



Métodos de diferenças finitas.

MET-576-4

Modelagem Numérica da Atmosfera

Dr. Paulo Yoshio Kubota

Os métodos numéricos, formulação e parametrizações utilizados nos modelos atmosféricos serão descritos em detalhe.

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + u \frac{\partial \phi}{\partial x} = K \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \quad \text{onde } K = \text{constante}$$

$$\frac{D\phi}{Dt} = K \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \quad \text{onde } K = \text{constante}$$

3 Meses
24 Aulas (2 horas cada)



Métodos de diferenças finitas.

Métodos Numérico Avançados para Dinâmica de fluidos e transferência de calor

Paulo Yoshio Kubota
Rixin Yu



Métodos de diferenças finitas.

Conteúdo principal do curso •

O curso CFD oferecido em nosso departamento (Dinâmica de Fluidos e Transferência de Calor, MMVN05)

- Baixa velocidade (incompressível), problema de fluxo com física ligeiramente simples •

Este curso CFD “avançado” (MVKN70)

- Métodos numéricos que lidam com problemas de escoamento com física complexa
 - **Alta velocidade, escoamento compressível** (semana 1,2,4)
 - Onda de choque, descontinuidade
 - **Problemas de escoamento multi-físico**
 - Transferência de calor avançada: problema de radiação térmica (semana 3)
 - Fluxo de reação, combustão (semana 5)
- Outros tipos de problemas específicos de escoamento multi-físico (não abrangidos neste curso)
 - »Escoamento multifásicos (spray)
 - »Magnetohidrodinâmica (MHD)
 - »Microfluido, não newtoniano
 - »... ..

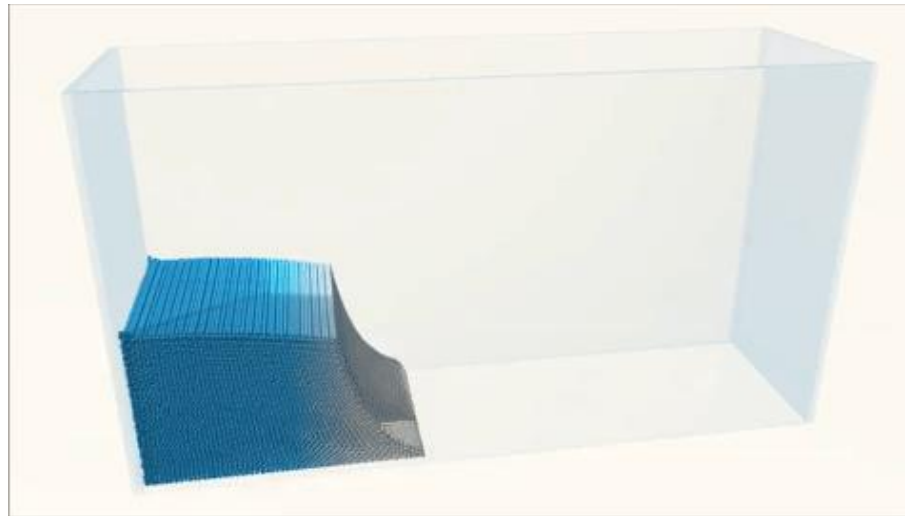




Métodos sem malha Hidrodinâmica de partículas suaves (SPH)



Métodos sem malha (SPH)





Métodos sem malha (SPH)

SPH

- É um método lagrangiano sem malha para simular meios contínuos.
- Inicialmente desenvolvido em 1977 para problemas astrofísicos, depois estendido a vários campos: vulcanologia e oceanografia ...
- Ideais:
 - A nuvem de gás é representada por um conjunto de bolhas discretas de gás, essas partículas interagem com as partículas vizinhas por meio de uma força de repulsão (pressão), mas por outro lado são como partículas normais em movimento.

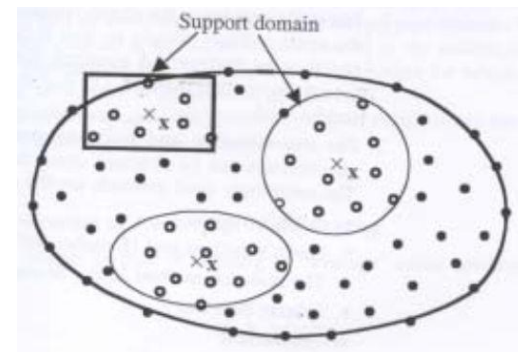


Métodos de diferenças finitas.

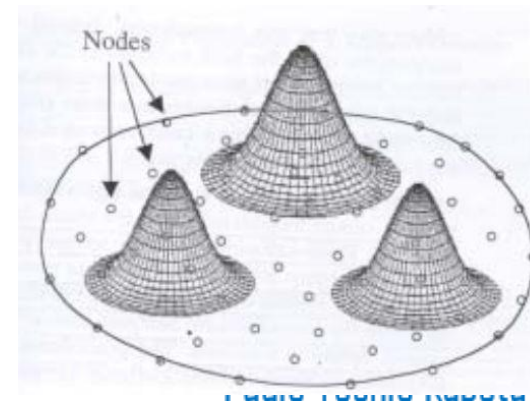
Métodos sem malha (SPH) SPH

- Métodos SPH

- Divide o fluido em um conjunto de elementos de **partículas discretas**. Esses elementos têm um comprimento espacial sobre o qual suas propriedades são **suavizadas** por uma função kernel.
- **Propriedades físicas** em um determinado **local** recebem **contribuições de partículas próximas**, a contribuição de cada partícula é **ponderada de acordo com suas distâncias** da partícula de interesse. A **derivada espacial** de um quantidade pode ser facilmente obtida.
- **Resolve** apenas a **equação de movimento para todas as partículas**, que é um conjunto de equações ODE.
 - a) Fácil **conservação de massa e energia**, as próprias **partículas** representam a **massa**. Nenhuma densidade negativa pode acontecer.
 - b) A **pressão** pode ser avaliada diretamente a partir da **contribuição ponderada das partículas vizinhas**, em vez de resolver as equações (de Poisson). como na técnica baseada em grade.



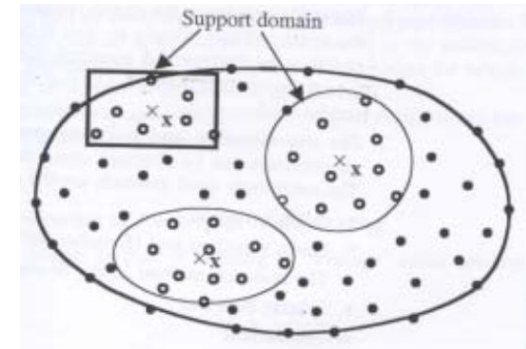
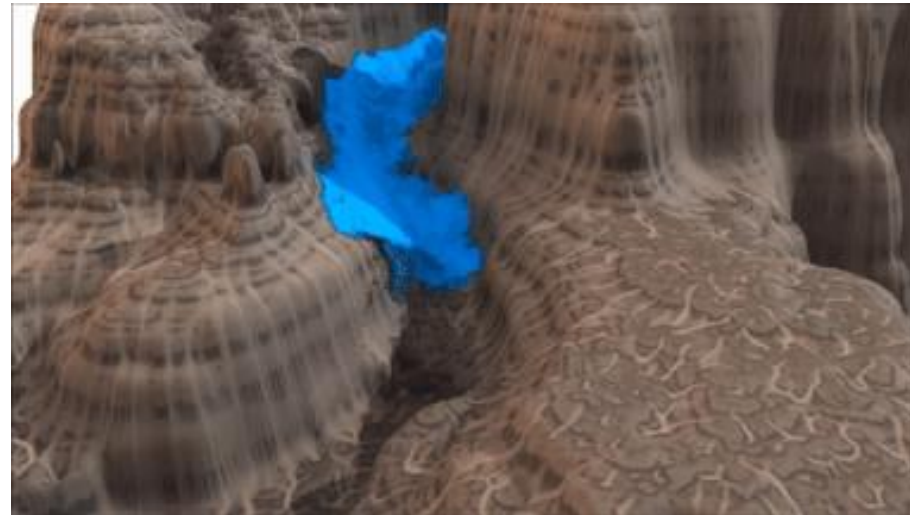
$$F_s(\mathbf{r}) \simeq \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} F_j W(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j, h).$$



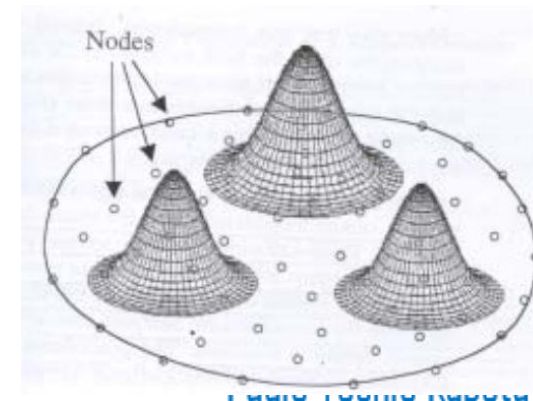


Métodos de diferenças finitas.

Métodos sem malha (SPH) SPH



$$F_s(\mathbf{r}) \simeq \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} F_j W(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j, h).$$



SPH Divergência-Livre para Fluidos Incompressíveis e Viscosos,



Métodos de diferenças finitas.

Métodos sem malha (SPH) SPH

• Benefícios em relação à técnica tradicional baseada em grade.

- Versátil, **fácil de lidar com problemas de superfície livre**, limite deformável e interface móvel.
 - SPH pode fazer **simulação de água/ar em tempo real** (**para jogos**)
- Para problemas com **configuração de geometria complicada ou problemas com grande deformação**, o SPH **pode auto-adaptar sua resolução** (o poder de computação é automaticamente focado onde a massa está).
 - Análogo aos métodos baseados em grade, tornou-se uma **versão automática de refinamentos de malha** adaptáveis (AMR) sem complexidade técnica.
- Método simples e robusto, mais fácil para implementação numérica:

• Desafios e problemas

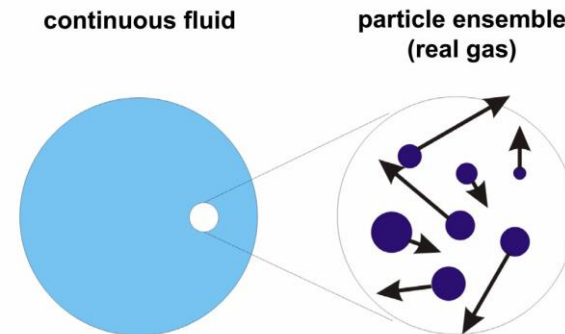
- Para **encontrar rapidamente as partículas vizinhas** mais próximas
 - As informações de **conectividade não estão disponíveis** como no método baseado em grade
- Requer **grande número de partículas**, menos precisas,
 - **Ruído devido à aproximação discreta dos interpolantes** do kernel,
 - **grande viscosidade** numérica de cisalhamento
 - Tende a **espalhar ondas de choques** e descontinuidade de contato



Métodos de diferenças finitas.

Método de Malha Boltzmann (LBM)

Fluido Real
Moléculas livres em um espaço contínuo
Teoria Cinética do contínuo
Partículas Microscópica (Eq. Boltzmann)



Método CFD Convencional

Construção das equações do fluido
Eq. Navier-Stokes (PDE)
Aproximação Discreta da PDE
Diferença Finitas, Elemento Finito, etc
Integração Numérica
Resolve as equações sobre um dada malha e aplica as condições de contorno da PDE

Método Baseado na Malha (LBM)

Formulação discreta da teoria cinética
Eq. De Malha de Boltzmann
Nenhuma aproximação Adicional
Integração Numérica
Resolve na malha (LBM) e aplica a cinemática baseado na condição de contorno
Simple conversão para variáveis do fluido
Estes são teoricamente mostrados para obedecer à equação de fluido

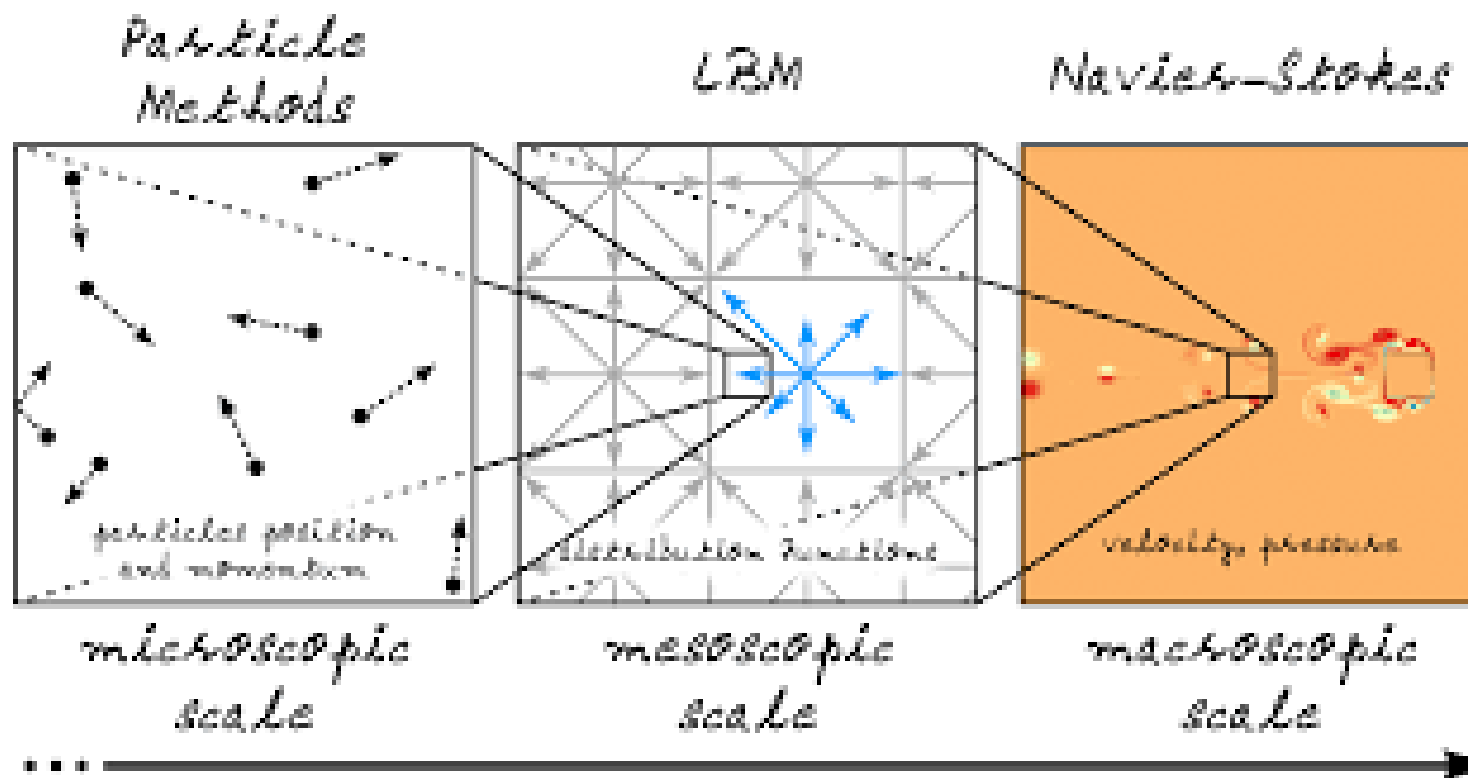
Resultados
Quantidade dinâmica do fluido em pontos discretos no espaço



Métodos de diferenças finitas.

Método de Malha Boltzmann (LBM)

- Diferentes níveis de observações (microscópico < **mesoscópico** < macroscópico)
 - O **comportamento macroscópico de um sistema** pode **não** depender dos detalhes das **interações microscópicas**.
- No **nível mesoscópico médio**, mantém alguma parte do **conceito de "partícula"**, permitem que essas partículas **permaneçam apenas nos pontos da malha**, portanto, apenas um número finito de valores discretos de velocidade

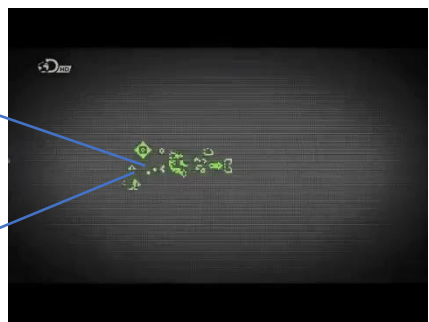
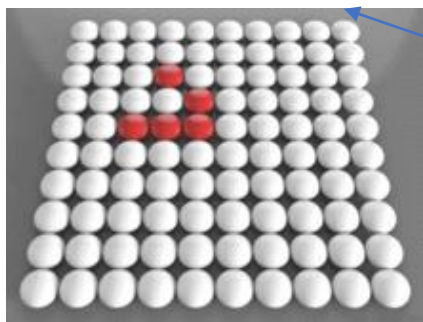




Métodos de diferenças finitas.

Método de Malha Boltzmann (LBM)

Cellular Automaton, o **jogo da vida de Conway** (1970)



Conjunto de regras muito simples:

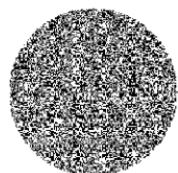
Qualquer **célula viva com menos de dois vizinhos vivos morre**, como se causada por subpopulação.

Qualquer **célula viva com dois ou três vizinhos vivos viverá para a próxima geração**.

Qualquer **célula viva com mais de três vizinhos vivos morre**, como se por superpopulação.

Qualquer **célula morta com exatamente três vizinhos vivos torna-se uma célula viva**, como se por reprodução.

cria padrões complexos de vida!



CA time=1



5



9



13



17



Método de Malha Boltzmann (LBM)

- Regras de **autômato celular para modelagem de dinâmica** de gás:
 - As partículas **vivem apenas nos nós** de uma determinada Malha.
 - Um número **finito de estados permitidos** para cada nó, $n_i(r, t)$

Dois estagio de evolução

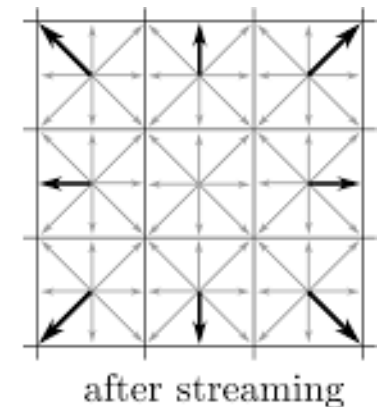
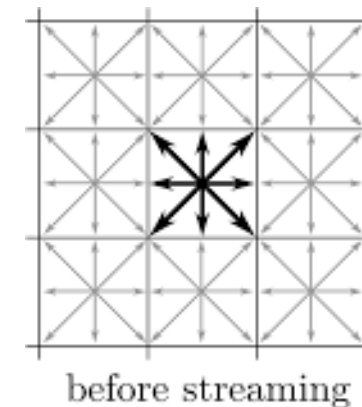
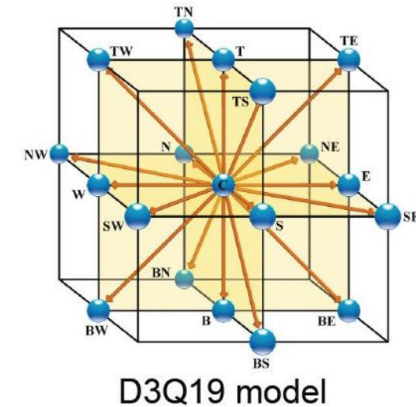
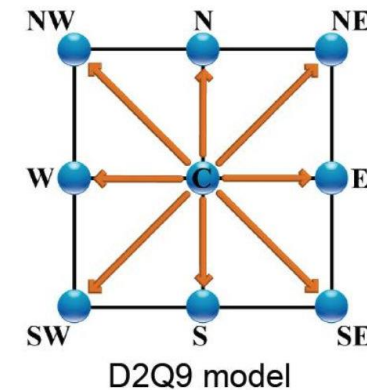
1) Stream (em movimento)

$$n_i(r + \lambda c_i, t + \Delta t) = n_i(r, t)$$

2) collide (em colisão)

$$n_i(r + \lambda c_i, t + \Delta t) - n_i(r, t) = \Omega_i(n_i(r, t))$$

- Método de Malha Boltzmann
- Usa uma função de probabilidade: $f_i(t, x, V)$
 - Semelhante a eq. Boltzmann para dinâmica de gás
- Faz a média da probabilidade para calcular as quantidades de fluidos.
 - Modela o termo de colisão Ω
 - Relaxa a solução em direção ao estado de equilíbrio



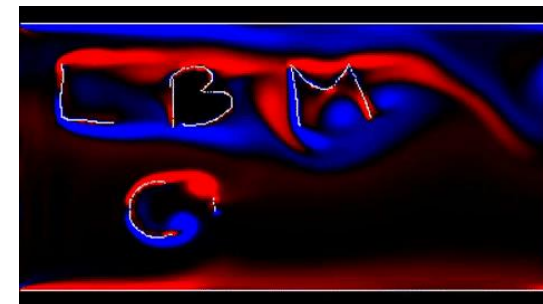
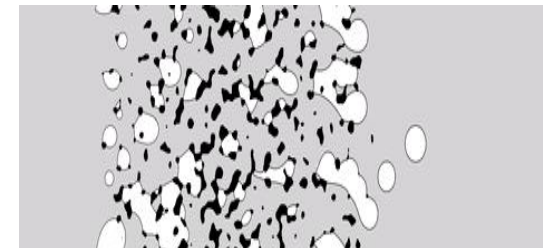


Métodos de diferenças finitas.

Método de Malha Boltzmann (LBM)

Vantagens

- **Ferramenta de pesquisa fundamental**
 - Teoricamente atraente: o conhecimento da interação entre as moléculas pode incorporar diretamente termos físicos
- **Sucesso em ampla gama de aplicações**
 - Escoamentos complexos, multifásicos/multicomponentes.
 - Escoamento acoplado com transferência de calor e reações químicas.
 - Escoamento multifásico com pequenas gotas e bolhas, escoamento através de meios porosos.
- **Executa com eficiência em arquiteturas massivamente paralelas,**
 - O algoritmo LBM é local (a célula interage apenas com vizinhos) e explícito no tempo.
 - cluster de computador, GPU e até FPGA (chips móveis).
 - Pós-processamento paralelo
- **O algoritmo LBM é PDE de 1ª ordem, muito simples para programação em relação a solucionar uma EDP baseado em equações de Navier-Stokes.**
 - Fácil tratamento de condições de limite





Métodos de diferenças finitas.

Método de Malha Boltzmann (LBM)

- Limitações:

- Apenas um **número limitado de software comercial** está disponível.
 - O método é relativamente “**novo**”!
- Pode ocorrer **instabilidade** numérica quando a **viscosidade se torna pequena**.
- Escoamento com **alto número de Mach na aerodinâmica** ainda são **difíceis** para o LBM.
 - Resolver **descontinuidade, ondas de choque, fortes gradientes**.