



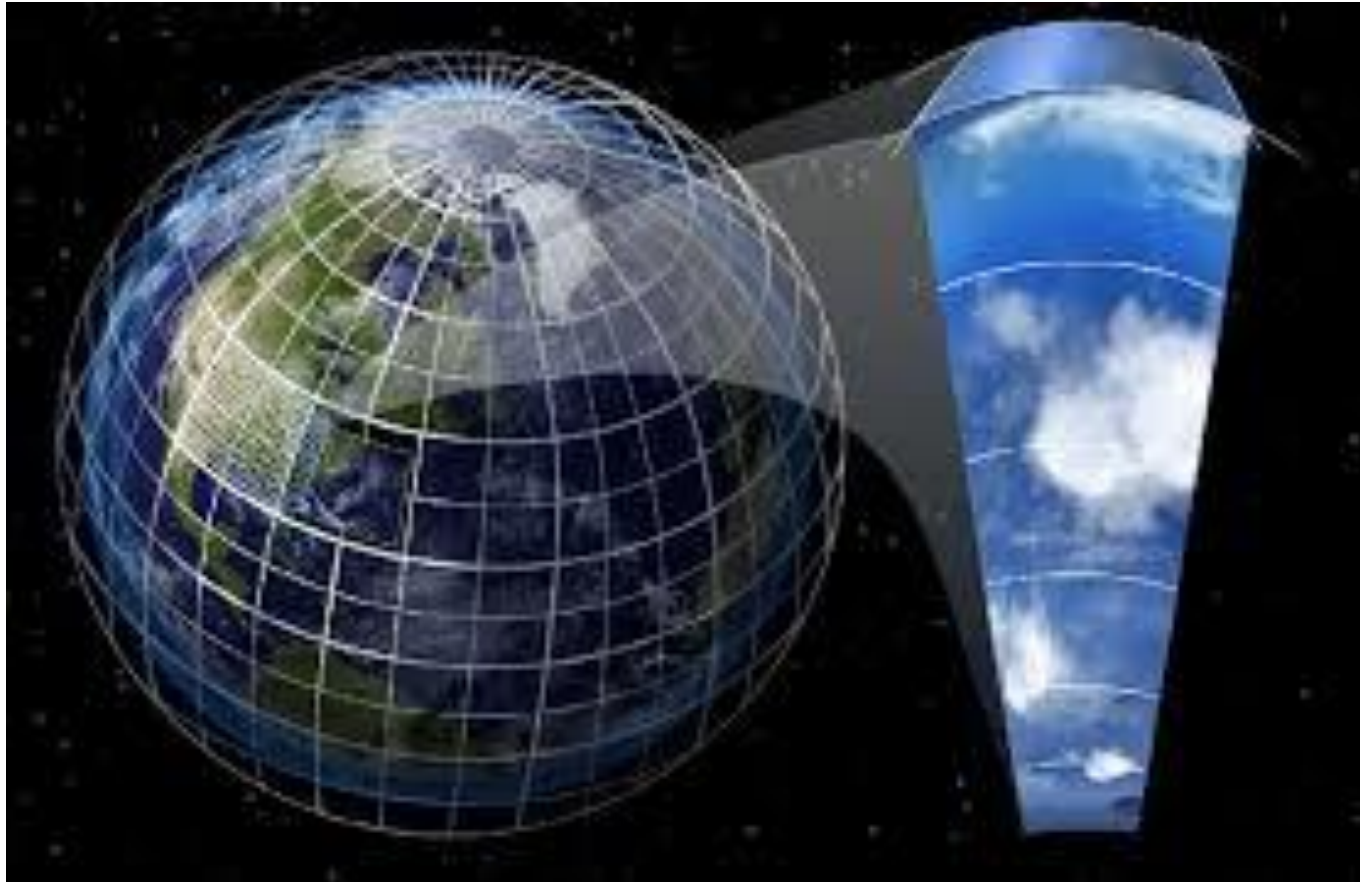
Microfísica de Nuvens MONAN

[Centro de Previsão de Tempo e Estudos Climáticos - INPE](https://previsaonumerica.cptec.inpe.br/)

<https://previsaonumerica.cptec.inpe.br/>



Equações Governantes utilizada na Parametrização de Microfísica de Nuvens de Gregory Thompson





As 6 equações de prognóstico para as **razão de mistura $q_i, q_v, q_c, q_r, q_s, q_g$,**
paralelismo

$$\frac{\partial p^* q_v}{\partial t} = \underbrace{-ADV(p^* q_v) + DIV(p^* q_v)}_{\text{paralelismo}} + D(q_v) + p^*(P_{revp} - P_{idep} - P_{sdep} - P_{gdep} - P_{idsn} - P_{ccnd})$$

$$\frac{\partial p^* q_c}{\partial t} = -ADV(p^* q_c) + DIV(p^* q_c) + D(q_c) + p^*(-P_{ccnr} - P_{racw} + P_{ccnd} - P_{ifzc} - P_{ispl} - P_{s.sacw} - P_{g.sacw} - P_{gacw} - P_{i.iacw} - P_{g.iacw} + P_{imlt})$$

$$\frac{\partial p^* q_r}{\partial t} = -ADV(p^* q_r) + DIV(p^* q_r) - P_{rprc} + p^*(P_{racw} + P_{ccnr} - P_{revp} - P_{gfzr} - P_{iacr} - P_{s.sacr} - P_{g.sacr} - P_{gacr} + P_{smlt} + P_{gmlt})$$

$$\frac{\partial p^* q_i}{\partial t} = -ADV(p^* q_i) + DIV(p^* q_i) + D(q_i) + p^*(P_{idsn} + P_{ifzc} + P_{ispl} + P_{idep} + P_{i.iacw} - P_{icng} - P_{raci} - P_{saci} - P_{icns} - P_{imlt})$$

$$\frac{\partial p^* q_s}{\partial t} = -ADV(p^* q_s) + DIV(p^* q_s) - P_{sprc} + p^*(P_{sdep} + P_{icns} + P_{s.sacw} - P_{scng} + P_{saci} + P_{s.sacr} - P_{g.racs} - P_{smlt})$$

$$\frac{\partial p^* q_g}{\partial t} = -ADV(p^* q_g) + DIV(p^* q_g) - P_{gprc} + p^*(P_{gdep} + P_{scng} + P_{gsacw} + P_{gacw} + P_{gacr} + P_{iacr} + P_{raci} + P_{g.racs} + P_{gfzr} + P_{icng} + P_{g.iacw} - P_{gmlt})$$



WorkShop Estado da Arte da Parametrizações Físicas “Microfísica”



As 3 equações de prognóstico para as **concentrações numéricas** de gelo de nuvem N_i , neve N_s e graupel N_g são

paralelismo

$$\frac{\partial p^* N_i}{\partial t} = \overbrace{-ADV(p^* N_i) + DIV(p^* N_i) + D(N_i)}^{\text{paralelismo}} + p^* \left(-N_{icng} - N_{iag} + N_{ifzc} + \frac{\rho}{m_{io}} (P_{idsn} + P_{ispl}) - \frac{N_i}{q_i} (P_{imlt} + P_{raci} + P_{saci} - P_{icns}) \right)$$

$$\frac{\partial p^* N_s}{\partial t} = -ADV(p^* N_s) + DIV(p^* N_s) - N_{sprc} + p^* \left(-N_{g.sacr} - N_{sag} - N_{gacs} - N_{scng} + \frac{\rho}{m_{io}} (P_{icns}) - \frac{N_s}{q_s} (P_{smlt} - P_{sdep}) \right)$$

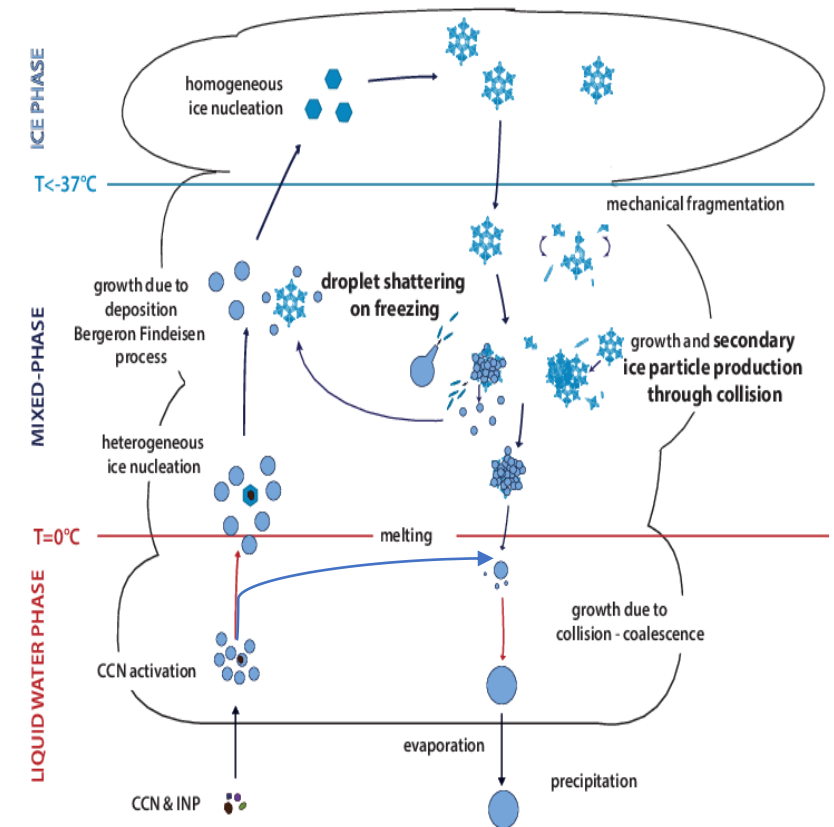
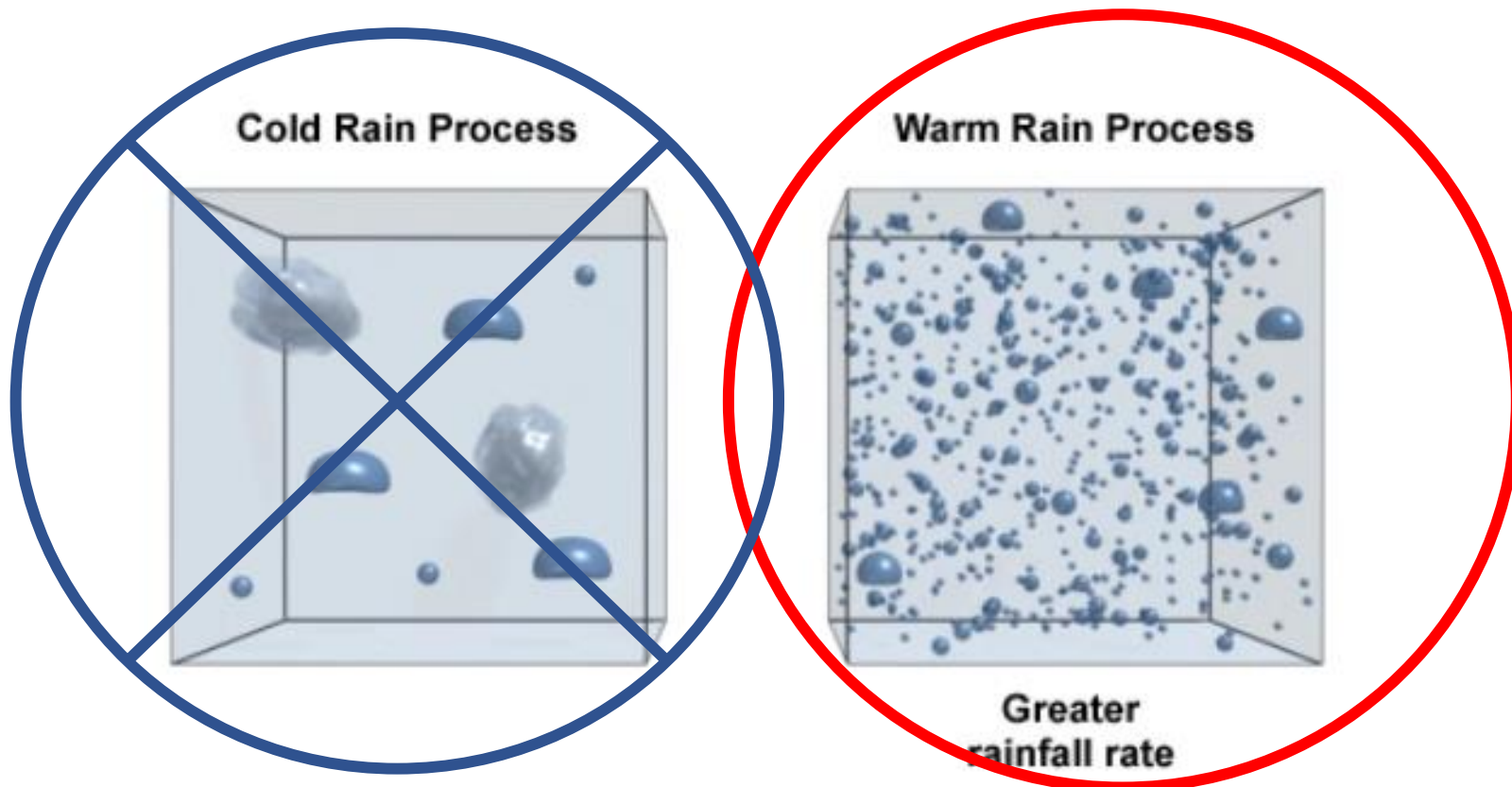
$$\frac{\partial p^* N_g}{\partial t} = -ADV(p^* N_g) + DIV(p^* N_g) - N_{gprc} + p^* \left(N_{icng} + \frac{N_i}{q_i} (P_{iacr} + P_{raci}) + N_{g.sacr} + N_{gacs} + N_{gfzr} - \frac{N_g}{q_g} (P_{gmlt} + P_{gdep}) \right)$$

Aqui p^* é a diferença entre a **pressão na superfície** e a **pressão no topo**, $\sigma = (p - p_t)/p^*$

A versão descrita no RRB como “opção 5”, que prevê adicionalmente concentrações numéricas de **graupel e **neve**, não estava disponível até 2004-2005.**



Microfísica da nuvem: fase quente/líquido





WorkShop Estado da Arte da Parametrizações Físicas “Microfísica”

Principais processos microfísicos relacionados com o gelo.

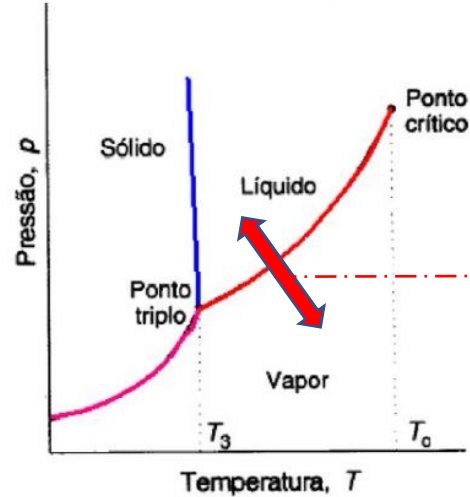


Equação de Clausius-Clapeyron

$$\frac{de_s}{dT} = \frac{L_v}{T(\alpha_2 - \alpha_1)} > 0$$

$$\frac{de_{si}}{dT} = \frac{L_s}{T(\alpha_2 - \alpha_3)} > 0$$

$$\frac{de_{sf}}{dT} = \frac{L_f}{T(\alpha_1 - \alpha_3)} < 0$$

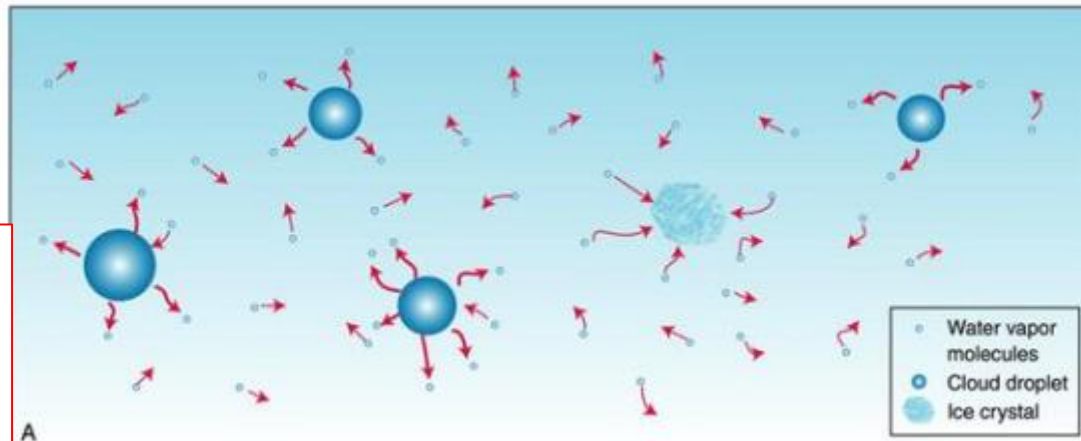
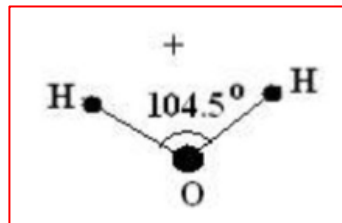


$$S_w = \frac{e}{e_s} - 1$$

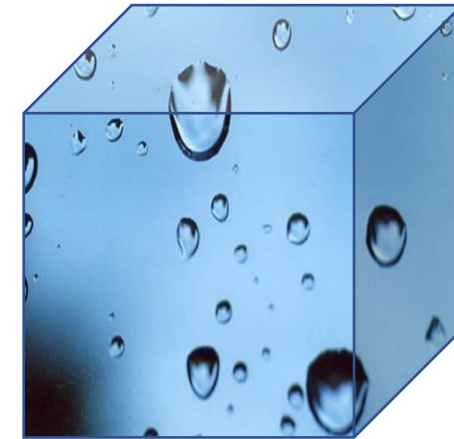
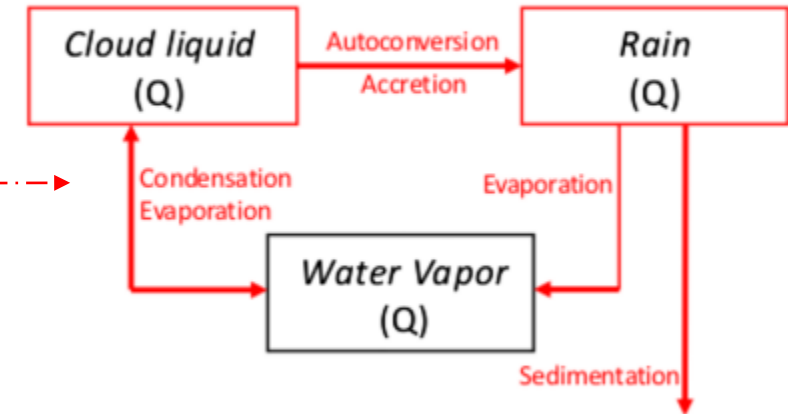
Integrando a equação temos a Pressão Vapo de Saturação para a transição vapor/liquido:

$$e_s = e_{so} \exp \left\{ \frac{L_v}{R_v} \left(\frac{1}{T_o} - \frac{1}{T} \right) \right\}$$

$E_{so} = 6,11 \text{ mb}$
 $T_o = 273,15 \text{ K}$



(a) Kessler bulk scheme



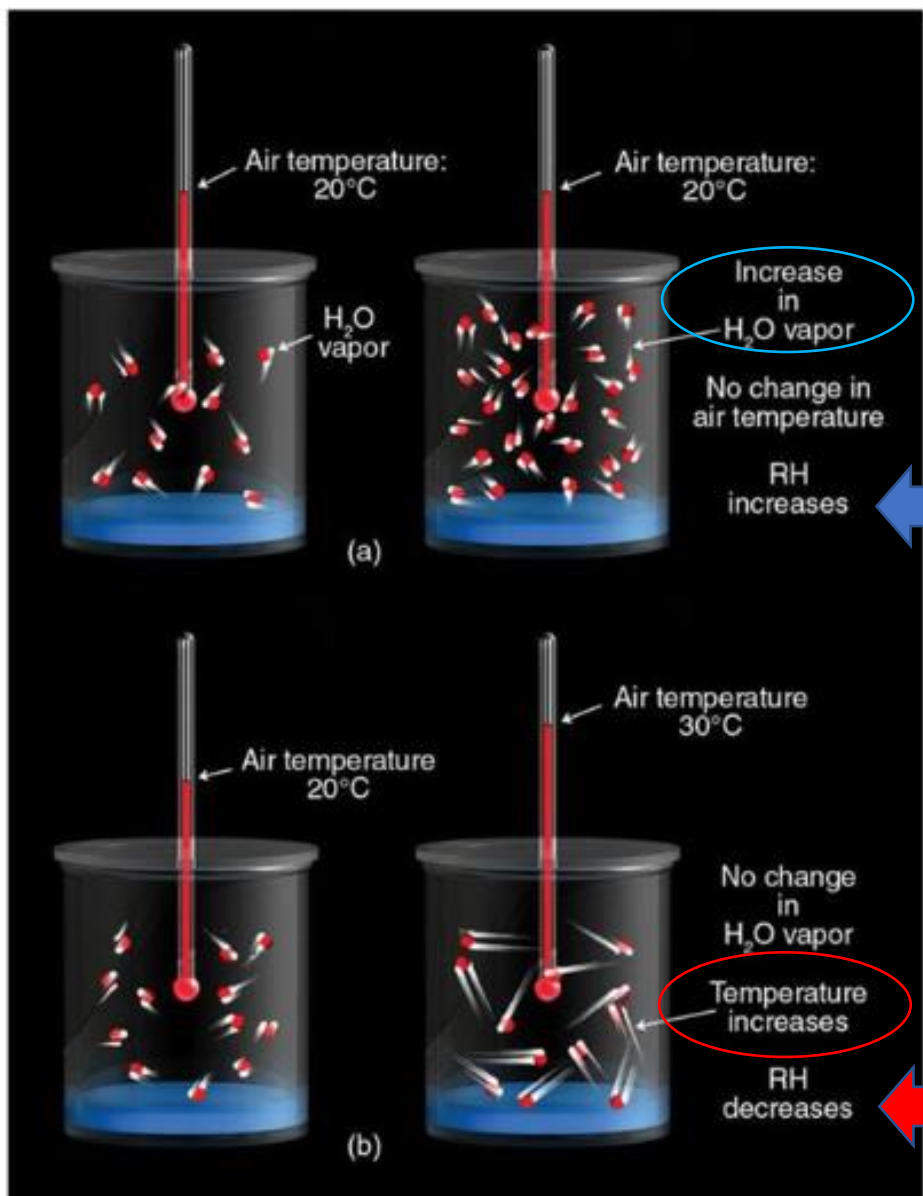


WorkShop Estado da Arte da Parametrizações Físicas “Microfísica”

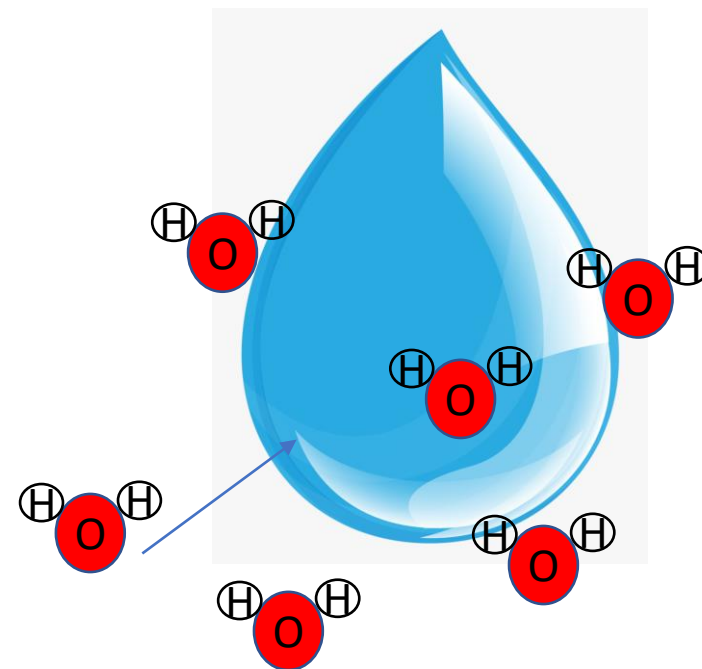
Principais processos microfísicos relacionados com o gelo.



Constant
temperature,
increasing
vapor pressure



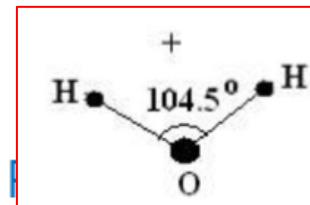
RH increases



$$e_s = e_{so} \exp \left\{ \frac{L_v}{R_v} \left(\frac{1}{T_o} - \frac{1}{T} \right) \right\}$$

RH decreases

$$\uparrow RH \downarrow = \frac{\uparrow e}{\uparrow e_s}$$





WorkShop Estado da Arte da Parametrizações Físicas “Microfísica”

Principais processos microfísicos relacionados com o gelo.



Table 3.1.2 Expressions for $e_w(T)$.

$$e_w = \sum_{k=0}^6 a_k T_C^k$$

$$a_0 = 6.1117675 \times 10^2, a_1 = 4.43986062 \times 10^1, a_2 = 1.43053301, a_3 = 2.65027242 \times 10^{-2}, a_4 = 3.02246994 \times 10^{-4},$$
$$a_5 = 2.03886313 \times 10^{-6}, a_6 = 6.38780966 \times 10^{-9}$$

Temperature range:

$$-50^\circ\text{C} \leq T_C \leq 50^\circ\text{C} \text{ (Flatau et al., 1992)}$$

$$e_w = a \exp \left(- \frac{b}{T_C + 273.15} \right)$$

$$a = 2.53 \times 10^{11}, b = 5.42 \times 10^3$$

Temperature range:

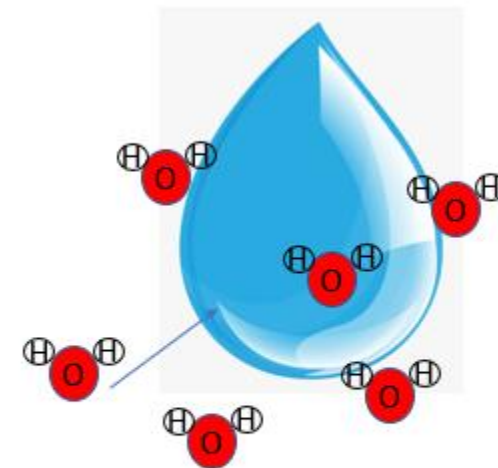
$$-30^\circ\text{C} \leq T_C \leq 30^\circ\text{C} \text{ (Rogers and Yau, 1996)}$$

$$e_w = 10^2(a_0 + T_C(a_1 + T_C(a_2 + T_C(a_3 + T_C(a_4 + T_C(a_5 + a_6 T_C))))))$$

$$a_0 = 6.107799961, a_1 = 4.436518521 \times 10^{-1}, a_2 = 1.428945805 \times 10^{-2}, a_3 = 2.650648471 \times 10^{-4}, a_4 = 3.031240396 \times 10^{-6},$$
$$a_5 = 2.034080948 \times 10^{-8}, a_6 = 6.136820929 \times 10^{-11}$$

Temperature range:

$$-50^\circ\text{C} \leq T_C \leq 50^\circ\text{C} \text{ (Pruppacher and Klett, 1997)}$$



$$e_s = e_{so} \exp \left\{ \frac{L_v}{R_v} \left(\frac{1}{T_o} - \frac{1}{T} \right) \right\}$$



WorkShop Estado da Arte da Parametrizações Físicas “Microfísica”

Principais processos microfísicos relacionados com o gelo.



$$e_w = \frac{6.1078 \times 10^2}{(a_0 + T_C(a_1 + T_C(a_2 + T_C(a_3 + T_C(a_4 + T_C(a_5 + T_C(a_6 + T_C(a_7 + T_C(a_8 + a_9 T_C))))))))))^8}$$

$$a_0 = 0.99999683, a_1 = -0.90826951 \times 10^{-2}, a_2 = 0.78736169 \times 10^{-4},$$
$$a_3 = -0.61117958 \times 10^{-6}, a_4 = 0.43884187 \times 10^{-8}, a_5 = -0.29883885 \times 10^{-10},$$
$$a_6 = 0.21874425 \times 10^{-12}, a_7 = -0.17892321 \times 10^{-14}, a_8 = 0.11112018 \times 10^{-16},$$
$$a_9 = -0.30994571 \times 10^{-19}$$

Temperature range:

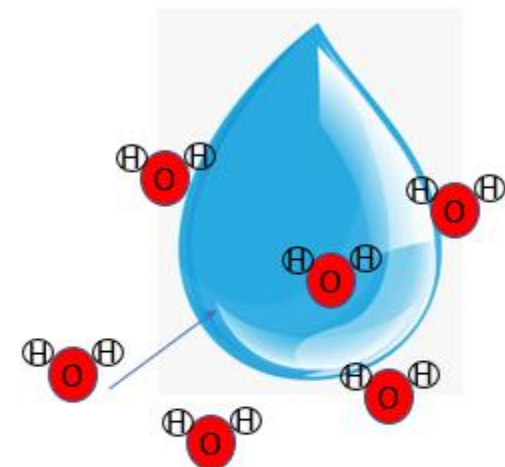
$$-50^\circ\text{C} \leq T_C \leq 100^\circ\text{C} \text{ (Wobus approximation)}$$

$$e_w = \exp \left[a_0 - \frac{a_1}{T} - a_2 \ln(T) + a_3 T + \tanh(a_4(T - a_5)) \times \left(a_6 - \frac{a_7}{T} - a_8 \ln(T) + a_9 T \right) \right]$$

$$a_0 = 5.4842763 \times 10^1, a_1 = 6.76322 \times 10^3, a_2 = 4.21, a_3 = 3.67 \times 10^{-4}, a_4 = 4.15 \times 10^{-2},$$
$$a_5 = 2.188 \times 10^2, a_6 = 5.3878 \times 10^1, a_7 = 1.33122 \times 10^3, a_8 = 9.44523, a_9 = 1,4025 \times 10^{-2}$$

Temperature range:

$$123 \text{ K} \leq T \leq 332 \text{ K} \text{ (Murphy and Koop, 2005)}$$



$$e_s = e_{so} \exp \left\{ \frac{L_v}{R_v} \left(\frac{1}{T_o} - \frac{1}{T} \right) \right\}$$



WorkShop Estado da Arte da Parametrizações Físicas “Microfísica”

Principais processos microfísicos relacionados com o gelo.

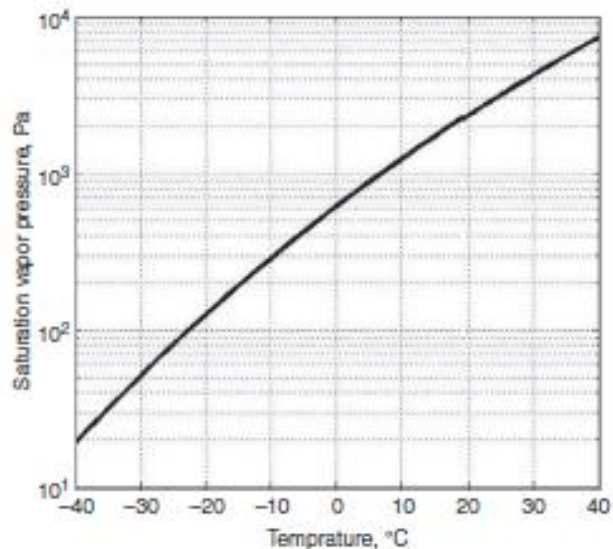


Figure 3.1.1 Dependence of saturation vapor pressure on temperature $e_s(T_C)$, calculated according to Flatau et al. (1992).

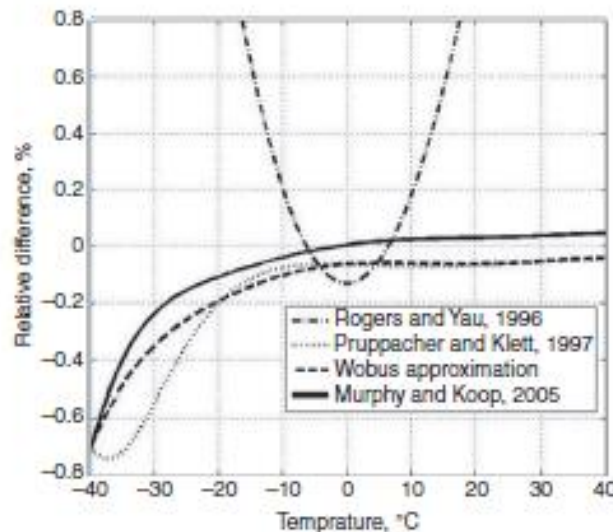


Figure 3.1.2 Relative difference (in percent) between the values of saturation vapor pressure $e_s(T)$ with respect to values calculated by the formula suggested by Flatau et al. (1992) (see also <http://cires.colorado.edu/~voemel/vp.html>).

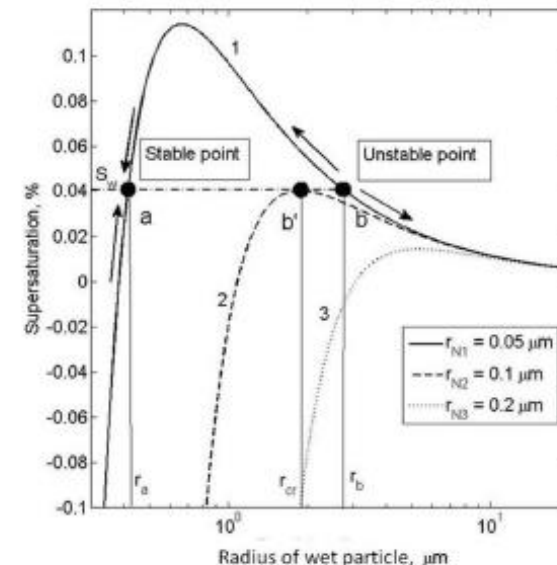


Figure 5.1.6 Dependencies of equilibrium supersaturation $S_{w,eq}$ on the radius r of a wet particle (the Köhler curves). Horizontal line denotes environmental supersaturations S_w .

$$e_w = \sum_{k=0}^6 a_k T_C^k$$

$$a_0 = 6.1117675 \times 10^2, a_1 = 4.43986062 \times 10^1, a_2 = 1.43053301, a_3 = 2.65027242 \times 10^{-2}, a_4 = 3.02246994 \times 10^{-4}, \\ a_5 = 2.03886313 \times 10^{-6}, a_6 = 6.38780966 \times 10^{-9}$$

Temperature range:

$$-50^\circ\text{C} \leq T_C \leq 50^\circ\text{C} \text{ (Flatau et al., 1992)}$$

$$S_w = \frac{e}{e_s} - 1$$

Caso a **supersaturação seja negativa ($S_w < 1$)**, também é utilizada uma grandeza denominada **déficit de saturação**, sendo igual a $-S_w = (100 - RH)\%$.

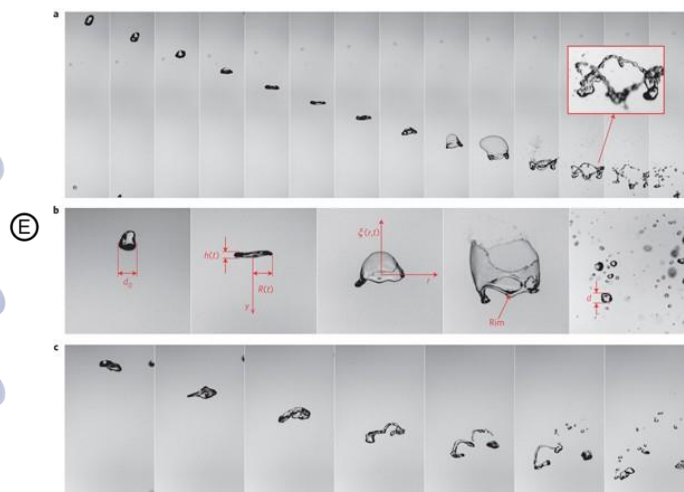
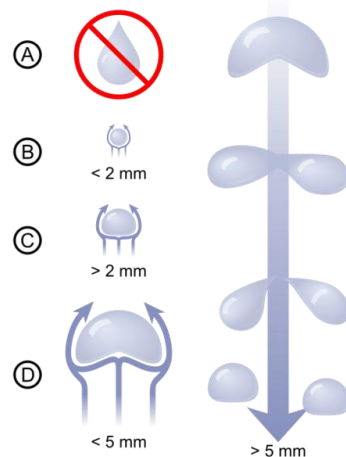
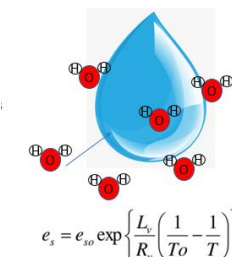
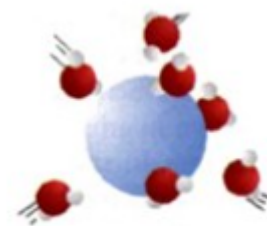
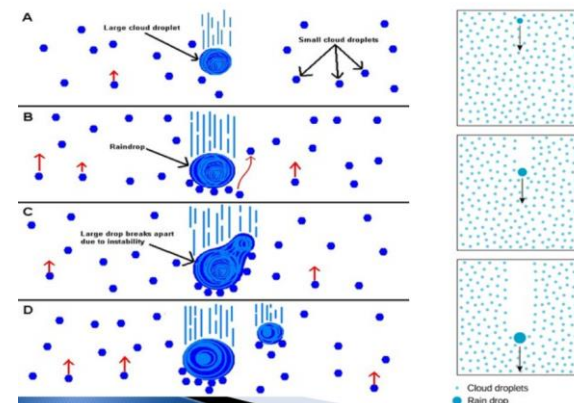


WorkShop Estado da Arte da Parametrizações Físicas “Microfísica”



Tabela 5.1.1 Taxas dos principais processos microfísicos quentes.

Collision and Coalescence



Warm Process

Term in a Kinetic Equation

Nucleation

$$\frac{\partial f(m(r_{Ncr}), t)}{\partial m} = \begin{cases} -\frac{\partial f_{CCN}(r_{Ncr})}{\partial r_{Ncr}} & S_w > S_{w_max} \\ 0 & S_w < S_{w_max} \end{cases}$$

Condensation/evaporation with a ventilation effect

$$-F_v \frac{\partial}{\partial m} \left[\frac{dm}{dt} f(m) \right]$$

Sedimentation

$$-\frac{\partial}{\partial z} [V_g(m) f(m)]$$

Spontaneous breakup

$$\int_0^\infty f(m') P_r(m') P(m, m') dm' - f(m) P_r(m)$$

Collisions and coalescence

$$\frac{1}{2} \int_0^m f(m') f(m - m') K(m - m', m') dm' - f(m) \int_0^\infty f(m') K(m, m') dm'$$

Collisional breakup

$$\frac{1}{2} \int_0^\infty f(m') dm'' \int_0^\infty f(m'') B(m, m'') P(m; m', m'') dm' - f(m) \int_0^\infty \frac{f(m') B(m, m'')}{m + m''} dm'' \int_0^\infty m' P(m'; m, m'') dm'$$

Conservative mixing

$$\frac{\partial}{\partial x_i} K_{ij} \frac{\partial}{\partial x_j} f(m)$$

Non-conservative mixing

$$\left(\frac{\partial}{\partial x_i} + G_i \frac{\partial}{\partial m} \right) K_{ij} \left(\frac{\partial}{\partial x_j} + G_j \frac{\partial}{\partial m} \right) f(m)$$



- I. Partículas de aerossol (Núcleo de Condensação)**
- II. Núcleos de condensação de nuvens, nucleação de gotículas, teoria de Köhler**
- III. Crescimento de gotículas: por condensação e colisão**
- IV. Separação de gotas**
- V. Precipitação, sedimentação**



1) Droplet Nucleation

- Equation for Condensation Growth of Drops
- Nucleation of Cloud Droplets and the Köhler Curves
- The Role of Chemical Composition of Aerosols in Droplet Nucleation
- Cloud Condensational Nuclei and the Relationship Between CCN Concentration and Supersaturation
- Calculation of CCN Distributions Using the $N_{ccN}(S_w)$ Dependencies

2 Condensational (Diffusional) Drop Growth

- Equation for Supersaturation and Water Budget
- Equations of Diffusional Drop Growth and Supersaturation
- Vertical Profiles of Microphysical Characteristics in Adiabatic Parcels
- Characteristics of Droplet Size Distribution During Diffusional Growth
- Stochastic Condensation in the Adiabatic Case
- Effects of the Curvature Terms and the Chemistry Terms on DSD Behavior
- Factors Affecting Supersaturation in Clouds
- Examples of Supersaturation Fields Obtained in in situ Measurements and Cloud Models
- Supersaturation in a Vertically Moving Parcel (by Korolev and Mazin, 2003)



3 Parameterization of Droplet Nucleation in Cloud Models

- The General Methods of Parameterization
- Calculation of Droplet Concentration Near Cloud Base
- Droplet Nucleation in Cases of Very High CCN Concentration

4 Calculation of Diffusional Growth and of Supersaturation in Numerical Cloud Models

- Representation of Diffusional Growth by Mass Fluxes
- Calculation of DSD Evolution Caused by Condensational Growth/Evaporation in Cloud Models
- Calculation of Supersaturation in Cloud Models

5 Drop Dynamics

- Equation of Drop Motion
- Sedimentation of Drops in Calm Air
- Representation of Drop Sedimentation and Rain Flux in Cloud Models
- The Ventilation Effect
- Drop Oscillations and Spontaneous Breakup
- Drop Motion in Nonuniform and Turbulent Flows
- Drop Clustering
- Turbulence Impact on Drop Sedimentation



6 Gravitational Drop Collisions

- Main Concepts Related to Drop Collision Process
- Equations Describing Drop Collisions
- Gravitational Collision Efficiencies
- Coalescence Efficiency
- Collisional Breakup of Drops

7 Methods Used for Solving Stochastic Collection Equation and Stochastic Breakup Equation

- Methods Used for Solving SCE
- Solving the Stochastic Breakup Equation (SBE)
- 3 Examples of Drop Spectra Evolution Caused by Collisions and Breakups
- Description of Collisions in Bulk-Parameterization Schemes



8 Turbulent Collisions of Drops and Their Parameterization in Cloud Models

- Relative Drop Velocity and the Stochastic Nature of Drop Collisions
- Models of Turbulent Flows Used in Analysis of Drop Collisions
- Drop Fluxes and the Definition of the Spherical Collision Kernel
- Turbulence Effects on the Swept Volume
- Hydrodynamic Drop Interaction
- Effects of Drop Clustering
- Parameterization of Turbulent Collisions in Bin Microphysics Cloud Models
- Evolution of DSD Within a Turbulent Medium
- Parameterization of Turbulence Effects on Drop Collisions in Bulk Microphysics Models
- Some Unsolved Problems

9 Turbulent Mixing in Clouds

- The Concept of Turbulent Mixing and Mixing Operators
- Mixing at Cloud Boundaries
- Diffusion-Evaporation Theory of Turbulent Mixing
- Observations of Mixing Phenomena in Clouds



10 Numerical Modeling of Mixing Effects

- Parcel Models
- Representation of Mixing in Cloud Models at Different Spatial Scales
- Effects of Mixing on Cloud Microstructure, Simulated by Means of Cloud Models
- Modeling Formation of Superadiabatic Droplets
- Modeling of Turbulent Mixing Down to Millimeter Scales

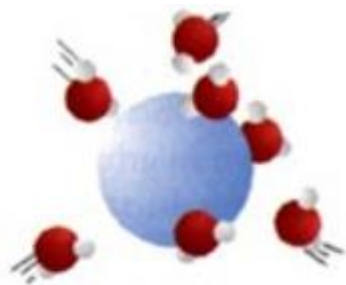
11 Formation of DSD and Raindrops via Warm Processes

- Spectral Bin Microphysics Parcel Model and the Design of Simulations
- In-Cloud Nucleation and Formation of Bimodal DSD
- The Role of Drop Collisions at the Cloud Development Stage
- Effects of Turbulence on First Raindrop Formation
- Relationship Between Drop Concentration and the Level of Raindrop Formation in Cumulus Clouds
- Formation of DSD in Stratocumulus Clouds

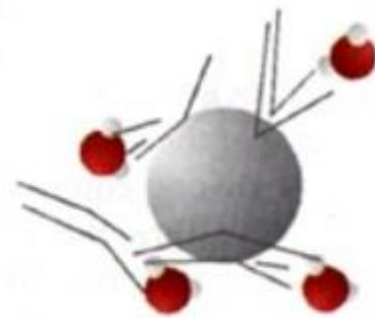


Nucleação de Gotas

Por que aerossóis?



Núcleo higroscópico



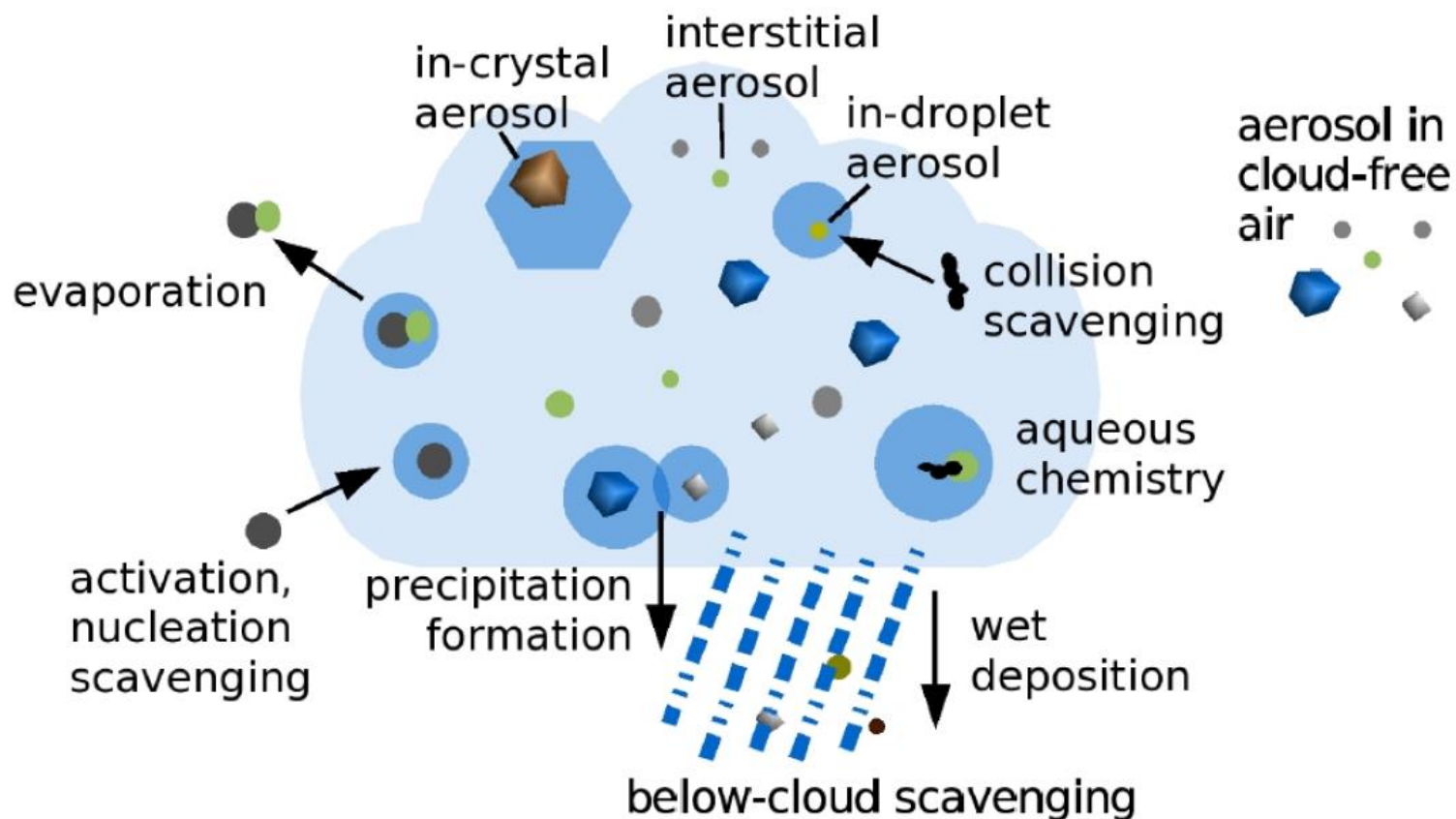
Núcleo hidrofóbico

- **Formação homogênea de gotículas** quase impossível sob condições atmosféricas (precisa de vários percentuais de Umidade relativa)
- Nucleação de gotas sempre assistida por partículas (“nucleação heterogênea”)
- Nucleação homogênea de gelo é possível em **temperaturas muito frias** (de gotículas de líquido possível, mas de vapor muito improvável)



Aerossóis

➤ Partículas de aerossol



**Tratamento Explícito do efeito de aerossóis (particle-based)
versus imitando impactos de aerossóis (continuous medium)**



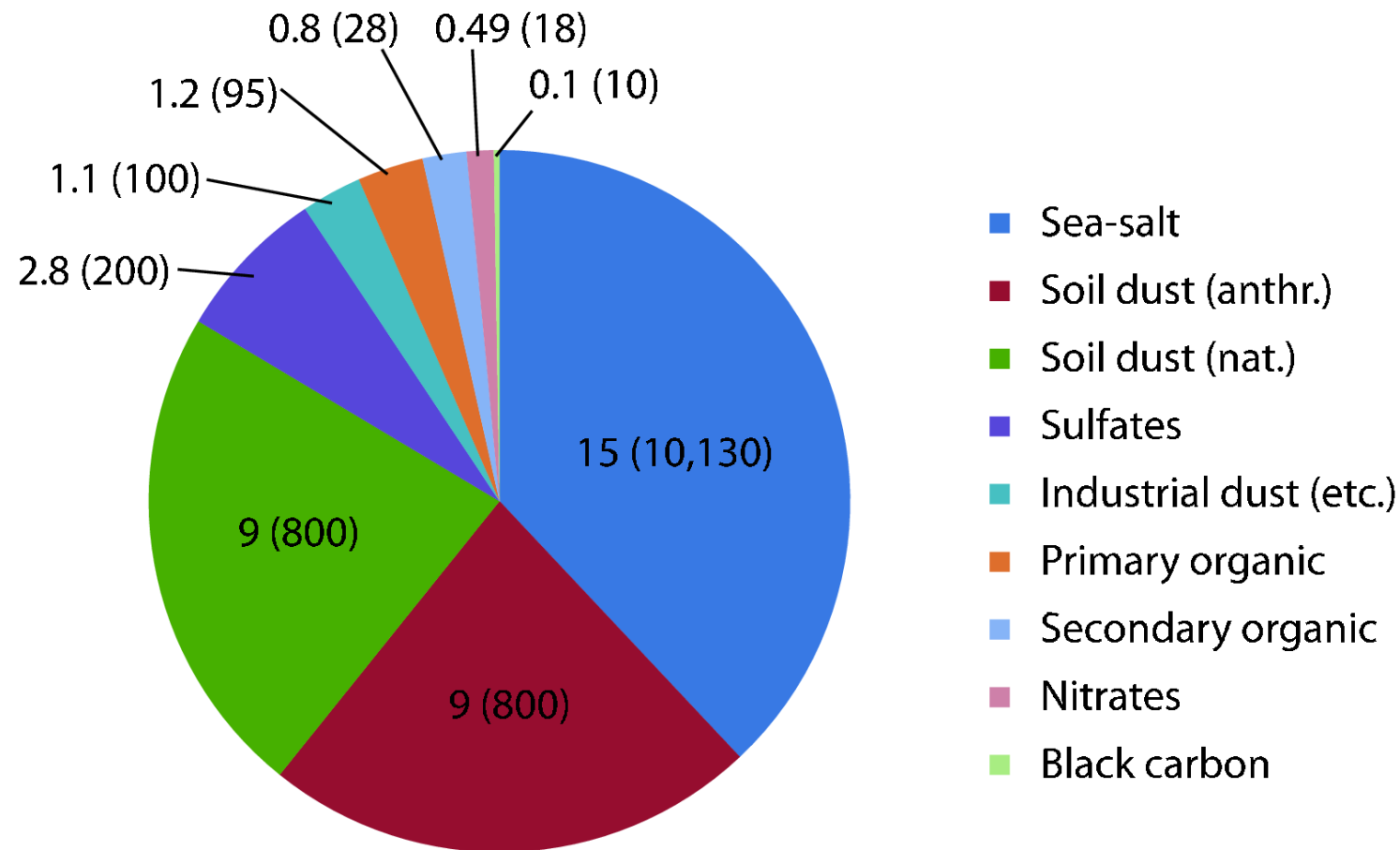
➤ Partículas de aerossol

- ☐ **Abundante** na atmosfera
- ☐ Variedade de **composições químicas** (poeira, fuligem, sal marinho, sulfatos, orgânicos como bactérias, pólen.....)
- ☐ As **concentrações** variam de alguns $\sim 10\text{cm}^{-3}$ em ar muito limpo (ártico) a \sim dezenas de 1000cm^{-3} em ar muito poluído (cidades poluídas)
- ☐ **Diferentes alturas** (sedimentação, camadas)
- ☐ **Bem misturado** na camada limite
- ☐ **Composição química, tamanho e forma determinam o efeito na atmosfera (núcleos, radiação)**



Aerossóis

➤ **Peso global de aerossóis.**



Os números definem o **peso em massa** (Tg) e **emissão** (Tg/a, entre parênteses) (Andreae e Rosenfeld 2008)



➤ Faixas de tamanho:

☐ Três modos introduzidos por Whitby, 1978 (Junge, 1955):

- **Modo de nucleação** (modo ~Aitken, $<0,1\mu\text{m}$),
- **Modo de acumulação** (partículas grandes, $0,1-1,0\mu\text{m}$),
- **Modo grossa** (partículas gigantes, $>1,0\mu\text{m}$)

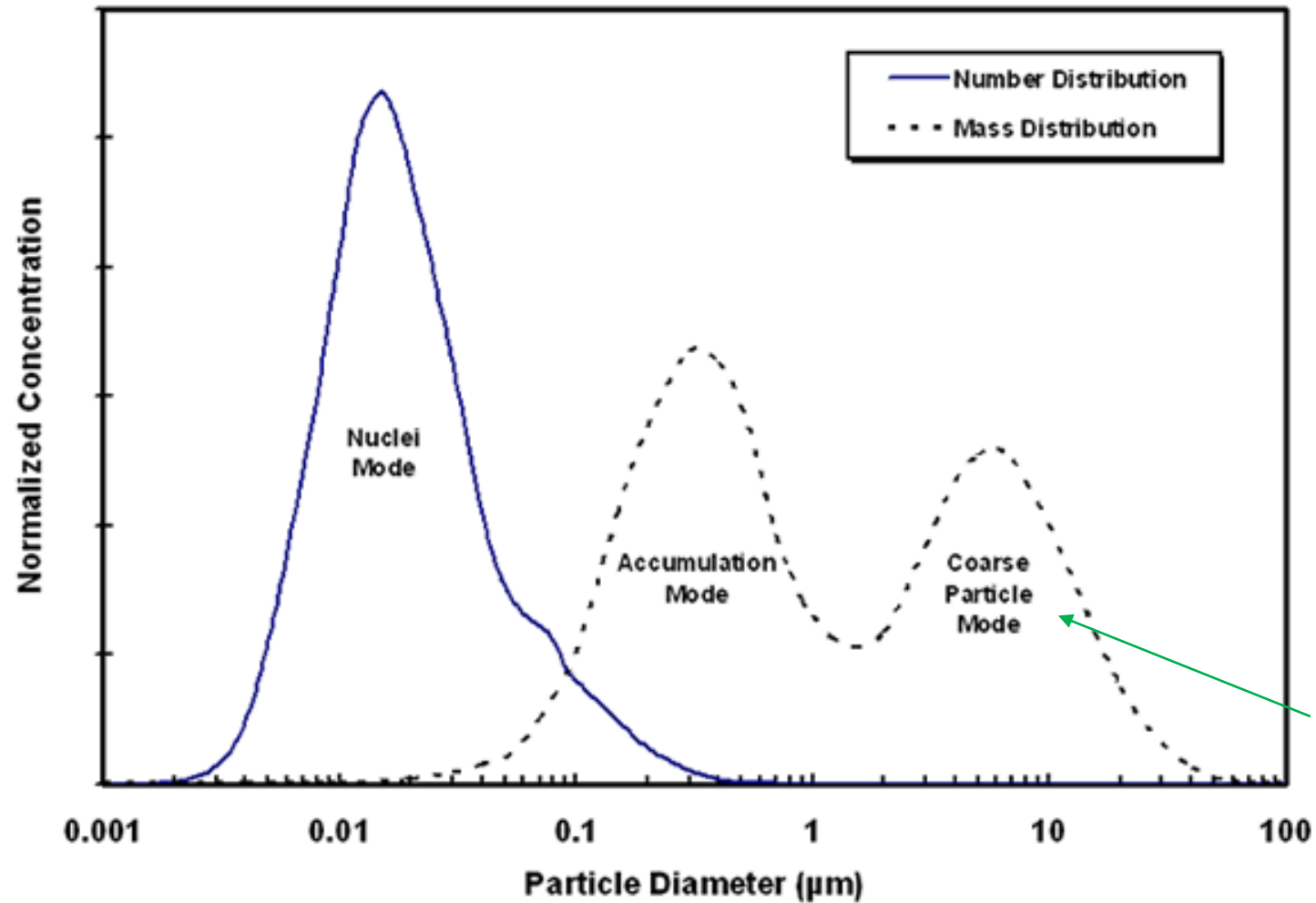
☐ Maior **número de concentrações** no **modo de nucleação**

☐ Maior **concentração de massa** nos **dois modos maiores**



Aerossóis

➤ Faixas de tamanho:



De fontes em massa
ou conglomerados



Aerossóis

➤ Números usados com frequência

Type	Nucleation mode		Accumulation mode		Coarse mode	
	$N \text{ (cm}^{-3}\text{)}$	$r_p \text{ (}\mu\text{m)}$	$N \text{ (cm}^{-3}\text{)}$	$r_p \text{ (}\mu\text{m)}$	$N \text{ (cm}^{-3}\text{)}$	$r_p \text{ (}\mu\text{m)}$
Marine	133	0.008	66.6	0.266	3.1	0.58
Rem. cont.	3200	0.02	2900	0.116	0.3	1.8
Rural	6650	0.015	147	0.054	1990	0.084
Urban	9.93×10^4	0.013	1.11×10^3	0.014	3.64×10^4	0.05

Tabela 2.1: Concentração de aerossóis em condições **marinho, **continentais** remotas, **rurais** e **urbanas**.**

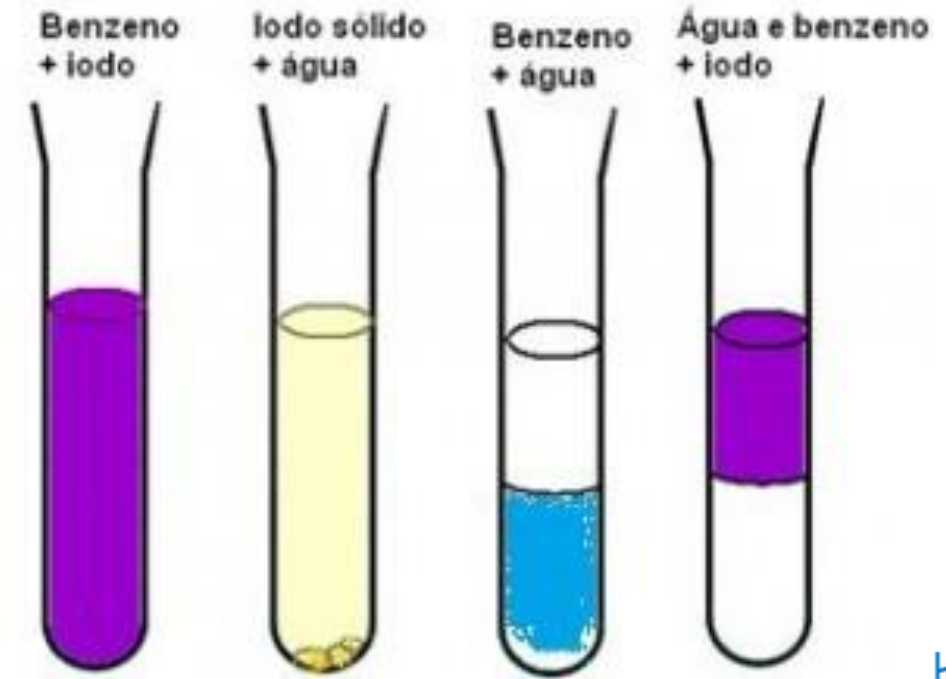
A **concentração numérica é definida por N , o raio da partícula principal por r_p**



Núcleos de condensação de Nuvem

➤ Núcleos de nuvens (CNs)

- ☐ Todas as **partículas de aerossol** podem **nucleiar gotículas** em **supersaturações muito altas** (algumas centenas por cento)
- ☐ CNs Podem ser **solúvel** ou **insolúvel**





Núcleos de condensação de Nuvem

➤ Núcleos de condensação de nuvens (CCNs)

- Nucleação de gotículas em **baixa supersaturação** (~0,01%)
- **Concentração sempre em relação a uma certa supersaturação** (por exemplo, 1%, ~100cm⁻³ em ar limpo, ~1000cm⁻³ em ar poluído)
- **Concentração numérica** N_{CCN} (C, k são constantes para uma determinada massa de ar, $S_{v,w}$ supersaturação em relação à água):

$$N_{CCN} = C S_{v,w}^k$$

- Solúvel ou mistura interna solúvel/insolúvel
- Sal marinho, sulfatos são ótimas misturas para CCNs :



Condensação

5.1.1 Equação para Crescimento de Condensação de Gotas

➤ Núcleos de condensação de nuvens (CCNs)

Vamos assumir uma interface água/ar simples:

- Gás Maxwell-Boltzman
- Fluxo molecular para (w^\downarrow) e (w^\uparrow) da fase líquida
- Equilíbrio (fluxo líquido $w_{net} = 0$) na pressão de vapor de saturação $e_{sat,w}$

Temperatura

$$T_{surface} = T_{vapor} = T$$

Coeficiente de
condensação α_c :

$$w^\uparrow = \alpha_c w^\downarrow$$

Pressão de vapor (gás ideal) :

$$e = c_{H_2O} kT$$



$e_{sat,w}$

interface

ar

água

fluxo líquido $w_{net} =$

$$w_{net} = \frac{\alpha_c (e - e_{sat,w})}{2\pi m_{H_2O} kT}$$

k Constante de Boltzmann

m_{H_2O} massa da molécula de água

c_{H_2O} concentração de moléculas de água



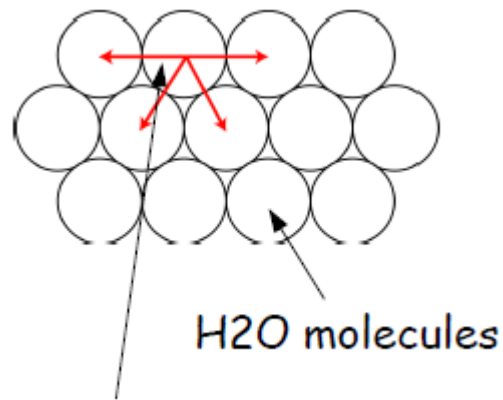
Condensação

5.1.1 Equação para Crescimento de Condensação de Gotas

Efeito de soluto e curvatura

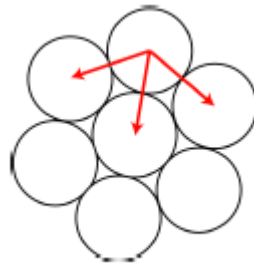
- Até agora superfície plana de água pura foi assumida, **mas...**
- **Curvatura e soluto muda a forças/superfície de tensão!**

Superfície lisa,
água pura

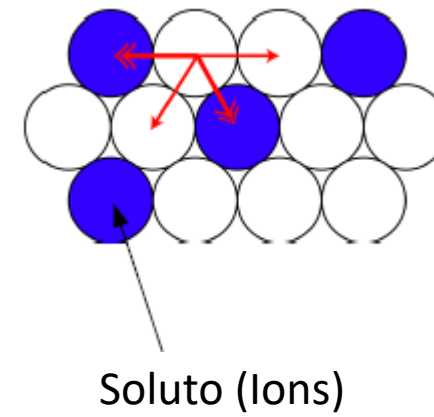


Força Molecular

Curvatura,
água pura



Superfície plana,
água com soluto





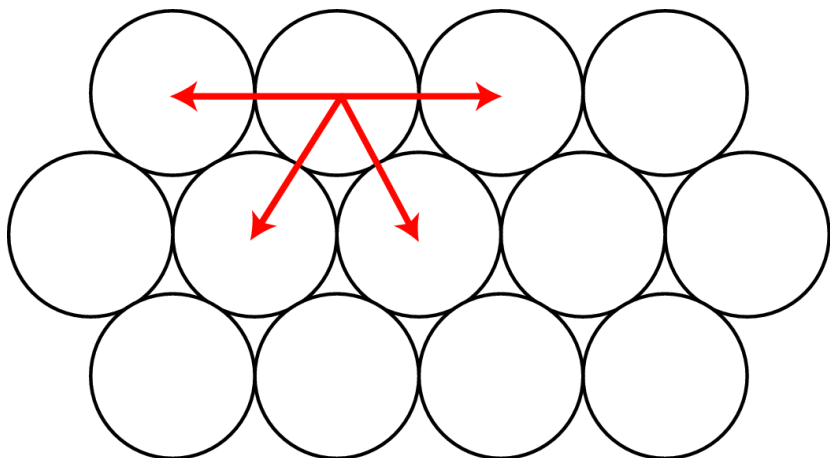
Condensação

5.1.1 Equação para Crescimento de Condensação de Gotas

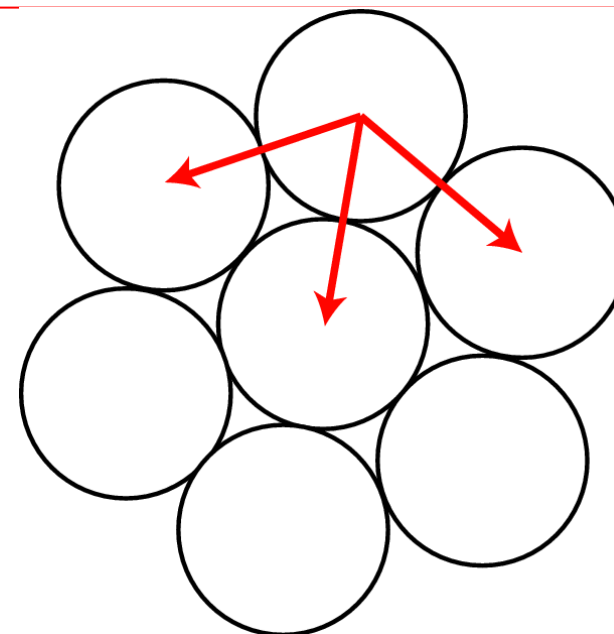
Efeito de soluto e **curvatura**

➤ “Matemática simples”:

- ☐ **contatizando** os próximos vizinhos de uma molécula de água →
- ☐ **Menos** moléculas na superfície **curva** do que na **plana**
- ☐ **Ligação** menos forte →
- ☐ As moléculas **deixam** a **fase líquida** com **mais facilidade**
- ☐ **Maior** pressão de vapor necessária para **mantê-los unidos**



Aerossol grande



Aerossol pequeno



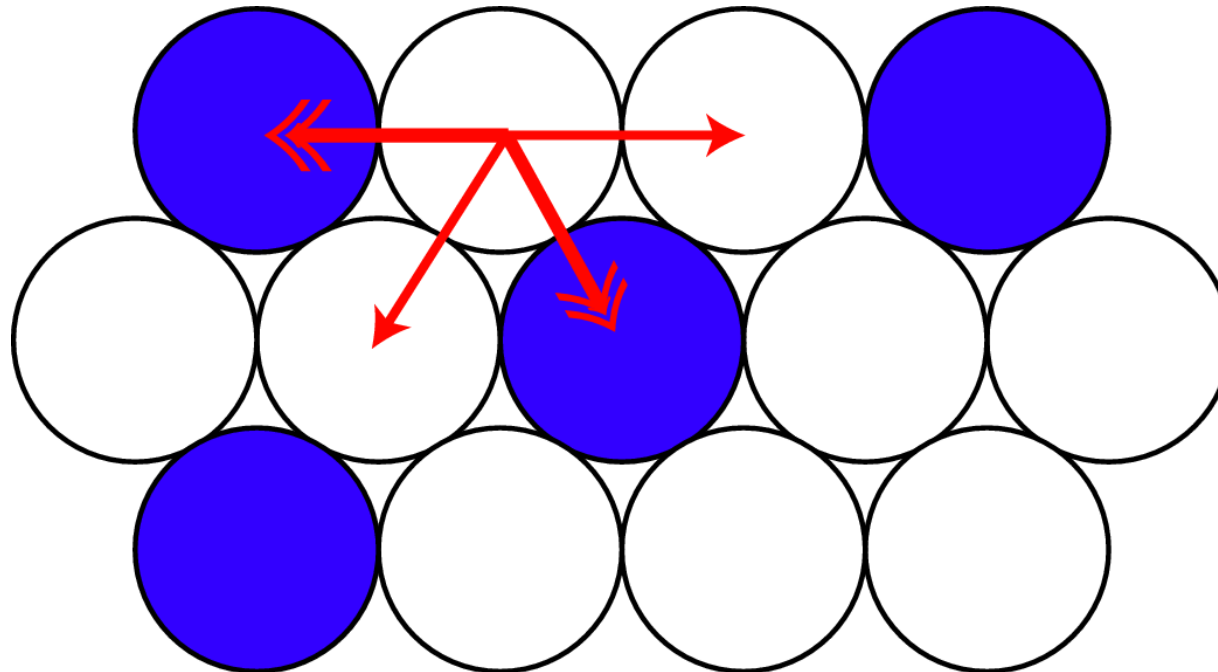
Condensação

5.1.1 Equação para Crescimento de Condensação de Gotas

Efeito de **soluto** e curvatura

➤ “Matemática simples”:

- ☐ **Adicionando forças** →
- ☐ **Os íons do soluto ligam** as moléculas de água **mais fortemente**
- ☐ **As moléculas deixam** a fase líquida com **menos facilidade**
- ☐ **Menor pressão de vapor** necessária para **mantê-los unidos**





Condensação

5.1.1 Equação para Crescimento de Condensação de Gotas

teoria de Köhler

➤ “Matemática simples”:

Para uma gota de soluto, a razão de sua pressão de vapor de equilíbrio e_{r_d} em relação a pressão de vapor sobre a superfície plana de água pura $e_{sat,w}$ é dada pela equação exata de Köhler*:

$$\frac{e_{r_d}}{e_{sat,w}} = \underbrace{a_w}_{\text{Efeito do soluto}} \cdot \underbrace{e^{\left\{ \frac{2M_w \sigma_{d,a}}{R_v T \rho_w r_d} \right\}}}_{\text{Efeito da curvatura}}$$

* Sem a_w , é a equação de Kelvin descrevendo apenas o efeito da curvatura.



Condensação

5.1.1 Equação para Crescimento de Condensação de Gotas

teoria de Köhler - efeito soluto

➤ “Matemática simples”:

Para uma gota de soluto, a razão de sua pressão de vapor de equilíbrio e_{r_d} em relação a pressão de vapor sobre a superfície plana de água pura $e_{sat,w}$ é dada pela equação exata de Köhler*:

$$a_w = e^{-\left\{ \frac{\nu \Phi_s m_s \frac{M_w}{M_s}}{\left(4\pi r_d^3 \frac{\rho_d}{3}\right) - m_s} \right\}}$$

Esta quantidade contém todas as informações sobre o soluto

M_w → massa molecular de água

M_s → massa molecular do soluto

m_s → massa de soluto

ρ_d → densidade da gota

r_d → terceiro raio de gota

Φ_s → coeficiente osmótico molecular

ν → número de íons no soluto



Condensação

5.1.1 Equação para Crescimento de Condensação de Gotas

teoria de Köhler– efeito de curvatura

➤ “Matemática simples”:

$$\frac{e_{r_d}}{e_{sat,w}} = \underbrace{a_w}_{\text{Efeito do soluto}} \cdot \underbrace{e^{\left\{ \frac{2M_w \sigma_{d,a}}{R_v T \rho_w r_d} \right\}}}_{\text{Efeito da curvatura}}$$

Este termo contém todas as informações sobre a água, incluindo a forma e o vapor ambiente.

$\sigma_d \rightarrow$ tensão superficial contra o ar ambiente

$\rho_w \rightarrow$ densidade da água

$R_v \rightarrow$ constante do gás ideal para vapor de água

$T \rightarrow$ temperatura



Condensação

5.1.1 Equação para Crescimento de Condensação de Gotas

teoria de Köhler– simplificações

➤ “Matemática simples”:

$$\frac{e_{r_d}}{e_{sat,w}} = a_w \cdot e^{\left\{ \frac{2M_w \sigma_{d,a}}{R_v T \rho_w r_d} \right\}} \quad a_w = e^{-\left\{ \frac{v \Phi_s m_s \frac{M_w}{M_s}}{\left(4\pi r_d^3 \frac{\rho_d}{3} \right) - m_s} \right\}}$$

$$\frac{e_{r_d}}{e_{sat,w}} = e^{-\left\{ \frac{v \Phi_s m_s \frac{M_w}{M_s}}{\left(4\pi r_d^3 \frac{\rho_d}{3} \right) - m_s} \right\}} * e^{\left\{ \frac{2M_w \sigma_{d,a}}{R_v T \rho_w r_d} \right\}}$$

$$\frac{e_{r_d}}{e_{sat,w}} = e^{\left\{ \frac{2M_w \sigma_{d,a}}{R_v T \rho_w r_d} \right\} - \left\{ \frac{v \Phi_s m_s \frac{M_w}{M_s}}{\left(4\pi r_d^3 \frac{\rho_d}{3} \right) - m_s} \right\}}$$

$$\ln \left(\frac{e_{r_d}}{e_{sat,w}} \right) = \left\{ \frac{2M_w \sigma_{d,a}}{R_v T \rho_w r_d} \right\} - \left\{ \frac{v \Phi_s m_s \frac{M_w}{M_s}}{\left(4\pi r_d^3 \frac{\rho_d}{3} \right) - m_s} \right\}$$



Condensação

5.1.1 Equação para Crescimento de Condensação de Gotas

teoria de Köhler– simplificações

$$\ln\left(\frac{e_{rd}}{e_{sat,w}}\right) = \left\{ \frac{2M_w\sigma_{d,a}}{R_v T \rho_w r_d} \right\} - \left\{ \frac{v\Phi_s m_s \frac{M_w}{M_s}}{\left(4\pi r_d^3 \frac{\rho_d}{3}\right) - m_s} \right\}$$

➤ Suposições:

- Solução diluída: $m_s \ll m_w \rightarrow \sigma_{d,a} \cong \sigma_{w,a}$ ($\sigma_{w,a}$ é a tensão de superfície da água pura)
- Despreze o soluto em densidade: $\rho_d \cong \rho_w$
- Solução ideal: $\Phi_s \cong 1$

➤ Introduz:

➤ dependência da temperatura: $A = \frac{2M_w\sigma_{w,a}}{R_v T \rho_w}$

➤ dependência do soluto: $B = \frac{3vm_s M_w}{4\pi\rho_w M_s}$

$$\ln\left(\frac{e_{rd}}{e_{sat,w}}\right) = \left\{ \frac{A}{r_d} \right\} - \left\{ \frac{B}{r_d^3} \right\}$$



Condensação

5.1.1 Equação para Crescimento de Condensação de Gotas

➤ “Matemática simples”:

$$\ln\left(\frac{e_{rd}}{e_{sat,w}}\right) = \left\{\frac{A}{r_d}\right\} - \left\{\frac{B}{r_d^3}\right\}$$

➤ Além disso:

❓ *Pequena supersaturação*, ou seja, $\frac{e_{rd}}{e_{sat,w}} \cong 1$. O logaritmo natural de 1 é igual a 0

❓ **Expansão de Taylor de primeira ordem do logaritmo** $\frac{d\ln(x)}{dx} = \frac{1}{x}$

$$\ln(x - x_0) \cong \ln(x_0) + \frac{d\ln(x_0)}{dx}(x - x_0) \Rightarrow \ln(x - x_0) \cong \ln(x_0) + \frac{(x - x_0)}{(x_0)} \Rightarrow \ln(x - x_0) \cong \frac{(x)}{(x_0)} - \frac{(x_0)}{(x_0)}$$

$$\ln(x - x_0) \cong x - 1$$

$$\ln(x - x_0) \cong \frac{e_{rd}}{e_{sat,w}} - 1$$

➤ **Segue a equação de Köhler comumente conhecida/usada:**

$$\frac{e_{rd}}{e_{sat,w}} - 1 = \left\{\frac{A}{r_d}\right\} - \left\{\frac{B}{r_d^3}\right\}$$

$$S_{w,v} = \frac{A}{r_d} - \frac{B}{r_d^3}$$

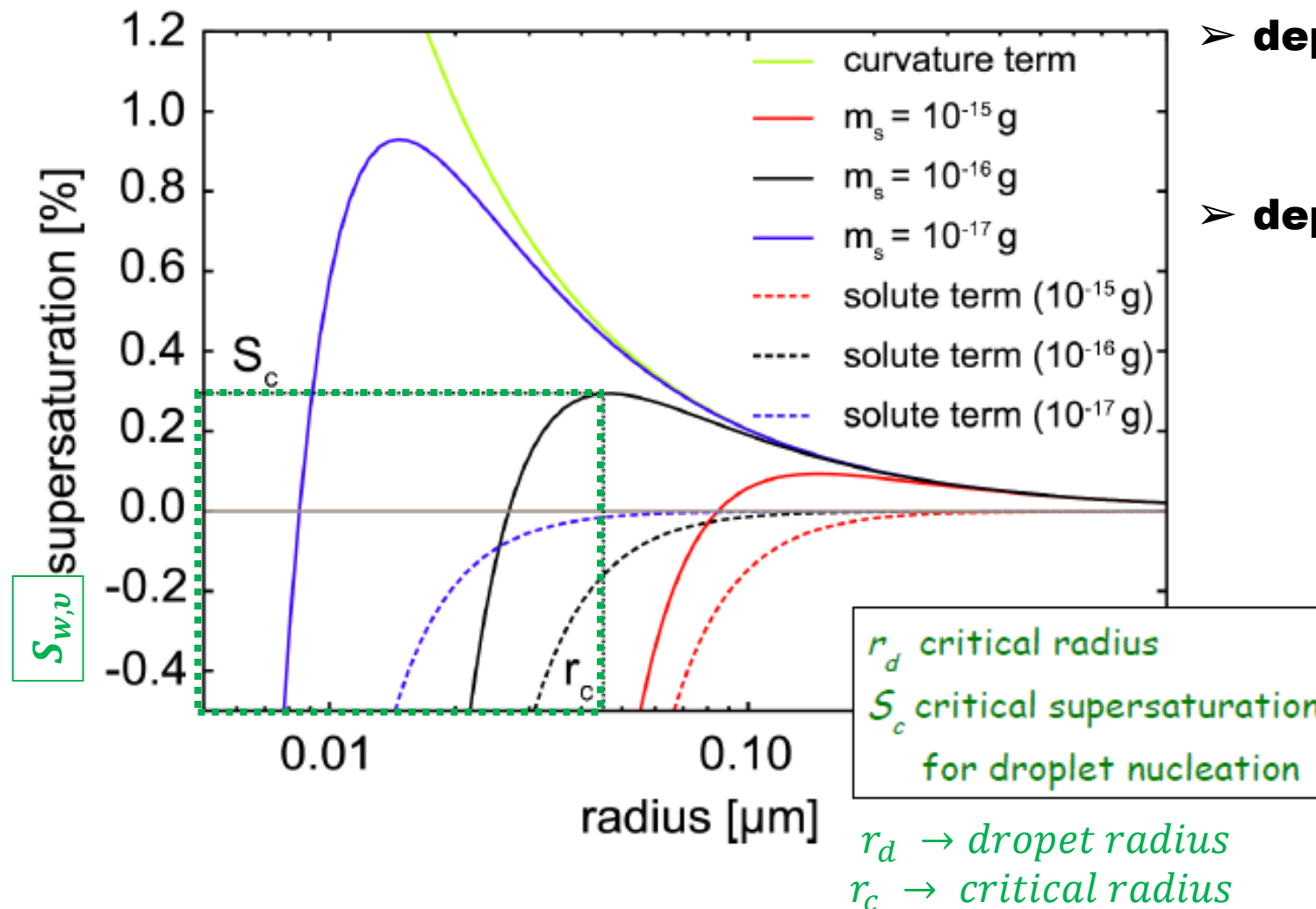
Onde $S_{w,v} = \frac{e_{rd}}{e_{sat,w}} - 1$ **supersaturação com respeito a água líquida**



Condensação

5.1.1 Equação para Crescimento de Condensação de Gotas

➤ “Matemática simples”: teoria de Köhler



➤ dependência da **temperatura**: $A = \frac{2M_w\sigma_{w,a}}{R_vT\rho_w}$

➤ dependência do **soluto**: $B = \frac{3vm_sM_w}{4\pi\rho_wM_s}$

$$\ln\left(\frac{e_{r_d}}{e_{sat,w}}\right) = \left\{\frac{A}{r_d}\right\} - \left\{\frac{B}{r_d^3}\right\}$$

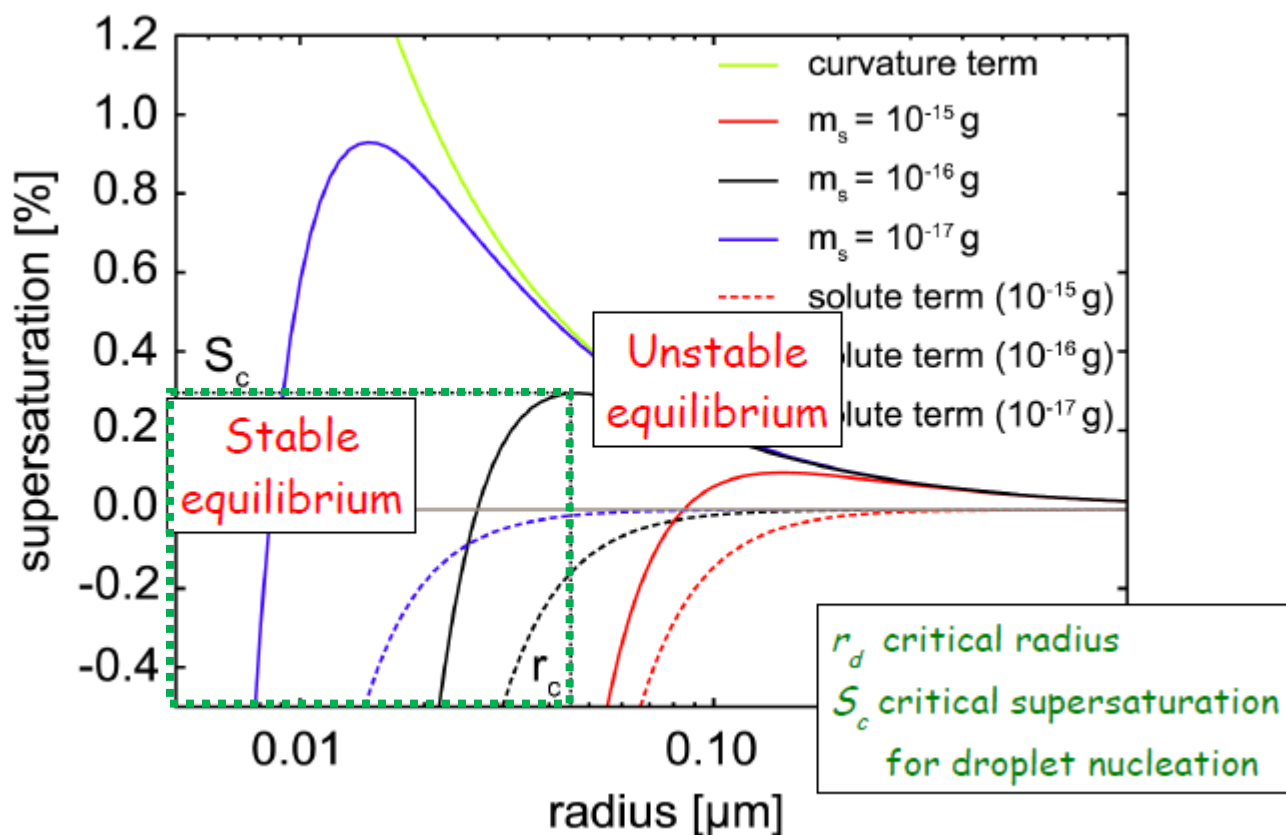
$$S_{w,v} = \frac{A}{r_d} - \frac{B}{r_d^3}$$



Condensação

5.1.1 Equação para Crescimento de Condensação de Gotas

➤ “Matemática simples”: teoria de Köhler



$r_d \rightarrow$ droplet radius
 $r_c \rightarrow$ critical radius

$$S_{w,v} = \frac{A}{r_d} - \frac{B}{r_d^3}$$

➤ **Nucleação de gotículas:** crescimento além do raio crítico, supersaturação crítica necessária (antes: partículas de aerossol, CCNs)

➤ **Equilíbrio estável**, $r_d < r_c$: pequenas mudanças na supersaturação resultam em crescimento/encolhimento para um novο equilíbrio

➤ **Equilíbrio instável**, $r_d > r_c$: pequenas mudanças na supersaturação resultam em rápido crescimento ou rápida evaporação até que o ramo estável seja alcançado

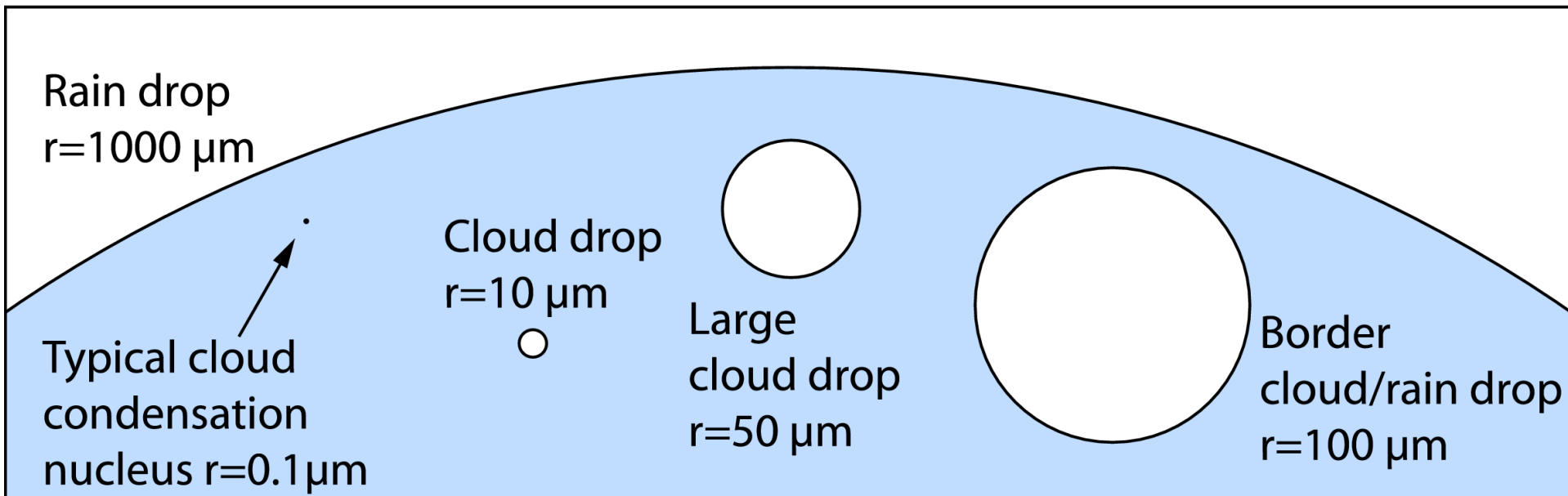
➤ Uma clara lacuna pode ser vista no espectro combinado



Condensação

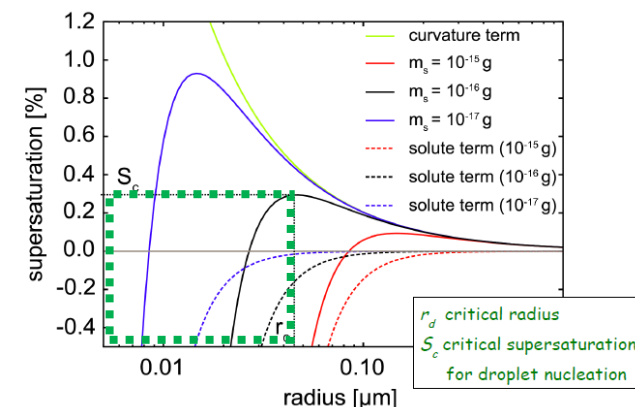
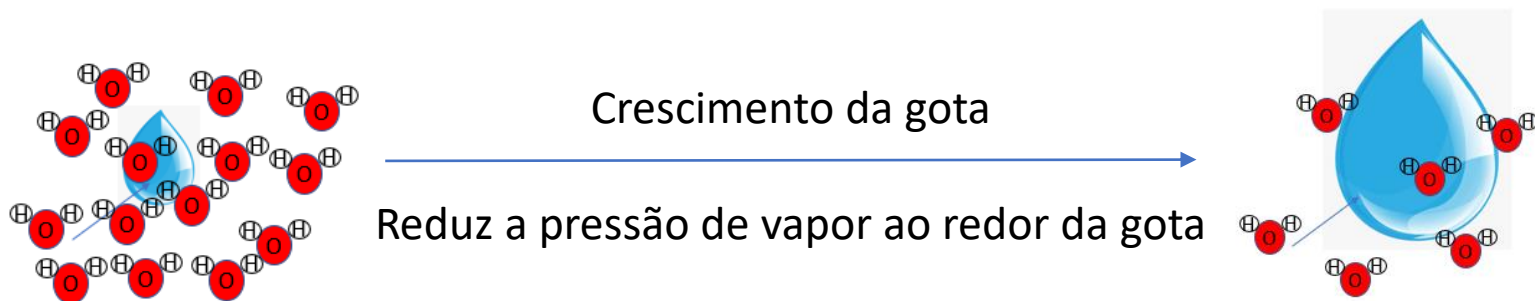
5.1.1 Equação para Crescimento de Condensação de Gotas

➤ “Matemática simples”: Tamanhos típicos de drop(let)



$$S_{w,v} = \frac{A}{r_d} - \frac{B}{r_d^3}$$

Na sequência: Como passamos de gotas pequenas para grandes?

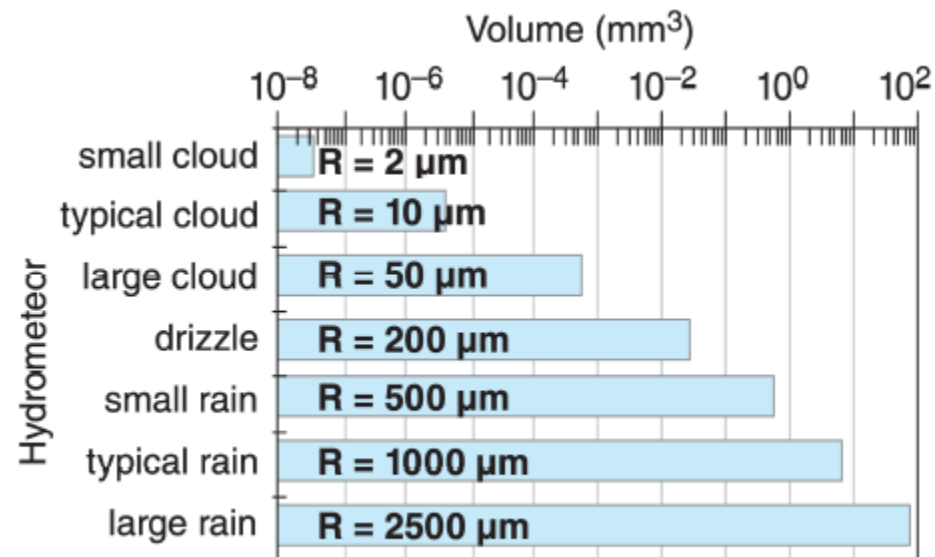
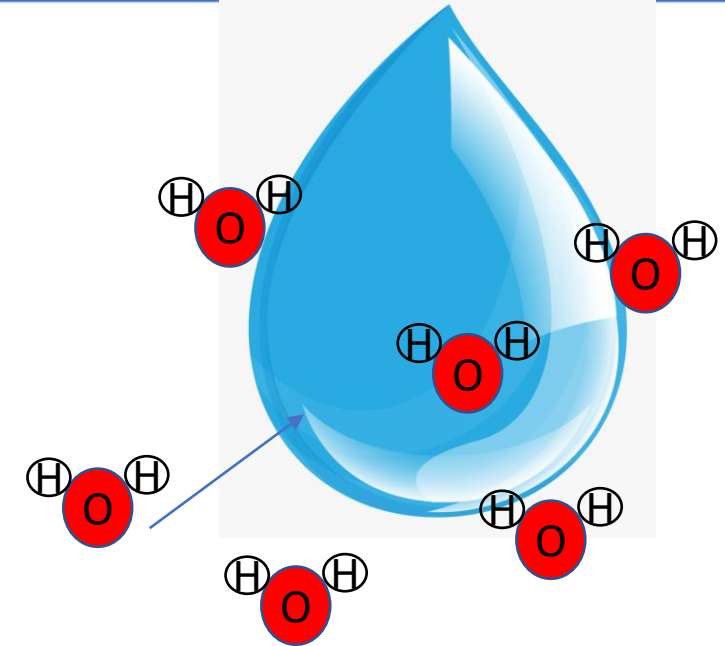
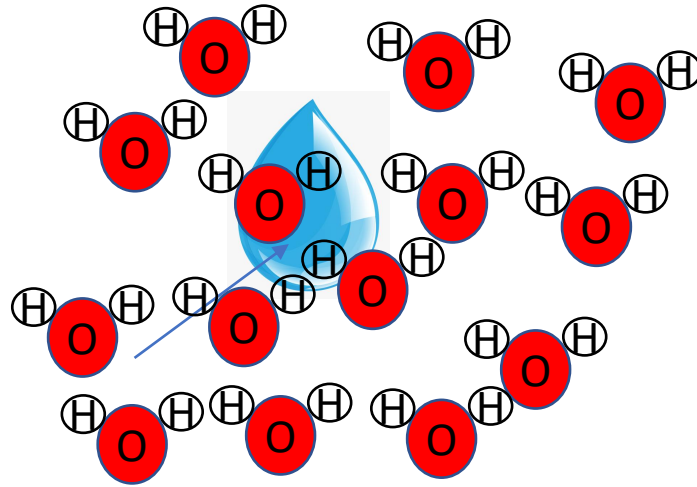


Adapted from Rogers and Yau, 1989. r : drop radius



Condensação

5.1.1 Equação para Crescimento de Condensação de Gotas



Gotas pequenas
Gotas de nuvens típica
Gotas de nuvens grandes
Gotas de neblina
Gotas de chuva pequena
Gotas de chuva típica
Gotas de chuva grande

Figure 7.1 Drop volumes and radii, R, for various types of hydrometeor.

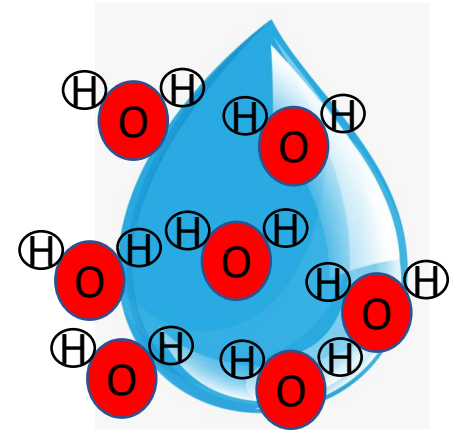
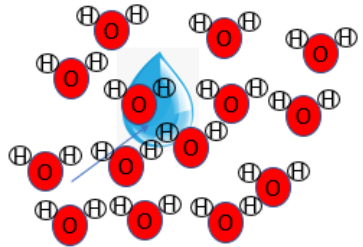


Condensação

5.1.1 Equação para Crescimento de Condensação de Gotas

➤ “Matemática simples”:

Crescimento por condensação?



- **Crescimento não equilibrado**
- **Difusão de moléculas** de água para a gota
- **Equações de difusão de massa e calor** como base para descrição teórica
- **Equação de crescimento:**

$$\frac{dm_d}{dt} = \frac{4\pi r_d S_{w,v}}{[F_k + F_d]}$$

$$S_{w,v} = \frac{A}{r_d} - \frac{B}{r_d^3}$$

Onde $S_{w,v} = \frac{e_{r_d}}{e_{sat,w}} - 1$ supersaturação com respeito a água líquida



Condensação

5.1.1 Equação para Crescimento de Condensação de Gotas

Crescimento por condensação?

➤ “Matemática simples”:

$$\frac{dm_d}{dt} = \frac{4\pi r_d S_{w,v}}{[F_k + F_d]}$$

equação de crescimento

$$F_k = \left(\frac{L_v}{R_v T} - 1 \right) \frac{L_v}{K_a T}$$

Efeito termodinâmico no crescimento de gotículas

$$F_d = R_v \left(\frac{T}{D e_{sat,w}(T)} \right)$$

Efeito da difusão de vapor no crescimento de gotículas

m_d → massa de gota

L_v → calor latente de evaporação

R_v → Constante do gás do vapor d'água

D → coeficiente de difusão molecular água no ar

K_a → condutividade térmica do ar

$$S_{w,v} = \frac{A}{r_d} - \frac{B}{r_d^3}$$

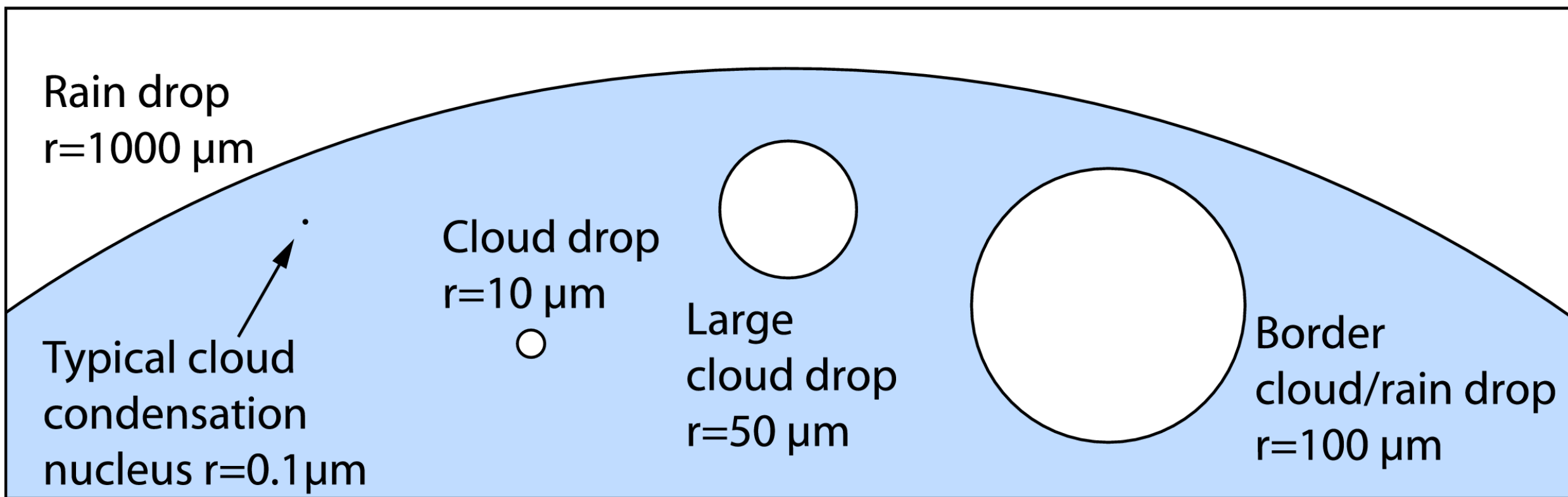


Condensação

5.1.1 Equação para Crescimento de Condensação de Gotas

Crescimento por condensação?

- “Matemática simples”:
- Mudanças na massa levam a mudanças de raio de gotas muito pequenos para raio de gotas grandes
- Crescimento por condensação não é eficiente o suficiente para crescer gotas de chuva/precipitação





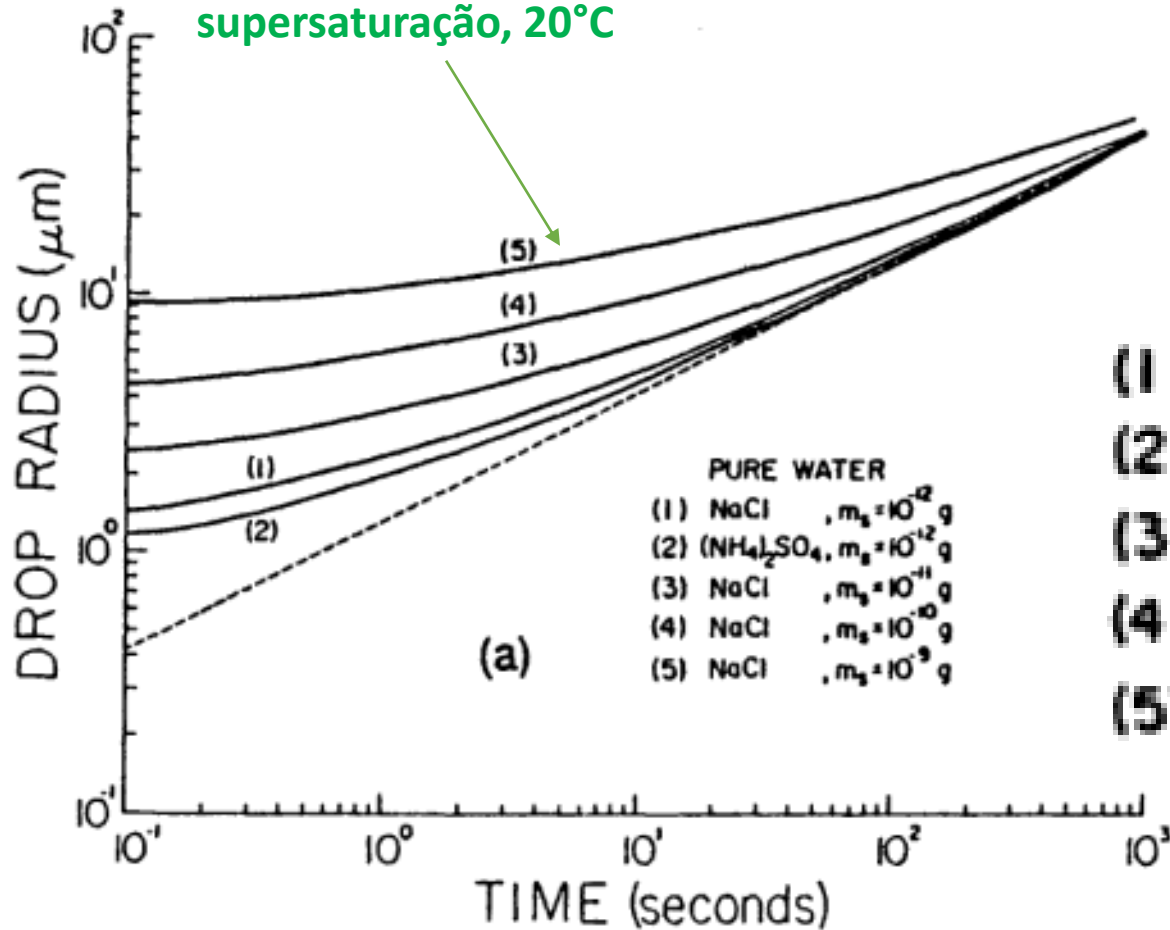
Crescimento por condensação?



Crescimento **por condensação** não é eficiente o suficiente para crescer gotas de chuva/precipitação processo de evaporação começa a dominar

População de gotículas, ascensão realista de parcela

Gota única, 1% de supersaturação, 20°C



PURE WATER

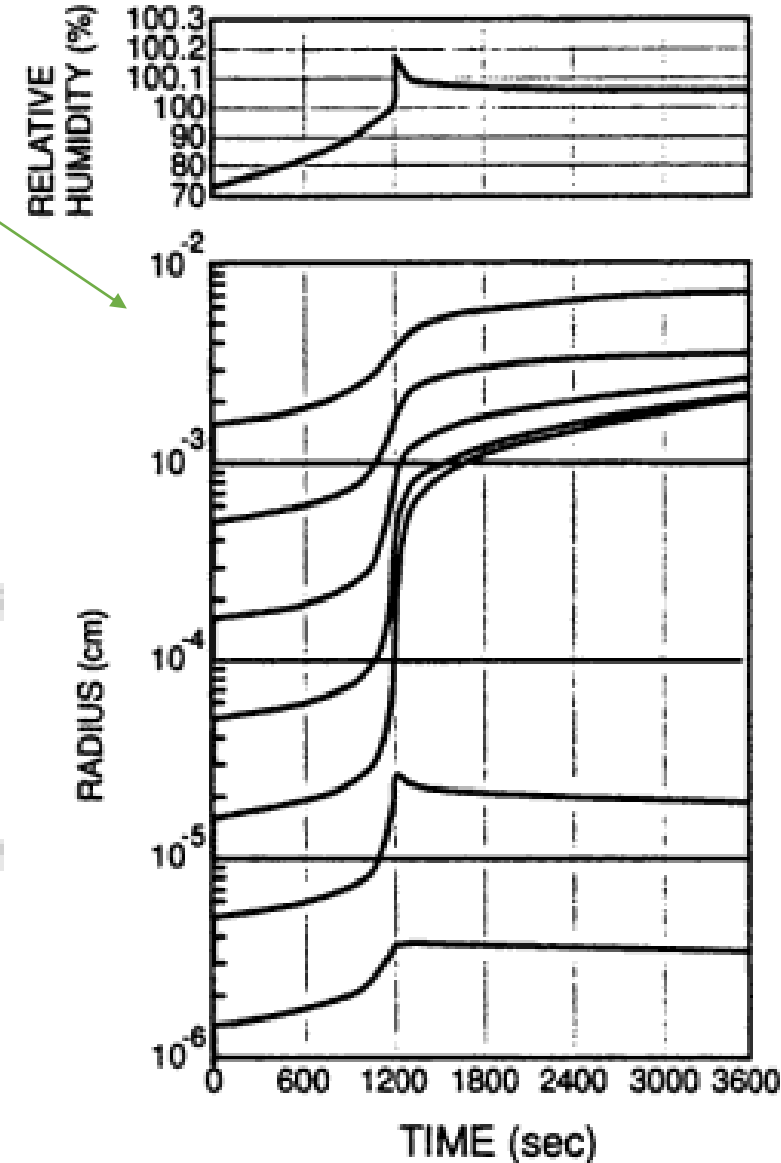
(1) NaCl, $m_s = 10^{-12}$ g

(2) $(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$, $m_s = 10^{-12}$ g

(3) NaCl, $m_s = 10^{-11}$ g

(4) NaCl, $m_s = 10^{-10}$ g

(5) NaCl, $m_s = 10^{-9}$ g





Condensação

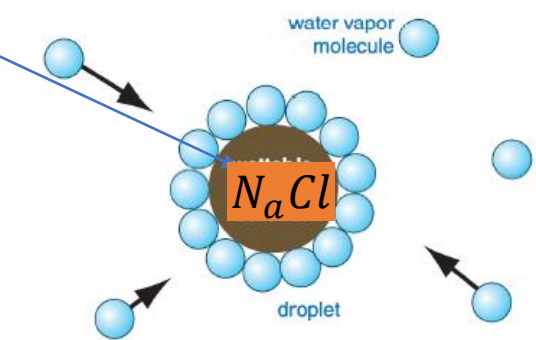
5.1.1 Equação para Crescimento de Condensação de Gotas

expressão para a **pressão de saturação (equilíbrio)** em uma **gota salgada** curva de raio r (Pruppacher e Klett, 1997):

$$\frac{e_{r_d}}{e_{sat,w}} = e^{\left\{ \frac{2M_w \sigma_{d,a}}{R_v T \rho_w r_d} \right\} - \left\{ \frac{v \Phi_s m_s \frac{M_w}{M_s}}{\left(4\pi r_d^3 \frac{\rho_d}{3} \right) - m_s} \right\}}$$

$$\frac{e_{r_d}}{e_{sat,w}} = e^{\left(\frac{A}{r_d} - \frac{Br_{dN}^3}{r_d^3 - r_{dN}^3} \right)}$$

b) Heterogeneous nucleation



Considere que na maioria dos casos a seguinte desigualdade : $\left(\frac{A}{r_d} - \frac{Br_{dN}^3}{r_d^3 - r_{dN}^3} \ll 1 \right)$

$$\frac{e_{r_d}}{e_{sat,w}} - 1 = \frac{A}{r_d} - \frac{Br_{dN}^3}{r_d^3 - r_{dN}^3}$$

Definimos que a supersaturação de equilíbrio $S_{w,eq} = \frac{e_w(r)}{e_w(\infty)} - 1$

$$S_{w,eq} = \frac{A}{r_d} - \frac{Br_{dN}^3}{r_d^3 - r_{dN}^3}$$

O **primeiro termo** $\frac{A}{r_d}$ à direita da Equação (5.1.11) é conhecido como **termo de curvatura**, enquanto o **segundo termo** $\frac{Br_{dN}^3}{r_d^3 - r_{dN}^3}$ é conhecido como **termo químico**.



Condensação

5.1.1 Equação para Crescimento de Condensação de Gotas

O **valor de $S_{w,eq}$** é determinado apenas **pelo tamanho** e **salinidade das gotas**. A equação $S_{w,eq} = \frac{A}{r_d} - \frac{Br_d^3}{r_d^3 - r_{dN}^3}$ é válida quando $r \gg \frac{\sqrt{2}A}{3|S_{w,eq}|^{1/2}}$, A equação $S_{w,eq}$ determina o **valor de equilíbrio da supersaturação** $S_{w,eq}$ sobre uma gota salgada com raio r

Se **S_w no ambiente exceder $S_{w,eq}$, o equilíbrio é quebrado** e a **gota começa a crescer**. O crescimento de uma gota de raio r é descrito pela equação do crescimento da condensação (Pruppacher and Klett (1997)).

$$r \frac{dr}{dt} = \frac{1}{F} \left[1 + S_w - e^{\left(\frac{A}{r_d} - \frac{Br_d^3}{r_d^3 - r_{dN}^3} \right)} \right]$$

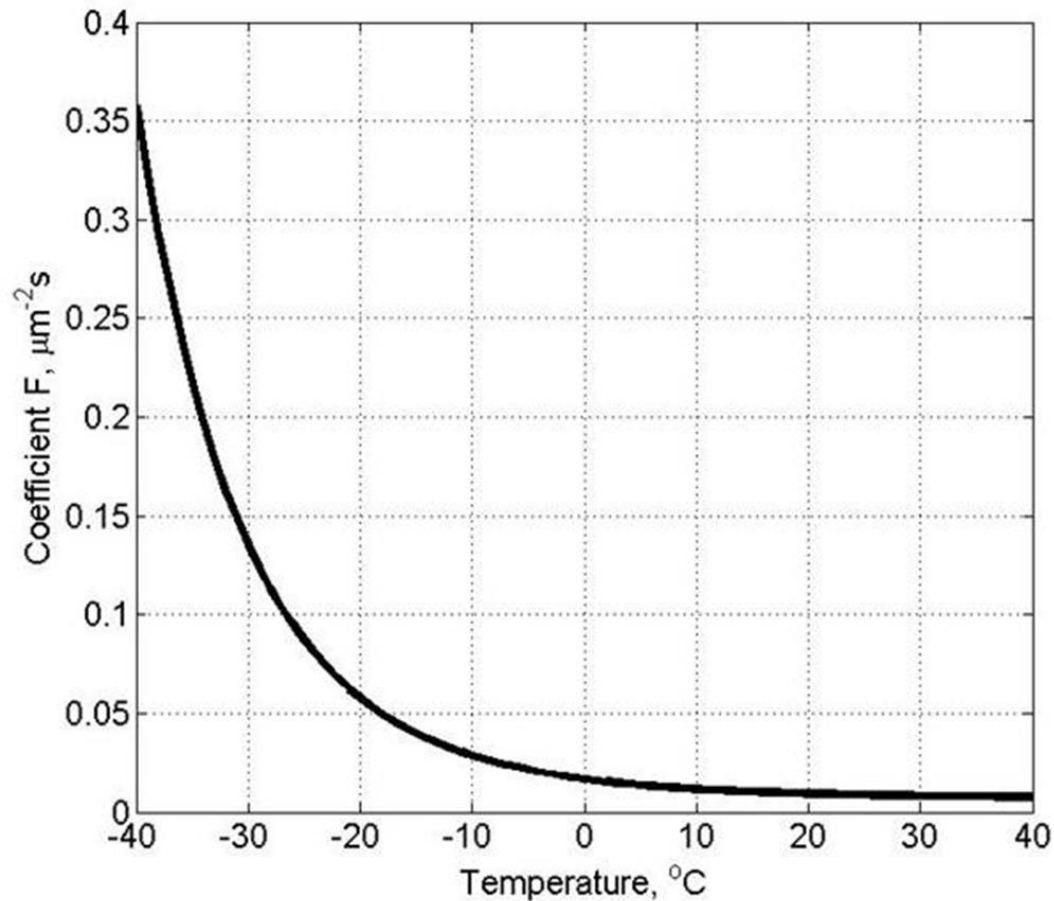
$$\text{onde } F = \frac{\rho_w R_v T}{e_w D} + \frac{\rho_w L_w^2}{R_v T^2 k_a}$$

Onde D é o coeficiente de difusão molecular do vapor de água e k_a é a condutividade de calor. Ambas as quantidades dependem da temperatura (Pruppacher e Klett, 1997). À temperatura de 273,15 K e à pressão de $1,01215 \times 10^5 \text{ Pa}$, $d = 2.36 \times 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ e $k_a = 0.0245 \text{ W K}^{-1} \text{ m}^{-1}$



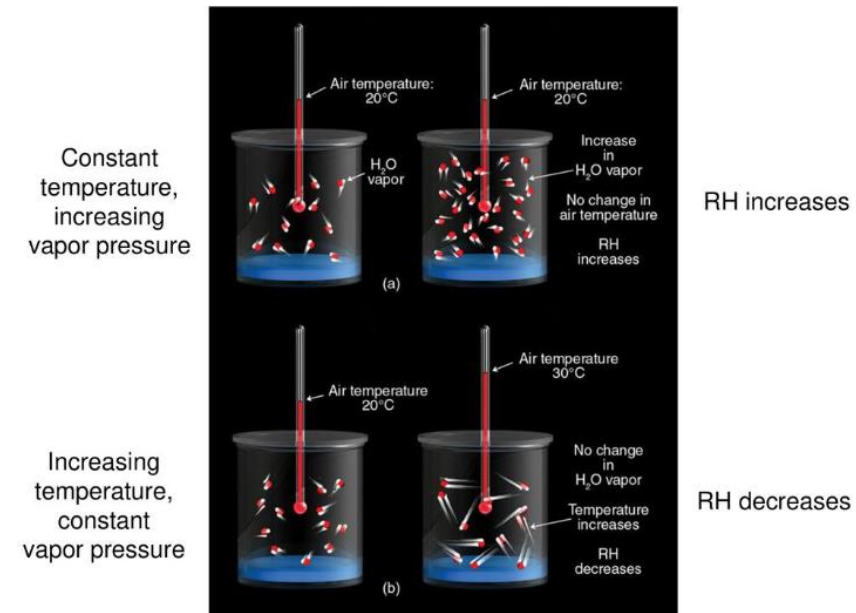
Condensação

5.1.1 Equação para Crescimento de Condensação de Gotas



$$r \frac{dr}{dt} = \frac{1}{F} \left[1 + S_w - e \left(\frac{A}{r_d} - \frac{Br_{dN}^3}{r_d^3 - r_{dN}^3} \right) \right] \quad \text{onde} \quad F = \frac{\rho_w R_v T}{e_w D} + \frac{\rho_w L_w^2}{R_v T^2 k_a}$$

Portanto, o coeficiente **F** na Equação $F = \frac{\rho_w R_v T}{e_w D} + \frac{\rho_w L_w^2}{R_v T^2 k_a}$
depende temperatura





Condensação

5.1.1 Equação para Crescimento de Condensação de Gotas

A equação $r \frac{dr}{dt} = \frac{1}{F} \left[1 + S_w - e^{\left(\frac{A}{r_d} - \frac{Br_{dN}^3}{r_d^3 - r_{dN}^3} \right)} \right]$ pode ser **reescrita de uma forma** mais conveniente e amplamente utilizada:

$$r \frac{dr}{dt} = \frac{1}{F} (S_w - S_{w,eq}) = \frac{1}{F} \left[S_w - \frac{A}{r_d} + \frac{Br_{dN}^3}{r_d^3 - r_{dN}^3} \right] \quad (5.1.14).$$

A equação **descreve o processo de crescimento por difusão/evaporação de partículas atmosféricas** que são **soluções aquosas de aerossóis solúveis**.

Assim, o processo de crescimento por difusão é separado em três estágios:

- a) crescimento de **AP até seu tamanho de equilíbrio** – as partículas neste estágio são atribuídas a aerossóis úmidos ou neblina;
- b) Nucleação**, ou seja, formação de gotas de névoa;
- c) Crescimento por difusão de gotas.**

É importante notar que todos os três estágios são descritos pela Equação (5.1.14).



Condensação

5.1.1 Equação para Crescimento de Condensação de Gotas

$$r \frac{dr}{dt} = \frac{1}{F} (S_w - S_{w,eq}) = \frac{1}{F} \left[S_w - \frac{A}{r_d} + \frac{Br_{dN}^3}{r_d^3 - r_{dN}^3} \right] \quad (5.1.14).$$

- Na maioria dos modelos de nuvem, a separação do crescimento de gotas em três estágios é descrita usando algumas parametrizações.
- Essas **parametrizações são necessárias** devido à **incapacidade** dos modelos em fornecer uma solução direta da Equação (5.1.14) para AP pequenos.
- O cálculo direto do crescimento AP requer passos de tempo muito pequenos (abaixo de 0,01 s), o que torna os cálculos extremamente demorados.
- Na maioria dos modelos, o processo de crescimento de partículas de névoa não é considerado, assumindo que o processo de formação de gotas começa com a nucleação de gotas.
- Existem apenas alguns modelos (por exemplo, Pinsky et al., 2008b; Magaritz et al., 2009), onde o crescimento AP é calculado diretamente usando intervalos de tempo de 0,001–0,01 s.



Condensação

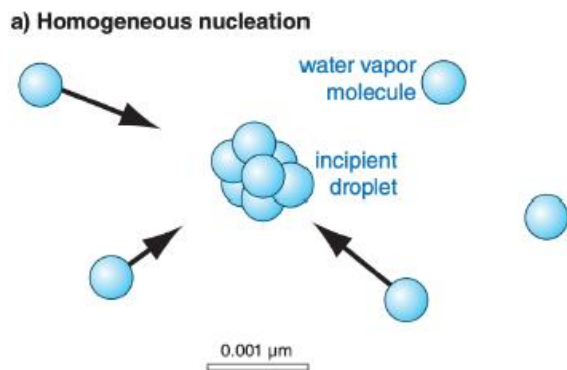
5.1.2 Nucleation of Cloud Droplets and the Köhler Curves

O problema da nucleação pode ser formulado da seguinte forma:

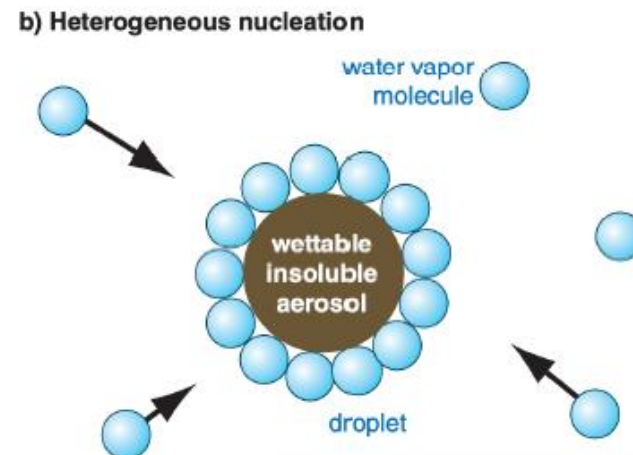
“Com que rapidez colisões aleatórias e agregação de moléculas de água podem levar à formação de uma gota embrionária que será estável e continuará a existir sob determinado ambiente de temperatura e umidade?” (Rogers e Yau, 1996).

Existem dois tipos de **nucleação de gotículas**:

nucleação homogênea (Pruppacher e Klett, 1997).



nucleação heterogênea (Pruppacher e Klett, 1997).

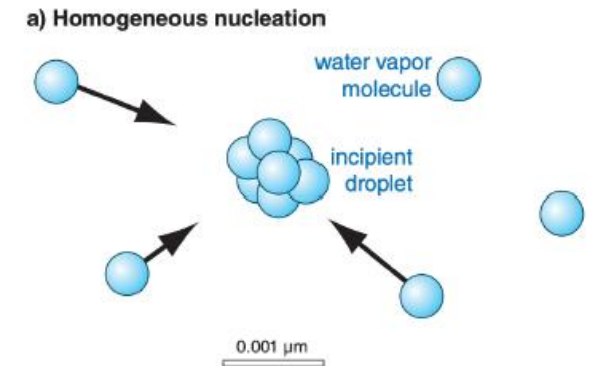




Condensação

5.1.2 Nucleation of Cloud Droplets and the Köhler Curves

nucleação homogênea (Pruppacher e Klett, 1997).



A nucleação homogênea é a formação de gotículas de água pura a partir do vapor

Essas gotículas crescem a partir de pequenos aglomerados de moléculas de água que emergem como resultado de flutuações aleatórias na concentração das moléculas.

Se os aglomerados são grandes o suficiente (quando seu raio excede um certo valor crítico r_{cr}), eles continuam crescendo com o tempo. Caso contrário, os clusters desaparecem.

Aglomerados de moléculas com raios excedendo o valor crítico são, na verdade, núcleos condensação (CN).

O tamanho crítico de tal aglomerado é determinado pela fórmula de Kelvin:

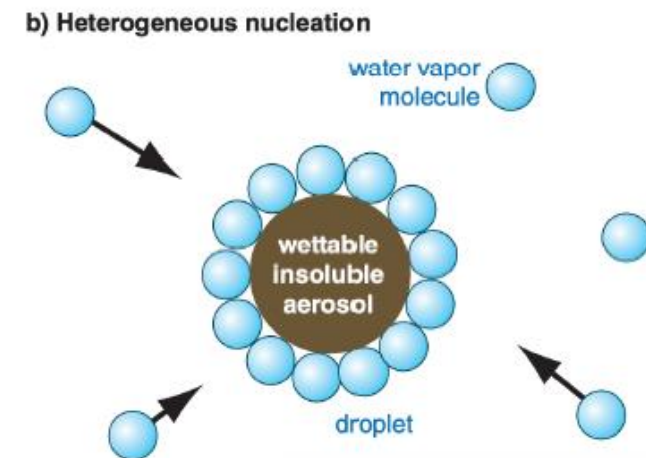
$$r_{cr} = \frac{2\sigma_w}{R_v \rho_w T \ln \left[\frac{e_w(r_{cr})}{e_w(\infty)} \right]}$$



Condensação

5.1.1 Equação para Crescimento de Condensação de Gotas

nucleação heterogênea (Pruppacher e Klett, 1997).



A nucleação heterogênea é a formação de gotículas de água a partir partícula de aerossol.

Essas gotículas crescem a partir núcleos condensação sobre partículas de aerossol

Se as gotículas **são grandes** o suficiente (quando seu raio excede um certo valor crítico r_{cr}), eles continuam crescendo com o tempo. Caso contrário, evaporam.

Aglomerados de moléculas com raios excedendo o valor crítico são, na verdade, núcleos condensação (CN).



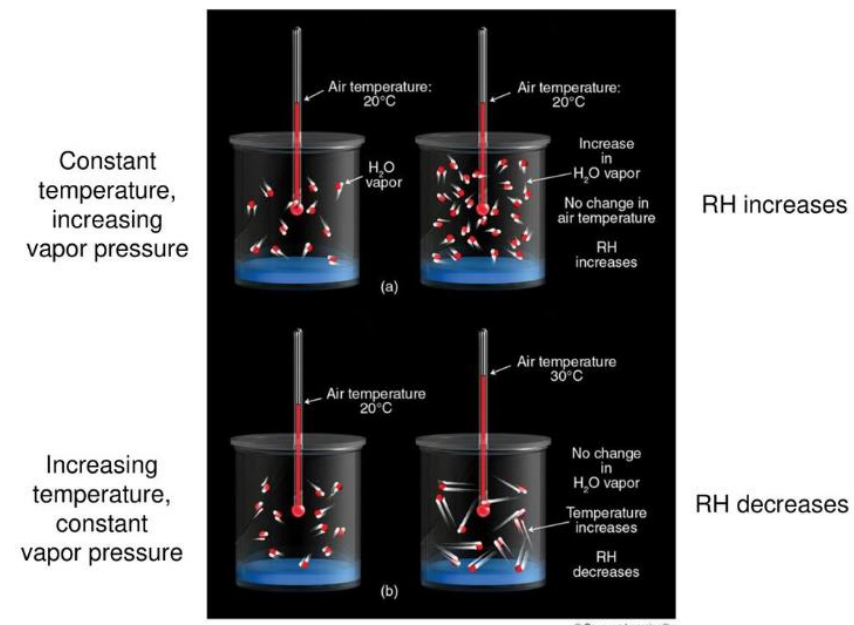
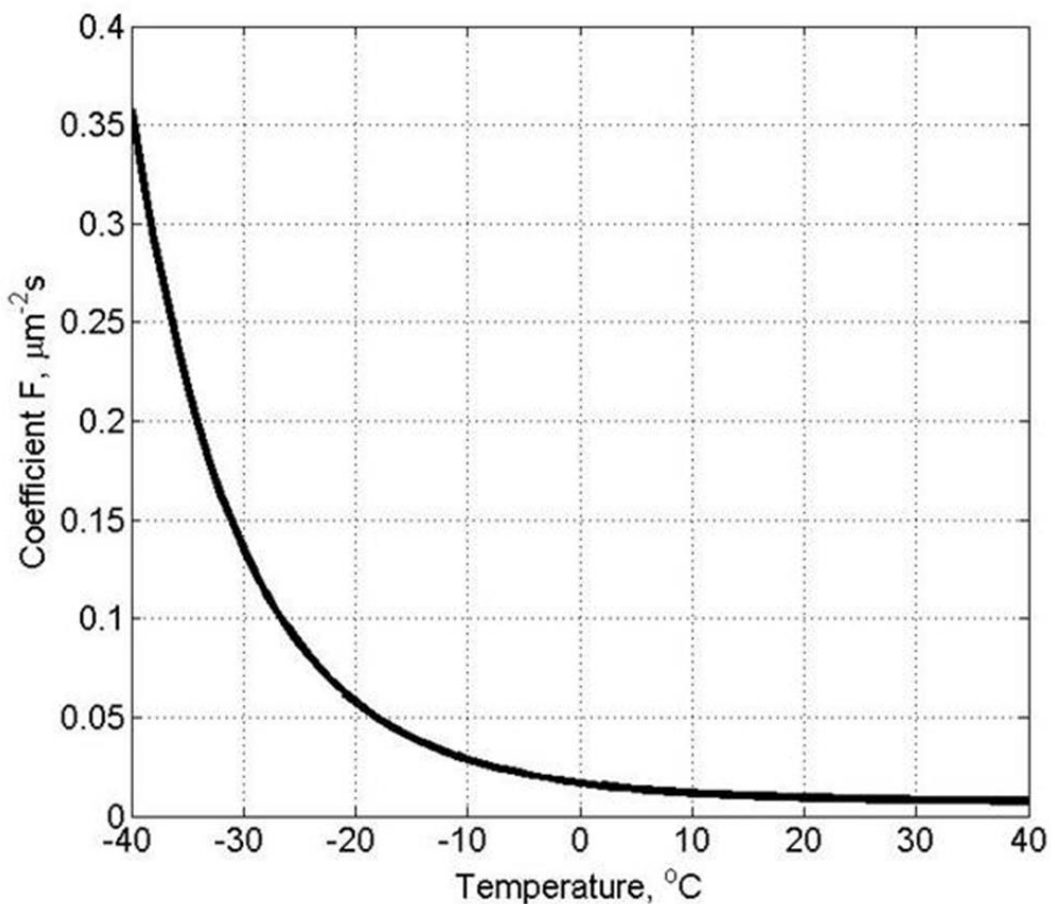
Condensação

5.1.1 Equação para Crescimento de Condensação de Gotas

nucleação heterogênea (Pruppacher e Klett, 1997).

$$r \frac{dr}{dt} = \frac{1}{F} \left[1 + S_w - e \left(\frac{A}{r_d} - \frac{Br_d^3}{r_d^3 - r_{dN}^3} \right) \right] \quad \text{onde} \quad F = \frac{\rho_w R_v T}{e_w D} + \frac{\rho_w L_w^2}{R_v T^2 k_a}$$

Portanto, o coeficiente **F** na Equação $F = \frac{\rho_w R_v T}{e_w D} + \frac{\rho_w L_w^2}{R_v T^2 k_a}$
depende temperatura





Crescimento por Coalescência (união)

➤ **Crescimento por colisão de gotículas:**

➤ **Diferentes tipos:**

□ **Autoconversão (gotas de nuvem de tamanho igual $r_d > 20\mu\text{m}$), processo importante na produção de chuva**

□ **Coleta (gotas grandes varrem gotas menores)**

□ **Autocoleta (gotas de chuva de tamanho igual)**

➤ **Colisão em velocidade relativa, distância**



Crescimento por Coalescência (união)

➤ Superposição:

- Gotas colidem se a distância dos centros das gotas $d_c \leq R_d \leq r_d$

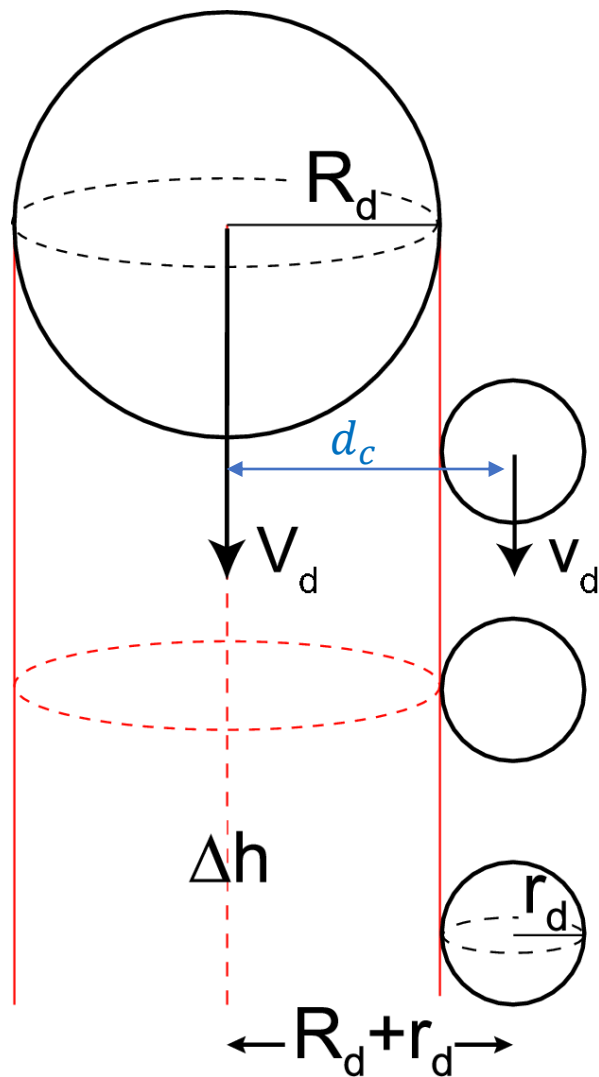
R_d raio da gota grande

r_d raio da pequena

V_d velocidade da gota grande

v_d velocidade da gota pequena

$\pi R_d^2 \Delta h$ volume varrido durante o tempo Δt



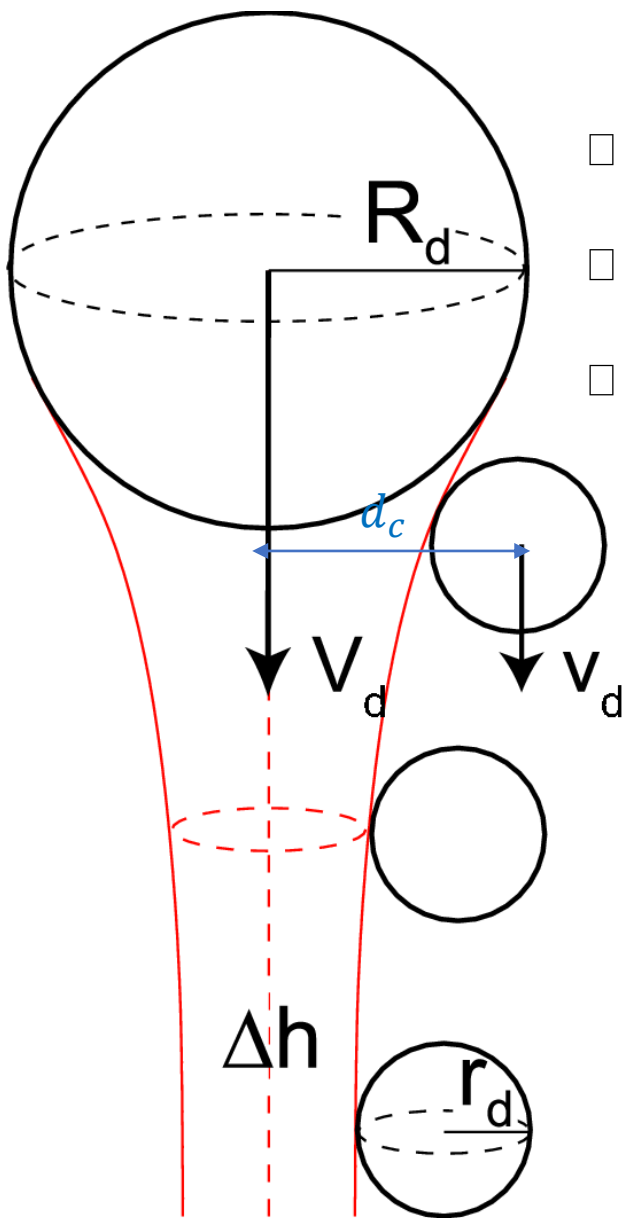
(a)



Crescimento por Coalescência (união)

➤ Hidrodinâmica :

- O ar flui em torno da gota
- Inércia: limite para tamanho mínimo (gotas muito pequenas apenas fluem)
- Colisão se a distância dos centros de queda y_c for menor que a distância crítica d_c



➤ Eficiência de colisão

$$E(R_d, r_d) = \frac{y_c^2}{(R_d + r_d)^2}$$

➤ Kernel de colisão(coeficiente de coagulação)

$$K = \pi(R_d + r_d)E(R_d, r_d)|V_d - v_d|$$



Crescimento por Coalescência (união)

➤ *Hidrodinâmica:*

- **Descrição contínua da colisão:**
superestimação do tempo para formação da precipitação
- **As colisões são processos estatísticos →**
- **Equação de colisões estocástica:**
 - ☐ **Ganho de gotas com uma determinada massa** por coleta de outras gotas
 - ☐ **Perda por gotículas dessa massa sendo coletadas**



Crescimento por Coalescência (união)

Equação de coleta estocástica



➤ “Termo de ganho”

Ganho de gotas com uma determinada massa $n_d(M_d, t)$

$$\left[\frac{\partial n_d(M_d, t)}{\partial t} \right]_{\text{gain}} = \frac{1}{2} \int_0^{M_d} n_d(M_d - m_d) n_d(m_d) K(M_d - m_d, m_d) dm_d$$

$M_d \rightarrow$ massa da gota grande

$n_d(M_d, t) \rightarrow$ número de gotas com massa M_d no tempo t

$K(M_d - m_d, m_d) \rightarrow$ Kernel de colisão para gotas com massas $M_d - m_d$ e m_d

$$K(M_d, m_d) = \pi(R_d + r_d)E(R_d, r_d)|V_d - v_d| \qquad E(R_d, r_d) = \frac{y_c^2}{(R_d + r_d)^2}$$



Crescimento por Coalescência (união)

Equação de coleta estocástica



➤ “Termo de perda”

Perda de gotas com uma determinada massa $n_d(M_d, t)$

$$\left[\frac{\partial n_d(M_d, t)}{\partial t} \right]_{loss} = -n_d(M_d) \int_0^{\infty} n_d(m_d) K(M_d, m_d) dm_d$$

$M_d \rightarrow$ massa da gota grande

$n_d(M_d, t) \rightarrow$ número de gotas com massa M_d no tempo t

$K(M_d, m_d) \rightarrow$ Kernel de colisão para gotas com massas M_d e m_d

$$K(M_d, m_d) = \pi(R_d + r_d)E(R_d, r_d)|V_d - v_d|$$

$$E(R_d, r_d) = \frac{y_c^2}{(R_d + r_d)^2}$$



Crescimento por Coalescência (união)

Equação de coleta estocástica



- **Equação de coleta estocástica = balanço entre as perdas e os ganhos**

$$\frac{\partial n_d(M_d, t)}{\partial t} = \frac{1}{2} \int_0^{M_d} n_d(M_d - m_d) n_d(m_d) K(M_d - m_d, m_d) dm_d - n_d(M_d) \int_0^{\infty} n_d(m_d) K(M_d, m_d) dm_d$$

- **A solução analítica tem fortes limitações no que diz respeito à escolha de $K(M_d, m_d)$**
- **Solução numérica via discretização da massa da gota**



Crescimento por Coalescência (união)

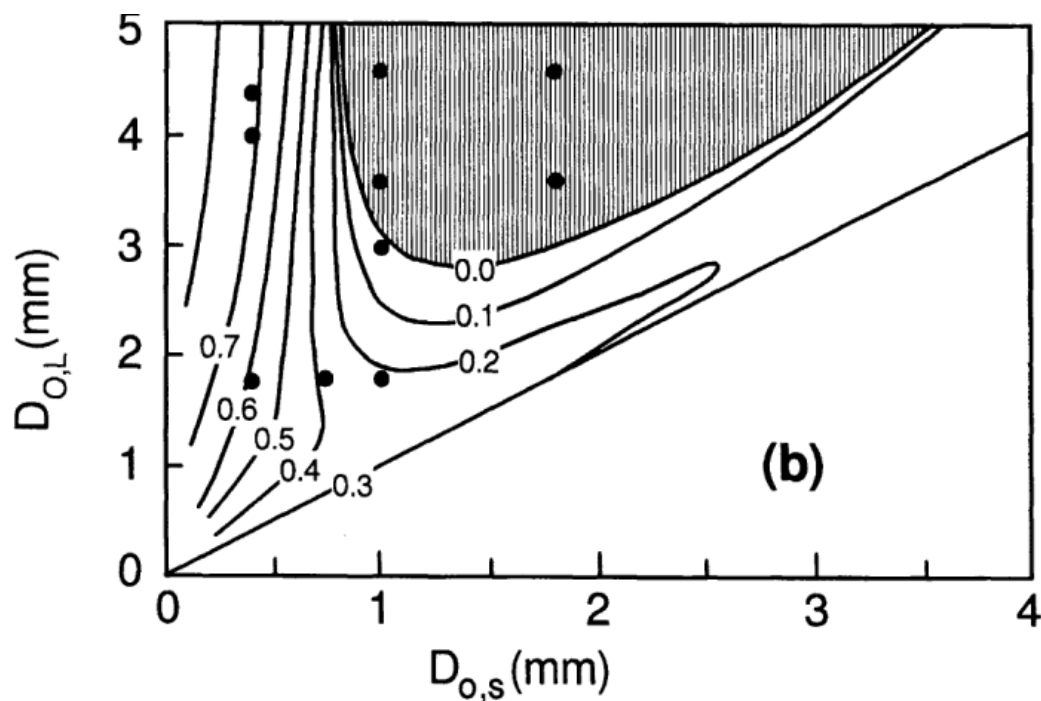


➤ **Nem todas as colisões** levam à coalescência (**união**) de gotas, devido à **membrana de ar** que permanecem entre as gotas

➤ → Eficiência de coalescência

□ Parametrizações derivadas experimentalmente

$$E_{coal}(R_d, r_d) = \frac{y_c^2}{(R_d + r_d)^2}$$



$$K = \pi(R_d + r_d)E_{coal}(R_d, r_d)|V_d - v_d|$$

Valor para a eficiência de coalescência de parametrização de grandes gotas colidindo no ar.

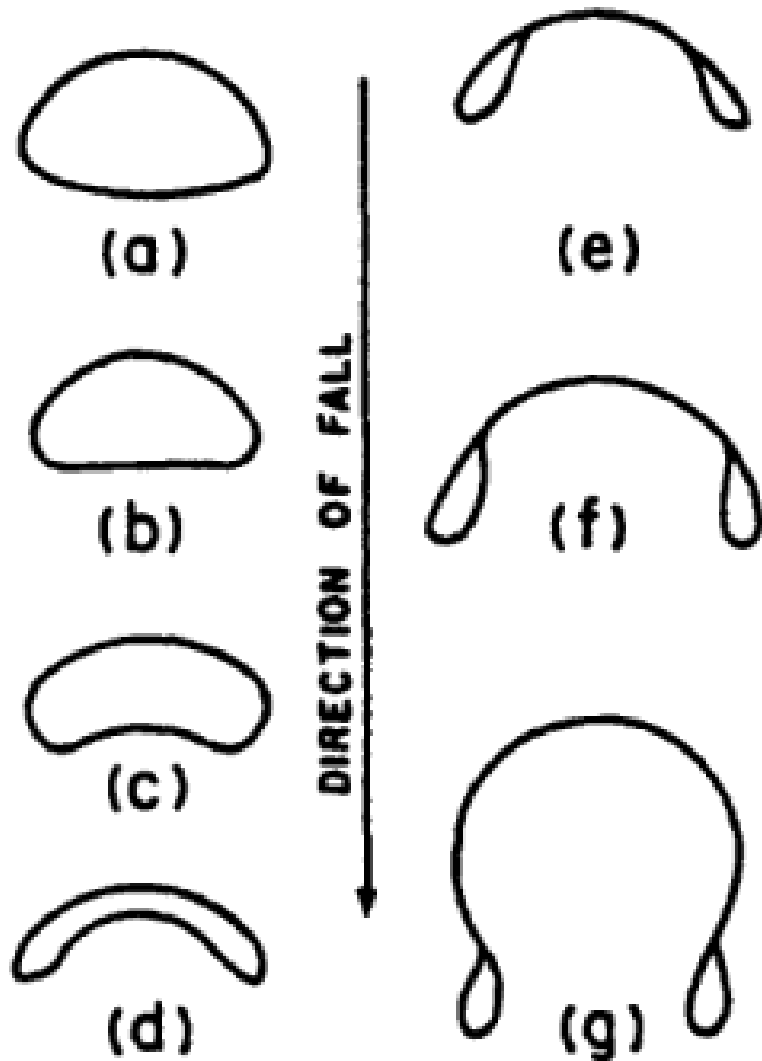
$D_{o,L}$ ($D_{o,S}$) diâmetro equivalente da gota **grande** (**pequena**).

Os pares de **gotas dos estudos** de experimentos **são indicados por pontos.**

O $D_{o,L} = D_{o,S}$ corresponde ao valor $E_{coal} = 0.19$
(De Low e List, 1982a; por cortesia do autor e Am. Meteoro.)



Break-up (Rompimento de gota)



- Ruptura hidrodinâmica (“espontânea”)
- Gotas grandes (raio crítico de cerca de 2,5 mm)
- Queda → deformação, eventualmente rompimento da gota
- “Rompimento da bolsa”



Break-up (Rompimento de gota)



➤ Descrição estatística:

$$\frac{\partial n_d(m_d, t)}{\partial t} = -n_d(m_d, t) \int_m^{\infty} n_d(M_d, t) Q(M_d, m_d) P(M_d) dM_d$$

$n_d(M_d, t)$ → número de gotas com massa M_d no tempo t

M_d → massa da gota grande

$P(M_d)$ → probabilidade de uma gota com massa M_d se desintegrar

$Q(M_d, m_d)$ → probabilidade de uma gota com massa m_d resultado da desintegração de uma gota com massa M_d

$$P(M_d) = 2.94 \times 10^{-7} e^{(3400r_d(M_d))}$$

$$Q(M_d, m_d) \cong \frac{145.37}{m_d} \frac{r_d(m_d)}{r_d(M_d)} e^{\left(-7 \frac{r_d(m_d)}{r_d(M_d)}\right)}$$

Experimentos em túneis de vento, Kombayasi et al, 1964



Induced Break-up (Rompimento de gota)



$$\frac{\partial n_d(m_d, t)}{\partial t} = -n_d(m_d, t) \int_m^{\infty} n_d(M_d, t) Q(M_d, m_d) P(M_d) dM_d$$

- Muito mais importante (eficaz) do que o rompimento espontâneo
- **Necessário para obter espectros realistas de gotas** de chuva em estado estacionário
- Novamente **descrição estocástica**:
 - Ganho de gotas com massa m_d por quebra de gotas maiores, perda por ruptura



Induced Break-up (Rompimento de gota)



$$\left[\frac{\partial n_d(m_d, t)}{\partial t} \right]_{B, gain} = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} n(m_1, t) K(m_1, m_2) [1 - E_{coal}(m_1, m_2)] Q(m; m_1, m_2) n(m_2) dm_2 dm_1$$

$K(m_1, m_2) \rightarrow$ Kernel de colisão para colisão de gotas com massas m_1, m_2

$E_{coal}(m_1, m_2) \rightarrow$ Eficiência de coalescência para colisão de gotas com m_1, m_2

$Q(m; m_1, m_2) \rightarrow$ número médio de gotas com massa m após colisão e quebra de gotas com massas m_1, m_2



Induced Break-up (Rompimento de gota)



$$\left[\frac{\partial n_d(m_d, t)}{\partial t} \right]_{B, loss} = n(m_d, t) \frac{\int_0^\infty n(m_2, t) K(m, m_2) [1 - E_{coal}(m, m_2)]}{m + m_2} dm_2 \int_0^{m+m_2} m_1 Q(m_1; m, m_2) n(m_2) dm_1$$

$K(m_1, m_2) \rightarrow$ Kernel de colisão para colisão de gotas com massas m_1, m_2

$E_{coal}(m_1, m_2) \rightarrow$ Eficiência de coalescência para colisão de gotas com m_1, m_2

$Q(m; m_1, m_2) \rightarrow$ número médio de gotas com massa m após colisão e quebra de gotas com massas m_1, m_2



Induced Break-up (Rompimento de gota)



$$\left[\frac{\partial n_d(m_d, t)}{\partial t} \right]_{B, loss} = n(m_d, t) \frac{\int_0^\infty n(m_2, t) K(m, m_2) [1 - E_{coal}(m, m_2)]}{m + m_2} dm_2 \int_0^{m+m_2} m_1 Q(m_1; m, m_2) n(m_2) dm_1$$

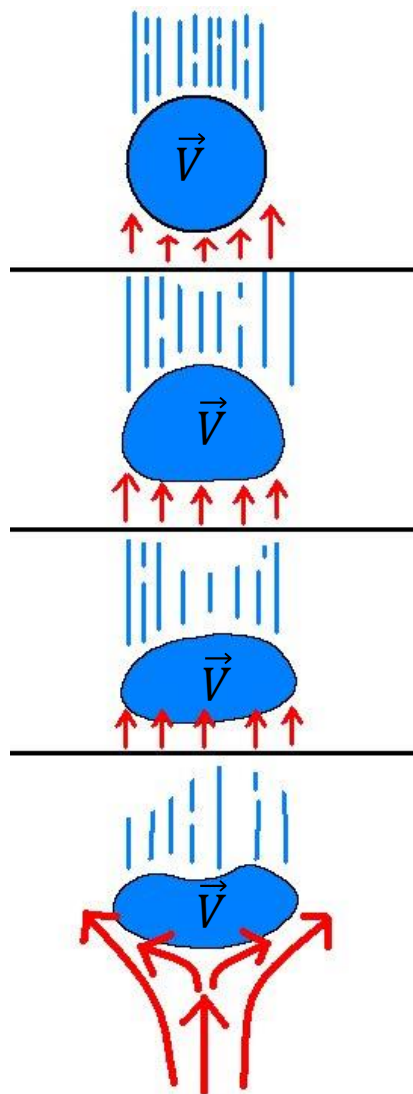
modifica o espectro de gotas



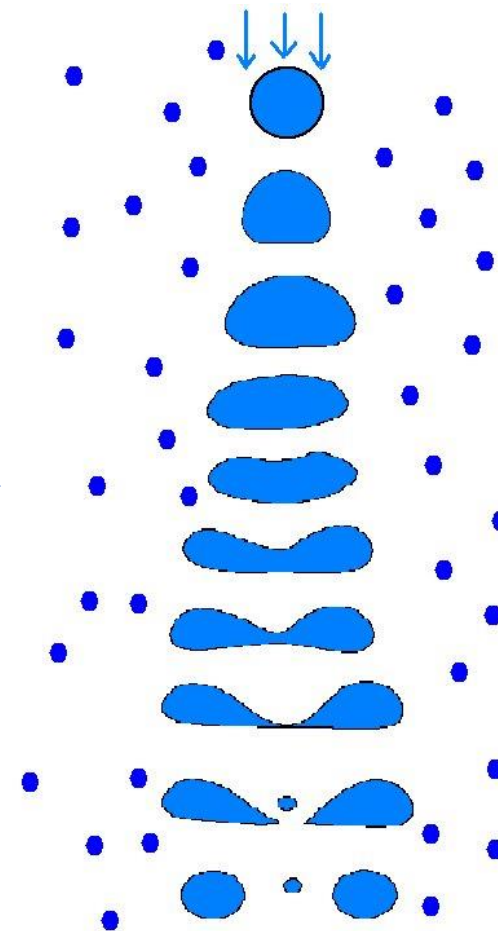
Terminal fall velocity (Velocidade de queda terminal)

$$V_t = 1.36 \cdot 10^2 m^{0.217}$$

(2.1.1b)

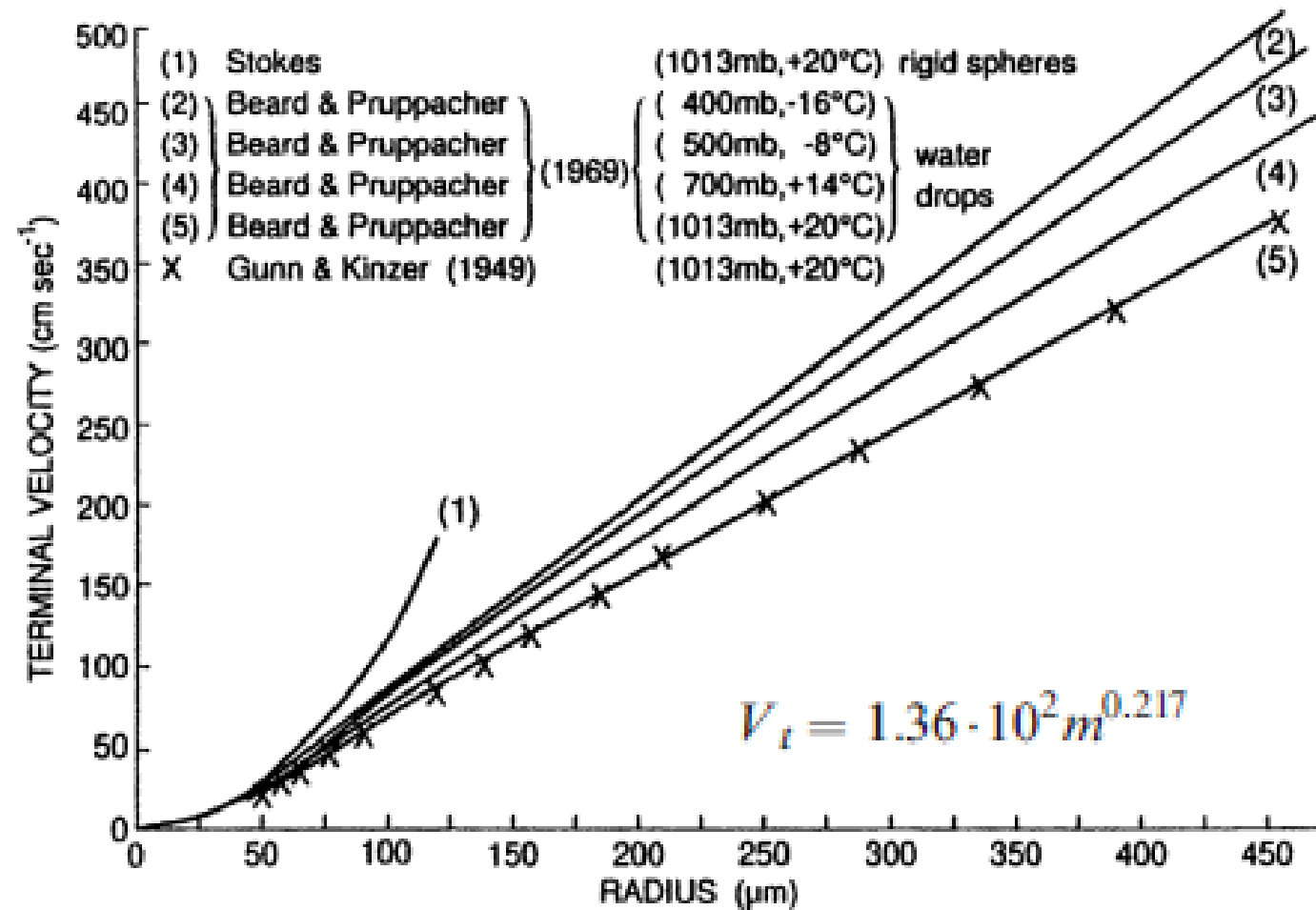


**(Velocidade de queda
terminal)**





Terminal fall velocity (Velocidade de queda terminal)

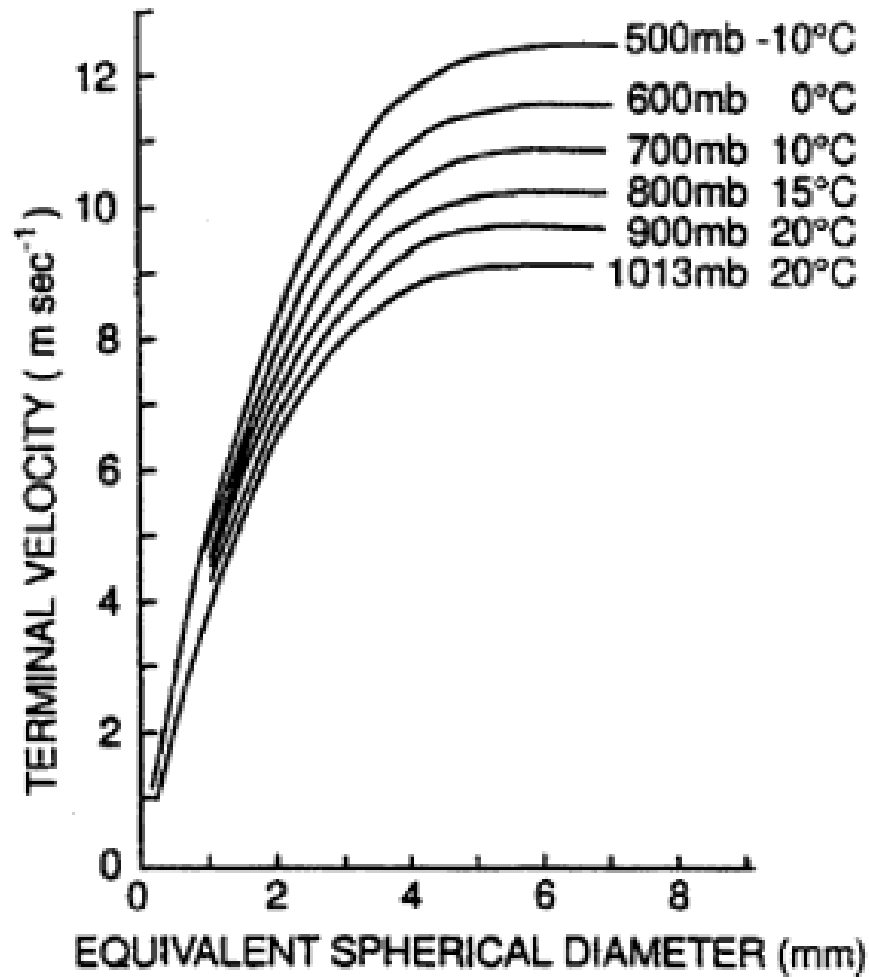


(2.1.1b)

Variação com o tamanho da velocidade terminal de queda das gotas de água no ar menor do que 500μm de raio (De Beard and Pruppacher, 1969; cortesia da Am. Meteor Soc. E outros autores)



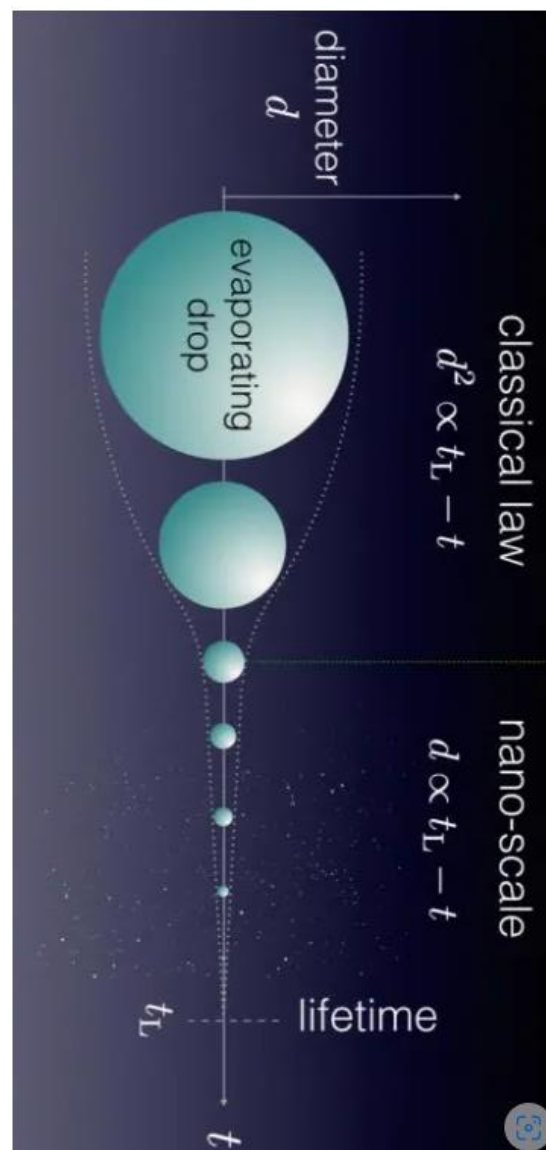
Terminal fall velocity (Velocidade de queda terminal)



Variação com o tamanho da velocidade terminal de queda das gotas de agua no ar maior do que 500 μ m de raio (De Beard , 1976; cortesia da Am. Meteor Soc. E outros autores)



Ventilation (Ventilação de gota)





Ventilation (Ventilação de gota)



Gotas suficientemente **grandes caem** → a taxa de **transferência de calor e massa aumenta:**

➤ → “Efeito de ventilação”

➤ **Aumenta a evaporação da chuva** em regiões subsaturadas

➤ Descrito via **coeficiente de ventilação**

➤ **Nota importante:**

A **evaporação abaixo da base da nuvem altera a dinâmica** e, mais importante, **a estrutura da umidade nas camadas inferiores**. → Influência na subsequente formação de nuvens!



Na física das nuvens, o efeito de efeito de ventilação é definido:

O movimento das gotas em relação ao ar aumenta o fluxo de moléculas de vapor do ar supersaturado em direção da gota em caso de supersaturação

Uma gota parada em relação ao ar (sustentada pela flutuabilidade), aumenta o fluxo de moléculas de água da gota para o ar em caso de subsaturação.

$$r \frac{dr}{dt} = \frac{1}{F} (S_w - S_{w,eq})$$



Derivação detalhada da equação para o crescimento por difusão é apresentada por Pruppacher e Klett (1997). A equação descreve o processo de crescimento por difusão/evaporação de partículas atmosféricas que são soluções aquosas de aerossóis solúveis.

Ventilation (Ventilação de gota)

$$r \frac{dr}{dt} = \frac{1}{F} (S_w - S_{w,eq}) = \frac{1}{F} \left[S_w - \frac{A}{r_d} + \frac{Br_{dN}^3}{r_d^3 - r_{dN}^3} \right] \quad (5.1.14)$$

Geralmente, o crescimento por difusão de gotas é descrito (5.1.14).

No entanto, para gotas com raios superiores a alguns μm (exceto quando as gotas crescem em CCN gigante e têm alta salinidade), a soma do termo de curvatura e os termos químicos é muito menor do que S_w (ou seja, $S_{w,eq} \ll S_w$), portanto, esses termos geralmente são omitidos.

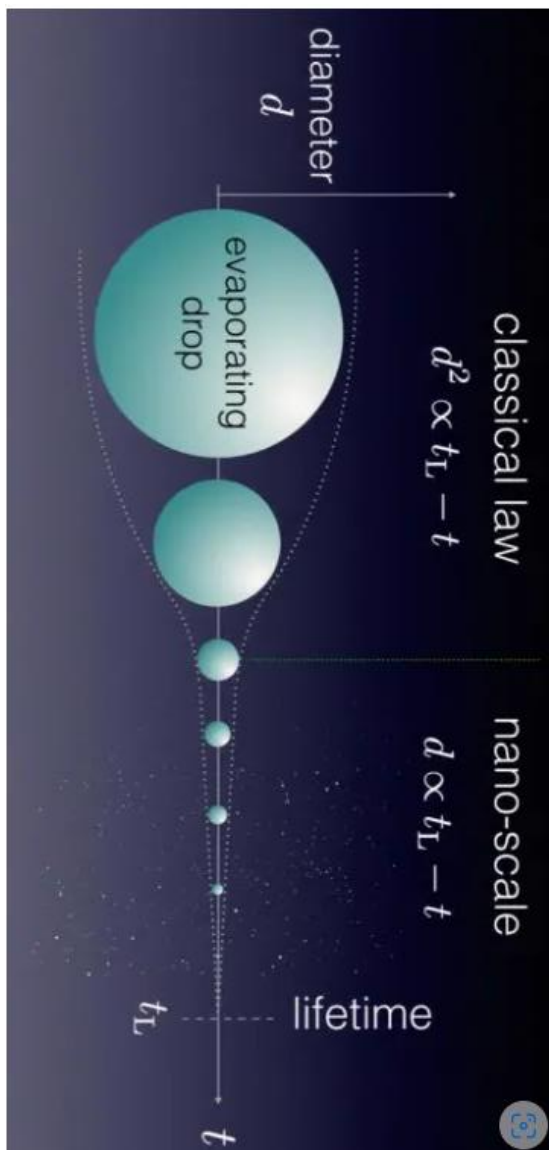
Como resultado, na maioria dos modelos de nuvem, a equação do crescimento por difusão de da gota é descrita como $r \frac{dr}{dt} = \frac{1}{F} (S_w - S_{w,eq})$ pode ser substituído por:

$$r \frac{dr}{dt} = \frac{1}{F} S_w$$

$$\frac{dm}{dt} = \frac{4\pi\rho_w r}{F} S_w$$



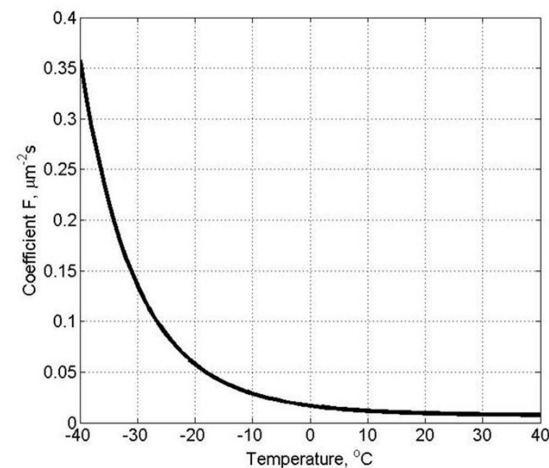
Ventilation (Ventilação de gota)



$$r \frac{dr}{dt} = \frac{1}{F} S_w$$

O movimento das gotas em relação ao ar aumenta o fluxo de moléculas de vapor do ar supersaturado em caso de supersaturação, bem como o fluxo de moléculas de água de uma gota no ar em caso de subsaturação em comparação com o caso de queda imóvel.

Na física das nuvens, esse efeito é chamado de efeito de ventilação.



Portanto, o coeficiente **F** na Equação $F = \frac{\rho_w R_v T}{e_w D} + \frac{\rho_w L_w^2}{R_v T^2 k_a}$ depende temperatura



Ventilation (Ventilação de gota)



f_{vent} (Pruppacher and Klett, 1997):

$$\boxed{r \frac{dr}{dt} = \frac{1}{F} S_w}$$

$$F_{vent} \begin{cases} 1.00 + 0.108 \left(N_{Sc,v}^{1/3} N_{Re}^{1/2} \right)^2, \\ 0.78 + 0.308 \left(N_{Sc,v}^{1/3} N_{Re}^{1/2} \right), \end{cases}$$

$$0 \leq N_{Sc,v}^{1/3} N_{Re}^{1/2} \leq 1.4$$

$$1.4 < N_{Sc,v}^{1/3} N_{Re}^{1/2} \leq 51.4$$

N_{Re} é o número de Reynolds, sendo definido como $N_{Re} = \frac{2\rho_v r_d v_d}{\eta_a}$, com a **velocidade de queda** v_d e a viscosidade dinâmica η_a . $N_{Sc,v} = \frac{\eta_a}{D_v}$, é o número de Schmidt e D_v é a difusividade do vapor de água no ar



Ventilation (Ventilação de gota)



Woo e Hamielec (1971), descobriram que o **efeito da ventilação é mais forte**, ou seja, a **evaporação/condensação é maior** no **lado da upstream da gota** que cai.

O **aumento na taxa de evaporação/condensação em toda a superfície da gota é descrito pelo coeficiente de ventilação** $F_{vent} > 1$, que é a razão entre a taxa de crescimento de massa de uma gota em queda e a de uma gota imóvel:

$$F_{vent} = \frac{\frac{dm}{dt}}{\left(\frac{dm}{dt}\right)_{|V=u|=0}} > 1$$

Pruppacher e Klett (1997), o **coeficiente de ventilação depende de dois números característicos** adimensionais

N_{Re} é o **número de Reynolds**, sendo definido como $N_{Re} = \frac{2\rho_v r_d v_d}{\eta_a} = \frac{2\rho_v r_d |V-u|_d}{\eta_a}$, com a **velocidade de queda** v_d e a viscosidade dinâmica $\eta_a = \frac{\mu}{\rho}$, μ é o coeficiente de viscosidade cinemática, $N_{Sc,v} = \frac{\eta_a}{D_v}$, é o **numero de Schmidt** e D_v é a difusividade do vapor de água no ar



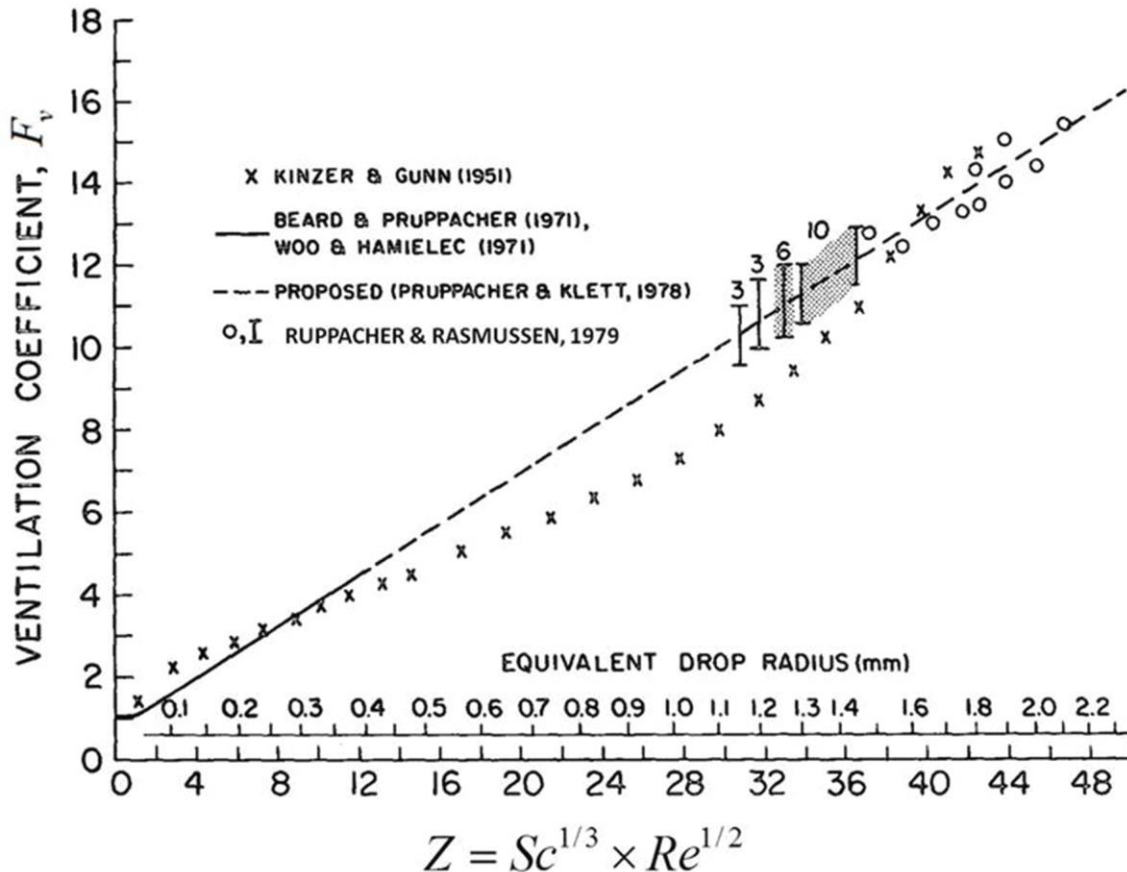
Ventilation (Ventilação de gota)



Baseando-se na teoria da camada limite que surge em torno da gota que cai, o coeficiente de ventilação pode ser considerado como função de

$$Z = N_{Sc,v}^{1/3} N_{Re}^{1/2}$$

$$F_{vent} \begin{cases} 1.00 + 0.108(Z)^2, & 0 \leq Z \leq 1.4 \\ 0.78 + 0.308(Z) , & 1.4 < Z \leq 51.4 \end{cases}$$



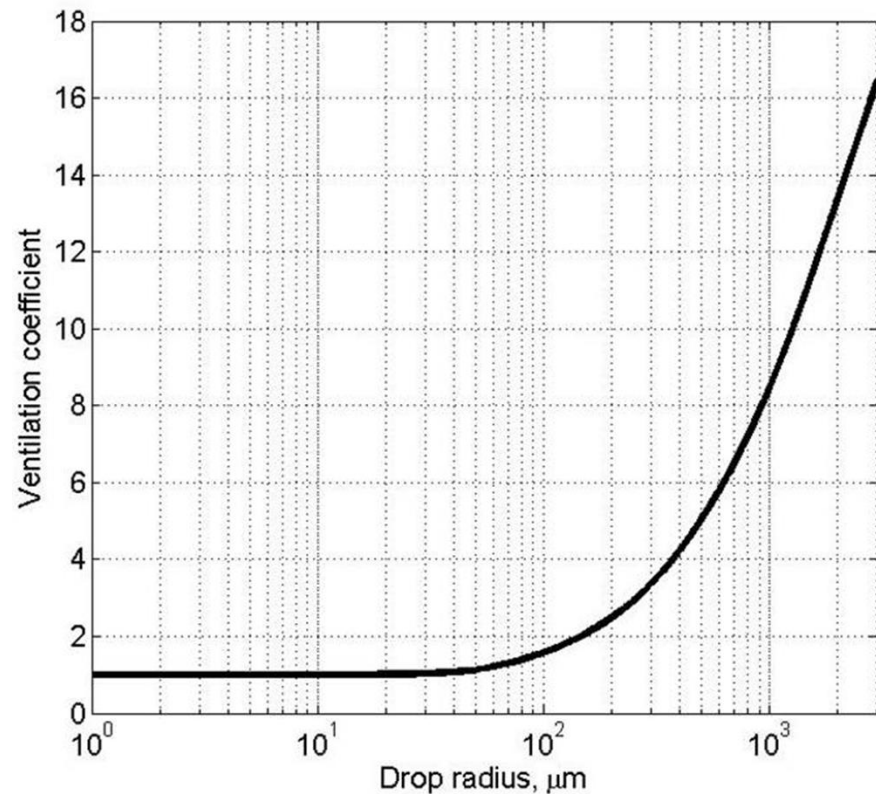
As dependências do coeficiente de ventilação $F_{vent}(Z)$. As dependências $F_{vent}(Z)$ calculadas para N_{Re} grandes são extrapoladas para valores moderados de N_{Re} . Os resultados de experimentos de laboratório são indicados por símbolos. A faixa de tamanho de gota em experimentos de laboratório por Pruppacher e Rasmussen (1979) é $1,100 \mu\text{m} \leq r_0 \leq 2,500 \mu\text{m}$; ($29.7 \leq Z \leq 51.4$). A faixa de tamanho de gota em experimentos de laboratório por Beard e Pruppacher (1971) é de $60 \mu\text{m} \leq r_0 \leq 400 \mu\text{m}$ ($1.4 \leq Z \leq 12.3$) (de Pruppacher e Rasmussen, 1979; American Meteorological Society©; usado com permissão).



Ventilation (Ventilação de gota)



Baseando-se na teoria da camada limite que surge em torno da gota que cai, o coeficiente de ventilação pode ser considerado como função de



$$r \frac{dr}{dt} = \frac{1}{F} (S_w - S_{w,eq})$$

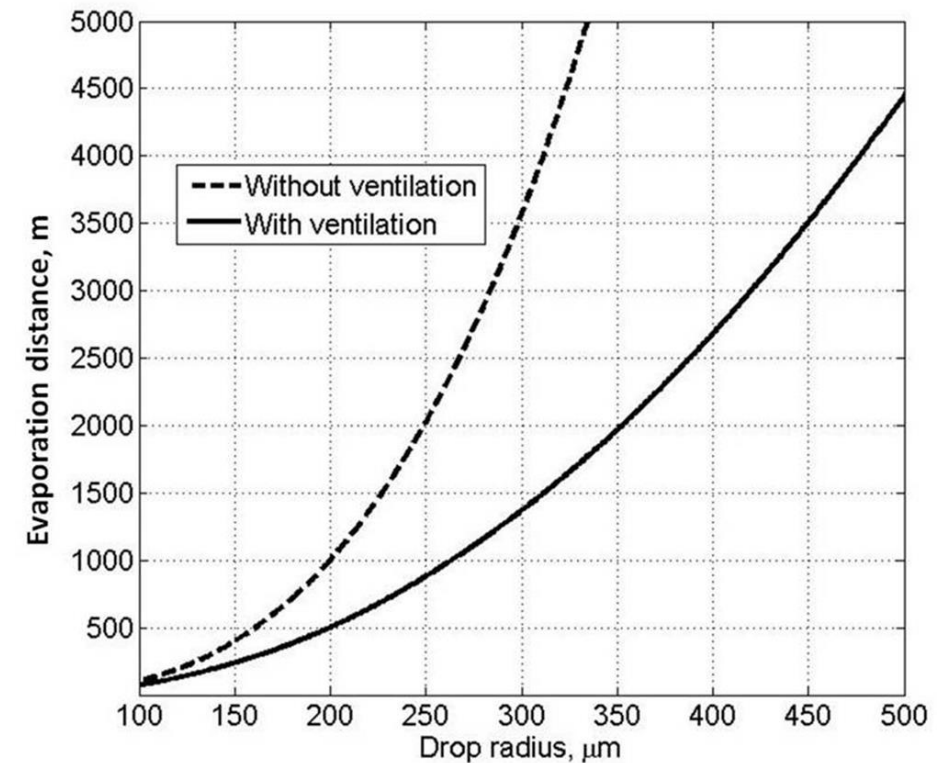
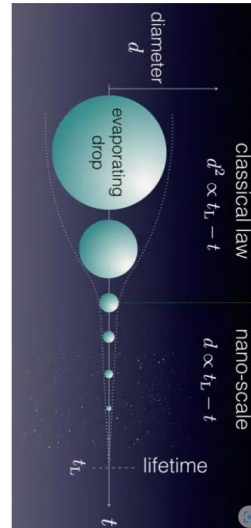


Figura 5.5.9 Dependências da distância da evaporação total sobre o raio inicial da gota de chuva (RH = 80%).

Figura 5.5.8 Dependência do coeficiente de ventilação no raio de gota equivalente, calculado usando a aproximação de Beard (1976) de Re em TC = 20 C e $\rho = 1.2 \text{ kg/m}^3$.



Rain (aglomerado de gota caindo)



Rain (aglomerado de gota caindo)





Rain (aglomerado de gota caindo)



- Gotas suficientemente grandes caem no chão
- Chuva constante: crescimento da gota por acreção e quebra da gota em equilíbrio → Distribuição do tamanho da gota
- Frequentemente usado: **exponencial aproximadamente negativo**, “distribuição de Marshall Palmer” (após Marshall e Palmer, 1948, com raio de gota de chuva r_{rd}):

$$n(r_{rd}) = n_0(r_{rd})e^{(-\Lambda r_{rd})}$$

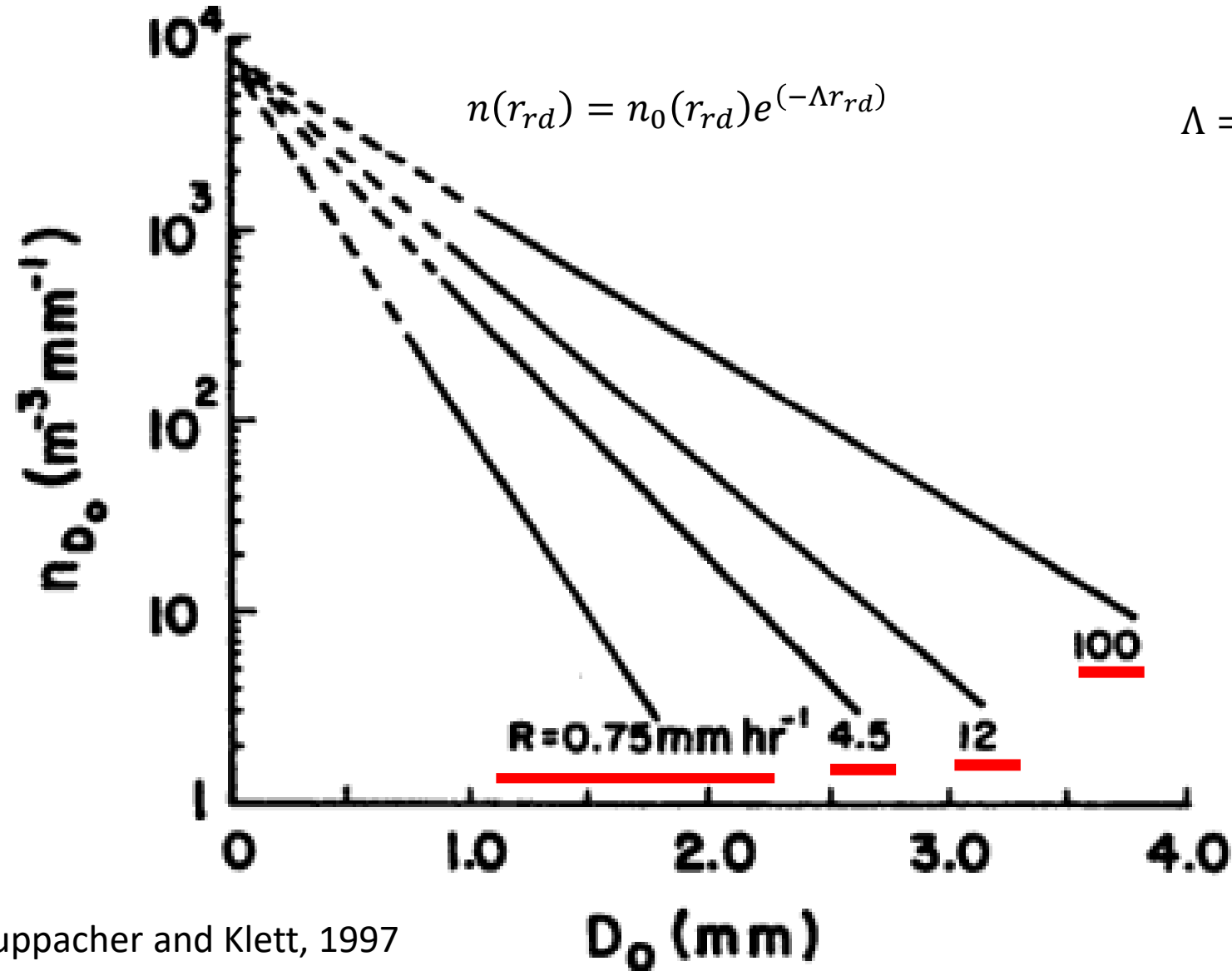
- Marshall e Palmer encontraram experimentalmente:

$$\Lambda = \Lambda(R) = 41R^{-0.21} \text{ and } n_0 = \text{const} = 0.08\text{cm}^{-4}$$

Onde R é a taxa de precipitação



Rain (Distribuição do tamanho da gota de chuva)



$$\Lambda = \Lambda(R) = 41R^{-0.21} \text{ and } n_0 = \text{const} = 0.08 \text{ cm}^{-4}$$

Marshall-Palmer distribuição do tamanho de gotas de chuva (Baseado em Marshall and Palmer, 1948; cortesia da Meteor. Soc, e outros autores)

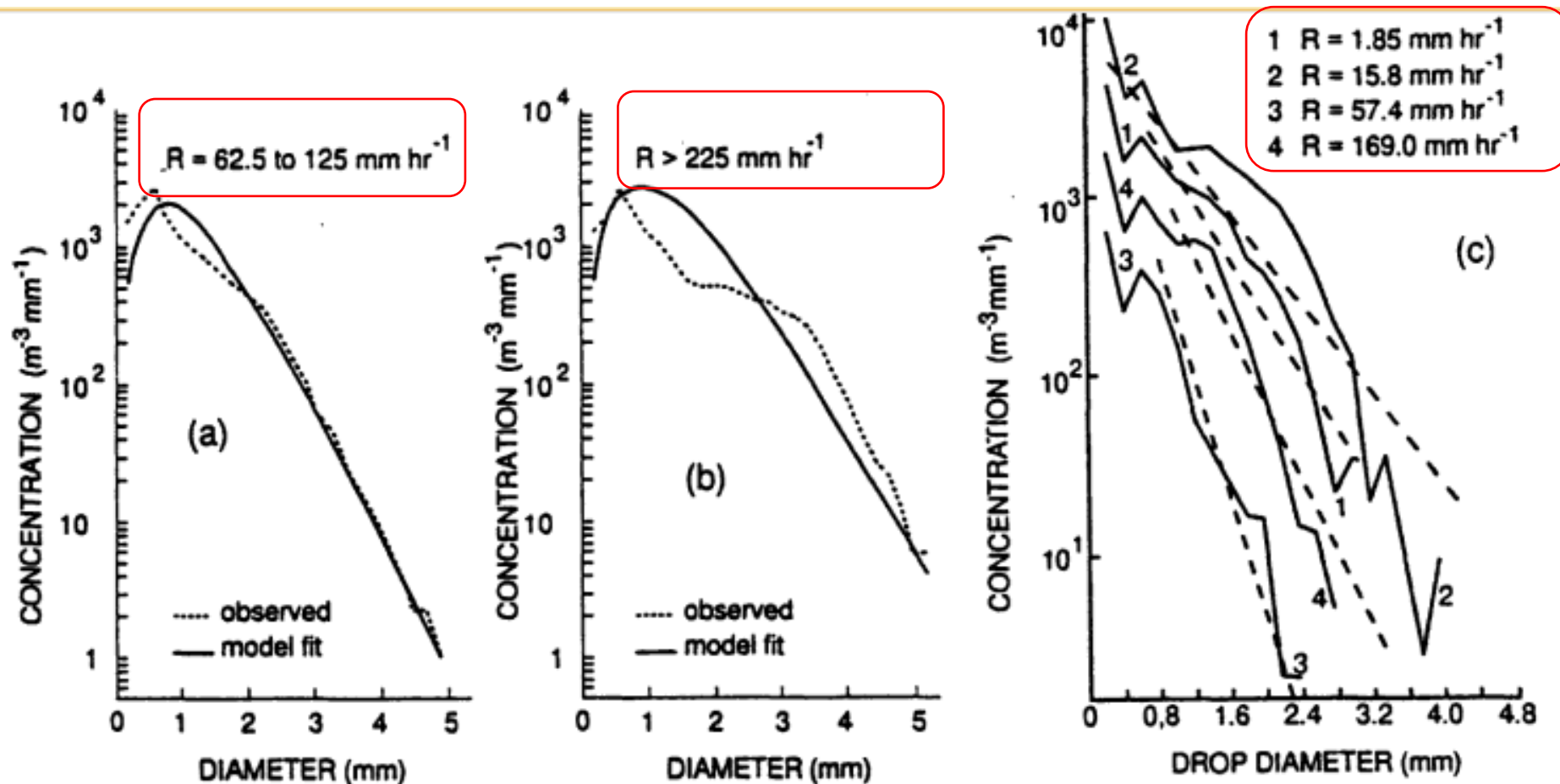
Paulo Yoshio Kubota



Rain (Distribuição do tamanho da gota de chuva)



➤ Numerosos estudos também usam a distribuição gama



Distribuição do tamanho médio de gotas de chuva em tempestade tropical com várias intensidades de chuva (a) e (b) comparação com o ajuste usando a função Gamma (c) Comparação com a distribuição de Marshall and Palmer

Pruppacher and Klett, 1997