

第 2 章

基本力系



第2章 基本力系

§ 2-1 共点力系合成的几何法及平衡的几何条件

§ 2-2 力的投影

§ 2-3 共点力系合成的解析法及平衡的解析条件

§ 2-4 力偶和力偶矩•力偶的等效条件

§ 2-5 力偶系的合成与平衡条件



第2章 基本力系

几个概念

1. 平面力系与空间力系

如果作用在刚体上各个力的作用线都在同一平面内，则这种力系称为平面力系，否则称之为空间力系。



第2章 基本力系

2. 汇交力系与共点力系

作用在刚体上各力的作用线，如果汇交于一点，则这种力系称为**汇交力系**。由力在刚体上的可传性知，汇交力系中的各力都可在刚体内移到作用线的汇交点，这样就得到**共点力系**。

3. 力偶与力偶系

作用线平行、指向相反而大小相等的两个力称为**力偶**。由若干个力偶组成的力系称为力偶系。

共点力系和力偶系称为**基本力系**。



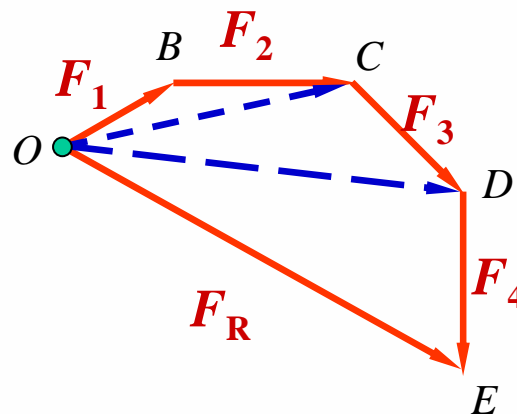
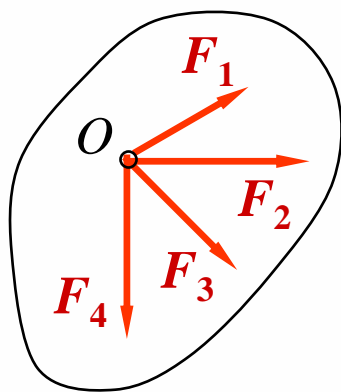
§ 2-1 共点力系合成的几何法 及平衡的几何条件

- 共点力系合成的几何法
- 共点力系平衡的几何条件



§ 2-1 共点力系合成的几何法及平衡的几何条件

1. 共点力系合成的几何法

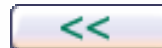
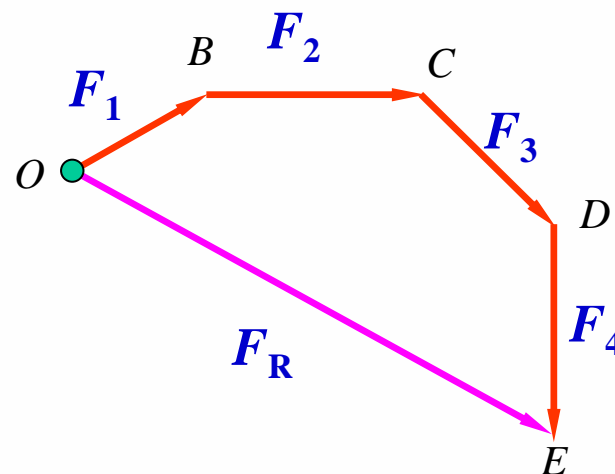
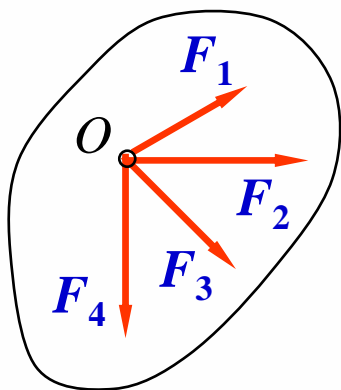


表达式: $F_R = F_1 + F_2 + F_3 + F_4$

§ 2-1 共点力系合成的几何法及平衡的几何条件

(1) 力多边形法则

把各力矢首尾相接，形成一条折线（称为**开口的多边形**）。加上一封闭边，就得到一个多边形，称为**力多边形**。

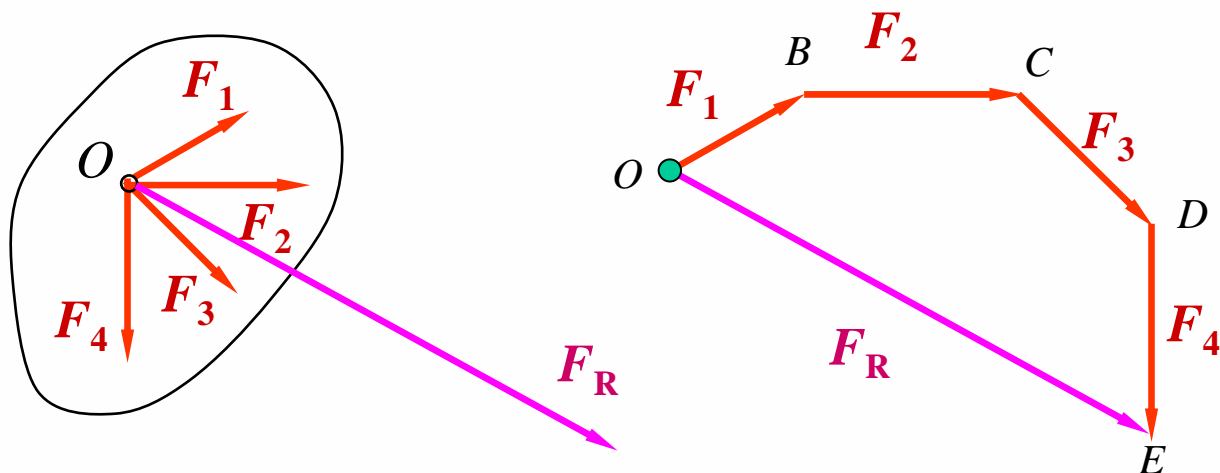


§ 2-1 共点力系合成的几何法及平衡的几何条件

(2) 共点力系的合成结果

共点力系可以合成为一个合力，合力作用在力系的公共作用点，它等于这些力的矢量和，并可由此力系的力多边形的封闭边表示。

矢量的表达式：
$$F_R = F_1 + F_2 + F_3 + \cdots + F_n = \sum_{i=1}^n F_i$$



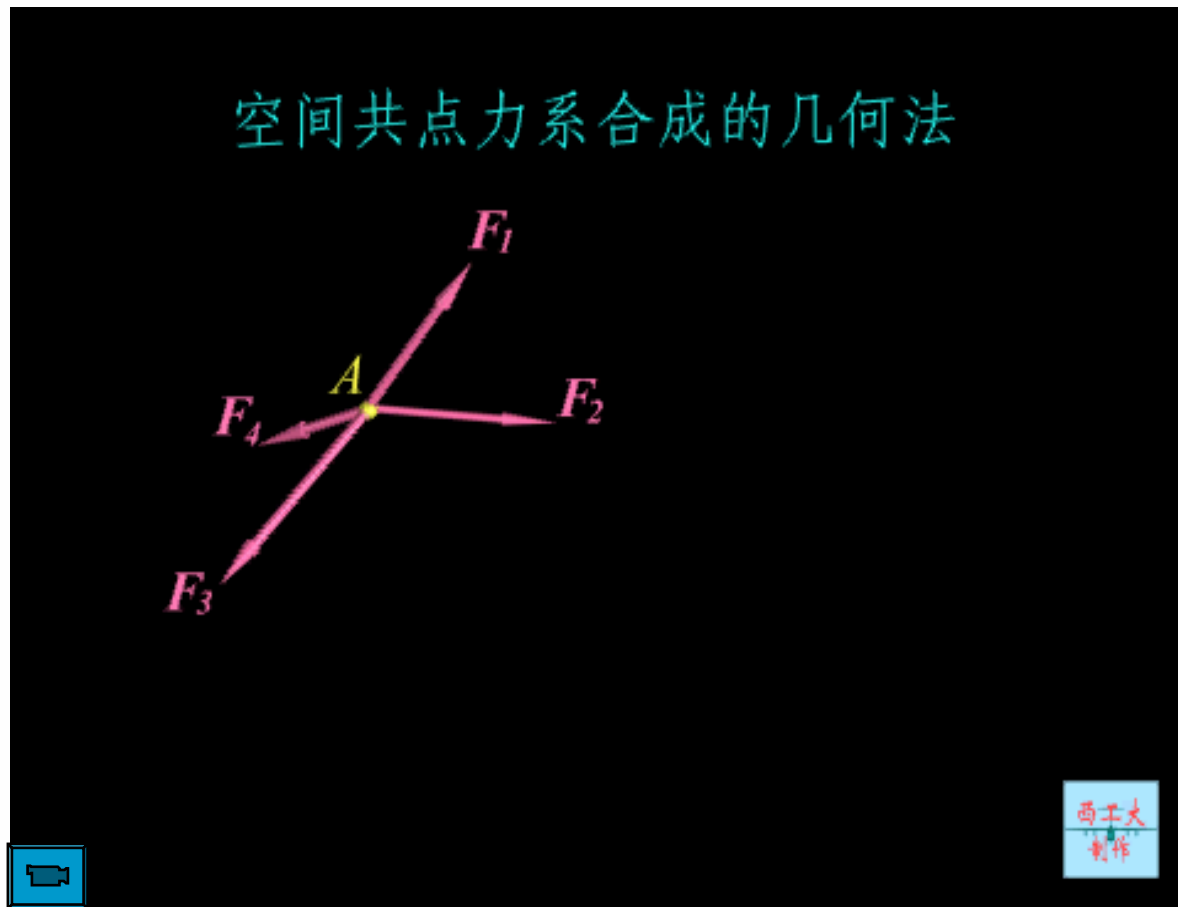
§ 2-1 共点力系合成的几何法及平衡的几何条件

共点力系合成的几何法

结论：空间共点力系的合力等于力系中的矢量和。或者说，合力是由这个力系的力多边形的闭合边来表示。

公式

$$F_R = \sum F_i$$



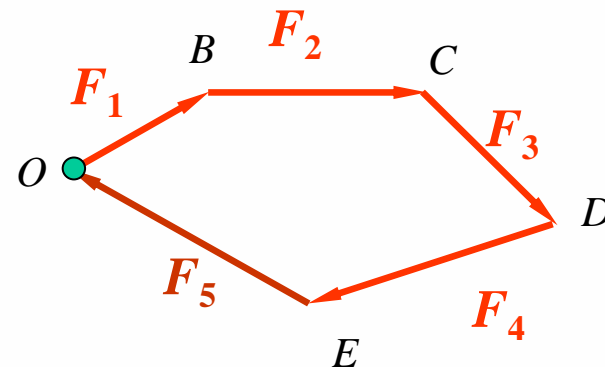
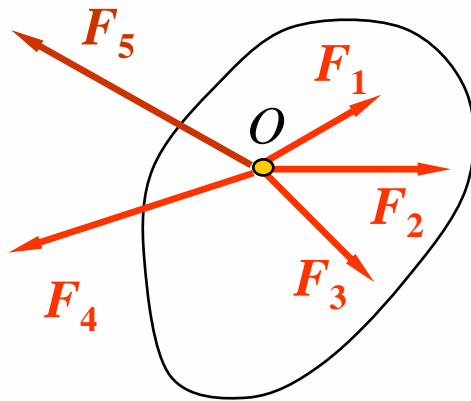
§ 2-1 共点力系合成的几何法及平衡的几何条件

2. 共点力系平衡的几何条件

共点力系平衡的充分必要几何条件为：

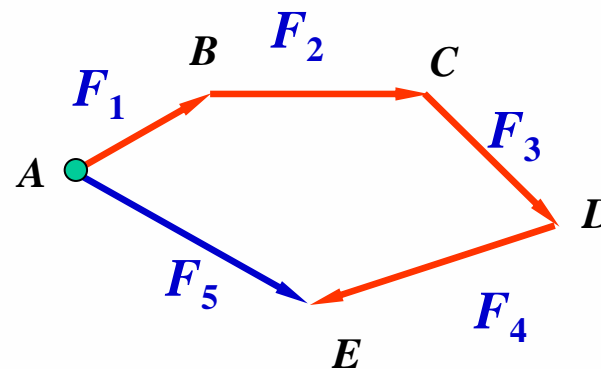
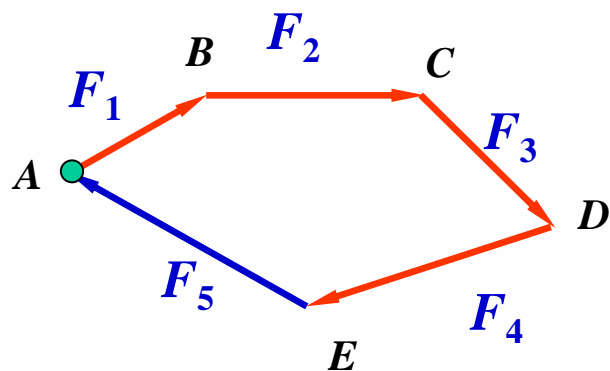
该力系的力多边形自行闭合，即力系中各力的矢量和于零。

$$\sum \boldsymbol{F} = \mathbf{0}$$



§ 2-1 共点力系合成的几何法及平衡的几何条件

比较下面两力多边形



§ 2-2 力的投影

- 力在轴上的投影
- 力在平面上的投影



§ 2-2 力的投影

1. 力在轴上的投影

空间力在轴上的投影

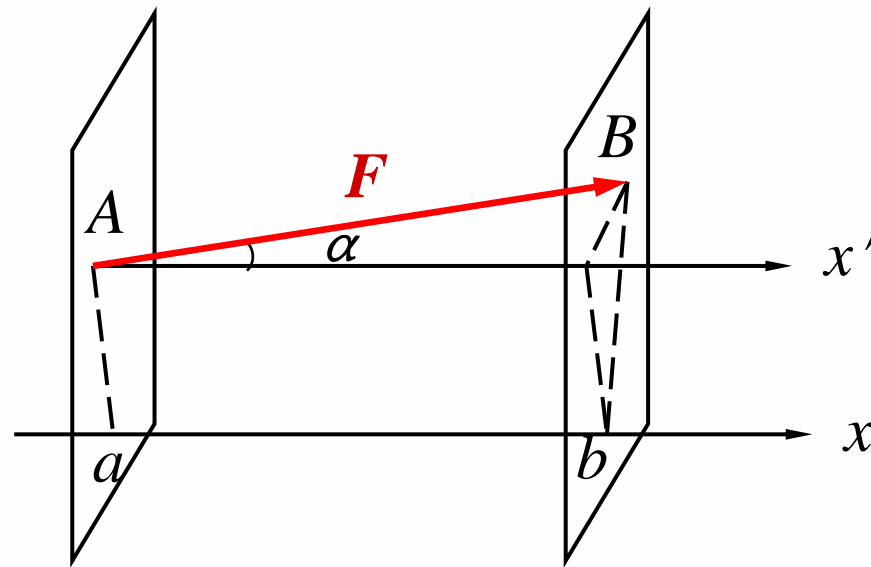


西工大
制作



§ 2-2 力的投影

1. 力在轴上的投影



$$F_x = F \cos \alpha$$

力在某轴上投影，等于力的模乘以与该轴正向间夹角的余弦。

§ 2-2 力的投影

(1) 力在坐标轴的投影

$$F_x = F \cos \alpha, \quad F_y = F \cos \beta, \quad F_z = F \cos \gamma$$

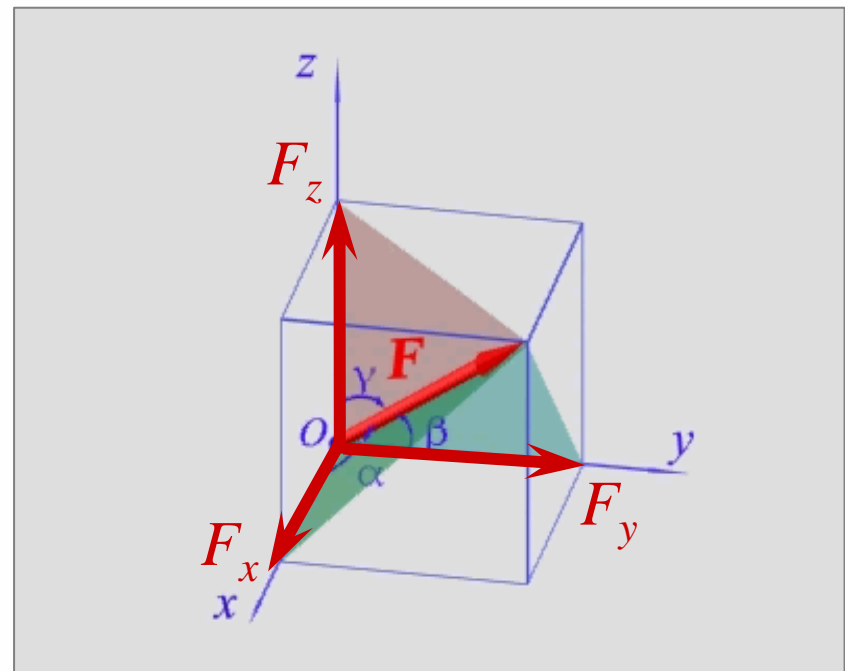
已知力 F 的三个投影, 力 F 的大小和方向可分别表示为

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}$$

$$\cos \alpha = \frac{F_x}{F}$$

$$\cos \beta = \frac{F_y}{F}$$

$$\cos \gamma = \frac{F_z}{F}$$

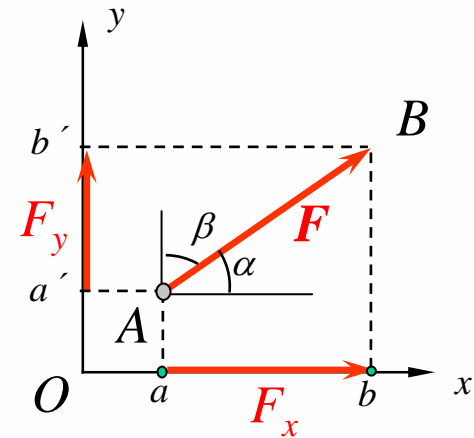


§ 2-2 力的投影

(2) 平面情况下力在坐标轴上的投影

$$F_x = F \cos \alpha$$

$$F_y = F \cos \beta$$



结论：力在某轴上的投影，等于力的模乘以力与该轴正向间夹角的余弦。

反之，当投影 F_x 、 F_y 已知时，则可求出力 F 的大小和方向：

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

$$\cos \alpha = \frac{F_x}{F}, \quad \cos \beta = \frac{F_y}{F}$$



§ 2-2 力的投影

2. 力在平面上的投影

由力矢 F 的始端 A 和末端 B 向投影平面 Oxy 引垂线，由垂足 A' 到 B' 所构成的矢量 $\vec{A'B'}$ ，就是力 F 在平面 Oxy 上的投影，记为 F_{xy} 。

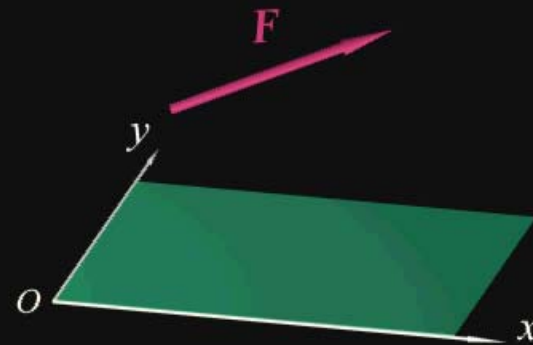
力 F_{xy} 的大小：

$$F_{xy} = | F \cos \theta |$$

注意：

力在轴上的投影是一代数量。
力在平面上的投影仍是一矢量。

空间力在平面上的投影



§ 2-2 力的投影

(1) 二次投影

力在平面上的投影

$$F_{xy} = F \cos \theta$$

力在轴上的投影

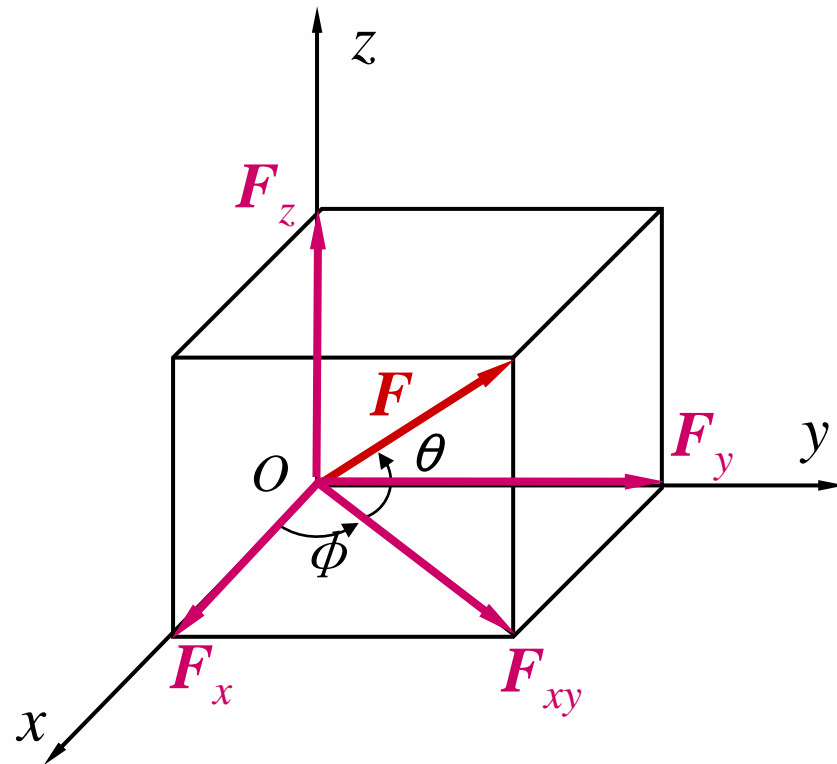
$$F_x = F_{xy} \cos \varphi$$

$$= F \cos \theta \cos \varphi$$

$$F_y = F_{xy} \sin \varphi$$

$$= F \cos \theta \sin \varphi$$

$$F_z = F \sin \theta$$



§ 2-2 力的投影

(2) 力沿坐标轴的分解

将力 \mathbf{F} 按坐标轴 x 、 y 、 z 方向分解得 \mathbf{F}_x 、 \mathbf{F}_y 、 \mathbf{F}_z ，称为力 \mathbf{F} 沿各坐标轴的轴向分量。

有
$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_x + \mathbf{F}_y + \mathbf{F}_z$$

$$|\mathbf{F}_x| = |F_x|$$

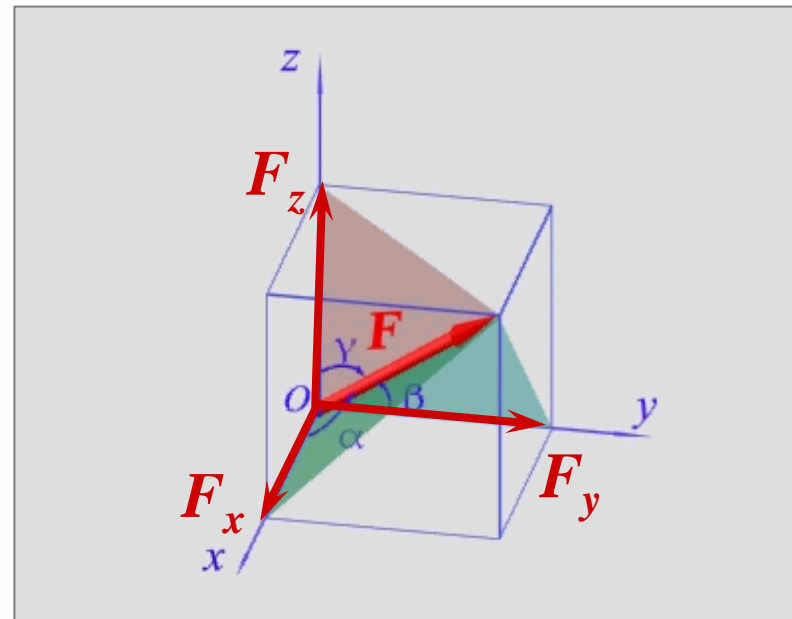
$$|\mathbf{F}_y| = |F_y|$$

$$|\mathbf{F}_z| = |F_z|$$

引入 x 、 y 、 z 轴单位矢 \mathbf{i} 、 \mathbf{j} 、 \mathbf{k} 。

则可写为

$$\mathbf{F} = F_x \mathbf{i} + F_y \mathbf{j} + F_z \mathbf{k}$$



§ 2-3 共点力系合成的解析法及平衡的解析条件

- 合力投影定理
- 共点力系平衡的解析条件

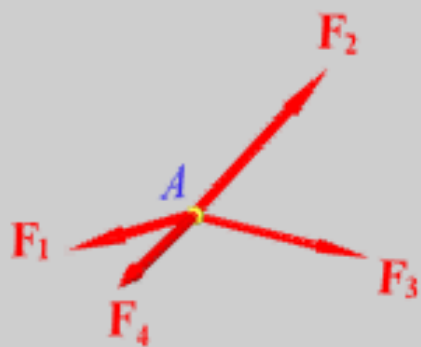


§ 2-3 共点力系合成的解析法及平衡的解析条件

1. 合力投影定理

共点力系的合力在某一轴的投影，等于力系中所有各力在同一轴上投影的代数和。

合力投影定理



西工大
制作

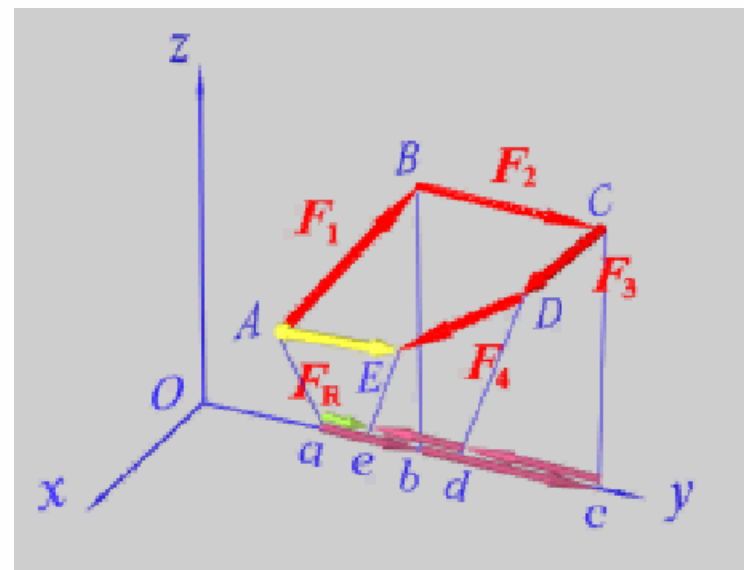


§ 2-3 共点力系合成的解析法及平衡的解析条件

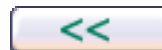
$$F_{1y}=ab, \quad F_{2y}=bc, \quad F_{3y}=-dc, \quad F_{4y}=-ed$$

$$F_{Ry}=ae=ab+bc-dc-ed$$

$$F_{Ry}=F_{1y}+F_{2y}+F_{3y}+F_{4y}$$



因此，在一般情形下，共点力系的合力在某一轴上的投影，等于力系中所有各力在同一轴上投影的代数和，这就是**合力投影定理**。



§ 2-3 共点力系合成的解析法及平衡的解析条件

2. 共点力系合成的解析法

推广到任意多个力 F_1 、 F_2 、 \cdots 、 F_n 组成的平面共点力系，可得力系的合力在坐标轴上的投影

$$F_x = F_{1x} + F_{2x} + \cdots + F_{nx} = \sum F_x$$

方向余弦

$$F_y = F_{1y} + F_{2y} + \cdots + F_{ny} = \sum F_y$$

$$\cos \alpha = \frac{F_x}{F_R}$$

$$F_z = F_{1z} + F_{2z} + \cdots + F_{nz} = \sum F_z$$

$$\cos \beta = \frac{F_y}{F_R}$$

合力的大小

$$F_R = \sqrt{\left(\sum F_x\right)^2 + \left(\sum F_y\right)^2 + \left(\sum F_z\right)^2}$$

$$\cos \gamma = \frac{F_z}{F_R}$$



§ 2-3 共点力系合成的解析法及平衡的解析条件

3. 共点力系平衡的解析条件

力系中各力在三个坐标轴中每一轴上的投影之和分别等于零。

空间共点力系的平衡方程

$$\sum F_x = 0, \quad \sum F_y = 0, \quad \sum F_z = 0$$

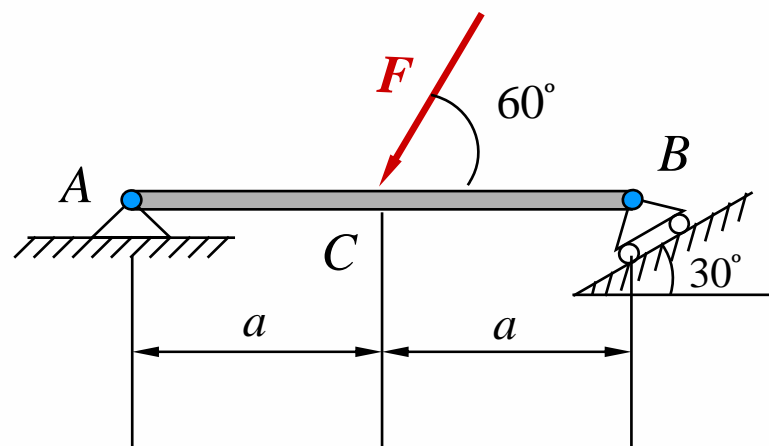
对于平面共点力系

$$\sum F_x = 0, \quad \sum F_y = 0$$



§ 2-3 共点力系合成的解析法及平衡的解析条件

例题2-1 水平梁 AB 中点 C 作用着力 F ，其大小等于2 kN，方向与梁的轴线成 60° 角，支承情况如图所示，试求固定铰链支座 A 和活动铰链支座 B 的约束力，梁的自重不计。



§ 2-3 共点力系合成的解析法及平衡的解析条件

解：（1）取梁AB作为研究对象。

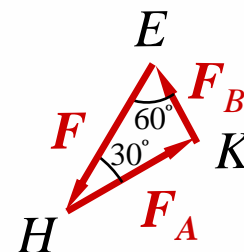
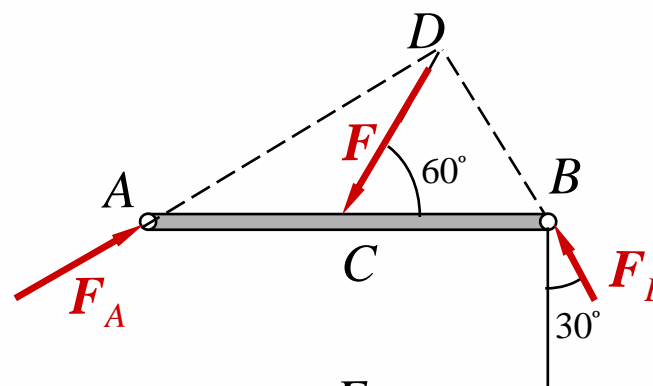
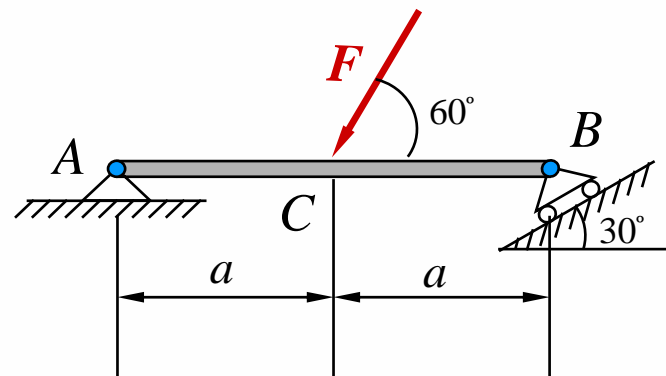
（2）画出受力图。

（3）应用平衡条件画出 F 、 F_A
和 F_B 的闭合力三角形。

（4）解得

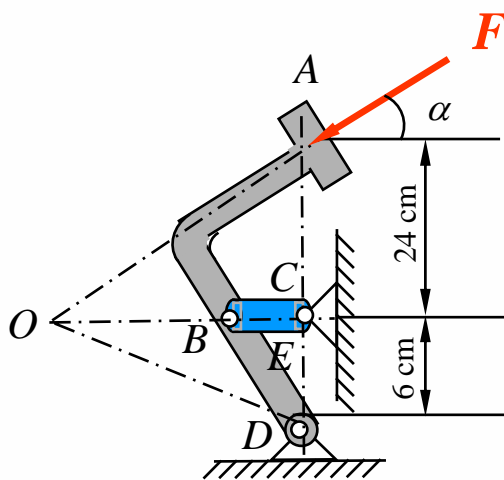
$$F_A = F \cos 30^\circ = 17.3 \text{ kN}$$

$$F_B = F \sin 30^\circ = 10 \text{ kN}$$



§ 2-3 共点力系合成的解析法及平衡的解析条件

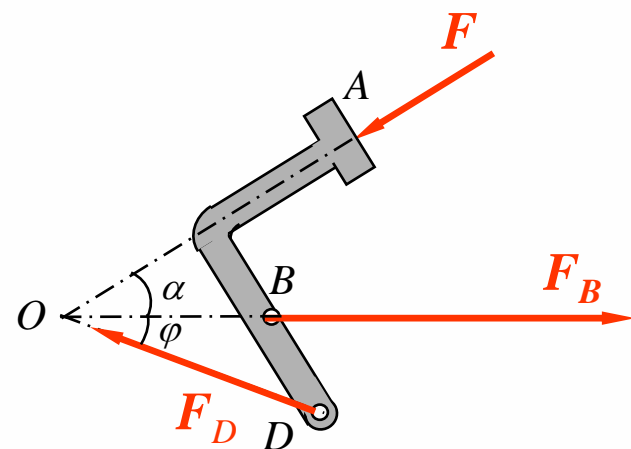
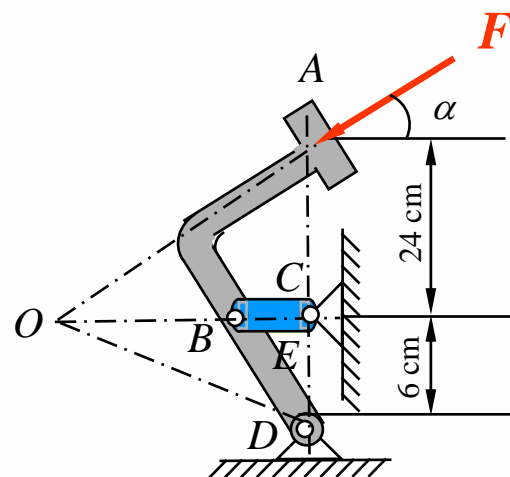
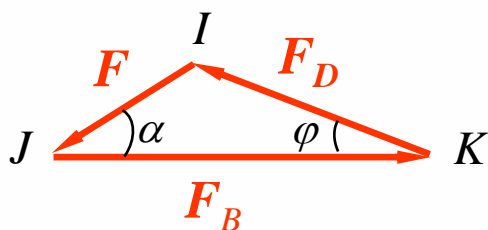
例题2-2 如图所示是汽车制动机构的一部分。司机踩到制动蹬上的力 $F=212\text{ N}$ ，方向与水平面成 $\alpha=45^\circ$ 。当平衡时， BC 水平， AD 铅直，试求拉杆所受的力。已知 $EA=24\text{ cm}$ ， $DE=6\text{ cm}$ (点 E 在铅直线 DA 上)，又 B 、 C 、 D 都是光滑铰链，机构的自重不计。



§ 2-3 共点力系合成的解析法及平衡的解析条件

解：（1）几何法

- 1) 取制动蹬ABD作为研究对象。
- 2) 画出受力图。
- 3) 应用平衡条件画出 F 、 F_B 和 F_D 的闭合力三角形。



§ 2-3 共点力系合成的解析法及平衡的解析条件

4) 由几何关系得

$$\begin{aligned} OE &= EA = 24 \text{ cm} \\ \Rightarrow \tan \varphi &= \frac{DE}{OE} = \frac{6}{24} = \frac{1}{4} \\ \Rightarrow \varphi &= \arctan \frac{1}{4} = 14^\circ 2' \end{aligned}$$

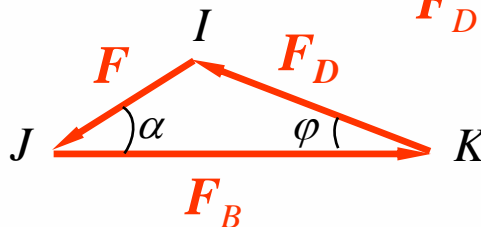
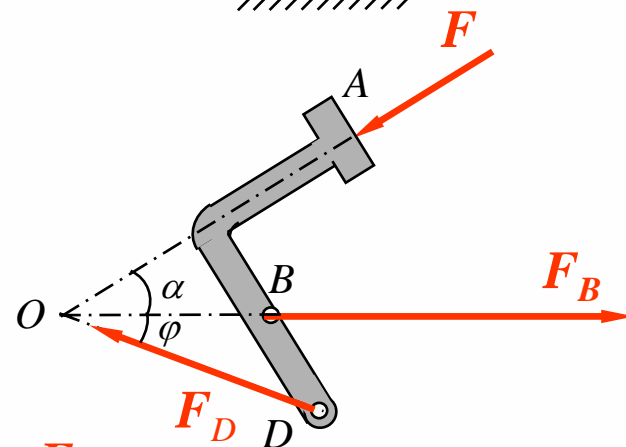
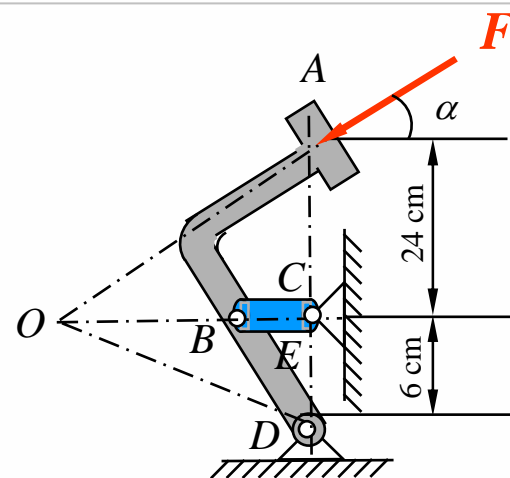
由力三角形可得

$$F_B = \frac{\sin(180^\circ - \alpha - \varphi)}{\sin \varphi} F$$

5) 代入数据求得

$$F_B = 750 \text{ N}$$

方向自左向右。



§ 2-3 共点力系合成的解析法及平衡的解析条件

(2) 解析法

- 1) 取制动蹬ABD作为研究对象。
- 2) 画出受力图。
- 3) 列平衡方程。

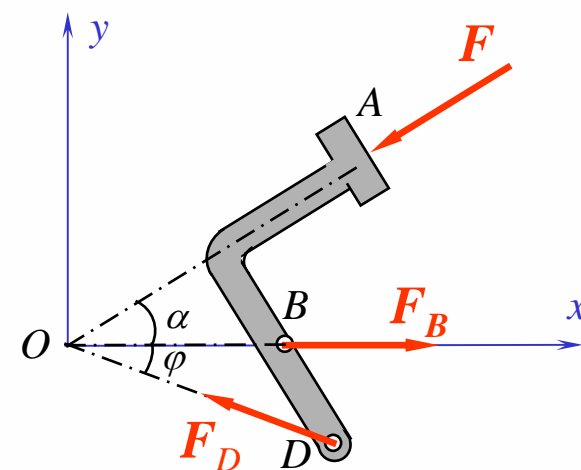
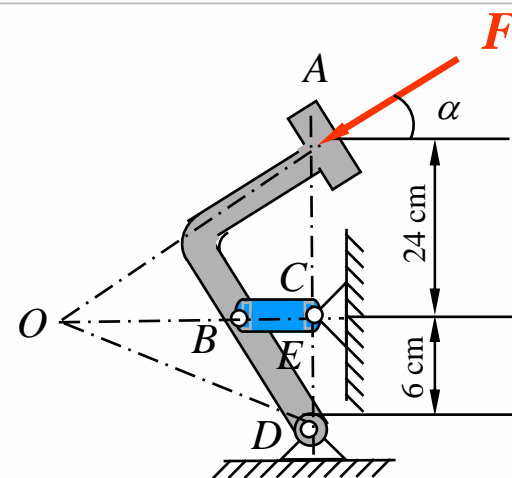
$$\sum F_x = 0, \quad F_B - F \cos 45^\circ - F_D \cos \varphi = 0$$

$$\sum F_y = 0, \quad F_D \sin \varphi - F \sin 45^\circ = 0$$

已知 $\varphi = 14^\circ 2'$

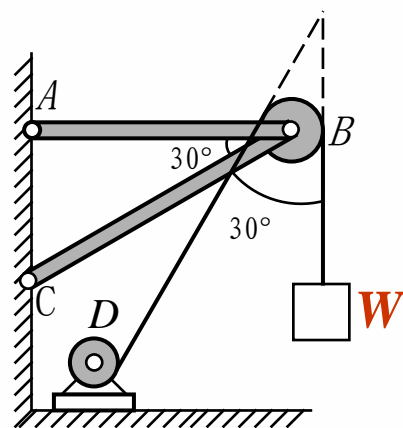
$$\sin \varphi = 0.243, \quad \cos \varphi = 0.969$$

联立求解, 得 $F_B = 750 \text{ N}$

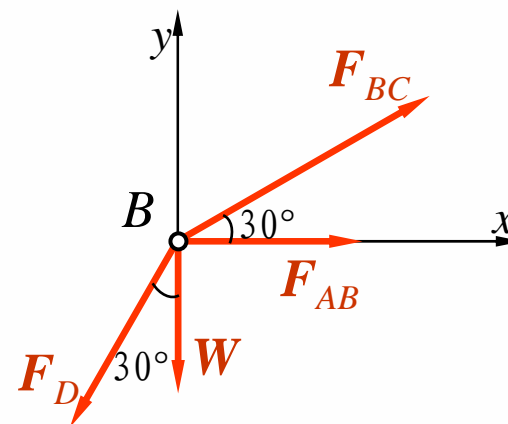


§ 2-3 共点力系合成的解析法及平衡的解析条件

例题2-3 利用绞车绕过定滑轮 B 的绳子吊起一重 $W=20$ kN的货物，滑轮由两端铰链的水平刚杆 AB 和斜刚杆 BC 支持于点 B (图a)。不计绞车的自重，试求杆 AB 和 BC 所受的力。



(a)



(b)

解:

1. 取滑轮 B (带轴销) 作为研究对象。
2. 画出受力图 (b)。



§ 2-3 共点力系合成的解析法及平衡的解析条件

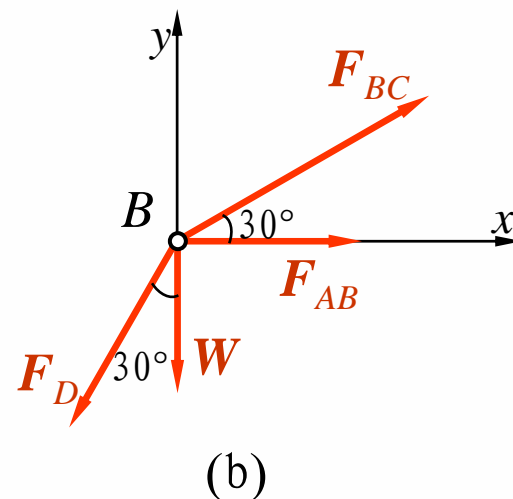
3. 列平衡方程。

$$\sum F_x = 0$$

$$F_{BC} \cos 30^\circ + F_{AB} - F_D \sin 30^\circ = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$F_{BC} \cos 60^\circ - W - F_D \cos 30^\circ = 0$$



联立求解, 得

$$F_{AB} = -54.5 \text{ kN} \quad , \quad F_{BC} = 74.5 \text{ kN}$$

反力 F_{AB} 为负值, 说明该力实际指向与图上假定指向相反。

即杆 AB 实际上受拉力。



§ 2-3 共点力系合成的解析法及平衡的解析条件

投影法的符号法则：

当由平衡方程求得某一未知力的值为负时，表示原先假定的该力指向和实际指向相反。



§ 2-3 共点力系合成的解析法及平衡的解析条件

解析法求解共点力系平衡问题的一般步骤：

1. 选分离体，画受力图。分离体选取应最好含题设的已知条件。
2. 在选坐标系。
3. 将各力向坐标轴投影，并应用平衡方程 $\sum F_x=0$ ，
 $\sum F_y=0$ ， $\sum F_z=0$ ，求解。



§ 2-4 力偶和力偶矩• 力偶的等效条件

- 力偶和力偶矩
- 力偶等效条件



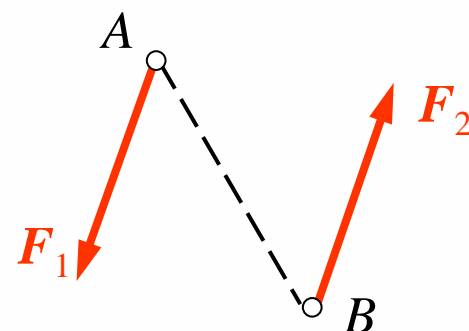
§ 2-4 力偶和力偶矩•力偶的等效条件

1. 力偶和力偶矩

力偶 ——大小相等、方向相反，作用线不在同一条直线上的一对平行力。

(1) 作用效果：引起物体的转动。

(2) 力和力偶是静力学的两个基本量。



力偶特性1:

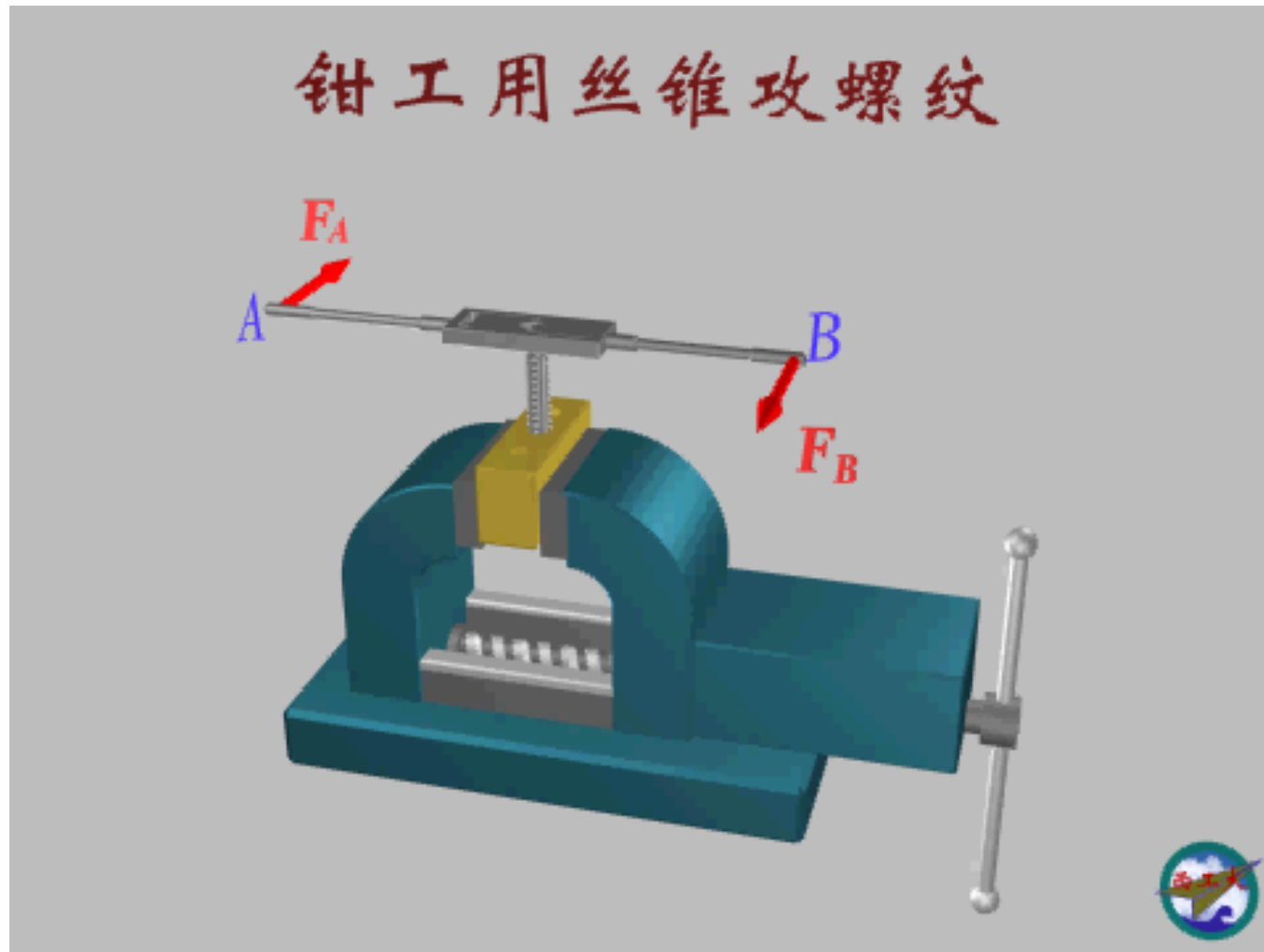
力偶中的两个力，既不平衡，也不可能合成为一个力。

力偶特性2:

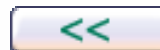
力偶只能用力偶来代替（即只能和另一力偶等效），因而也只能与力偶平衡。



§ 2-4 力偶和力偶矩•力偶的等效条件



工 程 实 例



§ 2-4 力偶和力偶矩•力偶的等效条件



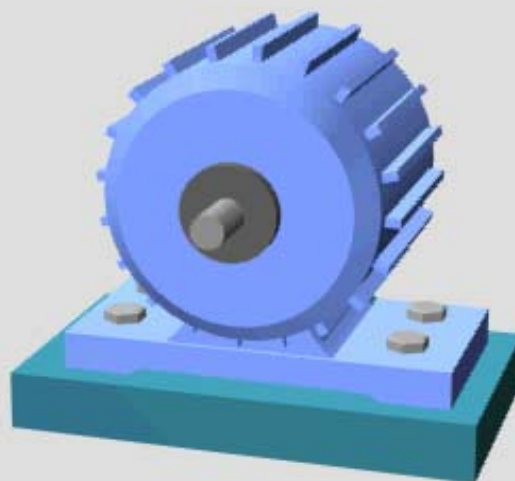
力偶实例

工程实例



§ 2-4 力偶和力偶矩•力偶的等效条件

力偶实例



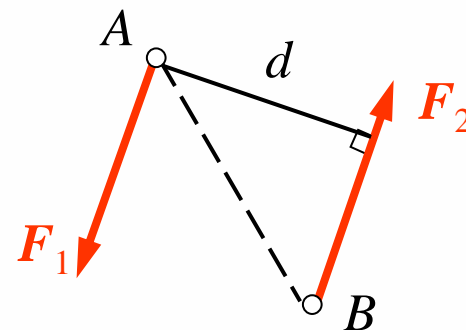
工程实例



§ 2-4 力偶和力偶矩•力偶的等效条件

力偶臂——力偶中两个力的作用线之间的距离。

力偶矩——力偶中任何一个力的大小与力偶臂 d 的乘积，加上适当的正负号。



$$M = \pm F_1 d$$

力偶矩正负规定：

若力偶有使物体逆时针旋转的趋势，力偶矩取正号；反之，取负号。



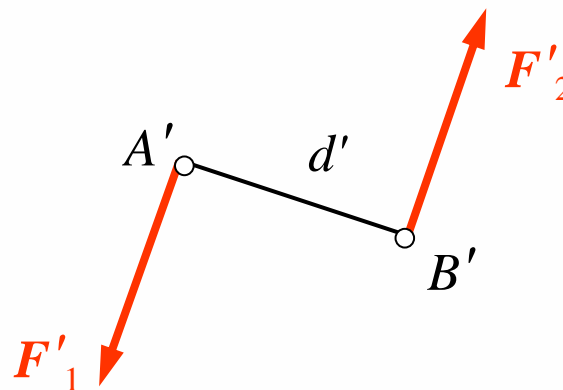
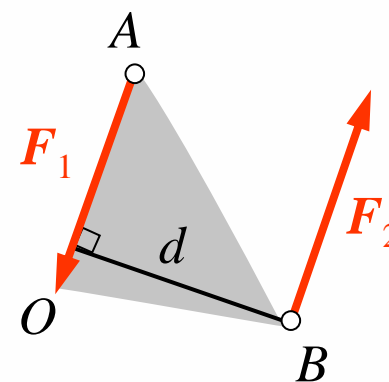
§ 2-4 力偶和力偶矩•力偶的等效条件

$$M = \pm F_1 d$$

力偶矩的值也可由三角形 OAB 面积的2倍表示

$$M = 2A_{\triangle OAB}$$

一般力偶表示为:



§ 2-4 力偶和力偶矩•力偶的等效条件

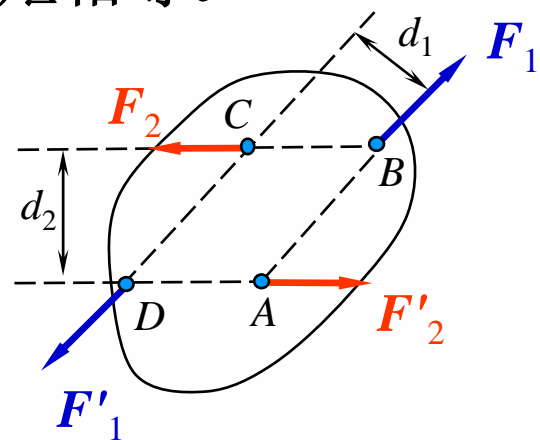
2. 平面内力偶的等效定理

作用在刚体内同一平面上的两个力偶相互等效的充要条件是二者的力偶矩代数值相等。

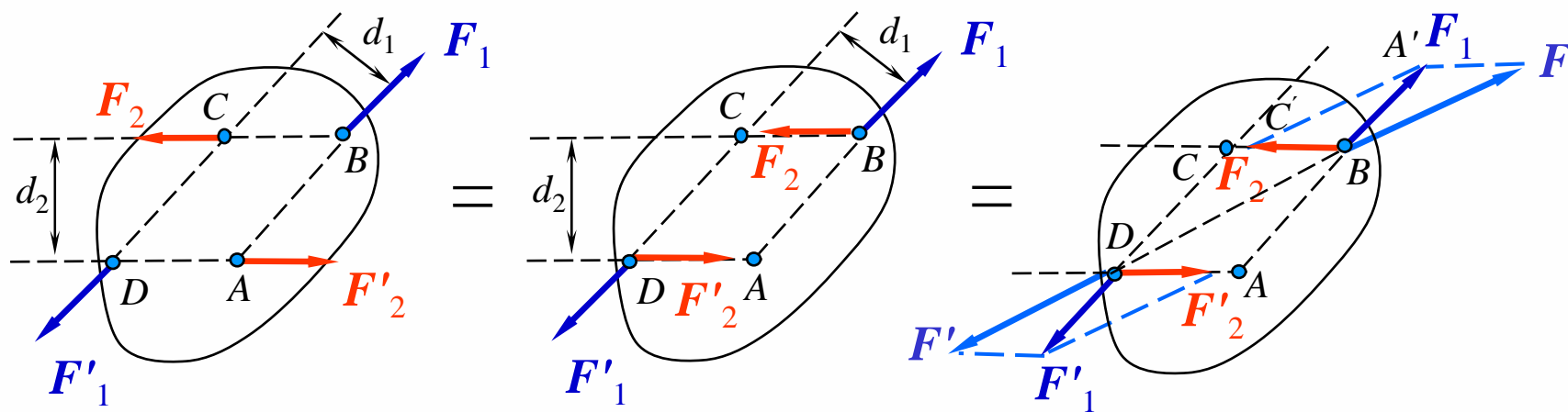
定理证明

(1) 必要性证明 即二力偶等效 \Rightarrow 力偶矩相等。

设在刚体的同一平面上作用着二力偶 (F_1, F_1') 、 (F_2, F_2') 。假设两力偶等效。



§ 2-4 力偶和力偶矩•力偶的等效条件



为了便于比较，将力 F_2 ， F'_2 分别沿着其作用线移到点 B 和 D 。

将 F_1 分解成两个力，使其中一个分力等于 F_2 ，而另一个力则是 F 。同样分解 F'_1 。

由于这两的力偶是等效的，力 F 和 F' 必须构成平衡力系，即这两个力等值、反向，并沿同一直线 BD 。



§ 2-4 力偶和力偶矩•力偶的等效条件

计算这两个等效力偶的力偶矩。

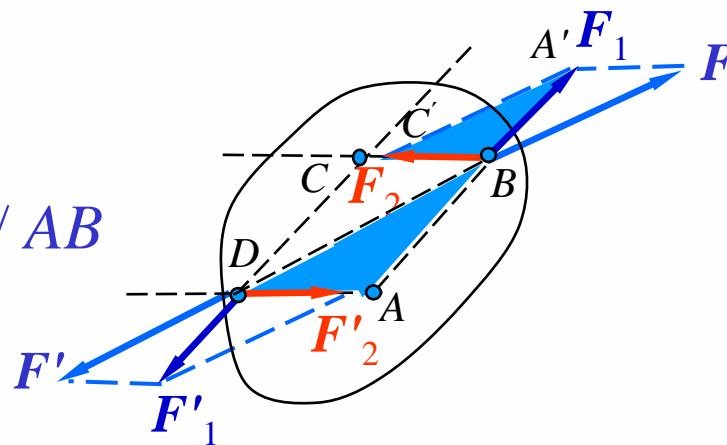
$$M(F_1, F'_1) = d_1 \cdot F_1 = (d_1 \cdot AB) \cdot F_1 / AB$$

$$M(F_2, F'_2) = d_2 \cdot F_2 = (d_2 \cdot DA) \cdot F_2 / DA$$

因为 $\triangle ABD \sim \triangle BA'C'$, 所以 $\frac{F_1}{AB} = \frac{F_2}{DA}$

又因为平行四边形ABCD面积 = $d_1 \cdot AB = d_2 \cdot DA$

则 $M(F_1, F'_1) = M(F_2, F'_2)$, 即二等效力偶的力偶矩相等。



§ 2-4 力偶和力偶矩•力偶的等效条件

(2) 充分条件证明

即二力偶矩相等 \Rightarrow 二力偶等效。

假定两力偶的力偶矩相等，我们总可以适当地改变两力偶中任一力偶的力偶臂和力的大小（保持原力偶矩不变），使二力偶的力偶臂及力的大小相等，又二力偶转向相同，所以两力偶等效。



§ 2-4 力偶和力偶矩•力偶的等效条件

2. 力偶的等效条件

同平面内力偶的等效条件

作用在刚体内同一平面内或平行平面内的两个力偶相互等效的充要条件是二者的力偶矩代数值相等。

力偶特性3:

力偶可以在其作用面内任意搬移,即力偶在作用面内的位置不是力偶效应的特征。

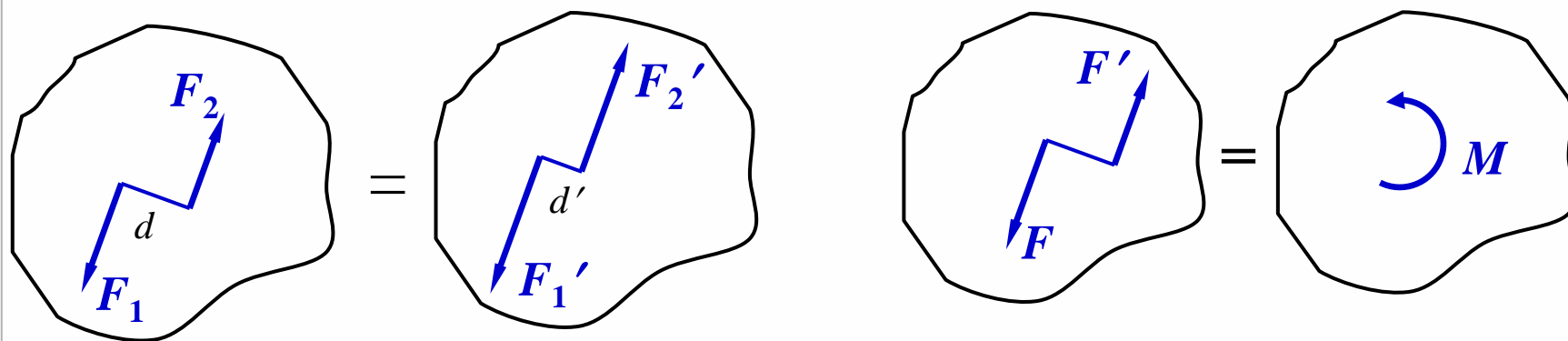


§ 2-4 力偶和力偶矩•力偶的等效条件

力偶特性4:

唯一决定平面内力偶效应的特征量是力偶矩的代数值。即保持力偶矩不变，可以改变其力或力臂的大小。

$$M = F_1 d = F'_1 d'$$



因此，以后可用力偶的转向箭头来代替力偶。

§ 2-4 力偶和力偶矩•力偶的等效条件

3. 力偶矩矢

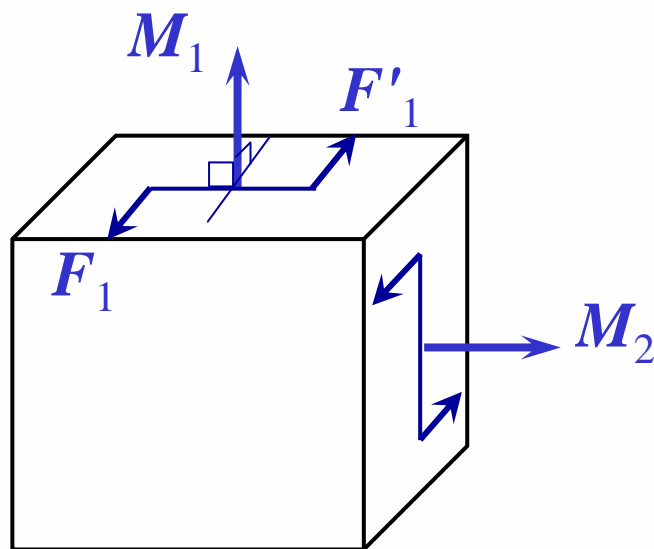
(1) 力偶矩矢的概念:

用来表示力偶矩的大小、转向、作用面方位的有向线段。

(2) 力偶的三要素:

- 力偶矩的大小。
- 力偶的转向。
- 力偶作用面的方位。

(3) 符号: M

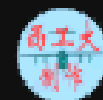
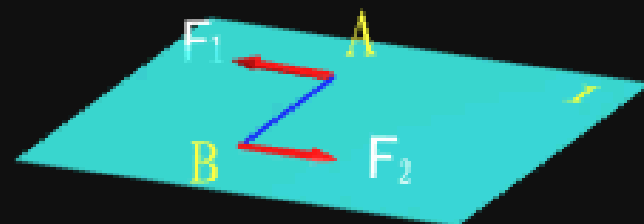


§ 2-4 力偶和力偶矩•力偶的等效条件

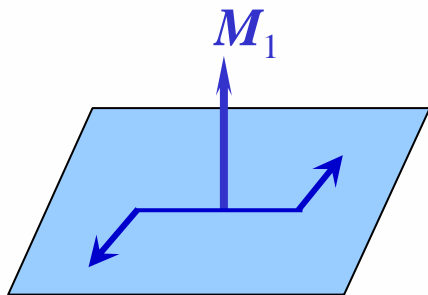
力偶作用面的平移

空间
力偶作用
面的平移
并不改变
对刚体的
效应。

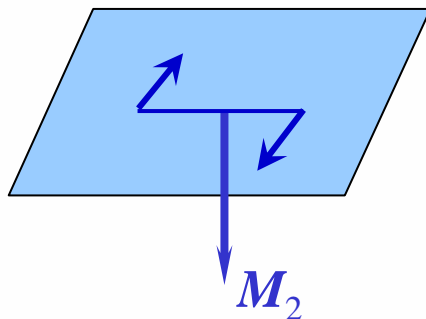
力偶作用面的平移



§ 2-4 力偶和力偶矩•力偶的等效条件



空间力偶可用一个矢量 M 表示，该矢量 M 称为力偶矩矢。



矢量 M 的模表示力偶矩的大小；方位垂直于力偶作用平面；指向表示力偶的转向，符合右手螺旋规则。

力偶矩矢是自由矢量，一般从力偶矩中点画出。



§ 2-4 力偶和力偶矩•力偶的等效条件

力偶矩矢与力矢的区别

- 力偶矩矢是自由矢量，而力矢是滑动矢量。
- 力偶矩矢指向人为规定，力矢指向由本身所决定。

(4) 力偶等效定理

作用在同一平面内或平行平面内的两个力偶，设有大小相等的力偶矩，且转向相同，即是等效力偶。



§ 2-5 力偶系的合成与平衡条件

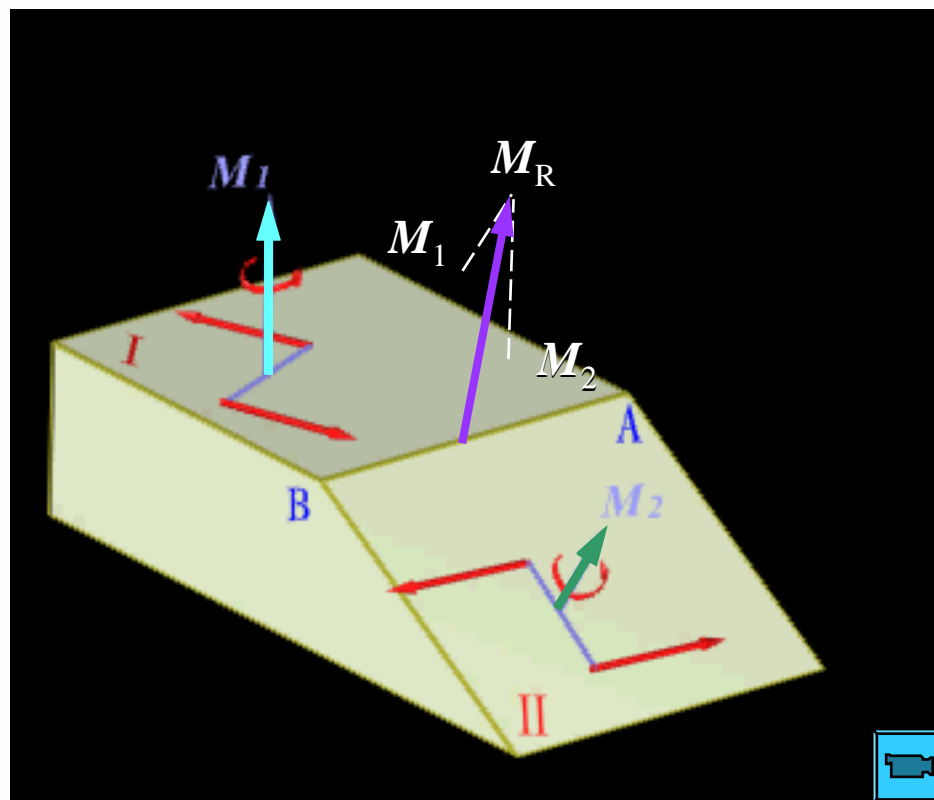
- 力偶系的合成方法
- 力偶系的平衡条件



1. 力偶系的合成方法

空间力偶系可合成
为一力偶。合力偶的矩
矢等于各分力偶矩的矢
量和。

$$\mathbf{M}_R = \mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2$$



设力偶系由任意个力偶组成，则有

$$\mathbf{M}_R = \mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2 + \cdots + \mathbf{M}_n = \sum \mathbf{M}_i$$



§ 2-5 力偶系的合成与平衡条件

$$\boldsymbol{M}_R = \boldsymbol{M}_1 + \boldsymbol{M}_2 + \cdots + \boldsymbol{M}_n = \sum \boldsymbol{M}_i$$

上式投影到直角坐标轴上，得

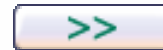
$$M_{Rx} = \sum M_{ix}, \quad M_{Ry} = \sum M_{iy}, \quad M_{Rz} = \sum M_{iz}$$

即合力偶矩矢在某一轴上的投影，等于它的各分力偶矩矢在同一轴上投影的代数和。

如果已知合力偶矩矢的三个投影，可由下式确定合力偶矩矢的大小和方向

$$M_R = \sqrt{(\sum M_{Rx})^2 + (\sum M_{Ry})^2 + (\sum M_{Rz})^2}$$

$$\cos(M_R, i) = \frac{M_{Rx}}{M_R}, \quad \cos(M_R, j) = \frac{M_{Ry}}{M_R}, \quad \cos(M_R, k) = \frac{M_{Rz}}{M_R}$$



§ 2-5 力偶系的合成与平衡条件

2. 力偶系的平衡条件

力偶矩矢多边形自行闭合，即力偶系中各力偶矩矢的矢量和等于零，即

$$\boldsymbol{M}_1 + \boldsymbol{M}_2 + \cdots + \boldsymbol{M}_n = \sum \boldsymbol{M}_i = \mathbf{0}$$

力偶系的平衡方程

$$\sum M_{ix} = 0$$

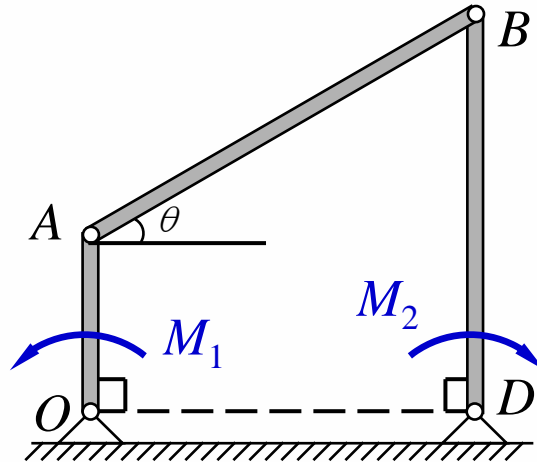
$$\sum M_{iy} = 0$$

$$\sum M_{iz} = 0$$



§ 2-5 力偶系的合成与平衡条件

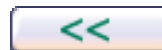
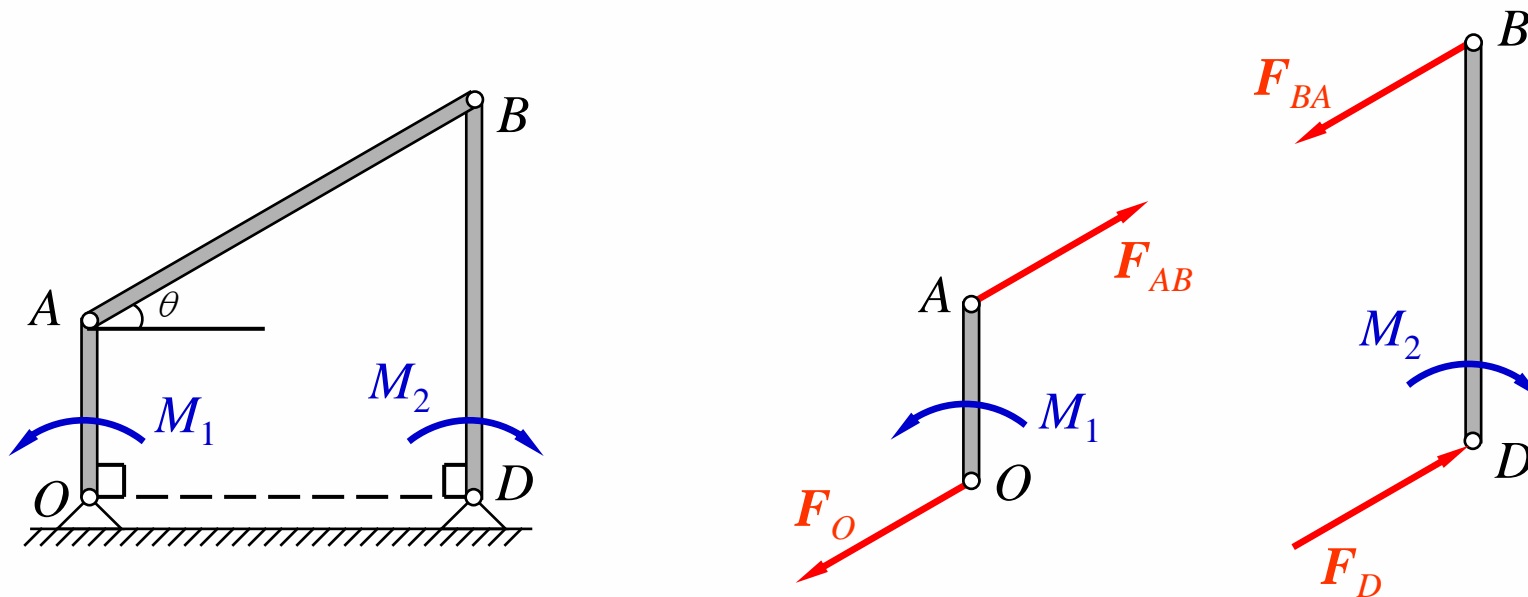
例题2-7 如图所示的铰接四连杆机构 $OABD$ ，在杆 OA 和 BD 上分别作用着矩为 M_1 和 M_2 的力偶，而使机构在图示位置处于平衡。已知力偶矩 M_2 ， $OA = r$ ， $DB = 2r$ ， $\theta = 30^\circ$ ，不计杆重，试求力偶矩 M_1 的值。



§ 2-5 力偶系的合成与平衡条件

解：杆 AB 为二力杆。

由于力偶只能与力偶平衡，则 AO 杆与 BD 杆的受力如图所示。



§ 2-5 力偶系的合成与平衡条件

分别写出杆AO和BD的平衡方程。

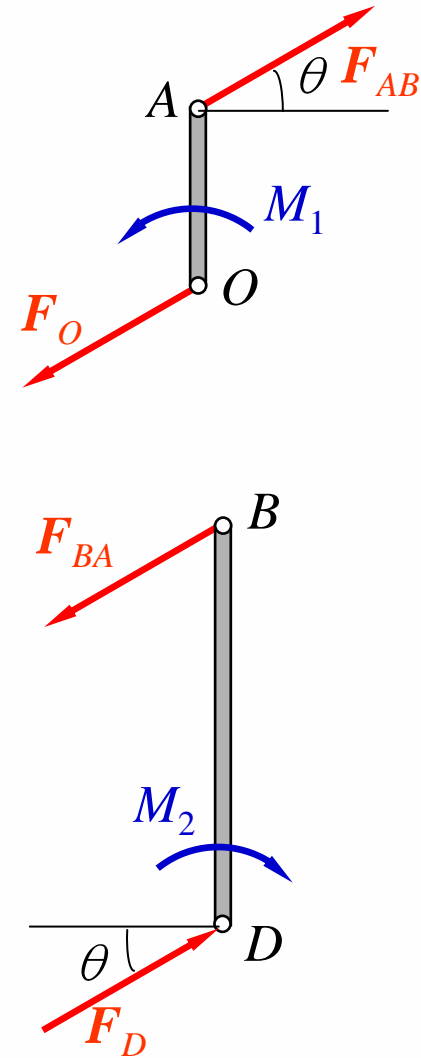
由 $\sum M_i = 0$

得 $M_1 - r F_{AB} \cos \theta = 0$

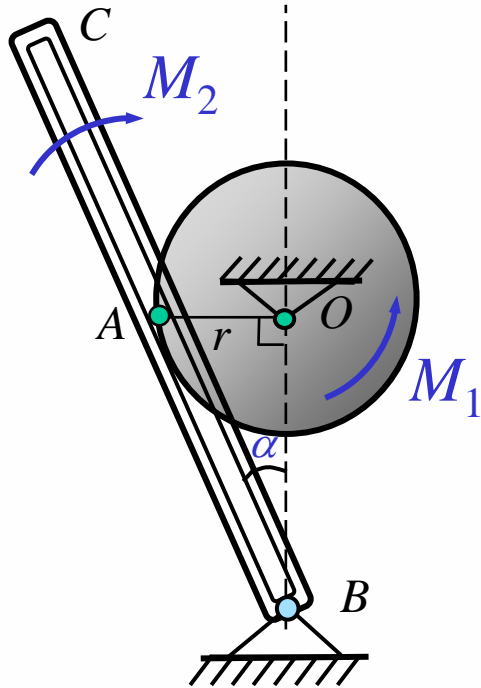
$$- M_2 + 2r F_{BA} \cos \theta = 0$$

因为 $F_{AB} = F_{BA}$

则得 $M_1 = M_2 / 2$



§ 2-5 力偶系的合成与平衡条件



例题2-8 如图所示机构的自重不计。圆轮上的销子A放在摇杆BC上的光滑导槽内。圆轮上作用一力偶，其力偶矩为 $M_1=2 \text{ kN}\cdot\text{m}$ ， $OA=r=0.5 \text{ m}$ 。图示位置时 OA 与 OB 垂直，角 $\alpha=30^\circ$ ，且系统平衡。求作用于摇杆BC上的力偶的矩 M_2 及铰链 O ， B 处的约束力。

§ 2-5 力偶系的合成与平衡条件

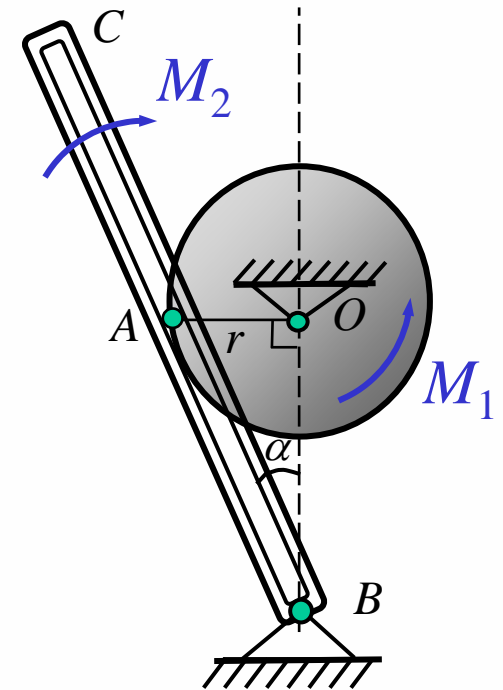
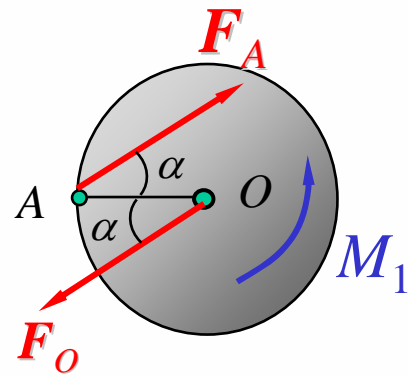
解：先取圆轮为研究对象。

因为力偶只能与力偶平衡，所以，力 F_A 与 F_O 构成一力偶，故 $F_A = -F_O$ 。

$$\sum M = 0, \quad M_1 - F_A r \sin \alpha = 0$$

解得

$$F_A = \frac{M_1}{r \sin 30^\circ}$$



§ 2-5 力偶系的合成与平衡条件

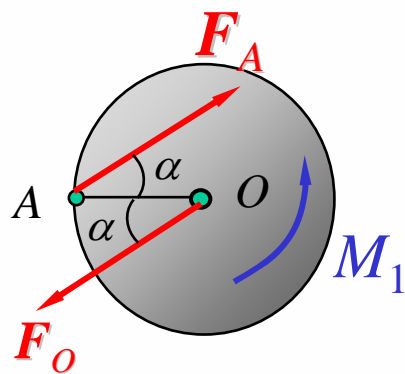
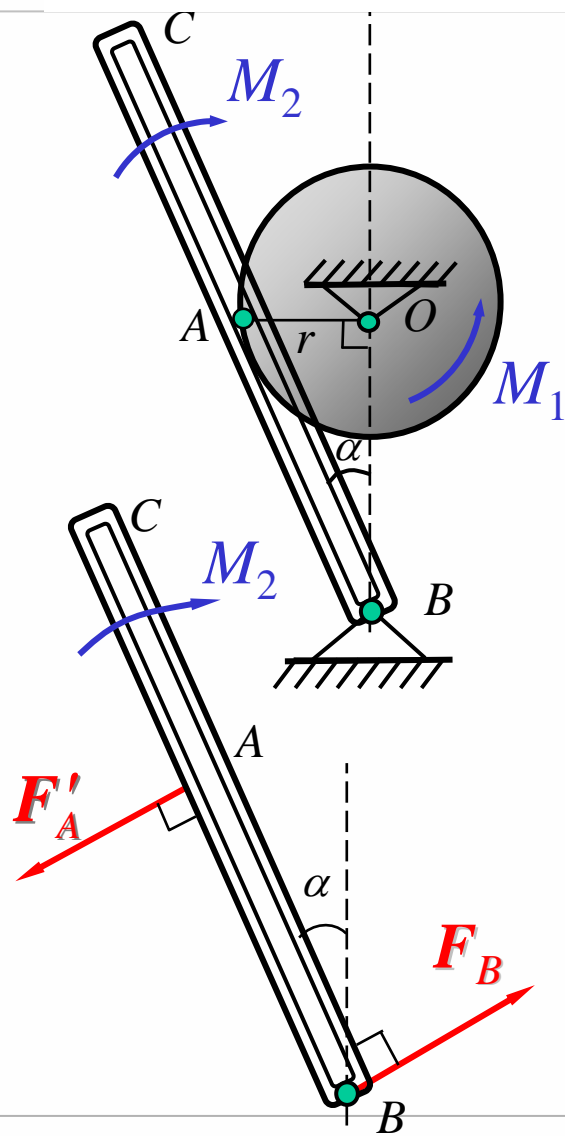
再取摇杆BC为研究对象。

$$\sum M = 0, \quad -M_2 + F'_A \frac{r}{\sin \alpha} = 0$$

其中 $F'_A = F_A$

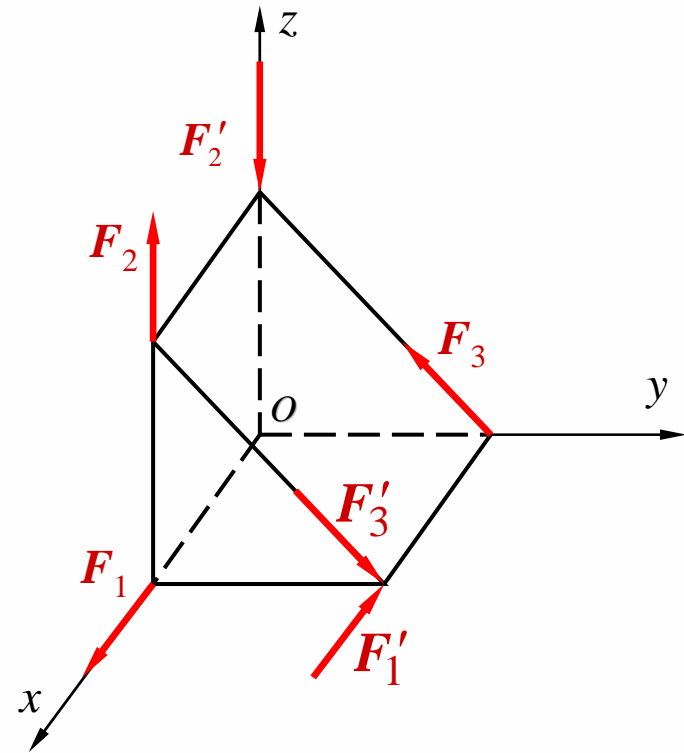
解得 $M_2 = 4M_1 = 8 \text{ kN} \cdot \text{m}$

$$F_O = F_B = F_A = \frac{M_1}{r \sin 30^\circ} = 8 \text{ kN}$$



§ 2-5 力偶系的合成与平衡条件

例题2-9 图示是正方体刚体的一半。在其中三个侧面分别作用着一个力偶。已知力偶 (F_1, F'_1) 的矩 $M_1=20 \text{ N}\cdot\text{m}$; 力偶 (F_2, F'_2) 的矩 $M_2=10 \text{ N}\cdot\text{m}$; 力偶 (F_3, F'_3) 的矩 $M_3=30 \text{ N}\cdot\text{m}$ 。试求合力偶矩矢 M_R 。为了使这个刚体平衡, 还需要施加怎样一个力偶?



§ 2-5 力偶系的合成与平衡条件

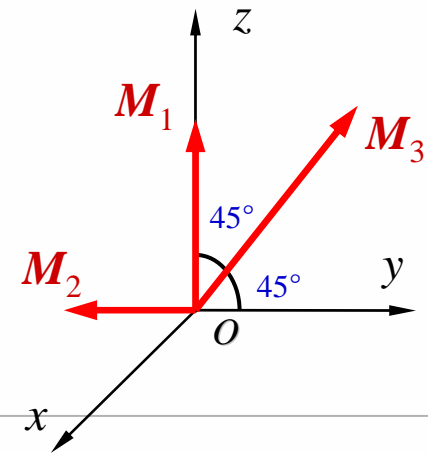
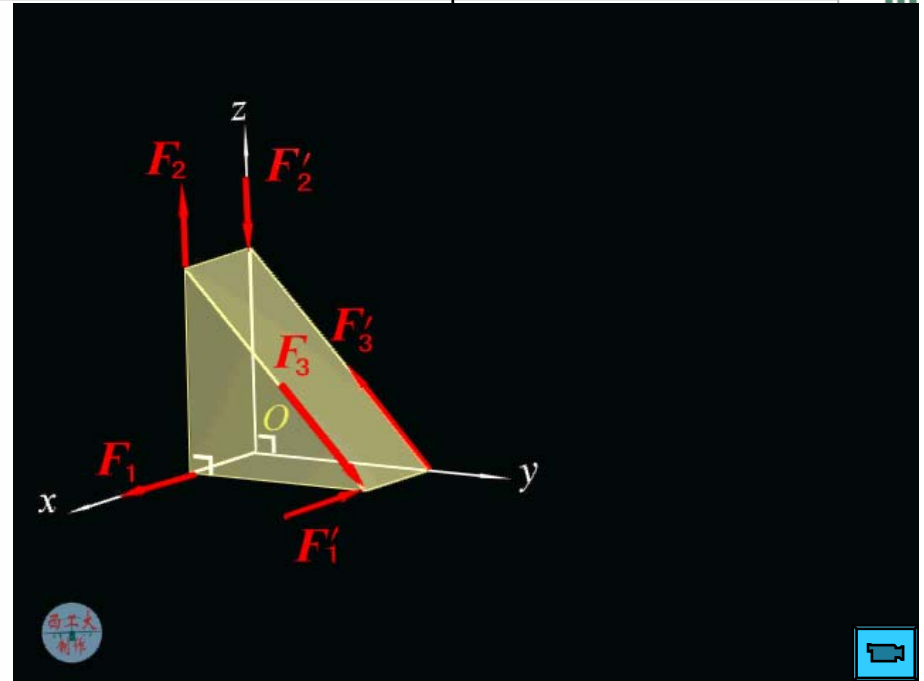
解:

- (1) 画出各力偶矩矢。
- (2) 合力偶矩矢 M 的投影为

$$M_{Rx} = 0$$

$$M_{Ry} = -M_2 + M_3 \cos 45^\circ = 11.2 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_{Rz} = M_1 + M_3 \sin 45^\circ = 41.2 \text{ N} \cdot \text{m}$$



§ 2-5 力偶系的合成与平衡条件

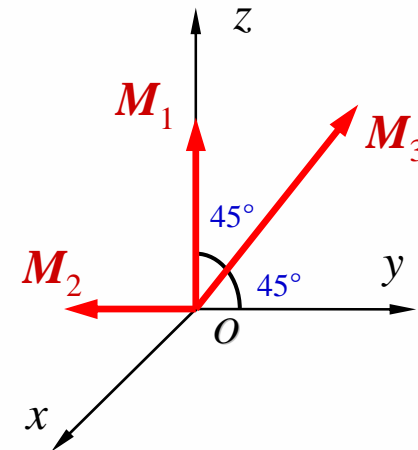
(3) 合力偶矩矢 M_R 的大小和方向余弦

$$M_R = \sqrt{M_{Rx}^2 + M_{Ry}^2 + M_{Rz}^2} = 42.7 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\cos(M_R, i) = \frac{M_{Rx}}{M_R} = 0$$

$$\cos(M_R, j) = \frac{M_{Ry}}{M_R} = 0.262$$

$$\cos(M_R, k) = \frac{M_{Rz}}{M_R} = 0.965$$



(4) 为使这个刚体平衡, 需加一力偶, 其力偶矩矢为 $M_4 = -M_R$ 。



谢谢

