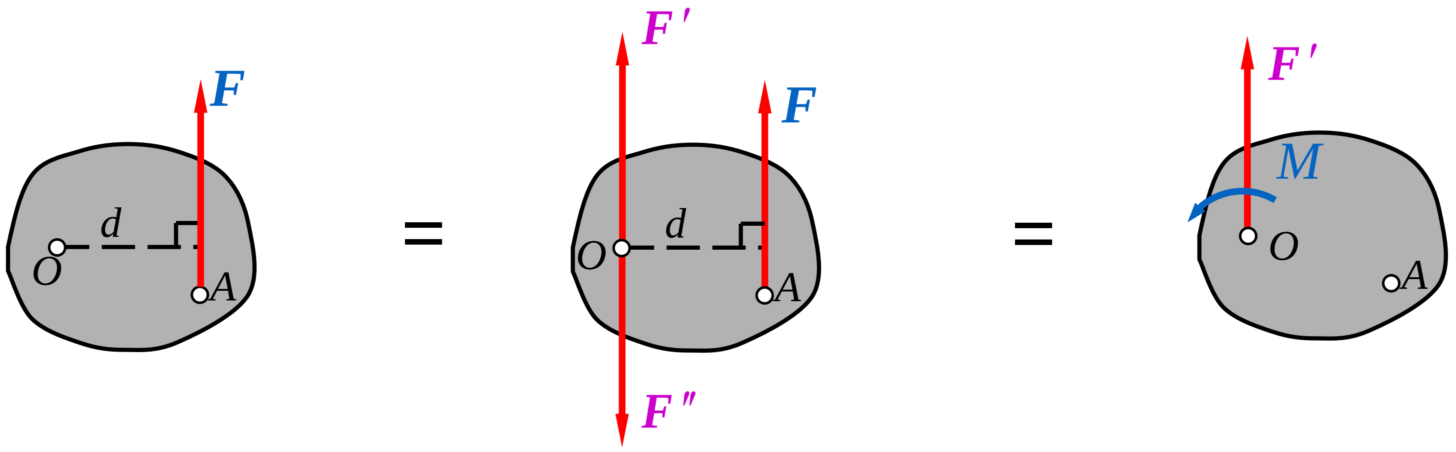
3.2 平面任意力系向作用面内任一点简化

1. 力线平移定理

把力F 作用线向某点O平移时，须附加一个力偶，此附加力偶的矩等于原力F 对点O的矩。



$$\boldsymbol{F}' = -\boldsymbol{F}'' = \boldsymbol{F}\,, \qquad M = Fd = M_O(\boldsymbol{F})$$


力线平移定理
F
A

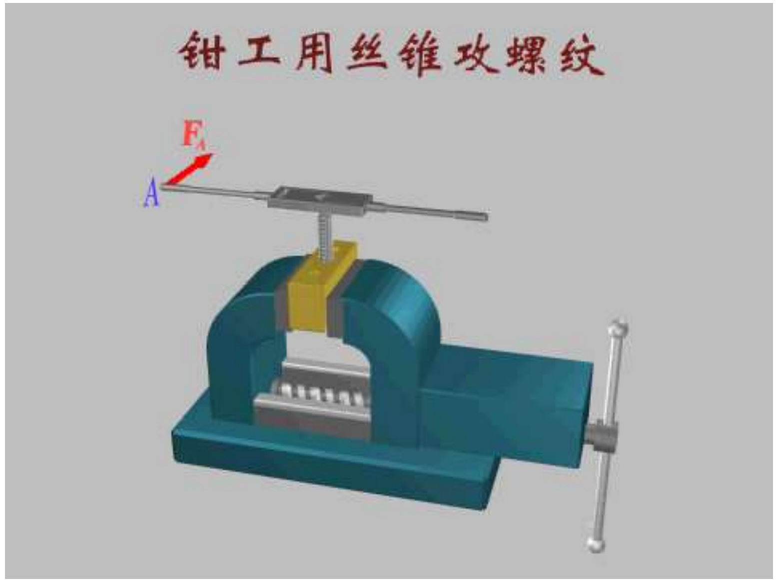
●几个性质

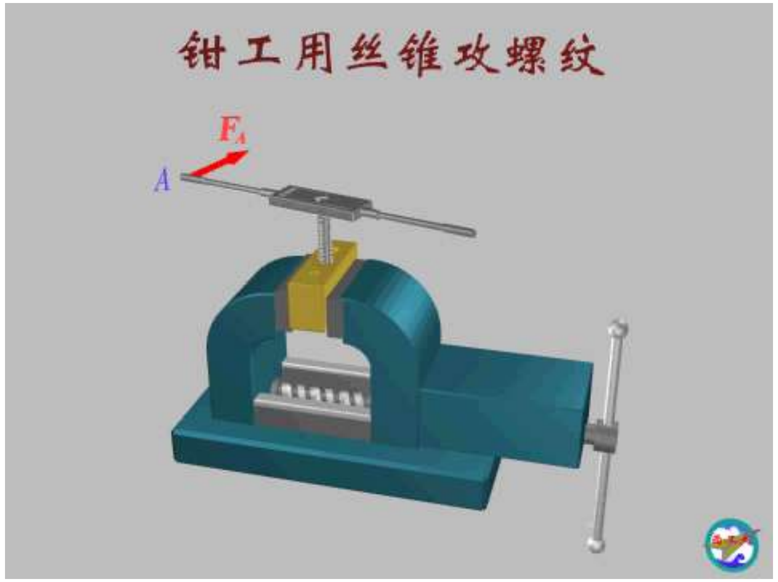
(1) 当力线平移时，力的大小、方向都不改变，但附加力偶的矩的大小与正负一般要随指定O点的位置的不同而不同。

(2) 力线平移的过程是可逆的，由此可得重要结论：

作用在同一平面内的一个力和一个力偶，总可以归纳为一个和原力大小相等的平行力。

(3) 力线平移定理是把刚体上平面任意力系分解为一个平面共点力系和一个平面力偶系的依据。



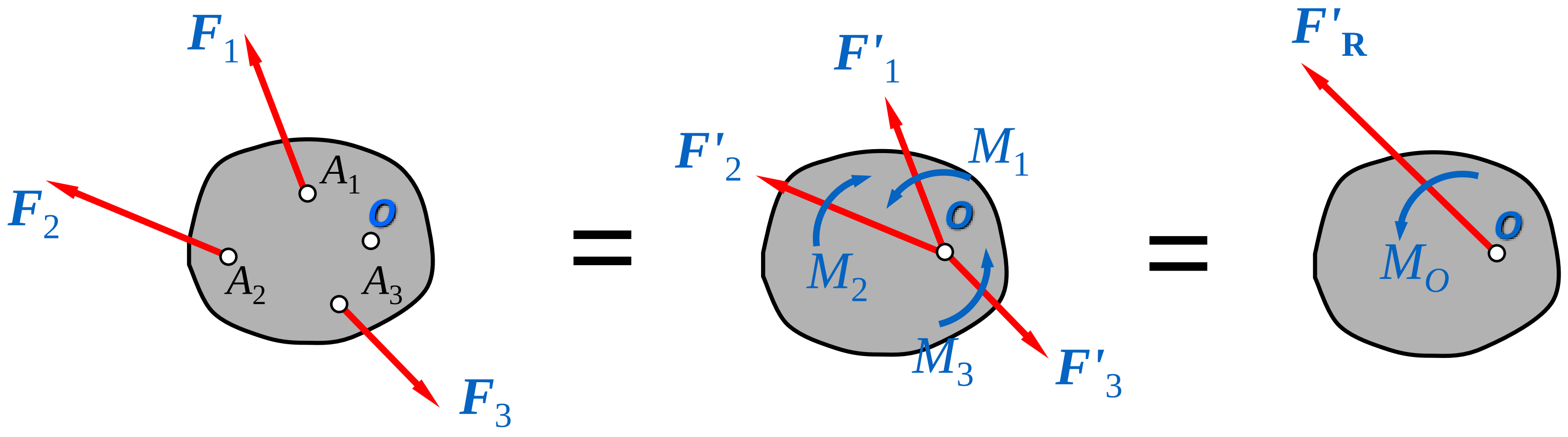


工程实例

2. 力系向给定点O 的简化

点O 称为简化中心。

以三个力构成的平面任意力系为例说明如下：

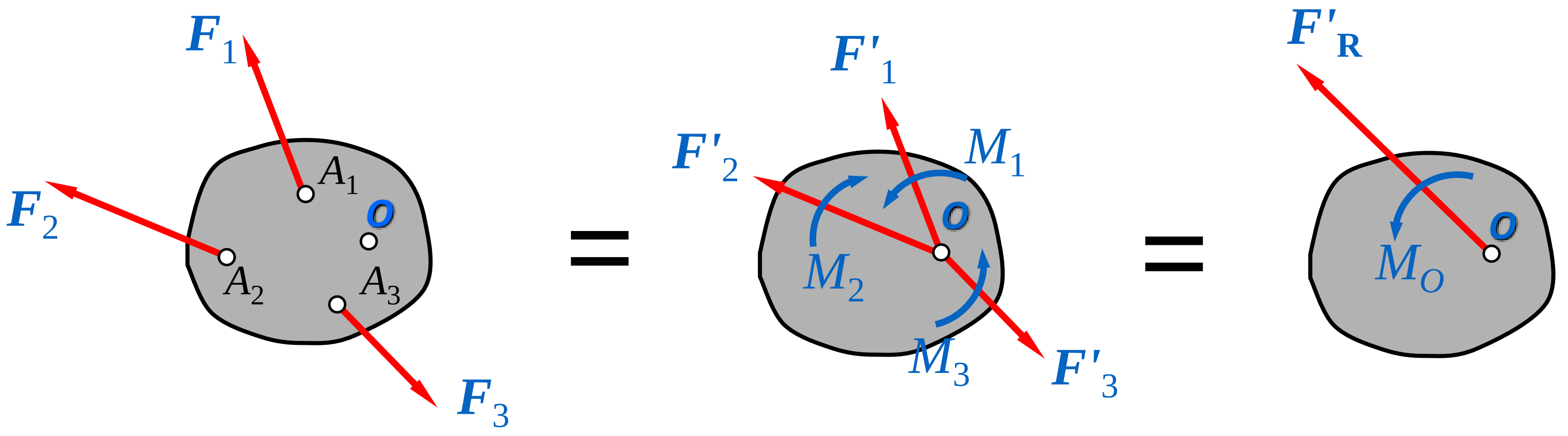


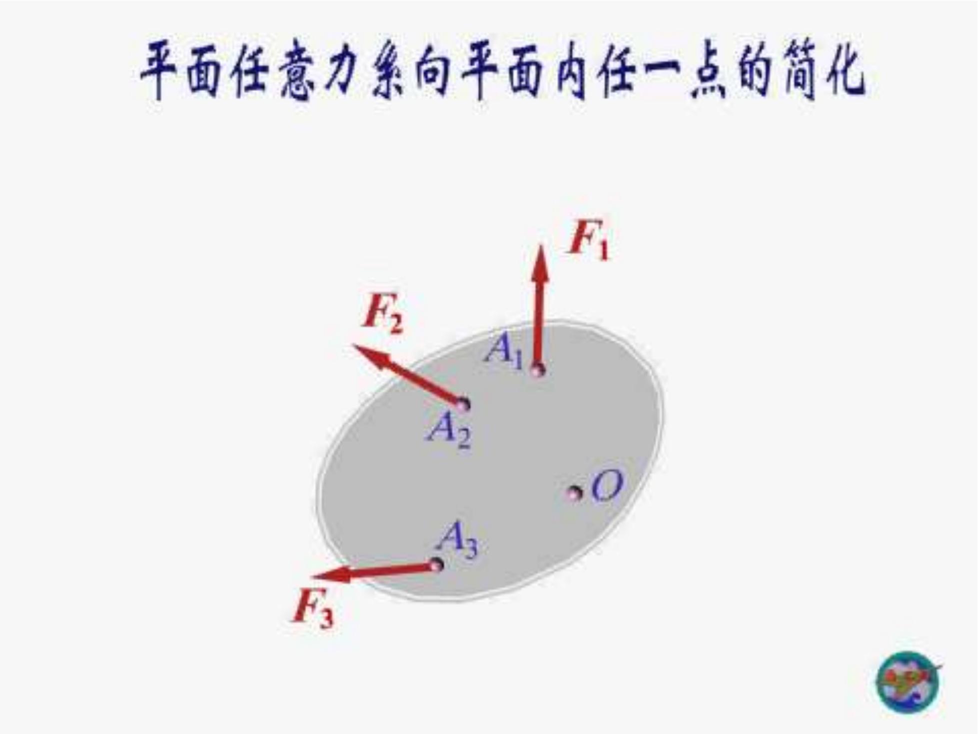
共点力系F_1'，F_2'，F_3'的合成结果为一作用点在点O的力F'_R。这个力矢F'称为原平面任意力系的**主矢**。

$$\boldsymbol{F}'_R=\boldsymbol{F}'_1+\boldsymbol{F}'_2+\boldsymbol{F}'_3=\boldsymbol{F}_1+\boldsymbol{F}_2+\boldsymbol{F}_3$$

附加力偶系的合成结果是作用在同平面内的力偶，这力偶的矩用M_O代表，称为原平面任意力系对简化中心O的**主矩**。

$$M_O=M_1+M_2+M_3=M_O(\boldsymbol{F}_1)+M_O(\boldsymbol{F}_2)+M_O(\boldsymbol{F}_3)$$




平面任意力系向平面内任一点的简化
F_1
F_2
F_3
A_1
A_2
A_3
O

平面任意力系对简化中心*O*的

主矢 $\boldsymbol{F}'_R=\boldsymbol{F}_1+\boldsymbol{F}_2+\cdots+\boldsymbol{F}_n=\sum\boldsymbol{F}_i$

主矩 $M_O=M_O(\boldsymbol{F}_1)+M_O(\boldsymbol{F}_2)+\cdots+M_O(\boldsymbol{F}_3)=\sum M_O(\boldsymbol{F}_i)$

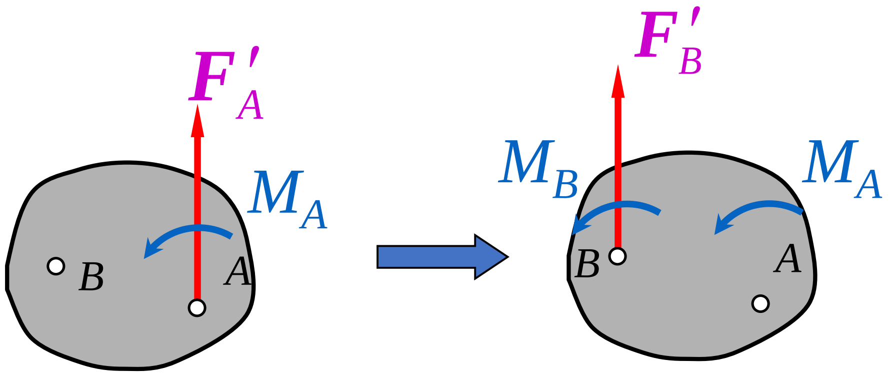
结 论

平面任意力系向作用面内任一点*O*简化的结果，是一个力和一个力偶，这个力作用在简化中心*O*，它的力矢等于原力系中各力的矢量和，并称为原力系的主矢；这力偶的矩等于各附加力偶矩的代数和，它称为原力系对简化中心*O*的主矩，并在数值上等于原力系中各力对简化中心*O*的力矩的代数和。

● 几点说明

(1) 平面任意力系的主矢的大小和方向与简化中心*O*的位置无关。

(2) 平面任意力系的主矩一般与简化中心*O*的位置有关。因此，在说到力系的主矩时，一定要指明简化中心。



$$\boldsymbol{F}'_B = \boldsymbol{F}'_A$$

$$M = M_A + M_B(\boldsymbol{F}'_A)$$

主矢、主矩的求法

(1) 主矢可按力多边形规则作图求得，或用解析法计算。

$$F_R' = \sqrt{F_{Rx}'^2 + F_{Ry}'^2} = \sqrt{(\sum F_x)^2 + (\sum F_y)^2}$$

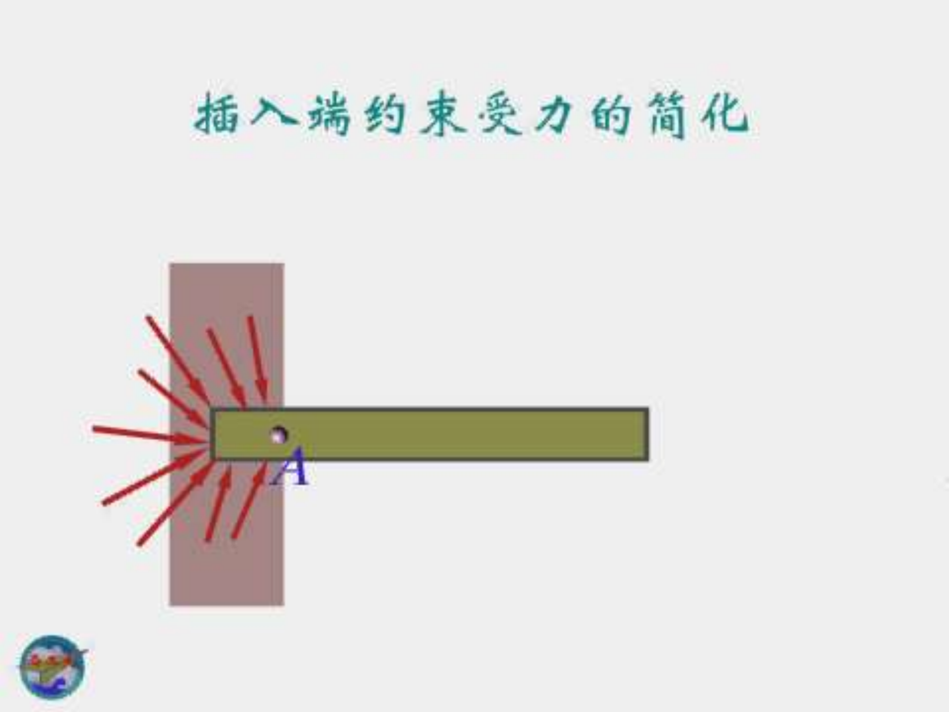
方向余弦

$$\cos(\boldsymbol{F}', x) = \frac{(\sum F_x)}{F_R'}$$

$$\cos(\boldsymbol{F}', y) = \frac{(\sum F_y)}{F_R'}$$

(2) 主矩M_O可由下式计算。

$$M_O = M_O(\boldsymbol{F}_1) + M_O(\boldsymbol{F}_2) + \cdots + M_O(\boldsymbol{F}_3) = \sum M_O(\boldsymbol{F})$$



工程实例