第十四章

达朗贝尔原理

西北工业大学 | 主讲：张娟

- 达朗贝尔原理为解决非自由质点系的动力学问题提供了 有别于动力学普遍定理的另外一类方法。

- 引进惯性力的概念，将动力学系统的二阶运动量表示为惯性力，进而应用静力学方法研究动力学问题 —— 达朗贝尔原理。

14.1 达朗贝尔原理

一、质点达朗伯原理

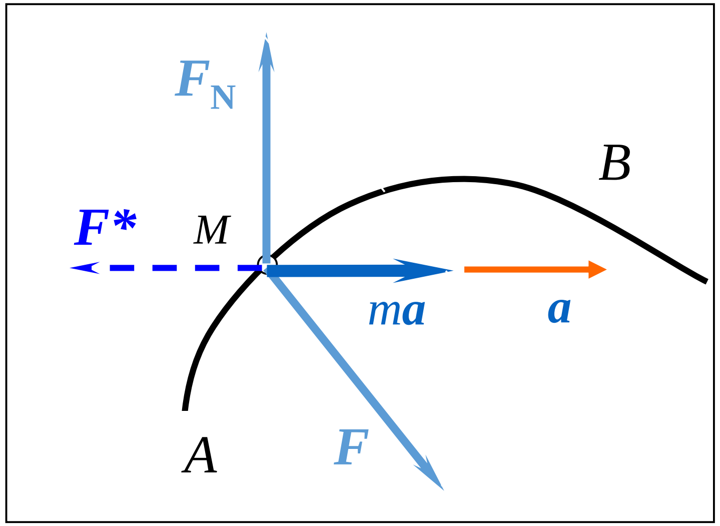
设质量为m的非自由质点M，在主动力F和约束力F_N作用下沿曲线运动，

该质点的动力学基本方程为

$$m\boldsymbol{a} = \boldsymbol{F} + \boldsymbol{F}_N$$

或

$$\boldsymbol{F} + \boldsymbol{F}_N + (-m\boldsymbol{a}) = 0$$



引入质点的惯性力$F^* = -ma$ 这一概念，于是上式可改写成

$$\boxed{\boldsymbol{F} + \boldsymbol{F}_N + \boldsymbol{F}^* = 0}$$

上式表明，在质点运动的每一瞬时，作用于质点的主动力、约束力和质点的惯性力在形式上构成一平衡力系。这就是质点的达朗伯原理。

质点达朗贝尔原理

$$\boldsymbol{F} + \boldsymbol{F}_{\mathrm{N}} + \boldsymbol{F}^* = 0$$

质点达朗贝尔原理的投影形式

$$F_x + F_{\mathrm{N}x} + F_x^* = 0$$

$$F_y + F_{\mathrm{N}y} + F_y^* = 0$$

$$F_z + F_{\mathrm{N}z} + F_z^* = 0$$

二、质点系达朗贝尔原理

上述质点的达朗贝尔原理可以直接推广到质点系。将达朗贝尔原理应用于每个质点，得到n个矢量平衡方程。

$$\boldsymbol{F}_i + \boldsymbol{F}_{\mathrm{N}i} + \boldsymbol{F}_i^* = 0$$

这表明，在质点系运动的任一瞬时，作用于每一质点上的主动力、约束力和该质点的惯性力在形式上构成一平衡力系。

这就是质点系的达朗贝尔原理。

$$\boldsymbol{F}_i+\boldsymbol{F}_{\mathrm{N}i}+\boldsymbol{F}_i^*=0$$

对于所讨论的质点系，有n个形式如上式的平衡方程，即有n个形式上的平衡力系。将其中任何几个平衡力系合在一起，所构成的任意力系仍然是平衡力系。根据静力学中空间任意力系的平衡条件，有

$$\sum \boldsymbol{F}_i+\sum \boldsymbol{F}_{\mathrm{N}i}+\sum \boldsymbol{F}_i^*=0$$

$$\sum \boldsymbol{M}_O(\boldsymbol{F}_i)+\sum \boldsymbol{M}_O(\boldsymbol{F}_{\mathrm{N}i})+\sum \boldsymbol{M}_O(\boldsymbol{F}_i^*)=0$$

$$\sum \boldsymbol{F}_i + \sum \boldsymbol{F}_{\mathrm{N}i} + \sum \boldsymbol{F}_i^* = 0$$

$$\sum \boldsymbol{M}_O(\boldsymbol{F}_i) + \sum \boldsymbol{M}_O(\boldsymbol{F}_{\mathrm{N}i}) + \sum \boldsymbol{M}_O(\boldsymbol{F}_i^*) = 0$$

上式表明，在任意瞬时，作用于质点系的主动力、约束力和该点的惯性力所构成力系的主矢等于零，该力系对任一点*O*的主矩也等于零。

达朗伯原理提供了按静力学平衡方程的形式给出质点系动力学方程的方法，这种方法称为动静法。这些方程也称为动态平衡方程。

谢谢！