

静力学 摩擦

西北工业大学
主讲：朱西平

摩 擦

本章将介绍滑动摩擦及滚动摩阻定律，由于摩擦是一种极其复杂的物理—力学现象，这里仅介绍工程中常用的近似理论，另外将重点研究有摩擦存在时物体的平衡问题。

静力学

第四章 摩擦

§ 4-1 滑动摩擦的概念



§ 4-2 滑动摩擦性质

§ 4-3 考虑滑动摩擦时的平衡问题

§ 4-4 滚动摩擦的概念



§ 4-1 滑动摩擦的概念

- 滑动摩擦的概念 
- 滑动摩擦的分类 



§ 4-1 滑动摩擦的概念

1. 滑动摩擦的概念

当一物体沿着另一物体的表面（或接触面）滑动或具有滑动的趋势时，该表面会产生切向阻力的现象称为**滑动摩擦**，简称**摩擦**。

这个切向阻力称为**滑动摩擦力**，简称**摩擦力**。

2. 滑动摩擦的分类

(1) 按二物体接触面间是否有润滑分类

干摩擦： 由固体表面直接接触而产生的摩擦。

湿摩擦： 固体表面之间存在某种液体，则这时出现的摩擦。

半干摩擦： 当润滑油不足时，固体表面将部分保持直接接触，这种在中间状态下出现的摩擦。







(2) 按二物体接触点（面）之间有无相对速度分类

动（滑动）摩擦： 已发生相对滑动的物体间的摩擦。

静（滑动）摩擦： 仅出现相对滑动趋势而未发生运动时的摩擦。



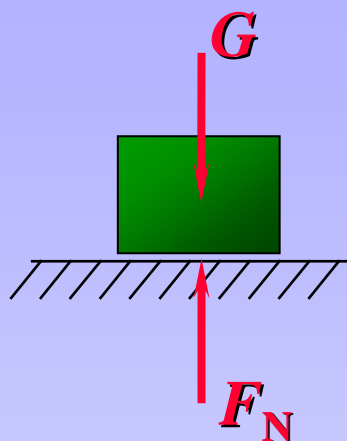
§ 4-2 滑动摩擦的性质

- 静摩擦力的性质 
- 静摩擦力极限摩擦定律 
- 动摩擦定律 
- 摩擦角、摩擦锥、自锁 

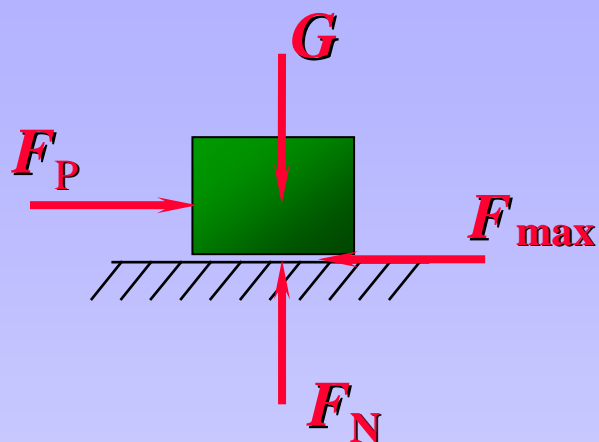


§ 4-2 滑动摩擦的性质

1. 静摩擦力的性质



$$F_N = -G$$



$$F_P = -F$$

摩擦力的大小有如下变化范围： $0 \leq F \leq F_{\max}$

极限值 F_m 称为**极限摩擦力**（最大摩擦力）。

当推力 F_P 增加到等于 F_{\max} 时的平衡称为**临界平衡状态**。

摩擦力的方向总是和物体的相对滑动趋势的方向相反。



§ 4-2 滑动摩擦的性质

2. 静摩擦力极限摩擦定律

静摩擦力的最大值 F_{\max} 与物体对支承面的正压力或法向反作用力 F_N 成正比。

$$\text{即: } F_{\max} = f_s F_N$$

f_s ：静摩擦系数

静摩擦系数的大小与相互接触物体的材料及其表面情况（粗糙度、湿度、温度）有关。粗略的说与接触面面积的大小无关。



§ 4-2 滑动摩擦的性质

3. 动摩擦定律

动摩擦力 F_d 与物体对支承面的正压力或法向反作用力 F_N 成正比。

$$\text{即: } F_d = f_d F_N$$

f_d ：动摩擦系数

动摩擦力的方向总是和物体的相对滑动的速度方向相反。

动摩擦系数的大小与相互接触物体的材料及其表面情况（粗糙度、湿度、温度）有关。

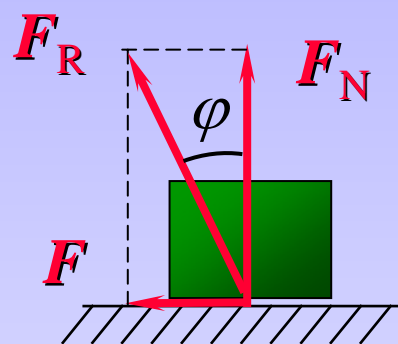
动摩擦系数的大小与相互接触物体的相对速度有关。随着相对速度增大，动摩擦系数一般是递减的，最后趋近于某个稳定值。



§ 4-2 滑动摩擦的性质

4. 摩擦角、摩擦锥、自锁

● 总反力

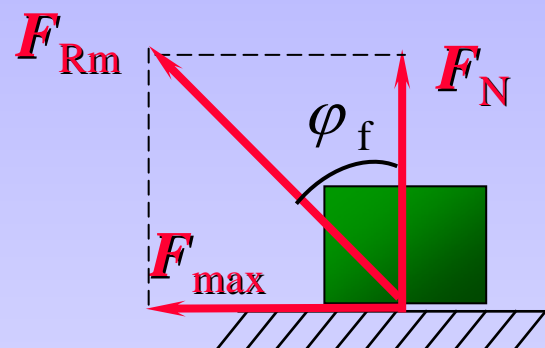


总反力 $F_R = F_N + F$

$$\tan \varphi = \frac{F}{F_N}$$

● 摩擦角

最大总反力 F_{Rm} 对法向反力 F_N 的偏角 φ_f 。



最大总反力 $F_{Rm} = F_N + F_{\max}$

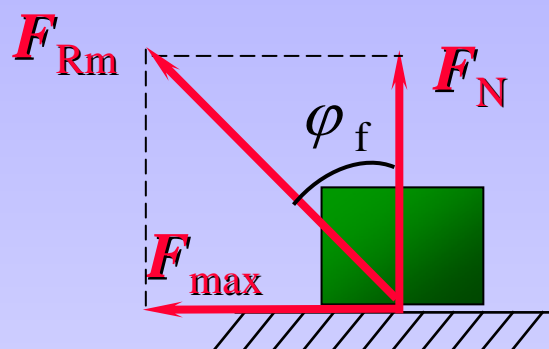
$$\tan \varphi_f = \frac{F_m}{F_N}$$



§ 4-2 滑动摩擦的性质

● 摩擦角

最大总反力 F_{Rm} 对法向反力 F_N 的偏角 φ_f 。



$$\tan \varphi_f = \frac{F_m}{F_N} = \frac{f_s F_N}{F_N} = f_s$$

由此可得重要结论：

最大总反力 $F_{Rm} = F_N + F_{max}$

摩擦角的正切=摩擦系数

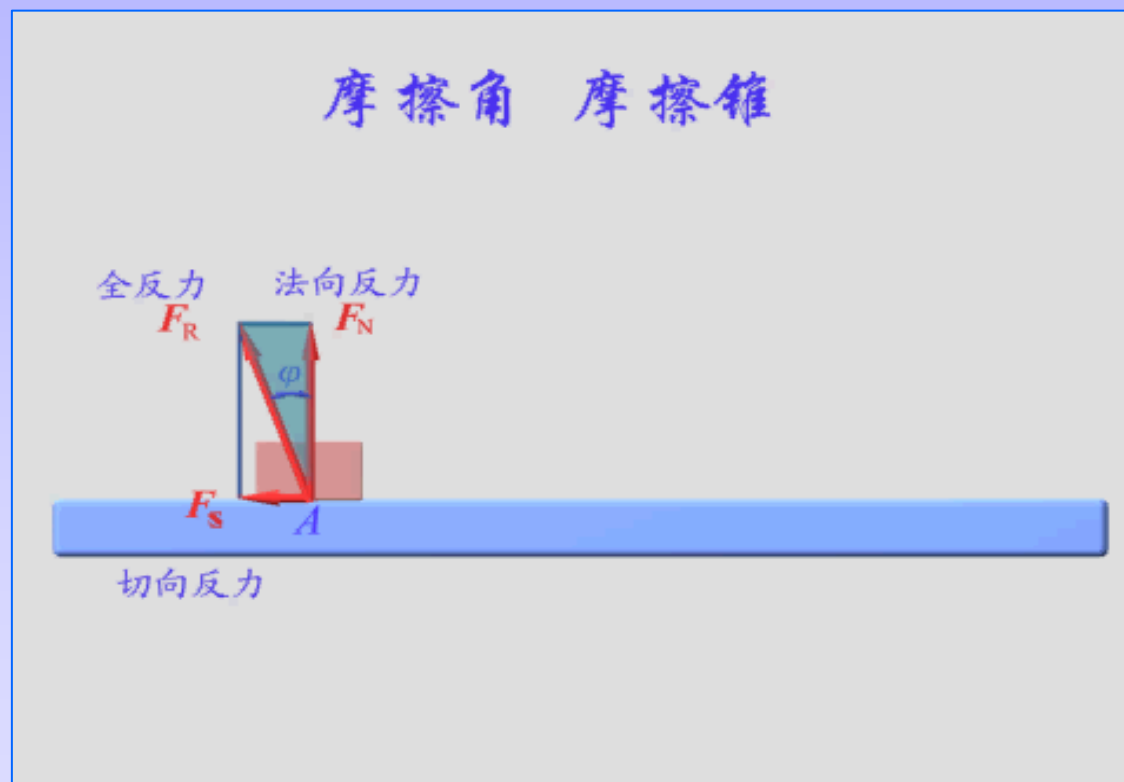
$$\tan \varphi_f = \frac{F_m}{F_N}$$



§ 4-2 滑动摩擦的性质

● 摩擦锥

以支承面的法线为轴作出的以 $2\varphi_f$ 为顶角的圆锥。



§ 4-2 滑动摩擦的性质

● 摩擦锥的性质

摩擦角更能形象的说明有摩擦时的平衡状态。

物体平衡时有 $0 \leq F \leq F_{\max} \longrightarrow \frac{F}{F_N} \leq \frac{F_m}{F_N}$

则有 $\tan \varphi = \frac{F}{F_N} \leq \frac{F_m}{F_N} = \tan \varphi_f \longrightarrow 0 \leq \varphi \leq \varphi_f$

所以物体平衡范围 $0 \leq F \leq F_m$ 也可以表示为 $0 \leq \varphi \leq \varphi_f$ 。

性质：当物体静止在支承面时，支承面的总反力的偏角
不大于摩擦角。

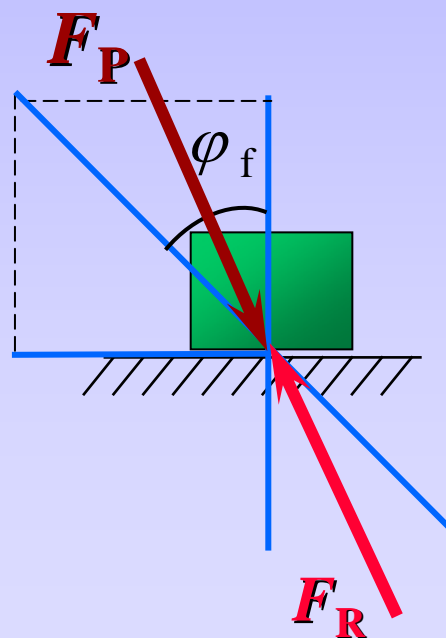


§ 4-2 滑动摩擦的性质

● 两个重要结论

- ① 如果作用于物体的主动力合力的作用线在摩擦锥内，则不论这个力多大，物体总能平衡。

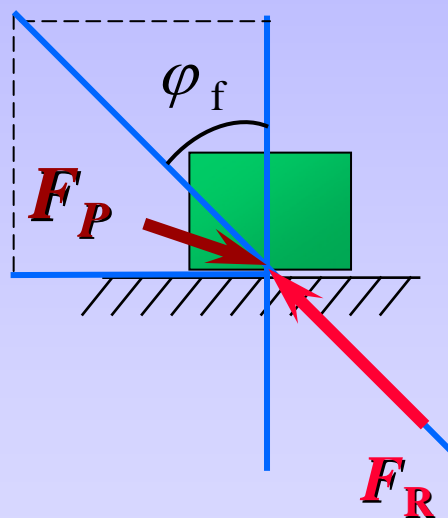
这种现象称为**自锁**。





§ 4-2 滑动摩擦的性质

- 两个重要结论

- ② 如果作用于物体的主动力合力的作用线在摩擦锥外，则不论这个力多小，物体都不能保持平衡。



§ 4-3 考虑滑动摩擦时的 平衡问题

- 临界平衡状态分析 
- 非临界平衡状态分析 



§ 4-3 考虑滑动摩擦时的平衡问题

考虑摩擦时的平衡问题的分析与前面相同。但要特别注意摩擦力的分析，其中重要的是判断摩擦力的方向和大小。

两种情况

1. 临界平衡状态分析

- 应用 $F_{\max} = f_s F_N$ 或 $F \leq f_s F_N$ 作为补充方程。
- 根据物体的运动趋势来判断其接触处的摩擦力方向，不能任意假设。

在许多情况下其结果是一个不等式或范围。



§ 4-3 考虑滑动摩擦时的平衡问题

考虑摩擦时的平衡问题的分析与前面相同。但要特别注意摩擦力的分析，其中重要的是判断摩擦力的方向和大小。

两种情况

2. 非临界平衡状态分析（平衡状态）

当物体平衡时，摩擦力 F 和支承面的正压力 F_N 彼此独立。摩擦力 F 的指向可以假定，大小由平衡方程决定。

例如判断物体是否平衡，求摩擦力大小等问题。



§ 4-3 考虑滑动摩擦时的平衡问题

分析支承面摩擦力的要点

- (1) 应根据物体在主动力的运动趋势来判断其接触处的摩擦力方向。
- (2) 当物体平衡时，摩擦力 F 的大小可以取零与 F_{\max} 之间的某个值，即有平衡范围。

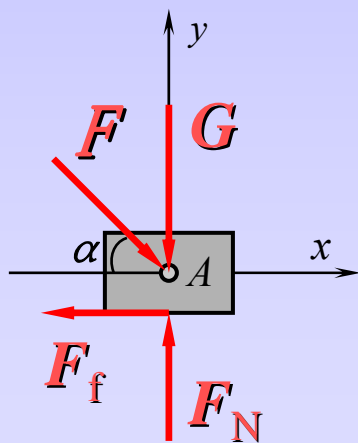
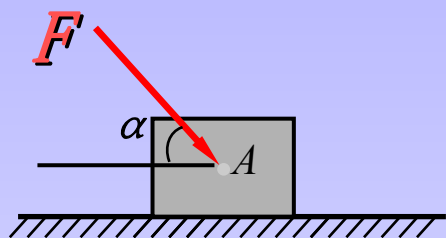
$$0 \leq F \leq F_{\max}$$



§ 4-3 考虑滑动摩擦时的平衡问题

例题 4-1

例4-1 小物体 A 重 $G = 10\text{ N}$ ，放在粗糙的水平固定面上，它与固定面之间的静摩擦因数 $f_s = 0.3$ 。今在小物体 A 上施加 $F = 4\text{ N}$ 的力， $\alpha = 30^\circ$ ，试求作用在物体上的摩擦力。



解： 1. 取物块 A 为研究对象，
受力分析如图。

2. 列平衡方程。

$$\sum F_x = 0, \quad F \cos \alpha - F_f = 0$$

$$\sum F_y = 0, \quad F_N - G - F \sin \alpha = 0$$



3. 联立求解。

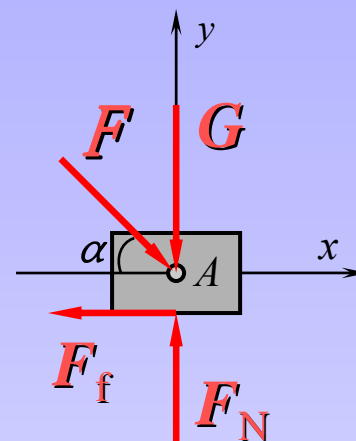
$$F_f = 4 \times \cos 30^\circ = 3.46 \text{ N}$$

最大静摩擦力

$$F_{\max} = f_s F_N = f_s (G + F \sin \alpha) = 3.6 \text{ N}$$

因为 $F_f < F_{\max}$

所以作用在物体上的摩擦力为 $F_f = 3.46 \text{ N}$



§ 4-3 考虑滑动摩擦时的平衡问题

例题 4-1



讨论

若 $f_s = 0.2$, 动摩擦系数 $f_d = 0.19$ 。求作用在物体上的摩擦力。

由
$$\sum F_x = 0, \quad F \cos \alpha - F_f = 0$$

得
$$F_f = 4 \times \cos 30^\circ \approx 3.46 \text{ N}$$

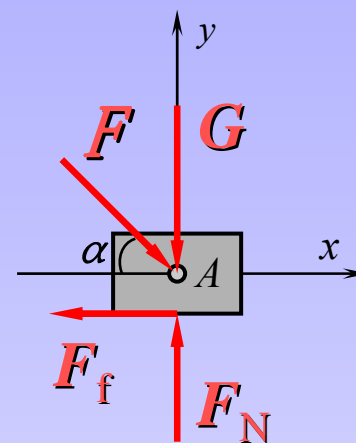
$$F_{\max} = f_s F_N = f_s (G + F \sin \alpha) = 2.4 \text{ N}$$

比较得
$$F_f > F_{\max}$$

物体不再处于平衡状态，将水平向右滑动。

作用在物体上的动摩擦力为

$$F_d = f_d F_N = 0.19 \times 12 = 2.28 \text{ N}$$



§ 4-3 考虑滑动摩擦时的平衡问题

例题 4-2

例4-2 在倾角 α 大于摩擦角 φ_f 的固定斜面上放有重 G 的物块，为了维持这物块在斜面上静止不动，在物块上作用了水平力 F 。试求这力容许值的范围。

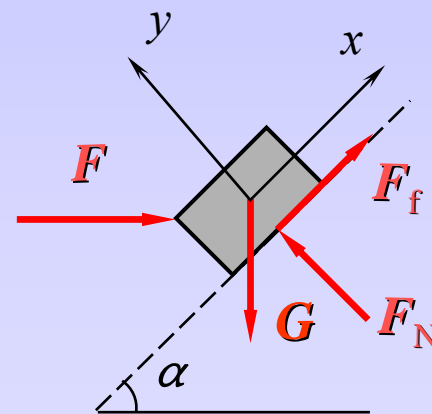
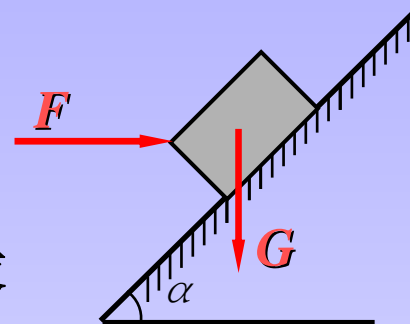
解： 取物块为研究对象。

1. 设 F 值较小但仍大于维持平衡的最小值 F_{\min} ，受力分析如图。

列平衡方程

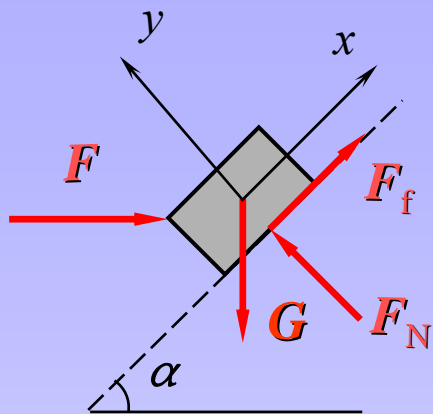
$$\sum F_x = 0, \quad F \cos \alpha + F_f - G \sin \alpha = 0$$

$$\sum F_y = 0, \quad F_N - G \cos \alpha - F \sin \alpha = 0$$



§ 4-3 考虑滑动摩擦时的平衡问题

例题 4-2



联立求解得 $F_f = G \sin \alpha - F \cos \alpha$

$$F_N = G \cos \alpha + F \sin \alpha$$

在平衡范围内 $0 \leq F_f \leq f_s F_N$,

所以 $G \sin \alpha - F \cos \alpha \leq f_s (G \cos \alpha + F \sin \alpha)$

解得使物块不致下滑的 F 值

$$F \geq \frac{\tan \alpha - f_s}{1 + f \tan \alpha} G$$

将 $f_s = \tan \varphi_f$ 代入上式得

$$F \geq \frac{\tan \alpha - f_s}{1 + f \tan \alpha} G = G \tan(\alpha - \varphi_f) \quad (\text{a})$$



§ 4-3 考虑滑动摩擦时的平衡问题

例题 4-2

2. 设 F 值较大但仍小于维持平衡的最大值 F_{\max} , 受力分析如图。

列平衡方程

$$\sum F_x = 0, \quad F \cos \alpha - F_f - G \sin \alpha = 0$$

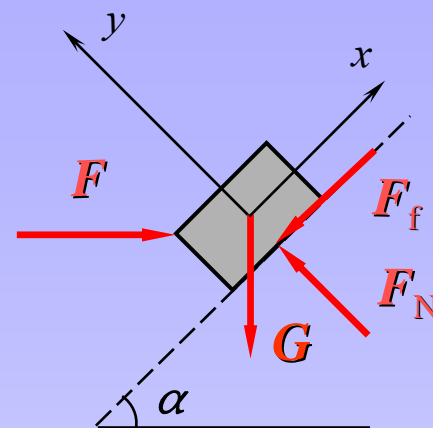
$$\sum F_y = 0, \quad F_N - G \cos \alpha - F \sin \alpha = 0$$

联立求解 $F_f = -G \sin \alpha + F \cos \alpha$

$$F_N = G \cos \alpha + F \sin \alpha$$

在平衡范围内 $0 \leq F_f \leq f_s F_N,$

所以 $-G \sin \alpha - F \cos \alpha \leq f_s (G \cos \alpha + F \sin \alpha)$



§ 4-3 考虑滑动摩擦时的平衡问题

例题 4-2

$$-G \sin \alpha - F \cos \alpha \leq f_s (G \cos \alpha + F \sin \alpha)$$

解得使物块不致上滑的 F 值

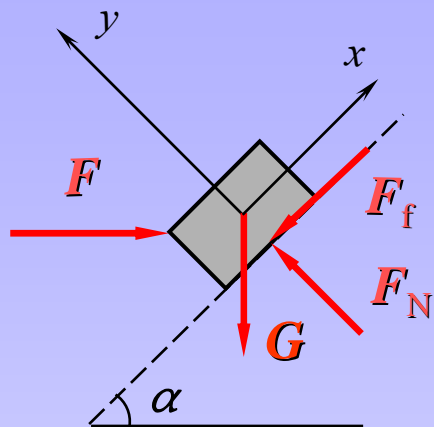
$$F \leq \frac{\tan \alpha - f_s}{1 + f_s \tan \alpha} G$$

将 $f_s = \tan \varphi_f$ 代入上式得

$$F \leq \frac{\tan \alpha - f_s}{1 + f_s \tan \alpha} G = G \tan(\alpha + \varphi_f) \quad (b)$$

3. 综合条件 (a) 和 (b), 得

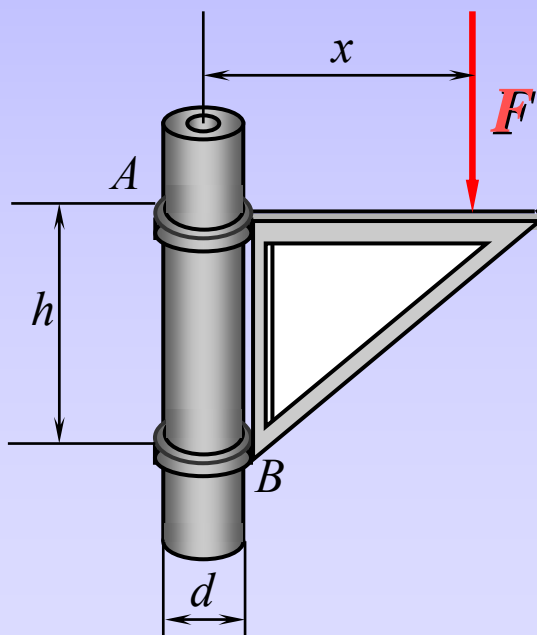
$$G \tan(\alpha - \varphi_f) \leq F \leq G \tan(\alpha + \varphi_f)$$



§ 4-3 考虑滑动摩擦时的平衡问题

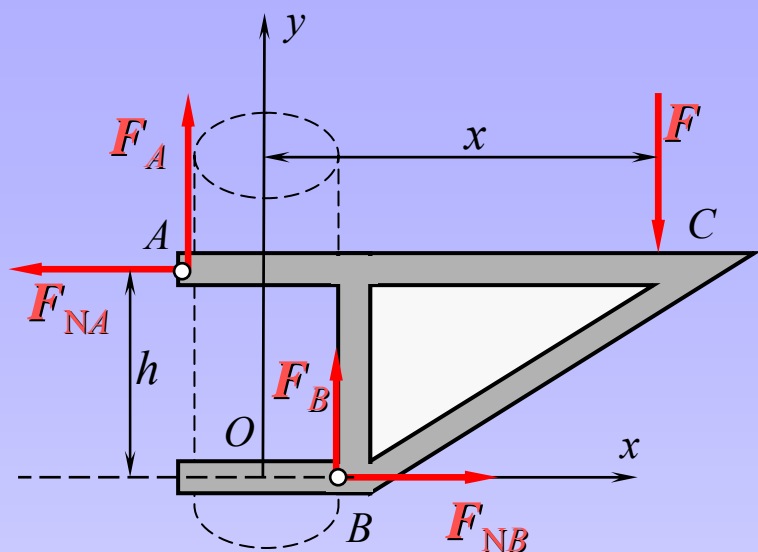
例题 4-3

例4-3 一活动支架套在固定圆柱的外表面，且 $h = 20 \text{ cm}$ 。假设支架和圆柱之间的静摩擦因数 $f_s = 0.25$ 。问作用于支架的主动力 F 的作用线距圆柱中心线至少多远才能使支架不致下滑（支架自重不计）。



§ 4-3 考虑滑动摩擦时的平衡问题

例题 4-3



解： 解析法

1. 取支架为研究对象, 受力分析
如图。

2. 列平衡方程。

$$\sum F_x = 0, \quad -F_{NA} + F_{NB} = 0$$

$$\sum F_y = 0, \quad F_A + F_B - F = 0$$

$$\sum M_O = 0, \quad hF_{NA} - \frac{d}{2}(F_A - F_B) - xF = 0$$

3. 联立求解。

$$F_{NA} = F_{NB} = 2F$$

$$x = 40 \text{ cm}$$

补充方程

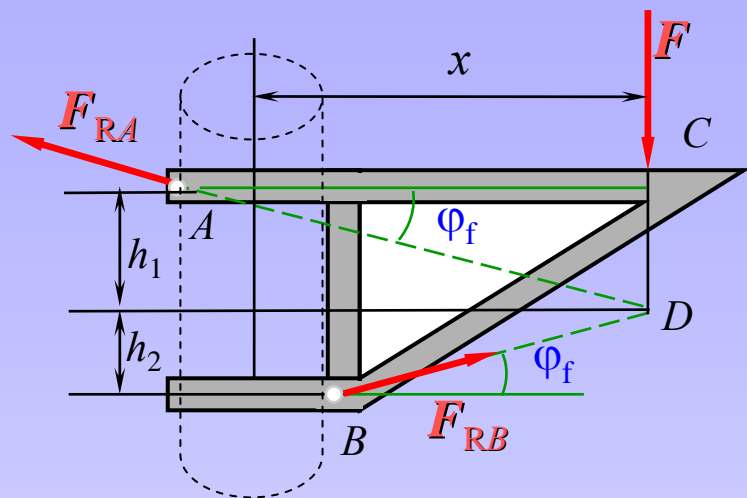
$$F_A = f_s \times F_{NA}, \quad F_B = f_s \times F_{NB}$$



§ 4-3 考虑滑动摩擦时的平衡问题

例题 4-3

几何法



支架受力分析如图所示。

由几何关系得

$$\begin{aligned} h &= h_1 + h_2 \\ &= \left(x + \frac{d}{2}\right) \tan \varphi_f + \left(x - \frac{d}{2}\right) \tan \varphi_f \end{aligned}$$

解得

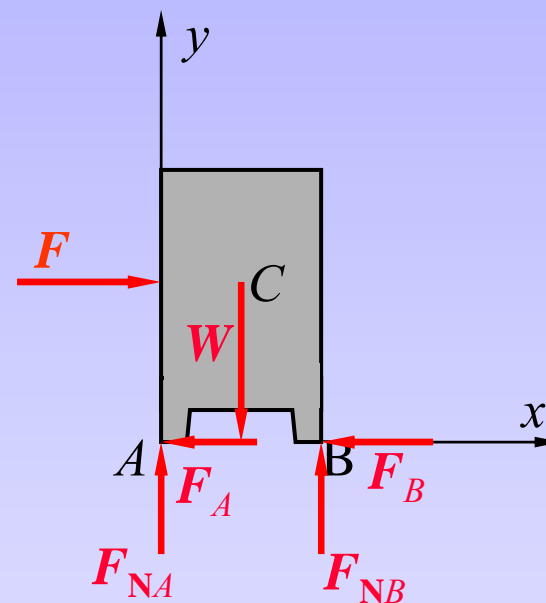
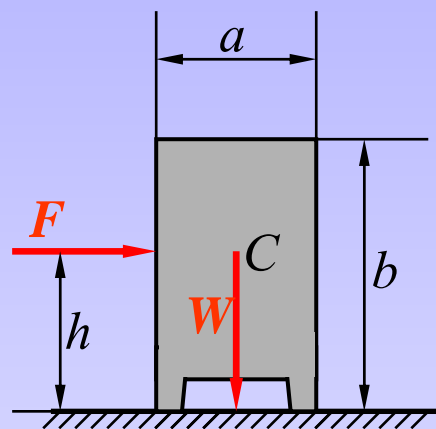
$$x = \frac{h}{2 \tan \varphi_f} = 40 \text{ cm}$$



§ 4-3 考虑滑动摩擦时的平衡问题

例题 4-4

例4-4 宽 a ，高 b 的矩形柜放置在水平面上。柜重 W ，重心 C 在其几何中心。柜与地面间的摩擦系数是 f_s 。在柜的侧面施加水平向右的力 F 。求能使柜翻倒或滑动所需推力 F 的最小值。



解： 1. 不翻倒但即将滑动，考虑临界平衡。

$$\sum F_x = 0, \quad F - F_A - F_B = 0$$

$$\sum F_y = 0, \quad F_{NA} + F_{NB} - W = 0$$



§ 4-3 考虑滑动摩擦时的平衡问题

例题 4-4

$$F - F_A - F_B = 0, \quad F_{NA} + F_{NB} - F = 0$$

补充方程 $F_A = f_s \times F_{NA}, \quad F_B = f_s \times F_{NB}$

联立求解得柜子开始滑动所需的最小推力

$$F = F_{\min 1} = W f_s$$

2、不滑动但将绕B翻倒。

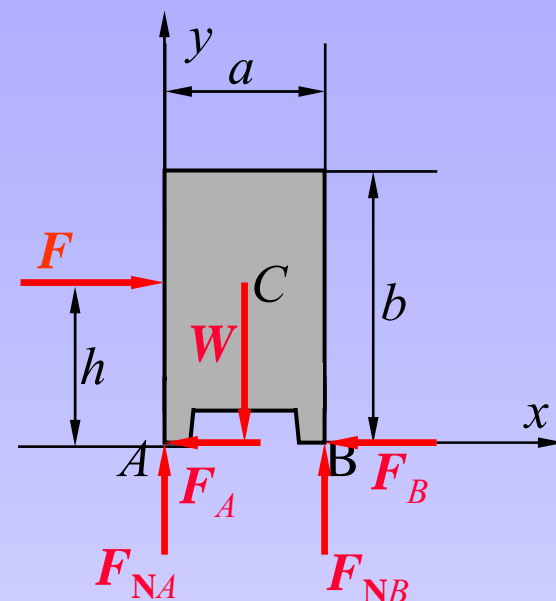
$$\sum M_B = 0, \quad W \times \frac{a}{2} - F \times h - F_{NA} \times a = 0$$

临界情况下, $F_{NA} = 0$

解得
$$F = \frac{Wa}{2h}$$

使柜子开始翻倒所需的最小推力

$$F = F_{\min 2} = \frac{Wa}{2b}$$

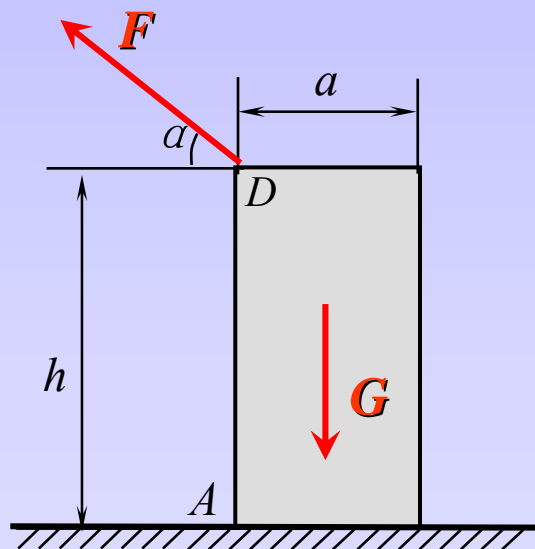


讨论

柜子先翻倒还是先滑动 ?



例4-5 图示匀质木箱重 $G = 5 \text{ kN}$ ，它与地面间的静摩擦因数 $f_s = 0.4$ 。图中 $h = 2a = 2 \text{ m}$ ， $\alpha = 30^\circ$ 。（1）问当 D 处的拉力 $F = 1 \text{ kN}$ 时，木箱是否平衡？（2）求能保持木箱平衡的最大拉力。



§ 4-3 考虑滑动摩擦时的平衡问题

例题 4-5

解: 1. 判断木箱是否平衡

取木箱为研究对象, 受力分析如图。

列平衡方程

$$\sum F_x = 0, \quad F_f - F \cos \alpha = 0$$

$$\sum F_y = 0, \quad F_N - G + F \sin \alpha = 0$$

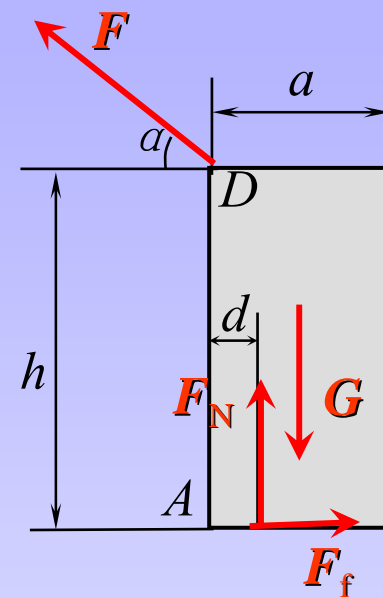
$$\sum M_A(F) = 0, \quad hF \cos \alpha - G \frac{a}{2} + F_N d = 0$$

解方程得 $F_f = 866 \text{ N}$, $F_N = 4500 \text{ N}$, $d = 0.171 \text{ m}$

(1) 不发生滑动, 即 $F_f \leq F_{\max} = f_s F_N$ 。

木箱与地面之间的最大摩擦力为 $F_{\max} = f_s F_N = 1800 \text{ N}$

因为 $F_f < F_{\max}$, 所以木箱不滑动。



§ 4-3 考虑滑动摩擦时的平衡问题

例题 4-5

$$\sum F_x = 0, \quad F_f - F \cos \alpha = 0$$

$$\sum F_y = 0, \quad F_N - G + F \sin \alpha = 0$$

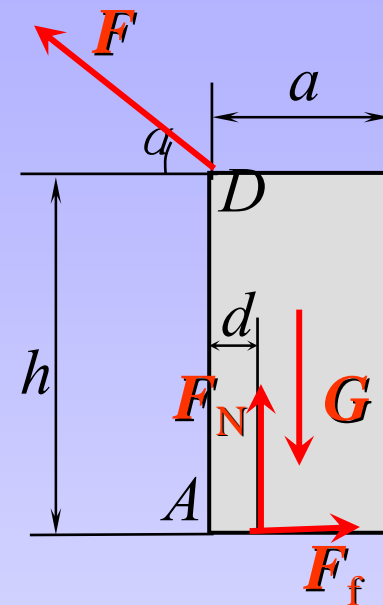
$$\sum M_A(F) = 0, \quad hF \cos \alpha - G \frac{a}{2} + F_N d = 0$$

解方程得

$$F_f = 866 \text{ N}, \quad F_N = 4500 \text{ N}, \quad d = 0.171 \text{ m}$$

(2) 不绕点A翻倒，即 $d > 0$ 。

又因为 $d = 0.171 \text{ m} > 0$ ，所以木箱不会翻倒。



§ 4-3 考虑滑动摩擦时的平衡问题

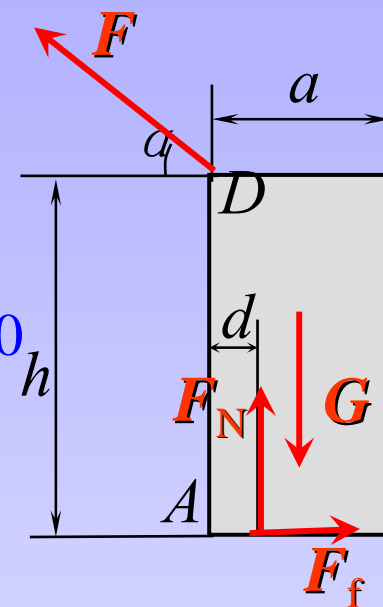
例题 4-5

2. 求平衡时最大拉力，即求滑动临界与翻倒临界时的最小力 F 。

列平衡方程 $\sum F_x = 0, \quad F_f - F \cos \alpha = 0$

$$\sum F_y = 0, \quad F_N - G + F \sin \alpha = 0$$

$$\sum M_A(F) = 0, \quad hF \cos \alpha - G \frac{a}{2} + F_N d = 0$$



木箱发生滑动的条件为 $F_f = F_{\max} = f_s F_N$

解得 $F_{\text{滑}} = \frac{f_s G}{\cos \alpha + f_s \sin \alpha} = 1\,876 \text{ N}$

木箱绕 A 点翻倒的条件为 $d = 0$ ，则

$$F_{\text{翻}} = \frac{Ga}{2h \cos \alpha} = 1\,443 \text{ N}$$

由于 $F_{\text{翻}} < F_{\text{滑}}$ ，所以保持木箱平衡的最大拉力为

$$F = F_{\text{翻}} = 1\,443 \text{ N}$$





求平衡时最大拉力，也可以如下分析：

(1) 木箱有向左滑动趋势

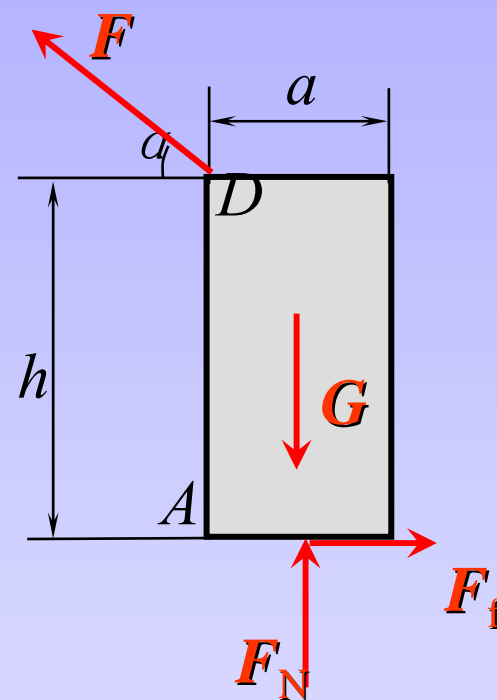
列平衡方程

$$\sum F_x = 0, \quad F_f - F \cos \alpha = 0$$

$$\sum F_y = 0, \quad F_N - G + F \sin \alpha = 0$$

补充方程 $F_f = F_{\max} = f_s F_N$

解得
$$F_{\text{滑}} = \frac{f_s G}{\cos \alpha + f_s \sin \alpha} = 1\,876 \text{ N}$$



(2) 木箱处于绕 A 点翻倒的临界平衡状态

列平衡方程

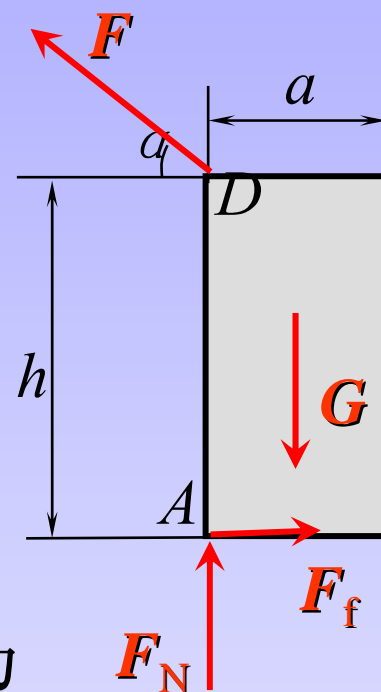
$$\sum M_A(F) = 0, \quad hF \cos \alpha - G \frac{a}{2} = 0$$

解得




$$F_{\text{翻}} = \frac{Ga}{2h \cos \alpha} = 1\,443 \text{ N}$$

由于 $F_{\text{翻}} < F_{\text{滑}}$, 所以保持木箱平衡的最大拉力为

$$F = F_{\text{翻}} = 1\,443 \text{ N}$$



§ 4-4 滚动摩阻的概念

- 滚动摩阻的定义 
- 滚动摩阻性质与产生原因 
- 滚动摩阻定律 

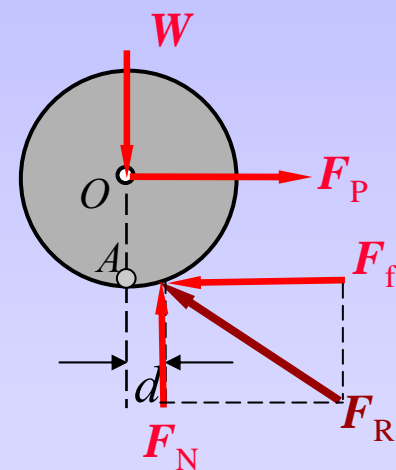
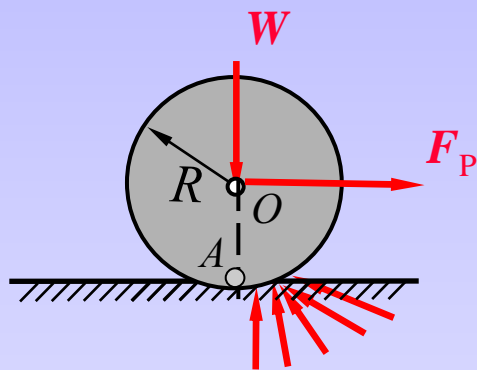
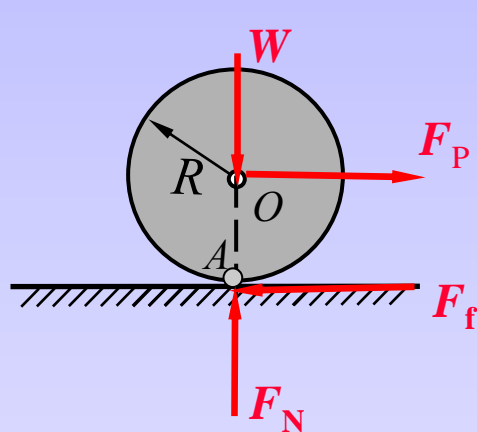


§ 4-4 滚动摩擦阻力的概念

1. 滚动摩擦阻力的定义

当一物体沿着另一物体的表面滚动或具有滚动的趋势时，除可能受到滑动摩擦力外，还受到一个阻力偶的作用。这个阻力偶称为滚动摩擦阻。

2. 滚动摩擦阻性质与产生原因



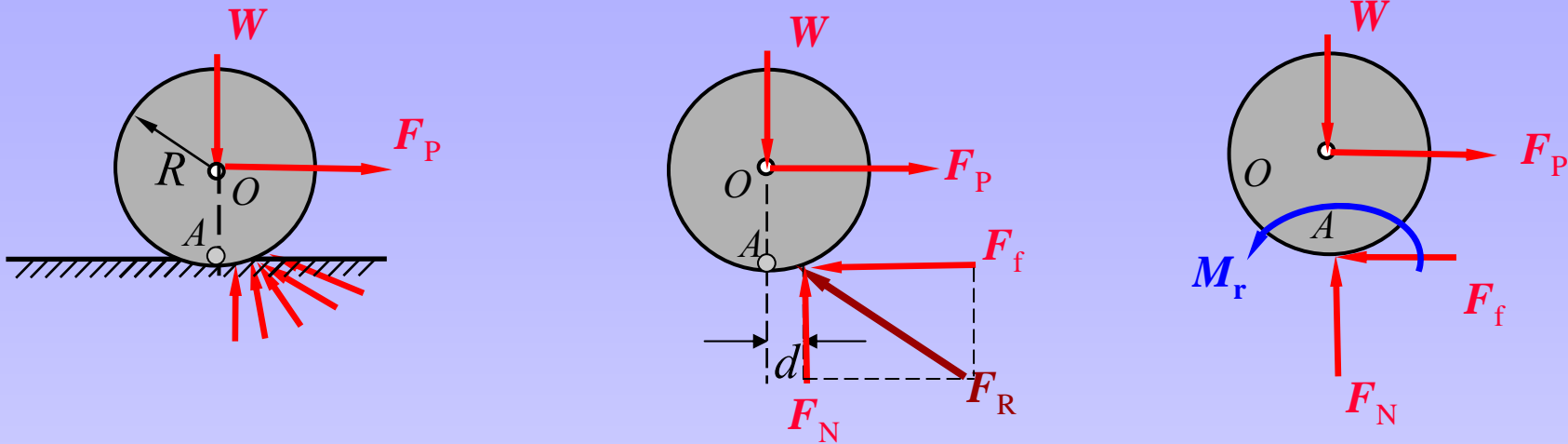
由平衡条件得 $W = -F_N$, $F_f = -F_P$

W , F_N 组成阻止滚动的力偶，即滚阻力偶 M_r 。



§ 4-4 滚动摩阻的概念

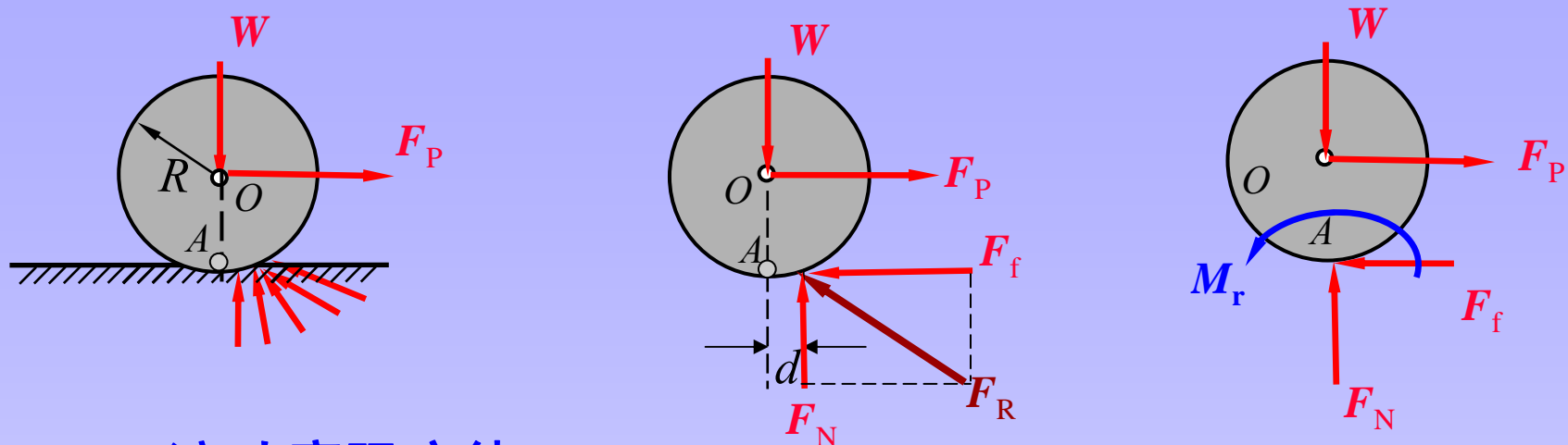
滚动摩阻性质



$$M_r = F_N d \quad \longrightarrow \quad M_{r,\max} = F_N \delta$$



§ 4-4 滚动摩擦阻力的概念



3. 滚动摩擦定律

实验表明：滚动摩擦阻力偶矩具有极限值 $M_{r,\max}$ ，力偶矩一旦增大到超过 $M_{r,\max}$ ，滚子就不能保持平衡。

滚阻力偶矩的极限值（最大值）可表示为

$$M_{r,\max} = F_N \delta$$

δ 称为滚阻系数，具有长度量纲。它与滚子以及支承面的材料、硬度等物理因素有关。

滑动摩擦力对滚动的影响：轮胎花纹；铁轨潮湿，机车上坡撒沙。

自行车轮胎打足气可以减小滚动摩擦

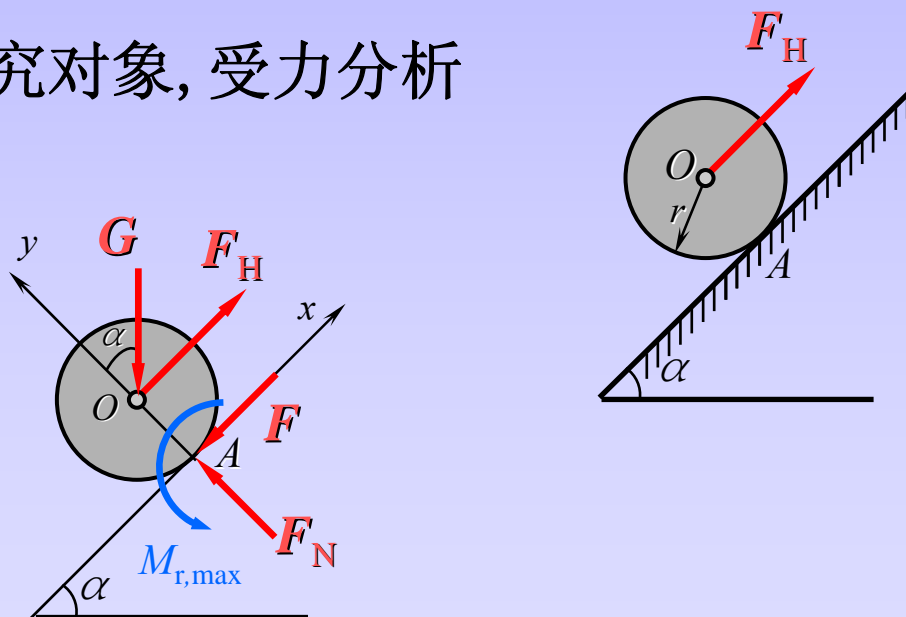


§ 4-4 滚动摩擦阻力的概念

例题 4-6

例4-6 匀质轮子的重量 $G = 3 \text{ kN}$ ，半径 $r = 0.3 \text{ m}$ ；今在轮中心施加平行于斜面的拉力 F_H ，使轮子沿与水平面成 $\alpha = 30^\circ$ 的斜面匀速向上作纯滚动。已知轮子与斜面的滚阻系数 $\delta = 0.05 \text{ cm}$ ，试求力 F_H 的大小。

解： 1. 取轮子为研究对象, 受力分析如图。



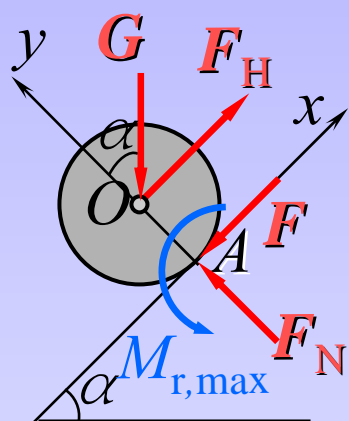
§ 4-4 滚动摩擦阻力的概念

例题 4-6

2. 列平衡方程。

$$\sum F_y = 0, \quad F_N - G \cos \alpha = 0$$

$$\sum M_A = 0, \quad M_{r,\max} + G \sin \alpha \times r - F_H r = 0$$



补充方程

$$M_{r,\max} = \delta F_N$$

3. 联立求解。

$$F_H = G \left(\sin \alpha + \frac{\delta}{r} \cos \alpha \right)$$

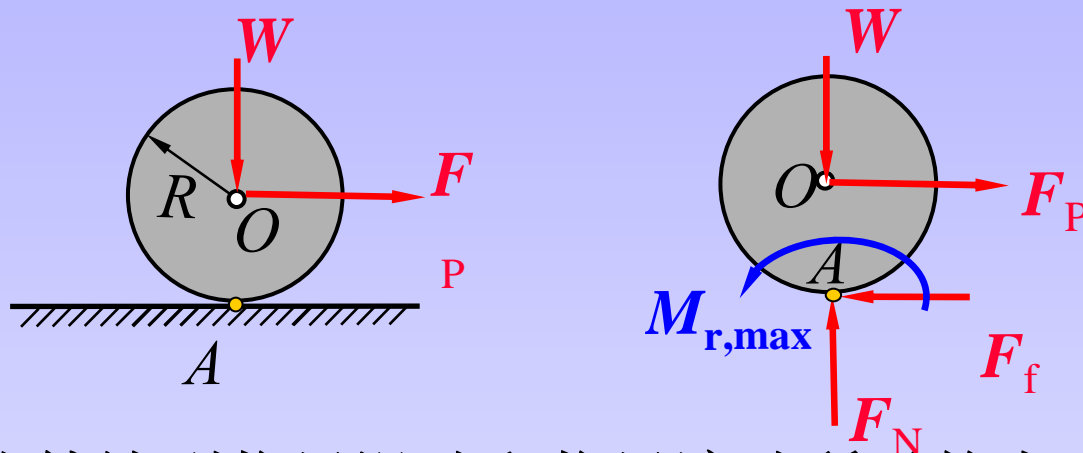
$$F_H = 1504 \text{ kN}$$



§ 4-4 滚动摩擦阻力的概念

例题 4-7

例4-7 匀质轮子的重量 $W = 10 \text{ kN}$ ，半径 $R = 0.5 \text{ m}$ ；
已知轮子与地面的滚阻系数 $\delta = 0.005 \text{ m}$ ，摩擦系数 $f_s = 0.2$ ，
问轮子是先滚还是先滑？



解： 通过比较达到临界滑动和临界滚动所需的水平力来判断。

1. 取轮子为研究对象。
2. 受力分析如图。

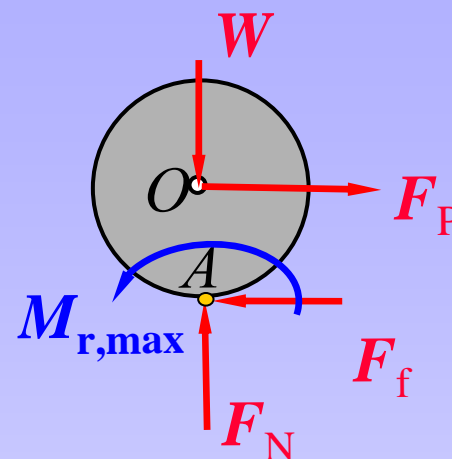


3. 列平衡方程。

$$\sum F_x = 0, \quad F_P - F_f = 0$$

$$\sum F_y = 0, \quad F_N - W = 0$$

$$\sum M_A = 0, \quad M_{r,\max} - F_P R = 0$$



讨论滑动：临界时 $F_f = F_{\max} = f_s F_N$

$$F_{P1} = F_f = f_s F_N = f_s W = 0.2 \times 10 = 2 \text{ kN}$$

讨论滚动：临界时 $M_r = M_{r,\max} = \delta F_N$

$$F_{P2} = \frac{M_r}{R} = \frac{\delta F_N}{R} = \frac{\delta W}{R} = 0.1 \text{ kN} \quad \text{比较可知先滚动。}$$



§ 4-4 滚动摩擦阻力的概念

例题 4-7



讨论

轮子只滚动而不滑动的条件

临界时 $F_{P2} \leq F_{P1}$

$$F_{P2} = \frac{M_r}{R} = \frac{\delta F_N}{R} = \frac{\delta W}{R}$$

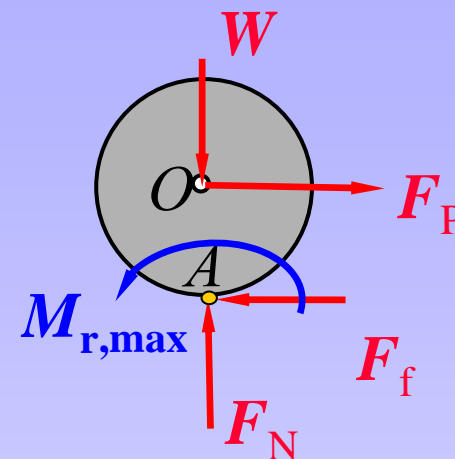
$$F_{P1} = F_f = f_s F_N = f_s W$$

$$\frac{\delta W}{R} < f_s W \quad \text{即} \quad \frac{\delta}{R} < f_s$$

实际上 $\frac{\delta}{R} \ll f_s$

本例中 $\frac{\delta}{R} = \frac{0.005}{0.5} = 0.01, f_s = 0.2$

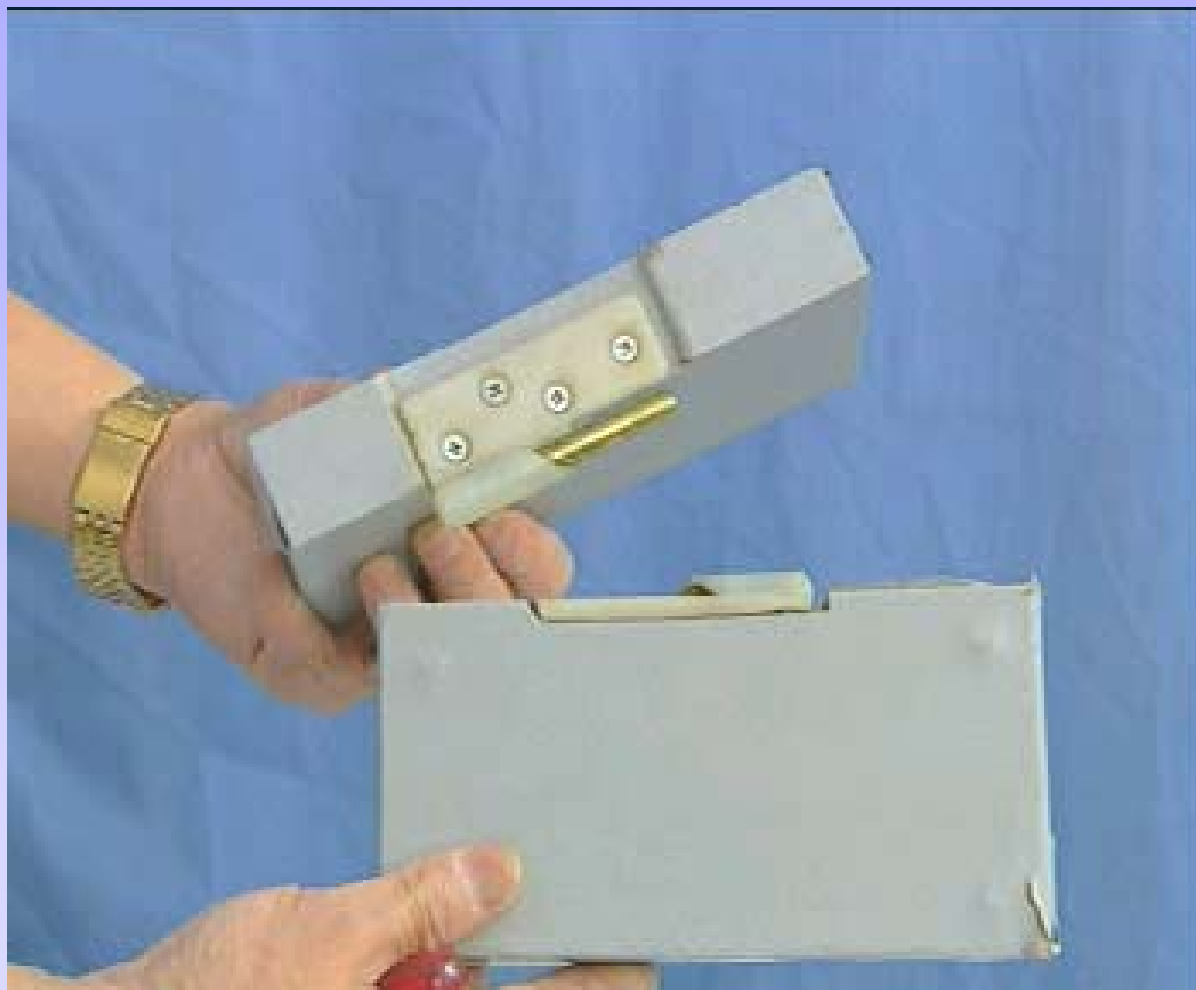
所以轮子一般先滚动。



滚动的应用：滚杠、车轮、滚动轴承代替滑动轴承。



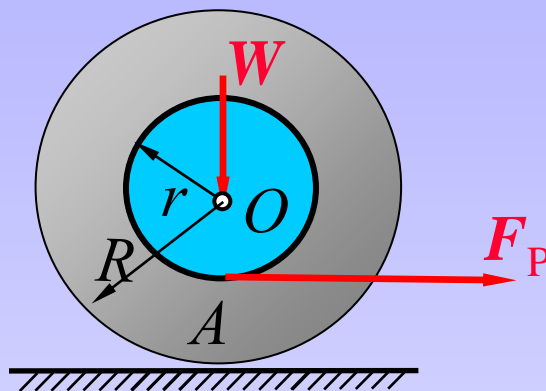
§ 4-2 滑动摩擦的性质



§ 4-4 滚动摩擦阻力的概念

例题 4-8

例4-8 匀质轮子的重量 $W=300\text{ N}$ ，由半径 $R=0.4\text{ m}$ 和半径 $r=0.1\text{ m}$ 两个同心圆固连而成。已知轮子与地面的滚阻系数 $\delta=0.005\text{ m}$ ，摩擦系数 $f_s=0.2$ ，拉动轮子所需力 F_P 的最小值。



解： 轮子可能发生的三种运动趋势：

1. 向左滚动趋势。
2. 向右滚动趋势。
3. 滑动趋势。



§ 4-4 滚动摩擦阻力的概念

例题 4-8

1. 轮不滑动，处于向左滚动的临界状态。

列平衡方程

$$\sum F_x = 0, \quad F_P - F = 0$$

$$\sum F_y = 0, \quad F_N - W = 0$$

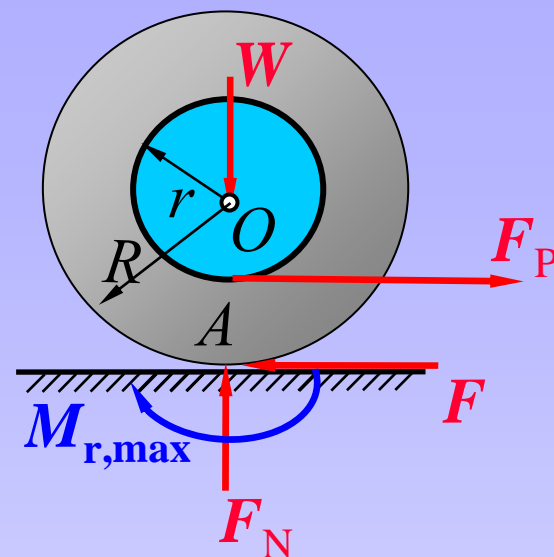
$$\sum M_O = 0, \quad rF_P - M_{r,\max} - FR = 0$$

临界时 $M_r = M_{r,\max} = \delta F_N$

解得 $F_P = F$

$$F_N = W = 300 \text{ N}$$

$$M_{r,\max} = \delta F_N = 1.5 \text{ N} \cdot \text{m}$$



$$F_P = \frac{-M_{r,\max}}{R - r} = -5 \text{ N}$$

负值说明轮不可能有向左滚动的趋势。



§ 4-4 滚动摩擦阻力的概念

例题 4-8

2. 轮不滑动，处于向右滚动的临界状态。

列平衡方程

$$\sum F_x = 0, \quad F_P - F = 0$$

$$\sum F_y = 0, \quad F_N - W = 0$$

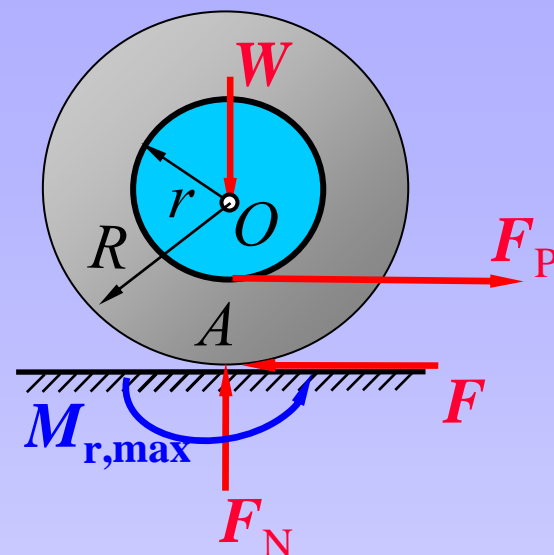
$$\sum M_O = 0, \quad rF_P + M_{r,\max} - FR = 0$$

临界时 $M_r = M_{r,\max} = \delta F_N$

解得 $F_P = F$

$$F_N = W = 300 \text{ N}$$

$$M_{r,\max} = \delta F_N = 1.5 \text{ N} \cdot \text{m}$$



$$F_P = \frac{M_{r,\max}}{R - r} = 5 \text{ N}$$

此时滑动摩擦力为

$$F_P = F = 5$$



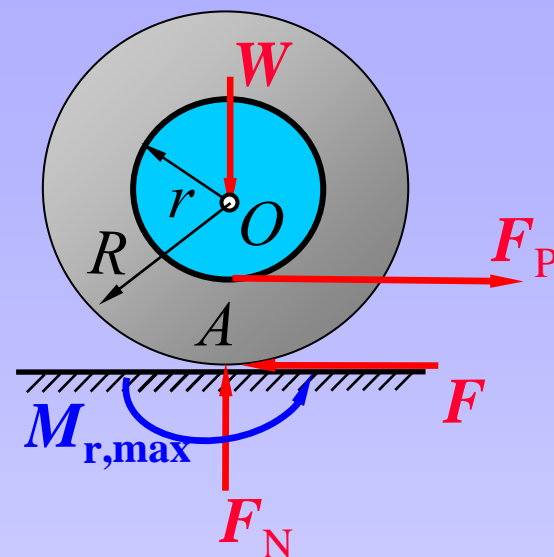
3. 轮处于滑动的临界状态。

此时静摩擦力达到最大值

$$F = F_{\max} = f_s F_N = f_s W = 60 \text{ N}$$

远远大于滚动所需的力 F_P 值。所以
拉动轮子的力最小值 $F_P = 5 \text{ N}$ 。

轮子向右滚动。



谢谢使用

