# 第六章总习题

1. 填空题

(1) 设在$[a,b]$上 $f(x)>0$, $f'(x)<0$, $f''(x)>0$, 且 $s_1=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$,

$s_2=f(b)(b-a)$, $s_3=\dfrac{1}{2}[f(a)+f(b)](b-a)$, 则 $s_1,s_2,s_3$ 的大小顺序为 $\underline{s_2<s_1<s_3}$ ;

(2) 曲线 $y=-x^3+x^2+2x$ 与 $x$ 轴所围成的图形的面积 $A=\underline{\dfrac{37}{12}}$ ;

(3) 曲线 $y=\cos x(-\dfrac{\pi}{2}\le x\le\dfrac{\pi}{2})$ 与 $x$ 轴所围成的图形绕 $x$ 轴旋转一周所成旋转体的体积 $V=\underline{\dfrac{1}{2}\pi^2}$ ;

(4) 曲线 $y^2=4x$ 与直线 $x=x_0(x_0>0)$ 所围平面图形绕 $x$ 轴旋转一周所成旋转体的体积 $V=\underline{2\pi x_0^2}$ ;

(5) 曲线 $y=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{x}\sqrt{\cos t}\mathrm{d}t$ 的全长为 $\underline{4}$ .

**解** (1) 由条件: 在$[a,b]$上 $f(x)>0$, $f'(x)<0$, $f''(x)>0$ 知曲线 $y=f(x)$ 单调递减且为凹的, 从而曲线 $y=f(x)$, 连接点 $A(a,f(a))$、$B(b,f(b))$ 的弦线, 过点 $B(b,f(b))$ 且平行于 $x$ 轴的线段 $BC$ 如图 6.28 所示, 再由定积分的几何意义知 $s_2<s_1<s_3$.

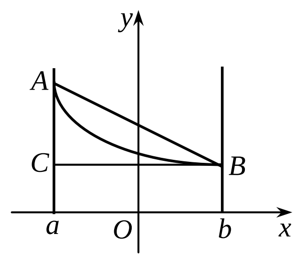


图 6.28

(2) 令 $y=-x^3+x^2+2x=0$ 得 $x=-1,0,2$, 当 $x\in[-1,0]$时, $y\le 0$; 当 $x\in[0,2]$时, $y\ge 0$, 故所求面积为

$$A=\int_{-1}^{0}-(-x^3+x^2+2x)\mathrm{d}x+\int_0^2(-x^3+x^2+2x)\mathrm{d}x=\frac{37}{12}.$$

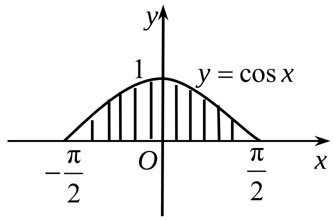


图 6.29

(3) 所围平面图形如图 6.29 的阴影所示. 取 $x$ 为积分变量, 所求体积为

$$V=2\int_0^{\frac{\pi}{2}}\pi\cos^2 x\mathrm{d}x=\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}}(1+\cos 2x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\pi^2.$$

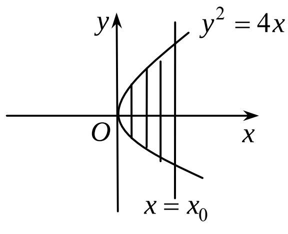


图 6.30

(4) 所围平面图形如图 6.30 的阴影所示. 取 $x$ 为积分变量, 所求体积为

$$V=\int_0^{x_0}\pi(4x)\mathrm{d}x=4\pi\frac{1}{2}{x_0}^2=2\pi{x_0}^2 .$$

(5) 由被积函数的表达式知 $x\in[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$，且 $y'=\sqrt{\cos x}\ge 0$ 故曲线递增，因此所求弧长为

$$s=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{1+(\sqrt{\cos x})^2}\mathrm{d}x=2\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{1+\cos x}\mathrm{d}x=2\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{2\cos^2\frac{x}{2}}\mathrm{d}x=2\sqrt{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos\frac{x}{2}\mathrm{d}x=4 .$$

2. 单项选择题

(1) 双纽线 $(x^2+y^2)^2=x^2-y^2$ 所围成的区域面积可用定积分表示为( A );

(A) $2\int_0^{\frac{\pi}{4}}\cos 2\theta\mathrm{d}\theta$; (B) $4\int_0^{\frac{\pi}{4}}\cos 2\theta\mathrm{d}\theta$;

(C) $2\int_0^{\frac{\pi}{4}}\sqrt{\cos 2\theta}\mathrm{d}\theta$; (D) $\frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{4}}(\cos 2\theta)^2\mathrm{d}\theta$.

(2) 曲线 $y=\sin^{\frac{3}{2}}x(0\le x\le\pi)$ 与 $x$ 轴所围成的图形绕 $x$ 轴旋转一周所成旋转体的体积为( B );

(A) $\frac{4}{3}$; (B) $\frac{4}{3}\pi$; (C) $\frac{2}{3}\pi^2$; (D) $\frac{2}{3}\pi$.

(3) 曲线 $y=x(x-1)(2-x)$ 与 $x$ 轴所围平面图形的面积可表示为( C );

(A) $-\int_0^2 x(x-1)(2-x)\mathrm{d}x$;

(B) $\int_0^2 x(x-1)(2-x)\mathrm{d}x$;

(C) $-\int_0^1 x(x-1)(2-x)\mathrm{d}x+\int_1^2 x(x-1)(2-x)\mathrm{d}x$;

(D) $\int_0^1 x(x-1)(2-x)\mathrm{d}x-\int_1^2 x(x-1)(2-x)\mathrm{d}x$.

(4) 设 $f(x)$, $g(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上连续，且 $g(x)<f(x)<m(m$为常数$)$，则曲线 $y=g(x)$，$y=f(x)$，$x=a$, $x=b$ 所围平面图形绕直线 $y=m$ 旋转一周所得旋转体的体积为( D ).

(A) $\int_a^b\pi[2m-f(x)+g(x)][f(x)-g(x)]\mathrm{d}x$;

(B) $\int_a^b\pi[m-f(x)+g(x)][f(x)-g(x)]\mathrm{d}x$;

(C) $\int_a^b\pi[m-f(x)-g(x)][f(x)-g(x)]\mathrm{d}x$;

(D) $\int_a^b \pi[2m - f(x) - g(x)][f(x) - g(x)]\mathrm{d}x$ .

**解** (1) 选 A. 因为双纽线的参数方程为 $\rho^2 = \cos 2\theta,\ \theta \in [-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}] \cup [\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}]$，由图形的对称性知所求面积为

$$A = 4\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{2}\cos 2\theta \mathrm{d}\theta = 2\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2\theta \mathrm{d}\theta .$$

(2) 选 B. 因为所求体积为

$$V = \int_0^{\pi} \pi \sin^3 x \mathrm{d}x = -\pi\int_0^{\pi} (1-\cos^2 x)\mathrm{d}\cos x = -\pi[\cos x - \frac{1}{3}\cos^3 x]_0^{\pi} = \frac{4\pi}{3} .$$

(3) 选 C. 因为令 $y = x(x-1)(2-x) = 0$ 得 $x = 0,1,2$，当 $x \in [0,1]$ 时，$y \le 0$；当 $x \in [1,2]$ 时，$y \ge 0$，故所求面积为

$$A = -\int_0^1 x(x-1)(2-x)\mathrm{d}x + \int_1^2 x(x-1)(2-x)\mathrm{d}x .$$

(4) 选 D. 曲线 $y = f(x),\ y = g(x),\ y = m$ 的位置关系如图 6.31 所示, 所求体积为

$$V = \int_a^b \pi[m - g(x)]^2 \mathrm{d}x - \int_a^b \pi[m - f(x)]^2 \mathrm{d}x$$

$$= \int_a^b \pi[f(x) - g(x)][2m - f(x) - g(x)]\mathrm{d}x .$$

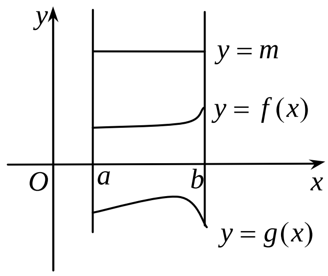


图 6.31

3. 求由曲线 $\rho = a\sin\theta,\ \rho = a(\cos\theta + \sin\theta)(a > 0)$ 所围平面图形公共部分的面积.

**解** 参考图 6.32, 用 $y$ 轴将曲线 $\rho = a\sin\theta,\ \rho = a(\cos\theta + \sin\theta)(a > 0)$ 所围平面图形的公共部分分为两部分: $y$ 轴右面的面积记为 $A_1$，左面的面积记为 $A_2$，故

$$A_1 = \frac{1}{2}\cdot\pi(\frac{a}{2})^2 = \frac{\pi}{8}a^2 .$$

由 $\rho = a(\cos\theta + \sin\theta) = 0$ 得 $\theta = -\frac{\pi}{4}$ 或 $\theta = \frac{3\pi}{4}$，因此

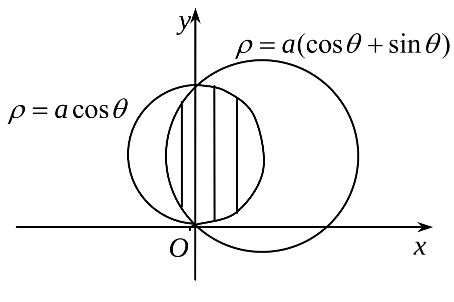


图 6.32

$$A_2 = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{4}} \frac{1}{2}\rho^2 \mathrm{d}\theta = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{4}} \frac{1}{2}a^2(\cos\theta + \sin\theta)^2 \mathrm{d}\theta$$

$$= \frac{a^2}{2}\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{4}} (1 + \sin 2\theta)\mathrm{d}\theta = \frac{a^2}{2}[\theta - \frac{1}{2}\cos 2\theta]_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{4}} = \frac{\pi - 2}{8}a^2 ,$$

所求面积为 $A = A_1 + A_2 = \dfrac{\pi - 1}{4} a^2$ .

4. 设抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 通过点 $(0,0)$ ，且当 $x \in [0,1]$ 时 $y \geq 0$ ，试确定 $a, b, c$ 的值，使得抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与直线 $x = 1$， $y = 0$ 所围平面图形的面积为 $\dfrac{4}{9}$ ，且使该图形绕 $x$ 轴旋转一周所成旋转体的体积最小.

**解** 因为抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 通过点 $(0,0)$ ，所以 $c = 0$ ， $y = ax^2 + bx$ ，又因为 $x \in [0,1]$ 时 $y \geq 0$，所以该抛物线与直线 $x = 1$， $y = 0$ 所围平面图形为图中 6.33 的阴影部分，其面积为

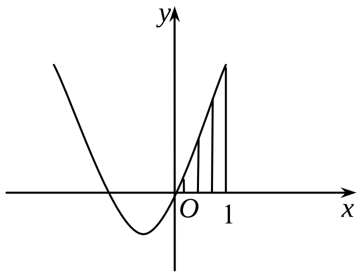


图 6.33

$$A = \int_0^1 (ax^2 + bx) \mathrm{d}x = [\frac{a}{3} x^3 + \frac{b}{2} x^2]_0^1 = \frac{a}{3} + \frac{b}{2},$$

所围图形绕 $x$ 轴旋转一周所成旋转体的体积为

$$V = \int_0^1 \pi (ax^2 + bx)^2 \mathrm{d}x = \int_0^1 \pi (a^2 x^4 + 2abx^3 + b^2 x^2) \mathrm{d}x$$

$$= \pi [\frac{1}{5} a^2 x^5 + \frac{1}{2} abx^4 + \frac{1}{3} b^2 x^3]_0^1 = \pi (\frac{1}{5} a^2 + \frac{1}{2} ab + \frac{1}{3} b^2) .$$

由 $A = \dfrac{9}{4}$，即 $\dfrac{a}{3} + \dfrac{b}{2} = \dfrac{4}{9}$，得 $a = \dfrac{4}{3} - \dfrac{3}{2} b$，代入 $V$ 中，得

$$V = \frac{\pi}{30} (b^2 - 4b) + \frac{16}{45} \pi = \frac{\pi}{30} (b - 2)^2 + \frac{2}{9} \pi .$$

由上式可知，当 $b = 2$ 时，$V$ 最小，这时，$a = -\dfrac{5}{3}$ .

5. 求圆盘 $(x - 2)^2 + y^2 \leq 1$ 绕 $y$ 轴旋转一周而成的旋转体的体积.

**解** 参考图 6.34. 圆盘 $(x - 2)^2 + y^2 \leq 1$ 绕 $y$ 轴旋转一周而成的旋转体的体积等于平面图形 $ABCDE$ 和 $ABFDE$ 分别绕 $y$ 轴旋转而成的旋转体的体积之差为

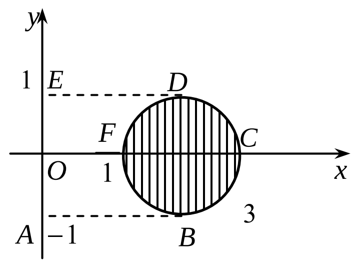


图 6.34

$$V = \pi \int_{-1}^1 [(2 + \sqrt{1 - y^2})^2 - (2 - \sqrt{1 - y^2})^2] \mathrm{d}y$$

$$= \pi \int_{-1}^1 8 \sqrt{1 - y^2} \mathrm{d}y = 8\pi \int_{-1}^1 \sqrt{1 - y^2} \mathrm{d}y .$$

而 $\int_{-1}^1 \sqrt{1 - y^2} \mathrm{d}y$ 表示圆 $x^2 + y^2 = 1$ 的面积的一半,

为 $\frac{1}{2}\pi$，故所求体积为 $V=4\pi^2$.

6. 设星形线 $x=a\cos^3 t$, $y=a\sin^3 t$ 上每一点处的线密度的大小等于该点到原点距离的立方，在原点 $O$ 处有一单位质点，求星形线在第一象限的弧段对这质点的引力.

**解** 设星形线上的点到原点的距离为 $r$, 线密度为 $\rho$, 显然 $\rho=r^3$, $r=\sqrt{x^2+y^2}$.

下面考虑星形线上对应于小区间 $[t,t+\mathrm{d}t]$ 的一小段对质点的引力，其中 $0\le t\le\frac{\pi}{2}$. 这一小段的弧长近似值为

$$\mathrm{d}s=\sqrt{[x'(t)]^2+[y'(t)]^2}\,\mathrm{d}t=\sqrt{(-3a^2\cos^2 t\sin t)^2+(3a\sin^2 t\cos t)^2}\,\mathrm{d}t$$

$$=3a\sqrt{\sin^2 t\cos^2 t(\sin^2 t+\cos^2 t)}\,\mathrm{d}t=3a\sin t\cos t\mathrm{d}t\,.$$

这一小段的质量近似为 $\mathrm{d}m=\mathrm{d}s\cdot\rho$，这一小段对质点的引力的近似值为 $\mathrm{d}F=G\frac{\mathrm{d}m\cdot 1}{r^2}=Gr\mathrm{d}s$ (其中 $G$ 为引力常数). $\mathrm{d}F$ 在 $x$ 轴和 $y$ 轴的分力分别为

$$\mathrm{d}F_x=\mathrm{d}F\cdot\frac{x}{r}=Gx\mathrm{d}s=3a^2G\sin t\cos^4 t\mathrm{d}t\,.$$

$$\mathrm{d}F_y=\mathrm{d}F\cdot\frac{y}{r}=Gy\mathrm{d}s=3a^2G\sin^4 t\cos t\mathrm{d}t\,.$$

于是，有

$$F_x=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\mathrm{d}F_x=\int_0^{\frac{\pi}{2}}3a^2G\sin t\cos^4 t\mathrm{d}t=-3a^2G\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^4 t\mathrm{d}(\cos t)$$

$$=-3a^2G[\frac{1}{5}\cos^5 t]_0^{\frac{\pi}{2}}=\frac{3}{5}a^2G\,,$$

$$F_y=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\mathrm{d}F_y=\int_0^{\frac{\pi}{2}}3a^2G\sin^4 t\cos t\mathrm{d}t=3a^2G\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^4 t\mathrm{d}(\sin t)$$

$$=3a^2G[\frac{1}{5}\sin^5 t]_0^{\frac{\pi}{2}}=\frac{3}{5}a^2G\,.$$

7. 过坐标原点作曲线 $y=\ln x$ 的切线，该切线与曲线 $y=\ln x$ 及 $x$ 轴围成平面图形 $D$.

(1) 求 $D$ 的面积;

(2) 求 $D$ 绕直线 $x=\mathrm{e}$ 旋转一周所得旋转体的体积 $V$.

**解**　设题中切线的切点为 $(x_0, \ln x_0)$，故切线方程为 $y - \ln x_0 = \dfrac{1}{x_0}(x - x_0)$. 又因切线过坐标原点，故有 $-\ln x_0 = -1$，从而 $x_0 = \mathrm{e}$，所以切线方程为 $y - 1 = \dfrac{1}{\mathrm{e}}(x - \mathrm{e})$，即 $y = \dfrac{x}{\mathrm{e}}$.

从而 $D$ 的图形如图 6.35 阴影所示.

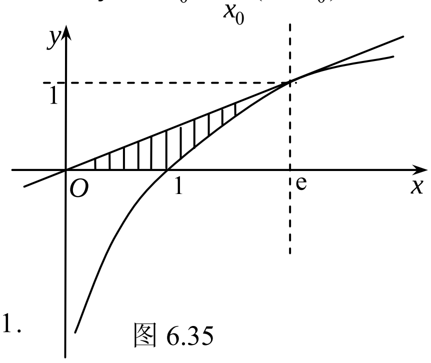


图 6.35

(1)　所求面积为

$$A = \frac{1}{2} \times 1 \times \mathrm{e} - \int_1^{\mathrm{e}} \ln x \mathrm{d}x = \frac{\mathrm{e}}{2} - \{[x \ln x]_1^{\mathrm{e}} - \int_1^{\mathrm{e}} \mathrm{d}x\} = \frac{\mathrm{e}}{2} - 1.$$

(2)　所求体积为

$$V = \int_0^1 \pi(\mathrm{e} - y\mathrm{e})^2 \mathrm{d}y - \int_0^1 \pi(\mathrm{e} - \mathrm{e}^y)^2 \mathrm{d}y = \pi\mathrm{e}^2 \int_0^1 (y-1)^2 \mathrm{d}y - \pi\int_0^1 (\mathrm{e}^2 - 2\mathrm{e}^{y+1} + \mathrm{e}^{2y})\mathrm{d}y$$

$$= \pi\mathrm{e}^2 [\frac{1}{3}(y-1)^3]_0^1 - \pi[\mathrm{e}^2 y - 2\mathrm{e}^{y+1} + \frac{1}{2}\mathrm{e}^{2y}]_0^1 = \frac{\pi}{6}(5\mathrm{e}^2 - 12\mathrm{e} + 3) \quad .$$

8.　求曲线 $y = 3 - |x^2 - 1|$ 与 $x$ 轴围成的封闭图形绕直线 $y = 3$ 旋转一周所得的旋转体的体积.

**解**　该封闭图形如图 6.36 所示，$\overset{\frown}{AB}$ 与 $\overset{\frown}{BC}$ 的方程分别为 $y = x^2 + 2 (0 \le x \le 1)$，$y = 4 - x^2 (1 \le x \le 2)$.

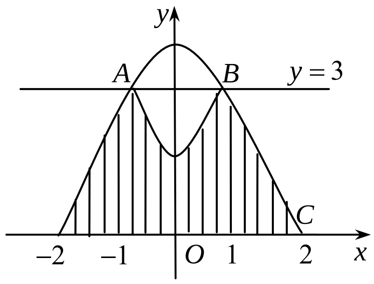


图 6.36

设旋转体在区间 $[0,1]$ 上的体积为 $V_1$，在区间 $[1,2]$ 上的体积为 $V_2$，则由对称性知所求体积为

$$V = 2(V_1 + V_2) = 2\pi\int_0^1 \{3^2 - [3 - (x^2 + 2)]^2\}\mathrm{d}x + 2\pi\int_1^2 \{3^2 - [3 - (4 - x^2)]^2\}\mathrm{d}x$$

$$= 2\pi\int_0^2 (8 + 2x^2 - x^4)\mathrm{d}x = \frac{448\pi}{15}.$$

9.　设曲线 $y = \sin x$ 在 $[0, \pi]$ 上的弧长为 $L$，试用 $L$ 表示椭圆曲线 $x^2 + 2y^2 = 1$ 位于第一象限部分的弧长.

**解**　由题知

$$L = \int_0^{\pi} \sqrt{1 + \cos^2 x}\mathrm{d}x = \int_0^{\pi} \sqrt{\frac{3 + \cos 2x}{2}}\mathrm{d}x = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\frac{3 + \cos 2x}{2}}\mathrm{d}x + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sqrt{\frac{3 + \cos 2x}{2}}\mathrm{d}x.$$

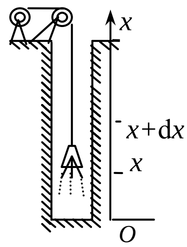
令 $t=x-\dfrac{\pi}{2}$ ，则 $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\sqrt{\dfrac{3+\cos 2x}{2}}\mathrm{d}x=\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{\dfrac{3-\cos 2t}{2}}\mathrm{d}t$ ，令 $t=\dfrac{\pi}{2}-\theta$ ，则

$\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{\dfrac{3+\cos 2\theta}{2}}\mathrm{d}\theta=\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{\dfrac{3-\cos 2t}{2}}\mathrm{d}t$，从而 $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{3+\cos 2x}\mathrm{d}x=\dfrac{\sqrt{2}}{2}L$ .

在第一卦限中的椭圆参数方程为 $\begin{cases} x=\cos\theta, \\ y=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\sin\theta \end{cases}$ $0\le\theta\le\dfrac{\pi}{2}$，故对应弧长为

$$s=\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{\sin^2\theta+\frac{1}{2}\cos^2\theta}\mathrm{d}\theta=\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{\frac{3-\cos 2\theta}{4}}\mathrm{d}\theta=\frac{1}{2}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{3-\cos 2\theta}\mathrm{d}\theta=\frac{\sqrt{2}}{4}L\ .$$

10. 为清除井底的污泥, 用缆绳将抓斗放入井底, 抓起污泥后提出井口(见右图). 已知井深 $30m$，抓斗自重 $400N$，缆绳每米重 $50N$，抓斗抓起的污泥重 $2000N$，提升速度为 $3m/s$，在提升过程中, 污泥以 $20N/s$ 的速率从抓斗缝隙中漏掉. 现将抓起污泥的抓斗提升至井口, 问克服重力需作多少焦耳的功? (说明(1) $1N\times 1m=1J$；(2)抓斗的高度及位于井口上方的缆绳长度忽略不计.)



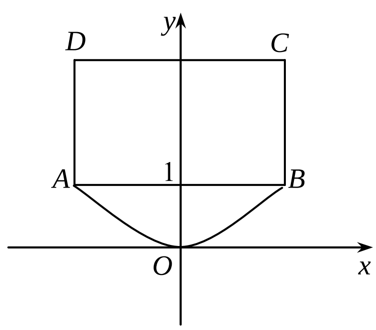

**解** 总重力由三部分组成: 抓斗自重力 $f_1$，缆绳重力 $f_2$，污泥的重力 $f_3$，设 $W_1,W_2,W_3$ 分别为克服重力 $f_1$，$f_2$，$f_3$ 所作的功, 则将抓起污泥的抓斗提升至井口需作的功 $W=W_1+W_2+W_3$. 显然 $W_1=400\times 30=12000J$，而将抓斗由 $x$ 处提升到 $x+dx$ 处, 克服缆绳重力所做的功为 $\mathrm{d}W_2=50\times(30-x)\mathrm{d}x$，故 $W_2=\int_0^{30}50\times(30-x)\mathrm{d}x=22500J$，

在时间间隔 $[t,t+\mathrm{d}t]$ 内提升污泥需作功为 $\mathrm{d}W_3=3\times(2000-20t)\mathrm{d}t$，将污泥从井底提升至井口需时间 $\dfrac{30}{3}=10s$，所以

$W_3=\int_0^{10}3\times(2000-20t)\mathrm{d}t=57000J$，

因此共需作功为

$W=12000+22500+57000=91500(J)$ .




11. 某闸门的形状与大小如右图所示, 闸门的上部为矩形 $ABCD$，下部由二次抛物线与线段所围成. 当水面与闸门的上端相平

时，欲使闸门矩形部分承受的水压力与闸门下部承受的水压力之比为$5:4$，闸门矩形部分的高$h$应为多少米?

**解** 建立如图所示的坐标系，则二次抛物线的方程为$y=x^2$.

考虑上部承受的水压力.

取$y$为积分变量，则它的变化区间为$[1,h+1]$，任一小区间$[y,y+\mathrm{d}y]$对应薄片的压强近似于$\gamma(h+1-y)$，面积近似于$2\mathrm{d}y$，承受水压力的近似值为

$$\mathrm{d}P_1=2\gamma(h+1-y)\mathrm{d}y,$$

所以上部承受水压力为

$$P_1=\int_1^{h+1}2\gamma(h+1-y)\mathrm{d}y=-\gamma[(h+1-y)^2]_1^{h+1}=\gamma h^2.$$

考虑下部承受的水压力.

取$y$为积分变量，则它的变化区间为$[0,1]$，任一小区间$[y,y+\mathrm{d}y]$对应薄片的压强近似于$\gamma(h+1-y)$，面积近似于$2\sqrt{y}\mathrm{d}y$，承受水压力的近似值为

$$\mathrm{d}P_2=2\gamma\sqrt{y}(h+1-y)\mathrm{d}y,$$

所以下部承受水压力为

$$P_2=\int_0^1 2\gamma\sqrt{y}(h+1-y)\mathrm{d}y=2\gamma[(h+1)\frac{2}{3}y^{\frac{3}{2}}-\frac{5}{2}y^{\frac{2}{5}})^2]_0^1=2\gamma(\frac{2}{3}h+\frac{14}{15}).$$

令$\dfrac{P_1}{P_2}=\dfrac{5}{4}$，则$\dfrac{\gamma h^2}{2\gamma(\frac{2}{3}h+\frac{14}{15})}=\dfrac{5}{4}$，即$3h^2-5h-2=0$，解得$h=2$ ($h=-\dfrac{1}{3}$舍去).