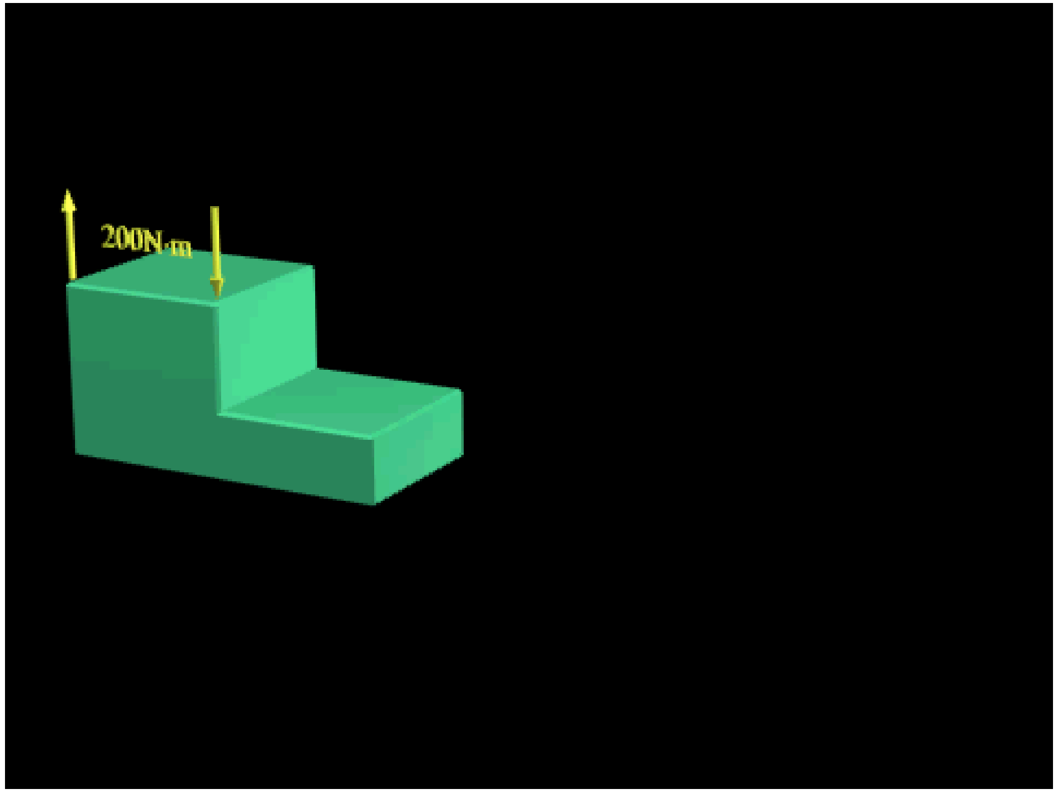
4.2 空间力偶系的合成与平衡

1.力偶作用面的平移

空间力偶作用面的平移并不改变该力偶对刚体的作用效应。



2.力偶矩矢

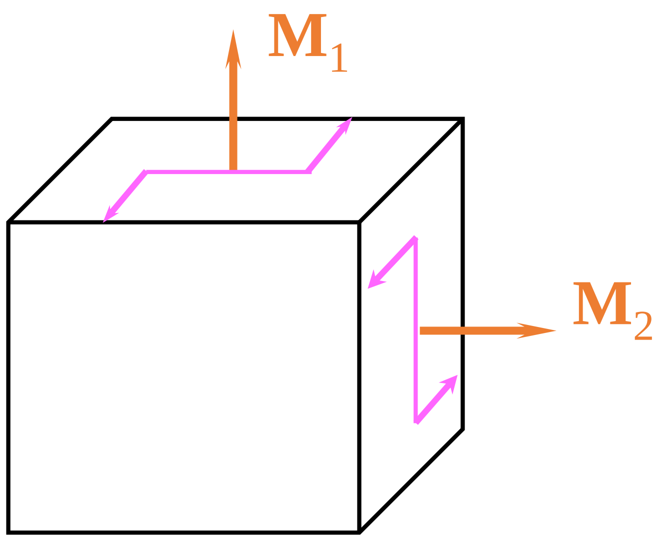
(1) **概念：**

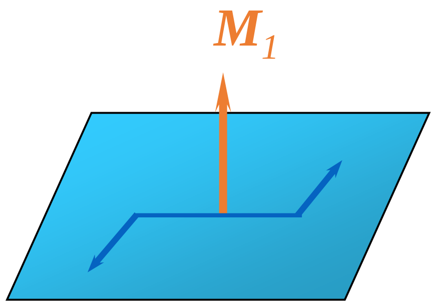
用来表示力偶矩的大小、转向、作用面方位的有向线段。

(2) **力偶的三要素：**

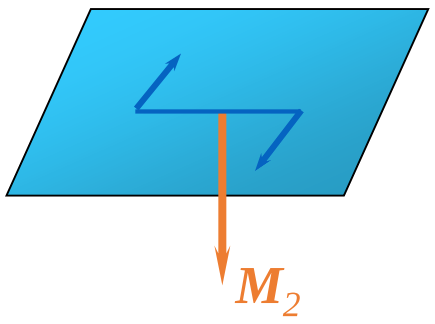
- **力偶矩的大小。**
- **力偶的转向。**
- **力偶作用面的方位**

(3) **符号：** M





空间力偶可用一个矢量M 表示，该矢量M称为力偶矩矢。



矢量M的模表示力偶矩的大小；方位垂直于力偶作用平面；指向表示力偶的转向，符合右手螺旋规则。

力偶矩矢是自由矢量，一般从力偶矩中点画出。

力偶矩矢与力矢的区别

- 作用在刚体上的力偶矩矢是自由矢量，而力矢是滑动矢量。
- 力偶矩矢指向人为规定，力矢指向由力本身所决定。

3.力偶等效定理

空间两个力偶等效的充要条件是：这两个力偶的力偶矩矢相等。

4. 空间力偶系的合成

空间力偶系可合成为一力偶。合力偶的矩矢等于各分力偶矩矢的矢量和。

即 $$\boldsymbol{M} = \boldsymbol{M}_1 + \boldsymbol{M}_2 + \cdots + \boldsymbol{M}_n = \sum \boldsymbol{M}_i$$

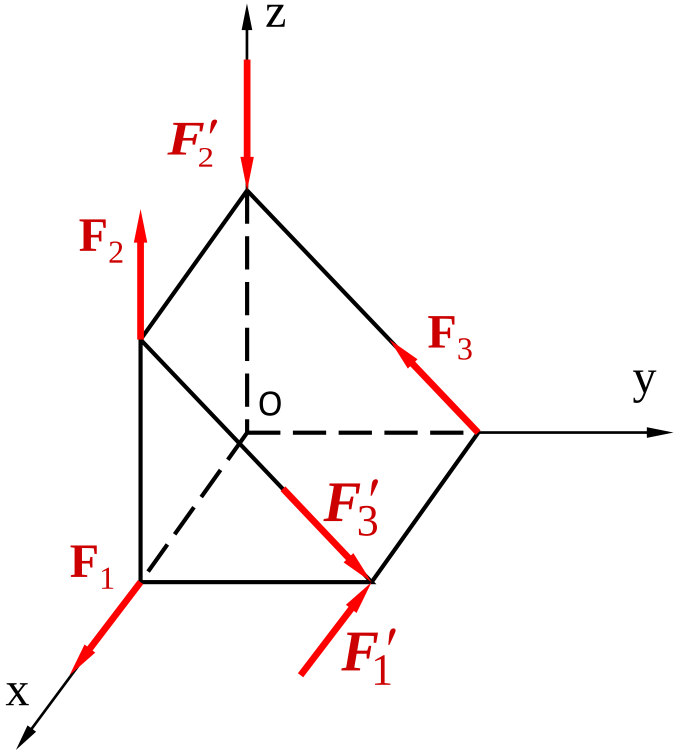
5. 空间力偶系平衡的充要条件

力偶矩矢多边形自行闭合，即力偶系中各力偶矩矢的矢量和等于零。

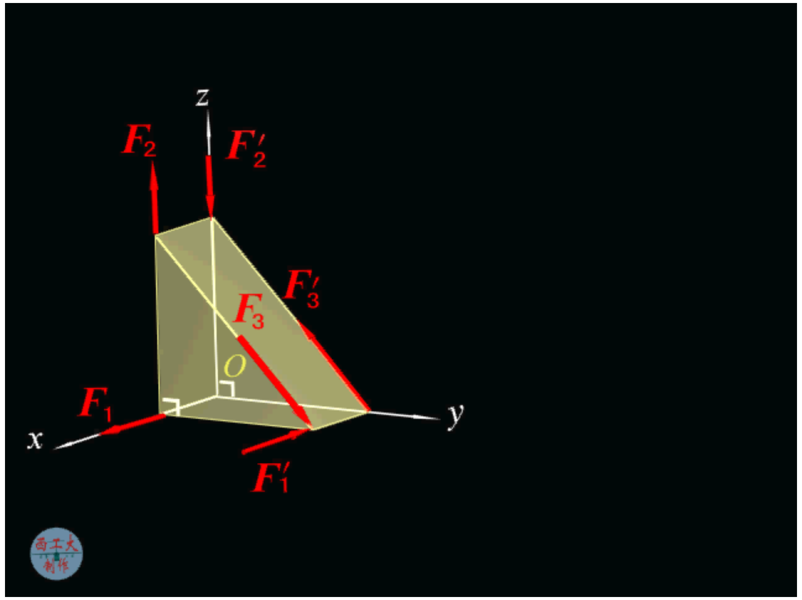
$$\sum \boldsymbol{M}_i = 0$$

$$\sum M_x = 0$$
$$\sum M_y = 0$$
$$\sum M_z = 0$$

空间力偶系的平衡方程



例题1 图示的三角柱刚体是正方体的一半。在其中三个侧面各自作用着一个力偶。已知力偶（F_1，F'_1）的矩$M_1=20\ \text{N m}$；力偶（F_2，F'_2）的矩$M_2=20\ \text{N m}$；力偶（F_3，F'_3）的矩$M_3=20\ \text{N m}$。试求合力偶矩矢M。又问使这个刚体平衡，还需要施加怎样一个力偶。



解：

1.画出各力偶矩矢。（单击图面演示平移动画）

2.合力偶矩矢M 的投影。

$$M_x = M_{1x} + M_{2x} + M_{3x} = 0$$

$$M_y = M_{1y} + M_{2y} + M_{3y} = 11.2\ \mathrm{N \cdot m}$$

$$M_z = M_{1z} + M_{2z} + M_{3z} = 41.2\ \mathrm{N \cdot m}$$

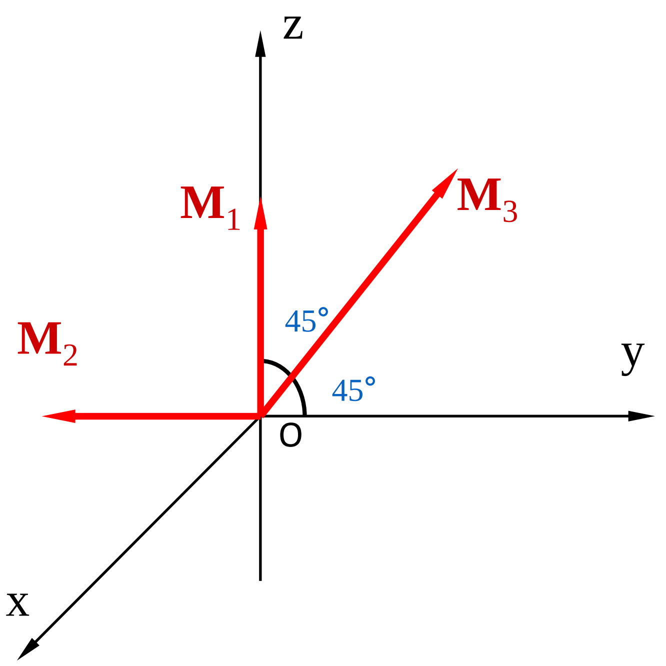
3.合力偶矩矢M 的大小和方向。

$$M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2} = 42.7 \ \mathrm{N \cdot m}$$

$$\cos(\boldsymbol{M}, \boldsymbol{i}) = \frac{M_x}{M} = 0, \quad \angle(\boldsymbol{M}, \boldsymbol{i}) = 90°$$

$$\cos(\boldsymbol{M}, \boldsymbol{j}) = \frac{M_y}{M} = 0.262, \quad \angle(\boldsymbol{M}, \boldsymbol{j}) = 74.8°$$

$$\cos(\boldsymbol{M}, \boldsymbol{k}) = \frac{M_z}{M} = 0.965, \quad \angle(\boldsymbol{M}, \boldsymbol{k}) = 15.2°$$



4. 为使这个刚体平衡，需加一力偶，其力偶矩矢为 $M_4 = -M$。

谢谢！