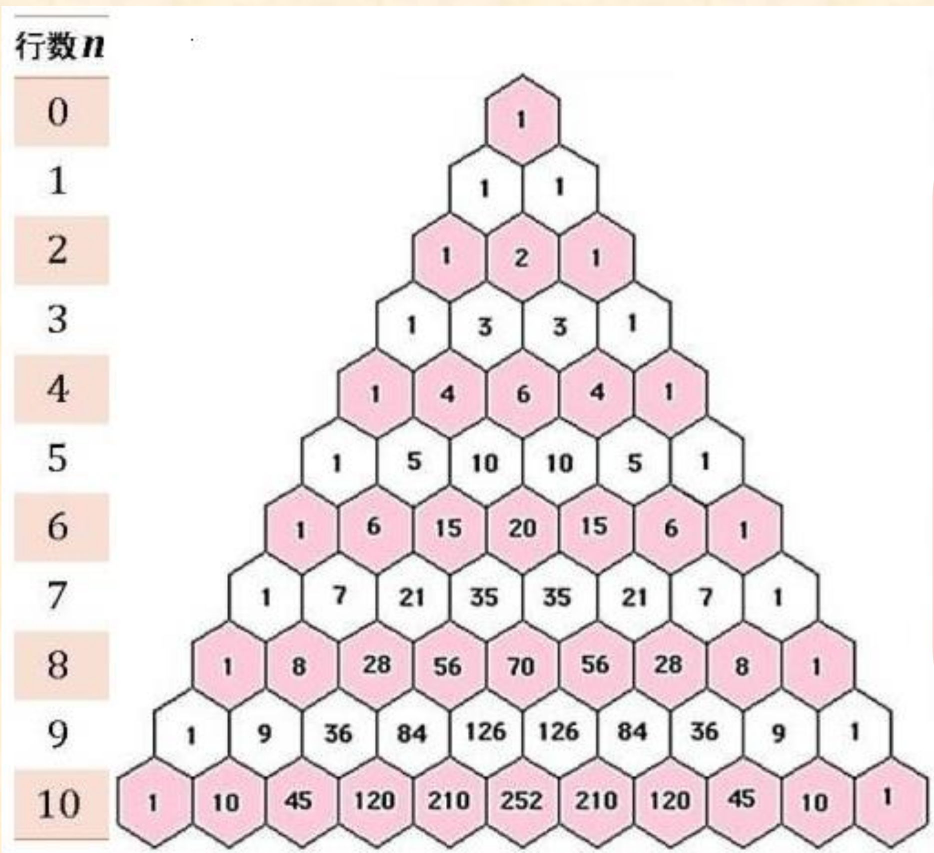
# 杨辉三角，别称：  贾宪三角形 / 帕斯卡三角形

杨辉三角是杨辉在1261年所著的《详解九章算法》提出，欧洲 帕斯卡在1654年发现这一规律，所以这个表又叫做帕斯卡三角形（**Pascal’s Triangle**）。帕斯卡的发现比杨辉要迟393年，比贾宪迟600年。

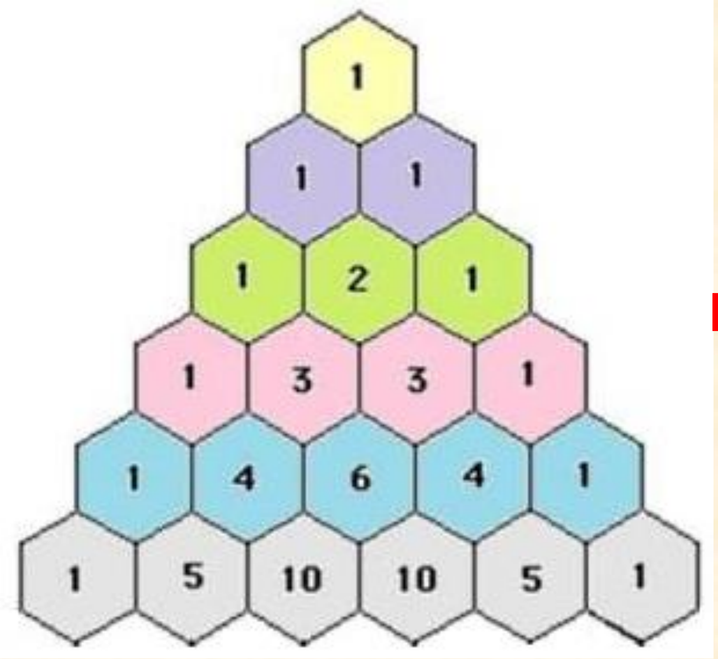



- $(a+b)^n$的展开式中的各项**系数**依次对应杨辉三角的第$(n+1)$行中的每一项

*注*：行数若按左边标准方法则 $(a+b)^n$的展开式中的各项**系数**依次对应杨辉三角的第$n$行中的每一项）

# 杨辉三角 / 帕斯卡三角形

- $(a+b)^n$的展开式中的各项系数依次对应杨辉三角的第$(n+1)$行中的每一项



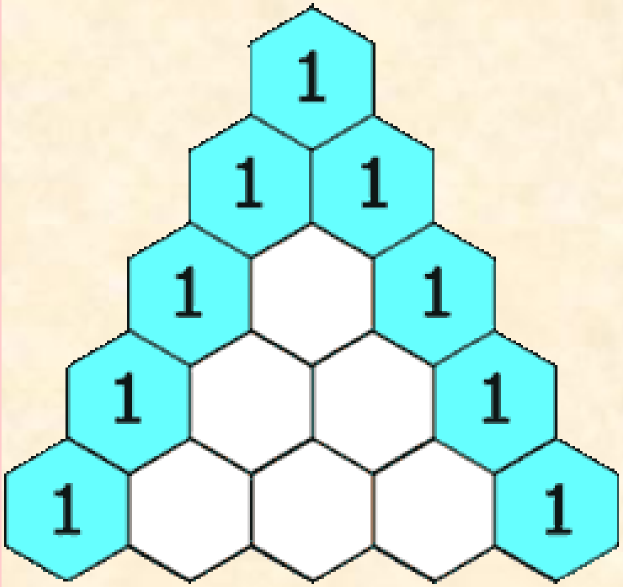

$$
\begin{array}{ccccccccccc}
 & & & & & \binom{0}{0} & & & & & \\
 & & & & \binom{1}{0} & & \binom{1}{1} & & & & \\
 & & & \binom{2}{0} & & \binom{2}{1} & & \binom{2}{2} & & & \\
 & & \binom{3}{0} & & \binom{3}{1} & & \binom{3}{2} & & \binom{3}{3} & & \\
 & \binom{4}{0} & & \binom{4}{1} & & \binom{4}{2} & & \binom{4}{3} & & \binom{4}{4} & \\
\binom{5}{0} & & \binom{5}{1} & & \binom{5}{2} & & \binom{5}{3} & & \binom{5}{4} & & \binom{5}{5}
\end{array}
$$

# 杨辉三角 / 帕斯卡三角形

- 每个数字等于上一行的左右两个数字之和，可用此性质写出整个杨辉三角。
- 即：第**n**+**1**行的第***i***个数等于第**n**行的第***i***-**1**个数和第***i***个数之和，即

$$C_{n+1}^{i}=C_{n}^{i-1}+C_{n}^{i}$$

或 $$\binom{n+1}{i}=\binom{n}{i-1}+\binom{n}{i}$$



# 高尔顿钉板 （Galton Board）

高尔顿钉板是由英国生物统计学家高尔顿设计，它是一块垂直的板子，板上有多行相互交叉间隔的钉柱，板底部有一些等间隔的竖板隔开。

有许多小圆珠可以从板顶部垂直下落，每个圆珠在掉落过程中会碰撞到板上的钉柱，然后会向左或向右继续掉落，直至碰撞到最后一层钉柱后掉落在底部的隔断内。

# 高尔顿钉板 （Galton Board）

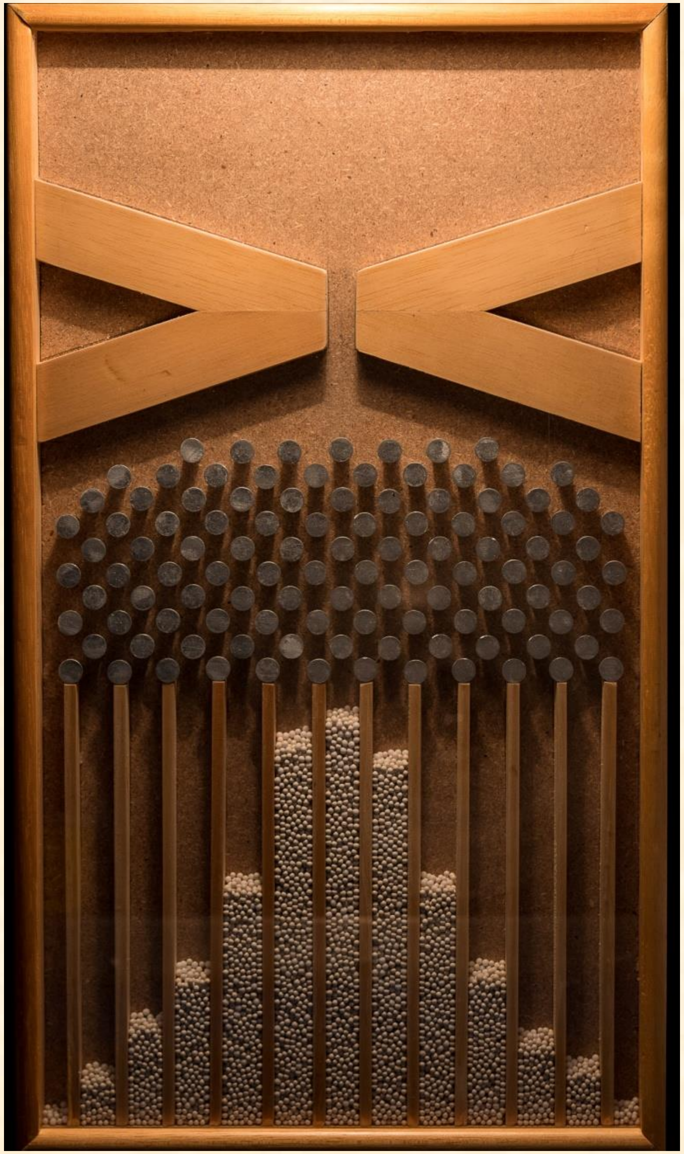
假设一个高尔顿钉板的钉柱有***n***层，一个小圆珠在碰撞钉柱过程中出现***k***次向右，其余***n-k***次向左，则这个小圆柱最后落在钉板底部从左数第***k***个隔断的路径方式共有 $C_n^k$ 种。

若小圆珠每次碰撞钉柱后向右的概率为 ***p***，则该圆珠落在钉板底部从左数第***k***个隔断的概率为

$$C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$$

故所有小圆珠落下后最终形成的分布为二项分布。

# 高尔顿钉板 （Galton Board）



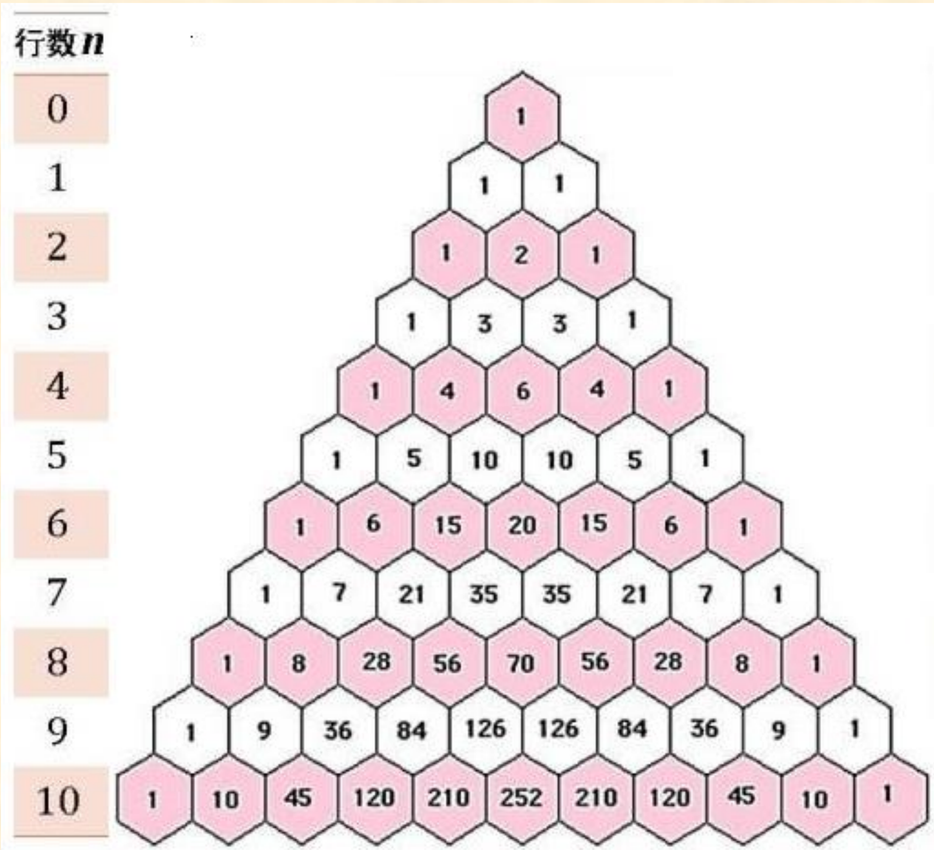
# 高尔顿钉板 （Galton Board）

由中心极限定理可知；当高尔顿钉板的钉柱层数和小圆珠的数目非常大时，二项分布近似为正态分布，也即

所有小圆珠落下后最终形成的分布为

**正态分布**。

# 杨辉三角，别称： 贯宪三角形 / 帕斯卡三角形




- 行数若按左边标准方法，将杨辉三角的第$n$行中的每一项除以$2^n$可以得到高尔顿钉板试验中当 $p$=0.5 时二项分布的分布律。