



**Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021**  
**Teoria da Aproximação Quase Geostrófica**

---

**Equação da Tendência de Geopotencial:  
Aproximações e Equações  
MET 0225 Sinótica-Dinâmica  
Meteorologia I  
Instrutor: Paulo Kubota  
paulo.kubota@inpe.br  
012-3186-8400**



# Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021

## Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

Paulo Kubota

data	Tópicos
15/04/2021	PBL
20/04/2021	PBL
22/04/2021	PBL
27/04/2021	QG Vorticity. eq.
29/04/2021	QG Vorticity. eq.
04/05/2021	QG Vorticity. eq.
06/05/2021	Geop. Tend. eq.
11/05/2021	Geop. Tend. eq.
13/05/2021	Geop. Tend. eq.
18/05/2021	Omega and Vetor Q
20/05/2021	Omega and Vetor Q
25/05/2021	Omega and Vetor Q
27/05/2021	Avaliação 1
01/06/2021	Avaliação 2



# **Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021**

## **Teoria da Aproximação Quase Geostrófica**

---

### **Motivação.**

O desejo de um sistema de equações simplificado, mas que retenha os principais processos dinâmicos necessários para descrever, diagnosticar e entender o comportamento de sistemas climáticos em larga escala.

### **Palavras chaves.**

“As equações e suas derivações são reconhecidamente difíceis. É importante que não se memorize apenas as equações de maneira mecânica. É muito mais importante entender o que eles significam fisicamente.” - Howie Bluestein.

### **Suposição abrangente da teoria QG.**

O número de Rossby ( $R0 = U / fL$ ) é pequeno, o que nos permite desprezar o vento ageostrófico em alguns (mas não todos) termos das equações que governam o movimento.

### **Equações governantes e suas derivações.**

A teoria QG é baseada em versões simplificadas das equações de movimento, equação de continuidade e equação termodinâmica de energia.



# **Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021**

## **Teoria da Aproximação Quase Geostrófica**

---

**Derivação:**

**A equação de tendência de altura QG.**

**Derivada das equações termodinâmicas e de vorticidade de QG.**

**Veja Lackmann (2011) para detalhes.**



# Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021

## Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

### Previsão Quase Geostrófica

## A equação de tendência de altura QG

Usando as equações da vorticidade relativa quase geostrófica e a equação da termodinâmica:

$$\frac{\partial \xi_g}{\partial t} = -\vec{V}_g \cdot \nabla (\xi_g + f) + f_0 \frac{\partial \omega}{\partial P}$$

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{V}_g \cdot \nabla \right) T - \frac{\sigma P}{R} \omega = \frac{J}{C_p}$$

- Podem ser reescritas em função de  $\Phi$  e  $\omega$ :
- Para simplificar as equações ignora-se o termo de aquecimento diabático:  $\frac{J}{C_p}$



# **Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021**

## **Teoria da Aproximação Quase Geostrófica**

---

### **Previsão Quase Geostrófica**

## **A equação de tendência de altura QG**

**Pode-se eliminar  $\omega$  nas equações usando a relação de  $\Phi$  com  $\frac{\partial \Phi}{\partial t}$  definimos como tendência de geopotencial.**

$$\chi = \frac{\partial \Phi}{\partial t}$$



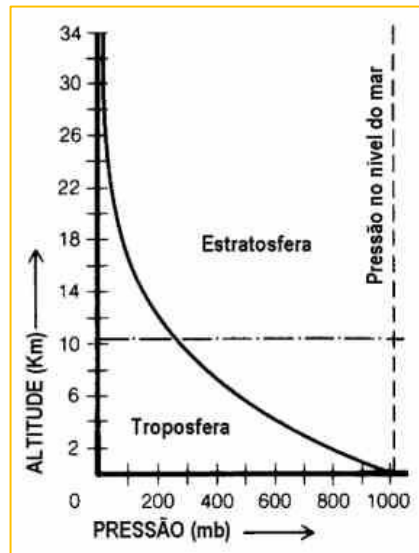
# Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021

## Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

### Previsão Quase Geostrófica

## A equação de tendência de altura QG

Usando a hidrostática





# Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021

## Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

### A equação de tendência de altura QG

**Aproximação hidrostática (formulário de coordenadas de pressão)**

$$P = -\rho g z$$

$$P = \rho R T$$

$$\rho = \frac{R T}{P}$$

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\rho g$$

$$\partial P = -\rho g \partial z$$

$$\frac{\partial g z}{\partial P} = -\rho$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial P} = -\frac{R T}{P}$$

$$\Phi = g z$$

**Potencial gravitacional por unidade de massa (Trabalho em Jaule para elevar 1kg de uma altura  $z$  a  $z+dz$ )**

$$T = -\frac{P}{R} \frac{\partial \Phi}{\partial P}$$





# **Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021**

## **Teoria da Aproximação Quase Geostrófica**

---

**Previsão Quase Geostrófica**

**Derivada das equações  
termodinâmicas QG.**



# Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021

## Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

### Previsão Quase Geostrófica

Para simplificar as equações ignora-se o termo de aquecimento diabático:  $\frac{J}{c_p}$

Equação da termodinâmica pode ser reescrita na forma:

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{V}_g \cdot \nabla \right) T - \frac{\sigma P}{R} \omega = 0$$

Substitui-se na equação da termodinâmica:

$$T = - \frac{P}{R} \frac{\partial \Phi}{\partial P}$$

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{V}_g \cdot \nabla \right) \left( - \frac{P}{R} \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) - \frac{\sigma P}{R} \omega = 0$$



# Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021

## Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

### Previsão Quase Geostrófica

Para simplificar as equações ignora-se o termo de aquecimento diabático:  $\frac{J}{c_p}$

Equação da termodinâmica pode ser reescrita na forma:

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{V}_g \cdot \nabla \right) \left( -\frac{P}{R} \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) - \frac{\sigma P}{R} \omega = 0$$

Elimine o  $\frac{P}{R}$  na equação da termodinâmica:

$$-\left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{V}_g \cdot \nabla \right) \frac{P}{R} \frac{\partial \Phi}{\partial P} - \sigma \frac{P}{R} \omega = 0$$



# Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021

## Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

---

### Previsão Quase Geostrófica

Para simplificar as equações ignora-se o termo de aquecimento diabático:  $\frac{J}{c_p}$

Equação da termodinâmica pode ser reescrita na forma:

$$-\left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{V}_g \cdot \nabla\right) \frac{\partial \Phi}{\partial P} - \sigma \omega = 0$$

Reagrupe os termos da equação da termodinâmica:

$$-\left(\frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial \Phi}{\partial P} + \vec{V}_g \cdot \nabla \frac{\partial \Phi}{\partial P}\right) - \sigma \omega = 0$$



# Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021

## Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

---

### Previsão Quase Geostrófica

$$-\left(\frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial \Phi}{\partial P} + \vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right)\right) - \sigma \omega = 0$$

$$-\left(\frac{\partial}{\partial P} \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right)\right) - \sigma \omega = 0$$

$$-\frac{\partial}{\partial P} \boxed{\frac{\partial \Phi}{\partial t}} - \vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) - \sigma \omega = 0$$



# **Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021**

## **Teoria da Aproximação Quase Geostrófica**

---

### **Previsão Quase Geostrófica**

## **Definição da Tendência a Altura Geopotencial**

$$\chi = \frac{\partial \Phi}{\partial t}$$



# Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021

## Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

### Previsão Quase Geostrófica

- Podem ser reescrita em função de  $\Phi$  e  $\omega$ :
- Para simplificar as equações ignora-se o termo de aquecimento diabático:  $\frac{J}{c_p}$

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{V}_g \cdot \nabla \right) T - \frac{\sigma P}{R} \omega = 0$$



$$\frac{\partial \chi}{\partial P} = -\vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) - \sigma \omega$$

**Equivalência entre a equação da termodinâmica e da tendência do geopotencial**



# Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021

## Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

---

### Previsão Quase Geostrófica

Para simplificar as equações ignora-se o termo de aquecimento diabático:  $\frac{J}{c_p}$

Equação da vorticidade relativa quase geostrofica pode ser reescrita na forma:

$$\frac{\partial \xi_g}{\partial t} = -\vec{V}_g \cdot \nabla (\xi_g + f) + f_0 \frac{\partial \omega}{\partial p}$$

Substitui-se na equação da vorticidade :

$$\xi_g = \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi$$





# **Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021**

## **Teoria da Aproximação Quase Geostrófica**

---

### **Previsão Quase Geostrófica**

## **Equação da vorticidade relativa quase geostrofica**

$$\frac{\partial \xi_g}{\partial t} = -\vec{V}_g \cdot \nabla (\xi_g + f) + f_0 \frac{\partial \omega}{\partial p}$$



# Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021

## Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

---

### Previsão Quase Geostrófica

**Equação da Momentum pode ser reescrita na forma:**

$$\frac{\partial \xi_g}{\partial t} = -\vec{V}_g \cdot \nabla (\xi_g + f) + f_0 \frac{\partial \omega}{\partial p}$$

$$\xi_g = \nabla \times \vec{V}_g$$

$$\xi_g = \frac{\partial v_g}{\partial x} - \frac{\partial u_g}{\partial y}$$

$$v_g = \frac{1}{f_0} \frac{\partial \Phi}{\partial x}$$

$$u_g = -\frac{1}{f_0} \frac{\partial \Phi}{\partial y}$$



# Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021

## Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

### Previsão Quase Geostrófica

**Equação da Momentum pode ser reescrita na forma:**

$$\frac{\partial \xi_g}{\partial t} = -\vec{V}_g \cdot \nabla (\xi_g + f) + f_0 \frac{\partial \omega}{\partial P}$$

$$\xi_g = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{f_0} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( -\frac{1}{f_0} \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)$$

$$\xi_g = \frac{1}{f_0} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) + \frac{1}{f_0} \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)$$

$$\xi_g = \frac{1}{f_0} \left( \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \right)$$

$$\xi_g = \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi$$



# Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021

## Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

### Previsão Quase Geostrófica

**Equação da Momentum pode ser reescrita na forma:**

$$\frac{\partial \xi_g}{\partial t} = -\vec{V}_g \cdot \nabla (\xi_g + f) + f_0 \frac{\partial \omega}{\partial P}$$

$$\xi_g = \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi \right) = -\vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + f \right) + f_0 \frac{\partial \omega}{\partial P}$$



# Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021

## Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

### Previsão Quase Geostrófica

**Equação da Momentum pode ser reescrita na forma:**

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi \right) = -\vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + f \right) + f_0 \frac{\partial \omega}{\partial P}$$

$$\frac{1}{f_0} \frac{\partial}{\partial t} (\nabla^2 \Phi) = -\vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + f \right) + f_0 \frac{\partial \omega}{\partial P}$$

$$\nabla^2 \frac{\partial \Phi}{\partial t} = -f_0 \vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + f \right) + f_0^2 \frac{\partial \omega}{\partial P}$$

$$\chi = \frac{\partial \Phi}{\partial t}$$

$$\nabla^2 \chi = -f_0 \vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + f \right) + f_0^2 \frac{\partial \omega}{\partial P}$$



# Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021

## Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

### Previsão Quase Geostrófica

**Portanto tem-se a equação da vorticidade em termo do geopotencial**

$$\frac{\partial \xi_g}{\partial t} = -\vec{V}_g \cdot \nabla (\xi_g + f) + f_0 \frac{\partial \omega}{\partial P}$$

$$\nabla^2 \chi = -f_0 \vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + f \right) + f_0^2 \frac{\partial \omega}{\partial P}$$

Entenderam?

**Equivalência entre a equação da vorticidade e da tendência do geopotencial**



# **Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021**

## **Teoria da Aproximação Quase Geostrófica**

---

### **Previsão Quase Geostrófica**

**Equações Acopladas  
(termodinâmica - Vorticidade)  
usando a Teoria da  
Aproximação Quase Geostrófica**



# Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021

## Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

### Previsão Quase Geostrófica

Portanto as equações para o sistema Quase Geostrófico são:

$$\frac{\partial \chi}{\partial P} = -\vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) - \sigma \omega$$

A  $\frac{\partial \chi}{\partial P}$  indica que a mudança vertical da tendência do geopotencial é igual a soma da advecção de espessura e a mudança da espessura adiabática forçada pelo movimento vertical

$$\nabla^2 \chi = -f_0 \vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + f \right) + f_0^2 \frac{\partial \omega}{\partial P}$$

O  $\nabla^2 \chi$  indica que o laplaciano horizontal da tendência do geopotencial é igual a soma da advecção de vorticidade mais a geração de vorticidade pelo efeito divergente



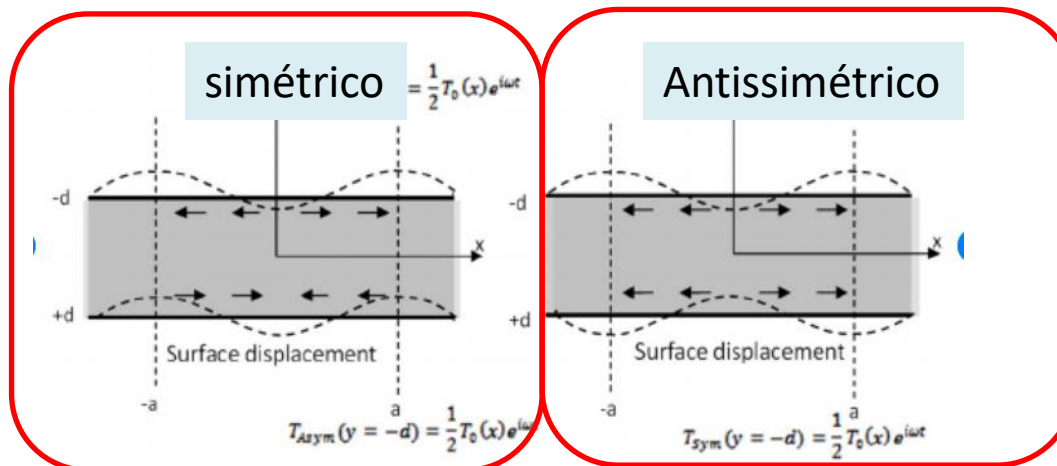
### Previsão Quase Geostrófica

Para o caso especial (movimento puramente geostrófico  $\omega = 0$ )

$$\frac{\partial \chi}{\partial P} = -\vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right)$$

$$\nabla^2 \chi = -f_0 \vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + f \right)$$

**Situação muito especial (escoamento barotrópico sem dependência da pressão) ou escoamento zonalmente simétrico (sem dependência de x)(onda em dois níveis da atmosfera)**





# Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021

## Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

### Equação da Tendência de Geopotencial

$$\frac{\partial \chi}{\partial P} = -\vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) - \sigma \omega$$

$$\nabla^2 \chi = -f_0 \vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + f \right) + f_0^2 \frac{\partial \omega}{\partial P}$$

**Multiplicando a equação da termodinâmica em função do**

**geopotencial**  $\frac{\partial \chi}{\partial P}$  **por**  $\frac{f_0^2}{\sigma}$

$$\frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial \chi}{\partial P} = -\frac{f_0^2}{\sigma} \vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) - f_0^2 \omega$$



# Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021

## Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

### Equação da Tendência de Geopotencial

$$\frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial \chi}{\partial P} = -\frac{f_0^2}{\sigma} \vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) - f_0^2 \omega$$

**Diferencie em relação a  $P$**

$$\frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial \chi}{\partial P} \right) = -\frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) \right) - \frac{\partial}{\partial P} (f_0^2 \omega)$$

$$\frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial \chi}{\partial P} \right) = -\frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) \right) - f_0^2 \frac{\partial \omega}{\partial P}$$



# Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021

## Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

### Equação da Tendência de Geopotencial

Observe que o termo da esquerda da equação da termodinâmica em função do geopotencial é igual ao segundo termo a direita da equação da vorticidade relativa em função do geopotencial.

$$f_0^2 \frac{\partial \omega}{\partial P} = -\frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial \chi}{\partial P} \right) - \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) \right)$$

$$\nabla^2 \chi = -f_0 \vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + f \right) + f_0^2 \frac{\partial \omega}{\partial P}$$



# Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021

## Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

### Equação da Tendência de Geopotencial

$$f_0^2 \frac{\partial \omega}{\partial P} = -\frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial \chi}{\partial P} \right) - \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) \right)$$

$$\nabla^2 \chi = -f_0 \vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + f \right) + f_0^2 \frac{\partial \omega}{\partial P}$$

**Substituindo o termo na equação da vorticidade relativa QG, obtém-se:**

$$\nabla^2 \chi = -f_0 \vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + f \right) - \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial \chi}{\partial P} \right) - \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) \right)$$



# Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021

## Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

### Equação da Tendência de Geopotencial

$$\nabla^2 \chi = -f_0 \vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + f \right) - \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial \chi}{\partial P} \right) - \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) \right)$$

### Reagrupando ao termos

$$\nabla^2 \chi + \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial \chi}{\partial P} \right) = -f_0 \vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + f \right) - \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) \right)$$

$$\left[ \nabla^2 + \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial}{\partial P} \right) \right] \chi = -f_0 \vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + f \right) - \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) \right)$$



# **Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021**

## **Teoria da Aproximação Quase Geostrófica**

---

### **Equação da Tendência de Geopotencial**

$$\left[ \nabla^2 + \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial}{\partial P} \right) \right] \chi = -f_0 \vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + f \right) - \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) \right)$$



# Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021

## Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

### Equação da Tendência de Geopotencial

$$\left[ \nabla^2 + \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial}{\partial P} \right) \right] \chi = -f_0 \vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + f \right) - \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) \right)$$

$$A = B + C$$

A equação fornece a tendência do Geopotencial (A) em função da distribuição de vorticidade (B) e advecção da espessura (C)

O termo B é o principal termo forçante na troposfera superior

O termo C é o principal mecanismo para amplificação ou decaimento dos sistemas sinóticos de média latitude (isso envolve a mudança com a pressão da advecção de espessura (o aquecimento diabático também pode contribuir))





# Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021

## Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

---

### Equação da Tendência de Geopotencial

$$A = B + C$$

**\*\*\* Observe que esses termos não serão sinônimos dos termos de advecção de vorticidade diferencial e de temperatura da equação ômega**



# Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021

## Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

---

### Equação da Tendência de Geopotencial

TERMO A

$$A = \left[ \nabla^2 + \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial}{\partial P} \right) \right] \chi$$

**Essencialmente o Laplaciano ( $\nabla^2$ ) 3D atuando em  $\chi$ .  
Para padrões sinusoidais (tipo onda), o Laplaciano pode ser aproximado por um sinal de menos.**

$$A = \left[ \nabla^2 + \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial}{\partial p} \right) \right] \chi \sim -\chi \propto -\frac{\partial Z}{\partial t}$$



# Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021

## Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

### Equação da Tendência de Geopotencial

TERMO A

$$A = \left[ \nabla^2 + \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial}{\partial p} \right) \right] \chi \sim -\chi \propto -\frac{\partial Z}{\partial t}$$

Portanto a tendência da espessura pode ser relacionada a :

$$-\frac{\partial Z}{\partial t} \text{ proporcional a } -f_0 \vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + f \right) - \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) \right)$$



# Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021

## Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

### Equação da Tendência de Geopotencial

TERMO B

TERMO de Advecção de Vorticidade

$$-\frac{\partial Z}{\partial t} \quad \text{proporcional a} \quad -f_0 \vec{V}_g \nabla \cdot \left( \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + f \right)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial t} \quad \text{proporcional a} \quad - \left[ -f_0 \vec{V}_g \nabla \cdot \left( \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + f \right) \right]$$



# **Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021**

## **Teoria da Aproximação Quase Geostrófica**

---

### **Equação da Tendência de Geopotencial**

TERMO B

(Hemisferio Norte)

- **Tipicamente Avaliada no nível em 500 mb**

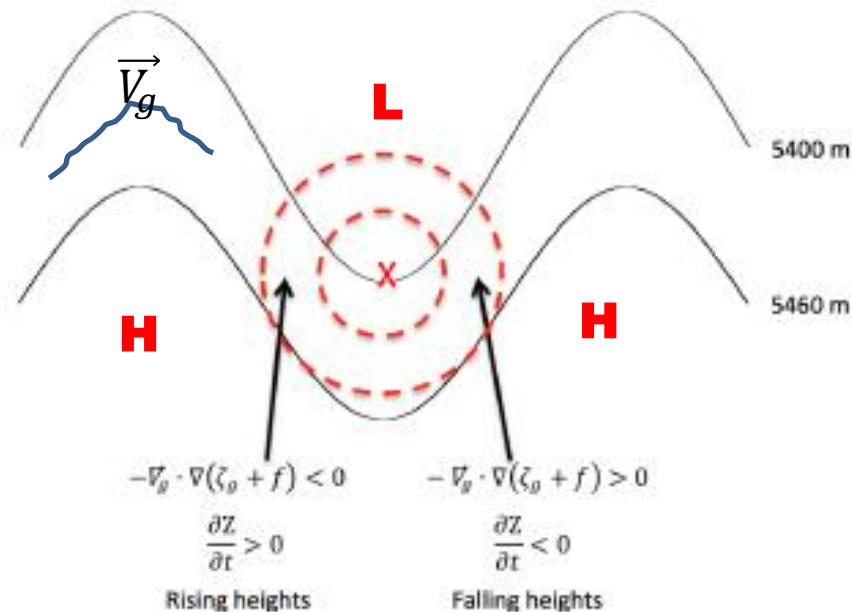
### Equação da Tendência de Geopotencial

TERMO B

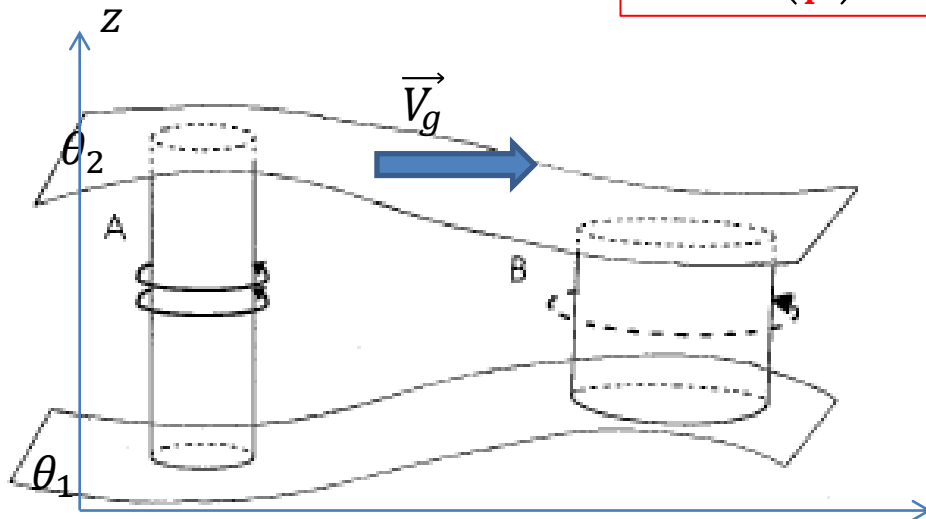
$$\frac{\partial Z}{\partial t} \text{ proporcional a } - \left[ -f_0 \vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + f \right) \right]$$

Portanto.

- A advecção da vorticidade ciclônica (positiva no NH) resulta em queda de altura
- A advecção de vorticidade anticiclônica (negativa em NH) resulta em alturas crescentes
- **Tipicamente Avaliada no nível em 500 mb**



$$\theta = T \left( \frac{P_s}{P} \right)^{\frac{R}{C_p}}$$



### Equação da Tendência de Geopotencial

Portanto.

- A advecção da vorticidade ciclônica (positiva no NH) resulta em queda de altura
- A advecção de vorticidade anticiclônica (negativa em NH) resulta em alturas crescentes
- Tipicamente Avaliada no nível em 500 m<sup>h</sup>

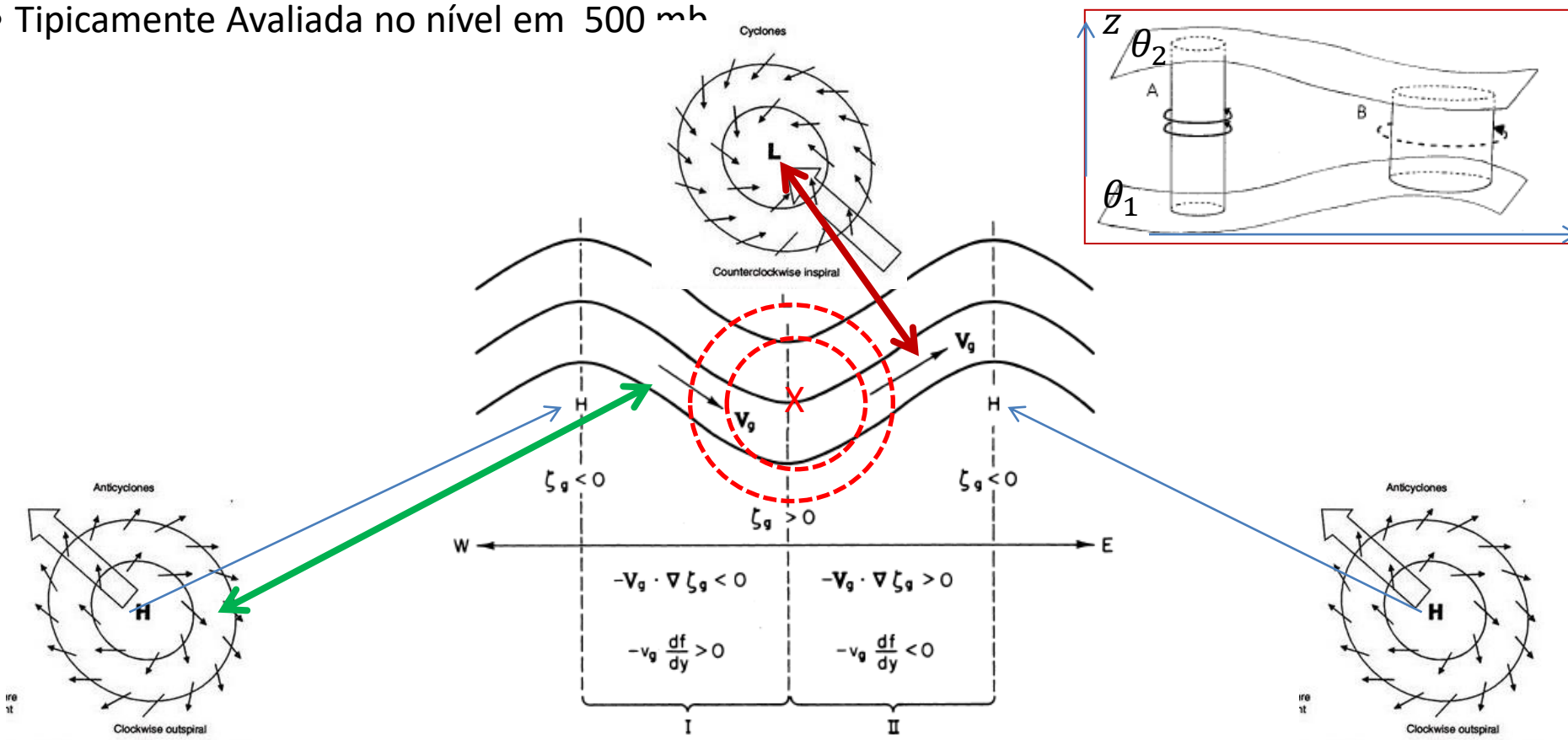


Fig. 6.7 Schematic 500-hPa geopotential field showing regions of positive and negative advections of relative and planetary vorticity.

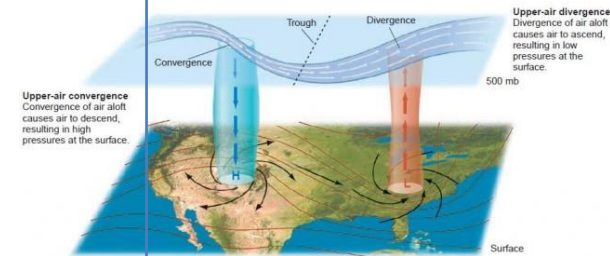
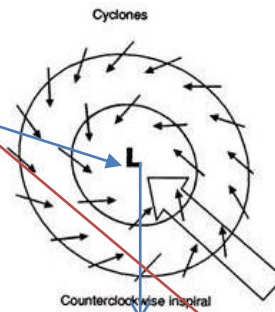
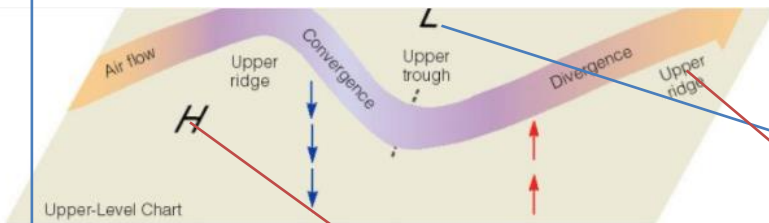
# Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021

## Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

$$\frac{\partial Z}{\partial t} \text{ proporcional a } - \left[ -f_0 \vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + f \right) \right]$$

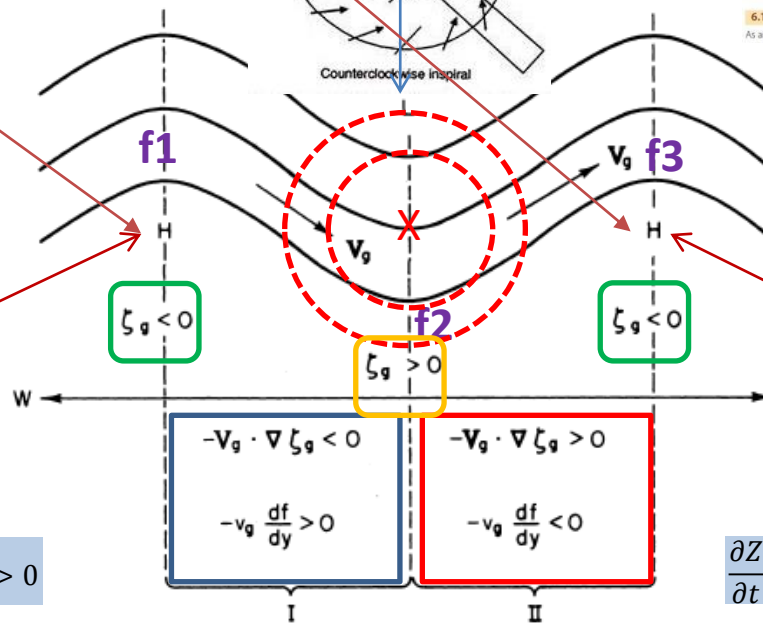
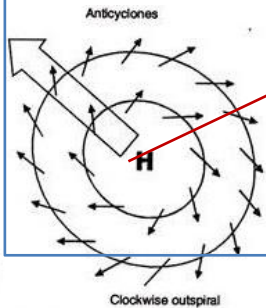
no nível em 500 mb

$$\zeta_g = \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi$$



6.13 Upper-air and surface pressure patterns  
As air diverges and converges around an upper-air low-pressure trough, surface highs and lows are generated.

$y \rightarrow f \gg 0$



$$\frac{\partial Z}{\partial t} < 0$$

$$\frac{\partial Z}{\partial t} > 0$$

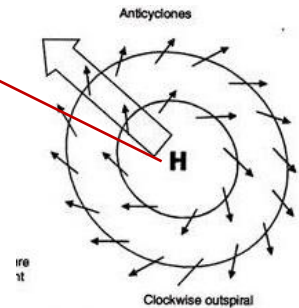


Fig.  $\left[ -\vec{V}_g \cdot \nabla \cdot \left( \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + f \right) \right] < 0$  or  $\left[ -\vec{V}_g \cdot \nabla \cdot \left( \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + f \right) \right] > 0$  directions



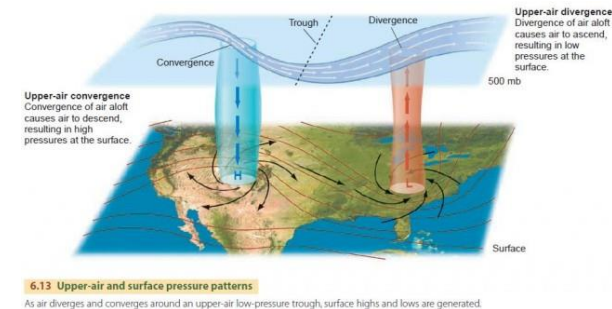
# Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021

## Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

$$\frac{\partial Z}{\partial t} \text{ proporcional a } - \left[ -f_0 \vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + f \right) \right]$$

$$\xi_g = \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi$$

no nível em 500 mb



$$\frac{\partial Z}{\partial t} > 0$$

$$\left[ -\vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + f \right) \right] < 0$$

$$\frac{\partial Z}{\partial t} < 0$$

$$\left[ -\vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + f \right) \right] > 0$$

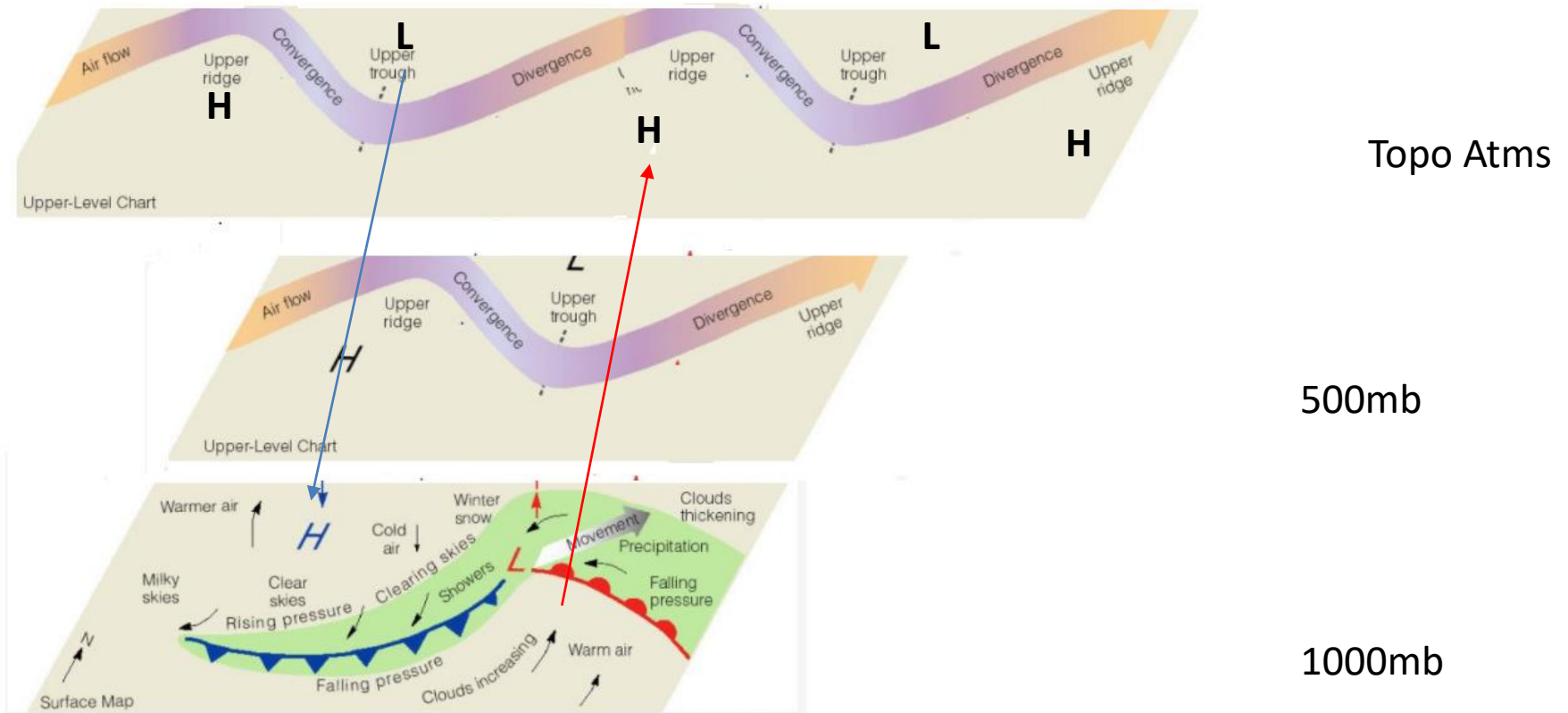
Portanto.

- A advecção da vorticidade ciclônica (positiva no NH) resulta em queda de altura
- A advecção de vorticidade anticyclônica (negativa em NH) resulta em alturas crescentes
- Tipicamente Avaliada no nível em 500 mb

# Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021

## Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

$$\frac{\partial Z}{\partial t} \text{ proporcional a } - \left[ -f_0 \vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + f \right) \right]$$





# **Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021**

## **Teoria da Aproximação Quase Geostrófica**

---

### **Equação da Tendência de Geopotencial**

TERMO B

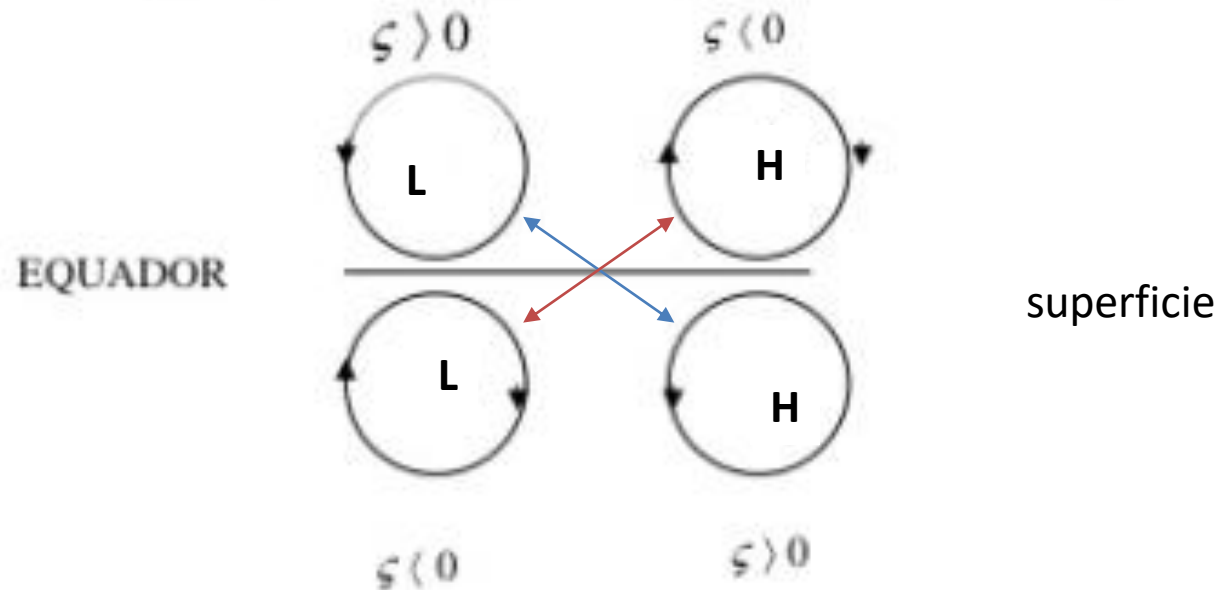
(Hemisferio SUL)

- **Tipicamente Avaliada no nível em 500 mb**

# Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021

## Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

Convenção de Sinais para  $\zeta$  Os sinais positivo e negativo dão o sentido do giro.



GIRO HORÁRIO

= VORTICIDADE NEGATIVA

ciclônico no HS

anticiclônico no HN

GIRO ANTI-HORÁRIO

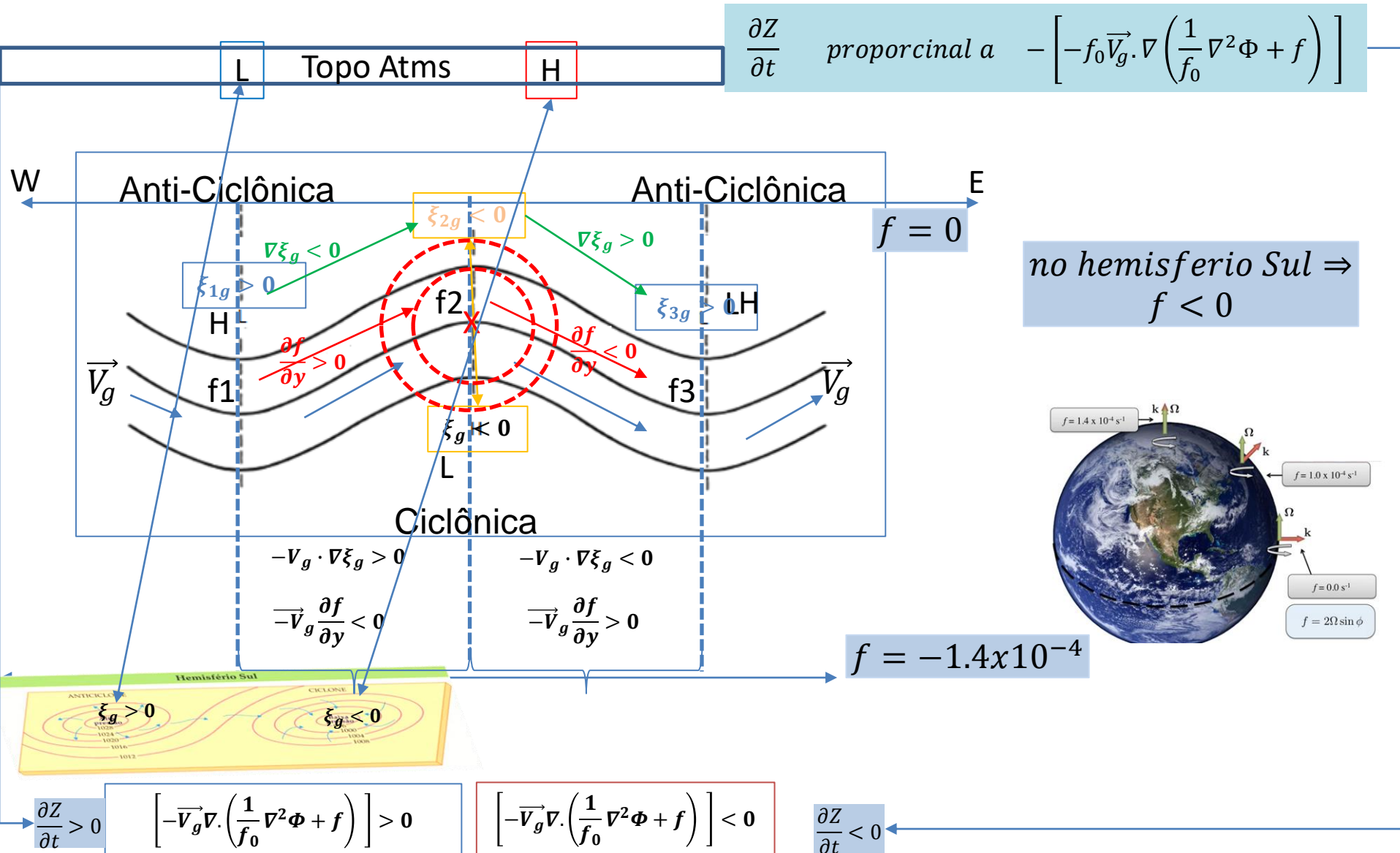
= VORTICIDADE POSITIVA

ciclônico no HN

anticiclônico no HS

# Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021

## Teoria da Aproximação Quase Geostrófica



# Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021

## Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

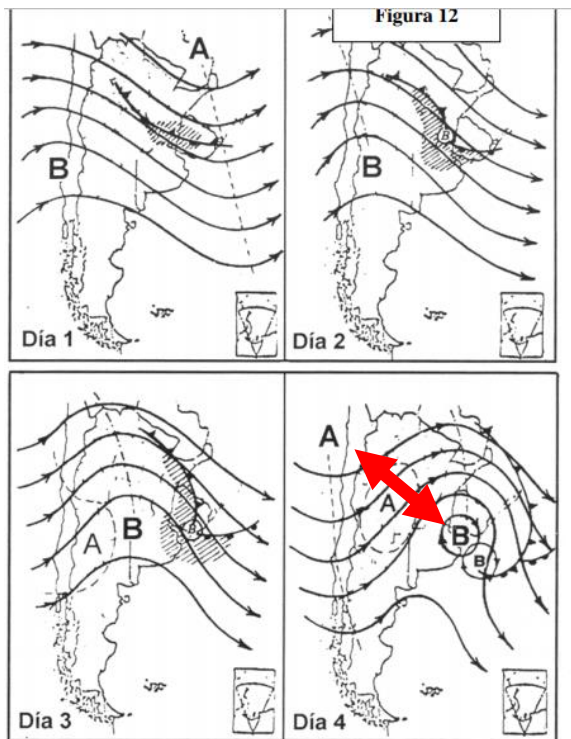
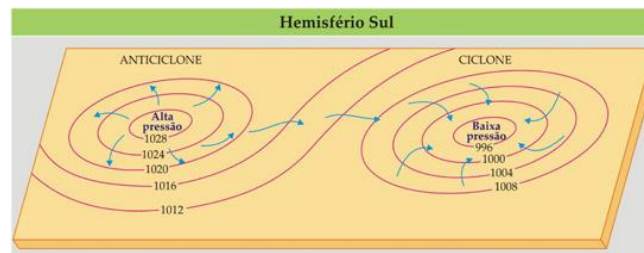


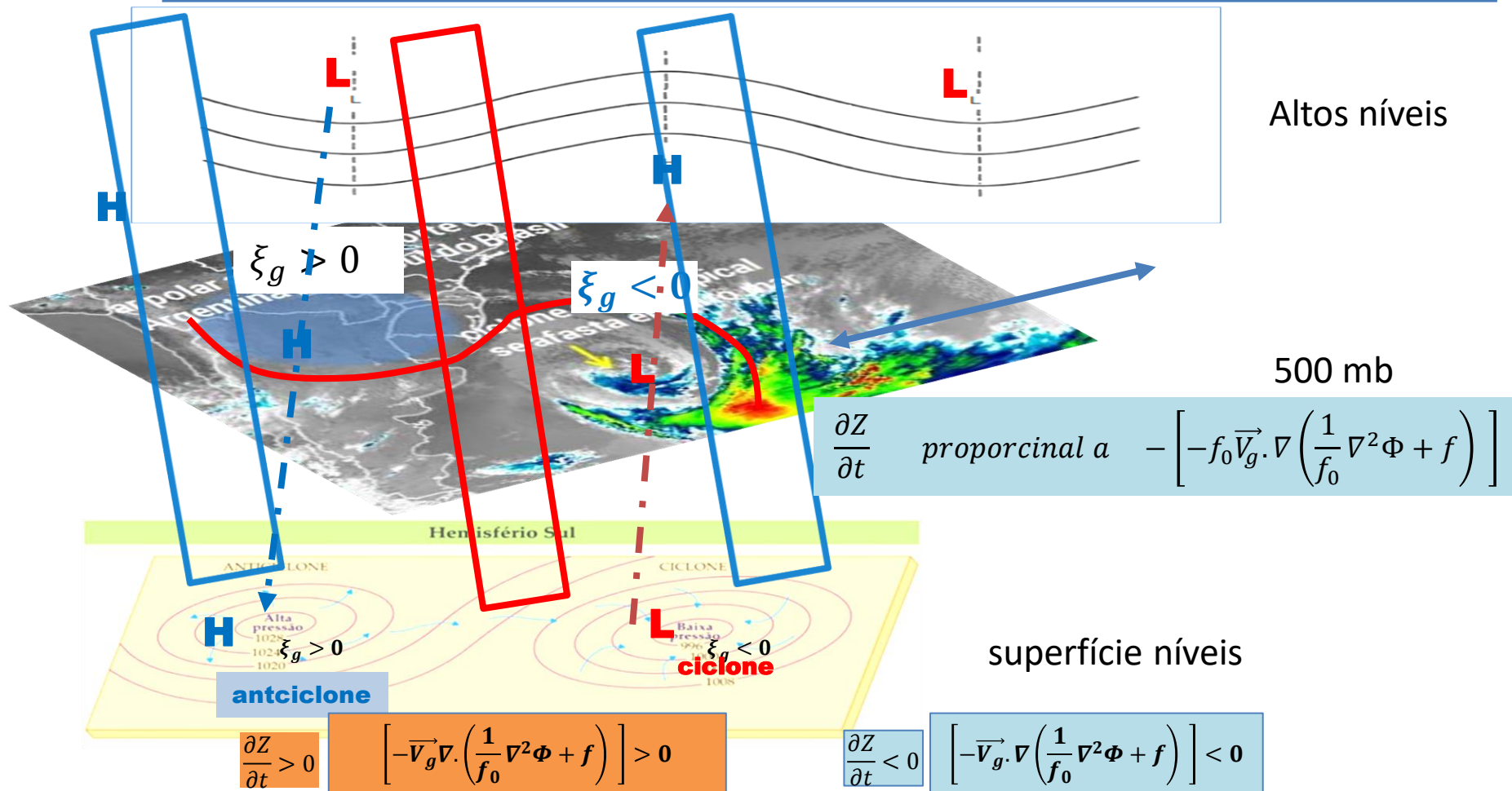
Figura 12

A Figura 12 mostra as etapas do desenvolvimento de uma Onda frontal, com seu correspondente cavado de altitude associado. Podem-se observar quatro caixas, onde é representada a chegada de um cavado em altitude sobre a Argentina e Uruguai e, a correspondente formação de uma baixa em superfície a partir de uma frente estacionária.



# Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021

## Teoria da Aproximação Quase Geostrófica



Portanto.

- A advecção da vorticidade ciclônica (negativa no HS) resulta em aumento de altura
- A advecção de vorticidade anticiclônica (positiva em HS) resulta em redução crescentes
- Tipicamente Avaliada no nível em 500 mb





Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021

# Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

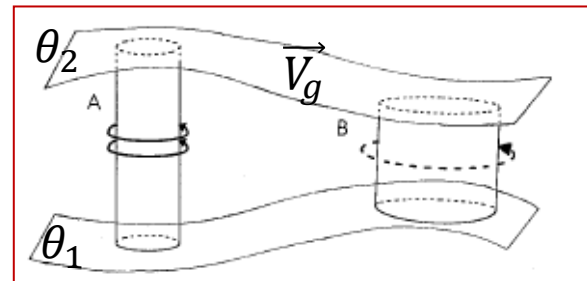
## Equação da Tendência de Geopotencial

TERMO C

TERMO de Advecção de Temperatura

$$-\frac{\partial Z}{\partial t} \text{ proporcional a } -\frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) \right)$$

$$\text{Slide7 } T = -\frac{P}{R} \frac{\partial \Phi}{\partial P}$$



$$\frac{\partial Z}{\partial t} \text{ proporcional a } \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) \right) \text{ proporcional a } -\frac{\partial}{\partial Z} [-\vec{V}_g \cdot \nabla T]$$



Portanto

$$\frac{\partial Z}{\partial t} \cong -\frac{\partial}{\partial Z} [-\vec{V}_g \cdot \nabla T]$$

- A advecção diferencial positiva da temperatura ( $-\vec{V}_g \cdot \nabla T > 0$ ) resulta em quedas de altura
- A advecção diferencial negativa da temperatura ( $-\vec{V}_g \cdot \nabla T < 0$ ) resulta em aumentos de altura





# Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021

## Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

---

### Equação da Tendência de Geopotencial

TERMO C

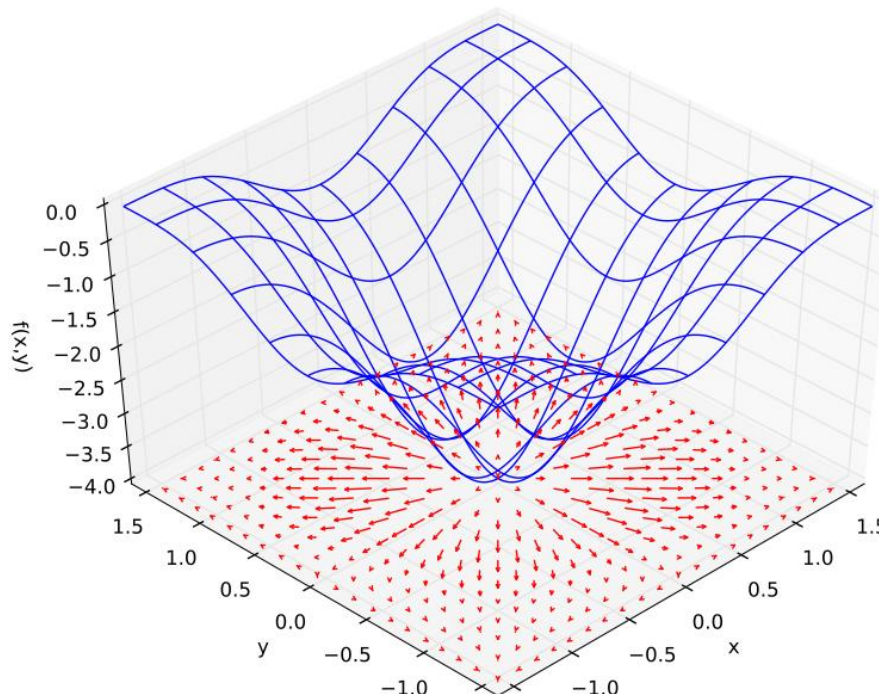
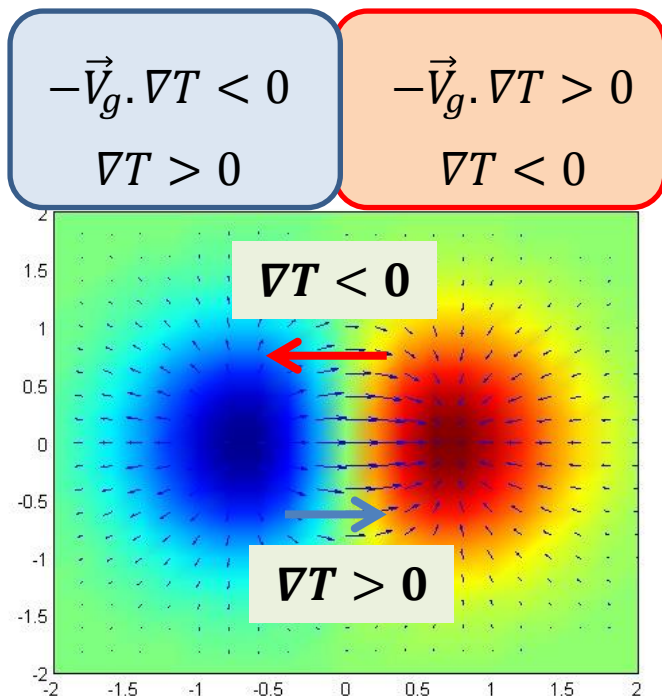
(Hemisferio Norte)

- Tipicamente Avaliada no nível em 500 mb

$$\frac{\partial Z}{\partial t} \cong -\frac{\partial}{\partial z} [-\vec{V}_g \cdot \nabla T]$$

### Equação da Tendência de Geopotencial

*gradiente de temperatura  $\nabla T > 0$  sempre aponta para maior temperatura*



$$\frac{\partial Z}{\partial t} \cong -\frac{\partial}{\partial z} [-\vec{V}_g \cdot \nabla T]$$

Portanto

- A advecção diferencial positiva da temperatura ( $-\vec{V}_g \cdot \nabla T > 0$ ) resulta em quedas de altura
- A advecção diferencial negativa da temperatura ( $-\vec{V}_g \cdot \nabla T < 0$ ) resulta em aumentos de altura

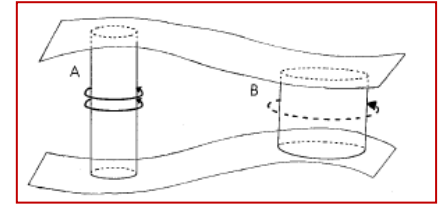


**Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021**

## **Teoria da Aproximação Quase Geostrófica**

### **Equação da Tendência de Geopotencial**

TERMO C



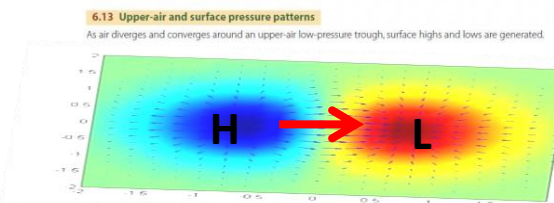
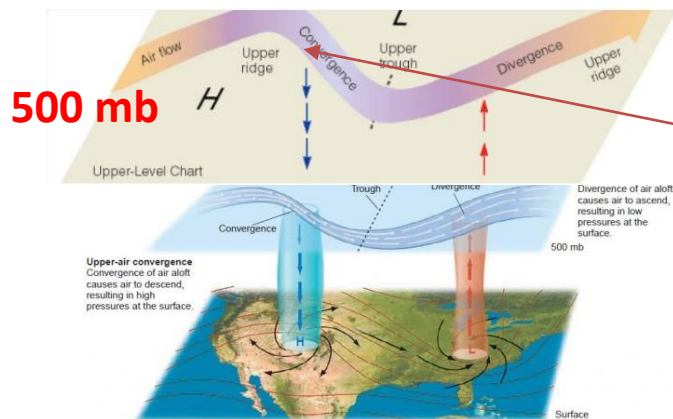
- **A advecção temperatura Em Baixos níveis**

# Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021

## Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

$$\frac{\partial Z}{\partial t} \cong -\frac{\partial}{\partial z} [-\vec{V}_g \cdot \nabla T]$$

Topo Atms



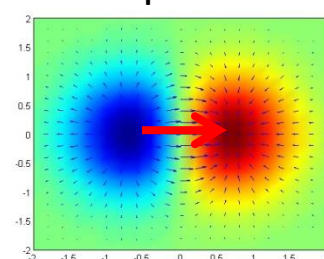
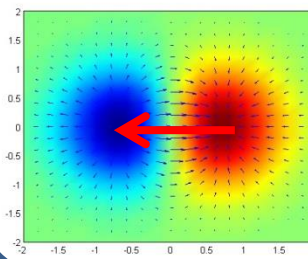
**Baixo níveis  
campos de  
T(shaded) e  
P(Letras)**

$$-\vec{V}_g \cdot \nabla T > 0$$

$\nabla T < 0$   
resfria

$$-\vec{V}_g \cdot \nabla T < 0$$

$\nabla T > 0$   
aquece



$$\begin{aligned} 300 \text{ mb} & \quad -\vec{V}_g \cdot \nabla T = 0 \\ 500 \text{ mb} & \quad \frac{\partial}{\partial z} (-\vec{V}_g \cdot \nabla T) > 0 \rightarrow \text{Height falls @ 500 mb} \\ 700 \text{ mb} & \quad -\vec{V}_g \cdot \nabla T < 0 \end{aligned}$$

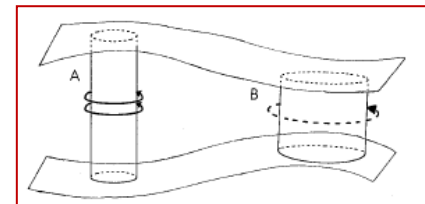
- A advecção fria abaixo de um cavado de nível superior tende a aprofundar o cavado

Portanto

- A advecção diferencial positiva da temperatura ( $-\vec{V}_g \cdot \nabla T > 0$ ) resulta em aumento de altura
- A advecção diferencial negativa da temperatura ( $-\vec{V}_g \cdot \nabla T < 0$ ) resulta em queda de altura

## Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

### Equação da Tendência de Geopotencial



TERMO C

**advecção fria na Baixa troposfera, sem advecção de temperatura na atmosfera superior**

- A advecção fria abaixo de um cavado de nível superior tende a aprofundar o cavado

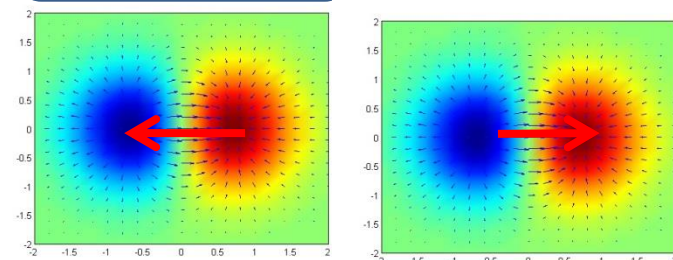
300 mb  $-\vec{V}_g \cdot \nabla T = 0$

500 mb  $\frac{\partial}{\partial z} (-\vec{V}_g \cdot \nabla T) > 0 \rightarrow \text{Height falls @ 500 mb}$

700 mb  $-\vec{V}_g \cdot \nabla T < 0$

$$\frac{\partial Z}{\partial t} \approx -\frac{\partial}{\partial z} [-\vec{V}_g \cdot \nabla T]$$

$-\vec{V}_g \cdot \nabla T > 0$ $\nabla T < 0$	$-\vec{V}_g \cdot \nabla T < 0$ $\nabla T > 0$
---	---



- A advecção diferencial negativa da temperatura ( $-\vec{V}_g \cdot \nabla T < 0$ ) em baixo níveis resulta em queda de altura em 500mb

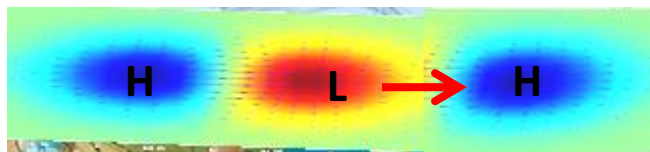
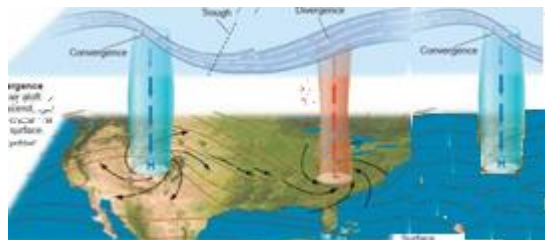
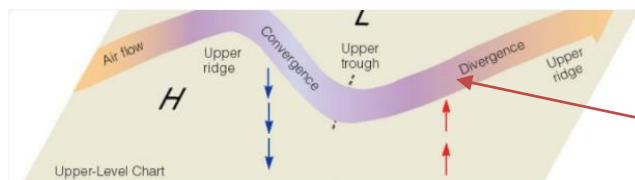
# Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021

## Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

$$\frac{\partial Z}{\partial t} \cong -\frac{\partial}{\partial z} [-\vec{V}_g \cdot \nabla T]$$

Topo Atms

500 mb

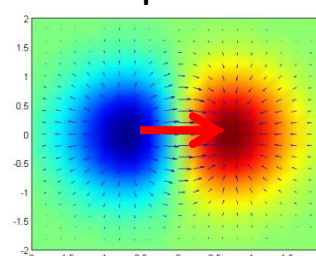
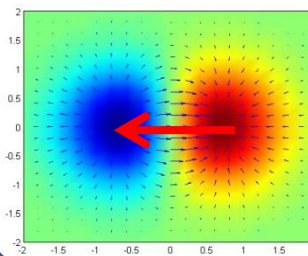


$$-\vec{V}_g \cdot \nabla T > 0$$

$\nabla T < 0$   
resfria

$$-\vec{V}_g \cdot \nabla T < 0$$

$\nabla T > 0$   
aquece



$$300 \text{ mb} \quad -\vec{V}_g \cdot \nabla T = 0$$

$$500 \text{ mb} \quad \frac{\partial}{\partial z} (-\vec{V}_g \cdot \nabla T) < 0 \rightarrow \text{Height rises @ 500 mb}$$

$$700 \text{ mb} \quad -\vec{V}_g \cdot \nabla T > 0$$

**Baixo níveis  
campos de  
T(shaded) e  
P(Letras)**

- A advecção quente abaixo de uma crista de nível superior tende a contribuir com a crista

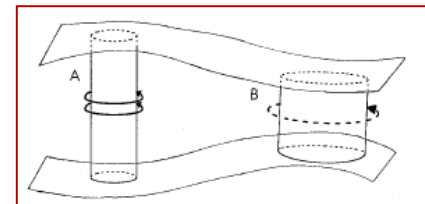
Portanto

- A advecção diferencial positiva da temperatura ( $-\vec{V}_g \cdot \nabla T > 0$ ) resulta em aumento de altura
- A advecção diferencial negativa da temperatura ( $-\vec{V}_g \cdot \nabla T < 0$ ) resulta em queda de altura



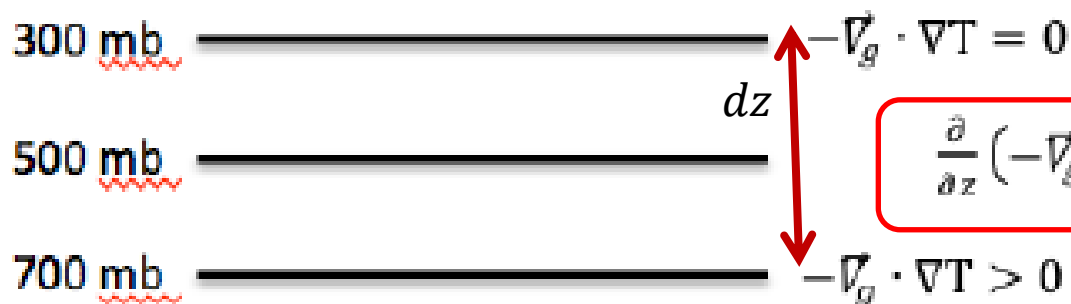
## Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

### Equação da Tendência de Geopotencial



TERMO C

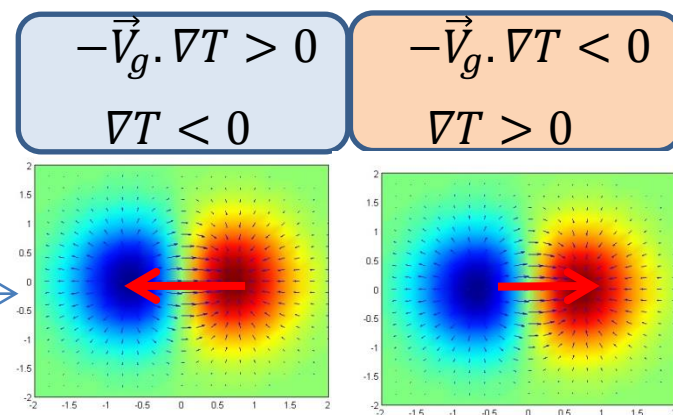
**advecção quente na Baixa troposfera, sem advecção de temperatura na atmosfera superior**



• A advecção quente abaixo de uma crista de nível superior tende a contribuir com a crista

$$\frac{\partial}{\partial z} (-\vec{V}_g \cdot \nabla T) < 0 \rightarrow \text{Height rises @ 500 mb}$$

$$\frac{\partial Z}{\partial t} \text{ proporcional } -\frac{\partial}{\partial z} [-\vec{V}_g \cdot \nabla T]$$



• A advecção diferencial positiva da temperatura ( $-\vec{V}_g \cdot \nabla T > 0$ ) na superfície resulta em aumento de altura em 500 mb

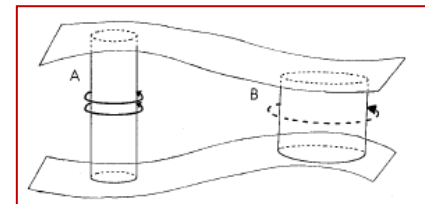


**Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021**

# **Teoria da Aproximação Quase Geostrófica**

## **Equação da Tendência de Geopotencial**

TERMO C



- **A advecção temperatura Em altos níveis**



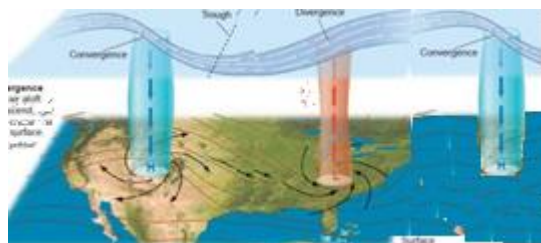
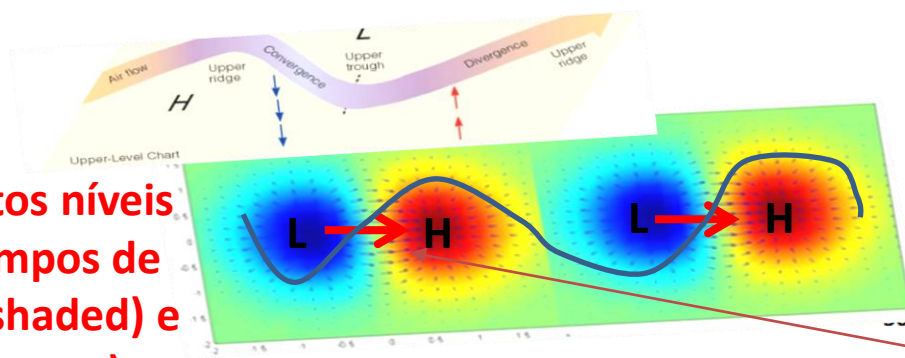
# Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021

## Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

Topo Atms

$$\frac{\partial Z}{\partial t} \cong -\frac{\partial}{\partial z} [-\vec{V}_g \cdot \nabla T]$$

Altos níveis  
campos de  
T(shaded) e  
P(Letras)

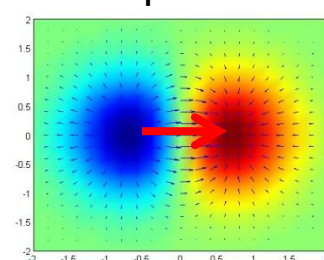
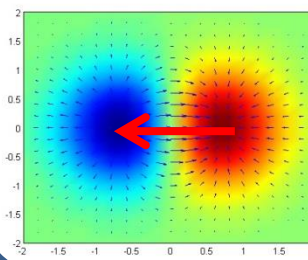


$$-\vec{V}_g \cdot \nabla T > 0$$

$\nabla T < 0$   
resfria

$$-\vec{V}_g \cdot \nabla T < 0$$

$\nabla T > 0$   
aquece



$$\begin{aligned} & 500 \text{ mb} \quad -\vec{V}_g \cdot \nabla T < 0 \\ & 500 \text{ mb} \quad \frac{\partial}{\partial z} (-\vec{V}_g \cdot \nabla T) < 0 \rightarrow \text{Height rises @ 500 mb} \\ & 700 \text{ mb} \quad -\vec{V}_g \cdot \nabla T = 0 \end{aligned}$$

- A advecção fria acima de uma crista de nível superior tende a contribuir com a crista

Portanto

- A advecção diferencial positiva da temperatura ( $-\vec{V}_g \cdot \nabla T > 0$ ) resulta em quedas de altura
- A advecção diferencial negativa da temperatura ( $-\vec{V}_g \cdot \nabla T < 0$ ) resulta em aumentos de altura

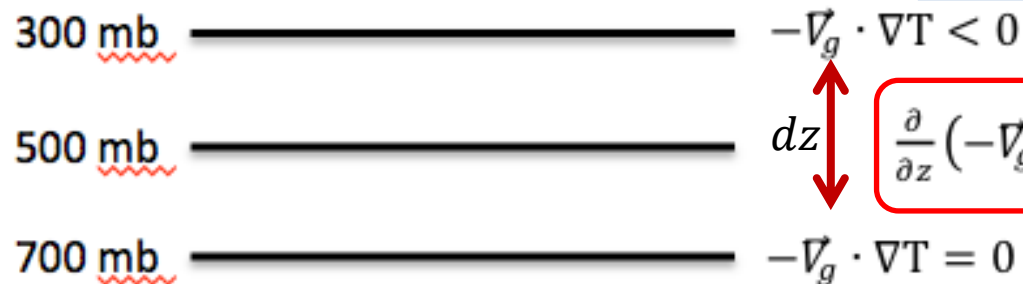
## Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

### Equação da Tendência de Geopotencial

TERMO C

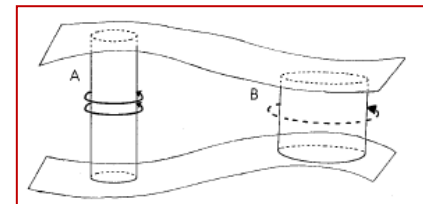
**Sem advecção de temperatura na Baixa troposfera, advecção fria na atmosfera superior**

- A advecção fria acima de uma crista de nível superior tende a contribuir com a crista

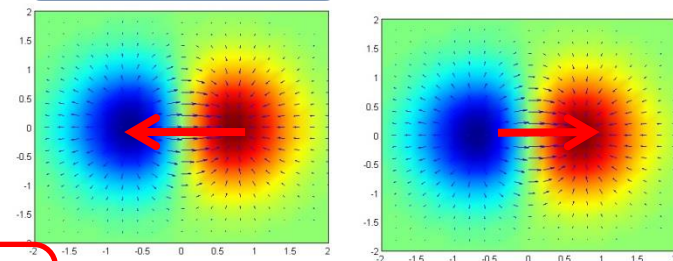


$$\frac{\partial Z}{\partial t} \text{ proporcional } -\frac{\partial}{\partial z} [-\vec{V}_g \cdot \nabla T]$$

- A advecção fria acima de uma crista de nível superior tende a contribuir com a crista



$-\vec{V}_g \cdot \nabla T > 0$ $\nabla T < 0$	$-\vec{V}_g \cdot \nabla T < 0$ $\nabla T > 0$
---	---



$$\frac{\partial}{\partial z} (-\vec{V}_g \cdot \nabla T) < 0 \rightarrow \text{Height rises @ 500 mb}$$

- A advecção diferencial negativa da temperatura em altos níveis ( $-\vec{V}_g \cdot \nabla T$ ) resulta em aumenta de altura

# Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021

## Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

Topo Atms

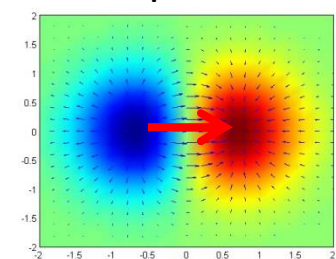
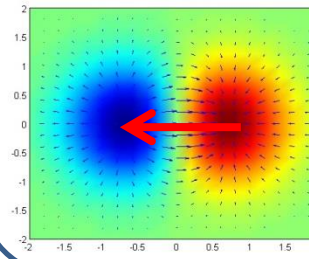
$$\frac{\partial Z}{\partial t} \cong -\frac{\partial}{\partial z} [-\vec{V}_g \cdot \nabla T]$$

$$-\vec{V}_g \cdot \nabla T > 0$$

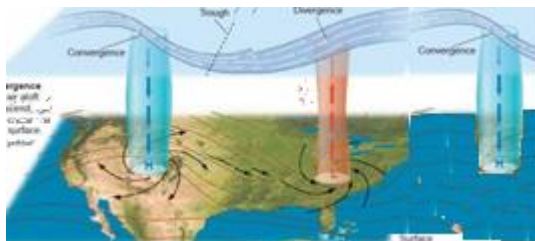
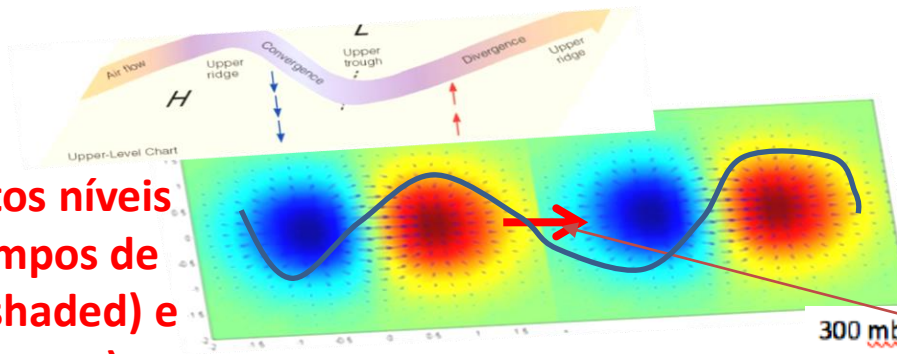
$\nabla T < 0$   
resfria

$$-\vec{V}_g \cdot \nabla T < 0$$

$\nabla T > 0$   
aquece



Altos níveis  
campos de  
T(shaded) e  
P(Letras)



$$\begin{aligned} 300 \text{ mb} & \quad -\vec{V}_g \cdot \nabla T > 0 \\ 500 \text{ mb} & \quad \frac{\partial}{\partial z} (-\vec{V}_g \cdot \nabla T) > 0 \rightarrow \text{Height falls @ 500 mb} \\ 700 \text{ mb} & \quad -\vec{V}_g \cdot \nabla T = 0 \end{aligned}$$

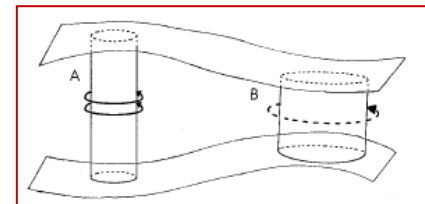
- Advecção quente acima de um cavado de nível superior tende a aprofundar a cavado

Portanto

- A advecção diferencial positiva da temperatura ( $-\vec{V}_g \cdot \nabla T > 0$ ) resulta em quedas de altura
- A advecção diferencial negativa da temperatura ( $-\vec{V}_g \cdot \nabla T < 0$ ) resulta em aumentos de altura

## Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

### Equação da Tendência de Geopotencial

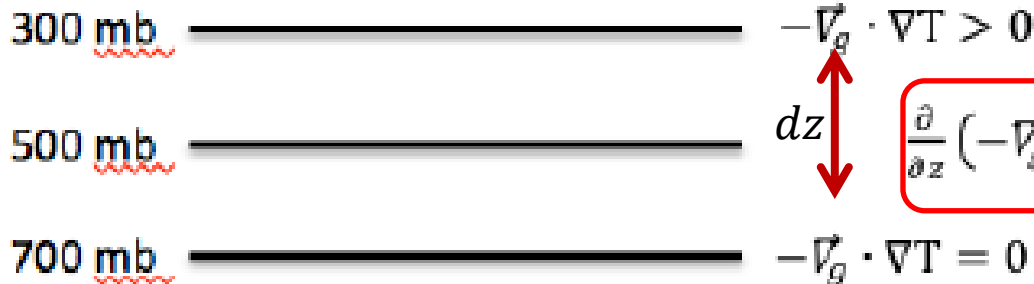
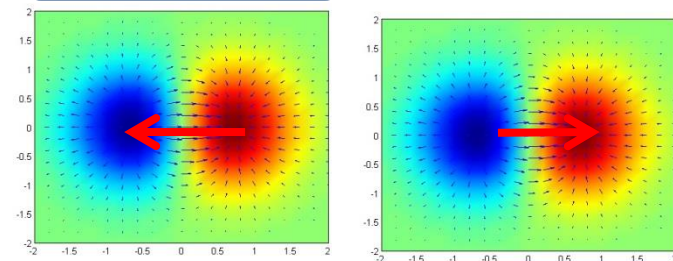


TERMO C

**Sem advecção de temperatura na Baixa troposfera, advecção quente na atmosfera superior**

- Advecção quente acima de um cavado de nível superior tende a aprofundar o cavado

$-\vec{V}_g \cdot \nabla T > 0$ $\nabla T < 0$	$-\vec{V}_g \cdot \nabla T < 0$ $\nabla T > 0$
--	--



$$\frac{\partial}{\partial z} (-\vec{V}_g \cdot \nabla T) > 0 \rightarrow \text{Height falls @ 500 mb}$$

$$\frac{\partial Z}{\partial t} \text{ proporcional } -\frac{\partial}{\partial z} [-\vec{V}_g \cdot \nabla T]$$

- A advecção diferencial positiva da temperatura altos níveis ( $-\vec{V}_g \cdot \nabla T$ ) resulta em queda de altura em 500mb



# Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021

## Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

### Equação da Tendência de Geopotencial

TERMO C

(Hemisfério Sul)

- Tipicamente Avaliada no nível em 500 mb

$$\frac{\partial Z}{\partial t} \cong -\frac{\partial}{\partial z} \left[ -\vec{V}_g \cdot \nabla T \right]$$



**Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021**

# **Teoria da Aproximação Quase Geostrófica**

## **Equação da Tendência de Geopotencial**

Termo C na prática

- Advecção quente acima de um cavado de nível superior tende a aprofundar a cavado
- A advecção fria abaixo de um cavado de nível superior tende a aprofundar o cavado
- O melhor caso para a amplificação do cavado é a advecção a quente de nível superior e a advecção a frio de nível inferior
- A advecção fria acima de uma crista de nível superior tende a contribuir com a crista
- A advecção quente abaixo de uma crista de nível superior tende a contribuir com a crista
- O melhor caso para amplificação de crista é a advecção fria de nível superior e a advecção a quente de nível inferior
- Regras básicas: como a advecção da temperatura muda com a altura é o que importa



**Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021**

## **Teoria da Aproximação Quase Geostrófica**

### **Equação da Tendência de Geopotencial**

Aplicações adicionais.

Às vezes, a equação de tendência da altura é usada para diagnosticar o desenvolvimento de ciclones e anticiclones de baixo nível:

- A advecção quente acima de uma superfície ciclônica (por exemplo, @ 850 mb) tenderá a aprofundar o ciclone
- A advecção fria acima de uma superfície anticiclônica tenderá a aprofundar o anticiclone



# **A Equação da Vorticidade Potencial Quase Geostrófica**

**Forma conservativa da equação de tendência de geopotencial  
é a equação da Vorticidade Potencial Quase Geostrófica**





# Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021

## Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

### A Equação da Vorticidade Potencial Quase Geostrófica

Esta equação da tendência de geopotencial é útil para analisar a mudança do geopotencial (nível superior de crista e cavado) desde que  $\chi$  seja relacionado a processos relacionado a vorticidade e advecção de temperatura.

$$\left[ \nabla^2 + \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial}{\partial P} \right) \right] \chi = -f_0 \vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + f \right) - \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) \right)$$

**Forma conservativa da equação de tendência de geopotencial é a equação da Vorticidade Potencial Quase Geostrófica**



# Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021

## Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

### A Equação da Vorticidade Potencial Quase Geostrófica

$$\left[ \nabla^2 + \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial}{\partial P} \right) \right] \chi = -f_0 \vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + f \right) - \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) \right)$$

### Expandindo os termos

$$\left[ \nabla^2 + \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial}{\partial P} \right) \right] \chi = -f_0 \vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + f \right) - \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial}{\partial P} \vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) + \frac{f_0^2}{\sigma} \vec{V}_g \cdot \frac{\partial}{\partial P} \nabla \left( \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) \right)$$

### A Equação da Vorticidade Potencial Quase Geostrófica

$$\left[ \nabla^2 + \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial}{\partial P} \right) \right] \chi = -f_0 \vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + f \right) - \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial}{\partial P} \vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) + \frac{f_0^2}{\sigma} \vec{V}_g \cdot \frac{\partial}{\partial P} \nabla \left( \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) \right)$$

Rearranje os termo

$$\left[ \nabla^2 + \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial}{\partial P} \right) \right] \chi = -f_0 \vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + f \right) - \left( \vec{V}_g \cdot \frac{\partial}{\partial P} \nabla \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) + \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial \vec{V}_g}{\partial P} \cdot \nabla \left( \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) \right)$$

$$\left[ \nabla^2 + \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial}{\partial P} \right) \right] \chi = -f_0 \vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + f \right) - \left( \vec{V}_g \cdot \frac{\partial}{\partial P} \nabla \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) + \frac{f_0}{\sigma} \frac{\partial \vec{V}_g}{\partial P} \cdot \nabla \left( \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) \right)$$



# Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021

## Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

### A Equação da Vorticidade Potencial Quase Geostrófica

$$\left[ \nabla^2 + \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial}{\partial P} \right) \right] \chi = -f_0 \vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + f \right) - \left( \vec{V}_g \cdot \frac{\partial}{\partial P} \nabla \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) + \frac{f_0}{\sigma} f_0 \frac{\partial \vec{V}_g}{\partial P} \cdot \nabla \left( \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) \right)$$

Observe o termo:

$$f_0 \frac{\partial \vec{V}_g}{\partial P} = \text{??????}$$

$$\left[ \nabla^2 + \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial}{\partial P} \right) \right] \chi = -f_0 \vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + f \right) - \left( \vec{V}_g \cdot \frac{\partial}{\partial P} \nabla \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) + \frac{f_0}{\sigma} f_0 \frac{\partial \vec{V}_g}{\partial P} \cdot \nabla \left( \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) \right)$$



# Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021

## Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

### A Equação da Vorticidade Potencial Quase Geostrófica

**Sabe-se que:**

$$f_0 \frac{\partial \vec{V}_g}{\partial P} = f_0 \left( \frac{\partial}{\partial P} \left( -\frac{1}{f_0} \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{1}{f_0} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) \right)$$

$$v_g = \frac{1}{f_0} \frac{\partial \Phi}{\partial x}$$

$$u_g = -\frac{1}{f_0} \frac{\partial \Phi}{\partial y}$$

$$f_0 \frac{\partial \vec{V}_g}{\partial P} = \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial x} - \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)$$

$$f_0 \frac{\partial \vec{V}_g}{\partial P} = \frac{\partial}{\partial P} \left( -\hat{k} \times (\nabla \Phi) \right)$$

$$f_0 \frac{\partial \vec{V}_g}{\partial P} = -\hat{k} \times \left( \nabla \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right)$$

$$\nabla_h \times \Phi = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ \Phi & \Phi & 0 \end{vmatrix} = (0 - 0)_i + (0 - 0)_j + \left( \frac{\partial \Phi}{\partial y} - \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)_k$$

$$\begin{aligned} \hat{k} \times \nabla_h \Phi &= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{\partial \Phi}{\partial x} & \frac{\partial \Phi}{\partial y} & 0 \end{vmatrix} = \left( 0 - \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)_i + \left( \frac{\partial \Phi}{\partial x} - 0 \right)_j + (0 - 0)_k \\ &= \left( -\frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)_i + \left( \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)_j \end{aligned}$$



# Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021

## Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

### A Equação da Vorticidade Potencial Quase Geostrófica

$$\left[ \nabla^2 + \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial}{\partial P} \right) \right] \chi = -f_0 \vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + f \right) - \left( \vec{V}_g \cdot \frac{\partial}{\partial P} \nabla \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) + \frac{f_0}{\sigma} f_0 \frac{\partial \vec{V}_g}{\partial P} \cdot \nabla \left( \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) \right)$$

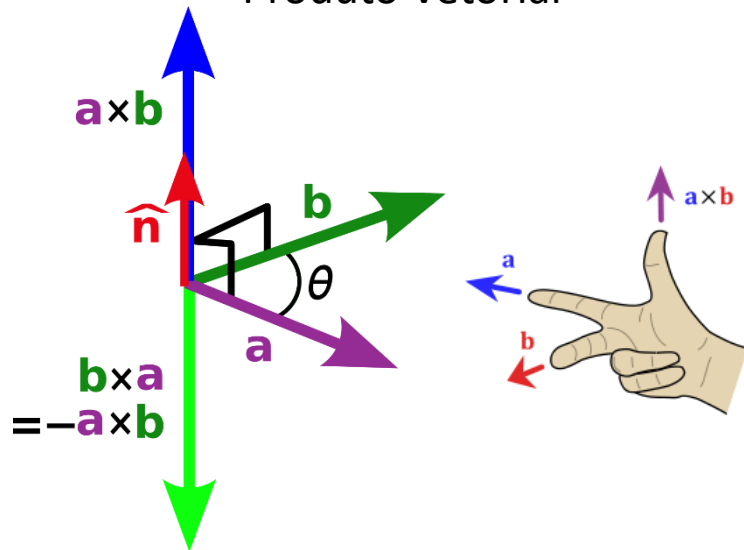
$$f_0 \frac{\partial \vec{V}_g}{\partial P} = -\hat{k} \times \left( \nabla \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right)$$

$$\left[ \nabla^2 + \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial}{\partial P} \right) \right] \chi = -f_0 \vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + f \right) - \left( \vec{V}_g \cdot \frac{\partial}{\partial P} \nabla \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) + \frac{f_0}{\sigma} \left( -\hat{k} \times \left( \nabla \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) \right) \cdot \left( \nabla \left( \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) \right) \right)$$

### A Equação da Vorticidade Potencial Quase Geostrófica

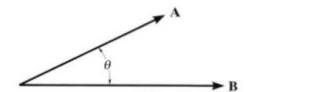
$$\left[ \nabla^2 + \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial}{\partial P} \right) \right] \chi = -f_0 \vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + f \right) - \left( \vec{V}_g \cdot \frac{\partial}{\partial P} \nabla \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) + \frac{f_0}{\sigma} \left( -\hat{k} \times \left( \nabla \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) \right) \cdot \left( \nabla \left( \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) \right) \right)$$

#### Produto Vetorial



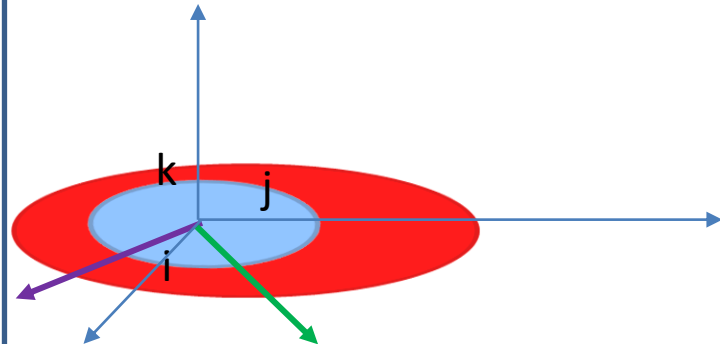
#### Produto Escalar

Para saber o ângulo formado entre dois vetores



$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = AB \cos \theta$$

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$



O termo  $\left( -\hat{k} \times \left( \nabla \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) \right)$  é perpendicular a  $\left( \nabla \left( \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) \right)$  e seu produto escalar é nulo:

### A Equação da Vorticidade Potencial Quase Geostrófica

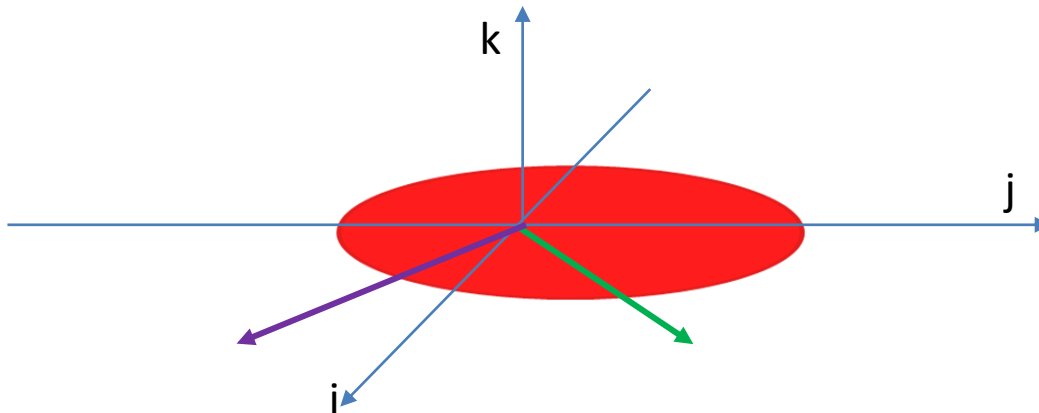
$$\left[ \nabla^2 + \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial}{\partial P} \right) \right] \chi = -f_0 \vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + f \right) - \left( \vec{V}_g \cdot \frac{\partial}{\partial P} \nabla \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) + \frac{f_0}{\sigma} \left( -\hat{k} \times \left( \nabla \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) \right) \cdot \left( \nabla \left( \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) \right) \right)$$

$$f_0 \frac{\partial \vec{V}_g}{\partial P} = -\hat{k} \times \left( \nabla \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right)$$

$$-\hat{k} \times \nabla_h \Phi = \left( \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right)_i - \left( \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right)_j$$

$$\left( \nabla \left( \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) \right)$$

$$\nabla \left( \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) = \left( \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right)_i + \left( \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right)_j$$

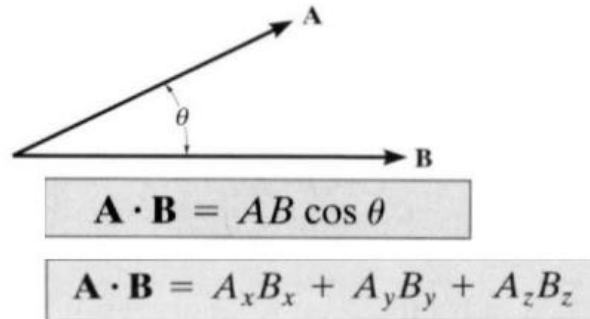




### A Equação da Vorticidade Potencial Quase Geostrófica

$$\left[ \nabla^2 + \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial}{\partial P} \right) \right] \chi = -f_0 \vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + f \right) - \left( \vec{V}_g \cdot \frac{\partial}{\partial P} \nabla \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) + \frac{f_0}{\sigma} \left( -\hat{k} \times \left( \nabla \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) \right) \cdot \left( \nabla \left( \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) \right) \right)$$

Para saber o ângulo formado entre dois vetores



O termo  $\left( -\hat{k} \times \left( \nabla \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) \right)$  é perpendicular ( $\theta = 90$ ) a  $\left( \nabla \left( \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) \right)$  e seu produto escalar é nulo:



# Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021

## Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

### A Equação da Vorticidade Potencial Quase Geostrófica

$$\left[ \nabla^2 + \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial}{\partial P} \right) \right] \chi = -f_0 \vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + f \right) - \left( \vec{V}_g \cdot \frac{\partial}{\partial P} \nabla \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) \right)$$

$$\left[ \nabla^2 \chi + \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial}{\partial P} \right) \chi \right] = -f_0 \vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + f \right) - \left( \vec{V}_g \cdot \frac{\partial}{\partial P} \nabla \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) \right)$$

$$\nabla^2 \chi + \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial}{\partial P} \right) \chi = -f_0 \vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + f \right) - \left( \vec{V}_g \cdot \frac{\partial}{\partial P} \nabla \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) \right)$$



# Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021

## Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

### A Equação da Vorticidade Potencial Quase Geostrófica

$$\nabla^2 \chi + \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial}{\partial P} \right) \chi = -f_0 \vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + f \right) - \left( \vec{V}_g \cdot \frac{\partial}{\partial P} \nabla \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) \right)$$

$$\chi = \frac{\partial \Phi}{\partial t}$$

$$\nabla^2 \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial}{\partial P} \right) \frac{\partial \Phi}{\partial t} = -f_0 \vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + f \right) - \left( \vec{V}_g \cdot \frac{\partial}{\partial P} \nabla \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) \right)$$

$$\frac{\partial \nabla^2 \Phi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) + f_0 \vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + f \right) + \left( \vec{V}_g \cdot \frac{\partial}{\partial P} \nabla \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) \right) = 0$$



# Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021

## Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

### A Equação da Vorticidade Potencial Quase Geostrófica

$$\frac{\partial \nabla^2 \Phi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) + f_0 \vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + f \right) + \left( \vec{V}_g \cdot \frac{\partial}{\partial P} \nabla \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) \right) = 0$$

$$\chi = \frac{\partial \Phi}{\partial t}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \nabla^2 \Phi + \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) \right) + \vec{V}_g \cdot \nabla \frac{f_0}{f_0} \nabla^2 \Phi + \vec{V}_g \cdot \nabla f_0 f + \left( \vec{V}_g \cdot \frac{\partial}{\partial P} \nabla \left( \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) \right) = 0$$



# Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021

## Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

### A Equação da Vorticidade Potencial Quase Geostrófica

Divide por  $f_0$

$$\chi = \frac{\partial \Phi}{\partial t}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0}{\sigma} \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) \right) + \vec{V}_g \cdot \nabla \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + \vec{V}_g \cdot \nabla f + \left( \vec{V}_g \cdot \nabla \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0}{\sigma} \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) \right) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0}{\sigma} \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) \right) + \vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + f + \left( \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0}{\sigma} \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) \right) \right) = 0$$



# Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021

## Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

### A Equação da Vorticidade Potencial Quase Geostrófica

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0}{\sigma} \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) \right) + \vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + f + \left( \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0}{\sigma} \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) \right) \right) = 0$$

$$\chi = \frac{\partial \Phi}{\partial t}$$

O termo  $f$  não depende do tempo e sua variação local no tempo é nula  $\frac{\partial f}{\partial t} = 0$ . Portanto pode-se adicionar este termo a equação

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0}{\sigma} \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) \right) + \frac{\partial f}{\partial t} + \vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + f + \left( \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0}{\sigma} \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) \right) \right) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + f + \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0}{\sigma} \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) \right) + \vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + f + \left( \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0}{\sigma} \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) \right) \right) = 0$$



# Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021

## Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

### A Equação da Vorticidade Potencial Quase Geostrófica

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + \textcolor{red}{f} + \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0}{\sigma} \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) \right) + \vec{V}_g \cdot \nabla \left( \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + f + \left( \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0}{\sigma} \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) \right) \right) = 0$$

$$\frac{D}{Dt_g} \left( \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + \textcolor{red}{f} + \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0}{\sigma} \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) \right) = \frac{D_g q}{Dt} = 0$$

**Assim a equação da vorticidade potencial Quase Geostrófica:**

$$q = \left[ \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + \textcolor{red}{f} + \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0}{\sigma} \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) \right]$$



# Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021

## Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

---

### A Equação da Vorticidade Potencial Quase Geostrófica

$$q = \left[ \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + f + \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0}{\sigma} \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) \right]$$

As tres partes da equação são:

- Vorticidade relativa
- Vorticidade planetária
- Alongamento ou encurtamento da vorticidade

**A soma das vorticidades é conservada**





# Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021

## Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

### A Equação da Vorticidade Potencial Quase Geostrófica

$$q = \left[ \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + f + \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0}{\sigma} \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) \right]$$

### A soma das vorticidades é conservada

$$\frac{D_g q}{Dt} = 0$$

Supõe-se também que a rotação da Terra domine  $f \gg \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi$

$$q = \left[ f + \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0}{\sigma} \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) \right]$$

$$\frac{D_g \left( \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + f \right)}{Dt} = \frac{D_g}{Dt} \left( \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0}{\sigma} \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) \right)$$

A equação de vorticidade relevante contém apenas alongamento e encurtamento desta rotação básica



# Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021

## Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

---

### A Equação da Vorticidade Potencial Quase Geostrófica

$$\frac{D_g q}{Dt} = 0$$

A equação de vorticidade relevante fica em função do termo que contém apenas alongamento e encurtamento desta rotação básica

$$\xi_g = \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi$$

$$\frac{D_g(\xi + f)}{Dt} = \frac{D_g}{Dt} \left( \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0}{\sigma} \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) \right)$$



# **Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021**

## **Teoria da Aproximação Quase Geostrófica**

---

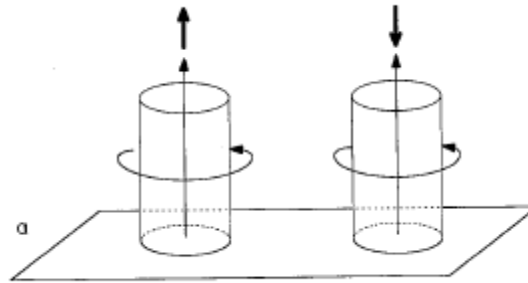
### **A Equação da Vorticidade Potencial Quase Geostrófica**

Dois exemplos simples:.

Juntamente com o movimento vertical zero no solo, a ascensão para a troposféra implica alongamento e criação de vorticidade absoluta maior que  $f$ , isto é, vorticidade ciclônica relativa, na troposfera inferior.

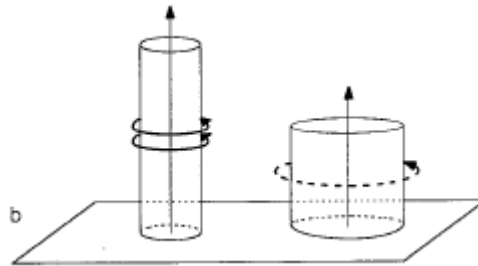
Da mesma forma, a descida na metade da troposfera implica encolhimento e criação de vorticidade anticiclônica relativa.

### A Equação da Vorticidade Potencial Quase Geostrófica



A ascensão e descida na média troposfera, mostradas , levam a, respectivamente, o alongamento e o encolhimento da vorticidade

### A Equação da Vorticidade Potencial Quase Geostrófica



O aumento e diminuição associados a vorticidade e circulação mostrados. Se a vorticidade relativa inicial for zero, as duas situações correspondem a desenvolvimentos de superfícies ciclônicas (aumento ) e anticiclônicas(diminuição ).



# Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021

## Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

### A Equação da Vorticidade Potencial Quase Geostrófica

Uma abordagem alternativa, mas equivalente, é observar que a quantidade de alongamento ocorrida é indicada pela distorção dos contornos de temperatura potencial, como na Figura . Isso, por sua vez, é descrito pela equação da energia termodinâmica.

A combinação desta equação com a equação de vorticidade fornece a equação de conservação para a vorticidade potencial de QG  $q$ . Para uma estabilidade estática uniforme, estado básico de repouso e  $f$  constante , então  $q = f$ .

The conservation of  $q$  then gives:

reduced static stability

$$\Rightarrow \frac{\partial \theta'}{\partial z} < 0 \Rightarrow \xi > 0, \text{ cyclonic,}$$

increased static stability

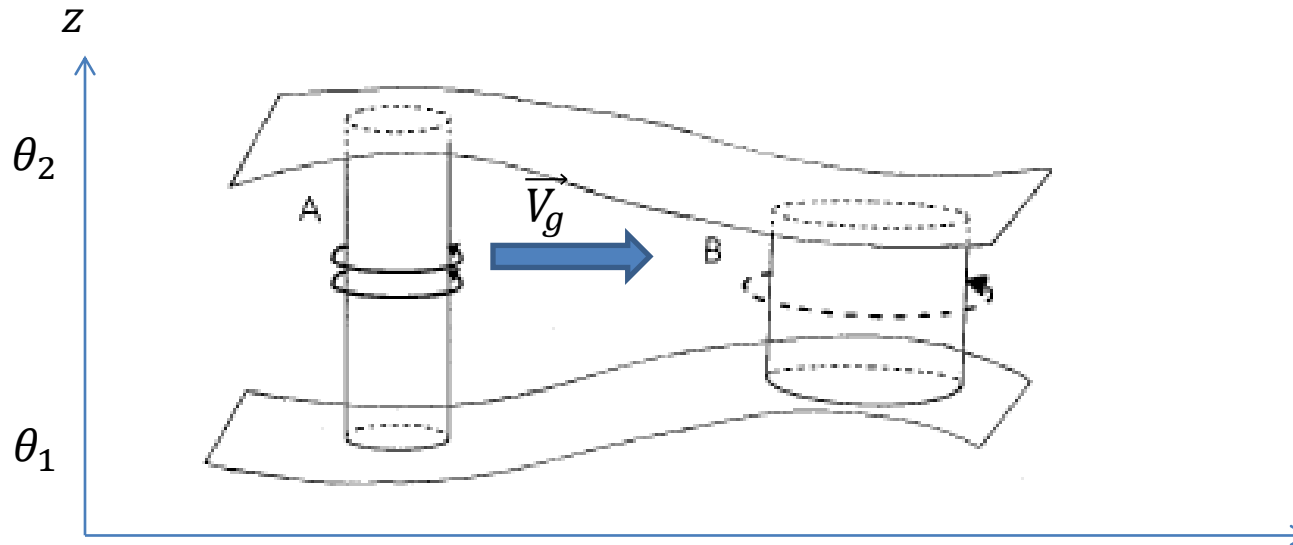
$$\Rightarrow \frac{\partial \theta'}{\partial z} > 0 \Rightarrow \xi < 0, \text{ anticyclonic,}$$

$$q = \left[ \frac{1}{f_0} \nabla^2 \Phi + f + \frac{\partial}{\partial P} \left( \frac{f_0}{\sigma} \frac{\partial \Phi}{\partial P} \right) \right]$$

### A Equação da Vorticidade Potencial Quase Geostrófica

O alongamento e encolhimento dos dois cilindros delimitados pelas duas superfícies isentrópicas (temperatura potencial).

Portanto, a mudança de vorticidade e circulação, passando de A para B, ou vice-versa, são indicados pela separação vertical relativa dessas duas superfícies (isentrópicas ).

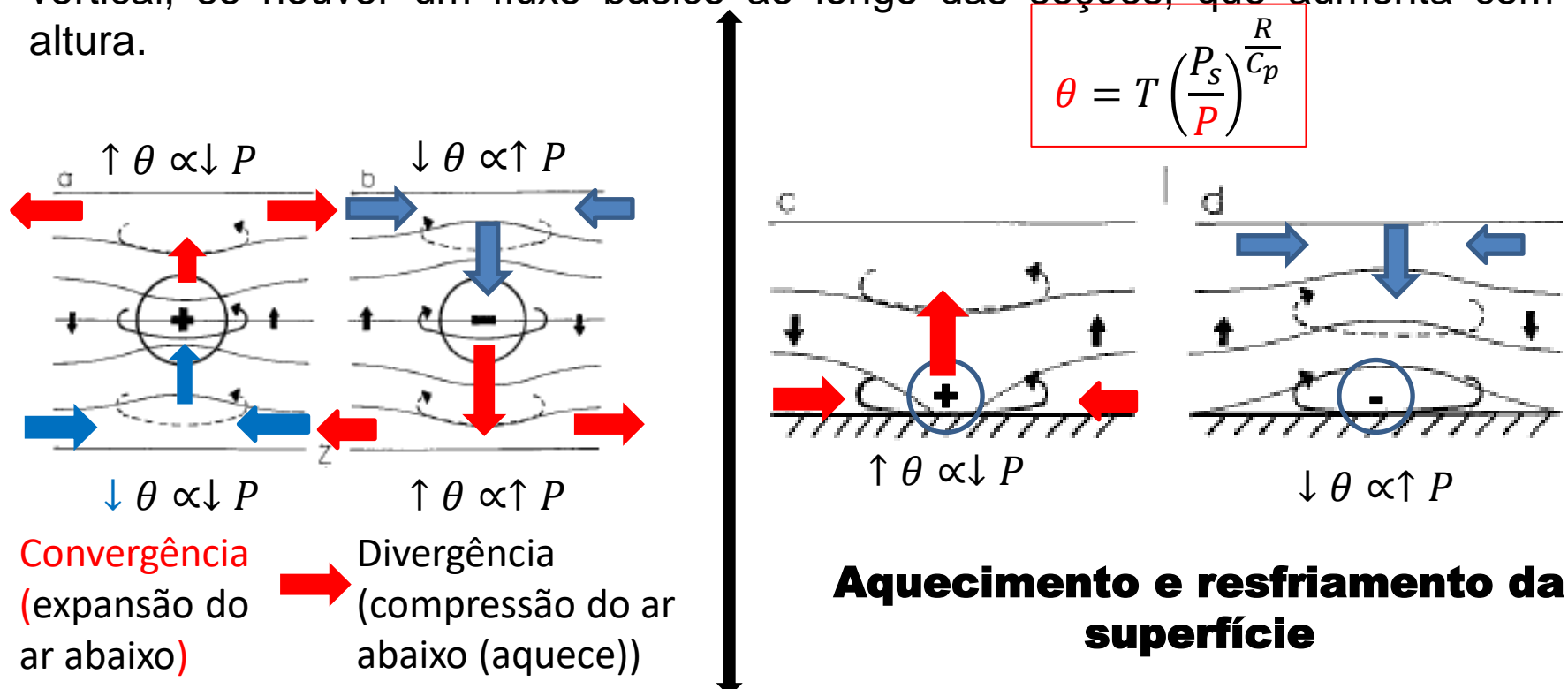


$$\theta = T \left( \frac{P_s}{P} \right)^{\frac{R}{c_p}}$$

### A Equação da Vorticidade Potencial Quase Geostrófica

#### Caso idealizado

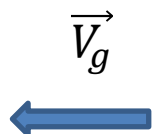
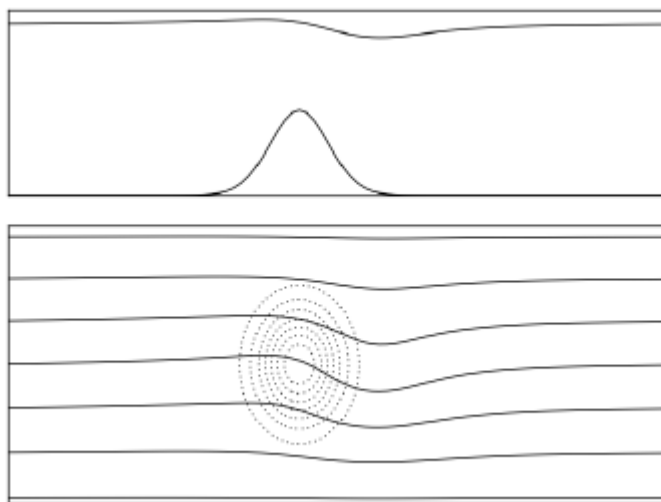
As isentrópicas (temperatura potencial) e a circulação para **anomalias PV internas** positivas (a) e negativas (b) e para **anomalias de temperatura de superfície** quente (c) e fria (d). Também é mostrado o sentido do movimento vertical, se houver um fluxo básico ao longo das seções, que aumenta com a altura.





### A Equação da Vorticidade Potencial Quase Geostrófica

A conservação da vorticidade potencial pode ser usada para explicar a formação de vales do lado esquerdo, no fluxo em direção a oeste sobre uma barreira de montanha.

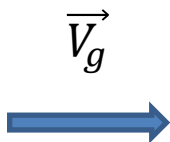
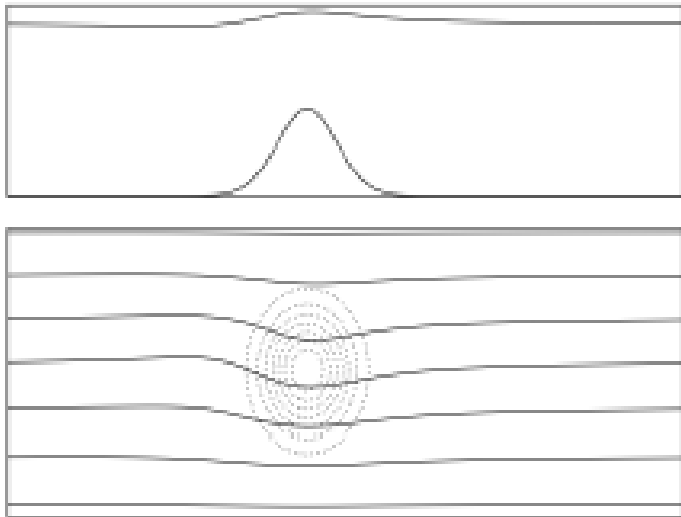


À medida que a parcela começa a subir a montanha, sua profundidade diminui. Isso requer que a vorticidade absoluta também diminua.

A atmosfera responde a isso criando vorticidade de cisalhamento anticiclônico e curvatura ao lado na direção montanha acima.

### A Equação da Vorticidade Potencial Quase Geostrófica

A conservação da vorticidade potencial pode ser usada para explicar, no fluxo para a direção a leste sobre uma barreira de montanha



À medida que a parcela sobe o lado oeste da montanha, novamente a vorticidade absoluta deve diminuir.

Isso é obtido pela parcela em direção ao sul (hemisfério norte), onde a vorticidade planetária é menor.

No entanto, a curvatura não pode ser muito grande aqui, porque a curvatura é ciclônica e funcionaria contra a diminuição da vorticidade absoluta.



# **Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021**

## **Teoria da Aproximação Quase Geostrófica**

---

### **Exercício**

**Resumo ou comente as considerações usadas para a derivação da equação da vorticidade potencial e tendência do geopotencial que mostram que o escoamento é dominado pela grande escala.**

**R:**