



Modelo Numérico da Atmosfera

MET-576-4

Modelagem Numérica da Atmosfera

Dr. Paulo Yoshio Kubota

Os métodos numéricos, formulação e parametrizações utilizados nos modelos atmosféricos serão descritos em detalhe.

**3 Meses
24 Aulas (2 horas cada)**



- ✓ **Métodos de diferenças finitas.**
- ✓ **Acurácia.**
- ✓ **Consistência.**
- ✓ **Estabilidade.**
- ✓ **Convergência.**
- ✓ **Grades de Arakawa A, B, C e E.**
- ✓ **Domínio de influência e domínio de dependência.**
- ✓ **Dispersão numérica e dissipação.**
- ✓ **Definição de filtros monótono e positivo.**
- ✓ **Métodos espectrais.**
- ✓ **Métodos de volume finito.**
- ✓ **Métodos Semi-Lagrangeanos.**
- ✓ **Conservação de massa local.**
- ✓ **Esquemas explícitos versus semi-implícitos.**
- ✓ **Métodos semi-implícitos.**



O Esquema CTCS (Leapfrog)



Um outro método para resolver o problema de advecção linear. É usar o esquema centrada no tempo, Centrado no espaço (CTCS). i.e.

$$\frac{\phi_j^{n+1} - \phi_j^{n-1}}{2\Delta t} + u \frac{\phi_{j+1}^n - \phi_{j-1}^n}{2\Delta x} = 0. \quad (17)$$

Trata-se de uma fórmula de três-nível, uma vez que ela envolve valores de ϕ em três tempos t_{n+1} , t_n , t_{n-1} .

O esquema CTCS é de precisão de segunda ordem no espaço e no tempo. análise de estabilidade Von Neumann

Define-se $\phi = A^n e^{ikj\Delta x}$ para a análise de **estabilidade de Von Neumann**, que veremos em seguida

$$\phi_j^{n+1} = \phi_j^{n-1} - u \frac{\Delta t}{\Delta x} (\phi_{j+1}^n - \phi_{j-1}^n)$$

$$A^{n+1} e^{ikj\Delta x} = A^{n-1} e^{ikj\Delta x} - u \frac{\Delta t}{\Delta x} (A^n e^{ik(j+1)\Delta x} - A^n e^{ik(j-1)\Delta x})$$



O Esquema CTCS (Leapfrog)



$$A^{n+1}e^{ikj\Delta x} = A^{n-1}e^{ikj\Delta x} - u \frac{\Delta t}{\Delta x} (A^n e^{ik(j+1)\Delta x} - A^n e^{ik(j-1)\Delta x})$$

$$A^n A e^{ikj\Delta x} = \frac{A^n}{A} e^{ikj\Delta x} - u \frac{\Delta t}{\Delta x} (A^n e^{ikj\Delta x} e^{ik\Delta x} - A^n e^{ikj\Delta x} e^{-ik\Delta x})$$

$$A^n A e^{ikj\Delta x} = \frac{A^n}{A} e^{ikj\Delta x} - C (A^n e^{ikj\Delta x} e^{ik\Delta x} - A^n e^{ikj\Delta x} e^{-ik\Delta x})$$

$$A^n A e^{ikj\Delta x} = \frac{A^n}{A} e^{ikj\Delta x} - C A^n e^{ikj\Delta x} (e^{ik\Delta x} - e^{-ik\Delta x})$$

$$A = \frac{1}{A} - C (e^{ik\Delta x} - e^{-ik\Delta x})$$

$$A^2 = 1 - C 2i \left(\frac{e^{ik\Delta x} - e^{-ik\Delta x}}{2i} \right) A$$

$$A^2 = 1 - C 2i (\sin(k\Delta x)) A$$



$$A^2 = 1 - C2i(\sin(k\Delta x))A$$

$$A^2 + C2i(\sin(k\Delta x))A - 1 = 0$$

$$A^2 - C2i(\sin(k\Delta x))A - 1 = 0$$

$$\begin{cases} ax^2 + bx + c = 0 \\ x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \end{cases}$$

$$A = \frac{C2i(\sin(k\Delta x)) \pm \sqrt{(-C2i(\sin(k\Delta x)))^2 - 4(1)(-1)}}{2}$$

$$A = \frac{C2i(\sin(k\Delta x)) \pm \sqrt{((-1)^2 C^2 4(\sqrt{-1}^2)(\sin^2(k\Delta x)))^2 + 4}}{2}$$

$$A = \frac{C2i(\sin(k\Delta x)) \pm \sqrt{-4C^2 \sin^2(k\Delta x) + 4}}{2}$$



$$A = Ci(\sin(k\Delta x)) \pm \sqrt{-C^2 \sin^2(k\Delta x) + 1}$$

$$A = Ci(\sin(k\Delta x)) \pm \sqrt{1 - C^2 \sin^2(k\Delta x)}$$

Há dois casos a considerar: o primeiro $C > 1$, e $(C \sin(k\Delta x))^2 > 1$

$$A = Ci(\sin(k\Delta x)) \pm i\sqrt{C^2 \sin^2(k\Delta x) - 1}$$

$$|A|^2 = \left(Ci(\sin(k\Delta x)) \pm i\sqrt{C^2 \sin^2(k\Delta x) - 1} \right) \left(-Ci(\sin(k\Delta x)) \right. \\ \left. \pm -i\sqrt{C^2 \sin^2(k\Delta x) - 1} \right)$$

$$|A|^2 = \left(Ci(\sin(k\Delta x)) \pm i\sqrt{C^2 \sin^2(k\Delta x) - 1} \right) \left(-Ci(\sin(k\Delta x)) \right. \\ \left. \pm -i\sqrt{C^2 \sin^2(k\Delta x) - 1} \right)$$



$$|A|^2 = i \left(C(\sin(k\Delta x)) \pm \sqrt{C^2 \sin^2(k\Delta x) - 1} \right) \left(-i \left(C(\sin(k\Delta x)) \pm \sqrt{C^2 \sin^2(k\Delta x) - 1} \right) \right)$$
$$|A_{\pm}|^2 = \left(C(\sin(k\Delta x)) \pm \sqrt{C^2 \sin^2(k\Delta x) - 1} \right)^2$$

Existe pelo menos uma raiz em que $|A_{\pm}| > 1$, portanto, a solução é instável $C > 1$



2. $C \leq 1$ e $C(\sin(k\Delta x)) \leq 1$. As duas raízes são:

$$A = Ci(\sin(k\Delta x)) \pm i\sqrt{C^2 \sin^2(k\Delta x) - 1}$$

$$A = Ci(\sin(k\Delta x)) \pm \sqrt{1 - C^2 \sin^2(k\Delta x)}$$

$$|A_+|^2 = \left(Ci(\sin(k\Delta x)) + \sqrt{1 - C^2 \sin^2(k\Delta x)} \right) \left(-Ci(\sin(k\Delta x)) + \sqrt{1 - C^2 \sin^2(k\Delta x)} \right)$$

$$\begin{aligned} |A_+|^2 = & \left(-i^2 C^2 \sin^2(k\Delta x) + Ci(\sin(k\Delta x)) * \left(\sqrt{1 - C^2 \sin^2(k\Delta x)} \right) - Ci(\sin(k\Delta x)) \right. \\ & \left. * \left(\sqrt{1 - C^2 \sin^2(k\Delta x)} \right) + 1 - C^2 \sin^2(k\Delta x) \right) \end{aligned}$$

$$|A_+|^2 = (C^2 \sin^2(k\Delta x) + 1 - C^2 \sin^2(k\Delta x))$$

$$|A_+|^2 = 1$$



Da mesma forma para $|A_-|^2$

$$|A_+|^2 = (C^2 \sin^2(k\Delta x) + 1 - C^2 \sin^2(k\Delta x))$$

$$|A_+|^2 = 1$$

\therefore A condição de estabilidade é $\left| C = \frac{u\Delta t}{\Delta x} \right| \leq 1$.



Modo computacional de CTCS



Há dois casos a considerar: o primeiro $C > 1$, e $(C \sin(k\Delta x))^2 > 1$

$$A_{\pm} = C \sin(k\Delta x) \pm \sqrt{C^2 \sin^2(k\Delta x) - 1}$$

$$\geq 0$$

$$A_p = C \sin(k\Delta x) + \sqrt{C^2 \sin^2(k\Delta x) - 1}$$

$$A_c = C \sin(k\Delta x) - \sqrt{C^2 \sin^2(k\Delta x) - 1}$$

$$\phi_j^n = A^n e^{ikj\Delta x}$$

$$\phi_j^n = P A_p^n e^{ikj\Delta x} + C A_c^n e^{ikj\Delta x}$$



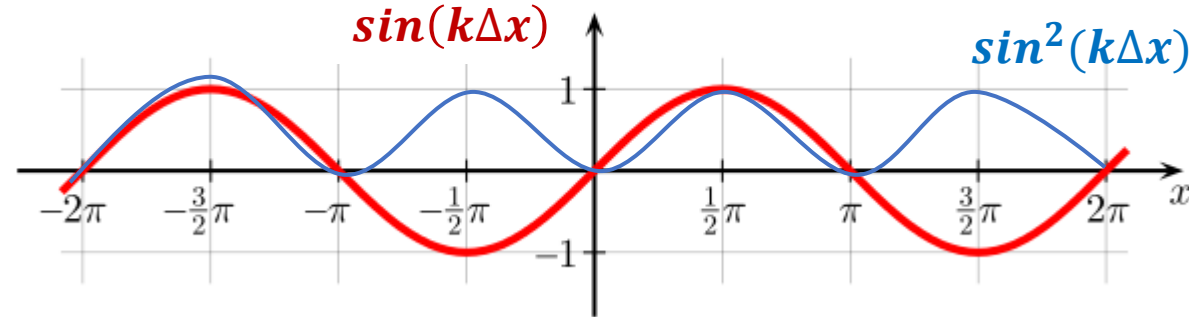
Modo computacional de CTCS



O esquema CTCS dá dois valores para A
 ≥ 0

$$A_p = iC \sin(k\Delta x) + i\sqrt{C^2 \sin^2(k\Delta x) - 1}$$

$$A_c = iC \sin(k\Delta x) - i\sqrt{C^2 \sin^2(k\Delta x) - 1}$$



$$A_p = -ic \sin k\Delta x + (1 - (c \sin k\Delta x)^2)^{1/2} \quad (18)$$

$$A_c = -ic \sin k\Delta x - (1 - (c \sin k\Delta x)^2)^{1/2}, \quad (19)$$



Modo computacional de CTCS



Portanto, a forma geral da solução numérica é

$$\begin{aligned}\phi_j^n &= P A_p^n e^{ikj\Delta x} + C A_c^n e^{ikj\Delta x} \\ \phi_j^n &= [P(A_p)^n + C(A_c)^n] e^{ikj\Delta x}\end{aligned}\tag{20}$$

Vamos escolher $C = 1$. Em seguida, é conveniente escrever A na forma

$$A_p = e^{-i\alpha}, A_c = -e^{i\alpha}$$

Onde $\alpha = k\Delta x = uk\Delta t$ (21)

$$\phi_j^n = P e^{ik(j\Delta x - un\Delta t)} + (-1)^n C e^{ik(j\Delta x + un\Delta t)}.$$

Nos casos em que P e C sejam constantes complexas, determinados pela primeira Condições ou seja, $t=0$ ($n=0$).

$$\phi_j^0 = e^{ikj\Delta x} = (P + C) e^{ikj\Delta x} \Rightarrow (P + C) = 1$$



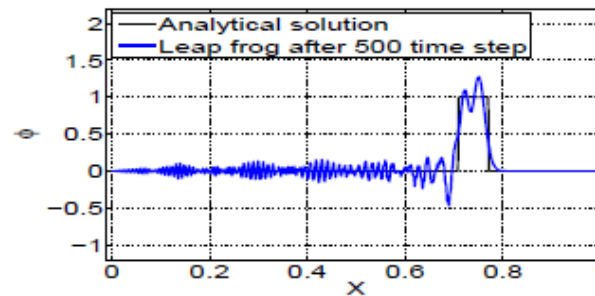
$$\Rightarrow \phi_j^n = \underbrace{(1 - C)e^{ik(j\Delta x - un\Delta t)}}_{\text{Physical mode}} + \underbrace{(-1)^n C e^{ik(j\Delta x + un\Delta t)}}_{\text{Computational mode}} \quad (22)$$

O modo Físico é proporcional à solução **exata** $e^{ik(x-ut)}$

O modo computacional **não correspondem a qualquer solução da equação diferencial original** ; ela é um artefato do Método numérico.

Duas das características do modo computacional

- Ela oscila no tempo de um passo tempo para o próximo passo de tempo (por causa do fator $(-1)^N$)
- Se propaga na direção oposta à verdadeira solução (Por causa do termo $+un\Delta t$ na exponencial ao invés de $-Un\Delta t$).





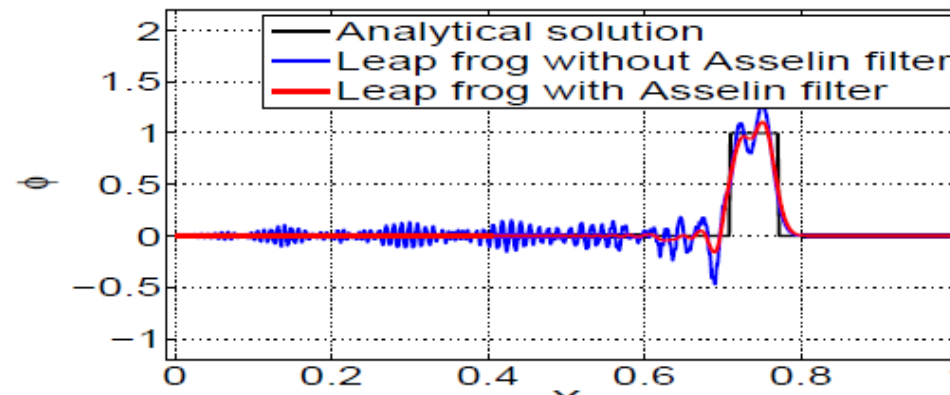
Modo computacional e o filtro RA

- A solução ϕ_j^{n+1} , Depende, ϕ_j^{n-1} Mas não no ϕ_j^n
- Exceto no momento inicial, a solução é encontrada em dois conjuntos de pontos que não são associados.
- Em qualquer ponto J a solução oscila entre os duas soluções Desatrelada.
- Para manter a amplitude do modo computacional pequenas é Necessário soluções acopladas sobre os dois conjuntos alternando de Pontos de grade.
- A maneira mais comum de se fazer isto no modelo Atmosférica é através do Uso do filtro de Robert-Asselin (RA), que fortemente descarrega as Oscilação $\phi^{n+1} = \phi^{n-1} - [\text{other terms}]$
- Calcular o deslocamento do filtro ou seja
$$d = \alpha * (\phi^{n-1} - 2\phi^n + \phi^{n+1})$$
- Aplicar o filtro para Φ^N Ou seja
$$\hat{\phi}^n = \phi^n + d = (1 - 2\alpha)\phi^n + \alpha(\phi^{n+1} + \phi^{n-1})$$

Então, atualize $\hat{\phi}^{n-1}$ por $\hat{\phi}^n$ e $\hat{\phi}^n$ por ϕ^{n+1} Para a próxima iteração
Depois de aplicar o filtro, o esquema de advecção fica parecido com

$$\phi^{n+1} = \hat{\phi}^{n-1} - [\text{other terms}]$$

A figura abaixo mostra advecção de uma onda quadrada (com $C=0,7$) após 500 tempo passo com (linha vermelha) e sem (azul Linha) apresentando Asselin filtro de tempo.



Note que este filtro também induz a um amortecimento artificial do modo físico, α Devem ser mantidos pequenos (na parcela acima $\alpha = 0,05$)



filtro RAW - Williams (2009), MWR



Método RAW, que devemos aplicar a filtragem não somente em Φ^N mas também em Φ^{n+1}

Tal como antes, use primeiro o esquema **leapfrog** como antes

$$\phi^{n+1} = \phi^{n-1} - [\text{other terms}]$$

Em seguida, aplica-se o filtro

$$\hat{\phi}^n = \phi^n + d\beta$$

$$\hat{\phi}^{n+1} = \phi^{n+1} + d(\beta - 1)$$

Depois da implementação do filtro e depois atualizar

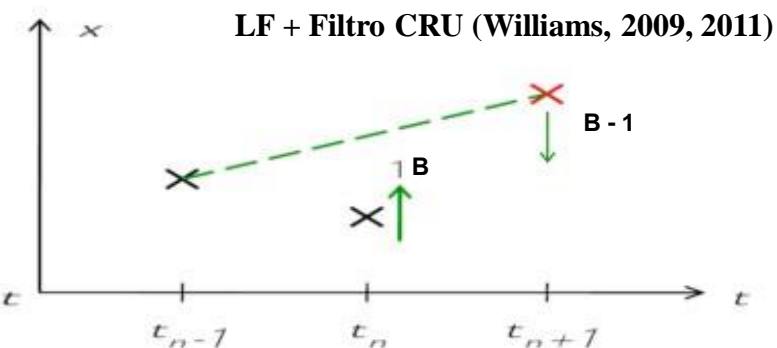
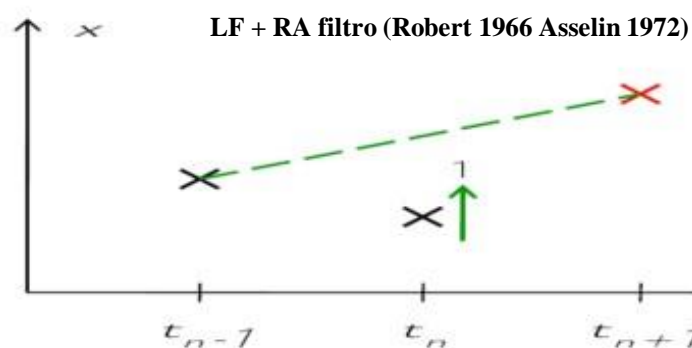
$$\begin{array}{ccc} \hat{\phi}^{n-1} & \Rightarrow & \hat{\phi}^n \\ \hat{\phi}^n & \Rightarrow & \hat{\phi}^{n+1} \end{array}$$

$$\phi^{n+1} = \hat{\phi}^{n-1} - [\text{other terms}]$$

Devido à estabilidade razão , o valor beta é $0,5 < \beta \leq 1$



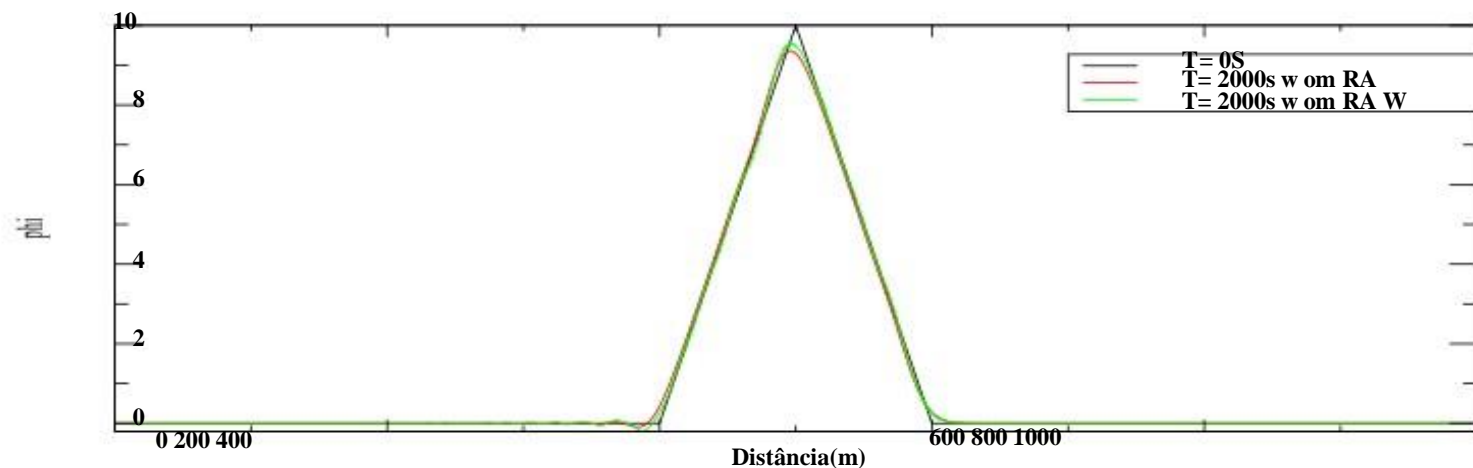
O filtro RA vs RAW



- RA filtro aplica-se em
- Reduz curvatura mas não conserva a curvatura média
- Precisão da amplitude é 1.º ordem

- Filtro-RWA aplica-se em x^n e x^{n+1}
- Reduz e ao mesmo tempo, conserva a curvatura média (para $B=1/2$)
- Precisão da amplitude é $\approx 3.^a$ ordem

Salto com Vcto RA_and_RAW_filter social e $dt=0,5$, $\alpha=0,05$, $\beta=0,6$





Exercício

- Resolver a equação advecção 1D numericamente no domínio $0 \leq X \leq 1000M$. Deixe $\Delta x = 1 M$, e assuma as condições limite periódicas. Suponha que a velocidade de advecção $U = 1 M/s$. Deixe o estado inicial ser um triângulo

$$\Phi(x,0) = \begin{cases} 0 & \text{Para } X < 400 \\ 0.1 (X - 400) & \text{Para } 400 \leq X \leq 500 \\ 20 - 0.1 (x - 400) & \text{Para } 500 \leq X \leq 600 \\ 0 & \text{Para } X > 600 \end{cases}$$

Escolha o intervalo de tempo, que o sistema seja estável. Integre Para 2000seg usando os seguintes esquemas, e mostrar as soluções para $T = 0S$ $T = 200s$, $T = 400S$ $T = 600S$ $T = 800S$ $T = 1000S$ $T = 1200S$ $T = 1400S$ $T = 1600S$ $T = 1800S$ $T = 2000S$.

1. Leap frog com a RA esquema filtro de tempo (use $\alpha = 0,25$)
2. Leap frog com matérias-primas regime filtro de tempo ($\beta = 0,60$ e $\beta = 1,0$))



```

MODULE Class_Fields
  IMPLICIT NONE
  PRIVATE
  INTEGER, PUBLIC      , PARAMETER :: r8=8
  INTEGER, PUBLIC      , PARAMETER :: r4=4
  REAL (KIND=r8),PUBLIC ,ALLOCATABLE :: PHI_P(:)
  REAL (KIND=r8),PUBLIC ,ALLOCATABLE :: PHI_C(:)
  REAL (KIND=r8),PUBLIC ,ALLOCATABLE :: PHI_M(:)
  REAL (KIND=r8),PUBLIC ,ALLOCATABLE :: Deslc(:)
  REAL (KIND=r8),PUBLIC      :: Uvel
  INTEGER      ,PUBLIC      :: iMax
  REAL (KIND=r8),PUBLIC      :: alfa
  PUBLIC :: Init_Class_Fields

```

CONTAINS

```

!-----
-----
SUBROUTINE Init_Class_Fields(xdim,Uvel0,alfa_in)
  IMPLICIT NONE
  INTEGER      , INTENT (IN ) :: xdim
  REAL (KIND=r8), INTENT (IN ):: Uvel0
  REAL (KIND=r8), INTENT (IN ):: alfa_in
  iMax=xdim
  Uvel=Uvel0
  alfa=alfa_in
  ALLOCATE (PHI_P(-1:iMax+2))
  ALLOCATE (PHI_C(-1:iMax+2))
  ALLOCATE (PHI_M(-1:iMax+2))
  ALLOCATE (Deslc(-1:iMax+2))
END SUBROUTINE Init_Class_Fields
!-----
-----
END MODULE Class_Fields
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

```

```

MODULE Class_NumericalMethod
  USE Class_Fields, Only : PHI_P,PHI_C,PHI_M,Deslc,Uvel,iMax,alfa
  IMPLICIT NONE
  PRIVATE
  INTEGER, PUBLIC      , PARAMETER :: r8=8
  INTEGER, PUBLIC      , PARAMETER :: r4=4
  REAL (KIND=r8) :: Dt
  REAL (KIND=r8) :: Dx
  PUBLIC :: InitNumericalScheme
  PUBLIC :: SchemeForward
  PUBLIC :: SchemeUpdate
  PUBLIC :: SchemeUpStream
  PUBLIC :: Filter_RA

```

CONTAINS

```

!-----
SUBROUTINE InitNumericalScheme(dt_in,dx_in)
  IMPLICIT NONE
  REAL (KIND=r8), INTENT (IN ) :: dt_in
  REAL (KIND=r8), INTENT (IN ) :: dx_in
  INTEGER :: i
  Dt=dt_in
  Dx=dx_in
  DO i=-1,iMax+2
    IF (i*dx < 400.0) THEN
      PHI_C(i)= 0.0
    ELSE IF ( i*dx >= 400.0 .AND. i*dx <= 500.0 ) THEN
      PHI_C(i)= 0.1*(i*dx -400.0)
    ELSE IF( i*dx >= 500.0 .AND. i*dx <= 600.0 )THEN
      PHI_C(i)= 20.0 - 0.1*(i*dx -400.0)
    ELSE IF( i*dx > 600.0 )THEN
      PHI_C(i)= 0.0
    END IF
  END DO
  PHI_M=PHI_C
  PHI_P=PHI_C
END SUBROUTINE InitNumericalScheme

```



```
!-----  
FUNCTION SchemeForward() RESULT(ok)  
  IMPLICIT NONE  
  ! Utilizando a diferenciacao forward  
  !  
  !  $F(j,n+1) - F(j,n)$      $F(j+1,n) - F(j,n)$   
  ! ----- + u ----- = 0  
  !    dt                dx  
  !  
  INTEGER :: ok  
  INTEGER :: j  
  DO j=1,iMax  
    PHI_P(j) = PHI_C(j) - (Uvel*Dt/Dx)*(PHI_C(j+1)-PHI_C(j))  
  END DO  
  CALL UpdateBoundaryLayer()  
END FUNCTION SchemeForward
```

```
!-----  
FUNCTION SchemeUpStream() RESULT (ok)  
  IMPLICIT NONE  
  ! Utilizando a diferenciacao forward no tempo e  
  ! backward no espaco (upstream)  
  !  
  !  $F(j,n+1) - F(j,n)$      $F(j,n) - F(j-1,n)$   
  ! ----- + u ----- = 0  
  !    dt                dx  
  !  
  INTEGER :: ok  
  INTEGER :: j  
  DO j=1,iMax  
    PHI_P(j) = PHI_C(j) - (Uvel*Dt/Dx)*(PHI_C(j)-PHI_C(j-1))  
  END DO  
  CALL UpdateBoundaryLayer()  
END FUNCTION SchemeUpStream
```

```
!-----  
FUNCTION Filter_RA() RESULT (ok)  
  IMPLICIT NONE  
  INTEGER :: i  
  INTEGER :: ok  
  DO i=-1,iMax+2  
    Deslc(i) = alfa*(PHI_M(i) - 2.0*PHI_C(i) + PHI_P(i) )  
    PHI_C(i) = PHI_C(i) + Deslc(i)  
  END DO  
  ok=0  
END FUNCTION Filter_RA
```

```
!-----  
SUBROUTINE UpdateBoundaryLayer()  
  IMPLICIT NONE  
  PHI_P(0)    = PHI_P(iMax )  
  PHI_P(-1)   = PHI_P(iMax-1)  
  PHI_P(imax+1) = PHI_P(1)  
  PHI_P(iMax+2) = PHI_P(2)  
END SUBROUTINE UpdateBoundaryLayer
```

```
!-----  
FUNCTION SchemeUpdate() RESULT (ok)  
  IMPLICIT NONE  
  INTEGER :: ok  
  PHI_M=PHI_C  
  PHI_C=PHI_P  
  ok=0  
END FUNCTION SchemeUpdate  
!-----  
END MODULE Class_NumericalMethod
```



```

FUNCTION SchemeWriteCtl(nrec) RESULT (ok)
  IMPLICIT NONE
  INTEGER, INTENT (IN) :: nrec
  INTEGER :: ok

  OPEN(UnitCtl,FILE=TRIM(FileName)//'.ctl',FORM='FORMATTED', &
    ACCESS='SEQUENTIAL',STATUS='UNKNOWN',ACTION='WRITE')
  WRITE (UnitCtl,'(A6,A      )')'dset ^',TRIM(FileName)//'.bin'
  WRITE (UnitCtl,'(A      )')'title EDO'
  WRITE (UnitCtl,'(A      )')'undef -9999.9'
  WRITE (UnitCtl,'(A6,I8,A18 )')'xdef ',iMax,' linear 0.00 0.001'
  WRITE (UnitCtl,'(A      )')'ydef 1 linear -1.27 1'
  WRITE (UnitCtl,'(A6,I6,A25 )')'tdef ',nrec,' linear 00z01jan0001 1hr'
  WRITE (UnitCtl,'(A20      )')'zdef 1 levels 1000 '
  WRITE (UnitCtl,'(A      )')'vars 1'
  WRITE (UnitCtl,'(A      )')'phic 0 99 resultado da edol yc'
  WRITE (UnitCtl,'(A      )')'endvars'
  CLOSE (UnitCtl, STATUS='KEEP')
  CLOSE (UnitData, STATUS='KEEP')
  ok=0
END FUNCTION SchemeWriteCtl

END MODULE Class WritetoGrads

```



```
PROGRAM Main
USE Class_Fields, Only :Init_Class_Fields
USE Class_NumericalMethod, Only :InitNumericalScheme, &
  SchemeForward,SchemeUpdate,SchemeUpStream,Filter_RA
USE Class_WritetoGrads, Only :InitClass_WritetoGrads, &
  SchemeWriteData,SchemeWriteCtl
IMPLICIT NONE
INTEGER           , PARAMETER :: r8=8
INTEGER           , PARAMETER :: r4=4
INTEGER           , PARAMETER :: xdim=1000
REAL (KIND=r8)    , PARAMETER :: Uvel0=10.0!m/s
REAL (KIND=r8)    , PARAMETER :: dt=0.08 !s
REAL (KIND=r8)    , PARAMETER :: dx=1.0 !m
INTEGER           , PARAMETER :: ninteraction=400
REAL (KIND=r8)    , PARAMETER :: alfa=0.05

CALL Init()
CALL run()
```

CONTAINS

```
SUBROUTINE Init()
  IMPLICIT NONE
  CALL Init_Class_Fields(xdim,Uvel0,alfa)
  CALL InitNumericalScheme(dt,dx)
  CALL InitClass_WritetoGrads
END SUBROUTINE Init
```

```
SUBROUTINE Run()
  IMPLICIT NONE
  INTEGER :: test,it,irec
  irec=0
  DO it=1,ninteraction
    PRINT*,it
    test=SchemeUpStream()
    test=Filter_RA()
    test=SchemeWriteData(irec)
    test=SchemeUpdate()
  END DO
  test=SchemeWriteCtl(ninteraction)
END SUBROUTINE Run
```

```
SUBROUTINE Finalize()
  IMPLICIT NONE
END SUBROUTINE Finalize
END PROGRAM Main
```



O RAW



```

MODULE Class_Fields
  IMPLICIT NONE
  PRIVATE
  INTEGER, PUBLIC      , PARAMETER :: r8=8
  INTEGER, PUBLIC      , PARAMETER :: r4=4
  REAL (KIND=r8),PUBLIC ,ALLOCATABLE :: PHI_P(:)
  REAL (KIND=r8),PUBLIC ,ALLOCATABLE :: PHI_C(:)
  REAL (KIND=r8),PUBLIC ,ALLOCATABLE :: PHI_M(:)
  REAL (KIND=r8),PUBLIC ,ALLOCATABLE :: Deslc(:)
  REAL (KIND=r8),PUBLIC      :: Uvel
  INTEGER      ,PUBLIC      :: iMax
  REAL (KIND=r8),PUBLIC      :: alfa
  REAL (KIND=r8),PUBLIC      :: beta
  PUBLIC :: Init_Class_Fields

```

CONTAINS

```

!-----
SUBROUTINE Init_Class_Fields(xdim,Uvel0,alfa_in,beta_in)
  IMPLICIT NONE
  INTEGER      , INTENT (IN ) :: xdim
  REAL (KIND=r8), INTENT (IN ):: Uvel0
  REAL (KIND=r8), INTENT (IN ):: alfa_in
  REAL (KIND=r8), INTENT (IN ):: beta_in
  iMax=xdim
  Uvel=Uvel0
  alfa=alfa_in
  beta=beta_in
  ALLOCATE (PHI_P(-1:iMax+2))
  ALLOCATE (PHI_C(-1:iMax+2))
  ALLOCATE (PHI_M(-1:iMax+2))
  ALLOCATE (Deslc(-1:iMax+2))
END SUBROUTINE Init_Class_Fields
!-----
END MODULE Class_Fields

```

```

MODULE Class_NumericalMethod
  USE Class_Fields, Only : PHI_P,PHI_C,PHI_M,Deslc,Uvel,iMax,alfa,beta
  IMPLICIT NONE
  PRIVATE
  INTEGER, PUBLIC      , PARAMETER :: r8=8
  INTEGER, PUBLIC      , PARAMETER :: r4=4
  REAL (KIND=r8) :: Dt
  REAL (KIND=r8) :: Dx

  PUBLIC :: InitNumericalScheme
  PUBLIC :: SchemeForward
  PUBLIC :: SchemeUpdate
  PUBLIC :: SchemeUpStream
  PUBLIC :: Filter_RAW
CONTAINS

```

```

!-----
SUBROUTINE InitNumericalScheme(dt_in,dx_in)
  IMPLICIT NONE
  REAL (KIND=r8), INTENT (IN ) :: dt_in
  REAL (KIND=r8), INTENT (IN ) :: dx_in
  INTEGER :: i
  Dt=dt_in
  Dx=dx_in
  DO i=-1,iMax+2
    IF (i*dx < 400.0) THEN
      PHI_C(i)= 0.0
    ELSE IF ( i*dx >= 400.0 .AND. i*dx <= 500.0 ) THEN
      PHI_C(i)= 0.1*(i*dx -400.0)
    ELSE IF ( i*dx >= 500.0 .AND. i*dx <= 600.0 ) THEN
      PHI_C(i)= 20.0 - 0.1*(i*dx -400.0)
    ELSE IF ( i*dx > 600.0 ) THEN
      PHI_C(i)= 0.0
    END IF
  END DO
  PHI_M=PHI_C
  PHI_P=PHI_C
END SUBROUTINE InitNumericalScheme
!-----

```



FUNCTION SchemeForward() **RESULT**(ok)

IMPLICIT NONE

! Utilizando a diferenciacao forward

!

$$\frac{F(j,n+1) - F(j,n)}{dt} + u \frac{F(j+1,n) - F(j,n)}{dx} = 0$$

!

INTEGER :: ok

INTEGER :: j

DO j=1,iMax

PHI_P(j) = PHI_C(j) - (Uvel*Dt/Dx)*(PHI_C(j+1)-PHI_C(j))

END DO

CALL UpdateBoundaryLayer()

END FUNCTION SchemeForward

!-----

FUNCTION SchemeUpStream() **RESULT** (ok)

IMPLICIT NONE

! Utilizando a diferenciacao forward no tempo e

! backward no espaco (upstream)

!

$$\frac{F(j,n+1) - F(j,n)}{dt} + u \frac{F(j,n) - F(j-1,n)}{dx} = 0$$

!

INTEGER :: ok

INTEGER :: j

DO j=1,iMax

PHI_P(j) = PHI_C(j) - (Uvel*Dt/Dx)*(PHI_C(j)-PHI_C(j-1))

END DO

CALL UpdateBoundaryLayer()

END FUNCTION SchemeUpStream

FUNCTION Filter_RAW() **RESULT** (ok)

IMPLICIT NONE

INTEGER :: i

INTEGER :: ok

DO i=-1,iMax+2

Deslc(i) = alfa*(PHI_M(i) - 2.0*PHI_C(i) + PHI_P(i))

PHI_C(i) = PHI_C(i) + Deslc(i)

PHI_P(i) = PHI_P(i) + Deslc(i)*(beta-1.0)

END DO

ok=0

END FUNCTION Filter_RAW

!-----

SUBROUTINE UpdateBoundaryLayer()

IMPLICIT NONE

PHI_P(0) = PHI_P(iMax)

PHI_P(-1) = PHI_P(iMax-1)

PHI_P(imax+1) = PHI_P(1)

PHI_P(iMax+2) = PHI_P(2)

END SUBROUTINE UpdateBoundaryLayer

!-----

FUNCTION SchemeUpdate() **RESULT** (ok)

IMPLICIT NONE

INTEGER :: ok

PHI_M=PHI_C

PHI_C=PHI_P

ok=0

END FUNCTION SchemeUpdate

!-----

END MODULE Class_NumericalMethod



END FUNCTION SchemeWriteData

END MODULE Class WritetoGrads



```
PROGRAM Main
USE Class_Fields, Only :Init_Class_Fields
USE Class_NumericalMethod, Only: InitNumericalScheme, &
  SchemeForward,SchemeUpdate,SchemeUpStream,Filter_RAW
USE Class_WritetoGrads, Only :InitClass_WritetoGrads, &
  SchemeWriteData,SchemeWriteCtl
IMPLICIT NONE
INTEGER          , PARAMETER :: r8=8
INTEGER          , PARAMETER :: r4=4
INTEGER          , PARAMETER :: xdim=1000
REAL (KIND=r8)   , PARAMETER :: Uvel0=10.0 !m/s
REAL (KIND=r8)   , PARAMETER :: dt=0.08    !s
REAL (KIND=r8)   , PARAMETER :: dx=1.0    !m
INTEGER          , PARAMETER :: ninteraction=400
REAL (KIND=r8)   , PARAMETER :: alfa=0.05
REAL (KIND=r8)   , PARAMETER :: beta=0.05 !0.5 < beta <= 1

CALL Init()
CALL run()
```

CONTAINS

```
SUBROUTINE Init()
IMPLICIT NONE
CALL Init_Class_Fields(xdim,Uvel0,alfa,beta)
CALL InitNumericalScheme(dt,dx)
CALL InitClass_WritetoGrads
END SUBROUTINE Init
```

```
SUBROUTINE Run()
IMPLICIT NONE
INTEGER :: test,it,irec
irec=0
DO it=1,ninteraction
  PRINT*,it
  test=SchemeUpStream()
  test=Filter_RAW()
  test=SchemeWriteData(irec)
  test=SchemeUpdate()
END DO
test=SchemeWriteCtl(ninteraction)
END SUBROUTINE Run

SUBROUTINE Finalize()
IMPLICIT NONE

END SUBROUTINE Finalize

END PROGRAM Main
```