|  |  |
| --- | --- |
|  | **Số phức** |

**Câu 1:** Xét số phức  thỏa mãn .Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** **.**

**Câu 2:** Cho  là các số phức thỏa mãn: , , , .Gọi  lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của . Tính .

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Câu 3:** Tập hợp các điểm biểu diễn số phức  thỏa mãn điều kiện  là

**A.** Đường tròn tâm , bán kính .

**B.** Đoạn thẳng với ; .

**C.** Đường tròn tâm , bán kính .

**D.** Đường elip có hai tiêu điểm , .

**Câu 4:** Cho số phức thỏa mãn . Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của .

**A. **. **B. **.

**C. **. **D. **.

**Câu 5:** Cho số phức  thỏa mãn . Giá trị của  là

**A. .** **B. **. **C. **. **D. **.

**Câu 6:** Tính tổng phần thực của các số phức  là nghiệm của phương trình  trên tập số phức.

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Câu 7:** Cho số phức . Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức .

**A.** . **B.** . **C.** 0. **D.** .

**Câu 8:** Cho  và số phức  thỏa mãn . Đặt ,  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức . Tính mô đun của số phức .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** 4.

**Câu 9:** Cho số phức , ,  thoả mãn . Giá trị nhỏ nhất của  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 10:** Tính môđun của số phức  thỏa mãn  và  là một số nguyên.

**A.** . **B. **. **C. **. **D. **.

**Câu 11:** Tìm số cặp thứ tự  các số thực sao cho .

**A. ** cặp. **B. ** cặp. **C. ** cặp. **D. ** cặp.

**Câu 12:** Cho biết là hai trong các số phức thỏa mãn điều kiện  và . Gọi  là số phức thỏa mãn điều kiện . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức bằng

**A. .** **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 13:** Cho hai số phức ;  thỏa mãn: . Gọi ,  lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của biểu thức . Tính .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 14:** Kí hiệu là hai nghiệm phức của phương trình, với là các số thực thuộc đoạn . Tìm giá trị lớn nhất của .

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Câu 15:** Có tất cả bao nhiêu số phức có phần thực và phần ảo đều nguyên đồng thời thỏa mãn  và 

**A.** 4029. **B.** 4028. **C.** 4031. **D.** 4030.

**Câu 16:** Cho số thực , biết rằng phương trình  có bốn nghiệm  thỏa mãn . Tổng các giá trị của  bằng

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Câu 17:** Trong mặt phẳng , tập hợp điểm biểu diễn số phức  thỏa mãn  là một đường tròn. Khi đó số phức  có điểm biểu diễn thuộc đường tròn bán kính

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Câu 18:** Cho số phức  thỏa mãn  không phải là số thực và  là số thực. Giá trị lớn nhất của biểu thức  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 19:** Có bao nhiêu số phức  thỏa mãn  và .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 20:** Cho số phức  thỏa mãn . Gọi  lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của . Tính .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 21:** Cho số phức  thỏa mãn . Tìm giá trị lớn nhất  và giá trị nhỏ nhất  của biểu thức . Khi đó  có giá trị là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 22:** Cho hai số phức  thỏa mãn đồng thời hai điều kiện sau:  (trong đó m là số thực) và sao cho là lớn nhất. Khi đó giá trị của bằng:

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Câu 23:** Tìm số cặp có thứ tự  sao cho .

**A. **. **B.** . **C.** . **D. **.

**Câu 24:** Gọi  là tổng tất cả các số thực  để phương trình  có nghiệm phức  thỏa mãn . Tính .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 25:** Cho số phức . Điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức  trên mặt phẳng tọa độ?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 26:** Cho số phức  thay đổi luôn thỏa mãn . Gọi  là đường cong tạo bởi tất cả các điểm biểu diễn số phức  khi  thay đổi. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong .

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Câu 27:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  để hàm số  đạt cực tiểu tại .

**A.** Vô số. **B. **. **C. **. **D. **.

**HƯỚNG DẪN GIÀI CHI TIẾT**

**BẢNG ĐÁP ÁN**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1.C | 2.C | 3.B | 4.D | 5.A | 6.A | 7.A | 8.A | 9.C | 10.A |
| 11.C | 12.C | 13.D | 14.C | 15.D | 16.C | 17.C | 18.B | 19.D | 20.B |
| 21.D | 22.C | 23.D | 24.D | 25.A | 26.A | 27.C |  |  |  |

**Câu1. [2D4-5.1-3]** Xét số phức  thỏa mãn  .Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức .

**A.**. **B.**. **C.**. **D.** **.**

**Lời giải**

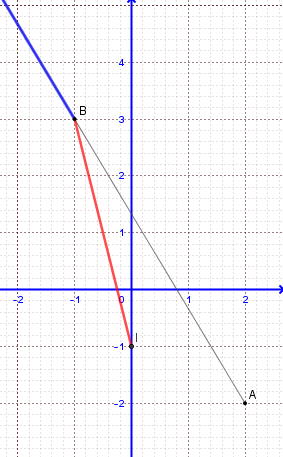
**Chọn C**



 với  là điểm biểu diễn của  ,  ,  .

 tia đối của tia  (tính cả  ).

 , với  .



Vậy .

**Ngày 23/ 3/ 2019**

**Câu2. [2D4-4.1-4]**Cho  là các số phức thỏa mãn: , , , .Gọi lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của . Tính .

**A. **. **B. **. **C.**. **D. **.

**Lời giải**

**Chọn C**

**Cách 1**

Do đề cho ,  và  là các số phức

là nghiệm của phương trình 



Mà 





Ta có 



Như vậy 

**Cách 2**

Từ giả thiết cho, ta được:



Nên 

Mà . Từ (\*) và (\*\*), ta suy ra:



Như vậy 

**Câu3. [2D4-1.2-3]** Tập hợp các điểm biểu diễn số phức  thỏa mãn điều kiện  là

**A.** Đường tròn tâm , bán kính .

**B.**Đoạn thẳng với ; .

**C.** Đường tròn tâm , bán kính .

**D.** Đường elip có hai tiêu điểm , .

**Lời giải**

**Chọn B**

Đặt ****là điểm biểu diễn số phức ; , là điểm biểu diễn lần lượt cho các số phức : , .

Có

Khi đó .

Nên  thuộc đoạn .

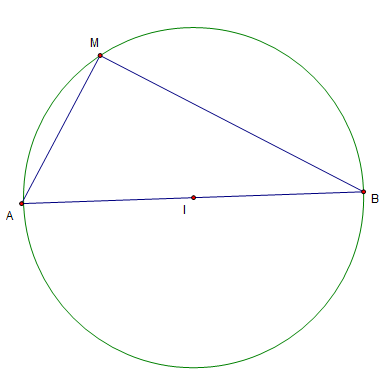
Tập hợp điểm là đoạn thẳng.

**Câu4. [2D4-5.1-3]**Cho số phức thỏa mãn . Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của .

**A. **. **B. **.

**C. **. **D.**.

**Lời giải**

**Chọn D**

Gọi là điểm biểu diễn của số phức . Khi đó, điểm  với tâm bán kính . Phương trình đường tròn là .

Ta có:, thuộc đường tròn và nên  là đường kính.

Suy ra .

Ta có: , dấu xảy ra khi .

Vậy .

Ta có: .

Suy ra , dấu xảy ra khi 

Vậy .

**Ngày 29/3/2019**

**Câu5. [2D4-2.2-2]** Cho số phức  thỏa mãn . Giá trị của  là

**A. .** **B. **. **C. **. **D. **.

**Lời giải**

**Chọn A**

Giả sử , thay vào phương trình đã cho ta được





.

**Ngày 29 / 3 / 2019**

**Câu6. [2D4-4.1-2]** Tính tổng phần thực của các số phức là nghiệm của phương trình  trên tập số phức.

**A.**. **B. **. **C. **. **D. **.

**Lời giải**

**Chọn A**

Dễ thấy  không là nghiệm của phương trình.

Chia cả 2 vế của phương trình cho  ta được:









Vậy tổng phần thực của các nghiệm là: .

**Câu7. [2D4-5.2-4]** Cho số phức . Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức .

**A.**. **B.** . **C.** 0. **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**

Gọi các điểm , , ..., .

Ta thấy , , …,  nên chúng thẳng hàng.

Gọi  là điểm biểu diễn số phức .

Ta có: 



Dấu  xảy ra  nằm ở giữa đoạn đồng thời .

Khi đó 

.

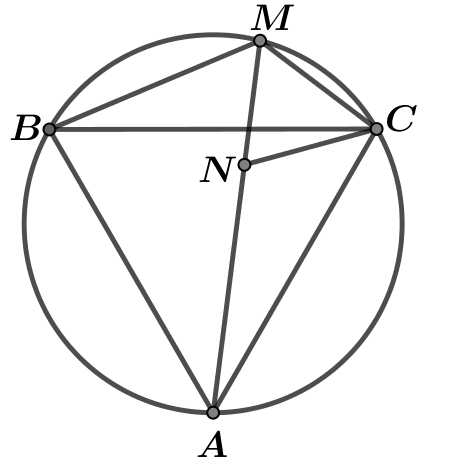
**Câu8. [2D4-5.1-4]**Cho  và số phức  thỏa mãn . Đặt ,  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức . Tính môđun của số phức .

**A.**. **B.** . **C.** . **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn A**

**Bổ đề:** Cho tam giác  đều, điểm  thuộc cung nhỏ . Chứng minh rằng .



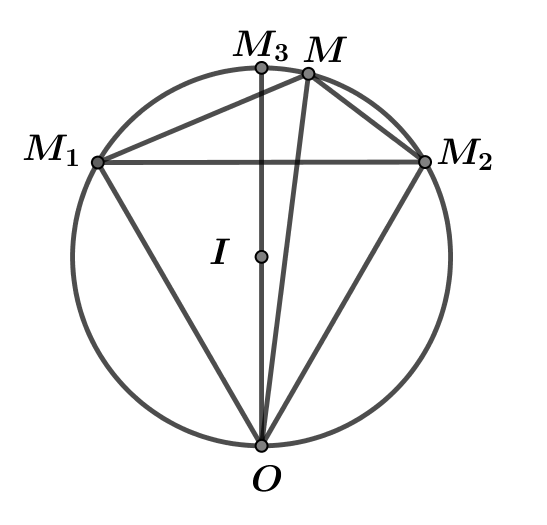
**Chứng minh:** Lấy điểm  thuộc đoạn  sao cho . Ta chứng minh .

Do  nên tam giác  đều. Suy ra .

Ta lại có , .

Từ  ta có . Vậy .

**Trở lại bài toán:**

****

Gọi  lần lượt là điểm biểu diễn của số phức 

Ta có . Do đó điểm  thuộc đường tròn  tâm ,bán kính . Ta thấy  nên .

Hơn nữa  nên  là tam giác đều. Do đó, không mất tính tổngquát, ta giả sử điểm  thuộc cung nhỏ của cung . Áp dụng Bổ đề, ta có

.

Khi đó

.

Suy ra , với  là giao điểm của  với .

Khi đó .

**Câu9. [2D4-5.1-3]** Cho số phức , ,  thoả mãn . Giá trị nhỏ nhất của  bằng

**A.** . **B.** . **C.**. **D.** .

**Lời giải**

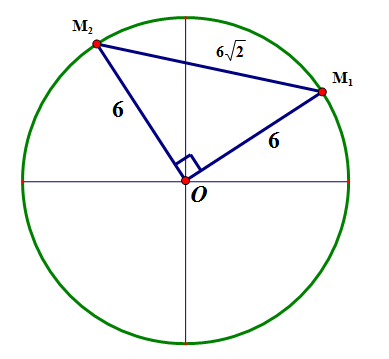
**Chọn C**

Từ  ta có ; ; .

Gọi  lần lượt là các điểm biểu diễn các số phức , , .

,  đều nằm trên đường tròn tâm  bán kính .

Do  nên .







Xét ;  theo tính chất của phép quay ta có ; .

Dấu “=” xảy ra khi các điểm , , ,  thẳng hàng

.

Ngày 28/ 3/ 2019

**Câu10. [2D4-2.3-3]** Tính môđun của số phức  thỏa mãn  và  là một số nguyên.

**A.**. **B.**. **C.**. **D.**.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có 











Do  là một số nguyên nên suy ra .

**Thử lại**: thay  vào phương trình ban đầu, ta có .

Vậy, .

**Ngày 28/03/2019**

**Câu 11. [2D4-2.3-3]** Tìm số cặp thứ tự  các số thực sao cho .

**A. ** cặp. **B. ** cặp. **C.** cặp. **D. ** cặp.

**Lời giải**

**Chọn C**

Đặt , ta có











 Với , ta có  suy ra .

 Với , ta có . Do đó, ta có

. Phương trình này có  nghiệm và nghiệm này thõa mãn .

Vậy có tất cả  cặp .

**Ngày 26/03/2019**

**Câu12. [2D4-5.1-3]**Cho biết là hai trong các số phức thỏa mãn điều kiện  và. Gọi  là số phức thỏa mãn điều kiện . Giá trị nhỏnhất của biểu thức bằng

**A..** **B.**. **C.**. **D.**.

**Lời giải**

**Chọn C**

Gọi  với .

Ta có: .

Vậy số phức  có các điểm biểu diễn là  thuộc đường thẳng .

Gọi là điểm biểu diễn cho số phức .

Có:

 với .

Vậy .

.

Dấu xảy ra khi thuộc đoạn  và .

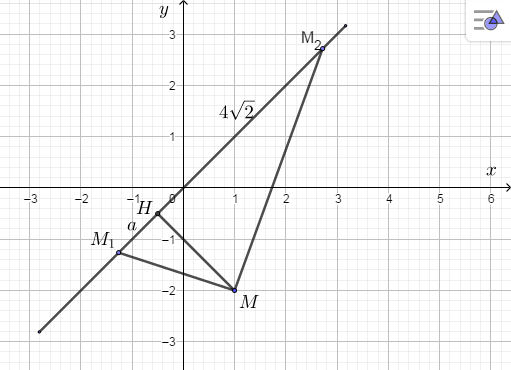
Suy ra .

 với  thuộc đường thẳng  và .

Gọi là hình chiếu của trên đường thẳng , ta có .

Không mất tính tổng quát, đặt .

TH1: nằm trong đoạn thẳng .

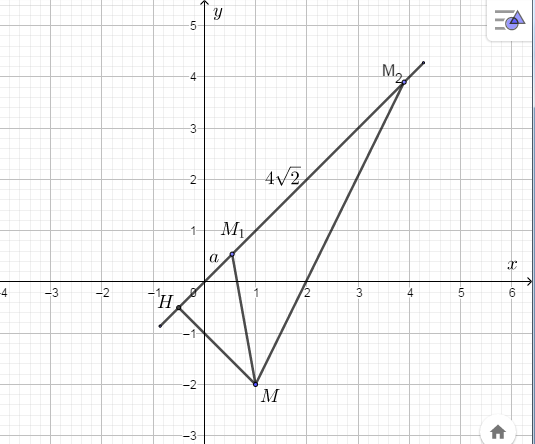


.

Đặt . Áp dụng  ta được .

Dấu  xảy ra khi và chỉ khi.

TH2: không thuộc đoạn thẳng , giả sử nằm bên trái .



.

Vì nên .

Vậy .

**Ngày 26/ 3/ 2019**

**Câu13. [2D4-5.1-4]** Cho hai số phức ;  thỏa mãn: . Gọi ,  lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của biểu thức . Tính .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.**.

**Lời giải**

**Chọn D**

Đặt.

Ta có: 

Gọi ,  là điểm biểu diễn của ,  với ,  nằm trên đoạn 

 với , .

với , .

Khi đó 

.

Đặt .



Khảo sát hàm số  trên đoạn  ta được  và  .

Vậy .

**Câu 14. [2D4-5.2-3]** Kí hiệu là hai nghiệm phức của phương trình , với là các số thực thuộc đoạn . Tìm giá trị lớn nhất của .

**A.**. **B.**. **C.**. **D.**.

**Lời giải**

**Chọn C**

Xét ,  với  .

TH1: . Khi đó  có hai nghiệm phức là hai số phức liên hợp của nhau.

Giả sử .

Ta có: .

Nên .

Suy ra  khi .

TH2: . Khi đó  có hai nghiệm thực thỏa mãn 



Suy ra .

Dấu  xảy ra khi  nên .

Kết hợp hai trường hợp ta được .

**Câu15. [2D4-5.1-4]** Có tất cả bao nhiêu số phức có phần thực và phần ảo đều nguyên đồng thời thỏa mãn  và 

**A.** 4029. **B.** 4028. **C.** 4031. **D.**4030.

**Lời giải**

**Chọn D**

Đặt .

Nhận xét: .

TH1. . Đặt , ta có:

.

Do đẳng thức xảy ra nên  và . Khi đó . Ta có

. Giải ra được . Vậy .

TH2. , khi đó  có điểm biểu diễn thuộc 2 elip:

****và ****

Ta thấy .

Suy ra .

Nếu .Do . Vậy có 2013 số nguyên thỏa mãn.

Nếu . Do . Vậy có 2015 số nguyên thoả mãn.

Từ hai trường hợp trên ta có 4030 số thỏa mãn.

**Ngày 25/3/2019**

**Câu16. [2D4-4.3-4]** Cho số thực , biết rằng phương trình  có bốn nghiệm thỏa mãn . Tổng các giá trị của  bằng

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Lời giải**

**Chọn C**

**Cách 1**

Ta có  là nghiệm của phương trình  thì  cũng là nghiệm của phương trình.

Không mất tính tổng quát giả sử . Do đó



Ta có 

Đặt  là hai nghiệm của phương trình .

.

**Cách 2**

Gọi , , ,  là 4 nghiệm của phương trình  khi đó ta có



Đặt







Ta có 



.

**Câu17. [2D4-1.2-3]** Trong mặt phẳng , tập hợp điểm biểu diễn số phức  thỏa mãn  là một đường tròn. Khi đó số phức  có điểm biểu diễn thuộc đường tròn bán kính

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Lời giải**

**Chọn C**



Suy ra: .

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức  là đường tròn tâm , bán kính .

**Cách 2:**

.

Suy ra:  hay .

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức  là đường tròn tâm , bán kính .

Ngày 1/4/2019

**Câu18. [2D4-5.1-4]** Cho số phức  thỏa mãn  không phải là số thực và  là số thực. Giá trị lớn nhất của biểu thức  là

**A.** . **B.**. **C.**. **D.**.

**Lời giải**

**Chọn B**

Gọi , và số phức  có điểm biểu diễn hình học là .



 thực nên thực

.

Vậy  thuộc đường tròn có tâm  bỏ đi điểm 

Ta có :với .

Dễ thấy  thuộc đường tròn. Do vậy độ dài  đạt giá trị lớn nhất chính bằng đường kính. Vậy .

**Ngày 06/ 12 / 2018**

**Câu19.** **[2D4-2.3-3]** Có bao nhiêu số phức  thỏa mãn  và .

**A.**. **B.** . **C.** . **D.**.

**Lời giải**

**Chọn D**

Gỉa sử.

.



.

Số các số phức cần tìm là số nghiệm của hệ  .

 có hai nghiệm phân biệt  có hai nghiệm phân biệt.

Vậy có 2 số phức thỏa mãn điều kiện đề bài.

**Câu 20. [2D4-4.1-3]** Cho số phức  thỏa mãn . Gọi  lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của . Tính .

**A.** . **B.**. **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B**

Gọi  là điểm biểu diễn số phức .

. Khi đó:

Tập hợp các điểm  là miền hình thoi  với .



, với là điểm biểu diễn số phức .

Ta có:  là đường thẳng đi qua  và vuông góc với . Gọi .

Vì  nằm giữa  và , ;  nằm giữa  và . Với mọi vị trí của  trên miền hình thoi , ta có  suy ra

.

**Câu 21. [2D4-5.1-4]** Cho số phức  thỏa mãn . Tìm giá trị lớn nhất  và giá trị nhỏ nhất của biểu thức . Khi đó  có giá trị là

**A.**. **B.** . **C.** . **D.**.

**Lời giải**

**Chọn D**

Đặt , ta có  do đó .



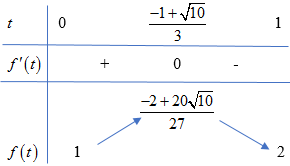


.

Đặt  với  ta được  với 

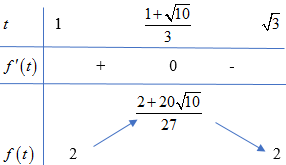
**TH1:** với  thì .





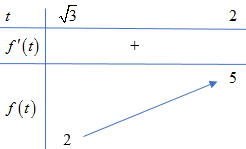
**TH2:** với  thì .





**TH3:** với  thì .





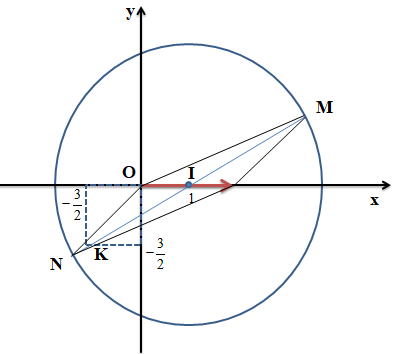
Vậy .

**Câu 22. [2D4-5.1-3]** Cho hai số phức  thỏa mãn đồng thời hai điều kiện sau:  (trong đó m là số thực) và sao cho là lớn nhất. Khi đó giá trịcủa bằng:

**A. **. **B. **. **C.**. **D. **.

**Lời giải**

**Chọn C**

****

Gọi 

Có . 



. 

Đường thẳng  luôn đi qua điển cố định 

Gọi là điểm biểu diễn của hai số phức ,

 là giao của đường tròn  có tâm bán kính và đường thẳng 

Ta có  lớn nhất khi là đường kính, tức là  đi qua hai điểm  và nhận  là trung điểm. Khi đó ta được .

**Câu 23. [2D4-4.4-3]** Tìm số cặp có thứ tự  sao cho .

**A. **. **B.**  . **C.**. **D. **.

**Lời giải**

**Chọn D**

Theo giả thiết ta có: 

Vì phương trình  có bậc là  nên phương trình có 2019 nghiệm.

Hay có 2019 cặp có thứ tự  sao cho .

**Câu 24. [2D4-4.1-3]** Gọi  là tổng tất cả các số thực  để phương trình  có nghiệm phức  thỏa mãn . Tính .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn D**

**Cách 1:** Phương trình đã cho tương đương.

Với , phương trình có các nghiệm .

Khi đó .

Với , phương trình có nghiệm  .

Khi đó .

Từ đó suy ra .

**Cách 2:** Phương trình đã cho tương đương.

Với , phương trình có các nghiệm .

Khi đó .

Với , phương trình có tất cả cách hệ số đều là số thực thì khi có hai nghiệm thức thì hai nghiệm đó là liên hợp của nhau nên .

Theo vi-ét ta có: 

Từ đó suy ra .

**Ngày 29/ 09/ 2018**

**Câu25. [2D4-1.2-2]** Cho số phức . Điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức  trên mặt phẳng tọa độ?

**A.**. **B.**. **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**ChọnA**

Ta có .

Suy ra điểm  là điểm biểu diễn số phức  trên mặt phẳng tọa độ.

**Ngày 31/ 03/ 2019**

**Câu26. [2D4-1.2-3]** Cho số phức  thay đổi luôn thỏa mãn . Gọi  là đường congtạo bởi tất cả các điểm biểu diễn số phức  khi  thay đổi. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong .

**A.**. **B.**. **C.**. **D.**.

**Lờigiải**

**ChọnA**

Ta có .

Khi đó hệ thức trở thành

.

Gọi  là điểm biểu diễn số phức  và ;  lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức  và  trên mặt phẳng tọa độ.

Vậy nên .

Vì  nên tập hợp điểm các điểm  biểu diễn số phức  thỏa mãn điều kiện  là Elip có

.

 Diện tích của Elip  là.

**Ngày 19/ 3/ 2019**

**Câu27. [2D1-2.4-4]** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  để hàm số  đạt cực tiểu tại .

**A.** Vô số. **B. **. **C.**. **D. **.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có 

Nhận xét:  là một nghiệm của phương trình .

Do đó hàm số đạt cực tiểu tại  đổi dấu từ  sang  khi đi qua nghiệm .

\* Trường hợp 1:  là nghiệm của , hay .

- Với , ta có  là nghiệm bội chẵn nên  không đổi dấu từ  sang  khi đi qua nghiệm . Vậy  không thỏa mãn.

- Với , ta có  là nghiệm bội lẻ nên  đổi dấu từ  sang  khi đi qua nghiệm . Vậy  thỏa mãn.

\* Trường hợp 2:  không là nghiệm của , hay .

Do đó  đổi dấu từ  sang  khi đi qua nghiệm 

.

Kết hợp hai trường hợp ta được .

Do  nguyên nên .