|  |  |
| --- | --- |
|  | **CHUYÊN ĐỀ**  **CHUYÊN ĐỀ TIỆM CẬN CỦA**  **ĐỒ THỊ HÀM SỐ**  **LUYỆN THI THPT QUỐC GIA NĂm 2019**  **(Sản phẩm của tập thể thầy cô Tổ 13-STRONG TEAM)** |

**CHUYÊN ĐỀ TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ**

**DẠNG 1: CÂU HỎI LÍ THUYẾT**

**Câu 1:** Cho hàm số  có  và . Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.** Đồ thị hàm số không có tiệm cận. **B.**Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng.

**C.** Đồ thị hàm số có hai tiệm cận. **D.** Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang .

**Câu 2:** Trong các phát biểu sau đây, đâu là phát biểu **đúng**?

**A.** Các đường tiệm cận không bao giờ cắt đồ thị của nó.

**B.** Nếu hàm số  có tập xác định là  thì đồ thị của nó không có tiệm cận đứng.

**C.** Đồ thị của hàm số dạng phân thức luôn có tiệm cận đứng.

**D.**Đồ thị hàm số  với  luôn có hai đường tiệm cận.

**Câu 3:** Cho hàm số  có tập xác định , liên tục trên các khoảng xác định và có , , . Phát biểu nào sau đây **sai**?

**A. ** là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số .

**B.** Đồ thị hàm số  có đường tiệm cận ngang là .

**C.** Đồ thị hàm số  có đường tiệm cận ngang là .

**D. ** là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số .

**DẠNG 2: TÌM TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ KHI BIẾT HÀM SỐ**

**Câu 4:** Tìm đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số .

**A.** ;. **B.** ;. **C.** ;. **D.**;.

**Câu 5:** Đồ thị hàm số  có tâm đối xứng là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.**.

**Câu 6:** Cho hàm số . Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số là:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 7:** Cho hàm số . Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số là:

**A.** **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 8:** Trong các hàm số sau, đồ thị hàm số nào có đường tiệm cận ngang

**A.** . **B.** . **C.**. **D.** .

**Câu 9:** Số tiệm cận của đồ thị hàm số  là

**A.**. **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 10:** Cho hàm số . Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 11:** Cho hàm số . Đồ thị hàm số có bao nhiêu đường tiệm cận.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.**

**Câu 12:** Cho hàm số . Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số (C) là

**A.** . **B.** . **C.**  và . **D.** và .

**Câu 13:** Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  là:

**A.**. **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 14:** Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số .

**A.** 0. **B.**1. **C.** 2. **D.** 3.

**Câu 15:** Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số 

**A.** 0. **B.**1. **C.** 2. **D.** 3.

**Câu 16:** Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số 

**A.** . **B.**. **C.** . **D.** .

**Câu 17:** Tìm số tiệm của đồ thị hàm số 

**A.** 0. **B.** 1. **C.**2. **D.** 3.

**Câu 18:** Đồ thị hàm số  có tất cả bao nhiêu tiệm cận.

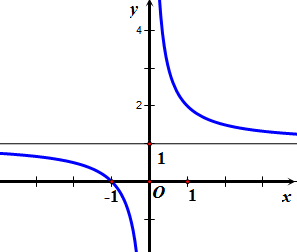
**A.** 1 **B.** 4 **C.** 3 **D.** 2

**Câu 19:** Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  là:

**A.** 0. **B.** 1. **C.**2. **D.** 3.

**DẠNG 3: TÌM TIỆM CẬN KHI BIẾT ĐỒ THỊ HAY BẢNG BIẾN THIÊN**

**Câu 20:** Cho đồ thị hàm số  như hình bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



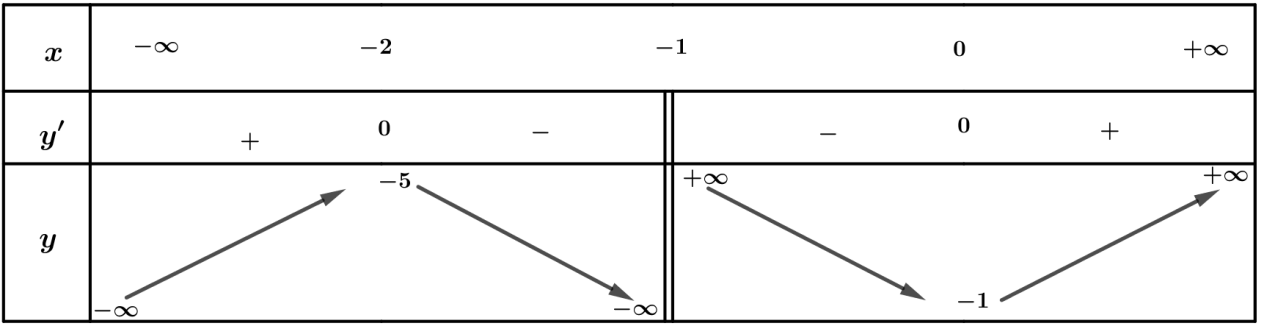
**A.**Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng , tiệm cận ngang 

**B.** Hàm số có hai cực trị

**C.** Hàm số đồng biến trong khoảng  và 

**D.** Đồ thị hàm số chỉ có một tiệm cận

**Câu 21:** Cho hàm số  có bảng biến thiên như sau



Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là

**A.**1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

**Câu 22:** Cho hàm số  xác định và liên tục trên  và có bảng biến thiên như sau:

























Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

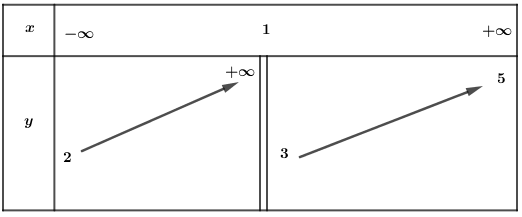
**A.**Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận ngang .

**B.** Đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận ngang .

**C.** Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận ngang  và 1 đường tiệm cận đứng .

**D.** Đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận ngang  và 1 đường tiệm cận đứng .

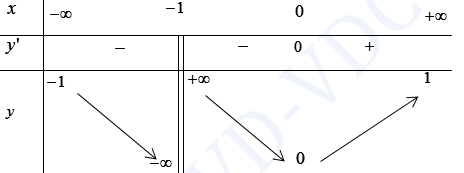
**Câu 23:** Cho hàm số  có bảng biến thiên như sau



Tổng số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

**A. ** **B. ** **C. ** **D. **

**Câu 24:** Cho hàm số  có bảng biến thiên như hình vẽ bên.



Khẳng định nào sau đây đúng?

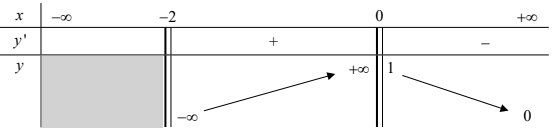
**A.**Đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

**B.** Đồ thị hàm số không có tiệm cận.

**C.** Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 1 và có giá trị nhỏ nhất bằng 0.

**D.** Hàm số nghịch biến trên các khoảng và 

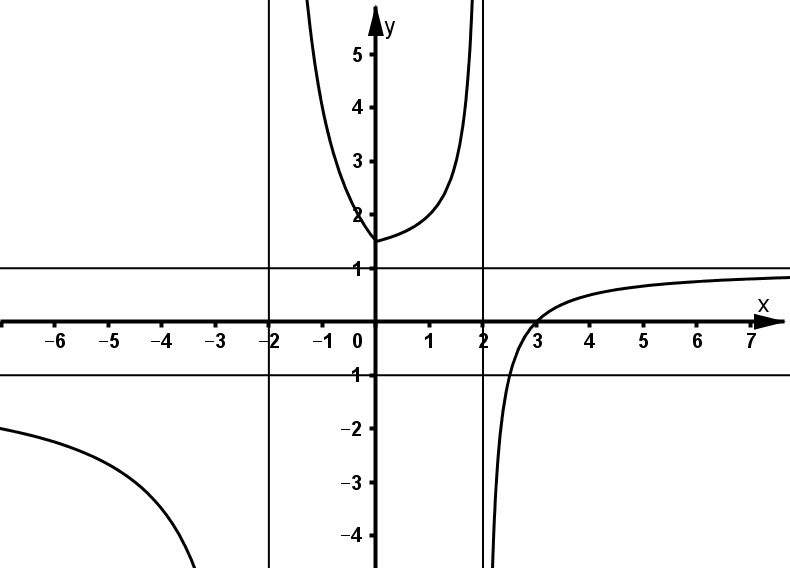
**Câu 25:** Cho hàm số có bảng biến thiên như sau:



Đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

**A.**  **B.**  **C.** **D.** 

**Câu 26:** Cho hàm số  có đồ thị như hình vẽ. Đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận.



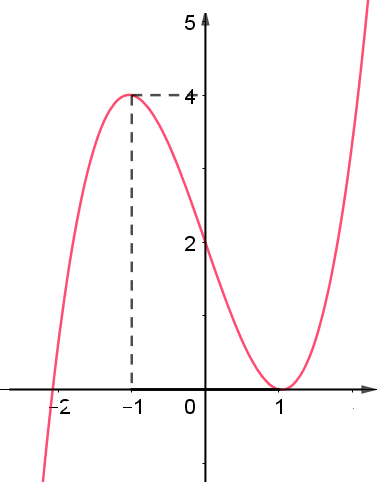
**A.**. **B. **. **C.** . **D.** .

**Câu 27:** Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ. Hỏi đồ thị hàm số  có bao nhiêu đường tiệm cận?



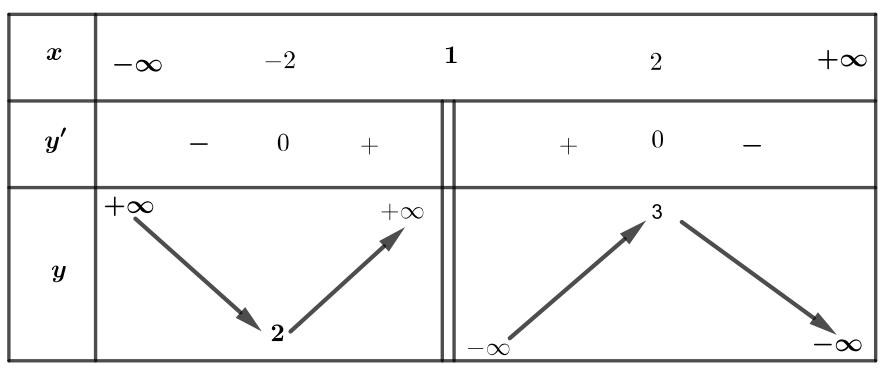
**A.** . **B.**. **C. **. **D.** .

**Câu 28:** Cho hàm số  có đạo hàm liên tục trên . Đồ thị hàm  như hình vẽ. Hỏi đồ thị hàm số  có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?



**A.**4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

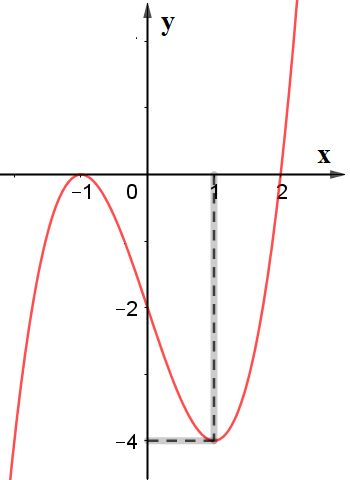
**Câu 29:** Cho hàm số  liên tục trên và có bảng biến thiên như sau



Đồ thị hàm số  có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

**A.** . **B.**. **C.** . **D.** .

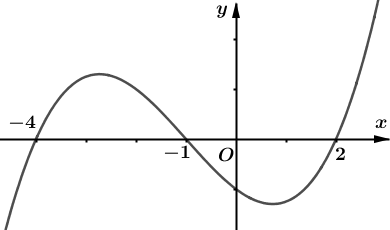
**Câu 30:** Cho hàm số ,  có đồ thị như hình dưới đây.



Hỏi đồ thị hàm số  có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

**A. **. **B.**. **C. **. **D. **.

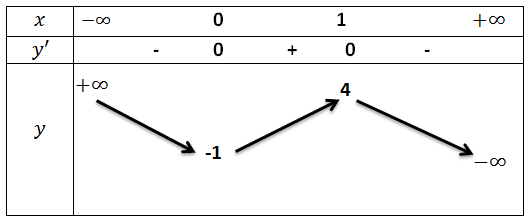
**Câu 31:** Cho hàm số  có đồ thị như hình bên dưới.



Hỏi đồ thị hàm số  có bao nhiêu đường **tiệm cận đứng**?

**A. **. **B.**. **C. **. **D. **.

**Câu 32:** Cho hàm số có bảng biến thiên như hình vẽ



Tìm số tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số 

**. 5 B. C. D.**

**DẠNG 4: TÌM TIỆM CẬN KHI HÀM SỐ CÓ THAM SỐ**

**Câu 33:** Tìm tất cả các giá trị của tham số để đồ thị hàm số  có hai đường tiệm cận đứng.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 34:** Có bao nhiêu giá trị thực của *m* để đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận đứng?

**A.** 1. **B.**2. **C.** 3. **D.** 4.

**Câu 35:** Có tất cả bao nhiêu giá trị thực của  để đồ thị hàm số  có đúng hai đường tiệm cận?

**A.**. **B. **. **C. **. **D.** Vô số.

**Câu 36:** Xác định để đồ thị hàm số  không có tiệm cận đứng.

**A.** . **B.** . **C.**. **D.** .

**Câu 37:** Tìm tất cả các giá trị của tham số để đồ thị hàm số  có hai đường tiệm cận ngang.

**A.** . **B.****.** **C.** **. D.** **.**

**Câu 38:** Tìm tất cả các giá trị của tham số để đồ thị hàm số  có hai đường tiệm cận.

**A.** . **B.** . **C.**. **D.** .

**Câu 39:** Gọi  là tập hợptất cả các giá trị thực của tham số  để đồ thị hàm số  có 3 tiệm cận. Tìm số phần tử của .

**A.** Vô số. **B. **. **C. **. **D.**.

**Câu 40:** Tìm tất cả các giá trị của tham số  để đồ thị hàm số  có đúng bốn đường tiệm cận.

**A.**. **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 41:** Tính tổng bình phương tất cả các giá trị của  để đồ thị hàm số  có tiệm cận ngang.

**A.**. **B. **. **C. **. **D. **.

**Câu 42:** Tìm biểu thức liên hệ giữa và  để đồ thị hàm số  có đường tiệm cận ngang.

**A.**  **B.**  **C.** . **D.**.

**Câu 43:** Biết đồ thị hàm số  không có tiệm cận đứng. Khi đó  bằng:

**A.**. **B. **. **C. **. **D. **.

**Câu 44:** Tìm tập hợp các giá trị *m* để đồ thị hàm số  có đúng hai đường tiệm cận.

**A.**. **B.** .

**C.** . **D.**

**Câu 45:** Tìm tập hợp các giá trị của tham số  để đồ thị hàm số  có đúng 3 đường tiệm cận.

**A.**. **B.**  **C.** . **D.** .

**DẠNG 5: BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN TIỆM CẬN**

**Câu 46:** Cho hàm số  có đồ thị . Số điểm thuộc đồ thị  cách đều hai tiệm cận của đồ thị  là

**A.**. **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 47:** Hai tiệm cận của đồ thị hàm số  cắt hai trục tọa độ tại các điểm . Bán kính  của đường tròn ngoại tiếp tam giác  là

**A.** . **B.** . **C.**. **D.** .

**Câu 48:** Khoảng cách giữa hai tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  bằng

**A.** . **B.** . **C.**. **D.** .

**Câu 49:** Cho hàm số  có đồ thị . Gọi  là giao điểm hai đường tiệm cận của . Tiếp tuyến của  cắt hai đường tiệm cận của  tại hai điểm , . Giá trị nhỏ nhất của chu vi đường tròn ngoại tiếp tam giác  bằng

**A.**. **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 50:** Cho hàm số  có đồ thị là , là điểm thuộc  sao cho tiếp tuyến của  tại cắt hai đường tiệm cận của  tại hai điểm ,  thỏa mãn . Gọi  là tổng các hoành độ của tất cả các điểm thỏa mãn bài toán. Tìm giá trị của .

**A.** . **B.** . **C.**. **D.** .

**Câu 51:** Cho hàm số  có đồ thị , gọi  là tiếp tuyến với  tại điểm có hoành độ bằng . Biết đường thẳng  cắt tiệm cận đứng của  tại điểm  và cắt tiệm cận ngang của  tại điểm . Gọi  là tập hợp các số  sao cho . Tính tổng bình phương các phần tử của .

**A.** . **B.** . **C.**. **D.** .

**Câu 52:** Cho hàm số  có đồ thị . Điểm có hoành độ dương nằm trên  sao cho khoảng cách từ  đến tiệm cận đứng gấp hai lần khoảng cách từ  đến tiệm cận ngang của . Khoảng cách từ  đến tâm đối xứng của  bằng

**A.** . **B.**. **C.** 4 **D.** 5

**Câu 53:** Cho hàm số  có đồ thị . Tìm tọa độ điểm *M* có hoành độ dương thuộc  sao cho tổng khoảng cách từ *M* đến hai đường tiệm cận nhỏ nhất.

**A.** . **B.** . **C.**. **D.** .

**Câu 54:** Cho hàm số  có đồ thị . Gọi  là khoảng cách từ giao điểm hai tiệm cận của đồ thị  đến một tiếp tuyến của . Giá trị lớn nhất của  có thể đạt được là

**A.** . **B.**. **C.** . **D.** .

**Câu 55:** Cho hàm số , gọi  là tâm đối xứng của đồ thị  và  là một điểm thuộc đồ thị. Tiếp tuyến của đồ thị  tại điểm  cắt hai tiệm cận của đồ thị  lần lượt tại hai điểm  và . Để tam giác  có bán kính đường tròn nội tiếp lớn nhất thì tổng  bằng bao nhiêu?

**A.** . **B.**. **C.** . **D.** .

**Câu 56:** Cho hàm số  có đồ thị . Biết đồ thị  có hai điểm  thỏa mãn tổng khoảng cách từ  hoặc  đến hai đường tiệm cận là nhỏ nhất. Khi đó  có giá trị bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.**.

**Câu 57:** Cho hàm số  có đồ thị là ,  là giao điểm các đường tiệm cận của . Gọi  là điểm thuộc  sao cho tiếp tuyến của  tại  cắt hai đường tiệm cận tại  và  thỏa mãn chu vi tam giác  là nhỏ nhất. Khi đó có mấy điểm thỏa mãn yêu cầu bài toán?

**A.** . **B.** . **C.****.** **D.** .

**BẢNG ĐÁP ÁN**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1.B | 2.D | 3.B | 4.D | 5.D | 6.C | 7.A | 8.C | 9.A | 10.D |
| 11.D | 12.D | 13.A | 14.B | 15.B | 16.B | 17.C | 18.D | 19.C | 20.A |
| 21.A | 22.A | 23.C | 24.A | 25.C | 26.A | 27.B | 28.A | 29.B | 30.B |
| 31.D | 32.C | 33.A | 34.B | 35.A | 36.C | 37.B | 38.C | 39.D | 40.A |
| 41.A | 42.D | 43.A | 44.A | 45.A | 46.A | 47.C | 48.C | 49.A | 50.C |
| 51.C | 52.B | 53.C | 54.B | 55.B | 56.D | 57.C |  |  |  |

**HƯỚNG DẪN GIẢI CHUYÊN ĐỀ TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ**

**DẠNG 1: CÂU HỎI LÍ THUYẾT**

1. Cho hàm số  có  và . Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.** Đồ thị hàm số không có tiệm cận. **B.** Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng.

**C.** Đồ thị hàm số có hai tiệm cận. **D.** Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang .

**Lời giải**

**Chọn B**

Vì  nên đồ thi hàm số có tiệm cận đứng.

1. Trong các phát biểu sau đây, đâu là phát biểu **đúng**?

**A.** Các đường tiệm cận không bao giờ cắt đồ thị của nó.

**B.** Nếu hàm số  có tập xác định là  thì đồ thị của nó không có tiệm cận đứng.

**C.** Đồ thị của hàm số dạng phân thức luôn có tiệm cận đứng.

**D.** Đồ thị hàm số  với  luôn có hai đường tiệm cận.

**Lời giải**

**ChọnD**

Vì điều kiện  nên hàm không suy biến nên đồ thị hàm số  với  luôn có hai đường tiệm cận.

1. Cho hàm số  có tập xác định , liên tục trên các khoảng xác định và có , , . Phát biểu nào sau đây **sai**?

**A. ** là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số .

**B.** Đồ thị hàm số  có đường tiệm cận ngang là .

**C.** Đồ thị hàm số  có đường tiệm cận ngang là .

**D. ** là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số .

**Lời giải**

***Tác giả: Nguyễn Tấn Kiệt; Fb: Kiệt Nguyễn***

**Chọn B**

Cơ sở lý thuyết:

Tiệm cận đứng:  là đường tiện cận đứng của đồ thị hàm số  khi một trong bốn điều kiện sau xảy ra , , , .

Tiệm cận ngang:  là đường tiện cận ngang của đồ thị hàm số  khi một trong hai điều kiện sau xảy ra , .

**DẠNG 2: TÌM TIỆM CẬN KHI BIẾT HÀM SỐ**

1. Tìm đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số .

**A.** ;. **B.** ;. **C.** ;. **D.** ;.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  là đường tiệm cận ngang.

Và là đường tiệm cận đứng.

1. Đồ thị hàm số  có tâm đối xứng là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  nên đường thẳng  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Lại có  nên đường thẳng  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Giao điểm của hai đường tiệm cận là tâm đối xứng của đồ thị. Do đó .

***Tác giả: Hoàng Văn Lưu; Fb: Hoàng Lưu***

***thsphanmanhtruong@gmail.com***

1. Cho hàm số . Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số là:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

***Tác giả: Phan Mạnh Trường; Fb:Phan Mạnh Trường***

**Chọn C**

Xét phương trình , hai nghiệm này đều không là nghiệm của tử số nên đây là hai đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Mặt khác: , nên đường  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận.

1. Cho hàm số . Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số là:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

***Tác giả: Phan Mạnh Trường; Fb:Phan Mạnh Trường***

**Chọn D**

Ta có . Từ đó đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận.

1. Trong các hàm số sau, đồ thị hàm số nào có đường tiệm cận ngang

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

***Tác giả:Võ Văn Trung; Fb: Van Trung***

**Chọn C**

Hàm số , là hàm đa thức nên không có tiệm cận ngang.

Hàm số  là hàm có bậc tử lớn hơn bậc mẫu nên không có tiệm cận ngang.

Hàm số  là hàm có tiệm cận ngang 

1. Số tiệm cận của đồ thị hàm số  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

***Tác giả:Võ Văn Trung; Fb: Van Trung***

**Chọn A**

Hàm số  là hàm đa thức nên không có tiệm cận.

1. Cho hàm số . Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

***Tác giả: Phan Mạnh Trường; Fb:Phan Mạnh Trường***

**Chọn D**

Xét phương trình , hai nghiệm này đều không là nghiệm của tử số nên đây là hai đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Ta thấy  không thuộc miền xác định của hàm số. Do đó đồ thị hàm số chỉ có 1 đường tiệm cận .

1. Cho hàm số . Đồ thị hàm số có bao nhiêu đường tiệm cận.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

***Tác giả: Phan Mạnh Trường; Fb:Phan Mạnh Trường***

**Chọn D**

Ta có: .

Khi đó ta thấy  là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Mặt khác: , nên đồ thị hàm số nhận  làm tiệm cận ngang.

Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận.

1. Cho hàm số . Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số (C) là

**A.** . **B.** . **C.**  và . **D.**  và .

**Lời giải**

***Tác giả:Võ Văn Trung; Fb: Van Trung***

**Chọn D**



Suy ra đường thẳng  là tiệm cận ngang của đồ thị (C).



Suy ra đường thẳng  là tiệm cận ngang của đồ thị (C).

[**tongangoquyen@gmail.com**](mailto:tongangoquyen@gmail.com)

1. Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**.

***Tác giả: Trần Văn Hiếu; Fb: Hieu Tran****.*

**Chọn A**

Điều kiện: .

Ta có ; .

Suy ra đường thẳng  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm

**Nguyenduymanh2@gmail.com**

1. Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số .

**A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

**Lời giải**

***Tác giả: Nguyễn Duy Mạnh; Fb: Nguyễn Mạnh Toán***

**Chọn B**

Tập xác định 

Ta có  nên đồ thị không có tiệm cận ngang.

Ta có 

 nên đồ thị có tiệm cận đứng .

1. Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số 

**A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

**Lời giải**

***Tác giả: Nguyễn Duy Mạnh; Fb: Nguyễn Mạnh Toán***

**Chọn B**

Tập xác định 

Ta có .

.

Đồ thị có tiệm cận ngang .

1. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số 

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B**

Tập xác định 

Ta có 

Và .

Vậy đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là đường thẳng 

***nguyennhuhunggh@gmail.com***

1. Tìm số tiệm của đồ thị hàm số 

**A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

**Lời giải**

***Tác giả: Nguyễn Như Hưng; Fb: Nguyen Hung***

**Chọn C**

Điều kiện xác định của hàm số là 

Ta có 



Do



nên **không phải**là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Do  nên là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Mặt khác  nên  là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có hai tiệm cận.

1. Đồ thị hàm số  có tất cả bao nhiêu tiệm cận.

**A.** 1 **B.** 4 **C.** 3 **D.** 2

**Lời giải**

***Tác giả: Nguyễn Như Hưng; Fb: Nguyen Hung***

**Chọn D**

Ta có:

.

 không tồn tại (do tập xác định của hàm số .

Vậy đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang là đường thẳng .

- Xét phương trình: :

Điều kiện xác định: .

.

Ta thấy với  thì , do vậy đồ thị hàm số đã cho có 1 tiệm cận đứng là đường thẳng .

1. Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  là:

**A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

**Lời giải**

***Tác giả: Nguyễn Duy Tân; Fb: Nguyễn Duy Tân***

**Chọn C**

Ta có tập xác định của hàm số: .

Ta có:

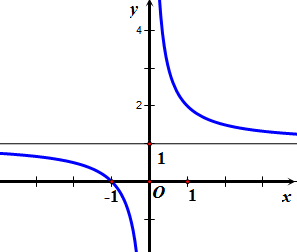
• đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

• đồ thị hàm số nhận  làm tiệm cận đứng.

• đồ thị hàm số nhận  làm tiệm cận đứng.

**DẠNG 3: TÌM TIỆM CẬN KHI BIẾT BBT HAY ĐỒ THỊ HÀM SỐ**

1. Cho đồ thị hàm số  như hình bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



**A.** Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng , tiệm cận ngang 

**B.** Hàm số có hai cực trị

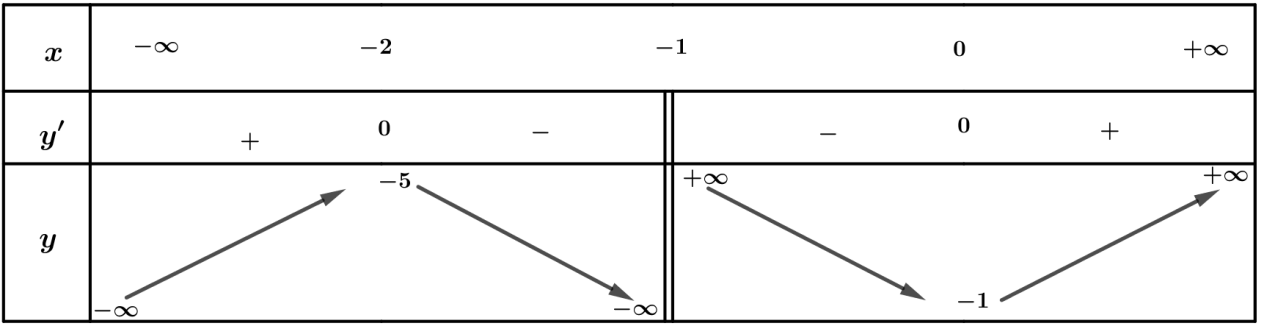
**C.** Hàm số đồng biến trong khoảng  và 

**D.** Đồ thị hàm số chỉ có một tiệm cận

**Lời giải**

**ChọnA**

1. Cho hàm số  có bảng biến thiên như sau



Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

**Lời giải**

***Tác giả: Lieutuan; Fb:Lieutuan nguyen***

**Chọn A**

Từ BBT ta thấy

 vànên đường thẳng  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số 

và nên đồ thị hàm số không có đường tiệm cận ngang.

Vậy hàm số có 1 đường tiệm cận đứng 

***Anhltk85@gmail.com***

1. Cho hàm số  xác định và liên tục trên  và có bảng biến thiên như sau:

























Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

**A.** Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận ngang .

**B.** Đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận ngang .

**C.** Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận ngang  và 1 đường tiệm cận đứng .

**D.** Đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận ngang  và 1 đường tiệm cận đứng .

**Lời giải**

***Tác giả: Nguyễn Ngọc Ánh; Fb: Ngoc Anh Nguyen***

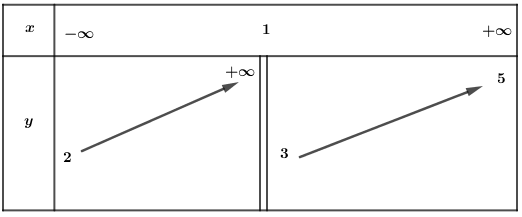
**Chọn A**

Từ bảng biến thiên ta có:

nên đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

, là tiệm cận ngang.

1. Cho hàm số  có bảng biến thiên như sau



Tổng số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

**A. ** **B. ** **C. ** **D. **

**Lời giải**

**ChọnC**

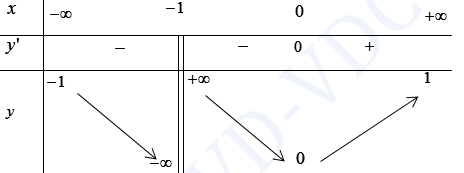
Từ bảng biến thiên ta có:

 nên đường thẳng  là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

 nên đường thẳng  và  là các đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

Tổng số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là 3

1. Cho hàm số  có bảng biến thiên như hình vẽ bên.



Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** Đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

**B.** Đồ thị hàm số không có tiệm cận.

**C.** Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 1 và có giá trị nhỏ nhất bằng 0.

**D.** Hàm số nghịch biến trên các khoảng và 

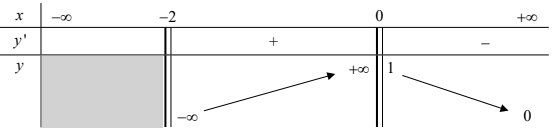
**Lời giải**

**ChọnA**

Vì  nên đồ thị hàm số có 2 tiệm cận ngang là *y* = 1, *y* = -1.

Do nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng *x* = -1. Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

1. Cho hàm số có bảng biến thiên như sau:



Đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

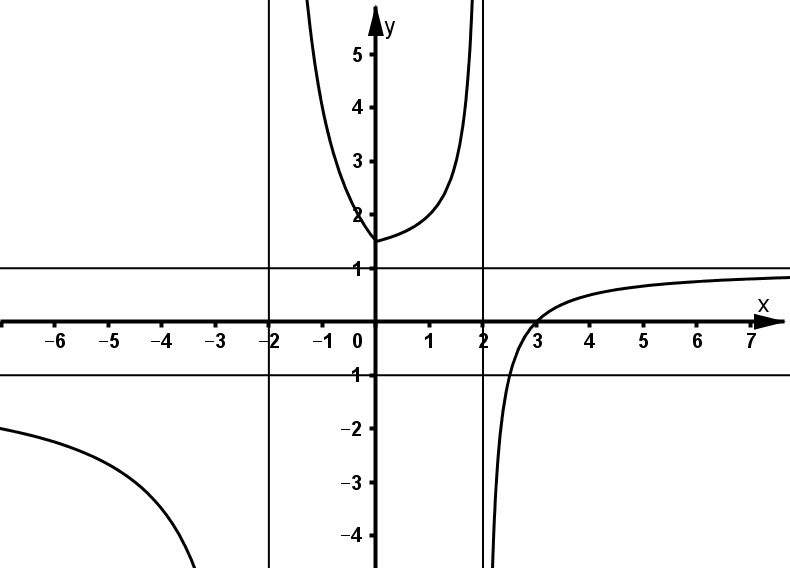
**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**ChọnC**

Vì  nên đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận

1. Cho hàm số  có đồ thị như hình vẽ. Đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận.



**A.** . **B. **. **C.** . **D.** .

**Lời giải**

***Tác giả: Nguyễn Thị Hoan; Fb: Hoan Nguyễn.***

**Chọn A**

Từ đồ thị hàm số ta thấy:

Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là , hai tiệm cận đứng là .

Vậy đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận.

1. Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ. Hỏi đồ thị hàm số  có bao nhiêu đường tiệm cận?



**A.** . **B.** . **C. **. **D.** .

**Lời giải**

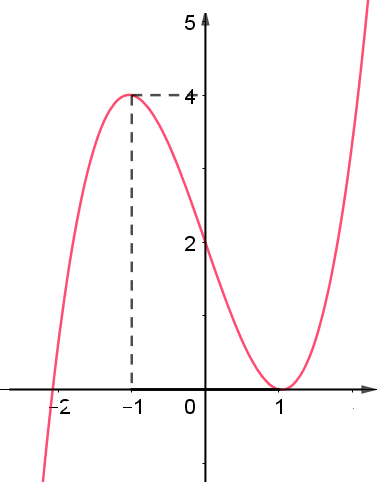
**Chọn B**

Ta có  là hàm phân thức hữu tỷ với bậc của tử nhỏ hơn bậc cảu mẫu nên , do đó đồ thị hàm số  có đúng một tiệm cận ngang.

Mỗi phương trình  và  đều có  nghiệm phân biệt khác  nên đồ thị hàm số  có đúng  tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số  có  đường tiệm cận.

1. Cho hàm số  có đạo hàm liên tục trên . Đồ thị hàm  như hình vẽ. Hỏi đồ thị hàm số  có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?



**A.** 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn A**

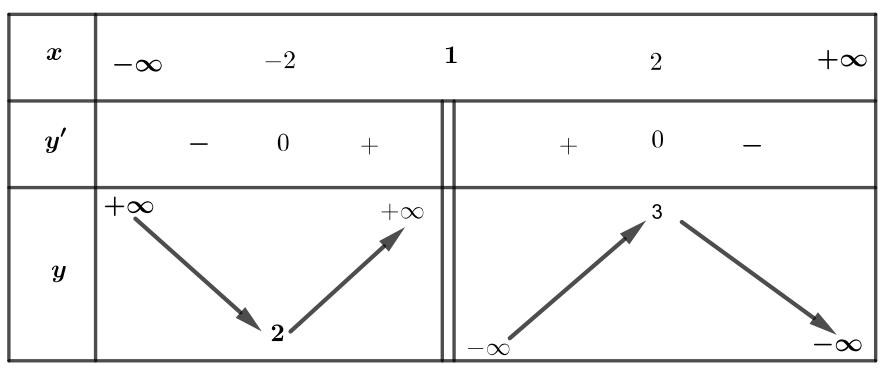
Xét .

Xét  có 2 nghiệm  và  là nghiệm bội (do đồ thị tiếp xúc với trục hoành tại . Trường hợp này có 2 tiệm cận đứng.

Xét  có 2 nghiệm  và  là nghiệm bội (do đồ thị tiếp xúc với đường thẳng  tại . Trường hợp này có 2 tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị có 4 tiệm cận đứng.

1. Cho hàm số  liên tục trên và có bảng biến thiên như sau



Đồ thị hàm số  có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

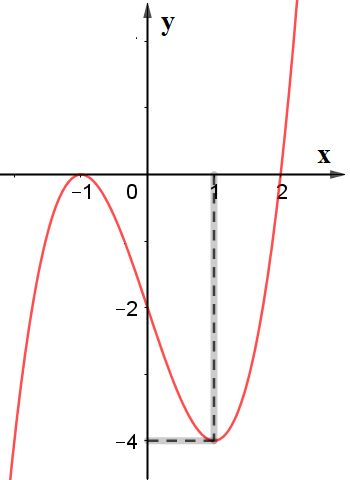
**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B**

Dựa vào BBT, phương trình  có  nghiệm phân biệt thuộc các khoảng , , ,  nên đồ thị hàm số  có  đường tiệm cận đứng.

1. Cho hàm số ,  có đồ thị như hình dưới đây.



Hỏi đồ thị hàm số  có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Lời giải**

**Chọn B**

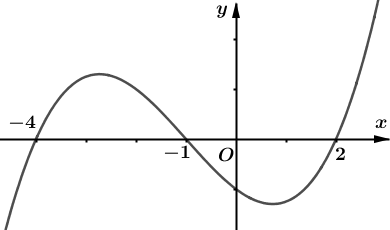
Điều kiện xác định: .

Ta có và .

Vậy đồ thị hàm số  có một đường tiệm cận đứng là: .

*minhhaitrancan1984@gmail.com*

1. Cho hàm số  có đồ thị như hình bên dưới.



Hỏi đồ thị hàm số  có bao nhiêu đường **tiệm cận đứng**?

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **A.** | **B.** | **C.** | **D.** |

**Lời giải:**

***Tác giả: Hà Hải;Fb: Hải Hà Minh***

**ChọnD**

đk: .

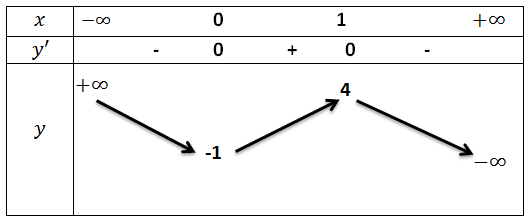
Từ đồ thị ta thấy  khi ,  và .

Khi đó có 3 nghiệm.

Do đó đồ thị hàm số  có 3 đường tiệm cận đứng.

[***Hoangchien.1368@gmail.com***](mailto:Hoangchien.1368@gmail.com)

Cho hàm số có bảng biến thiên như hình vẽ



Tìm số tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số 

**. 5 B. C. D.**

Lời giải

**Chọn C**

Ta có 

Hàm số có một tiệm cận ngang

Ta có 

Khi suy ra

Khi 

Hàm số có 6 tiệm cận đứng

Kết luận hàm số có 7 tiệm cận

**DẠNG 4: TÌM TIỆM CẬN KHI HÀM SỐ CÓ THAM SỐ**

**Quynh12061996@gmail.com**

1. Tìm tất cả các giá trị của tham số để đồ thị hàm số  có hai đường tiệm cận đứng.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

***Tác giả: Nguyễn Thị Quỳnh; Fb: Quỳnh Nguyễn***

**Chọn A**

Để đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng khi và chỉ khi phương trình:  có hai nghiệm khác .

.

1. Có bao nhiêu giá trị thực của *m* để đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận đứng?

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn B**

Đặt **.**

Để đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận đứng khi và chỉ khi phương trình  có một nghiệm kép bằng  hoặc có hai nghiệm phân biệt và một nghiệm bằng .

Suy ra .

1. Có tất cả bao nhiêu giá trị thực của  để đồ thị hàm số  có đúng hai đường tiệm cận?

**A. **. **B. **. **C. **. **D.** Vô số.

**Lời giải**

***Tác giả: Trần Tố Nga; Fb: Trần Tố Nga***

**Chọn A**

TH1: 

 Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận là  và .

 thỏa mãn.

TH2: . Xét mẫu có .

\*Nếu  thì mẫu có nghiệm kép  nên đồ thị có tiệm cận đứng , tiệm cận ngang  thỏa mãn.

\*Nếu  thì mẫu luôn có hai nghiệm phân biệt. Vậy đồ thị có hai tiệm cận khi và chỉ khi mẫu có một nghiệm bằng  (do đồ thị luôn có tiệm cận ngang )

Do vậy  (thỏa mãn điều kiện)

Vậy có 3 giá trị  cần tìm.

**loc1982nt@gmail.com**

1. Xác định để đồ thị hàm số  không có tiệm cận đứng.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**.

***Tác giả: Trần Văn Hiếu; Fb: Hieu Tran****.*

**Chọn C**

Đồ thị hàm số  không có tiệm cận đứng

 phương trình  có nghiệm 

.

1. Tìm tất cả các giá trị của tham số để đồ thị hàm số  có hai đường tiệm cận ngang.

**A.** . **B.** **.** **C.** **. D.** **.**

**Lời giải**

**Chọn B**

+ Nếu  thì hàm số trở thành hàm số bậc nhất nên không có tiệm cận.

+ Nếu  thì mẫu số dương và tập xác định của hàm số là .

Ta có .

Khi đó với  thì đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang .

+ Nếu  hàm số có tập xác định là  nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang mà chỉ có hai tiệm cận đứng là .

Vậy  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

1. Tìm tất cả các giá trị của tham số để đồ thị hàm số  có hai đường tiệm cận.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C**

ĐK: **.**

Nhận thấy hàm số có bậc tử nhỏ hơn bậc mẫu nên đồ thị hàm số luôn có một tiệm cận ngang . Do đó, để đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận thì phương trình  có một nghiệm thỏa mãn . Suy ra .

1. Gọi  là tập hợptất cả các giá trị thực của tham số  để đồ thị hàm số  có 3 tiệm cận. Tìm số phần tử của .

**A.** Vô số. **B. **. **C. **. **D. **.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có:  và 

Do đó, đồ thị hàm số luôn có 2 tiệm cận ngang là ; .

Để đồ thị hàm số có 3 tiệm cận thì chỉ cần có thêm 1 tiệm cận đứng.

**Trường hợp 1:** có nghiệm kép khác , nên .

**Trường hợp 2:**  có 2 nghiệm phân biệt, trong đó có 1 nghiệm , nghiệm Vì****

Suy ra .

Vậy có 2 giá trị của  thỏa ycbt.

1. Tìm tất cả các giá trị của tham số  để đồ thị hàm số  có đúng bốn đường tiệm cận.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**

+ Với  thì  suy ra đồ thị hàm số không có tiệm cận.

+ Với ta có .

Suy ra đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang .

Do đó, để đồ thị hàm số có bốn đường tiệm cận khi phương trình  có hai nghiệm khác 0. Suy ra .

1. Tính tổng bình phương tất cả các giá trị của  để đồ thị hàm số  có tiệm cận ngang.

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Lời giải**

***Tác giả: Trần Tố Nga; Fb: Trần Tố Nga***

**Chọn A**

Có 



Vậy đồ thị hàm số có tiệm cận ngang khi 

(do  hữu hạn)

Có 



Vậy đồ thị hàm số có tiệm cận ngang khi 

(do  hữu hạn)

Vậy tổng bình phương tất cả các giá trị của  thỏa mãn bằng .

1. Tìm biểu thức liên hệ giữa và  để đồ thị hàm số  có đường tiệm cận ngang.

**A.**  **B.**  **C.** . **D.** .

**Lời giải**

***Tác giả: Nguyễn Trọng Nghĩa; Fb: Nghĩa Nguyễn***

**ChọnD**

Đồ thị hàm số  có đường tiệm cận ngang  Hàm số xác định trên một trong các miền hoặc 

TH1:  đồ thị hàm số không tiệm cận ngang.

TH2: 

Khi , đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Khi , đồ thị hàm số có tiệm cận ngang khi và chỉ khi 

KL: 

1. Biết đồ thị hàm số  không có tiệm cận đứng. Khi đó  bằng:

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Lời giải**

***Tác giả: Trần Tố Nga; Fb: Trần Tố Nga***

**Chọn A**

Đồ thị hàm số  không có tiệm cận đứng

 có nghiệm kép .



[***ntnghia.c3hq@yenbai.edu.vn***](mailto:ntnghia.c3hq@yenbai.edu.vn)

1. Tìm tập hợp các giá trị *m* để đồ thị hàm số  có đúng hai đường tiệm cận.

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.**

**Lời giải**

***Tác giả: Nguyễn Trọng Nghĩa; Fb: Nghĩa Nguyễn***

**ChọnA**

 Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.



Do đó đồ thị hàm số  có đúng hai đường tiệm cận Phương trình có đúng hai nghiệm phân biệt thuộc đoạn 

Ta có: 

Đặt  với .



Bảng biến thiên của hàm số  trên đoạn 



Từ bảng biến thiên ta có phương trình có đúng hai nghiệm phân biệt thuộc đoạn khi .

1. Tìm tập hợp các giá trị của tham số  để đồ thị hàm số  có đúng 3 đường tiệm cận.

**A.** . **B.**  **C.** . **D.** .

**Lời giải**

***Tác giả: Nguyễn Trọng Nghĩa; Fb: Nghĩa Nguyễn***

**ChọnA**

Ta có 

TH1: Nếu  thì đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang. Do đó đồ thị hàm số không thể có ba đường tiệm cận.

TH2: Nếu  thì đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang 

Do đó đồ thị hàm số có đúng ba đường tiệm cận  có hai nghiệm phân biệt thuộc nửa khoảng 



Vậy 

**DẠNG 5: BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN TIỆM CẬN**

1. Cho hàm số  có đồ thị . Số điểm thuộc đồ thị  cách đều hai tiệm cận của đồ thị  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

***Tác giả:Vũ Thị Thuần; Fb:Xu Xu***

**Chọn A**

Đồ thị có đường tiệm cận đứng  , đường tiệm cận ngang .

Gọi  với  cách đều hai đường tiệm cận.Ta có



Cả hai giá trị này đều thỏa mãn đề bài. Vậy có 2 điểm thỏa mãn đề bài.

1. Hai tiệm cận của đồ thị hàm số  cắt hai trục tọa độ tại các điểm . Bán kính  của đường tròn ngoại tiếp tam giác  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

***Tác giả:Vũ Thị Thuần; Fb:Xu Xu***

**Chọn C**

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng , đường tiệm cận ngang .

Do đó tọa độ các điểm là .

Tam giác  vuông tại  nên bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác  là .

1. Khoảng cách giữa hai tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

***Tác giả:Vũ Thị Thuần; Fb:Xu Xu***

**Chọn C**

Đồ thị hàm số  có tiệm cận đứng  và .

Khoảng cách giữa hai đường thẳng  và  bằng .

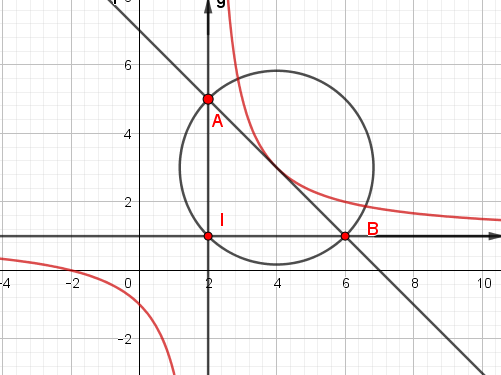
Vậy khoảng cách giữa hai tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  bằng .

1. Cho hàm số  có đồ thị . Gọi  là giao điểm hai đường tiệm cận của . Tiếp tuyến của  cắt hai đường tiệm cận của  tại hai điểm , . Giá trị nhỏ nhất của chu vi đường tròn ngoại tiếp tam giác  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**ChọnA**



Tập xác định: ; .

Tiệm cận đứng là đường thẳng ;tiệm cận ngang là đường thẳng , suy ra .

Phương trình tiếp tuyến  của  có dạng .

Tiếp tuyến  của  cắt hai đường tiệm cận của  tại hai điểm ,  nên , .

Do tam giác  vuông tại  nên bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác là .

Chu vi đường tròn ngoại tiếp tam giác  là .

Chu vi bé nhất khi  nhỏ nhất

Ta có 

Suy ra 

Vậy .

1. Cho hàm số  có đồ thị là , là điểm thuộc  sao cho tiếp tuyến của  tại cắt hai đường tiệm cận của  tại hai điểm ,  thỏa mãn . Gọi  là tổng các hoành độ của tất cả các điểm thỏa mãn bài toán. Tìm giá trị của .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

***Tác giả: Nguyễn Văn Rin; Fb: Nguyễn Văn Rin***

**ChọnC**

Ta có .

Đồ thị  có hai đường tiệm cận là  và .

Gọi .

Phương trình tiếp tuyến  của  tại  là.

 cắt hai đường tiệm cận tại các điểm  và .

Theo giả thiết 

.

Vậy .

1. Cho hàm số  có đồ thị , gọi  là tiếp tuyến với  tại điểm có hoành độ bằng . Biết đường thẳng  cắt tiệm cận đứng của  tại điểm  và cắt tiệm cận ngang của  tại điểm . Gọi  là tập hợp các số  sao cho . Tính tổng bình phương các phần tử của .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

***Tác giả: Nguyễn Văn Rin; Fb: Nguyễn Văn Rin***

**ChọnC**

Ta có .

Với : .

Phương trình tiếp tuyến  của : .

Đồ thị  có tiệm cận ngang  và tiệm cận đứng .

Tọa độ điểm  là nghiệm của hệ:  nên .

Tọa độ điểm  là nghiệm của hệ:  nên .

Suy ra .

Vậy tổng bình phương các phần tử của  là .

vietanhhda1983@gmail.com

1. Cho hàm số  có đồ thị . Điểm có hoành độ dương nằm trên  sao cho khoảng cách từ  đến tiệm cận đứng gấp hai lần khoảng cách từ  đến tiệm cận ngang của . Khoảng cách từ  đến tâm đối xứng của  bằng

**A.** . **B.** . **C.** 4 **D.** 5

**Lời giải**

***Tác giả: Viết Ánh; Fb: Viết Ánh***

**Chọn B**

Giả sử .

Đồ thị  có tiệm cận đứng  và tiệm cận ngang .

Đồ thị  có tâm đối xứng .

Ta có 



Kết hợp điều kiện ta có 

Với .

1. Cho hàm số  có đồ thị . Tìm tọa độ điểm *M* có hoành độ dương thuộc  sao cho tổng khoảng cách từ *M* đến hai đường tiệm cận nhỏ nhất.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

***Tác giả: Viết Ánh; Fb: Viết Ánh***

**Chọn C**

Đồ thị có tiệm cận ngang là 

Đồ thị  có tiệm cận đứng là 

Gọi , ta có tổng khoảng cách từ *M* đến hai tiệm cận là



Dấu “=” xảy ra 

Vậy tổng khoảng cách từ *M* đến hai đường tiệm cận nhỏ nhất bằng 4 khi .

[**ntranduc@gmail.com**](mailto:ntranduc@gmail.com)

1. Cho hàm số  có đồ thị . Gọi  là khoảng cách từ giao điểm hai tiệm cận của đồ thị  đến một tiếp tuyến của . Giá trị lớn nhất của  có thể đạt được là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

***Tác giả: Nguyễn Trần Đức; Fb: Nguyen Tran Duc***

**Chọn B**

Ta có . Giao điểm hai tiệm cận của đồ thị hàm số là .

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm  là:

.

Khoảng cách từ  đến tiếp tuyến là: .

Vì  nên .

Dấu “=” xảy ra  hoặc .

Vậy giá trị lớn nhất của  có thể đạt được là.

1. Cho hàm số , gọi  là tâm đối xứng của đồ thị  và  là một điểm thuộc đồ thị. Tiếp tuyến của đồ thị  tại điểm  cắt hai tiệm cận của đồ thị  lần lượt tại hai điểm  và . Để tam giác  có bán kính đường tròn nội tiếp lớn nhất thì tổng  bằng bao nhiêu?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

***Tác giả: Nguyễn Trần Đức; Fb: Nguyen Tran Duc***

**Chọn B**

Ta có ; . .

Phương trình tiếp tuyến tại : .

Giao của tiếp tuyến và tiệm cận đứng .

Giao của tiếp tuyến và tiệm cận ngang .

Ta có .

với .

Suy ra  khi . Khi đó 

Suy ra  là giao điểm của đường thẳng  đi qua có hệ số góc  và đồ thị hàm số.

Phương trình qua  có dạng: 

Hoành độ giao điểm của  và đồ thị hàm số là nghiệm của phương trình:

.

1. Cho hàm số  có đồ thị . Biết đồ thị  có hai điểm  thỏa mãn tổng khoảng cách từ  hoặc  đến hai đường tiệm cận là nhỏ nhất. Khi đó  có giá trị bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

***Tác giả: Đỗ Thị Nhàn Fb: DoNhan***

**ChọnD**

**,** 

Tiệm cận đứng 

Tiệm cận ngang 



đạt được khi 



Với  ta có 

Với  ta có .

 Bài này có nhiều cách hỏi nên ta phát triển thêm các câu khác từ đây. Ví dụ:

Tìm điểm thuộc nhánh phải (nhánh trái) đồ thị mà tổng khoảng cách từ nó đến hai tiệm cận đạt giá trị nhỏ nhất.

 Tìm điểm thuộc đồ thị hàm số mà tổng khoảng cách từ nó đến hai tiệm cận đạt giá tri nhỏ nhất sao cho hoành độ tiếp điểm có hoành độ dương.

 Biết đồ thị  có hai điểm  và tổng khoảng cách từ  hoặc  đến hai đường tiệm cận là nhỏ nhất. Khi đó,tìm tọa độ trung điểm của 

1. Cho hàm số  có đồ thị là ,  là giao điểm các đường tiệm cận của . Gọi  là điểm thuộc  sao cho tiếp tuyến của  tại  cắt hai đường tiệm cận tại  và  thỏa mãn chu vi tam giác  là nhỏ nhất. Khi đó có mấy điểm thỏa mãn yêu cầu bài toán?

**A.** . **B.** . **C.** **.** **D.** .

**Lời giải**

***Tác giả: Đỗ Thị Nhàn Fb: DoNhan***

**ChọnC**

Giao điểm hai đường tiệm cận của là .

Giả sử, , ta có .

Phương trình tiếp tuyến của tại  là: .

Tọa độ giao điểm ,  của  với các đường tiệm cận là:  và .

Ta thấy  (Đvdt).

Như vậy tam giác  vuông tại  và có diện tích không đổi nên chu vi tam giác này nhỏ nhất khi .

Kết luận: Có 2 điểm thỏa mãn yêu cầu bài toán.