第二节

数学建模简介与建立函数关系举例

- 一、主要内容
- 二、典型例题

一、主要内容

数学建模简介

数学模型：数学模型是一种抽象的模拟，它用数学符号、数学式子、程序、图形等刻画客观事物的本质属性与内在联系，也就是对现实问题作出一些必要的简化、假设，运用适当的数学工具，得到的一个数学结构，简称模型。

例如：万有引力定律是牛顿运用微积分刻画天体运行这一宇宙现象的数学模型。它是科学发展史上最成功的模型之一。

建立数学模型简称为数学建模。

数学建模的步骤：

（1）了解问题的实际背景，明确建模目的，掌握数据资料;

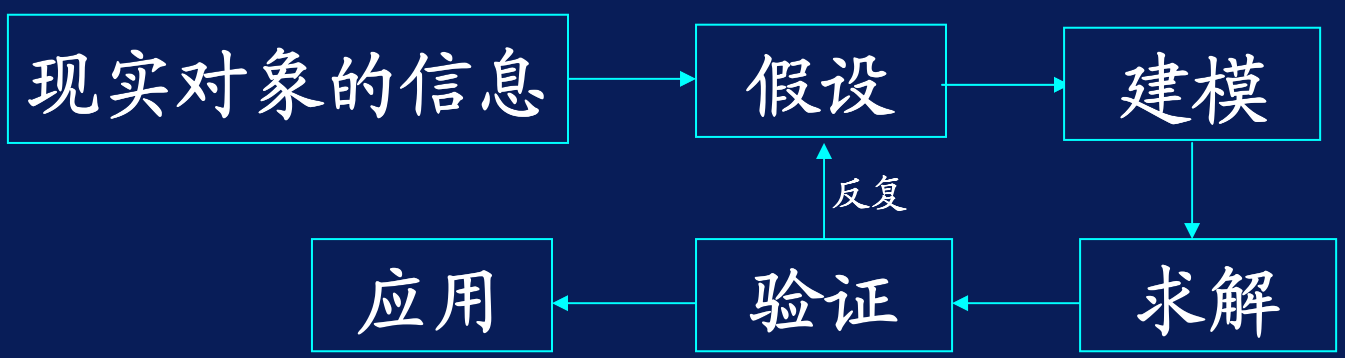
（2）抓住主要矛盾，对问题进行简化，提出合理假设;

（3）利用适当的数学工具，建立数学模型;

（4）求解所建立的数学模型;

（5）分析和检验模型的解，以验证模型的正确性。

建模的步骤如下图所示



数学模型的分类

按应用领域分:

人口模型、交通模型、生态模型、经济模型等;

按建模目的分:

描述模型、分析模型、预报模型、优化模型、

决策模型、控制模型等;

按模型中变量的特征分:

连续模型、离散模型、线性模型、非线性模型、静态模型、动态模型等;

按建模的数学方法分:

初等数学模型、几何模型、微分方程模型、图论模型等;

按对模型结构的了解程度分:

白箱模型、黑箱模型、灰箱模型等;

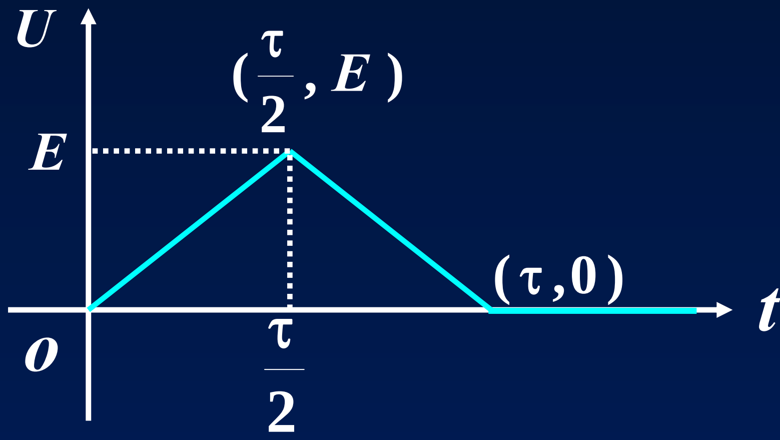
二、典型例题

例 脉冲发生器产生一个单三角脉冲,其波形如图所示,写出电压U与时间$t\ (t\geq 0)$的函数关系式.

解 当$t\in[0,\frac{\tau}{2}]$时,

$$U=\frac{E}{\frac{\tau}{2}}t=\frac{2E}{\tau}t;$$

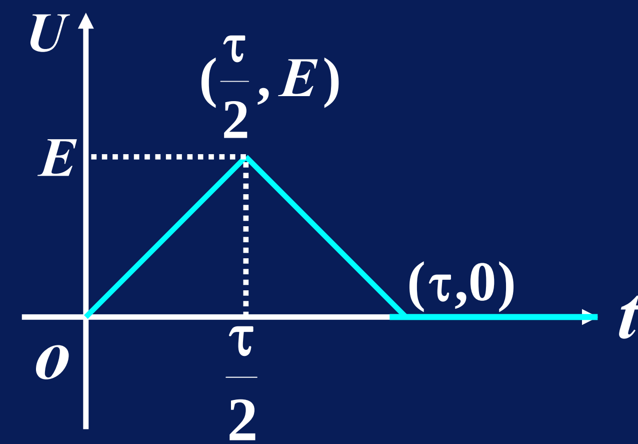
当$t\in(\frac{\tau}{2},\tau]$时,



单三角脉冲信号的电压

$$U-0=\frac{E-0}{\frac{\tau}{2}-\tau}\cdot(t-\tau),\ 即\ U=-\frac{2E}{\tau}(t-\tau)$$

当 $t \in (\tau,+\infty)$ 时， $U = 0.$



$\therefore U = U(t)$是一个分段函数，其表达式为

$$U(t)=\begin{cases} \dfrac{2E}{\tau}t, & t \in [0,\dfrac{\tau}{2}] \\ -\dfrac{2E}{\tau}(t-\tau), & t \in (\dfrac{\tau}{2},\tau] \\ 0, & t \in (\tau,+\infty) \end{cases}$$