

文章编号: 1672-691X(2008)06-0051-04

纯滚动轮所受静摩擦力方向的确定

刘大为, 牛福龙

(甘肃联合大学 理工学院, 甘肃 兰州 730000)

摘 要: 当轮作纯滚动时, 静摩擦力不作功, 但是, 可以分别相对于轮的转动与平动这两种基本运动做功, 这两种功一正一负、数值相等, 静摩擦力所起的作用是实现转动动能与平动动能之间的能量转换. 根据这一规律, 得出判断纯滚动轮所受静摩擦力方向的原理. 对若干典型的纯滚动轮所受静摩擦力方向确定的问题进行分析.

关键词: 纯滚动; 静摩擦力; 方向; 功

中图分类号: O313.5 文献标识码: A

引言

在研究动力学问题时, 若系统包含纯滚动轮, 需要确定纯滚动轮所受到的静摩擦力的方向. 对纯滚动问题, 并不像滑动问题那样可以直接判定出二物体表面间相对滑动或者相对滑动趋势的方向^[1~5], 尽管纯滚动轮所受到的静摩擦力的方向与二物体表面间相对滑动趋势的方向相反, 实际上, 很难根据这一规则直接确定纯滚动轮所受到的静摩擦力的方向. 正是如此, 现有的力学以及理论力学的教材对纯滚动轮所受到的静摩擦力方向的确定并没有给出足够的理由^[6~9]. 为此, 本文对该静摩擦力方向的确定做出研究.

1 纯滚动轮所受静摩擦力方向判定原理

本文以在平面 M 上作纯滚动的半径为 R 质量为 m 的均质轮 W 为力学模型如图 1 所示.

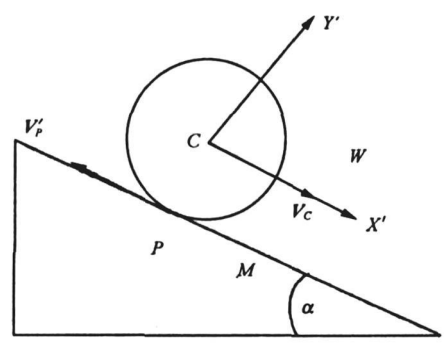


图 1 轮 W 在平面 M 上作纯滚动
轮 W 的速度瞬心为轮 W 与平面 M 的接触

点 P , 即在任意时刻, P 点相对平面 M 的速度 $V_P = 0$, 在 W 上建立以质心 C 速度 V_C 平动的动坐标系 $X'CY'$, 设 P 点相对坐标系 $X'CY'$ 速度 V'_P , 由速度合成定理

$$V_P = V'_P + V_C, \tag{1}$$

故

$$V'_P = -V_C, \tag{2}$$

因为 V_C 与 V'_P 是沿同一直线方向的两个矢量, 对沿着该直线的坐标轴, 可以写

$$V'_P = \omega R = -V_C, \tag{3}$$

在式(3)中, ω 是轮 W 绕质心 C 转动角速度. 式(2)、(3)说明, 轮 W 上与平面 M 接触点 P 随轮绕质心 C 转动的速度 V'_P 与轮 W 质心 C 速度 V_C 大小相等、方向相反. 这一性质是轮 W 作纯滚动的基本性质.

由于轮 W 作纯滚动时, W 上与平面 M 接触点 P 相对 M 的速度 $V_P = 0$, 故 W 所受摩擦力 f 为静摩擦力, f 所作元功

$$\delta A = f \cdot dr = f \cdot V_P dt = f V_P dt = 0, \tag{4}$$

静摩擦力 f 所作功

$$A = \int_A \delta A = 0, \tag{5}$$

根据式(1)、(4)

$$\delta A = f \cdot V_C dt + f \cdot V'_P dt = 0, \tag{6}$$

根据式(5)、(6)

$$A = \int_{t_1}^{t_2} f \cdot V_C dt + \int_{t_1}^{t_2} f \cdot V'_P dt = 0. \tag{7}$$

令 $A_1 = \int_{t_1}^{t_2} f \cdot V'_P dt$, A_1 为静摩擦力 f 对轮 W 随

收稿日期: 2008-06-28.

作者简介: 刘大为(1948-), 男, 辽宁沈阳人, 甘肃联合大学教授, 主要从事力学、机械学研究.

同质心 C 平动运动所作功, 令 $A_2 = \int_{t_1}^{t_2} f \cdot V'_P dt$, A_2 为静摩擦力 f 对轮 W 绕质心 C 转动运动所作功.

根据式(7), $A_1 + A_2 = 0$, 即 $A_1 = -A_2$, (8)

式(8)说明, 当轮 W 作纯滚动时, 静摩擦力 f 不作功, 但是可以分别向对于轮的转动与平动这两种基本运动做功, 这两种功一正一负、数值相等, 显然, 对某一运动作负功时, 会减小这种运动动能; 作正功时, 又会增加这种运动动能. 所以, 在轮 W 作纯滚动时, 静摩擦力所起的作用是实现转动动能与平动动能之间的能量转换.

轮作纯滚动时, 静摩擦力对一种运动作正功必然对另一种运动作负功. 这一规律是判断纯滚动轮所受静摩擦力方向的基本依据.

轮作纯滚动时, 平动动能

$$E_{k1} = \frac{1}{2} m V_C^2, \tag{9}$$

考虑到式(3), 转动动能 $E_{k2} = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} \cdot I \frac{V_C^2}{R^2}$,

其中, I 为轮对 C 点转动惯量, 故轮作纯滚动时

$$\frac{E_{k1}}{E_{k2}} = \frac{m R^2}{I}, \tag{10}$$

令 ρ 为轮的回旋半径, 则 $I = m \rho^2$, 将之代入式(10)有

$$\frac{E_{k1}}{E_{k2}} = \frac{R^2}{\rho^2}, \tag{11}$$

式(10)与式(11)具有一般性, 对于均质轮 W , 有 $I = \frac{1}{2} m R^2$, 将之代入式(10), 故当均质轮 W 作纯滚动时

$$\frac{E_{k1}}{E_{k2}} = 2, \tag{12}$$

式(12)说明均质轮 W 作纯滚动时, 其平动动能是转动动能的 2 倍, 只有静摩擦力的作用使轮的运动满足条件(12), 均质轮轮 W 才能作纯滚动, 根据这一点, 可以判断均质轮所受静摩擦力的方向.

若轮 W 的初动能为 0, 在不考虑静摩擦力时, 设引起转动动能的合力偶矩的大小为 L , 引起平动动能的主矢的大小为 F , 且 F 与 L 分别为常量. 经过时间间隔 Δt , 若轮 W 绕质心 C 转角为 θ , 应有 $E_{k1} = \frac{1}{2} m V_C^2 = F \theta R$, $E_{k2} = \frac{1}{2} I \omega^2 = L \theta$. 若满

足条件

$$\frac{E_{k1}}{E_{k2}} = \frac{FR}{L} = 2, \tag{13}$$

轮 W 在 F 与 L 的作用下作纯滚动, 此时, 静摩擦力 $f=0$.

如果

$$\frac{E_{k1}}{E_{k2}} = \frac{FR}{L} > 2, \tag{14}$$

若不存在静摩擦力, 则由式(12)给出的纯滚动条件不满足, 此时, 静摩擦力应对轮 W 的平动作负功, 对轮 W 的转动作正功, 即减小 E_{k1} 增加 E_{k2} , 从而使轮纯滚动.

如果

$$\frac{E_{k1}}{E_{k2}} = \frac{FR}{L} < 2, \tag{15}$$

若不存在静摩擦力, 纯滚动条件也不满足, 静摩擦力应对轮 W 的平动作正功, 对轮 W 的转动作负功, 即增加 E_{k1} 减小 E_{k2} , 从而使轮纯滚动.

2 纯滚动轮所受静摩擦力方向确定的若干典型问题

(1)平面 M 位于水平位置, 在水平方向无主动力, 如图 2 所示.

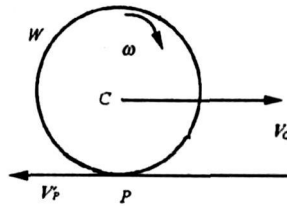


图 2 水平面上无主动力作用的纯滚动轮

此时, 由于轮 W 纯滚动, $V'_P = -V_C$. 若存在静摩擦力 f , f 必使 V_C 与 V'_P 一个减小一个增加, 从而破坏了轮 W 纯滚动的条件 $V'_P = -V_C$, 使得轮 W 不再作纯滚动, 所以必有 $f=0$.

V_C 与 V'_P 保持不变亦即是 V_C 与 ω 保持不变, 这就意味着, 在不考虑滚动摩擦的理想情况下, 轮 W 的 V_C 与 ω 保持不变, 这符合惯性定律和转动定律. 可见, 在水平方向无主动力作用的轮 W 在水平面上做纯滚动构成了对惯性定律和转动定律的一个简单和能够做出很好说明的实验^[6].

(2)平面 M 位于水平位置. 质心 C 在水平方向受力 F , 如图 3 所示.

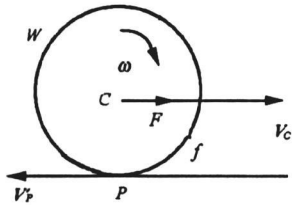


图 3 质心 C 在水平方面受力的纯滚动轮

由于力 F 只可以对轮 W 产生平动动能, 故轮 W 的转动动能由静摩擦力 f 产生, 即 f 对轮的转动做正功, 对轮的平动做负功. 此时, 静摩擦力 f 沿 V_P 方向, 与 V_C 方向相反. 汽车被动轮所受静摩擦力即是这种情况^[7].

(3) 平面 M 位于水平位置. 沿水平方向受力 F , 质心 C 的高度为 Y , 如图 4 所示.

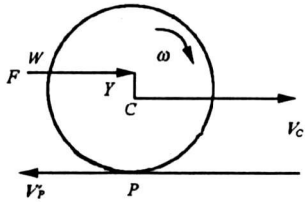


图 4 沿水平方向受力, 力对质心具有高度的纯滚动轮

以 C 点为简化中心, 将 F 向 C 点平移, 在不考虑摩擦静摩擦力 f 时, 引起转动的力偶为 $L = FY$, 引起平动的力为 F , 由式 (13) 得出, 当 $\frac{FR}{L} = \frac{FR}{FY} = \frac{R}{Y} = 2$ 时, $f = 0$.

$\frac{R}{Y} > 2$ 时, 由式 (14) 静摩擦力应对轮 W 的平动作负功, 对轮 W 的转动作正功, 静摩擦力 f 沿 V_P 方向, 与 V_C 方向相反.

$\frac{R}{Y} < 2$ 时, 由式 (15) 静摩擦力应对轮 W 的平动作正功, 对轮 W 的转动作负功, 静摩擦力 f 沿 V_C 方向, 与 V_P 方向相反^[9].

(4) 平面 M 位于水平位置. 轮 W 受力偶 L 作用, 如图 5 所示.

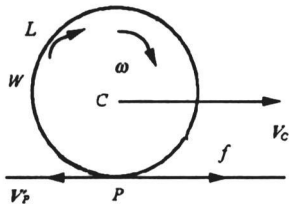


图 5 水平面上受力偶作用的纯滚动轮

由于力偶 L 只产生转动动能, 故平动动能由

静摩擦力 f 产生. 静摩擦力 f 沿 V_C 方向, 与 V_P 方向相反. 而 V_P 的方向由与 L 方向一致的 ω 的方向确定. 汽车主动轮所受静摩擦力属于这种情况^[7].

(5) 平面 M 与水平面成 α 角. 轮 W 受重力 G 作用, 如图 6 所示.

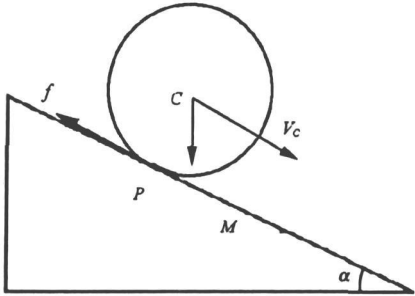


图 6 在斜面上受重力作用的纯滚动轮

由于重力 G 作用于质心 C , 故只能产生轮 W 的平动, 转动只能由静摩擦力 f 产生, 该力对轮 W 的转动作正功, 对轮 W 的平动作负功, 故此沿斜面向上^[8, 9].

小结

当轮作纯滚动时, 静摩擦力 f 不作功, 所起的作用是实现转动动能与平动动能之间的能量转换. 转换的结果是使得轮的平动动能与转动动能之比满足式 (10) 或式 (11), 当轮为均质时, 此值为 2. 由此, 可以根据不存在静摩擦力时, 轮的平动动能与转动动能之比, 确定静摩擦力 f 的方向.

参考文献:

[1] 高正. 关于“ 确定静摩擦力方向的” 初探[J]. 职大学报, 1996, 11(1): 48-49.
[2] 颜振珏. 谈谈滚动刚体的摩擦力[J]. 黔南民族师范学院学报, 1999(3): 22-26.
[3] 宋维才. 圆柱体无滑动条件的说明[J]. 保定师专学报, 1999, 12(2): 22-24.
[4] 吕宗禄. 刚体作有滑动时摩擦力方向的判断[J]. 川北教育学院学报, 1997, 7(4): 49-50.
[5] 许艳. 谈谈摩擦力[J]. 保山师专学报, 2005, 24(5): 64-66.
[6] 卢民强, 许利敏. 力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2002.
[7] 马文蔚, 苏惠惠, 陈鹤鸣. 物理学原理在工程技术中的应用[M]. 第 2 版. 北京: 高等教育出版社, 2001.

得了良好的教学效果,激发了学生学好各专业课的信心.所以,在知识经济和以创新为主旋律的时代背景下,在无机化学教学过程中通过多种途径培养学生自主学习能力是非常有意义的.

参考文献:

[1] 杨雪梅.以学生为主体的无机化学教学改革和实践

[J].卫生职业教育,2007(18):89.

[2] 尹淑英.高职院校如何培养学生的自主学习能力
[J].河北交通科技,2006(4):74.

[3] 柴凤英.无机化学教学中体现学生主体地位的策略
[J].甘肃联合大学学报:自然科学版,2007(4):127.

[4] 余新武.面向 21 世纪探讨高师无机化学的教学改革
[J].湖北师范学院学报:自然科学版,2003(2):89.

A Practice in Training the Students' Self-learning Ability while Teaching Inorganic Chemistry in High Tech-institute

CHAI Feng-ying

(School of Chemical Engineering, Gansu Lianhe University, Lanzhou 730000, China)

Abstract: This essay is a discussion on how to train the students' self-learning ability while teaching inorganic chemistry in high tech-institutes. A research that is combined with specific teaching practices shows that the students' self learning ability can be effectively cultivated by the way of training their self-awareness, creating cheerful and friendly classroom atmosphere, adopting interactive teaching-learning pattern and using a method of concerning learning while teaching.

Key words: inorganic chemistry; self-learning; teaching

(上接第 53 页)

[8] 赵凯华, 罗蔚茵. 力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 1995.

[9] 周衍柏. 理论力学[M]. 第 2 版. 北京: 高等教育出版社, 1985.

The Determine of the Static Friction Direction of a Pure Rolliog Wheel

LIU Da-wei

(School of Science and Engineering, Gansu Lianhe University, Lanzhou 730000, China)

Abstract: When a wheel in the stat of pure rolliog motion, the static friction force does not make the work, but it can be compared with each round of rotation and translation of these two basic movments for power, one of which is negative and the other is positive, and the value is equal, the role of the static friction force is to realize the conversion between the rotation kinetic and the stable motion kinetic energy energy. According to this rule, that judge suffers pure rolling round the direction of the principles of static friction. The paper also analyzes the problems of a number of a typical round of pure rolling friction suffers static direction of the issues identified.

Key words: pure rolling motion; static friction; direction; work