

CAGD 作业 2

一、给定一条三次 B 样条曲线的控制顶点依次为 $\vec{d}_i, i=0,1,\dots,12$ ，试回答下列问题

- (1) 写出结点矢量 U 及其定义域。
- (2) 当定义域内不含重结点时，B 样条曲线的段数是多少？
- (3) 移动控制顶点 \vec{d}_7 ，将影响哪些曲线段的形状？

二、B 样条曲线的 deBoor 算法为：

$$\vec{p}(u) = \sum_{j=0}^n \vec{d}_j N_{j,k}(u) = \sum_{j=i-k}^{i-1} \vec{d}_j^l N_{j,k-l}(u) = \dots = \vec{d}_{i-k}^k$$

$$\text{其中} \quad \vec{d}_j^l = \begin{cases} \vec{d}_j & l=0 \\ (1-\alpha_j^l)\vec{d}_j^{l-1} + \alpha_j^l \vec{d}_{j+1}^{l-1} & j=i-k, i-k+1, \dots, i-l; l=1, 2, \dots, k \end{cases}$$

$$\alpha_j^l = \frac{u - u_{j+l}}{u_{j+k+1} - u_{j+l}}$$

给定控制顶点 $\vec{d}_0 = [-24, 0]$, $\vec{d}_1 = [-12, 6]$, $\vec{d}_2 = [1, 8]$, $\vec{d}_3 = [10, 2]$, $\vec{d}_4 = [12, 0]$,

取节点矢量 $U = [0, 0, 0, 0, 0.75, 1, 1, 1, 1]$ 定义一条三次 B 样条曲线 $\vec{P}(u)$, $u \in [0, 1]$ 。

- (1) 试用 deBoor 算法递推计算曲线上参数为 $u=0.5$ 的点 $\vec{P}(0.5)$ 。
- (2) 计算曲线上该点处的一阶导矢 $\dot{P}(0.5)$ 与二阶导矢 $\ddot{P}(0.5)$ 。

三、给定控制顶点 $\vec{b}_0 = [0, 0]$, $\vec{b}_1 = [2, 1]$, $\vec{b}_2 = [3, 2]$ 以及权因子 $\omega_0 = \omega_2 = 1$, $\omega_1 = \frac{1}{3}$, 它们定义了一条平面有理二次 Bezier 曲线 $\vec{p}(u)$, $u \in [0, 1]$, 试求曲线上的一点 $\vec{p}(\frac{1}{3})$ 。

四、给定控制顶点 $\vec{b}_0 = [0, 0]$, $\vec{b}_1 = [1, 1]$, $\vec{b}_2 = [2, 1]$ 以及权因子 $\omega_0 = \omega_2 = 1$,

$\omega_1 = \frac{\sqrt{3}}{3}$, 它们定义了一条平面有理二次 Bezier 曲线 $\vec{p}(u)$, $u \in [0, 1]$,

试求升阶为三次曲线后的控制顶点和权因子。