

第四节 定积分的经济应用举例

习题 6-4

1. 已知某产品质量的变化率为 $f(t) = 10t - 2$, 其中 t 为时间, 试求在时间区间 $[2, 4]$ 内该产品的产量.

解 所求产量为

$$Q = \int_2^4 (10t - 2) dt = [5t^2 - 2t]_2^4 = 56.$$

2. 已知某产品生产 x 件时, 边际收益为 $M_R(x) = 200 - \frac{x}{100}$,

- (1) 求生产了 80 件时的总收益;
(2) 求已经生产了 100 件, 如果再生产 100 件时收益将增加多少?

解 (1) 所求总收益为

$$R = R(0) + \int_0^{80} (200 - \frac{x}{100}) dx = [200x - \frac{x^2}{200}]_0^{80} = 15968.$$

- (2) 所求增加的收益为

$$R(200) - R(100) = \int_{100}^{200} (200 - \frac{x}{100}) dx = [200x - \frac{x^2}{200}]_{100}^{200} = 19850.$$

3. 设某产品售出 x 台时的边际利润为 $M_p(x) = 12.5 + \frac{x}{80}$ (单位: 元/台), 试求:

- (1) 售出 40 台时的总利润;
(2) 售出 60 台时, 前 30 台的平均利润和后 30 台的平均利润.

解 (1) 所求总利润为

$$L = L(0) + \int_0^{40} (12.5 + \frac{x}{80}) dx = [12.5x + \frac{x^2}{160}]_0^{40} = 510 \text{ 元}.$$

- (2) 售出前 30 台的总利润为

$$L = L(0) + \int_0^{30} (12.5 + \frac{x}{80}) dx = [12.5x + \frac{x^2}{160}]_0^{30} = 380.6 \text{ 元},$$

售出前 60 台的总利润为 $L = L(0) + \int_0^{60} (12.5 + \frac{x}{80}) dx = [12.5x + \frac{x^2}{160}]_0^{60} = 772.5 \text{ 元}$, 所以

售出前 30 台的平均利润为 $\frac{380.6}{30} = 12.7 \text{ 元}$, 售出后 30 台的平均利润为

$$\frac{772.5 - 380.6}{30} = 13.06 \text{ 元}.$$