编号：__________

高等数学（上）模拟试题 1（卷）

2017 - 2018 学年第一学期

成绩	

开课学院 理学院 课程 高等数学(上) 学时 88

考试日期________ 考试时间 2 小时 考试形式（开/闭）（A）卷

题号	一	二	三	四	五	总分
得分						

班级		姓 名			

一、填空题（$4'\times 7=28'$）

1. 设 $f(x)$ 是定义在实数域上的函数，且 $f(x-1)=x^2+x+1$, 则 $x\neq 0,1$，

$f(\dfrac{1}{x-1})=$ ____________

2. $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}[\mathrm{e}^{\sin^2(1-x)}]=$ _______

3. 设 $f(x)$ 为不恒为零的奇函数，且 $f'(0)$ 存在，则函数 $g(x)=\dfrac{f(x)}{x}$ 在 $x=0$ 处有第 _______ 类的 _______ 型间断点.

4. $f(x)=x\mathrm{e}^x$ 的 n 阶麦克劳林公式为____________

5. 若 $\int f(x)\mathrm{d}x=F(x)+C$, 且 $x=t^2$, 则 $\int f(t)\mathrm{d}t=$ _______

6. $\int_0^{+\infty}\dfrac{\arctan x}{1+x^2}\mathrm{d}x=$ _______

7. 若 $f(x)$ 有连续的二阶导数，$f'(b)=a$, $f'(a)=b$, 则 $\int_a^b f'(x)f''(x)\mathrm{d}x$ _______

二、计算题($5'\times 10=50'$)

1．若 $x\to 0$ 时，$(1-\alpha x^2)^{\frac{1}{4}}-1$ 与 $x\sin x$ 是等价无穷小，试确定 α 的值；

2．设 $e^x-e^y=\sin(xy)$, 求 y'， $y'\big|_{x=0}$ ；

3．设 $\begin{cases} x=2t^3+2, \\ y=e^{2t}+1, \end{cases}$ 求 $\dfrac{\mathrm{d}\,y}{\mathrm{d}\,x}$， $\dfrac{\mathrm{d}^2\,y}{\mathrm{d}\,x^2}$；

4． 设 $f(x)$ 在点 x_0 的某邻域内有定义，且 $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{(x-x_0)^4}=k(k>0)$，讨论 $f(x)$ 在点 x_0 处是否有极值；若有，是极大值还是极小值？

5．求$\int \arcsin\sqrt{\frac{x}{x+1}}\,\mathrm{d}x$；

6．已知$f'(\mathrm{e}^x)=x\mathrm{e}^{-x}$，且$f(1)=0$，求$f(x)$；

7．求函数$\varphi(x)=\int_0^x \frac{3t}{t^2-t+1}\,\mathrm{d}t$在区间$[0,1]$上的最小值；

8．求$\int_1^{+\infty}\frac{\mathrm{d}x}{x\sqrt{x^2-1}}$；

9. 由曲线 $\boldsymbol{y = x^3, x = 2, y = 0}$ 所围成的平面图形，绕 $\boldsymbol{y}$ 轴旋转，计算所得旋转体的体积.

10. 求 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\int_0^x 2t^4 dt}{\int_0^x t(t-\sin t)dt}$.

三、(8′) 一质点作直线运动，已知其加速度为 $\boldsymbol{a = 12t^2 - 3\sin t}$, 如果 $\boldsymbol{V(0) = 5,\ S(0) = -3}$,
求（1）求速度 $\boldsymbol{V}$ 与时间 $\boldsymbol{t}$ 的关系;（2）求位移 $\boldsymbol{S}$ 与时间 $\boldsymbol{t}$ 的关系.

四、$(8')$ 求通过点（0，0）、（1，2）且对称轴平行于 y 轴，开口向下的抛物线 L，使它与 x 轴所围的面积最小.

五、$(6')$设 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，在 (a,b) 内可导，且 $f'(x)>0$.若极限 $\lim\limits_{x\to a^+}\dfrac{f(2x-a)}{x-a}$ 存在，证明：

（1） 在 (a,b) 内 $f(x)>0$；

（2） 在 (a,b) 内存在点 ξ，使 $\dfrac{b^2-a^2}{\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x}=\dfrac{2\xi}{f(\xi)}$.