

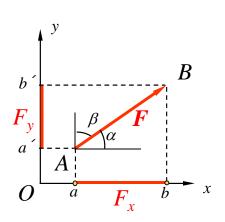
2.2 平面共点力系合成的解析法与平 衡的解析条件



1. 力在坐标轴上的投影

$$F_{x} = F \cos \alpha$$

$$F_{v} = F \cos \beta$$



结论:力在某轴上的投影,等于力的模乘以力与该轴正向间夹角的余弦。

反之, 当投影 F_x , F_y 已知时,则可求出力F的大小和方向:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

$$\cos \alpha = \frac{F_x}{F}$$
, $\cos \beta = \frac{F_y}{F}$



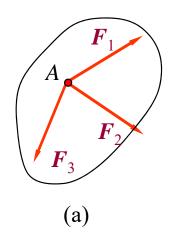
2. 合力投影定理

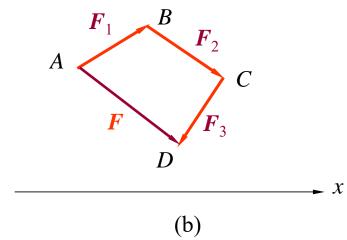
合力在任一轴上的投影,等于它的各分力在同一轴上的投影的 代数和。

证明:

以三个力组成的共点力系为例。设有三个共点力 F_1 , F_2 , F_3 如图a









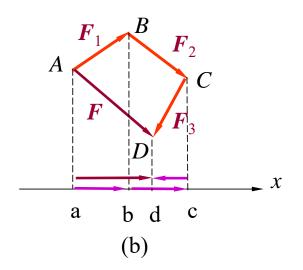
各力在 x 轴上投影

$$F_{1x}=ab$$
, $F_{2x}=bc$, $F_{3x}=-dc$

合力 F 在 x 轴上投影得 $F_x = ad$

曲图知
$$ad = ab + bc + (-dc)$$

 $F_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x}$



推广到任意多个力 $F_1, F_2, \dots F_n$ 组成的平面共点力系,可得

$$F_x = F_{1x} + F_{2x} + \cdots + F_{nx} = \sum F_x$$



3.平面共点力系合成的解析法

根据合力投影定理得

$$F_x = F_{1x} + F_{2x} + \dots + F_{nx} = \sum F_{ix}$$

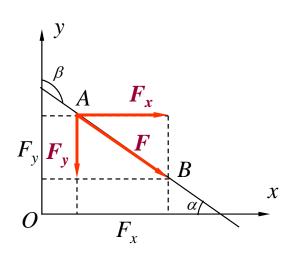
$$F_{y} = F_{1y} + F_{2y} + \dots + F_{ny} = \sum F_{iy}$$

合力的大小

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(\sum F_{ix})^2 + (\sum F_{iy})^2}$$

合力F的方向余弦

$$\cos \alpha = \frac{F_x}{F} = \frac{\sum F_{ix}}{F}$$
, $\cos \beta = \frac{F_y}{F} = \frac{\sum F_{iy}}{F}$





4. 平面共点力系平衡的解析条件

平面共点力系平衡的充要解析条件是

力系中所有各力在两个坐标轴中每一轴上的投影的代数和分别等于零。

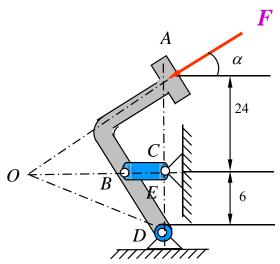
平面共点力系的平衡方程

$$\sum F_{x} = 0$$

$$\sum F_{y} = 0$$



例题1 如图所示是汽车制动机构的一部分。司机踩到制动蹬上的力F=212 N,方向与水平面成 α =45°。当平衡时,BC水平,AD铅直,试求拉杆所受的力。已知EA=24 cm,DE=6 cm(点E在铅直线DA上),又B,C,D都是光滑铰链,机构的自重不计。





42. 1. 取制动蹬 ABD 作为研究对

群· 象

- 2. 画出受力图。
- 3. 列平衡方程。

$$\sum F_x = 0, \quad F_B - F \cos 45^\circ - F_D \cos \varphi = 0$$

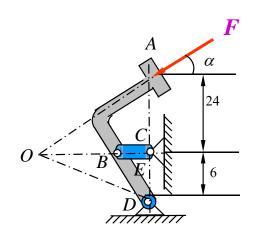
$$\sum F_y = 0, \quad F_D \sin \varphi - F \sin 45^\circ = 0$$

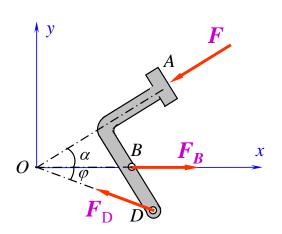
已知
$$\varphi = 14^{\circ}2'$$

 $\sin \varphi = 0.243$, $\cos \varphi = 0.969$

联立求解,得

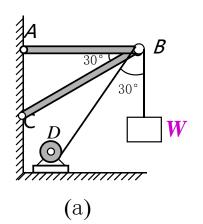
$$F_{\rm R} = 750 \, {\rm N}$$







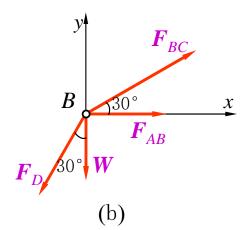
例2-4 利用铰车绕过定滑轮B的绳子吊起一重W=20 kN的货物,滑轮由两端铰链的水平刚杆AB和斜刚杆BC支持于点B(图a)。不计铰车的自重,不计滑轮尺寸,试求杆AB和BC所受的力。、



解:

1. 取滑轮B(带轴销)作为研究对象。

2. **画出受力图**(b)。





3. 列平衡方程。

$$\sum F_x = 0$$

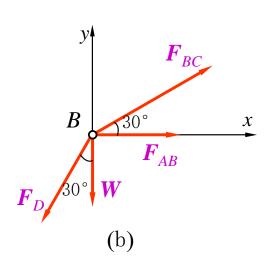
$$F_{BC}\cos 30^\circ + F_{AB} - F_D \sin 30^\circ = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$F_{BC}\cos 60^\circ - W - F_D \cos 30^\circ = 0$$

联立求解,得

$$F_{AB} = -54.6 \text{kN}$$
 , $F_{BC} = 74.6 \text{kN}$



反力 F_{AB} 为负值,说明该力实际指向与图上假定指向相反。即杆AB实际上受拉力。



₩ 思考题

- 应用解析法求解平面汇交力系平衡问题,取不同的直 角坐标系时,所求合力是否相同?
- 应用解析法求解平面汇交力系平衡问题时,所取的投 影轴是否一定要互相垂直?
- 力沿两轴分力的大小和在该两轴上的投影大小相等吗?



谢谢!