Dinâmica 11/10/2021 a 11/10/2021
Métodos de diferenças finitas.

MET-576-4

Modelagem Numérica da Atmosfera

Dr. Paulo Yoshio Kubota

Os métodos numéricos, formulação e parametrizações utilizados nos modelos atmosféricos serão descritos em detalhe.

3 Meses
24 Aulas (2 horas cada)

Dinâmica:

Métodos numéricos amplamente utilizados na solução numérica das equações diferencias parciais que governam os movimentos na atmosfera serão o foco, mas também serão analisados os novos conceitos e novos métodos.

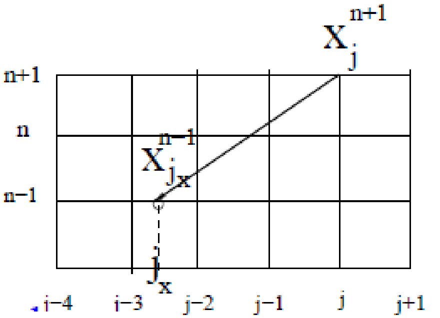
Dinâmica 11/10/2021 a 11/10/2021

Métodos de diferenças finitas.

- ✓ Métodos de diferenças finitas.
- ✓ Acurácia.
- ✓ Consistência.
- ✓ Estabilidade.
- ✓ Convergência.
- ✓ Grades de Arakawa A, B, C e E.
- ✓ Domínio de influência e domínio de dependência.
- ✓ Dispersão numérica e dissipação.
- ✓ Definição de filtros monótono e positivo.
- ✓ Métodos espectrais.
- ✓ Métodos de volume finito.
- ✓ Métodos Semi-Lagrangeanos.
- ✓ Conservação de massa local.
- ✓ Esquemas explícitos versus semi-implícitos.
- ✓ Métodos semi-implícitos.

Semi-Lagrangian

A equação de Advecção pode ser escrita na forma Euleriano ou Lagrangiana. i.e.



$$\frac{\partial \emptyset}{\partial t} = -u\frac{\partial \emptyset}{\partial x} \qquad \textit{Euleriano}$$

$$\frac{D\emptyset}{Dt} = 0 \qquad \textit{Lagrangiano}$$

Para um esquema semi-Lagrangiana de três vezes nível no tempo

$$\frac{D\emptyset}{Dt} \approx \frac{\emptyset_j^{n+1} - \emptyset_{jx}^{n-1}}{2\Delta t} = 0$$

$$\Longrightarrow \emptyset\left(x_j^{n+1}\right) = \emptyset\left(x_{jx}^{n-1}\right)$$

⇒ O valor futuro de $\emptyset$ no ponto de chegada é igual ao valor anterior de $\emptyset$ no ponto de partida.

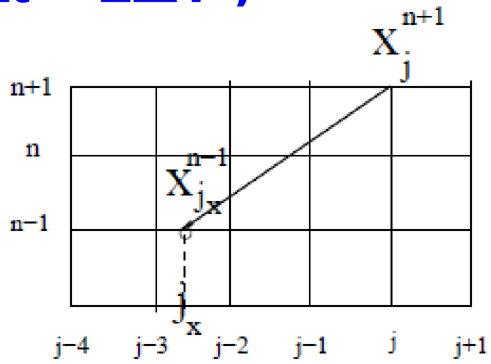
O método Semi-Lagrangian requer dois cálculo importantes

O cálculo do ponto de partida

Interpolação do campos advectado do ponto de partida

O cálculo do ponto de partida

Para uma velocidade constante caso (deixe Δt = 2ΔT)



$$x_{jx}^{n-1} = x_j^{n+1} - u\Delta t$$

No caso da variável velocidade:
Ponto repetitivo velocidade média

$$x_{jx}^{n-1} = x_j^{n+1} - u_m \Delta t$$

Série de Taylor aproximação (McGregor, 1993).

$$x_{jx}^{n-1} = x_j^{n+1} - \hat{u}\Delta t + \frac{\Delta t^2}{2}\hat{u}\frac{\partial \hat{u}}{\partial x} - \frac{\Delta t^3}{6}\left(\hat{u}\frac{\partial}{\partial x}\left(u\frac{\partial \hat{u}}{\partial x}\right)\right)$$

Para obter a função da ponderação para a interpolação

$$x_{jx}^{n-1} = x_{j-m} - \alpha$$

Onde,

$$\alpha = \frac{x_{j-m} - x_{jx}}{\Delta x}$$

Interpolação do campo advectado no ponto de partida

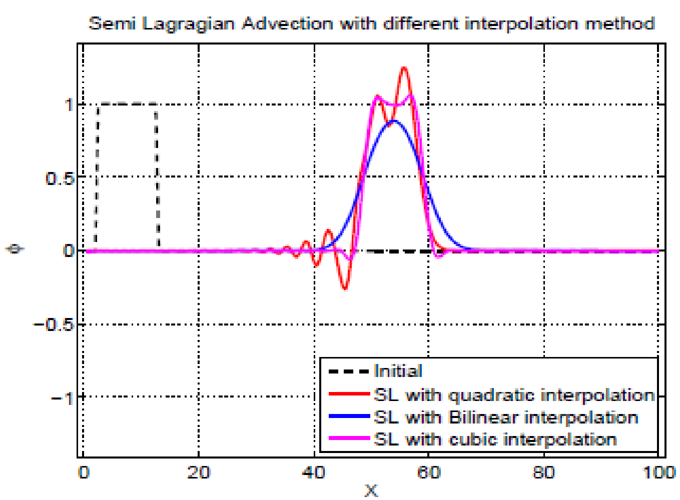
Linear

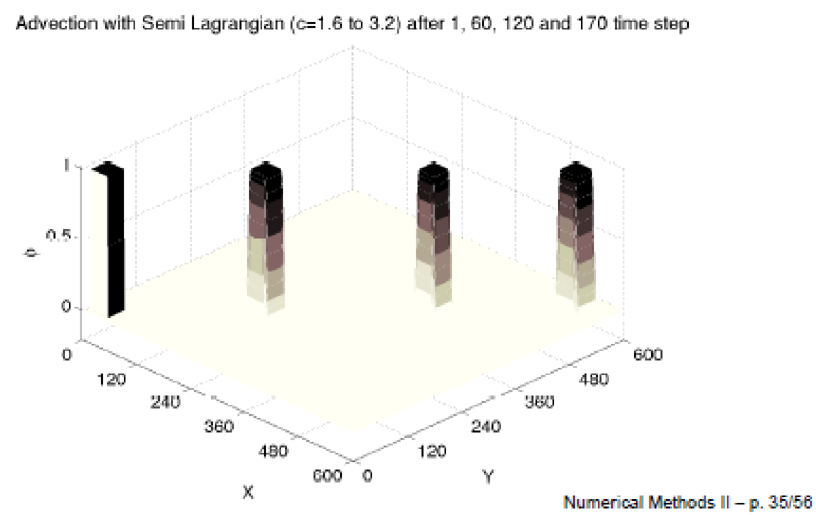
$$\emptyset(x_{jx}^{n-1}) = \alpha\emptyset(x_{j-m-1}^{n-1}) + (1-\alpha)\emptyset(x_{j-m}^{n-1})$$

Metros Cúbicos

$$\emptyset\left(x_{jx}^{n-1}\right) = -\frac{\alpha(1-\alpha^2)}{6}\emptyset\left(x_{j-m-2}^{n-1}\right) + \frac{\alpha(1+\alpha)(2-\alpha)}{2}\emptyset\left(x_{j-m-1}^{n-1}\right) + \frac{(1-\alpha^2)(2-\alpha)}{2}\emptyset\left(x_{j-m}^{n-1}\right) - \frac{\alpha(1-\alpha)(2-\alpha)}{6}\emptyset\left(x_{j-m+1}^{n-1}\right)$$

Precisão e monotonicity





Análise de Estabilidade

Assumir um esquema de dois níveis no tempo e um de interpolação linear $\emptyset$ no ponto de partida ou seja .

$$\emptyset_j^{n+1} = \emptyset_*^n = (1-\alpha)\emptyset_{j-m}^n + \alpha\emptyset_{j-m-1}^n \qquad \textbf{(23)}$$

(Note-se que quando m= 0, $\alpha = \frac{u\Delta t}{\Delta x}$, e 23 se torna Idêntico ao esquema diferencial upstream). assim como para outros esquemas de advecção vamos supor que uma solução na forma:$\emptyset_j^n = A^n e^{ikj\Delta x}$

A substituição de 23 nós, obter

$$|A| = [1 - 2\alpha(1-\alpha)[1 - cos(k\Delta x)]]^{0.5} \qquad \textbf{(24)}$$

Portanto |A| ≤ 1 Enquanto α(1 - α) ≥ 0 Ou seja, 0 ≤ α ≤ 1

O esquema é, portanto, estável se os pontos da interpolação são os dois são mais próximos do ponto de partida, mas é neutro somente
Se α = 0 Ou α = 1, Ou seja, quando a interpolação não é necessária