INPE
UNIDADE DE PESQUISA DO MCTI

MINISTÉRIO DA
CIÊNCIA, TECNOLOGIA
E INOVAÇÕES

Relação Entre as condições Iniciais e não linearidade das equações do escoamento atmosférico.

10,0

Ana Vitória Padilha Mendes
Arthur Wendell Duarte Silva
Breno Tramontini Steffen
Raimundo Vitor Santos Pereira

Monografia da disciplina de Modelagem Atmosférica submetida ao Programa de Pós-Graduação em Meteorologia do Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais como parte dos requisitos para a obtenção de nota da disciplina.
Orientador: Paulo Y. Kubota

Cachoeira Paulista/SP

2024

Resumo

A modelagem numérica da atmosfera é composta por um conjunto de equações dinâmicas conhecido como Equações de Navier-Stokes. Elas são importantes dentro do escopo de previsões do tempo e projeções climáticas, porém dependem das condições iniciais para mostrar resultados satisfatórios. Essas condições representam um estado básico da atmosfera, inseridas nos modelos a partir da assimilação de dados observados, porém, devido à natureza não-linear das dessas equações, pequenas perturbações na inicialização podem desencadear em grandes ruídos ao longo das diferentes escalas atmosféricas. A natureza caótica das equações governantes, inicialmente teorizada por Lorenz, tem o potencial de tornar incertas previsões de longo prazo e grandes escalas espaciais. Para evitar essa incerteza, métodos como a decomposição de Reynolds e o filtro de Kalman buscam facilitar a resolução das equações governantes e atenuar os erros na inicialização. Porém, ainda existe a necessidade de maiores esforços para o desenvolvimento de métodos de assimilação de dados que acompanhem a evolução computacional e considerem a natureza sensível das equações governantes em relação às condições iniciais.

Palavras-chave: Modelagem, Observação, Previsão.

Sumário

1 Introdução

As equações de Navier-Stokes (ENS) constituem a base teórica para a descrição do escoamento de fluidos, sendo fundamentais na análise aerodinâmica e meteorológica. Essas equações governam a conservação da quantidade de movimento dos fluidos, permitindo calcular campos de velocidade e pressão. A adimensionalização das ENS leva ao surgimento de parâmetros essenciais como o número de Reynolds, que categoriza diferentes regimes de escoamento, indicando se o fluxo será laminar, transiente ou turbulento (PANTON, 2005). Compreender a complexidade e a não linearidade dessas equações é crucial para avançar na previsão de fenômenos meteorológicos e na modelagem numérica.

A previsão do tempo e a modelagem dependem dessas equações para simular a evolução do estado atmosférico ao longo do tempo. No entanto, um dos principais desafios emergentes desse processo é a sensibilidade do sistema atmosférico às condições iniciais. Condições iniciais referem-se ao estado atual da atmosfera, definido por variáveis como temperatura e umidade relativa do ar, pressão atmosférica e velocidade do vento, obtidas por meio observacional de estações quanto em superfície e altitude, sendo assimiladas em modelos numéricos(KALNAY, 2003). A inicialização apropriada dos modelos numéricos são fundamentais para a simulação precisa da evolução dos fluxos atmosféricos. Estudos recentes demonstram que até pequenas imprecisões nas condições iniciais podem resultar em previsões meteorológicas notavelmente diferentes, evidenciando a importância de métodos avançados de assimilação de dados (BAUER; THORPE; BRUNET, 2015).

Para a previsão do tempo e a modelagem numérica, existe uma dependência fortemente em compreensão da simulação precisa do escoamento atmosférico. As equações que governam o movimento do ar na atmosfera, conhecidas como equações de Navier-Stokes, são inerentemente complexas e não lineares, o que significa que pequenas mudanças nas condições iniciais podem levar a resultados drasticamente diferentes ao longo do tempo. Este efeito é conhecido como sensibilidade às condições iniciais, um conceito central na teoria do caos (LORENZ, 1963).

Além disso, a atmosfera terrestre é um sistema altamente dinâmico e acoplado, onde diversas escalas temporais e espaciais interagem continuamente. As ENS podem capturar parte dessas interações complexas, mas a sua resolução exata requer considerações de processos em várias escalas. Desde os fenômenos globais, como a circulação geral da atmosfera, até os processos em pequena escala, como a turbulência, as ENS devem ser aplicadas com cautela e ajustadas às necessidades específicas de cada simulação. Por exemplo, a parametrização de processos sub-grid continua sendo um dos maiores desafios na modelagem climática, onde os processos físicos que ocorrem em escalas menores que a grade do modelo precisam ser representados de maneira eficaz para evitar grandes discrepâncias nos resultados (STULL, 1988).

A evolução das ferramentas computacionais e o aumento da disponibilidade de dados de observação de alta resolução têm permitido avanços significativos na aplicação das ENS na previsão do tempo e na modelagem climática. No entanto, a natureza não linear e caótica das equações sugere que, apesar dos avanços, sempre haverá um grau de incerteza inerente. A capacidade dos modelos numéricos de previsão do tempo de capturar essa incerteza e fornecer previsões probabilísticas, em vez de determinísticas, é crucial para a interpretação e a tomada de decisões baseadas em previsões meteorológicas e climáticas (PALMER, 2012). Com o desenvolvimento contínuo de técnicas de assimilação de dados e modelos de alta resolução, espera-se que o entendimento e a capacidade de previsão dos fenômenos atmosféricos continuem a melhorar, mesmo diante dos desafios impostos pela complexidade dos sistemas meteorológicos.

A não linearidade das equações que regem a dinâmica atmosférica apresenta uma acentuada sensibilidade das soluções em relação às condições iniciais. Esta sensibilidade é tão acentuada que pequenas variações nas condições iniciais podem resultar em evoluções temporais completamente distintas (SILVA, 2019). Esse fenômeno evidencia a natureza complexa e caótica dos sistemas meteorológicos, onde a previsibilidade é limitada e a incerteza das condições iniciais pode levar a trajetórias de evolução divergentes.

Uma das dificuldades na solução dos escoamentos turbulentos é o comportamento caótico da turbulência. Embora as equações que governam esse fenômeno sejam bem estabelecidas (como a equação de Navier-Stokes para fluidos newtonianos), o escoamento aparentemente é randômico para todos os fins práticos (DAVIDSON, 2015). A não linearidade dessas equações acarretam dependência das condições iniciais na evolução subsequente do escoamento. Essa dependência é tão acentuada que pequenas diferenças nas condições iniciais podem resultar em comportamentos completamente diferentes ao longo do tempo (POPE, 2000).

2 Revisão bibliográfica

O processo de incorporar as condições observadas da atmosfera em um modelo numérico é conhecido como assimilação de dados, uma técnica que evoluiu consideravelmente desde as primeiras tentativas de previsão meteorológica. (RICHARDSON, 1922) foi um dos pioneiros nessa área, aplicando as ideias de (BJERKNES, 1911) para realizar previsões meteorológicas. No entanto, sua tentativa inicial falhou devido à falta de compreensão dos conceitos de inicialização e à ausência de tecnologia adequada para processamento de dados em tempo real. Décadas mais tarde, (CHARNEY; FJÖRTOFT; NEUMANN, 1950) conseguiram obter sucesso onde Richardson não havia conseguido, aplicando métodos mais sofisticados e automatizando a análise de dados, que anteriormente era subjetiva e consumia muito tempo (DALEY, 1993). Esse avanço sublinhou a necessidade de métodos objetivos e rápidos para a análise de dados meteorológicos, o que levou ao desenvolvimento das modernas técnicas de assimilação de dados (KALNAY, 2003).

A não linearidade das equações atmosféricas, como demonstrado por (LORENZ, 1963), é um fator crítico que torna a previsão do tempo um desafio. A interação complexa entre diferentes escalas de movimento dentro da atmosfera pode levar a comportamentos caóticos, onde pequenas variações nas condições iniciais podem resultar em resultados drasticamente diferentes. Esta é uma característica inerente aos sistemas não lineares, onde a resposta do sistema não é proporcional ao estímulo aplicado, criando desafios adicionais para a modelagem precisa (PALMER, 2000).

2.1 Não linearidade

Os termos não lineares na equação de movimento surgem da necessidade de considerar que, ao descrever a variação da quantidade de movimento $\frac{du}{dt}$ em um ponto específico, uma parcela do fluido, ao se deslocar, transporta sua quantidade de movimento para um novo ponto, processo conhecido como advecção (POND; PICKARD, 1983). Portanto, a variação da quantidade de movimento em um ponto deve ser decomposta em uma componente de variação local e em componentes advectivas.

$$\frac{du}{dt} = \underbrace{\frac{\partial u}{\partial t}}_{\text{Componente Local}} + \underbrace{u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z}}_{\text{Componentes advectivas}} = \text{Forçantes} \tag{2.1}$$

As componentes advectivas são chamadas de não-lineares porque elas se expressam através do produto das derivadas das velocidades em relação às coordenadas espaciais. Este termo não-linear surge na forma do produto da velocidade com o gradiente da própria velocidade, indicando a interação complexa e não linear entre a velocidade do fluido e as variações espaciais do campo de velocidade (BATCHELOR, 2000). A complexidade aumenta ainda mais quando se considera a turbulência, onde o comportamento caótico do fluxo torna a previsão e modelagem um desafio, como discutido em profundidade por (POPE, 2000).

$$u\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{2}\frac{\partial (u^2)}{\partial x} \tag{2.2}$$

Ou pelo produto entre uma componente da velocidade e a derivada parcial de outra componente:

$$v\frac{\partial u}{\partial y} \tag{2.3}$$

A teoria do caos, popularizada por Edward Lorenz, enfatiza a sensibilidade dos sistemas não lineares às condições iniciais. Este fenômeno, muitas vezes exemplificado pelo "efeito borboleta", mostra que pequenas alterações nas condições iniciais podem levar a grandes diferenças nos resultados, tornando a previsibilidade a longo prazo extremamente difícil, se não impossível, para sistemas altamente não lineares como a atmosfera terrestre (LORENZ, 1963).

2.2 Equações governantes

O conceito de caos desafiou a antiga ideia de que o comportamento de sistemas físicos governados por equações determinísticas poderia ser previsto com precisão. Em vez disso, hoje se reconhece que certas equações diferenciais, que descrevem a evolução de sistemas físicos, apresentam uma extrema sensibilidade às condições iniciais (LAPLACE, 1951). Pequenas variações nessas condições podem levar a resultados drasticamente diferentes, tornando previsões de longo prazo, como as meteorológicas, inerentemente incertas.

Um método inovador elaborado por (REYNOLDS, 1895) para tratar a turbulência, representando os campos instantâneos ϕ como a soma de uma componente média ϕ e uma flutuação em torno dessa média ϕ'. Após a decomposição, os campos são inseridos na equação de Navier-Stokes e promediados para focar apenas nas variáveis médias, eliminando a necessidade de resolver diretamente as flutuações turbulentas (WILCOX et al., 1998). Essa abordagem permite que todas as escalas de turbulência, das menores às maiores, sejam modeladas de maneira eficiente, mantendo a precisão necessária para simulações de longo prazo.

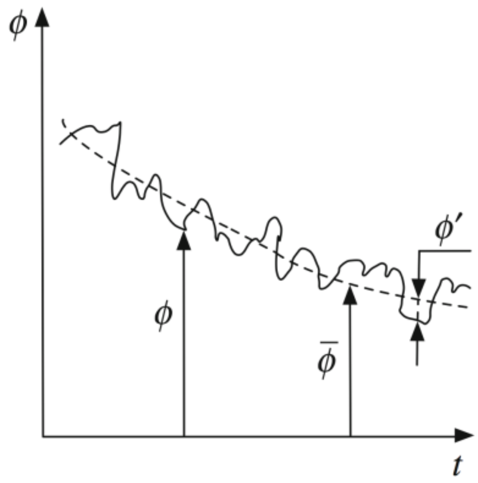

Figura 1 – Decomposição da variável ϕ na soma de sua média e flutuação. Fonte: (DARWISH, 2016).

A decomposição de Reynolds é particularmente útil para a modelagem de escoamentos turbulentos, onde a variedade de escalas de movimento torna impraticável a resolução direta de todas as flutuações. Em vez disso, as equações governantes são simplificadas para se concentrar nas variáveis médias, facilitando a análise e a simulação de sistemas complexos, como os encontrados na dinâmica atmosférica (DAVIDSON, 2015).

Estudos recentes também têm explorado a aplicação dessas equações em modelos climáticos, onde a precisão da modelagem da turbulência pode ter impactos significativos nas previsões de longo prazo (BAUER; THORPE; BRUNET, 2015). Esses avanços mostram a importância contínua de aperfeiçoar as abordagens usadas na decomposição e modelagem das equações de Navier-Stokes, especialmente à medida que a capacidade computacional favorável em realizar as simulações com mais detalhadas.

2.3 Condição Inicial e Caos

O conceito de caos desafiou a antiga ideia de que o comportamento de sistemas físicos governados por equações determinísticas poderia ser previsto com precisão. Em vez disso, hoje se reconhece que certas equações diferenciais, que descrevem a evolução de sistemas físicos, apresentam uma extrema sensibilidade às condições iniciais (LAPLACE, 1951). Pequenas variações nessas condições podem levar a resultados drasticamente diferentes, tornando previsões de longo prazo, como as meteorológicas, inerentemente incertas (ALVES et al., 2004; LORENZ, 1969).

Conforme (LORENZ, 1969), sistemas relativamente simples podem exibir comportamentos extremamente complexos e imprevisíveis, uma percepção que alterou a compreensão da dinâmica atmosférica. Essa imprevisibilidade inerente é uma das razões pelas quais a previsão meteorológica, especialmente em escalas de tempo mais longas, continua sendo um grande desafio, apesar dos avanços na tecnologia de modelagem e na capacidade de processamento de dados (PALMER, 2012).

A sensibilidade às condições iniciais também implica que qualquer erro, por menor que seja, na observação ou na assimilação dos dados iniciais podem gerar amplificações ao longo do tempo, levando a grandes divergências nos resultados da simulação. Isso destaca a importância de métodos avançados de assimilação de dados e a necessidade contínua de melhorar a precisão das observações atmosféricas (KALNAY, 2003).

3 Discussões

A análise das equações que governam os sistemas atmosféricos revela a complexa relação entre a não linearidade e a previsibilidade. A teoria do caos, aplicada à meteorologia, mostra como pequenos erros nas condições iniciais podem crescer exponencialmente, acarretando resultados ruidosos após um curto período. Esse processo desafia a comunidade cientifica o avanço continuo para melhorar tanto os modelos de previsão quanto a qualidade das observações utilizadas na inicialização desses modelos, tornando o carro chefe em regiões onde a cobertura espacial e temporal são heterogêneas.

A questão da assimilação de dados torna-se particularmente relevante neste contexto. Métodos como a assimilação de dados variacional e o filtro de Kalman são desenvolvidos para minimizar os erros iniciais, mas ainda enfrentam limitações significativas. A precisão dos modelos também está diretamente ligada à capacidade de modelar corretamente a turbulência atmosférica, uma área que continua a evoluir com o aumento da resolução dos modelos numéricos e a disponibilidade de recursos computacionais de última geração.

Além disso, a interação entre diferentes componentes do sistema terrestre – atmosfera, oceanos, superfície terrestre e criosfera – é inerentemente não linear e exige a integração de múltiplos modelos e dados observacionais para resolver com precisão os termos aplicados advindos da dinâmica. A modelagem numérica, portanto, não é apenas uma questão de resolver equações diferenciais, mas também de entender e representar as complexas interações que ocorrem em escalas de tempo e espaço muito diferentes.

Assim, embora avanços importantes tenham sido realizados na previsão de curto prazo, o desafio da previsibilidade em escalas de tempo mais longas – semanas, meses e anos – permanece uma fronteira crítica para a Meteorologia. A natureza não linear do sistema e sua sensibilidade às condições iniciais implicam que, embora possamos melhorar continuamente, a incerteza é uma característica fundamental que deve ser gerida, em vez de ser completamente descartada.

4 Considerações finais

A não linearidade das equações que regem a dinâmica atmosférica mostra a sensibilidade das soluções numéricas em relação às condições iniciais. A previsão de tempo e a modelagem do climática dependem do entendimento das dinâmicas que regem a atmosfera e da aplicação contínua de métodos avançados de assimilação de dados e do refinamento entre os modelos numéricos utilizados nos grandes centros operacionais. Com o avanço das tecnologias de observação e das técnicas de modelagem, espera-se que a precisão das previsões meteorológicas continue a aumentar seu desempenho nos resultados, embora a natureza caótica dos sistemas atmosféricos sempre imponha limites à previsibilidade de longo prazo.

Essas dificuldades mostram a necessidade de um esforço contínuo para desenvolver e integrar métodos eficientes na modelagem e assimilação de dados, aproveitando as melhorias na tecnologia computacional e nas metodologias de observação. À medida que a capacidade de prever o tempo e o clima melhora, é essencial que os modelos considerem não apenas as variáveis físicas, mas também a natureza inerentemente não linear e caótica dos sistemas atmosféricos.

Referências

ALVES, O.; BALMASEDA, M. A.; ANDERSON, D.; STOCKDALE, T. Sensitivity of dynamical seasonal forecasts to ocean initial conditions. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society: A journal of the atmospheric sciences, applied meteorology and physical oceanography*, Wiley Online Library, v. 130, n. 597, p. 647–667, 2004.

BATCHELOR, G. K. *An introduction to fluid dynamics*. [S.l.]: Cambridge university press, 2000.

BAUER, P.; THORPE, A.; BRUNET, G. The quiet revolution of numerical weather prediction. *Nature*, Nature Publishing Group UK London, v. 525, n. 7567, p. 47–55, 2015.

BJERKNES, V. *Dynamic Meteorology and Hydrography: Kinematics*. [S.l.]: Carnegie Institution of Washington, 1911.

CHARNEY, J. G.; FJÖRTOFT, R.; NEUMANN, J. v. Numerical integration of the barotropic vorticity equation. *Tellus*, Taylor & Francis, v. 2, n. 4, p. 237–254, 1950.

DALEY, R. *Atmospheric data analysis*. [S.l.]: Cambridge university press, 1993.

DARWISH, F. M. L. M. M. *The finite volume method in computational fluid dynamics*. [S.l.: s.n.], 2016.

DAVIDSON, P. *Turbulence: an introduction for scientists and engineers*. [S.l.]: Oxford University Press, USA, 2015.

KALNAY, E. *Atmospheric modeling, data assimilation and predictability*. [S.l.]: Cambridge university press, 2003.

LAPLACE, P.-S. *A Philosophical Essay on Probabilities*. 6th. ed. New York: Dover Publications, 1951. Translated from French by FW Truscott and F. L. Emory.

LORENZ, E. N. Deterministic nonperiodic flow. *Journal of atmospheric sciences*, v. 20, n. 2, p. 130–141, 1963.

LORENZ, E. N. The predictability of a flow which possesses many scales of motion. *Tellus*, Taylor & Francis, v. 21, n. 3, p. 289–307, 1969.

PALMER, T. Towards the probabilistic earth-system simulator: A vision for the future of climate and weather prediction. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, Wiley Online Library, v. 138, n. 665, p. 841–861, 2012.

PALMER, T. N. Predicting uncertainty in forecasts of weather and climate. *Reports on progress in Physics*, IOP Publishing, v. 63, n. 2, p. 71, 2000.

PANTON, R. L. Incompressible flow. john wiley& sons. *Inc., Hoboken, New Jersey*, 2005.

POND, S.; PICKARD, G. L. *Introductory dynamical oceanography*. [S.l.]: Gulf Professional Publishing, 1983.

POPE, S. B. *Turbulent Flows*. Cambridge: Cambridge University Press, 2000.

REYNOLDS, O. Iv. on the dynamical theory of incompressible viscous fluids and the determination of the criterion. *Philosophical transactions of the royal society of london.(a.)*, The Royal Society London, n. 186, p. 123–164, 1895.

RICHARDSON, L. F. *Weather prediction by numerical process.* [S.l.]: University Press, 1922.

SILVA, L. F. A. d. Equações diferenciais aplicadas a escoamento de fluidos. Universidade Federal Rural do Semi-Árido, 2019.

STULL, R. B. *An introduction to boundary layer meteorology.* [S.l.]: Springer Science & Business Media, 1988. v. 13.

WILCOX, D. C. et al. *Turbulence modeling for CFD.* [S.l.]: DCW industries La Canada, CA, 1998. v. 2.