



西北工业大学
Northwestern Polytechnical University

静力学

物体系的平衡问题

杨成鹏

力学与土木建筑学院

静力学

第四章

物体系的平衡

§ 4-1 静定问题与静不定问题的概念

§ 4-2 物体系平衡问题分析举例

§ 4-3 简单平面桁架的内力计算

§ 4-4 平行力系中心



§ 4-1 静定问题与静不定问题的概念



§ 4-1 静定问题与静不定问题的概念

1. 几个概念

物体系 —— 由若干个物体通过约束组成的系统。

外力 —— 物体系以外任何物体作用于该系统的力。

内力 —— 物体系内部各物体间互相作用的力。

● 物体系平衡方程的数目

由 n 个物体组成的物体系，总共有不多于 $3n$ 个独立的平衡方程。

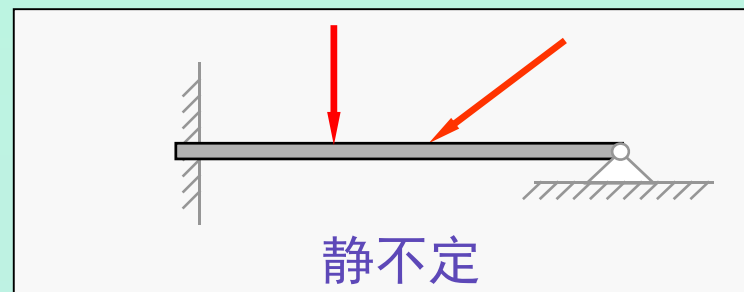
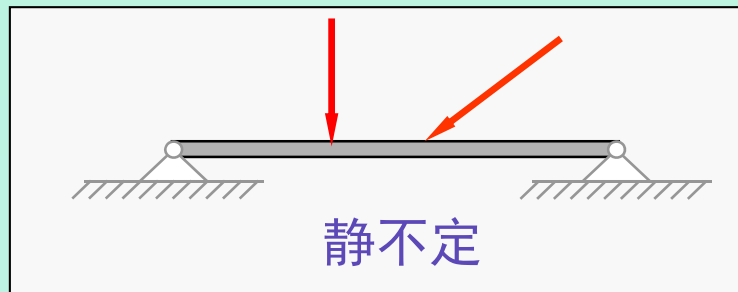
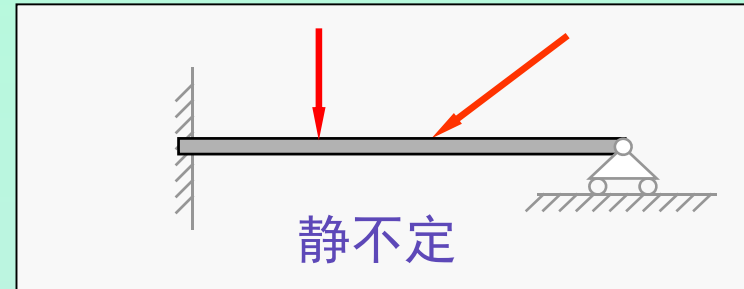
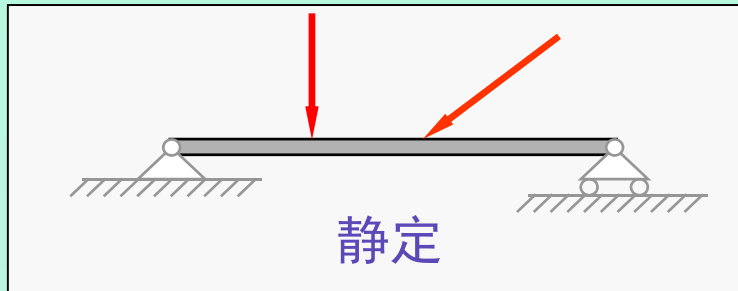


§ 3-4 物体系的平衡

2. 静定与静不定

静定问题 ——当系统中未知量数目等于或少于独立平衡方程数目时的问题。

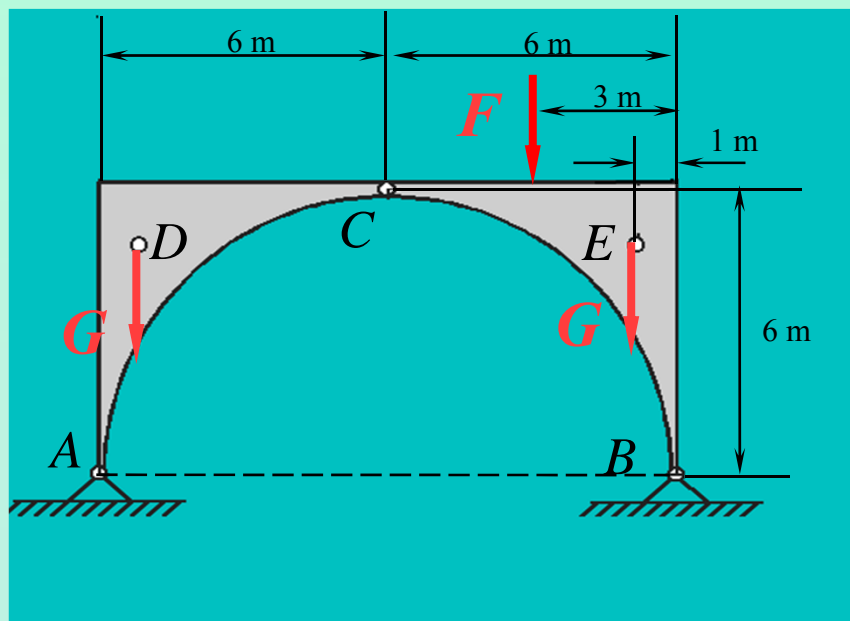
静不定问题 ——当系统中未知量数目多于独立平衡方程数目时，不能求出全部未知量的问题。



§ 4-2 物体系平衡问题分析举例

例题 4-1

例4-1 三铰拱桥如图所示，由左右两段借铰链 C 连接起来，又用铰链 A 、 B 与基础相连接。已知每段重 $G = 40 \text{ kN}$ ，重心分别在 D 、 E 处，且桥面受一集中载荷 $F = 10 \text{ kN}$ 。设各铰链都是光滑的，试求平衡时各铰链的约束力。尺寸如图所示。

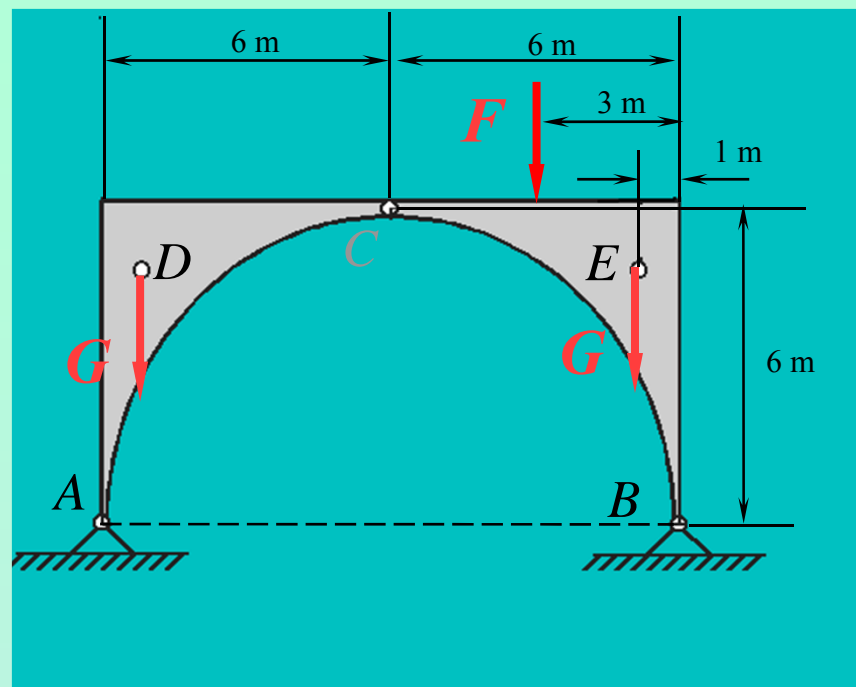
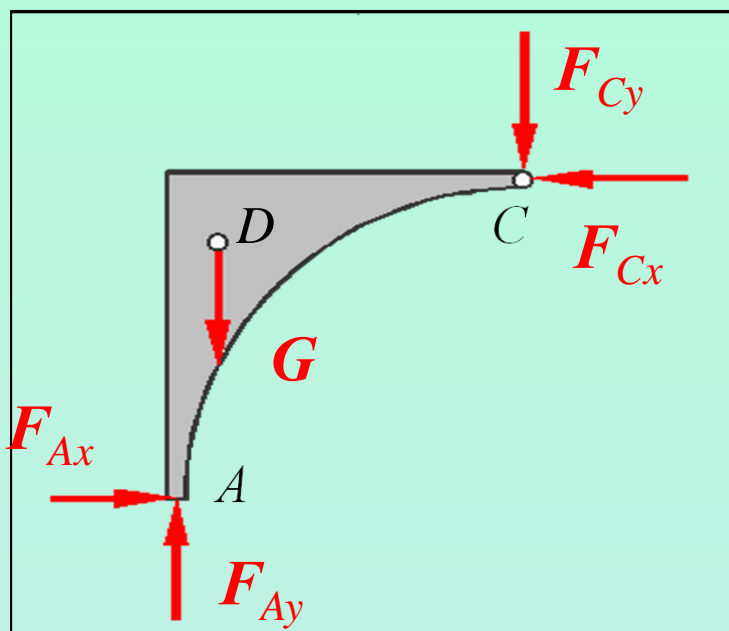


§ 4-2 物体系平衡问题分析举例

例题 4-1

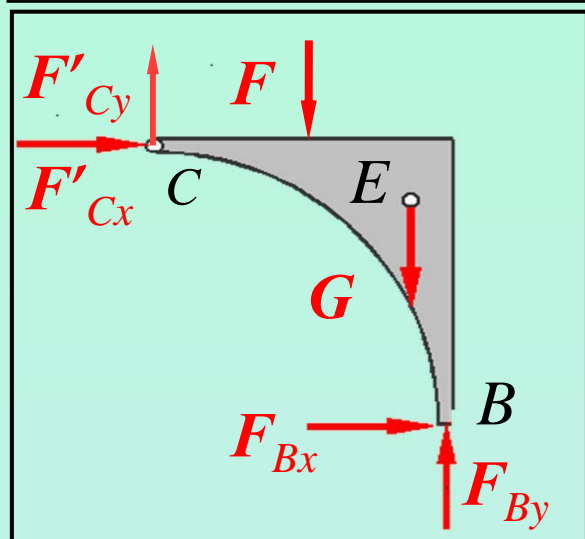
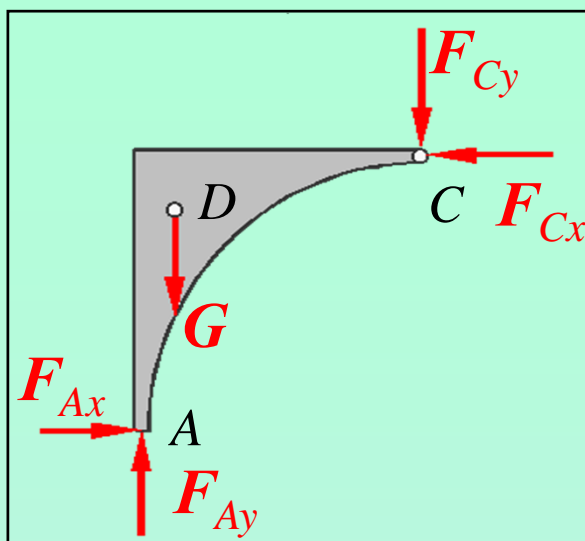
解:

1. 取AC段为研究对象。
2. 受力分析如图。



§ 4-2 物体系统平衡问题分析举例

例题 4-1



3. 列平衡方程。

$$\sum F_x = 0, \quad F_{Ax} - F_{Cx} = 0$$

$$\sum F_y = 0, \quad F_{Ay} - F_{Cy} - G = 0$$

$$\sum M_C(F) = 0,$$

$$F_{Ax} \times 6\text{ m} - F_{Ay} \times 6\text{ m} + G \times 5\text{ m} = 0$$

4. 再取BC段为研究对象，
受力分析如图。



§ 4-2 物体系平衡问题分析举例

例题 4-1

5. 列平衡方程。

$$\sum F_x = 0, \quad F'_{Cx} + F_{Bx} = 0$$

$$\sum F_y = 0, \quad F'_{Cy} + F_{By} - F - G = 0$$

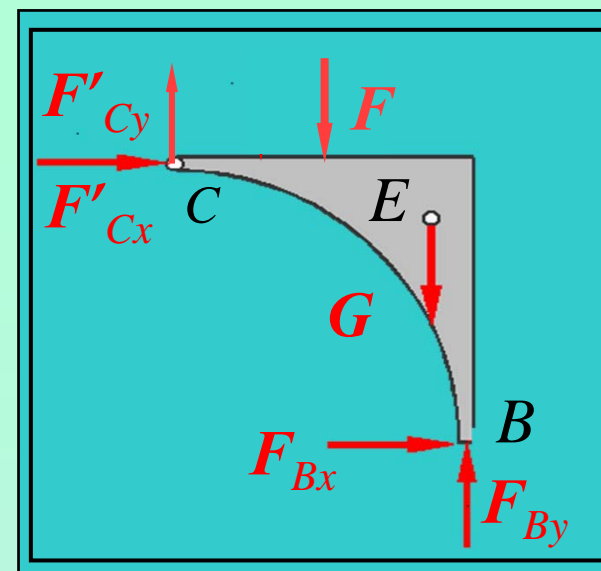
$$\sum M_C(F) = 0,$$

$$-F \times 3 \text{ m} - G \times 5 \text{ m} + F_{By} \times 6 \text{ m} + F_{Bx} \times 6 \text{ m} = 0$$

6. 联立求解。

$$F_{Ax} = -F_{Bx} = F_{Cx} = 9.2 \text{ kN}$$

$$F_{Ay} = 42.5 \text{ kN}, \quad F_{By} = 47.5 \text{ kN}, \quad F_{Cy} = 2.5 \text{ kN}$$



§ 4-2 物体系平衡问题分析举例

例题 4-1

讨论

1. 取整体为研究对象，受力分析如图。

$$\sum M_A(F) = 0,$$

$$-11G - 9F - G + 12F_{By} = 0$$

$$F_{By} = 47.5 \text{ kN}$$

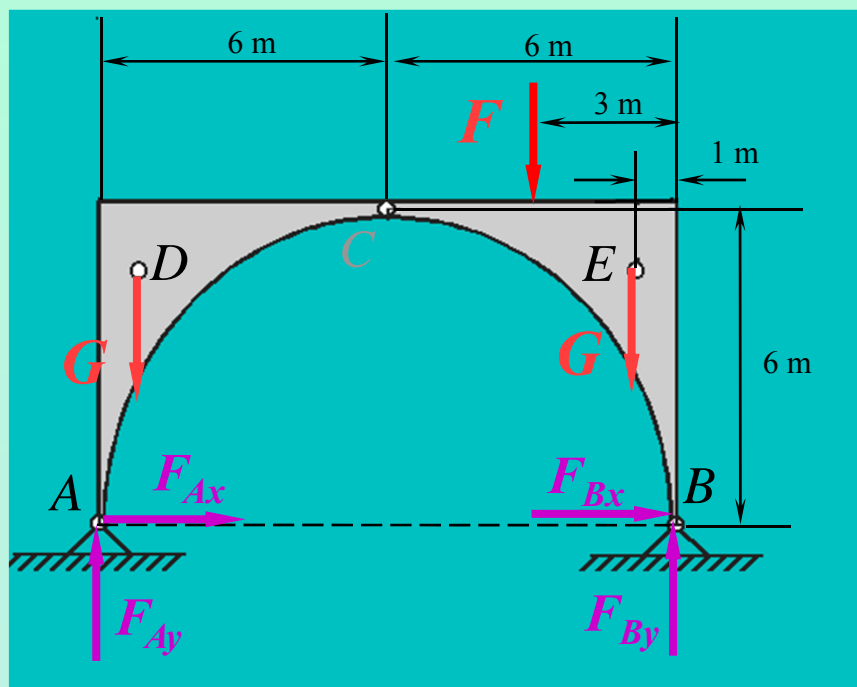
$$\sum M_B(F) = 0,$$

$$11G + 3F + G - 12F_{Ay} = 0$$

$$F_{Ay} = 42.5 \text{ kN}$$

$$\sum F_x = 0,$$

$$F_{Ax} + F_{Bx} = 0$$



§ 4-2 物体系平衡问题分析举例

例题 4-1

$$F_{Ay} = 42.5 \text{ kN}, \quad F_{By} = 47.5 \text{ kN}$$

$$F_{Ax} - F_{Bx} = 0$$

2. 取AC段为研究对象，受力分析如图。

列平衡方程

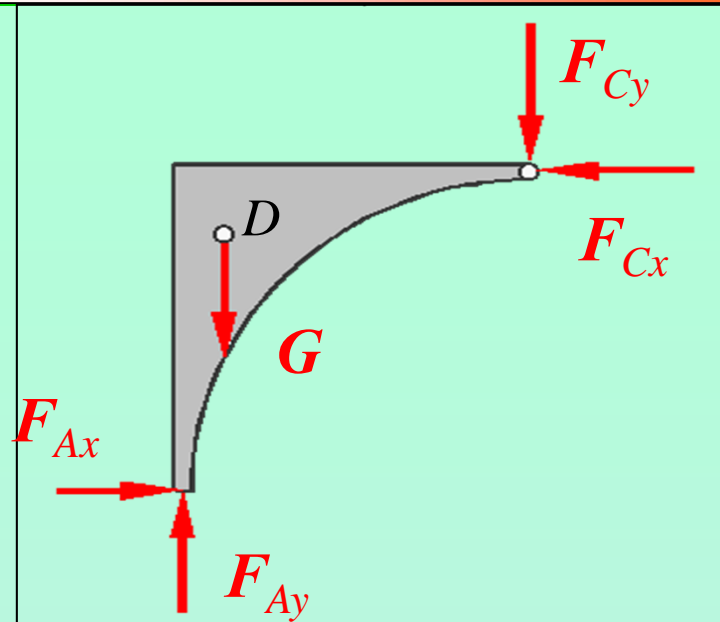
$$\sum M_C(F) = 0, \quad 6F_{Ax} - 6F_{Ay} + 5G = 0$$

$$F_{Ax} = 9.2 \text{ kN},$$

$$\sum F_x = 0, \quad F_{Ax} - F_{Cx} = 0$$

$$F_{Cx} = 9.2 \text{ kN},$$

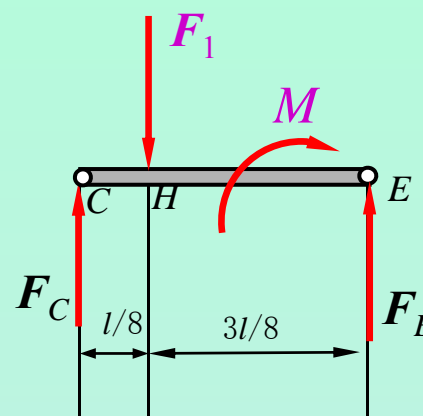
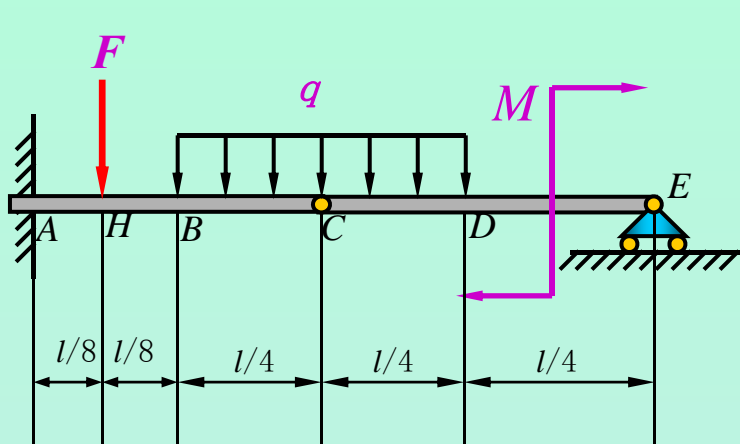
$$\sum F_y = 0, \quad F_{Ay} - F_{Cy} - G = 0 \quad F_{Cy} = 2.5 \text{ kN}$$



§ 4-2 物体系平衡问题分析举例

例题 4-2

例4-2 组合梁AC和CE用铰链C相连，A端为固定端，E端为活动铰链支座。受力如图所示。已知： $l = 8 \text{ m}$ ， $F = 5 \text{ kN}$ ，均布载荷集度 $q = 2.5 \text{ kN/m}$ ，力偶矩的大小 $M = 5 \text{ kN} \cdot \text{m}$ ，试求固端A、铰链C和支座E的反力。



$$F_1 = q \times \frac{l}{4}$$

解：

1. 取CE段为研究对象，受力分析如图。



§ 4-2 物体系平衡问题分析举例

例题 4-2

列平衡方程

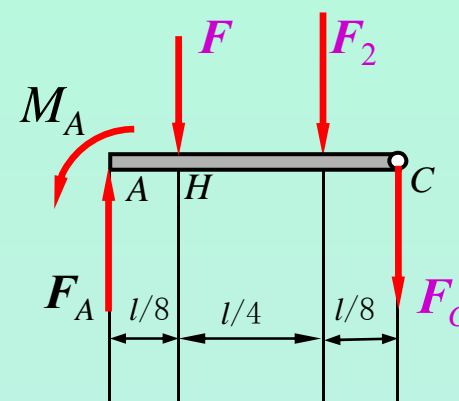
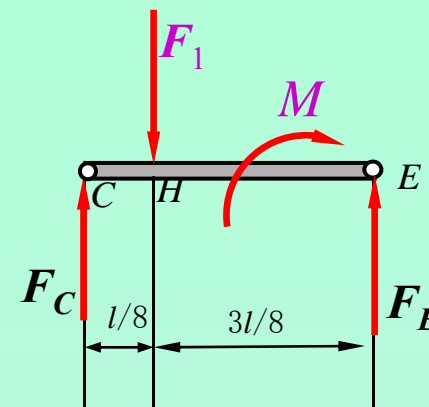
$$\sum M_C(F) = 0, \quad -q \times \frac{l}{4} \times \frac{l}{8} - M + F_E \times \frac{l}{2} = 0$$

$$F_E = 2.5 \text{ kN (向上)}$$

$$\sum F_y = 0, \quad F_C - q \times \frac{l}{4} + F_E = 0$$

$$F_C = 2.5 \text{ kN (向上)}$$

2、取AC段为研究对象，受力分析如图。



$$F_2 = q \times \frac{l}{4}$$



§ 4-2 物体系平衡问题分析举例

例题 4-2

列平衡方程

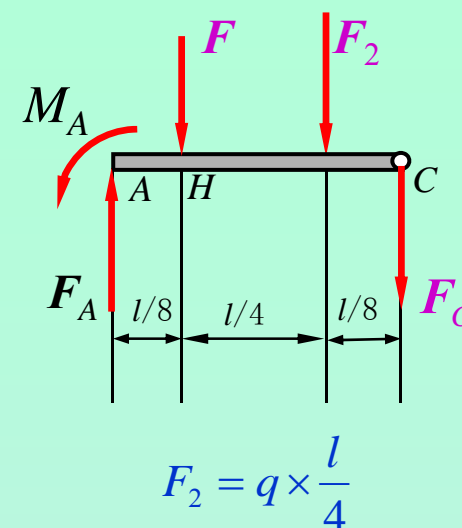
$$\sum F_y = 0, \quad F_A - F'_C - F - q \times \frac{l}{4} = 0$$

$$F_A = -12.5 \text{ kN}$$

$$\sum M_A(F) = 0,$$

$$M_A - F \times \frac{l}{8} - q \times \frac{l}{4} \times \frac{3l}{8} - F'_C \times \frac{l}{2} = 0$$

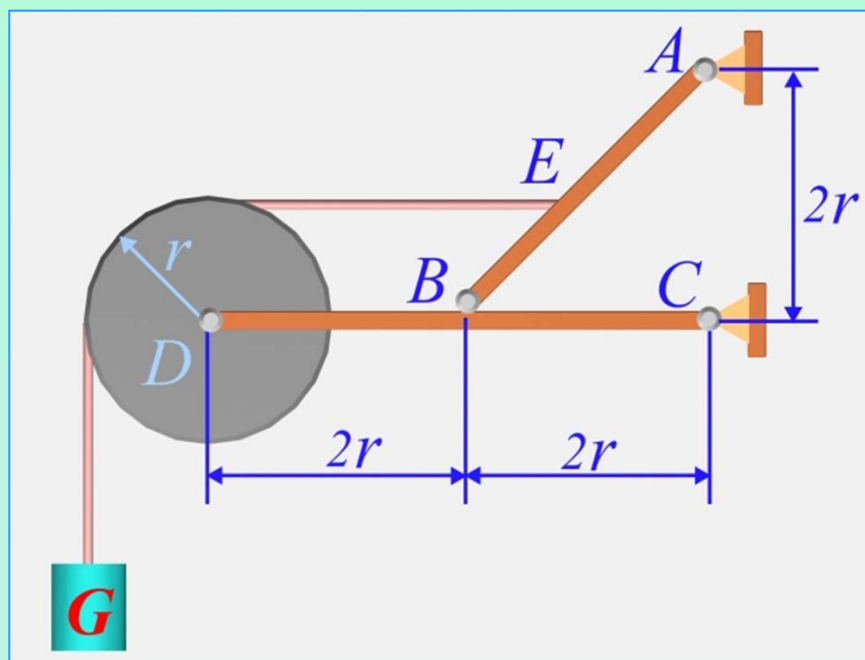
$$M_A = 30 \text{ kN} \cdot \text{m}$$



§ 4-2 物体系平衡问题分析举例

例题 4-3

例4-3 A, B, C, D 处均为光滑铰链，物块重为 G ，通过绳子绕过滑轮水平地连接于杆 AB 的 E 点，各构件自重不计，试求 B 处的约束力。



§ 4-2 物体系平衡问题分析举例

例题 4-3

解法一： 1. 取整体为研究对象。

2. 受力分析如图。

3. 列平衡方程。

$$\sum M_C(F) = 0, \quad 5r \times G - 2r \times F_{Ax} = 0$$

$$\text{解得} \quad F_{Ax} = 2.5G$$

4. 取杆AB为研究对象，受力分析如图。

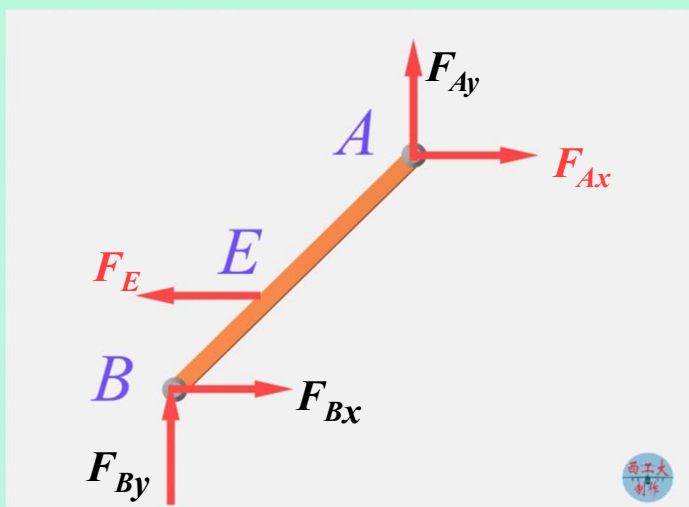
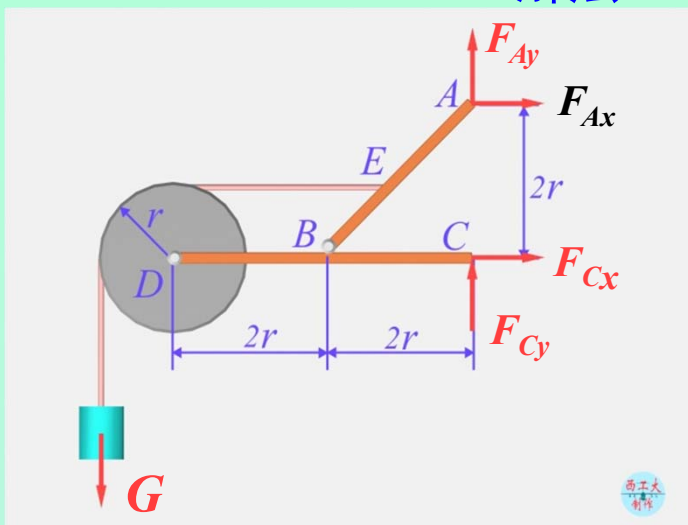
列平衡方程

$$\sum F_x = 0, \quad F_{Ax} + F_{Bx} - F_E = 0$$

$$F_{Bx} = -1.5G,$$

$$\sum M_A(F) = 0, \quad 2r \times F_{Bx} - 2r \times F_{By} - rF_E = 0$$

$$F_{By} = -2G$$



§ 4-2 物体系平衡问题分析举例

例题 4-3

解法二：1. 取整体为研究对象。

2. 受力分析如图。

3. 列平衡方程。

$$\sum M_A(F) = 0, \quad 5r \times G + 2r \times F_{Cx} = 0$$

$$\text{解得 } F_{Cx} = -2.5G$$

4. 取杆CD和滑轮，受力分析如图。

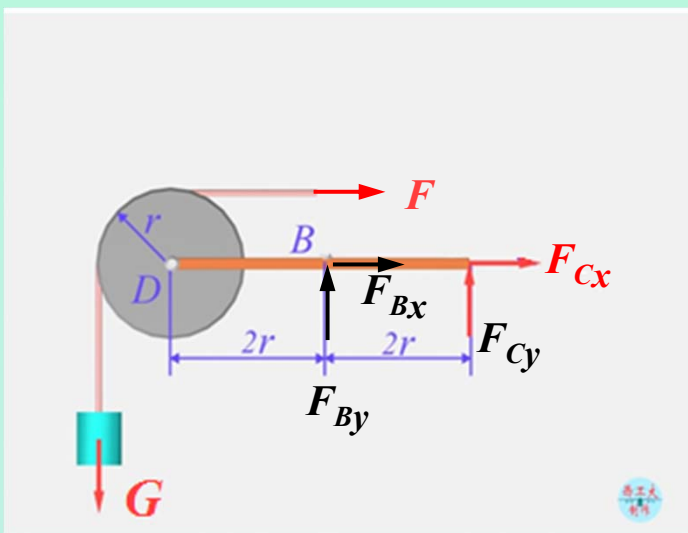
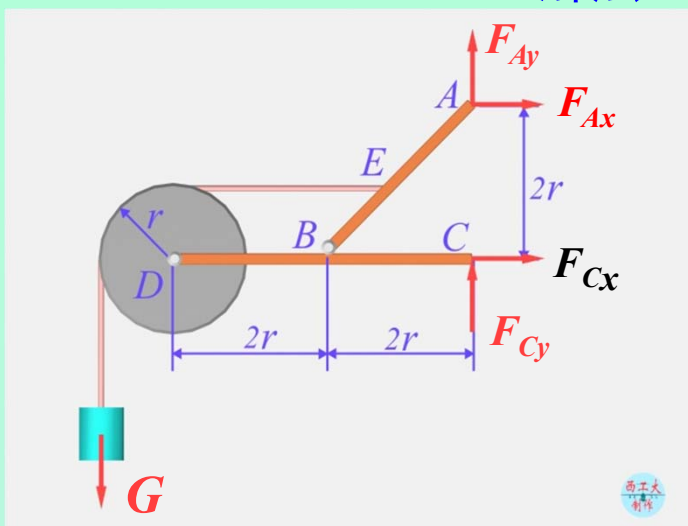
列平衡方程：

$$\sum F_x = 0, \quad F_{Cx} + F_{Bx} + F = 0$$

$$F_{Bx} = 1.5G,$$

$$\sum M_C(F) = 0, \quad -2r \times F_{By} - rF + 5r \times G = 0$$

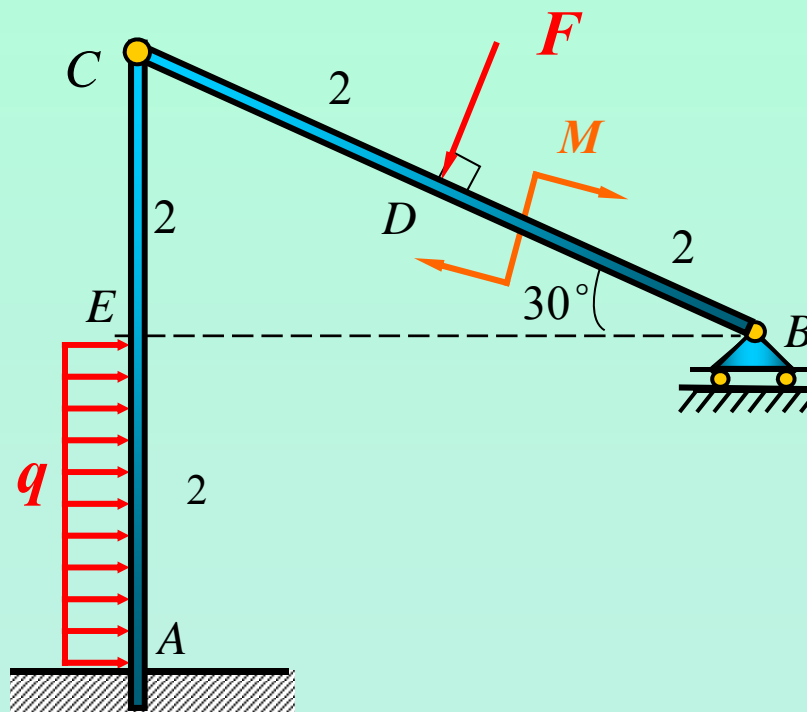
$$F_{By} = 2G$$



§ 4-2 物体系平衡问题分析举例

例题 4-4

例4-4 如图，已知 $q=3 \text{ kN/m}$ ， $F=4 \text{ kN}$ ， $M=2 \text{ kN}\cdot\text{m}$ 。
 $CD=BD$ ， $AC=4 \text{ m}$ ， $CE=EA=2 \text{ m}$ 。各杆件自重不计，试求A和B处的支座约束力。



§ 4-2 物体系平衡问题分析举例

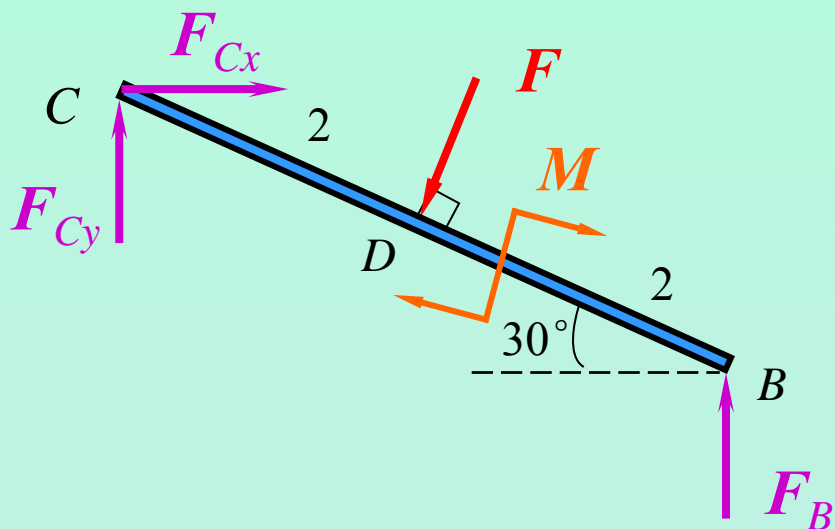
例题 4-4

解：1. 取BC为研究对象，受力分析如图。

$$\sum M_C(F) = 0,$$

$$F_B \cdot 4 \cos 30^\circ - 2F - M = 0$$

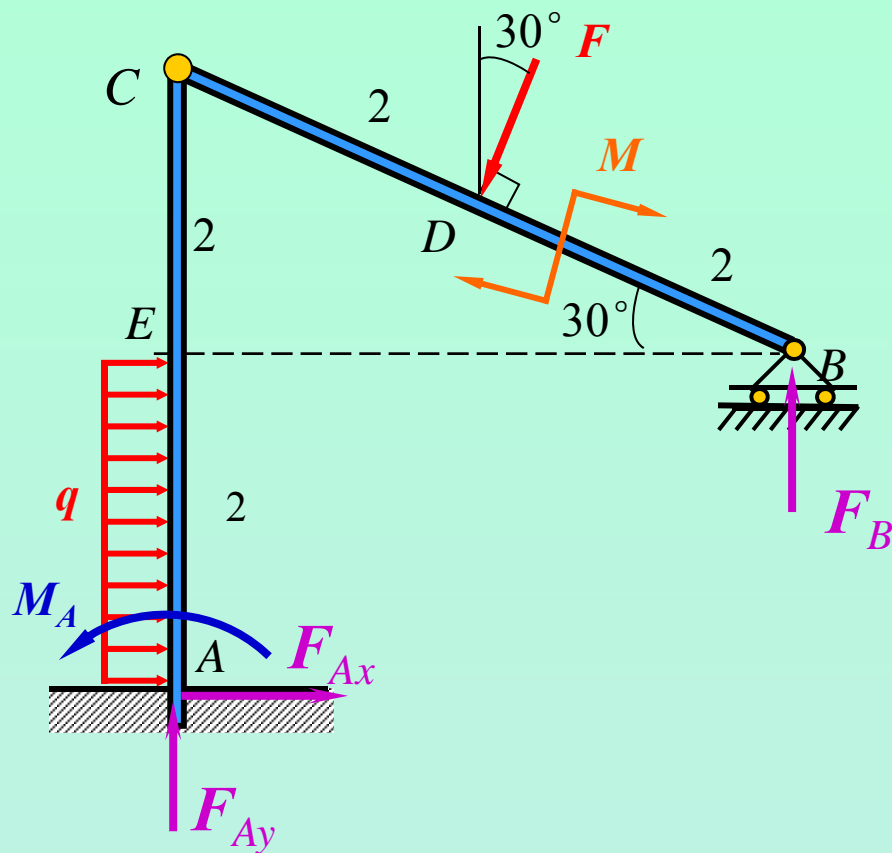
$$F_B = 5/\sqrt{3} \text{ KN}$$



§ 4-2 物体系平衡问题分析举例

例题 4-4

2. 取整体为研究对象，受力分析如图。



$$\sum F_x = 0 ,$$

$$-F \sin 30^\circ + 2q + F_{Ax} = 0$$

$$F_{Ax} = -4 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0 ,$$

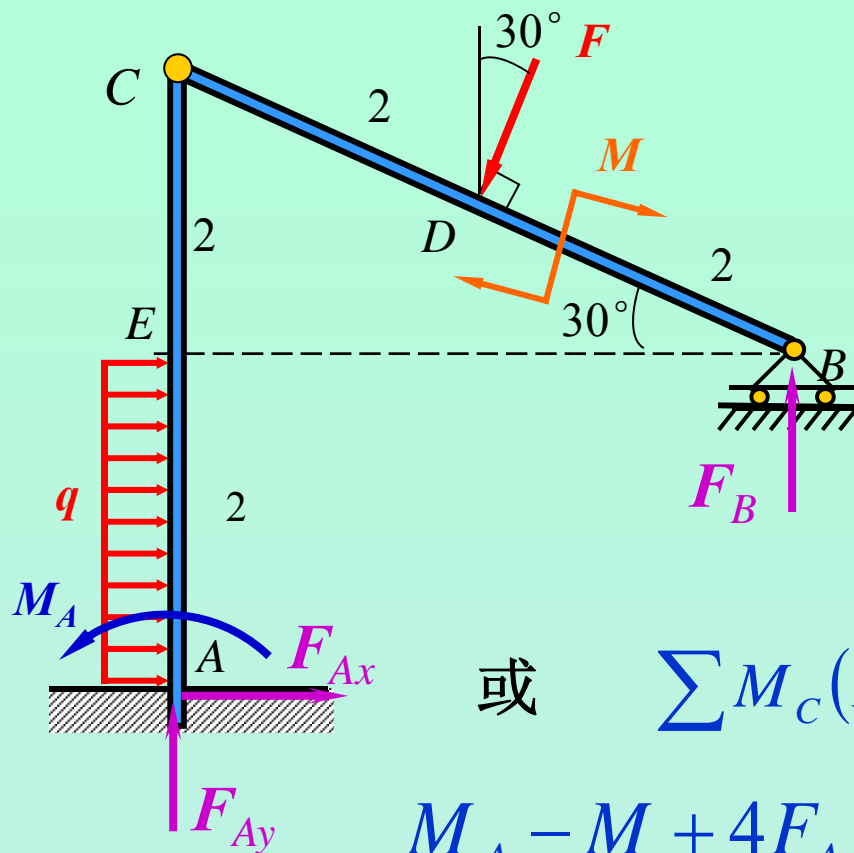
$$-F \cos 30^\circ + F_B + F_{Ay} = 0$$

$$F_{Ay} = 1/\sqrt{3} \text{ kN}$$



§ 4-2 物体系平衡问题分析举例

例题 4-4



$$\sum M_A(F) = 0,$$

$$\begin{aligned} & M_A - M - 2q \times 1 \\ & + 4F_B \cos 30^\circ \\ & + F \sin 30^\circ (2 + 2 \sin 30^\circ) \\ & - F \cos 30^\circ \times 2 \cos 30^\circ = 0 \end{aligned}$$

$$M_A = -2 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

或 $\sum M_C(F) = 0$

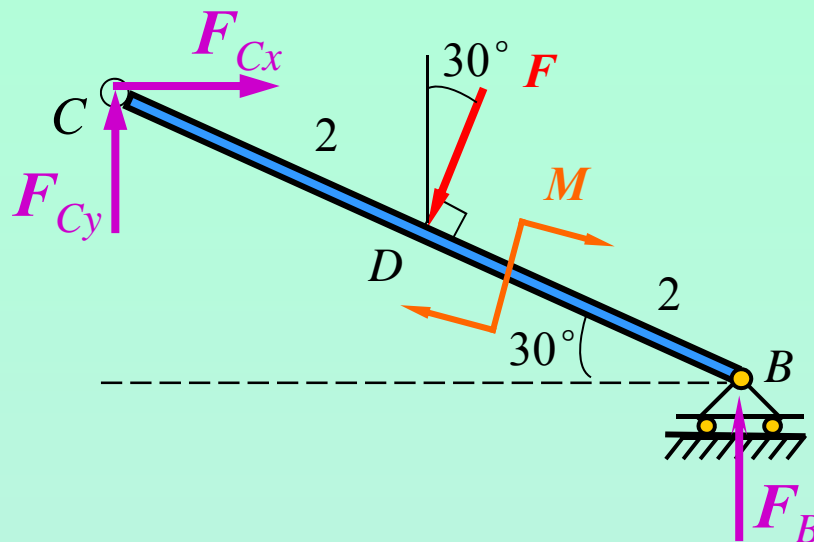
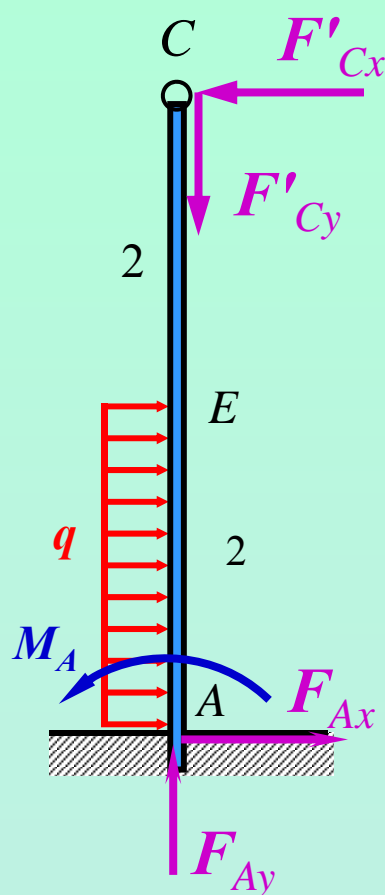
$$M_A - M + 4F_{Ax} + 2q \times 3 + 4F_B \cos 30^\circ - 2F = 0$$



§ 4-2 物体系平衡问题分析举例

例题 4-4

求 M_A 也可以取杆 AC 为研究对象。



$$\sum M_C(F) = 0, \quad M_A + 4F_{Ax} + 2q \times 3 = 0$$

求得: $M_A = -2 \text{ KN} \cdot \text{m}$ 。

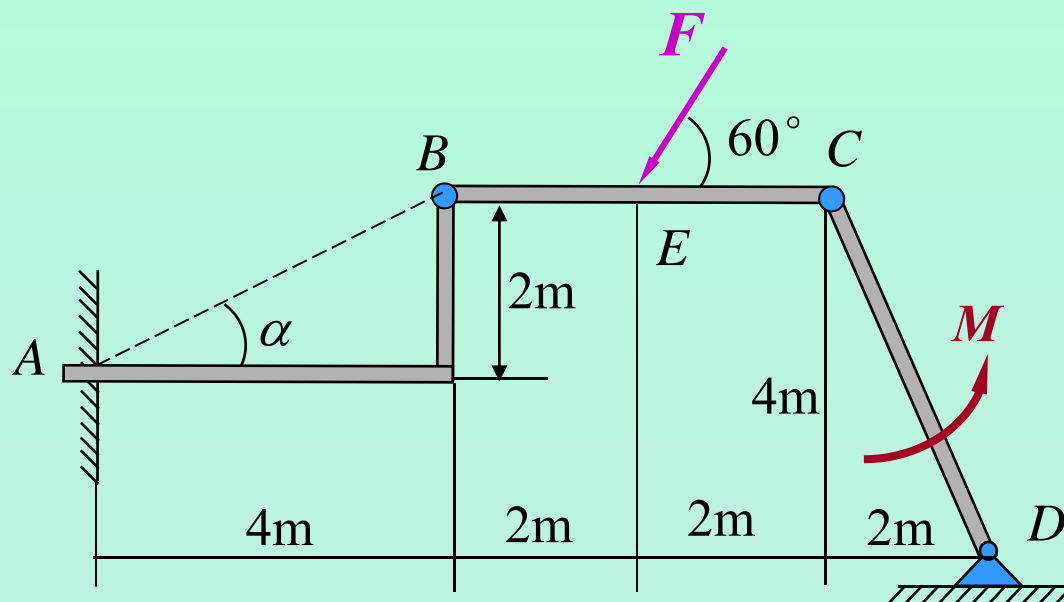


§ 4-2 物体系平衡问题分析举例

讨论题

讨论题

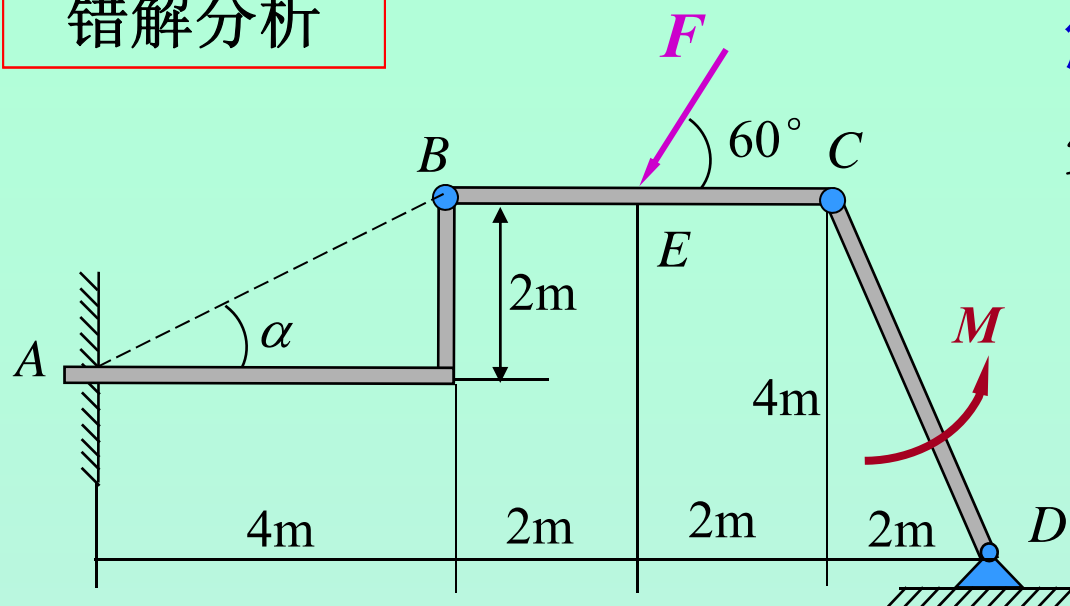
如图已知 $F=15\text{ kN}$, $M=40\text{ kN}\cdot\text{m}$ 。各杆件自重不计, 试求 D 和 B 处的支座约束力。



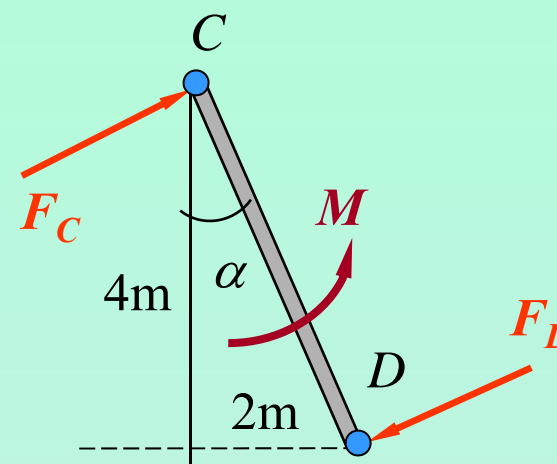
§ 4-2 物体系平衡问题分析举例

讨论题

错解分析



解：1. 先取CD为研究对象，
受力分析如图。



$$\sum M = 0, \quad M - F_D \sqrt{4^2 + 2^2} = 0$$

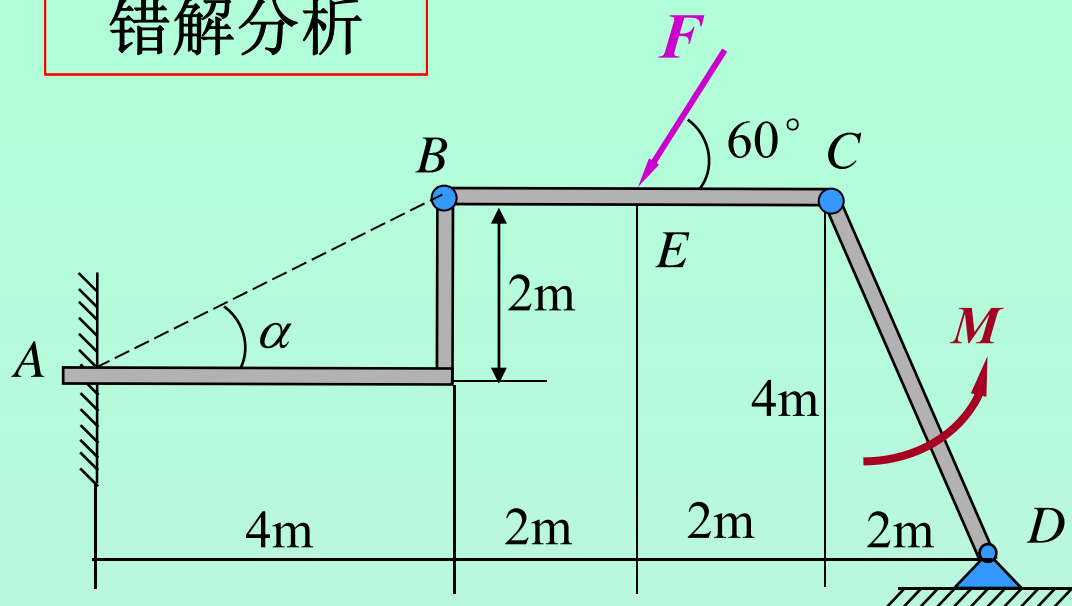
$$F_D = 8.95 \text{ kN}$$



§ 4-2 物体系平衡问题分析举例

讨论题

错解分析

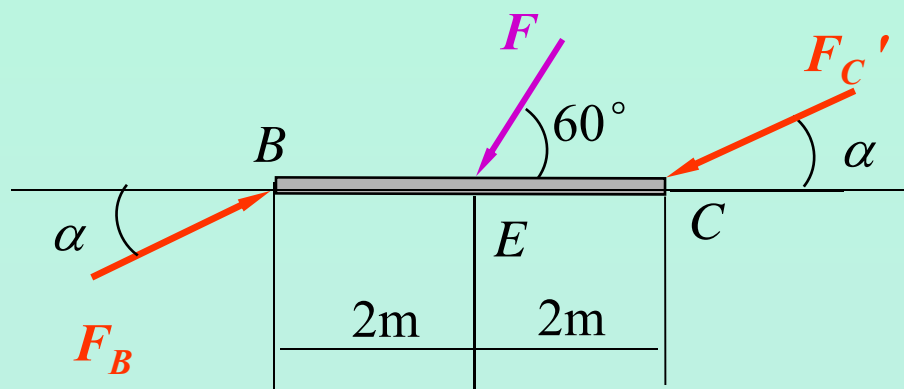


2. 再取BC为研究对象，受力分析如图。

$$\sum F_x = 0:$$

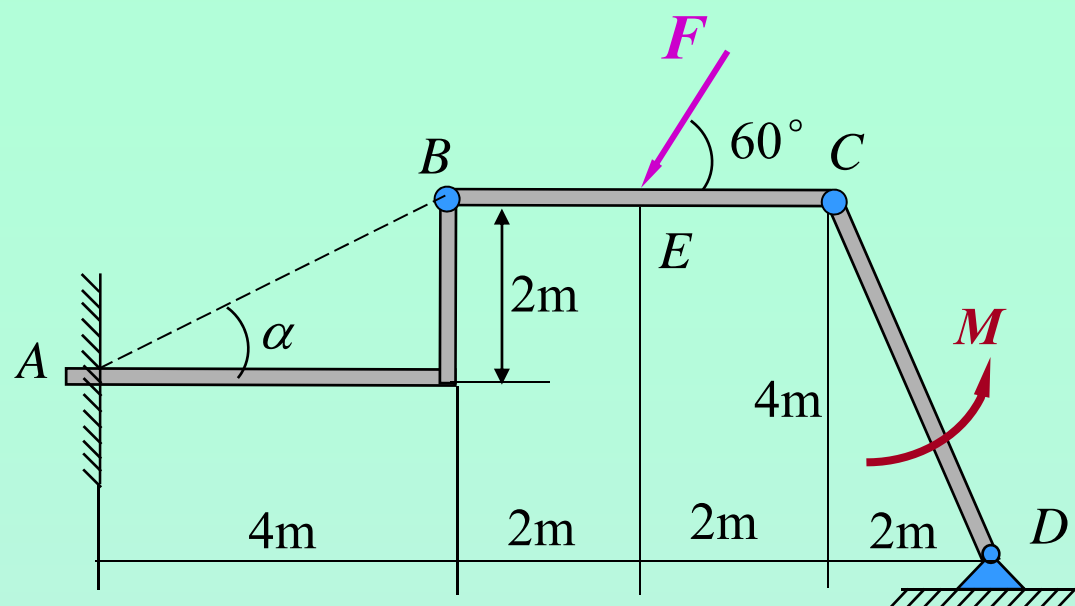
$$-F \cos 60^\circ + F_B \cos \alpha - F'_C \cos \alpha = 0$$

$$F_B = 15.5 \text{ kN}$$



§ 4-2 物体系平衡问题分析举例

讨论题



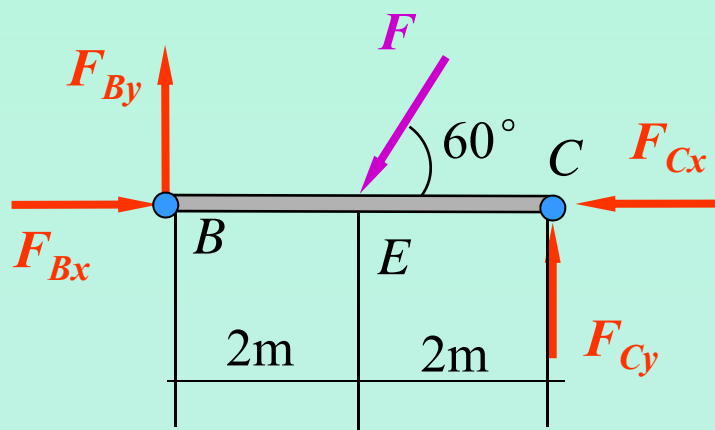
正确答案

解：1. 先取BC为研究对象，
受力分析如图。

$$\sum M_C(F) = 0,$$

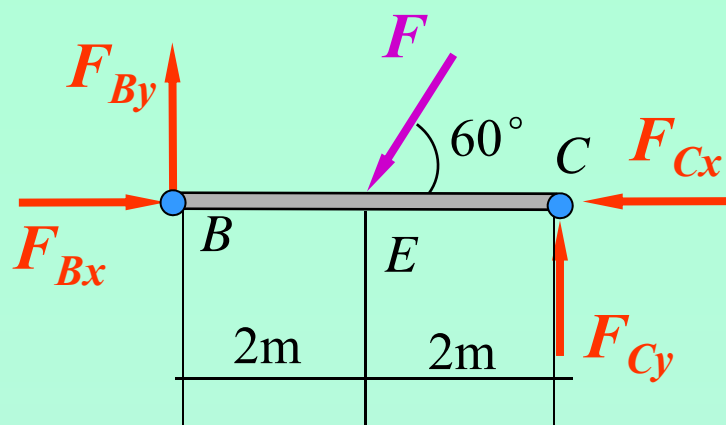
$$F \sin 60^\circ \times 2 - F_{By} \times 4 = 0$$

$$F_{By} = 6.5 \text{ kN}$$



§ 4-2 物体系平衡问题分析举例

讨论题

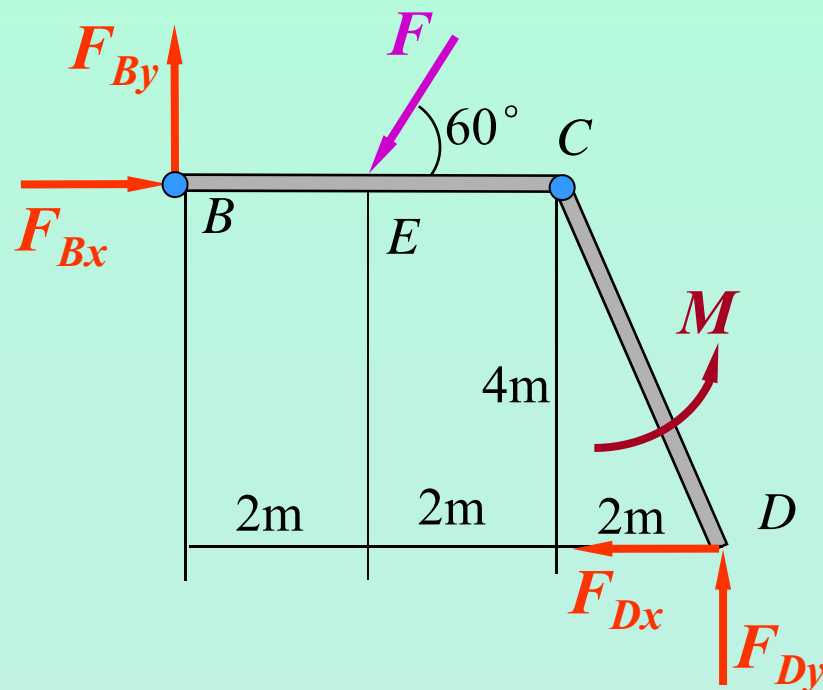


2. 再取BCD为研究对象，
受力分析如图。

$$\sum M_D(F) = 0:$$

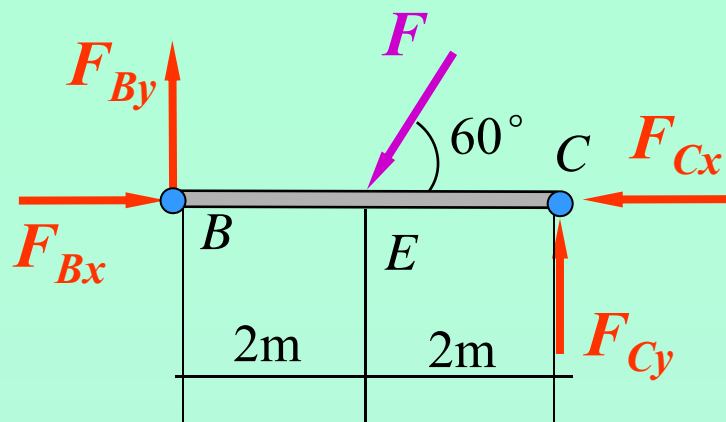
$$M + F \sin 60^\circ \times 4 + F \cos 60^\circ \times 4 - F_{By} \times 6 - F_{Bx} \times 4 = 0$$

$$F_{Bx} = 20.75 \text{ kN}$$



§ 4-2 物体系平衡问题分析举例

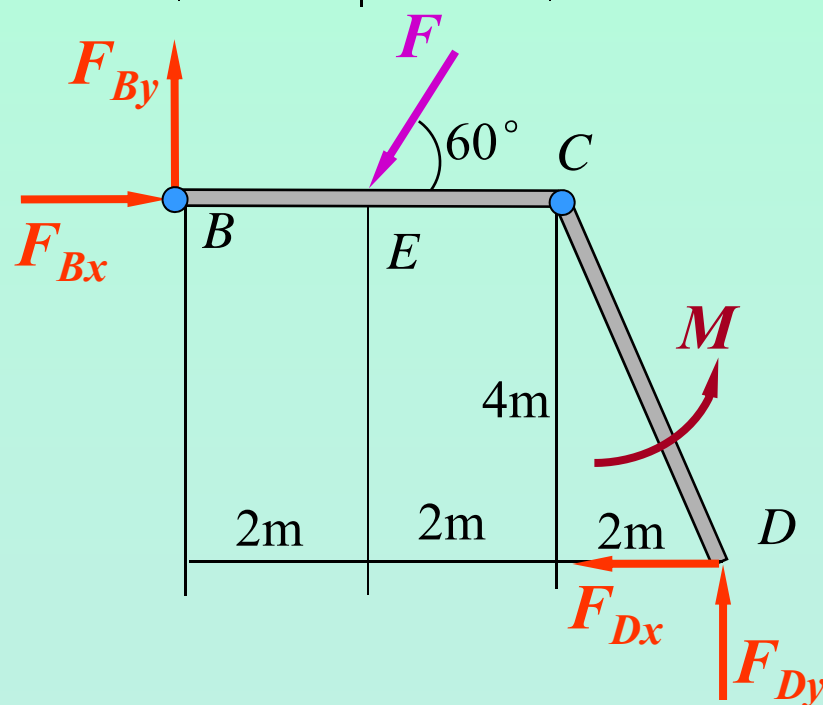
讨论题



$$\sum F_x = 0,$$

$$F_{Bx} - F \cos 60^\circ - F_{Dx} = 0$$

$$F_{Dx} = 13.25 \text{ kN}$$






$$\sum F_y = 0,$$

$$F_{By} - F \sin 60^\circ + F_{Dy} = 0$$

$$F_{Dy} = 6.5 \text{ kN}$$



§ 4-3 简单平面桁架的内力计算

- 几个概念 
- 桁架计算的常见假设 
- 计算桁架杆件内力的方法 

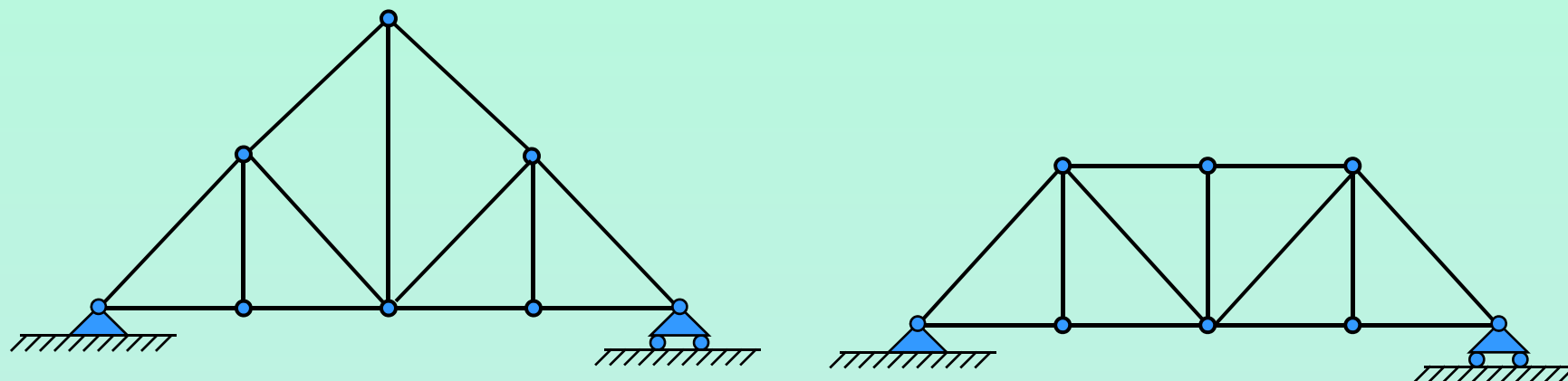


§ 4-3 简单平面桁架的内力计算

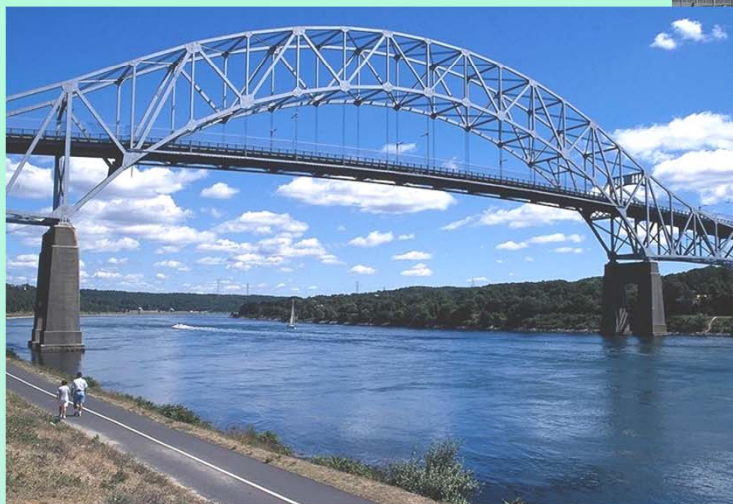
1. 几个概念

桁架 —— 一种由若干杆件彼此在两端用铰链连接而成，受力后几何形状不变的结构。

如图分别是普通屋顶桁架和桥梁桁架。



§ 4-3 简单平面桁架的内力计算



桁架结构



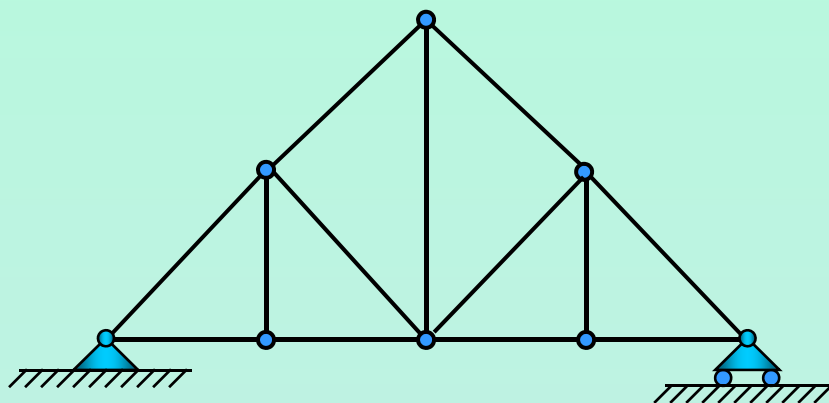
§ 4-3 简单平面桁架的内力计算

几个概念

平面桁架—— 所有杆件都在同一平面内的桁架。

节 点—— 桁架中杆件的铰链接头。

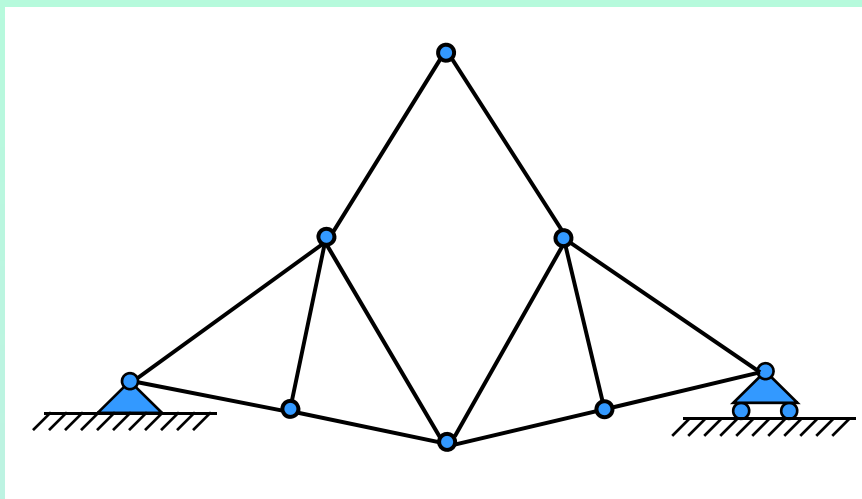
杆件内力—— 各杆件所承受的力。



§ 4-3 简单平面桁架的内力计算

几个概念

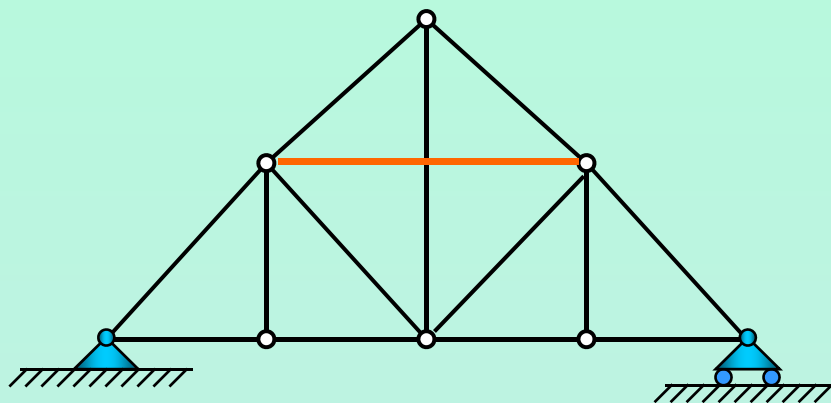
无余杆桁架—— 如果从桁架中任意抽去一根杆件，则桁架就会活动变形，即失去形状的固定性。



§ 4-3 简单平面桁架的内力计算

几个概念

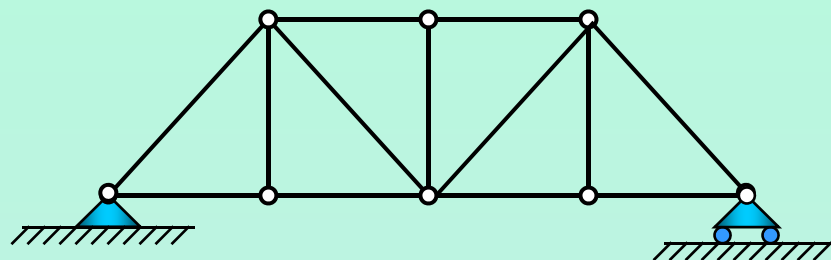
有余杆桁架—— 如果从桁架中抽去某几根杆件，桁架不会活动变形，即不会失去形状的固定性。



§ 4-3 简单平面桁架的内力计算

几个概念

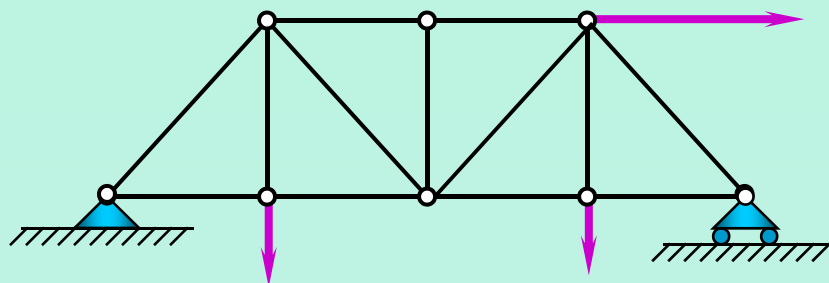
简单平面桁架—— 以一个铰链三角形框架为基础，每增加一个节点需增加二根杆件，可以构成无余杆的平面桁架。



§ 4-3 简单平面桁架的内力计算

2. 桁架计算的常见假设

- (1) 桁架中的杆件都是直杆，并用光滑铰链连接。
- (2) 桁架受的力都作用在节点上，并在桁架的平面内。
- (3) 桁架的自重忽略不计，或被平均分配到杆件两端的节点上，这样的桁架称为理想桁架。



§ 4-3 简单平面桁架的内力计算

- 桁架结构的优点

可以充分发挥材料的作用，减轻结构的重量，节约材料。

- 简单平面桁架的静定性

当简单平面桁架的支座反力不多于3个时，求其杆件内力的问题是静定的，否则不静定。



§ 4-3 简单平面桁架的内力计算

3. 计算桁架杆件内力的方法

节点法——应用共点力系平衡条件，逐一研究桁架上每个节点的平衡。

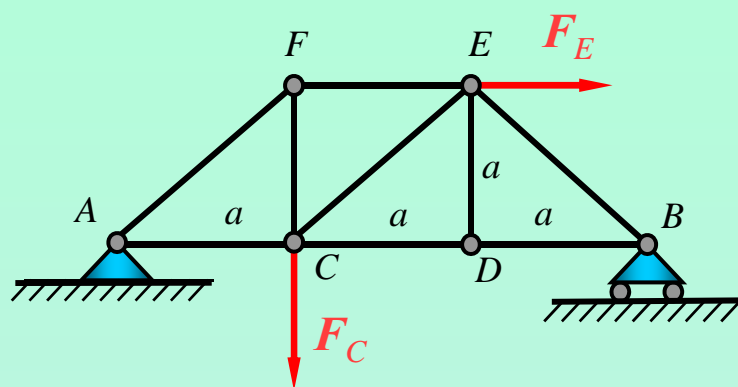
截面法——用应用平面任意力系的平衡条件，研究桁架由截面切出的某些部分的平衡。



§ 4-3 简单平面桁架的内力计算

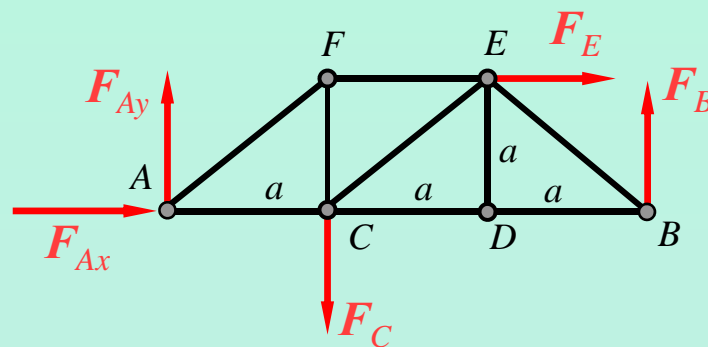
例题 4-4

例题4-4 如图平面桁架，求各杆内力。已知铅垂力 $F_C=4$ kN，水平力 $F_E=2$ kN。



解：节点法

1. 取整体为研究对象, 受力分析如图。



3. 列平衡方程。

$$\sum F_x = 0, \quad F_{Ax} + F_E = 0$$

$$\sum F_y = 0, \quad F_B + F_{Ay} - F_C = 0$$

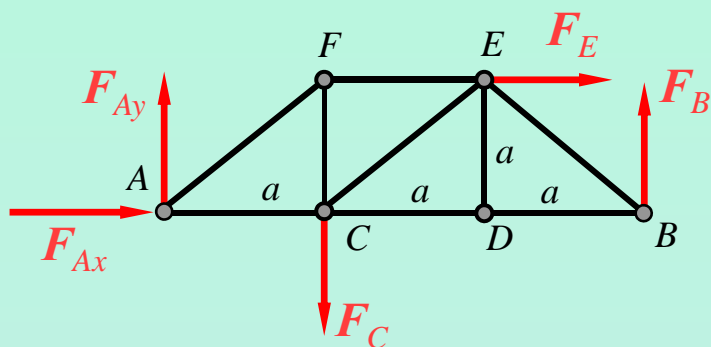
$$\sum M_A(F) = 0, \quad -F_C \times a - F_E \times a + F_B \times 3a = 0$$

4. 联立求解。

$$F_{Ax} = -2 \text{ kN}$$

$$F_{Ay} = 2 \text{ kN}$$

$$F_B = 2 \text{ kN}$$



§ 4-3 简单平面桁架的内力计算

例题 4-4

5. 取节点A, 受力分析如图。

列平衡方程

$$\sum F_x = 0,$$

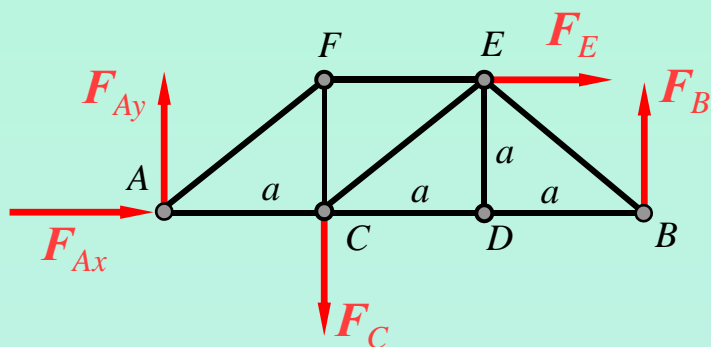
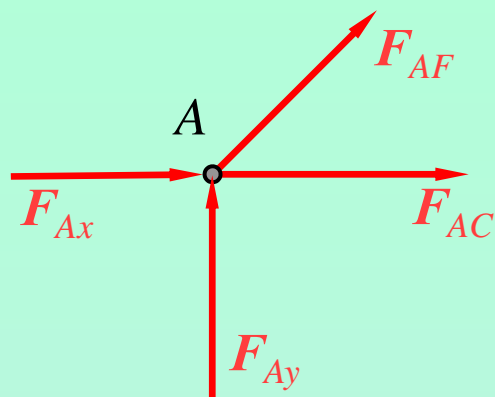
$$F_{Ax} + F_{AC} + F_{AF} \cos 45^\circ = 0$$

$$\sum F_y = 0,$$

$$F_{Ay} + F_{AF} \cos 45^\circ = 0$$

解得

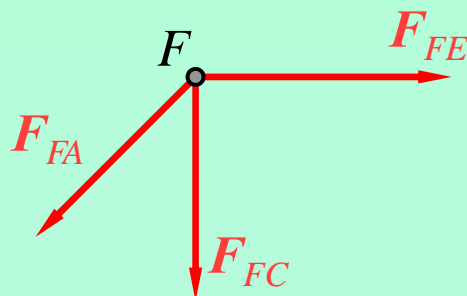
$$F_{AF} = -2\sqrt{2} \text{ kN}, \quad F_{AC} = 4 \text{ kN}$$



§ 4-3 简单平面桁架的内力计算

例题 4-4

6. 取节点F, 受力分析如图。



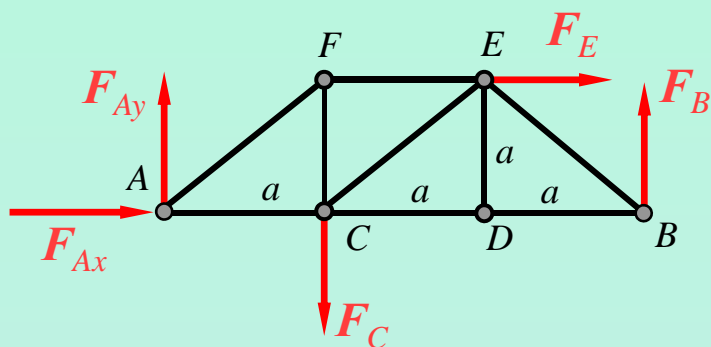
列平衡方程

$$\sum F_x = 0,$$

$$F_{FE} - F_{FA} \cos 45^\circ = 0$$

$$\sum F_y = 0,$$

$$-F_{FC} - F_{FA} \cos 45^\circ = 0$$



解得

$$F_{FE} = -2 \text{ kN}, \quad F_{FC} = 2 \text{ kN}$$



§ 4-3 简单平面桁架的内力计算

例题 4-4

7. 取节点C, 受力分析如图。

列平衡方程

$$\sum F_x = 0,$$

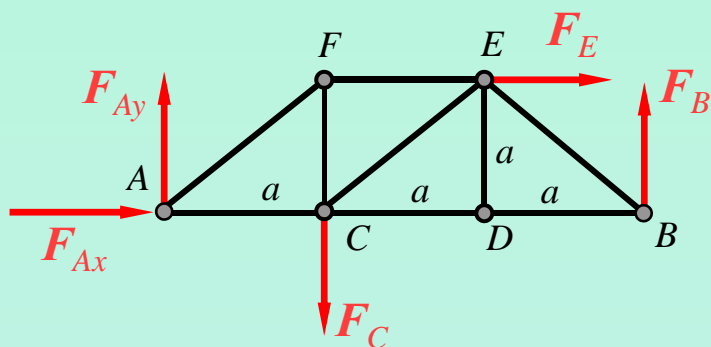
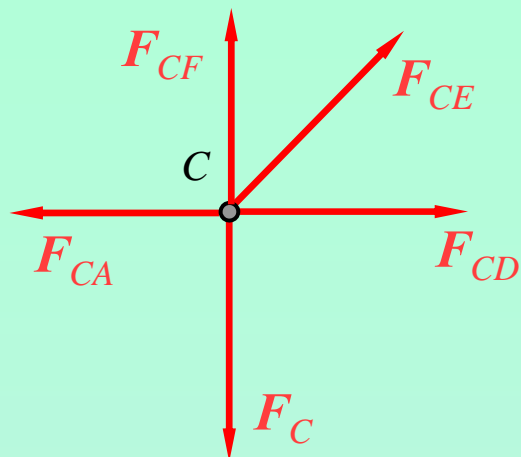
$$-F_{CA} + F_{CD} + F_{CE} \cos 45^\circ = 0$$

$$\sum F_y = 0,$$

$$-F_C + F_{CF} + F_{CE} \cos 45^\circ = 0$$

解得

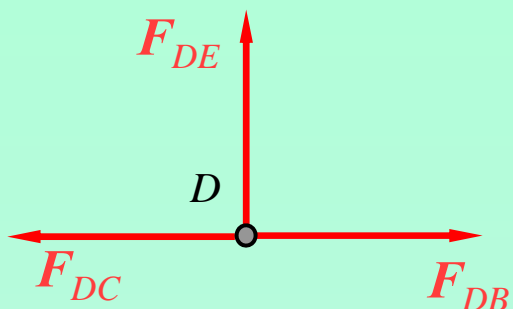
$$F_{CE} = 2\sqrt{2} \text{ kN}, \quad F_{CD} = 2 \text{ kN}$$



§ 4-3 简单平面桁架的内力计算

例题 4-4

8. 取节点D, 受力分析如图。



列平衡方程

$$\sum F_x = 0,$$

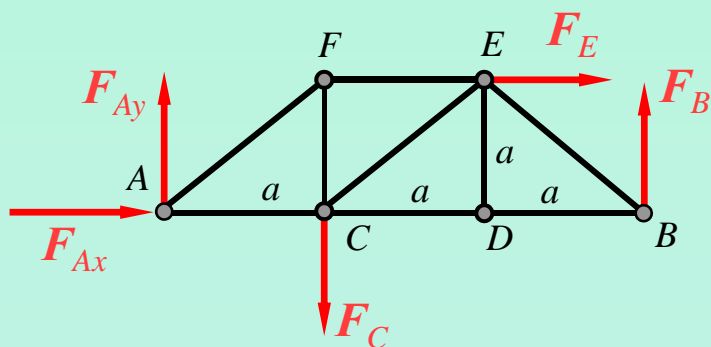
$$F_{DB} - F_{DC} = 0$$

$$\sum F_y = 0,$$

$$F_{DE} = 0$$

解得

$$F_{DB} = 3 \text{ kN}, \quad F_{DE} = 0$$



§ 4-3 简单平面桁架的内力计算

例题 4-4

9. 取节点B, 受力分析如图。

列平衡方程

$$\sum F_x = 0,$$

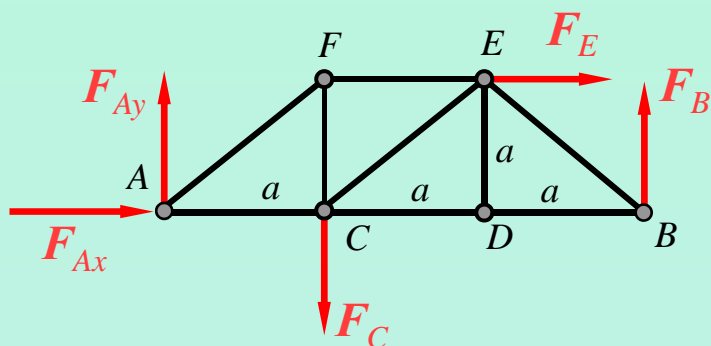
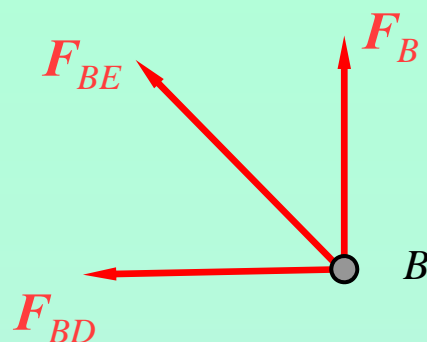
$$-F_{BD} - F_{BE} \cos 45^\circ = 0$$

$$\sum F_y = 0,$$

$$F_B + F_{BE} \cos 45^\circ = 0$$

解得 $F_{BD} = -2\sqrt{2} \text{ kN}$

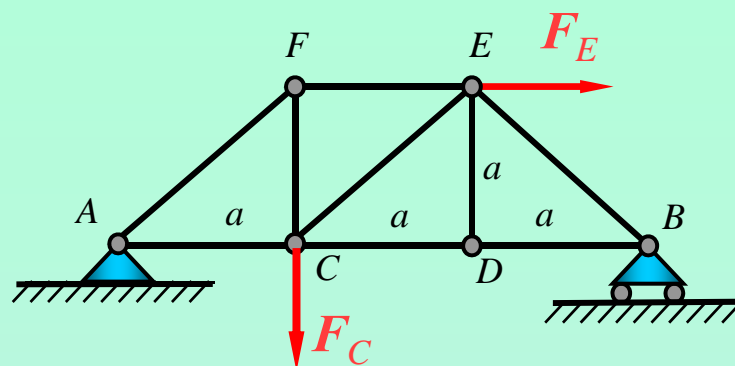
$$F_{BE} = -2\sqrt{2} \text{ kN}$$



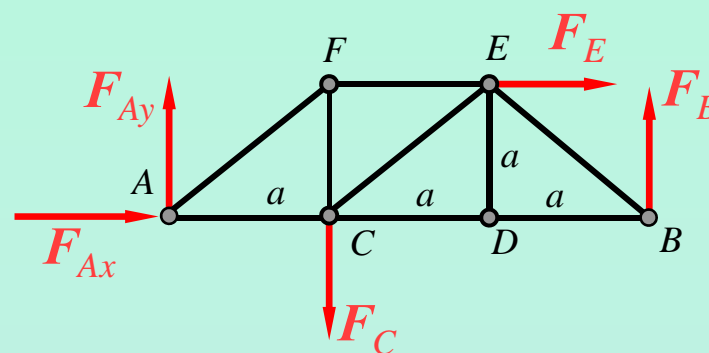
§ 4-3 简单平面桁架的内力计算

例题 4-4

解： 截面法



1. 取整体为研究对象，
受力分析如图。



§ 4-3 简单平面桁架的内力计算

例题 4-4

2. 列平衡方程。

$$\sum F_x = 0, \quad F_{Ax} + F_E = 0$$

$$\sum F_y = 0, \quad F_B + F_{Ay} - F_C = 0$$

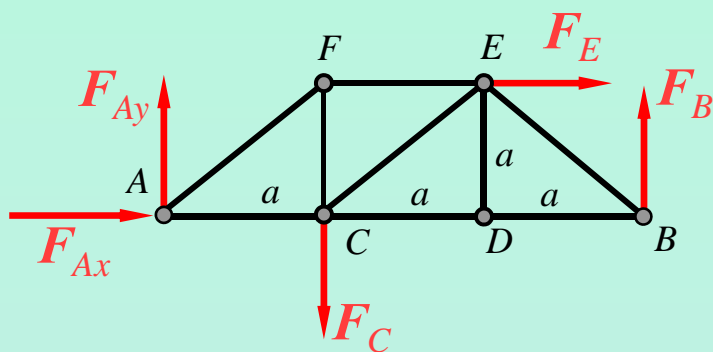
$$\sum M_A(F) = 0, \quad -F_C \times a - F_E \times a + F_B \times 3a = 0$$

3. 联立求解。

$$F_{Ax} = -2 \text{ kN}$$

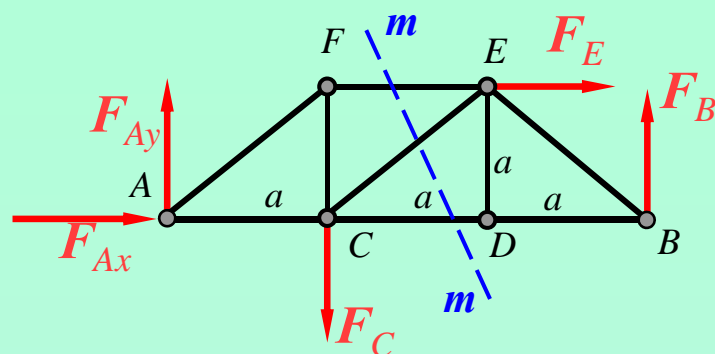
$$F_{Ay} = 2 \text{ kN}$$

$$F_B = 2 \text{ kN}$$



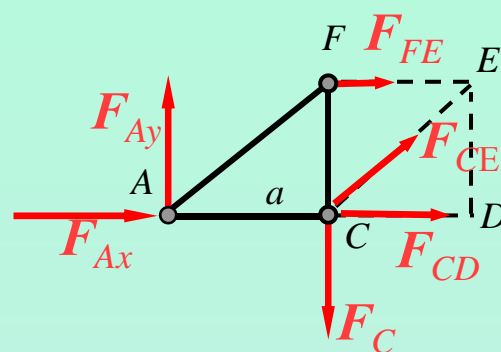
§ 4-3 简单平面桁架的内力计算

例题 4-4



4. 作一截面 $m-m$ 将三杆截断，取左部分为分离体，受力分析如图。

5. 列平衡方程。



$$\sum F_x = 0, \quad F_{CD} + F_{Ax} + F_{FE} + F_{CE} \cos 45^\circ = 0$$

$$\sum F_y = 0, \quad F_{Ay} - F_C + F_{CE} \cos 45^\circ = 0$$

$$\sum M_C(F) = 0, \quad -F_{FE} \times a - F_{Ay} \times a = 0$$

联立求解得 $F_{CE} = -2\sqrt{2} \text{ kN}$, $F_{CD} = 2 \text{ kN}$, $F_{FE} = -2 \text{ kN}$



§ 4-3 简单平面桁架的内力计算

思考题

思考题

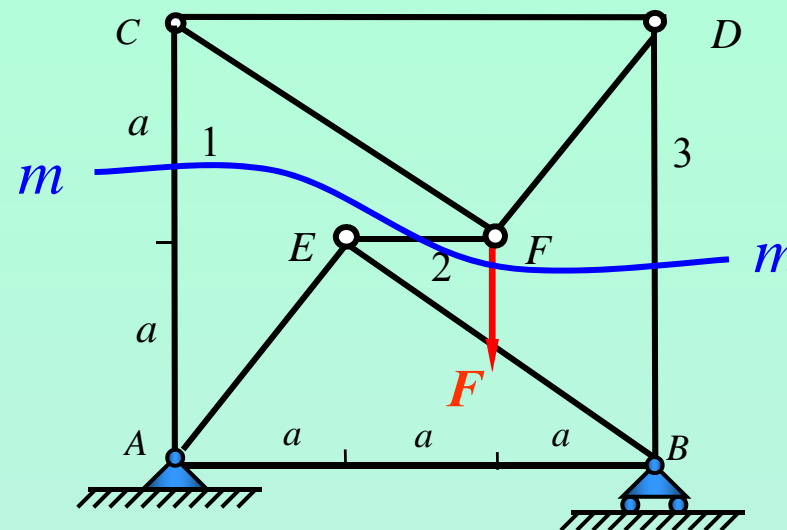
用截面法求杆1, 2, 3的内力。

用截面 m , 并取上半部分。

$\sum F_x = 0$, 求出杆2的内力 F_2 。

$\sum M_C = 0$, 求出杆3的内力 F_3 。

$\sum M_D = 0$, 求出杆1的内力 F_1 。

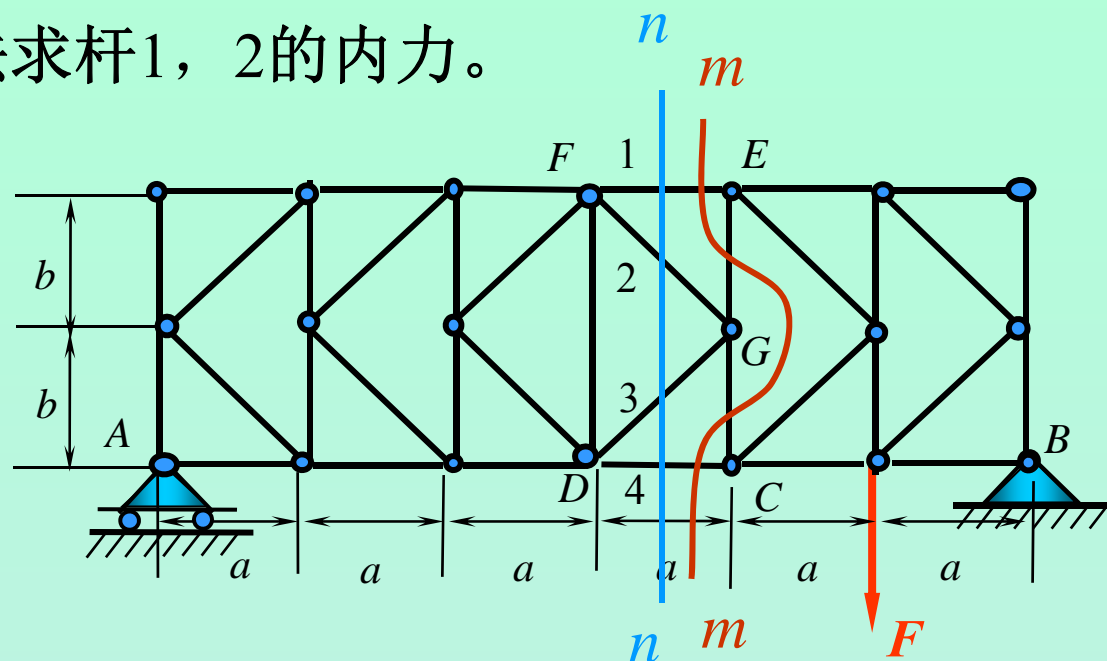


§ 4-3 简单平面桁架的内力计算

思考题

思考题

用截面法求杆1, 2的内力。



先用截面 m 。 $\sum M_C = 0$, 求出杆1的内力 F_1 。

再用截面 n 。 $\sum M_D = 0$, 求出杆2的内力 F_2 。



§ 作业题解答

1. 图示是对称空间支架，由双铰刚杆1、2、3、4、5、6构成，在节点A上作用一力P，这力在铅直对称面ABCD内，并与铅直线成 $\alpha=45^\circ$ 角。已知距离 $AC=CE=CG=BD=DF=DI=DH$ ，又力 $P=5\text{kN}$ 。如果不计各杆重量，求各杆的内力。

解：取A点为研究对象，

$$\sum F_x = 0, \quad s_1 \cos 45^\circ - s_2 \cos 45^\circ = 0 \Rightarrow s_1 = s_2$$

$$\sum F_y = 0, \quad s_3 + p \sin 45^\circ = 0 \Rightarrow s_3 = -p \sin 45^\circ$$

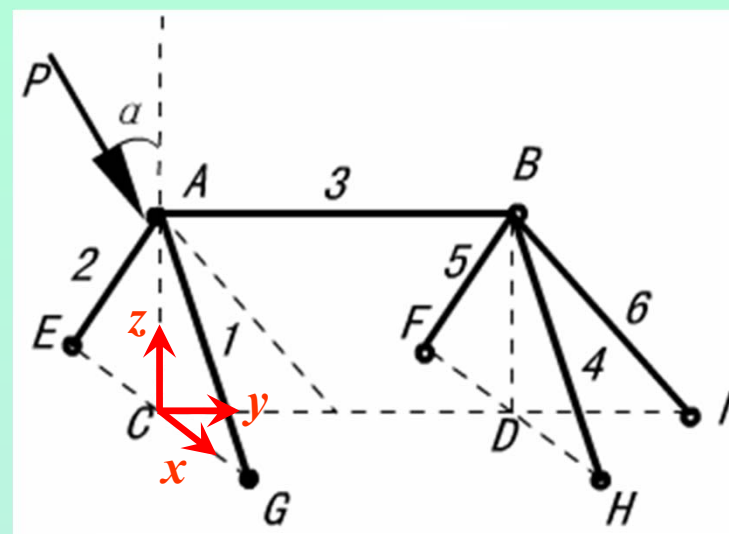
$$\sum F_z = 0, \quad -p \cos 45^\circ - s_1 \sin 45^\circ - s_2 \sin 45^\circ = 0$$

取B点为研究对象，

$$\sum F_x = 0, \quad s_4 \cos 45^\circ - s_5 \cos 45^\circ = 0 \Rightarrow s_4 = s_5$$

$$\sum F_y = 0, \quad s_6 \cos 45^\circ - s_3 = 0 \Rightarrow s_6 = s_3 / \cos 45^\circ = -p = -5\text{KN}$$

$$\sum F_z = 0, \quad -s_4 \sin 45^\circ - s_5 \sin 45^\circ - s_6 \sin 45^\circ = 0 \Rightarrow s_4 = s_5 = 2.5\text{KN}$$



§ 作业题解答

2. D处是铰链连接。已知。不计其余构建自重，求固定铰支A和活动铰支B的反力，以及杆BC的内力。

解：将作用在滑轮边缘的两个拉力至移到轮心E，可使力矩平衡方程简化。取整体为研究对象。

$$\sum M_A = 0,$$

$$N_B \times 4 - 2Q - 1.5Q = 0 \Rightarrow N_B = 10.5 \text{ kN}$$

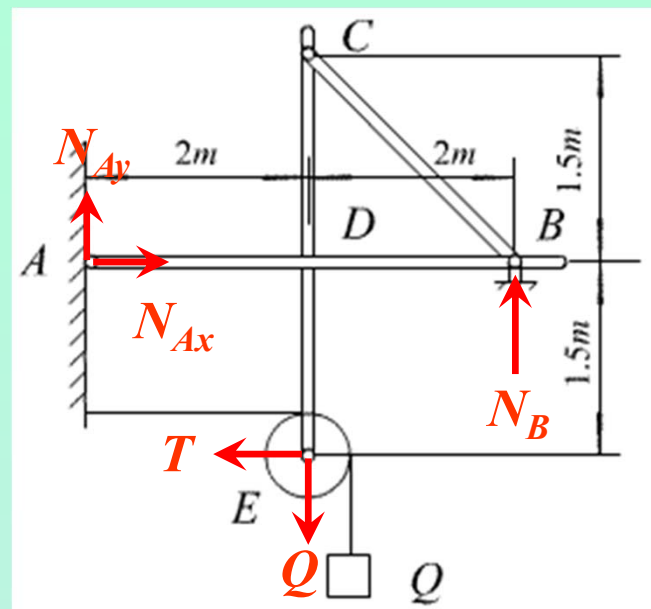
$$\sum F_x = 0, N_{Ax} - T = 0 (T = Q) \Rightarrow N_{Ax} = 12 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0,$$

$$N_{Ay} + N_B - Q = 0 \Rightarrow N_{Ay} = Q - N_B = 1.5 \text{ kN}$$

取CD为研究对象，

$$\sum M_D = 0, 1.5 S_{BC} \cos \alpha - 1.5T = 0 \Rightarrow S_{BC} = \frac{1.5T}{1.5 \cos \alpha} = 12 \times \frac{5}{4} = 15 \text{ kN}$$



§ 作业题解答

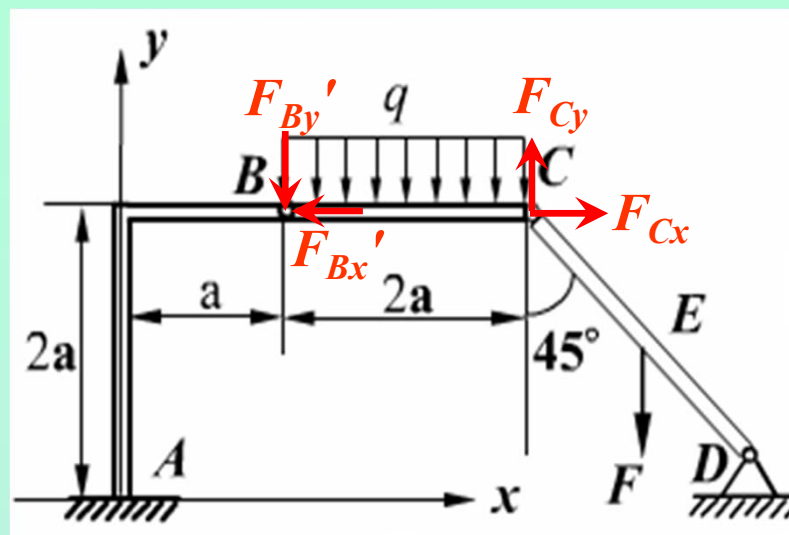
3. 平面构架由AB、BC、CD三杆用铰链B和C连接，其他支承及载荷如图所示。力F作用在CD杆的中点E。已知 $F=8\text{kN}$ ， $q=4\text{kN/m}$ ， $a=1\text{m}$ ，各杆自重不计。求固定端A处的约束力。

解：先取BC为研究对象，

$$\sum M_B = 0,$$

$$-2aq \cdot a + 2aF_{cy} = 0 \Rightarrow F_{cy} = 4\text{kN}$$

$$\sum F_y = 0, F_{cy} - F'_{By} - 2aq = 0 \Rightarrow F'_{By} = -4\text{kN}$$



§ 作业题解答

3. 平面构架由AB、BC、CD三杆用铰链B和C连接，其他支承及载荷如图所示。力F作用在CD杆的中点E。已知 $F=8\text{kN}$ ， $q=4\text{kN/m}$ ， $a=1\text{m}$ ，各杆自重不计。求固定端A处的约束力。

解：先取BC为研究对象，

$$\sum M_B = 0,$$

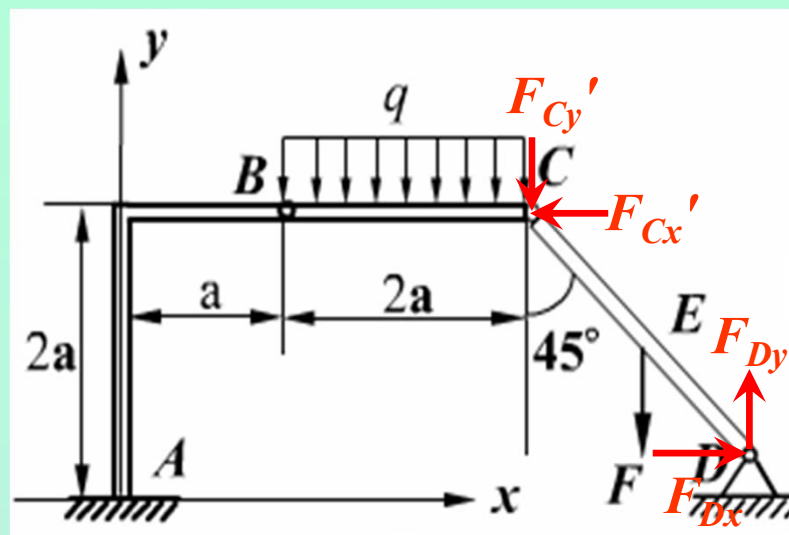
$$-2aq \cdot a + 2aF_{cy} = 0 \Rightarrow F_{cy} = 4\text{kN}$$

$$\sum F_y = 0, F_{cy} - F'_{By} - 2aq = 0 \Rightarrow F'_{By} = -4\text{kN}$$

再取CD为研究对象，

$$\sum M_D = 0,$$

$$aF + 2aF'_{cx} + 2aF'_{cy} = 0 \Rightarrow F_{cx} = F'_{cx} = -8\text{kN}$$



§ 作业题解答

3. 平面构架由AB、BC、CD三杆用铰链B和C连接，其他支承及载荷如图所示。力F作用在CD杆的中点E。已知 $F=8\text{kN}$ ， $q=4\text{kN/m}$ ， $a=1\text{m}$ ，各杆自重不计。求固定端A处的约束力。

解：先取BC为研究对象，

$$\sum M_B = 0,$$

$$-2aq \cdot a + 2aF_{cy} = 0 \Rightarrow F_{cy} = 4\text{kN}$$

$$\sum F_y = 0, F_{cy} - F'_{By} - 2aq = 0 \Rightarrow F'_{By} = -4\text{kN}$$

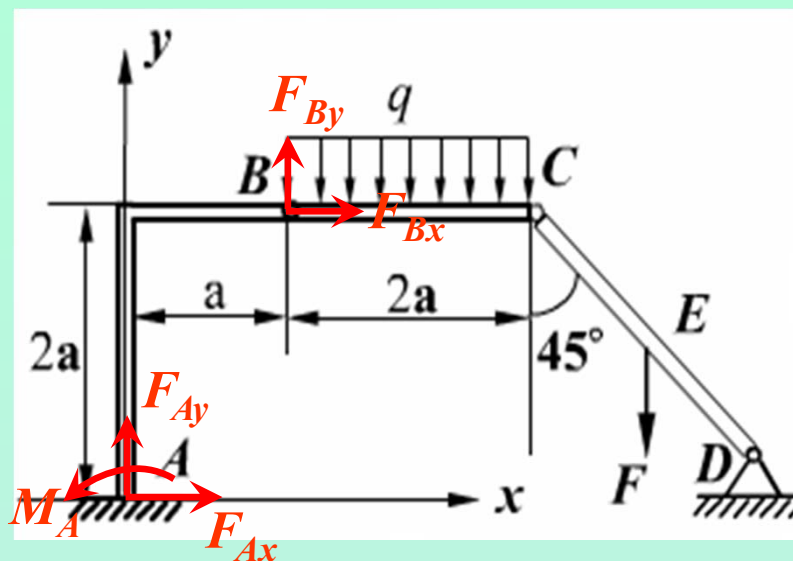
再取CD为研究对象，

$$\sum M_D = 0,$$

$$aF + 2aF'_{cx} + 2aF'_{cy} = 0 \Rightarrow F_{cx} = F'_{cx} = -8\text{kN}$$

最后取AB为研究对象，

$$\sum F_x = 0, F_{Ax} + F_{Bx} = 0; \sum F_y = 0, F_{Ay} + F_{By} = 0; \sum M_A = 0, M_A - 2aF_{Bx} + aF_{By} = 0$$



$$\begin{cases} F_{Ax} = 8\text{kN} \\ F_{Ay} = 4\text{kN} \\ M_A = -12\text{N} \cdot \text{m} \end{cases}$$



谢谢使用

