



Dinâmica 08/10/2020 a 08/10/2020

Métodos de diferenças finitas.

MET-576-4

Modelagem Numérica da Atmosfera

Dr. Silvio Nilo Figueroa Rivero & Dr. Paulo Yoshio Kubota

Os métodos numéricos, formulação e parametrizações utilizados nos modelos atmosféricos serão descritos em detalhe.

3 Meses
24 Aulas (2 horas cada)



Dinâmica 08/10/2020 a 08/10/2020

Métodos de diferenças finitas.

Dinâmica:

Métodos numéricos amplamente utilizados na solução numérica das equações diferenciais parciais que governam os movimentos na atmosfera serão o foco, mas também serão analisados os novos conceitos e novos métodos.



Dinâmica 08/10/2020 a 08/10/2020

Métodos de diferenças finitas.

- ✓ **Métodos de diferenças finitas.**
- ✓ **Acurácia.**
- ✓ **Consistência.**
- ✓ **Estabilidade.**
- ✓ **Convergência.**
- ✓ **Grades de Arakawa A, B, C e E.**
- ✓ **Domínio de influência e domínio de dependência.**
- ✓ **Dispersão numérica e dissipação.**
- ✓ **Definição de filtros monótono e positivo.**
- ✓ **Métodos espectrais.**
- ✓ **Métodos de volume finito.**
- ✓ **Métodos Semi-Lagrangeanos.**
- ✓ **Conservação de massa local.**
- ✓ **Esquemas explícitos versus semi-implícitos.**
- ✓ **Métodos semi-implícitos.**

Semi-Lagrangian

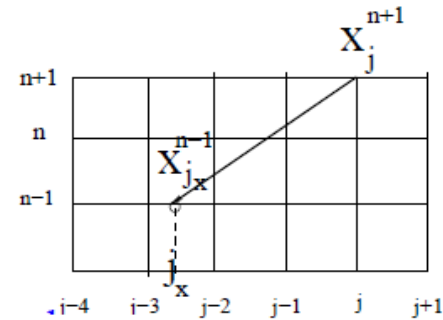
A equação de Advecção pode ser escrita na forma Euleriano ou Lagrangiana. i.e.

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = -u \frac{\partial \phi}{\partial x}$$

Euleriano

$$\frac{D\phi}{Dt} = 0$$

Lagrangiano



Para um esquema semi-Lagrangiana de três vezes nível no tempo

$$\frac{D\phi}{Dt} \approx \frac{\phi_j^{n+1} - \phi_{j_x}^{n-1}}{2\Delta t} = 0$$

$$\Rightarrow \phi(x_j^{n+1}) = \phi(x_{j_x}^{n-1})$$

\Rightarrow O valor futuro de ϕ no ponto de chegada é igual ao valor anterior de ϕ no ponto de partida.

O método Semi-Lagrangian requer dois cálculos importantes

O cálculo do ponto de partida

Interpolação do campos advectado do ponto de partida

O cálculo do ponto de partida

Para uma velocidade constante caso (deixe $\Delta t = 2\Delta T$)

$$x_{jx}^{n-1} = x_j^{n+1} - u\Delta t$$

No caso da variável velocidade:
Ponto repetitivo velocidade média

$$x_{jx}^{n-1} = x_j^{n+1} - u_m\Delta t$$

Série de Taylor aproximação (McGregor, 1993).

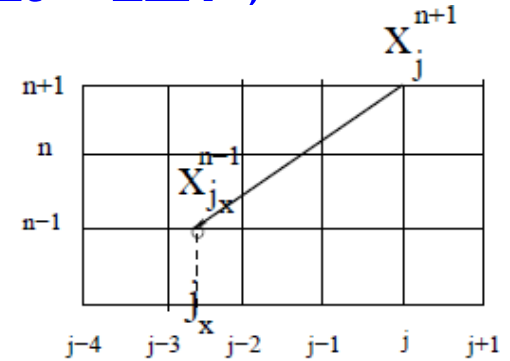
$$x_{jx}^{n-1} = x_j^{n+1} - \hat{u}\Delta t + \frac{\Delta t^2}{2}\hat{u}\frac{\partial \hat{u}}{\partial x} - \frac{\Delta t^3}{6}\left(\hat{u}\frac{\partial}{\partial x}\left(u\frac{\partial \hat{u}}{\partial x}\right)\right)$$

Para obter a função da ponderação para a interpolação

$$x_{jx}^{n-1} = x_{j-m} - \alpha$$

Onde,

$$\alpha = \frac{x_{j-m} - x_{jx}}{\Delta x}$$



Interpolação do campo advectado no ponto de partida

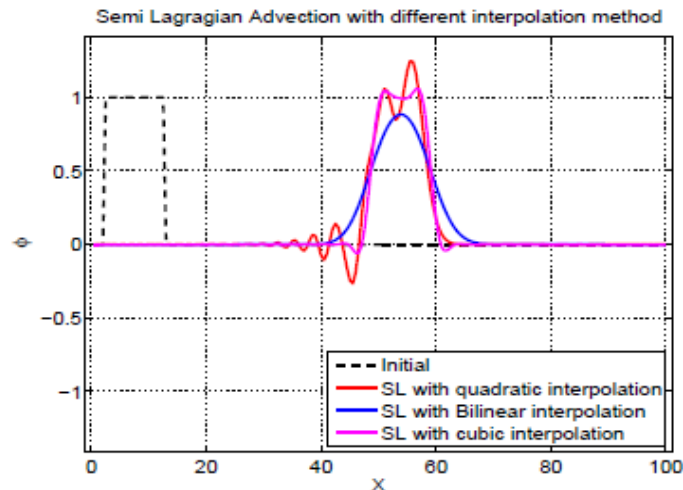
Linear

$$\phi(x_{jx}^{n-1}) = \alpha \phi(x_{j-m-1}^{n-1}) + (1 - \alpha) \phi(x_{j-m}^{n-1})$$

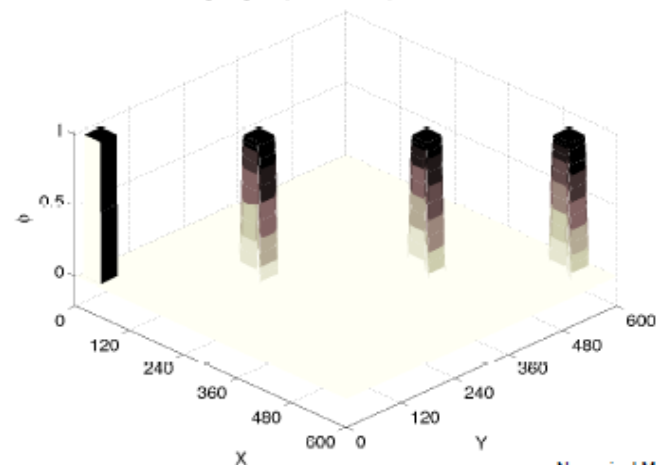
Metros Cúbicos

$$\phi(x_{jx}^{n-1}) = -\frac{\alpha(1 - \alpha^2)}{6} \phi(x_{j-m-2}^{n-1}) + \frac{\alpha(1 + \alpha)(2 - \alpha)}{2} \phi(x_{j-m-1}^{n-1}) + \frac{(1 - \alpha^2)(2 - \alpha)}{2} \phi(x_{j-m}^{n-1}) - \frac{\alpha(1 - \alpha)(2 - \alpha)}{6} \phi(x_{j-m+1}^{n-1})$$

Precisão e monotonicity



Advection with Semi Lagrangian ($c=1.6$ to 3.2) after 1, 60, 120 and 170 time step



Análise de Estabilidade

Assumir um esquema de dois níveis no tempo e um de interpolação linear ϕ no ponto de partida ou seja .

$$\phi_j^{n+1} = \phi_*^n = (1 - \alpha)\phi_{j-m}^n + \alpha\phi_{j-m-1}^n \quad (23)$$

(Note-se que quando $m=0$, $\alpha = \frac{u\Delta\tau}{\Delta x}$, e 23 se torna Idêntico ao esquema diferencial upstream). assim como para outros esquemas de advecção vamos supor que uma solução na forma: $\phi_j^n = A^n e^{ikj\Delta x}$

A substituição de 23 nós, obter

$$|A| = [1 - 2\alpha(1 - \alpha)[1 - \cos(k\Delta x)]]^{0.5} \quad (24)$$

Portanto $|A| \leq 1$ Enquanto $\alpha(1 - \alpha) \geq 0$ Ou seja, $0 \leq \alpha \leq 1$

O esquema é, portanto, estável se os pontos da interpolação são os dois são mais próximos do ponto de partida, mas é neutro somente

Se $\alpha = 0$ Ou $\alpha = 1$, Ou seja, quando a interpolação não é necessária