12.1 动量与冲量

12.1 动量与冲量

一、动 量

1. 动量的定义

（1）质点的动量

质点的质量 m 与速度 v 的乘积 mv 称为该质点的动量。

动量是矢量，方向与速度相同。

（2）质点系的动量

质点系内各质点的动量的矢量和称为该质点系的**动量主矢**，简称为**质点系的动量**。并用 p 表示，即有

$$\boxed{p = \sum m v}$$

一、动 量

1. 动量的定义

$$\boxed{\boldsymbol{p} = \sum m\,\boldsymbol{v}}$$

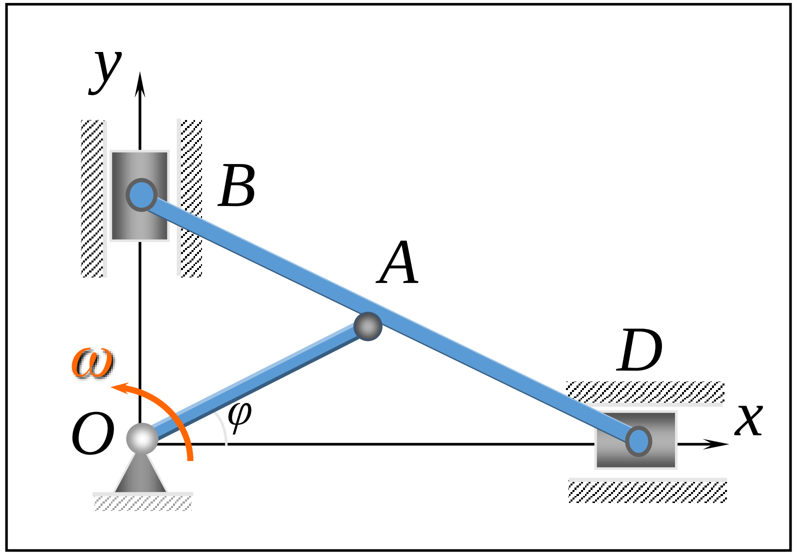
（3）质点系动量的投影式

以 p_x，p_y 和 p_z 分别表示质点系的动量在固定直角坐标轴 x，y 和 z 上的投影。 则有

$$p_x = \sum m v_x \quad , \quad p_y = \sum m v_y \quad , \quad p_z = \sum m v_z$$

2. 质点系动量的简捷求法

质点系的动量 $\boxed{\boldsymbol{p} = \sum m\,\boldsymbol{v}}$



2. 质点系动量的简捷求法 $\boldsymbol{p} = \sum m\,\boldsymbol{v}$

质点系的质心 C 的矢径表达式可写为 $\boldsymbol{r}_C = \dfrac{\sum m\boldsymbol{r}}{M}$,

$$\sum m\boldsymbol{r} = M\,\boldsymbol{r}_C$$

将上式两端对时间求导数，即得

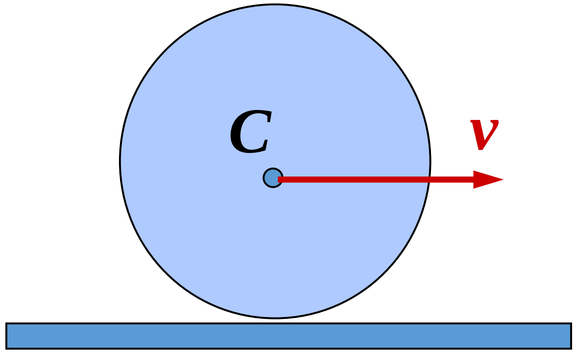
$$\boldsymbol{p} = \sum m\boldsymbol{v} = M\boldsymbol{v}_C$$

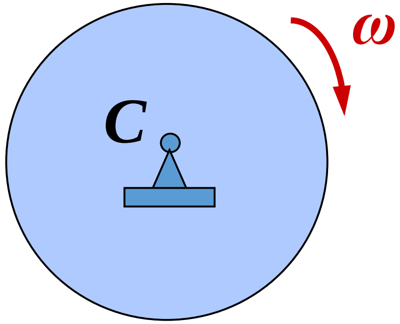
可见，质点系的动量,等于质点系的总质量与质心速度的乘积。

12.1 动量与冲量

2. 质点系动量的简捷求法

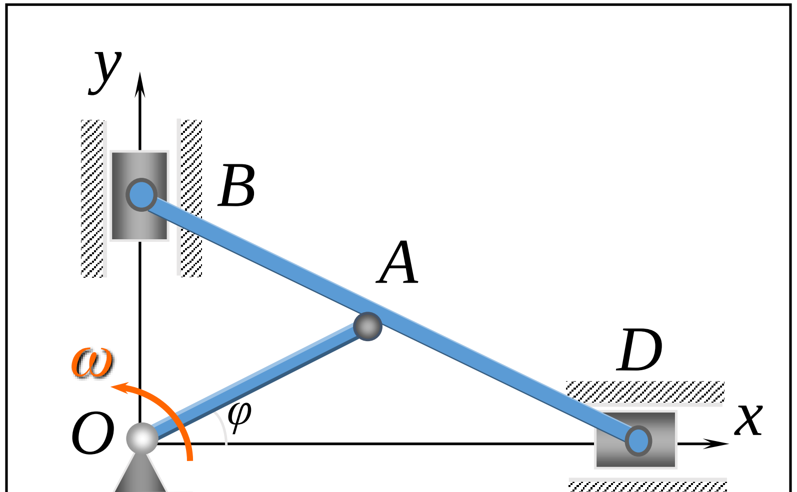
$$\boldsymbol{p} = \sum m\boldsymbol{v} = M\boldsymbol{v}_C$$





同样的匀质圆盘，动量各是什么？

例题 1 画椭圆的机构由匀质的曲柄 OA ，规尺 BD 以及滑块B 和 D 组成(图 a) ，曲柄与规尺的中点 A 铰接。已知规尺长$2l$ ，质量是 $2m_1$ ；两滑块的质量都是 m_2 ；曲柄长 l ，质量是 m_1 ，并以角速度ω绕定轴 O 转动。试求当曲柄 OA 与水平成角φ时整个机构的动量。



(a)

12.1 动量与冲量

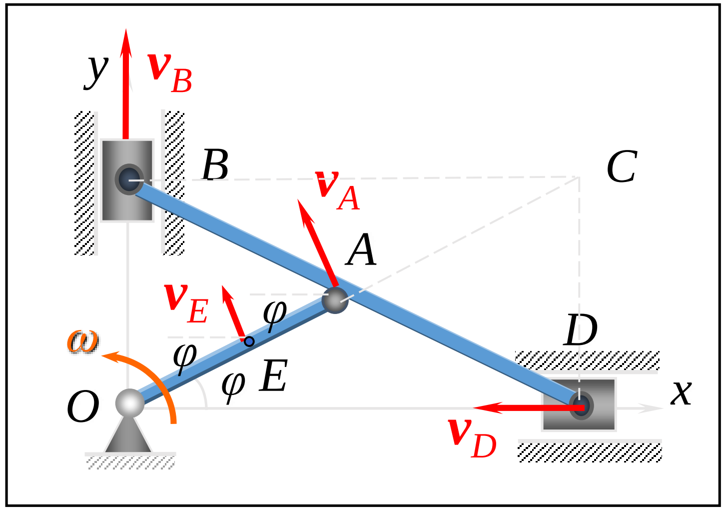
已知： 曲柄OA长 l ，质量是 m_1，并以角速度ω绕定轴 O 转动。规尺BD长$2l$ ，质量是 $2m_1$ ，两滑块的质量都是 m_2 。

解一:

整个机构的动量等于曲柄OA、规尺BD、滑块B 和D的动量的矢量和，即

$$\boldsymbol{p} = \boldsymbol{p}_{OA} + \boldsymbol{p}_{BD} + \boldsymbol{p}_{B} + \boldsymbol{p}_{D}$$

系统的动量在坐标轴 x，y 上的投影分别为：



$$\begin{aligned} p_x &= -m_1 v_E \sin\varphi - (2m_1)v_A \sin\varphi - m_2 v_D \\ &= -m_1 \frac{l}{2}\omega \sin\varphi - (2m_1)l\omega \sin\varphi - m_2 2l\omega \sin\varphi \\ &= -(\frac{5}{2}m_1 + 2m_2)l\omega \sin\varphi \end{aligned}$$

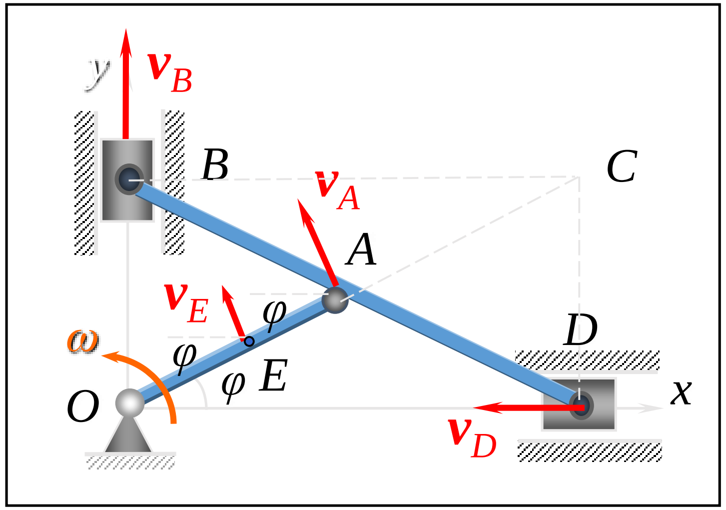
12.1 动量与冲量

系统的动量在 y 轴上的投影为：

$$p_y = m_1 v_E \cos\varphi + (2m_1) v_A \cos\varphi + m_2 v_B$$

$$= m_1 \frac{l}{2}\omega\cos\varphi + (2m_1) l\omega\cos\varphi + m_2 2l\omega\cos\varphi$$

$$= (\frac{5}{2}m_1 + 2m_2) l\omega\cos\varphi$$



所以，系统的动量大小为

$$p = \sqrt{p_x^2 + p_y^2}$$

$$= \frac{1}{2}(5m_1 + 4m_2) l\omega$$

方向余弦为为 $\cos(\boldsymbol{p}, x) = \dfrac{p_x}{p}$， $\cos(\boldsymbol{p}, y) = \dfrac{p_y}{p}$

解二:

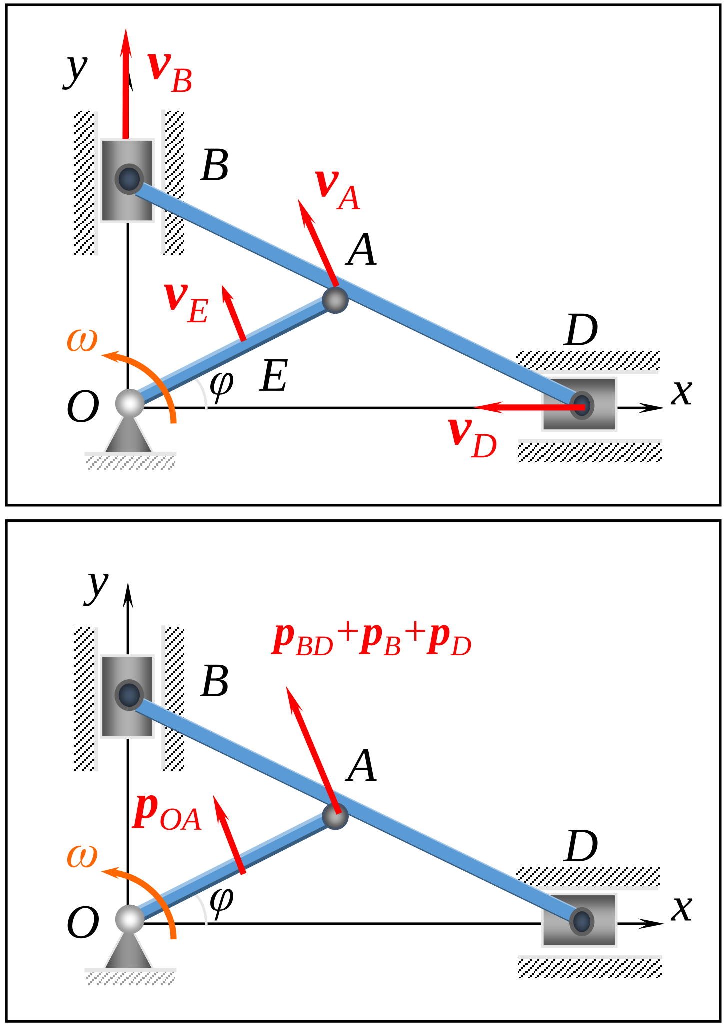
整个机构的动量等于曲柄OA、规尺BD、滑块B 和D的动量的矢量和，即

$$\boldsymbol{p} = \boldsymbol{p}_{OA} + \boldsymbol{p}_{BD} + \boldsymbol{p}_{B} + \boldsymbol{p}_{D}$$

其中曲柄OA的动量 $\boldsymbol{p}_{OA}=m_1\boldsymbol{v}_E$ ，大小是

$$p_{OA} = m_1 v_E = m_1 l\omega/2$$

其方向与$\boldsymbol{v}_E$一致，即垂直于OA并顺着ω的转向(图 b)



(b)

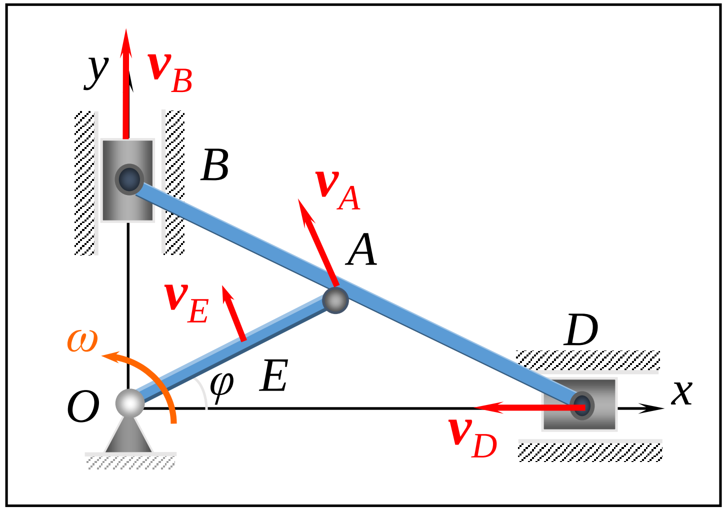
因为规尺和两个滑块的公共质心在点 A，它们的动量表示成

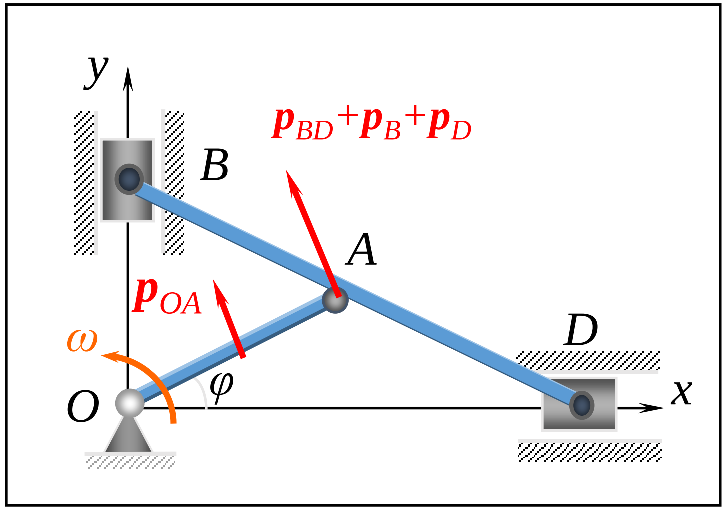
$$\boldsymbol{p}' = \boldsymbol{p}_{BD} + \boldsymbol{p}_B + \boldsymbol{p}_D = 2(m_1 + m_2)\boldsymbol{v}_A$$

由于动量 P_{OA} 的方向也是与 v_A 的方向一致，所以整个椭圆机构的动量方向与 v_A 相同，而大小等于

$$p = p_{OA} + p' = \frac{1}{2}m_1 l\omega + 2(m_1 + m_2)l\omega$$

$$= \frac{1}{2}(5m_1 + 4m_2)l\omega$$





(b)

二、冲 量

1. 常力的冲量

常力与作用时间 t 的乘积 $F\,t$ 称为常力的**冲量**。并用 I 表示，即有

$$I = F\,t$$

冲量是矢量，方向与力相同。

二、冲 量

2. 变力的冲量

若力F是变力，可将力的作用时间t分成无数的微小时间段dt，在每个dt内，力F可视为不变。

元冲量——力F在微小时间段dt内的冲量称为力F的**元冲量**$dI=Fdt$。

变力F在t时间间隔内的冲量为：

$$\boldsymbol{I}=\int_0^t \boldsymbol{F}\,\mathrm{d}t$$

2. 变力的冲量

$$\boldsymbol{I}=\int_0^t \boldsymbol{F}\,\mathrm{d}t$$

上式为一矢量积分，具体计算时，可投影于固定坐标系上

$$I_x=\int_0^t F_x\,\mathrm{d}t,\quad I_y=\int_0^t F_y\,\mathrm{d}t,\quad I_z=\int_0^t F_z\,\mathrm{d}t$$

所以，变力F 的冲量又可表示为：

$$\boldsymbol{I}=I_x\boldsymbol{i}+I_y\boldsymbol{j}+I_z\boldsymbol{k}$$

谢谢！