặt phẳng  là:  hoặc .

***quanghuytran2010@gmail.com***

**Câu98.** Viết phương trình mặt phẳng  đi qua , vuông góc với mặt phẳng :  và tiếp xúc với mặt cầu : .

**Lời giải**

***Tác giả:Trần Quang Huy; FB: Trần Quang Huy***

Gọi  là tiếp điểm của  với mặt cầu  suy ra  hay



Ta lại có  (với  là tâm mặt cầu ) là một vector pháp tuyến của  nên  hay 

Mặt khác  nên  ( là một vector pháp tuyến của ) hay 

Từ , ,  ta có



suy ra  hoặc  .

Từ đó, ta có phương trình mặt phẳng  là:



hoặc .

Hay  hoặc .

***Nguyenhoach95@gmail.com***

**Bài99.** Cho hình lăng trụ đứng  với , , , .

 Tìm tọa độ các đỉnh , . Viết phương trình mặt cầu có tâm là  và tiếp xúc với mặt phẳng .

 Gọi  là trung điểm của . Viết phương trình mặt phẳng  đi qua hai điểm ,  và song song với . Mặt phẳng  cắt đường thẳng  tại điểm . Tính độ dài đoạn .

**Lời giải**

***Tác giả: Nguyễn Đức Hoạch; Fb: Hoạch Nguyễn***

****Ta có,  và .

Các mặt bên của lăng trụ là hình bình hành nên  và .

 và .

Ta lại có, , .

Mặt phẳng  nhận vtpt  nên ptmp  là:

.

Mặt cầu  đi qua , tiếp xúc với  nên có bán kính .

Phương trình mặt cầu  là: .

 Ta có, , , .

 đi qua hai điểm ,  và song song với  nên có vtpt 

 PT :  (thỏa mãn vì )

PT tham số của .

Gọi . Do  nên .

.

**Câu100.** Cho mặt phẳng  và mặt cầu . Chứng minh  tiếp xúc với . Tìm tọa độ tiếp điểm của  và .

**Lời giải**

Mặt cầu  có tâm  và bán kính .

Ta có, khoảng cách từ  đến  là: .

Vậy  tiếp xúc với .

Gọi  là đường thẳng đi qua điểm  và vuông góc với .

Suy ra đường thẳng  có vtcp .

Gọi tiếp điểm của  và  là 

Mà  nên .