

Previsão Numerica de Tempo e Clima

Condição Inicial e Assimilação de Dados

[SANGOMA: Stochastic Assimilation for the Next Generation Ocean Model Applications \(data-assimilation.net\)](http://data-assimilation.net)

Paulo Yoshio Kubota

Previsão Numérica de Tempo e Clima

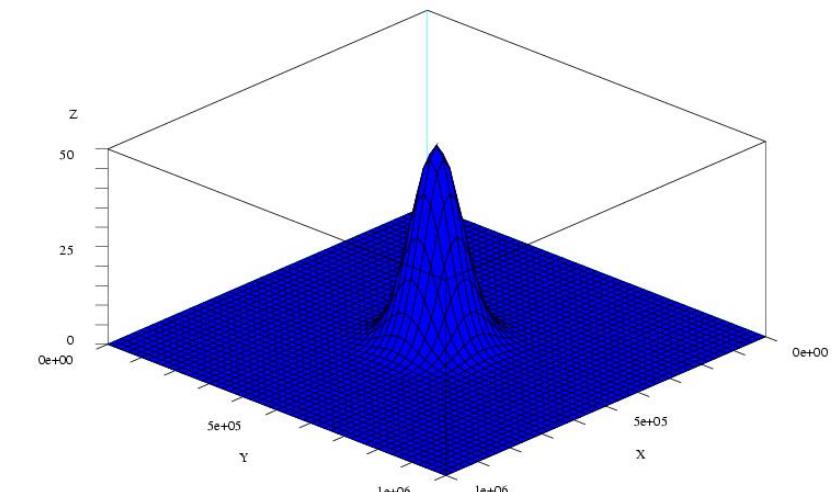
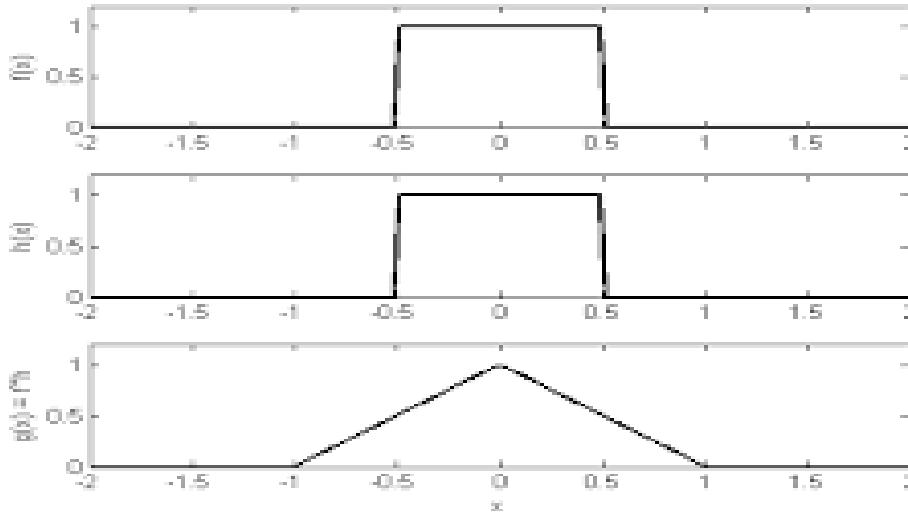
Como mencionado anteriormente, matematicamente a modelagem de mesoescala ou previsão numérica do tempo (NWP) pode ser vista como a solução de um problema de valor de inicial e de contorno no qual as equações governantes do sistema geofísico de fluidos são integradas no tempo em um domínio finito.

Portanto, além das condições de contorno discutidas na última seção, também devemos **fornecer condições iniciais adequadas** para o modelo.

Previsão Numerica de Tempo e Clima

Para simulações numéricas idealizadas, **as condições iniciais podem ser prescritas por funções ou valores conhecidos.**

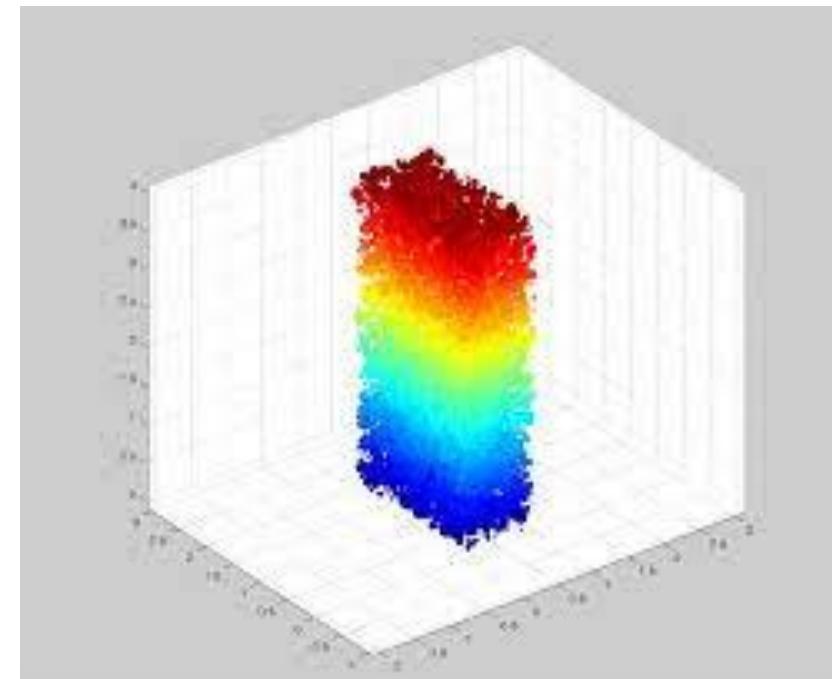
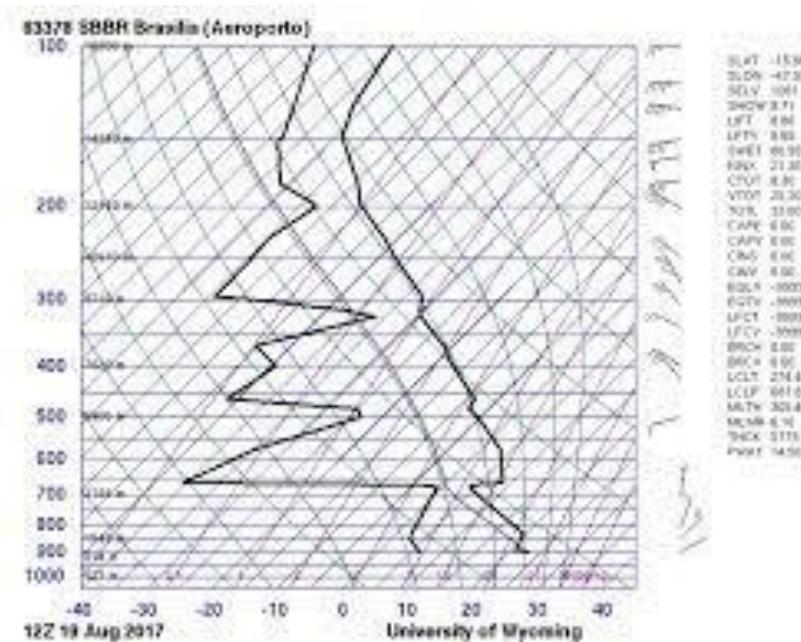
- a.) Por exemplo, o Modelo de Advecção e o modelo de agua rasa utilizados ou desenvolvidos nos projetos utilizam **funções conhecidas como condição inicial.**



Previsão Numérica de Tempo e Clima

Para simulações numéricas idealizadas, **as condições iniciais podem ser prescritas por funções ou valores conhecidos.**

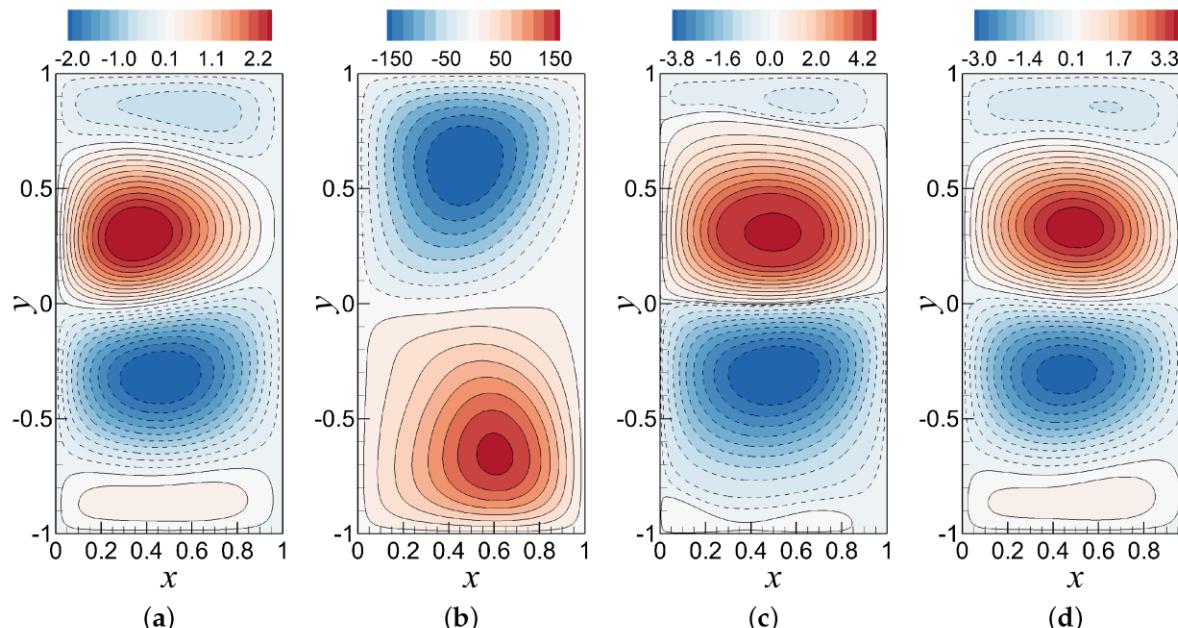
Outro exemplo é que, ao fazer a intercomparação de modelos para o Mesoscale Alpine Program (MAP), os **modelos numéricos participantes usam a mesma sondagem**, que fornece o perfil vertical do vento e a temperatura, do vendaval de 11 de janeiro de 1972 em Boulder, Colorado, para iniciar os modelos (Doyle et al. 2000).



Previsão Numerica de Tempo e Clima

Para simulações numéricas idealizadas, as condições iniciais podem ser prescritas por funções ou valores conhecidos.

- a) Se a força de Coriolis for incluída no modelo, então o estado básico inicial deve estar em equilíbrio geostrófico. Caso contrário, o estado inicial será ajustado para atingir um novo estado balanceado pelo modelo, que pode não ser o desejado.



Previsão Numerica de Tempo e Clima

Perguntas a serem respondidas

- Por que assimilação de dados?
- O que é assimilação de dados?
- Por que é importante a assimilação de dados?

Previsão Numerica de Tempo e Clima

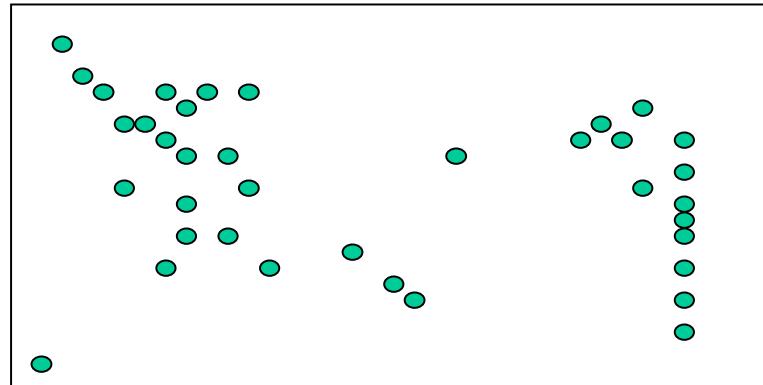
Assimilação de Dados

- Produzir uma representação regular 4-D, fisicamente consistente, do estado da atmosfera a partir de uma **distribuição heterogênea de informações in-situ e de satélite** as quais estão irregularmente distribuídas no tempo e espaço (Daley, 1991)

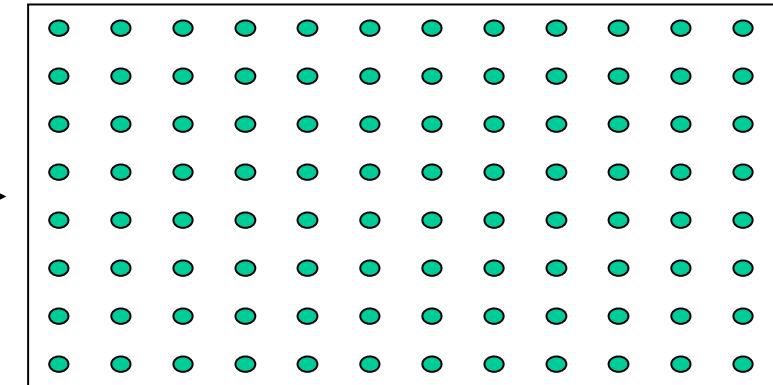
Previsão Numerica de Tempo e Clima

Assimilação de Dados

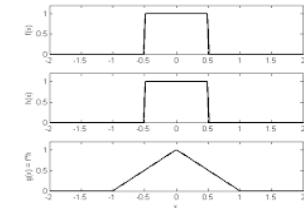
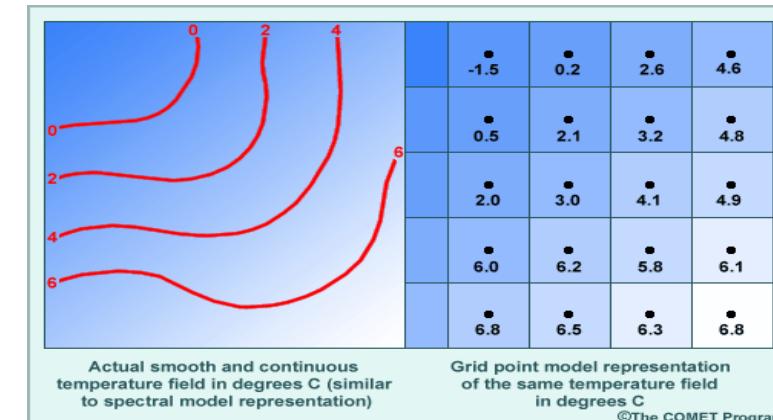
Interpolação + Filtragem = Analise



ANALISE



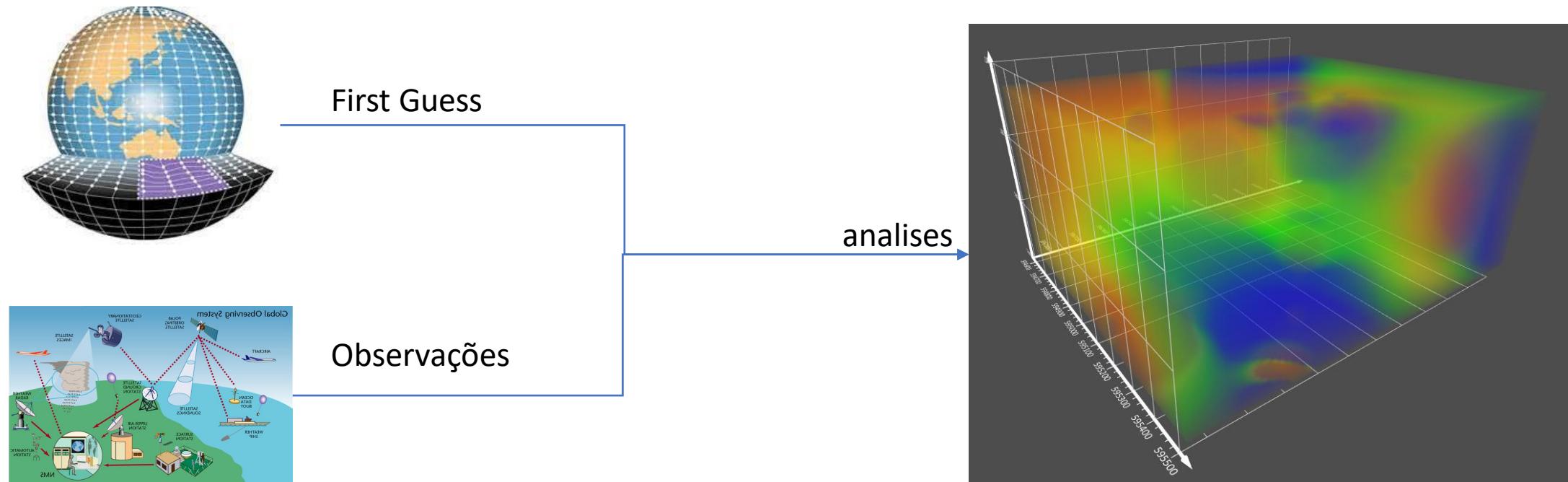
Evitar
gradientes
intensos



Previsão Numerica de Tempo e Clima

Assimilação de Dados (Analise)

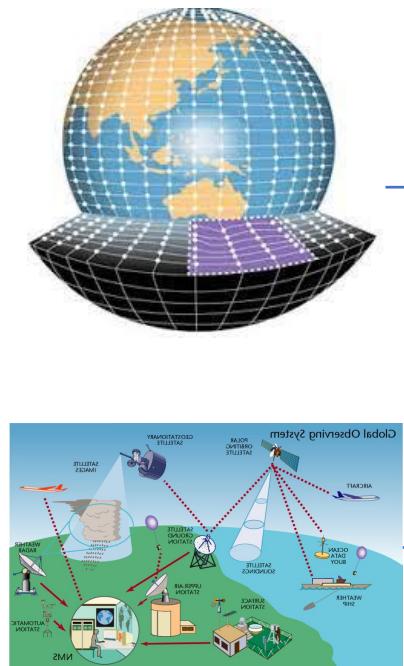
- Basicamente **combina** a **informação de observações passadas**, obtidas através de integrações de modelos, com a **informação de observações novas**



Previsão Numerica de Tempo e Clima

Assimilação de Dados (Analise)

- Usando para isto
 - Informação estatística dos erros do modelo e das observações
 - A física capturada pelo modelo

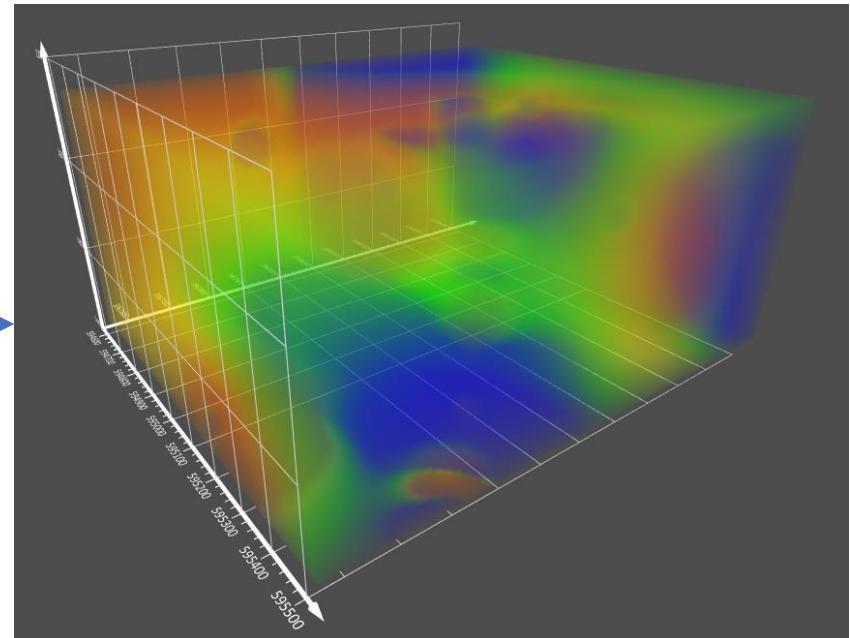


First Guess
Integração de 6 horas

Estatísticas

analises

Observações



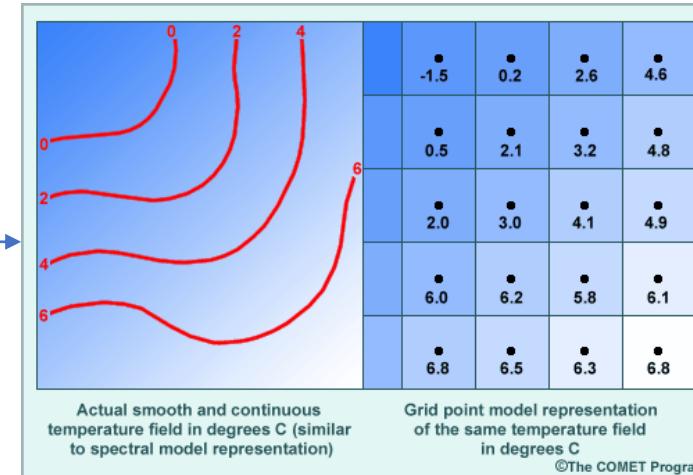
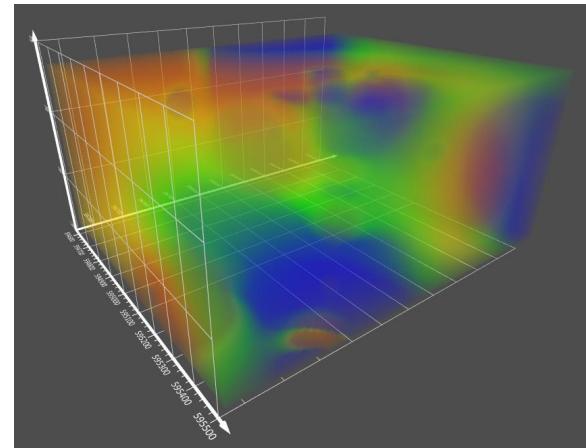
Previsão Numérica de Tempo e Clima

Assimilação de Dados (Erros)

- Observação
 - Instrumental, calibração, codificação, transmissão
- Modelo
 - Representatividade, truncamento numérico, incorreta ou incompleta representação da física

Previsão Numérica de Tempo e Clima

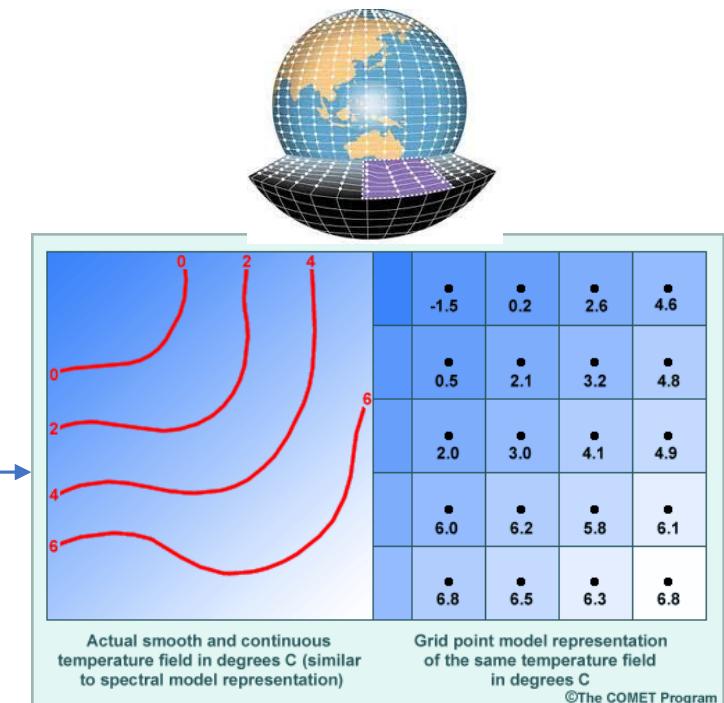
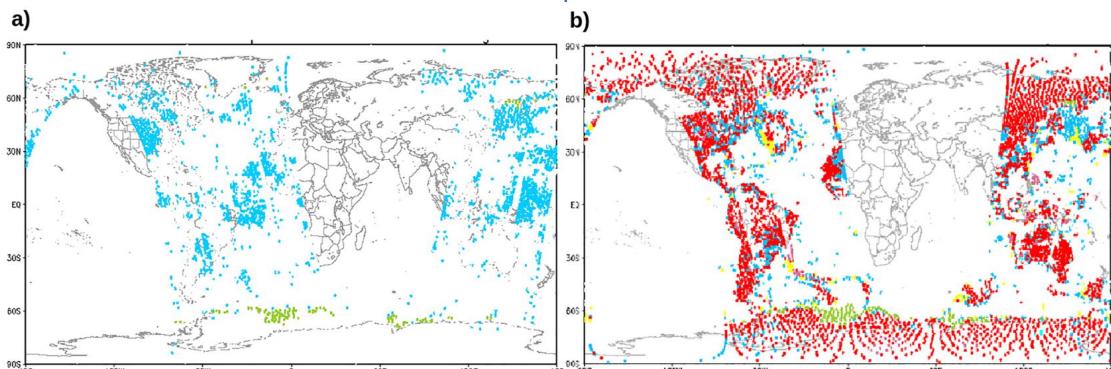
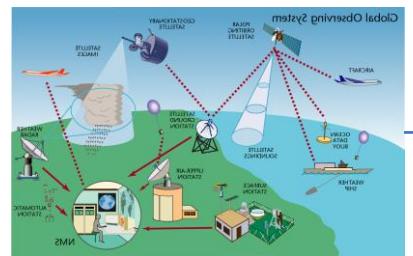
Assimilação de Dados (Importância)



- Fornece as condições iniciais para PNT
- Dados consistentes para estudos de diagnósticos para tempo e clima
 - Reanalises: NCEP, ERA-Interim, MERRA, NNRR
- Outras aplicações (química)
- Comparações modelo vs. Observações

Previsão Numérica de Tempo e Clima

Para modelagem de mesoescala de dados reais ou previsão numérica do tempo, os dados observacionais devem ser **modificados** para **reduzir erros** e estar **dinamicamente consistentes com as equações governantes do modelo**.



d. Uma breve revisão do 4DDA pode ser encontrada em Lin (2007), Kalnay (2003), Daley (1991), Harms et al. (1992) e Sashegyi e Madala (1994).

Previsão Numerica de Tempo e Clima

c. Estritamente falando, o processo de produção de condições iniciais pode ser classificado como os seguintes quatro componentes:

(i) controle de qualidade,

(ii) análise objetiva,

(iii) inicialização,

(iv) estimativa inicial de uma previsão de curto prazo por um modelo NWP.

Esses componentes são levados para formar um ciclo contínuo de assimilação de dados, muitas vezes chamado de assimilação de dados em 4 dimensão (4DDA).

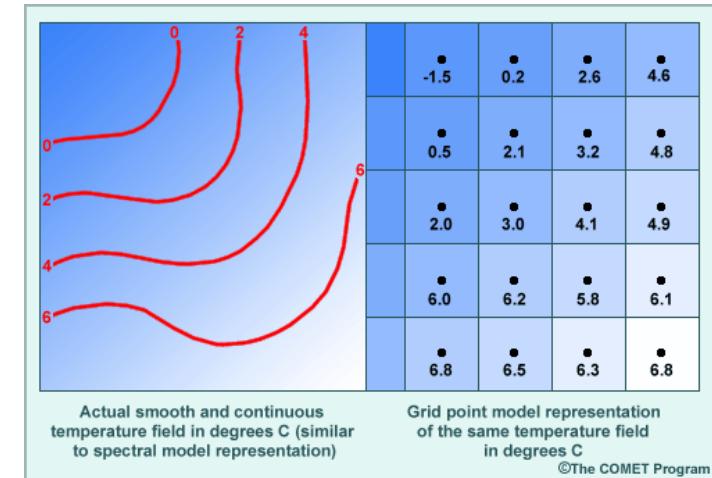
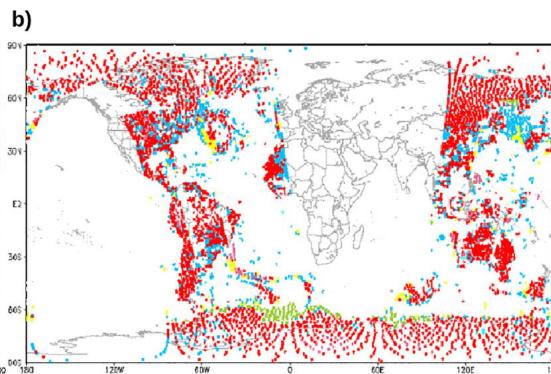
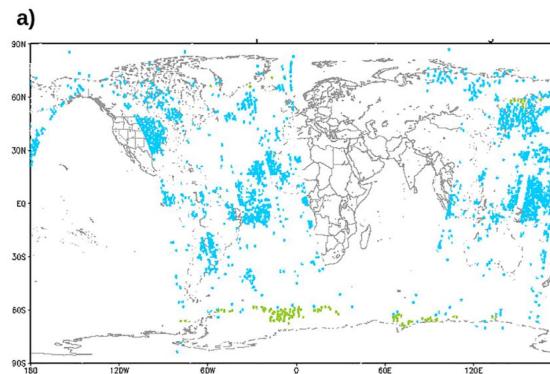
d. Uma breve revisão do 4DDA pode ser encontrada em Lin (2007), Kalnay (2003), Daley (1991), Harms et al. (1992) e Sashegyi e Madala (1994).

Previsão Numerica de Tempo e Clima

(i)controle de qualidade,

Previsão Numerica de Tempo e Clima

A necessidade de realizar o controle de qualidade dos dados meteorológicos foi reconhecida há muito tempo. Isto é especialmente importante quando os dados são usados para inicializar um modelo NWP.

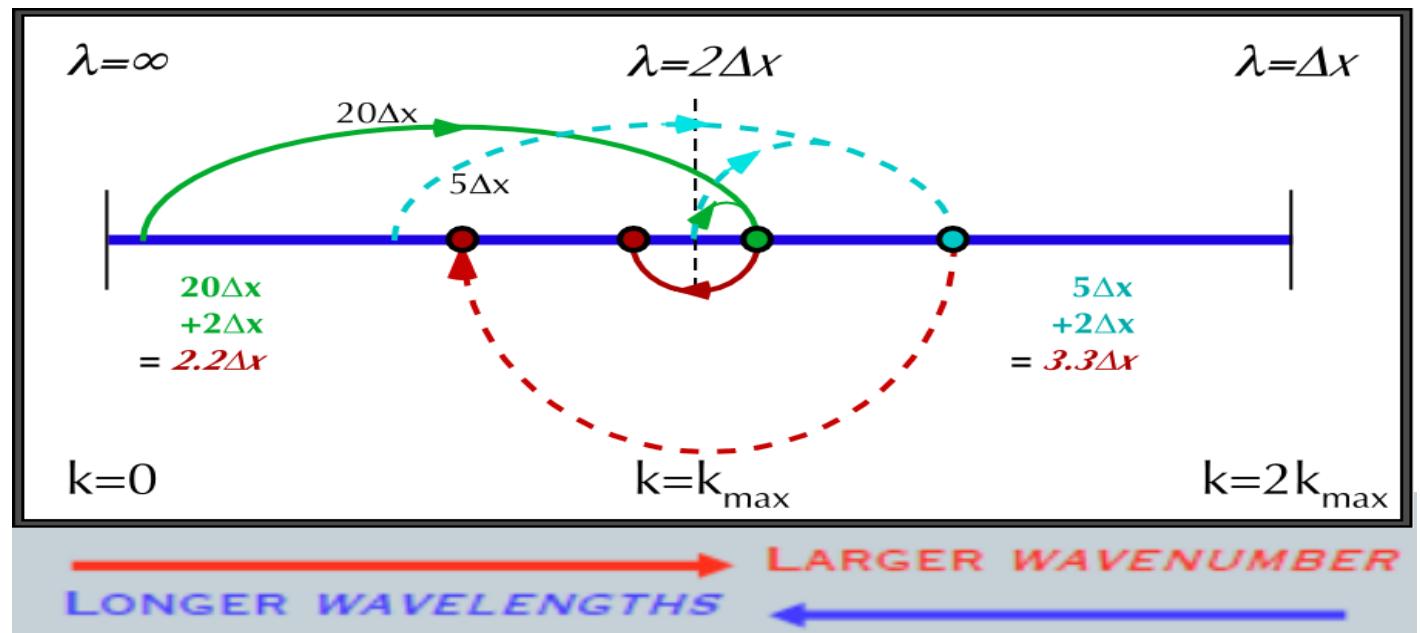
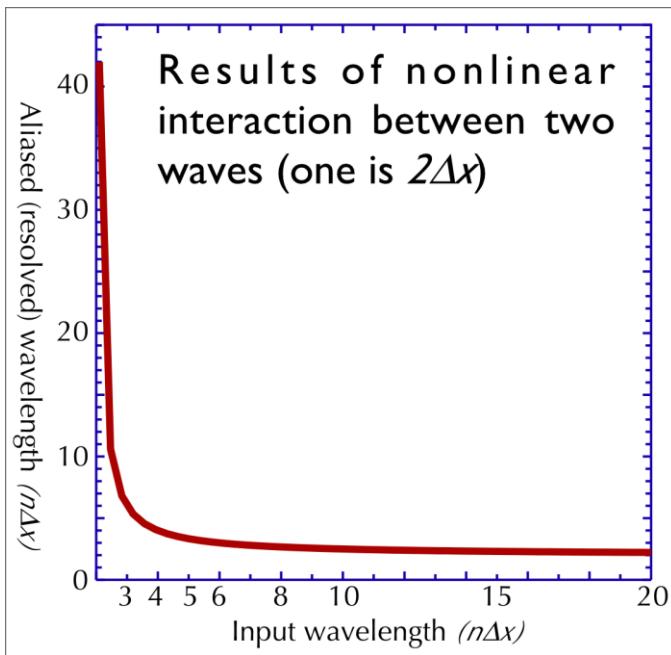


Os Dados observados são assimilados em uma malha com um determinado espaçamento de grade

Gradientes muito fortes entre um ponto de grades vizinho pode produzir ondas indesejadas

Previsão Numerica de Tempo e Clima

e. Razão para controle de qualidade: Os erros associados aos dados podem ser apresentados erroneamente (aliasing não linear) e amplificados pelo modelo.



Previsão Numerica de Tempo e Clima

f. Para **reduzir os erros nos dados de sondagem ou outros dados atmosfericos**, as seguintes etapas de **controle de qualidade** foram realizadas na previsão numérica do tempo (**Gandin 1988**):

- (a)verificação de plausibilidade,
- (b)verificação de contradição,
- (c)Cheque grosso (***gross***), e
- (d)cheque de (***buddy***).

Previsão Numerica de Tempo e Clima

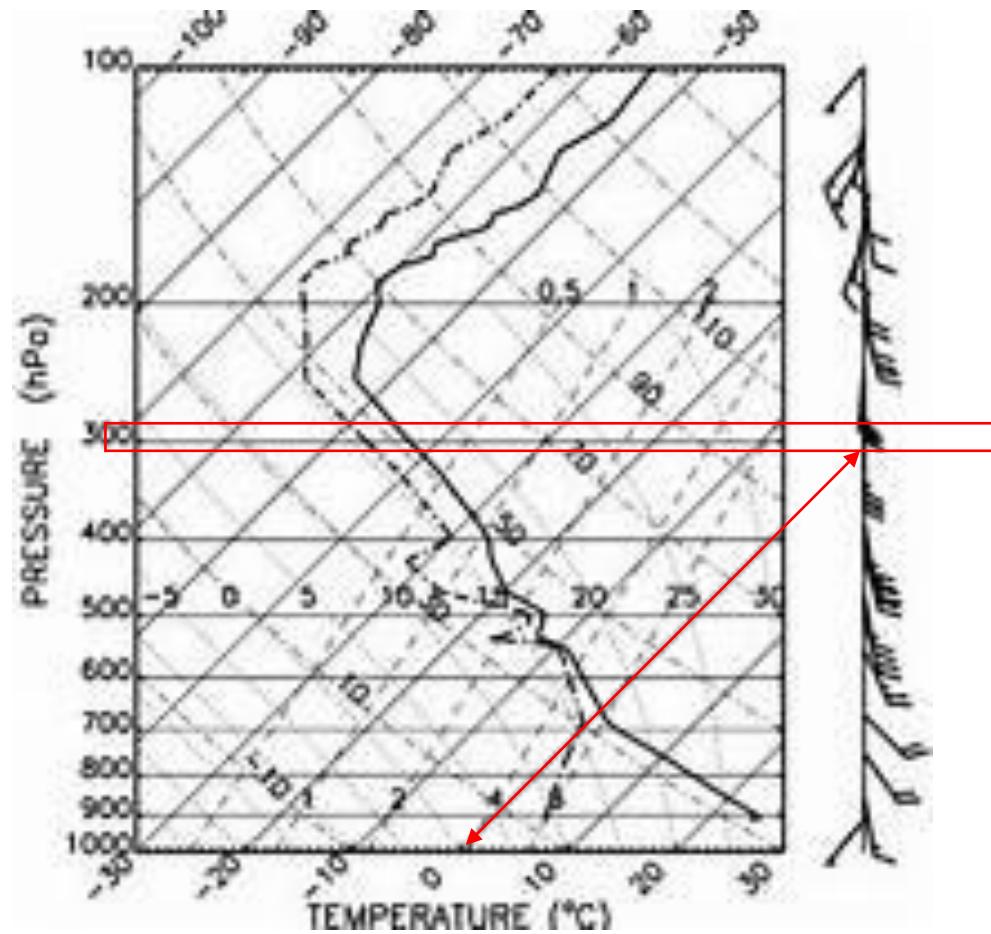
(i)controle de qualidade,

verificação de plausibilidade

Previsão Numerica de Tempo e Clima

Na **verificação de plausibilidade**, valores de dados que não podem ocorrer na atmosfera real ou excedem extremamente a média climatológica são rejeitados.

Por exemplo, as temperaturas positivas em Celsius a 300 hPa são rejeitadas.



temperaturas positivas.

Não existe temperatura positiva em graus Celsius em 300 hPa

Previsão Numerica de Tempo e Clima

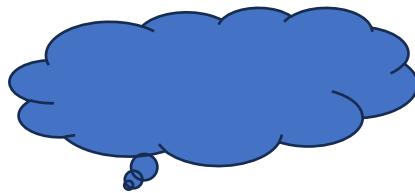
(i)controle de qualidade,

contradição

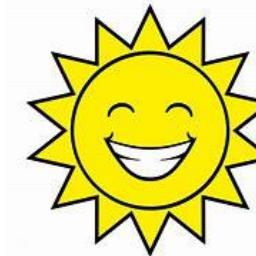
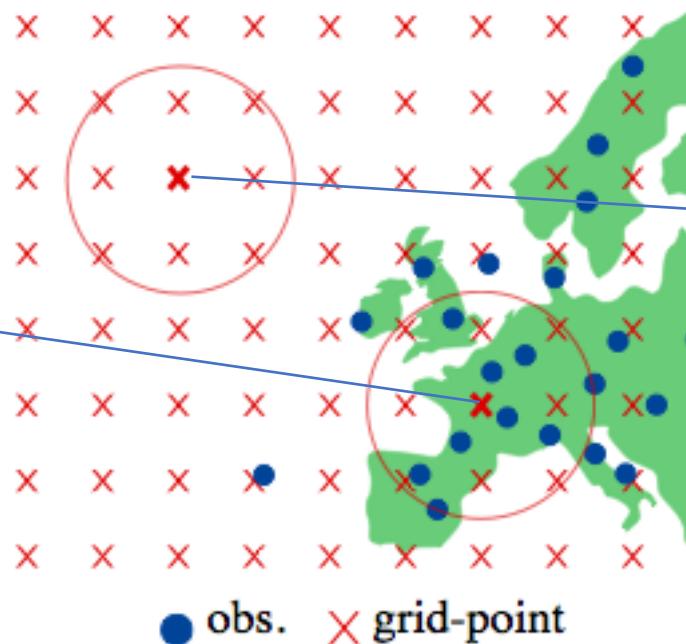
Previsão Numerica de Tempo e Clima

Na verificação de contradição, os valores de dados de dois ou mais parâmetros no mesmo local, contraditórios entre si são removidos.

Por exemplo, a ocorrência de chuva na ausência de nuvens é removida.



OK



Erro



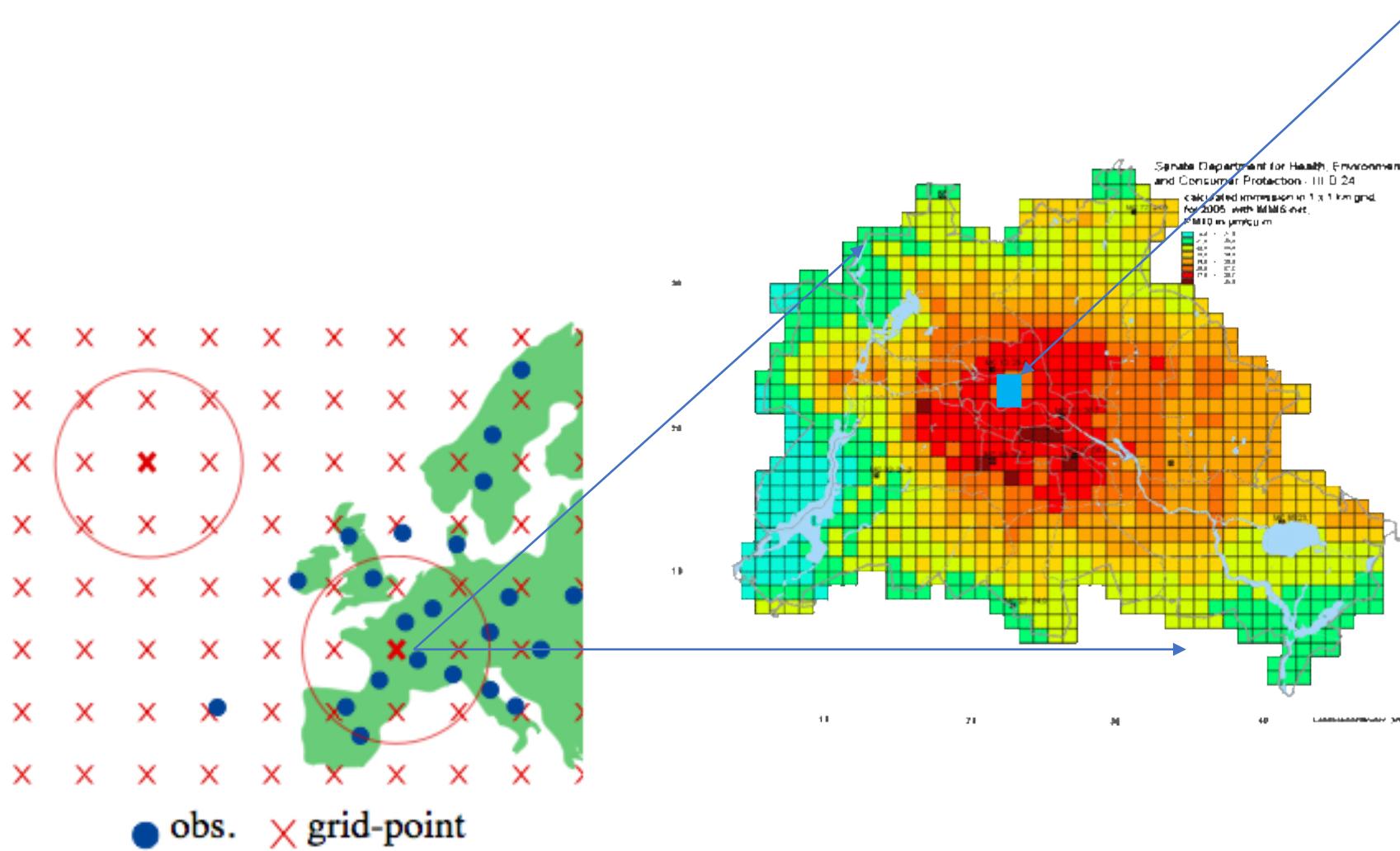
Previsão Numerica de Tempo e Clima

(i)controle de qualidade,

verificação grosseira

Previsão Numerica de Tempo e Clima

Na **verificação grosseira**, as **observações com grandes desvios do primeiro campo previsto (first guess) por um modelo operacional de previsão são removidas.**



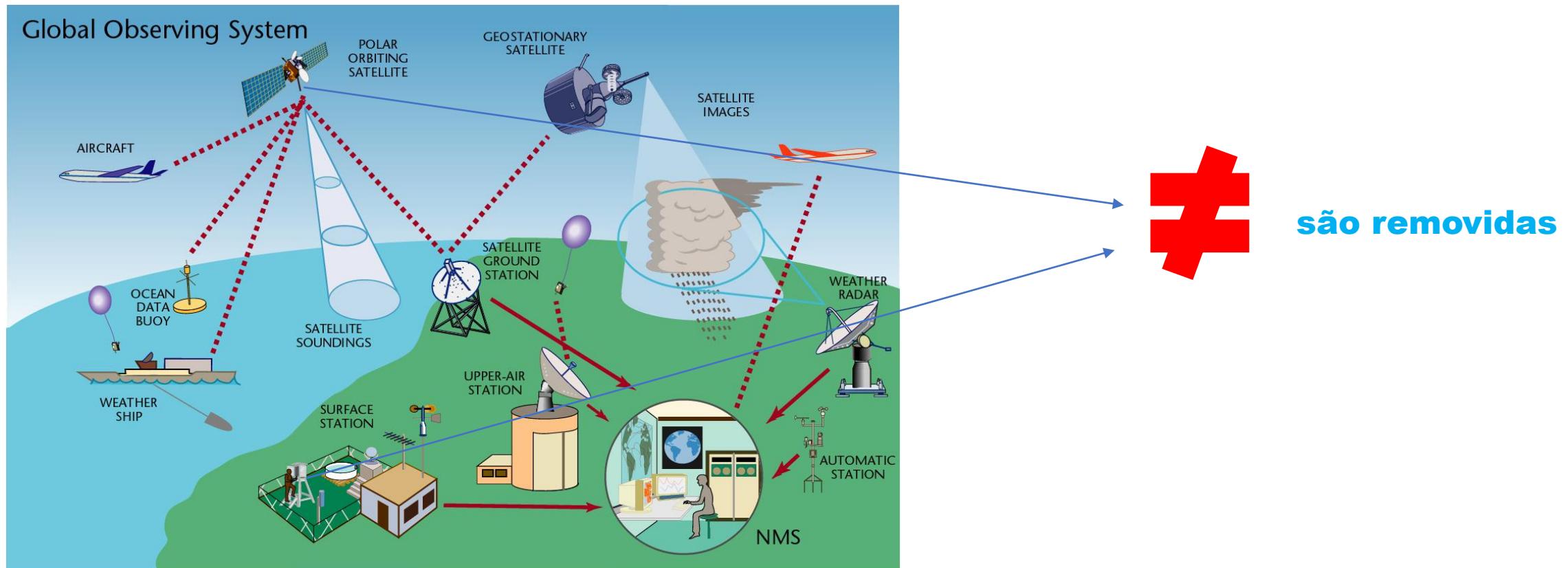
Previsão Numerica de Tempo e Clima

(i)controle de qualidade,

verificação de duplas

Previsão Numerica de Tempo e Clima

Na verificação de duplas, as observações que não concordam com as observações vizinhas são removidas.

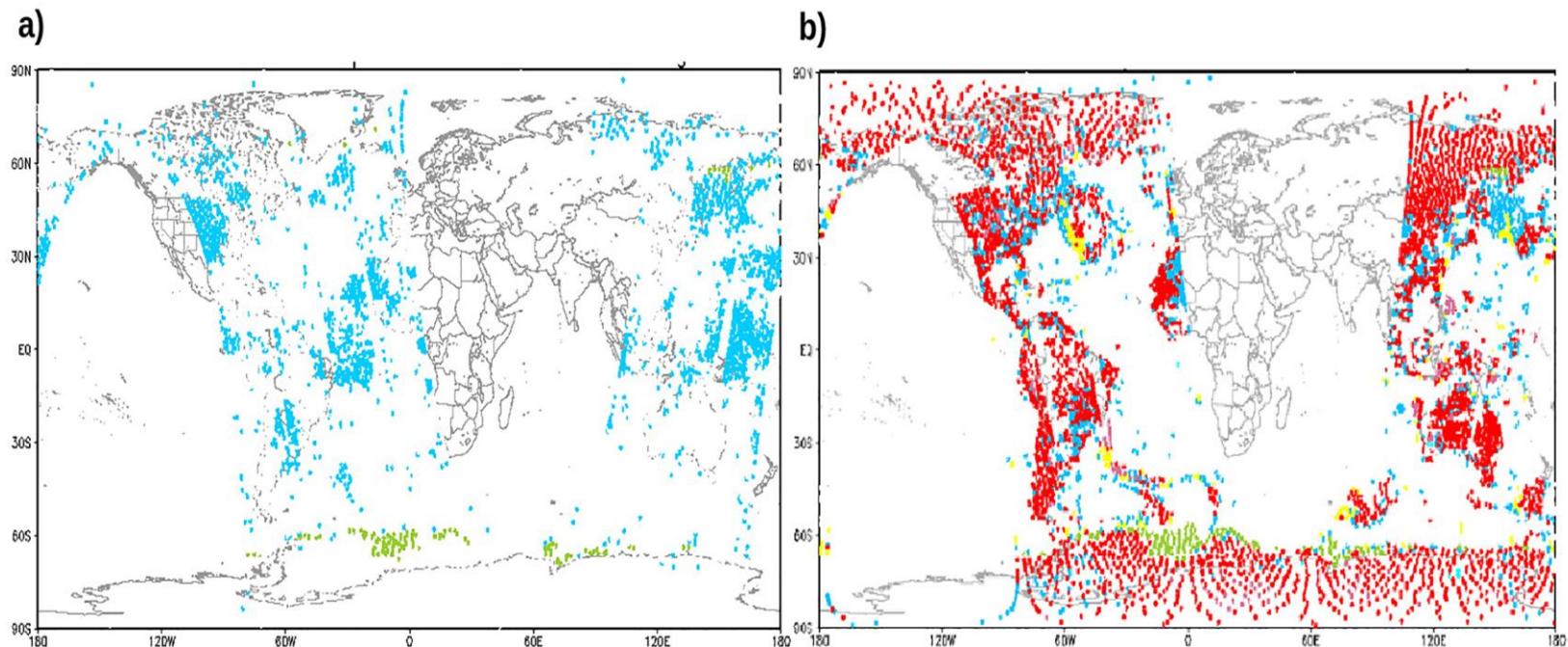
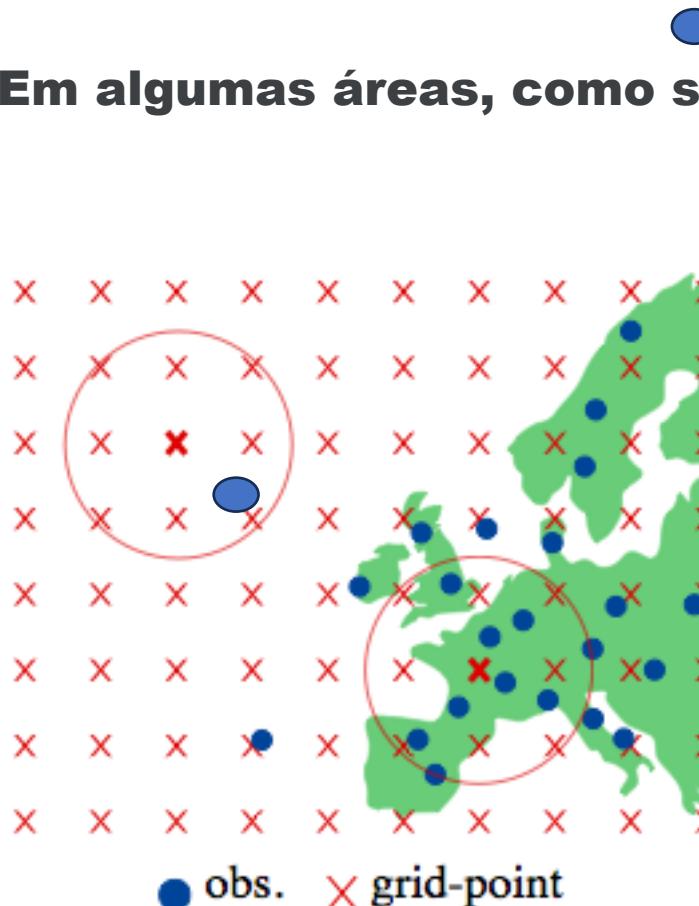


Previsão Numerica de Tempo e Clima

**Dados Observacionais
Sem tratamento**

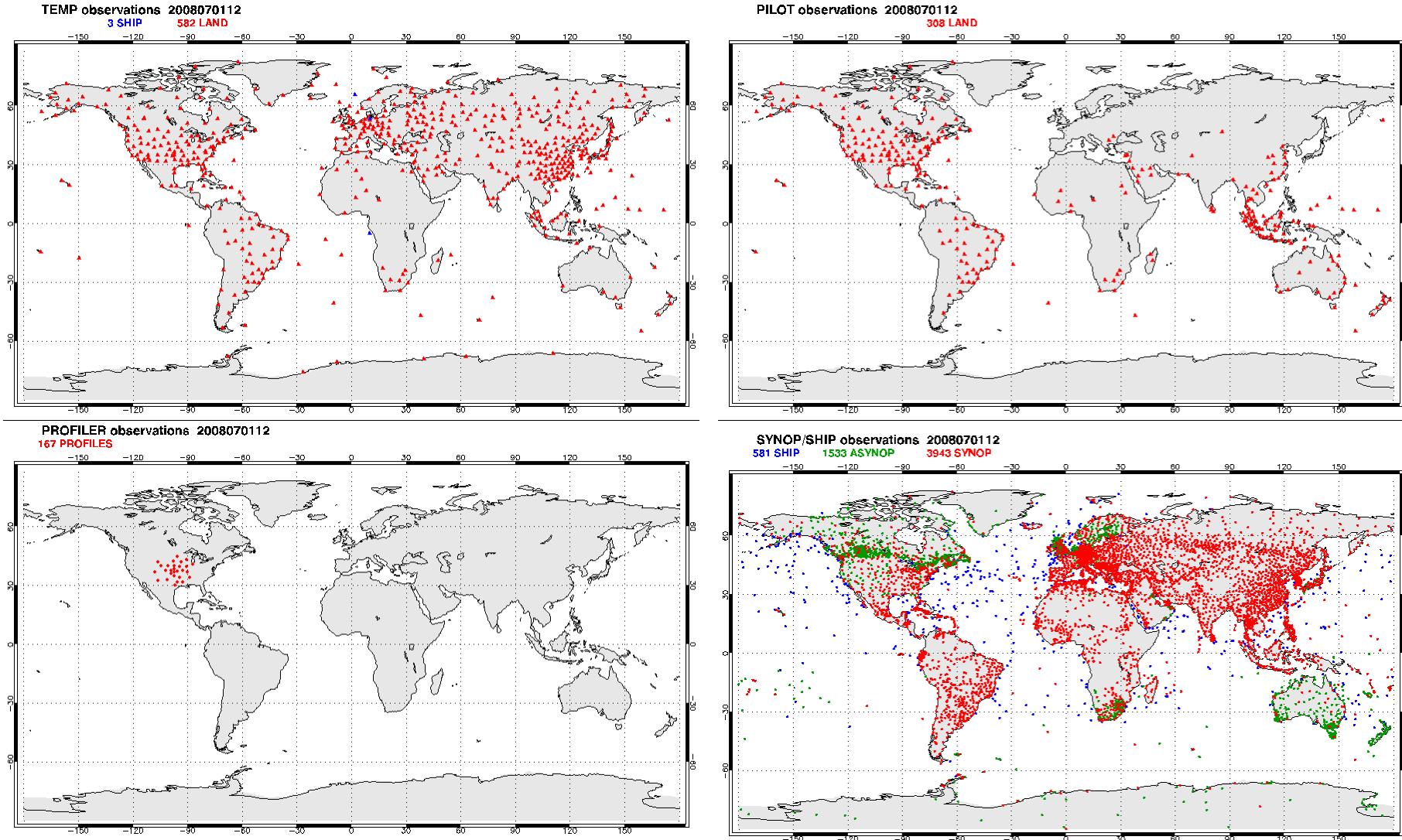
Previsão Numerica de Tempo e Clima

Os **dados observacionais** geralmente não são espaçados regularmente, e não estão prontos para uso como campos iniciais para um modelo de mesoescala ou NWP, porque eles não correspondem à malha da grade do modelo.

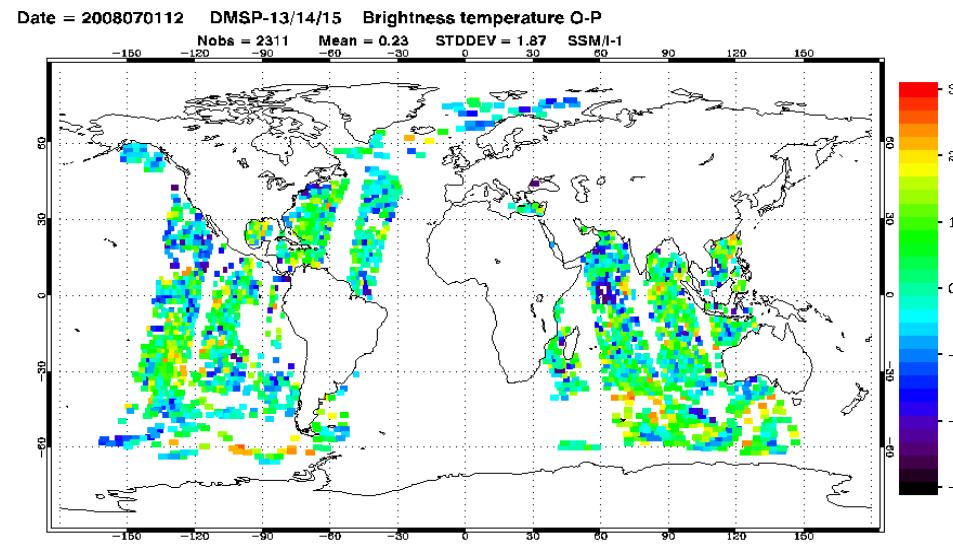
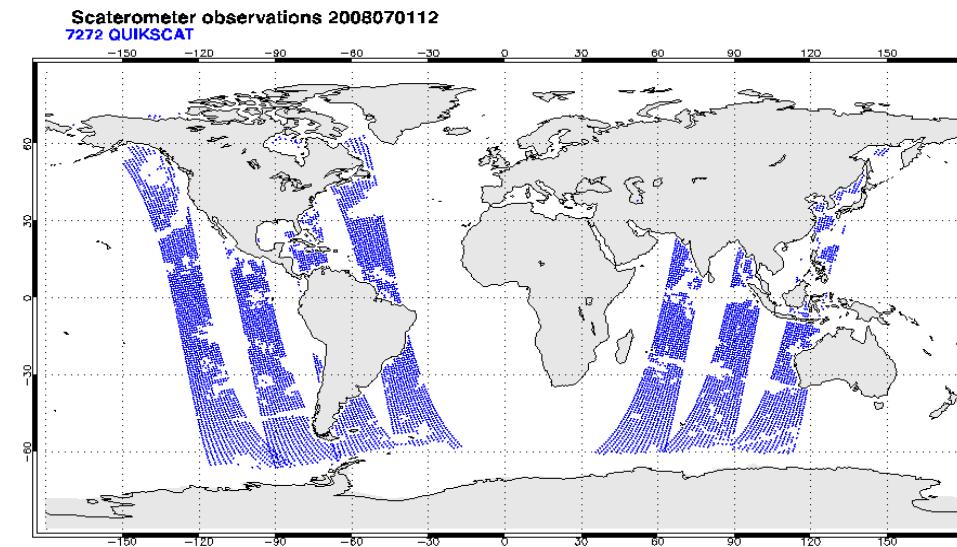
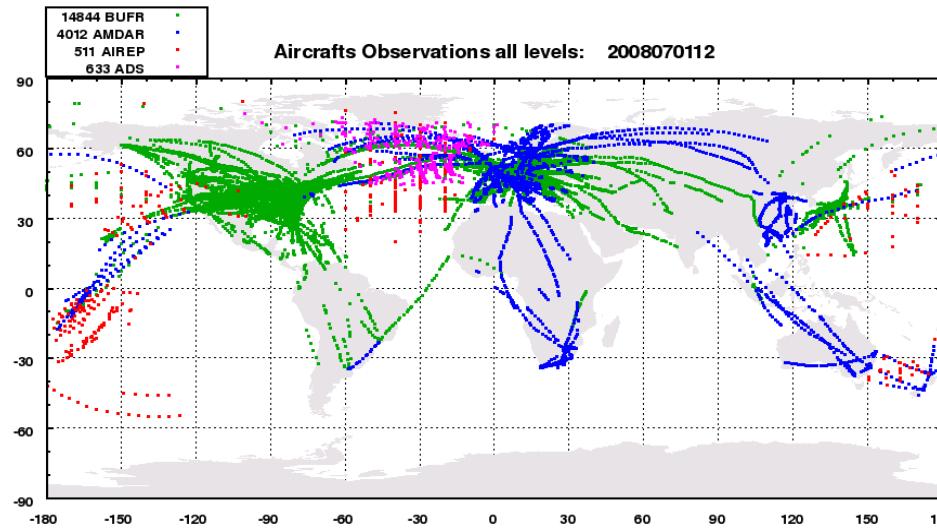
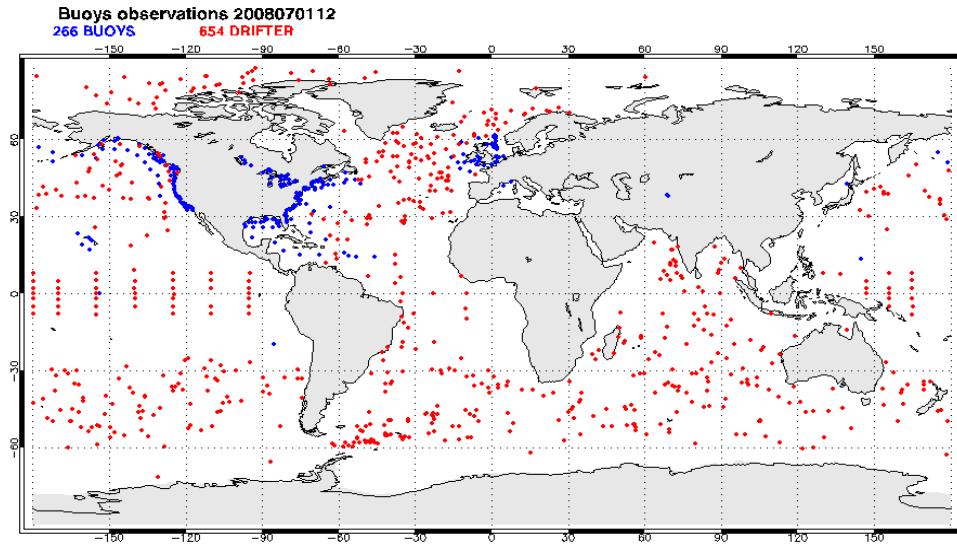


Previsão Numerica de Tempo e Clima

Convencionais

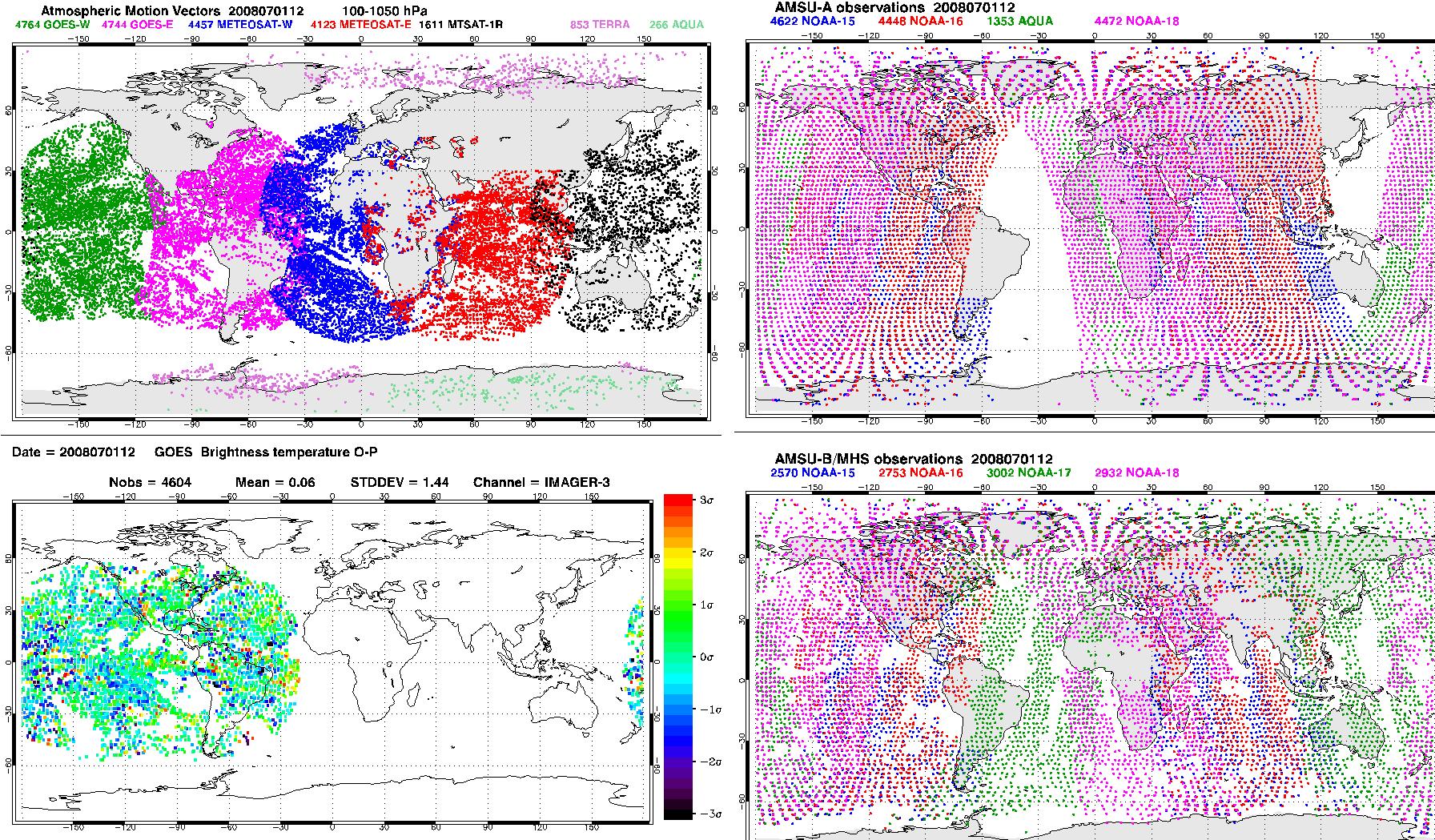


Previsão Numerica de Tempo e Clima



Previsão Numerica de Tempo e Clima

Não convencionais

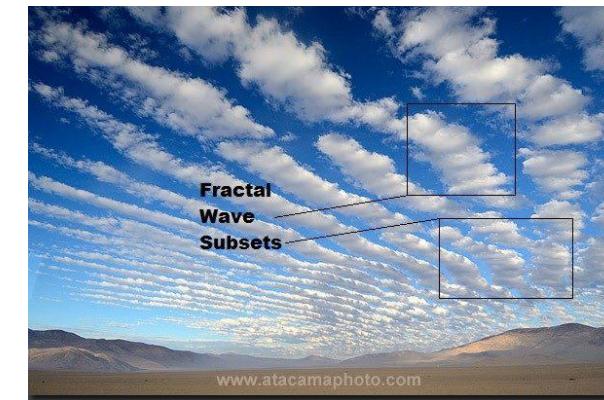
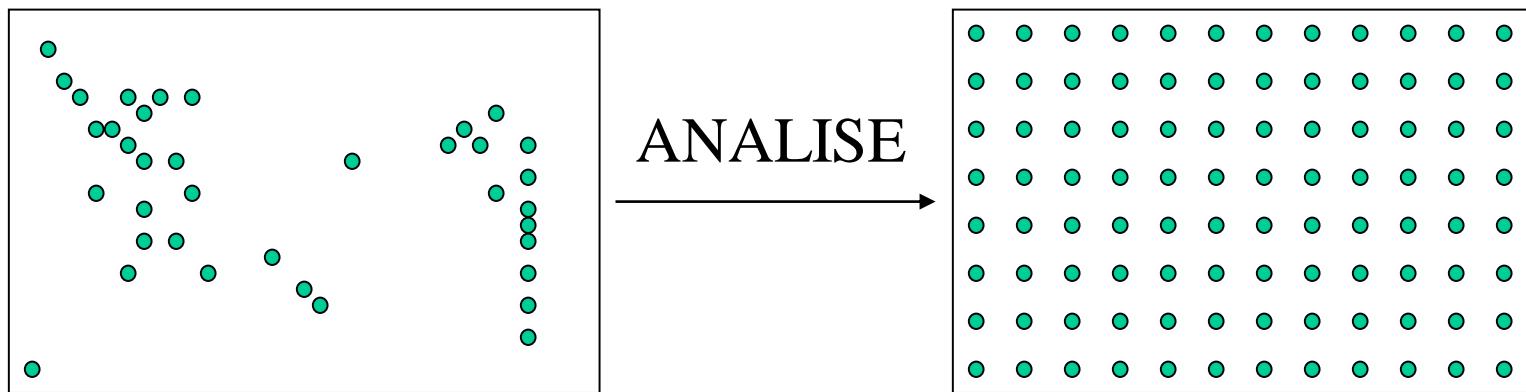


Previsão Numerica de Tempo e Clima

**Dados Observacionais
Tratamento dos Dados**

Previsão Numerica de Tempo e Clima

Portanto, para **usar os dados observacionais** como campos iniciais para um modelo de mesoescala ou NWP, é preciso **interpolar ou extrapolar os dados para caber na malha de grade do modelo** e **aplicar algumas relações de equilíbrio, como geostrofia e continuidade de massa, para tornar os dados dinamicamente consistentes.**



Analise = Interpolação + Filtragem

Este procedimento é chamado de análise objetiva.

Previsão Numerica de Tempo e Clima

Análise Objetiva

Previsão Numérica de Tempo e Clima

Em uma análise objetiva, é desejável:

- (1) **Filtre as escalas de movimento que não podem ser resolvidas pelo modelo,**

- (2) **Use um campo de (first Guess) primeira suposição ou campo de fundo fornecido por uma previsão anterior do mesmo modelo. Isto ajuda a evitar a extrapolação de dados de observação em áreas esparsas de dados e introduz consistência dinâmica**

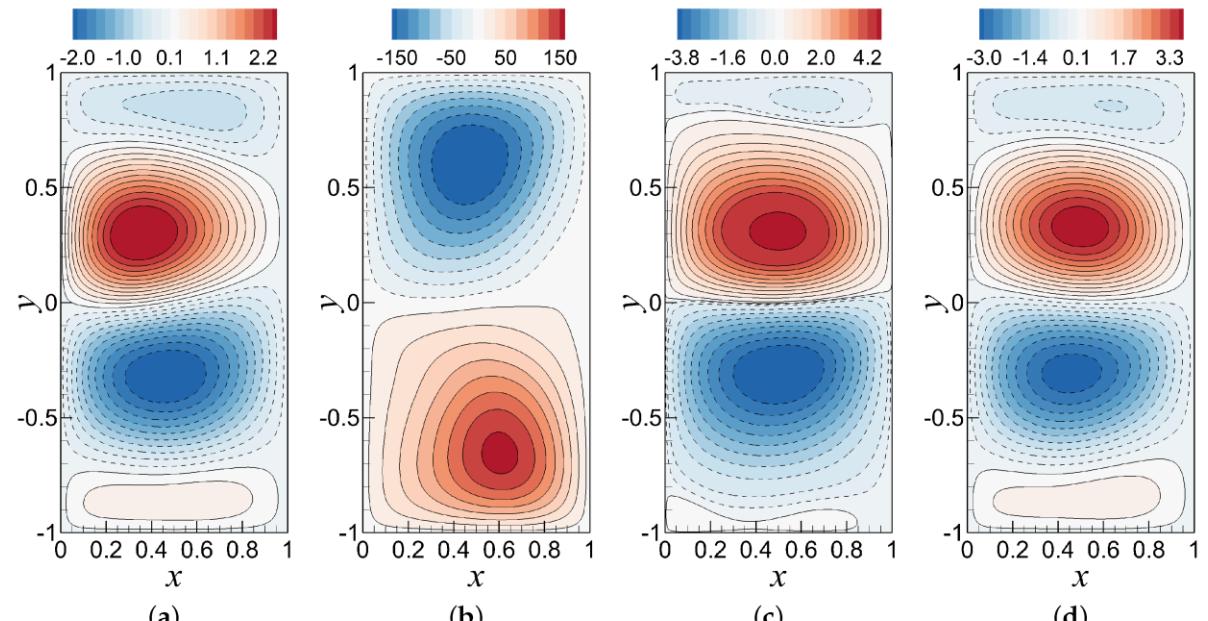
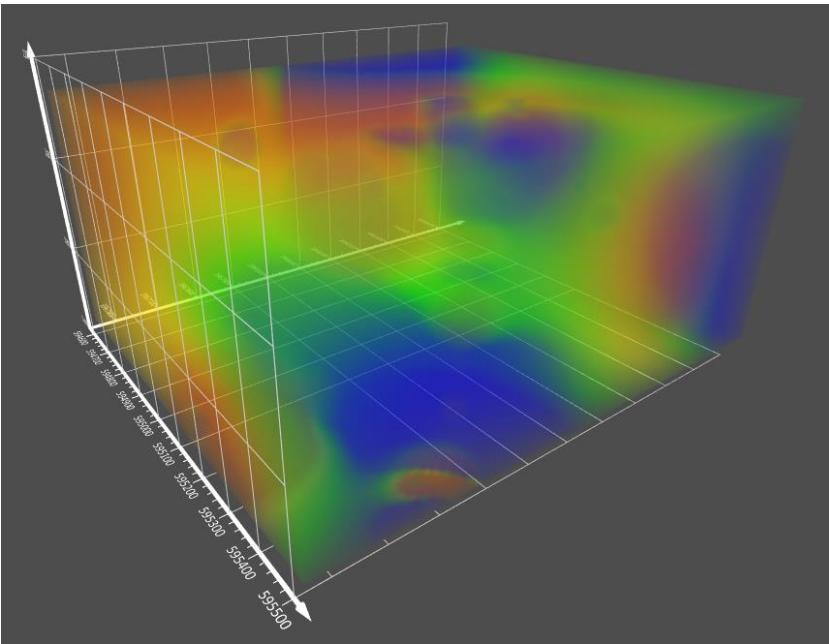
- (3) **Fazer uso de nosso conhecimento dos prováveis erros associados a cada observação, que podem ser ponderados com base em registros anteriores que são acurados.**

Previsão Numérica de Tempo e Clima

Em uma análise objetiva, é desejável:

(1) Filtre as escalas de movimento que não podem ser resolvidas pelo modelo,

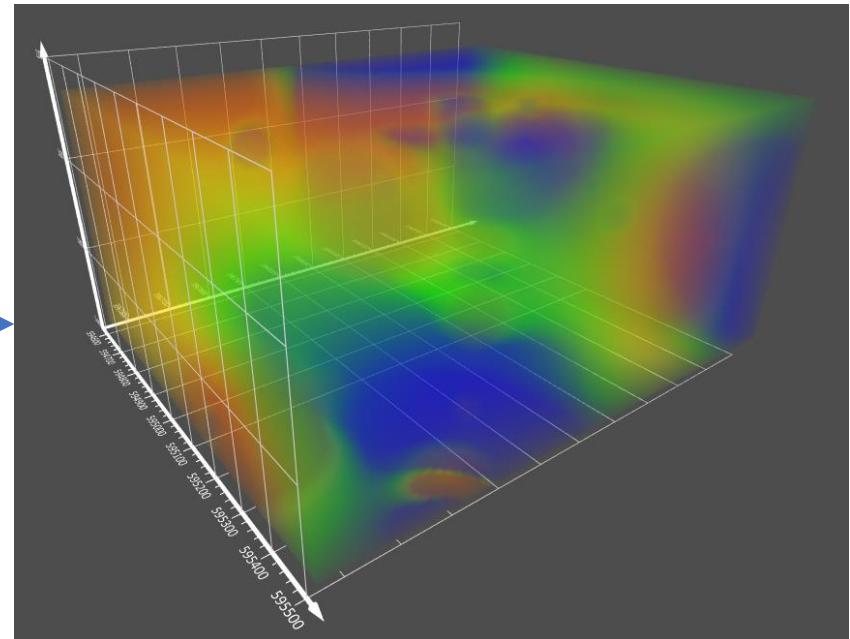
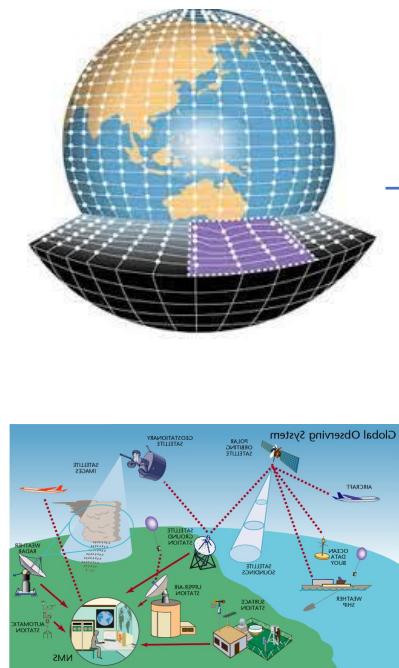
- Aproximação hidrostática - > remove ondas de som
- Uso de filtro digital para remover ondas curtas espúrias
- Balanço estrófico



Previsão Numérica de Tempo e Clima

Em uma análise objetiva, é desejável:

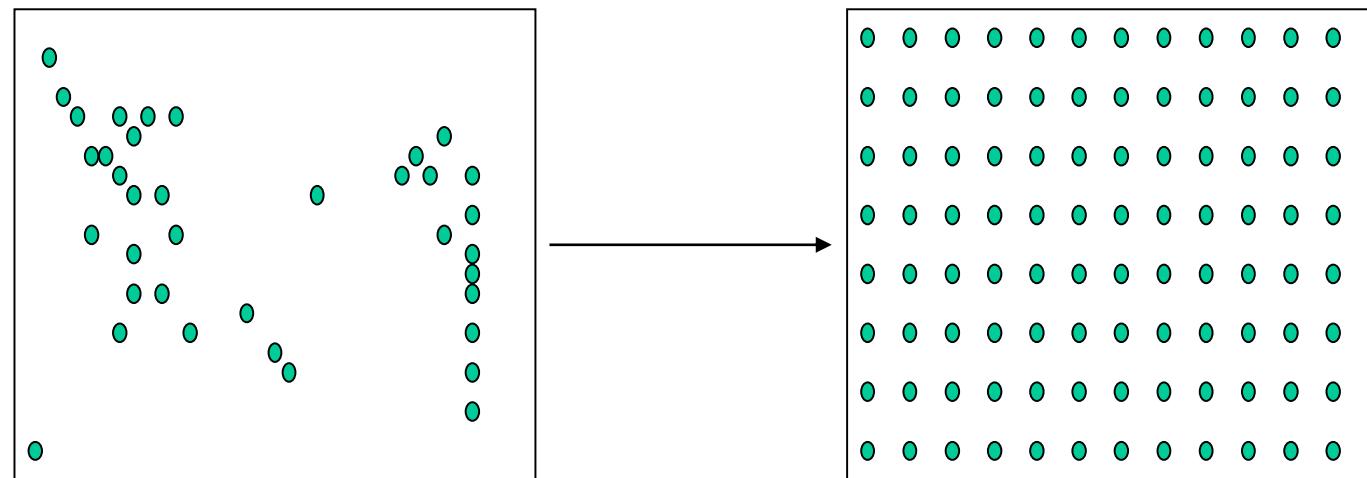
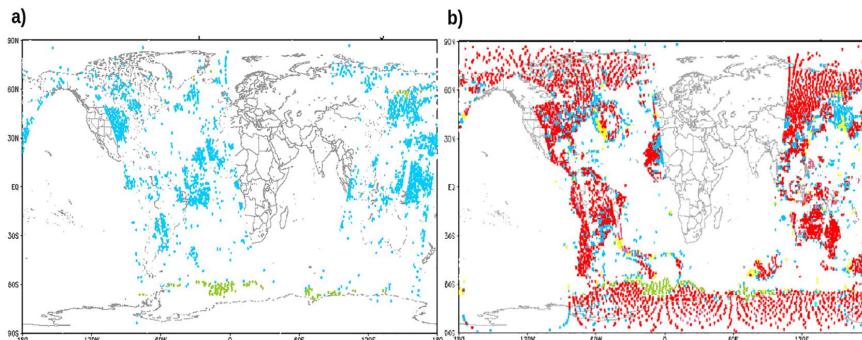
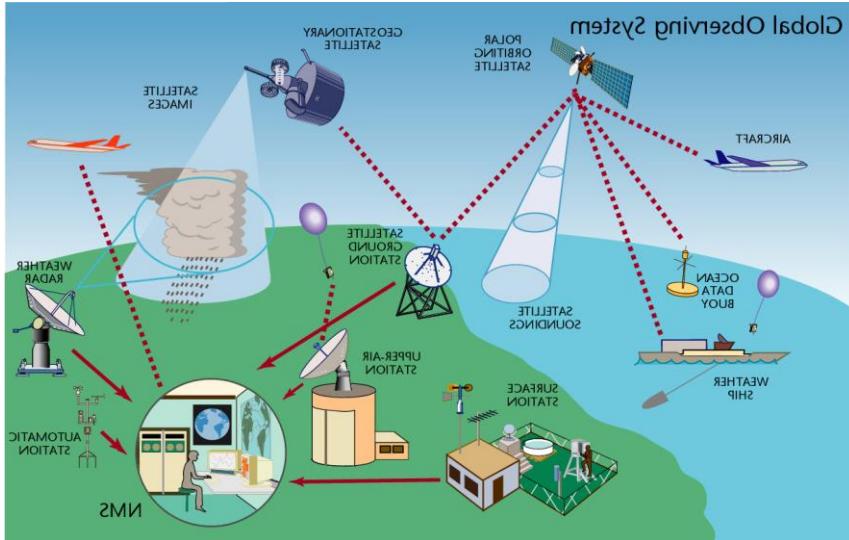
(2) Use um campo de (first Guess) primeira suposição ou campo de fundo fornecido por uma previsão anterior do mesmo modelo. Isto ajuda a evitar a extrapolação de dados de observação em áreas esparsas de dados e *introduz consistência dinâmica*



Previsão Numérica de Tempo e Clima

Em uma análise objetiva, é desejável:

(3) Fazer uso de nosso conhecimento dos prováveis erros associados a cada observação, que podem ser ponderados com base em registros anteriores que são acurados.



erros associados a cada observação

Podem ser utilizados para ponderar a sua influencia no processo de interpolação na malha do modelo

Previsão Numerica de Tempo e Clima

Análise Objetiva

teoria de estimação

Previsão Numérica de Tempo e Clima

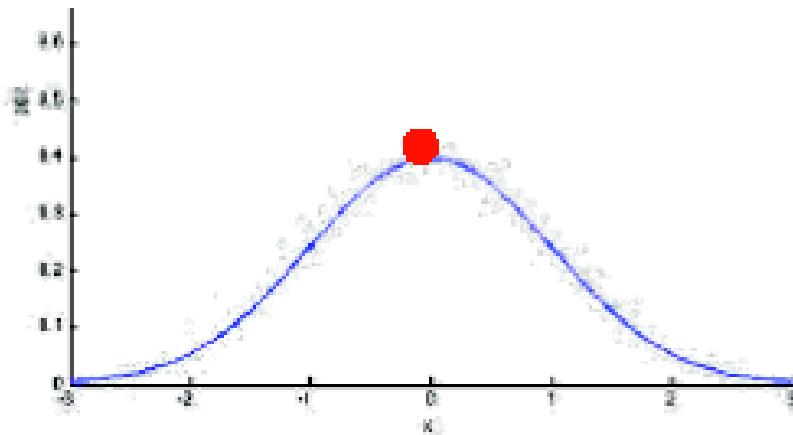
- Assimilação de dados e **teoria de estimação**:
- Há vários **critérios** que são usados para **estimar parâmetros** e **funções**:
 - Estimação dos mínimos quadrados
 - Mínimos quadrados com restrições
 - Máxima verossimilhança
 - Mínima variância

Previsão Numérica de Tempo e Clima

Métodos

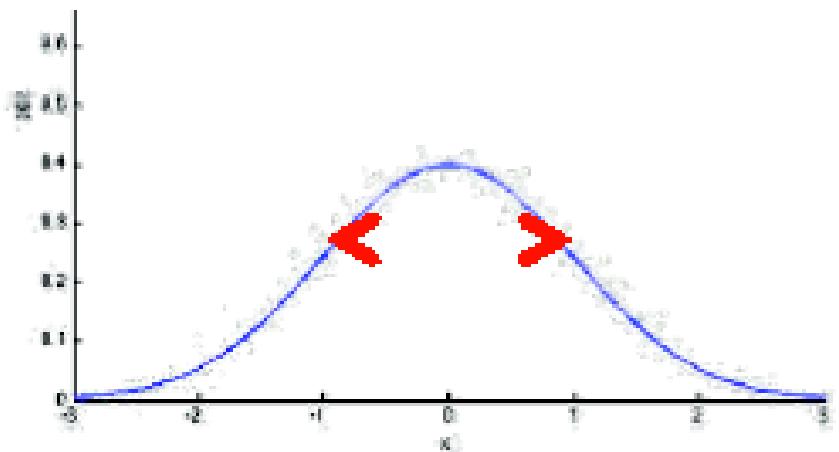
SEQUENCIAL

- Interpolação ótima
- EKF, EnKF



VARIACIONAL

- 3D (espaço)
- 4D (3d + tempo)



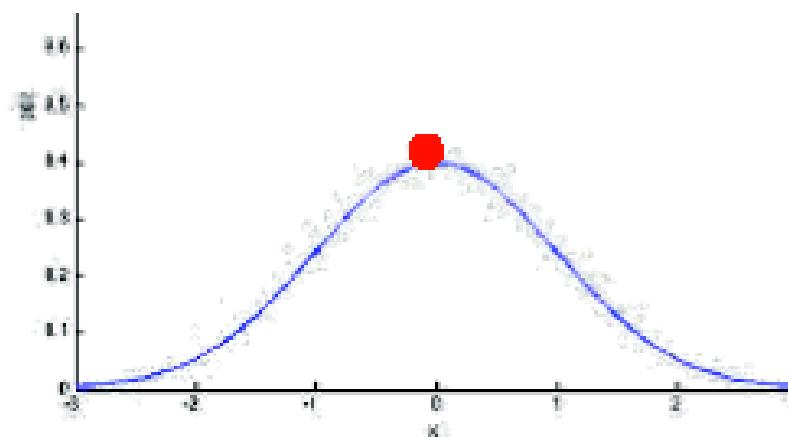
HIBRIDO

Previsão Numérica de Tempo e Clima

Métodos

SEQUENCIAL

- Interpolação ótima
- EKF, EnKF



Previsão Numérica de Tempo e Clima

Exemplo I

- Como estimar de forma ótima a **verdadeira temperatura** (análise) da sala?

- Temos duas informações:

$$T_1 = T_t + \varepsilon_1 \quad \text{First guess} \quad \varepsilon_1 = (T_1 - T_t)$$
$$T_2 = T_t + \varepsilon_2 \quad \text{Observação} \quad \varepsilon_2 = (T_2 - T_t)$$

- onde:

$$\bar{\varepsilon}_1 = \bar{\varepsilon}_2 = 0 \quad \text{Erros não tendenciosos}$$

$$\bar{\varepsilon}_1^2 = \sigma_1^2 \quad \bar{\varepsilon}_2^2 = \sigma_2^2 \quad \text{Variâncias}$$

$$\bar{\varepsilon}_1 \bar{\varepsilon}_2 = 0 \quad \text{Não correlacionados}$$

Previsão Numérica de Tempo e Clima

Combinação linear

$$\mathbf{T}_a = \mathbf{a}_1 \mathbf{T}_1 + \mathbf{a}_2 \mathbf{T}_2 \quad T_a = (a_1 T_1 + a_2 T_2)$$

Erros não tendenciosos

$$\overline{\mathbf{T}_a} = \overline{\mathbf{T}_t} \quad \overline{T_a} = \bar{T}_t$$

Então

$$\mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2 = 1$$

A melhor estimativa de T_a de T_t será quando **escolhemos os coeficientes a_1 e a_2 minimizando o erro médio quadrado de T_a** ou seja:

$$\overline{\varepsilon_1^2} = \sigma_1^2 \quad \overline{\varepsilon_2^2} = \sigma_2^2$$

$$\varepsilon_1 = (T_1 - T_t)$$

$$\varepsilon_2 = (T_2 - T_t)$$

Previsão Numérica de Tempo e Clima

$$\overline{\varepsilon_1^2} = \sigma_1^2 \quad \overline{\varepsilon_2^2} = \sigma_2^2$$

Não correlacionados

$$\sigma_a^2 = \varepsilon_a^2 = \overline{(a_1\varepsilon_1 + a_2\varepsilon_2)^2}$$

$$\varepsilon_1 = (T_1 - T_t)$$

$$\sigma_a^2 = \overline{(T_a - T_t)^2} = \overline{[a_1(T_1 - T_t) + a_2(T_2 - T_t)]^2}$$

$$\varepsilon_2 = (T_2 - T_t)$$

$$\sigma_a^2 = \overline{(T_a - T_t)^2} = \overline{[a_1T_1 + a_2T_2 - a_1T_t - a_2T_t]^2}$$

$$\sigma_a^2 = \overline{(T_a - T_t)^2} = \overline{[a_1T_1 - a_2T_t - a_1T_t + a_2T_2]^2}$$

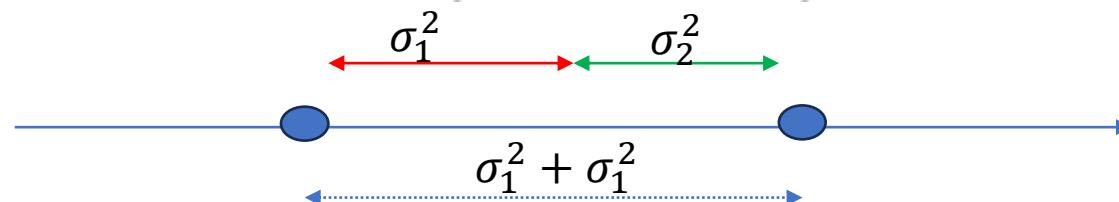
$$\sigma_a^2 = \overline{(T_a - T_t)^2} = \overline{[a_1T_1 - a_1T_t + (1 - a_1)T_2 - (1 - a_1)T_t]^2}$$

Previsão Numérica de Tempo e Clima

$$a_2 = 1 - a_1$$

$$\varepsilon_1 = (T_1 - T_t) \quad \varepsilon_2 = (T_2 - T_t) \quad \sigma_a^2 = \overline{(T_a - T_t)^2} = \overline{[a_1(T_1 - T_t) + (1-a_1)(T_2 - T_t)]^2}$$

$$\overline{\varepsilon_1^2} = \sigma_1^2 \quad \overline{\varepsilon_2^2} = \sigma_2^2$$



$$a_1 = \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \quad a_2 = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$$

ou

$$a_1 = \frac{1/\sigma_1^2}{1/\sigma_1^2 + 1/\sigma_2^2} \quad a_2 = \frac{1/\sigma_2^2}{1/\sigma_1^2 + 1/\sigma_2^2}$$

$$T_a = (a_1 T_1 + a_2 T_2)$$

Previsão Numérica de Tempo e Clima

Assumindo que $T_1 = T_b$ (background) e $T_2 = T_o$ (observação) $a_1 + a_2 = 1$ $a_1 = 1 - a_2$

$$T_a = a_1 T_b + a_2 T_o = T_b + a_2 (T_o - T_b)$$

$$T_a = T_b + \frac{\sigma_b^2}{\sigma_b^2 + \sigma_o^2} (T_o - T_b) = T_b + w(T_o - T_b)$$

Análise é uma previsão e observação otimamente combinadas

$$T_a = T_b + \frac{\sigma_b^2}{\sigma_b^2 + \sigma_o^2} (T_o - T_b) \rightarrow \frac{1}{\sigma_a^2} = \frac{1}{\sigma_b^2} + \frac{1}{\sigma_o^2}$$

Previsão Numérica de Tempo e Clima

$$T_a = T_b + \frac{\sigma_b^2}{\sigma_b^2 + \sigma_o^2} (T_o - T_b)$$

Extensão

$$T_b \rightarrow \mathbf{x}_b; \quad T_a \rightarrow \mathbf{x}_a; \quad y_o \rightarrow \mathbf{y}_o;$$

$$\sigma_b^2 \rightarrow \mathbf{B}; \quad \sigma_a^2 \rightarrow \mathbf{A}; \quad \sigma_o^2 \rightarrow \mathbf{R};$$

$$\mathbf{x}_b(t_{i+1}) = M[\mathbf{x}_a(t_i)]$$

Modelo de previsão

$$\mathbf{x}_a = \mathbf{x}_b + \mathbf{K} [\mathbf{y}_o - H(\mathbf{x}_b)]$$

$$T_a = T_b + \frac{\sigma_b^2}{\sigma_b^2 + \sigma_o^2} (T_o - T_b)$$

$$\mathbf{x}_a = \mathbf{x}_b + \mathbf{K} [\mathbf{y}_o - H(\mathbf{x}_b)]$$

Objetivo:

Derivar os algoritmos seqüenciais (IO/KF) e variacionais (3D-VAR, 4D-VAR)

Previsão Numérica de Tempo e Clima

Exemplo II

- Como estimar a temperatura de um objeto no espaço?
- Informação disponível: radiações

$$y = h(T) \sim \sigma T^4$$

Operador observação

$$T(t_{i+1}) = m[T(t_i)];$$

Modelo

$$T(t_{i+1}) = T(t_i) + \Delta t [\text{SW heating} + \text{LW cooling}]$$

Previsão Numérica de Tempo e Clima

$$y_o = h(T_t) + \varepsilon_0 \quad \text{radiância}$$

$$y_o - h(T_b) \quad \text{Incremento observacional}$$

$$T_a = T_b + w(y_o - h(T_b))$$

$$\boxed{T_a = T_b + \frac{\sigma_b^2}{\sigma_b^2 + \sigma_o^2} (T_o - T_b)}$$
$$\boxed{\mathbf{x}_a = \mathbf{x}_b + \mathbf{K} [\mathbf{y}_o - H(\mathbf{x}_b)]}$$

$$w = \frac{\sigma_b^2 H}{(\sigma_o^2 + H\sigma_b^2 H)}$$

peso

O que é H ?

$$T_1 = T_t + \varepsilon_1$$

$$T_2 = T_t + \varepsilon_2$$

Previsão Numérica de Tempo e Clima

Escrevendo o incremento em termos do erros

$$y_o = h(T_t) + \varepsilon_0$$

$$y_o - h(T_b) = h(T_t) + \varepsilon_0 - h(T_b) = \varepsilon_0 + h(T_t) - h(T_b) = \varepsilon_0 - H\varepsilon_b$$

$$y_o - h(T_b) = \varepsilon_0 - H\varepsilon_b$$

$H = \partial h / \partial T$ H inclui as unidades apropriadas e não linearidade

$$y = h(T) \sim \sigma T^4$$

Operador observação

$$T(t_{i+1}) = m[T(t_i)];$$

Modelo

$$T(t_{i+1}) = T(t_i) + \Delta t [\text{SW heating} + \text{LW cooling}]$$

Considerando IO/KF esquemas (minimizar o erro da analise):

$$T_a = T_b + w(y_o - h(T_b)) = T_b + w(\varepsilon_0 - H\varepsilon_b) \quad \text{Fazendo - } T_t$$

$$\varepsilon_a = \varepsilon_b + w(\varepsilon_0 - H\varepsilon_b)$$

$$\overline{\varepsilon_a^2} = \sigma_a^2$$

Previsão Numérica de Tempo e Clima

$$\sigma_a^2 = \sigma_b^2 + w^2(\sigma_o^2 + H\sigma_b^2H) - 2w\sigma_b^2H$$

$$\frac{\partial \sigma_a^2}{\partial w} = 0$$

$$w = \frac{\sigma_b^2 H}{(\sigma_o^2 + H\sigma_b^2H)}$$

$$\sigma_a^2 = (1 - wH)\sigma_b^2 \quad \text{Error da analise}$$

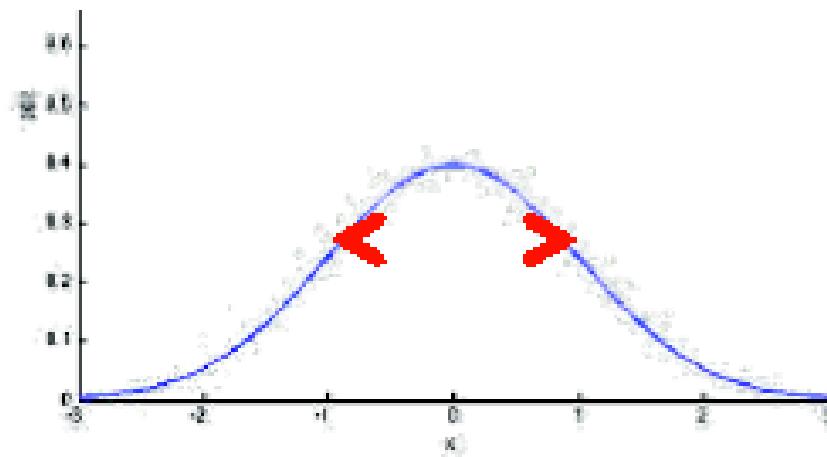
$$\frac{1}{\sigma_a^2} = \left(\frac{1}{\sigma_b^2} + \frac{H^2}{\sigma_o^2} \right) \quad \text{Precisão}$$

Previsão Numérica de Tempo e Clima

$$T_a = T_b + \frac{\sigma_b^2}{\sigma_b^2 + \sigma_o^2} (T_o - T_b)$$

Métodos VARIACIONAL

- 3D (espaço)
- 4D (3d + tempo)



Previsão Numérica de Tempo e Clima

Métodos VARIACIONAL

$$J_{var}(x) = J_b + J_o + J_c$$

where,

J_{var} ⇒ The cost function

J_b ⇒ Fit to background

J_o ⇒ Fit to observation

J_c ⇒ Constraint terms

Previsão Numérica de Tempo e Clima

2. 3D-Var: Em Assimilação de Dados 3D-Variational, A função custo (eq-2) is represented as:

$$J_{3dvar} = J_b + J_o + J_c$$

$$J_{3DVar}(x) = \frac{1}{2}(x - x_b)^T B^{-1} (x - x_b) + \frac{1}{2}(y_o - H(x))^T R^{-1} (y_o - H(x)) + J_c \quad (3)$$

$J_{3DVar}(x)$ ⇒ the cost function (J_{var})

$\frac{1}{2}(x - x_b)^T B^{-1} (x - x_b)$ ⇒ fit to background (J_b)

$\frac{1}{2}(y_o - H(x))^T R^{-1} (y_o - H(x))$ ⇒ fit to observation (J_o)

where,

x ⇒ analysis/control variable

x_b ⇒ background vector

B ⇒ background error covariance matrix

H ⇒ observation operator

R ⇒ observation error covariance matrix (instrument error + representative error)

y_o ⇒ observation vector

Previsão Numérica de Tempo e Clima

A matriz de covariância de erro de fundo 'B' atua como uma **ponderação para a correção feita nos campos de fundo (previsões de 6 horas do modelo)**.

Também ajuda a **espalhar informações espacialmente** e entre as variáveis de controle.

O método **NMC** é um dos métodos populares usados para o **cálculo da matriz 'B'**.

É um método estático que usa pares defasados de valores de previsão (ou seja, previsões de 24 e 48 horas válidas ao mesmo tempo), amostrados por um período significativamente longo (30 anos).

Este método assume a taxa de **crescimento do erro linear** e o mesmo viés do modelo.

O método do ensamble é um método dependente do fluxo dinâmico usado para atualizar a covariância do erro de fundo (**previsões de 6 horas do modelo**). que usa diferenças de ensamble de previsões.

Previsão Numérica de Tempo e Clima

Ele trabalha com a suposição de que os ensembles representam erros de fundo reais (previsões de 6 horas do modelo).

A matriz de covariância de erro de observação 'R' inclui o erro incorporado devido ao equipamento de medição de observação e os erros de representatividade.

Os erros representativos representam os erros do sistema de observação vistos do ponto de vista do modelo NWP (Huang et al. 2002).

Previsão Numérica de Tempo e Clima

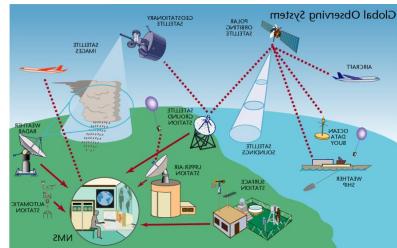
$$T_a = T_b + \frac{\sigma_b^2}{\sigma_b^2 + \sigma_o^2} (T_o - T_b)$$

Métodos VARIACIONAL

- 3D (espaço)
- 4D (3d + tempo)

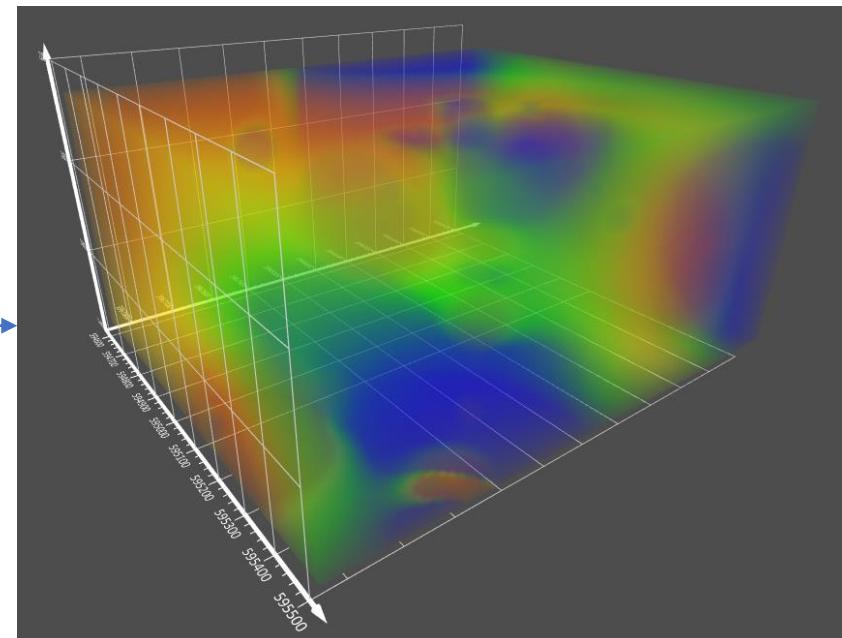


First Guess
Integração de 6 horas



Observações

analises



Previsão Numérica de Tempo e Clima

A função de custo na eq-3 atinge um valor mínimo para $x = x_a$, chamado de análise, tal que

$$\frac{\partial J}{\partial x} = \nabla_x J(x_a) = 0 \quad (4)$$

Assumindo que a análise está próxima da verdade, podemos escrever:

$$x = [x_b + (x - x_b)],$$

Então podemos linearizar o operador de observação:

$$(y_o - H(x)) = y_o - H(x_b + (x - x_b)) = (y_o - H(x_b)) - H(x - x_b) \quad (5)$$

Substituindo a eq-5 na eq-3, obtemos:

$$J_{3DVar}(x) = \frac{1}{2}(x - x_b)^T B^{-1} (x - x_b) + \frac{1}{2}(y_o - H(x))^T R^{-1} (y_o - H(x)) + J_c \quad (3)$$

$$\begin{aligned} 2J_{3DVar}(x) &= (x - x_b)^T B^{-1} (x - x_b) \\ &\quad + [(y_o - H(x_b)) - H(x - x_b)]^T R^{-1} [(y_o - H(x_b)) - H(x - x_b)] + J_c \end{aligned} \quad (6)$$

Previsão Numérica de Tempo e Clima

A função de custo na eq-3 atinge um valor mínimo para $x = x_a$, chamado de análise, tal que

$$\frac{\partial J}{\partial x} = \nabla_x J(x_a) = 0 \quad (4)$$

Assumindo que a análise está próxima da verdade, podemos escrever:

$$x = [x_b + (x - x_b)],$$

Então podemos linearizar o operador de observação:

$$(y_o - H(x)) = y_o - H(x_b + (x - x_b)) = (y_o - H(x_b)) - H(x - x_b) \quad (5)$$

Substituindo a eq-5 na eq-3, obtemos:

$$J_{3DVar}(x) = \frac{1}{2}(x - x_b)^T B^{-1} (x - x_b) + \frac{1}{2} (y_o - H(x))^T R^{-1} (y_o - H(x)) + J_c \quad (3)$$

$$\begin{aligned} 2J_{3DVar}(x) &= (x - x_b)^T B^{-1} (x - x_b) \\ &+ [(y_o - H(x_b)) - H(x - x_b)]^T R^{-1} [(y_o - H(x_b)) - H(x - x_b)] + J_c \end{aligned} \quad (6)$$

Previsão Numérica de Tempo e Clima

Expandindo os produtos e ignorando o termo de restrição (**constraint**), obtemos:

$$\begin{aligned} 2J_{3DVar}(x) = & \boxed{(x - x_b)^T B^{-1} (x - x_b) + (x - x_b)^T H^T R^{-1} H (x - x_b)} \\ & - (y_o - H(x_b))^T R^{-1} H (x - x_b) - (x - x_b)^T H^T R^{-1} (y_o - H(x_b)) \\ & + (y_o - H(x_b))^T R^{-1} (y_o - H(x_b)) + J_c \end{aligned} \quad (7)$$

A equação da função de custo agora é uma função quadrática dos incrementos de análise $x - x_b$. Para minimizar a função de custo, precisamos calcular o gradiente de J_{3dvar} .

Combinando os dois primeiros termos da eq-7, obtemos:

$$\begin{aligned} 2J_{3DVar}(x) = & (x - x_b)^T (B^{-1} + H^T R^{-1} H) (x - x_b) - (y_o - H(x_b))^T R^{-1} H (x - x_b) \\ & - (x - x_b)^T H^T R^{-1} (y_o - H(x_b)) + (\text{Term independent of } x) \end{aligned} \quad (8)$$

A partir da eq-8, obtemos o gradiente da função de custo J_{3dvar} em relação a x .

Previsão Numérica de Tempo e Clima

A partir da eq-8, obtemos o gradiente da função de custo J_{3dvar} em relação a x .

$$\nabla J_{3DVar}(x) = (B^{-1} + H^T R^{-1} H)(x - x_b) - H^T R^{-1} (y_o - H(x_b)) \quad (9)$$

Então

$$\nabla J_{3DVar}(x) = 0 \text{ for } x = x_a$$

So, for $x = x_a$, eq-9 can be written as:

$$(B^{-1} + H^T R^{-1} H)(x - x_b) - H^T R^{-1} (y_o - H(x_b)) = 0 \quad (10)$$

$$\Rightarrow (B^{-1} + H^T R^{-1} H)(x_a - x_b) = H^T R^{-1} (y_o - H(x_b))$$

$$\Rightarrow x_a = x_b + (B^{-1} + H^T R^{-1} H)^{-1} H^T R^{-1} (y_o - H(x_b))$$

Previsão Numérica de Tempo e Clima

Assim, a solução do problema de Análise Variacional 3D é:

$$T_a = T_b + \frac{\sigma_b^2}{\sigma_b^2 + \sigma_o^2} (T_o - T_b)$$

$$x_a = x_b + (B^{-1} + H^T R^{-1} H)^{-1} H^T R^{-1} (y_o - H(x_b))$$

(11)

A comparação de eq-11 com eq-1 fornece a matriz de peso para 3D-Var como:

$$W = (B^{-1} + H^T R^{-1} H)^{-1} H^T R^{-1} \quad (12)$$

A solução de x_a envolve, na prática, algoritmos de minimização para $J_{3Dvar}(x)$ usando métodos iterativos para minimização, como método de gradiente conjugado ou método quasi-Newton.

Previsão Numérica de Tempo e Clima

Resumo Aproximação variacional (minimiza função de custo)

$$T_a = T_b + w(y_o - h(T_b))$$

$$J(T_a) = \frac{(T_a - T_b)^2}{2\sigma_b^2} + \frac{(h(T_a) - y_o)^2}{2\sigma_o^2}$$

$$T_{truth}: \frac{1}{2\pi\sigma_b\sigma_o} \exp \left[-\frac{(T_{truth} - T_b)^2}{2\sigma_b^2} - \frac{(h(T_{truth}) - y_o)^2}{2\sigma_o^2} \right]$$

$$T_a \sim T_{truth}$$

Minimizando a função de custo J maximiza a verossimilhança da estimativa da verdade

Previsão Numérica de Tempo e Clima

$$\partial J / \partial(T_a - T_b) = 0$$

$$(T_a - T_b) \left(\frac{1}{\sigma_b^2} + \frac{H^2}{\sigma_o^2} \right) = (T_a - T_b) \frac{1}{\sigma_a^2} = H \frac{(y_o - h(T_b))}{\sigma_o^2}$$

$H = \partial h / \partial T$ H inclui as unidades apropriadas e não linearidade

$$w = (\sigma_b^{-2} + H\sigma_o^{-2}H)^{-1} H\sigma_o^{-2} = \sigma_a^2 H \sigma_o^{-2}$$

$$w_{OI} = \sigma_b^2 H (\sigma_o^2 + \sigma_b^2 H^2)^{-1}$$

$$y = h(T) \sim \sigma T^4$$

$$T(t_{i+1}) = m[T(t_i)];$$

$$T(t_{i+1}) = T(t_i) + \Delta t [\text{SW heating} + \text{LW cooling}]$$

Operador observação

Modelo

$$w = \frac{\sigma_b^2 H}{(\sigma_o^2 + H\sigma_b^2 H)}$$

Os resultados anteriores mostram a equivalência das aproximações entre ambas as soluções
acha a mesma solução ótima

Previsão Numérica de Tempo e Clima

3. 4D-Var: Em 4D-Variational Data Assimilation, a função de custo (eq 2) é representada como:

$$J_{var}(x) = J_b + J_o + J_c \quad (2)$$

where,

J_{var} ⇒ The cost function

J_b ⇒ Fit to background

J_o ⇒ Fit to observation

J_c ⇒ Constraint terms

$$\begin{aligned} J_{4DVar}(x_0) &= \frac{1}{2} (x_0 - x_b)^T B^{-1} (x_0 - x_b) \\ &\quad + \frac{1}{2} \sum_{i=0}^N \left(y_i - H(M_i(x_0)) \right)^T R_i^{-1} \left(y_i - H(M_i(x_0)) \right) + J_c \end{aligned} \quad (13)$$

Previsão Numérica de Tempo e Clima

3. 4D-Var: Em 4D-Variational Data Assimilation, a função de custo (eq 2) é representada como:

$$\begin{aligned} J_{4DVar}(x_0) = & \frac{1}{2} (x_0 - x_b)^T B^{-1} (x_0 - x_b) \\ & + \frac{1}{2} \sum_{i=0}^N \left(y_i - H(M_i(x_0)) \right)^T R_i^{-1} \left(y_i - H(M_i(x_0)) \right) + J_c \end{aligned} \quad (13)$$

onde

subscript '0' \Rightarrow at time t_0

subscript 'i' \Rightarrow at time t_i

$N \Rightarrow$ Number of Observational Vectors y_i distributed over time.

Previsão Numérica de Tempo e Clima

3. 4D-Var: Em 4D-Variational Data Assimilation, a função de custo (eq 2) é representada como:

- No 3D-Var, as observações para assimilação são consideradas dentro de uma única janela de tempo centrada no tempo de análise.
- Para cada local de observação, o sistema de assimilação selecionará a observação mais próxima no tempo relativo ao tempo de análise.
- Outras observações do site, se presentes, são rejeitadas.
- Considerando que em 4D-Var, as observações são agrupadas em intervalos de tempo i . O M_i é o operador do modelo NWP que converte o vetor de estado x_0 em seus valores de previsão no tempo 'i'.
- Isso permite o uso de observações do mesmo local obtidas em momentos diferentes.
- Além disso, minimiza o deslocamento no tempo entre o tempo das observações e o tempo válido para os campos de previsão com os quais as observações são comparadas (Huang et al. 2002).

Previsão Numérica de Tempo e Clima

O fluxo atmosférico é regido por diversas leis dinâmicas e físicas. O modelo NWP pode ser escrito simbolicamente como:

$$J_{4DVar}(x_0) = \frac{1}{2}(x_0 - x_b)^T B^{-1} (x_0 - x_b) + \frac{1}{2} \sum_{i=0}^N (y_i - H(M_i(x_0)))^T R_i^{-1} (y_i - H(M_i(x_0))) + J_c \quad (13)$$

$$x_{i+1} = M_{i+1,i}(x_i) \quad (14)$$

em que $M_{i+1,i}(x_i)$ é o modelo NWP não linear a partir do tempo t_i para t_{i+1} . Uma perturbação do estado atmosférico é desenvolvida **pelo modelo linear tangente**:

$$\delta x_{i+1} = M_{i+1,i}(x_i)\delta x_i \quad (15)$$

Substituindo a eq-14 na eq-13, o gradiente de J_{4DVar} em relação a x_0 torna-se:

$$\nabla_{x_0} J_{4DVar}(x_0) = B^{-1} (x_0 - x_b) + \sum_{i=0}^N \mathbf{M}_{i,0}^T \mathbf{H}_i^T R_i^{-1} (y_i - H(x_i)) = 0 \quad (16)$$

Previsão Numérica de Tempo e Clima

$$\nabla_{x_0} J_{4DVar}(x_0) = B^{-1} (x_0 - x_b) + \sum_{i=0}^N \mathbf{M}_{i,0}^T \mathbf{H}_i^T R_i^{-1} (y_i - H(\mathbf{x}_i)) = 0 \quad (16)$$

Onde:

\mathbf{H}_i => o operador tangente linear do operador observação H_i (\mathbf{H}_i^T é o operador adjunto correspondente e é simplesmente a transposta conjugada complexa da tangente linear por definição)

$$\mathbf{H}_{i,0}^T = \mathbf{H}_{1,0}^T \mathbf{H}_{2,1}^T \mathbf{H}_{3,2}^T \dots \dots \dots \mathbf{H}_{i,i-1}^T$$

o modelo adjunto e é uma integração reversa do tempo t_i para t_0

Previsão Numérica de Tempo e Clima

Também na assimilação de dados 4D-variacional, o gradiente da função de custo (eq-16) é resolvido iterativamente.

Na primeira etapa da iteração, movendo-se para frente no tempo, a primeira trajetória de suposição e as divergências ou inovações de observação $y_i - H(x_i)$ são computadas integrando o modelo não linear no eq-14.

Usando a trajetória do primeiro palpite, o modelo adjunto é integrado para trás no tempo e, a força de observação $\mathbf{H}_i^T \mathbf{R}_i^{-1} (y_i - H(x_i))$ é adicionado à variável adjunta calculada na etapa anterior..

O valor final integrado da variável adjunta mais o gradiente do termo de fundo $B^{-1}(x_0 - x_b)$ é o gradiente ∇J_{4Dvar} da função de custo em relação à variável de controle x_0 para a presente etapa de iteração .

A primeira estimativa é atualizada com o gradiente calculado da função de custo. Essas etapas são iteradas começando com o primeiro valor estimado atualizado até que os critérios de convergência sejam atendidos.

Sumario

- Os diferentes métodos de AD são baseados nesta equação, diferem na forma como combinam as observações e o background para gerar as analises
- São equivalentes OI, 3DVAR, KF
- Sequencial Continuo Método SCM usa pesos definidos empiricamente
- No OI a matriz de pesos é definida minimizando os erros da analise em cada ponto de grade

Previsão Numerica de Tempo e Clima

Em uma análise objetiva,

O que se deseja?

Previsão Numerica de Tempo e Clima

Em uma análise objetiva, é desejável:

Quando o máximo de informações das fontes de dados, incluindo as observações, registros climatológicos, correlação espacial entre as variáveis meteorológicas, etc., são extraídas estatisticamente, a abordagem é chamada de interpolação ótima.

$x_a \Rightarrow$ analise

$$x_a = x_b + K(y - H(x_b))$$

$x_b \Rightarrow$ first guess (primeira previsão)

$$K = BH^T(HBH^T + R)^{-1}$$

$(y) \Rightarrow$ Observações

$$K = \frac{BH^T}{(HBH^T + R)}$$

$(y - H(x_b)) \Rightarrow$ Incremento ou Inovações

$$H = (I - K)B$$

$(H(x_b)) \Rightarrow$ First Guess das Observações

$$T_a = T_b + w(y_o - h(T_b)) = T_b + w(\varepsilon_0 - H\varepsilon_b)$$

$$\varepsilon_a = \varepsilon_b + w(\varepsilon_0 - H\varepsilon_b)$$

$$w = \frac{\sigma_b^2 H}{(\sigma_o^2 + H\sigma_b^2 H)}$$

K ⇒ PESO: DEPENDE DO ERRO DA COVARIÂNCIAS DO BACKGROUND E OBSERVAÇÕES

Previsão Numerica de Tempo e Clima

Em uma análise objetiva, é desejável:

Isso geralmente requer conhecimento da estrutura estatística B dos campos das variáveis.

$$K = BH^T(HBH^T + R)^{-1}$$

$$H = (I - K)B$$

$$K = \frac{BH^T}{(HBH^T + R)}$$

$$w = \frac{\sigma_b^2 H}{(\sigma_o^2 + H\sigma_b^2 H)}$$

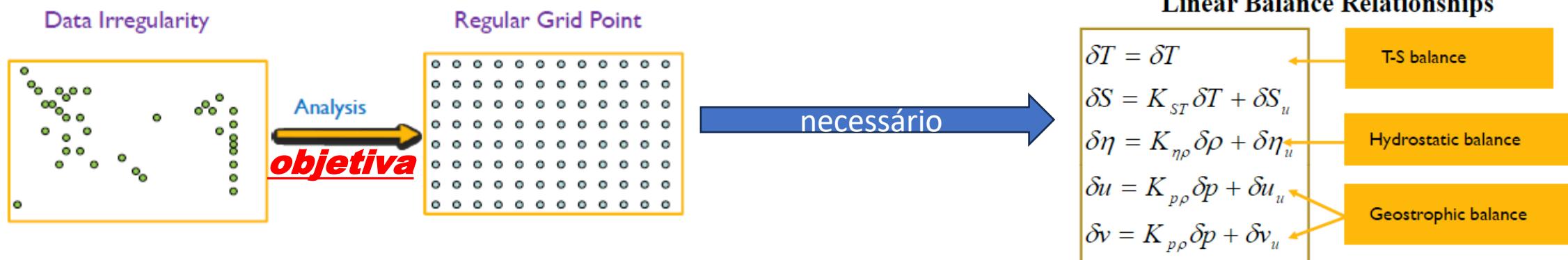
$H = \partial h / \partial T$ H inclui as unidades apropriadas e não linearidade

As variáveis podem ser analisadas separadamente ou simultaneamente, o que é referido como análise univariada ou análise multivariada, respectivamente.

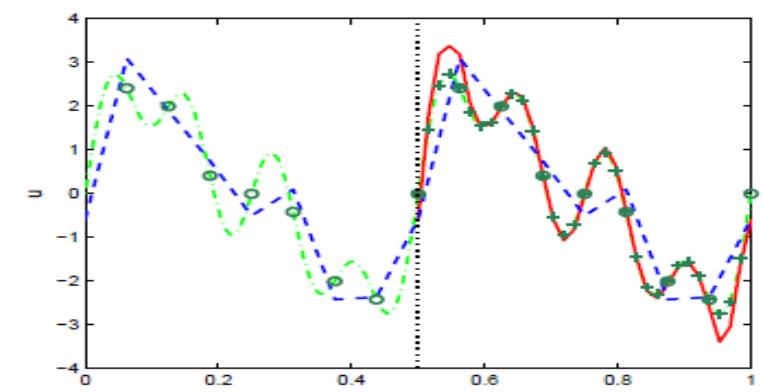
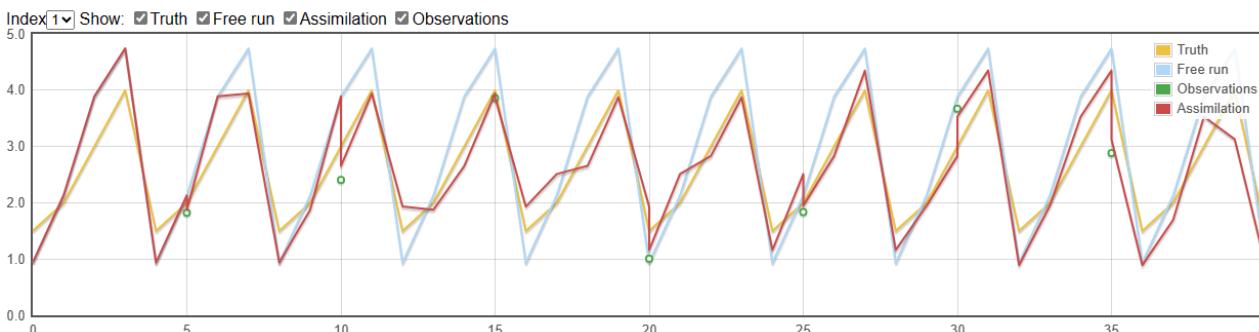
Previsão Numerica de Tempo e Clima

Em uma análise objetiva, é desejável:

O procedimento de **análise objetiva** geralmente não fornece campos de massa e movimento consistentes com a dinâmica do modelo para iniciar uma previsão.



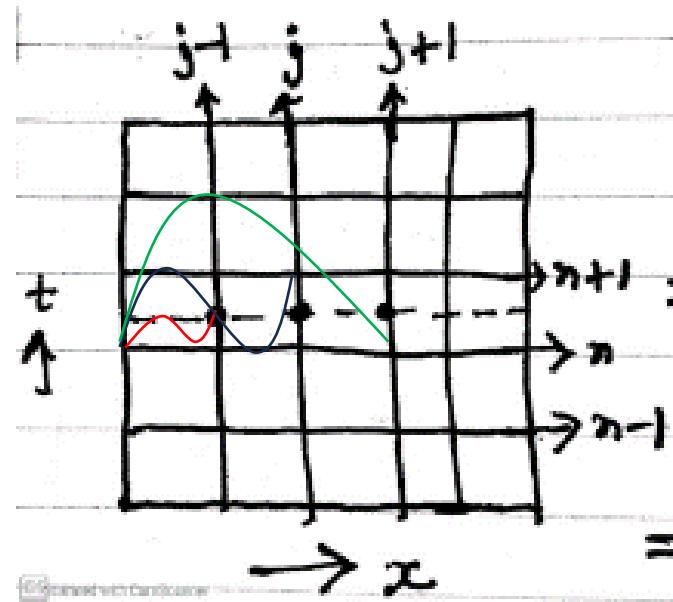
Assim, o uso desses **dados analisados objetivamente** para inicializar um modelo NWP **pode gerar grandes modos de ondas de gravidade inercial espúrias**.



Previsão Numerica de Tempo e Clima

Em uma análise objetiva, é desejável:

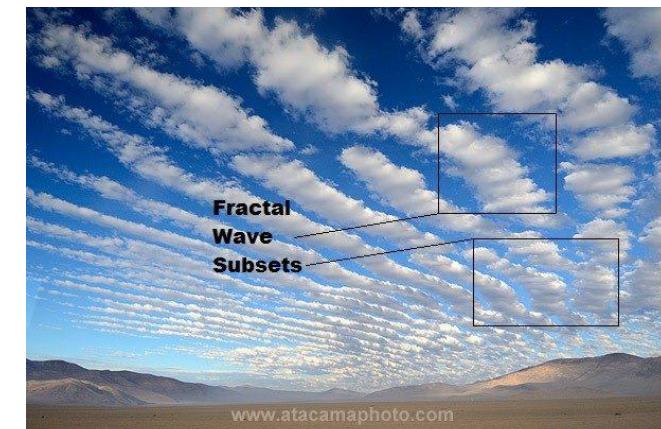
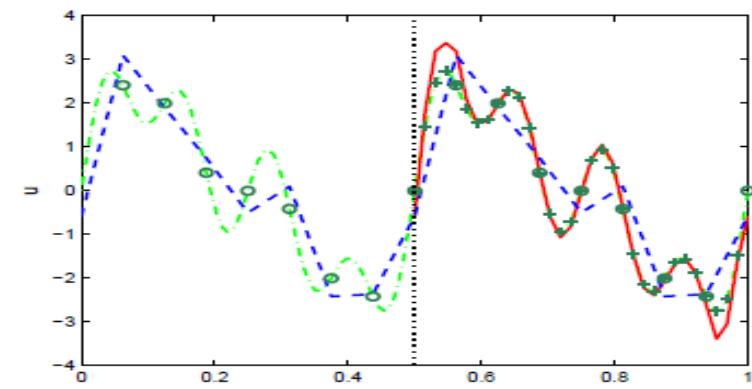
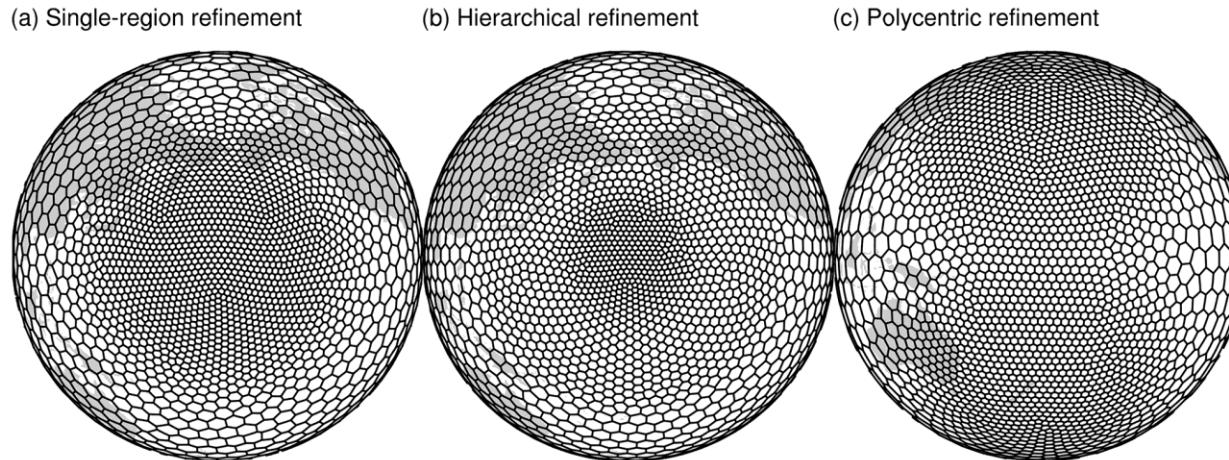
Teoricamente, esses modos de onda de gravidade inercial serão dispersos, dissipados ou propagados para fora do domínio devido à redistribuição dos campos de massa e vento



Previsão Numerica de Tempo e Clima

Em uma análise objetiva, é desejável:

No entanto, esses **modos ou ruído, como frequentemente referidos pelos modeladores NWP, não podem ser dissipados localmente devido à resolução relativamente baixa nos modelos NWP.**



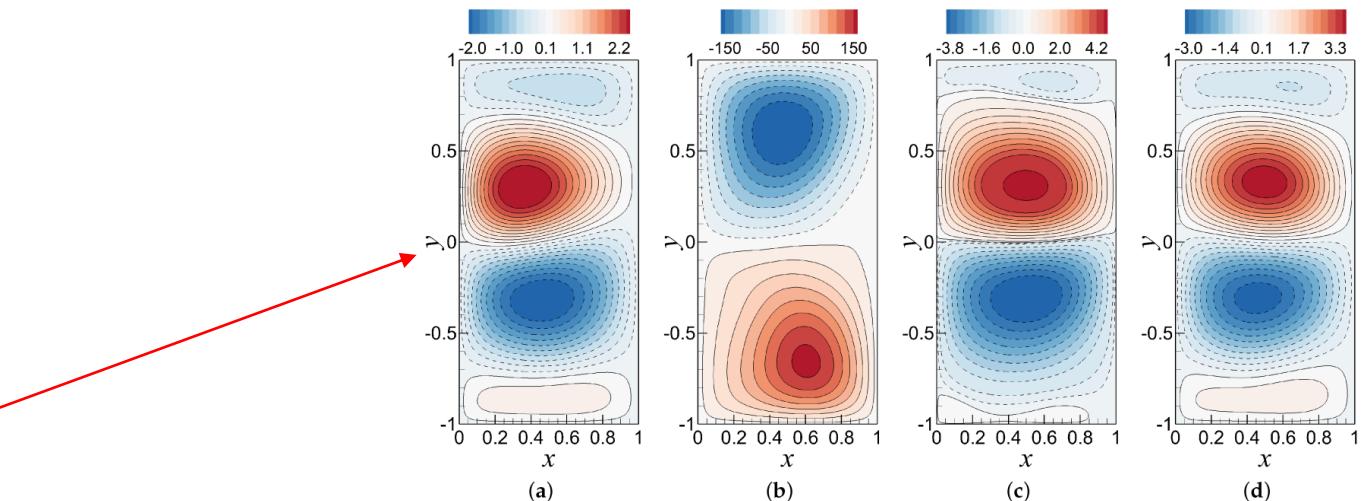
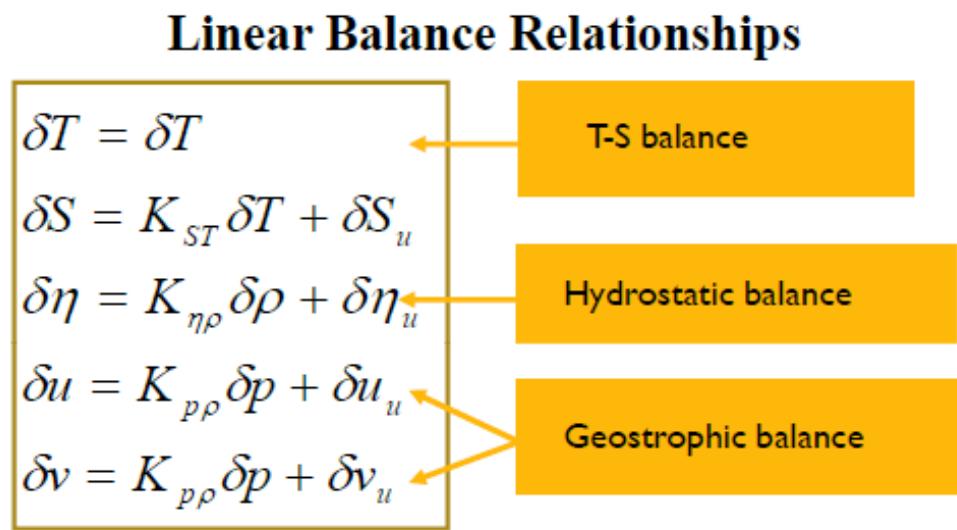
Previsão Numerica de Tempo e Clima

Assim, o uso desses **dados analisados objetivamente** para inicializar um modelo NWP
pode gerar grandes modos de ondas de gravidade inercial espúrias.

(i) Inicialização

Previsão Numerica de Tempo e Clima

Portanto, um **procedimento adicional, chamado de inicialização**, é necessário para **forçar os dados** após a análise objetiva a serem **dinamicamente consistentes com a dinâmica do modelo**



e permitir que o modelo integre no tempo com um mínimo de ruído e máxima precisão das previsões

Previsão Numerica de Tempo e Clima

Historicamente, várias técnicas de inicialização foram desenvolvidas e usadas em modelos de mesoescala e NWP, como:

(a)método de amortecimento (damping),

(b)inicialização estática,

(c)método variacional,

(d)inicialização em modo normal,

(e)inicialização dinâmica.

Previsão Numerica de Tempo e Clima

(i) Inicialização
método de amortecimento
(damping)

Previsão Numerica de Tempo e Clima

(a) método de amortecimento (damping)

Uma maneira simples e direta de **reduzir o modo de onda de gravidade** é **amortecer ou filtrar o "ruído"** da onda de gravidade inercial adicionando um termo de amortecimento de divergência à equação do momento horizontal (Talagrand 1972).

$$\frac{\partial(\bar{u}_i)}{\partial t} + (\bar{u}_j) \frac{\partial(\bar{u}_i)}{\partial x_j} = -g \frac{\bar{\rho}}{\rho_0} \delta_{i3} - 2\Omega \varepsilon_{ijk} \eta_j (\bar{u}_k) - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial(\bar{P})}{\partial x_i} - \frac{\partial(\bar{u}_j' \bar{u}_i')}{\partial x_j} + \nu \frac{\partial^2(\bar{u}_i)}{\partial x_j^2}$$

Desta forma, a **taxa de variação local** $\frac{\partial D}{\partial t}$ e **horizontal** $(\bar{u}_j) \frac{\partial(\nabla \cdot \bar{u}_i)}{\partial x_j}$ da **divergência** será difundida de acordo

$$\nabla \cdot \left[\frac{\partial(\bar{u}_i)}{\partial t} + (\bar{u}_j) \frac{\partial(\bar{u}_i)}{\partial x_j} \right] = -2\Omega \varepsilon_{ijk} \eta_j (\bar{u}_k) - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial(\bar{P})}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2(\bar{u}_i)}{\partial x_j^2}$$

$$D = \nabla \cdot (\bar{u}_i)$$

$$\frac{\partial \nabla \cdot (\bar{u}_i)}{\partial t} + (\bar{u}_j) \frac{\partial(\nabla \cdot \bar{u}_i)}{\partial x_j} + (\nabla \cdot \bar{u}_j) \frac{\partial(\bar{u}_i)}{\partial x_j} = -2\Omega \varepsilon_{ijk} \eta_j \nabla \cdot (\bar{u}_k) - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial(\nabla \cdot \bar{P})}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2(\nabla \cdot \bar{u}_i)}{\partial x_j^2}$$

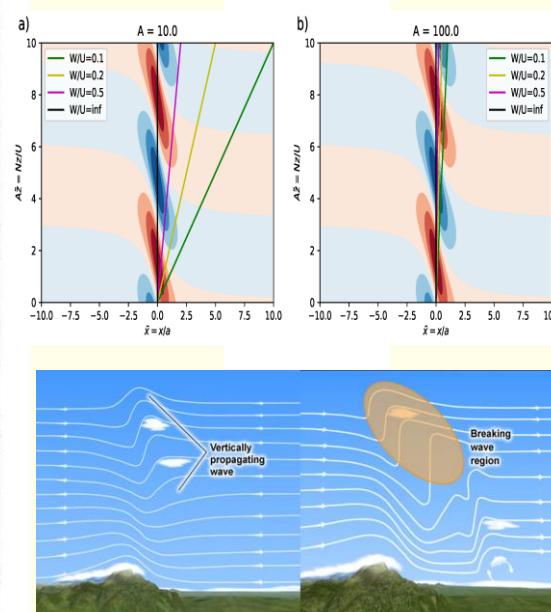
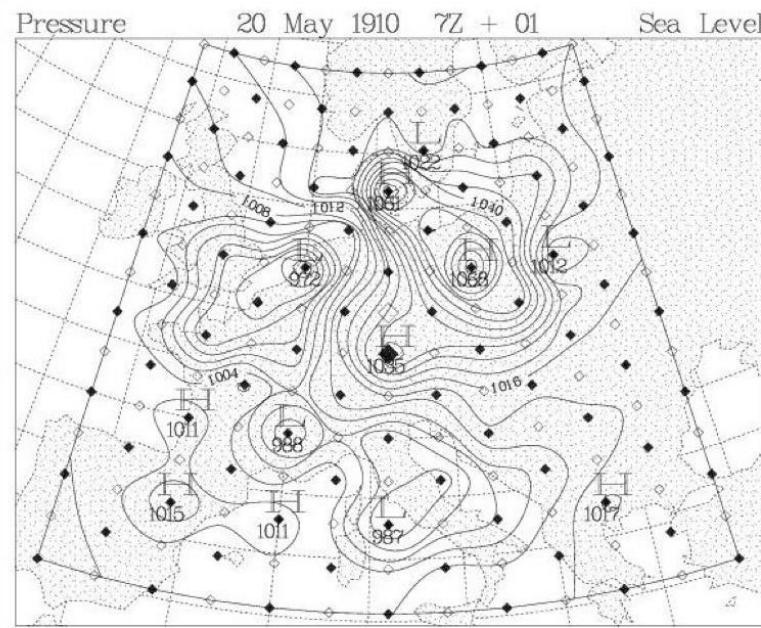
$$\frac{\partial D}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \nabla^2 P + \nu \nabla^2 D + \dots$$

Essa abordagem na inicialização dos dados é chamada de **método de amortecimento (damping)**.

Previsão Numérica de Tempo e Clima

(a) *método de amortecimento (damping)*

Forecast without Filtering

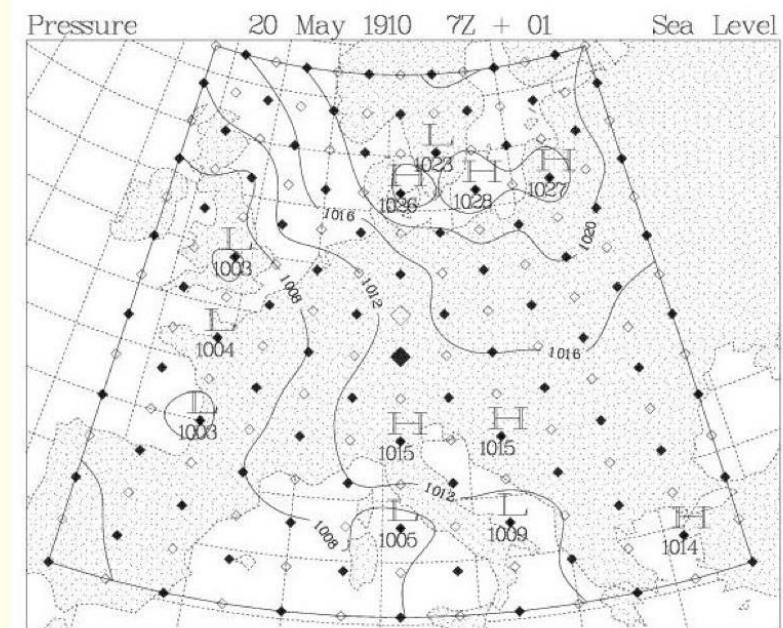


Short-range forecast of sea-level pressure, from *uninitialized data*. The contour interval is 4 hPa. Single forward time step of size $\Delta t = 3600$ s.

-O próprio Richardson percebeu que as **ondas gravitacionais** eram o problema.

-Modelo barotrópico usado (sem ondas de gravidade, **sem problemas com condições iniciais desequilibradas**)

Forecast with Filtering



Short-range forecast of sea-level pressure, from *filtered data*. The contour interval is 4 hPa. Single forward time step of size $\Delta t = 3600$ s.

Previsão Numérica de Tempo e Clima

(a) método de amortecimento (damping)

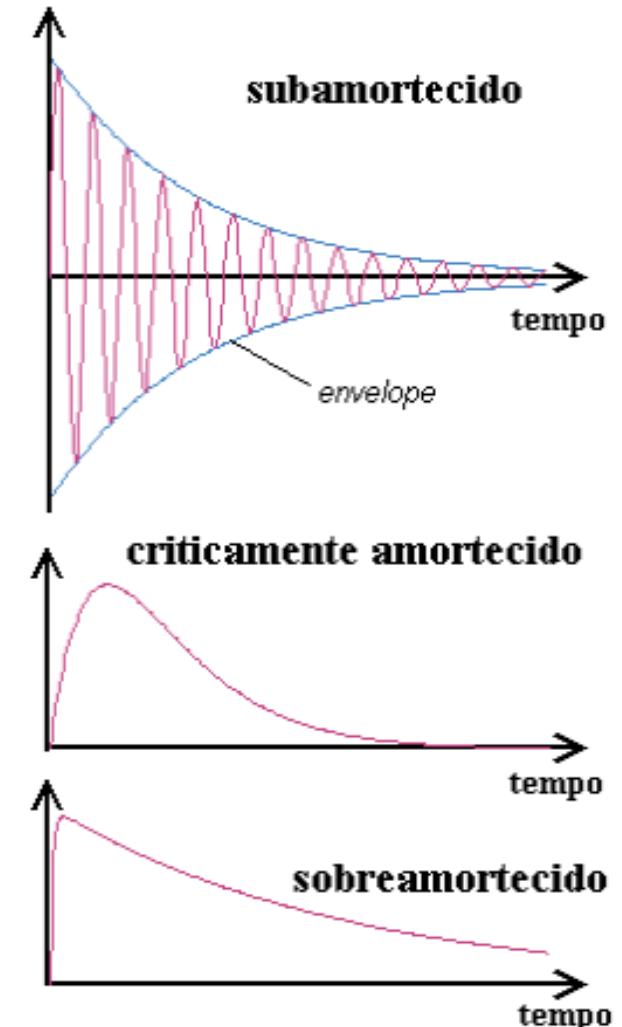
$$\frac{\partial(\bar{u}_i)}{\partial t} + (\bar{u}_j) \frac{\partial(\bar{u}_i)}{\partial x_j} = -g \frac{\bar{\rho}}{\rho_0} \delta_{i3} - 2\Omega \varepsilon_{ijk} \eta_j (\bar{u}_k) - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial(\bar{P})}{\partial x_i} - \frac{\partial(\bar{u}_j' \bar{u}_i')}{\partial x_j} + \nu \frac{\partial^2(\bar{u}_i)}{\partial x_j^2}$$

Quando se utiliza a equação da tendência da divergência aparece os termos de amortecimento

$$\frac{\partial \nabla \cdot (\bar{u}_i)}{\partial t} + (\bar{u}_j) \frac{\partial(\nabla \cdot \bar{u}_i)}{\partial x_j} + (\nabla \cdot \bar{u}_j) \frac{\partial(\bar{u}_i)}{\partial x_j} = -2\Omega \varepsilon_{ijk} \eta_j \nabla \cdot (\bar{u}_k) - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial(\nabla \cdot \bar{P})}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2(\nabla \cdot \bar{u}_i)}{\partial x_j^2}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = v_c \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

12.3.31



Previsão Numerica de Tempo e Clima

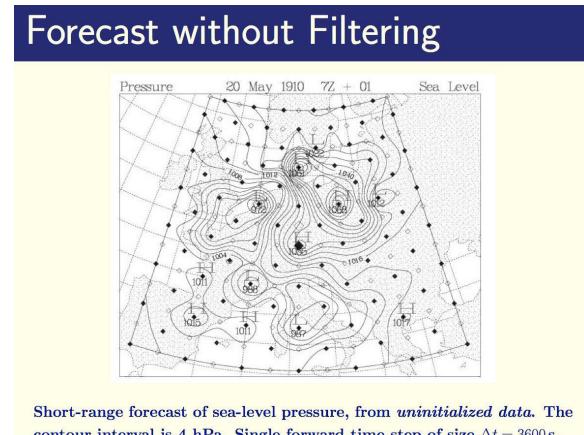
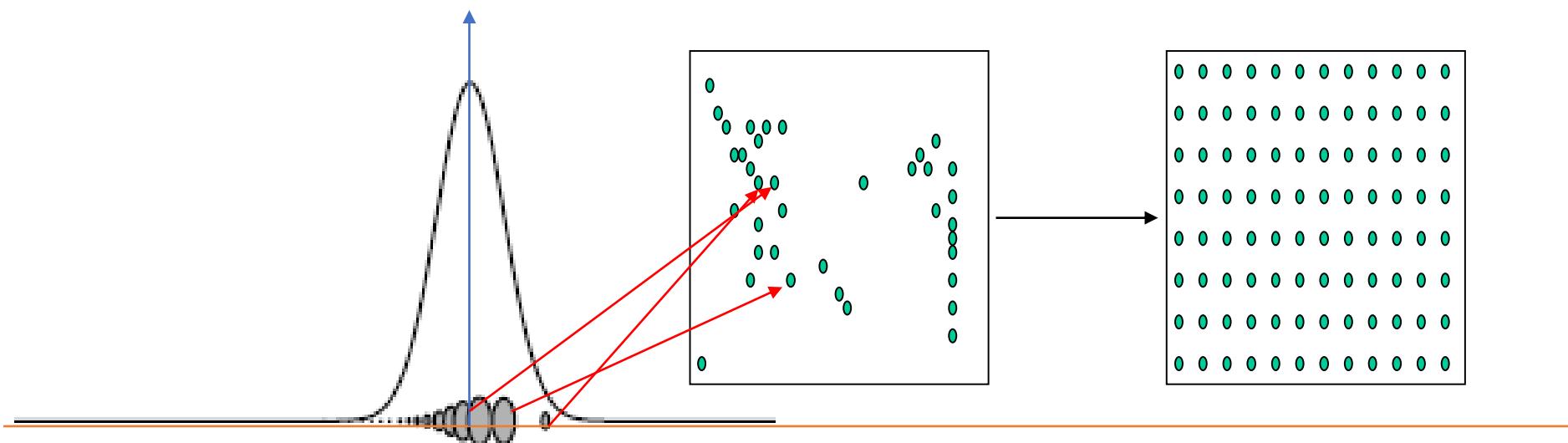
(i) Inicialização

método da Inicialização estática

Previsão Numerica de Tempo e Clima

(a) Inicialização estática

Outra maneira de ajustar os dados em um único instante de tempo, geralmente para estar em conformidade com algumas restrições dinâmicas, a fim de reduzir ou eliminar a geração de "ruído" da onda de gravidade inercial, é a inicialização estática.

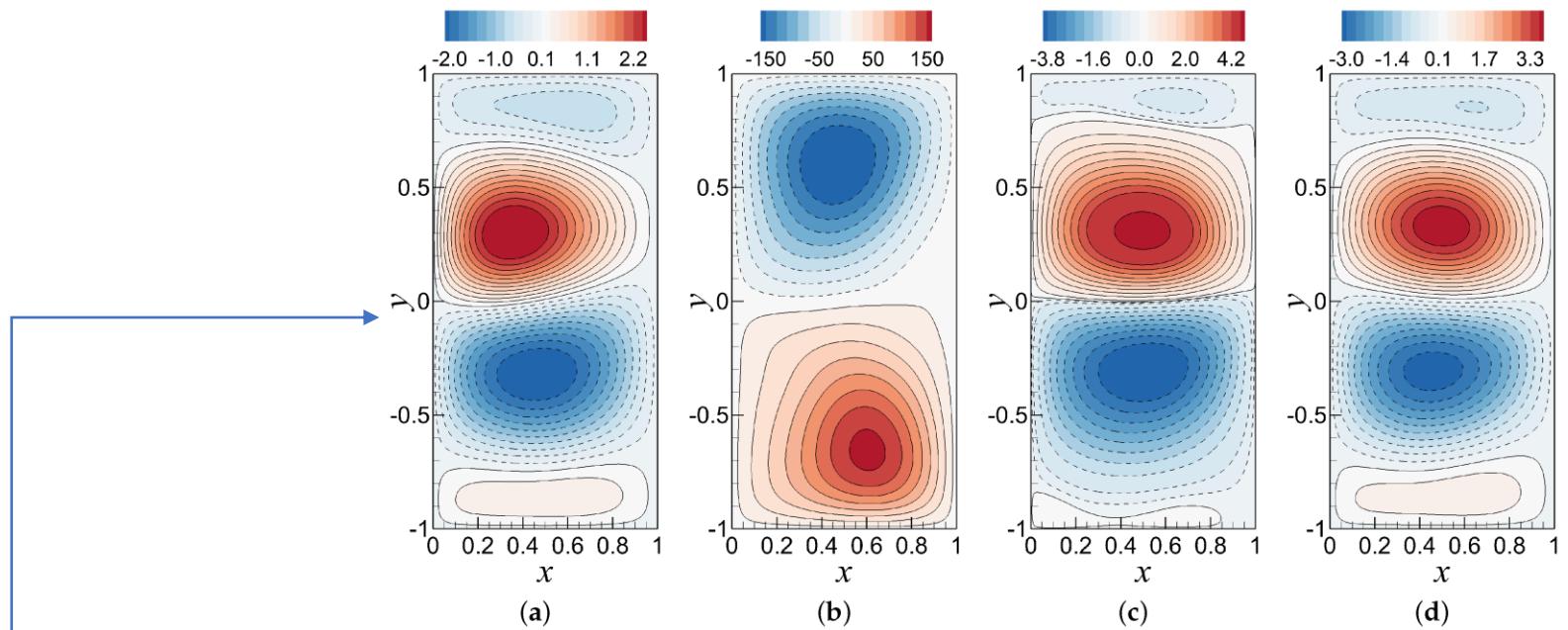


Previsão Numerica de Tempo e Clima

(a) Inicialização estática

Por exemplo, em um modelo isobárico, pode-se

- a. estimar o campo geopotencial (ϕ a partir dos dados pressão-altura e das relações geostróficas do vento,



$$V_\psi = k \times \nabla \psi$$

13.3.2

Previsão Numérica de Tempo e Clima

(a) Inicialização estática

Por exemplo, em um modelo isobárico, pode-se

- a. calcule a função de corrente (ψ) a partir dos campos ($\phi = gh_g$) analisados nas superfícies isobáricas,

Com a função de corrente geostrofica

$$\psi = gh_g/f_0$$

$$u_g = -\frac{\partial \psi}{\partial y}$$

$$v_g = \frac{\partial \psi}{\partial x}$$

$$\zeta_g = \nabla^2 \psi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2}$$

Previsão Numerica de Tempo e Clima

(a) Inicialização estática

a. calcule o **componente rotacional do vento** a partir da seguinte relação,

$$V_\psi = k \times \nabla \psi \quad 13.3.2$$

Eq. (13.3.2) pode ser escrita como uma função elíptica de ϕ , que pode se tornar hiperbólica em algumas áreas.

Com a função de corrente geostrofica

$$\psi = gh_g/f_0$$

$$u_g = -\frac{\partial \psi}{\partial y}$$

$$\zeta_g = \nabla^2 \psi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2}$$

$$\phi = gh_g$$

$$v_g = \frac{\partial \psi}{\partial x}$$

$$\psi = \phi/f_0$$

Previsão Numérica de Tempo e Clima

(a) Inicialização estática

$$V_\psi = k \times \nabla \psi$$

13.3.2

A fim de garantir a elipticidade nessas áreas para que o método numérico para as equações elípticas seja aplicado, os campos geopotenciais devem ser alterados (Haltiner e Williams 1980).

Além dessa dificuldade, os modos gravitacionais ainda existirão mesmo usando a equação de balanço geostrofico para determinar um vento rotacional para inicialização.

Previsão Numerica de Tempo e Clima

(i) Inicialização
método variacional

Previsão Numerica de Tempo e Clima

(a) método variacional

Outra abordagem para inicializar os dados é adotar o método variacional, no qual uma ou mais relações de conservação são aplicadas para minimizar a variância da diferença entre as observações e os campos analisados objetivamente.

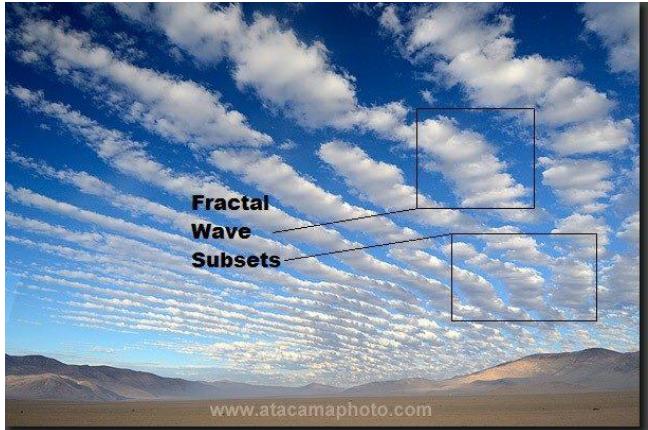
$$\nabla J_{3DVar}(x) = (B^{-1} + H^T R^{-1} H)(x - x_b) - H^T R^{-1} (y_o - H(x_b)) \quad (9)$$

$$J_{4DVar}(x_0) = \frac{1}{2}(x_0 - x_b)^T B^{-1} (x_0 - x_b) \\ + \frac{1}{2} \sum_{i=0}^N (y_i - H(M_i(x_0)))^T R_i^{-1} (y_i - H(M_i(x_0))) + J_c \quad (13)$$

Por exemplo, a diferença pode ser minimizada através de mínimos quadrados sujeita a uma ou mais restrições dinâmicas, como a equação de equilíbrio geotrófico, relação hidrostática e equação de momento estacionário.

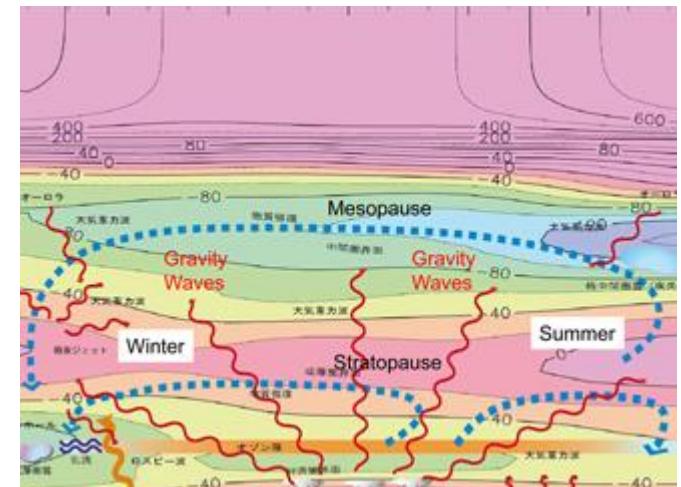
A inicialização estática baseia-se na distinção entre modos de onda de gravidade com divergência relativamente alta e outros modos meteorológicos do tipo quase-geoestrófico com divergência pequena e vorticidade relativamente alta.

(i) Inicialização método de Inicialização do modo normal



www.atacamaphoto.com

Teruya, A.S.W.; Raphaldini, B.; Mayta, V.C.; Raupp, C.F.M.; da Silva Dias, P.L. Wavenumber-Frequency Spectra of Normal Mode Function Decomposed Atmospheric Data: Departures from the Dry Linear Theory. *Atmosphere* **2023**, *14*, 622. <https://doi.org/10.3390/atmos14040622>



Previsão Numérica de Tempo e Clima

Inicialização do modo normal

O Modelo de Água-Rasa e o Ajuste ao Balanço Geostrófico

DERIVAÇÃO A PARTIR DO MODELO DE EQUAÇÕES PRIMITIVAS

Para o caso adiabático ($J=0$) temos o sistema:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - fv = -\frac{\partial \phi}{\partial x}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + fu = -\frac{\partial \phi}{\partial y}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial}{\partial P} \left(\frac{1}{\sigma} \frac{\partial \phi}{\partial P} \right) - \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0$$

Previsão Numérica de Tempo e Clima

Inicialização do modo normal

O Modelo de Água-Rasa e o Ajuste ao Balanço Geostrófico

Utilizamos o método de separação de variáveis com o objetivo de separar a estrutura horizontal e vertical

$$u = \hat{u}(x, y, t)G(p) \quad v = \hat{v}(x, y, t)G(p) \quad \phi = \hat{\phi}(x, y, t)G(p)$$

Substituindo nas equações do movimento e da termodinâmica, obtemos:

$$\left(\frac{\partial \hat{u}}{\partial t} - f\hat{v} + \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial x} \right) G = 0$$

$$\left(\frac{\partial \hat{v}}{\partial t} + f\hat{u} + \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial y} \right) G = 0$$

$$\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial t} \frac{\partial}{\partial P} \left(\frac{1}{\sigma} \frac{\partial G}{\partial P} \right) - \left(\frac{\partial \hat{u}}{\partial x} + \frac{\partial \hat{v}}{\partial y} \right) G = 0$$

Previsão Numérica de Tempo e Clima

Inicialização do modo normal

O Modelo de Água-Rasa e o Ajuste ao Balanço Geostrófico

$$\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial t} \frac{\partial}{\partial P} \left(\frac{1}{\sigma} \frac{\partial G}{\partial P} \right) - \left(\frac{\partial \hat{u}}{\partial x} + \frac{\partial \hat{v}}{\partial y} \right) G = 0$$

$$\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial t} \frac{\partial}{\partial P} \left(\frac{1}{\sigma} \frac{\partial G}{\partial P} \right) = \left(\frac{\partial \hat{u}}{\partial x} + \frac{\partial \hat{v}}{\partial y} \right) G = -c^2$$

$$\frac{\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial t}}{\left(\frac{\partial \hat{u}}{\partial x} + \frac{\partial \hat{v}}{\partial y} \right)} = \frac{G}{\frac{\partial}{\partial P} \left(\frac{1}{\sigma} \frac{\partial G}{\partial P} \right)} = -c^2$$

Estrutura Horizontal: equações de água-rasa

$$\frac{\partial \hat{u}}{\partial t} - f \hat{v} + \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial x} = 0 \quad \frac{\partial \hat{v}}{\partial t} + f \hat{u} + \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial t} + c^2 \left(\frac{\partial \hat{u}}{\partial x} + \frac{\partial \hat{v}}{\partial y} \right) = 0$$

Previsão Numérica de Tempo e Clima

Inicialização do modo normal

O Modelo de Água-Rasa e o Ajuste ao Balanço Geostrófico

Estrutura vertical

$$\frac{\partial}{\partial P} \left(\frac{1}{\sigma} \frac{\partial G}{\partial P} \right) + \frac{G}{c^2} = 0$$

Condições de Fronteira

Problema de Sturm-Liouville

$$\frac{\partial G(0)}{\partial P} = 0 \quad \frac{\partial G(P_0)}{\partial P} = 0$$

Previsão Numérica de Tempo e Clima

Inicialização do modo normal

O Modelo de Água-Rasa e o Ajuste ao Balanço Geostrófico

$$\sin(\theta) = \frac{e^{-i\theta} - e^{i\theta}}{2i}$$

Estrutura vertical

Problema de Sturm-Liouville

Hipótese: σ cte com a pressão

$$\frac{1}{\sigma} \frac{\partial^2}{\partial^2 P} (G) + \frac{G}{c^2} = 0 \Rightarrow \frac{\partial^2}{\partial^2 P} (G) + \frac{\sigma}{c^2} G = 0$$

$$G(P) = a_1 e^{\lambda P i} + a_2 e^{\lambda P i}$$

$$\lambda^2 + \frac{\sigma}{c^2} = 0$$

$$\lambda = \pm \frac{\sqrt{\sigma}}{c} i$$

$$G(P) = a_1 e^{\frac{\sqrt{\sigma}}{c} P i} + a_2 e^{-\frac{\sqrt{\sigma}}{c} P i}$$

$$G(P=0) = 0 = a_1 e^{\frac{\sqrt{\sigma}}{c} P i} + a_2 e^{-\frac{\sqrt{\sigma}}{c} P i}$$

$$a_1 = a_2$$

$$G(P) = a_1 e^{\frac{\sqrt{\sigma}}{c} P i} - a_1 e^{-\frac{\sqrt{\sigma}}{c} P i}$$

$$G(P=P_0) = 0 = a_1 e^{\frac{\sqrt{\sigma}}{c} P_0 i} + a_1 e^{-\frac{\sqrt{\sigma}}{c} P_0 i}$$

$$G(P=P_0) = 2ia_1 \left(\frac{e^{\frac{\sqrt{\sigma}}{c} P_0 i} - e^{-\frac{\sqrt{\sigma}}{c} P_0 i}}{2i} \right)$$

$$\sin\left(\frac{\sqrt{\sigma}}{c} P_0\right) = \frac{e^{\frac{\sqrt{\sigma}}{c} P_0 i} - e^{-\frac{\sqrt{\sigma}}{c} P_0 i}}{2i}$$

$$G(P=P_0) = 2ia_1 \sin\left(\frac{\sqrt{\sigma}}{c} P_0\right) = 0$$

Previsão Numérica de Tempo e Clima

Inicialização do modo normal

O Modelo de Água-Rasa e o Ajuste ao Balanço Geostrófico

Estrutura vertical Problema de Sturm-Liouville

Hipótese: σ cte com a pressão

$$G(P) = 2ia_1 \sin\left(\frac{\sqrt{\sigma}}{c}P\right)$$

$$G(P)G^*(P) = \left[2ia_1 \sin\left(\frac{\sqrt{\sigma}}{c}P\right)\right] \left[-2ia_1 \sin\left(\frac{\sqrt{\sigma}}{c}P\right)\right]$$

$$G(P)G^*(P) = \left[4a_1^2 \sin^2\left(\frac{\sqrt{\sigma}}{c}P\right)\right]$$

$$G(P)G^*(P) = \left[4a_1^2 \sin^2\left(\frac{\sqrt{\sigma}}{c}P\right)\right]$$

$$G(P)G^*(P) = \left[4a_1^2 \left[1 - \cos^2\left(\frac{\sqrt{\sigma}}{c}P\right)\right]\right]$$

$$\sin(\theta) = \frac{e^{-i\theta} - e^{i\theta}}{2i}$$

$$\sin(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots$$

Previsão Numérica de Tempo e Clima

Inicialização do modo normal

O Modelo de Água-Rasa e o Ajuste ao Balanço Geostrófico

Estrutura vertical Problema de Sturm-Liouville

Hipótese: σ cte com a pressão

$$|G(P)| = \left[4a_1^2 \left[1 - \cos^2 \left(\frac{\sqrt{\sigma}}{c} P \right) \right] \right]$$

$$|G(P = P_0)| = \left[4a_1^2 \left[1 - \cos^2 \left(\frac{\sqrt{\sigma}}{c} P_0 \right) \right] \right]$$

$$|G(P = P_0)| = \left[4a_1^2 \left[1 - \cos^2 \left(\frac{\sqrt{\sigma}}{c} P_0 \right) \right] \right] = 0$$

$$\cos^2 \left(\frac{\sqrt{\sigma}}{c} P_0 \right) = 4a_1^2$$

$$a_1 = \frac{1}{2} \cos \left(\frac{\sqrt{\sigma}}{c} P_0 \right)$$

$$\sin(\theta) = \frac{e^{-i\theta} - e^{i\theta}}{2i}$$

$$\sin(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots$$

$$\cos(x) = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots$$

Auto-valor

Previsão Numérica de Tempo e Clima

Inicialização do modo normal

O Modelo de Água-Rasa e o Ajuste ao Balanço Geostrófico

Estrutura vertical Problema de Sturm-Liouville

Hipótese: σ cte com a pressão

$$|G(P)| = \left[4a_1^2 \left[1 - \cos^2 \left(\frac{\sqrt{\sigma}}{c} P \right) \right] \right]$$

$$|G(P)| = \left[2\cos^2 \left(\frac{\sqrt{\sigma}}{c} P_0 \right) \left[1 - \cos^2 \left(\frac{\sqrt{\sigma}}{c} P \right) \right] \right]$$

$$|G(P)| = \left[2\cos^2 \left(\frac{\sqrt{\sigma}}{c} P_0 \right) \left[1 - \cos^2 \left(\frac{\sqrt{\sigma}}{c} P \right) \right] \right]$$

$$|G(P)| = \left[2\cos^2 \left(\frac{\sqrt{\sigma}}{c} P_0 \right) \left[\sin^2 \left(\frac{\sqrt{\sigma}}{c} P \right) \right] \right]$$

$$\sin(\theta) = \frac{e^{-i\theta} - e^{i\theta}}{2i}$$

$$\sin(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots$$

$$\cos(x) = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots$$

Auto-valor

Auto-valor

Previsão Numérica de Tempo e Clima

Inicialização do modo normal

O Modelo de Água-Rasa e o Ajuste ao Balanço Geostrófico

Estrutura vertical Problema de Sturm-Liouville

Hipótese: σ cte com a pressão

$$|G(P)| = \left[2\cos^2\left(\frac{\sqrt{\sigma}}{c}P_0\right) \left[\sin^2\left(\frac{\sqrt{\sigma}}{c}P\right) \right] \right]$$

$$|G(P)| = \left[2\cos^2\left(\frac{\sqrt{\sigma}}{c}P_0\right) \left[\frac{\sqrt{\sigma}}{c}P \right] \right]$$

$$|G(P)| = \left[2 \left[\frac{\sqrt{\sigma}}{c}P \right] \cos^2\left(\frac{\sqrt{\sigma}}{c}P_0\right) \right]$$

$$G(P) = \left[2 \frac{\sqrt{\sigma}}{c}P \right]^{1/2} \left[\cos\left(\frac{\sqrt{\sigma}}{c}P_0\right) \right]$$

$$\sin(\theta) = \frac{e^{-i\theta} - e^{i\theta}}{2i}$$

$$\sin(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots$$

$$\cos(x) = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots$$

$$\frac{\sqrt{\sigma}}{c}P_0 = m\pi, \quad m = 0, 1, 2..$$

$$c_m = \frac{\sqrt{\sigma}}{m\pi}P_0, \quad m = 0, 1, 2..$$

Auto-valor

Auto-valor

Previsão Numérica de Tempo e Clima

Inicialização do modo normal

O Modelo de Água-Rasa e o Ajuste ao Balanço Geostrófico

Estrutura vertical Problema de Sturm-Liouville

Hipótese: σ cte com a pressão

$$G(P) = \left[2 \frac{\sqrt{\sigma}}{c} P \right]^{1/2} \left[\cos \left(\frac{\sqrt{\sigma}}{c} P_0 \right) \right]$$

$$G_m(P) = \left[2 \frac{\sqrt{\sigma}}{c} P \right]^{1/2} \cos \left(\frac{\sqrt{\sigma}}{c} P \right) = \left[2 \frac{\sqrt{\sigma}}{c} P \right]^{1/2} \cos \left(\frac{P}{P_0} m\pi \right) \quad , m=0,1,2,3\dots$$

$$G_m(P) = \left[2 \frac{\sqrt{\sigma}}{c} P \right]^{1/2} \cos \left(\frac{\sqrt{\sigma}}{c} P \right) = \left[2 \frac{\sqrt{\sigma}}{c} P \right]^{1/2} \cos \left(\frac{P}{P_0} m\pi \right) \quad , m=0,1,2,3\dots$$

$$\sin(\theta) = \frac{e^{-i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}$$

$$\sin(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots$$

$$\cos(x) = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots$$

$$\frac{\sqrt{\sigma}}{c} P_0 = m\pi, \quad m = 0,1,2\dots$$

$$c = \frac{\sqrt{\sigma}}{m\pi} P_0, \quad m = 0,1,2\dots$$

$$\frac{1}{c} = \frac{m\pi}{\sqrt{\sigma} P_0}, \quad m = 0,1,2\dots$$

Auto-valor

Previsão Numérica de Tempo e Clima

Inicialização do modo normal

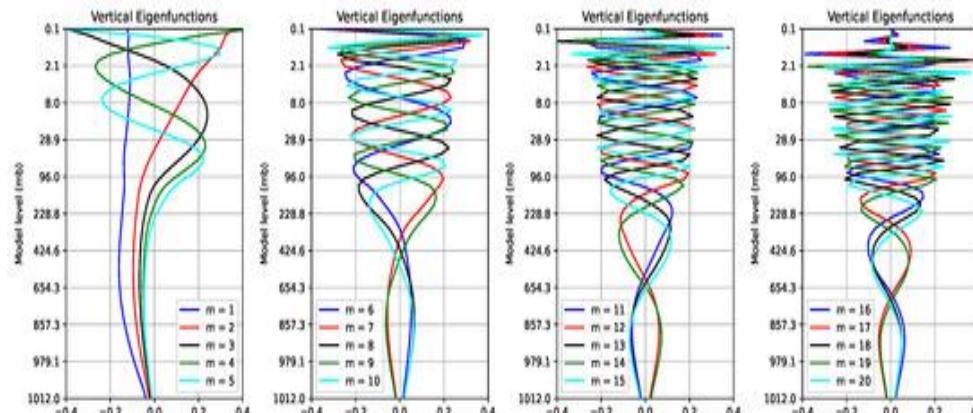
O Modelo de Água-Rasa e o Ajuste ao Balanço Geostrófico

Estrutura vertical

Problema de Sturm-Liouville

Auto-função da estrutura vertical

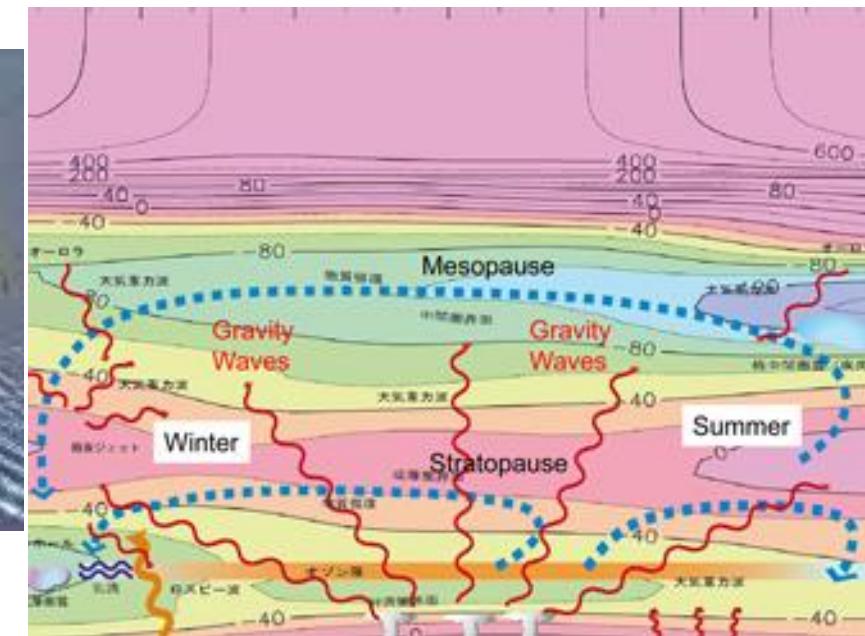
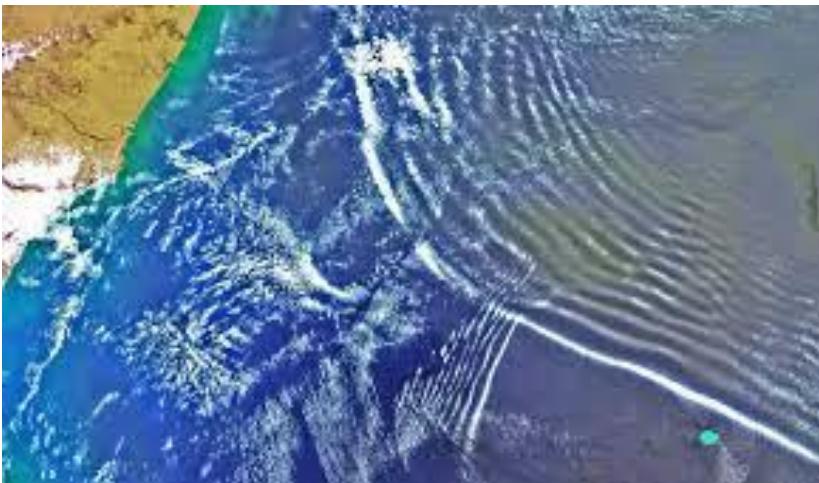
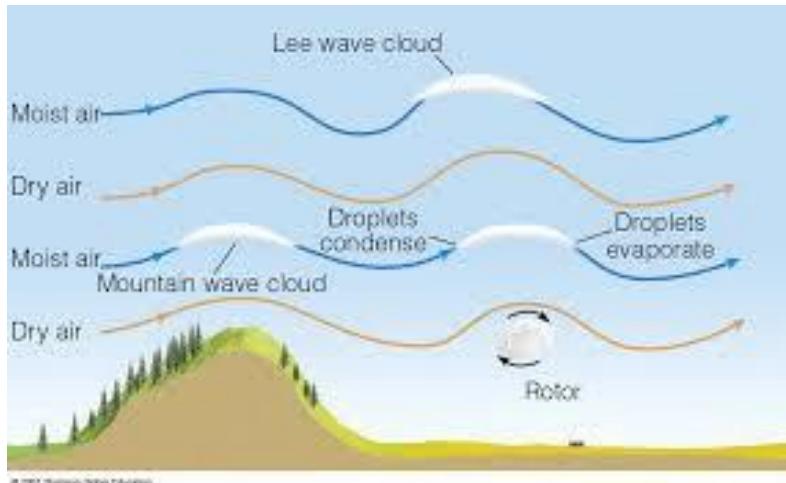
$$G_m(P) = \left[2 \frac{\sqrt{\sigma}}{c} P \right]^{1/2} \cos \left(\frac{\sqrt{\sigma}}{c} P \right) = \left[2 \frac{\sqrt{\sigma}}{c} P \right]^{1/2} \cos \left(\frac{P}{P_0} m\pi \right) \quad , m=0,1,2,3\dots$$



Previsão Numérica de Tempo e Clima

Inicialização do modo normal

O processo de inicialização do modelo deve eliminar os modos de gravidade de alta frequência, mantendo as relações entre os campos dinâmico e termodinâmico que descrevem o fluxo de grande escala que evolui lentamente.



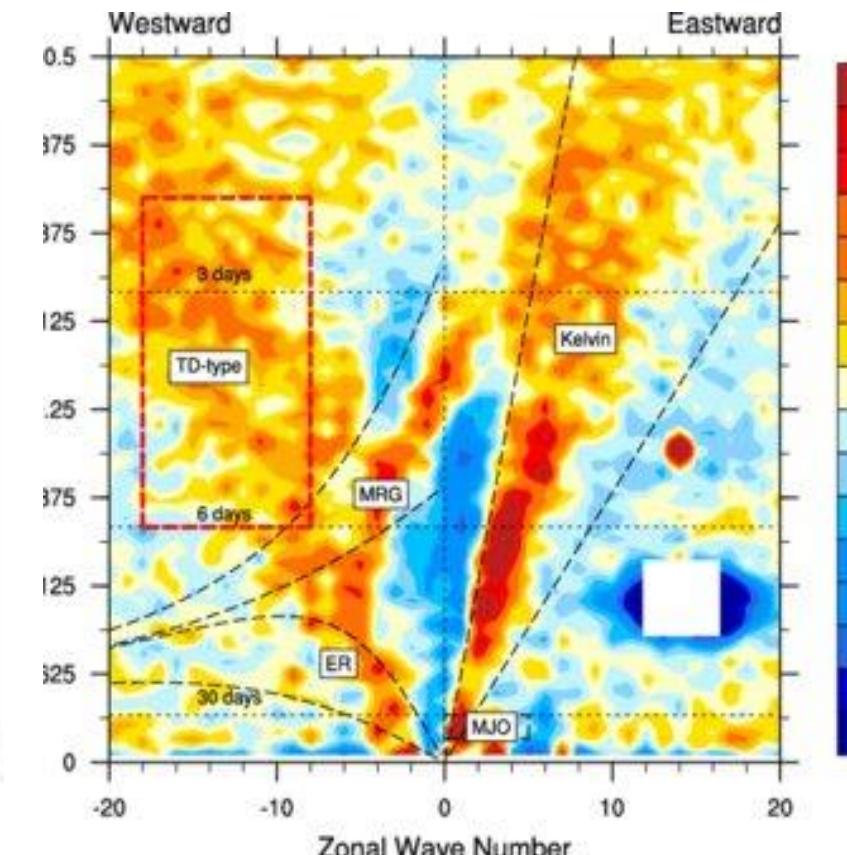
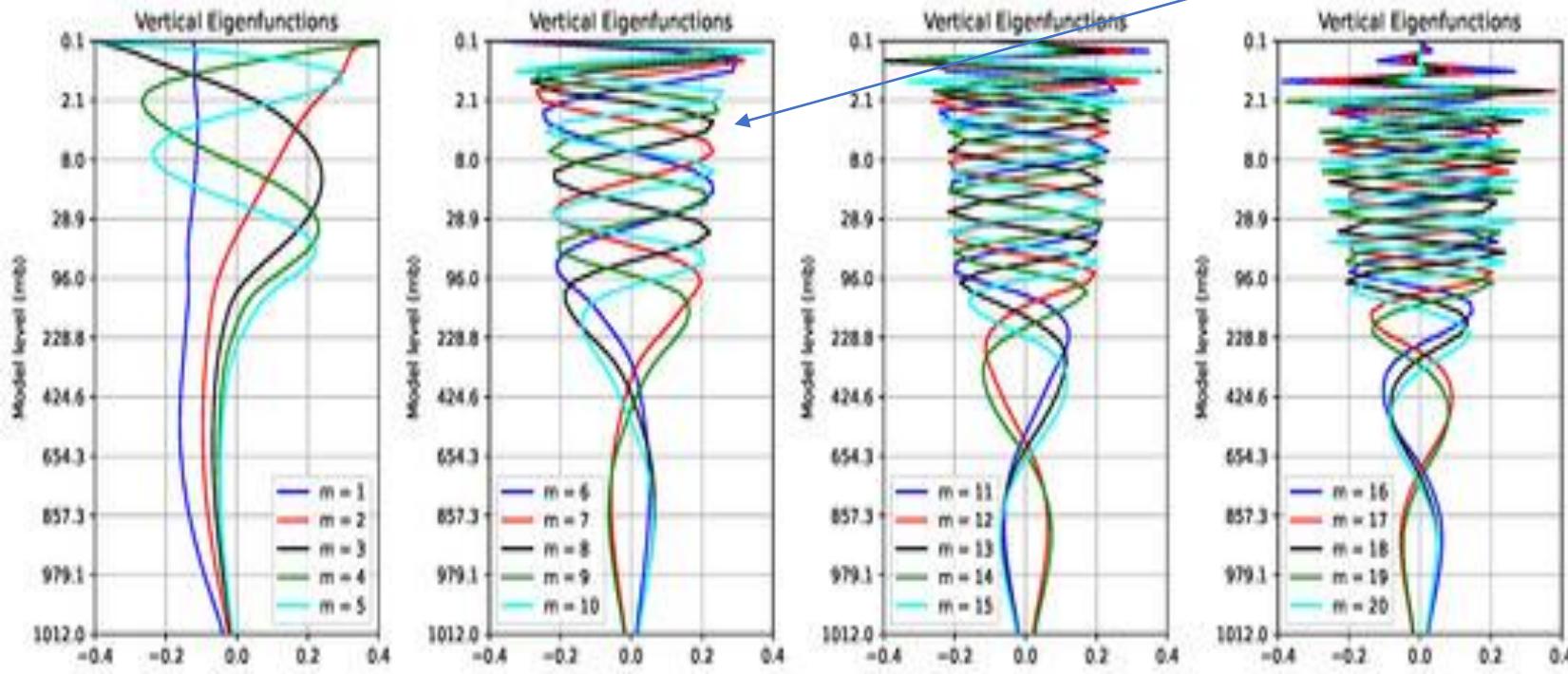
Embora alguns sistemas modernos de assimilação de dados não exijam mais essa etapa de inicialização, vale a pena revisá-los para entender melhor o problema de inicialização.

Previsão Numerica de Tempo e Clima

Inicialização do modo normal

$$G_m(P) = \cos\left(\frac{\sqrt{\sigma}}{c_m} P\right) = \cos\left(\frac{P}{P_0} m\pi\right) , m=0,1,2,3\dots$$

Um método que tem sido comumente usado para obter esses objetivos é chamado de **inicialização em modo normal**.



Embora alguns sistemas modernos de assimilação de dados não exijam mais essa etapa de inicialização, vale a pena revisá-los para entender melhor o problema de inicialização.

Previsão Numerica de Tempo e Clima

Inicialização do modo normal

Os **modos normais** de um sistema dinâmico **são os modos livres de oscilação do sistema**.

Se a forma discretizada das **equações primitivas** usadas em um modelo de previsão for **linearizada sobre um estado de repouso**, os modos normais podem ser calculados.

Para cada ponto de grade e nível de pressão, **existem três modos normais**: **um modo de gravidade de propagação para leste e oeste** e **um modo de propagação de Rossby para oeste**.

Os **campos analisados** podem ser representados por uma **combinação dessas soluções de modo normal** de maneira **análoga à expansão de um campo em termos de uma série finita de componentes de Fourier ou harmônicos esféricos**.

Tal representação é chamada de **projeção nos modos normais**.

Previsão Numérica de Tempo e Clima

Inicialização do modo normal

Este método pode ser ilustrado de forma simples usando as equações de águas rasas.

$$\frac{\partial u}{\partial t} - fv + \frac{\partial \Phi}{\partial x} = -\varepsilon \left[u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial x} \right] \quad (13.58)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + fu + \frac{\partial \Phi}{\partial y} = -\varepsilon \left[u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial x} \right] \quad (13.59)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + c^2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\varepsilon \left[\frac{\partial (\Phi u)}{\partial x} + \frac{\partial (\Phi v)}{\partial x} \right] \quad (13.60)$$

onde $c^2 = gH$ com H a profundidade média, $\phi = gh$, com h é o desvio local da profundidade da média e ε é uma função indicadora com valor 0 ou 1.

Previsão Numérica de Tempo e Clima

Se os termos não lineares à direita em (13.58)–(13.60) forem omitidos fazendo $\varepsilon = 0$, as soluções em modo normal podem ser obtidas da forma

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ \Phi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{u} \\ \hat{v} \\ \hat{\Phi} \end{pmatrix} \exp [i (kx + ly - vt)] \quad (13.61)$$

onde para este simples modelo *f – plano* pode ser mostrado que o modo normal de Rossby tem $vR = 0$, e os modos de gravidade leste e oeste satisfazem $vG\pm = \pm[f^2 + c^2(k^2 + l^2)]^{1/2}$. Substituindo (13.61) em (13.58)–(13.60) e **negligenciando os termos não lineares [termos entre colchetes]**, obtemos as **relações de velocidade para geopotencial** para as três soluções de modo normal:

$$\hat{u}_R = -ilf^{-1}\hat{\Phi}_R, \hat{v}_R = +ikf^{-1}\hat{\Phi}_R \quad (13.62)$$

$$\begin{aligned} \hat{u}_{G\pm} &= \left(v_{G\pm}^2 - f^2\right)^{-1} [kv_{G\pm} + ilf] \hat{\Phi}_{G\pm} \\ \hat{v}_{G\pm} &= \left(v_{G\pm}^2 - f^2\right)^{-1} [lv_{G\pm} - ikf] \hat{\Phi}_{G\pm} \end{aligned} \quad (13.63)$$

Previsão Numérica de Tempo e Clima

Aqui os subscritos R e $G \pm$ indicam o modo Rossby (geostrófico) e os modos gravitacionais leste e oeste, respectivamente.

As soluções de modo normal, portanto, podem ser expressas em termos dos três coeficientes de amplitude independentes, \hat{R}_R , \hat{R}_{G+} e \hat{R}_{G-} , respectivamente.

Suponha que os campos observados em $t = 0$ sejam dados por

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ \Phi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{u}_0 \\ \hat{v}_0 \\ \hat{\Phi}_0 \end{pmatrix} \exp [i (kx + ly)] \quad (13.64)$$

Previsão Numerica de Tempo e Clima

Assim, as observações envolvem três coeficientes de amplitude independentes. Estes podem ser representados como somas sobre os modos normais:

$$\begin{aligned}\hat{u}_R + \hat{u}_{G+} + \hat{u}_{G-} &= \hat{u}_0 \\ \hat{v}_R + \hat{v}_{G+} + \hat{v}_{G-} &= \hat{v}_0 \\ \hat{\Phi}_R + \hat{\Phi}_{G+} + \hat{\Phi}_{G-} &= \hat{\Phi}_0\end{aligned}\tag{13.65}$$

Substituindo de (13.62) e (13.63) em (13.65) obtemos um conjunto de três equações lineares não homogêneas, que podem ser resolvidas para as amplitudes geopotenciais relativas dos três modos normais quando projetados sobre os campos observados.

$$\hat{u}_R = -ilf^{-1}\hat{\Phi}_R, \hat{v}_R = +ikf^{-1}\hat{\Phi}_R\tag{13.62}$$

$$\begin{aligned}\hat{u}_{G\pm} &= \left(v_{G\pm}^2 - f^2\right)^{-1} [kv_{G\pm} + ilf]\hat{\Phi}_{G\pm} \\ \hat{v}_{G\pm} &= \left(v_{G\pm}^2 - f^2\right)^{-1} [lv_{G\pm} - ikf]\hat{\Phi}_{G\pm}\end{aligned}\tag{13.63}$$

Previsão Numerica de Tempo e Clima

O resultado é

$$\hat{\Phi}_R = \frac{c^2}{v_{G+}^2} \left[if(l\hat{u}_0 - k\hat{v}_0) + \frac{f^2}{c^2} \hat{\phi}_0 \right] \quad (13.66)$$

$$\hat{\Phi}_{G+} = \frac{c^2}{2v_{G+}^2} \left[(kv_{G+} - ifl) \hat{u}_0 + (lv_{G+} + ifk) \hat{v}_0 + (k^2 + l^2) \hat{\phi}_0 \right] \quad (13.67)$$

$$\hat{\Phi}_{G-} = \frac{c^2}{2v_{G-}^2} \left[(kv_{G-} - ifl) \hat{u}_0 + (lv_{G-} + ifk) \hat{v}_0 + (k^2 + l^2) \hat{\phi}_0 \right] \quad (13.68)$$

É prontamente verificado que se \hat{u}_0 e \hat{v}_0 estão em equilíbrio geostrófico exato com $\hat{\phi}_0$ entaõ:

$$\hat{\phi}_R = \hat{\phi}_0 \text{ e } \hat{\phi}_{G+} = \hat{\phi}_{G-} = 0$$

Quando as velocidades observadas não estão exatamente em equilíbrio geostrófico, (13.66)–(13.68) fornece os pesos relativos para as projeções no modo de Rossby e nos dois modos de gravidade.

Previsão Numerica de Tempo e Clima

Para o sistema linear é possível zerar os modos de gravidade e inicializar com a projeção dos campos observados no modo de Rossby.

$$\hat{\Phi}_R = \frac{c^2}{v_G^2 +} \left[i f (l \hat{u}_0 - k \hat{v}_0) + \frac{f^2}{c^2} \hat{\Phi}_0 \right] \quad (13.66)$$

Observe em (13.66) que o peso relativo das observações de velocidade (que aparecem na forma de vorticidade relativa) aumenta à medida que a escala da perturbação diminui.

Apenas definir os modos de gravidade para zero não funciona para o sistema não linear.

Previsão Numérica de Tempo e Clima

Apenas definir os modos de gravidade para zero não funciona para o sistema não linear.

Nesse caso, quando a projeção de modo normal definida por (13.62) e (13.66) é usada para determinar os coeficientes de amplitude em (13.61) e o resultado é substituído em (13.58)–(13.60), os termos advectivos desbalanceados levarão a grandes acelerações iniciais [colchetes].

$$\frac{\partial u}{\partial t} - fv + \frac{\partial \Phi}{\partial x} = -\varepsilon \left[u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial x} \right] \quad (13.58)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + fu + \frac{\partial \Phi}{\partial y} = -\varepsilon \left[u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial x} \right] \quad (13.59)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + c^2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\varepsilon \left[\frac{\partial (\Phi u)}{\partial x} + \frac{\partial (\Phi v)}{\partial x} \right] \quad (13.60)$$

Este problema pode ser resolvido incluindo os modos de gravidade, mas com suas amplitudes ajustadas para que suas tendências iniciais desapareçam. Como as equações não são lineares, é necessário executar a solução de forma iterativa, usando a solução linear como primeira estimativa.

Previsão Numérica de Tempo e Clima

Na prática, o método de modo normal não linear funciona muito bem quando aplicado a modelos de previsão de equação primitiva.

O método pode ser modificado para incorporar não apenas a advecção não linear, mas também os efeitos do aquecimento diabático nos trópicos, a fim de preservar a circulação de Hadley nos dados iniciais.

Previsão Numerica de Tempo e Clima

Resumo Inicialização do modo normal

No entanto, na realidade, a separação entre os modos de onda de gravidade e outros modos meteorológicos é muito menos clara em algumas ocasiões. Assim, foi proposto manter alguns modos normais se eles puderem ser representados pela resolução da grade do modelo.

A manutenção desses modos de onda de gravidade é importante, pois alguns eventos de tempo severos podem ser induzidos por ondas de gravidade (por exemplo, Uccellini 1975; Kaplan et al., Koch et al. – ver Lin 2007 para referências).

Ao contrário da aplicação da restrição da equação de equilíbrio, a inicialização do modo normal também produz um componente divergente.

Assim, esse tipo de inicialização de modo normal faz um uso otimizado dos dados observados, ajustando os campos de massa e movimento, ao mesmo tempo em que obtém consistência dinâmica por meio de restrições apropriadas.

Previsão Numerica de Tempo e Clima

Resumo Inicialização do modo normal

Na **inicialização do modo normal linear**, os campos originais analisados objetivamente são ajustados às versões linearizadas das equações do modelo e os modos de onda de gravidade indesejáveis são removidos.

No entanto, a desvantagem desse tipo de método é que os termos não lineares tendem a regenerar os modos de onda de alta frequência e também a curvatura no fluxo é negligenciada, de modo que o ajuste com os dados originais pode ser prejudicado. Isso é resolvido usando a técnica de **inicialização de modo normal não linear** (Machenhauser 1977; Baer 1977).

Na **inicialização do modo normal não linear**, a **tendência dos modos de onda indesejáveis, ao invés da amplitude, é zerada**. A **inicialização do modo normal não linear** também pode ser aplicada à direção vertical.

Previsão Numerica de Tempo e Clima

Resumo Inicialização do modo normal

A Fig. 13.11 mostra a **evolução temporal de um campo de altura** após a aplicação de **duas iterações do esquema de inicialização de modo normal implícito** (Temperton 1988).

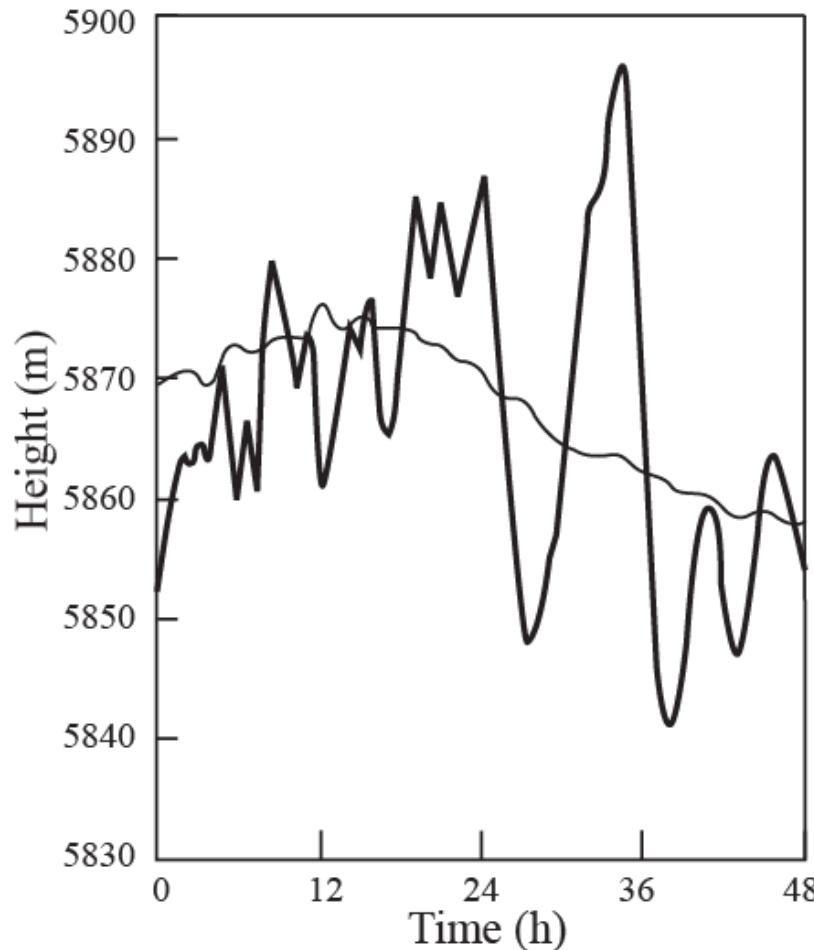


Fig. 13.11: Evolução temporal do campo de altura após duas iterações do esquema de inicialização de modo normal não linear implícito (curva fina) e sem inicialização (curva em negrito). (Após Temperton 1988)

Comparando com a evolução temporal do mesmo campo de altura sem inicialização, a **inicialização do modo normal não linear implícito** parece ser capaz de **remover oscilações de alta frequência**.

Previsão Numerica de Tempo e Clima

(i) Inicialização

método de Inicialização Dinâmica

Manipulação de integração no Tempo

Previsão Numerica de Tempo e Clima

Dynamic initialization

Como a inicialização do modo normal é realizada separadamente logo após a análise objetiva, os campos inicializados podem não mais se ajustar às observações o mais próximo possível. Neste Caso, a inicialização dinâmica é proposta (Miyakoda e Moyer 1968).

campos inicializados podem não mais se ajustar às observações

O que fazer neste caso?

Previsão Numerica de Tempo e Clima

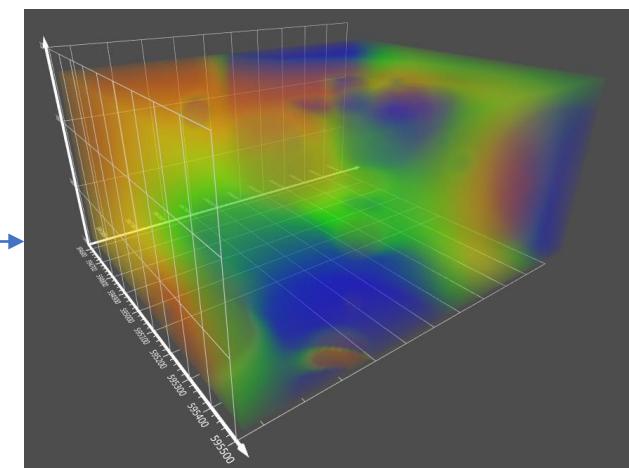
Dynamic initialization

A **ideia básica da inicialização dinâmica** é permitir que o **NWP ou modelo de mesoescala** faça o trabalho **sozinho** porque qualquer **modelo baseado nas equação primitiva** deve possuir inherentemente o **mecanismo para o processo de ajuste geostrófico**



processo de ajuste geostrófico

Integração no tempo fictício, mas no tempo real não avança

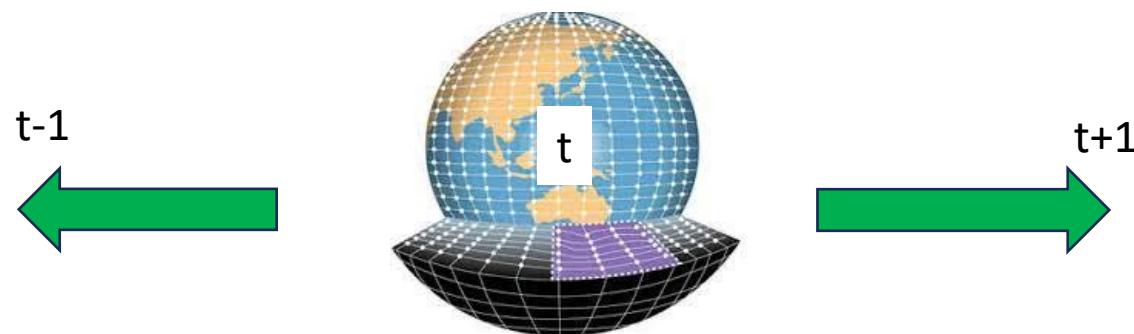


O Avanço no tempo sempre gera o mesmo tempo, Neste caso não se usa as parametrizações físicas do modelo

Previsão Numerica de Tempo e Clima

Dynamic initialization

Desta forma, as observações são inseridas de forma intermitente ou contínua ao longo de um período de tempo.



Neste tipo de inicialização, o modelo é integrado para frente e para trás sobre o tempo inicial e deixa o modelo se ajustar antes de iniciar a previsão.

Previsão Numerica de Tempo e Clima

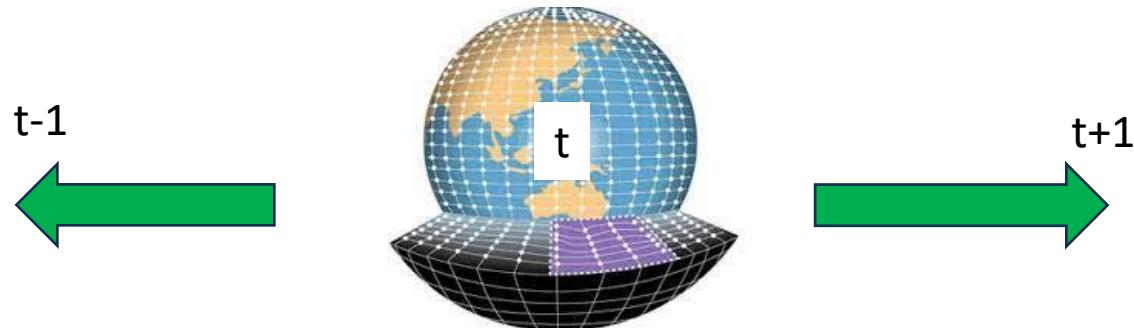
Dynamic initialization

Durante este processo, pode ser desejável usar um esquema de integração com técnica de amortecimento seletivo, como o esquema Lax-Wendroff ou esquema Euler-backward (por exemplo, ver Haltiner e Williams 1980; Lin 2007).

$$u_*^{\tau+1} = u^\tau + \Delta t \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^\tau$$

$$u_{**}^\tau = u_*^{\tau+1} - \Delta t \left(\frac{\partial u_*}{\partial t} \right)^{\tau+1}$$

$$\bar{u}^\tau = 3u^\tau - 2u_{**}^\tau$$



Por exemplo, o esquema iterativo de Okamura (ver Temperton, 1976) consiste em um passo para frente, depois um passo para trás e finalmente uma média.

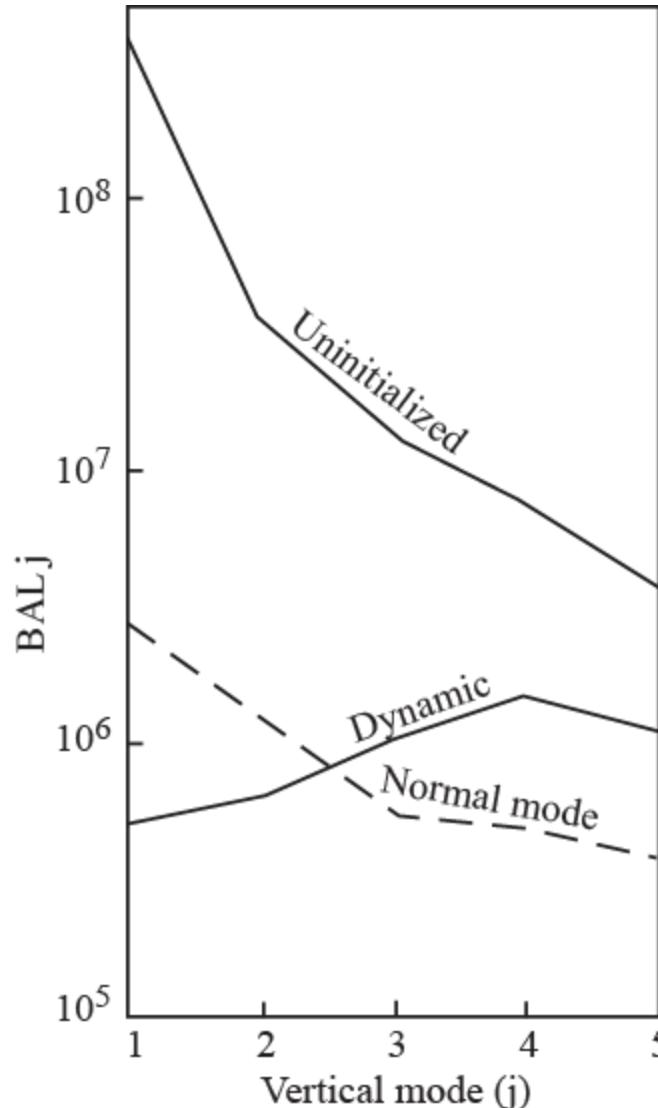
Previsão Numerica de Tempo e Clima

Dynamic initialization

$$u_*^{\tau+1} = u^\tau + \Delta t \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^\tau$$

$$u_{**}^\tau = u_*^{\tau+1} - \Delta t \left(\frac{\partial u_*}{\partial t} \right)^{\tau+1}$$

$$\bar{u}^\tau = 3u^\tau - 2u_{**}^\tau$$



Os baixa modos de onda de gravidade (pequeno j na figura) são drasticamente reduzidos pela inicialização dinâmica.

Previsão Numerica de Tempo e Clima

Dynamic initialization

$$u_*^{\tau+1} = u^\tau + \Delta t \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^\tau$$

$$u_{**}^\tau = u_*^{\tau+1} - \Delta t \left(\frac{\partial u_*}{\partial t} \right)^{\tau+1}$$

$$\bar{u}^\tau = 3u^\tau - 2u_{**}^\tau$$

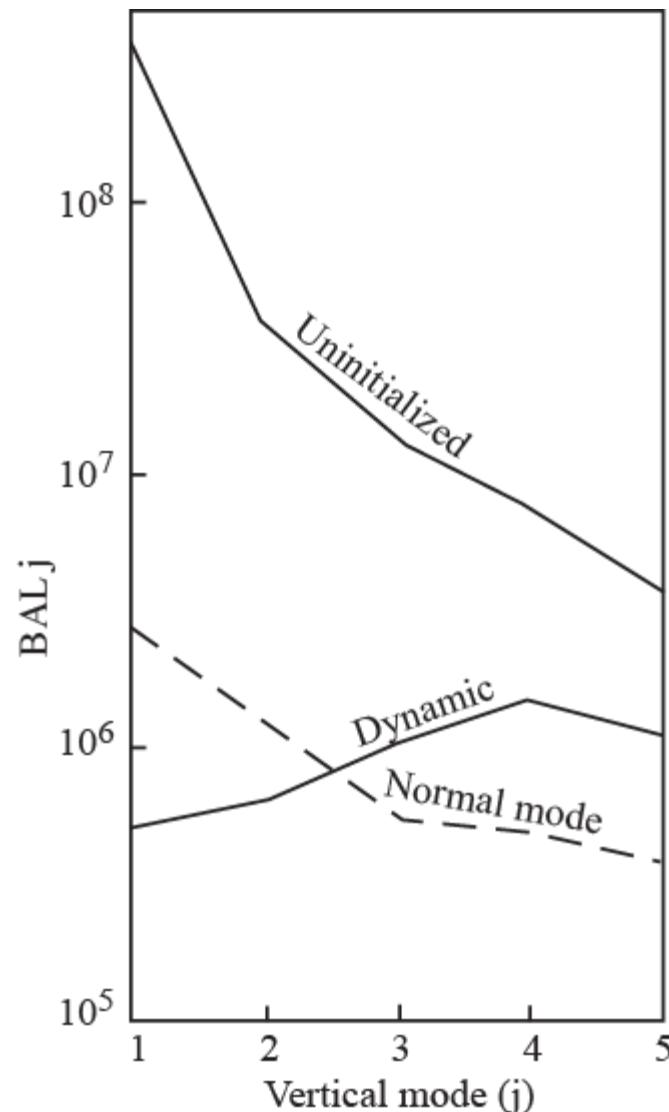


Fig. 13.12: Atividade da onda de gravidade após:

a) a **inicialização do modo normal**,

b) a **inicialização dinâmica para cinco modos verticais de um modelo baroclinico**

c) **comparada com aquela sem inicialização.**

Observe que a atividade da onda de gravidade é drasticamente reduzida pela inicialização dinâmica. (Adaptado após Sugi 1986)

Previsão Numerica de Tempo e Clima

Dynamic initialization

As **desvantagens do esquema de inicialização dinâmica :**

- (i) Cada iteração requer o equivalente a duas etapas prognósticas do modelo.
Amortecer suficientemente o ruído gravitacional exigiria muita iteração que levaria um tempo considerável de computador,
- (ii) A inicialização dinâmica é incapaz de distinguir entre modos de onda de gravidade de grande escala e modos de Rossby de pequena escala.
- (iii)A integração reversa pode não ser aplicável a alguns processos físicos irreversíveis.

Previsão Numerica de Tempo e Clima

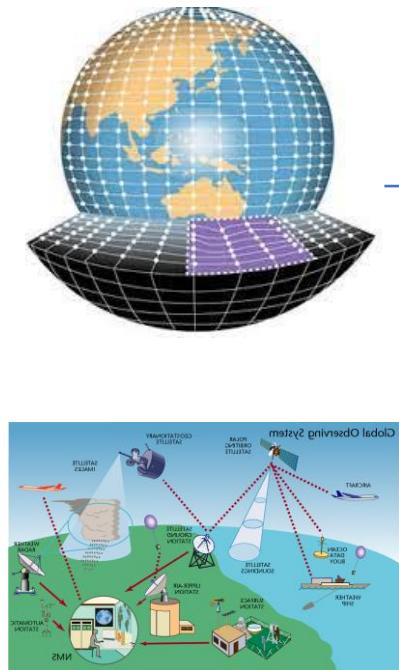
***Four-Dimensional Data
Assimilation (4DDA)***

***Four-Dimensional Data
Assimilation (4DDA)
intermitente***

Previsão Numérica de Tempo e Clima

➤ *Four-Dimensional Data Assimilation (4DDA)*

Os dados, como radar Doppler NEXRAD (NEXt Generation RADar) Radar Doppler, perfiladores de vento, sondas acústicas, dropsondes de alta resolução, satélites e aeronaves, **observados em horários fora do padrão** (ou seja, não em 00Z e 12Z) são inseridos em um sistema de modelagem de NWP através do *Four-Dimensional Data Assimilation (4DDA)*



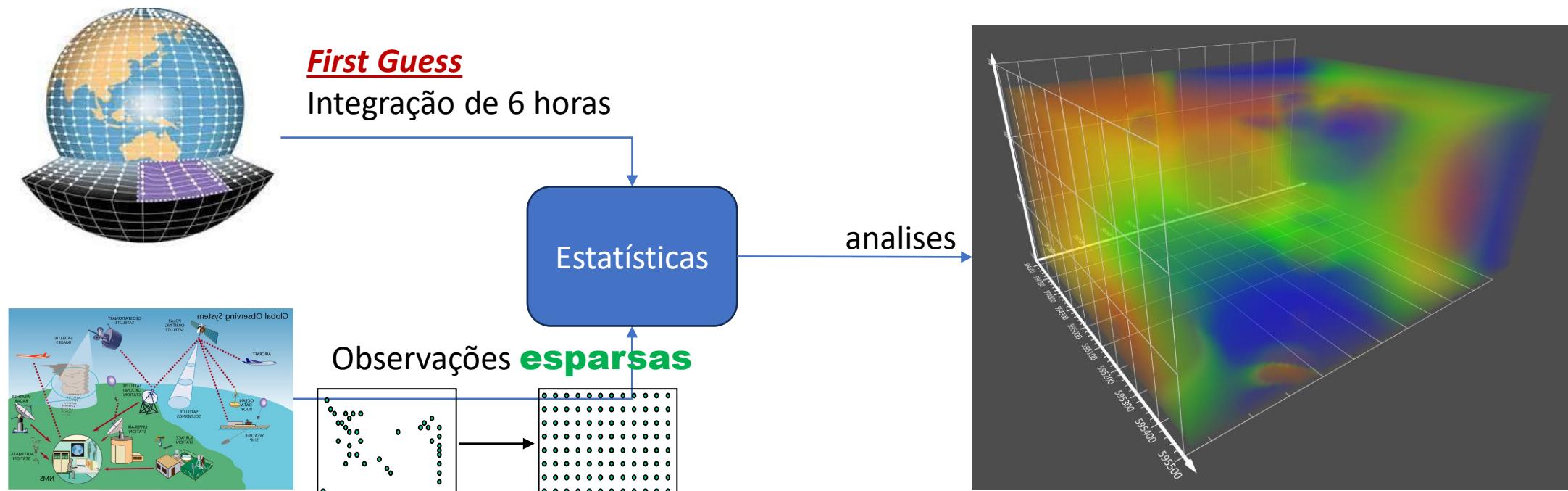
O **controle de qualidade, análise objetiva, inicialização e previsão inicial de estimativa (First guess)** do mesmo modelo são **combinados no ciclo 4DDA**.

Previsão Numerica de Tempo e Clima

- *Four-Dimensional Data Assimilation (4DDA)*

O **ciclo 4DDA** pode ser realizado de forma **intermitente ou contínua**.

No 4DDA intermitente, os dados são assimilados intermitentemente em intervalos de tempo especificados. Os campos de fundo (background) ou de primeira estimativa (first guess) previstos pelo modelo desempenham um papel muito importante, especialmente em regiões com dados esparsos.



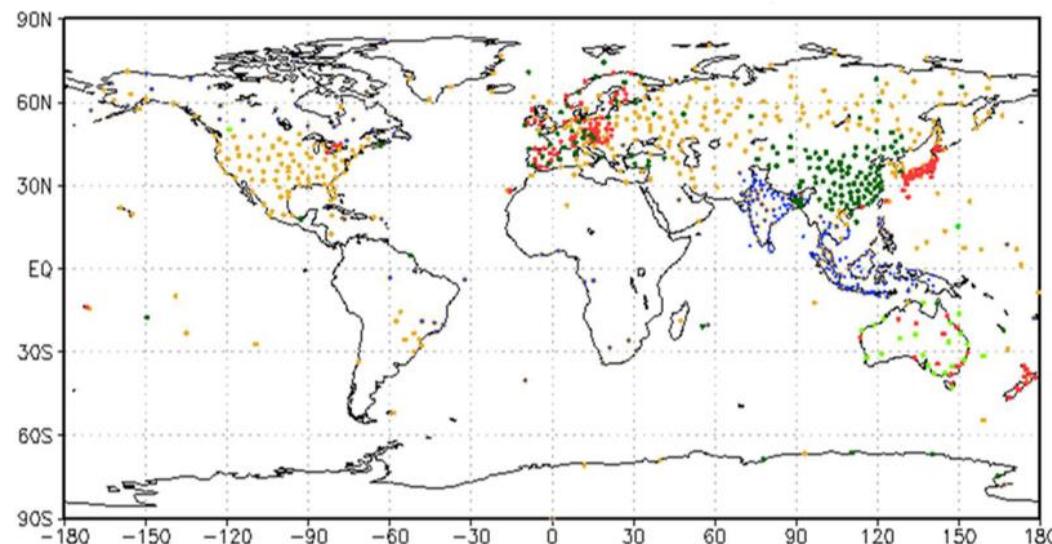
Previsão Numérica de Tempo e Clima

➤ *Four-Dimensional Data Assimilation (4DDA)*

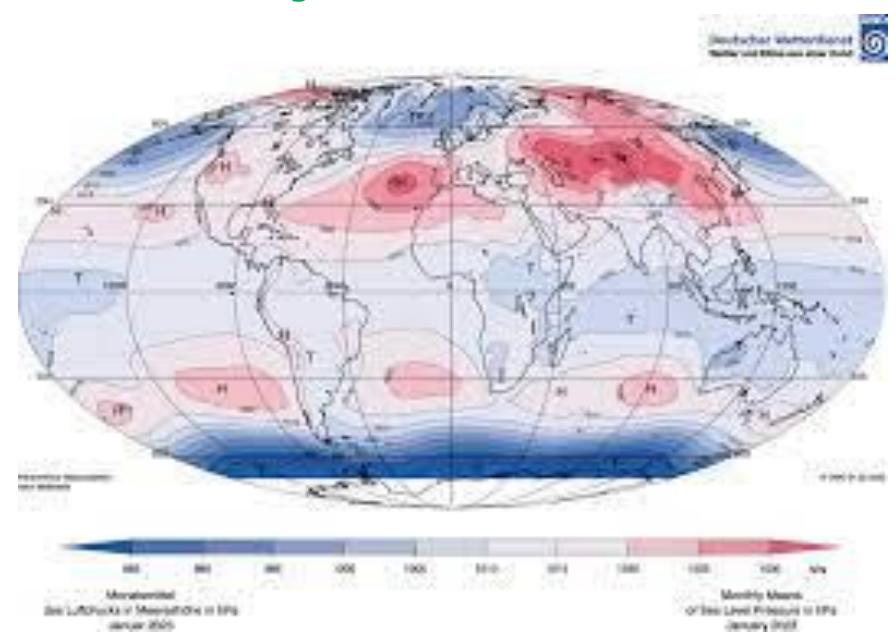
Em **regiões ricas em dados**, geralmente a análise é dominada pelas informações contidas nas observações. As **condições de contorno** do NWP regional são fornecidas pela previsão do modelo global.

Upper air Observation coverage

TMPLND (452) PILOT (215) PROFILER (4350) TMPLND_BUFR (172) PILOT_BUFR (22)



condições de contorno



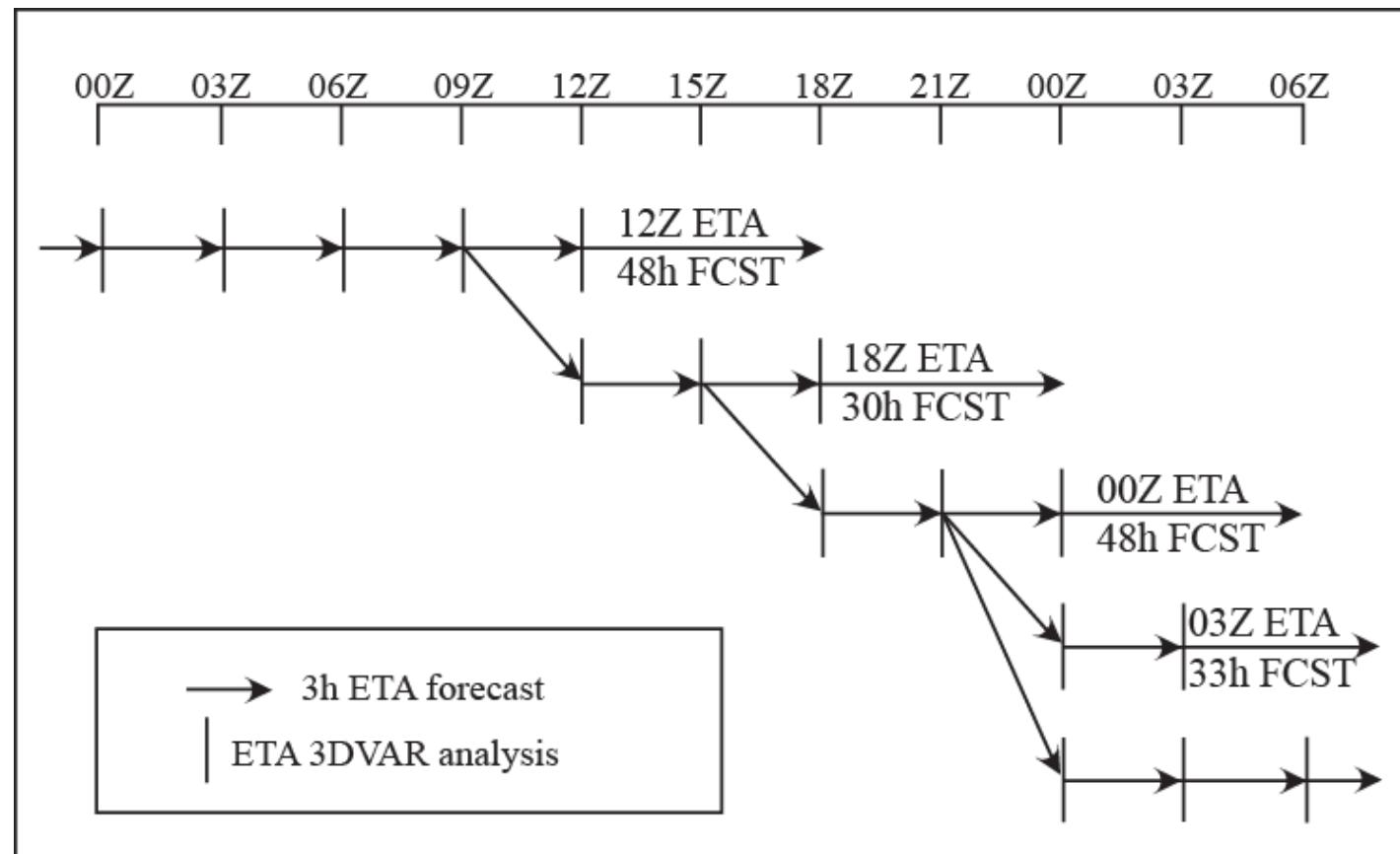
Previsão Numérica de Tempo e Clima

➤ Four-Dimensional Data Assimilation (4DDA)

➤ Intermitente (Dynamic) 4DDA

As técnicas **4DDA intermitentes**, como a **assimilação de dados variacionais tridimensionais (3DVAR)**, são usadas na maioria dos sistemas NWP operacionais globais e regionais atuais devido à sua **eficiência computacional**.

A Fig. 13.13 ilustra um **ciclo de assimilação de dados EDAS** (Sistema de Análise de Dados Eta) de 32 km adotado pelo modelo Eta do NCEP usando a **técnica 3DVAR**.

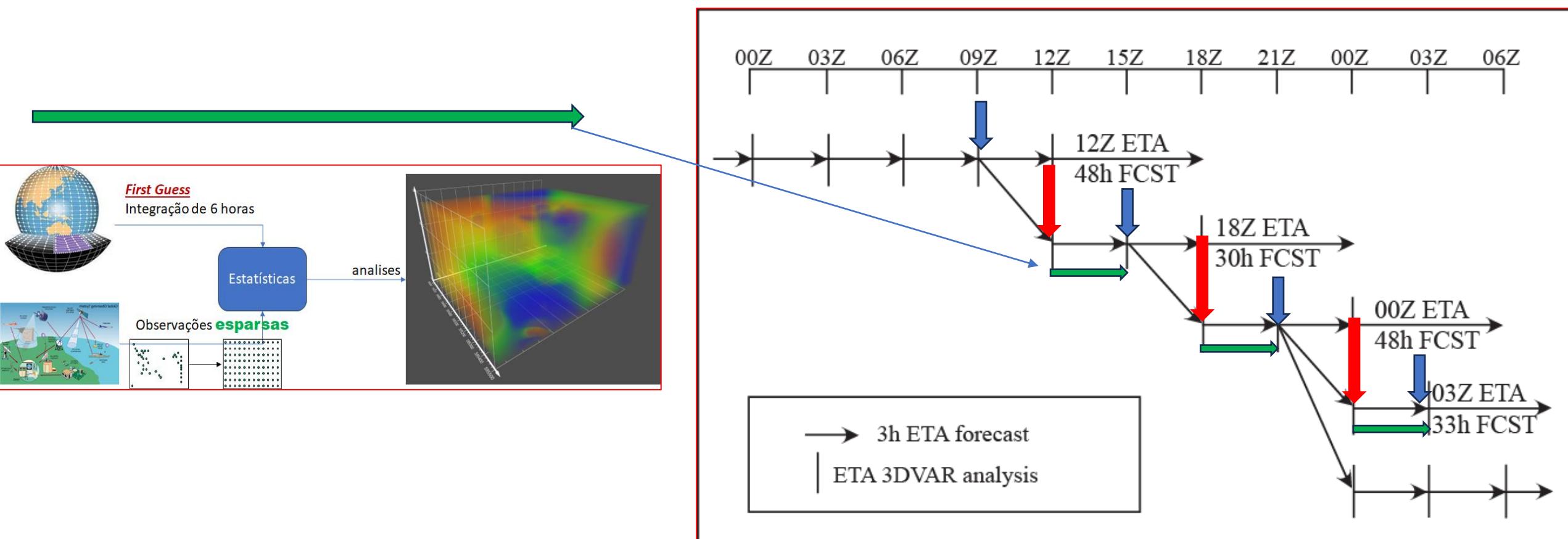


Previsão Numerica de Tempo e Clima

➤ Four-Dimensional Data Assimilation (4DDA)

➤ Intermitente (Dynamic) 4DDA

As técnicas 4DDA intermitentes, como a assimilação de dados variacionais tridimensionais (3DVAR), são usadas na maioria dos sistemas NWP operacionais globais e regionais atuais devido à sua eficiência computacional.



Previsão Numerica de Tempo e Clima

➤ *Four-Dimensional Data Assimilation (4DDA)*

➤ *Intermitente (Dynamic) 4DDA*

Os tipos de dados usados no 3DVAR do modelo ETA são:

- 1. Radiosandas (massa (T,Q,Scalar) e vento (U,V,W))**
- 2. Ventos PiBal (**Pilot Balloon Data**) (balão piloto)**
- 3. Dropwindsondes (aircraft)**
- 4. Perfiladores de vento**
- 5. Temperatura e Umidade da superfície da terra**
- 6. Dados de superfície oceânica (navios e bóias)**
- 7. Ventos de aeronaves**
- 8. Ventos de derivado com dados de satélite através da flutuação das nuvens**
- 9. Re-obtenção de espessura oceânicas TOVS**
- 10. Re-obtenção de água precipitáveis GOES e SSM/I**
- 11. Dados de temperatura ACARS, ventos de superfície sobre o continente**
- 12. Ventos VAD de NEXRAD**
- 13. Ventos de superfície oceânica SSM/I**
- 14. Dados falsos de ciclones tropicais.**

Previsão Numérica de Tempo e Clima

➤ Four-Dimensional Data Assimilation (4DDA)

➤ Intermitente (Dynamic) 4DDA

Os últimos cinco tipos de dados não são incluídos na técnica OI (Optimal Interpolation) que foi substituída por 3DVAR no EDAS. As abreviaturas dos tipos de dados podem ser encontradas em Parrish et al. (1996) e Rogers et al. (1998).

O processo de **atualização intermitente** é apropriado **desde que a maioria dos dados disponíveis seja tomada em um período de tempo fixo**, que pode variar de 3 a 12 horas na prática.

Algumas **técnicas mais avançadas foram desenvolvidas usando o modelo adjunto** em sistemas intermitentes de assimilação de dados (por exemplo, Zou e Kuo 1996; Pu et al. 1997; Huang 1999).

Previsão Numérica de Tempo e Clima

➤ *Four-Dimensional Data Assimilation (4DDA)*

➤ *Intermitente (Dynamic) 4DDA*

Parte II

Previsão Numerica de Tempo e Clima

➤ Four-Dimensional Data Assimilation (4DDA)

➤ Intermitente (Dynamic) 4DDA

Variacional

- Já no 3DVAR se define uma função de custo que é proporcional ao quadrado da distancia entre a analise e o background e a observação, escalado pelo R^{-1} e B^{-1}

$$J_{3DVar}(x) = \frac{1}{2} (x - x_b)^T B^{-1} (x - x_b) + \frac{1}{2} (y_o - H(x))^T R^{-1} (y_o - H(x)) + J_c \quad (3)$$

- Para obter a analise se minimiza a função de custo

$$\nabla J(\mathbf{x}^a) = 0 \text{ at } J(\mathbf{x}^a) = J_{\min}$$

Previsão Numérica de Tempo e Clima

➤ *Four-Dimensional Data Assimilation (4DDA)*

➤ *Intermitente (Dynamic) 4DDA*

Existem outros métodos avançados em desenvolvimento (teóricos)

- Ainda não são usados no meio operacional

Previsão Numérica de Tempo e Clima

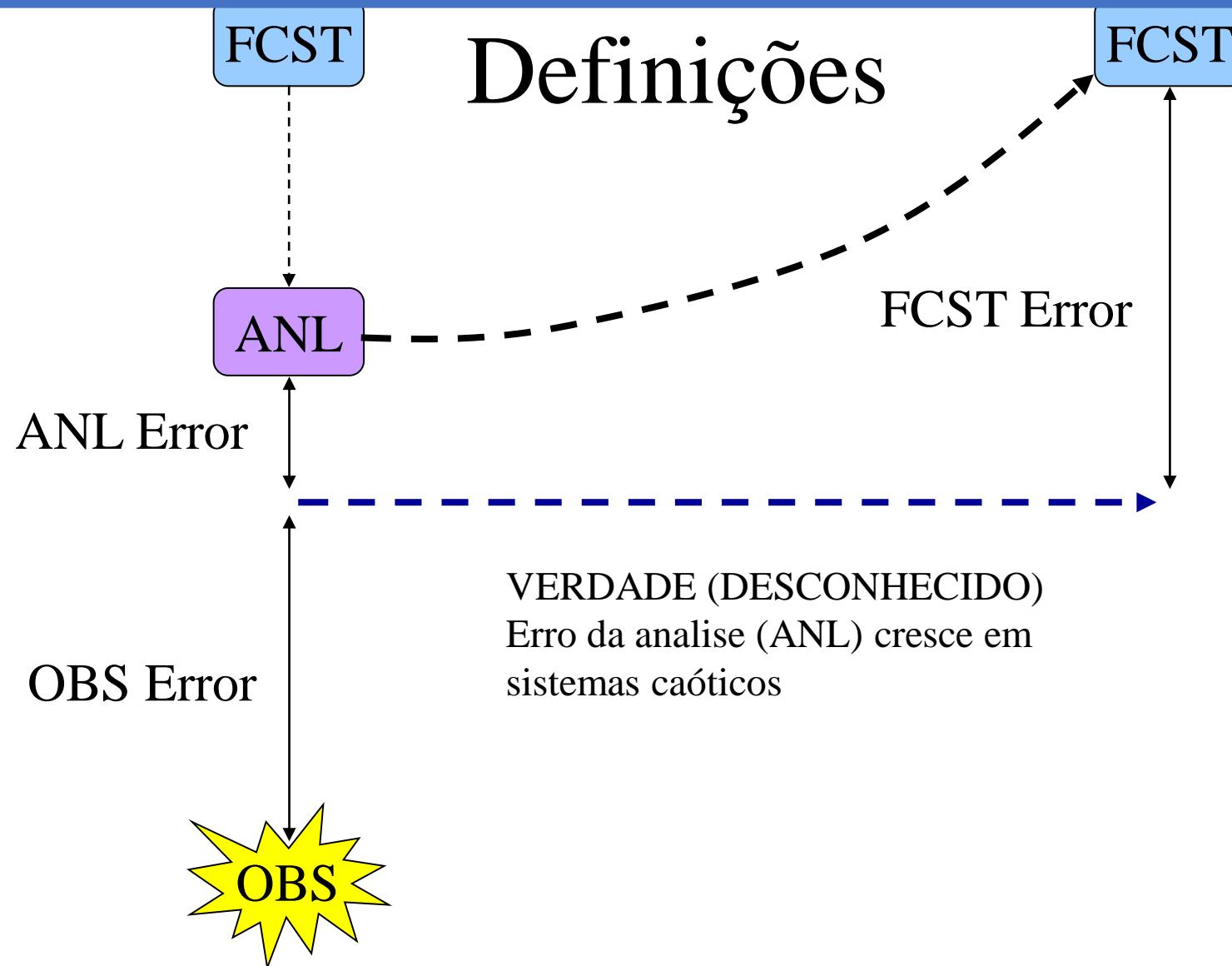
➤ *Four-Dimensional Data Assimilation (4DDA)*

➤ *Intermitente (Dynamic) 4DDA*

- Assimilação de dados e teoria de estimação:
- Há vários critérios que são usados para estimar parâmetros e funções:
 - Estimação dos mínimos quadrados
 - Mínimos quadrados com restrições
 - Máxima verossimelhança
 - Mínima variância

Previsão Numerica de Tempo e Clima

➤ Four-Dimensional Data Assimilation (4DDA)



Previsão Numérica de Tempo e Clima

➤ *Four-Dimensional Data Assimilation (4DDA)*

➤ *Intermitente (Dynamic) 4DDA*

Indeterminação

X: Vetor estado

Modelo (10^7 - 10^8)

Lat X Lon X Níveis X Variáveis

Y: Vetor observação

Dados (10^6)

Reportes X Itens X Níveis

$$X = f(Y) \dots (1)$$

$$Y = f(X) \dots (2)$$

E possível fazer 1 ou 2?

Por que?

Mais informação: conhecimento prévio, evolução temporal, acoplamento não-linear

Previsão Numérica de Tempo e Clima

➤ *Four-Dimensional Data Assimilation (4DDA)*

➤ *Intermitente (Dynamic) 4DDA*

- No. de observações << No. do vetor estado
- Um problema inverso sob restrição, além de ser inexato
- Necessário preencher a informação faltante através do FG

Previsão Numerica de Tempo e Clima

➤ Four-Dimensional Data Assimilation (4DDA)

➤ Intermitente (Dynamic) 4DDA

Definições

$$\mathbf{x}_a = \mathbf{x}_b + \mathbf{W}[\mathbf{y}_o - \mathbf{H}(\mathbf{x}_b)]$$

Onde

\mathbf{x}_b

BACKGROUND OU FIRST GUESS

\mathbf{y}_o

OBSERVAÇÃO

\mathbf{H}

OPERADOR OBSERVAÇÃO

$\mathbf{H}(\mathbf{x}_b)$

FIRST GUESS DAS OBS

$\mathbf{y}_o - \mathbf{H}(\mathbf{x}_b)$

INCREMENTO OU Inovações

\mathbf{W}

PESO: DEPENDE DO ERRO DA COVARIÂNCIAS DO BACKGROUND E OBSERVAÇÕES

Previsão Numerica de Tempo e Clima

➤ Four-Dimensional Data Assimilation (4DDA)

➤ Intermitente (Dynamic) 4DDA

$$x_a = x_b + W(y - H(x_b))$$

$N \times 1$ $N \times 1$ $N \times M M \times 1$ $M \times N N \times 1$

↓ ↓ ↓ ↓ ↓

Vetor Analise Background ou previsao Matrix Peso Vetor Observacao Operador Observacao

$$W = B H^T (H B H^T + R)^{-1}$$

$N \times M$ $N \times N$ $M \times M$ 1

↓ ↓ ↓ ↓

Previsão Numerica de Tempo e Clima

➤ *Four-Dimensional Data Assimilation (4DDA)*

➤ *Intermitente (Dynamic) 4DDA*

$$J_{3DVar}(x) = \frac{1}{2} (x - x_b)^T B^{-1} (x - x_b) + \frac{1}{2} (y_o - H(x))^T R^{-1} (y_o - H(x)) + J_c \quad (3)$$

Erro da covariância do Background B-matrix

- Especifica a PDF de erros de X_b (gaussiana)
- Descreve a incerteza do erros de cada componente de X_b e como os erros dos elementos em X_b são correlacionados
- É importante em AD

Previsão Numerica de Tempo e Clima

➤ Four-Dimensional Data Assimilation (4DDA)

Erro covariâncias

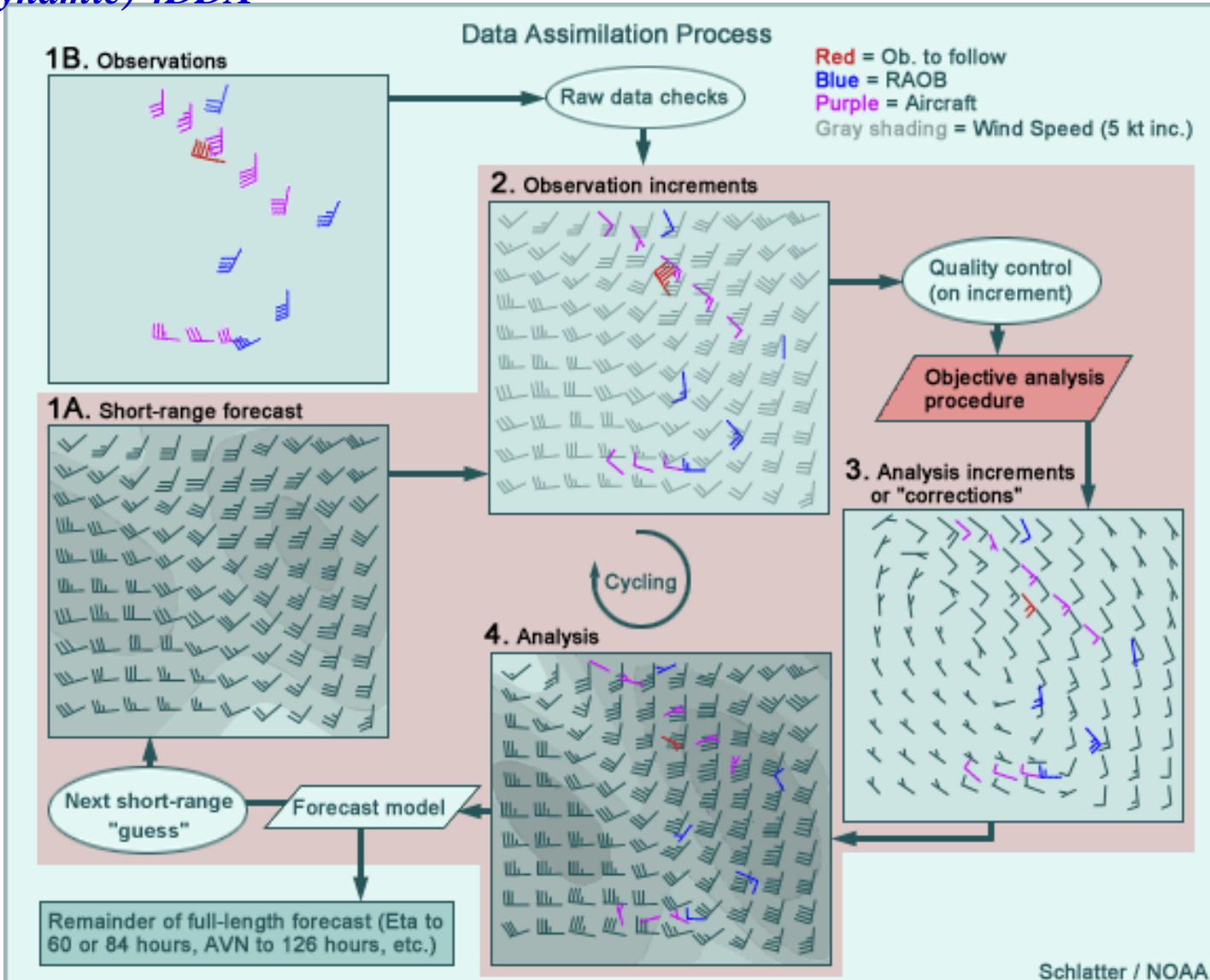
$$\mathbf{x}_b = \begin{pmatrix} \mathbf{u} \\ \hline \mathbf{v} \\ \hline \mathbf{p} \\ \hline \mathbf{T} \\ \hline \mathbf{q} \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 10^7 - 10^8 \text{ elements} \end{matrix} \\ \begin{matrix} \delta u & \delta v & \delta p & \delta T & \delta q \end{matrix} & \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & & \\ \hline \end{array} \\ \begin{matrix} \delta u & \delta v & \delta p & \delta T & \delta q \end{matrix} & \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & & \\ \hline \end{array} \\ \begin{matrix} \delta u & \delta v & \delta p & \delta T & \delta q \end{matrix} & \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & & \\ \hline \end{array} \\ \begin{matrix} \delta u & \delta v & \delta p & \delta T & \delta q \end{matrix} & \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & & \\ \hline \end{array} \end{matrix} \end{matrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \langle \delta x_1^2 \rangle & \langle \delta x_1 \delta x_2 \rangle & \dots & \langle \delta x_1 \delta x_N \rangle \\ \langle \delta x_2 \delta x_1 \rangle & \langle \delta x_2^2 \rangle & \dots & \langle \delta x_2 \delta x_N \rangle \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \langle \delta x_N \delta x_1 \rangle & \langle \delta x_N \delta x_2 \rangle & \dots & \langle \delta x_N^2 \rangle \end{pmatrix}$$

Previsão Numerica de Tempo e Clima

➤ Four-Dimensional Data Assimilation (4DDA)

➤ Intermitente (Dynamic) 4DDA



Fonte:
COMET

Previsão Numerica de Tempo e Clima

***Four-Dimensional Data
Assimilation (4DDA)
contínuos***

Previsão Numérica de Tempo e Clima

➤ Four-Dimensional Data Assimilation (4DDA)

➤ Continuous (Dynamic) 4DDA

No entanto, para **aproveitar os dados assinóticos**, que chegam muito mais frequentemente do que os dados sinóticos, são desejados métodos de 4DDA **contínuos ou dinâmicos**.

Nestes métodos, **os dados observacionais** são essencialmente introduzidos no sistema de assimilação em cada passo de tempo da integração do modelo durante o período de tempo de assimilação.

Exemplos deste tipo de **4DDA contínuo** são

- (1) **Relaxamento nudging (newtoniano)** (**Hoke e Anthes 1976; Kistler 1974**),
- (2) **assimilação variacional ou 4DVAR** (**Sasaki 1969; Stephens 1970; veja Daley 1991 para revisões**),
- (3) **Filtragem de Kalman-Bucy** (**Kalman e Bucy 1961; Ghil et al. 1981**).

Previsão Numérica de Tempo e Clima

➤ Four-Dimensional Data Assimilation (4DDA)

➤ Continuous (Dynamic) 4DDA

Método de relaxamento Nudging (Newtoniano)

No método nudging ou relaxamento newtoniano, há um período de integração pré-previsão durante o qual as variáveis do modelo são direcionadas para as observações adicionando termos de forçamento extras nas equações.

Quando o tempo inicial real é atingido, os termos extras são retirados das equações do modelo e a previsão prossegue sem qualquer forçamento. Por exemplo, um termo forçante é adicionado à equação do momento em x $\frac{u-u_{obs}}{\tau}$,

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -u \cdot \nabla u + fv - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{u-u_{obs}}{\tau} \quad 13.3.4$$

A escala de tempo para o relaxamento, τ pode depender da variável, e é escolhida para lentamente aumentar (diminuir) antes (depois) do momento da observação para evitar choques no modelo durante o período de tempo de assimilação.

Previsão Numérica de Tempo e Clima

➤ *Four-Dimensional Data Assimilation (4DDA)*

➤ *Continuous (Dynamic) 4DDA*

Método de relaxamento Nudging (Newtoniano)

Em comparação com a assimilação variacional (4D-VAR) e as técnicas de filtragem de Kalman-Bucy, a técnica de nudging ou relaxamento newtoniano é menos elegante matematicamente, mas é muito prática.

Nudging foi testado para uso com a nova geração de sistemas de observação, como dropwindsondes, perfiladores de vento e dados de superfície.

Previsão Numérica de Tempo e Clima

➤ Four-Dimensional Data Assimilation (4DDA)

➤ Continuous (Dynamic) 4DDA

assimilação de dados variacional (4DVAR)

- No 4DVAR é uma generalização de J para incluir as observações a diferentes tempos

$$J_{4DVar}(x_0) = \frac{1}{2} (x_0 - x_b)^T B^{-1} (x_0 - x_b) + \frac{1}{2} \sum_{i=0}^N (y_i - H(M_i(x_0)))^T R_i^{-1} (y_i - H(M_i(x_0))) + J_c \quad (13)$$

- Necessário definir $\nabla J(\mathbf{x}(t_0))$

- Para minimizar $J(\mathbf{x}(t_0))$

Previsão Numérica de Tempo e Clima

➤ Four-Dimensional Data Assimilation (4DDA)

➤ Continuous (Dynamic) 4DDA

assimilação de dados variacional (4DVAR)

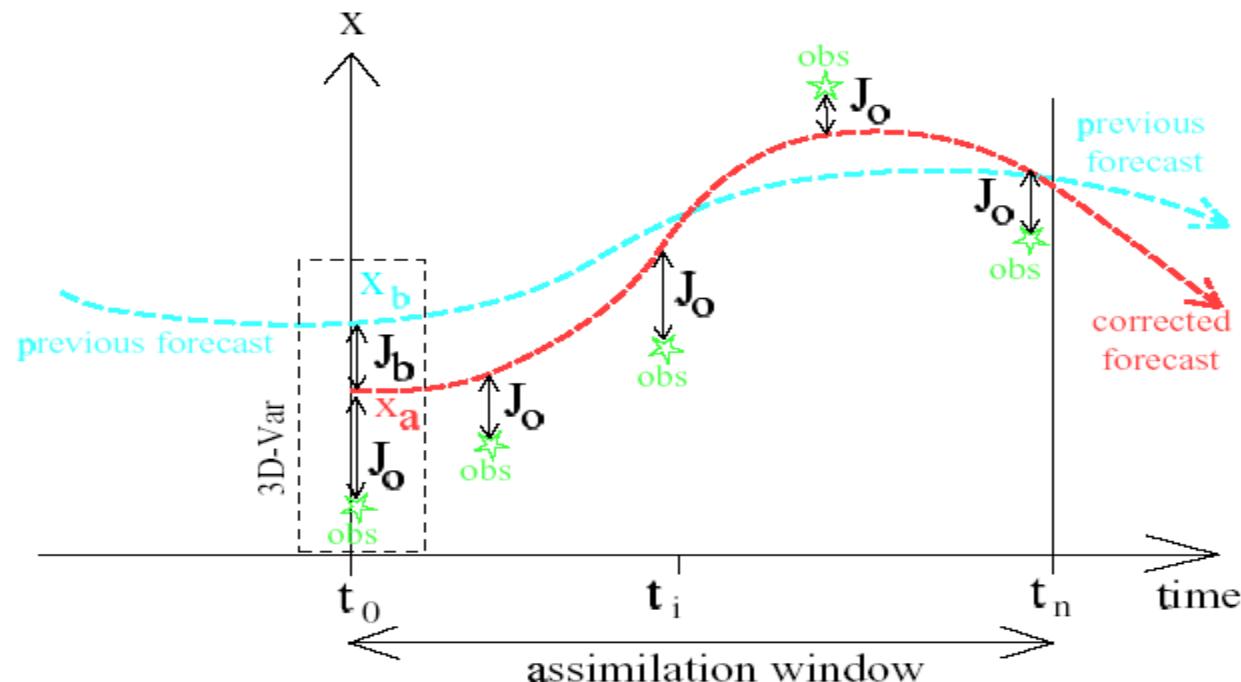
- Pros
 - Variáveis observadas e do modelo podem ser não lineares
 - $H(X)$, H , H^T é necessário para cada tipo de observação
 - Pode assimilar radiâncias diretamente
 - Flexível escolha das variáveis do modelo
- Contras

Previsão Numerica de Tempo e Clima

➤ Four-Dimensional Data Assimilation (4DDA)

➤ Continuous (Dynamic) 4DDA

assimilação de dados variacional (4DVAR)



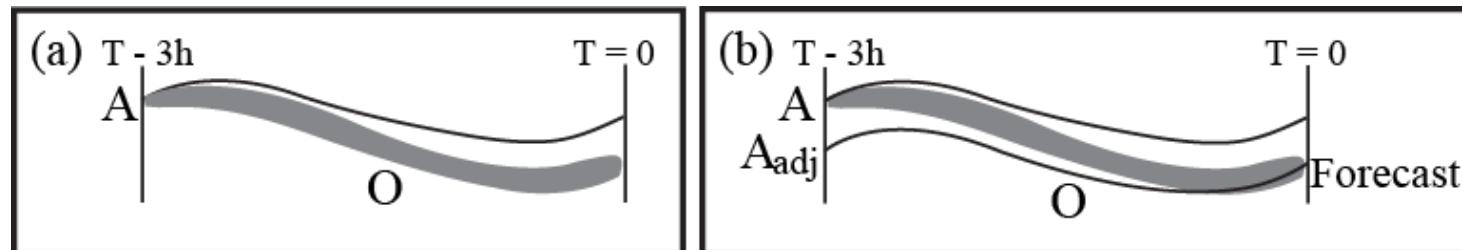
Previsão Numerica de Tempo e Clima

➤ Four-Dimensional Data Assimilation (4DDA)

➤ Continuous (Dynamic) 4DDA

assimilação de dados variacional (4DVAR)

Na assimilação de dados variacionais ou 4DVAR, tenta-se criar o melhor ajuste possível entre o modelo e os dados observacionais de forma que as condições iniciais ajustadas sejam ótimas para uso nas previsões subsequentes do modelo.



Na Fig. 13.14 mostra que o valor produzido pela primeira análise é A (Sasaki 1969; Stephens 1970)

Previsão Numerica de Tempo e Clima

➤ Four-Dimensional Data Assimilation (4DDA)

➤ Continuous (Dynamic) 4DDA

assimilação de dados variacional (4DVAR)

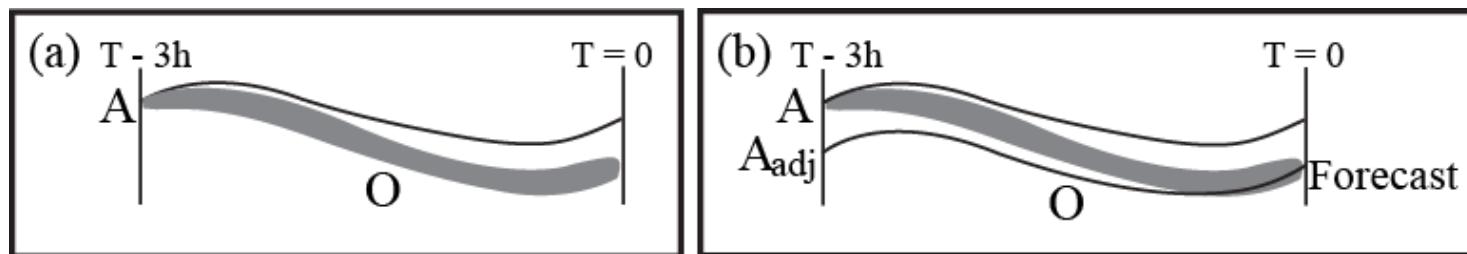


Fig. 13.14: Um esboço da assimilação de dados variacionais quadridimensionais (4DVAR).

(a) O valor produzido pela primeira análise é **A**, que se ajusta bem aos dados em **T-3h** (indicado por A), mas leva a uma previsão (linha contínua) que não corresponde bem às **observações (sombreadas)** em **T = 0h**. A **banda sombreada** são as **observações**. Observe que mesmo os dados coletados ao mesmo tempo não necessariamente concordam entre si.

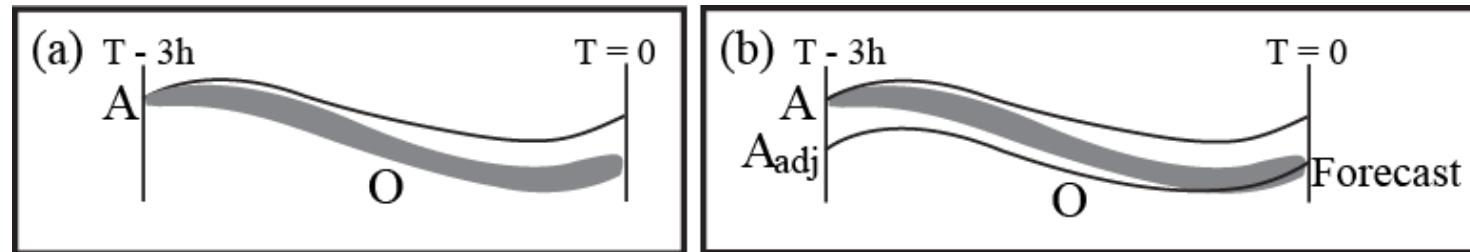
(b) Uma abordagem iterativa, ou seja, o **método adjunto**, é usada para **ajustar a análise inicial para que seja ótima para previsão**. (Cortesia de F. H. Carr)

Previsão Numerica de Tempo e Clima

➤ Four-Dimensional Data Assimilation (4DDA)

➤ Continuous (Dynamic) 4DDA

assimilação de dados variacional (4DVAR)



Embora se **ajuste bem aos dados em $T-3\text{h}$** , leva a uma previsão que **não corresponde bem às observações em $T = 0\text{h}$.**

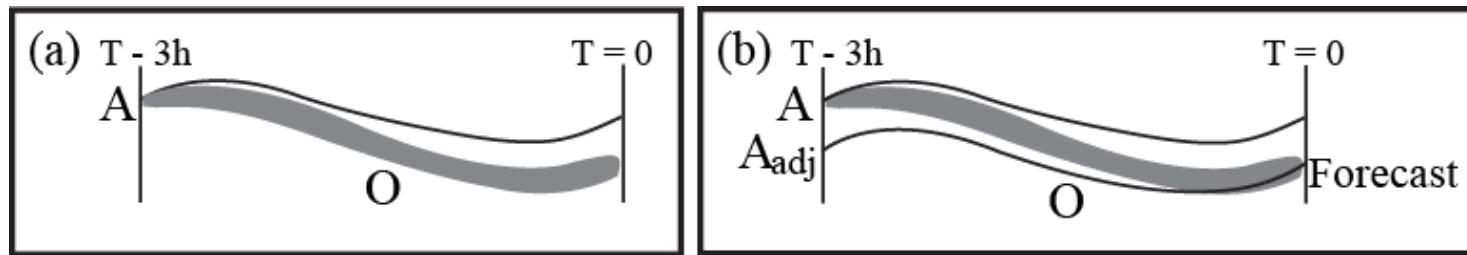
A **banda de pontos são as observações**. Observe que **mesmo os dados coletados ao mesmo tempo não necessariamente concordam entre si**.

Previsão Numerica de Tempo e Clima

➤ Four-Dimensional Data Assimilation (4DDA)

➤ Continuous (Dynamic) 4DDA

assimilação de dados variacional (4DVAR)



Uma maneira de resolver o problema é usar o método adjunto (Lewis e Derber 1985), como um tipo de 4DDA ou 4DVAR variacional, no qual uma abordagem iterativa é usada para ajustar a análise inicial para que seja ótima para previsão.

Em outras palavras, a análise ajustada (A_{adj}) leva a uma trajetória do modelo (curva pesada) que produz uma melhor previsão de 3 h para $T = 0$ h, embora possa não ser o melhor ajuste em $T-3h$.

Previsão Numerica de Tempo e Clima

➤ *Four-Dimensional Data Assimilation (4DDA)*

➤ *Continuous (Dynamic) 4DDA*

Filtro de Kalman

- O LETKF é simples e independe do modelo em comparação ao esquema variacional
- *Não é necessário modelo adjunto*
- Problema em relação ao número de membros introduz erros para estimação de B

Previsão Numérica de Tempo e Clima

➤ *Four-Dimensional Data Assimilation (4DDA)*

➤ *Continuous (Dynamic) 4DDA*

○ Kalman filtering

Na técnica de filtragem de Kalman (Ghil et al. 1981), os dados ajustam sequencialmente os campos assimilados à medida que o modelo é integrado no tempo.

O filtro de Kalman minimiza a variância do erro de análise não apenas em cada passo de tempo, mas durante todo o período de assimilação em que os dados são fornecidos.

Previsão Numérica de Tempo e Clima

➤ *Four-Dimensional Data Assimilation (4DDA)*

➤ *Continuous (Dynamic) 4DDA*

○ Kalman filtering

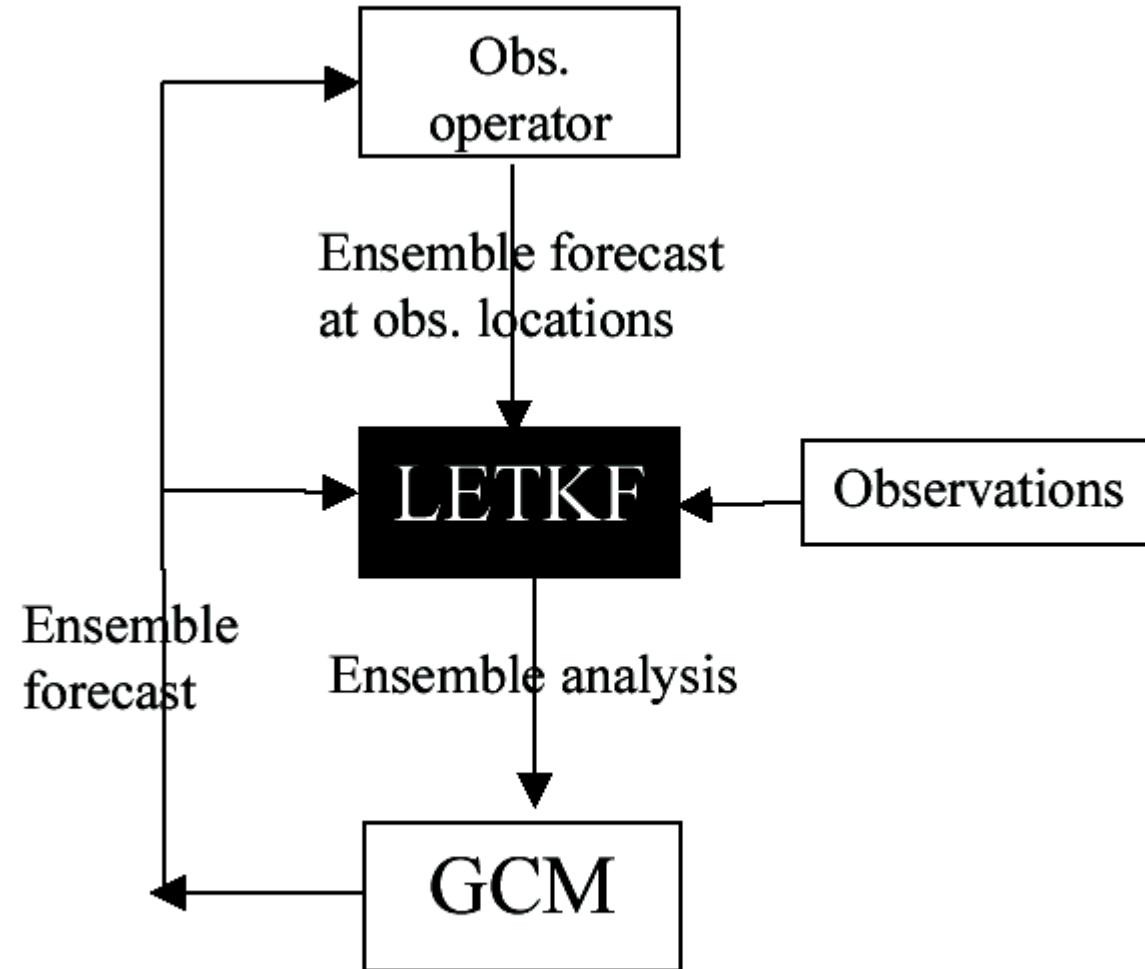
Através de uma aplicação de ideias bayesianas em um sentido dinâmico (Kalman 1960; Lorenc 1986), o filtro é capaz de extrair todas as informações úteis do incremento observacional ou residual a cada passo de tempo, permitindo assim que as observações sejam descartadas assim que forem assimiladas.

Uma simplificação promissora da filtragem de Kalman é a **filtragem de Kalman por conjunto (EnKF)** (consulte Kalnay 2003) ou http://en.wikipedia.org/wiki/Ensemble_Kalman_filter.

Previsão Numerica de Tempo e Clima

➤ Four-Dimensional Data Assimilation (4DDA)

➤ Continuous (Dynamic) 4DDA



Previsão Numerica de Tempo e Clima

➤ Four-Dimensional Data Assimilation (4DDA)

- Continuous (Dynamic) 4DDA
- Kalman filtering

Para juntar os dados padrão ou não padrão para reduzir ou eliminar o erro de spin-up causado pela falta, da circulação vertical totalmente desenvolvida no tempo inicial, que é necessária para representar a circulação em regiões de grandes índices pluviométricos, pode-se adotar a inicialização diabática ou física normal.

Isso pode melhorar as previsões quantitativas de precipitação, especialmente no início da previsão.

Duas questões-chave podem ser levantadas aqui:

(1) Escolha da técnica

(2) Fontes de dados hidrológicos/hidrometeóricos.

Previsão Numerica de Tempo e Clima

➤ Four-Dimensional Data Assimilation (4DDA)

- Continuous (Dynamic) 4DDA
- Kalman filtering

As **informações de aquecimento diabático** na **inicialização do modo normal não linear** podem ser provenientes das **estimativas do modelo** ou dos **dados de precipitação observados**. Os dados de precipitação (um campo 2D) são usados para inferir campos 3D de aquecimento latente, umidade e divergência de várias maneiras:

- (a) **Métodos estáticos** (Donner 1988; Turpeinen et al. 1990; Kasahara 1992; ver Lin 2007),
- (b) **Métodos dinâmicos** (Ninomiya e Kurihara, 1987; Carr e Baldwin 1991; Krishnamurti et al. 1991),
- (c) **Ajustar o esquema de parametrização convectiva para corresponder à precipitação observada** (Krishnamurti et al. 1991; Donner 1988; Puri e Miller 1990),
- (d) **Calor latente nudging** (Fiorino e Warner, 1981; Wang e Warner, 1988; Turpeinen et al. 1990; Jones e Macpherson 1997).

Previsão Numérica de Tempo e Clima

➤ Four-Dimensional Data Assimilation (4DDA)

- Continuous (Dynamic) 4DDA
- Kalman filtering

Um grande problema em todas as técnicas de (assimilação de informações de aquecimento diabático na inicialização do modo normal não linear) é a necessidade de distribuição vertical precisa das taxas de aquecimento e umedecimento.

Por exemplo,

- (i) dados pluviométricos de superfície não disponíveis de hora em hora,
- (ii) os dados radiosondas são esparsos horizontalmente (mas podem ser superados combinando estimativas de infravermelho e microondas por satélite),
- (iii) os dados de água e gelo de nuvens a serem deduzidos da rede de radares Doppler não estão completos (as técnicas de recuperação são críticas).

Previsão Numérica de Tempo e Clima

➤ Four-Dimensional Data Assimilation (4DDA)

- Continuous (Dynamic) 4DDA
- Kalman filtering

O **4DVAR** incorpora dados observados em um modelo de mesoescala, como o WRFDA, de maneira **dinâmica** e **fisicamente consistente** para derivar condições iniciais aprimoradas.

Por meio do **cálculo de precipitação do modelo e do modelo adjunto**, as informações do espaço das variáveis do modelo, como vento, temperatura e umidade, **podem ser projetadas exclusivamente para as variáveis medidas** (ou seja, taxas de precipitação) e vice-versa, de maneira consistente.

Previsão Numérica de Tempo e Clima

➤ Four-Dimensional Data Assimilation (4DDA)

- Continuous (Dynamic) 4DDA
- Kalman filtering

Muitos dos métodos de assimilação de dados desenvolvidos para modelos de grande escala não podem ser aplicados aos modelos de escala de tempestade.

Por exemplo, fenômenos de escala de tempestade são altamente ageostróficos e divergentes, de modo que as restrições entre os campos de massa e momento aplicados em grande escala (equilíbrio geostrófico e de vento térmico) não podem ser aplicados à escala de tempestade.

Além disso, o campo de massa é inferido a partir da refletividade e velocidade radial medidas por radares Doppler, em vez de ser medido diretamente. Assim, as técnicas de recuperação (retrieval) tornam-se muito críticas.

Previsão Numerica de Tempo e Clima

➤ Four-Dimensional Data Assimilation (4DDA)

➤ Continuous (Dynamic) 4DDA

○ Kalman filtering

Conforme mostrado na Fig. 13.15, o método adjunto pode melhorar a precisão na recuperação(retrieval) dos campos termodinâmicos, em comparação com a integração direta da equação de continuidade (Sun e Crook 1996).

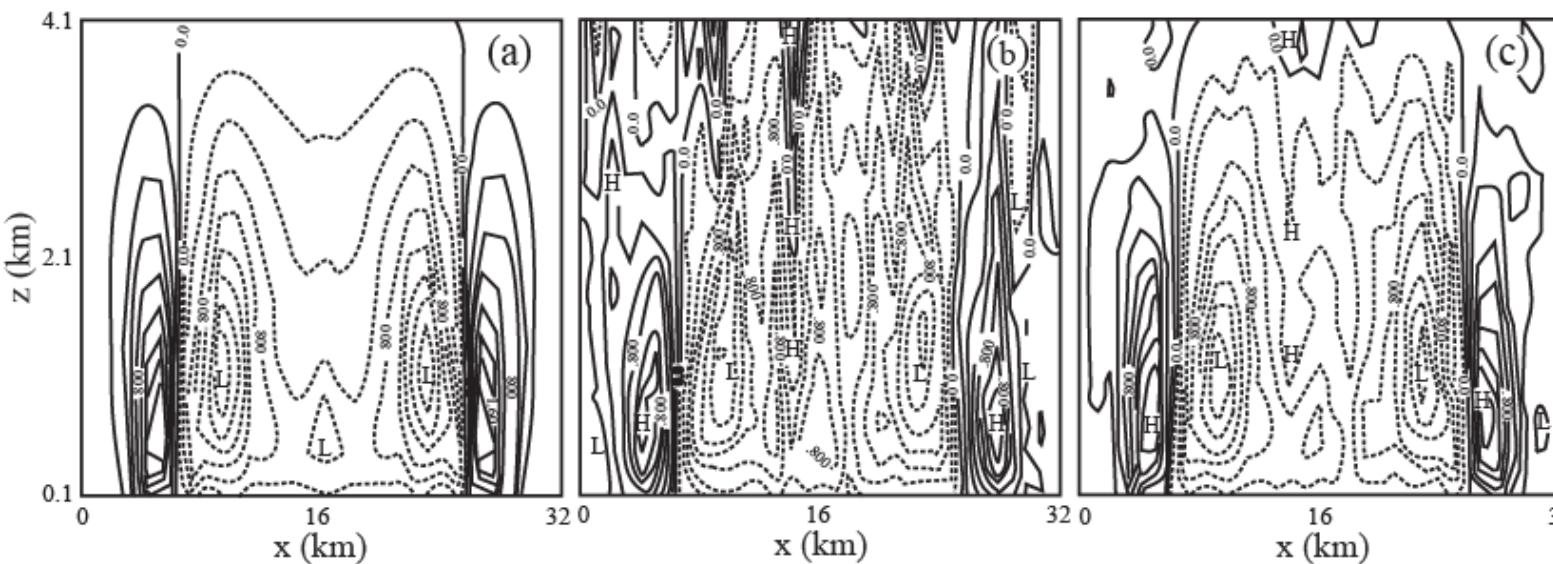


Fig. 13.15: Vertical velocity field from:

- (a) control run,**
- (b) vertical integration of the continuity equation,**
- (c) adjoint retrieval. (After Sun and Crook 1996)**