



1 Equações de Navier Stokes

1.1 A equação da temperatura potencial. 1

1.2 Advection of Pollution

1.2.1 Advecção linear pura.

1.2.2 Advecção / difusão com fontes e sumidouros.

1.3 A Equação do Momentum.

1.3.1 Coriolis. .

1.3.2 A Força do Gradiente de Pressão.

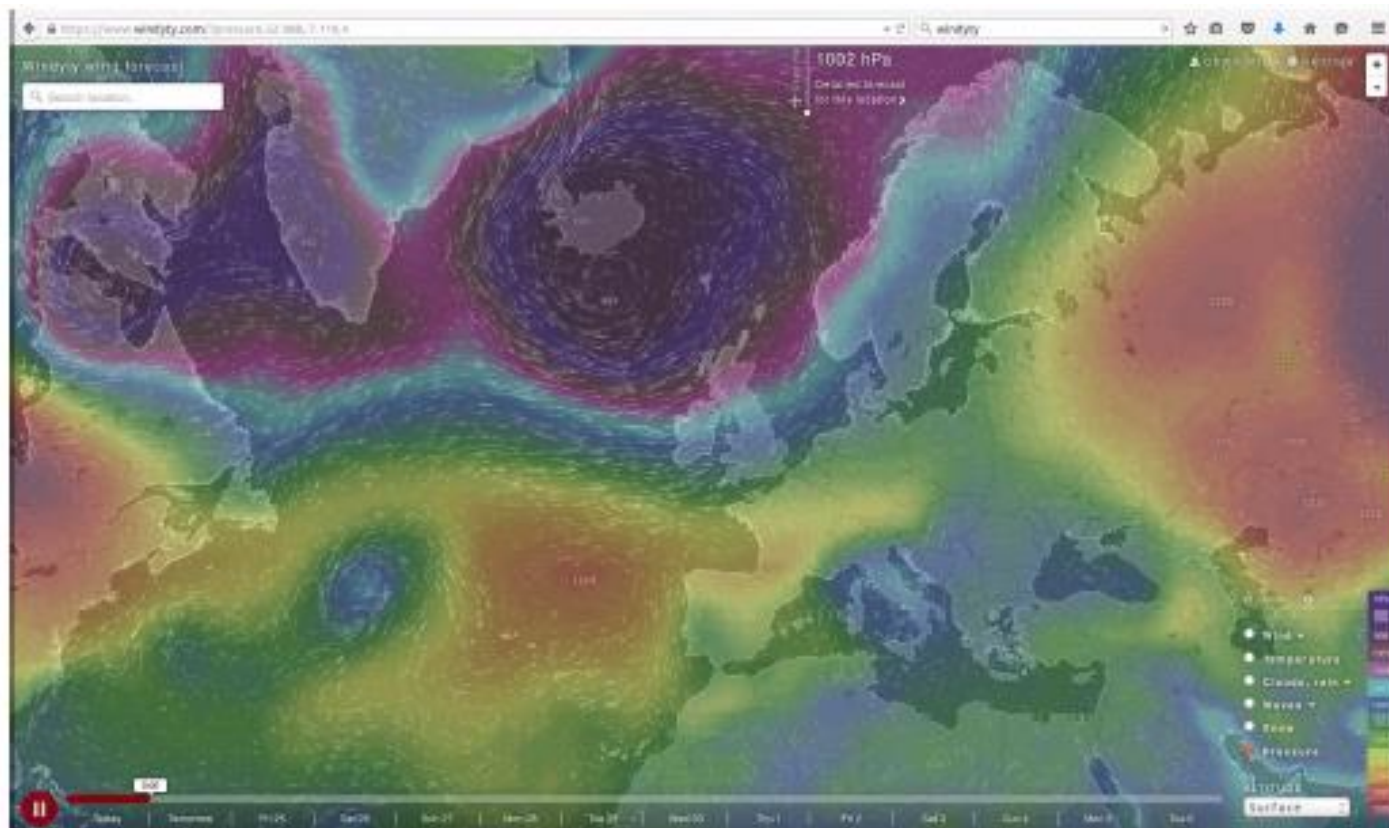
1.3.3 Aceleração Gravitacional: Uma simulação de rompimento de barragem

1.3.4 Difusão.

1.3.5 As Equações Completas de Navier Stokes.

Modelagem Numérica da Atmosfera e Oceano

As previsões (do tempo e clima) prevêm os ventos, temperatura e pressão através das Equações de Navier-Stokes:





As Equações de Navier Stokes

As equações de Navier-Stokes para uma atmosfera rotativa e compressível

A derivada Lagrangiana

$$\frac{D\Psi}{Dt} = \frac{\partial\Psi}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla\Psi$$

Momentum

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -2\mathbf{\Omega} \times \mathbf{u} - \frac{\nabla p}{\rho} + \mathbf{g} + \mu_u \left(\nabla^2 \mathbf{u} + \frac{1}{3} \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) \right)$$

Continuidade

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{u} = 0$$

Energia

$$\frac{D\theta}{Dt} = Q + \mu_\theta \nabla^2 \theta$$

Equação de estado, Lei dos gases ideais $p = \rho RT$



- u Wind vector
- g Gravity vector (downwards)
- t Time
- θ Potential temperature, $T (p_0/p)^k$
- Ω Rotation rate of planet
- k heat capacity ratio 1.4
- ρ Density of air
- Q Source of heat
- p Atmospheric pressure
- μ_u, μ_θ Diffusion coefficients

Aprenderemos como resolver numericamente as versões simplificadas.

Você não precisa memorizar as equações, mas deve ser capaz de descrever o significado
e comportamento dos termos



A Equação de Temperatura Potencial

Derivada
Lagrangiana

Advecção de
 θ

Difusão de θ

$$\frac{D\theta}{Dt} = \frac{\partial \theta}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \theta = Q + \mu_{\theta} \nabla^2 \theta$$

Taxa de
mudança em
um ponto fixo

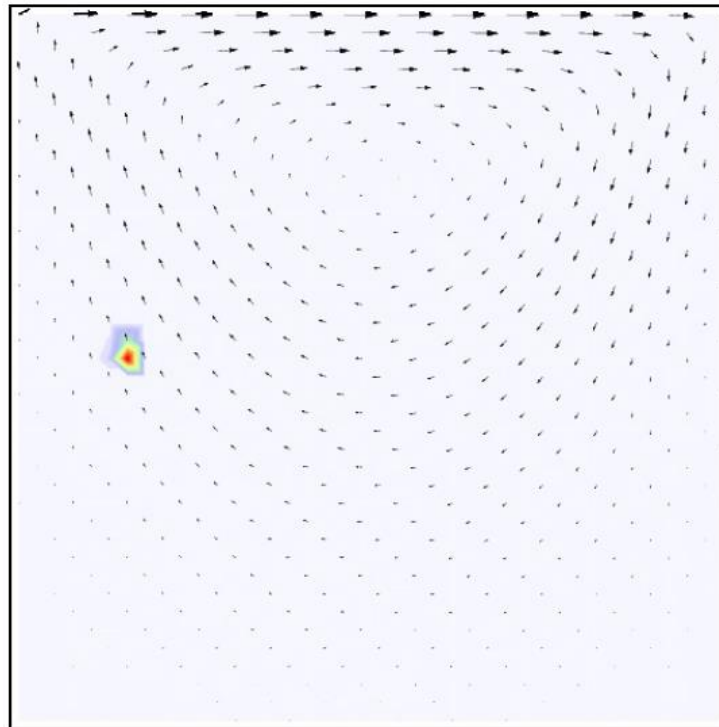
Fonte e
sumidouro de
Calor



Dinâmica 20/09/2022 a 18/12/2022

Review

**θ será criado e destruído pela fonte de calor, Q ,
Será movido pelo campo de vento, u e θ serão difundido por um
coeficiente de difusão, μ_θ**





Advecção da Poluição

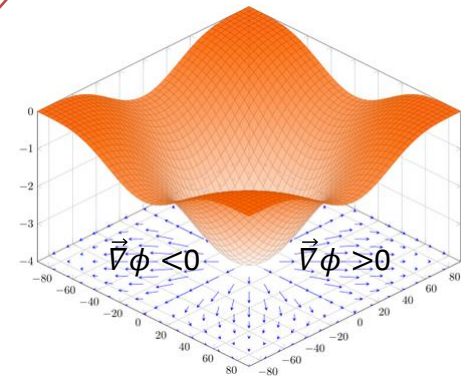
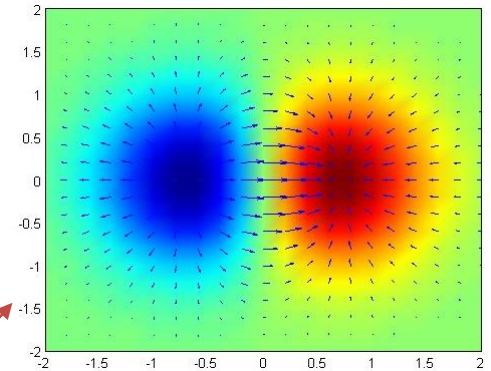
Advecção Linear Pura

Advecção de concentração ϕ sem difusão ou fontes ou sumidouros:

$$\frac{D\phi}{Dt} = \frac{\partial\phi}{\partial t} + \vec{u} \cdot \vec{\nabla}\phi = 0$$

Mudanças de ϕ são produzidas pelo componente do vento na mesma direção dos gradientes de ϕ

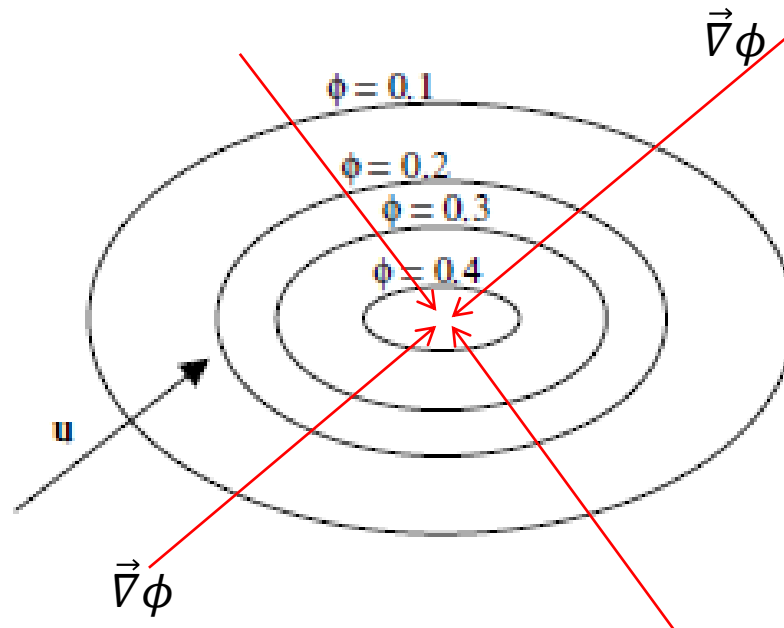
A fim de entender por que o termo $\vec{u} \cdot \vec{\nabla}\phi$ leva a mudanças em ϕ , considere uma região de atmosfera poluída onde o poluente tem os contornos de concentração mostrados abaixo:





Exercício: Desenhe na figura o direções dos gradientes de ϕ e portanto, marque com +, - ou 0 locais onde $\vec{u} \cdot \vec{\nabla} \phi$ é positivo, negativo e zero.

Portanto, deduza onde ϕ está aumentando, diminuindo ou permanecendo o mesmo



$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = AB \cos \theta$$



Advecção / difusão com fontes e sumidouros

Derivada
Lagrangiana

Advecção de
 ψ

Difusão de ψ

$$\frac{D\psi}{Dt} = \frac{\partial\psi}{\partial t} + \vec{u} \cdot \vec{\nabla}\psi = S + \mu_{\psi} \nabla^2 \psi$$

Taxa de
mudança em
um ponto fixo

Fonte e
sumidouro de
Calor



A equação de momentum

Derivada
Lagrangiana

Gradiente de
pressão

Difusão

$$\frac{D\vec{u}}{Dt} = -2\vec{\Omega} \times \vec{u} - \frac{\vec{\nabla} P}{\rho} + \vec{g} + \mu_{\vec{u}} \left(\vec{\nabla}^2 \psi + \frac{1}{3} \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{u}) \right)$$

Coriolis

Aceleração
gravitacional



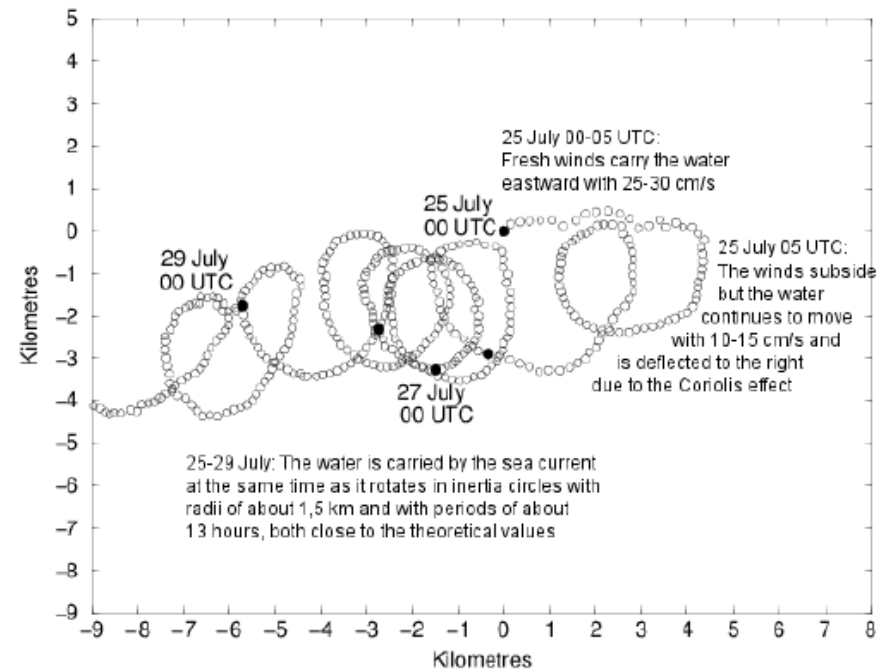
Coriolis

Oscilações inerciais governadas por parte da equação de momento:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = -2\vec{\Omega} \times \vec{u}$$

Uma bóia flutuante posta em movimento por fortes ventos de oeste no Mar Báltico em julho de 1969.

Assim que o vento diminui, a parte superior do oceano a bóia segue círculos de inércia





A Força de Gradiente de Pressão

Se a força do gradiente de pressão é o único termo grande na equação de momento, então, junto com a equação de continuidade e a lei dos gases perfeitos, obtemos equações para ondas acústicas:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0} \vec{\nabla} P = 0$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{P}{RT} + \rho \vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0$$

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial t} \frac{P}{T} + \rho \vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \rho RT \vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \rho_0 c^2 \vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0$$

$$P = \rho RT$$

$$\rho = \frac{P}{RT}$$

$$R = 287,058 \text{ J/kgK}$$

$$R = 287,058 \text{ N} \cdot \text{m/kgK}$$

$$R = 287,058 \frac{\text{m}}{\text{s}^2 \cdot \text{K}}$$

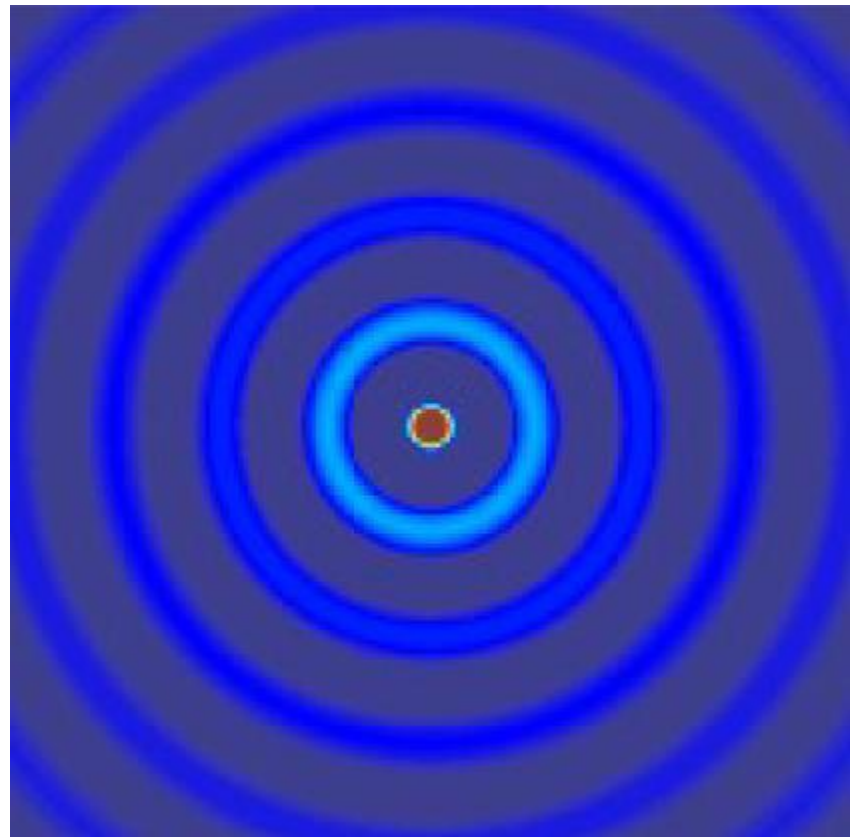


Dinâmica 20/09/2022 a 18/12/2022

Review

A Força de Gradiente de Pressão

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \rho_0 c^2 \vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0$$





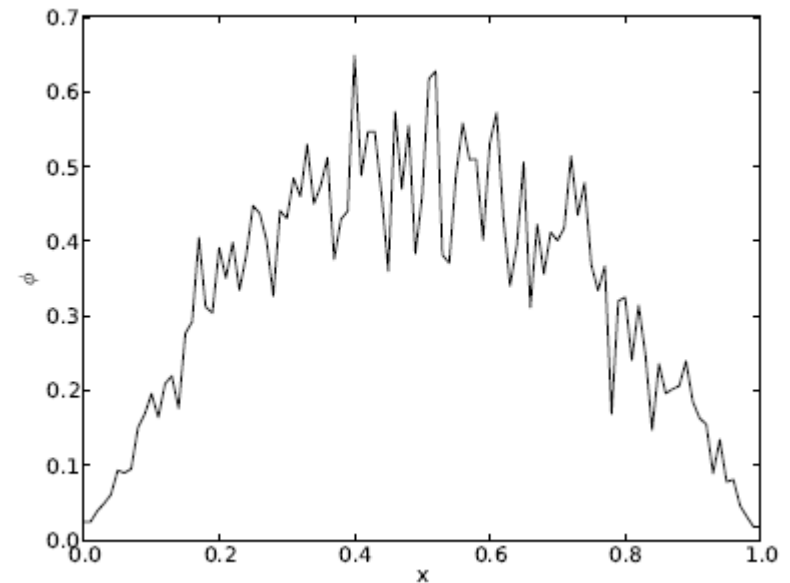
Difusão

A difusão de uma quantidade ϕ com coeficiente de difusão μ_ϕ em uma dimensão espacial arbitrária

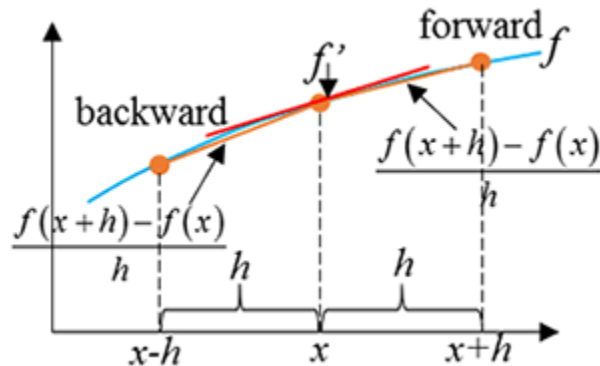
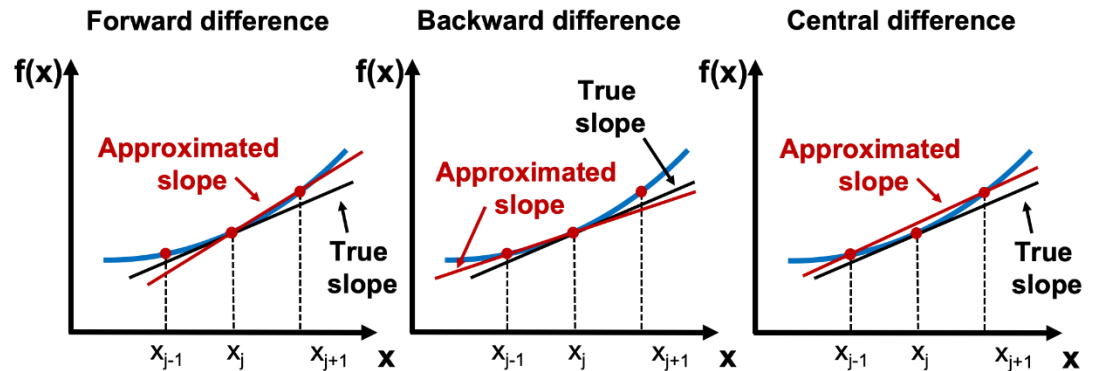
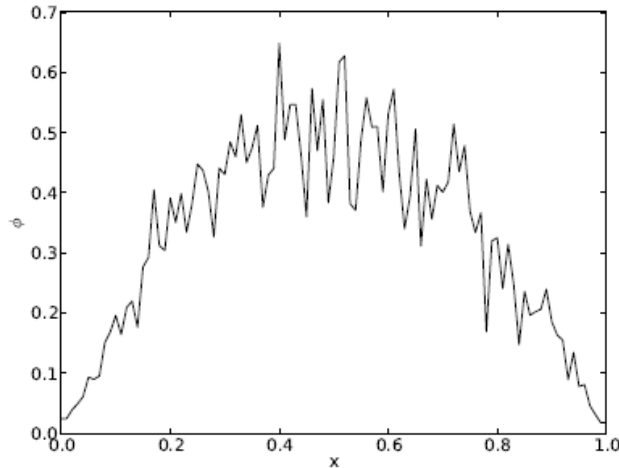
$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \mu_\phi \vec{\nabla}^2 \phi$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \mu_\phi \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}$$

A segunda derivada de ϕ é alta nos vales e baixa nos picos de ϕ . Portanto, a difusão tende a remover picos e os vales e tornar um perfil mais suave:



Esquemas Numéricos também podem gerar ruídos



$$f' = \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h}$$

```
PROGRAM Main
  IMPLICIT NONE

  CONTAINS

  SUBROUTINE Init
  ED SUBROUTINE Init

  SUBROUTINE run
  END SUBROUTINE run

  SUBROUTINE finalize
  END SUBROUTINE finalize

  END PROGRAM Main
```

```
Module Main
  IMPLICIT NONE
  INTEGER :: xdim
  REAL, ALLOCATABLE :: f(:)
  REAL :: dx

  CONTAINS

  SUBROUTINE InitClass
    INTEGER :: x
    xdim=10
    Dx= 1.0/REAL(xdim)
    allocate(F(0:xdim)); F(0:xdim) =0.0

    DO x=3, 7
      F(x) = 1.0
    END DO

  ED SUBROUTINE InitClass

  SUBROUTINE run
```




Questões de discussão:

- **Quais equações têm coeficiente de difusão?**
- **O que causa a difusão?**
- **A difusão é um termo grande nas equações do movimento atmosférico?**