Dinâmica 20/09/2021 a 18/11/2021
Review

1 Equações de Navier Stokes

1.1 A equação da temperatura potencial. 1

1.2 Advection of Pollution

1.2.1 Advecção linear pura.

1.2.2 Advecção / difusão com fontes e sumidouros.

1.3 A Equação do Momentum.

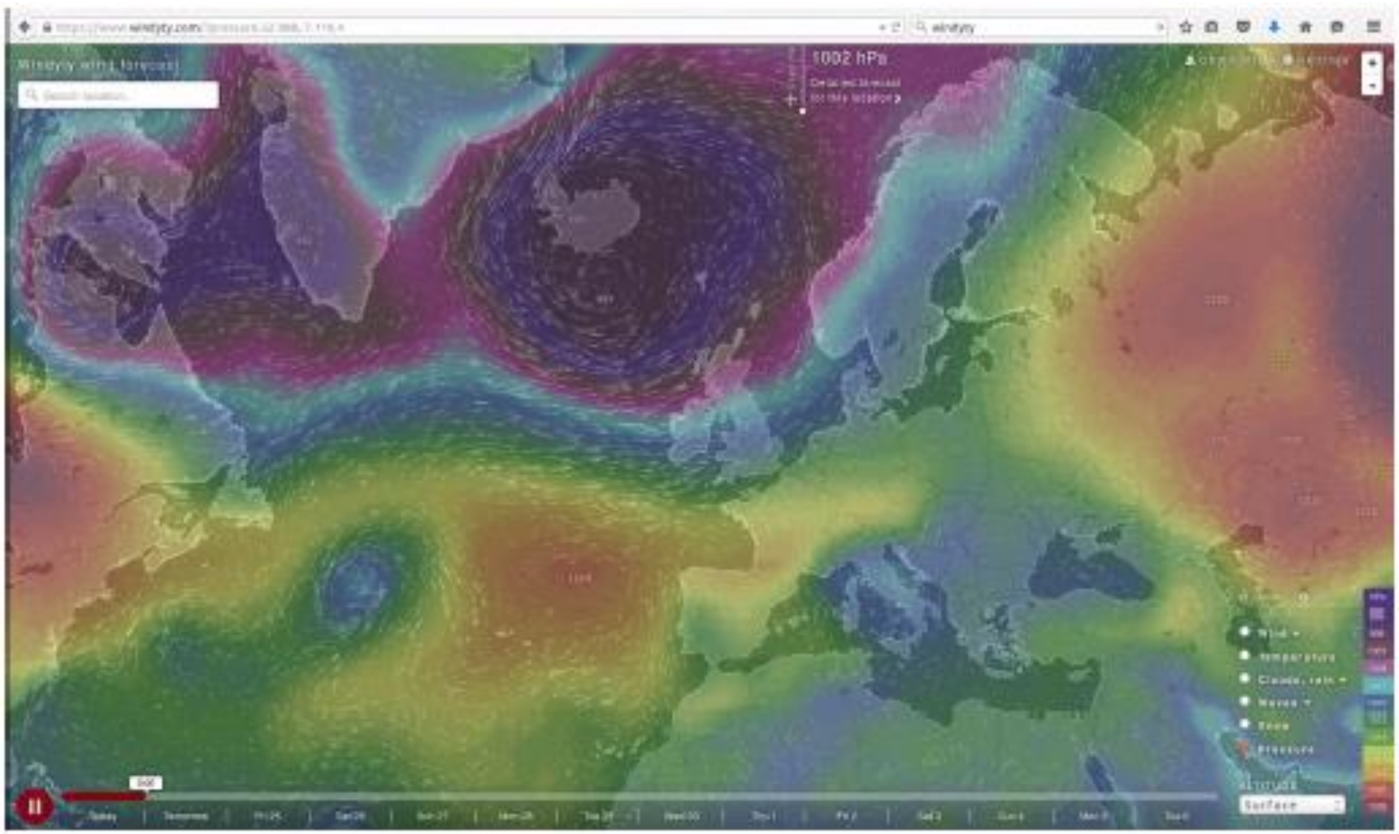
1.3.1 Coriolis. .

1.3.2 A Força do Gradiente de Pressão.

1.3.3 Aceleração Gravitacional: Uma simulação de rompimento de barragem
1.3.4 Difusão.
1.3.5 As Equações Completas de Navier Stokes.

Dinâmica 20/09/2021 a 18/11/2021
Review

Modelagem Numérica da Atmosfera e Oceano
As previsões (do tempo e clima) prevêem os ventos, temperatura e pressão através das
Equações de Navier-Stokes:



Dinâmica 20/09/2021 a 18/11/2021
Review

As Equações de Navier Stokes
As equações de Navier-Stokes para uma atmosfera rotativa e compressível

A derivada Lagrangiana $$\frac{D\Psi}{Dt} = \frac{\partial \Psi}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \Psi$$

Momentum $$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -2\mathbf{\Omega} \times \mathbf{u} - \frac{\nabla p}{\rho} + \mathbf{g} + \mu_u \left(\nabla^2 \mathbf{u} + \frac{1}{3} \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}) \right)$$

Continuidade $$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{u} = 0$$

Energia $$\frac{D\theta}{Dt} = Q + \mu_\theta \nabla^2 \theta$$

Equação de estado, Lei dos gases ideais $p = \rho R T$

Dinâmica 20/09/2021 a 18/11/2021
Review

u Wind vector
g Gravity vector (downwards)
t Time
θ Potential temperature, T (p0/p)k
ΩRotation rate of planet
k heat capacity ratio 1.4
ρ Density of air
Q Source of heat
p Atmospheric pressure
μ_u,μ_θ Diffusion coefficients

Aprenderemos como resolver numericamente as versões simplificadas.

Você não precisa memorizar as equações, mas deve ser capaz de descrever o significado
e comportamento dos termos

A Equação de Temperatura Potencial

Derivada Lagrangiana

Advecção de θ

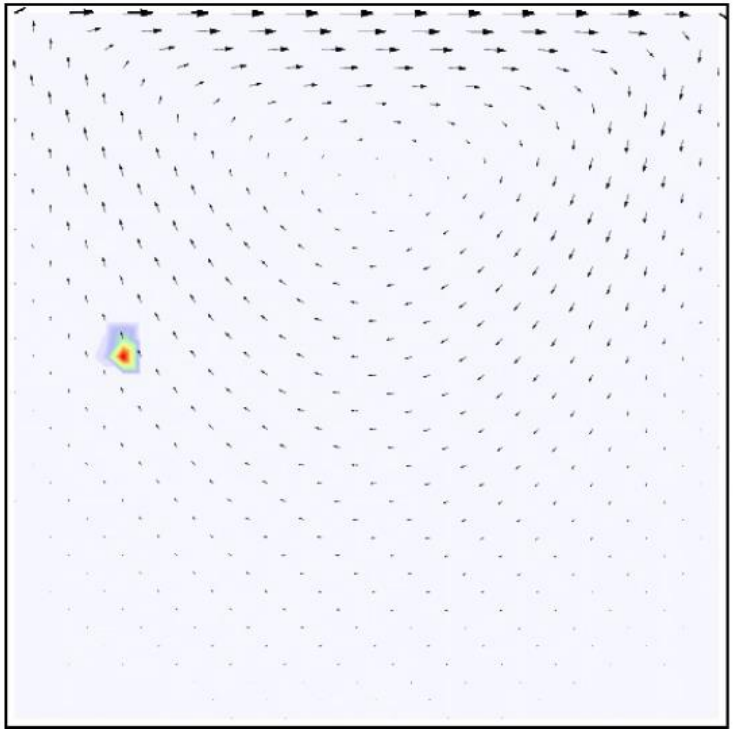
Difusão de θ

$$\boxed{\frac{D\theta}{Dt} = \frac{\partial \theta}{\partial t} + \mathbf{u}\cdot\nabla\theta = Q + \mu_\theta \nabla^2 \theta}$$

Taxa de mudança em um ponto fixo

Fonte e sumidouro de Calor

θ será criado e destruído pela fonte de calor, Q,
Será movido pelo campo de vento,u e θ serão difundido por um coeficiente de difusão, μ_θ

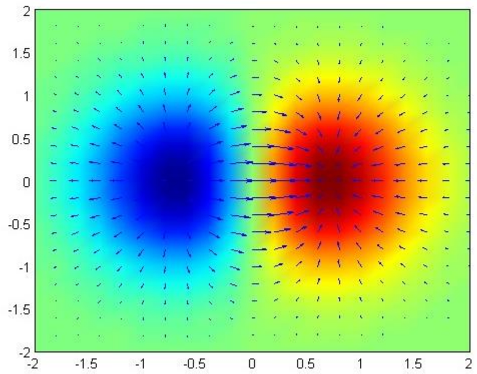


Dinâmica 20/09/2021 a 18/11/2021
Review

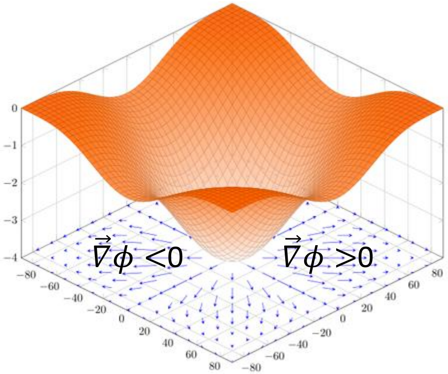
Advecção da Poluição

Advecção Linear Pura
Advecção de concentração ϕ sem difusão ou fontes ou sumidouros:

$$\frac{D\phi}{Dt} = \frac{\partial\phi}{\partial t} + \vec{u}\cdot\vec{\nabla}\phi = 0$$

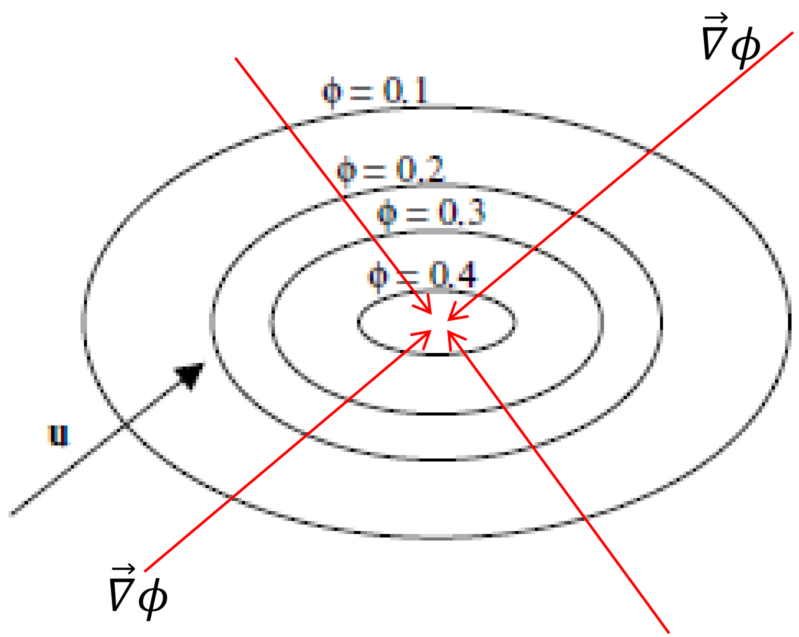


Mudanças de ϕ são produzidas pelo componente do vento na mesma direção dos gradientes de ϕ



A fim de entender por que o termo $\vec{u}\cdot\vec{\nabla}\phi$ leva a mudanças em ϕ, considere uma região de atmosfera poluída onde o poluente tem os contornos de concentração mostrados abaixo:

Exercício: Desenhe na figura o direções dos gradientes de ϕ e portanto, marque com +, - ou 0 locais onde $\vec{u} \cdot \vec{\nabla}\phi$ é positivo, negativo e zero.
Portanto, deduza onde ϕ está aumentando, diminuindo ou permanecendo o mesmo



$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = AB\cos\theta$$

Advecção / difusão com fontes e sumidouros

Derivada Lagrangiana

Advecção de ψ

Difusão de ψ

$$\boxed{\frac{D\psi}{Dt} = \frac{\partial \psi}{\partial t} + \vec{u}\cdot\vec{\nabla}\psi = S + \mu_{\psi}\nabla^2\psi}$$

Taxa de mudança em um ponto fixo

Fonte e sumidouro de Calor

A equação de momentum

Derivada Lagrangiana

Gradiente de pressão

Difusão

$$\frac{D\vec{u}}{Dt} = -2\vec{\Omega}x\vec{u} - \frac{\vec{\nabla}P}{\rho} + \vec{g} + \mu_{\vec{u}}\left(\vec{\nabla}^2\psi + \frac{1}{3}\vec{\nabla}(\vec{\nabla}\cdot\vec{u})\right)$$

Coriolis

Aceleração gravitacional

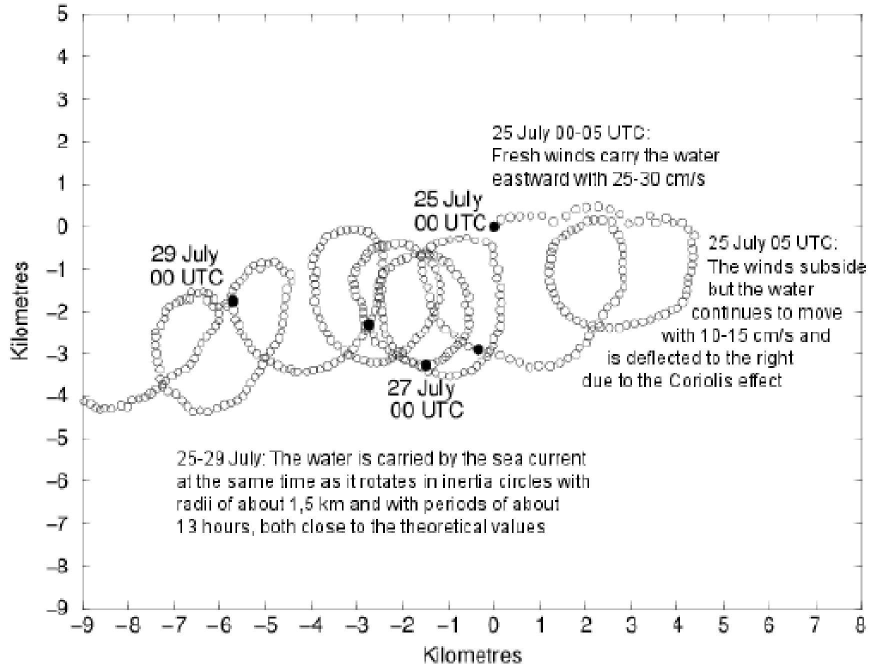
Coriolis

Oscilações inerciais governadas por parte da equação de momento:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = -2\vec{\Omega} x \vec{u}$$

Uma bóia flutuante posta em movimento por fortes ventos de oeste no Mar Báltico em julho de 1969.

Assim que o vento diminui, a parte superior do oceano a bóia segue círculos de inércia



A Força de Gradiente de Pressão

Se a força do gradiente de pressão é o único termo grande na equação de momento, então, junto com a equação de continuidade e a lei dos gases perfeitos, obtemos equações para ondas acústicas:

$$P = \rho R T$$

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0} \vec{\nabla} P = 0$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0$$

$$\rho = \frac{P}{RT}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{P}{RT} + \rho \vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0$$

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial t} \frac{P}{T} + \rho \vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0$$

$$R = 287{,}058\, J/kgK$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \rho R T \vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0$$

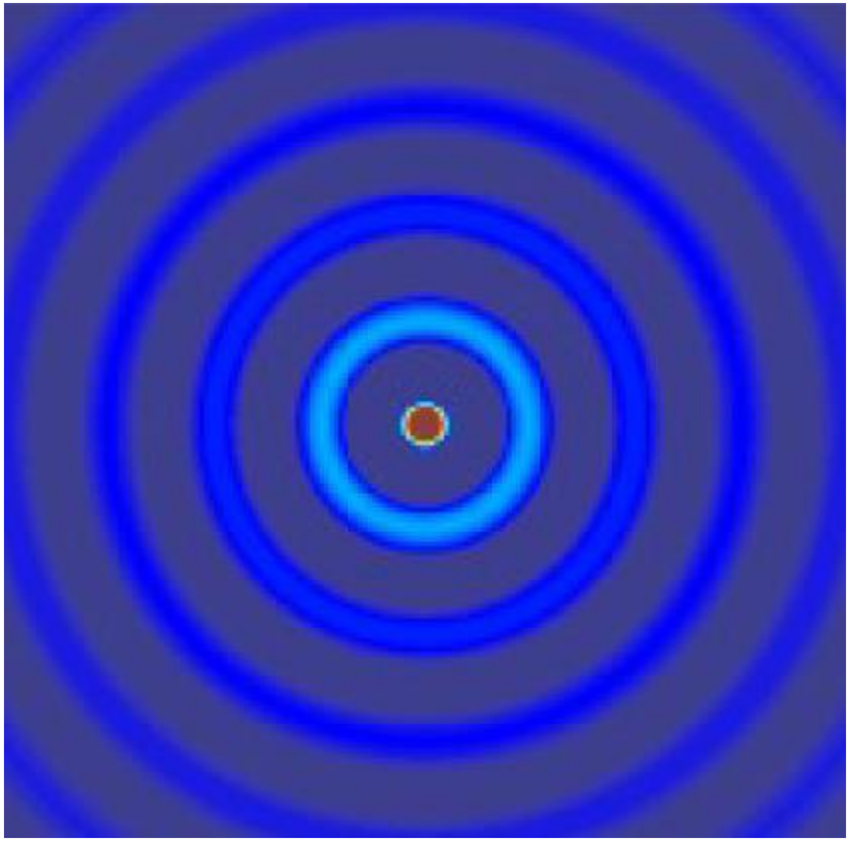
$$R = 287{,}058\, N * m/kgK$$

$$R = 287{,}058\, \frac{m}{s\hat{}2 * K}$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \rho_0 c^2 \vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0$$

A Força de Gradiente de Pressão

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \rho_0 c^2 \vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0$$

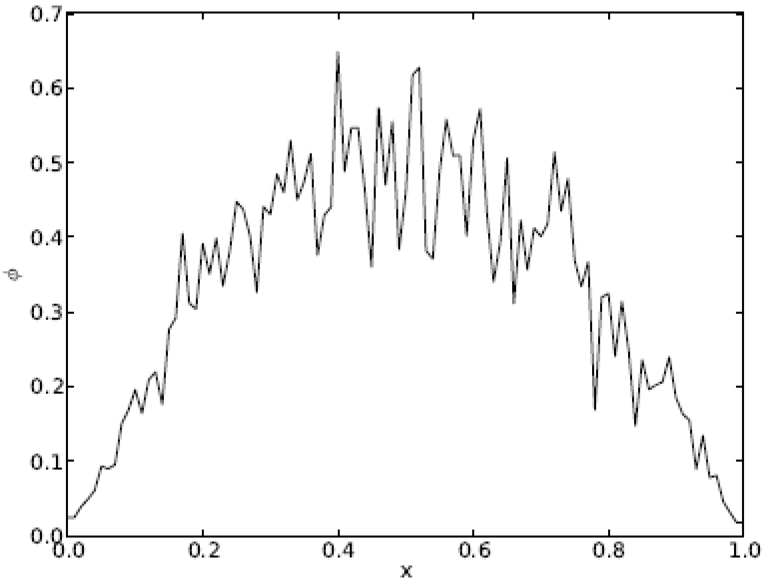


Difusão

A difusão de uma quantidade ϕ com coeficiente de difusão μ_ϕ em uma dimensão espacial arbitraria

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \mu_\phi \vec{\nabla}^2 \phi$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \mu_\phi \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}$$



A segunda derivada de ϕ é alta nos vales e baixa nos picos de ϕ. Portanto, a difusão tende a remover picos e os vales e tornar um perfil mais suave:

Review

Questões de discussão:

- **Quais equações têm coeficiente de difusão?**

- **O que causa a difusão?**

- **A difusão é um termo grande nas equações do movimento atmosférico?**