6.2 确定点的运动的基本方法

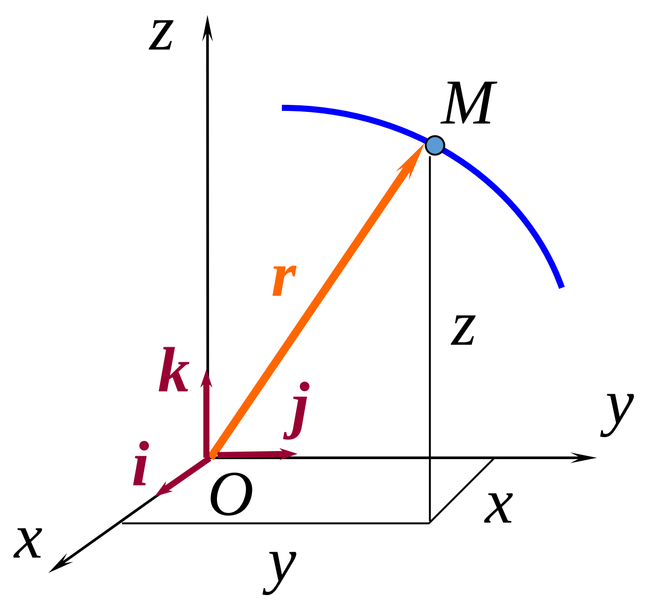
—点的运动方程

- 矢量法
- 坐标法
- 自然法

1.矢量法

由定点O画到动点M的有向线段$OM=r$称为动点M的矢径，它的解析式为

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{OM} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k}$$



矢径r 唯一的决定了点M的位置。

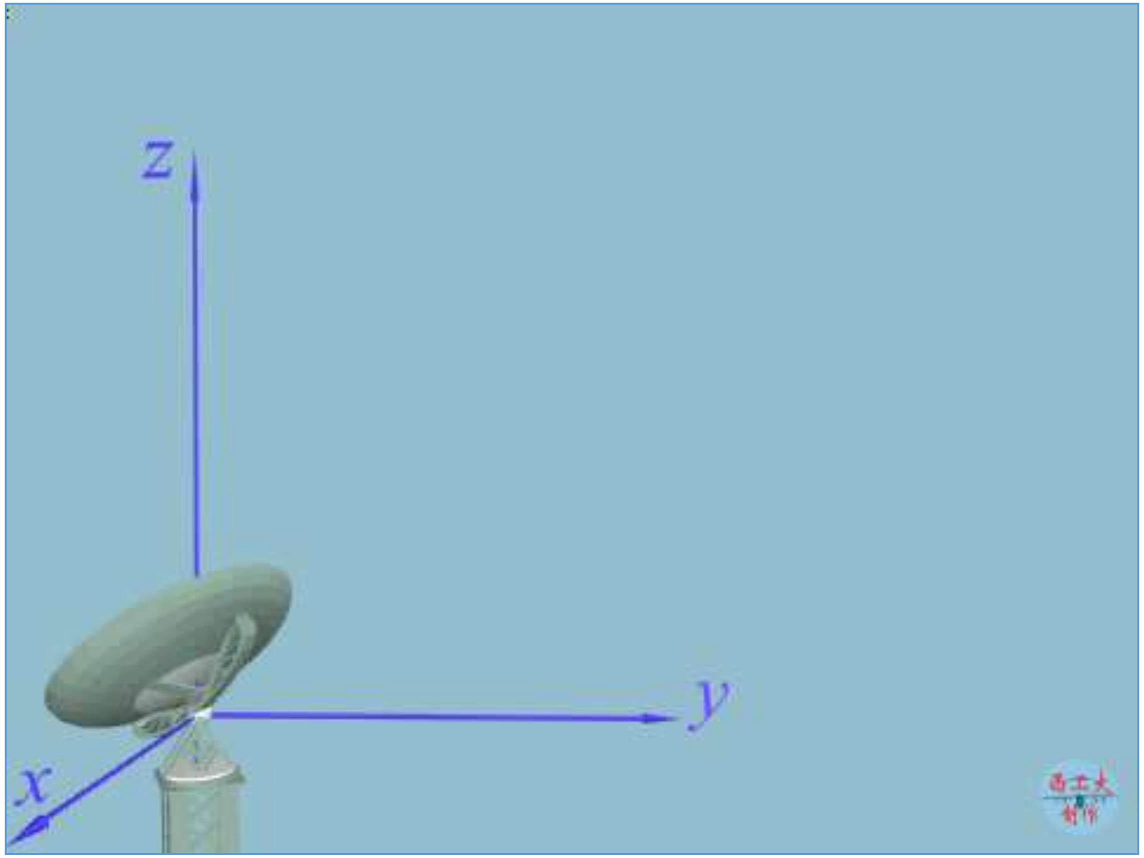
$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t)$$

这方程称为点M的矢量形式的运动方程。

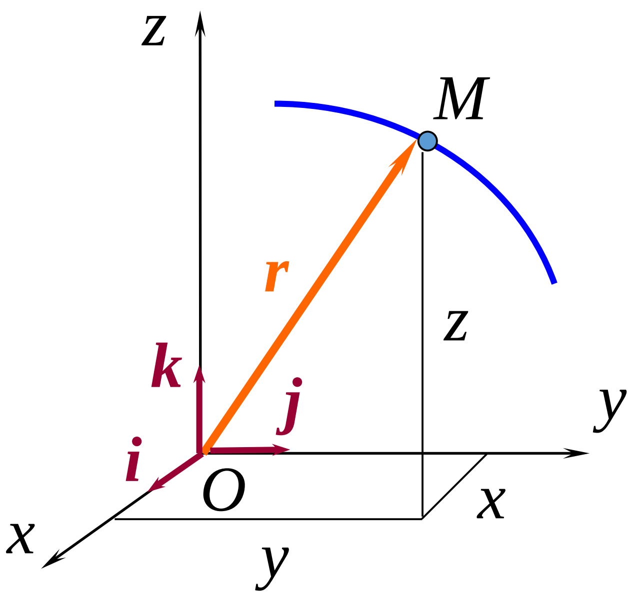
矢径端点在空间描出的曲线称为矢端图，它就是动点的轨迹。

矢量法确定点的位置比直角坐标法简明，理论推导时常用。

矢量法实例



2.坐标法—— 通常采用直角坐标。



动点M对于所选直角坐标系的位置，可由它的三个坐标x，y，z 决定。

$$x = f_1(t), \qquad y = f_2(t), \qquad z = f_3(t)$$

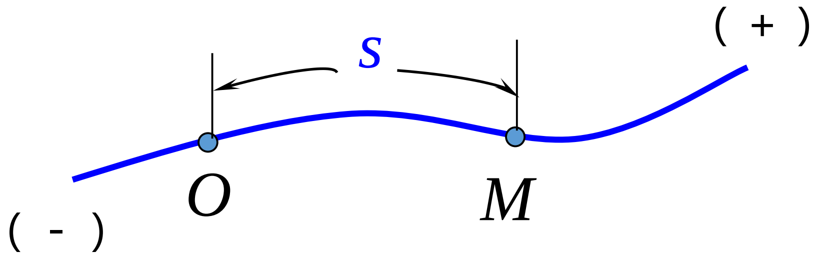
这一组方程称为点M的直角坐标形式的运动方程。

在运动方程的三个式子中消去t即得直角坐标形式的轨迹方程。

3. 自然法

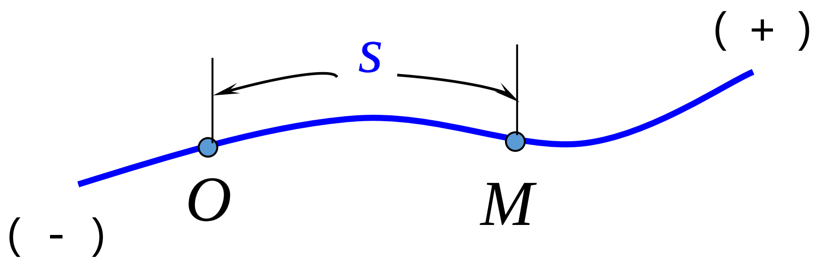
（1）定义： 以动点的运动轨迹作为一条曲线形式的坐标轴来确定动点位置的方法称为自然法。

（2）运动方程：设动点M 沿已知轨迹曲线运动，在轨迹曲线上任选一定点O作为量取弧长的起点，并规定由原点O向一方量得的弧长取正值，向另一方量得的弧长取负值。这种带有正负值的弧长OM 称为动点的弧坐标，用s表示。点在轨迹上的位置可由弧坐标s完全确定。

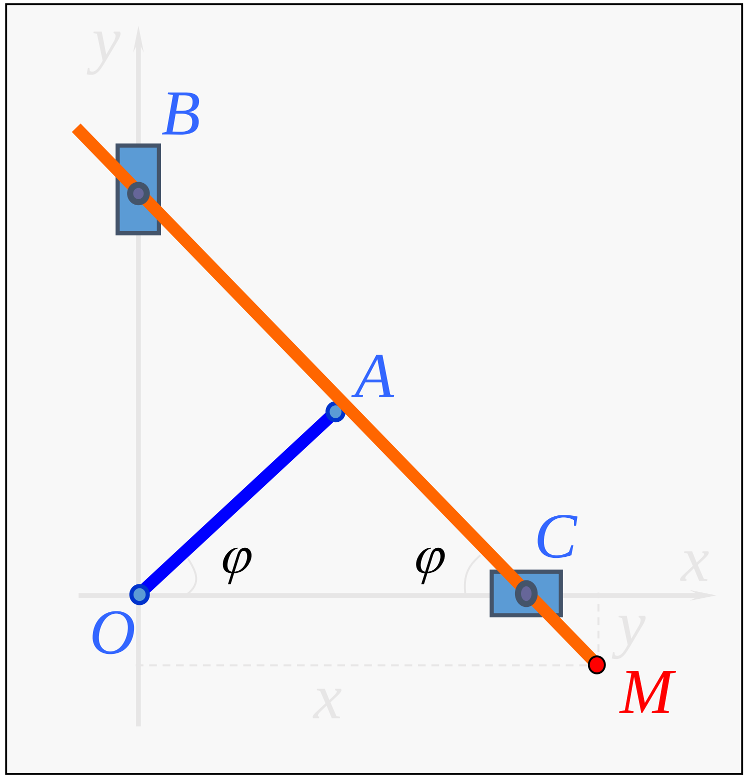


当点M沿已知轨迹运动时，弧坐标s随时间而变，并可表示为时间t的单值连续函数，即

$$s = f(t)$$



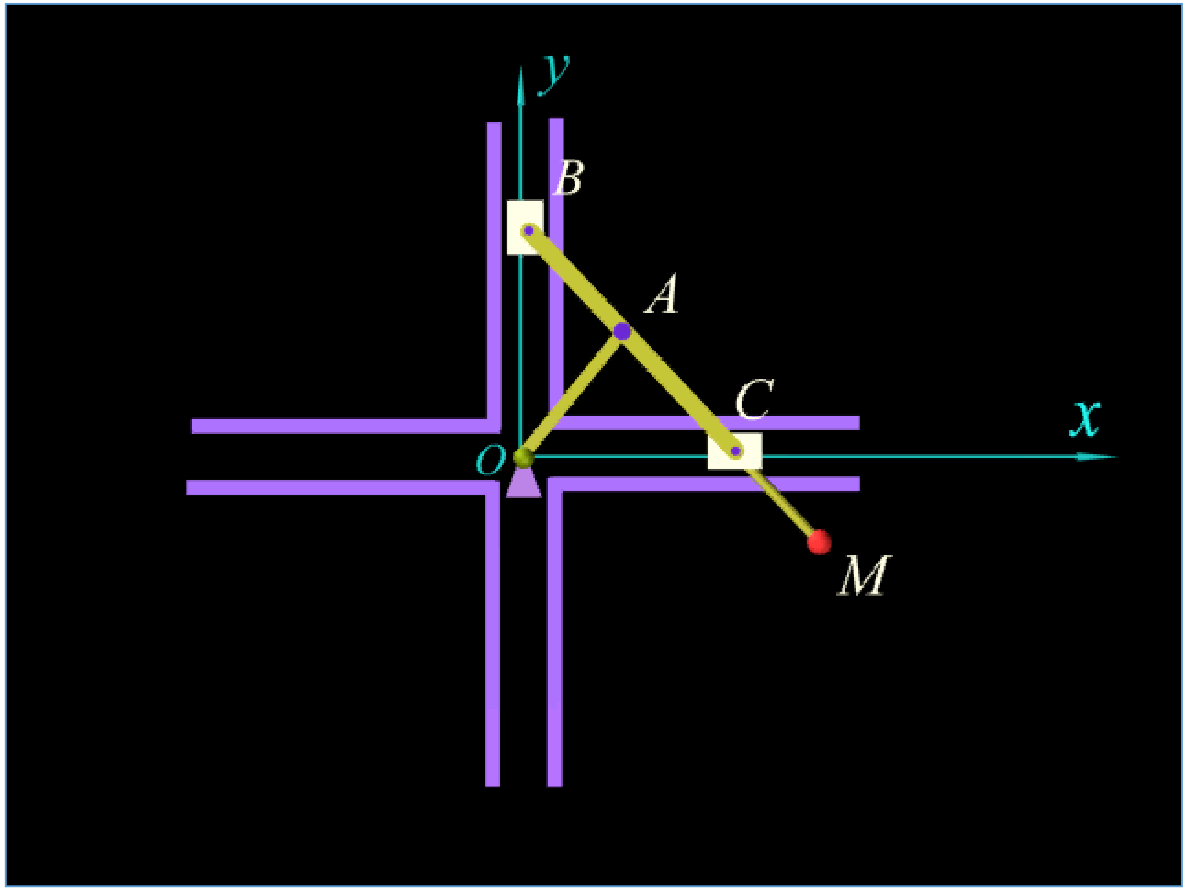
这个方程表示了点M沿已知轨迹的运动规律，称为**自然法表示的点M的运动方程。**



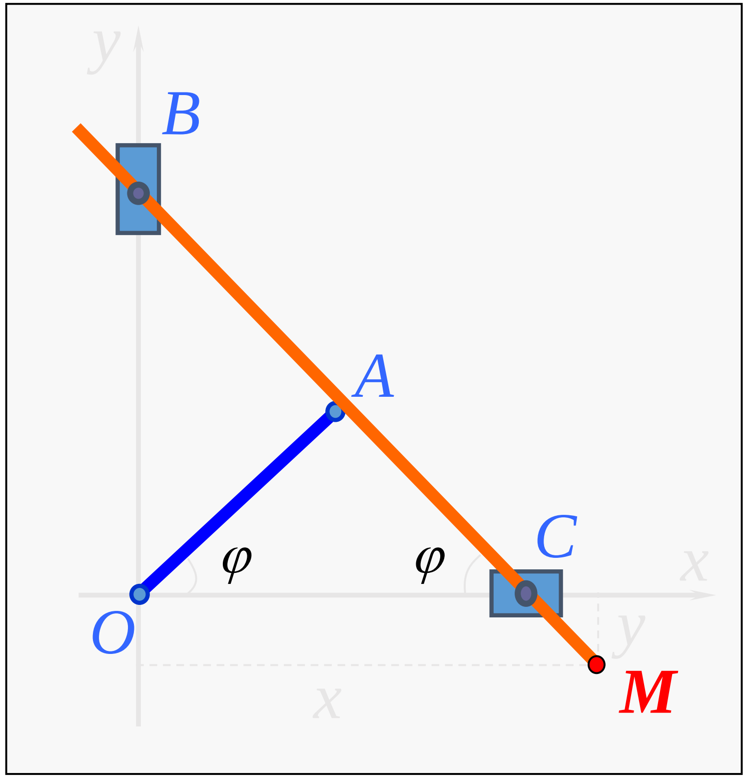
例题1 椭圆规的曲柄OA可绕定轴O转动，端点A以铰链连接于规尺BC；规尺上的点B和C可分别沿互相垂直的滑槽运动。求规尺上任一点M 的轨迹方程。

已知: $OA = AC = AB = \dfrac{a}{2}$

$CM = b.$



运 动 演 示



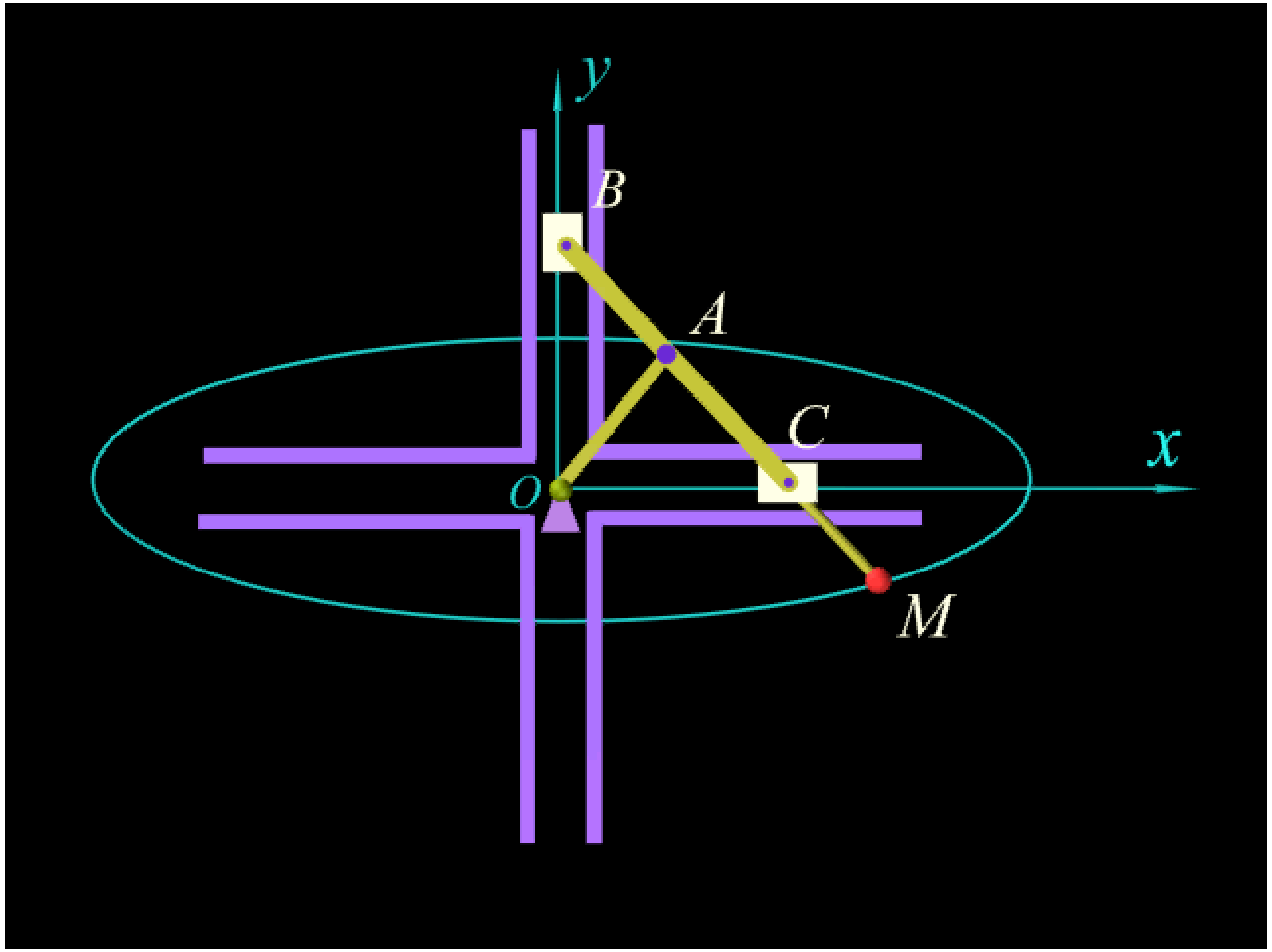
解: 考虑任意位置，M点的坐标 x，y可以表示成

$$x = (a+b)\cos\varphi$$

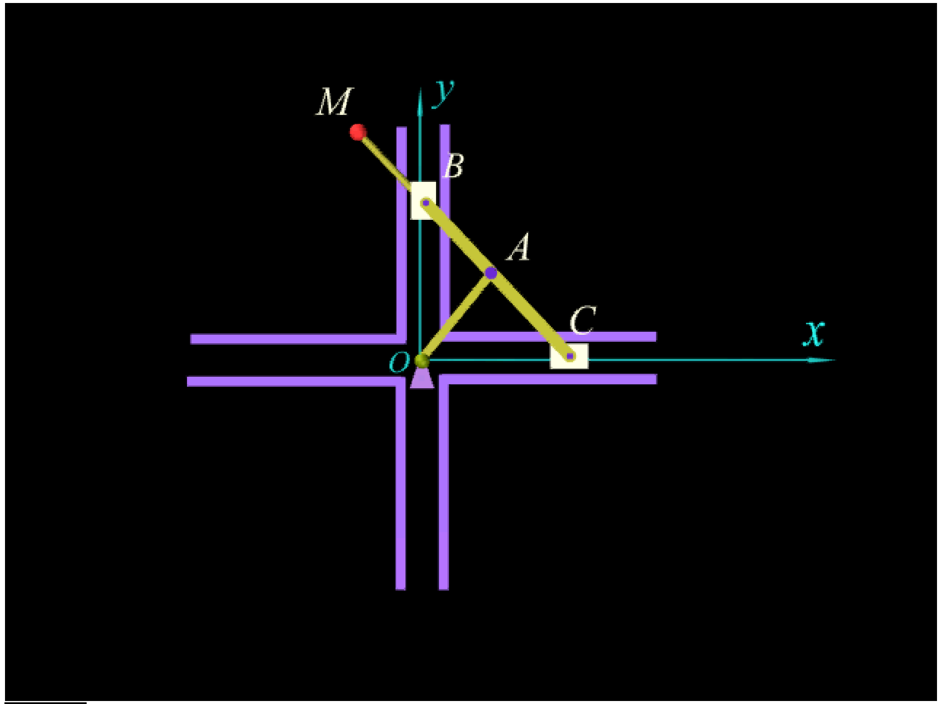
$$y = -b\sin\varphi$$

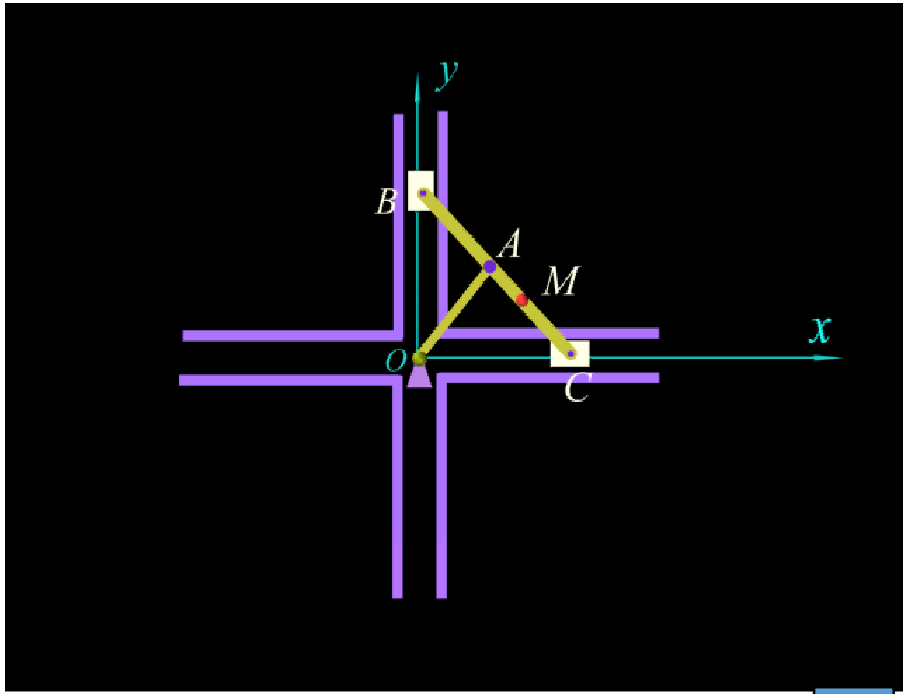
消去上式中的角φ，即得M点的轨迹方程:

$$\frac{x^2}{(a+b)^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$



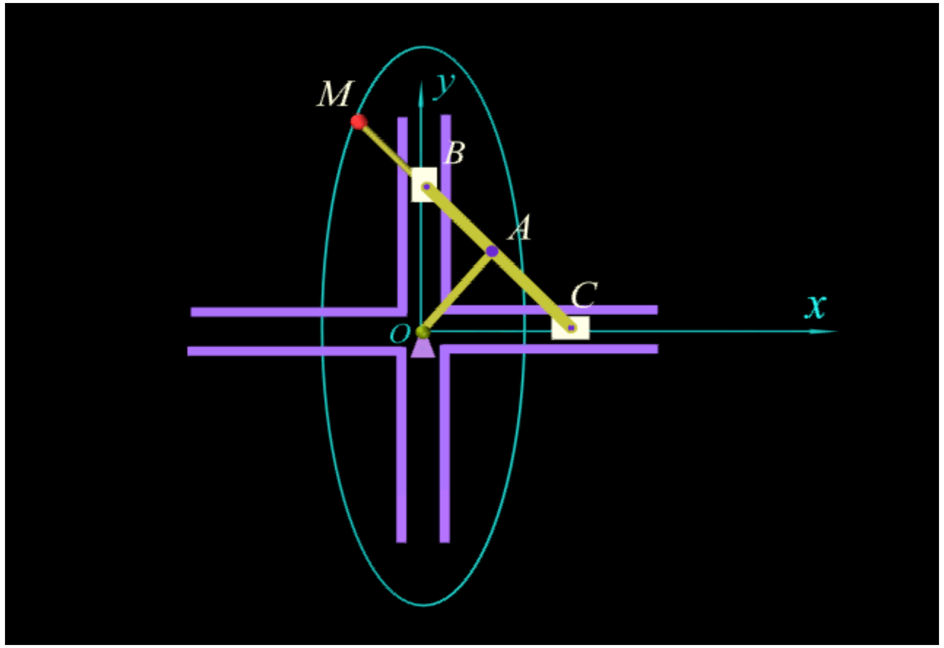
轨 迹 演 示

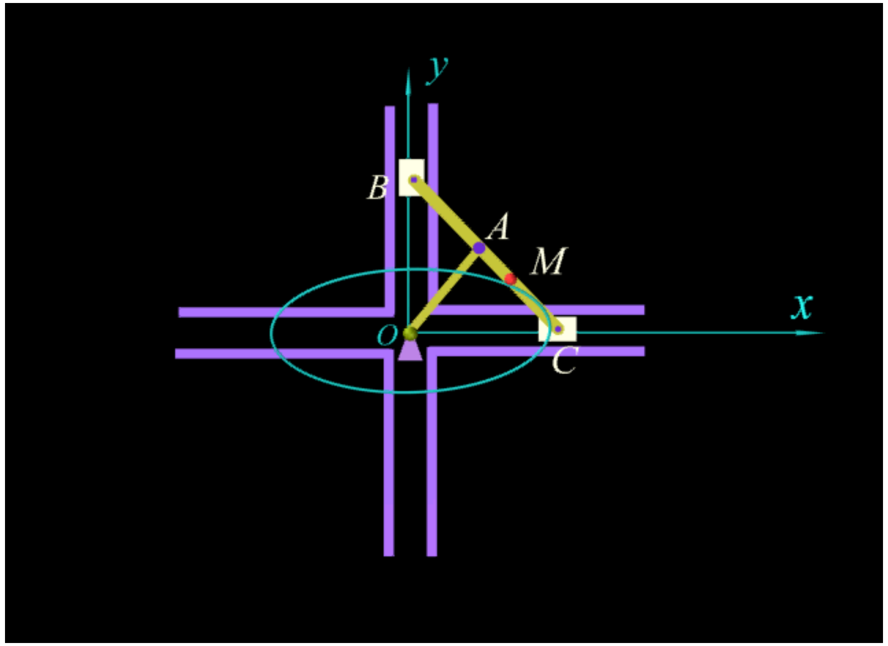




思考题

*M*点的轨迹是什么曲线？





轨 迹 演 示