Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021

Equação Vetor Q

Teoria Quase Geostrofica e Aplicações :
Aproximações e Equações
MET 0225 Sinótica-Dinâmica
Meteorologia I

Instrutor: Paulo Kubota
paulo.kubota@inpe.br
012-3186-8400

Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021
Equação Vetor Q

Paulo Kubota

data	Tópicos
15/04/2021	PBL
20/04/2021	PBL
22/04/2021	PBL
27/04/2021	QG Vorticity. eq.
29/04/2021	QG Vorticity. eq.
04/05/2021	QG Vorticity. eq.
06/05/2021	Geop. Tend. eq.
11/05/2021	Geop. Tend. eq.
13/05/2021	Geop. Tend. eq.
18/05/2021	Omega and Vetor Q
20/05/2021	Omega and Vetor Q
25/05/2021	Omega and Vetor Q
27/05/2021	Avaliação 1
01/06/2021	Avaliação 2

Equação Vetor Q

Motivação.
O desejo de um sistema de equações simplificado, mas que retenha os principais processos dinâmicos necessários para descrever, diagnosticar e entender o comportamento de sistemas climáticos em larga escala.

Palavras chaves.
“As equações e suas derivações são reconhecidamente difíceis. É importante que não se memorize apenas as equações de maneira mecânica. É muito mais importante entender o que eles significam fisicamente. ” - Howie Bluestein.

Suposição abrangente da teoria QG.
O número de Rossby ($R0 = U / fL$) é pequeno, o que nos permite desprezar o vento ageostrófico em alguns (mas não todos) termos das equações que governam o movimento.

Equações governantes e suas derivações.
A teoria QG é baseada em versões simplificadas das equações de movimento, equação de continuidade e equação termodinâmica de energia.

Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021
Equação Vetor Q

Equação Omega

$$\left(\nabla^2 + \frac{{f_0}^2}{\sigma}\frac{\partial^2}{\partial P^2}\right)\omega = \frac{f_0}{\sigma}\frac{\partial}{\partial P}\left(\overrightarrow{V_g}.\nabla\left(\frac{1}{f_0}\nabla^2\Phi + f\right)\right) - \frac{1}{\sigma}\nabla^2\left(\overrightarrow{V_g}\cdot\nabla\left(\frac{\partial\Phi}{\partial P}\right)\right)$$

Motivação: Por que precisamos de outra equação Omega?

A equação ômega quase-geostrófica é uma excelente ferramenta de diagnóstico e serve de base para a análise climática introdutória em escala sinóptica há cinquenta anos ou mais. No entanto, não é uma ferramenta infalível.

Equação Vetor Q

Pelo contrário, tem duas deficiências principais::

- 1) Os dois termos forçantes primários na equação ômega quase-geostrófica, a advecção diferencial da vorticidade geostrófica e o laplaciano dos termos potenciais de advecção da temperatura, geralmente apresentam sinais diferentes um do outro. Sem computar a magnitude real de cada termo, é difícil, se não impossível, avaliar qual é maior (e, portanto, exerce um controle primário sobre o movimento vertical em escala sinóptica).

Equação Vetor Q

Pelo contrário, tem duas deficiências principais: :

- 2) A equação ômega quase-geostrófica é sensível ao referencial - estacionário ou em movimento com o fluxo - no qual é calculado. Em outras palavras, resultados diferentes são obtidos se o quadro de referência for alterado, mesmo que as características meteorológicas sejam as mesmas.

Equação Vetor Q

Essas deficiências:

Motivam o desejo de obter uma nova equação para os movimentos verticais em escala sinóptica que não apresentem esses problemas. Esta equação, conhecida como forma do vetor Q da equação ômega quase-geostrófica, é derivada abaixo

O Vetor Q

O Vetor Q

Motivação:

Deseja-se uma forma da equação ômega que evite ambiguidades decorrentes dos dois termos forçantes como sendo de sinal oposto e elimine a necessidade de examinar vários níveis para avaliar a advecção diferencial da vorticidade.

O Vetor Q

Vantagens da forma do vetor Q da equação ômega:

1. Termo de forçamento único.

2. Pode ser avaliado em um único nível

O Vetor Q

Desvantagens:

1. Suposição adcional simplificada (**plano f** na maior parte dos casos , embora isso não seja necessário).

2. Sem plotar explicitamente os vetores Q, é extremamente difícil (talvez impossível) avaliar a partir dos mapas sinópticos tradicionais.

3. Não é fisicamente intuitivo para estudantes

Equação Vetor Q

- **A forma do vetor -Q**

A forçante do movimento vertical é expresso em termos da divergência de um vetor campo horizontal de forçamento.

O parametro β é desprezado.

Equação válida para o plano f, a geometria se aproxima a uma geometria cartesiana planar com rotação constante.

Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021
Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

A equação do momento QG, a relação do vento geostrófico, a aproximação hidrostática, a equação de continuidade e a equação de energia termodinâmica formam um conjunto fechado de equações para as variáveis dependentes Φ, $\overrightarrow{V_g}$, $\overrightarrow{V_{ag}}$, ω e T.

$$\frac{D\overrightarrow{V_g}}{Dt} = -(f_o)\hat{k} \times \left(\overrightarrow{V_{ag}}\right) - (\beta y)\hat{k} \times \left(\overrightarrow{V_g}\right)$$

$$\overrightarrow{V_g} = \frac{1}{f_0}\hat{k} \times \nabla\Phi$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial P} = -\frac{RT}{P}$$

$$\frac{\partial u_{ag}}{\partial x} + \frac{\partial v_{ag}}{\partial y} + \frac{\partial \omega}{\partial P} = 0$$

$$\frac{\partial \xi_g}{\partial t} = -\overrightarrow{V_g}.\nabla\left(\xi_g + f\right) + f_0\frac{\partial \omega}{\partial P}$$

$$\frac{DT}{Dt_g} - \frac{\sigma P}{R}\omega = \frac{J}{C_p}$$

Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021
Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

Sobre um plano f e desprezando a equação de momentum de previsão quase geostrófica pode ser expressa

$$\frac{D\overrightarrow{V_g}}{Dt} = -(f_o\ )\hat{k} \times \left(\overrightarrow{V_{ag}}\right) - (\beta y\ )\hat{k} \times \left(\overrightarrow{V_g}\right)$$

$$\beta = 0$$

$$\frac{D\overrightarrow{V_g}}{Dt} = -(f_o\ )\hat{k} \times \left(\overrightarrow{V_{ag}}\right) = -\begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 0 & f_0 \\ u_a & v_a & w_a \end{vmatrix}$$

$$\frac{D\overrightarrow{V_g}}{Dt} = -(f_o\ )\hat{k} \times \left(\overrightarrow{V_{ag}}\right) = -\left[(0 - f_0 v_a)_i + (f_0 u_a - 0)_j + (0 - 0)_k\right]$$

$$\frac{D\overrightarrow{V_g}}{Dt} = -(f_o\ )\hat{k} \times \left(\overrightarrow{V_{ag}}\right) = (f_0 v_a)_i - (f_0 u_a)_j$$

$$\frac{Du_g}{Dt} = (f_0 v_a)_i$$

$$\frac{Dv_g}{Dt} = -(f_0 u_a)_j$$

Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021
Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

Sobre um plano f e desprezando os processos diabáticos as equação de previsão quase geostrófica pode ser expressa

$$\frac{Du_g}{Dt} - f_0 v_a = 0$$

$$\frac{Dv_g}{Dt} + f_0 u_a = 0$$

$$\frac{DT}{Dt_g} - \frac{\sigma P}{R}\omega = 0$$

$$\vec{V_g} = \frac{1}{f_0}\hat{k} \times \nabla\Phi$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial P} = -\frac{RT}{P}$$

$$\frac{\partial u_{ag}}{\partial x} + \frac{\partial v_{ag}}{\partial y} + \frac{\partial \omega}{\partial P} = 0$$

Esta equações podem ser acopladas utilizando a equação do vento térmico

Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021
Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

A equação de momentum e da termodinâmica podem ser acoplada via equação do vento térmico

O vento geostrófico pode ter cisalhamento vertical na presença de um gradiente horizontal de temperatura

Equilíbrio hidrostático

A equação para a taxa de mudança das componentes do vento geostrófico com a altura são derivadas usando a coordenada isobárica

$$\frac{\partial(\overline{u_i})}{\partial t} + (\overline{u_j})\frac{\partial(\overline{u_i})}{\partial x_j} = -g\frac{\bar{\rho}}{\rho_0}\delta_{i3} - 2\Omega\varepsilon_{ijk}\eta_j(\overline{u_k}) - \frac{1}{\rho_0}\frac{\partial(\bar{P})}{\partial x_i} - \frac{\partial\left(\overline{\boldsymbol{u_j}'\boldsymbol{u_i}'}\right)}{\partial x_j} - \nu\frac{\partial^2(\overline{u_i})}{\partial {x_j}^2}$$

$$2\Omega\varepsilon_{ijk}\eta_j(\overline{u_k}) = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial(\bar{P})}{\partial x_i}$$

$$(f\,)\hat{k} \times (\vec{V}) = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial(\bar{P})}{\partial x_i}$$

Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

A equação de momentum e da termodinâmica podem ser acoplada via equação do vento térmico

Relações de mudança de coordenada

$$P = -\rho_0 g z \Rightarrow \frac{\partial P}{\partial z} = -gz$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial x}\right)_z = -\left(\frac{\partial P}{\partial z}\right)_x \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_P$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial x}\right)_z = -\left(\frac{\partial P}{\partial z}\right)_x \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_P$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial y}\right)_z = -\left(\frac{\partial P}{\partial z}\right)_y \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_P$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial z}\right)_z = -\left(\frac{\partial P}{\partial z}\right)_z \left(\frac{\partial z}{\partial z}\right)_P$$

Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

A equação de momentum e da termodinâmica podem ser acoplada via equação do vento térmico

$$P = -\rho_0 g z \Rightarrow \frac{\partial P}{\partial z} = -\rho_0 g$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial x}\right)_z = -\left(\frac{\partial P}{\partial z}\right)_x \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_P \longrightarrow \left(\frac{\partial P}{\partial x}\right)_z = \rho_0 \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)_P$$

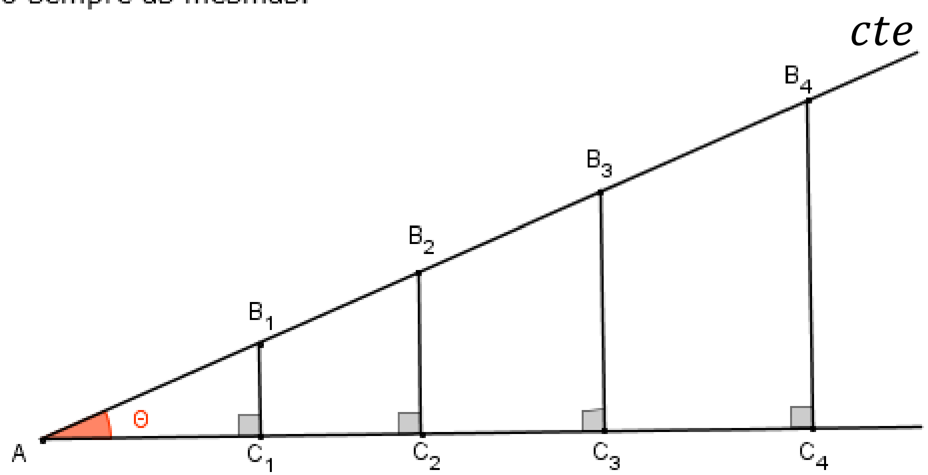
$$\left(\frac{\partial P}{\partial y}\right)_z = -\left(\frac{\partial P}{\partial z}\right)_y \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_P \longrightarrow \left(\frac{\partial P}{\partial y}\right)_z = \rho_0 \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right)_P$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial z}\right)_z = -\left(\frac{\partial P}{\partial z}\right)_z \left(\frac{\partial z}{\partial z}\right)_P \longrightarrow \left(\frac{\partial P}{\partial z}\right)_z = \rho_0 g$$

Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021
Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

A equação de momentum e da termodinâmica podem ser acoplada via equação do vento térmico

são sempre as mesmas.



$$\frac{B_1C_1}{AC_1} = \frac{B_2C_2}{AC_2} = \frac{B_3C_3}{AC_3} = \frac{B_4C_4}{AC_4} = \ldots$$

$$\frac{B_1C_1}{AB_1} = \frac{B_2C_2}{AB_2} = \frac{B_3C_3}{AB_3} = \frac{B_4C_4}{AB_4} = \ldots$$

$$\frac{AC_1}{AB_1} = \frac{AC_2}{AB_2} = \frac{AC_3}{AB_3} = \frac{AC_4}{AB_4} = \ldots$$

$$\frac{B_1C_1}{AC_1} = Beta\,\frac{C_1A}{B_1C_1}$$

Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

A equação de momentum e da termodinâmica podem ser acoplada via equação do vento térmico

$$z = A + Bx$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial Bx}{\partial x}$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = B$$

$$\frac{\Delta z}{\Delta x} = B$$

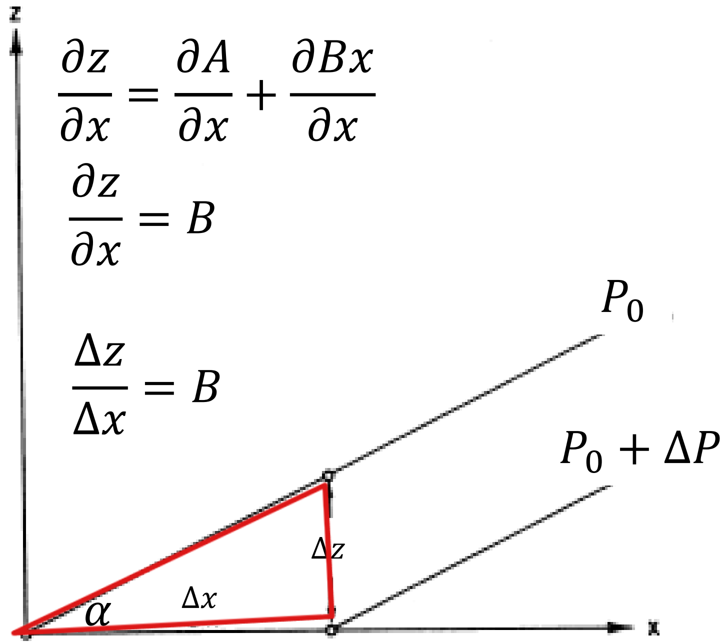


Fig. 1.11 Slope of pressure surfaces in the x, z plane.

$$\Delta z = B\Delta x$$

$$[P_0 - (P_0 + \Delta P)]_z = B\left[\left((P_0 + \Delta P) - P_0\right)\right]_x$$

$$\mathrm{B} = \tan\alpha = \frac{\Delta z}{\Delta x}$$

$$\left[\frac{P_0 - (P_0 + \Delta P)}{\Delta x}\right]_z = B\left[\frac{\left((P_0 + \Delta P) - P_0\right)}{\Delta z}\right]_x$$

$$\left[\frac{P_0 - (P_0 + \Delta P)}{\Delta x}\right]_z = \frac{\Delta z}{\Delta x}\left[\frac{\left((P_0 + \Delta P) - P_0\right)}{\Delta z}\right]_x$$

$$-\left[\frac{(P_0 + \Delta P) - P_0}{\Delta x}\right]_z = \frac{\Delta z}{\Delta x}\left[\frac{\left((P_0 + \Delta P) - P_0\right)}{\Delta z}\right]_x$$

Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

A equação de momentum e da termodinâmica podem ser acoplada via equação do vento térmico

$$z = A + Bx$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial Bx}{\partial x}$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = B$$

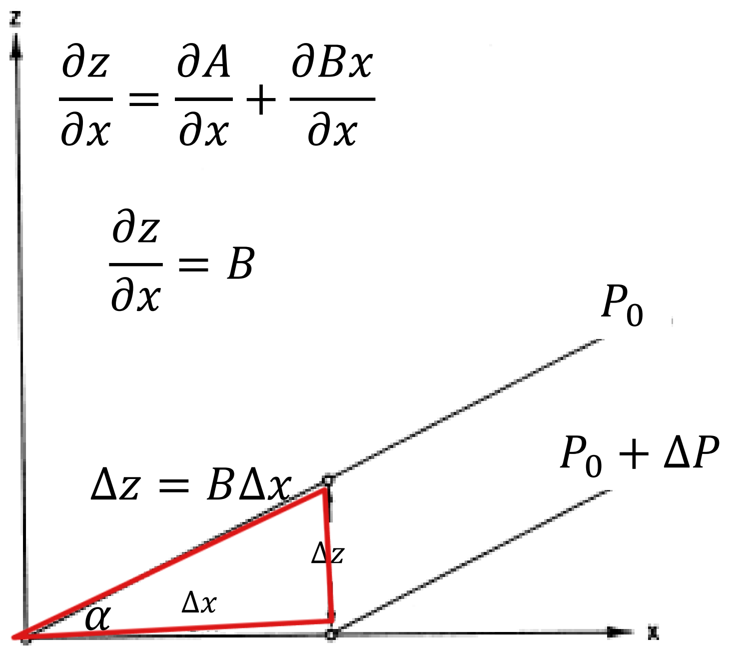


Fig. 1.11 Slope of pressure surfaces in the x, z plane.

$$-\left[\frac{(P_0 + \Delta P) - P_0}{\Delta x}\right]_z = \frac{\Delta z}{\Delta x}\left[\frac{\left((P_0 + \Delta P) - P_0\right)}{\Delta z}\right]_x$$

$$-\left[\frac{(\Delta P)}{\Delta x}\right]_z = \frac{\Delta z}{\Delta x}\left[\frac{\left((\Delta P)\right)}{\Delta z}\right]_x$$

$$-\left[\frac{\Delta P}{\Delta x}\right]_z = \frac{\Delta z}{\Delta x}\left[\frac{(\Delta P)}{\Delta z}\right]_x$$

$$\left[\frac{\partial P}{\partial x}\right]_z = -\left[\frac{(\partial P)}{\partial z}\right]_x \frac{\partial z}{\partial x}$$

A equação de momentum e da termodinâmica podem ser acoplada via equação do vento térmico

$$\left[\frac{\partial P}{\partial x}\right]_z = -\left[\frac{(\partial P)}{\partial z}\right]_x \frac{\partial z}{\partial x}$$

Substituindo a hidrostática

$$P = -\rho g z \qquad \frac{\partial P}{\partial z} = -\rho g$$

$$\left[\frac{\partial P}{\partial x}\right]_z = \rho \frac{\partial g z}{\partial x}$$

$$\left[\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x}\right]_z = \frac{\partial g z}{\partial x}$$

$$\left[\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x}\right]_z = \frac{\partial \Phi}{\partial x}$$

Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021
Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

A equação de momentum e da termodinâmica podem ser acoplada via equação do vento térmico

$$(f\,)\hat{k} \times (\vec{V}) = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial(\bar{P})}{\partial x_i}$$

$$-(fv)_i + (fu)_j \ = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial(\bar{P})}{\partial x_i} - \frac{1}{\rho_0}\frac{\partial(\bar{P})}{\partial x_j}$$

$$\boxed{\left(\frac{\partial P}{\partial x}\right)_z = \rho_0\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)_P}$$

$$\boxed{\left(\frac{\partial P}{\partial y}\right)_z = \rho_0\left(\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right)_P}$$

$$-(fv)_i + (fu)_j \ = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial(\bar{\Phi})}{\partial x} - \frac{1}{\rho_0}\frac{\partial(\bar{\Phi})}{\partial y}$$

Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021

Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

A equação de momentum e da termodinâmica podem ser acoplada via equação do vento térmico

$$-(fv)_i + (fu)_j = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial(\overline{\Phi})}{\partial x} - \frac{1}{\rho_0}\frac{\partial(\overline{\Phi})}{\partial Y_j}$$

$$v_g = \frac{1}{f}\frac{\partial \Phi}{\partial x}$$

$$u_g = -\frac{1}{f}\frac{\partial \Phi}{\partial y}$$

A derivada são resolvidas coma ajuda da pressão constante. Usando a leis dos gases $P = \rho RT$ ideais pode-se escrever a equação da hidrostática :

$$P = -\rho g z$$

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\rho g$$

$$\frac{\partial P}{\partial g z} = -\rho$$

$$\frac{\partial P}{\partial \Phi} = -\rho$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial P} = -\frac{1}{\rho}$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial P} = -\alpha$$

$$\frac{1}{\rho} = \frac{RT}{P}$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial P} = -\alpha = -\frac{RT}{P}$$

Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021
Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

A equação de momentum e da termodinâmica podem ser acoplada via equação do vento térmico

$$v_g = \frac{1}{f}\frac{\partial \Phi}{\partial x}$$

$$u_g = -\frac{1}{f}\frac{\partial \Phi}{\partial y}$$

Diferenciando o vento geostrofico em relação a pressão

Derivada da divisão.

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$\frac{\partial v_g}{\partial P} = \frac{\partial}{\partial P}\left(\frac{1}{f}\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)$$

$$\frac{\partial v_g}{\partial P} = \frac{\partial}{\partial P}\frac{1}{f}\frac{\partial \Phi}{\partial x} + \frac{1}{f}\frac{\partial}{\partial P}\frac{\partial \Phi}{\partial x}$$

$$\frac{\partial v_g}{\partial P} = \frac{1}{f}\frac{\partial}{\partial P}\frac{\partial \Phi}{\partial x}$$

$$\frac{\partial v_g}{\partial P} = \frac{1}{f}\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial \Phi}{\partial P}$$

$$\frac{\partial v_g}{\partial P} = -\frac{1}{f}\frac{\partial}{\partial x}\frac{RT}{P}$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial P} = -\alpha = -\frac{RT}{P}$$

$$\frac{\partial v_g}{\partial P} = -\frac{R}{f}\frac{\partial}{\partial x}\frac{T}{P}$$

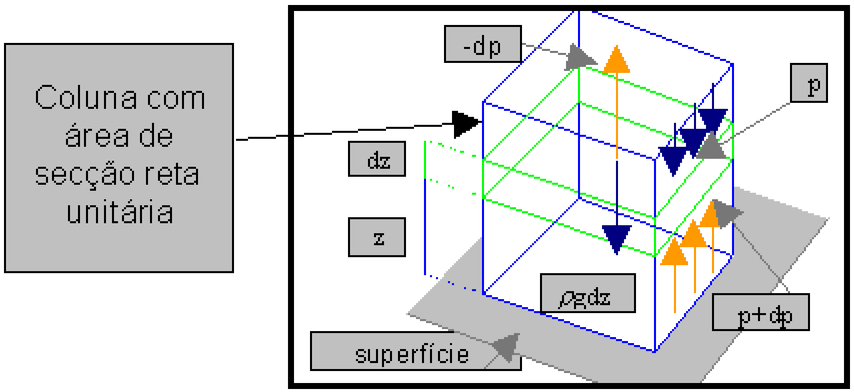
$$\frac{\partial v_g}{\partial P} = -\frac{R}{f}\frac{P\frac{\partial T}{\partial x} - T\frac{\partial P}{\partial x}}{P^2}$$

$$\frac{\partial v_g}{\partial P} = -\frac{R}{Pf}\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{TR}{P^2 f}\frac{\partial P}{\partial x}$$

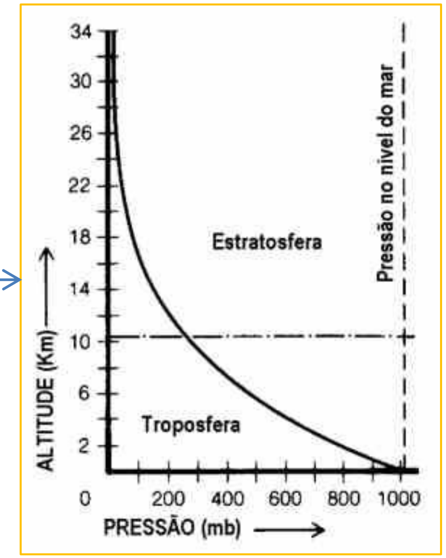
$$P\frac{\partial v_g}{\partial P} = -\frac{R}{f}\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{TR}{Pf}\frac{\partial P}{\partial x}$$

Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

Considere níveis de pressão constante



$$\frac{\partial P}{\partial x} = 0$$



$$\frac{\partial \ln(P)}{\partial P} = \frac{1}{P}\frac{\partial P}{\partial P}$$

$$\frac{\partial \ln(P)}{\partial P} = \frac{1}{P}$$

$$\partial \ln(P) = \frac{\partial P}{P}$$

$$\frac{1}{\partial \ln(P)} = \frac{P}{\partial P}$$

$$P\frac{\partial v_g}{\partial P} = -\frac{R}{f}\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{TR}{Pf}\frac{\partial P}{\partial x}$$

$$P\frac{\partial v_g}{\partial P} \equiv -\frac{R}{f}\frac{\partial T}{\partial x}$$

$$\frac{\partial v_g}{\partial lnP} \equiv -\frac{R}{f}\frac{\partial T}{\partial x}$$

Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021
Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

A equação de momentum e da termodinâmica podem ser acoplada via equação do vento térmico

$$v_g = \frac{1}{f}\frac{\partial \Phi}{\partial x}$$

$$u_g = -\frac{1}{f}\frac{\partial \Phi}{\partial y}$$

Diferenciando o vento geostrofico em relação a pressão

Derivada da divisão.

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$\frac{\partial u_g}{\partial P} = -\frac{\partial}{\partial P}\left(\frac{1}{f}\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right)$$

$$\frac{\partial u_g}{\partial P} = -\frac{\partial}{\partial P}\frac{1}{f}\frac{\partial \Phi}{\partial y} - \frac{1}{f}\frac{\partial}{\partial P}\frac{\partial \Phi}{\partial y}$$

$$\frac{\partial u_g}{\partial P} = -\frac{1}{f}\frac{\partial}{\partial P}\frac{\partial \Phi}{\partial y}$$

$$\frac{\partial u_g}{\partial P} = -\frac{1}{f}\frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial \Phi}{\partial P}$$

$$\frac{\partial u_g}{\partial P} = \frac{1}{f}\frac{\partial}{\partial y}\frac{RT}{P}$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial P} = -\alpha = -\frac{RT}{P}$$

$$\frac{\partial u_g}{\partial P} = \frac{R}{f}\frac{\partial}{\partial y}\frac{T}{P}$$

$$\frac{\partial u_g}{\partial P} = \frac{R}{f}\frac{P\frac{\partial T}{\partial y} - T\frac{\partial P}{\partial y}}{P^2}$$

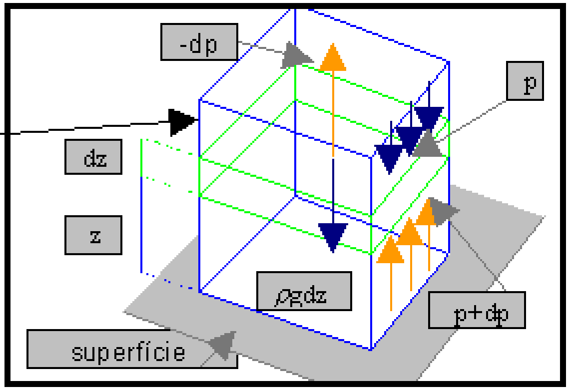
$$\frac{\partial u_g}{\partial P} = \frac{R}{Pf}\frac{\partial T}{\partial x} - \frac{TR}{P^2 f}\frac{\partial P}{\partial x}$$

$$P\frac{\partial u_g}{\partial P} = \frac{R}{f}\frac{\partial T}{\partial y} - \frac{TR}{Pf}\frac{\partial P}{\partial y}$$

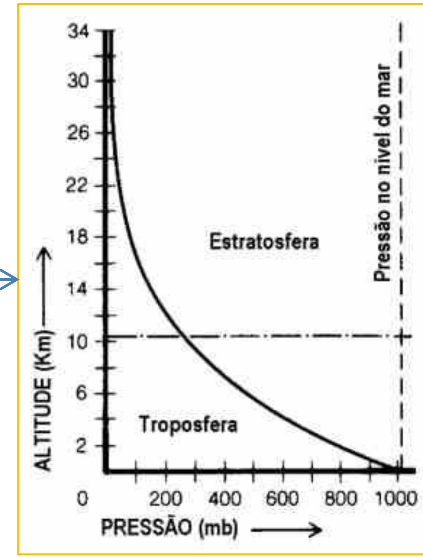
Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

Considere níveis de pressão constante

Coluna com área de secção reta unitária



$$\frac{\partial P}{\partial y} = 0$$



$$\frac{\partial \ln(P)}{\partial P} = \frac{1}{P}\frac{\partial P}{\partial P}$$

$$\frac{\partial \ln(P)}{\partial P} = \frac{1}{P}$$

$$\partial \ln(P) = \frac{\partial P}{P}$$

$$\frac{1}{\partial \ln(P)} = \frac{P}{\partial P}$$

$$P\frac{\partial u_g}{\partial P} = \frac{R}{f}\frac{\partial T}{\partial y} - \frac{TR}{Pf}\frac{\partial P}{\partial y}$$

$$P\frac{\partial u_g}{\partial P} = \frac{R}{f}\frac{\partial T}{\partial y}$$

$$\frac{\partial v_g}{\partial lnP} = \frac{R}{f}\frac{\partial T}{\partial y}$$

Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021
Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

Derivadas componentes do vento geostrofico em função de ln(P)
Considere níveis de pressão constante

$$\frac{\partial v_g}{\partial lnP} \equiv \frac{R}{f}\frac{\partial T}{\partial y}$$

$$\frac{\partial v_g}{\partial lnP} \equiv -\frac{R}{f}\frac{\partial T}{\partial x}$$

Na Forma Vetorial

$$\frac{\partial \vec{V}_g}{\partial lnP} = -\frac{R}{f} k \times \nabla_p T$$

Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021
Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

Sobre um plano f e desprezando os processos diabáticos as equação de previsão quase geostrófica pode ser expressa

$$\frac{Du_g}{Dt} - f_0 v_a = 0$$

$$\frac{Dv_g}{Dt} + f_0 u_a = 0$$

$$P\frac{\partial v_g}{\partial P} \equiv -\frac{R}{f}\frac{\partial T}{\partial x}$$

$$P\frac{\partial u_g}{\partial P} \equiv \frac{R}{f}\frac{\partial T}{\partial y}$$

$$\frac{DT}{Dt_g} - \frac{\sigma P}{R}\omega = \frac{DT}{Dt_g} - S_p\omega = 0$$

$$\vec{V_g} = \frac{1}{f_0}\hat{k} \times \nabla\Phi$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial P} = -\frac{RT}{P}$$

$$\frac{\partial u_{ag}}{\partial x} + \frac{\partial v_{ag}}{\partial y} + \frac{\partial \omega}{\partial P} = 0$$

Esta equações podem ser acopladas utilizando a equação do vento termico

Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

Esta equações podem ser acopladas utilizando a equação do vento térmico

Elimina-se a derivada temporal da equação do vento zonal e da termodinâmica através da seguinte manipulação:

$$\frac{Du_g}{Dt} - f_0 v_a = 0$$

$$\frac{DT}{Dt_g} - S_p \omega = 0$$

Acoplamento das equações de momentum e da termodinâmica

$$\frac{Du_g}{Dt} - f_0 v_a = \frac{DT}{Dt_g} - S_p \omega$$

$$\left[\frac{Du_g}{Dt} - f_0 v_a\right] = \left[\frac{DT}{Dt_g} - S_p \omega\right]$$

Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

Esta equações podem ser acopladas utilizando a equação do vento térmico

$$\left[\frac{Du_g}{Dt} - f_0 v_a\right] = \left[\frac{DT}{Dt_g} - S_p\omega\right]$$

Derive o lado esquerdo em função da pressão e multiplique pela pressão P e o lado direito derive em relação a componente meridional e multiplique por: $\frac{R}{f}$

$$P\frac{\partial}{\partial P}\left[\frac{Du_g}{Dt} - f_0 v_a\right] = \frac{R}{f_0}\frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{DT}{Dt_g} - S_p\omega\right]$$

Obtém-se

$$P\frac{\partial}{\partial P}\left[\frac{\partial u_g}{\partial t} + u_g\frac{\partial u_g}{\partial x} + v_g\frac{\partial u_g}{\partial y} - f_0 v_a\right] = \frac{R}{f_0}\frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{\partial T}{\partial t} + u_g\frac{\partial T}{\partial x} + v_g\frac{\partial T}{\partial y} - S_p\omega\right]$$

Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

Esta equações podem ser acopladas utilizando a equação do vento térmico

$$P\frac{\partial}{\partial P}\left[\frac{\partial u_g}{\partial t}+u_g\frac{\partial u_g}{\partial x}+v_g\frac{\partial u_g}{\partial y}-f_0 v_a\right]-\frac{R}{f_0}\frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{\partial T}{\partial t}+u_g\frac{\partial T}{\partial x}+v_g\frac{\partial T}{\partial y}-S_p\omega\right]=0$$

Aplique a derivada em cada termo

$$P\left[\frac{\partial}{\partial P}\frac{\partial u_g}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial P}\left(u_g\frac{\partial u_g}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial P}\left(v_g\frac{\partial u_g}{\partial y}\right)-\frac{\partial}{\partial P}(f_0 v_a)\right]$$
$$-\frac{R}{f_0}\left[\frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial T}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial y}\left(u_g\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(v_g\frac{\partial T}{\partial y}\right)-\frac{\partial}{\partial y}(S_p\omega)\right]=0$$

Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021
Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

Esta equações podem ser acopladas utilizando a equação do vento térmico

$$P\left[\frac{\partial}{\partial P}\frac{\partial u_g}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial P}\left(u_g\frac{\partial u_g}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial P}\left(v_g\frac{\partial u_g}{\partial y}\right)-\frac{\partial}{\partial P}(f_0 v_a)\right]$$
$$-\frac{R}{f_0}\left[\frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial T}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial y}\left(u_g\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(v_g\frac{\partial T}{\partial y}\right)-\frac{\partial}{\partial y}(S_p\omega)\right]=0$$

Expanda a derivada do produto de cada termo:

$$P\left[\frac{\partial}{\partial P}\frac{\partial u_g}{\partial t}+\frac{\partial u_g}{\partial P}\left(\frac{\partial u_g}{\partial x}\right)+u_g\frac{\partial}{\partial P}\left(\frac{\partial u_g}{\partial x}\right)+\frac{\partial v_g}{\partial P}\left(\frac{\partial u_g}{\partial y}\right)+v_g\frac{\partial}{\partial P}\left(\frac{\partial u_g}{\partial y}\right)-\frac{\partial f_0}{\partial P}v_a-\frac{\partial v_a}{\partial P}f_0\right]$$
$$-\frac{R}{f_0}\left[\frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial T}{\partial t}+\frac{\partial u_g}{\partial y}\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)+u_g\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial v_g}{\partial y}\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)+v_g\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)-\frac{\partial S_p}{\partial y}\omega-S_p\frac{\partial \omega}{\partial y}\right]=0$$

Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021
Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

Esta equações podem ser acopladas utilizando a equação do vento térmico

$$P\left[\frac{\partial}{\partial P}\frac{\partial u_g}{\partial t}+\frac{\partial u_g}{\partial P}\left(\frac{\partial u_g}{\partial x}\right)+u_g\frac{\partial}{\partial P}\left(\frac{\partial u_g}{\partial x}\right)+\frac{\partial v_g}{\partial P}\left(\frac{\partial u_g}{\partial y}\right)+v_g\frac{\partial}{\partial P}\left(\frac{\partial u_g}{\partial y}\right)-\frac{\partial f_0}{\partial P}v_a-\frac{\partial v_a}{\partial P}f_0\right]$$
$$-\frac{R}{f_0}\left[\frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial T}{\partial t}+\frac{\partial u_g}{\partial y}\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)+u_g\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial v_g}{\partial y}\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)+v_g\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)-\frac{\partial S_p}{\partial y}\omega-S_p\frac{\partial \omega}{\partial y}\right]=0$$

Multiplique os termos pelas variáveis fora do colchete:

$$\left[\frac{\partial}{\partial t}P\frac{\partial u_g}{\partial P}+P\frac{\partial u_g}{\partial P}\left(\frac{\partial u_g}{\partial x}\right)+u_g\frac{\partial}{\partial P}\left(P\frac{\partial u_g}{\partial x}\right)+\frac{\partial v_g}{\partial P}\left(P\frac{\partial u_g}{\partial y}\right)+v_g\frac{\partial}{\partial P}\left(P\frac{\partial u_g}{\partial y}\right)-P\frac{\partial v_a}{\partial P}f_0\right]$$
$$-\left[\frac{R}{f_0}\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial T}{\partial y}+\frac{\partial u_g}{\partial y}\frac{R}{f_0}\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)+u_g\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{R}{f_0}\frac{\partial T}{\partial y}\right)+\frac{\partial v_g}{\partial y}\left(\frac{R}{f_0}\frac{\partial T}{\partial y}\right)+v_g\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{R}{f_0}\frac{\partial T}{\partial y}\right)-S_p\frac{R}{f_0}\frac{\partial \omega}{\partial y}\right]=0$$

Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

Esta equações podem ser acopladas utilizando a equação do vento térmico

$$\left[\frac{\partial}{\partial t}P\frac{\partial u_g}{\partial P}+P\frac{\partial u_g}{\partial P}\left(\frac{\partial u_g}{\partial x}\right)+u_g\frac{\partial}{\partial P}\left(P\frac{\partial u_g}{\partial x}\right)+\frac{\partial v_g}{\partial P}\left(P\frac{\partial u_g}{\partial y}\right)+v_g\frac{\partial}{\partial P}\left(P\frac{\partial u_g}{\partial y}\right)-P\frac{\partial v_a}{\partial P}f_0\right]$$
$$-\left[\frac{R}{f_0}\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial T}{\partial y}+\frac{\partial u_g}{\partial y}\frac{R}{f_0}\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)+u_g\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{R}{f_0}\frac{\partial T}{\partial y}\right)+\frac{\partial v_g}{\partial y}\left(\frac{R}{f_0}\frac{\partial T}{\partial y}\right)+v_g\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{R}{f_0}\frac{\partial T}{\partial y}\right)-S_p\frac{R}{f_0}\frac{\partial \omega}{\partial y}\right]=0$$

Reagrupe os termos dependente de ω , momentum e temperatura.

$$S_p\frac{R}{f_0}\frac{\partial \omega}{\partial y}-P\frac{\partial v_a}{\partial P}f_0+\left[\frac{\partial}{\partial t}P\frac{\partial u_g}{\partial P}+u_g\frac{\partial}{\partial x}\left(P\frac{\partial u_g}{\partial P}\right)+v_g\frac{\partial}{\partial y}\left(P\frac{\partial u_g}{\partial P}\right)+P\frac{\partial u_g}{\partial P}\left(\frac{\partial u_g}{\partial x}\right)+\frac{\partial v_g}{\partial P}\left(P\frac{\partial u_g}{\partial y}\right)\right]$$
$$-\left[\frac{\partial}{\partial t}\frac{R}{f_0}\frac{\partial T}{\partial y}+u_g\frac{R}{f_0}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)+v_g\frac{R}{f_0}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)+\frac{R}{f_0}\frac{\partial u_g}{\partial y}\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{R}{f_0}\frac{\partial v_g}{\partial y}\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)\right]=0$$

Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

Esta equações podem ser acopladas utilizando a equação do vento térmico

$$S_p \frac{R}{f_0}\frac{\partial \omega}{\partial y} - P\frac{\partial v_a}{\partial P} f_0 + \left[\frac{\partial}{\partial t} P\frac{\partial u_g}{\partial P} + u_g \frac{\partial}{\partial x}\left(P\frac{\partial u_g}{\partial P}\right) + v_g \frac{\partial}{\partial y}\left(P\frac{\partial u_g}{\partial P}\right) + P\frac{\partial u_g}{\partial P}\left(\frac{\partial u_g}{\partial x}\right) + \frac{\partial v_g}{\partial P}\left(P\frac{\partial u_g}{\partial y}\right)\right]$$
$$- \left[\frac{\partial}{\partial t}\frac{R}{f_0}\frac{\partial T}{\partial y} + u_g \frac{R}{f_0}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right) + v_g \frac{R}{f_0}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right) + \frac{R}{f_0}\frac{\partial u_g}{\partial y}\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{R}{f_0}\frac{\partial v_g}{\partial y}\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)\right] = 0$$

Reagrupe os termos da variação local e da advecção de momentum temperatura.

$$S_p \frac{R}{f_0}\frac{\partial \omega}{\partial y} - P\frac{\partial v_a}{\partial P} f_0$$
$$+ \left[\frac{\partial}{\partial t}\left(P\frac{\partial u_g}{\partial P} - \frac{R}{f_0}\frac{\partial T}{\partial y}\right) + u_g \frac{\partial}{\partial x}\left(P\frac{\partial u_g}{\partial P} - \frac{R}{f_0}\frac{\partial T}{\partial y}\right) + v_g \frac{\partial}{\partial y}\left(P\frac{\partial u_g}{\partial P} - \frac{R}{f_0}\frac{\partial T}{\partial y}\right)\right]$$
$$+ P\left[\frac{\partial u_g}{\partial P}\frac{\partial u_g}{\partial x} + \frac{\partial v_g}{\partial P}\frac{\partial u_g}{\partial y}\right] - \frac{R}{f_0}\left[\frac{\partial u_g}{\partial y}\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial v_g}{\partial y}\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)\right] = 0$$

Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021
Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

Esta equações podem ser acopladas utilizando a equação do vento térmico

$$S_p \frac{R}{f_0}\frac{\partial \omega}{\partial y} - P\frac{\partial v_a}{\partial P} f_0 + \left[\frac{\partial}{\partial t}\left(P\frac{\partial u_g}{\partial P} - \frac{R}{f_0}\frac{\partial T}{\partial y}\right) + u_g\frac{\partial}{\partial x}\left(P\frac{\partial u_g}{\partial P} - \frac{R}{f_0}\frac{\partial T}{\partial y}\right) + v_g\frac{\partial}{\partial y}\left(P\frac{\partial u_g}{\partial P} - \frac{R}{f_0}\frac{\partial T}{\partial y}\right)\right] + P\left[\frac{\partial u_g}{\partial P}\frac{\partial u_g}{\partial x} + \frac{\partial v_g}{\partial P}\frac{\partial u_g}{\partial y}\right] - \frac{R}{f_0}\left[\frac{\partial u_g}{\partial y}\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial v_g}{\partial y}\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)\right] = 0$$

Isole o termo da derivada total:

$$\frac{RS_p}{f_0}\frac{\partial \omega}{\partial y} - Pf_0\frac{\partial v_a}{\partial P} = -\left[\frac{\partial}{\partial t} + u_g\frac{\partial}{\partial x} + v_g\frac{\partial}{\partial y}\right]\left(P\frac{\partial u_g}{\partial P} - \frac{R}{f_0}\frac{\partial T}{\partial y}\right) - P\left[\frac{\partial u_g}{\partial P}\frac{\partial u_g}{\partial x} + \frac{\partial v_g}{\partial P}\frac{\partial u_g}{\partial y}\right] + \frac{R}{f_0}\left[\frac{\partial u_g}{\partial y}\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial v_g}{\partial y}\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)\right]$$

Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021
Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

Esta equações podem ser acopladas utilizando a equação do vento térmico

$$\frac{RS_p}{f_0}\frac{\partial \omega}{\partial y} - Pf_0\frac{\partial v_a}{\partial P} = -\left[\frac{\partial}{\partial t} + u_g\frac{\partial}{\partial x} + v_g\frac{\partial}{\partial y}\right]\left(P\frac{\partial u_g}{\partial P} - \frac{R}{f_0}\frac{\partial T}{\partial y}\right) - P\left[\frac{\partial u_g}{\partial P}\frac{\partial u_g}{\partial x} + \frac{\partial v_g}{\partial P}\frac{\partial u_g}{\partial y}\right] + \frac{R}{f_0}\left[\frac{\partial u_g}{\partial y}\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial v_g}{\partial y}\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)\right]$$

Reescreva a equação em função da derivada total:

$$\frac{RS_p}{f_0}\frac{\partial \omega}{\partial y} - Pf_0\frac{\partial v_a}{\partial P} = -\left[\frac{D}{Dt}\right]\left(P\frac{\partial u_g}{\partial P} - \frac{R}{f_0}\frac{\partial T}{\partial y}\right) - P\left[\frac{\partial u_g}{\partial P}\frac{\partial u_g}{\partial x} + \frac{\partial v_g}{\partial P}\frac{\partial u_g}{\partial y}\right] + \frac{R}{f_0}\left[\frac{\partial u_g}{\partial y}\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial v_g}{\partial y}\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)\right]$$

Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021

Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

Esta equações podem ser acopladas utilizando a equação do vento térmico

$$\frac{RS_p}{f_0}\frac{\partial\omega}{\partial y} - Pf_0\frac{\partial v_a}{\partial P}$$
$$= -\left[\frac{D}{Dt}\right]\boxed{\left(P\frac{\partial u_g}{\partial P} - \frac{R}{f_0}\frac{\partial T}{\partial y}\right)} - P\left[\frac{\partial u_g}{\partial P}\frac{\partial u_g}{\partial x} + \frac{\partial v_g}{\partial P}\frac{\partial u_g}{\partial y}\right] + \frac{R}{f_0}\left[\frac{\partial u_g}{\partial y}\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial v_g}{\partial y}\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)\right]$$

Usando a relação do vento térmico:

$$P\frac{\partial u_g}{\partial P} \equiv \frac{R}{f_0}\frac{\partial T}{\partial y}$$

O que significa isso?

O primeiro termo do lado direito é nulo:

$$\left(P\frac{\partial u_g}{\partial P} - \frac{R}{f_0}\frac{\partial T}{\partial y}\right) = \left(P\frac{\partial u_g}{\partial P} - P\frac{\partial u_g}{\partial P}\right) = 0$$

Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

Esta equações podem ser acopladas utilizando a equação do vento térmico

$$\left(P\frac{\partial u_g}{\partial P}-\frac{R}{f_0}\frac{\partial T}{\partial y}\right)=\left(P\frac{\partial u_g}{\partial P}-P\frac{\partial u_g}{\partial P}\right)=0$$

Portanto obtém-se:

$$\frac{RS_p}{f_0}\frac{\partial \omega}{\partial y}-Pf_0\frac{\partial v_a}{\partial P}=-P\left[\frac{\partial u_g}{\partial P}\frac{\partial u_g}{\partial x}+\frac{\partial v_g}{\partial P}\frac{\partial u_g}{\partial y}\right]+\frac{R}{f_0}\left[\frac{\partial u_g}{\partial y}\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial v_g}{\partial y}\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)\right]$$

Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

Esta equações podem ser acopladas utilizando a equação do vento térmico

$$\frac{RS_p}{f_0}\frac{\partial\omega}{\partial y} - Pf_0\frac{\partial v_a}{\partial P} = -P\left[\frac{\partial u_g}{\partial P}\frac{\partial u_g}{\partial x} + \frac{\partial v_g}{\partial P}\frac{\partial u_g}{\partial y}\right] + \frac{R}{f_0}\left[\frac{\partial u_g}{\partial y}\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial v_g}{\partial y}\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)\right]$$

Usando a relação do vento térmico

$$P\frac{\partial u_g}{\partial P} \equiv \frac{R}{f_0}\frac{\partial T}{\partial y}$$

$$P\frac{\partial v_g}{\partial P} \equiv -\frac{R}{f_0}\frac{\partial T}{\partial x}$$

Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021
Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

Esta equações podem ser acopladas utilizando a equação do vento térmico

O primeiro termo do lado direito é :

$$-P\left[\frac{\partial u_g}{\partial P}\frac{\partial u_g}{\partial x}+\frac{\partial v_g}{\partial P}\frac{\partial u_g}{\partial y}\right]$$

$$P\frac{\partial u_g}{\partial P}\equiv\frac{R}{f_0}\frac{\partial T}{\partial y}$$

$$P\frac{\partial v_g}{\partial P}\equiv-\frac{R}{f_0}\frac{\partial T}{\partial x}$$

Usando a relação do vento termico

$$-\left[P\frac{\partial u_g}{\partial P}\frac{\partial u_g}{\partial x}+P\frac{\partial v_g}{\partial P}\frac{\partial u_g}{\partial y}\right]=-\left[\frac{R}{f_0}\frac{\partial T}{\partial y}\frac{\partial u_g}{\partial x}-\frac{R}{f_0}\frac{\partial T}{\partial x}\frac{\partial u_g}{\partial y}\right]$$

$$-P\left[\frac{\partial u_g}{\partial P}\frac{\partial u_g}{\partial x}+\frac{\partial v_g}{\partial P}\frac{\partial u_g}{\partial y}\right]=-\frac{R}{f_0}\left[\frac{\partial T}{\partial y}\frac{\partial u_g}{\partial x}-\frac{\partial T}{\partial x}\frac{\partial u_g}{\partial y}\right]$$

Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

Esta equações podem ser acopladas utilizando a equação do vento térmico

$$\frac{RS_p}{f_0}\frac{\partial \omega}{\partial y} - Pf_0\frac{\partial v_a}{\partial P} = -P\left[\frac{\partial u_g}{\partial P}\frac{\partial u_g}{\partial x} + \frac{\partial v_g}{\partial P}\frac{\partial u_g}{\partial y}\right] + \frac{R}{f_0}\left[\frac{\partial u_g}{\partial y}\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial v_g}{\partial y}\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)\right]$$

Substituindo o termo abaixo na equação acima:

$$-P\left[\frac{\partial u_g}{\partial P}\frac{\partial u_g}{\partial x} + \frac{\partial v_g}{\partial P}\frac{\partial u_g}{\partial y}\right] = -\frac{R}{f_0}\left[\frac{\partial T}{\partial y}\frac{\partial u_g}{\partial x} - \frac{\partial T}{\partial x}\frac{\partial u_g}{\partial y}\right]$$

Obtém-se a equação:

$$\frac{RS_p}{f_0}\frac{\partial \omega}{\partial y} - Pf_0\frac{\partial v_a}{\partial P} = -\frac{R}{f_0}\left[\frac{\partial u_g}{\partial x}\frac{\partial T}{\partial y} - \frac{\partial u_g}{\partial y}\frac{\partial T}{\partial x}\right] + \frac{R}{f_0}\left[\frac{\partial u_g}{\partial y}\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial v_g}{\partial y}\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)\right]$$

Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

Esta equações podem ser acopladas utilizando a equação do vento térmico

$$\frac{RS_p}{f_0}\frac{\partial \omega}{\partial y} - Pf_0\frac{\partial v_a}{\partial P} = -\frac{R}{f_0}\left[\frac{\partial u_g}{\partial x}\frac{\partial T}{\partial y} - \frac{\partial u_g}{\partial y}\frac{\partial T}{\partial x}\right] + \frac{R}{f_0}\left[\frac{\partial u_g}{\partial y}\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial v_g}{\partial y}\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)\right]$$

Reagrupe os termos em destaque

$$\frac{RS_p}{f_0}\frac{\partial \omega}{\partial y} - Pf_0\frac{\partial v_a}{\partial P} = \frac{R}{f_0}\left[\frac{\partial u_g}{\partial y}\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right) - \frac{\partial u_g}{\partial x}\frac{\partial T}{\partial y}\right] + \frac{R}{f_0}\left[\frac{\partial u_g}{\partial y}\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial v_g}{\partial y}\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)\right]$$

Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

Esta equações podem ser acopladas utilizando a equação do vento térmico

$$\frac{RS_p}{f_0}\frac{\partial\omega}{\partial y} - Pf_0\frac{\partial v_a}{\partial P} = \frac{R}{f_0}\left[\frac{\partial u_g}{\partial y}\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right) - \frac{\partial u_g}{\partial x}\frac{\partial T}{\partial y}\right] + \frac{R}{f_0}\left[\frac{\partial u_g}{\partial y}\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial v_g}{\partial y}\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)\right]$$

A divergência do vento geostrofico é nula:

$$\nabla_h \cdot \vec{V}_g = 0 = \frac{\partial u_g}{\partial x} + \frac{\partial v_g}{\partial y} = 0$$

Portanto:

$$\frac{\partial u_g}{\partial x} = -\frac{\partial v_g}{\partial y}$$

$$\frac{RS_p}{f_0}\frac{\partial\omega}{\partial y} - Pf_0\frac{\partial v_a}{\partial P} = \frac{R}{f_0}\left[\frac{\partial u_g}{\partial y}\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial v_g}{\partial y}\frac{\partial T}{\partial y}\right] + \frac{R}{f_0}\left[\frac{\partial u_g}{\partial y}\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial v_g}{\partial y}\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)\right]$$

Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

Esta equações podem ser acopladas utilizando a equação do vento térmico

$$\frac{RS_p}{f_0}\frac{\partial \omega}{\partial y} - Pf_0\frac{\partial v_a}{\partial P} = \frac{R}{f_0}\left[\frac{\partial u_g}{\partial y}\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial v_g}{\partial y}\frac{\partial T}{\partial y}\right] + \frac{R}{f_0}\left[\frac{\partial u_g}{\partial y}\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial v_g}{\partial y}\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)\right]$$

$$\frac{RS_p}{f_0}\frac{\partial \omega}{\partial y} - Pf_0\frac{\partial v_a}{\partial P} = 2\frac{R}{f_0}\left[\frac{\partial u_g}{\partial y}\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial v_g}{\partial y}\frac{\partial T}{\partial y}\right]$$

Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

Esta equações podem ser acopladas utilizando a equação do vento térmico

$$\frac{RS_p}{P}\frac{\partial \omega}{\partial y} - {f_0}^2\frac{\partial v_a}{\partial P} = 2\frac{R}{P}\left[\frac{\partial u_g}{\partial y}\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial v_g}{\partial y}\frac{\partial T}{\partial y}\right]$$

Defini-se:

$$\sigma = \frac{RS_p}{P}$$

$$\sigma\frac{\partial \omega}{\partial y} - {f_0}^2\frac{\partial v_a}{\partial P} = 2\frac{R}{P}\left[\frac{\partial u_g}{\partial y}\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial v_g}{\partial y}\frac{\partial T}{\partial y}\right]$$

Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

Esta equações podem ser acopladas utilizando a equação do vento térmico

$$\sigma \frac{\partial \omega}{\partial y} - {f_0}^2 \frac{\partial v_a}{\partial P} = 2\frac{R}{P}\left[\frac{\partial u_g}{\partial y}\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial v_g}{\partial y}\frac{\partial T}{\partial y}\right]$$

$$Q_2 = -\frac{R}{P}\left[\frac{\partial u_g}{\partial y}\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial v_g}{\partial y}\frac{\partial T}{\partial y}\right] = -\frac{R}{P}\frac{\partial \vec{V}_g}{\partial y} \cdot \nabla T$$

$$\sigma \frac{\partial \omega}{\partial y} - {f_0}^2 \frac{\partial v_a}{\partial P} = -2Q_2$$

Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

Esta equações podem ser acopladas utilizando a equação do vento térmico

Elimina-se a derivada temporal da equação do vento meridiona e da termodinâmica através da seguinte manipulação:

$$\frac{Dv_g}{Dt} + f_0 u_a = 0 \qquad \frac{DT}{Dt_g} - S_p \omega = 0$$

$$\frac{Dv_g}{Dt} + f_0 u_a = \frac{DT}{Dt_g} - S_p \omega$$

$$\left[\frac{Dv_g}{Dt} + f_0 u_a\right] = \left[\frac{DT}{Dt_g} - S_p \omega\right]$$

Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021
Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

Esta equações podem ser acopladas utilizando a equação do vento térmico

$$\left[\frac{Dv_g}{Dt} + f_0 u_a\right] = \left[\frac{DT}{Dt_g} - S_p\omega\right]$$

Derive o lado esquerdo em função da pressão e multiplique pela pressão P e o lado direito derive em relação a componente zonal e multiplique por: $\frac{R}{f}$

$$P\frac{\partial}{\partial P}\left[\frac{Dv_g}{Dt} + f_0 u_a\right] = \frac{R}{f_0}\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{DT}{Dt_g} - S_p\omega\right]$$

Obtém-se

$$P\frac{\partial}{\partial P}\left[\frac{\partial v_g}{\partial t} + u_g\frac{\partial v_g}{\partial x} + v_g\frac{\partial v_g}{\partial y} + f_0 u_a\right] = \frac{R}{f_0}\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\partial T}{\partial t} + u_g\frac{\partial T}{\partial x} + v_g\frac{\partial T}{\partial y} - S_p\omega\right]$$

Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021
Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

Esta equações podem ser acopladas utilizando a equação do vento térmico

$$P\frac{\partial}{\partial P}\left[\frac{\partial v_g}{\partial t}+u_g\frac{\partial v_g}{\partial x}+v_g\frac{\partial v_g}{\partial y}+f_0u_a\right]=\frac{R}{f_0}\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\partial T}{\partial t}+u_g\frac{\partial T}{\partial x}+v_g\frac{\partial T}{\partial y}-S_p\omega\right]$$

Similar ao procedimento para obter Q_2 obtenha Q_1

$$Q_1=-\frac{R}{P}\left[\frac{\partial u_g}{\partial x}\frac{\partial T}{\partial x}+\frac{\partial v_g}{\partial x}\frac{\partial T}{\partial y}\right]=-\frac{R}{P}\frac{\partial \vec{V}_g}{\partial x}\cdot\nabla T$$

$$\sigma\frac{\partial \omega}{\partial x}-{f_0}^2\frac{\partial u_a}{\partial P}=-2Q_1$$

Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

Esta equações podem ser acopladas utilizando a equação do vento térmico

$$\sigma\frac{\partial\omega}{\partial x}-{f_0}^2\frac{\partial u_a}{\partial P}=-2Q_1$$

$$\sigma\frac{\partial\omega}{\partial y}-{f_0}^2\frac{\partial v_a}{\partial P}=-2Q_2$$

Soma-se a equação de Q_1 e Q_1 é elimina o vento ageostrofico

$$\sigma\frac{\partial\omega}{\partial x}-{f_0}^2\frac{\partial u_a}{\partial P}+\sigma\frac{\partial\omega}{\partial y}-{f_0}^2\frac{\partial v_a}{\partial P}=-2Q_1-2Q_2$$

$$\sigma\left(\frac{\partial\omega}{\partial x}+\frac{\partial\omega}{\partial y}\right)-{f_0}^2\frac{\partial u_a}{\partial P}-{f_0}^2\frac{\partial v_a}{\partial P}=-2(Q_1+Q_2)$$

$$\sigma\left(\frac{\partial\omega}{\partial x}+\frac{\partial\omega}{\partial y}\right)+{f_0}^2\frac{\partial}{\partial P}(-u_a-v_a)=-2(Q_1+Q_2)$$

Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021
Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

Esta equações podem ser acopladas utilizando a equação do vento térmico

$$\sigma\left(\frac{\partial\omega}{\partial x}+\frac{\partial\omega}{\partial y}\right)+{f_0}^2\frac{\partial}{\partial P}(-u_a-v_a)=-2(Q_1+Q_2)$$

$\nabla \cdot$

$$\sigma\left(\nabla\cdot\ \frac{\partial\omega}{\partial x}+\nabla\cdot\ \frac{\partial\omega}{\partial y}\right)+{f_0}^2\frac{\partial}{\partial P}(-\nabla\cdot\ u_a-\nabla\cdot\ v_a)=-2\nabla\cdot(Q_1+Q_2)$$

$$\sigma\left(\frac{\partial^2\omega}{\partial x^2}+\ \frac{\partial^2\omega}{\partial y^2}\right)+{f_0}^2\frac{\partial}{\partial P}\left(-\frac{\partial\, u_a}{\partial x}-\frac{\partial v_a}{\partial y}\right)=-2\nabla\cdot(Q_1+Q_2)$$

$$\frac{\partial\, u_a}{\partial x}+\frac{\partial v_a}{\partial y}+\frac{\partial\omega}{\partial P}=0$$

Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

Esta equações podem ser acopladas utilizando a equação do vento térmico

$$\sigma\left(\frac{\partial^2\omega}{\partial x^2}+\ \frac{\partial^2\omega}{\partial y^2}\right)+{f_0}^2\frac{\partial}{\partial P}\left(\frac{\partial\omega}{\partial P}\right)=-2\nabla\cdot(Q_1+Q_2)$$

$$\sigma(\nabla^2\omega)+{f_0}^2\frac{\partial^2\omega}{\partial P^2}=-2\nabla\cdot\left(\vec{Q}\right)$$

Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

Esta equações podem ser acopladas utilizando a equação do vento térmico

$$\vec{Q} = (Q_1, Q_2) = \left(-\frac{R}{P}\frac{\partial \vec{V}_g}{\partial x} \cdot \nabla T, -\frac{R}{P}\frac{\partial \vec{V}_g}{\partial y} \cdot \nabla T \right)$$

$$Q_1 = -\frac{R}{P}\frac{\partial \vec{V}_g}{\partial x} \cdot \nabla T$$

$$Q_2 = -\frac{R}{P}\frac{\partial \vec{V}_g}{\partial y} \cdot \nabla T$$

Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

Esta equações podem ser acopladas utilizando a equação do vento térmico

$$\sigma(\nabla^2\omega) + {f_0}^2\frac{\partial^2\omega}{\partial P^2} = -2\nabla\cdot\left(\vec{Q}\right)$$

- A equação mostra que sobre o plano f o movimento vertical é somente forçado pela divergência de Q
- Não tem termos forçantes que parcialmente se cancelam.
- O forçamento de omega pode ser representado simplesmente pelo padrão do vetor Q

Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

Caso especial:

Movimento Baroclínico e puramente geostrófico, tal que a velocidade vertical é desprezada.

$$\frac{D_g T}{Dt} - S_p \omega = 0$$

$$\frac{D_g T}{Dt} = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{V}_g \cdot \nabla\right) T = 0$$

Deriva-se em relação a x

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{V}_g \cdot \nabla\right) T\right) = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{V}_g \cdot \nabla\right)\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial \vec{V}_g}{\partial x}\nabla T = 0$$

Deriva-se em relação a y

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{V}_g \cdot \nabla\right) T\right) = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{V}_g \cdot \nabla\right)\frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\partial \vec{V}_g}{\partial y}\nabla T = 0$$

Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

Caso especial:

Sabe-se que :

$$Q_1 = -\frac{R}{P}\left[\frac{\partial u_g}{\partial x}\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial v_g}{\partial x}\frac{\partial T}{\partial y}\right] = -\frac{R}{P}\frac{\partial \vec{V}_g}{\partial x}\cdot \nabla T$$

$$Q_2 = -\frac{R}{P}\left[\frac{\partial u_g}{\partial y}\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial v_g}{\partial y}\frac{\partial T}{\partial y}\right] = -\frac{R}{P}\frac{\partial \vec{V}_g}{\partial y}\cdot \nabla T$$

Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

Caso especial:

Movimento Baroclínico que é puramente geostrófico tal que a velocidade vertical é desprezada.

$$\vec{Q} = (Q_1, Q_2) = \left(-\frac{R}{P}\frac{\partial \vec{V}_g}{\partial x} \cdot \nabla T, -\frac{R}{P}\frac{\partial \vec{V}_g}{\partial y} \cdot \nabla T \right)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{V}_g \cdot \nabla\right)\frac{\partial T}{\partial x} = -\frac{\partial \vec{V}_g}{\partial x}\nabla T = \frac{P}{R}Q_1$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{V}_g \cdot \nabla\right)\frac{\partial T}{\partial y} = -\frac{\partial \vec{V}_g}{\partial y}\nabla T = \frac{P}{R}Q_2$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{V}_g \cdot \nabla\right)\frac{R}{P}\frac{\partial T}{\partial x} = Q_1$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{V}_g \cdot \nabla\right)\frac{R}{P}\frac{\partial T}{\partial y} = Q_2$$

$$\frac{D_g}{Dt}\left(\frac{R}{P}\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{R}{P}\frac{\partial T}{\partial y}\right) = Q_1 + Q_2$$

Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

Caso especial:

Movimento Baroclínico que é puramente geostrófico tal que a velocidade vertical é desprezada.

$$\frac{D_g}{Dt}\left(\frac{R}{P}\left(\frac{\partial T}{\partial x}+\frac{\partial T}{\partial y}\right)\right)=Q_1+Q_2$$

$$\frac{D_g}{Dt}\left(\frac{R}{P}\nabla T\right)=\vec{Q}$$

Q é proporcional a taxa de mudança do gradiente horizontal de temperatura forçada somente pelo movimento geostrófico

Caso especial:

Movimento Baroclínico que é puramente geostrófico tal que a velocidade vertical é desprezada.

$$\frac{D_g}{Dt}\left(\frac{R}{P}\left(\frac{\partial T}{\partial x}+\frac{\partial T}{\partial y}\right)\right)=Q_1+Q_2$$

$$P\frac{\partial u_g}{\partial P}\equiv\frac{R}{f_0}\frac{\partial T}{\partial y}$$

$$P\frac{\partial v_g}{\partial P}\equiv-\frac{R}{f_0}\frac{\partial T}{\partial x}$$

$$f_0\frac{\partial u_g}{\partial P}\equiv\frac{R}{P}\frac{\partial T}{\partial y}$$

$$f_0\frac{\partial v_g}{\partial P}\equiv-\frac{R}{P}\frac{\partial T}{\partial x}$$

$$\frac{D_g}{Dt}\left(f_0\frac{\partial u_g}{\partial P}\right)=-Q_2$$

$$\frac{D_g}{Dt}\left(f_0\frac{\partial v_g}{\partial P}\right)=Q_1$$

Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

Caso especial:

Movimento Baroclínico que é puramente geostrófico tal que a velocidade vertical é desprezada.

$$\frac{D_g}{Dt}\left(\frac{R}{P}\nabla T\right) = \vec{Q}$$

$$\frac{D_g}{Dt}\left(f_0\frac{\partial u_g}{\partial P}\right) = -Q_2 \qquad \frac{D_g}{Dt}\left(f_0\frac{\partial v_g}{\partial P}\right) = Q_1$$

Esta equações mostram que o escoamento puramente geostrófico tenderá a destruir a relação com o vento térmico . Desde que a forçante do cisalhamento do vento geostrófico e do gradiente horizontal de temperatura sejam iguais em magnitude mas tenham sinais opostos.

INTERPRETAÇÃO FÍSICA:

Movimento Baroclínico que é puramente geostrófico tal que a velocidade vertical édesprezada.

O lado esquerdo é essencialmente o Laplaciano 3D atuando em ω, como na equação ômega tradicional.

$$\left(\nabla^2 + \frac{{f_0}^2}{\sigma}\frac{\partial^2}{\partial P^2}\right)\omega = \frac{f_0}{\sigma}\frac{\partial}{\partial P}\left(\overrightarrow{V_g}\nabla.\left(\frac{1}{f_0}\nabla^2\Phi + f\right)\right) - \frac{1}{\sigma}\nabla^2\left(\overrightarrow{V_g}\cdot\nabla\left(\frac{\partial\Phi}{\partial P}\right)\right)$$

$$\sigma(\nabla^2\omega) + {f_0}^2\frac{\partial^2\omega}{\partial P^2} = -2\nabla\cdot\left(\vec{Q}\right)$$

$$(\nabla^2\omega) + \frac{{f_0}^2}{\sigma}\frac{\partial^2\omega}{\partial P^2} = -\frac{1}{\sigma}2\nabla\cdot\left(\vec{Q}\right)$$

Para padrões sinusoidais (tipo onda), o Laplaciano pode ser aproximado por um sinal de menos

INTERPRETAÇÃO FÍSICA:

$$Omega \quad \approx \quad Vetor\ Q$$

$$\left(\nabla^2 + \frac{{f_0}^2}{\sigma}\frac{\partial^2}{\partial P^2}\right)\omega \approx (\nabla^2\omega) + \frac{{f_0}^2}{\sigma}\frac{\partial^2\omega}{\partial P^2}$$

Para padrões sinusoidais (tipo onda), o Laplaciano pode ser aproximado por um sinal de menos

$$\left(\nabla^2 + \frac{{f_0}^2}{\sigma}\frac{\partial^2}{\partial P^2}\right)\omega \sim -\omega \propto w$$

$$w \propto -\omega \propto -2\nabla.\vec{Q} \propto -\nabla.\vec{Q}$$

INTERPRETAÇÃO FÍSICA:

$$w \propto -\omega \propto 2\left(-\nabla.\vec{Q}\right) \propto -\nabla.\vec{Q}$$

A convergência do vetor $\vec{Q}$ isto é $\left(-\nabla.\vec{Q} < 0\right)$ é associado com movimento ascendente $w > 0 \quad e \quad \omega < 0$

A divergência do vetor $\vec{Q}$ isto é $\left(-\nabla.\vec{Q} > 0\right)$ é associado com movimento subsidente $w < 0 \;\; e \;\; \omega > 0$

Diz-se às vezes que o vetor $\vec{Q}$ "aponta do movimento subsidente para o movimento ascendente .

INTERPRETAÇÃO FÍSICA:

Aviso importante

O vetor $\vec{Q}$ não deve ser confundido com o vetor de velocidade e a convergência e divergência do vetor $\vec{Q}$ não estão diretamente relacionadas à convergência e divergência do vento.

INTERPRETAÇÃO FÍSICA:

Aplicação Sinótica

Na prática, tipicamente plota-se o vetor Q e a divergência do vetor Q e ao longo do nível das isotérmicas ou isentrópicas em que estamos interessados em avaliar o movimento vertical
(por exemplo, 700 mb).

INTERPRETAÇÃO FÍSICA:

O que é fisicamente o vetor Q?

O vetor Q é a taxa de variação do gradiente de temperatura horizontal, $\nabla\theta$, seguindo o escoamento geostrófico. Isso inclui mudanças na magnitude de $\nabla\theta$ (isto é, a força (magnitude) de uma frente) e a orientação de $\nabla\theta$ (isto é, a orientação de uma frente).

INTERPRETAÇÃO FÍSICA:

Estimativa do Vetor Q de um Mapa de Tempo

O vetor Q é melhor estimado em um mapa meteorológico utilizando uma versão do vetor Q na qual se supõe que o eixo x seja paralelo às isotermas / isentrópicas com ar frio à esquerda. Nesse caso:

$$\vec{Q} = -\frac{R}{p}\left|\frac{\partial T}{\partial y}\right|\left(\hat{k} \times \frac{\partial \vec{V}_g}{\partial x}\right)$$

INTERPRETAÇÃO FÍSICA:

Estimativa do Vetor Q de um Mapa de Tempo

$$\vec{Q} = -\frac{R}{P}\left|\frac{\partial T}{\partial y}\right|\left(\hat{k} \times \frac{\partial \vec{V}_g}{\partial x}\right) = -\frac{R}{P}\left|\frac{\partial T}{\partial y}\right|\begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 0 & 1 \\ \dfrac{\partial u_g}{\partial x} & \dfrac{\partial v_g}{\partial x} & 0 \end{vmatrix} = -\frac{R}{P}\left|\frac{\partial T}{\partial y}\right|\left(-\frac{\partial v_g}{\partial x} i + \frac{\partial u_g}{\partial x} j\right)$$

A direção de Q é perpendicular e à direita da mudança do vetor do vento geostrófico ao longo de uma isoterma:

Assim, para determinar a orientação do vetor Q:

1. Encontre a mudança vetorial do vento geostrófico ao longo da isoterma

2. Gire esse vetor 90 ° no sentido horário

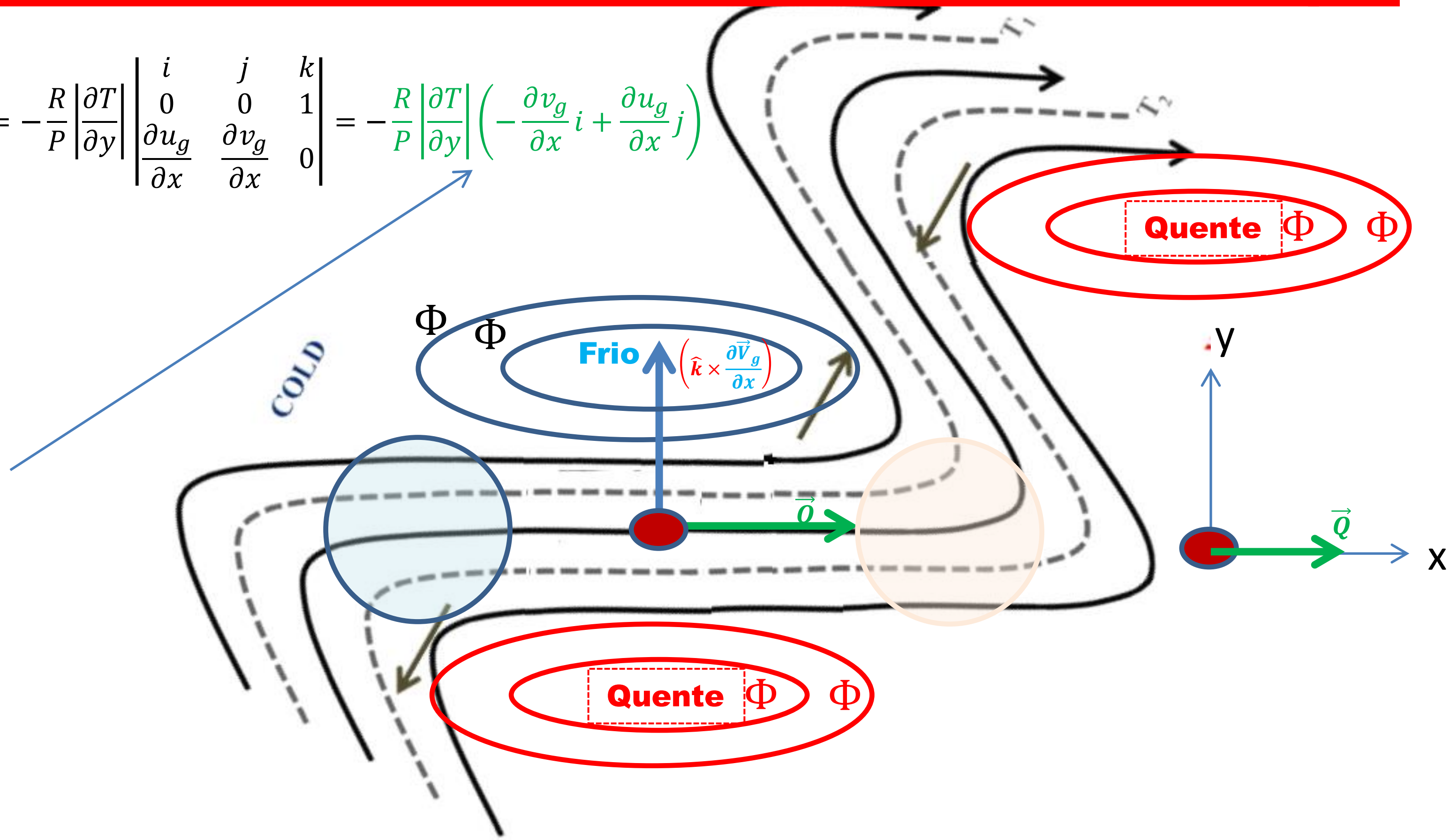
Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021

Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

INTERPRETAÇÃO FÍSICA:

Estimativa do Vetor Q de um Mapa de Tempo

$$\vec{Q} = -\frac{R}{P}\left|\frac{\partial T}{\partial y}\right|\left(\hat{k}\times\frac{\partial \vec{V}_g}{\partial x}\right) = -\frac{R}{P}\left|\frac{\partial T}{\partial y}\right|\begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{\partial u_g}{\partial x} & \frac{\partial v_g}{\partial x} & 0 \end{vmatrix} = -\frac{R}{P}\left|\frac{\partial T}{\partial y}\right|\left(-\frac{\partial v_g}{\partial x}i + \frac{\partial u_g}{\partial x}j\right)$$

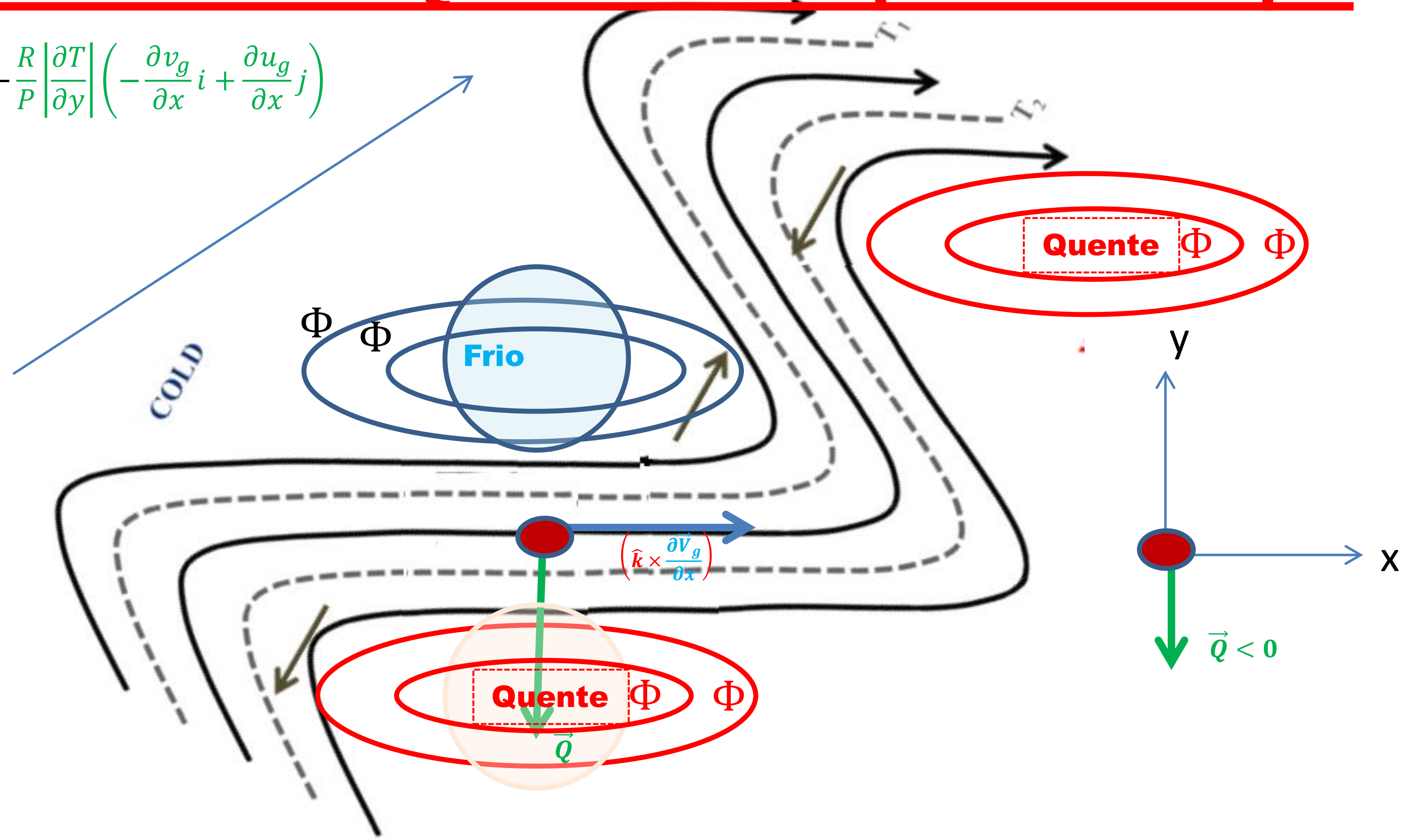


1. Encontre a mudança vetorial do vento geostrófico ao longo da isoterma
2. Defina o eixo x ao longo da isoterma

INTERPRETAÇÃO FÍSICA:

Estimativa do Vetor Q de um Mapa de Tempo

$$\vec{Q} = -\frac{R}{P}\left|\frac{\partial T}{\partial y}\right|\left(\hat{k}\times\frac{\partial \vec{V}_g}{\partial x}\right) = -\frac{R}{P}\left|\frac{\partial T}{\partial y}\right|\left(-\frac{\partial v_g}{\partial x}i + \frac{\partial u_g}{\partial x}j\right)$$



$$v_g = \frac{1}{f}\frac{\partial \Phi}{\partial x}$$

$$u_g = -\frac{1}{f}\frac{\partial \Phi}{\partial y}$$

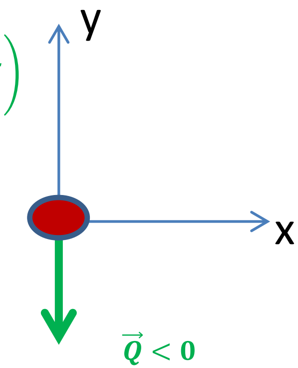
2. Gire esse vetor 90 ° no sentido horário

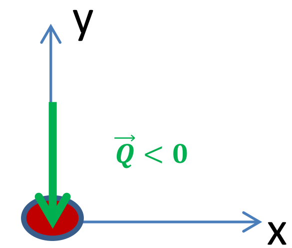
Dinâmica I 15/04/2021 a 30/05/2021
Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

INTERPRETAÇÃO FÍSICA:

Estimativa do Vetor Q de um Mapa de Tempo

$$\vec{Q} = -\frac{R}{P}\left|\frac{\partial T}{\partial y}\right|\left(\hat{k}\times\frac{\partial \vec{V}_g}{\partial x}\right) = -\frac{R}{P}\left|\frac{\partial T}{\partial y}\right|\left(-\frac{\partial v_g}{\partial x}i + \frac{\partial u_g}{\partial x}j\right)$$



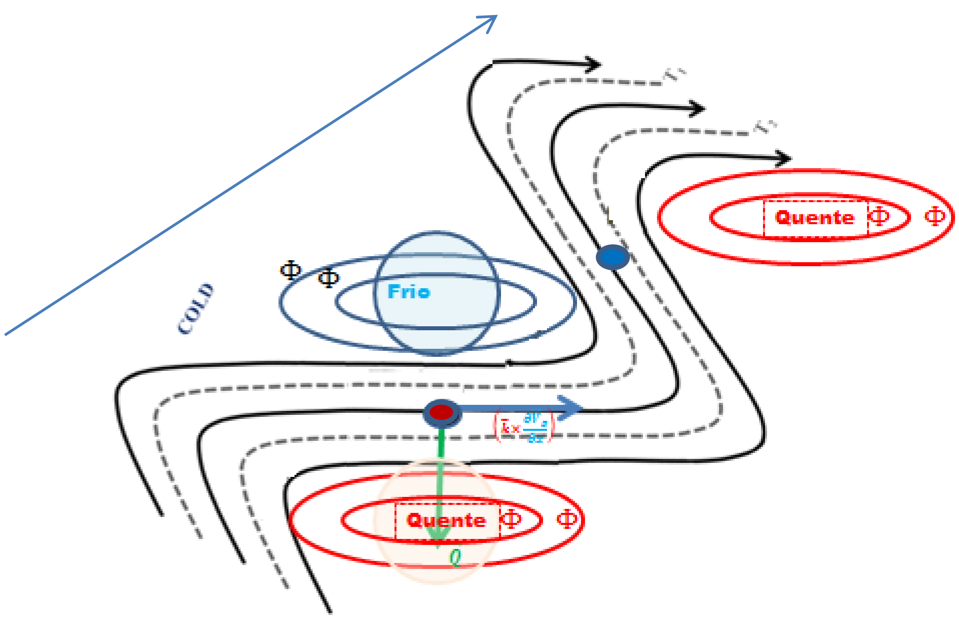


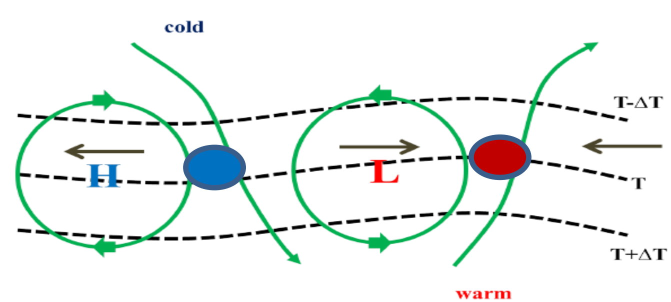
$$w \propto -\omega \propto -2\nabla.\vec{Q} \propto -\nabla.\vec{Q}$$

Por isso neste ponto vai ter convergência do vetor $\nabla.\vec{Q} < 0$

$$w \propto -\nabla.\vec{Q}$$

$$\omega \propto \nabla.\vec{Q}$$



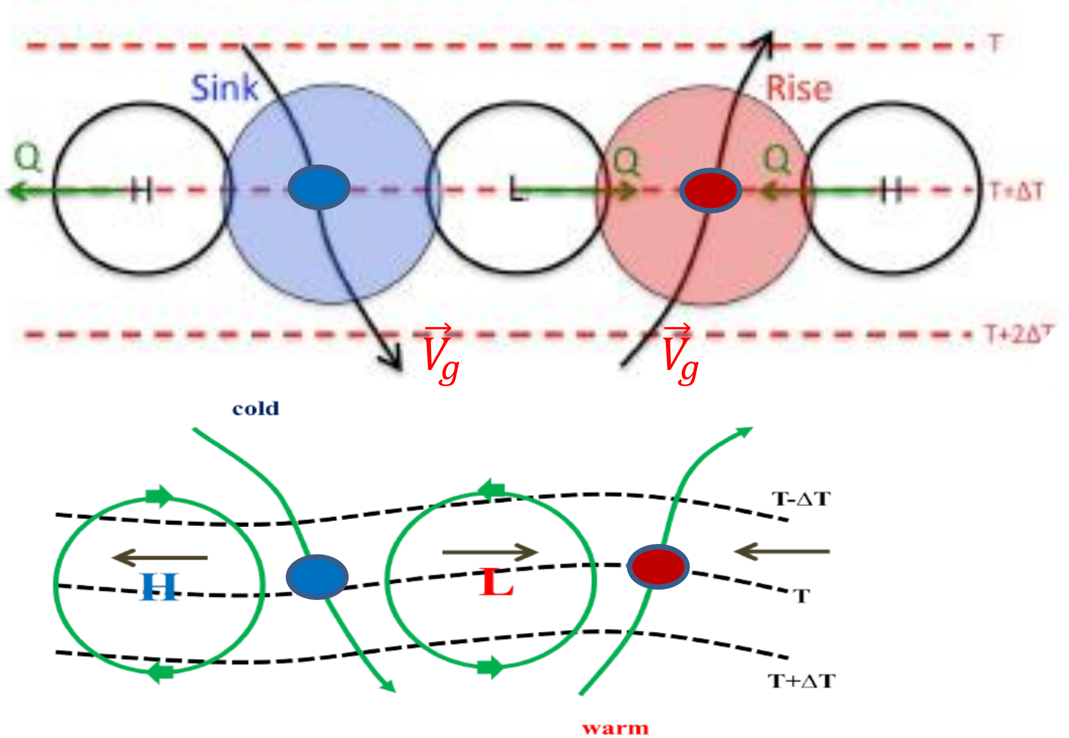


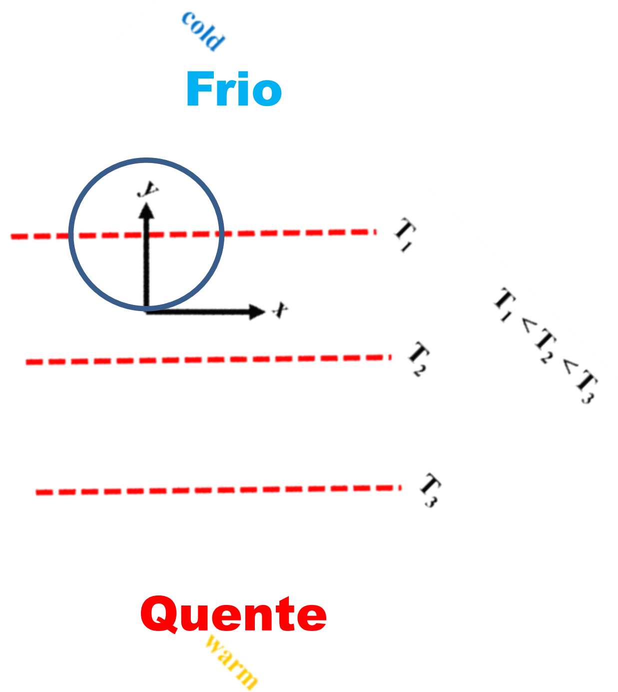
INTERPRETAÇÃO FÍSICA:

Estimativa do Vetor Q de um Mapa de Tempo

$$v_g = \frac{1}{f}\frac{\partial \Phi}{\partial x} \qquad u_g = -\frac{1}{f}\frac{\partial \Phi}{\partial y}$$

$$\vec{Q} = -\frac{R}{P}\left|\frac{\partial T}{\partial y}\right|\left(\hat{k}\times\frac{\partial \vec{V}_g}{\partial x}\right) = -\frac{R}{P}\left|\frac{\partial T}{\partial y}\right|\left(-\frac{\partial v_g}{\partial x}i + \frac{\partial u_g}{\partial x}j\right)$$





INTERPRETAÇÃO FÍSICA:

Estimativa do Vetor Q de um Mapa de Tempo

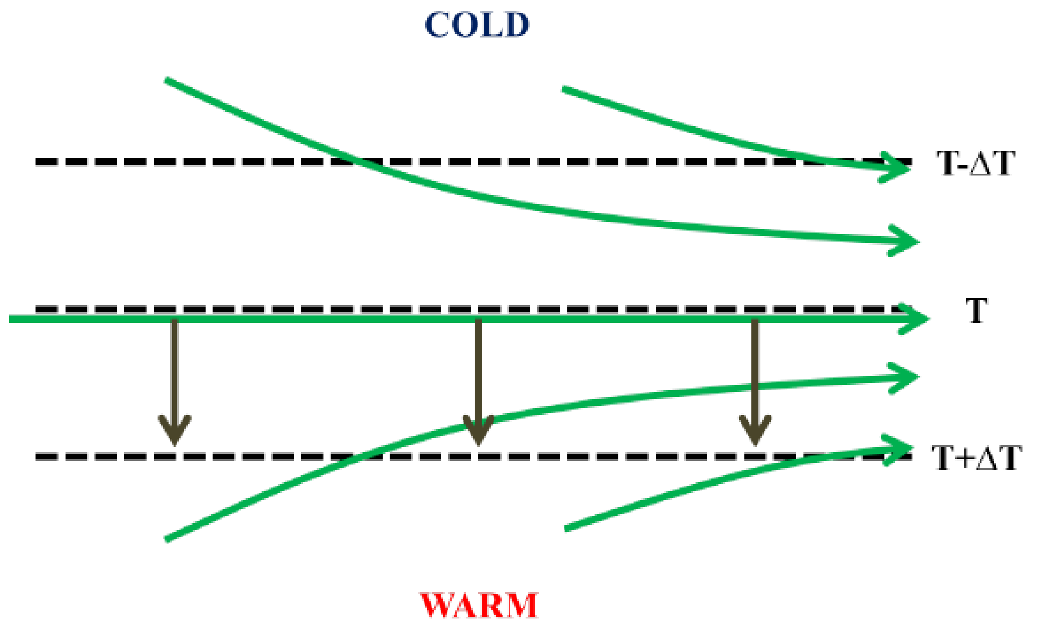


Figure 5. Orientation of Q vectors (solid grey arrows) for confluent flow (inferred from the green streamlines obtained from the geostrophic flow) associated with a westerly jet streak. Isotherms are depicted by the dashed black lines with cold air to the north.

INTERPRETAÇÃO FÍSICA:

Sem calcular Q, seus componentes (ou seja, as derivadas parciais horizontais de vg e T) e sua divergência, como podemos estimar melhor Q e sua divergência em um mapa meteorológico?

Utilizamos uma transformação de coordenadas menor, em um sistema de coordenadas semelhante a um sistema de coordenadas natural, a fim de ajudar na estimativa de Q e sua divergência.

Vamos definir o eixo x ao longo ou paralelo a uma isoterma, com ar quente à direita do eixo x positivo. O eixo y é definido perpendicularmente ao eixo x.

Teoria da Aproximação Quase Geostrófica

Exercício :

1) Explique fisicamente qual o significado da relação abaixo.

$$\left(P\frac{\partial u_g}{\partial P} - \frac{R}{f_0}\frac{\partial T}{\partial y}\right) = 0$$