12.2 动量定理和冲量定理

12.2 动量定理和冲量定理

一、动量定理

因为质点系的动量为$\boldsymbol{p}=\sum m\boldsymbol{v}$，对该式两端求时间的导数，有

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}}{\mathrm{d}t}=\sum\frac{\mathrm{d}(m\boldsymbol{v})}{\mathrm{d}t}=\sum m\boldsymbol{a}=\sum\boldsymbol{F}$$

分析右端，把作用于每个质点的力F分为内力$F^{(i)}$和外力$F^{(e)}$，则得

$$\sum\boldsymbol{F}=\sum\boldsymbol{F}^{(\mathrm{i})}+\sum\boldsymbol{F}^{(\mathrm{e})}$$

因为内力之和 $$\sum\boldsymbol{F}^{(\mathrm{i})}=0$$

则有 $$\boxed{\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}}{\mathrm{d}t}=\sum\boldsymbol{F}^{(\mathrm{e})}}$$

12.2 动量定理和冲量定理

一、动量定理

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}}{\mathrm{d}t}=\sum \boldsymbol{F}^{(\mathrm{e})}$$

即，质点系动量对时间的导数，等于作用于它上所有外力的矢量和，这就是质点系动量定理的微分形式。**常称为**动量定理。

在具体计算时，往往写成投影形式，即

$$\frac{\mathrm{d}p_x}{\mathrm{d}t}=\sum F_x^{(\mathrm{e})},\quad \frac{\mathrm{d}p_y}{\mathrm{d}t}=\sum F_y^{(\mathrm{e})}\quad \frac{\mathrm{d}p_z}{\mathrm{d}t}=\sum F_z^{(\mathrm{e})}$$

即，质点系的动量在固定轴上的投影对时间的导数,等于该质点系的所有外力在同一轴上的投影的代数和。

12.2 动量定理和冲量定理

一、动量定理

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}}{\mathrm{d}t}=\sum \boldsymbol{F}^{(\mathrm{e})}$$

二、冲量定理

设在 t_1 到 t_2 过程中，质点系的动量由$\boldsymbol{p}_1$ 变为 $\boldsymbol{p}_2$ ，则对上式积分，可得

$$\boldsymbol{p}_2-\boldsymbol{p}_1=\sum\int_{t_1}^{t_2}\boldsymbol{F}^{(\mathrm{e})}\mathrm{d}t\equiv\sum \boldsymbol{I}$$

可见，质点系的动量在一段时间内的变化量，等于作用于质点系的外力在同一段时间内的冲量的矢量和。**这就是**质点系动量定理的积分形式，**也称为**质点系的冲量定理。

二、冲量定理

$$\boldsymbol{p}_2 - \boldsymbol{p}_1 = \sum \int_{t_1}^{t_2} \boldsymbol{F}^{(e)} \mathrm{d}t \equiv \sum \boldsymbol{I}$$

具体计算时，将上式投影到固定直角坐标轴系上

$$p_{2x} - p_{1x} = \sum \int_{t_1}^{t_2} F_x^{(e)} \mathrm{d}t = \sum I_x$$

$$p_{2y} - p_{1y} = \sum \int_{t_1}^{t_2} F_y^{(e)} \mathrm{d}t = \sum I_y$$

$$p_{2z} - p_{1z} = \sum \int_{t_1}^{t_2} F_z^{(e)} \mathrm{d}t = \sum I_z$$

即，质点系动量在某固定轴上投影的变化量,等于作用于质点系的外力在对应时间间隔内的冲量在同一轴上的投影的代数和。

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}}{\mathrm{d}t}=\sum \boldsymbol{F}^{(\mathrm{e})}$$

$$\frac{\mathrm{d}p_x}{\mathrm{d}t}=\sum F_x^{(e)},\quad \frac{\mathrm{d}p_y}{\mathrm{d}t}=\sum F_y^{(e)},\quad \frac{\mathrm{d}p_z}{\mathrm{d}t}=\sum F_z^{(e)}$$

三、动量守恒定理

1. **如果在上式中**$\sum \boldsymbol{F}^{(\mathrm{e})}\equiv 0$**，则有**

$$\boldsymbol{p}=\boldsymbol{p}_0=\text{常矢量}$$

其中：$\boldsymbol{p}_0$ **为质点系初始瞬时的动量。**

在运动过程中,如作用于质点系的所有外力的矢量和始终等于零，则质点系的动量保持不变。**这就是质点系的动量守恒定理。**

12.2 动量定理和冲量定理

一、动量定理

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}}{\mathrm{d}t}=\sum \boldsymbol{F}^{(e)}$$

$$\frac{\mathrm{d}p_x}{\mathrm{d}t}=\sum F_x^{(e)},\quad \frac{\mathrm{d}p_y}{\mathrm{d}t}=\sum F_y^{(e)},\quad \frac{\mathrm{d}p_z}{\mathrm{d}t}=\sum F_z^{(e)}$$

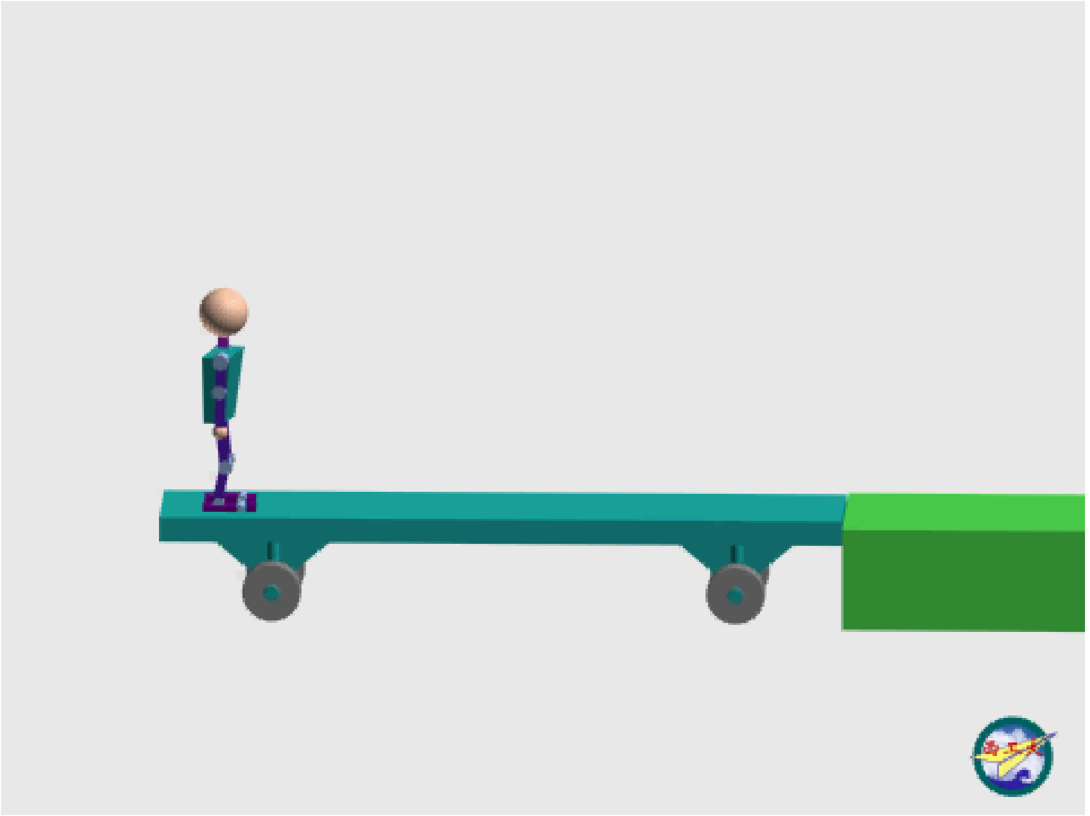
二、动量守恒定理

2. 如果在上式中$\sum F_x^{(e)}\equiv 0$，则有 $p_x=p_{0x}=$常　量

其中：p_{0x} 为质点系初始瞬时的动量 在x轴上的投影。

在运动过程中,如作用于质点系的所有外力在某一轴上的投影的代数和始终等于零，则质点系的动量在该轴上的投影保持不变。

实例分析：人在光滑水平面小车上行走



12.2 动量定理和冲量定理

内力不改变整个质点系的动量，但是质点系每一部分的动量可能会改变。

12.2 动量定理和冲量定理

内力不改变整个质点系的动量，但是质点系每一部分的动量可能会改变。

谢 谢！