诚信保证

本人知晓我校考场规则和违纪处分条例的有关规定，保证遵守考场规则，诚实做人。　　　　　　　　　　　　　　　　本人签字：＿＿＿＿＿＿

编号：＿＿＿＿＿

西北工业大学考试试题（卷）

2016－2017 年第 1 学期

开课学院＿＿航空学院＿＿课程＿＿概率论与数理统计＿＿学时＿48＿

考试日期＿＿2017.01.09＿＿考试时间＿2＿小时　　考试形式（闭）（ A ）卷

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分
得分								

考生班级		学　号		姓　名	

一、填空（每空 2 分，共 22 分）**请将填空题答案写在答题纸上**

1. 已知随机事件 A 和 B，$P(A)$=0.5，$P(B|A)$=0.4，$P(A|B)$=0.6，则 $P(B\mid A\cup\bar{B})$=＿＿＿＿。

2. 将 3 只球随机放入 4 个杯中，则杯中球的最大个数为 2 的概率为＿＿＿＿＿＿。

3. 离散型随机变量 X 的分布律为

X	-1	1	3
p	1/4	1/2	1/4

则 $P\{1\le X<2.5\}$ =＿＿＿＿＿＿。

4. 设袋中有 5 只白球，6 只红球，从袋中任取 n 次，每次从袋中任取一只作放回抽样，以 Y 表示取到白球的次数，则 $E(Y)$= ＿＿＿＿＿＿。

5. 总体 X 的均值为 μ，方差为 σ^2，$X_1,X_2,\ldots,X_n$ 为总体 X 的一个样本，$\bar{X}$ 为样本均值，根据切比雪夫不等式可知，$P\{|\bar{X}-\mu|<2\sigma\}\ge$＿＿＿＿＿＿。

注：1. 命题纸上一般不留答题位置，试题请用小四、宋体打印且不出框。

2. 命题教师和审题教师姓名应在试卷存档时填写。

6. 已知随机变量 X 和 Y，方差 $D(X)$=16，方差 $D(Y)$=4，相关系数 $\rho_{XY}=-0.5$，则 $D(3X-2Y+5)$=______________。

7. 已知离散型总体 X 的分布律为

X	1	2	3
p	θ	θ	$1-2\theta$

$\theta>0$ 未知参数，已知总体的一个样本值为 1，1，2，3，1，3，则参数 θ 的矩估计值为__________，最大似然估计值为______________。

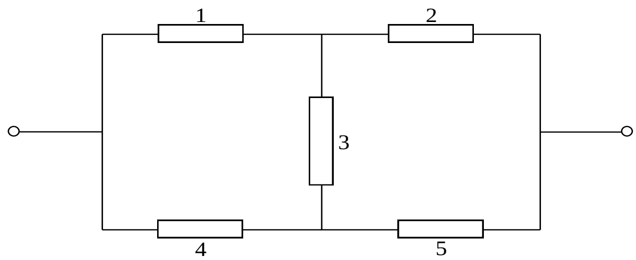
8. 正态总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，$X_1,X_2,\ldots,X_n$ 为总体 X 的一个样本，$\bar{X}$ 为样本均值，S^2 为样本方差，则 $E(\bar{X}S^4)$=__________________________。

9. 已知随机变量 $X\sim b(80000,1/2)$，则 $P\{39800\le X\le 40200\}\approx$ ____________。

$(\Phi(\sqrt{2})=0.9214)$

10. 假设 H_0：总体 X 的分布函数为正态分布，分布参数 μ 和 σ^2 为未知参数。若在 H_0 成立条件下的 X 的所有可能取值的全体分为 k 个互不相交的子集 $A_i(i=1,2,\ldots,k)$，用 f_i 表示样本值 $x_1,x_2,\ldots,x_n$ 中落入 A_i 的个数，得出 $P(A_i)$ 的估计为 $\hat{p}_i$，则给定显著性水平 α，该假设检验问题的拒绝域为__________________________________.（需给出检验统计量）

二、（8 分）设有 5 个独立工作的电子元件 1, 2, 3, 4, 5，它们的可靠度均为 0.80，按照如下图形式进行连接(称为桥连系统)，用**全概率公式**求解此系统的可靠度。((请保留小数点后至少三位有效数字）



三、（14 分）设随机变量 X 的概率密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}0 & x<0\\ 1/2 & 0\le x<1\\ A/x^2 & x\ge 1\end{cases}$$

试求 1）常数 A;

2） X 的累积分布函数 $F(x)$;

3）概率 $P\left\{\frac{1}{2}\le X\le\frac{5}{2}\right\}$；

4）$Y=(X-1)^2$ 的概率密度函数。

四、(18 分)设随机变量(X,Y)的联合概率密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}e^{-y} & 0<x<y\\ 0 & \text{其它}\end{cases}$$

试求 1）边缘概率密度 $f_X(x), f_Y(y)$；

2）条件概率密度 $f_{X|Y}(x\mid y), f_{Y|X}(y\mid x)$；

3）X 与 Y 是否独立，并说明原因;

4）X 与 Y 的相关系数;

5）$Z=3X+2Y$ 的概率密度函数。

五、(20 分) 设总体 X 为[0, θ]的均匀分布，$\theta>0$ 为未知参数，已知来自总体 X 的一个样本 $X_1, X_2, ..., X_n$，试求

1）θ 的矩估计 $\hat{\theta}_M$ 和最大似然估计 $\hat{\theta}_{MLE}$；

2）判断矩估计 $\hat{\theta}_M$ 是否是 θ 的无偏估计？是否是相合估计？

3）判断最大似然估计 $\hat{\theta}_{MLE}$ 是否是 θ 的无偏估计？是否是相合估计？

4）函数 e^{θ} 的矩估计和最大似然估计。

六、（18 分）在酿造啤酒过程中，在麦芽干燥时会产生致癌物质 NDMA（亚硝基二甲胺），下表中给出了新旧两种工艺中 NDMA 的含量（10 亿份中的份数）

旧：	6	4	5	5	6	5	5	6	4	6	7	4
新：	2	1	2	2	1	0	3	2	1	0	1	3

设上述两样本分别来自相互独立的正态总体：旧工艺 $X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$，新工艺 $Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$，其中参数 $\mu_1, \sigma_1^2, \mu_2, \sigma_2^2$ 均未知，试求

1） 假设检验（显著性水平 $\alpha = 0.05$）

$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \qquad H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

2） 两总体均值差 $\mu_1 - \mu_2$ 的置信度为 0.95 的置信区间。

（请保留小数点后至少 3 位有效数字）

$t_{0.025}(22) = 2.074,\ t_{0.025}(23) = 2.069,\ t_{0.025}(24) = 2.064$

$z_{0.025} = 1.960$，$F_{0.025}(11,11) = 3.474,\ F_{0.025}(12,12) = 3.277$

答案

一、填空

1. **0.23　　3/13** 。

2. **9/16**　　0.5625 。

3. 则 $P\{1\le X<2.5\}$ = **1/2**　　0.5 。

4. $E(Y)$= **5*n*/11**　　0.4545n 。

5. $P\{|\bar{X}-\mu|<2\sigma\}\ge$ 1- **1/4n**。

6. $D(3X-2Y+5)$= **208** 。

7. 参数θ的矩估计值为 **0.389　　7/18** ，最大似然估计值为 **1/3** 。

8. $E(\bar{X}S^4)=\mu\left(\dfrac{2\sigma^4}{n-1}+\sigma^4\right)=\mu\sigma^4\left(\dfrac{n+1}{n-1}\right)$。

9. $P\left\{39800\le X\le 40200\right\}\approx$ **0.8428** 。

10. 拒绝域为 $\chi^2=\sum_{i=1}^{k}\dfrac{(f_i-np_i)^2}{np_i}\ge\chi_\alpha^2(k-3)$ 或 $\chi^2=\sum_{i=1}^{k}\dfrac{f_i^2}{np_i}-n\ge\chi_\alpha^2(k-3)$.

二、0.91136

三、1） $A=\dfrac{1}{2}$　　2） $F(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ \dfrac{x}{2}, & 0\le x<1\\ 1-\dfrac{1}{2x}, & x\ge 1\end{cases}$　　3） $P\left\{\dfrac{1}{2}\le X\le\dfrac{5}{2}\right\}$=0.55

4） $$f_Y(\mathrm{y})=\frac{1}{2\sqrt{y}}\left(f_X(1+\sqrt{y})+f_X(1-\sqrt{y})\right)=\begin{cases}0 & y<0\\ \dfrac{1}{4\sqrt{y}}\left(\dfrac{1}{(1+\sqrt{y})^2}+1)\right) & 0\le y<1\\ \dfrac{1}{4\sqrt{y}(1+\sqrt{y})^2} & y>1\end{cases}$$

四、1） $f_X(x)=\begin{cases}\int_x^{+\infty} e^{-y}dy=e^{-x}, & x>0\\ 0, & else\end{cases}$　　$f_Y(y)=\begin{cases}\int_0^{y} e^{-y}dx=ye^{-y}, & y>0\\ 0, & else\end{cases}$

2） $f_{X|Y}(x|y)=\dfrac{f(x,y)}{f_Y(y)}=\begin{cases}\dfrac{1}{y}, & 0<x<y\\ 0, & else\end{cases}$　　$f_{Y|X}(y|x)=\dfrac{f(x,y)}{f_X(x)}=\begin{cases}e^{x-y}, & y>x>0\\ 0, & else\end{cases}$

3)因为$f_X(x)\times f_Y(y)\neq f(x,y)$,所以 X 与 Y

4） $\rho_{XY}=\sqrt{2}/2=0.717$

5） $f_Z(z)=\begin{cases}\dfrac{1}{3}\left(e^{-\frac{z}{5}}-\mathrm{e}^{-\frac{z}{2}}\right), & z>0\\ 0, & else\end{cases}$

五、1） $\hat{\theta}_M=2\overline{X}$ ， $\hat{\theta}_{MLE}=\max(X_1,X_2,...,X_n)=X_{(n)}$

2） $\hat{\theta}_M$ 是无偏估计，$\hat{\theta}_M$ 为θ的相合估计。

3) $\hat{\theta}_{MLE}$ 的 PDF 为$f_{X_{(n)}}(\mathrm{x})=n\left[F(x)\right]^{n-1}f(x)=\begin{cases}\dfrac{nx^{n-1}}{\theta^n} & 0\le x\le\theta\\ 0 & else\end{cases}$

$E(\hat{\theta}_{MLE})\neq\theta$　有偏

$\lim\limits_{n\to+\infty}E\left(\hat{\theta}_{MLE}\right)=\theta,\ \lim\limits_{n\to+\infty}D\left(\hat{\theta}_{MLE}\right)=0$　　故$\hat{\theta}_{MLE}$为θ的相合估计

4）e^{θ}的矩估计是$e^{\hat{\theta}_M}=e^{2\overline{X}}$

因为e^{θ}具有单值反函数，所以其最大似然估计为$e^{\hat{\theta}_{MLE}}=e^{X_{(n)}}$

六、检验统计量 $Z=S_1^2/S_2^2\sim F(n_1-1,\mathrm{n}_2-1)$

接受 H_0，认为两者的方差相等。

1） 求解均值差$\mu_1-\mu_2$的置信区间为　$\left((\overline{\mathrm{X}}-\overline{Y})\mp t_{\alpha/2}(n_1+n_2-2)S_w\sqrt{\dfrac{1}{n_1}+\dfrac{1}{n_2}}\right)$

（2.9179，4.5821）。μ_1-μ_2置信区间下限大于 0，我们认为 μ_1 比 μ_2 大