Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021
Camada Limite Planetária

Paulo Kubota

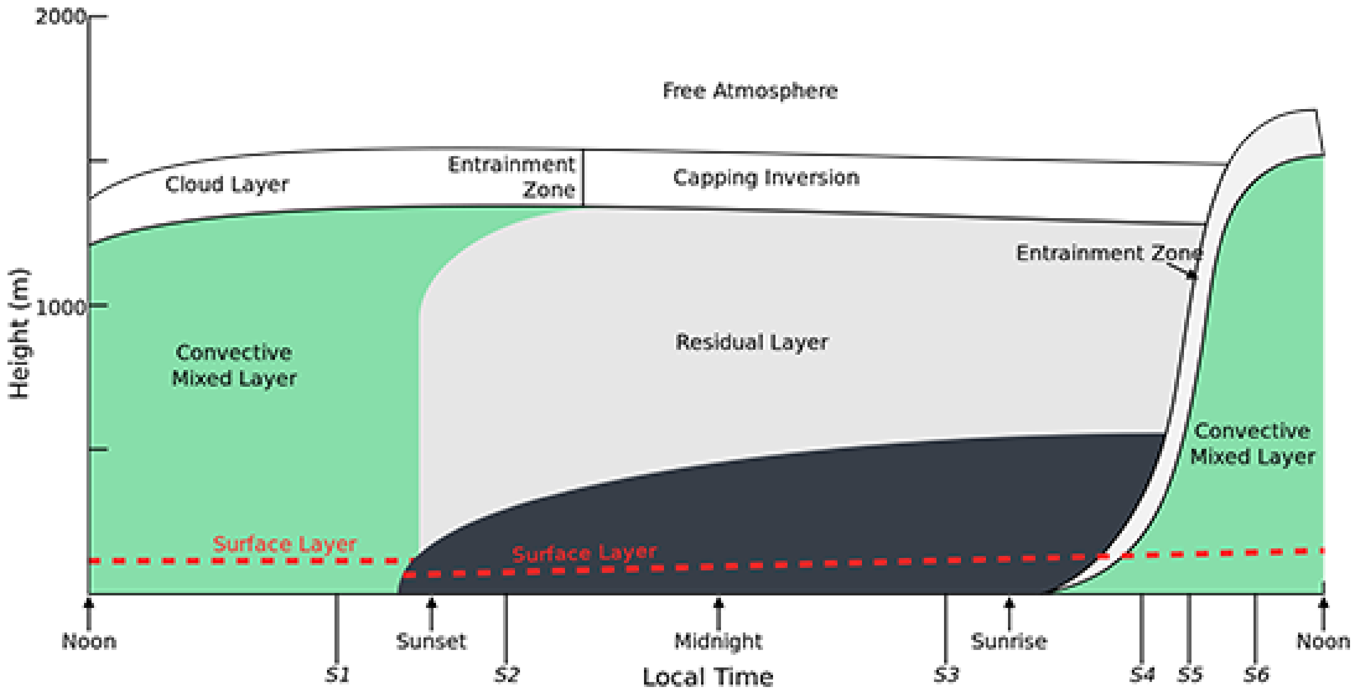
data	Tópicos
15/04/2021	PBL
20/04/2021	PBL
22/04/2021	PBL
27/04/2021	QG Vorticity. eq.
29/04/2021	QG Vorticity. eq.
04/05/2021	QG Vorticity. eq.
06/05/2021	Geop. Tend. eq.
11/05/2021	Geop. Tend. eq.
13/05/2021	Geop. Tend. eq.
18/05/2021	Omega and Vetor Q
20/05/2021	Omega and Vetor Q
25/05/2021	Omega and Vetor Q
27/05/2021	Avaliação 1
01/06/2021	Avaliação 2

Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021
Camada Limite Planetária

- ***A Camada limite Planetária***
- ***Média de Reynolds;***
- ***Energia Cinética Turbulenta;***
- ***Camada de Ekman : Hipótese do comprimento de Mistura;***

Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021
Camada Limite Planetária

- ***A Camada limite Planetária***



Diurnal evolution of the atmospheric boundary layer. The black region is the stable (nocturnal) boundary layer. Time markers S1–S6 are used in lesson 11.3. After R. B. Stull's An Introduction to Boundary Layer Meteorology (1988).
Credit: NikNaks (Own work, based on [1]) [CC BY-SA 3.0], via Wikimedia Common

5.1 Turbulência Atmosférica.

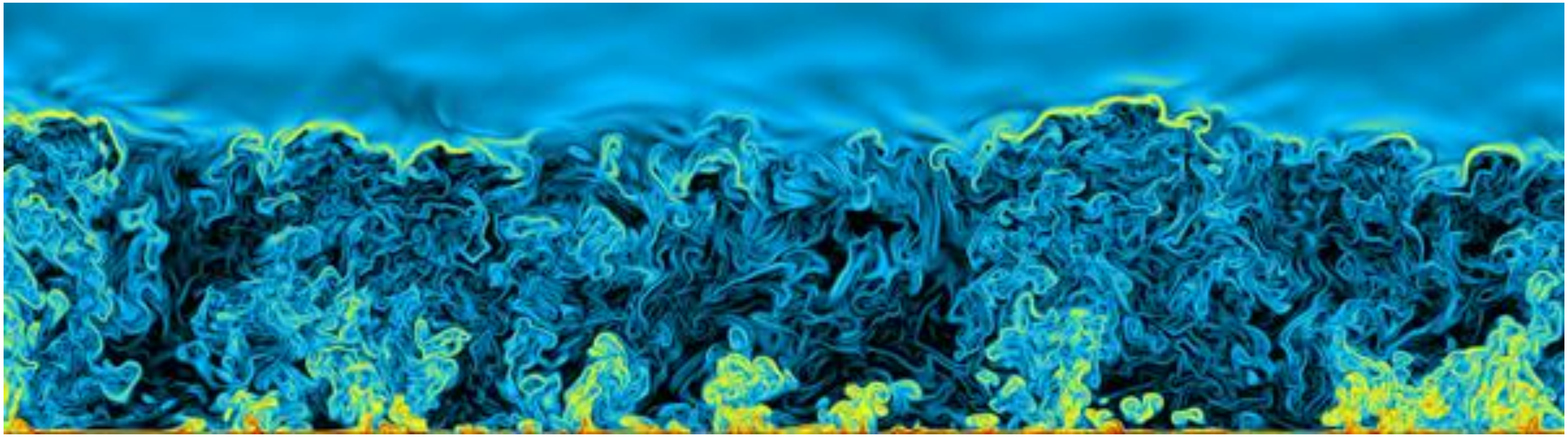


Figure 1: Vertical cross-section showing the turbulent boundary layer, filled with chaotic motions of many different scales, and the upper troposphere, characterized by gentle undulations. The colour indicates the magnitude of the local variation of the density field, increasing from black to yellow to red. Simulation performed at the Jülich Supercomputing Centre using 5120 × 5120 × 840 grid points. *Copyright: © Max Planck Institute for Meteorology, Hamburg*

Aproximação de Boussinesq?

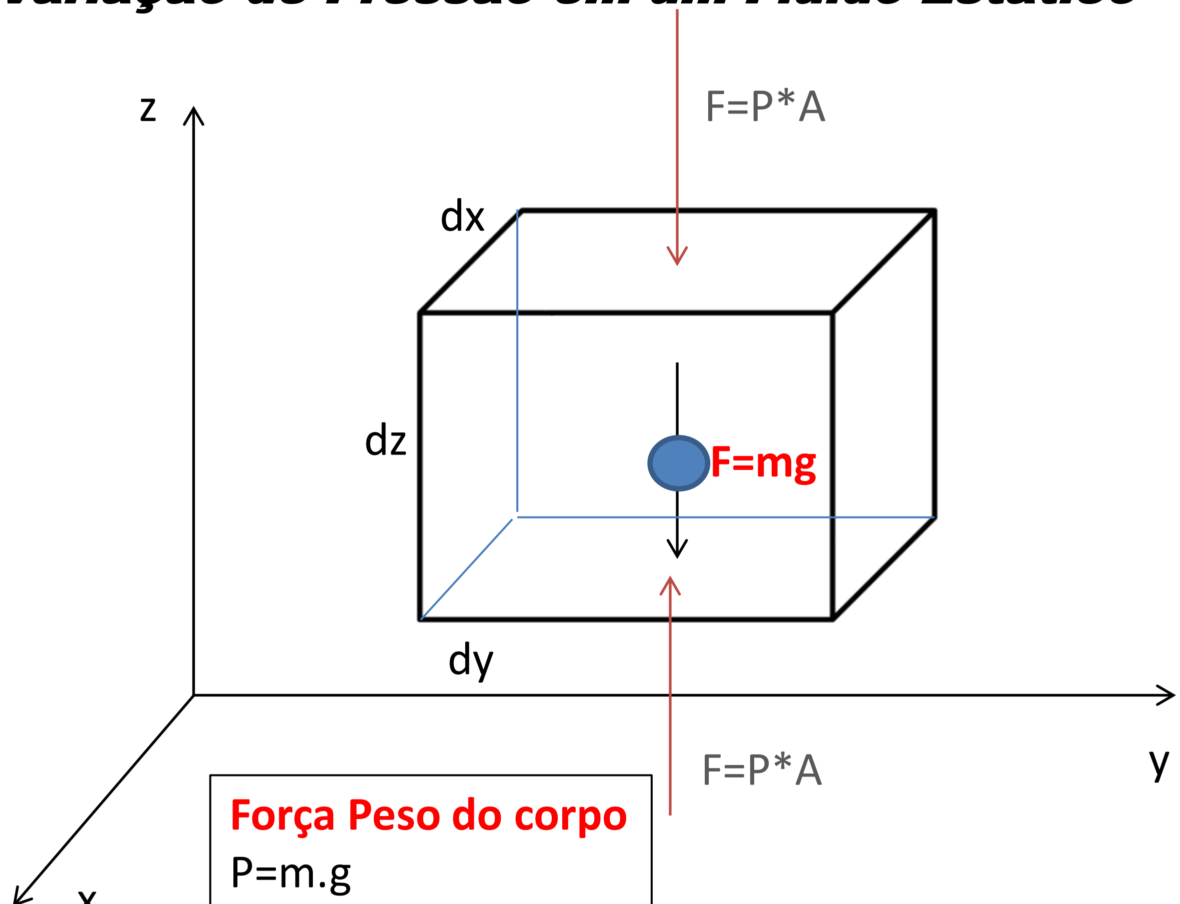
Porque $\rho \neq \rho_0$?

$$\frac{Du_i}{Dt} = \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial P}{\partial x_i} - \frac{\rho}{\rho_0} g\delta_{i3} - 2\Omega\varepsilon_{ijk}\eta_j u_k + \nu\left(\frac{\partial^2 u_i}{\partial {x_j}^2}\right)$$

Variação de Pressão em um Fluido Estático

Força Peso

Variação de Pressão em um Fluido Estático



Força Peso do corpo

P=m.g

ρ=m/V => m= ρ*V

P=ρg*V

P=ρg*(dx*dy*dz)

P=γ*(dx*dy*dz)

Para a figura a esquerda:

- Mostra elementos diferencial

- Densidade do fluido constante

- Forças agindo :

– Força Peso do corpo = $\gamma \cdot dx \cdot dy \cdot dz$

– Força de superfície = Força de Pressão

- Fluido em descanso

  => Elemento em Equilíbrio

  => Somas das forças deve ser zero

Variação de Pressão em um Fluido Estático

Força peso do Corpo

$$F_b = mg$$

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$m = \rho V$$

g=cte

$$dF_b = dm\vec{g}$$

$dF_b \sim dm$

$$\mathrm{d}m = \rho dV$$

$$dF_b = \vec{g}\rho dV$$

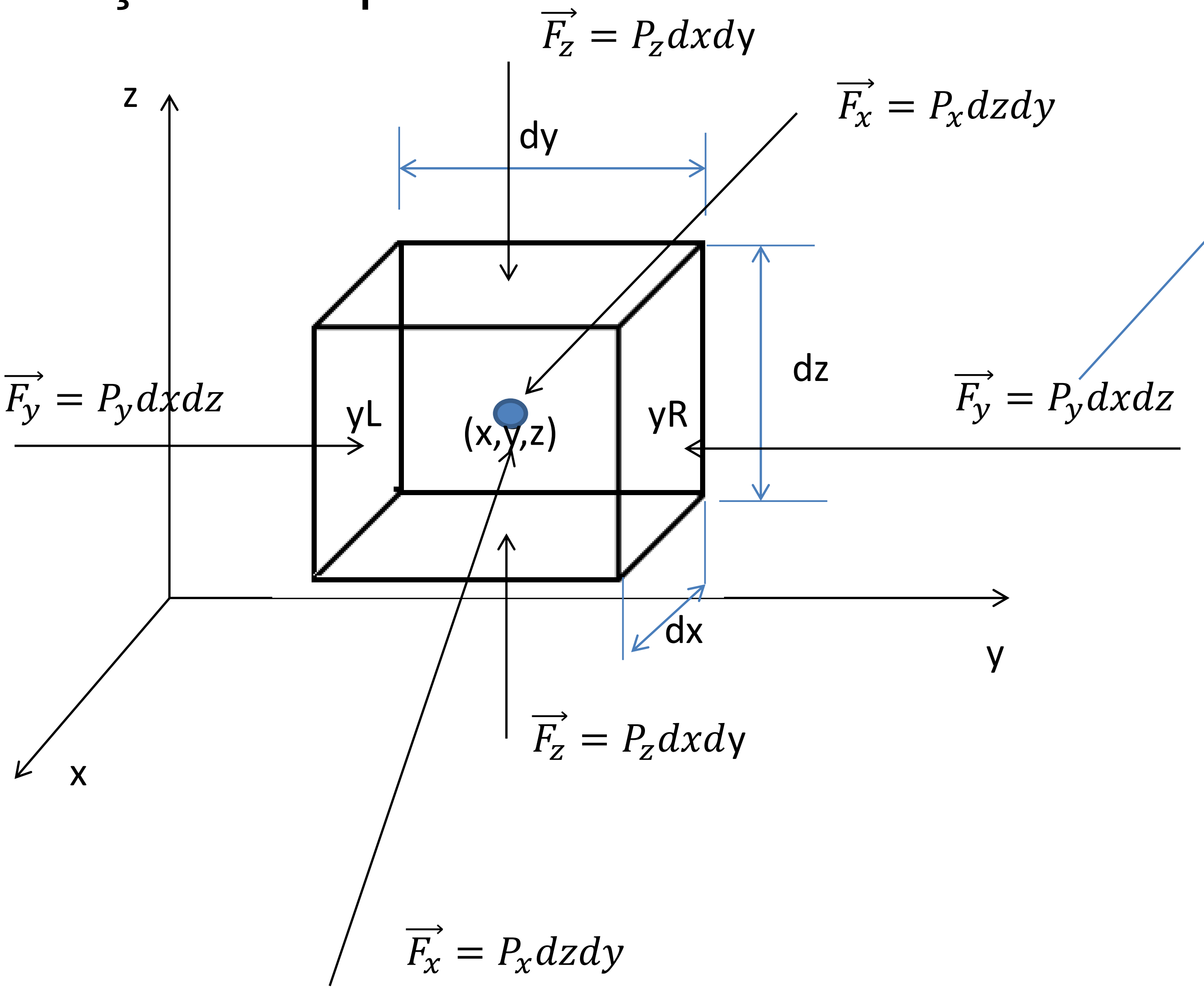
$$dF_b = \vec{g}\rho \mathrm{dxdydz}$$

Força peso do Corpo $\boxed{dF_b = \vec{\gamma}\mathrm{dxdydz}}$

Variação de Pressão em um Fluido Estático

Força sobre uma superfície cubica

Força de Superfície

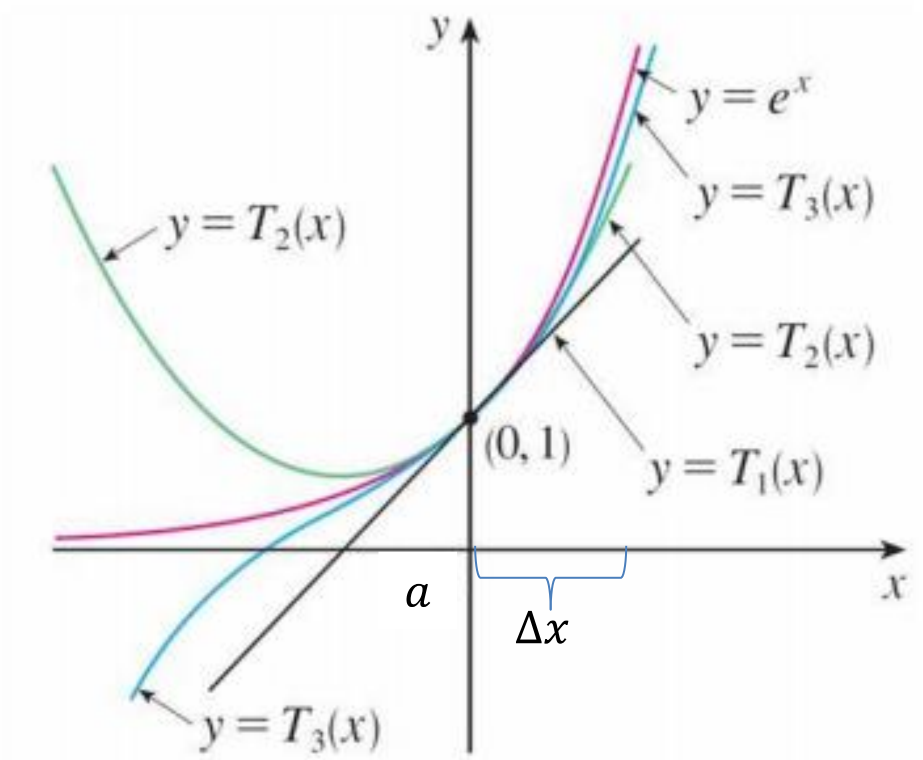


$$\mathrm{P} = \frac{F}{A}$$

F=P*A

Séries de Taylor

$$\Delta x = (x - a) \rightarrow 0$$



F=P*A

$$Pn(x) = f(a) + \frac{1}{1!}\frac{df(a)}{dx}(x-a) + \frac{1}{2!}\frac{d^2f(a)}{d^2x}(x-a)^2 + \cdots + \frac{1}{k!}\frac{d^kf(a)}{d^kx}(x-a)^k$$

Polinômio de Taylor de Ordem n

Definição – Polinômio de Taylor de Ordem n

Seja f uma função com derivadas de ordem k para k = 1, 2, ..., N em algum intervalo contendo *a* como um ponto interior. Então, para algum inteiro n de 0 a N, o **polinômio de Taylor de ordem n** gerado por f em x = *a* é o polinômio

F=P*A

$$Pn(x) = f(a) + + \frac{f'(a)}{1!}(x-a)\frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \cdots + \frac{f^k(a)}{k!}(x-a)^k$$

$$Pn(x) = f(a) + \frac{1}{1!}\frac{df(a)}{dx}(x-a) + \frac{1}{2!}\frac{d^2f(a)}{d^2x}(x-a)^2 + \cdots + \frac{1}{k!}\frac{d^kf(a)}{d^kx}(x-a)^k$$

$$f(x) = P(x)$$

$$Pn(y) = P(y) + \frac{dP(y)}{dy}(\boldsymbol{yL - y}) + \frac{1}{2!}\frac{d^2P(y)}{d^2y}(yL - y)^2 + \cdots + \frac{1}{k!}\frac{d^kP(y)}{d^ky}(yL - y)^k$$

$$Pn(x) = P(y) + \frac{dP(y)}{dy}(\boldsymbol{yR - y}) + \frac{1}{2!}\frac{d^2P(y)}{d^2y}(\boldsymbol{yR - y})^2 + \cdots + \frac{1}{k!}\frac{d^kP(y)}{d^ky}(yR - y)^k$$

Pressão sobre a superfície do cubo

$$PL(y) = P(y) + \frac{dP(y)}{dy}\left(-\frac{\boldsymbol{dy}}{\boldsymbol{2}}\right) + \cdots.$$

$$PR(y) = P(y) + \frac{dP(y)}{dy}\left(\frac{\boldsymbol{dy}}{\boldsymbol{2}}\right) + \cdots.$$

Y

$$\boxed{PL(y) = P(y) - \frac{dP(y)}{dy}\left(\frac{dy}{2}\right) + \cdots.}$$

$$\boxed{PR(y) = P(y) + \frac{dP(y)}{dy}\left(\frac{dy}{2}\right) + \cdots}$$

$\longrightarrow$ $\longleftarrow$

X

$$\boxed{PL(x) = P(x) - \frac{dP(x)}{dx}\left(\frac{dx}{2}\right) + \cdots.}$$

$$\boxed{PR(x) = P(x) + \frac{dP(x)}{dx}\left(\frac{dx}{2}\right) + \cdots}$$

$\longrightarrow$ $\longleftarrow$

Z

$$\boxed{Pb(z) = P(z) - \frac{dP(z)}{dz}\left(\frac{dz}{2}\right) + \cdots.}$$

$$\boxed{Pt(z) = P(z) + \frac{dP(z)}{dz}\left(\frac{dz}{2}\right) + \cdots}$$

$\longrightarrow$ $\longleftarrow$

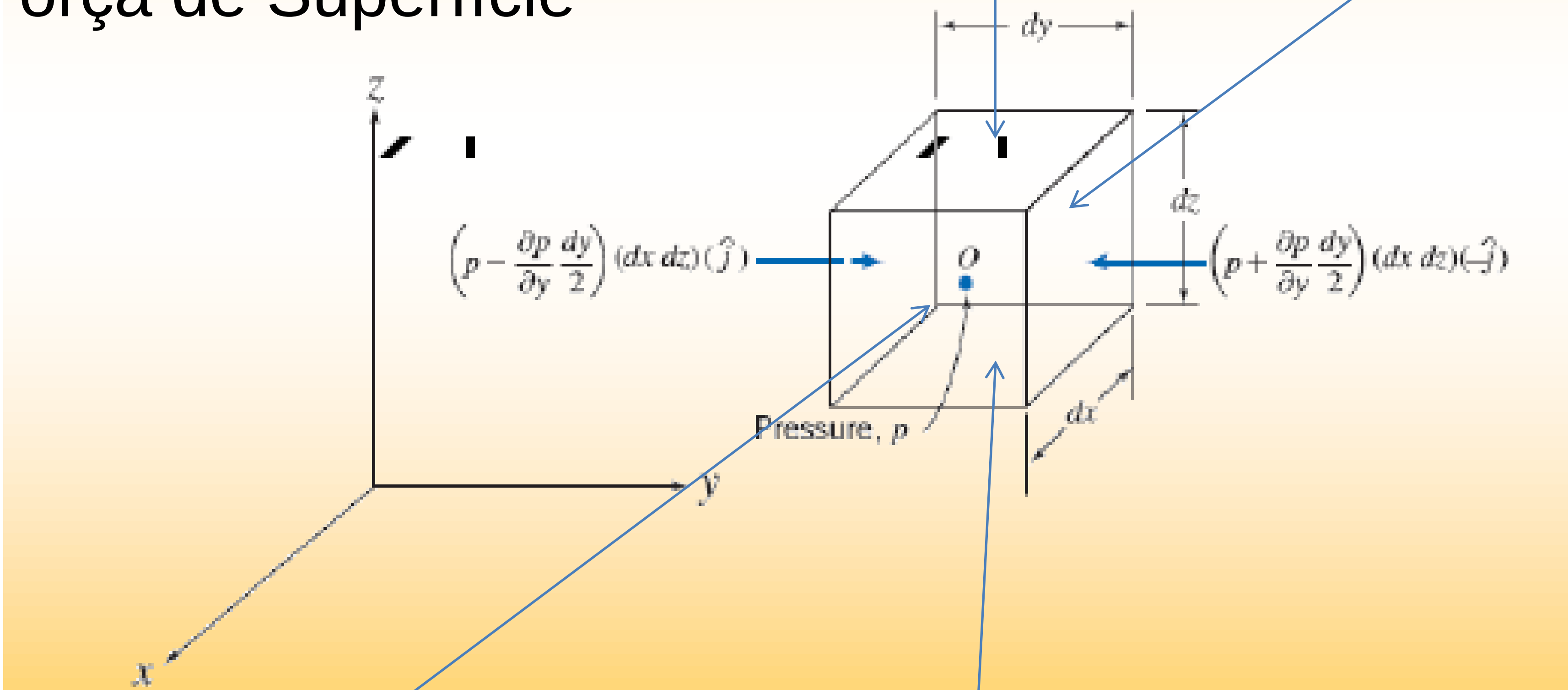
Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021

Camada Limite Planetária

$$Pt(z) = P(z) + \frac{dP(z)}{dy}\left(\frac{dz}{2}\right)(\text{-k})$$

$$PR(x) = P(x) + \frac{dP(x)}{dy}\left(\frac{dx}{2}\right)(\text{-i})$$

Força de Superfície



$$PL(x) = P(x) - \frac{dP(x)}{dx}\left(\frac{dx}{2}\right)(\text{i})$$

$$Pb(z) = P(z) - \frac{dP(z)}{dz}\left(\frac{dz}{2}\right)(\text{k})$$

Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021

Camada Limite Planetária

Fazendo o Balanço de todas as forças para um fluido hidrostático as forças na superfície do cubo

$$d\overrightarrow{F_z} = \overrightarrow{F_z}\,\hat{k} + \overrightarrow{F_z}\,\widehat{-k}$$

$$soma\ vetorial \quad \overrightarrow{F_z}\,\hat{k} = -\overrightarrow{F_z}\,\widehat{-k}$$

$$d\overrightarrow{F_z} = \overrightarrow{F_z}\,\hat{k} - \overrightarrow{F_z}\,\widehat{-k}$$

$$-\frac{dP(z)}{dz}(dz)dydx$$

$$d\overrightarrow{F_y} = \overrightarrow{F_y}\,\hat{j} + \overrightarrow{F_y}\,\widehat{-j}$$

$$soma\ vetorial \quad \overrightarrow{F_y}\,\hat{j} = -\overrightarrow{F_y}\,\widehat{-j}$$

$$d\overrightarrow{F_y} = \overrightarrow{F_y}\,\hat{j} - \overrightarrow{F_y}\,\widehat{-j}$$

$$-\frac{dP(y)}{dy}(dy)dxdz$$

$$d\overrightarrow{F_x} = \overrightarrow{F_x}\,\hat{i} + \overrightarrow{F_x}\,\widehat{-i}$$

$$soma\ vetorial \quad \overrightarrow{F_x}\,\hat{i} = -\overrightarrow{F_x}\,\widehat{-i}$$

$$d\overrightarrow{F_x} = \overrightarrow{F_x}\,\hat{i} - \overrightarrow{F_x}\,\widehat{-i}$$

$$-\frac{dP(x)}{dx}(dx)dydz$$

$$d\overrightarrow{F_S} = d\overrightarrow{F_x} + d\overrightarrow{F_y} + d\overrightarrow{F_z}$$

$$dF_S = -\left(\frac{\partial P}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial P}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial P}{\partial z}\hat{k}\right) \text{dxdydz}$$

$$D\overrightarrow{F_S} = -grad\ Pdxdydz = -\nabla Pdxdydz$$

Variação de Pressão em um Fluido Estático

Força Total Sobre o Cubo

Variação de Pressão em um Fluido Estático

Força Total

$$d\vec{F} = d\overrightarrow{F_S} + d\overrightarrow{F_b} + \ldots.$$

$$D\overrightarrow{F_S} = -\nabla P dxdydz$$

$$d\overrightarrow{F_b} = \vec{g}\rho \mathrm{dxdydz}$$

$$d\vec{F} = -\nabla P dxdydz + \vec{g}\rho \mathrm{dxdydz}$$

$$d\vec{F} = (-\nabla P + \vec{g}\rho)dxdydz$$

$$d\vec{F} = (-\nabla P + \vec{g}\rho)dV$$

$$\frac{d\vec{F}}{dV} = (-\nabla P + \vec{g}\rho)$$

$$\frac{dm * a}{dV} = (-\nabla P + \vec{g}\rho)$$

Variação de Pressão em um Fluido Estático

Força Total

$$\boxed{\frac{dm}{dV}\vec{a} = (-\nabla P + \vec{g}\rho)}$$

Aproximação de Boussinesq

$\frac{dm}{dV}$ *esta variação da massa sobre o volume pode ser definida como constante* (ρ_0) *para um fluido Estático*

$$\boxed{\rho_0\vec{a} = (-\nabla P + \vec{g}\rho)}$$

$$\boxed{\frac{D\vec{a}}{Dt} = (-\frac{1}{\rho_0}\nabla P + \frac{\rho}{\rho_0}\vec{g})}$$

Aproximação de Boussinesq?

Porque $\rho \neq \rho_0$?

$$\frac{Du_i}{Dt} = \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial P}{\partial x_i} - \frac{\rho}{\rho_0} g\delta_{i3} - 2\Omega\varepsilon_{ijk}\eta_j u_k + \nu\left(\frac{\partial^2 u_i}{\partial {x_j}^2}\right)$$

$\rho = \frac{dm}{dV}$ *densidade do elemento de volume.*

$\rho_0 = \frac{dm}{dV}$ densidade do meio. Derivada a Força total do ambiente aplicada sobre o volume do cubo

Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021
Camada Limite Planetária

5.1.1 The Boussinesq Approximation

$$\mathbf{V}_g \equiv \mathbf{k} \times \frac{1}{\rho f} \nabla p$$

$$\boxed{\frac{d\vec{F}}{dV} = (-\nabla P + \vec{g}\rho)}$$

$$\boxed{\frac{d\vec{V}}{dt} = (-\frac{1}{\rho_0} \nabla P + \frac{\rho}{\rho_0} \vec{g}) + f + Frz}$$

$$\frac{Du}{Dt} = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p}{\partial x} + fv + F_{rx}$$

$$\frac{Dv}{Dt} = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p}{\partial y} - fu + F_{ry}$$

A densidade do estado básico (atmosfera padrão) nos primeiros quilômetro da baixo atmosfera varia apenas cerca de 10%, e o perturbação da densidade se desvia do estado básico em apenas alguns pontos percentuais.

Estas circunstâncias pode sugerir que a dinâmica da camada limite possa ser modelada definindo a densidade constante e usando a teoria de fluidos incompressíveis homogêneos.

No entanto, não é o caso. Flutuações de densidade não podem ser totalmente desprezadas porque são essenciais para representar a força de flutuação

$$\frac{Dw}{Dt} = -\frac{1}{\rho_o}\frac{\partial P}{\partial z} + g\frac{\rho}{\rho_0} + F_{rz}$$

$$\boxed{\rho \approx \theta}$$

Variação de Pressão em um Fluido Estático

Aproximação de Boussinesq

A equação de continuidade sob a aproximação de Boussinesq

$$\nabla.\left(\rho\vec{V}\right) = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

Variação de Pressão em um Fluido Estático

Aproximação de Boussinesq

Uma pausa e dizer algumas palavras sobre a aproximação de Boussinesq. Imagine um fluido 3D, como o oceano, onde a densidade pode ser dividida em três termos: ρ = ρ_0 + $\tilde{\rho}$ (z) + ρ' (x, y, z, t). Onde

$$\rho_0 \gg \tilde{\rho} \gg \rho'$$

Isso requer que a variação vertical da densidade seja pequena em relação à média e que as variações horizontal e temporal sejam pequenas em relação à vertical. Esta é uma boa aproximação para o oceano onde temos:

ρo ~ = 1000 kg / m3
ρ˜ ~ = 10 kg / m3
ρ '~ = 0,1 kg / m3

Mas não é tão bom para a atmosfera nos últimos 15 km, onde:
ρo ~ = 0,5 kg / m3
ρ˜ ~ = 0,5 kg / m3
ρ '~ = 0,005 kg / m3

5.1.2 Media de Reynolds

- Em um fluido turbulento, uma variável de campo como a velocidade medida em um ponto geralmente flutua rapidamente no tempo, à medida que vortices de várias escalas passam pelo ponto.

- Para que as medições sejam realmente representativas do fluxo em grande escala, é necessário calcular o fluxo usando a média por um intervalo de tempo longo o suficiente para calcular as flutuações de vortices em pequena escala, mas ainda suficientemente curto para preservar as tendências em grande escala do campo de fluxo.

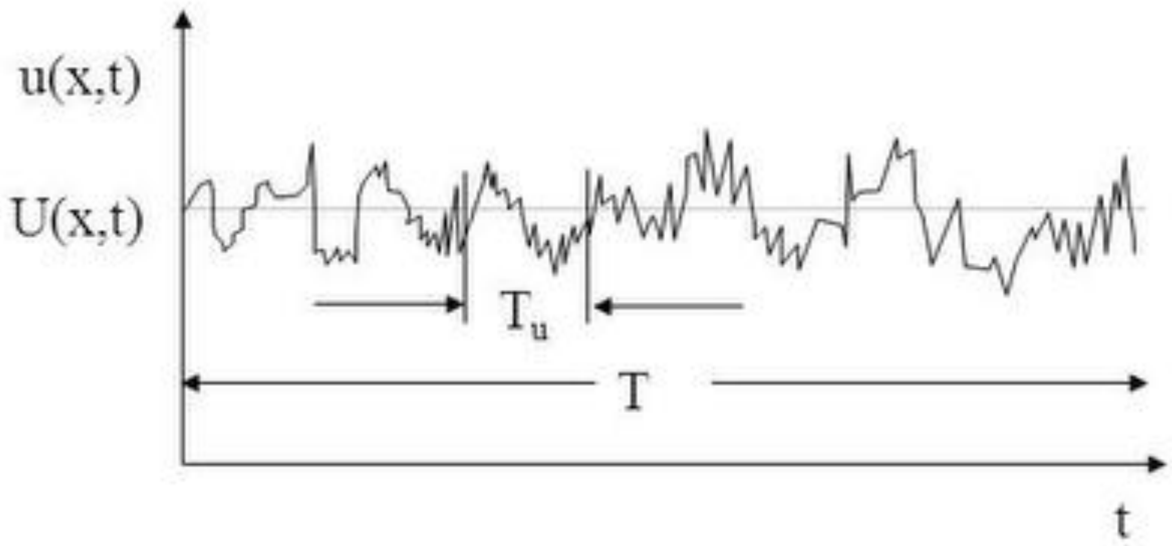
- Para fazer isso, assumimos que as variáveis de campo podem ser separadas em campos médios com variação lenta e componentes turbulentos com variação rápida.

5.1.2 Media de Reynolds

- Seguindo o esquema introduzido por Reynolds, assumimos que, para qualquer variável de campo, w e θ pode-se aplicar a decomposição.

$$w = \bar{w} + w'$$

$$\theta = \bar{\theta} + \theta'$$



5.1.2 Media de Reynolds

- Por definição, as médias das componentes flutuantes desaparecem; o produto de um desvio com uma média também desaparece quando a média de tempo é aplicada

$$\overline{w'\bar{\theta}} = \overline{w'}\bar{\theta} = 0$$

A média do produto dos componentes de desvio (chamada covariância) geralmente não desaparece

$$Se\; w' > 0 \quad e\; \theta' > 0 \Rightarrow w'\theta' > 0$$

$$Se\; w' < 0 \quad e\; \theta' < 0 \Rightarrow w'\theta' > 0$$

5.1.2 Media de Reynolds

Propriedades da Média de Reynolds

O processo de média de Reynolds sobre operações envolvendo as variáveis instantâneas é decorrente das definições da média:

$$\underbrace{f}_{\text{valor instantâneo}} = \underbrace{\overline{f}}_{\text{valor medio}} + \underbrace{f'}_{\text{valor flutuante}}$$

$$\overline{\overline{f}} = \overline{f}$$

$$\overline{f'} = 0$$

$$\overline{f \cdot \overline{g}} = \overline{\left(\overline{f} + f'\right) \cdot \overline{g}} = \overline{f} \cdot \overline{g}$$

$$\overline{f'\overline{g}} = 0$$

$$\overline{f + g} = \overline{\left(\overline{f} + f'\right) \cdot \left(\overline{g} + g'\right)} = \overline{f} + \overline{g}$$

$$\overline{\frac{\partial f}{\partial x}} = \frac{\partial \overline{\left(\overline{f} + f'\right)}}{\partial x} = \frac{\partial \overline{f}}{\partial x}$$

$$\overline{\int f dx} = \int \overline{\left(\overline{f} + f'\right)} dx = \int \overline{f} dx$$

5.1.2 Media de Reynolds

Continuidade=>Pode-se somar zero a equação pois não modifica o resultado

Momentum x

$$\frac{Du}{Dt} = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial P}{\partial x} + fv + F_{rx}$$

$$\frac{Du}{Dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z}$$

$+$

$$\boxed{\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0}$$

$$\boxed{u\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right) = 0}$$

$$\frac{Du}{Dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z} + u\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right)$$

$$\frac{Du}{Dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z} + \left(u\frac{\partial u}{\partial x} + u\frac{\partial v}{\partial y} + u\frac{\partial w}{\partial z}\right)$$

$$\frac{Du}{Dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + 2u\frac{\partial u}{\partial x} + +u\frac{\partial v}{\partial y} + v\frac{\partial u}{\partial y} + u\frac{\partial w}{\partial z} + w\frac{\partial u}{\partial z}$$

$$\frac{Du}{Dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} + \frac{\partial uw}{\partial z}$$

Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021
Camada Limite Planetária

5.1.2 Media de Reynolds

$$\frac{Du}{Dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} + \frac{\partial uw}{\partial z}$$

$$\frac{Du}{Dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial uu}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} + \frac{\partial uw}{\partial z}$$

$$\frac{\overline{Du}}{Dt} = \frac{\overline{\partial u}}{\partial t} + \frac{\overline{\partial uu}}{\partial x} + \frac{\overline{\partial uv}}{\partial y} + \frac{\overline{\partial uw}}{\partial z}$$

$$w = \bar{w} + w'$$

$$u = \bar{u} + u'$$

$$\overline{w'\bar{u}} = \overline{w'}\bar{u} = 0$$

$$\overline{wu} = \overline{(\bar{w} + w') * (\bar{u} + u')}$$

$$\overline{wu} = \overline{(\bar{w}\bar{u} + \bar{w}u' + w'\bar{u} + w'u')}$$

$$\overline{wu} = \overline{(\bar{w}\bar{u})} + \overline{(\bar{w}u')} + \overline{(w'\bar{u})} + \overline{(w'u')}$$

$$\overline{wu} = \bar{w}\bar{u} + \overline{w'u'}$$

$$\frac{\overline{Du}}{Dt} = \frac{\overline{\partial u}}{\partial t} + \frac{\overline{\partial u'}}{\partial t} + \frac{\overline{\partial(\bar{u}\bar{u} + \overline{u'u'})}}{\partial x} + \frac{\overline{\partial(\bar{u}\bar{v} + \overline{u'v'})}}{\partial y} + \frac{\overline{\partial(\bar{u}\bar{w} + \overline{u'w'})}}{\partial z}$$

$$\frac{\overline{Du}}{Dt} = \frac{\overline{\partial u}}{\partial t} + \frac{\overline{\partial(\bar{u}\bar{u})}}{\partial x} + \frac{\overline{\partial(\overline{u'u'})}}{\partial x} + \frac{\overline{\partial(\bar{u}\bar{v})}}{\partial y} + \frac{\overline{\partial(\overline{u'v'})}}{\partial y} + \frac{\overline{\partial(\bar{u}\bar{w})}}{\partial z} + \frac{\partial(\overline{u'w'})}{\partial z}$$

$$\frac{\overline{Du}}{Dt} = \frac{\overline{\partial u}}{\partial t} + \bar{u}\frac{\overline{\partial(\bar{u})}}{\partial x} + \bar{u}\frac{\overline{\partial(\bar{u})}}{\partial x} + \frac{\overline{\partial(\overline{u'u'})}}{\partial x} + \bar{u}\frac{\overline{\partial(\bar{v})}}{\partial y} + \bar{v}\frac{\overline{\partial(\bar{u})}}{\partial y} + \frac{\overline{\partial(\overline{u'v'})}}{\partial y} + \bar{u}\frac{\overline{\partial(\bar{w})}}{\partial z} + \bar{w}\frac{\overline{\partial(\bar{u})}}{\partial z} + \frac{\partial(\overline{u'w'})}{\partial z}$$

5.1.2 Media de Reynolds

$$\overline{\frac{Du}{Dt}} = \overline{\frac{\partial u}{\partial t}} + \bar{u}\overline{\frac{\partial(\bar{u})}{\partial x}} + \bar{u}\frac{\partial(\bar{u})}{\partial x} + \overline{\frac{\partial(\overline{u'u'})}{\partial x}} + \bar{u}\overline{\frac{\partial(\bar{v})}{\partial y}} + \bar{v}\overline{\frac{\partial(\bar{u})}{\partial y}} + \overline{\frac{\partial(\overline{u'v'})}{\partial y}} + \bar{u}\overline{\frac{\partial(\bar{w})}{\partial z}} + \bar{w}\overline{\frac{\partial(\bar{u})}{\partial z}} + \frac{\partial(\overline{u'w'})}{\partial z}$$

$$\overline{\frac{Du}{Dt}} = \overline{\frac{\partial u}{\partial t}} + \bar{u}\overline{\frac{\partial(\bar{u})}{\partial x}} + \bar{v}\overline{\frac{\partial(\bar{u})}{\partial y}} + \bar{w}\overline{\frac{\partial(\bar{u})}{\partial z}} + \bar{u}\left(\frac{\partial(\bar{u})}{\partial x} + \frac{\partial(\bar{v})}{\partial y} + \frac{\partial(\bar{w})}{\partial z}\right) + \overline{\frac{\partial(\overline{u'u'})}{\partial x}} + \overline{\frac{\partial(\overline{u'v'})}{\partial y}} + \frac{\partial(\overline{u'w'})}{\partial z}$$

Continuidade

$$\overline{\frac{Du}{Dt}} = \overline{\frac{\partial u}{\partial t}} + \bar{u}\overline{\frac{\partial(\bar{u})}{\partial x}} + \bar{v}\overline{\frac{\partial(\bar{u})}{\partial y}} + \bar{w}\overline{\frac{\partial(\bar{u})}{\partial z}} \qquad + \qquad 0 \qquad + \overline{\frac{\partial(\overline{u'u'})}{\partial x}} + \overline{\frac{\partial(\overline{u'v'})}{\partial y}} + \frac{\partial(\overline{u'w'})}{\partial z}$$

$$\boxed{\overline{\frac{Du}{Dt}} = \overline{\frac{\partial u}{\partial t}} + \bar{u}\overline{\frac{\partial(\bar{u})}{\partial x}} + \bar{v}\overline{\frac{\partial(\bar{u})}{\partial y}} + \bar{w}\overline{\frac{\partial(\bar{u})}{\partial z}} + \overline{\frac{\partial(\overline{u'u'})}{\partial x}} + \overline{\frac{\partial(\overline{u'v'})}{\partial y}} + \frac{\partial(\overline{u'w'})}{\partial z}}$$

5.1.2 Media de Reynolds

$$\frac{Du}{Dt} = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial P}{\partial x} + fv + F_{rx}$$

$$\frac{Dv}{Dt} = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial P}{\partial y} - fu + F_{rx}$$

$$\frac{Dw}{Dt} = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial P}{\partial z} + g\frac{\theta}{\theta_0} + F_{rx}$$

$$\frac{D\theta}{Dt} = -w\frac{d\theta_0}{dz}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\bar{D}\bar{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + f\bar{v} - \left[\frac{\partial \overline{u'u'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial z}\right] + \bar{F}_{rx} \qquad (5.9)$$

$$\frac{\bar{D}\bar{v}}{Dt} = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial \bar{p}}{\partial y} - f\bar{u} - \left[\frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{v'v'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{v'w'}}{\partial z}\right] + \bar{F}_{ry} \qquad (5.10)$$

$$\frac{\bar{D}\bar{w}}{Dt} = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial \bar{p}}{\partial z} + g\frac{\bar{\theta}}{\theta_0} - \left[\frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{v'w'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{w'w'}}{\partial z}\right] + \bar{F}_{rz} \qquad (5.11)$$

$$\frac{\bar{D}\bar{\theta}}{Dt} = -\bar{w}\frac{d\theta_0}{dz} - \left[\frac{\partial \overline{u'\theta'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{v'\theta'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{w'\theta'}}{\partial z}\right] \qquad (5.12)$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0 \qquad (5.13)$$

5.1.2 Exercícios

1: Porque a aproximação de **A**proximação de Boussinesq, pode ser aplicada à camada limite? Imaginado o ciclo diurno da camada Limite, comente as falhas e os acertos desta aproximação.

2: Na natureza, quais os processos são responsáveis pelos termos turbulentos?