



# **Dinâmica 30/09/2021 a 30/09/2021**

## **Métodos de diferenças finitas.**

---

**MET-576-4**

**Modelagem Numérica da Atmosfera**  
**Dr. Paulo Yoshio Kubota**

**Os métodos numéricos, formulação e parametrizações utilizados nos modelos atmosféricos serão descritos em detalhe.**

**3 Meses**  
**24 Aulas (2 horas cada)**



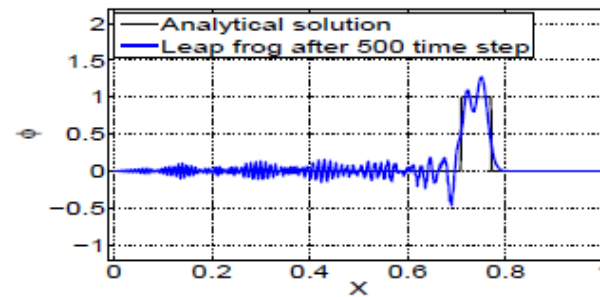
## **Dinâmica:**

**Métodos numéricos amplamente utilizados na solução numérica das equações diferenciais parciais que governam os movimentos na atmosfera serão o foco, mas também serão analisados os novos conceitos e novos métodos.**



- ✓ **Métodos de diferenças finitas.**
- ✓ **Acurácia.**
- ✓ **Consistência.**
- ✓ **Estabilidade.**
- ✓ **Convergência.**
- ✓ **Grades de Arakawa A, B, C e E.**
- ✓ **Domínio de influência e domínio de dependência.**
- ✓ **Dispersão numérica e dissipação.**
- ✓ **Definição de filtros monótono e positivo.**
- ✓ **Métodos espectrais.**
- ✓ **Métodos de volume finito.**
- ✓ **Métodos Semi-Lagrangeanos.**
- ✓ **Conservação de massa local.**
- ✓ **Esquemas explícitos versus semi-implícitos.**
- ✓ **Métodos semi-implícitos.**

## Modo computacional do metodo CTCS



# O Esquema CTCS (Leapfrog)

Um outro método para resolver o problema de advecção (i.e.  $\partial\Phi/\partial t + u\partial\Phi/\partial x = 0$ ). É utilizar o esquema centrado no tempo, Centrado no espaço (CTCS). i.e.

$$\frac{\phi_j^{n+1} - \phi_j^{n-1}}{2\Delta t} + u \frac{\phi_{j+1}^n - \phi_{j-1}^n}{2\Delta x} = 0. \quad (17)$$

Trata-se de uma fórmula de três-nível, uma vez que ela envolve valores de  $\phi$  em três tempos  $t_{n+1}$ ,  $t_n$ ,  $t_{n-1}$ .

O esquema CTCS é de precisão de segunda ordem no espaço e no tempo. análise de estabilidade Von Neumann

Define-se  $\phi = A^n e^{ikj\Delta x}$  para a análise de **estabilidade de Von Neumann**, que veremos em seguida

$$\begin{aligned} \phi_j^{n+1} &= \phi_j^{n-1} - u \frac{\Delta t}{\Delta x} (\phi_{j+1}^n - \phi_{j-1}^n) \\ A^{n+1} e^{ikj\Delta x} &= A^{n-1} e^{ikj\Delta x} - u \frac{\Delta t}{\Delta x} (A^n e^{ik(j+1)\Delta x} - A^n e^{ik(j-1)\Delta x}) \end{aligned}$$

# O Esquema CTCS (Leapfrog)

$$A^{n+1}e^{ikj\Delta x} = A^{n-1}e^{ikj\Delta x} - u\frac{\Delta t}{\Delta x}\left(A^n e^{ik(j+1)\Delta x} - A^n e^{ik(j-1)\Delta x}\right)$$

$$A^n A e^{ikj\Delta x} = \frac{A^n}{A} e^{ikj\Delta x} - u\frac{\Delta t}{\Delta x}\left(A^n e^{ikj\Delta x} e^{ik\Delta x} - A^n e^{ikj\Delta x} e^{-ik\Delta x}\right)$$

$$A^n A e^{ikj\Delta x} = \frac{A^n}{A} e^{ikj\Delta x} - C\left(A^n e^{ikj\Delta x} e^{ik\Delta x} - A^n e^{ikj\Delta x} e^{-ik\Delta x}\right)$$

$$A^n A e^{ikj\Delta x} = \frac{A^n}{A} e^{ikj\Delta x} - C A^n e^{ikj\Delta x} (e^{ik\Delta x} - e^{-ik\Delta x})$$

$$A = \frac{1}{A} - C(e^{ik\Delta x} - e^{-ik\Delta x})$$

$$A^2 = 1 - C2i\left(\frac{e^{ik\Delta x} - e^{-ik\Delta x}}{2i}\right)A$$

$$A^2 = 1 - C2i(\sin(k\Delta x))A$$

$$A^2 = 1 - C2i(\sin(k\Delta x))A$$

$$A^2 + C2i(\sin(k\Delta x))A - 1 = 0$$

$$A^2 - C2i(\sin(k\Delta x))A - 1 = 0$$

$$\begin{cases} ax^2 + bx + c = 0 \\ x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \end{cases}$$

$$A = \frac{C2i(\sin(k\Delta x)) \pm \sqrt{(-C2i(\sin(k\Delta x)))^2 - 4(1)(-1)}}{2}$$

$$A = \frac{C2i(\sin(k\Delta x)) \pm \sqrt{((-1)^2 C^2 4(\sqrt{-1}^2)(\sin^2(k\Delta x)))^2 + 4}}{2}$$

$$A = \frac{C2i(\sin(k\Delta x)) \pm \sqrt{-4C^2 \sin^2(k\Delta x) + 4}}{2}$$

$$A = Ci(\sin(k\Delta x)) \pm \sqrt{-C^2 \sin^2(k\Delta x) + 1}$$

$$A = Ci(\sin(k\Delta x)) \pm \sqrt{1 - C^2 \sin^2(k\Delta x)}$$

**Há dois casos para considerar**

**1) Se  $|C| > 1$ , para qualquer  $\Delta x$ , tal que  $C^2 \sin^2(k\Delta x) > 1$**

$$A = Ci(\sin(k\Delta x)) \pm i\sqrt{C^2 \sin^2(k\Delta x) - 1}$$

$$|A|^2 = \left( Ci(\sin(k\Delta x)) \pm i\sqrt{C^2 \sin^2(k\Delta x) - 1} \right) \left( -Ci(\sin(k\Delta x)) \right. \\ \left. \pm -i\sqrt{C^2 \sin^2(k\Delta x) - 1} \right)$$

$$|A|^2 = \left( Ci(\sin(k\Delta x)) \pm i\sqrt{C^2 \sin^2(k\Delta x) - 1} \right) \left( -Ci(\sin(k\Delta x)) \right. \\ \left. \pm -i\sqrt{C^2 \sin^2(k\Delta x) - 1} \right)$$



$$|A|^2 = i \left( C(\sin(k\Delta x)) \pm \sqrt{C^2 \sin^2(k\Delta x) - 1} \right) \left( -i \left( C(\sin(k\Delta x)) \pm \sqrt{C^2 \sin^2(k\Delta x) - 1} \right) \right)$$

$$|A_{\pm}|^2 = \left( C(\sin(k\Delta x)) \pm \sqrt{C^2 \sin^2(k\Delta x) - 1} \right)^2$$

**Para o caso  $|C| > 1$ , para qualquer  $\Delta x$ , e  $C^2 \sin^2(k\Delta x) > 1$**

**Existe pelo menos uma raiz que  $|A_{\pm}| > 1$ , Portanto, a solução é estável durante  $|C| > 0$**

**2) Se  $|C| \leq 1$ , para qualquer  $\Delta x$ , tal que  $C \sin(k\Delta x) \leq 1$ . Há duas raízes:**

$$A = Ci(\sin(k\Delta x)) \pm i\sqrt{C^2 \sin^2(k\Delta x) - 1}$$

$$A = Ci(\sin(k\Delta x)) \pm \sqrt{1 - C^2 \sin^2(k\Delta x)}$$

$$|A_+|^2 = \left( Ci(\sin(k\Delta x)) + \sqrt{1 - C^2 \sin^2(k\Delta x)} \right) \left( -Ci(\sin(k\Delta x)) + \sqrt{1 - C^2 \sin^2(k\Delta x)} \right)$$

$$|A_+|^2 = \left( -i^2 C^2 \sin^2(k\Delta x) + Ci(\sin(k\Delta x)) * \left( \sqrt{1 - C^2 \sin^2(k\Delta x)} \right) - Ci(\sin(k\Delta x)) * \left( \sqrt{1 - C^2 \sin^2(k\Delta x)} \right) + 1 - C^2 \sin^2(k\Delta x) \right)$$

$$|A_+|^2 = (C^2 \sin^2(k\Delta x) + 1 - C^2 \sin^2(k\Delta x))$$

$$|A_+|^2 = 1$$

**Da mesma forma para  $|A_-|^2$**

$$|A_+|^2 = (C^2 \sin^2(k\Delta x) + 1 - C^2 \sin^2(k\Delta x))$$

$$|A_+|^2 = 1$$

**$\therefore$  A condição de estabilidade é  $\left| C = \frac{u\Delta t}{\Delta x} \right| \leq 1$ .**

# Modo computacional de CTCS

O esquema CTCS dá dois valores para **A**

$$A_p = -ic \sin k\Delta x + (1 - (c \sin k\Delta x)^2)^{1/2} \quad (18)$$

$$A_c = -ic \sin k\Delta x - (1 - (c \sin k\Delta x)^2)^{1/2}, \quad (19)$$

Portanto, a forma geral da solução numérica é

$$\phi_j^n = [P(A_p)^n + C(A_c)^n]e^{ikj\Delta x} \quad (20)$$

Vamos escolher **C = 1**. Em seguida, é conveniente escrever **A** na forma

$$A_p = e^{-i\alpha}, A_c = -e^{i\alpha} \quad (21)$$

Onde  $\alpha = k\Delta x = uk\Delta t$

$$\phi_j^n = P e^{ik(j\Delta x - un\Delta t)} + (-1)^n C e^{ik(j\Delta x + un\Delta t)}.$$

Nos casos em que **P** e **C** sejam constantes complexas, determinados pela primeira Condições ou seja, **t=0** (**n= 0**).

$$\phi_j^0 = e^{ikj\Delta x} = (P + C)e^{ikj\Delta x} \Rightarrow (P + C) = 1$$

$$\Rightarrow \phi_j^n = \underbrace{(1 - C)e^{ik(j\Delta x - un\Delta t)}}_{\text{Physical mode}} + \underbrace{(-1)^n C e^{ik(j\Delta x + un\Delta t)}}_{\text{Computational mode}} \quad (22)$$

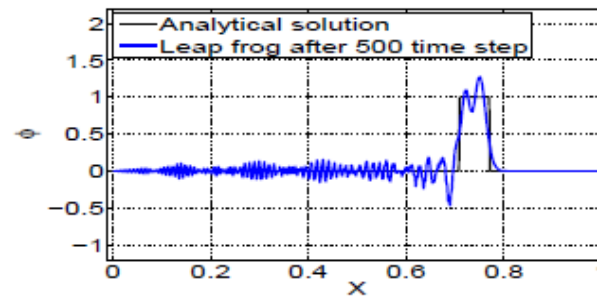
O modo Físico é proporcional à solução exata  $e^{ik(x-ut)}$

O modo computacional não correspondem a qualquer solução da equação diferencial original ; ela é um artefato do Método numérico.

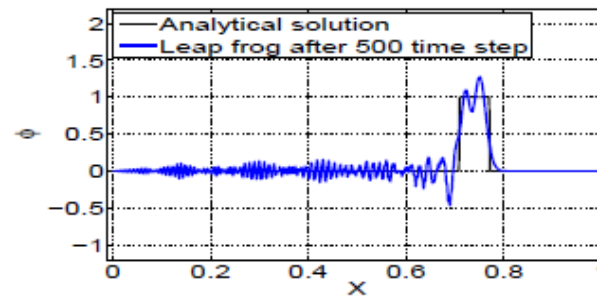
Duas das características do modo computacional

Ela oscila no tempo de um passo tempo para o próximo passo de tempo (por causa do fator  $(-1)^N$ )

Se propaga na direção oposta à verdadeira solução (Por causa do termo  $+u_n\Delta t$  na exponencial ao invés de  $-u_n\Delta t$  ).



# Como Tratar o Modo Computacional Usando Filtros



# Modo computacional e o filtro RA

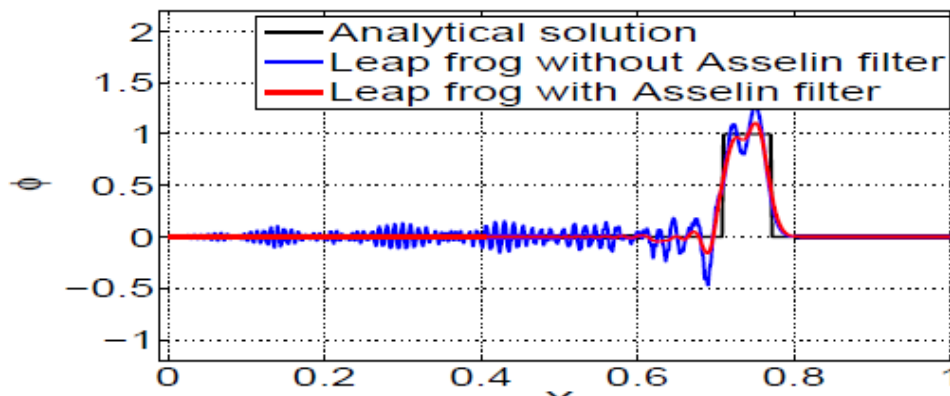
- A solução  $\phi_j^{n+1}$  , Depende,  $\phi_j^{n-1}$  Mas não no  $\phi_j^n$
- Exceto no momento inicial, a solução é encontrada em dois conjuntos de pontos que não são associados.
- Em qualquer ponto J a solução oscila entre os duas soluções Desatrelada.
- Para manter a amplitude do modo computacional pequenas é Necessário soluções acopladas sobre os dois conjuntos alternando de Pontos de grade.
- A maneira mais comum de se fazer isto no modelo Atmosférica é através do Uso do filtro de Robert-Asselin (RA), que fortemente descarrega as Oscilação  $\phi^{n+1} = \phi^{n-1} - [\text{other terms}]$
- Calcular o deslocamento do filtro ou seja
$$d = \alpha * (\phi^{n-1} - 2\phi^n + \phi^{n+1})$$
- Aplicar o filtro para  $\Phi^N$  Ou seja
$$\hat{\phi}^n = \phi^n + d = (1 - 2\alpha)\phi^n + \alpha(\phi^{n+1} + \phi^{n-1})$$

Então, atualize  $\hat{\phi}^{n-1}$  por  $\hat{\phi}^n$  e  $\hat{\phi}^n$  por  $\phi^{n+1}$  Para a próxima iteração

Depois de aplicar o filtro, o esquema de advecção fica parecido com

$$\phi^{n+1} = \hat{\phi}^{n-1} - [\text{other terms}]$$

A figura abaixo mostra advecção de uma onda quadrada (com  $C=0,7$ ) após 500 tempo passo com (linha vermelha) e sem (azul Linha) apresentando Asselin filtro de tempo.



Note que este filtro também induz a um amortecimento artificial do modo físico,  $\alpha$  Devem ser mantidos pequenos ( na parcela acima  $\alpha = 0,05$  )



# filtro RAW - Williams (2009), MWR

Método RAW, que devemos aplicar a filtragem não somente em  $\Phi^N$  mas também em  $\Phi^{n+1}$

Tal como antes, use primeiro o esquema **leapfrog** como antes

$$\phi^{n+1} = \phi^{n-1} - [\text{other terms}]$$

Em seguida, aplica-se o filtro

$$\hat{\phi}^n = \phi^n + d\beta$$

$$\hat{\phi}^{n+1} = \phi^{n+1} + d(\beta - 1)$$

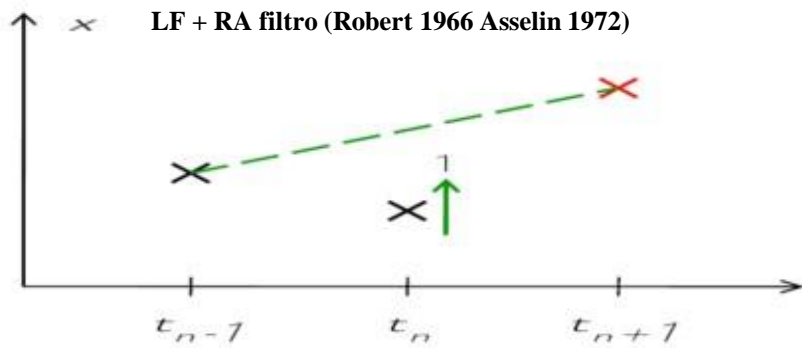
Depois da implementação do filtro e depois atualizar

$$\begin{array}{ccc} \hat{\phi}^{n-1} & \Rightarrow & \hat{\phi}^n \\ \hat{\phi}^n & \Rightarrow & \hat{\phi}^{n+1} \end{array}$$

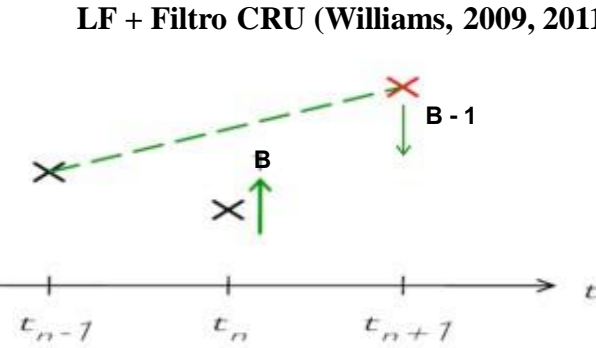
$$\phi^{n+1} = \hat{\phi}^{n-1} - [\text{other terms}]$$

Devido à estabilidade razão , o valor beta é  $0,5 < \text{beta} \leq 1$

# O filtro RA vs RAW



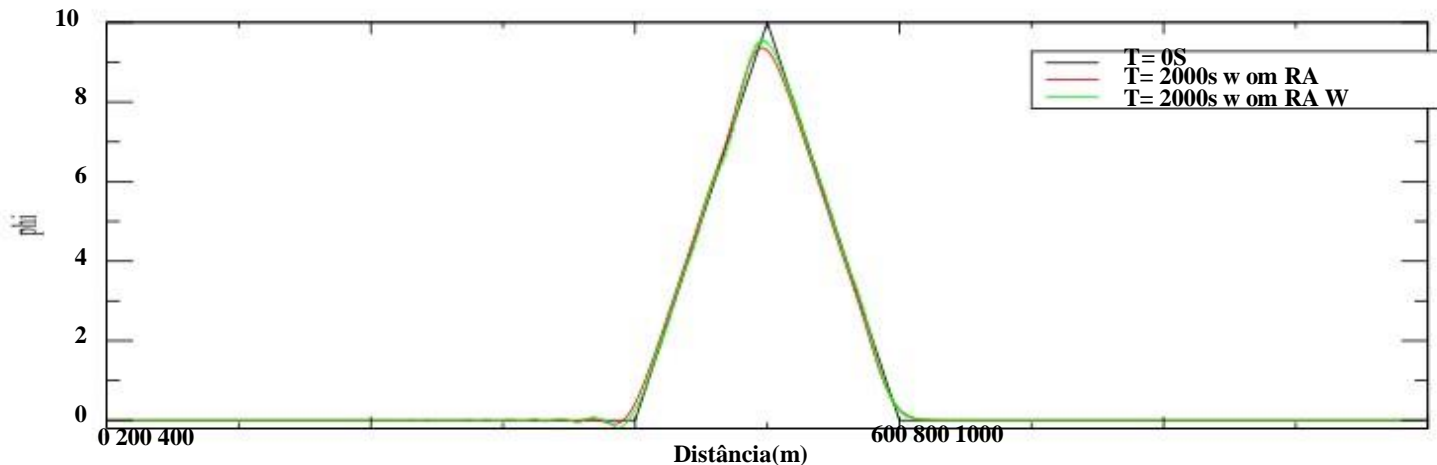
LF + Filtro CRU (Williams, 2009, 2011)



- RA filtro aplica-se em
- Reduz curvatura mas não conserva a curvatura média
- Precisão da amplitude é 1.º ordem

- Filtro-RWA aplica-se em  $x^n$  e  $x^{n+1}$
- Reduz e ao mesmo tempo, conserva a curvatura média (para  $B = 1/2$ )
- Precisão da amplitude é  $\approx 3.$ ª ordem

Salto com Vcto RA\_and\_RAW\_filter social e  $dt=0,5$ ,  $\alpha=0,05$ ,  $\beta=0,6$



# Exercício

- 🔴 Resolver a equação advecção 1D numericamente no domínio  $0 \leq X \leq 1000M$ . Deixe  $\Delta x = 1 M$ , e assuma as condições limite periódicas. Suponha que a velocidade de advecção  $U = 1 M/s$ . Deixe o estado inicial ser um triângulo

$$\Phi(x,0) = \begin{array}{ll} 0 & \text{Para } X < 400 \\ 0.1 (X - 400) & \text{Para } 400 \leq X \leq 500 \\ 20 - 0.1 (x - 400) & \text{Para } 500 \leq X \leq 600 \\ 0 & \text{Para } X > 600 \end{array}$$

Escolha o intervalo de tempo, que o sistema seja estável. Integrar Para 2000seg usando os seguintes esquemas, e mostrar as soluções para  $T = 0S$   $T = 200s$ ,  $T = 400S$   $T = 600S$   $T = 800S$   $T = 1000S$   $T = 1200S$   $T = 1400S$   $T = 1600S$   $T = 1800S$   $T = 2000S$ .

1. Leap frog com a RA esquema filtro de tempo (use  $\alpha = 0,25$ )
2. Leap frog com matérias-primas regime filtro de tempo( $\text{Beta} = 0,60$  e  $\text{Beta} = 1,0$ ))

## Filtro RA

```

MODULE Class_Fields
IMPLICIT NONE
PRIVATE
INTEGER, PUBLIC , PARAMETER :: r8=8
INTEGER, PUBLIC , PARAMETER :: r4=4
REAL (KIND=r8),PUBLIC ,ALLOCATABLE :: PHI_P(:)
REAL (KIND=r8),PUBLIC ,ALLOCATABLE :: PHI_C(:)
REAL (KIND=r8),PUBLIC ,ALLOCATABLE :: PHI_M(:)
REAL (KIND=r8),PUBLIC ,ALLOCATABLE :: DescI(:)
REAL (KIND=r8),PUBLIC :: Uvel
INTEGER , PUBLIC :: iMax
REAL (KIND=r8),PUBLIC :: alfa
PUBLIC :: Init Class_Fields

```

## CONTAINS

---

```

-----
SUBROUTINE Init_Class_Fields(xdim,Uvel0,alfa_in)
  IMPLICIT NONE
  INTEGER          , INTENT (IN ) :: xdim
  REAL (KIND=r8), INTENT (IN ) :: Uvel0
  REAL (KIND=r8), INTENT (IN ) :: alfa_in
  iMax=xdim
  Uvel=Uvel0
  alfa=alfa_in
  ALLOCATE (PHI_P(-1:iMax+2))
  ALLOCATE (PHI_C(-1:iMax+2))
  ALLOCATE (PHI_M(-1:iMax+2))
  ALLOCATE (Desc(-1:iMax+2))
END SUBROUTINE Init_Class_Fields

```

---

[illegible]**MODULE** Class NumericalMethod

**USE Class\_Fields, Only** : PHI\_P, PHI\_C, PHI\_M, Desc, Uvel, iMax, alfa

## IMPLICIT NONE

**PRIVATE**

**INTEGER, PUBLIC** , **PARAMETER** :: r8=8

**INTEGER, PUBLIC** , **PARAMETER** :: r4=4

```
REAL (KIND=r8) :: Dt
```

```
REAL (KIND=r8) :: Dx
```

**PUBLIC** :: InitNumericalScheme

**PUBLIC :: SchemeForward**

**PUBLIC** :: SchemeUpdate

## PUBLIC :: SchemeUpStream

**PUBLIC :: Filter RA**

## CONTAINS

---

### SUBROUTINE InitNumericalScheme(dt\_in,dx\_in)

## IMPLICIT NONE

```
REAL (KIND=r8), INTENT (IN ) :: dt_in
```

```
REAL (KIND=r8), INTENT (IN ) :: dx in
```

**INTEGER :: i**

**Dt=dt in**

**Dx=dx** in

**DO** i=-1,iMax+2

**IF** (i\*dx < 400.0) **THEN**

**PHI C(i)= 0.0**

```
ELSE IF ( i*dx >= 400.0 .AND. i*dx <= 500.0 ) THEN
```

$$\text{PHI\_C}(i) = 0.1 * (i * dx - 400.0)$$

```
ELSE IF( i*dx >= 500.0 .AND. i*dx <= 600.0 )THEN
```

$$PHI\_C(i) = 20.0 - 0.1 * (i * dx - 400.0)$$

```
ELSE IF( i*dx > 600.0 )THEN
```

**PHI\_C(i)= 0.0**

**END IF**

**END DO**

PHI M=PHI C

PHI P=PHI C

**END SUBROUTINE InitNumericalScheme**

```

!-----
-----
FUNCTION SchemeForward() RESULT(ok)
  IMPLICIT NONE
  ! Utilizando a diferenciacao forward
  !
  ! 
$$\frac{F(j,n+1) - F(j,n)}{dt} + u \frac{F(j+1,n) - F(j,n)}{dx} = 0$$

  !
  INTEGER :: ok
  INTEGER :: j
  DO j=1,iMax
    PHI_P(j) = PHI_C(j) - (Uvel*Dt/Dx)*(PHI_C(j+1)-PHI_C(j))
  END DO
  CALL UpdateBoundaryLayer()
END FUNCTION SchemeForward

```

```

!-----
-----
FUNCTION SchemeUpStream() RESULT (ok)
  IMPLICIT NONE
  ! Utilizando a diferenciacao forward no tempo e
  ! backward no espaco (upstream)
  !
  ! 
$$\frac{F(j,n+1) - F(j,n)}{dt} + u \frac{F(j,n) - F(j-1,n)}{dx} = 0$$

  !
  INTEGER :: ok
  INTEGER :: j
  DO j=1,iMax
    PHI_P(j) = PHI_C(j) - (Uvel*Dt/Dx)*(PHI_C(j)-PHI_C(j-1))
  END DO
  CALL UpdateBoundaryLayer()
END FUNCTION SchemeUpStream

```

```

!-----
-----
FUNCTION Filter_RA() RESULT (ok)
  IMPLICIT NONE
  INTEGER :: i
  INTEGER :: ok
  DO i=-1,iMax+2
    Deslc(i) = alfa*(PHI_M(i) - 2.0*PHI_C(i) + PHI_P(i) )
    PHI_C(i) = PHI_C(i) + Deslc(i)
  END DO
  ok=0
END FUNCTION Filter_RA

```

```

!-----
-----
SUBROUTINE UpdateBoundaryLayer()
  IMPLICIT NONE
  PHI_P(0)   = PHI_P(iMax )
  PHI_P(-1)  = PHI_P(iMax-1)
  PHI_P(iMax+1) = PHI_P(1)
  PHI_P(iMax+2) = PHI_P(2)
END SUBROUTINE UpdateBoundaryLayer

```

```

!-----
-----
FUNCTION SchemeUpdate() RESULT (ok)
  IMPLICIT NONE
  INTEGER :: ok
  PHI_M=PHI_C
  PHI_C=PHI_P
  ok=0
END FUNCTION SchemeUpdate
!-----
-----
END MODULE Class_NumericalMethod

```



## **PROGRAM Main**

**USE** Class\_Fields, **Only** :Init\_Class\_Fields

**USE** Class\_NumericalMethod, **Only**:

InitNumericalScheme, &

SchemeForward,SchemeUpdate,SchemeUpStream,Filter\_  
RA

**USE** Class\_WritetoGrads, **Only** :InitClass\_WritetoGrads,  
&

SchemeWriteData,SchemeWriteCtl

**IMPLICIT NONE**

**INTEGER** , **PARAMETER** :: r8=8

**INTEGER** , **PARAMETER** :: r4=4

**INTEGER** , **PARAMETER** :: xdim=1000

**REAL** (KIND=r8) , **PARAMETER** :: Uvel0=10.0!m/s

**REAL** (KIND=r8) , **PARAMETER** :: dt=0.08 !s

**REAL** (KIND=r8) , **PARAMETER** :: dx=1.0 !m

**INTEGER** , **PARAMETER** :: ninteraction=400

**REAL** (KIND=r8) , **PARAMETER** :: alfa=0.05

**CALL** Init()

**CALL** run()

## **CONTAINS**

**SUBROUTINE** Init()

**IMPLICIT NONE**

**CALL** Init\_Class\_Fields(xdim,Uvel0,alfa)

**CALL** InitNumericalScheme(dt,dx)

**CALL** InitClass\_WritetoGrads

**END SUBROUTINE** Init

**SUBROUTINE** Run()

**IMPLICIT NONE**

**INTEGER** :: test,it,irec

irec=0

**DO** it=1,ninteraction

**PRINT**\*,it

test=SchemeUpStream()

test=Filter\_RA()

test=SchemeWriteData(irec)

test=SchemeUpdate()

**END DO**

test=SchemeWriteCtl(ninteraction)

**END SUBROUTINE** Run

**SUBROUTINE** Finalize()

**IMPLICIT NONE**

**END SUBROUTINE** Finalize

**END PROGRAM** Main

# O RAW

```
MODULE Class_Fields
```

```
  IMPLICIT NONE
```

```
  PRIVATE
```

```
  INTEGER, PUBLIC      , PARAMETER :: r8=8
```

```
  INTEGER, PUBLIC      , PARAMETER :: r4=4
```

```
  REAL (KIND=r8),PUBLIC ,ALLOCATABLE :: PHI_P(:)
```

```
  REAL (KIND=r8),PUBLIC ,ALLOCATABLE :: PHI_C(:)
```

```
  REAL (KIND=r8),PUBLIC ,ALLOCATABLE :: PHI_M(:)
```

```
  REAL (KIND=r8),PUBLIC ,ALLOCATABLE :: Deslc(:)
```

```
  REAL (KIND=r8),PUBLIC      :: Uvel
```

```
  INTEGER      ,PUBLIC      :: iMax
```

```
  REAL (KIND=r8),PUBLIC      :: alfa
```

```
  REAL (KIND=r8),PUBLIC      :: beta
```

```
  PUBLIC :: Init_Class_Fields
```

```
CONTAINS
```

```
!-----  
SUBROUTINE Init_Class_Fields(xdim,Uvel0,alfa_in,beta_in)
```

```
  IMPLICIT NONE
```

```
  INTEGER      , INTENT (IN ) :: xdim
```

```
  REAL (KIND=r8), INTENT (IN ):: Uvel0
```

```
  REAL (KIND=r8), INTENT (IN ):: alfa_in
```

```
  REAL (KIND=r8), INTENT (IN ):: beta_in
```

```
  iMax=xdim
```

```
  Uvel=Uvel0
```

```
  alfa=alfa_in
```

```
  beta=beta_in
```

```
  ALLOCATE (PHI_P(-1:iMax+2))
```

```
  ALLOCATE (PHI_C(-1:iMax+2))
```

```
  ALLOCATE (PHI_M(-1:iMax+2))
```

```
  ALLOCATE (Deslc(-1:iMax+2))
```

```
END SUBROUTINE Init_Class_Fields
```

```
!-----  
END MODULE Class_Fields
```

```
MODULE Class_NumericalMethod
```

```
  USE Class_Fields, Only : PHI_P,PHI_C,PHI_M,Deslc,Uvel,iMax,alf
```

```
  IMPLICIT NONE
```

```
  PRIVATE
```

```
  INTEGER, PUBLIC      , PARAMETER :: r8=8
```

```
  INTEGER, PUBLIC      , PARAMETER :: r4=4
```

```
  REAL (KIND=r8) :: Dt
```

```
  REAL (KIND=r8) :: Dx
```

```
  PUBLIC :: InitNumericalScheme
```

```
  PUBLIC :: SchemeForward
```

```
  PUBLIC :: SchemeUpdate
```

```
  PUBLIC :: SchemeUpStream
```

```
  PUBLIC :: Filter_RAW
```

```
CONTAINS
```

```
!-----  
SUBROUTINE InitNumericalScheme(dt_in,dx_in)
```

```
  IMPLICIT NONE
```

```
  REAL (KIND=r8), INTENT (IN ) :: dt_in
```

```
  REAL (KIND=r8), INTENT (IN ) :: dx_in
```

```
  INTEGER :: i
```

```
  Dt=dt_in
```

```
  Dx=dx_in
```

```
  DO i=-1,iMax+2
```

```
    IF (i*Dx < 400.0) THEN
```

```
      PHI_C(i)= 0.0
```

```
    ELSE IF ( i*Dx >= 400.0 .AND. i*Dx <= 500.0 ) THEN
```

```
      PHI_C(i)= 0.1*(i*Dx -400.0)
```

```
    ELSE IF ( i*Dx >= 500.0 .AND. i*Dx <= 600.0 ) THEN
```

```
      PHI_C(i)= 20.0 - 0.1*(i*Dx -400.0)
```

```
    ELSE IF ( i*Dx > 600.0 ) THEN
```

```
      PHI_C(i)= 0.0
```

```
    END IF
```

```
  END DO
```

```
  PHI_M=PHI_C
```

```
  PHI_P=PHI_C
```

```
END SUBROUTINE InitNumericalScheme
```

```
!-----
```



**FUNCTION** SchemeForward() **RESULT**(ok)

**IMPLICIT NONE**

! Utilizando a diferenciacao forward

!

$$\frac{F(j,n+1) - F(j,n)}{dt} + u \frac{F(j+1,n) - F(j,n)}{dx} = 0$$

!

**INTEGER** :: ok

**INTEGER** :: j

**DO** j=1,iMax

PHI\_P(j) = PHI\_C(j) - (Uvel\*Dt/Dx)\*(PHI\_C(j+1)-PHI\_C(j))

**END DO**

**CALL** UpdateBoundaryLayer()

**END FUNCTION** SchemeForward

!-----

**FUNCTION** SchemeUpStream() **RESULT** (ok)

**IMPLICIT NONE**

! Utilizando a diferenciacao forward no tempo e

! backward no espaco (upstream)

!

$$\frac{F(j,n+1) - F(j,n)}{dt} + u \frac{F(j,n) - F(j-1,n)}{dx} = 0$$

!

**INTEGER** :: ok

**INTEGER** :: j

**DO** j=1,iMax

PHI\_P(j) = PHI\_C(j) - (Uvel\*Dt/Dx)\*(PHI\_C(j)-PHI\_C(j-1))

**END DO**

**CALL** UpdateBoundaryLayer()

**END FUNCTION** SchemeUpStream

**FUNCTION** Filter\_RAW() **RESULT** (ok)

**IMPLICIT NONE**

**INTEGER** :: i

**INTEGER** :: ok

**DO** i=-1,iMax+2

Deslc(i) = alfa\*(PHI\_M(i) - 2.0\*PHI\_C(i) + PHI\_P(i) )

PHI\_C(i) = PHI\_C(i) + Deslc(i)

PHI\_P(i) = PHI\_P(i) + Deslc(i)\*(beta-1.0)

**END DO**

ok=0

**END FUNCTION** Filter\_RAW

!-----

**SUBROUTINE** UpdateBoundaryLayer()

**IMPLICIT NONE**

PHI\_P(0) = PHI\_P(iMax )

PHI\_P(-1) = PHI\_P(iMax-1)

PHI\_P(imax+1) = PHI\_P(1)

PHI\_P(iMax+2) = PHI\_P(2)

**END SUBROUTINE** UpdateBoundaryLayer

!-----

**FUNCTION** SchemeUpdate() **RESULT** (ok)

**IMPLICIT NONE**

**INTEGER** :: ok

PHI\_M=PHI\_C

PHI\_C=PHI\_P

ok=0

**END FUNCTION** SchemeUpdate

!-----

**END MODULE** Class\_NumericalMethod

## END MODULE Class WritetoGrads

## **PROGRAM Main**

**USE** Class\_Fields, **Only** :Init\_Class\_Fields

**USE** Class\_NumericalMethod, **Only**:

InitNumericalScheme, &

SchemeForward,SchemeUpdate,SchemeUpStream,Filter\_  
RAW

**USE** Class\_WritetoGrads, **Only** :InitClass\_WritetoGrads,

&

SchemeWriteData,SchemeWriteCtl

**IMPLICIT NONE**

**INTEGER** , **PARAMETER** :: r8=8

**INTEGER** , **PARAMETER** :: r4=4

**INTEGER** , **PARAMETER** :: xdim=1000

**REAL** (KIND=r8) , **PARAMETER** :: Uvel0=10.0 !m/s

**REAL** (KIND=r8) , **PARAMETER** :: dt=0.08 !s

**REAL** (KIND=r8) , **PARAMETER** :: dx=1.0 !m

**INTEGER** , **PARAMETER** :: ninteraction=400

**REAL** (KIND=r8) , **PARAMETER** :: alfa=0.05

**REAL** (KIND=r8) , **PARAMETER** :: beta=0.05 !0.5 <

beta <= 1

**CALL** Init()

**CALL** run()

## **CONTAINS**

**SUBROUTINE** Init()

**IMPLICIT NONE**

**CALL** Init\_Class\_Fields(xdim,Uvel0,alfa,beta)

**CALL** InitNumericalScheme(dt,dx)

**CALL** InitClass\_WritetoGrads

**END SUBROUTINE** Init

**SUBROUTINE** Run()

**IMPLICIT NONE**

**INTEGER** :: test,it,irec

irec=0

**DO** it=1,ninteraction

**PRINT**\*,it

test=SchemeUpStream()

test=Filter\_RAW()

test=SchemeWriteData(irec)

test=SchemeUpdate()

**END DO**

test=SchemeWriteCtl(ninteraction)

**END SUBROUTINE** Run

**SUBROUTINE** Finalize()

**IMPLICIT NONE**

**END SUBROUTINE** Finalize

**END PROGRAM** Main