



8.2点的速度合成定理



例题1 军舰以20节 (knot , $1=1.852\text{km/h}$) 的速度向右前进 , 直升飞机—每小时18km的速度垂直降落。求直升飞机相对于军舰的速度。





解： 1. 选择动点与动系。

动点 - 直升飞机。

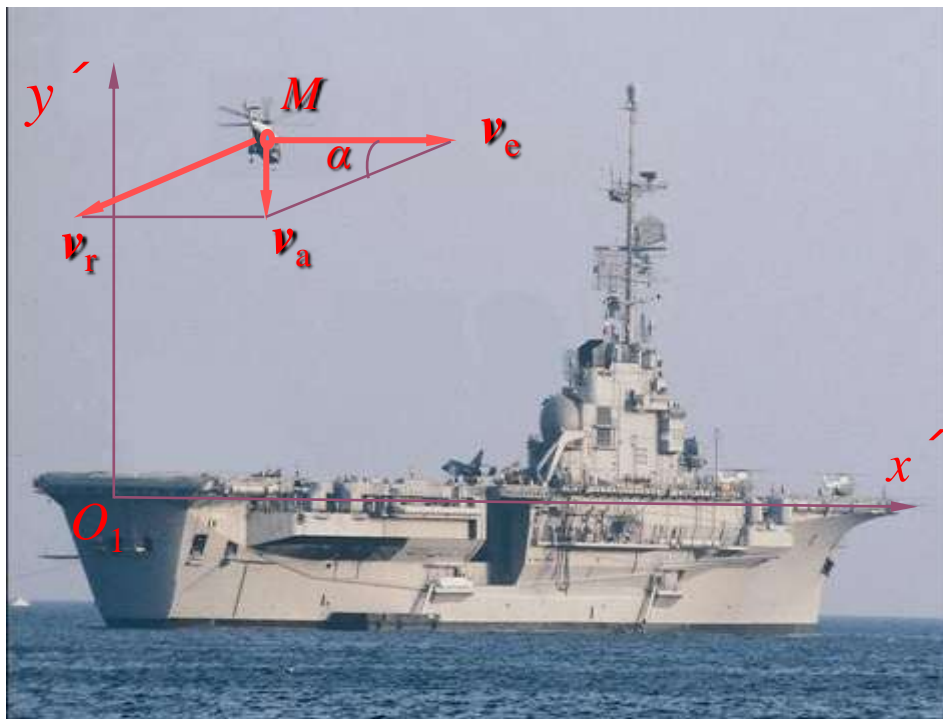
动系 - $O_1x'y'$, 固定军舰上。

2. 运动分析。

绝对运动 - 垂直向下直线运动。

相对运动 - 直线运动。

牵连运动 - 水平方向平动。



3. 速度分析。

绝对速度 v_a ： v_a 大小已知，方向沿铅垂方向向下。

牵连速度 v_e ： v_e 大小已知，方向水平向右。

相对速度 v_r ：大小方向均未知，为所要求的量。

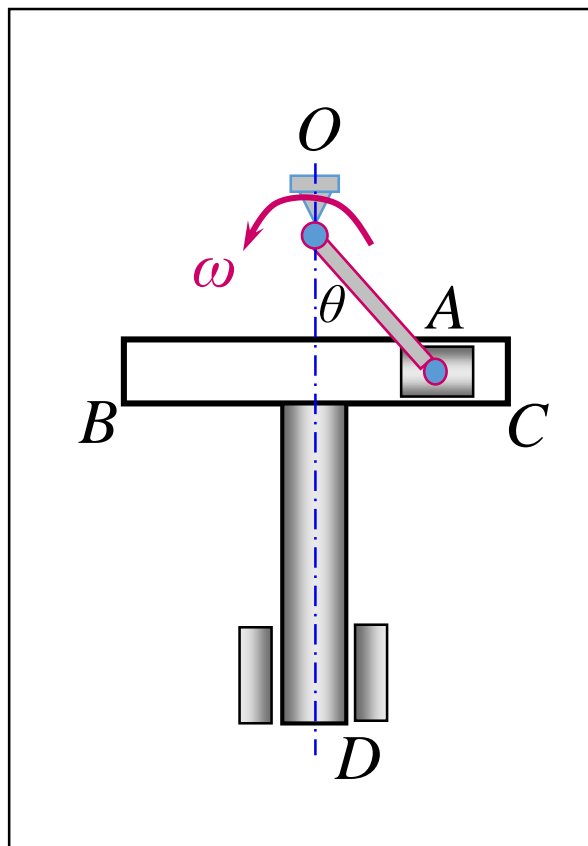
应用速度合成定理 $v_a = v_e + v_r$

$$v_r = \sqrt{v_e^2 + v_a^2} = \sqrt{(37.04)^2 + 18^2} = \sqrt{1372 + 324} = 41.18 \text{ km/h}$$

$$\tan \alpha = \frac{v_a}{v_e} = \frac{18}{37.04} = 0.486 \quad \alpha = 25.92^\circ$$

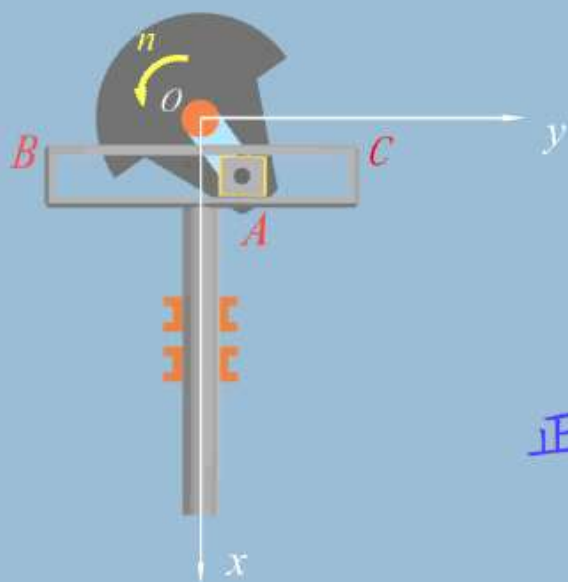


例题2 已知正弦机构中，曲柄 $OA = l$ ，角速度 ω ， $\theta = 30^\circ$ 。
求连杆 BCD 的速度。

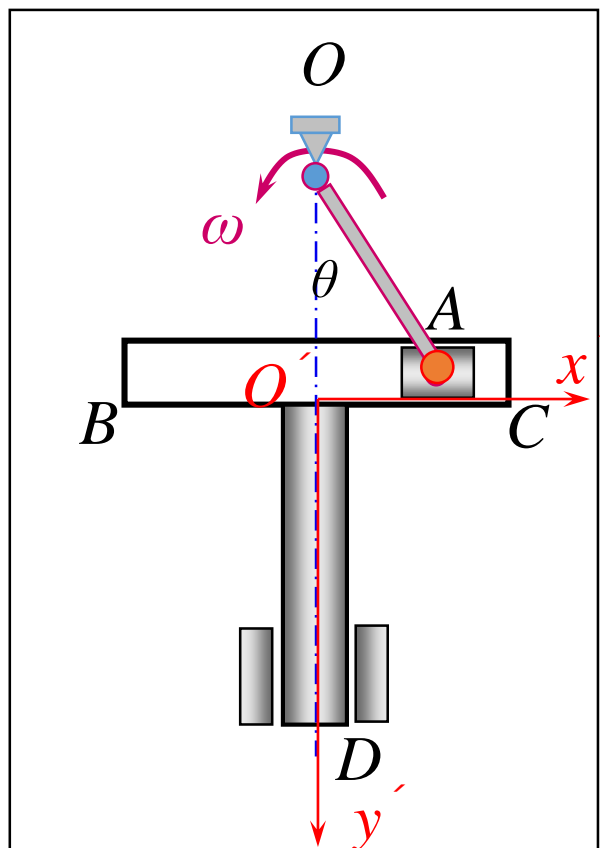




点的复合运动——相对运动轨迹
运动分析



正弦机构



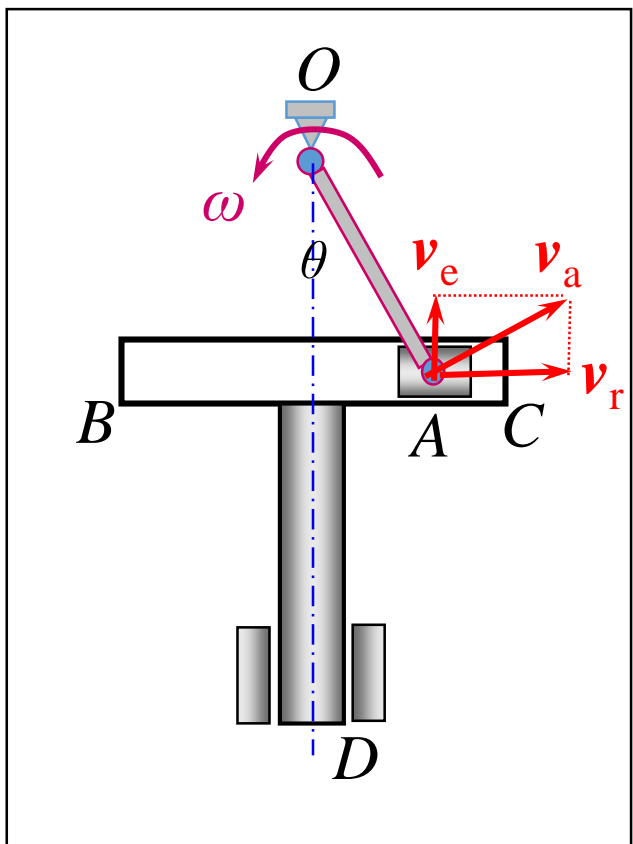
解： 1. 选择动点与动系。
动点 - 曲柄上的A点；
动系 - $O'x'y$ 固连杆BC上。

2. 运动分析。

绝对运动 - 以O为圆心、 l 为半径的等速圆周运动。

相对运动 - 沿BC方向的直线运动。

牵连运动 - 铅垂方向的平移。



3. 速度分析。

绝对速度 v_a : $v_a = \omega l$, 方向已知。

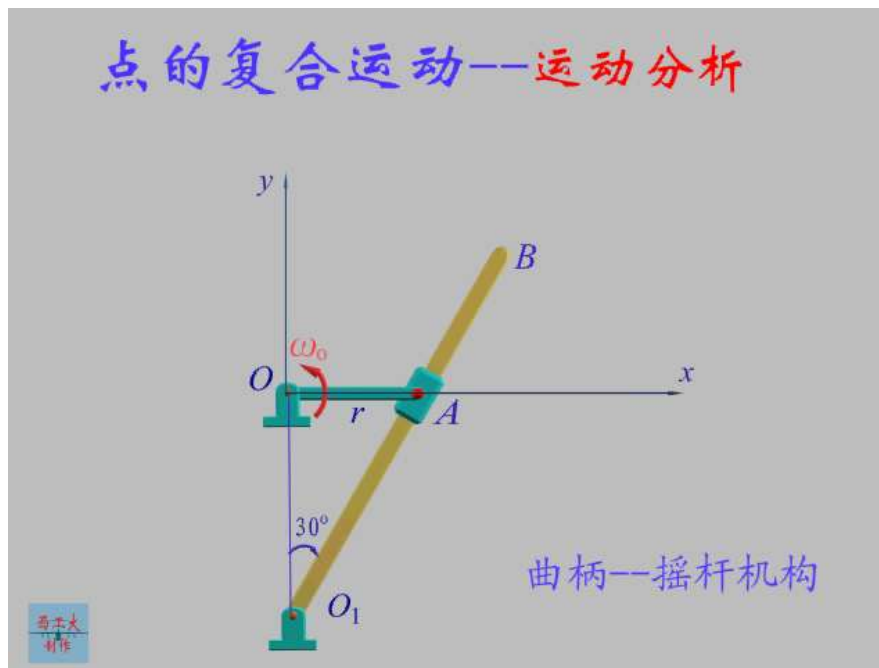
相对速度 v_r : $v_r = ?$, 方向已知。

牵连速度 v_e : $v_e = ?$, 方向已知。

$$\begin{aligned} v_{BC} &= v_e = v_a \sin \theta \\ &= \omega l \sin 30^\circ \\ &= \frac{1}{2} \omega l \end{aligned}$$

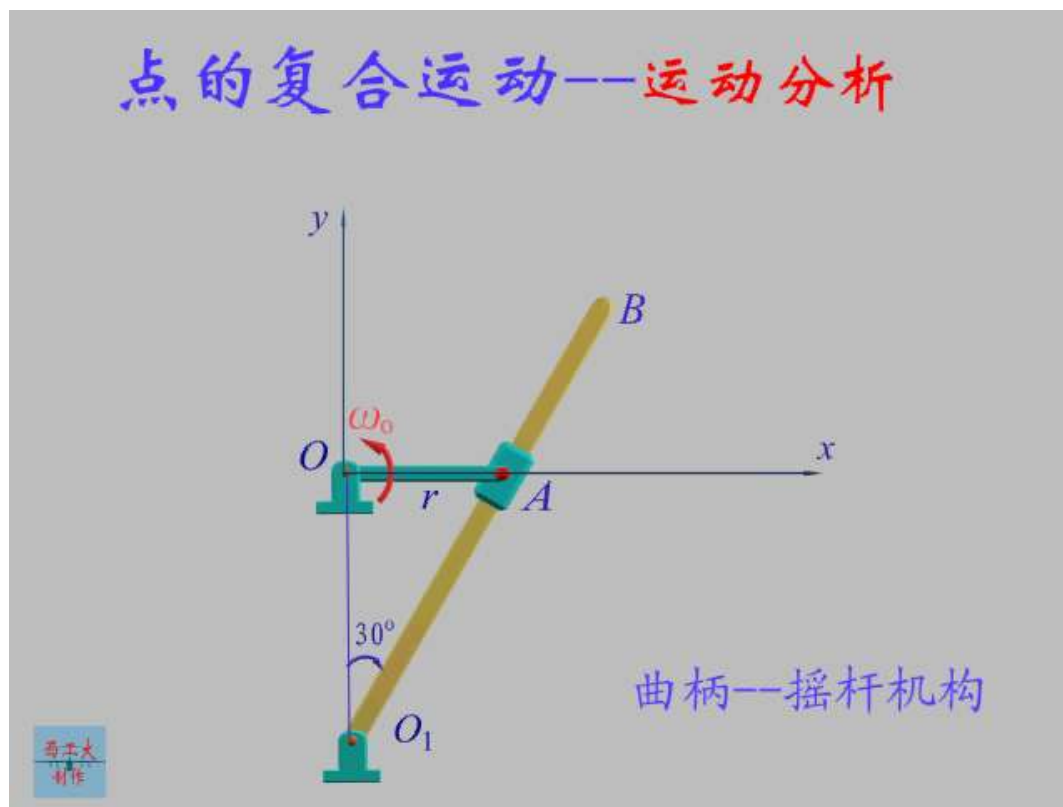


例题3 刨床的急回机构如图所示。曲柄 OA 的一端 A 与滑块用铰链连接。当曲柄 OA 以匀角速度 ω 绕固定轴 O 转动时，滑块在摇杆 O_1B 上滑动，并带动摇杆 O_1B 绕固定轴 O_1 摆动。设曲柄长 $OA=r$ ，两间距离 $OO_1=l$ 。求当曲柄在水平位置时摇杆的角速度 ω_1 。





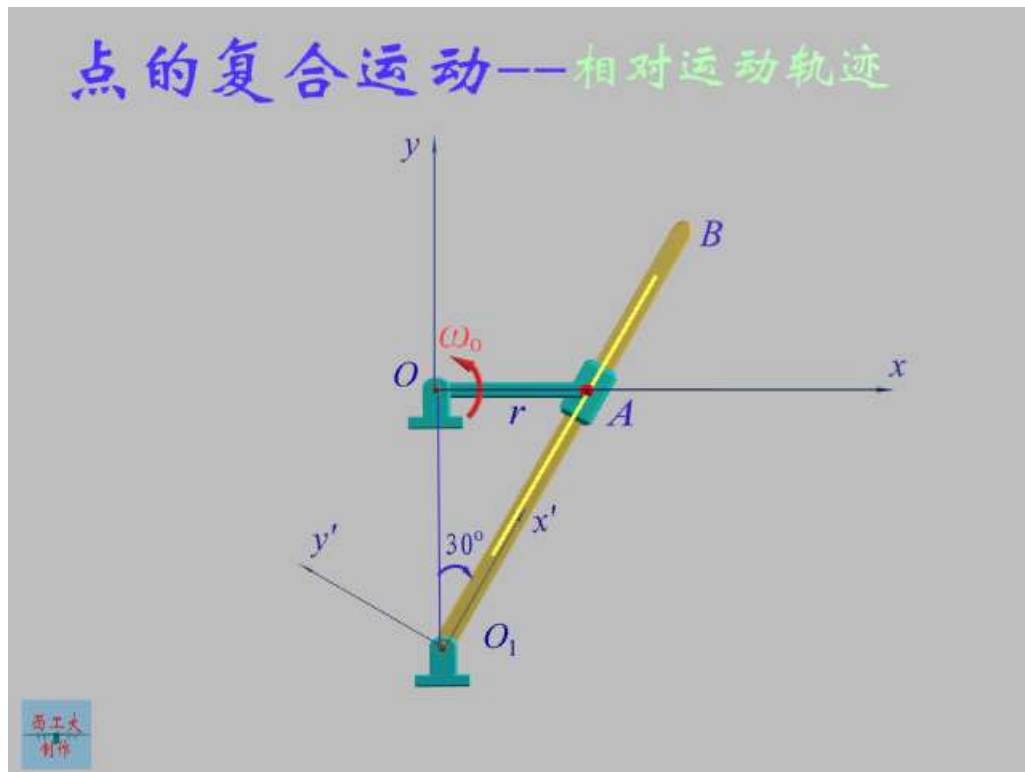
点的复合运动——运动分析



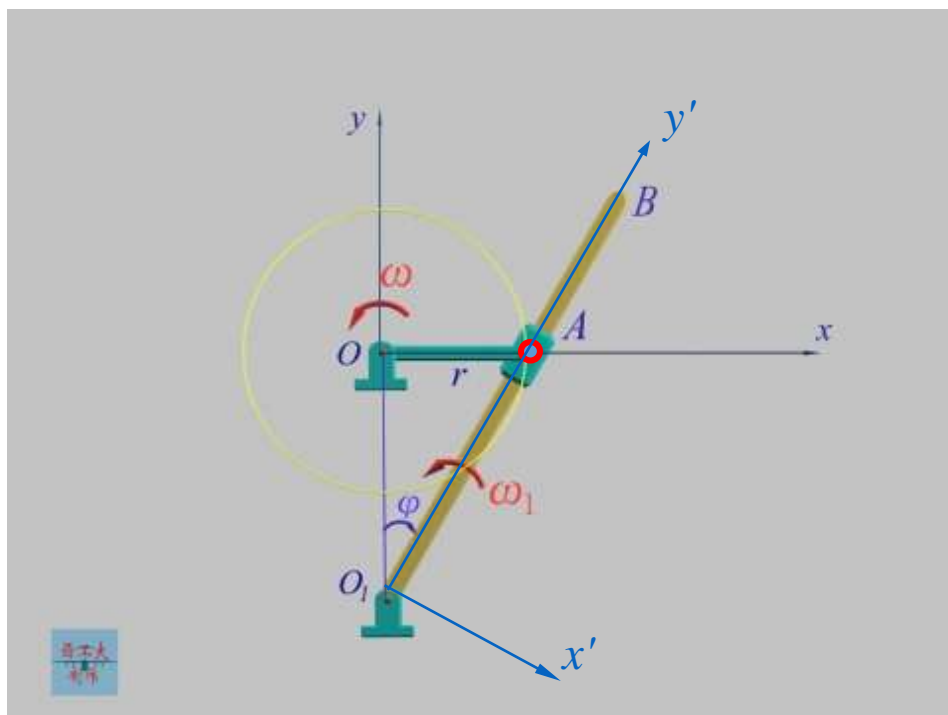
运动演示



点的复合运动——相对运动轨迹



相对运动轨迹



解： 1. 选择动点，动系与定系。

动点 - 滑块 A 。

动系 - $O_1x'y'$ ，固连于摇杆 O_1B 。

定系 - 固连于机座。

2. 运动分析。

绝对运动 - 以 O 为圆心的圆周运动。

相对运动 - 沿 O_1B 的直线运动。

牵连运动 - 摇杆绕 O_1 轴的摆动。



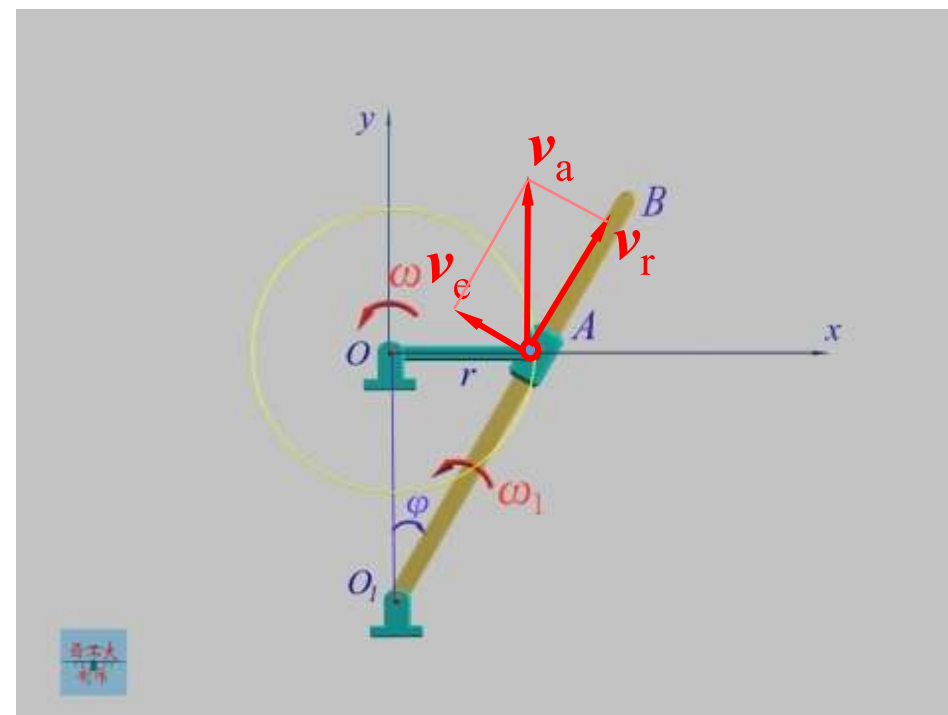
3. 速度分析。

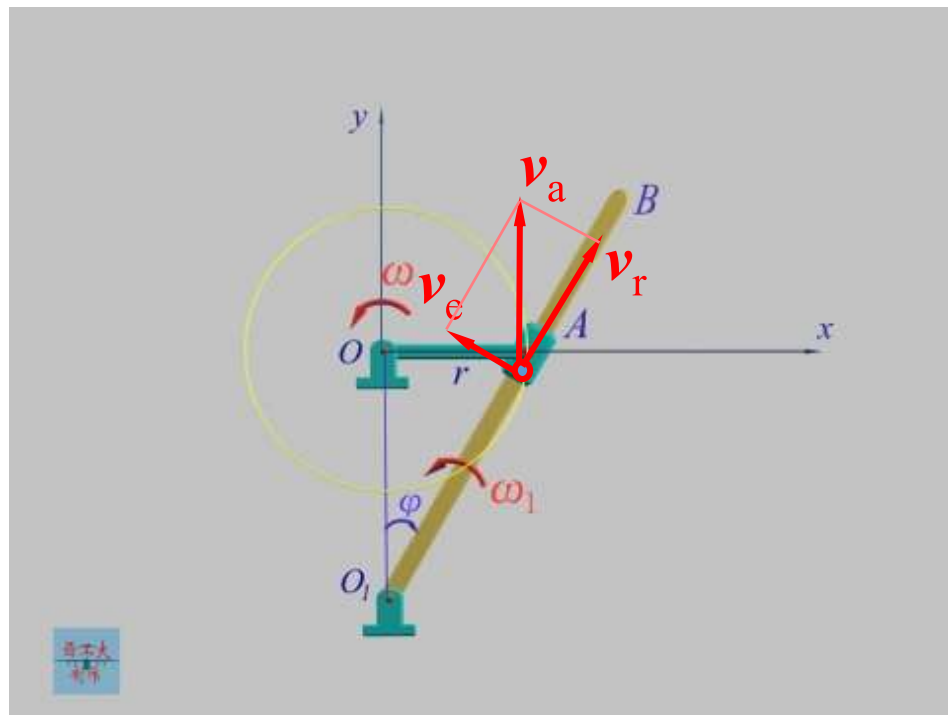
绝对速度 v_a : $v_a = OA \cdot \omega = r \omega$, 方向垂直于 OA , 沿铅垂方向向上。

牵连速度 v_e : v_e 为所要求的未知量 , 方向垂直于 O_1B 。

相对速度 v_r : 大小未知 , 方向沿摇杆 O_1B 。

应用速度合成定理 $v_a = v_e + v_r$





$$\mathbf{v}_a = \mathbf{v}_e + \mathbf{v}_r$$

$$v_e = v_a \sin \varphi$$

$$v_a = r\omega, \quad \sin \varphi = \frac{r}{\sqrt{l^2 + r^2}},$$

所以
$$v_e = \frac{r^2 \omega}{\sqrt{l^2 + r^2}}$$

设摇杆在此瞬时的角速度为 ω_1 , 则

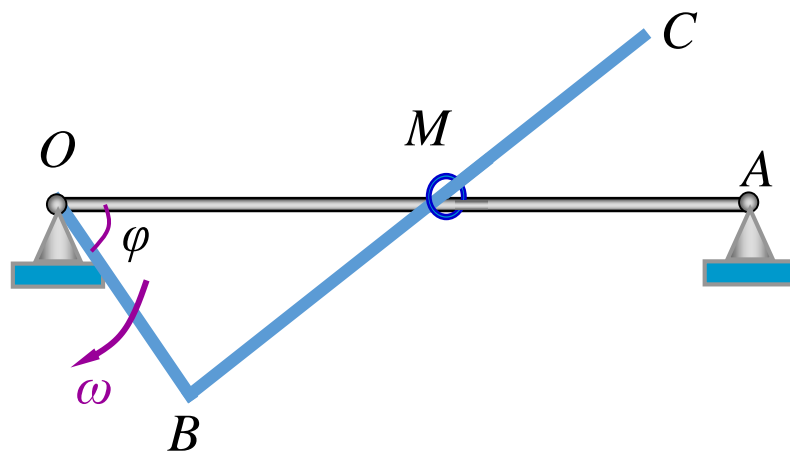
$$v_e = O_1A \cdot \omega_1 = \frac{r^2 \omega}{\sqrt{l^2 + r^2}}$$

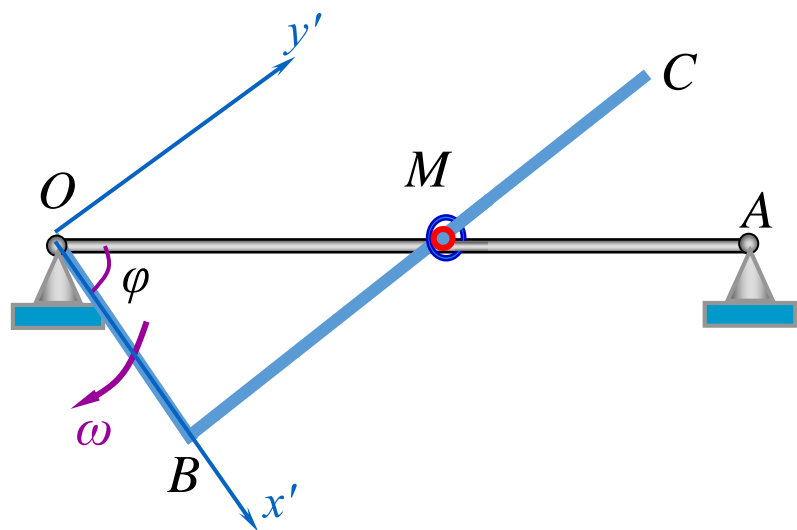
其中 $O_1A = \sqrt{l^2 + r^2}$ 所以可得

$$\omega_1 = \frac{r^2 \omega}{l^2 + r^2}$$



例题4 曲杆 OBC 以匀角速度 ω 绕固定轴 O 转动，使圆环 M 沿固定直杆 OA 上滑动。设曲柄长 $OB=10\text{ cm}$ ， OB 垂直 BC 。 $\omega=0.5\text{ rad/s}$ ，求 $\varphi=60^\circ$ 时，小环的绝对速度。





解： 1. 选择动点，动系与定系。

动点 - 小环 M 。

动系 - $O_1x'y'$ ，固连于摇杆 OBC 。

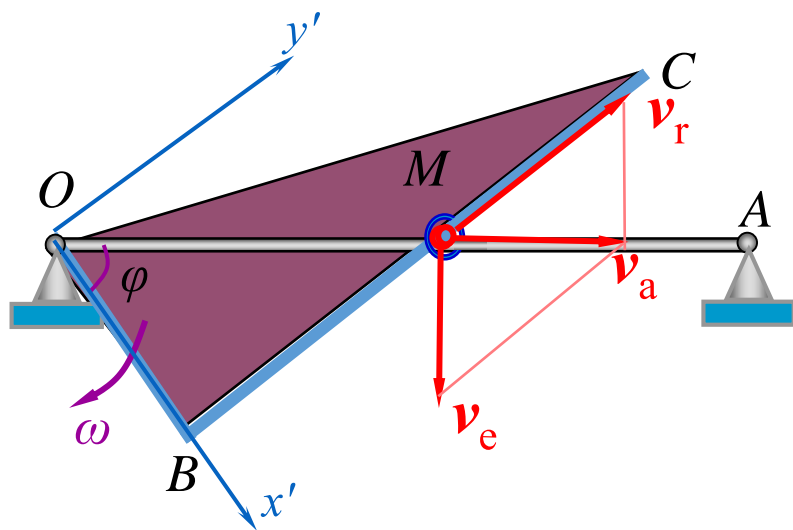
定系 - 固连于机座。

2. 运动分析。

绝对运动 - 沿 OA 的直线运动。

相对运动 - 沿 BC 的直线运动。

牵连运动 - 绕 O 定轴转动。



3. 速度分析。

绝对速度 v_a ：大小未知，方向沿 OA 向右。

牵连速度 v_e ：

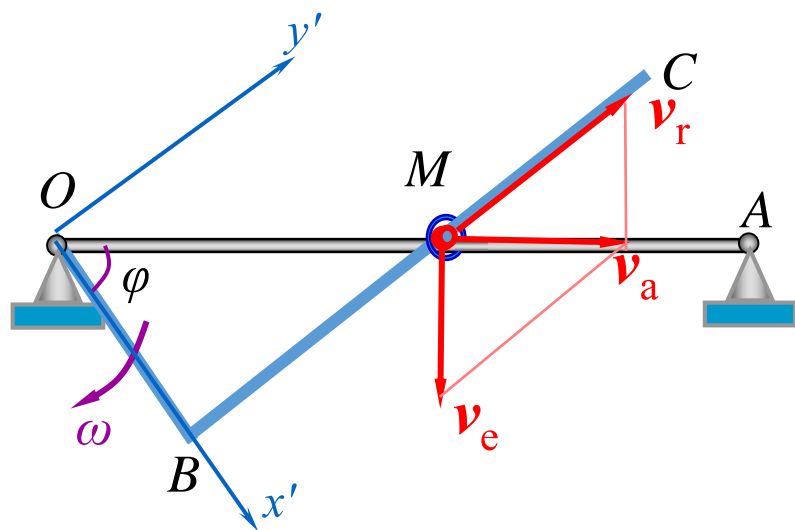
$v_e = OM \cdot \omega$ 方向垂直于 OA 。

相对速度 v_r ：

大小未知，方向沿杆 BC 。

应用速度合成定理

$$v_a = v_e + v_r$$



$$\mathbf{v}_a = \mathbf{v}_e + \mathbf{v}_r$$

投影到 x' 轴

$$v_a \sin 30^\circ = v_e \cos 30^\circ$$

所以

$$v_a = v_e \cot 30^\circ = 17.3 \text{ cm/s}$$



谢谢！