2017——2018 学年第一学期

高等数学模拟试题 2

班级		学号		姓名		考试日期	

一、 填空题(本题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分)

1. 设 $y=\arctan e^{x}-\ln\sqrt{\dfrac{e^{2x}}{e^{2x}+1}}$, 则 $\mathrm{d}\,y\big|_{x=1}$________;

2. 设 $x\to 0$时，$x-\arctan x$与x^{n}是同阶无穷小，则$n=$________;

3. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x-\cos x}{3x+\sin x}=$________;

4. 设$f(x)$连续，$f(0)=0,\ f'(0)=1$，$F(x)=\begin{cases}\dfrac{\int_0^{2x}f(x+t)\,\mathrm{d}\,t}{x^2}, & x\neq 0\\ C, & x=0\end{cases}$, 则当$F(x)$为连续函数时，必有 $C=$______;

5. $f(x)=\dfrac{x^3-x^2}{\sin\pi x}$ 有____________个可去间断点;

6. 设函数 $f(x)$ 在 $x=3$ 处可导，且 $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{f(x)}{x-3}=1$，则 $f'(3)=$____________;

7. 已知 $(1,3)$ 是曲线 $y=ax^3+bx^2$的拐点，则 $a=$__________, $b=$__________;

8. 设对数螺线 $r=e^{\theta}$, 在点 $(e^{\frac{\pi}{2}},\dfrac{\pi}{2})$ 处的切线方程为______________;

9. 由曲线 $y=x^3, x=2, y=0$ 所围成的平面图形，绕 y 轴旋转所得旋转体的体积 $V=$ _______;

10. 曲线$\begin{cases}x=\dfrac{1}{2}\ln(1+t^2)\\ y=t-\arctan t\end{cases}$, 在 $t=1$ 处的曲率 $k=$__________;

11. $\displaystyle\int_1^4\frac{\mathrm{d}x}{1+\sqrt{x}}=$________________;

12. $\displaystyle\lim_{n\to\infty}(\tan\frac{\pi}{n})\sum_{k=1}^{n}\cos^2\frac{k\pi}{n}=$______________;

二、解答题(本题共 8 小题，每小题 6 分，共 48 分)

1. $\lim\limits_{x\to 0}(\mathrm{e}^x+x)^{\frac{1}{x}}$.

2. 设$y=f(\mathrm{e}^x),f(u)$二阶可导,求$\dfrac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}x^2}$.

3. 设函数$y=y(x)$是由方程 $2y\mathrm{e}^x+\int_0^x \dfrac{\mathrm{e}^t}{1+t}dt=1$, 求$\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$及$\left.\dfrac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}x^2}\right|_{x=0}$.

4. 计算$\int \dfrac{1}{x^2\sqrt{x^2+1}}\mathrm{d}x$.

5. 设$f(x)=\int_1^x \dfrac{\ln(t+1)}{t}\mathrm{d}t$，求$\int_0^1 \dfrac{f(x)}{\sqrt{x}}\mathrm{d}x$.

6. 设$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-\sin x+f(x)}{x^4}=1$, 求$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^3}{f(x)}$.

7. 讨论方程$|x|^{\frac{1}{4}}+|x|^{\frac{1}{2}}-\cos x=0$在区间$(-\infty,+\infty)$内有几个实根？

8. 设$\lim\limits_{x\to\pi}f(x)$存在，且$f(x)=\dfrac{\sin x}{x-\pi}+2\lim\limits_{x\to\pi}f(x)$，求$f(x)$.

三、(8 分) 设$f(x)=\ln x+\dfrac{1}{x}$,

(1) 求$f(x)$的最小值；

(2) 设数列$\{x_n\}$满足：$\ln x_n+\dfrac{1}{x_{n+1}}<1$，证明$\lim\limits_{n\to\infty}x_n$存在，并求此极限

四、(8 分) 设$f(x)$在闭区间$[0,+\infty)$上可导，$f(0)=0$，且$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=2$，证明：

(1) 存在$a>0$，使$f(a)=1$;

(2) 对(1)中的a,存在$\xi\in(0,a)$，使得$f'(\xi)=\dfrac{1}{a}$.