



西北工业大学
Northwestern Polytechnical University

静力学

空间任意力系

杨成鹏

力学与土木建筑学院

静力学

第三章

任意力系

§ 3-1-1 力对点的矩

§ 3-1-2 力对轴的矩




§ 3-2-2 空间任意力系的简化

§ 3-2-3 空间任意力系的合成结果

§ 3-3 空间任意力系的平衡条件和平衡方程



§ 3-1-1 力对点的矩

- 力对点之矩表示成矢量 
- 力对点之矩矢积表达式 
- 力对点之矩解析表达式 

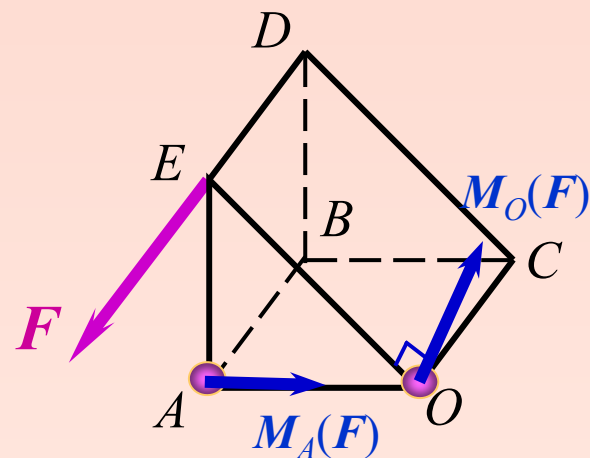
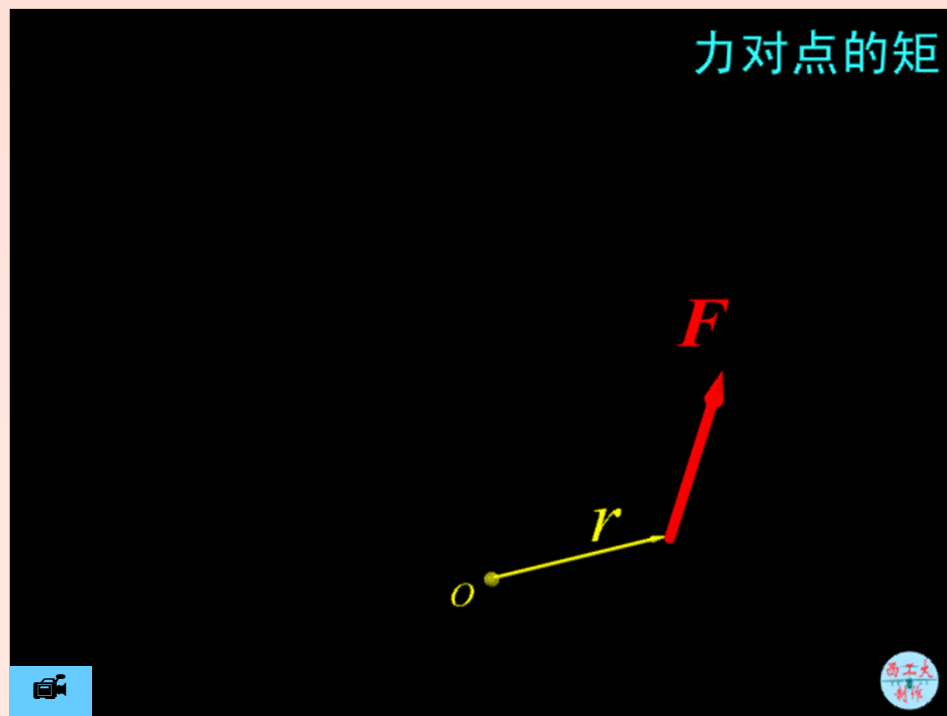


§ 3-1-1 力对点的矩

1. 力对点之矩表示成矢量

力可以对空间任意一点取矩，矩心和力所决定的平面可以有任意方位，所以空间力对任一点的矩应该表示成矢量。

符号： $M_O(F)$



力矩矢 $M_O(F)$ 是一个定位矢量，它的大小和方向都与作用点 O 的位置有关。



§ 3-1-1 力对点的矩

2. 力对点之矩矢积表达式

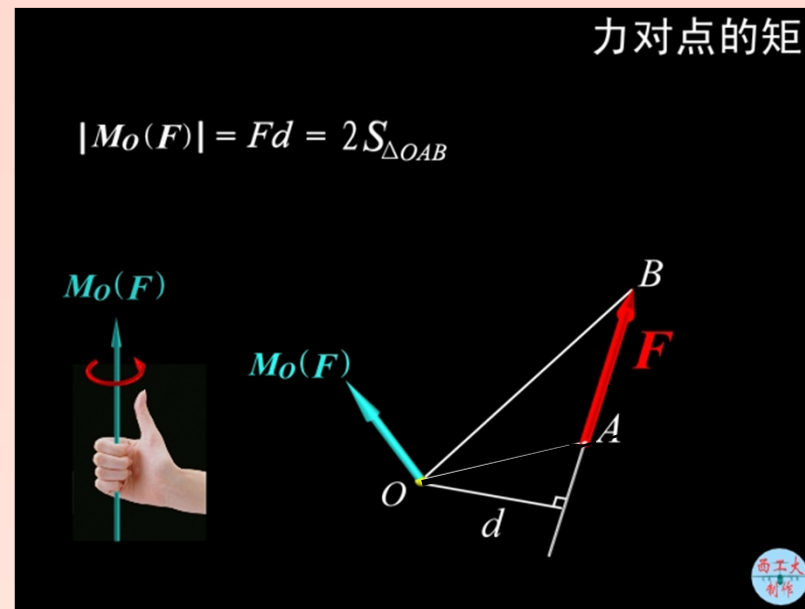
$$M_O(F) = r \times F$$

即力对点的矩矢等于矩心到该力作用点的矢径与该力的矢量积。

大小：

$$|M_O(F)| = |r \times F| = rF \sin \alpha = 2 S_{\triangle OAB}$$

方向：用右手规则判定。同时确定力矩作用面与转向。



§ 3-1-1 力对点的矩

3. 力对点之矩解析表达式

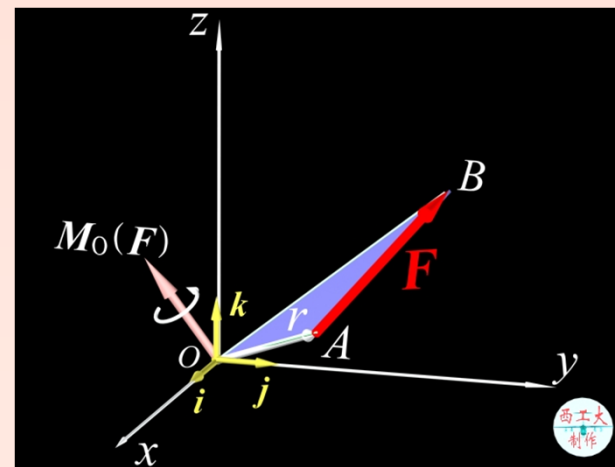
$$M_O(\mathbf{F}) = (yF_z - zF_y)\mathbf{i} + (zF_x - xF_z)\mathbf{j} + (xF_y - yF_x)\mathbf{k}$$

证明: $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$, $\mathbf{F} = F_x\mathbf{i} + F_y\mathbf{j} + F_z\mathbf{k}$




把上两式代入 $M_O(\mathbf{F}) = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$ 得

$$\begin{aligned} M_O(\mathbf{F}) &= \mathbf{r} \times \mathbf{F} = (x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}) \times (F_x\mathbf{i} + F_y\mathbf{j} + F_z\mathbf{k}) \\ &= (yF_z - zF_y)\mathbf{i} + (zF_x - xF_z)\mathbf{j} + (xF_y - yF_x)\mathbf{k} \end{aligned}$$

写成行列式形式 $M_O(\mathbf{F}) = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ x & y & z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$



§ 3-1-2 力对轴的矩

- 力对轴的矩定义 
- 力对轴的矩的解析表达式 
- 力矩关系定理 

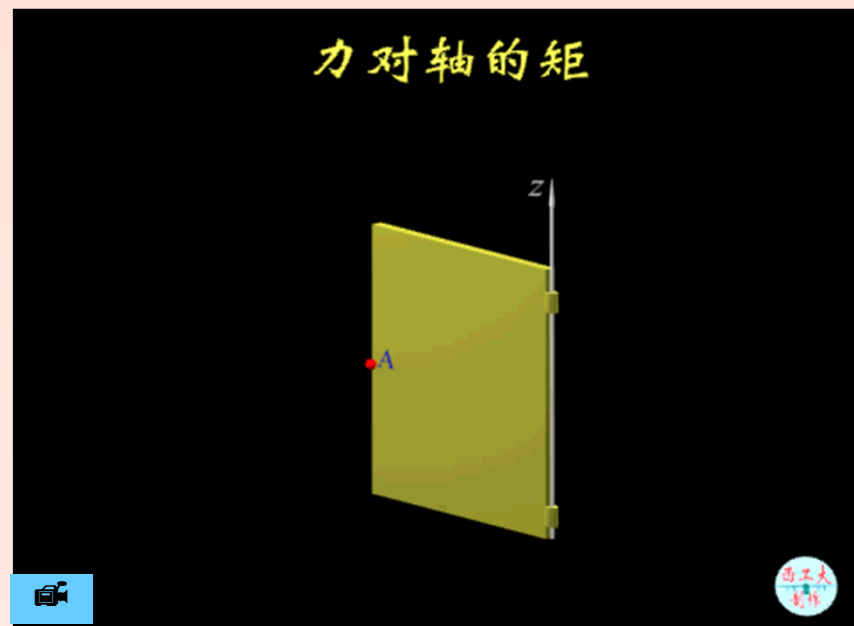
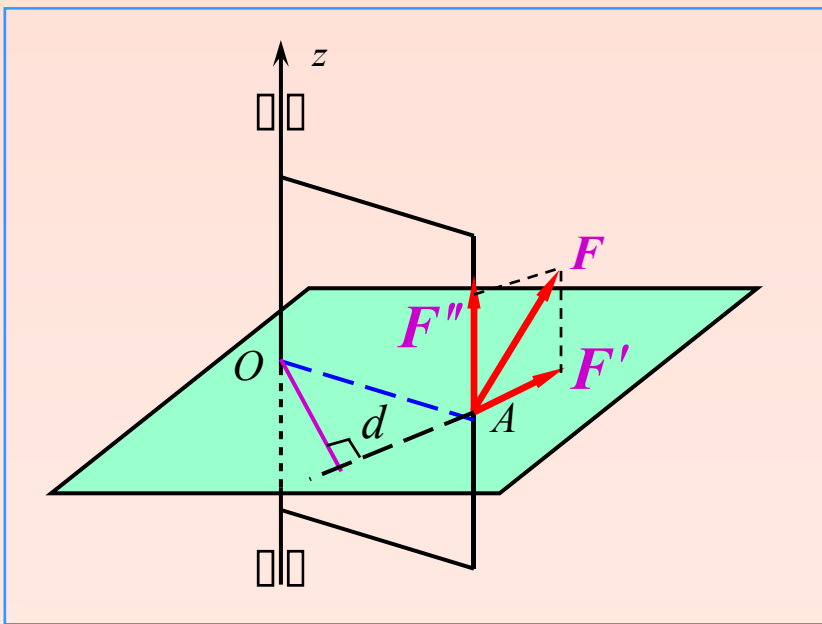


§ 3-1-2 力对轴的矩

1. 力对轴的矩定义

把 F' 的大小与其作用线到轴 z 的垂直距离的乘积 $F'd$ 加以适当的正负号。 $M_z(F) = \pm F'd$

正负号规定：按右手法则：从轴 z 的正向回头看，如力 F 使物体绕轴 z 作逆时针转动，则取正号；反之，取负号。

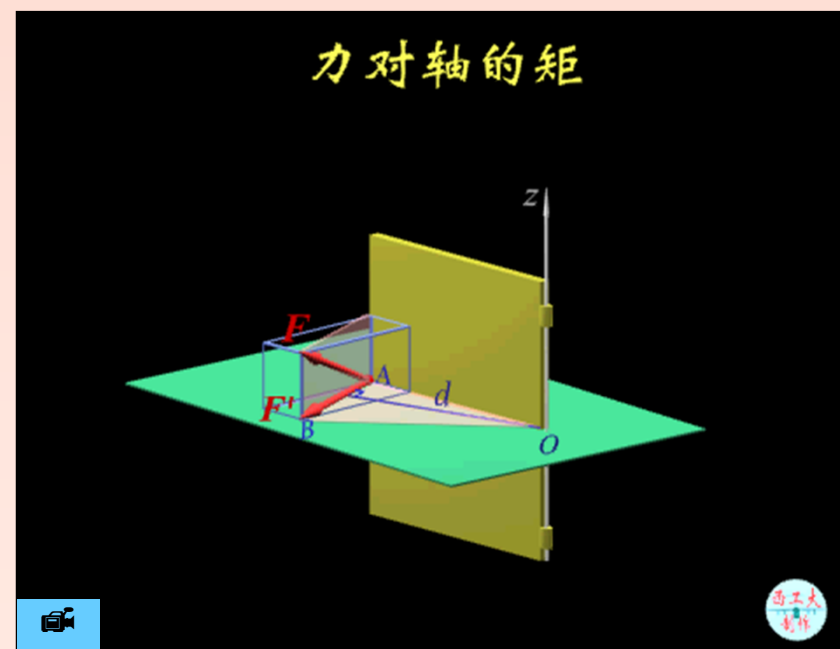
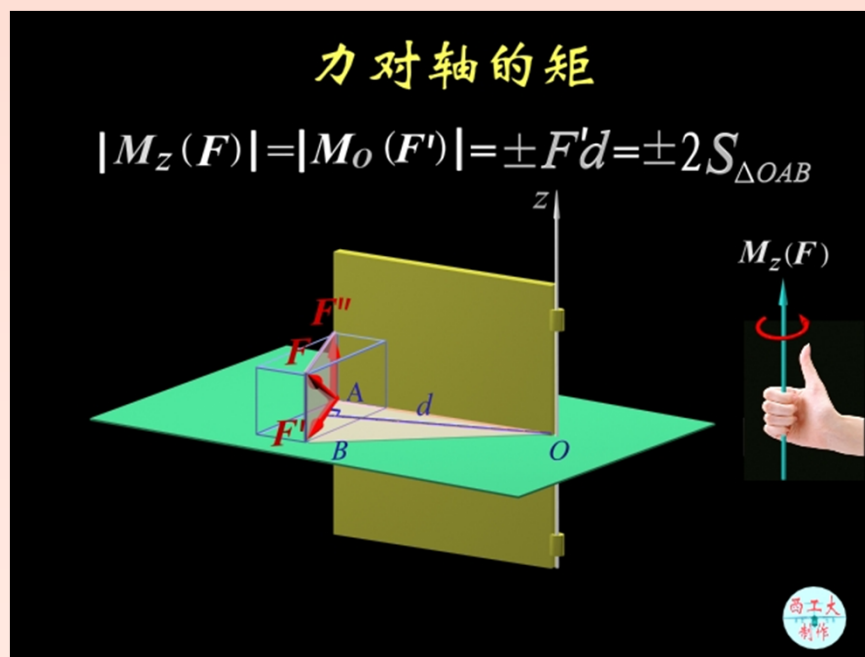


§ 3-1-2 力对轴的矩

$$M_z(F) = \pm F'd$$

一般的定义：力 F 对任一轴的矩，等于力在此轴的垂直平面上的投影对该投影面和此轴交点的矩。

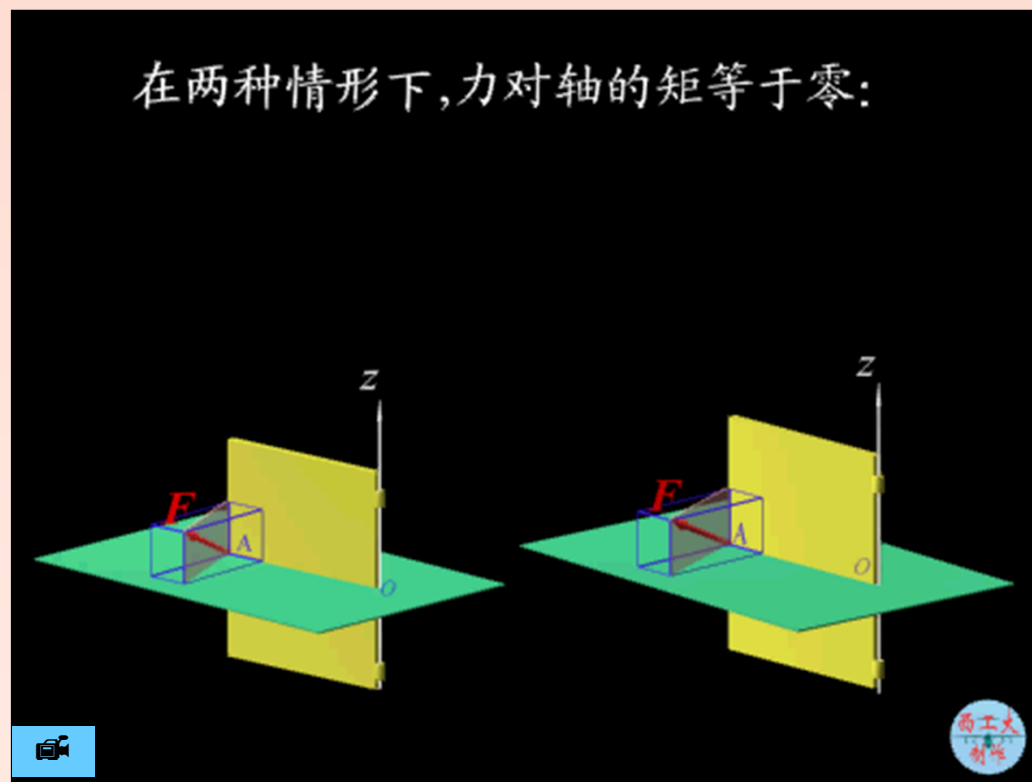
$$M_z(F) = M_O(F')$$



§ 3-1-2 力对轴的矩

● 特殊情况

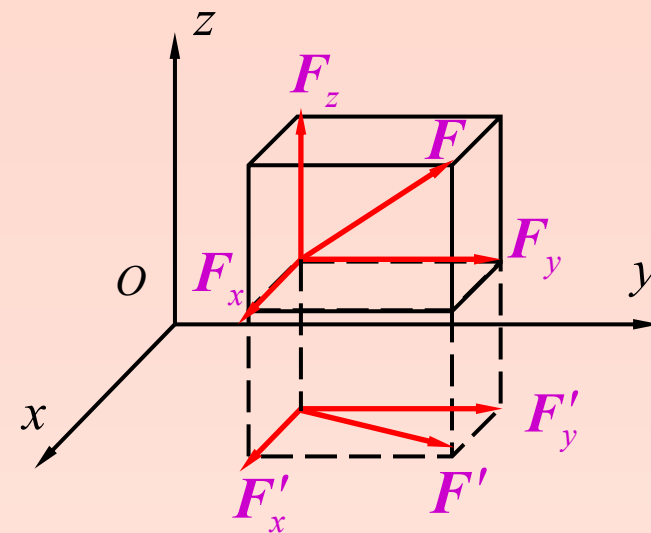
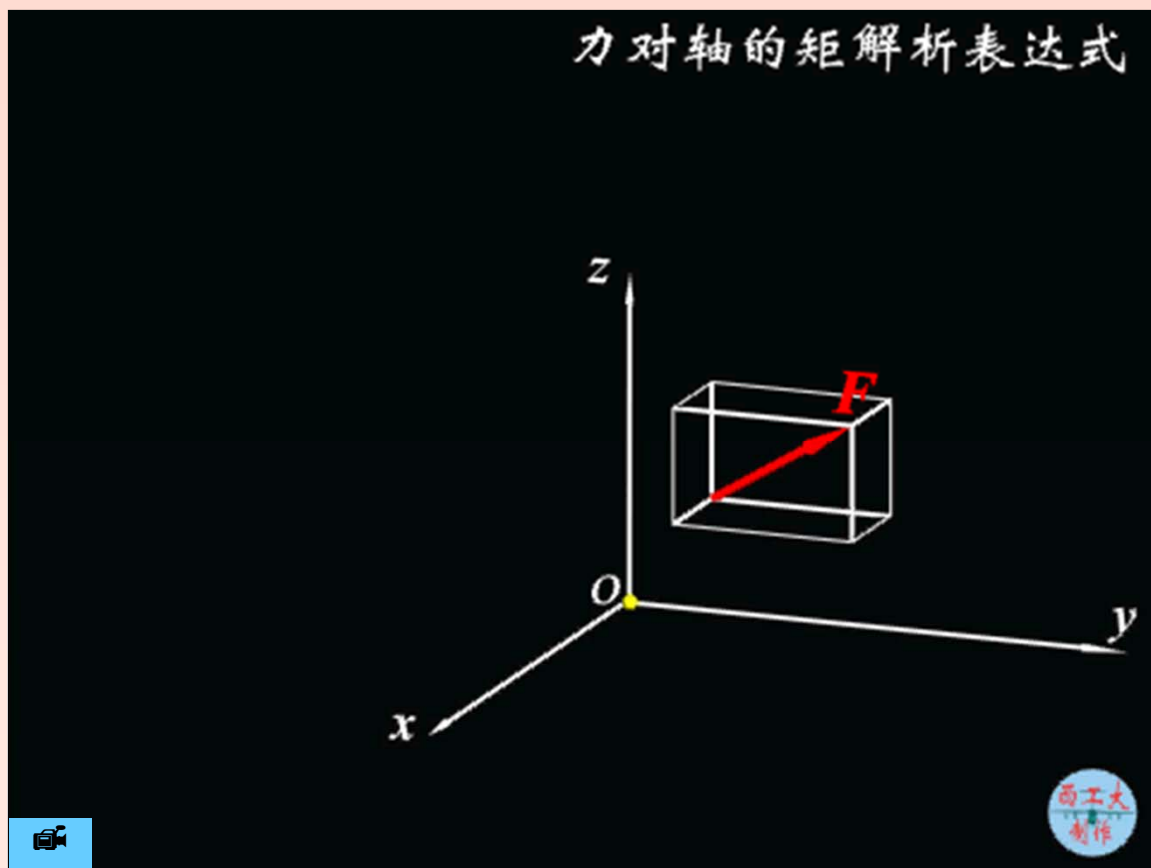
(1) 力和轴平行。(2) 力的作用线通过矩轴。



§ 3-1-2 力对轴的矩

2. 力对轴的矩的解析表达式

$$M_z(F) = xF_y - yF_x$$



$$M_x(F) = yF_z - zF_y$$

$$M_y(F) = zF_x - xF_z$$

$$M_z(F) = xF_y - yF_x$$



§ 3-1-2 力对轴的矩

3.力矩关系定理

力对坐标轴的矩的解析表达式

$$M_x(F) = yF_z - zF_y, \quad M_y(F) = zF_x - xF_z, \quad M_z(F) = xF_y - yF_x$$

力对原点的矩的解析表达式

$$\mathbf{M}_O(F) = (yF_z - zF_y)\mathbf{i} + (zF_x - xF_z)\mathbf{j} + (xF_y - yF_x)\mathbf{k}$$

比较可得

$$[\mathbf{M}_O(F)]_x = M_x(F)$$

$$[\mathbf{M}_O(F)]_y = M_y(F)$$

$$[\mathbf{M}_O(F)]_z = M_z(F)$$

力对坐标原点的矩在各坐标轴上的投影，等于该力对相应坐标轴的矩。



§ 3-1-2 力对轴的矩

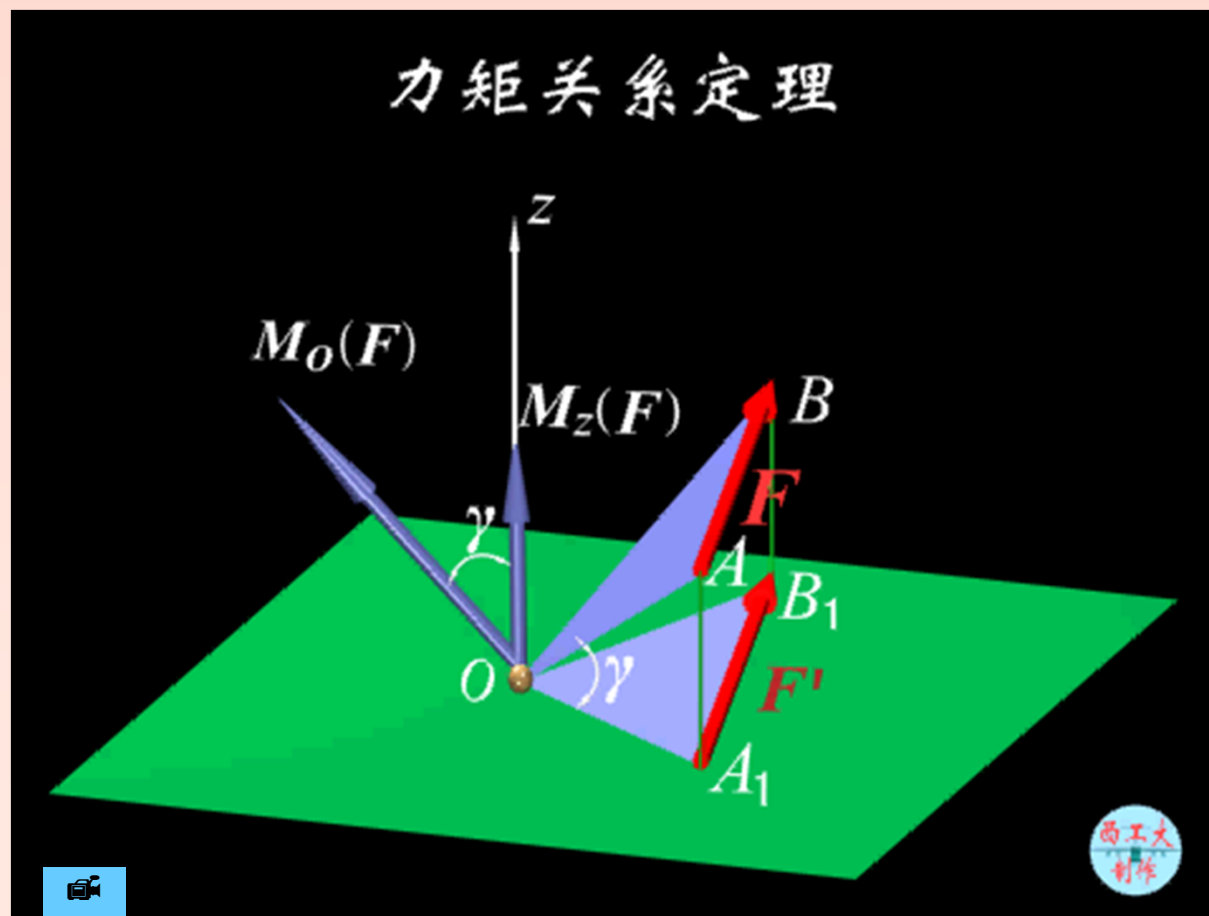
力对坐标原点的矩在各坐标轴上的投影，等于该力对相应坐标轴的矩。

几何证明

$$[M_O(F)]_x = M_x(F)$$

$$[M_O(F)]_y = M_y(F)$$

$$[M_O(F)]_z = M_z(F)$$



§ 3-1-2 力对轴的矩

力矩关系定理

力对坐标原点的矩在各坐标轴上的投影，等于该力对相应坐标轴的矩。

由于原点和坐标轴可以任意选择，所以上述结论可表述为：

力对任一轴的矩，等于该力对这轴上任何一点 O 的矩矢在这一轴上的投影。



§ 3-1-2 力对轴的矩

4. 力对空间任意一点矩的计算

若已知力对坐标轴的矩，则反过来可以求得对原点的矩的大小

$$\begin{aligned} M_O &= \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2} \\ &= \sqrt{(yF_z - zF_y)^2 + (zF_x - xF_z)^2 + (xF_y - yF_x)^2} \end{aligned}$$

方向余弦

$$\cos(M_O, i) = \frac{yF_z - zF_y}{M_O}, \quad \cos(M_O, j) = \frac{zF_x - xF_z}{M_O}, \quad \cos(M_O, k) = \frac{xF_y - yF_x}{M_O}$$

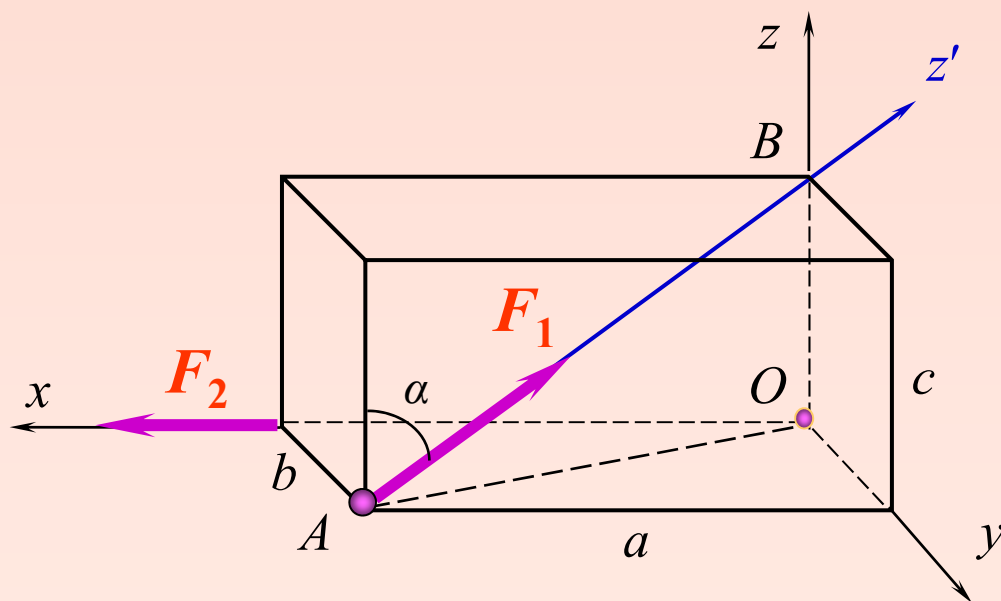


§ 3-1-2 力对轴的矩

思考题

思考题

受力情况如图所示，求（1） F_1 力对 x , y , z 轴的矩，（2） F_2 力对 z' 轴的矩。



§ 3-1-2 力对轴的矩

思考题

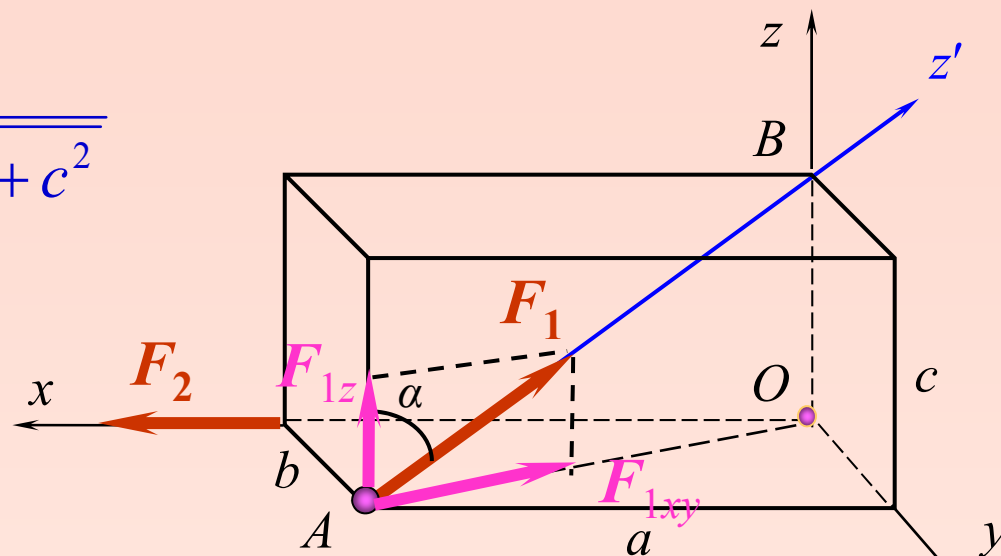
解： 1. 求力 F_1 对 x , y , z 轴的矩。

如图所示 $\cos \alpha = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$

$$\begin{aligned} M_x(F_1) &= M_x(F_{1z}) + M_x(F_{1xy}) \\ &= bF_1 \cos \alpha + 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_y(F_1) &= M_y(F_{1z}) + M_y(F_{1xy}) \\ &= aF_1 \cos \alpha + 0 \end{aligned}$$

$$M_z(F_1) = 0$$

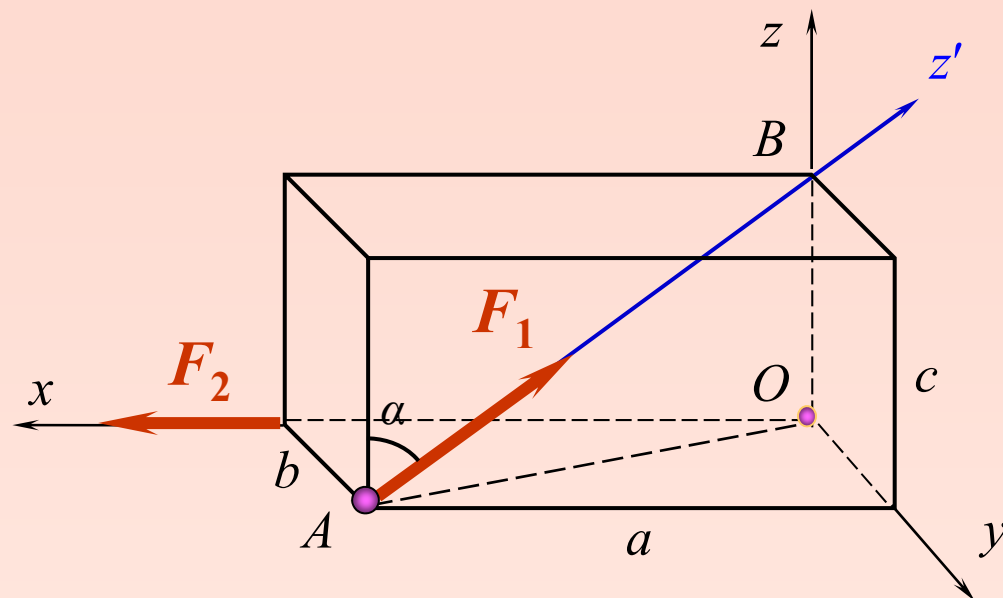


§ 3-1-2 力对轴的矩

思考题

2. 求力 F_2 对 z' 轴的矩。

应用力矩关系定理，先求力 F_2 对点 A 的矩。然后再投影到 z' 轴上。







$$M_A(F_2) = F_2 b$$

$$M_{z'}(F_2) = M_A(F_2) \cos \alpha$$



§ 3-2 任意力系的简化与合成

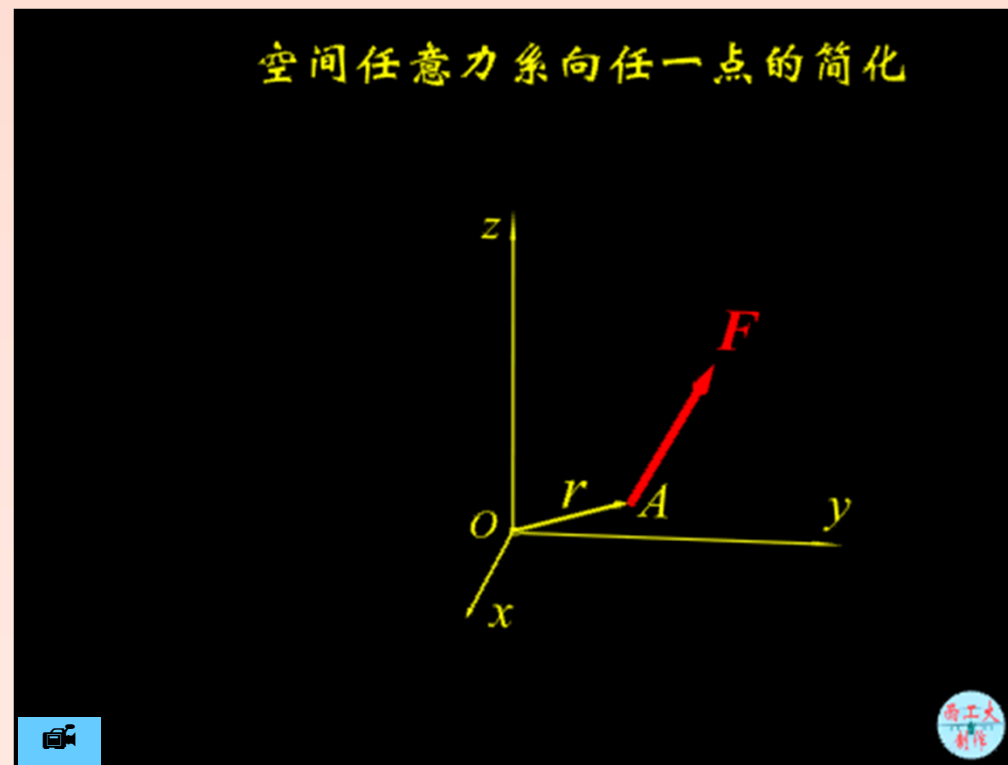
- 力线平移定理 
- 任意力系的简化 
- 任意力系的合成结果 
- 合力矩定理 



§ 3-2 任意力系的简化与合成

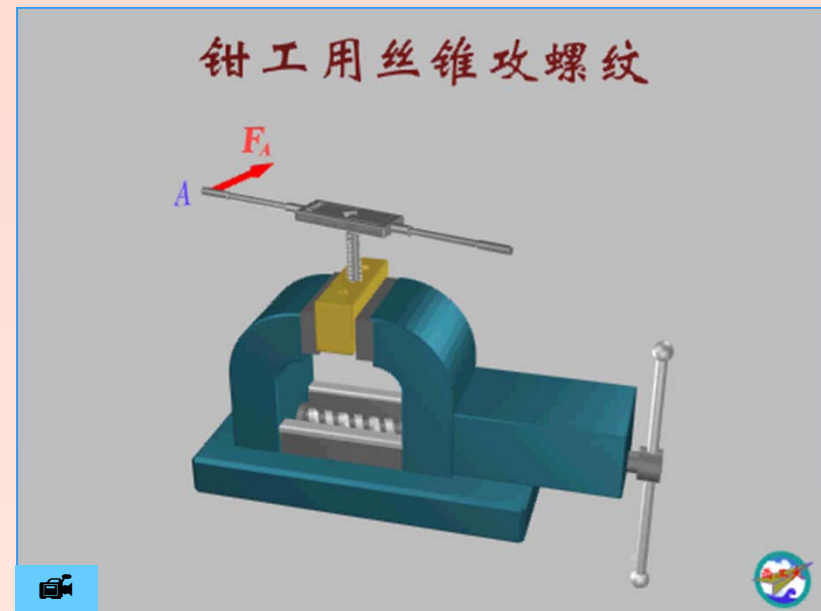
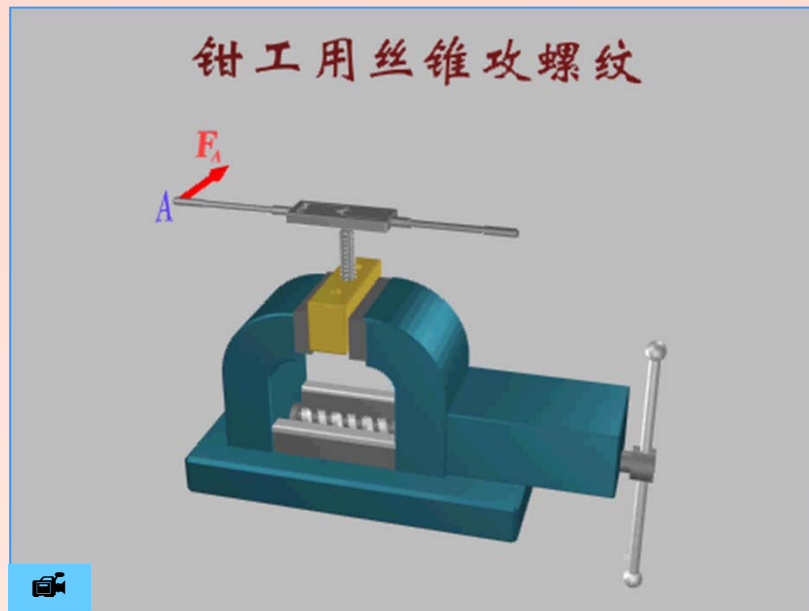
3-2-1 力线平移定理

当一个力的作用线平行移动时，附加力偶矩矢等于原力对新作用点的矩矢。



§ 3-2 任意力系的简化与合成

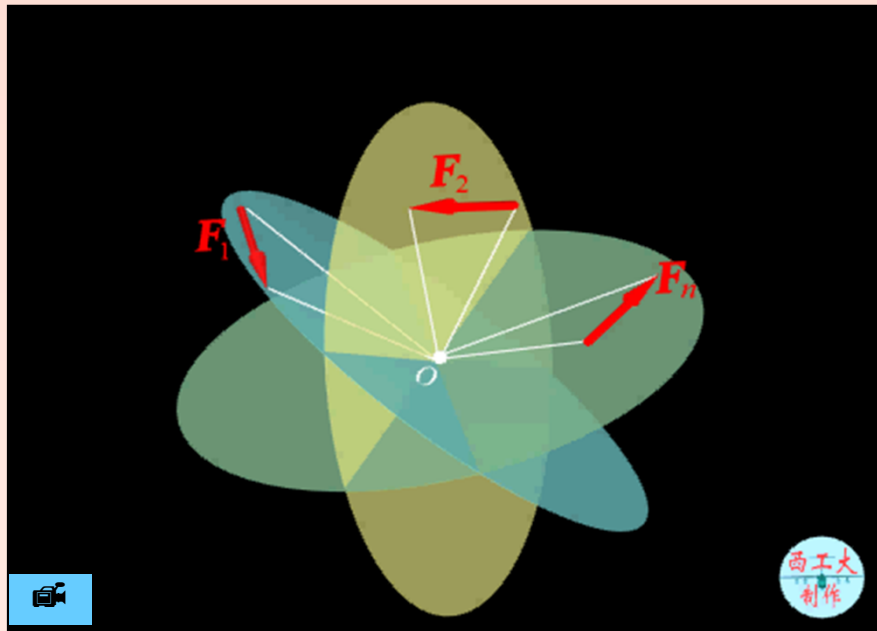
工程实例分析



§ 3-2 任意力系的简化与合成

3-2-2 任意力系的简化

空间任意力系向任一点简化后，一般得到一个力和一个力偶。这个力称为原力系的**主矢**，它等于力系中所有各力的矢量和；这个力偶称为该力系简化中心的**主矩**，它等于力系中所有各力对该简化中心的矩之矢量和。



$$\mathbf{F}'_R = \sum \mathbf{F}_i$$

$$\mathbf{M}_O = \sum \mathbf{M}_i$$

主矢与简化中心的位置无关，而主矩则一般与简化中心的位置有关。平面情形类似。



§ 3-2 任意力系的简化与合成

空间任意力系简化的实例



§ 3-2 任意力系的简化与合成

(1) 主矢的计算

主矢 \mathbf{F}'_R 在直角坐标系 $oxyz$ 的投影

$$F'_{Rx} = \sum F_x, \quad F'_{Ry} = \sum F_y, \quad F'_{Rz} = \sum F_z$$

主矢的大小和方向余弦

$$\begin{aligned} F'_R &= \sqrt{F'^2_{Rx} + F'^2_{Ry} + F'^2_{Rz}} \\ &= \sqrt{\left(\sum F_x\right)^2 + \left(\sum F_y\right)^2 + \left(\sum F_z\right)^2} \end{aligned}$$

$$\cos(\mathbf{F}'_R, \mathbf{i}) = \frac{F'_{Rx}}{F'_R}, \quad \cos(\mathbf{F}'_R, \mathbf{j}) = \frac{F'_{Ry}}{F'_R}, \quad \cos(\mathbf{F}'_R, \mathbf{k}) = \frac{F'_{Rz}}{F'_R}$$



(2) 主矩的计算

若已知主矩 M_O 在直角坐标系 $Oxyz$ 的投影

$$\begin{cases} M_{Ox} = \sum M_x(F) \\ M_{Oy} = \sum M_y(F) \\ M_{Oz} = \sum M_z(F) \end{cases}$$

则可以求得主矩的大小和方向余弦

$$\begin{aligned} M_O &= \sqrt{M_{Ox}^2 + M_{Oy}^2 + M_{Oz}^2} \\ &= \sqrt{(yF_z - zF_y)^2 + (zF_x - xF_z)^2 + (xF_y - yF_x)^2} \end{aligned}$$

$$\cos(M_O, i) = \frac{yF_z - zF_y}{M_O}, \quad \cos(M_O, j) = \frac{zF_x - xF_z}{M_O}, \quad \cos(M_O, k) = \frac{xF_y - yF_x}{M_O}$$



§ 3-2-3 任意力系的合成结果



§ 3-2-3 任意力系的合成结果

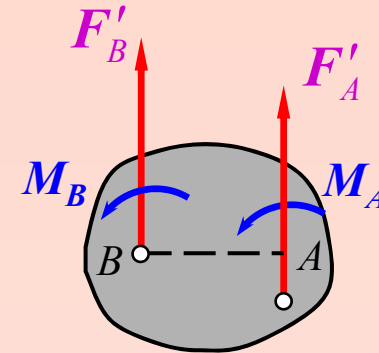
1. 力系简化的结果

证 明

(1) 力系合成为合力偶

$F_R' = 0$ ，而 $M_O \neq 0$ ，则原力系合成为一个矩为 M_O 的合力偶。

该力系的主矩不随简化中心的位置而改变。



如果向点 B 简化，则由力线平移定理有

$$F'_B = F'_A$$

$$M_B = M_A + M_B(F'_A')$$

如果

$$F'_A = 0$$

则


$$M_B = M_A$$

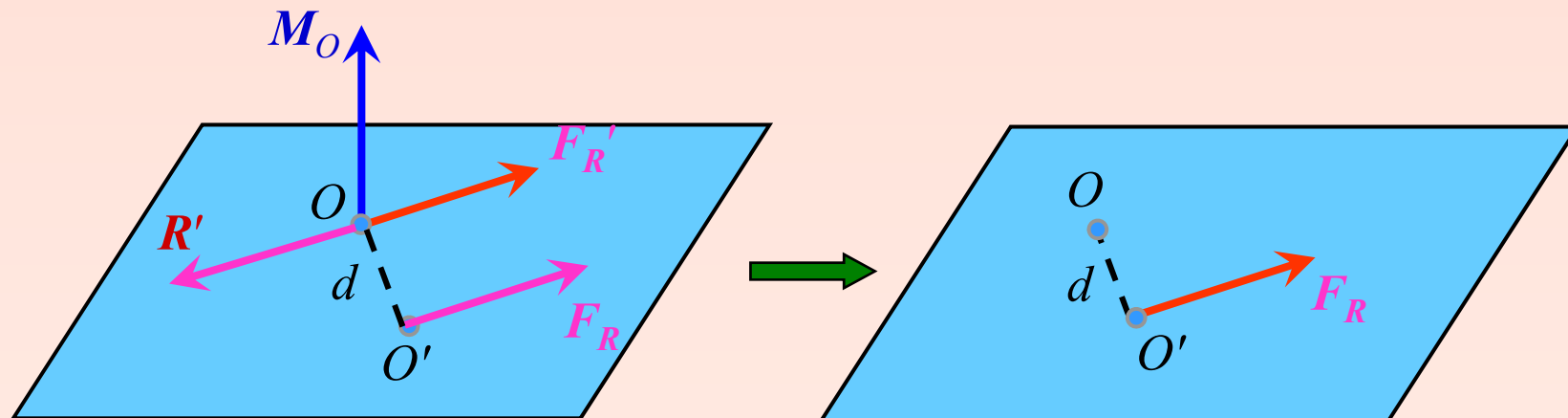


§ 3-2-3 任意力系的合成结果

(2) 力系合成为合力

- $F_R' \neq 0, M_O = 0$, 则原力系合成为一个作用于简化中心 O 的合力 F_R , 且 $F_R = F_R'$ 。
- $F_R' \neq 0, M_O \neq 0$, 且 $F_R' \perp M_O$ 。

则原力系仍然合成为一个合力 F_R 。 



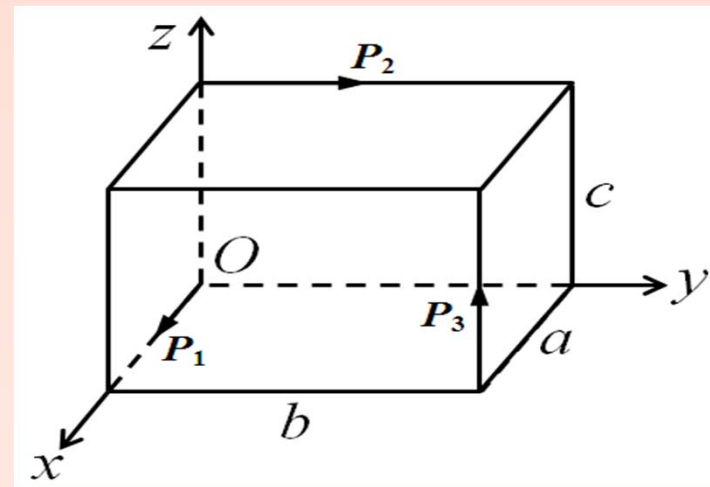
§ 3-2-3 任意力系的合成结果

(2) 力系合成为合力

思考题：沿长方体三个互不相交且互不平行的棱边，分别作用着三个力 P_1 、 P_2 和 P_3 ，且 $P_1=P_2=P_3=P$ 。若这三个力能简化为一合力，则长方体的边长 a 、 b 、 c 满足关系？

- (A) $a=b-c$;
- (B) $a=b+c$;
- (C) $a=c-b$;
- (D) $a=(b+c)/2$ 。

正确答案：A



§ 3-2-3 任意力系的合成结果

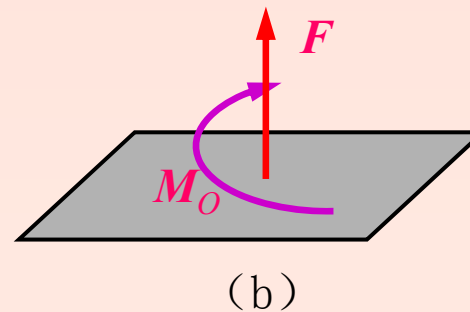
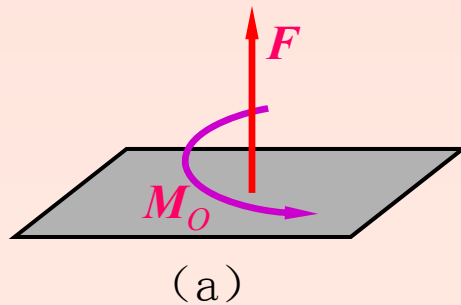
(3) 力系合成为力螺旋

● $F_R' \neq 0$, $M_O \neq 0$, 且 $F_R' \parallel M_O$ 。

力系合成为一个力（作用于简化中心）和一个力偶，且这个力垂直于这个力偶的作用面。这样的—个力和—个力偶的组合称为**力螺旋**。

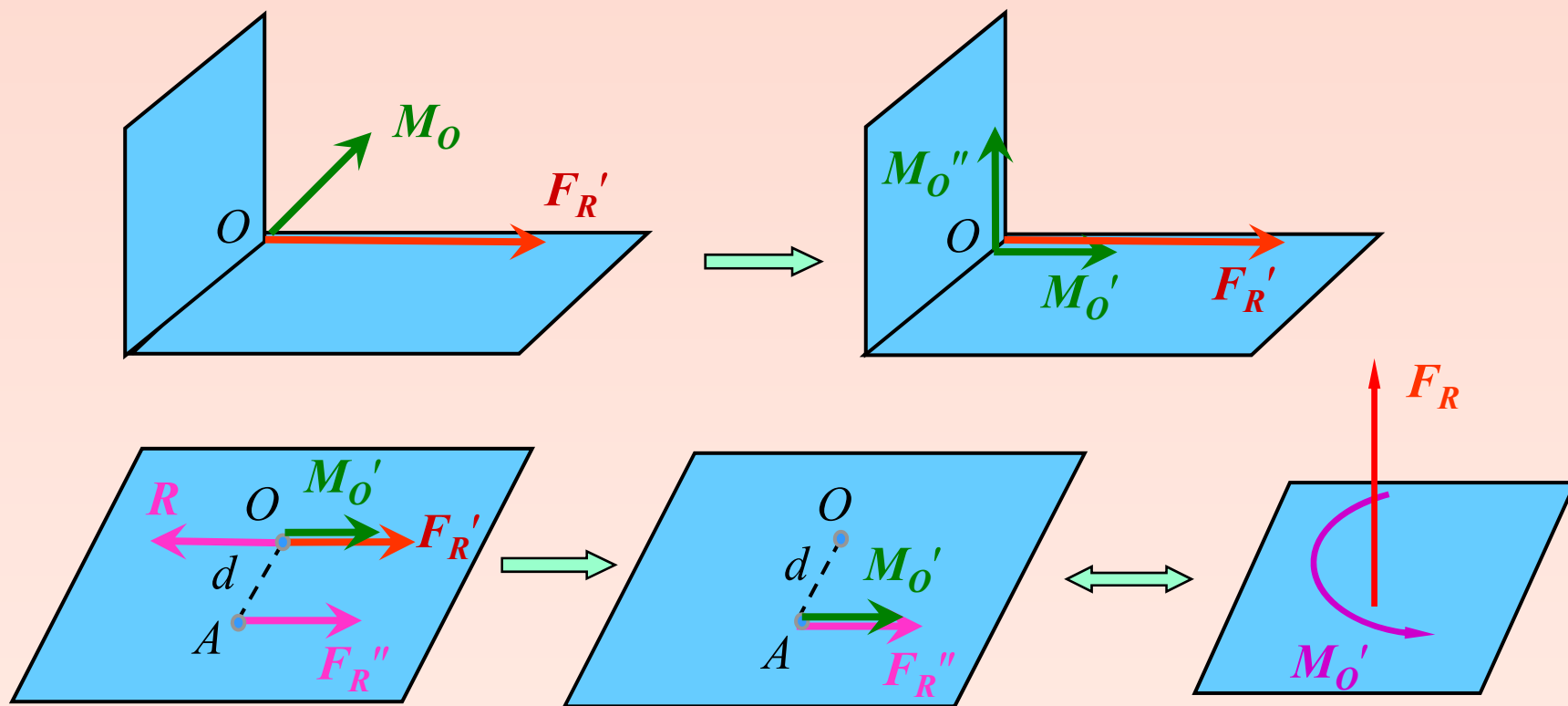
右手螺旋：力矢 F 与力偶矩 M_O 指向相同（图a）。

左手螺旋：力矢 F 与力偶矩 M_O 指向相反（图b）。



§ 3-2-3 任意力系的合成结果

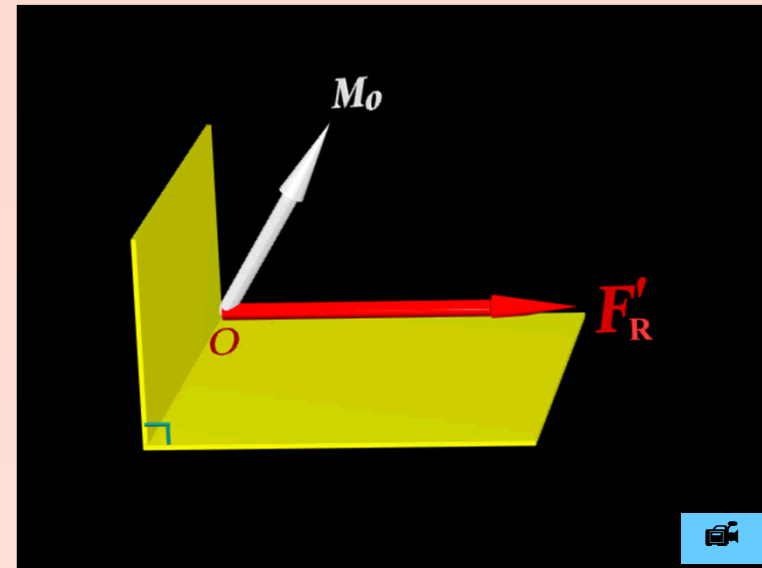
- $F_R' \neq 0$, $M_O \neq 0$, 且 F_R' 与 M_O 成任意角, 力系合成为一个力螺旋。



§ 3-2-3 任意力系的合成结果

- $F_R' \neq 0$, $M_O \neq 0$, 且 F_R' 与 M_O 成任意角, 力系合成为一个力螺旋。

在一般情况下空间任意力系可合成为力螺旋。



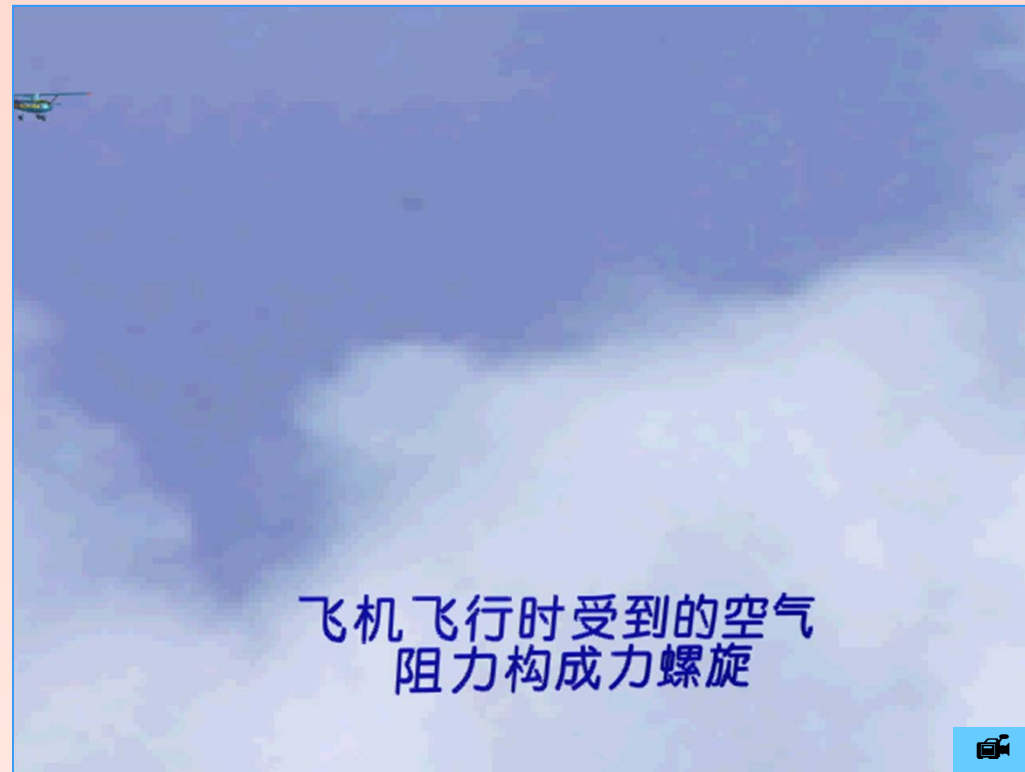
归纳本节所述, 可得出如下结论, 只要主矢和主矩不同时等于零, 空间任意力系的最后合成结果可能有三种情形:

- 一个力偶 ($F_R' = 0$, $M_O \neq 0$);
- 一个力 ($F_R' \neq 0$, 而 $M_O = 0$ 或 $F_R' \perp M_O$);
- 一个力螺旋 ($F_R' \neq 0$, $M_O \neq 0$ 且两者不相互垂直)。



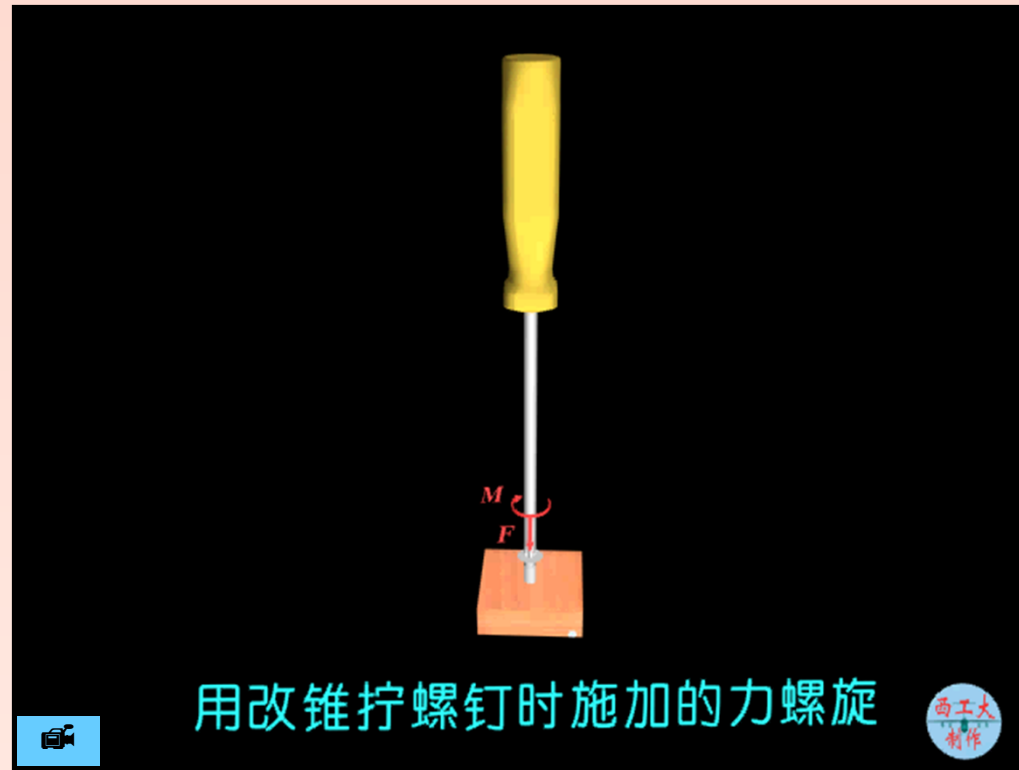
§ 3-2-3 任意力系的合成结果

力螺旋工程实例



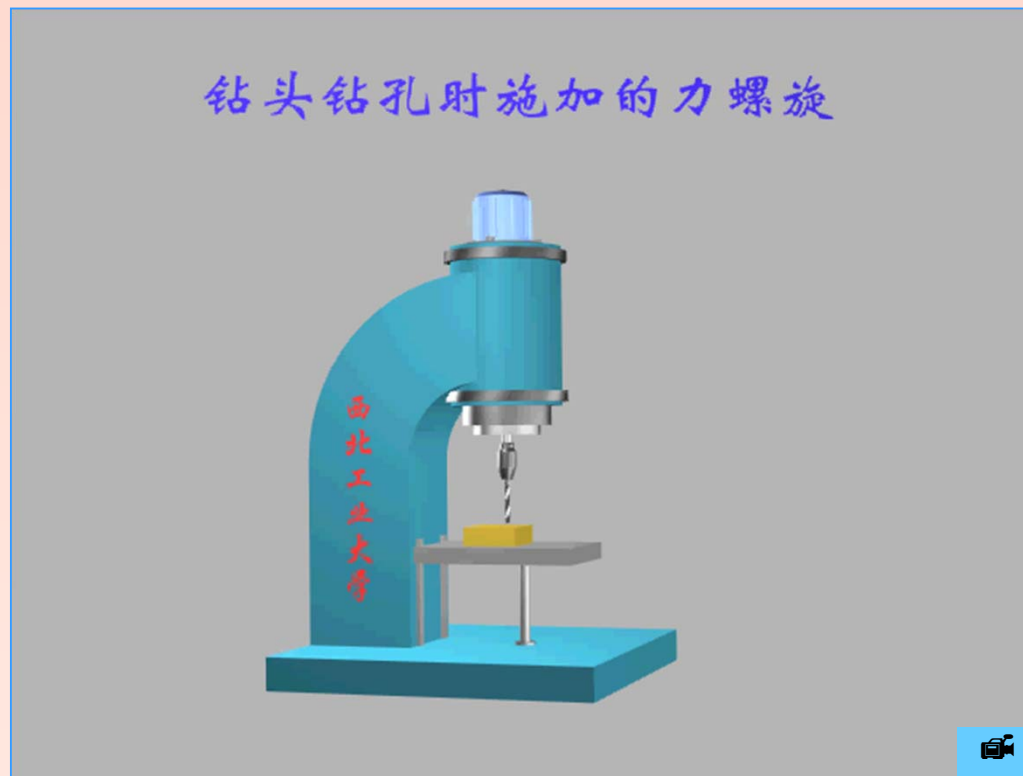
§ 3-2-3 任意力系的合成结果

力螺旋工程实例



§ 3-2-3 任意力系的合成结果

力螺旋工程实例

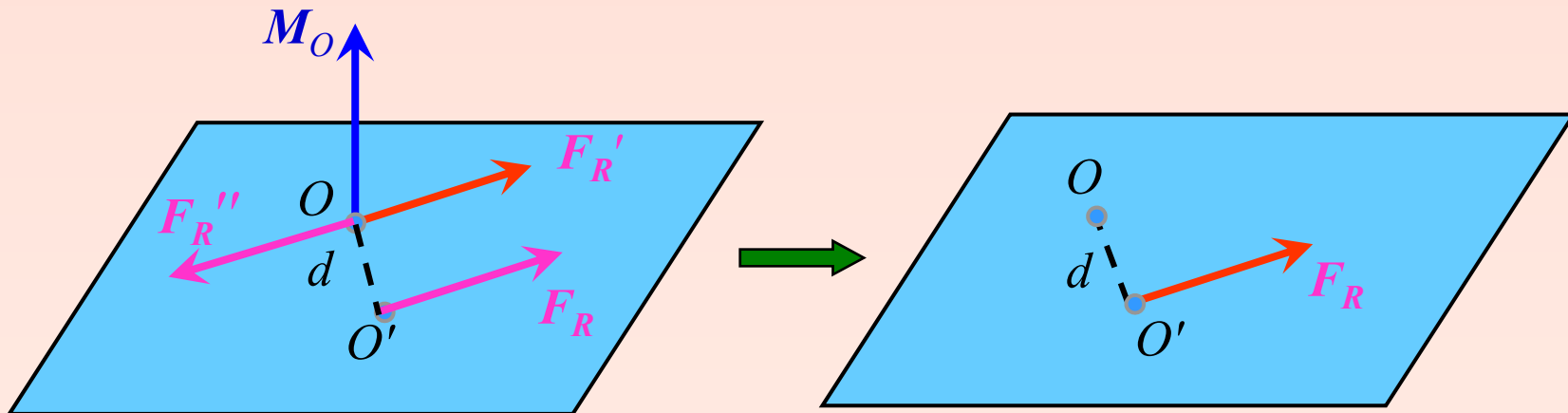


§ 3-2-4 合力矩定理

3-2-4 合力矩定理的一般形式

- ① 空间任意力系如合成为一个合力，则合力对任一点的矩等于力系中各力对同一点的矩的矢量和。

$$M_O(F_R) = M_O = \sum M_O(F_i)$$



§ 3-2-4 合力矩定理

3-2-4 合力矩定理的一般形式

$$M_O(F_R) = \sum M_O(F_i)$$

② 将上式投影到经过点 O 的任一轴上，则有

$$\begin{cases} M_x(F_R) = \sum M_x(F_i) \\ M_y(F_R) = \sum M_y(F_i) \\ M_z(F_R) = \sum M_z(F_i) \end{cases}$$

结论：空间任意力系如合成为一个合力，则合力对任一轴的矩等于力系中各力对同一轴的矩的代数和。



§ 3-2 任意力系的简化与合成

例题 3-1

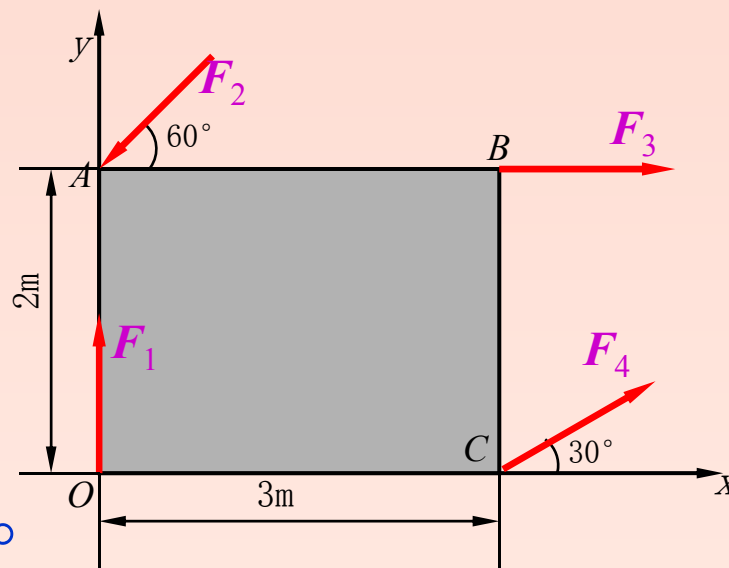
例3-1 在长方形平板的 O , A , B , C 点上分别作用着有四个力: $F_1=1$ kN, $F_2=2$ kN, $F_3=F_4=3$ kN (如图), 试求以上四个力构成的力系对点 O 的简化结果, 以及该力系的最后的合成结果。

解: 取坐标系 Oxy 。

1、求向 O 点简化结果。

● 求主矢 F'_R 。

$$\begin{aligned} F'_{Rx} &= \sum F_x \\ &= -F_2 \cos 60^\circ + F_3 + F_4 \cos 30^\circ \\ &= 0.598 \end{aligned}$$



§ 3-2 任意力系的简化与合成

例题 3-1

$$F'_{Ry} = \sum F_y = F_1 - F_2 \sin 60^\circ + F_4 \sin 30^\circ = 0.768$$

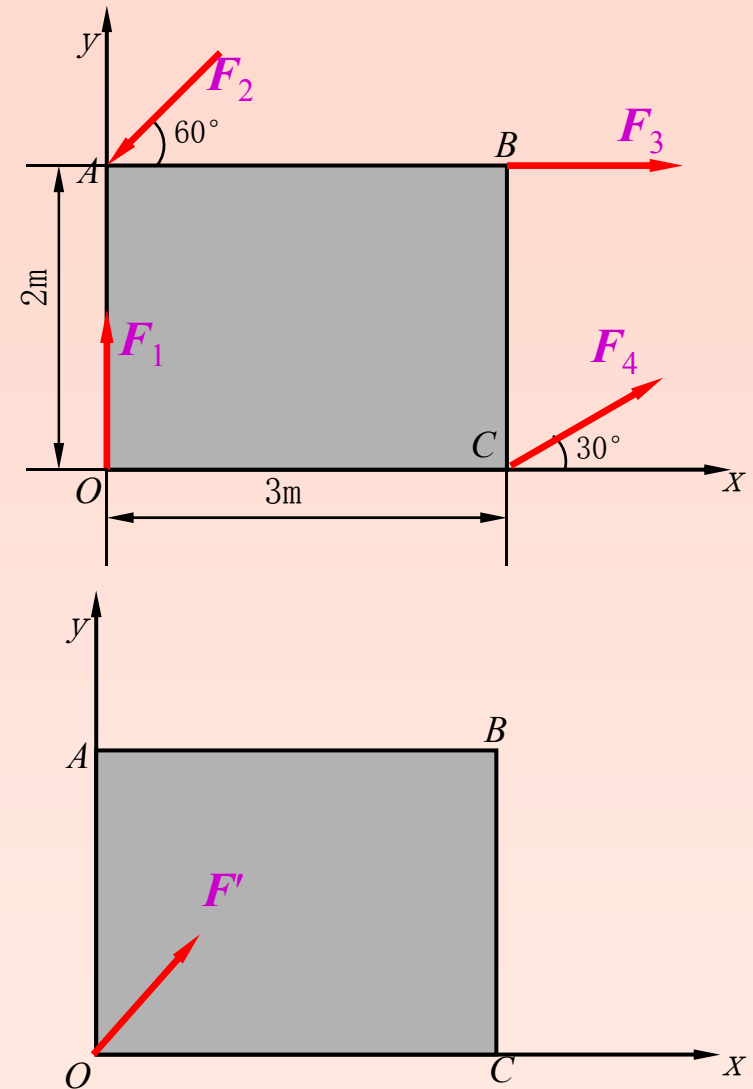
$$F'_R = \sqrt{F'^2_{Rx} + F'^2_{Ry}} = 0.794$$

$$\cos(F'_R, x) = \frac{F'_{Rx}}{F'_R} = 0.614$$

$$\Rightarrow \angle(F', x) = 52^\circ 6'$$

$$\cos(F'_R, y) = \frac{F'_{Ry}}{F'_R} = 0.789$$

$$\Rightarrow \angle(F', y) = 37^\circ 54'$$



§ 3-2 任意力系的简化与合成

例题 3-1

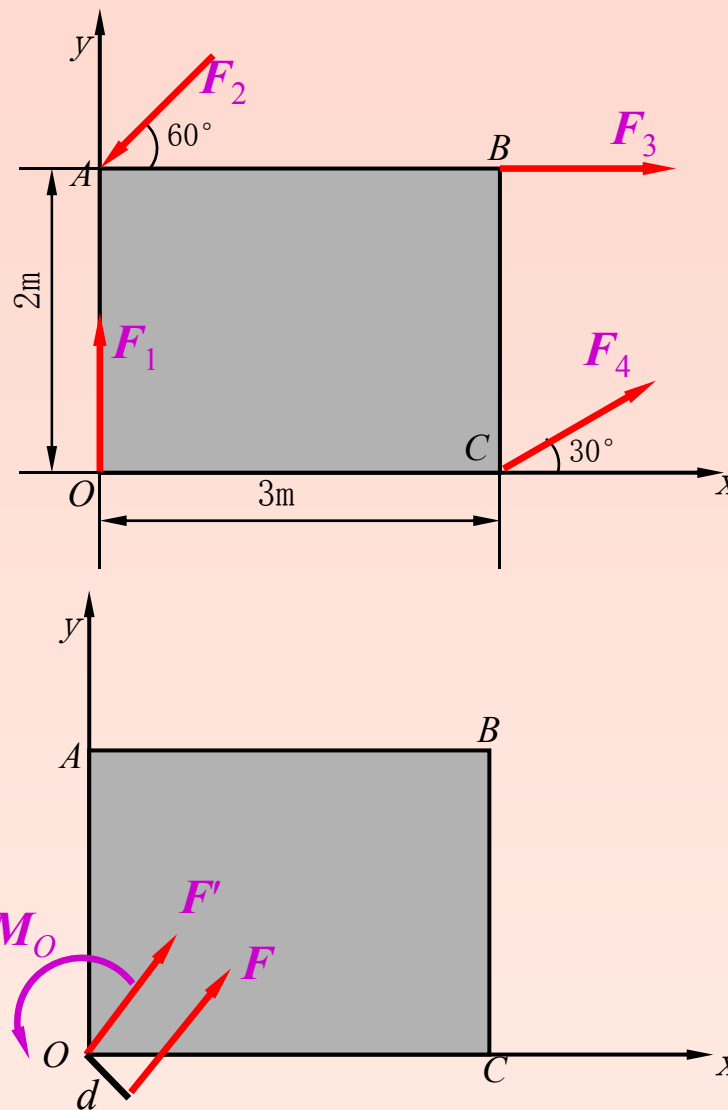
● 求主矩。

$$\begin{aligned} M_O &= \sum M_O(F_i) \\ &= 2F_2 \cos 60^\circ - 2F_3 + 3F_4 \sin 30^\circ = 0.5 \end{aligned}$$



2. 求合成结果。

合成为一个合力 F ， F 的大小、方向与 F'_R 相同。其作用线与 O 点的垂直距离为

$$d = \frac{M_O}{F'_R} = 0.51 \text{ m}$$



§ 3-3 任意力系的平衡条件 和平衡方程

- 空间任意力系的平衡方程 
- 平面任意力系的平衡方程 



§ 3-3 任意力系的平衡条件和平衡方程

1. 空间任意力系平衡的充要条件

力系中所有各力的矢量和等于零，又这些力对任何一点的主矩也等于零。

2. 空间任意力系的平衡方程

矢量方程
$$\mathbf{F}'_{\text{R}} = \sum \mathbf{F}_i = 0, \quad \mathbf{M}_O = \sum \mathbf{M}_O(\mathbf{F}_i) = 0$$

解析表达式

$$\sum F_x = 0, \quad \sum F_y = 0, \quad \sum F_z = 0$$

$$\sum M_x(\mathbf{F}) = 0, \quad \sum M_y(\mathbf{F}) = 0, \quad \sum M_z(\mathbf{F}) = 0$$



§ 3-3 任意力系的平衡条件和平衡方程

3. 平面任意力系的平衡条件和平衡方程

(1) 平面任意力系平衡的充要条件

力系的主矢等于零，且力系对任一点的主矩也等于零。

$$\mathbf{F}'_R=0, \quad M_O=0$$

(2) 平面任意力系的平衡方程

$$F'_R = \sqrt{F'^2_{Rx} + F'^2_{Ry}} = \sqrt{(\sum F_x)^2 + (\sum F_y)^2}, \quad M_O = \sum M_O(F_i) = 0$$

$$\sum F_x = 0, \quad \sum F_y = 0, \quad \sum M_O(F) = 0$$

力系中的各力在其作用平面内两坐标轴上的投影的代数和分别等于零，同时力系中的各力对任一点矩的代数和也等于零。



§ 3-3 任意力系的平衡条件和平衡方程

(3) 平面任意力系平衡方程的其他形式

$$\sum F_x = 0, \quad \sum M_A(F) = 0, \quad \sum M_B(F) = 0$$

且 A , B 的连线不和 x 轴相垂直。

$$\sum M_A(F) = 0, \quad \sum M_B(F) = 0, \quad \sum M_C(F) = 0$$

A , B , C 三点不共线。



§ 3-3 任意力系的平衡条件和平衡方程

4. 平面平行力系的平衡条件和平衡方程

(1) 平面平行力系平衡的充要条件

力系中各力的代数和等于零，以及这些力对任一点的矩的代数和也等于零。

(2) 平面平行力系的平衡方程

$$\sum F_y = 0, \quad \sum M_O(F) = 0$$

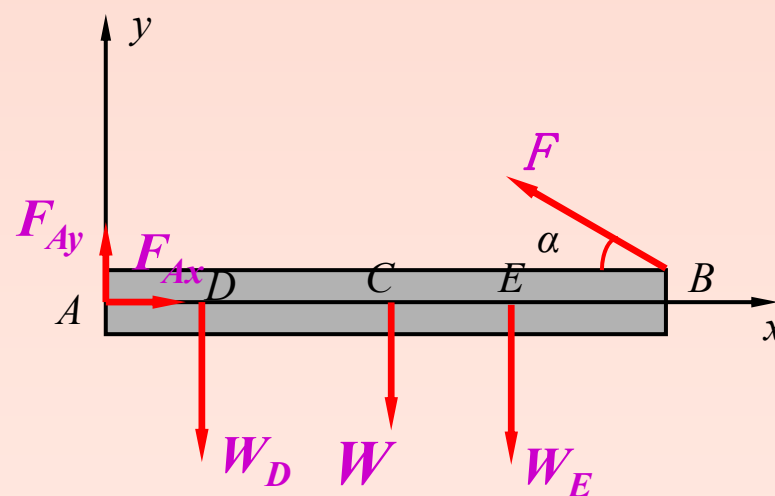
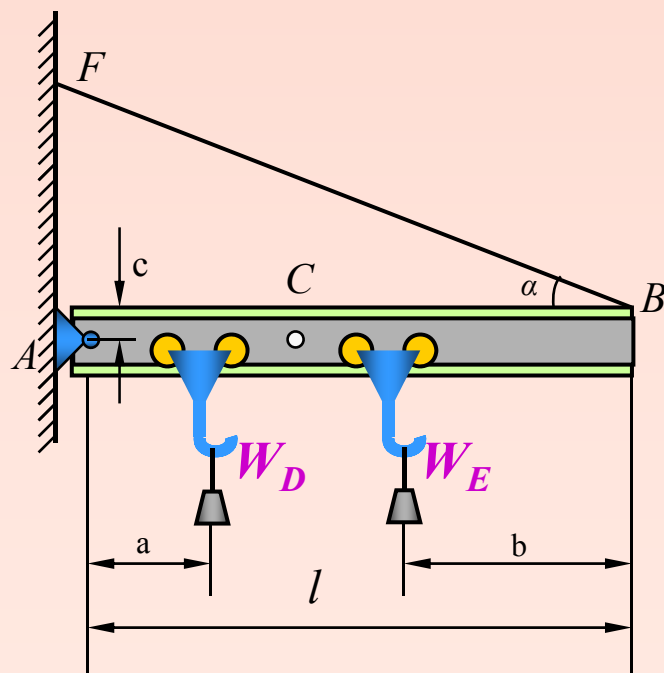
$$\sum M_A(F) = 0, \quad \sum M_B(F) = 0$$

且 A ， B 的连线不平行于力系中各力。

由此可见，在一个刚体受平面平行力系作用而平衡的问题中，利用平衡方程只能求解二个未知量。



例3-2 伸臂式起重机如图所示，匀质伸臂 AB 重 $W=2200\text{N}$ ，吊车 D 、 E 连同吊起重物各重 $W_D=W_E=4000\text{N}$ 。有关尺寸为： $l=4.3\text{m}$ ， $a=1.5\text{m}$ ， $b=0.9\text{m}$ ， $c=0.15\text{m}$ ， $\alpha=25^\circ$ 。试求铰链 A 对臂 AB 的水平和垂直约束力，以及拉索 BF 的拉力。



解：

1. 取伸臂 AB 为研究对象。
2. 受力分析如图。

3. 选如图坐标系，列平衡方程。

$$\sum F_x = 0, \quad F_{Ax} - F \cos \alpha = 0$$

$$\sum F_y = 0, \quad F_{Ay} - W_D - W - W_E + F \sin \alpha = 0$$

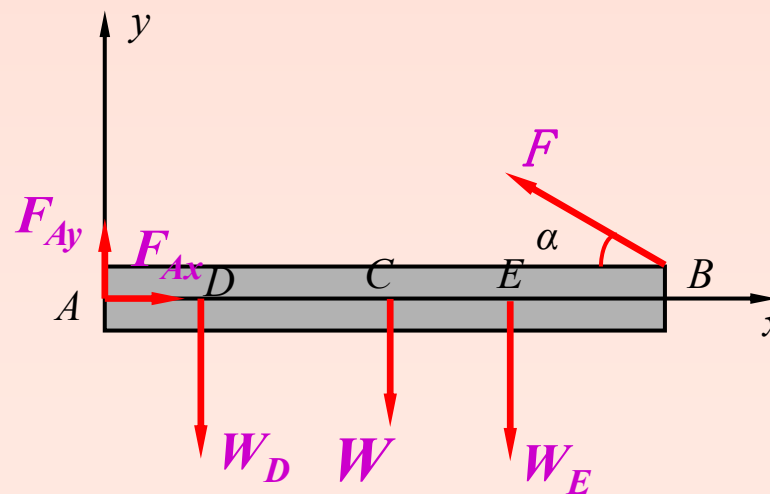
$$\sum M_A(F) = 0, \\ -W_D \times a - W \times \frac{l}{2} - W_E \times (l - b) + F \cos \alpha \times c + F \sin \alpha \times l = 0$$

4. 联立求解。

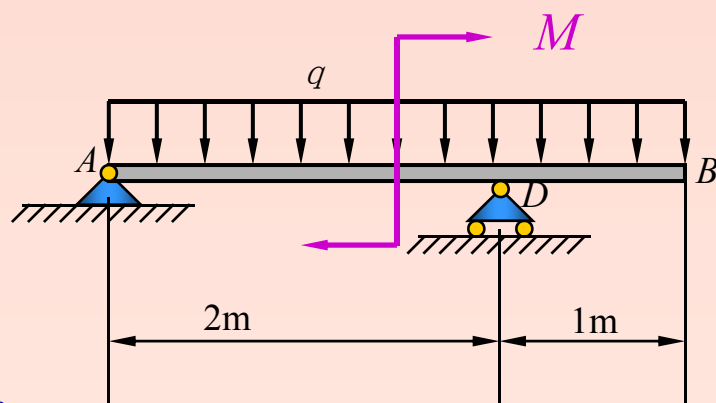
$$F = 12\,456\text{ N}$$

$$F_{Ax} = 11\,290\text{ N}$$

$$F_{Ay} = 4\,936\text{ N}$$

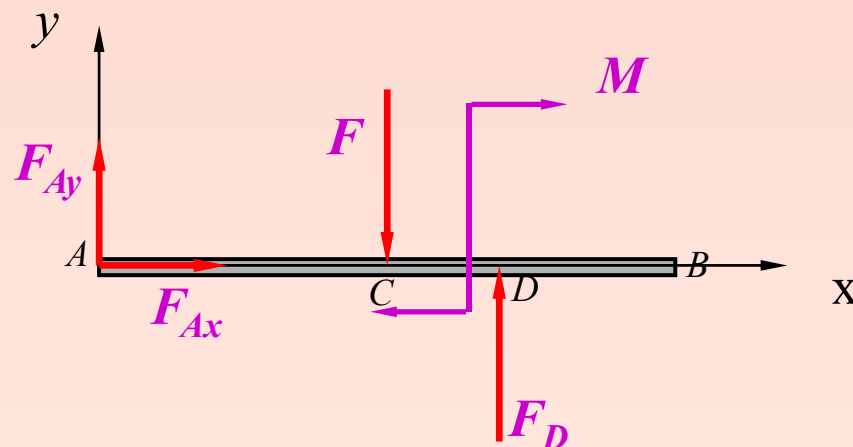


例3-3 梁 AB 上受到一个均布载荷和一个力偶作用，已知载荷集度（即梁的每单位长度上所受的力） $q = 100 \text{ N/m}$ ，力偶矩大小 $M = 500 \text{ N}\cdot\text{m}$ 。长度 $AB = 3 \text{ m}$ ， $DB = 1 \text{ m}$ 。求活动铰支 D 和固定铰支 A 的约束力。



解：

1. 取梁 AB 为研究对象。
2. 受力分析如图，其中 $F = q \times AB = 100 \times 3 = 300 \text{ N}$ ；作用在 AB 的中点 C 。



3. 选如图坐标系，列平衡方程。

$$\sum F_x = 0, \quad F_{Ax} = 0$$

$$\sum F_y = 0, \quad F_{Ay} - F + F_D = 0$$

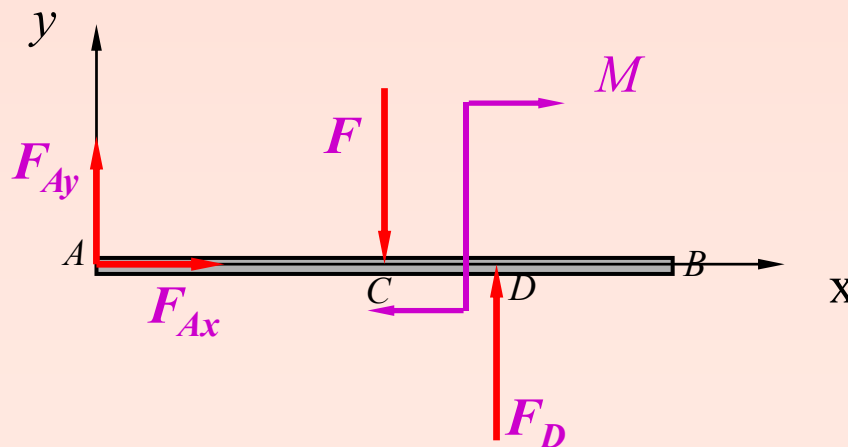
$$\sum M_A(F) = 0, \quad -F \times \frac{AB}{2} + F_D \times 2 - M = 0$$

4. 联立求解。

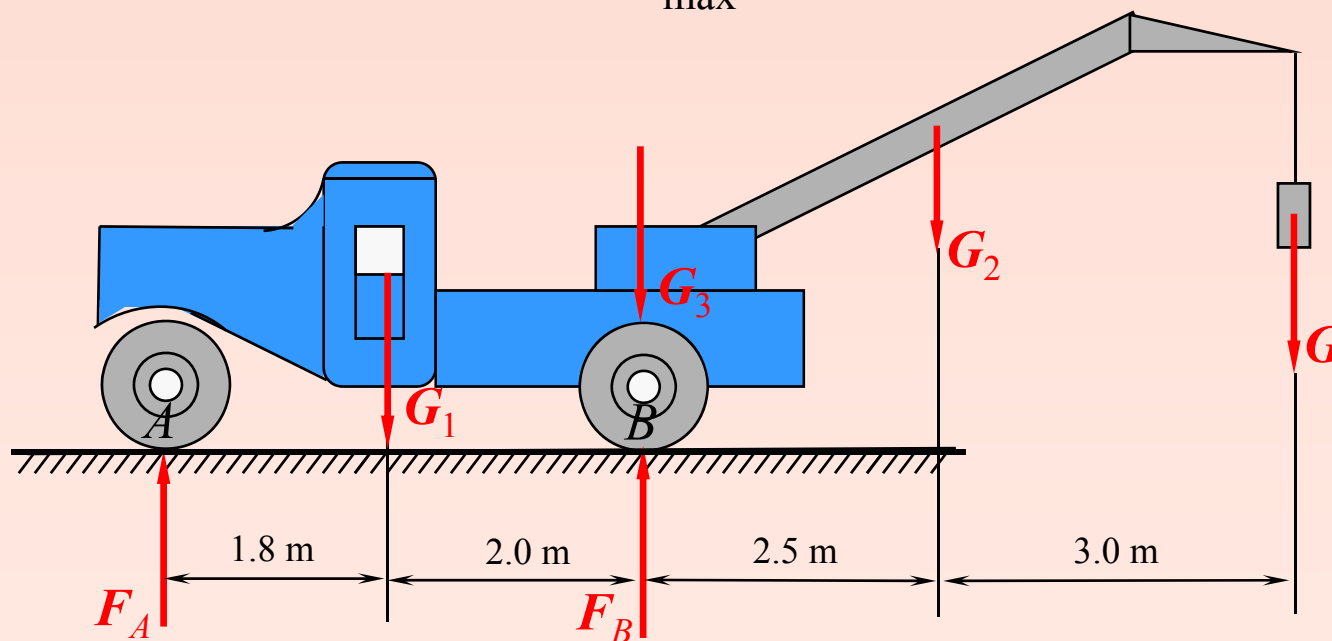
$$F_D = 475 \text{ N}$$

$$F_{Ax} = 0$$

$$F_{Ay} = -175 \text{ N}$$



例3-4 一种车载式起重机，车重 $G_1 = 26 \text{ kN}$ ，起重机伸臂重 $G_2 = 4.5 \text{ kN}$ ，起重机的旋转与固定部分共重 $G_3 = 31 \text{ kN}$ 。尺寸如图所示。设伸臂在起重机对称面内，且放在图示位置，试求车子不致翻倒的最大起吊重量 G_{\max} 。



解:

1. 取汽车及起重机为研究对象, 受力分析如图。

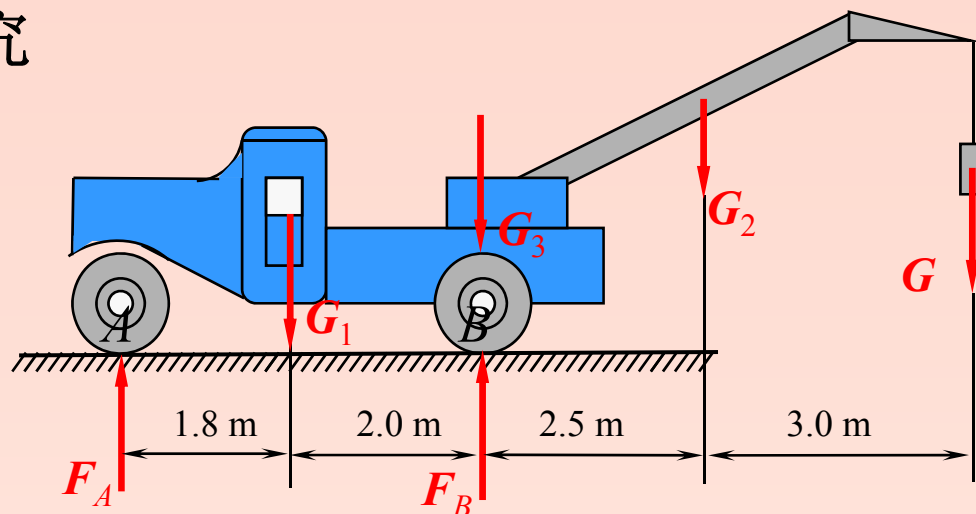
2. 列平衡方程。

$$\sum F = 0,$$

$$F_A + F_B - G - G_1 - G_2 - G_3 = 0$$

$$\sum M_B(F) = 0,$$

$$-G(2.5\text{ m} + 3\text{ m}) - G_2 \times 2.5\text{ m} + G_1 \times 2\text{ m} - F_A(1.8\text{ m} + 2\text{ m}) = 0$$



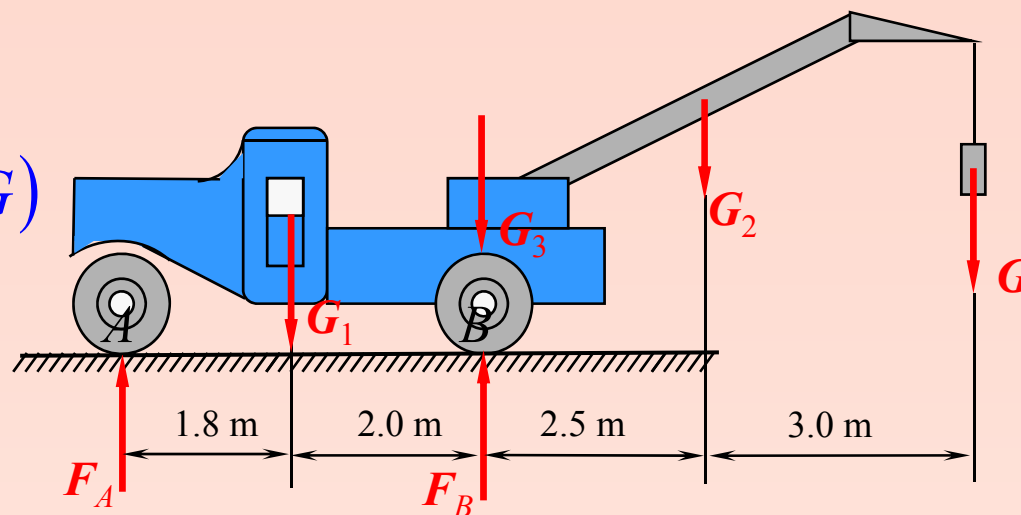
3. 联立求解。

$$F_A = \frac{1}{3.8} (2G_1 - 2.5G_2 - 5.5G)$$

4. 不翻倒的条件是: $F_A \geq 0$,
所以由上式可得

$$G \leq \frac{1}{5.5} (2G_1 - 2.5G_2) = 7.5 \text{ kN}$$

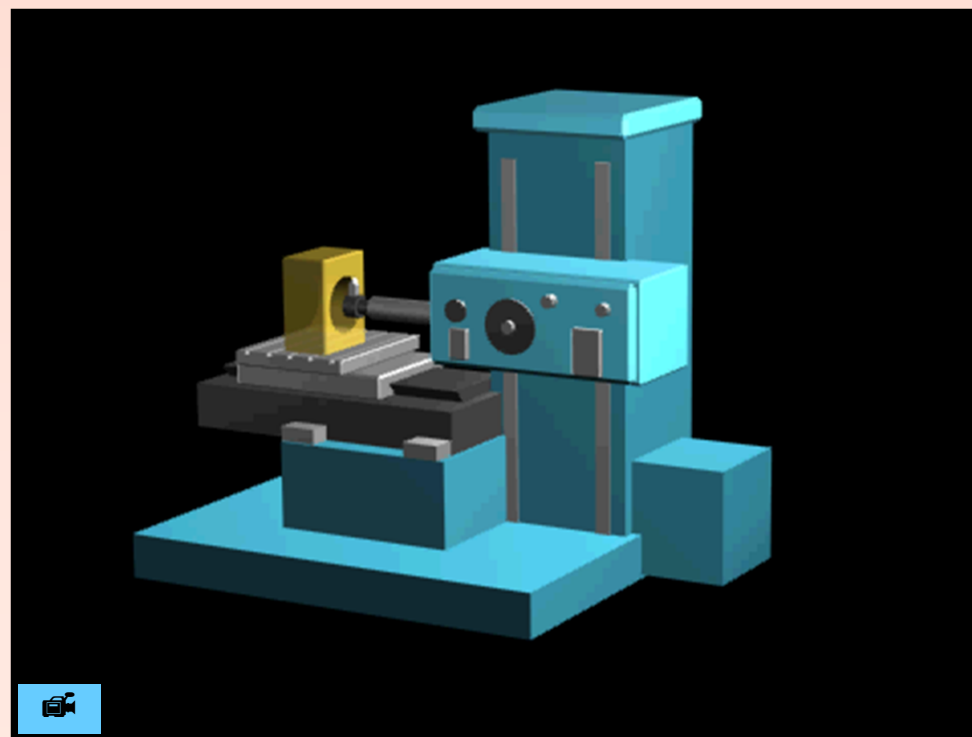
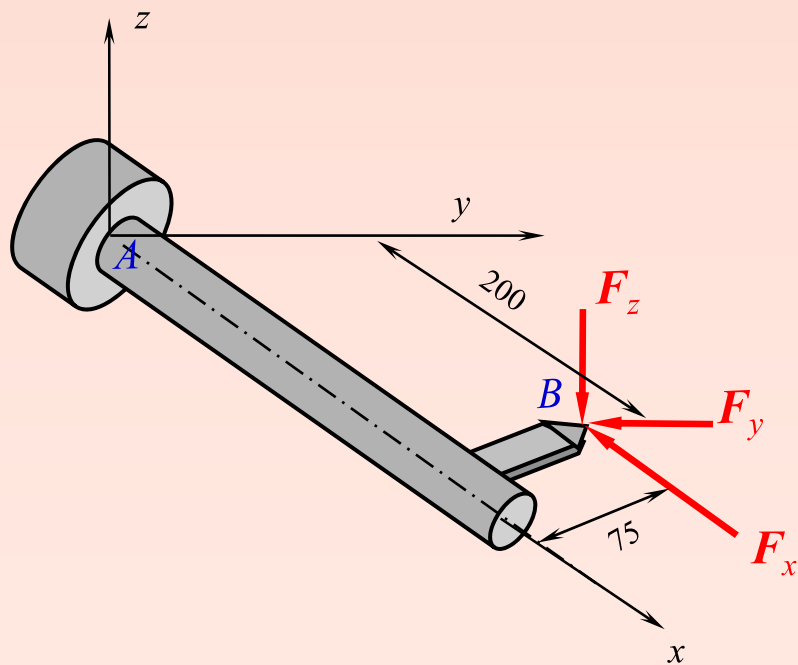
故最大起吊重量为 $G_{\max} = 7.5 \text{ kN}$



§ 3-3 任意力系的平衡条件和平衡方程

例题 3-5

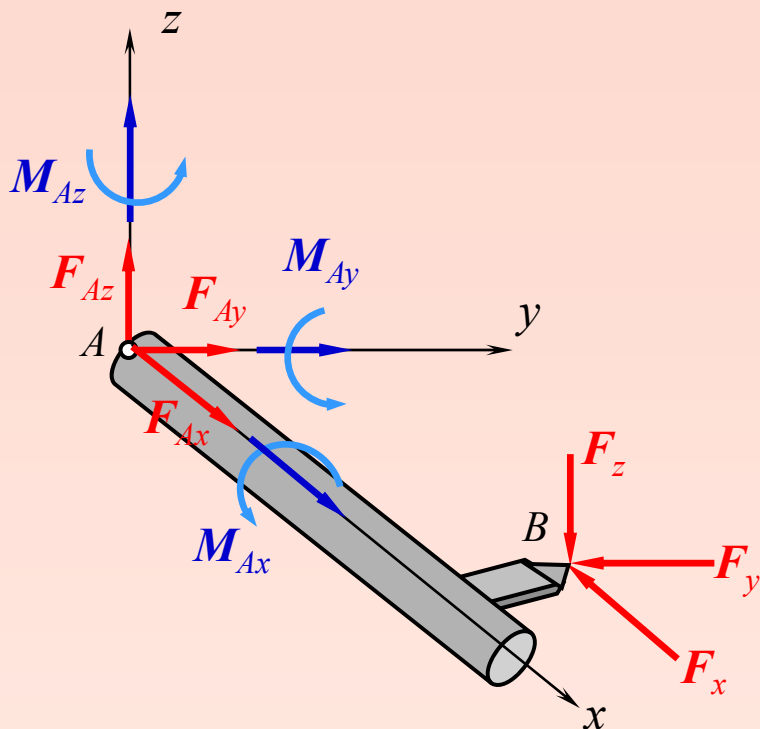
例3-5 镗刀杆的刀头在镗削工件时受到切向力 F_z ，径向力 F_y ，轴向力 F_x 的作用。各力的大小 $F_z=5000\text{ N}$ ， $F_y=1500\text{ N}$ ， $F_x=750\text{ N}$ ，而刀尖 B 的坐标 $x=200\text{ mm}$ ， $y=75\text{ mm}$ ， $z=0$ 。如果不计刀杆的重量，试求刀杆根部 A 的约束力的各个分量。



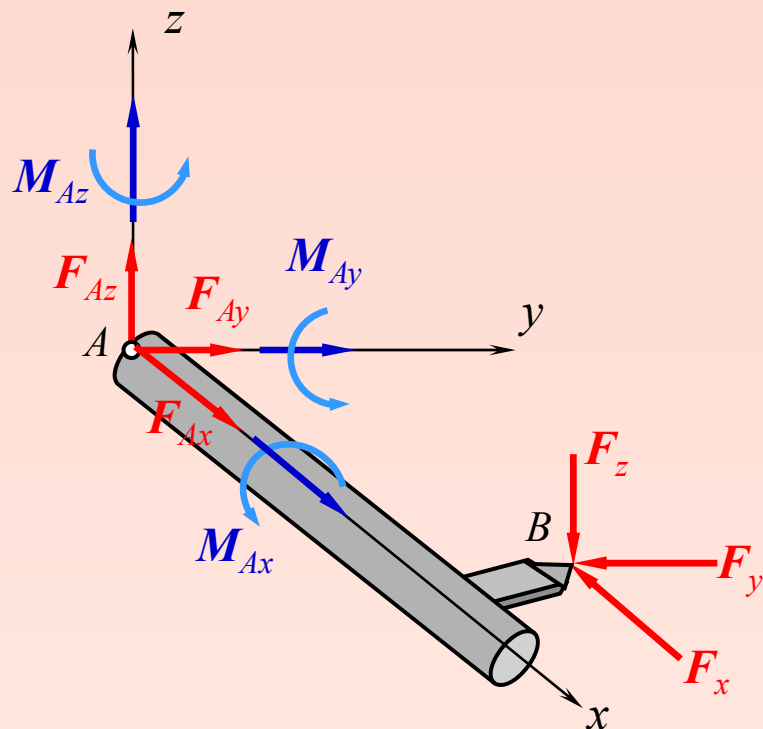
解：

1. 取镗刀杆为研究对象，
受力分析如图。

刀杆根部是固定端，约束力是任意分布的空间力系，通常用这个力系向根部的 A 点简化的结果表出。一般情况下可有作用在 A 点的三个正交分力和作用在不同平面内的三个正交力偶。



2. 列平衡方程。



$$\sum F_x = 0, \quad F_{Ax} - F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0, \quad F_{Ay} - F_y = 0$$

$$\sum F_z = 0, \quad F_{Az} - F_z = 0$$

$$\sum M_x = 0, \quad M_{Ax} - 0.075F_z = 0$$

$$\sum M_y = 0, \quad M_{Ay} + 0.2F_z = 0$$

$$\sum M_z = 0, \quad M_{Az} + 0.075F_x - 0.2F_y = 0$$

3. 联立求解。

$$F_{Ax} = 750 \text{ N}, \quad F_{Ay} = 1500 \text{ N}, \quad F_{Az} = 5000 \text{ N}$$

$$M_{Ax} = 375 \text{ N} \cdot \text{m}, \quad M_{Ay} = -1000 \text{ N} \cdot \text{m}, \quad M_{Az} = 243.8 \text{ N} \cdot \text{m}$$



谢谢使用

