MATLAB概率论与数理统计程序设计

胡 尧

贵州大学理学院数学系

Email: sci.yhu@gzu.edu.cn
QQ : 1600391567

2014.7 贵州师范学院

数理统计部分

一、统 计 作 图

二、参 数 估 计

三、假 设 检 验

四、方 差 分 析

一、统 计 作 图

1. 正整数的频率表

命令　正整数的频率表
函数　tabulate
格式　table = tabulate(X)

%X为正整数构成的向量,返回3列:第1列中包含X的值第2列为这些值的个数,第3列为这些值的频率.

例

```
clear all; close all;
A=[1 2 2 5 6 3 8];
tabulate(A)
```

运行结果

Value	Count	Percent
1	1	14.29%
2	2	28.57%
3	1	14.29%
4	0	0.00%
5	1	14.29%
6	1	14.29%
7	0	0.00%
8	1	14.29%

3．假若某地区30名2010年某专业毕业生实习期满后的

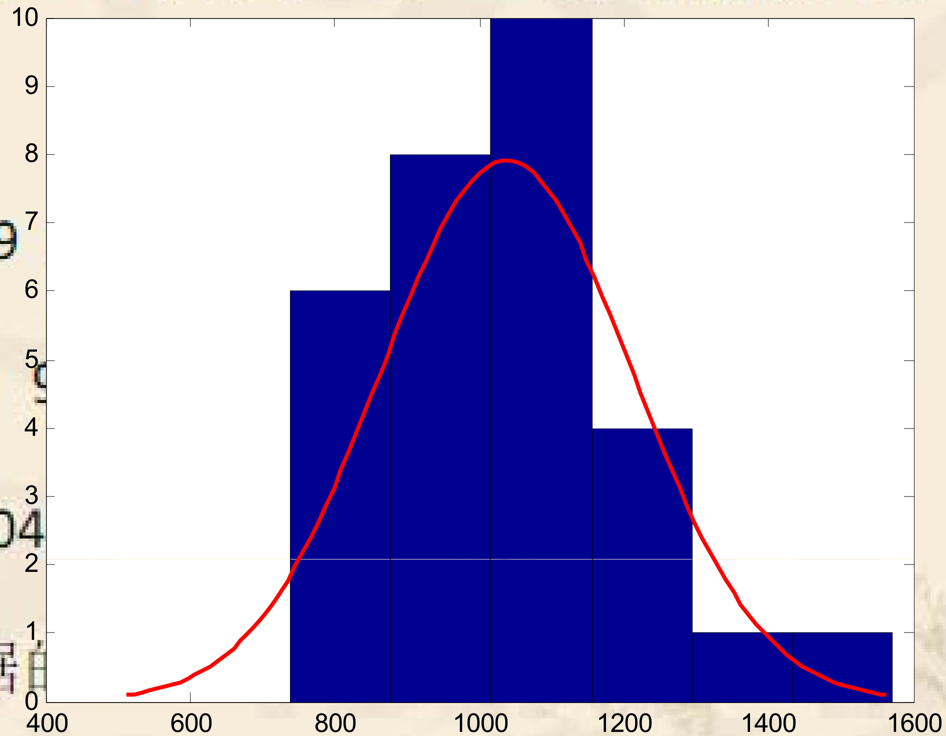
月薪数据如下：

909 1086 1120 999

967 1572 825 914

1096 808 1224 104

（1）构造该批数据自




```
clear all; close all;
X=[909 1086 1120 999 1320 1091 1071 1081 1130 1136 967
1572 825 914 992 1232 950 775 1203 1025 1096 808 1224
1044 871 1164 971 950 866 738];
tabulate(X)  %频率表
histfit(X)          %直方图拟合
hist(X)            %直方图
%ecdfhist            频率直方图
```

2. 经验累积分布函数图形

函数 cdfplot

格式 cdfplot(X) %作样本X（向量）的累积分布函数图形

h=cdfplot(X) %h表示曲线的环柄

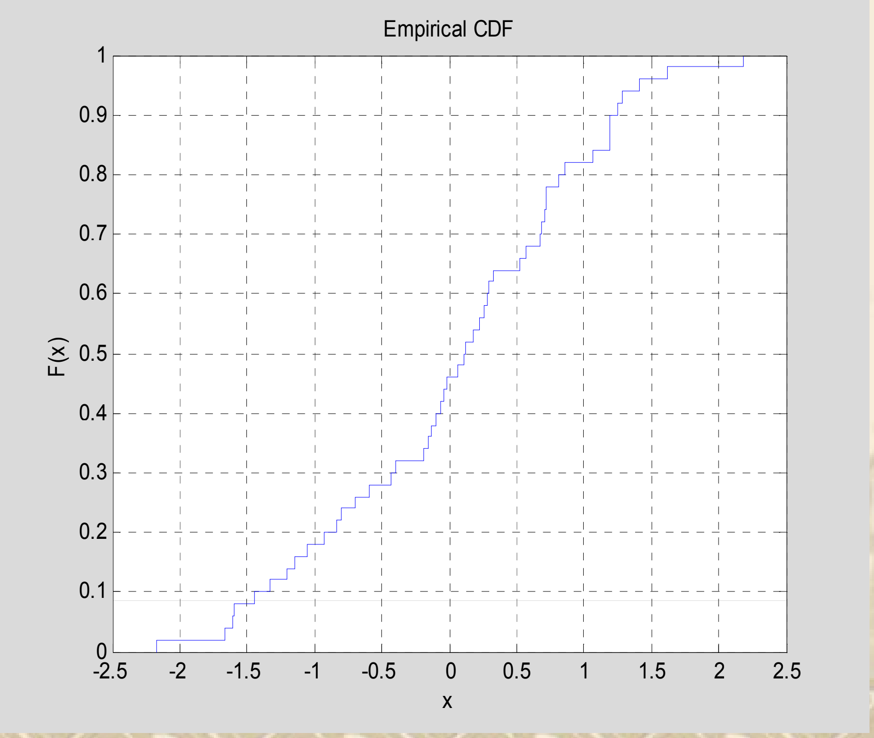
[h,stats]=cdfplot(X) %stats表示样本的一些特征

例

```
clear all; close all;
X=normrnd (0,1,50,1);
[h,stats]=cdfplot(X)
```

```
h =  172.0016
stats =
        min: -2.1707
        max: 2.1832
        mean: 0.0393
        median: 0.1196
        std: 0.9760
```

运行结果



3. 最小二乘拟合直线

函数　lsline

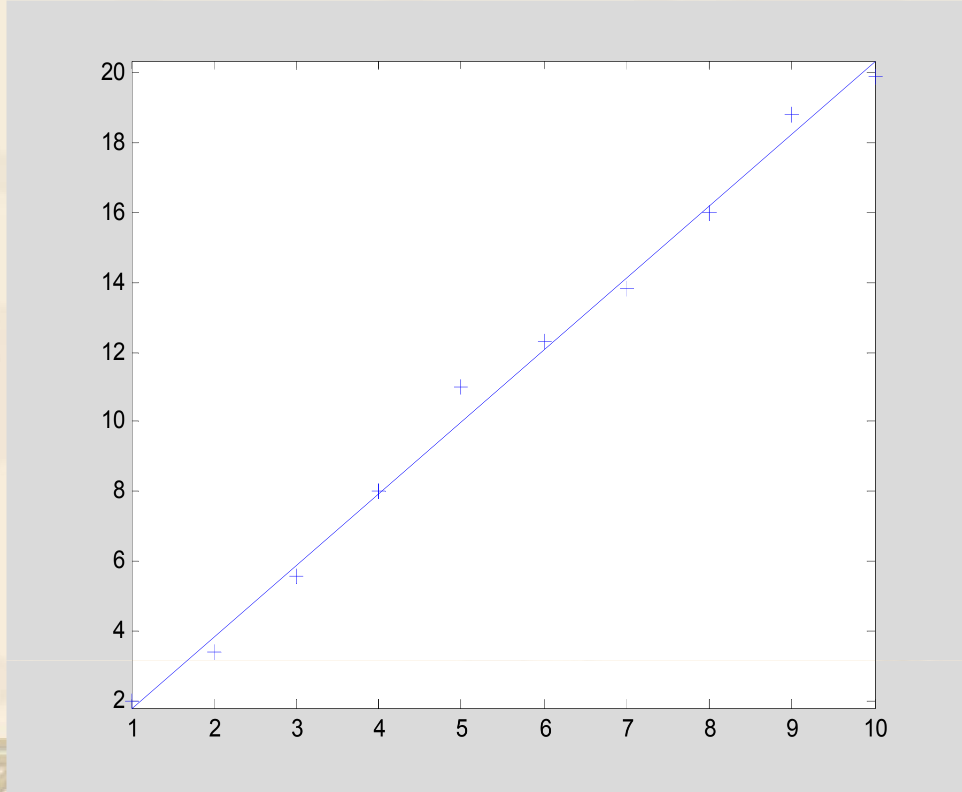
格式　lsline　　　　%最小二乘拟合直线

　　　h=lsline　　　%h为直线的句柄

例

```
clear all; close all;
X = [2 3.4 5.6 8 11 12.3 13.8 16 18.8 19.9]';
plot(X,'+')
lsline
```

运行结果



4. 绘制正态分布概率图形

函数　normplot

格式　normplot(X) %若X为向量,则显示正态分布概率图形,若X为矩阵,则显示每一列的正态分布概率图形.

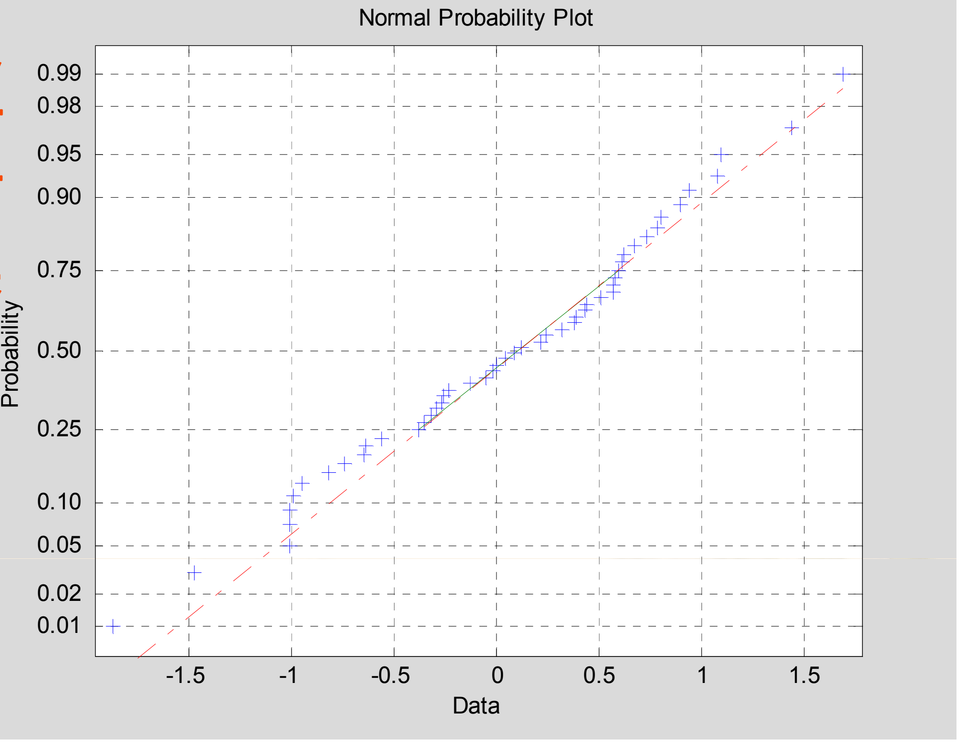
h=normplot(X) %返回绘图直线的句柄

说明:样本数据在图中用“+”显示;如果数据来自正态分布,则图形显示为直线,而其它分布可能在图中产生弯曲.

例

```
clear all; close all;
X=normrnd(0,1,50,1);
normplot(X)
```

运行结果



5. 绘制Weibull概率图形

函数 weibplot

格式 weibplot(X) %若X为向量,则显示威布尔(Weibull)概率图形,若X为矩阵,则显示每一列的威布尔概率图形.

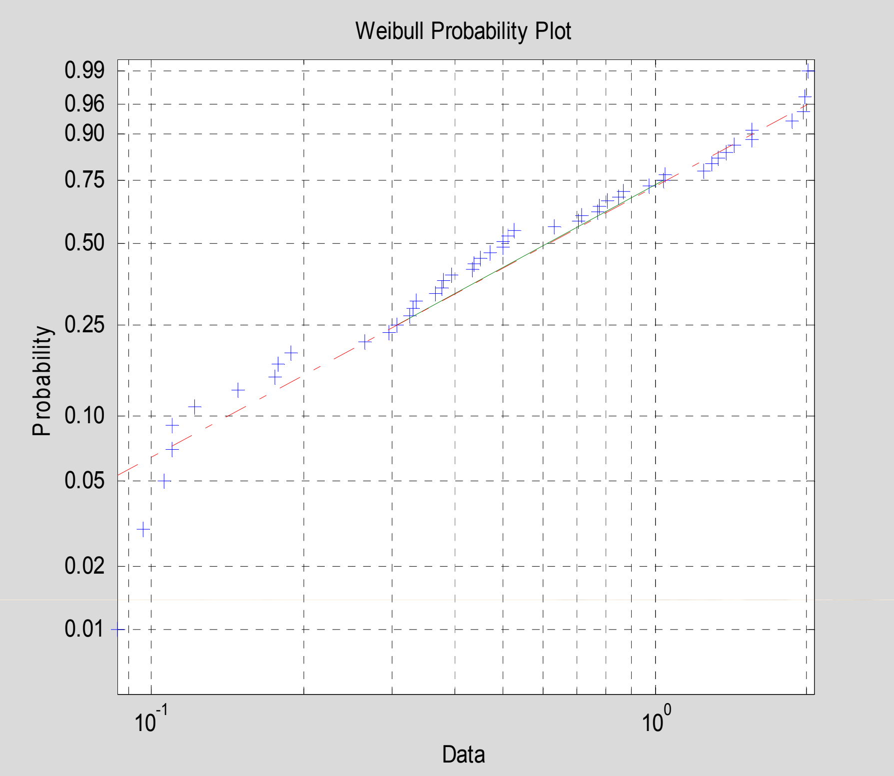
h = weibplot(X) %返回绘图直线的柄

说明 绘制Weibull概率图形的目的是用图解法估计来自威布尔分布的数据X,如果X是威布尔分布数据,其图形是直线的,否则图形中可能产生弯曲.

例

```
clear all; close all;
r=weibrnd(1.2,1.5,50,1);
weibplot(r)
```

运行结果



6. 样本数据的盒图

函数 **boxplot**

格式 boxplot(X) %产生矩阵X的每一列的盒图和“须”图. “须”是从盒的尾部延伸出来,并表示盒外数据长度的线,如果“须”的外面没有数据,则在“须”的底部有一个点.

boxplot(X,notch) %当notch=1时,产生一凹盒图,notch=0时产生一矩箱图.

boxplot(X,notch,'sym') %sym表示图形符号,默认值为“+”.

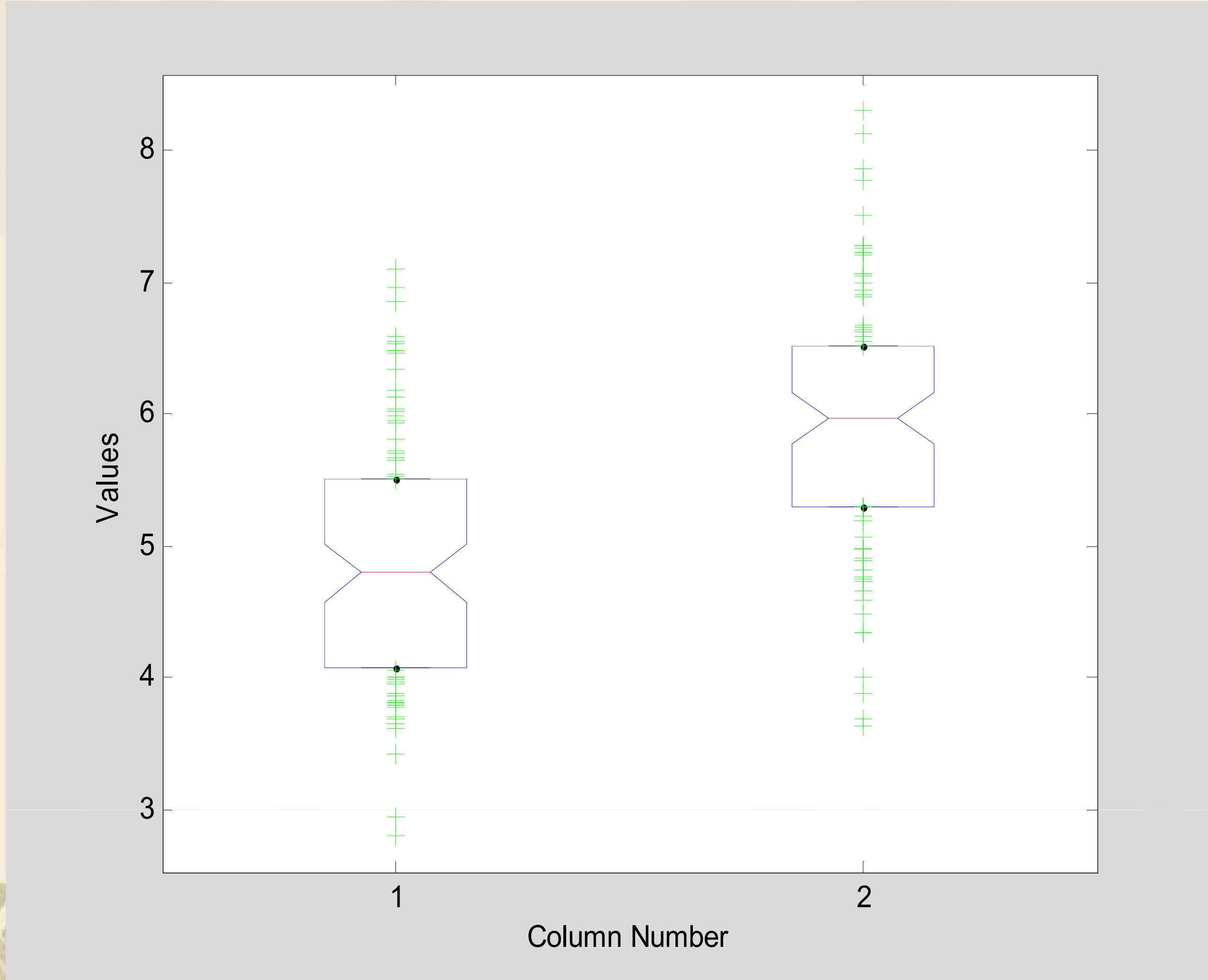
boxplot(X,notch,‘sym’,vert) %当vert=0时,生成水平盒图,vert=1时,生成竖直盒图（默认值vert=1）.

boxplot(X,notch,'sym',vert,whis) %whis定义“须”图的长度,默认值为1.5,若whis=0则boxplot函数通过绘制sym符号图来显示盒外的所有数据值.

例

```
clear all; close all;
X1=normrnd(5,1,100,1);
X2=normrnd(6,1,100,1);
X=[x1 x2];
boxplot(x,1,'g+',1,0)
```

运行结果



7. 给当前图形加一条参考线

函数 **refline**

格式 refline(slope,intercept)

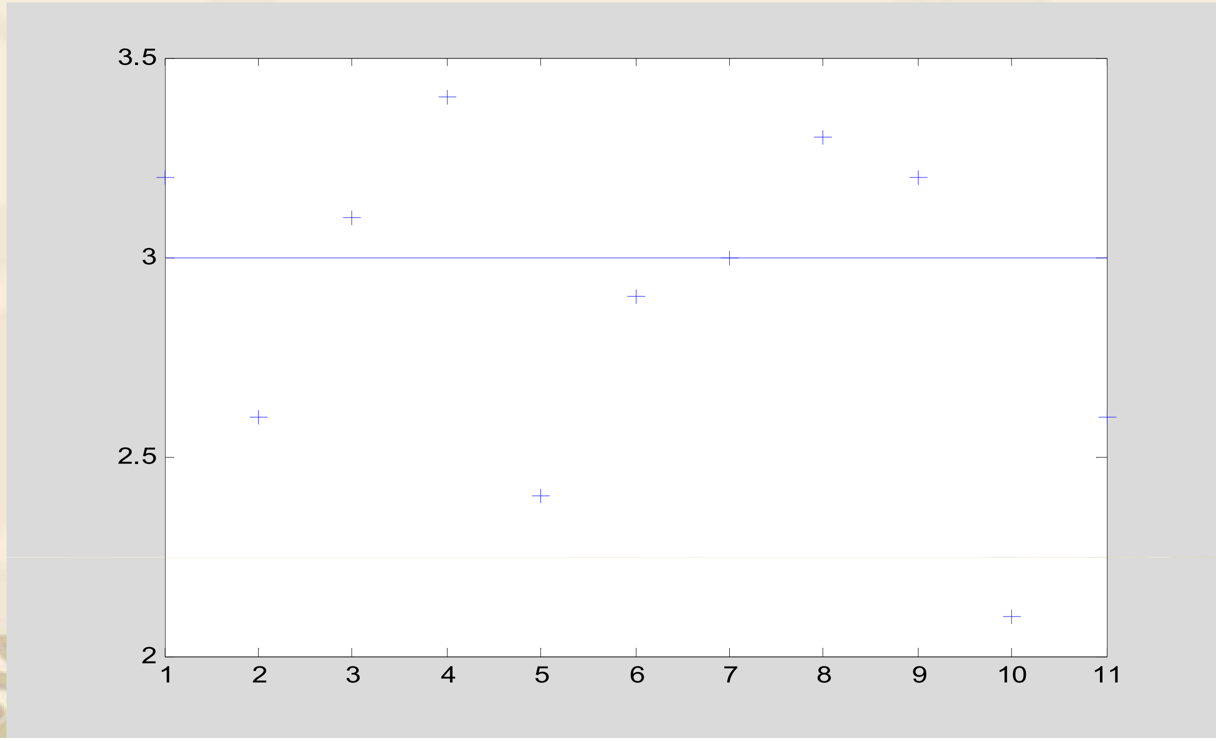
% slope表示直线斜率,intercept表示截距

refline(slope)　　slope=[a b],图中加一条直线:y=b+ax.

例

```
clear all; close all;
y = [3.2 2.6 3.1 3.4 2.4 2.9 3.0 3.3 3.2 2.1 2.6]';
plot(y,'+')
refline(0,3)
```

运行结果



8. 在当前图形中加入一条多项式曲线

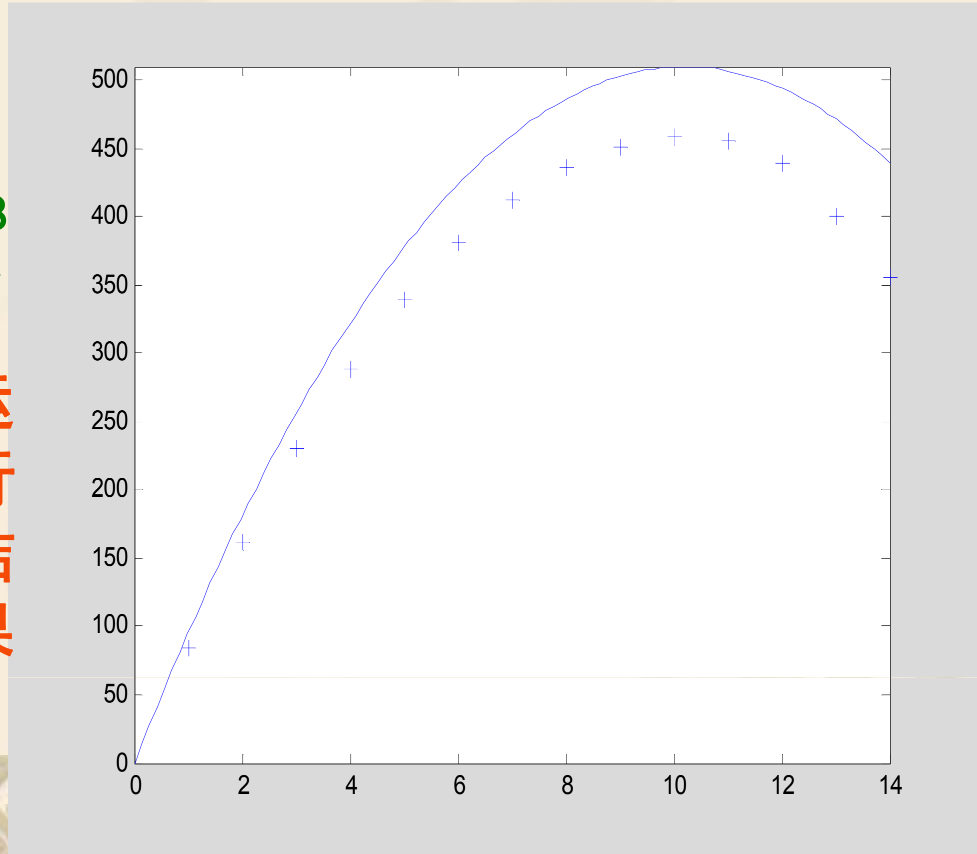
函数 **refcurve**

格式 h = refcurve(p) %在图中加入一条多项式曲线,h为曲线的环柄,p为多项式系数向量,p=[p1,p2, p3,…,pn],其中p1为最高幂项系数.

例 火箭的高度与时间图形, 加入一条理论高度曲线, 火箭初速为100m/秒.

```
clear all; close all;
H=[85 162 230 289 339 381 413
437 452 458 456 440 400 356];
plot(H,'+');
refcurve([-4.9 100 0]);
```

运行结果



9. 样本的概率图形

函数 **capaplot**

格式 p = capaplot(data,specs) %data为所给样本数据，specs指定范围，p表示在指定范围内的概率。

说明 返回来自于估计分布的随机变量落在指定范围内的概率

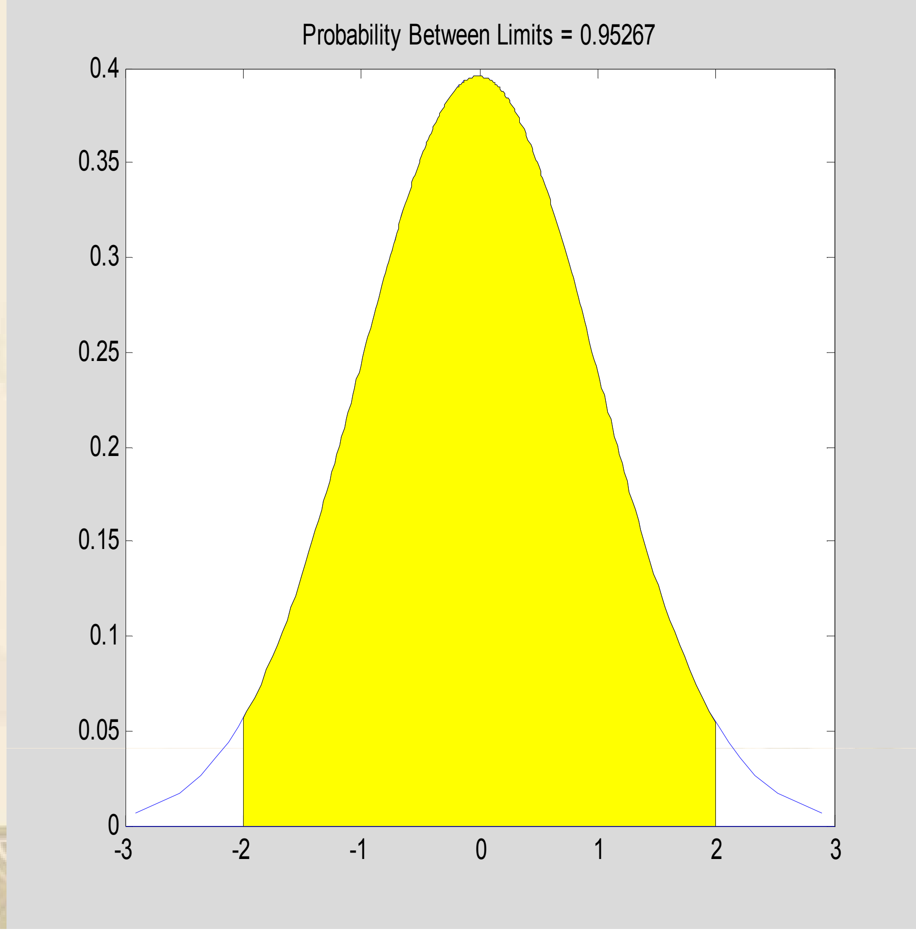
例

```
clear all; close all;
data=normrnd(0,1,30,1);
p=capaplot(data,[-2,2])
```

运行结果

```
p =

0.9527
```



10. 附加有正态密度曲线的直方图

函数 **histfit**

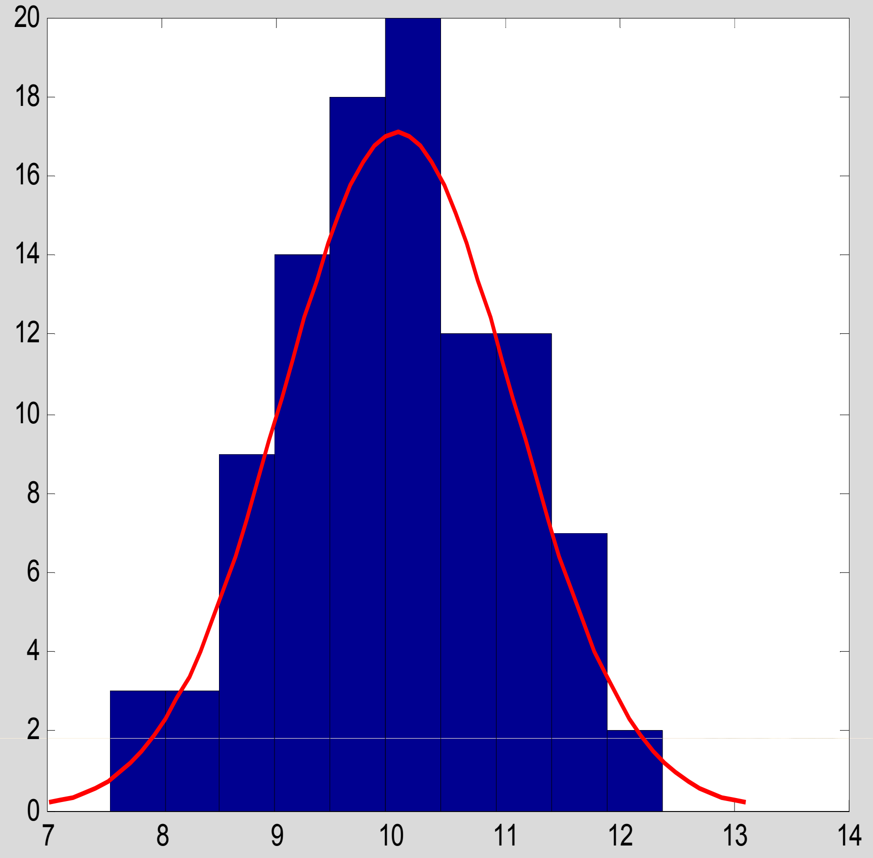
格式 histfit(data)　　%data为向量,返回直方图和正态曲线.

histfit(data,nbins)　% nbins指定bar的个数,缺省时为data中数据个数的平方根。

例

```
clear all; close all
R=normrnd(10,1,100,1)
histfit(R)
```

运行结果



11. 在指定的界线之间画正态密度曲线

函数 **normspec**

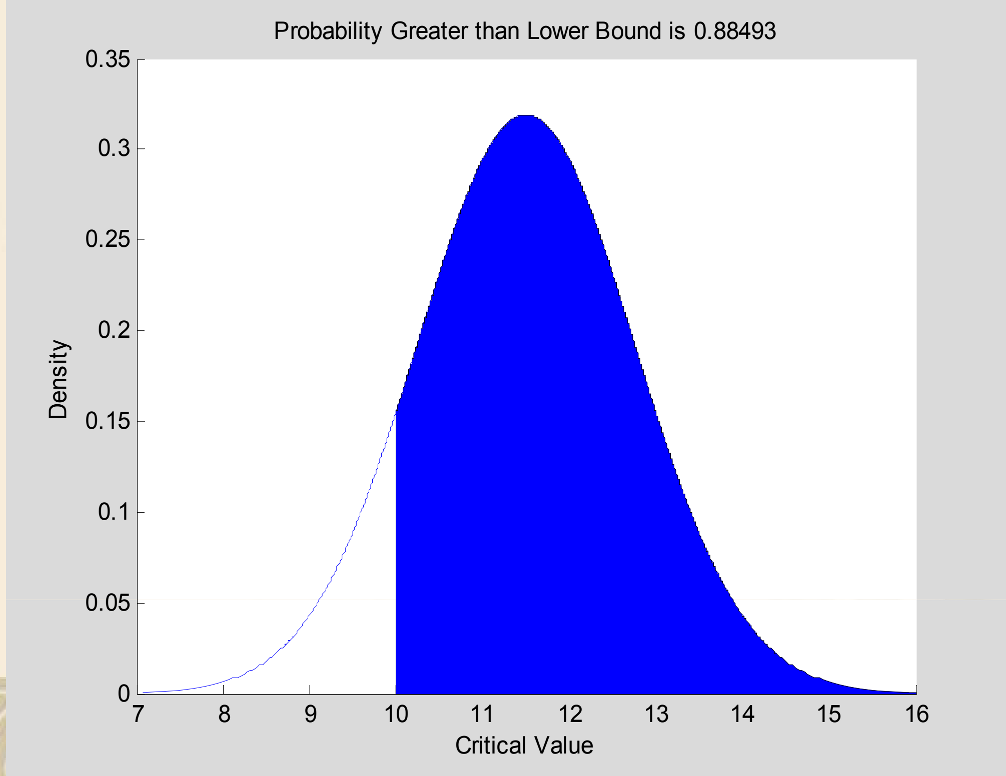
格式 p = normspec(specs,mu,sigma) %specs指定界线,mu,sigma为正态分布的参数p 为样本落在上、下界之间的概率.

例

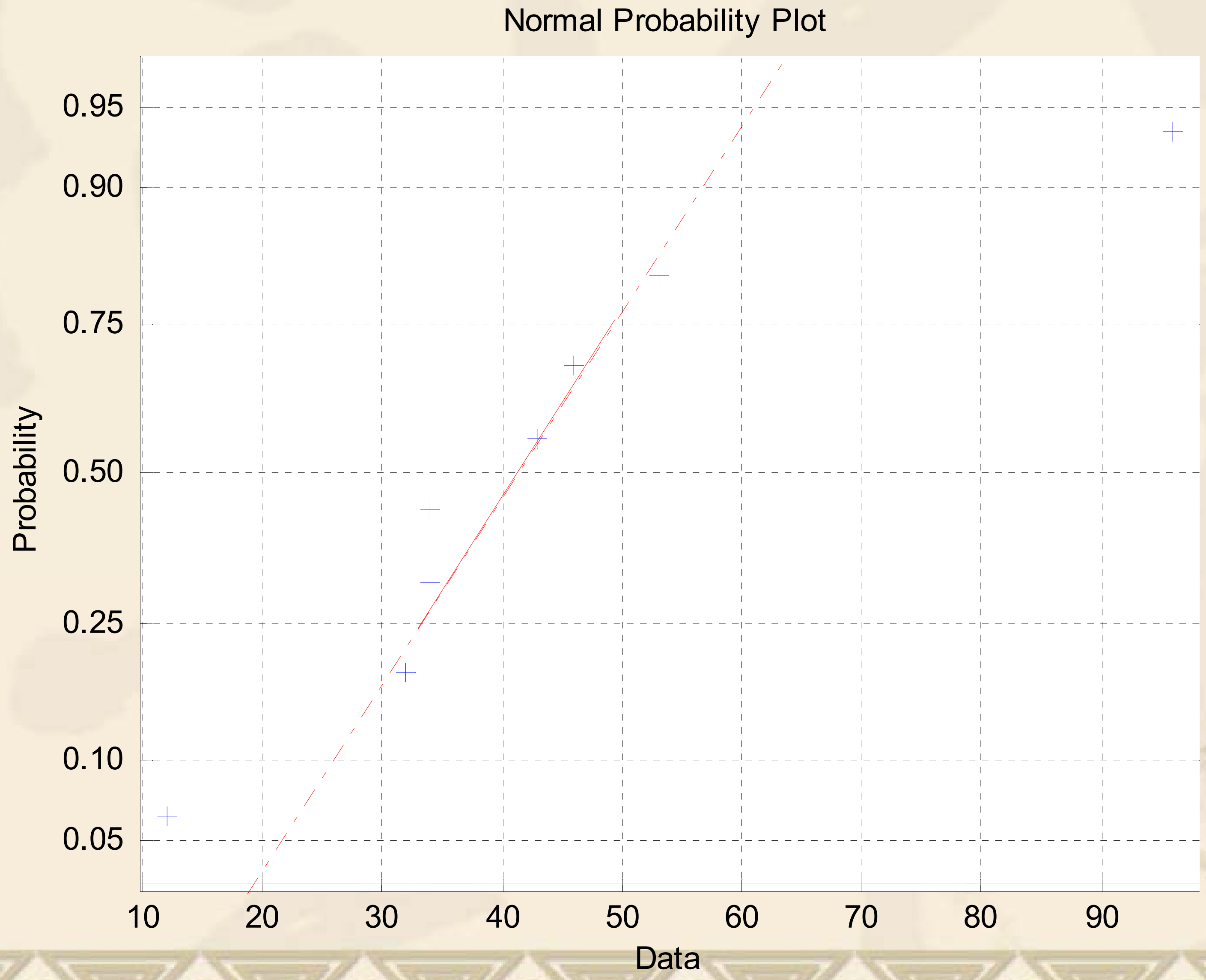
```
clear all; close all;
normspec([10 Inf],11.5,1.25)
```

运行结果

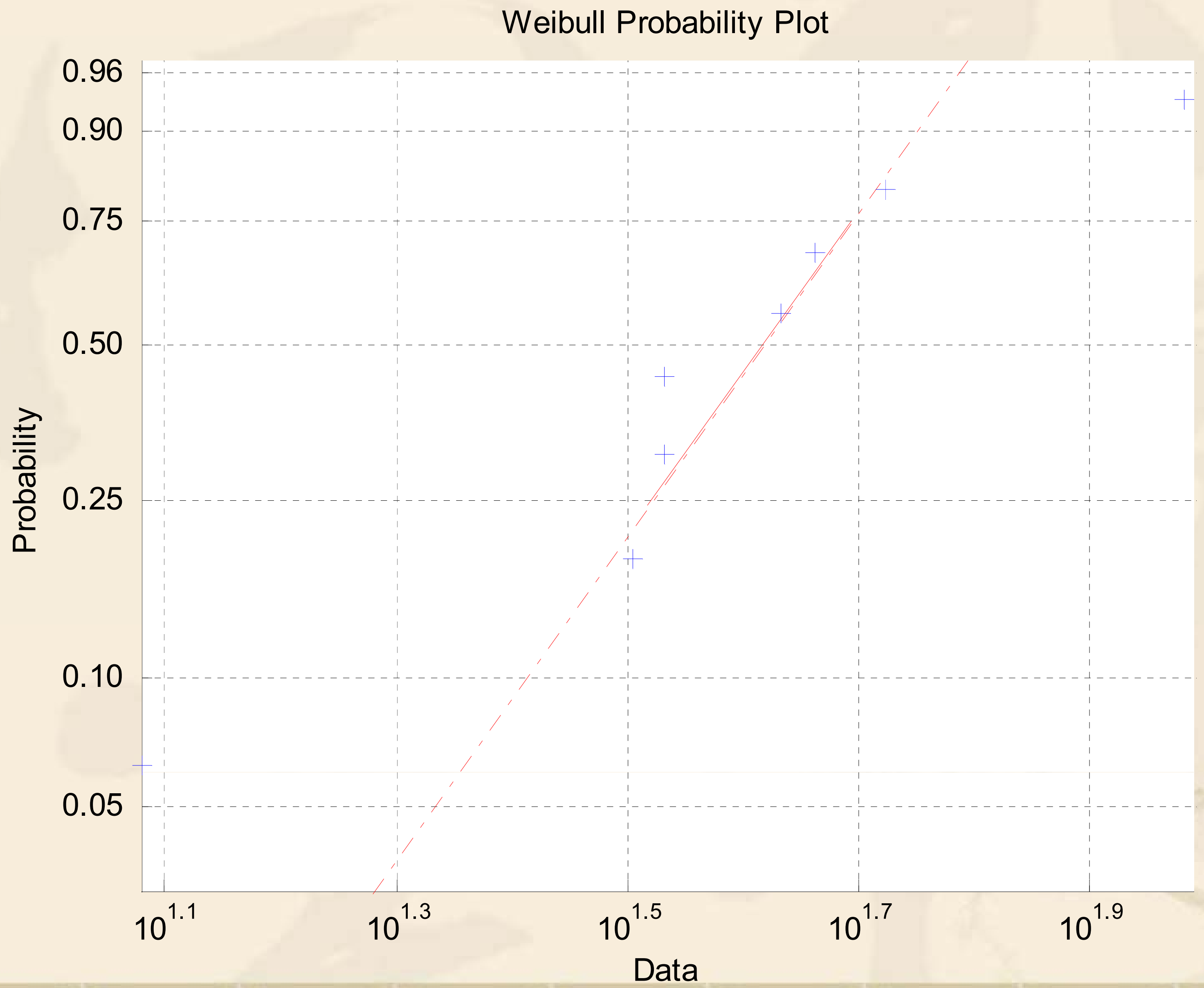
```
ans =
    0.8849
```



12. 画正态检验的正态概率图（normplot）



13. 画Weibull检验的概率图（weibplot）



二、参数估计

常用分布的参数估计函数

函数名	调用形式	函数说明
binofit	PHAT= binofit(X, N) [PHAT, PCI] = binofit(X,N) [PHAT, PCI]= binofit (X, N, ALPHA)	Binomial 分布的概率的 MLE 置信度为 95%的参数估计和置信区间 返回水平 α 的参数估计和置信区间
poissfit	Lambdahat=poissfit(X) [Lambdahat, Lambdaci] = poissfit(X) [Lambdahat, Lambdaci]= poissfit (X, ALPHA)	Poisson 分布的参数的最大似然估计 置信度为 95%的参数估计和置信区间 返回水平 α 的 λ 参数和置信区间
normfit	[muhat,sigmahat,muci,sigmaci] = normfit(X) [muhat,sigmahat,muci,sigmaci] = normfit(X, ALPHA)	Normal 分布的 MLE，置信度为 95%返回水平 α 的期望、方差值和置信区间
betafit	PHAT =betafit (X) [PHAT, PCI]= betafit (X, ALPHA)	返回 Beta 分布参数 a 和 b 的 MLE 返回最大似然估计值和水平 α 的置信区间
unifit	[ahat,bhat] = unifit(X) [ahat,bhat,ACI,BCI] = unifit(X)	Uniform 分布参数的 MLE 置信度为 95%的参数估计和置信区间
expfit	[muhat,muci] = expfit(X,alpha)	返回水平 α 的参数估计和置信区间
gamfit	phat =gamfit(X) [phat,pci] = gamfit(X) [phat,pci] = gamfit(X,alpha)	Gamma 分布参数的 MLE 置信度为 95%的参数估计和置信区间 返回 MLE 值和水平 α 的置信区间
weibfit	phat = weibfit(X) [phat,pci] = weibfit(X) [phat,pci] = weibfit(X,alpha)	Weibull 分布参数的 MLE 置信度为 95%的参数估计和置信区间 返回水平 α 的参数估计及其区间估计
Mle	phat = mle('dist',data) [phat,pci] = mle('dist',data) [phat,pci] = mle('dist',data,alpha) [phat,pci] = mle('dist',data,alpha,p1)	分布函数名为 dist 的 MLE 置信度为 95%的参数估计和置信区间 返回水平 α 的 MLE 值和置信区间 仅用于 Binomial 分布，pl 为试验总次数

说明 **各函数返回已给数据向量X的参数MLE和置信度为（1-α）×100%的置信区间.α的默认值为0.05,即置信度为95%.**

1. 常见分布的参数估计

命令 Beta分布的参数a和b的MLE值和置信区间

函数 betafit

格式 PHAT=betafit(X)

[PHAT,PCI]=betafit(X,ALPHA)

说明 PHAT为样本X的β分布的参数a和b的估计量PCI为样本X的β分布参数a和b的置信区间,是一个2×2矩阵,其第1例为参数a的置信下界和上界,第2例为b的置信下界和上界,ALPHA为显著水平,(1-α)×100%为置信度.

例 随机产生100个β分布数据,相应的分布参数真值为5和2.则5和2的MLE值和置信度为99%的置信区间为:

```
clear all; close all;
X=betarnd(5,2,100,1);   %产生100个β分布的随机数
[PHAT,PCI]=betafit(X,0.01)%求置信度为99%的置信区间
                          和参数a、b的估计值结果显示
```

```
PHAT =
     4.2823     1.8260
PCI =
     2.7774     1.2283
     5.7871     2.4238
```

说明 估计值4.2823的置信区间是[2.7774 5.7871],估计值1.8260的置信区间是[1.2283 2.4238].

命令　Normal分布的参数估计

函数　normfit

格式　[muhat,sigmahat,muci,sigmaci]=normfit(X)

[muhat,sigmahat,muci,sigmaci]=normfit(X,alpha)

说明　muhat,sigmahat 分别为 Normal 分布的参数 μ 和 σ 的估计值, muci, sigmaci 分别为置信区间, 其置信度为 $(1-\alpha)\times 100\%$; alpha 给出显著水平 α, 缺省时默认为 0.05, 即置信度为 95%.

例　有两组(每组100个元素)正态随机数据, 其均值为78, 均方差为9, 求95%的置信区间和参数估计值.

```
R=normrnd(78,9,100,2); %产生两列正态随机数据
[mu,sigma,muci,sigmaci]=normfit(R)
```

```
mu=76.3355    77.9517
Sigma=8.7397    8.8862
muci=74.6013    76.1884
     78.0696    79.7149
Sigmaci=7.6735     7.8022
        10.1527    10.3229
```

%各列的均值的估计值

%各列的均方差的估计值

说明　muci, sigmaci中各列分别为原随机数据各列估计值的置信区间, 置信度为95%。

例 分别使用金球和铂球测定引力常数

（1）用金球测定观察值为:6.683 6.681 6.676 6.678 6.679 6.672

（2）用铂球测定观察值为:6.661 6.661 6.667 6.667 6.664

设测定值总体为 $N(\mu,\sigma^2)$，μ 和 σ 为未知. 对(1)、(2)两种情况分别求 μ 和 σ 的置信度为 0.9 的置信区间.

```
clear all;close all
X=[6.683 6.681 6.676 6.678 6.679 6.672];
Y=[6.661 6.661 6.667 6.667 6.664];
[mu,sigma,muci,sigmaci]=normfit(X,0.1) %金球测定的估计
[MU,SIGMA,MUCI,SIGMACI]=normfit(Y,0.1) %铂球测定的估计
```

```
mu=  6.6782
sigma = 0.0039
muci =  6.6750   6.6813
sigmaci = 0.0026   0.0081
MU =  6.6640
SIGMA = 0.0030
MUCI =  6.6611  6.6669
SIGMACI =  0.0019 0.0071
```

命令　利用 mle 函数进行参数估计

函数　mle

格式　phat=mle('dist', X)　%返回用 dist 指定分布的最大似然估计值

[phat, pci]=mle('dist', X)　%置信度为 95%

[phat, pci]=mle('dist', X, alpha)　%置信度由 alpha 确定

[phat, pci]=mle('dist', X, alpha, pl) % Binomial 分布,pl 为试验次数

说明　dist 为分布函数名，如：beta(β分布)、bino（二项分布）等，X 为数据样本，alpha 为显著水平 α， $(1-\alpha)\times 100\%$ 为置信度。

例

```
clear all; close all;
X=binornd(20,0.75)          %产生二项分布的随机数
[p,pci]=mle('bino',X,0.05,20)
          %求概率的估计值和置信区间，置信度为95%
```

运行结果

```
X =     17
p =     0.8500
pci =     0.6211     0.9679
```

2. 非线性模型置信区间预测

命令 Gauss—Newton 法的非线性最小二乘数据拟合

函数 nlinfit

格式 beta = nlinfit(X, y, FUN, beta0) %返回在 FUN 中描述的非线性函数的系数, FUN 为用户提供形如 $\hat{y}=f(\beta, X)$ 的函数，该函数返回已给初始参数估计值 β 和自变量 X 的 y 的预测值 $\hat{y}$。

[beta, r, J] = nlinfit(X, y, FUN, beta0) %beta 为拟合系数, r 为残差, J 为 Jacobi 矩阵，beta0 为初始预测值.

说明 若X为矩阵, 则X的每一列为自变量的取值, y是一个相应的列向量. 如果FUN中使用了@, 则表示函数的柄.

例 调用MATLAB提供的数据文件reaction.mat

```
load reaction
betafit = nlinfit(reactants,rate,@hougen,beta)
```

```
betafit = 1.2526 0.0628 0.0400 0.1124 1.1914
```

命令　非线性模型的参数估计的置信区间

函数　nlparci

格式　ci = nlparci(beta, r, J)　%返回置信度为95%的置信区间, beta为非线性最小二乘法估计的参数值, r为残差, J为Jacobian矩阵. nlparci可以用nlinfit函数的输出作为其输入.

例　调用MATLAB中的数据reaction .

```
clear all;close all;
load reaction
[beta,resids,J]=nlinfit(reactants,rate,'hougen',beta)
ci=nlparci(beta,resids,J)
```

```
beta=1.2526 0.0628 0.0400 0.1124 1.1914
resids=0.1321 -0.1642 -0.0909 0.0310 0.1142 0.0498 -0.0262
       0.3115 -0.0292 0.1096 0.0716 -0.1501 -0.3026
J = 6.8739 -90.6525 -57.8634 -1.9288 0.1614 --- 2.1141
ci=-0.7467    3.2519
   -0.0377    0.1632
   -0.0312    0.1113
   -0.0609    0.2857
   -0.7381    3.1208
```

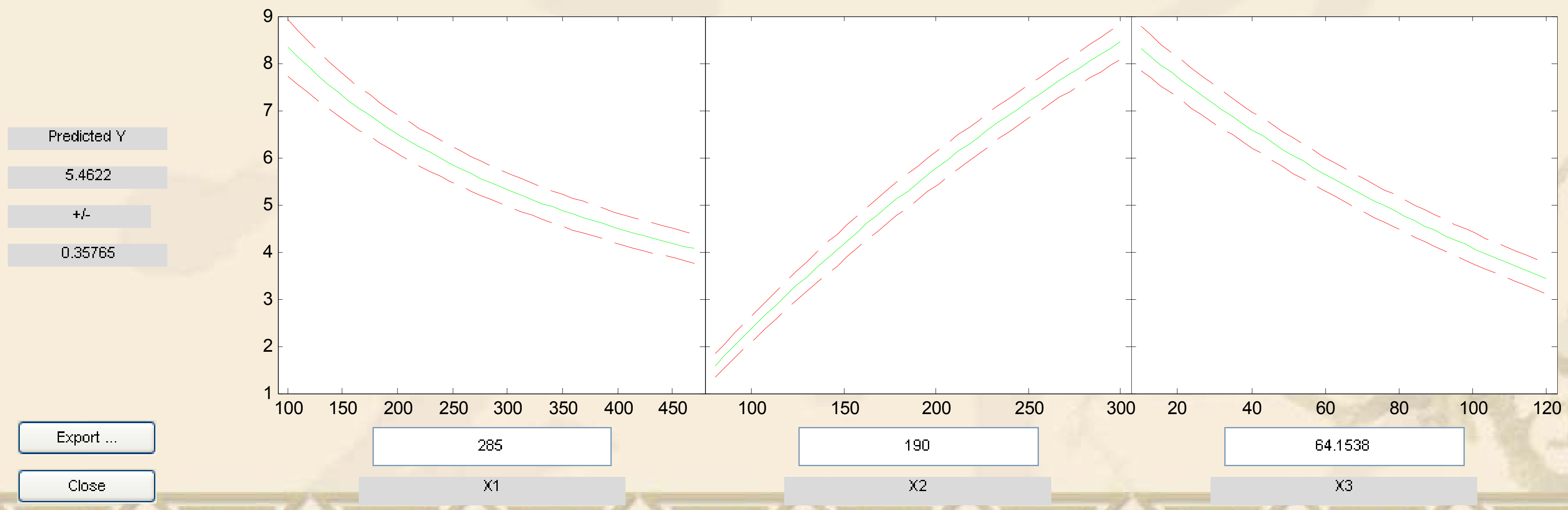
命令 非线性拟合和显示交互图形

函数 nlintool

格式 nlintool(x,y,FUN,beta0) %返回数据(x,y)的非线性曲线的预测图形，它用2条红色曲线预测全局置信区间。beta0为参数的初始预测值，置信度为95%.

nlintool(x,y,FUN,beta0,alpha) %置信度为(1-alpha)×100%

```
load reaction
nlintool(reactants,rate,'hougen',beta)
```



命令　非线性模型置信区间预测

函数　nlpredci

格式　ypred = nlpredci(FUN,inputs,beta,r,J) % ypred 为预测值,FUN与前面相同,beta为给出的适当参数,r为残差,J为Jacobian矩阵,inputs为非线性函数中的独立变量的矩阵值。

[ypred,delta]=nlpredci(FUN,inputs,beta,r,J) %delta为非线性最小二乘法估计的置信区间长度的一半,当r长度超过beta的长度并且J的列满秩时,置信区间的计算是有效的.[ypred-delta,ypred+delta]为置信度为95%的不同步置信区间.

ypred=nlpredci(FUN,inputs,beta,r,J,alpha,'simopt','predopt')%控制置信区间的类型,置信度为100(1-alpha)%.'simopt'='on'或'off'(默认值)分别表示同步或不同步置信区间.'predopt'='curve'(默认值)表示输入函数值的置信区间,'predopt'='observation'表示新响应值的置信区间.nlpredci可以用nlinfit函数的输出作为其输入.

例 续前例，在[100 300 80]处的预测函数值ypred和置信区间一半宽度delta.

```
load reaction
[beta,resids,J]=nlinfit(reactants,rate,@hougen,beta);
[ypred,delta]=nlpredci(@hougen,[100 300 80],beta,resids,J)
```

```
ypred =
   10.9113
delta =
    0.3195
```

命令 **有非负限制的最小二乘**

函数 **lsqnonneg**

格式 **x=lsqnonneg(C,d)** %返回在 x≥0 的条件下使得$\|C\times x-d\|$最小的向量 x,其中 C 和 d 必须为实矩阵或向量.

x=lsqnonneg(C,d,x0) % x0 为初始点，x0≥0

x=lsqnonneg(C,d,x0,options) %options 为指定的优化参数,参见 options 函数.

[x,resnorm]=lsqnonneg(…) %resnorm 表示 norm(C*x-d).^2 的残差

[x,resnorm,residual]=lsqnonneg(…) %residual 表示 C*x-d 的残差

```
clear all;close all;
 A=[0.0372 0.2869;0.6861 0.7071;0.6233 0.6245;0.6344 0.6170]
 b=[0.8587 0.1781 0.0747 0.8405]';
 [x,resnorm,residual]=lsqnonneg(A,b)
```

```
  x =0   0.6929
  resnorm = 0.8315
  residual =  0.6599   -0.3119   -0.3580    0.4130
```

3. 对数似然函数

命令　负Beta分布的对数似然函数

函数　Betalike

格式　logL=betalike(params,data) %返回负Beta分布的对数似然函数,params为向量[a,b],是Beta分布的参数,data为样本数据.

[logL,info]=betalike(params,data) %返回Fisher逆信息矩阵info.如果params 中输入的参数是极大似然估计值,那么info的对角元素为相应参数的渐近方差.

说明 betalike是Beta分布最大似然估计的实用函数.似然函数假设数据样本中,所有的元素相互独立.因为betalike返回负Beta对数似然函数,用fmins函数最小化betalike与最大似然估计的功能是相同的.

例 本例所取的数据是随机产生的Beta分布数据.

```
r= betarnd(3,3,100,1);
[logL,info]= betalike([2.1234,3.4567],r)
```

```
logL =-4.2393
info =0.1319 0.1111
      0.1111 0.1239
```

命令 负Gamma分布的对数似然估计

函数 Gamlike

格式 logL=gamlike(params, data) %返回由给定样本数据data确定的Gamma分布的参数为params(即[a，b])的负对数似然函数值

[logL, info]=gamlike(params, data) %返回Fisher逆信息矩阵info.如果params中输入的参数是极大似然估计值,那么info的对角元素为相应参数的渐近方差.

说明 gamlike是Gamma分布的最大似然估计函数.因为gamlike返回Gamma对数似然函数值,故用fmins函数将gamlike最小化后,其结果与最大似然估计是相同的.

例

```
r=gamrnd(2,3,100,1);
[logL,info]=gamlike([2.4212, 2.5320],r)
```

```
logL =  266.1787
info =  0.0942   -0.0962
       -0.0962    0.1242
```

命令　负正态分布的对数似然函数

函数　normlike

格式　logL=normlike(params,data)　%返回由给定样本数据data确定的、负正态分布的、参数为params(即[mu, sigma])的对数似然函数值.

[logL,info]=normlike(params,data) %返回Fisher逆信息矩阵info.如果params中输入的参数是极大似然估计值，那么info的对角元素为相应参数的渐近方差.

命令　Weibull分布的对数似然函数

函数　Weiblike

格式　**logL=weiblike(params,data)** %返回由给定样本数据data确定的、Weibull分布的、参数为params(即[a，b])的对数似然函数值.

[logL,info]=weiblike(params,data)　%返回Fisher逆信息矩阵info.如果params中输入参数是MLE,则info的对角元素为相应参数的渐近方差.

说明　Weibull分布的负对数似然函数定义为

$$-\log L = -\log\prod_{i=1}^{n} f(a,b \mid x_i) = -\sum_{i=1}^{n}\log f(a,b \mid x_i)$$

例

```
clear all;close all;
r=weibrnd(0.4,0.98,100,1);
[logL,info]=weiblike([0.1342,0.9876],r)
```

```
logL =
  241.1717
info =
     0.0007    -0.0018
    -0.0018     0.0096
```

三、假 设 检 验

1． σ^2 已知，单个正态总体的均值μ的假设检验（U检验法）

函数　ztest

格式　h=ztest(x,m,sigma) % x为正态总体的样本,m为均值 μ0,sigma为标准差,显著性水平为0.05(默认值)

H=ztest(x,m,sigma,alpha) %显著性水平为alpha

[h,sig,ci,zval]=ztest(x,m,sigma,alpha,tail) %sig为观察值的概率,当sig为小概率时则对原假设提出质疑,ci为真正均值μ的1-alpha置信区间,zval为统计量的值.

说明

若 h=0,表示在显著性水平 alpha 下,不能拒绝原假设;

若 h=1,表示在显著性水平 alpha 下,可以拒绝原假设.

原假设: H_0: $\mu = \mu_0 = m$

若 tail=0,表示备择假设: H_1: $\mu \neq \mu_0 = m$ (默认,双边检验);

tail=1,表示备择假设: H_1: $\mu > \mu_0 = m$ (单边检验);

tail=-1,表示备择假设: H_1: $\mu < \mu_0 = m$ (单边检验)

例 某车间用一台包装机包装葡萄糖，包得的袋装糖重是一个随机变量，它服从正态分布。当机器正常时，其均值为0.5公斤，标准差为0.015。某日开工后检验包装机是否正常，随机地抽取所包装的糖9袋，称得净重为（公斤）

0.497 0.506 0.518 0.524 0.498 0.511 0.52 0.515 0.512

问机器是否正常？

解： 总体 μ 和 σ 已知，该问题是当 σ^2 为已知时，在水平 $\alpha = 0.05$ 下，根据样本值判断 μ =0.5 还是 $\mu \neq 0.5$. 为此提出假设：

原 假 设：H_0： $\mu = \mu_0 = 0.5$

备择假设：H_1： $\mu \neq 0.5$

```
X=[0.497,0.506,0.518,0.524,0.498,0.511,0.52,0.515,0.512];
[h,sig,ci,zval]=ztest(X,0.5,0.015,0.05,0)
```

运行结果

h=1 % h=1，说明在水平 $\alpha = 0.05$ 下，拒绝原假设，认为包装机工作不正常

sig=0.0248 %样本观察值的概率

ci=0.5014 0.5210 %置信区间，均值 0.5 在此区间之外

zval=2.2444 %统计量的值

%[h,p,ci,zval]=ztest(X,mu,sigma,alpha,tail,dim)

```
X=[ 8.05 8.15 8.2 8.1 8.25];
[h,p,ci,zval]=ztest(X,8,0.2,0.05)
h =      0
p =    0.0935
ci =    7.9747    8.3253
zval =    1.6771
```

注:

p为观察值的概率;i为置信区间;zval统计量值

若h=0: 表示在显著性水平alpha下, 不能否定原假设

若h=1: 表示在显著性水平alpha下, 否定原假设

若tail=0:表示双边假设检验

若tail=1:表示单边假设检验（mu>mu0）

若tail=0:表示单边假设检验（mu<mu0）

dim表示根据指定的维数进行检验

```
%[h,p,ci,zval]=ztest(X,mu,sigma,alpha)
% X=normrnd(mu,sigma,N,M); 随机产生均值为mu,标准差
                为sigma的M行N例随机数
X=normrnd(100,5,100,1);mu=mean(X);sigmal=5;
[h,p,ci,zval]=ztest(X,100,5,0.05)
mu =   99.8810    h =      0   p =    0.8119
ci =   98.9011  100.8610  zval =   -0.2379

X=[14.7 15.1 14.8 15.0 15.2 14.6];
[h,p,ci,zval]=ztest(X,15,0.05,0.05)
h =     1   p =  9.6336e-007
ci =   14.8600   14.9400    zval =   -4.8990
```

运行结果:

h=1:拒绝原假设, 认为alpha=0.05 条件下, 不认为产品平均值仍为15;

p值=9.6336e-007<0.05 表明, 拒绝原假设

均值的置信区间为[14.8600,14.9400] 统计量为-4.8990

```
X=[100.36 100.31 99.99 100.11 100.64 100.85
 99.42 99.91 99.35 100.10];
[h,p,ci,zval]=ztest(X,100,0.5,0.05)
h =
     0
p =
    0.5107
ci =
   99.7941  100.4139
zval =
    0.6578
```

运行结果

h=0:接受原假设, 有alpha=0.05 条件下, 认为钢管内直径平均值为100

p值=0.5107>0.05:表明, 接受原假设

均值的置信区间为[99.7941,100.4139] 统计量为0.6578

2. σ^2 未知,单个正态总体的均值μ的假设检验(t 检验法)

函数 ttest

格式 h=ttest(x,m) %x为正态总体的样本,m为均值μ$_0$,显著性水平为0.05

H=ttest(x,m,alpha) %alpha为给定显著性水平

[h,sig,ci]=ttest(x,m,alpha,tail) %sig为观察值的概

率,当sig为小概率时则对原假设提出质疑,ci为真正均值μ的1-alpha置信区间.

说明 若 h=0,表示在显著性水平 alpha 下,不能拒绝原假设;

若 h=1,表示在显著性水平 alpha 下,可以拒绝原假设.

原假设:H_0: $\mu=\mu_0=m$

若 tail=0,表示备择假设:H_1: $\mu\neq\mu_0=m$ (默认,双边检验);

tail=1,表示备择假设:H_1: $\mu>\mu_0=m$ (单边检验);

tail=-1,表示备择假设:H_1: $\mu<\mu_0=m$ (单边检验).

例 某种电子元件的寿命 X(以小时计)有 $X \sim N(\mu,\sigma^2)$, σ ^{2}均未知. 现测得 16 只元件的寿命如下

159	280	101	212	224	379	179	264
222	362	168	250	149	260	485	170

问是否有理由认为元件的平均寿命大于 225(小时)?

解: 未知 σ^2, 在水平 $\alpha = 0.05$ 下检验假设:

$$H_0 : \mu < \mu_0 = 225 \quad \text{v. s.} \quad H_1 : \mu > 225$$

```
X=[159 280 101 212 224 379 179 264
   222 362 168 250 149 260 485 170];
[h,sig,ci]=ttest(X,225,0.05,1)
```

运行结果

```
h =       0
sig =      0.2570
ci =  198.2321          Inf
```

结果表明 H=0 表示在水平 $\alpha = 0.05$ 下应该接受原假设 H_0,
即认为元件的平均寿命不大于 225 小时.

```
%[h,p,ci,tstat]=ttest(X,mu0,alpha,tail,dim)
X=[ 239.7 239.6 239 240 239.2];
[h,p,ci,tstat]=ttest(X,240,0.05)
h =1  p=0.0491 ci=239.0033  239.9967
tstat = tstat: -2.7951
           df: 4
           sd: 0.4000
```

注：p为观察值的概率;ci为置信区间；tstat统计量值
若h=0: 表示在显著性水平alpha下，不能否定原假设;
若h=1: 表示在显著性水平alpha下，否定原假设;
df为自由度；sd为样本标准差
若tail=0:表示双边假设检验；
若tail=1:表示单边假设检验(mu>mu0)；
若tail=0:表示单边假设检验(mu<mu0)；
dim表示根据指定的维数进行检验

```
X=[100.36 100.31 99.99 100.11 100.64
   100.85 99.42 99.91 99.35 100.10];
[h,p,ci,stat]=ttest(X,100,0.05,0)
H=0 p=0.5070  ci=99.7635  100.4445
stat = tstat: 0.6910
          df: 9
          sd: 0.4760
```

运行结果:

h=0:接受原假设, 认为有alpha=0.05 条件下,
认为钢管内直径平均值仍为100

p值=0.5070>0.05:表明, 接受原假设

均值的置信区间为[99.7635 100.4445]

统计量为0.6910;样本的标准差为0.4760

```
X=[0.693 0.749 0.654 0.670 0.662 0.672 0.615
0.606 0.690 0.628 0.668 0.611 0.606 0.609 0.553
0.570 0.844 0.576 0.933 0.630];
[h,p,ci,tstat]=ttest(X,0.618,0.05,0)
H=1 p=0.0453  ci=0.6190 0.7049
tstat =  tstat: 2.1422
            df: 19
            sd: 0.0918
```

运行结果分析:

h=1:拒绝原假设,认为该正态总体的均值不为0.618

p值=0.0453<0.05 同上;

均值置信区间为[0.6190, 0.7049]

t统计量值为2.1422;样本方差为0.0918

3. 单正态总体方差的假设检验（总体均值未知）

```
%[h,p,varci,stats]=vartest(x,var0,alpha,tail)
X=[49.4 50.5 50.7 51.7 49.8 47.9 49.2 51.4 48.9];
Mean=mean(X);Var=VAR(X)
[h,p,varci,stats]=vartest(X,1.5,0.05,0)
Mean =49.9444  Var=1.5278  h =0  p =0.8383
varci =  0.6970    5.6072
stats = chisqstat: 8.1481   df: 8
```

注：p为观察值的概率;varci为方差的置信区间;

stats 为卡方统计量的观测值

若h=0: 表示在显著性水平alpha下，不能否定原假设;

若h=1: 表示在显著性水平alpha下，否定原假设；df为自由度;

若tail=0:表示双边假设检验（sigma^2=sigma0^2）；

若tail=1:表示单边假设检验（sigma^2>sigma0^2）；

若tail=-1:表示单边假设检验（sigma^2<sigma0^2）；

```
X=[1.32 1.55 1.36 1.40 1.44];
X_Mean=mean(X)   X_Var=VAR(X)
[h,p,varci,stats]=vartest(X,0.048^2,0.05,0)
```

```
X_Mean =1.4140  X_Var =0.0078
h =1   p =0.0181
varci =  0.0028    0.0642
stats = chisqstat: 13.5069
               df: 4
```

运行结果：

h=1： 表示拒绝原假设，认为该天纤度的总体标准差不正常

p值=0.0181<0.05：也验证了上结论

其卡方统计量值为13.5069;方差的置信区间为[0.0028,0.0642]

4. 两个正态总体均值差的检验(t检验)

两正态总体方差未知但相等,比较两正态总体均值的假设检验

函数 ttest2

格式 [h,sig,ci]=ttest2(X,Y) %X,Y为两个正态总体的样本,显著性水平为0.05

[h,sig,ci]=ttest2(X,Y,alpha) %alpha为显著性水平

[h,sig,ci]=ttest2(X,Y,alpha,tail) %sig为当原假设为真时得到观察值的概率,当sig为小概率时则对原假设提出质疑,ci为真正均值μ的1-alpha置信区间.

说明 若 h=0，表示在显著性水平 alpha 下，不能拒绝原假设；

若 h=1，表示在显著性水平 alpha 下，可以拒绝原假设。

原假设：H_0： $\mu_1=\mu_2$， （μ_1为 X 为期望值，μ_2为 Y 的期望值）

若 tail=0，表示备择假设：H_1： $\mu_1\neq\mu_2$（默认，双边检验）；

tail=1，表示备择假设：H_1： $\mu_1>\mu_2$（单边检验）；

tail=-1，表示备择假设：H_1： $\mu_1<\mu_2$（单边检验）。

例 在平炉上进行一项试验以确定改变操作方法的建议是否会增加钢的产率，试验是在同一只平炉上进行的.每炼一炉钢时除操作方法外，其他条件都尽可能做到相同.先用标准方法炼一炉，然后用建议的新方法炼一炉，以后交替进行，各炼 10 炉，其产率分别为

(1)标准方法:78.1 72.4 76.2 74.3 77.4 78.4 76.0 75.5 76.7 77.3

(2)新方法: 79.1 81.0 77.3 79.1 80.0 79.1 79.1 77.3 80.2 82.1

设这两个样本相互独立，且分别来自正态总体 $N(\mu_1,\sigma^2)$ 和 $N(\mu_2,\sigma^2)$，μ_1、μ_2、σ^2 均未知.问建议的新操作方法能否提高产率？（取 $\alpha=0.05$）

解: 两个总体方差不变时，在水平 $\alpha=0.05$ 下检验假设

$$H_0:\mu_1=\mu_2 \quad \text{V.S.} \quad H_1:\mu_1<\mu_2$$

```
X=[78.1 72.4 76.2 74.3 77.4 78.4 76.0 75.5 76.7 77.3];
Y=[79.1 81.0 77.3 79.1 80.0 79.1 79.1 77.3 80.2 82.1];
[h,sig,ci]=ttest2(X,Y,0.05,-1)
```

结果显示

```
h=1
sig=2.1759
ci= -Inf -
```

结果表明

H=1 表示在水平 $\alpha=0.05$ 下，应该拒绝原假设，即认为建议的新操作方法提高了产率，因此，比原方法好.

两正态总体均值差的假设检验
方差未知但相等情形

```
% h=ttest2(x,y,alpha,tail,vartype,dim)
```

%样本X与Y在给定检验水平alpha下，进行双边(tail为0)或单边>(tail为+1)或单边<(tail为-1)且vartype（'equal' or 'unequal'）指定方差是否相等的假设检验

采用双边假设检验

```
X=[76.43 76.21 73.58 69.69 65.29 70.83 82.75 72.34];
Y=[73.66 64.27 69.34 71.37 69.77 68.12 67.27 68.07 62.61];
[h,p,ci,stat]=ttest2(X,Y,0.05,0,'equal')
```

h=1：表明在alpha=0.05条件下，应拒绝原假设（相等），
即认为镍合金硬度与铜合金硬度不相等。

p=0.0285:表明两个总体均值相等的概率(<0.05),故拒绝原假设;

ci：表示均值差的置信区间

```
X=[76.43 76.21 73.58 69.69 65.29 70.83 82.75 72.34];
Y=[73.66 64.27 69.34 71.37 69.77 68.12 67.27 68.07 62.61];
[h,p,ci,stat]=ttest2(X,Y,0.05,1,'equal')
```

```
h = 1 p = 0.0142  ci = 1.4148  Inf
stat = tstat: 2.4234   df: 15   sd: 4.3432
```

注：h=1:表明在alpha=0.05条件下,应拒绝原假设,即认为镍合金硬度没有显著提高.

p=0.0142(<0.05):表明两个总体均值相等的概率(<0.05),故拒绝原假设；ci：表示均值差的置信区间

```
X=[76.43 76.21 73.58 69.69 65.29 70.83 82.75 72.34];
Y=[73.66 64.27 69.34 71.37 69.77 68.12 67.27 68.07 62.61];
[h,p,ci,stat]=ttest2(X,Y,0.01,1,'equal')
```

```
h =0 p =0.0142 ci =-0.3779       Inf
stat =tstat: 2.4234  df: 15    sd: 4.3432
```

注：h=0：表明在alpha=0.01条件下，应拒绝原假设，即认为镍合金硬度有显著提高。

p=0.0142()0.01):表明两个总体均值相等的概率()0.01),故拒绝原假设，ci：表示均值差的置信区间

方差相等

H0：A型号的使用时间均值等于B的使用时间均值

H1：A型号的使用时间均值大于B的使用时间均值

```
X=[5.5 5.6 6.3 4.6 5.3 5.0 6.2 5.8 5.1 5.2 5.9];
Y=[3.8 4.3 4.2 4.0 4.9 4.5 5.2 4.8 4.5 3.9 3.7 4.6];
[h,p,varci,stats]=ttest2(X,Y,0.01,0,'equal')
h =   1
p =  1.9279e-005
varci =    0.5482    1.7184
stats =    tstat: 5.4844
       df: 21
       sd: 0.4951
```

运行结果：

h=1： 拒绝原假设，认为A型号的平均使用时间比B型号的平均使用时间要长。p值=1.9279e-005<0.05:表时拒绝原假设

t统计量值为5.4844;均值差的标准差为0.4951

```
X=[20.5 18.8 19.8 20.9 21.5 19.5 21.0 21.2];
Y=[17.7 20.3 20.0 18.8 19.0 20.1 20.0 19.1];
[h,p,varci,stats]=ttest2(X,Y,0.05,0,'equal')
h =      1
p =    0.0418
varci =    0.0440    2.0060
stats = tstat: 2.2410
           df: 14
           sd: 0.9148
```

运行结果:

h=1:拒绝原假设,认为70度与80度时的平均断裂强力间有显著差异.

p值=0.0418<0.05:表时拒绝原假设

t统计量值为2.2410

均值差的标准差为0.09148

5. 两正态总体方差比的假设检验

总体均值未知时

```
%[h,p,varci.stats]=vartest2(X,Y,alpha,tail)
```

说明

p为观察值的概率;varci为方差的置信区间;

stats 为卡方统计量的观测值: fstat为F统计量的观测值;

df1 df2分别为F分布的第一、第二自由度;

若h=0: 表示在显著性水平alpha下,不能否定原假设;否则则拒绝

若tail=0:表示双边假设检验(sigma1^2=sigma2^2);

tail=1:表示单边假设检验(sigma12>sigma2^2);

tail=-1:表示单边假设检验(sigma1^2<sigma2^2);

```
X=[16.2 16.4 15.8 15.5 16.7 15.6 15.8];
Y=[15.9 16.0 16.4 16.1 16.5 15.8 15.7 15.0];
X_Var=VAR(X)
Y_Var=VAR(Y)
[h,p,varci,stats]=vartest2(X,Y,0.05,0)
X_Var =     0.1967
Y_Var =     0.2164
h =      0
p =    0.9232
varci =     0.1775    5.
stats =   fstat: 0.9087
          df1: 6
          df2: 7
```

结果表明

h=0：表示在显著性水平alpha下，不能否定原假设，认为二台机床加工的精度一致。

```
X=[15.0 14.5 15.2 15.5 14.8 15.1 15.2 14.8];
Y=[15.2 15.0 14.8 15.2 15.0 15.0 14.8 15.1 14.8];
X_Var=VAR(X)
Y_Var=VAR(Y)
[h,p,varci,stats]=vartest2(X,Y,0.05,0)
X_Var =    0.0955
Y_Var =    0.0261
h =      0
p =    0.0892
varci =    0.8079   17.9258
stats = fstat: 3.6588
          df1: 7
          df2: 8
```

运行结果:

h=0:表示接受原假设

认为两台机床生的的滚珠直径的方差没有明显差异;

p=0.0892>0.05：表明接受原假设;F统计量值为3.6588

```
X=[0.140 0.138 0.143 0.142 0.144 0.137];
Y=[0.135 0.140 0.142 0.136 0.138 0.140];
[h,p,varci,stats]=vartest2(X,Y,0.05,0)
h =      0
p =    0.9132
varci =    0.1550    7.9181
stats =fstat: 1.1080
         df1: 5
         df2: 5
```

运行结果：

h=0:表示接受原假设

认为批电子器件总体方差没有明显差异，即方差相等；

p=0.9132>0.05：表明接受原假设;F统计量值为1.1080

在（1）情形下，两方差未知但相等

```
X=[0.140 0.138 0.143 0.142 0.144 0.137];
Y=[0.135 0.140 0.142 0.136 0.138 0.140];
[h,p,varci,stats]=ttest2(X,Y,0.05,0,'equal')
h =      0
p =    0.2001
varci =    -0.0014    0.0057
stats = tstat: 1.3718
           df: 10
           sd: 0.0027
```

运行结果：

h=0:表示接受原假设

认为批电子器件总体均值没有明显差异，即均值相等;

p=0.2001>0.05：表明接受原假设;t统计量值为1.3718

sd=0.0027表示两样本差的标准差

例：

```
X=[20.1 20.0 19.3 20.6 20.2 19.9 20.0
   19.9 19.1 19.9];
Y=[18.6 19.1 20.0 20.0 20.0 19.7 19.9 19.6 20.2];
[h,p,varci,stats]=vartest2(X,Y,0.05,0)
h =     0
p =    0.5798
varci =    0.1567    2.8001
stats =     fstat: 0.6826
      df1: 9
      df2: 8
```

6. Chi_Squared(卡方)拟合优度检验

（非参数假设检验）

检验样本是否服从指定的分布

调用格式：

1. h=chi2gof(X)

检验样本X是否样本是否服从正态分布(原假设为样本服从正态分布).输出参数h为0(在显著性水平0.05下接受原假设,认为X服从正态分布)或1(在显著性水平0.05下拒绝原假设,认为X不服从正态分布)

2. [h,p]=chi2gof(X)

返回检验P值：当P值小于或等于显著性水平alpha时,拒绝原假设,否则接受原假设.

3. [h,p,stats]=chi2gof(X)

返回一个结构体变量stats,它包含字段：

chi2stat: 卡方统计量；df: 自由度；

edges: 合并后各区间的边界向量；

O: 落入每个小区间内观测的个数，即实际频数；

E：每个小区间对应的理论频数

4. [h,p,stats]=chi2gof(X,name1,vall,name2,val2,….)

通过可选的成对出现的参数名与参数值来控制初始分组、原假设中的分布、显著性水平等。

等等其它调用格式，参见有关Matlab统计资料

```
bins=0:11;%总体分成的区间总类
obsCounts=[57 203 383 525 532 408 273 139 45 27 10 6];
      %对应区间上样本观测值个数
n=sum(obsCounts);%总的观测样本数据
lambdaHat=sum(bins.*obsCounts)/n; %参数的MLE估计值
 expCounts =n*poisspdf(bins,lambdaHat);% 理论频数
 [h,p,st] =chi2gof(bins,'ctrs',bins,'frequency',obsCounts, .
'expected',expCounts,'nparams',1)   %'frequency'指定观测值中出
现的频数， 'expected'指定各区间的理论频数，'nparams'指定分布中待估
参数的个数
```

h=0 p=0.1692 st=chi2stat: 12.8577 df: 9

Edges:[-0.5000 0.5000 1.5000 2.5000 3.5000 4.5000 5.5000 6.5000 7.5000 8.5000 9.5000 11.5000]

O:[57 203 383 525 532 408 273 139 45 27 16]

E:[54.4187 210.5802 407.4339 525.5397 508.4113 393.4729 253.7659 140.2829 67.8554 29.1751 15.2612]

注：h=0（p值>0.05） 接受原假设：Poisson分布；

```
bins=1:6;%总体分成的区间总类
obsCounts=[2 6 6 3 3 0];
%对应区间上样本观测值个数
n=sum(obsCounts);%总的观测样本数据
expCounts=[n*0.1 n*0.2 n*0.3 n*0.2 n*0.1 n*0.1];%对应区间上的理论频数
[h,p,st]=chi2gof(bins,'ctrs',bins,'frequency',obsCounts,'expected',expCounts,'nparams',0)
%'nparams'指定分布中待估参数的个数
h =      0
p =    0.5580
st =      chi2stat: 1.1667
           df: 2
       edges: [0.5000 2.5000 3.5000 6.5000]
           O: [8 6 6]
           E: [6 6 8]
```

注：h=0（p值>0.05） 接受原假设分布；

例　丢掷骰子100次,分别出现的点数为

13次	14次	20次	17次	15次	21次
1点	2点	3点	4点	5点	6点

检验这粒骰子是否均匀？

解: H_0:均匀,即 $P\{1\text{点朝上}\}=\cdots\cdots=P\{6\text{点朝上}\}=\dfrac{1}{6}$

根据观测值: $np_i=\dfrac{100}{6}=16.667>5$

$$\chi^2=\sum_{i=1}^{6}\frac{(n_i-np_i)^2}{np_i}=3.200<\chi^2_{1-\alpha}(6-0-1)=11.1$$

$\Rightarrow$ 接受 H_0,认为总体服从均匀分布,这粒骰子是均匀的.

```
bins=1:6;%总体分成的区间总类
obsCounts=[13 14 20 17 15 21];%对应区间上样本观测值个数
n=sum(obsCounts);%总的观测样本数据
lambdaHat=1/6; %参数的MLE估计值
expCounts=[n*lambdaHat n*lambdaHat n*lambdaHat n*lambdaHat
n*lambdaHat n*lambdaHat];% 理论频数，即均为100/6
[h,p,st]=chi2gof(bins,'ctrs',bins,'frequency',obsCounts,'e
xpected',expCounts,'nparams',0)   %'nparams'指定分布中待估参
数的个数
```

```
H=0
P=0.6692
St=chi2stat: 3.2000    df: 5
  edges:[0.5000 1.5000 2.5000 3.5000 4.5000 5.5000 6.5000]
      O:[13 14 20 17 15 21]
      E:[16.6667 16.6667 16.6667 16.6667 16.6667 16.6667]
```

说明:h=0(p值>0.05)故接受原假设,

认为总体服从均匀分布,这粒骰子是均匀的.

例　某工厂近5年发升63次事故, 按星期几分类如下

星期	一	二	三	四	五	六
次数	9	10	11	8	13	12

问事故发生与否与星期几有关？

解　$H_0: P(X=1)=\cdots\cdots=P(X=6)=\dfrac{1}{6}$

$$np=n_x p_i=63\times\frac{1}{6}=10.5$$

X	1	2	3	4	5	6
n_i	9	10	11	8	13	12
np_i	10.5	10.5	10.5	10.5	10.5	10.5

$$\chi^2=\sum_{i=1}^{k}\frac{(n_i-n\hat{p}_i)^2}{n\hat{p}_i}=1.67\le\chi^2_{k-\ell-1}=\chi^2_{0.95}=11.07$$

接受H_0认为事故发生与星期几无关.

```
bins=1:6;%总体分成的区间总类
obsCounts=[9 10 11 8 13 12];%对应区间样本个数
n=sum(obsCounts);%总的观测样本数据
lambdaHat=1/6; %参数的MLE估计值
expCounts=[n*lambdaHat n*lambdaHat n*lambdaHat n*lambdaHat
n*lambdaHat n*lambdaHat];%理论频数63/6
[h,p,st]=chi2gof(bins,'ctrs',bins,'frequency',obsCounts,'e
xpected',expCounts,'nparams',0)%'nparams'指定分布中待估参数个
数
```

```
H=0
P=0.8931
St=chi2stat: 1.6667
   df: 5
 edges:[0.5000 1.5000 2.5000 3.5000 4.5000 5.5000 6.5000]
    O: [9 10 11 8 13 12]
    E: [10.5000 10.5000 10.5000 10.5000 10.5000 10.5000]
```

说明： h=0(p值>0.05)故接受原假设，认为**事故**发**生与星期几无**关.

7. 两个总体一致性的检验 - 秩和检验

函数 ranksum

格式 p=ranksum(x,y,alpha) %x、y为两个总体的样本,可以不等长,alpha为显著性水平

[p,h]=ranksum(x,y,alpha) % h为检验结果,h=0表示X与Y的总体差别不显著h=1表示X与Y的总体差别显著

[p,h,stats]=ranksum(x,y,alpha) %stats中包括:ranksum为秩和统计量的值以及zval为过去计算p的正态统计量的值

说明 P为两个总体样本X和Y为一致的显著性概率,若P接近于0,则不一致较明显。

8. 两个总体中位数相等的假设检验
----- 符号秩检验

函数 **signrank**

格式 **p=signrank(X,Y,alpha)** %X、Y为两个总体的样本,长度必须相同,alpha为显著性水平,P两个样本X和Y的中位数相等的概率,p接近于0则可对原假设质疑.

[p,h]=signrank(X,Y,alpha) %h为检验结果:h=0表示X与Y的中位数差不显著,h=1表示X与Y的中位数之差显著.

[p,h,stats]=signrank(x,y,alpha) %stats中包括:signrank为符号秩统计量的值以及zval为过去计算p的正态统计量的值.

例 两个正态随机样本的中位数相等的假设检验

```
x=normrnd(0,1,20,1);
y=normrnd(0,2,20,1);
[p,h,stats]=signrank(x,y,0.05)

p =
    0.8813
h =
     0
stats =
          zval: -0.1493
    signedrank: 101
```

结果表明：h=0表示X与Y的中位数之差不显著

9. 两个总体中位数相等的假设检验 —— 符号检验

函数 signtest

格式 p=signtest(X,Y,alpha) % X、Y为两个总体的样本,长度必须相同,alpha为显著性水平,P两个样本X和Y的中位数相等的概率,p接近于0则可对原假设质疑.

[p,h]=signtest(X,Y,alpha) % h为检验结果:h=0表示X与Y的中位数之差不显著,h=1表示X与Y的中位数差显著.

[p,h,stats]=signtest(X,Y,alpha) % stats中sign为符号统计量的值

例　两个正态随机样本的中位数相等的假设检验

```
X=normrnd(0,1,20,1);
Y=normrnd(0,2,20,1);
[p,h,stats]=signtest(X,Y,0.05)
p =
    0.1153
h =
     0
stats =
    sign: 6
```

结果表明：h=0表示X与Y的中位数之差不显著

10. 正态分布的拟合优度测试

函数 jbtest

格式 H=jbtest(X) %对输入向量X进行Jarque-Bera测试,显著性水平为0.05.

H=jbtest(X,alpha) %在水平alpha而非5%下施行Jarque-Bera 测试,alpha在0和1之间.

[H,P,JBSTAT,CV]=jbtest(X,alpha) %P为接受假设的概率值,P越接近于0,则可以拒绝是正态分布的原假设:JBSTAT为测试统计量的值,CV为是否拒绝原假设的临界值.

说明 H为测试结果,若H=0,则可以认为X是服从正态分布的;若X=1,则可以否定X服从正态分布.X为大样本,对于小样本用lillietest函数.

例 调用MATLAB中关于汽车重量的数据,测试该数据是否服从正态分布?

```
load carsmall
[h,p,j,cv]=jbtest(Weight)
```

```
h =      1
p =    0.0321
j =    6.9594
cv =    5.4314
```

说明 p=3.21%表示应该拒绝服从正态分布的假设；h=1也可否定服从正态分布；统计量的值j = 6.9594大于接受假设的临界值cv =5.4314，因而拒绝假设(测试水平为5%)。

11. 正态分布的拟合优度测试

函数 **lillietest**

格式 **H=lillietest(X)** %对输入向量X进行Lilliefors测试,显著性水平为0.05.

H=lillietest(X,alpha) %在水平alpha而非5%下施行Lilliefors测试,alpha在0.01和0.2之间.

[H,P,LSTAT,CV]=lillietest(X,alpha) %P为接受假设的概率值,P越接近于0,则可以拒绝是正态分布的原假设;LSTAT为测试统计量的值,CV为是否拒绝原假设的临界值.

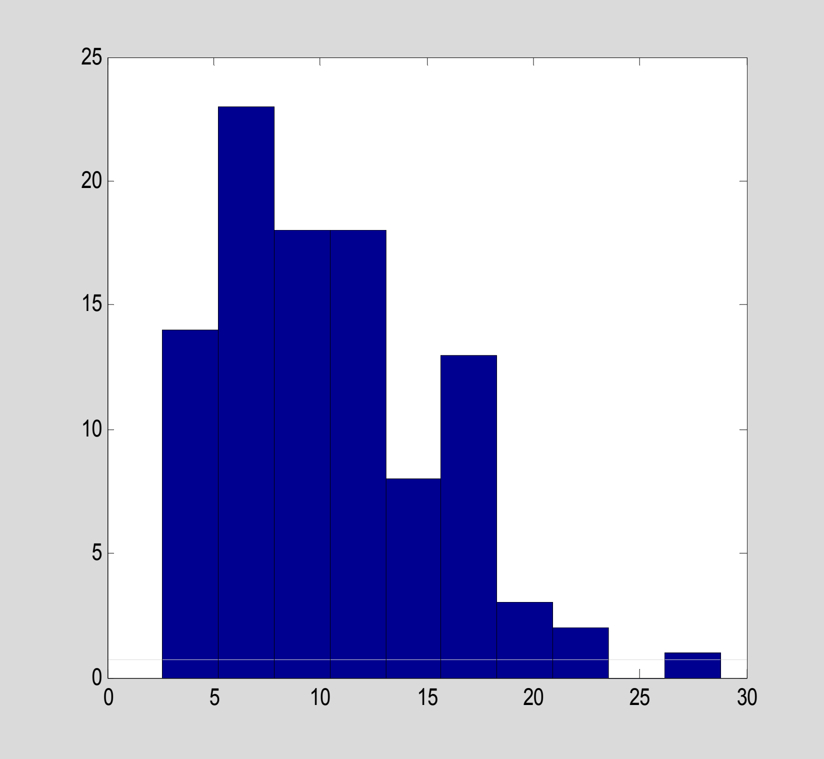
说明 H为测试结果,若H=0,则可以认为X是服从正态分布的;若H=1,则可以否定X服从正态分布.

例

```
Y=chi2rnd(10,100,1);
[h,p,l,cv]=lillietest(Y)
h =      1
p =     0.0086
l =     0.1050
cv =     0.0890
```

说明 h=1表示拒绝正态分布的假设;p =0.0086表示服从正态分布的概率很小;统计量的值l=0.1050大于接受假设的临界值cv =0.0890,因而拒绝假设(测试水平为5%).

```
hist(Y)
```



从图中看出，数据Y不服从正态分布。

12.单个样本分布的Kolmogorov-Smirnov测试

函数 **kstest**

格式 **H=kstest(X)** %测试向量X是否服从标准正态分布，测试水平为5%.

H=kstest(X,cdf) %指定累积分布函数为cdf的测试(cdf=[ ]时表示标准正态分布)，测试水平为5%

H=kstest(X,cdf,alpha) % alpha为指定测试水平

[H,P,KSSTAT,CV]=kstest(X,cdf,alpha) %P为原假设成立的概率，KSSTAT为测试统计量的值，CV为是否接受假设的临界值.

说明　原假设为X服从标准正态分布.若H=0则不能拒绝原假设，H=1则可以拒绝原假设.

例 产生100个威布尔随机数，测试该随机数服从的分布

```
x=weibrnd(1,2,100,1);
[H,p,ksstat,cv]=kstest(x,[x
weibcdf(x,1,2)],0.05)   %测试是否服从威布尔分布
H =      0
p =     0.7207
ksstat =     0.0678
cv =     0.1340
```

说明 H=0表示接受原假设，统计量ksstat小于临界值表示接受原假设。

```
[H,p,ksstat,cv]=kstest(x,[x expcdf(x,1)],0.05)
%测试是否服从指数分布
H =     1
p =  8.0240e-004
ksstat =    0.1955
cv =    0.1340
```

说明 H=1表明拒绝服从指数分布的假设.

```
[H,p,ksstat,cv]=kstest(x,[ ],0.05)  %测试是否服从标准正态分布
H =     1
p =  9.8857e-026
ksstat =    0.5335
cv =    0.1340
```

说明 H=1表明不服从标准正态分布.

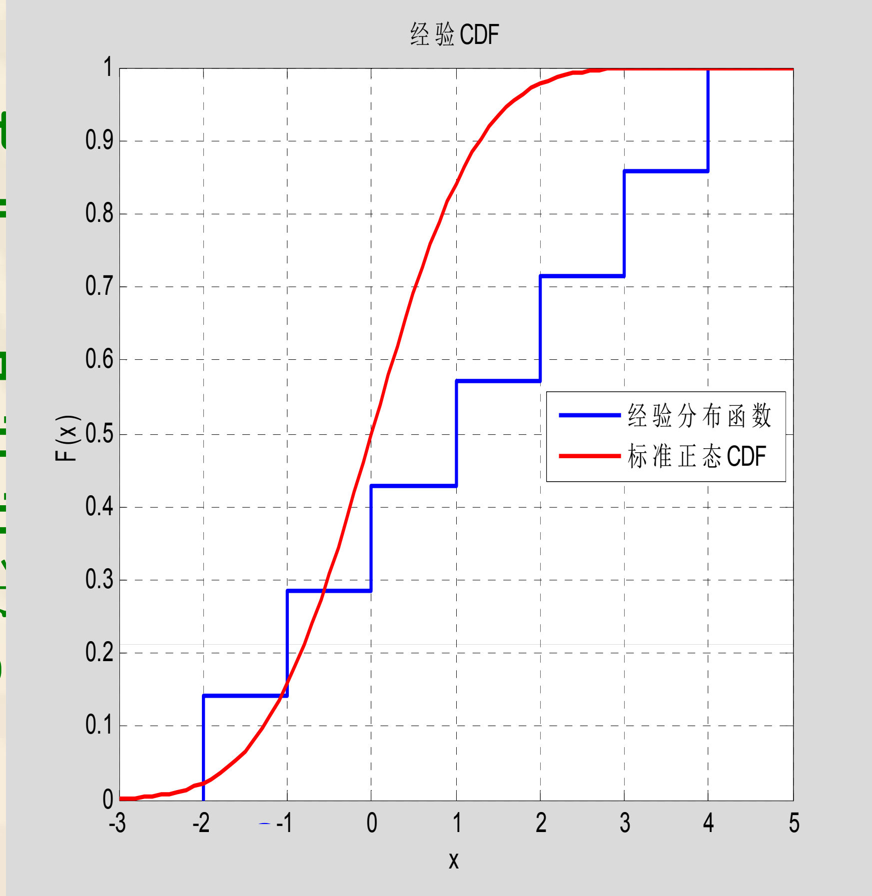
Klomogorov-Smirnov检验

Klomogorov-Smirnov检验是检验任意已知分布函数的一种有效的假设检验算法. MATLAB的统计学工具箱中提供了kstest函数实现该算法. 其调用格式如下：

```
h=kstest(X)
h=kstest(X,CDF)
h=kstest(X,CDF,alpha)
h=kstest(X,CDF,alpha,type)
[h,p,ksstat,cv]=kstest(…..)
```

例

```
clear all;
X=-2:1:4
[h,p,k,c]=kst
XX=-3:.1:5;F=
hold on
G=plot(XX,nor
set(F,'LineWi
set(G,'Linewi
legend('经验分                    ocation','East'
title('经验CD
```



p =0.1359
k =0.4128
c =0.4834

13. 两个样本具有相同的连续分布的假设检验

函数 kstest2

格式 H=kstest2(X1,X2) %测试向量X1与X2是具有相同的连续分布,测试水平为5%.

H=kstest2(X1,X2,alpha) % alpha为测试水平

[H,P,KSSTAT]=kstest(X,cdf,alpha) %与指定累积分布cdf相同的连续分布,P为假设成立的概率,

KSSTAT为测试统计量的值.

说明 原假设为具有相同连续分布.测试结果为H,若H=0,表示应接受原假设;若H=1,表示可以拒绝原假设.这是Kolmogorov-Smirnov测试方法.

例

```
x=-1:1:5;
 y=randn(20,1);
[h,p,k]=kstest2(x,y)
h =
     1
p =
    0.0219
k =
    0.6143
```

说明　h=1表示可以认为向量x与y的分布不相同, 相同的概率只有2.19%.

四、方 差 分 析

1. 单因素方差分析

单因素方差分析是比较两组或多组数据的均值，它返回原假设——均值相等的概率

函数 **anova1**

格式 **p=anova1(X)** %X的各列为彼此独立的样本观察值，其元素个数相同，p为各列均值相等的概率值，若p值接近于0，则原假设受到怀疑，说明至少有一列均值与其余列均值有明显不同.

p=anova1(X,group)%X和group为向量且group要与X对应

p=anova1(X,group,'displayopt ')%displayopt=on/off 表示显示与隐藏方差分析表图和盒图

[p,table]=anova1(…) %table为方差分析表

[p,table,stats]=anova1(…) %stats为分析结果的构造

说明

anova1函数产生两个图:标准的方差分析表图和盒图.

方差分析表中有6列:

第1列(source)显示:X中数据可变性的来源;

第2列(SS)显示:用于每一列的平方和;

第3列(df)显示:与每一种可变性来源有关的自由度;

第4列(MS)显示:是SS/df的比值;

第5列(F)显示:F统计量数值,它是MS的比率;

第6列显示:从F累积分布中得到的概率,当F增加时,p值减少.

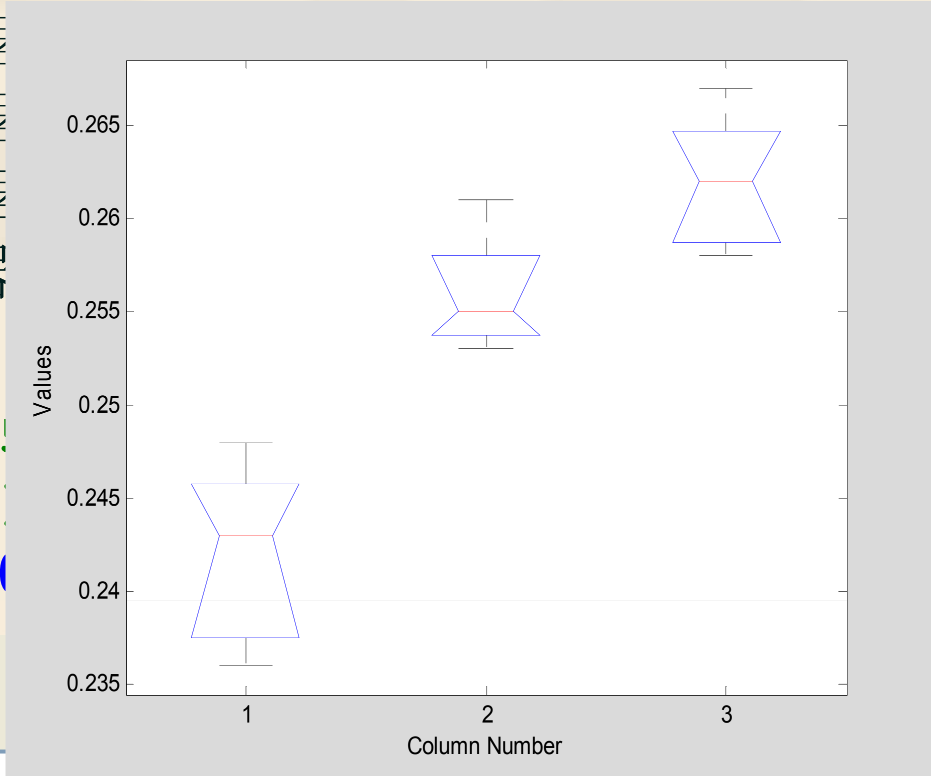
例 设有3台机器,用来生产规格相同的铝合金薄板.取样测量薄板的厚度,精确至‰厘米.得结果如下:

机 0.243

机 0.261

机 0.262

检验各台机器 差异?




```
X=[0.236 0 257 0.253
 0.255 0.2 0.267 0.262];
P=anova1(X')
```

P =1.3431e-0

able

Source	SS	df	MS	F	Prob>F
Columns	0.00105	2	0.00053	32.92	1.34305e-005
Error	0.00019	12	0.00002		
Total	0.00125	14			

例　建筑横梁强度的研究:3000磅力量作用在一英寸的横梁上来测量横梁的挠度，钢筋横梁的测试强度是:82 86 79 83 84 85 86 87;其余两种更贵的合金横梁强度测试为

合金1:　74　82　78　75　76　77

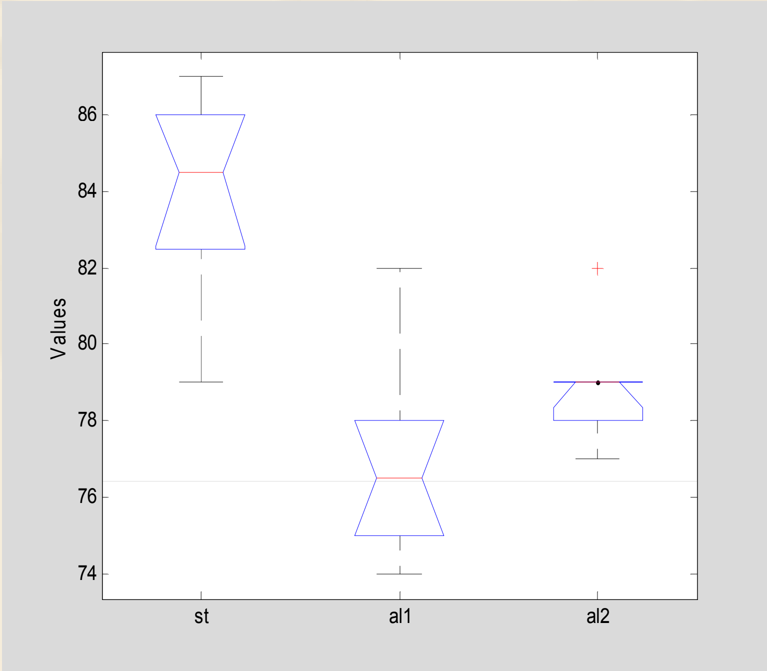
合金2:　79　79　77　78　82　79

检验这些合金强度有无明显差异？

解:

```
strength = [82 86 79 83 84 85 86 87 74 82 78 75
76 77 79 79 77 78 82 79];
alloy={'st','st','st','st','st','st','st','st',
'al1','al1','al1','al1','al1','al1','al2','al2'
,'al2','al2','al2','al2'};
[p,table,stats] = anova1(strength,alloy,'on')
```

```
p =1.5264e-004
table='Source‘ 'SS'    'df'  'MS'    'F‘    'Prob>F'
      'Groups‘[184.80]  [2]   [92.40] [15.4] [1.5264e-4]
    'Error’ [102.0000]  [17]  [ 6.0000]    []          []
    'Total‘ [286.8000]   [19]    []          []         []
stats =
    gnames: {3x1 cell}
         n: [8 6 6]
    source: 'anova1'
     means: [84 77 79]
        df: 17
         s: 2.4495
```



说明　p值(小于0.05)显示, 3种合金是明显不同的, 盒图显示钢横梁的挠度大于另两种合金横梁的挠度.

%fcdf(x, n_1, n_2):F分布函数CDF的调用命令，其中第一自由度为n_1,第二自由度为n_2的F分布累积分布函数值

p=1-fcdf(7.56,2,9)　　　　p =0.0118

Matlab统计箱提供单因素方差分析的函数anova1 ,调用格式为:

p=anoval1(X)

%返回H0(均值相等)成立概率值(接近0(小于alpha), 则拒绝H0)

p=anova1(X,group)

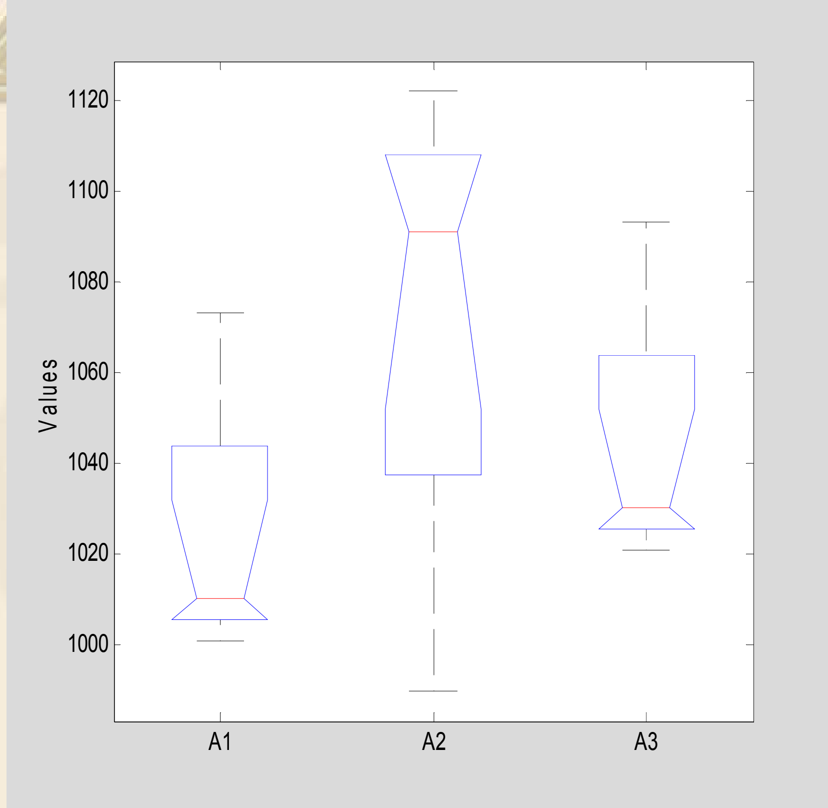
panova1(X,group,displayopt)

[p,table]anova1(…)

[p,table,stats]=anoval(…)

```
Y=[1073 1107 1093;1009 1092 1029;1060 990 1080;1001 1109 1021;1002 1090 1022;1012 1074 1032;1009 1122 1029;1028 1001 1048];
alloy={'A1','A1','A1','A1','A1','A1','A1','A1','A2','A2','A2','A2','A2','A2','A2','A2','A3','A3','A3','A3','A3','A3','A3','A3'};[p,table,stats]=anova1(Y,alloy)
```

```
p =0.0454
'Source‘ 'SS'             'df‘ 'MS'             'F'      'Prob>F‘
'Groups‘ [9.6601e+003] [ 2] [4.8300e+003] [3.5948] [0.0454]
'Error'  [2.8216e+004] [21] [1.3436e+003]     []       []
'Total‘ [3.7876e+004]  [23]         []        []       []
stats =
    gnames: {3x1 cell}
         n: [8 8 8]
    source: 'anova1'
     means: [1.0243e+003 1.0731e+003 1.0443e+003]
        df: 21
         s: 36.6553
```



结果分析

由于得出和概率值p值(0.0454)<alpha(0.05),故应该拒绝给定的原假设H0，认为三种饲料的增肥作用有明显的差别.从盒式图可以看出,第1种（A1水平）饲料显然低于第2种（A2水平）,其均值的估计值分别为:1.0243e+003 1.0731e+003 1.0443e+003

标准差的估计值为:36.6553

计算各水平均值的置信区间公式的程序实现

在方差分析结果（即拒绝原假设）情形下的实现程序如下：

调用方差分析和各水平均值mu的1-alpha的置信区间公式（见教材 P377 8.1.23）即

$$(\overline{Y}_{u\cdot} - \overline{Y}_{v\cdot} \pm \Delta_{uv}) \qquad \Delta_{uv} = t_{1-0.5\alpha}(n-r)\sqrt{\frac{S_E}{n-r}\left(\frac{1}{n_u} - \frac{1}{n_v}\right)}$$

t分位数的计算公式调用命令：tinv(1-alpha,n) n为自由度

```
clear all; close;
muhat=[1.0243e+003 1.0731e+003 1.0443e+003];
                    %各水平的均值估计值，由第一问实现
sigmahat=36.6553; %各水平的同方差估计值，由第一问实现
mi=[8 8 8]; %各水平下的试验次数
for i=1:3     %求各水平的均值置信区间（3个置信水平）
  muci_L(i)=muhat(i)-sigmahat*tinv(0.975,21)/sqrt(mi(i));
                   %对应均值的置信下限
  muci_U(i)=muhat(i)+sigmahat*tinv(0.975,21)/sqrt(mi(i));
                   %对应均值的置信上限
end
muci_L   %输出各水平均值对应的置信下限
muci_U   %输出各水平均值对应的置信上限
```

```
muci_L =
  1.0e+003 *
    0.9973    1.0461    1.0173
muci_U =
  1.0e+003 *
    1.0513    1.1001    1.0713
```

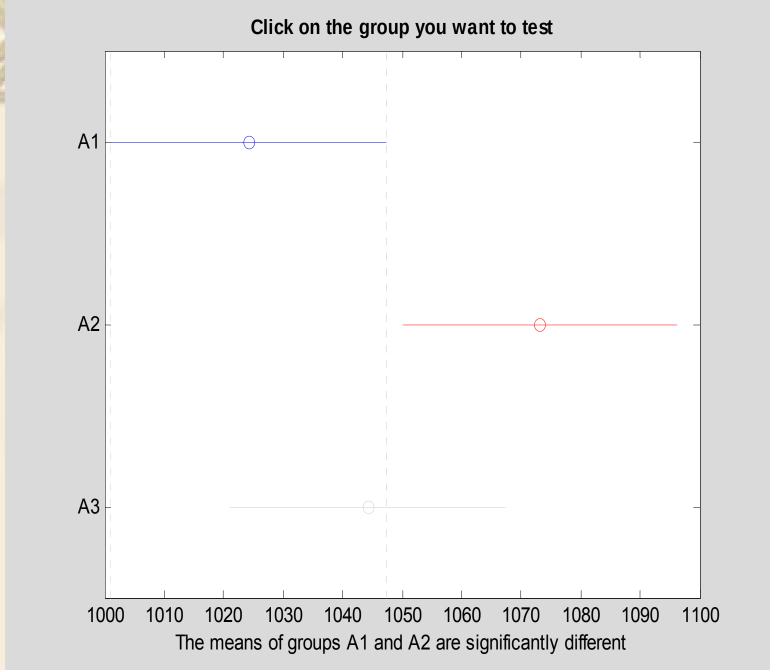
拟将对上题同时给出否定原则假设情形下,各均值差的置信区间估计（多重比较）

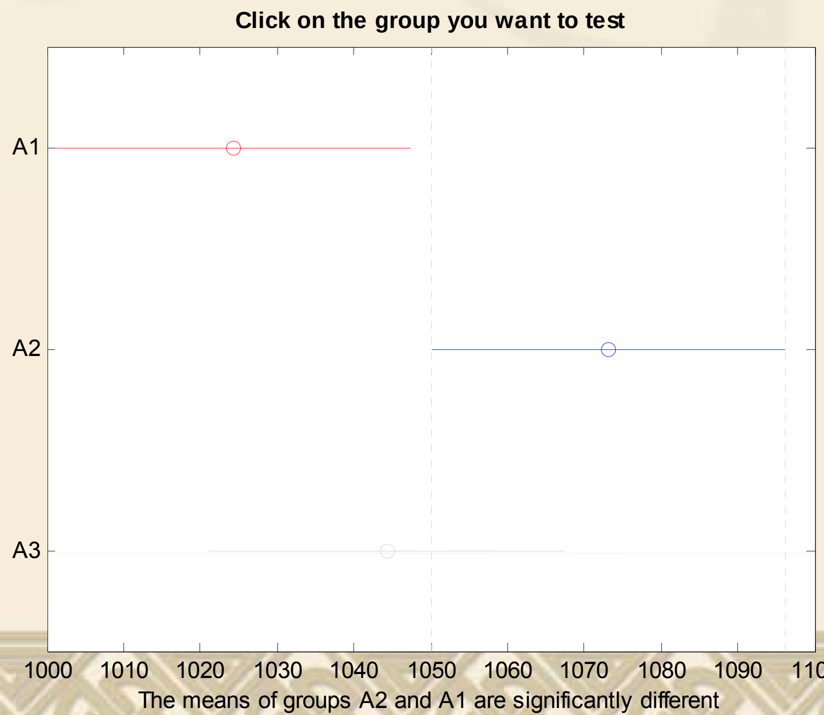
教材 P383 多重比较 效应差的置信区间 例题 8.2.1

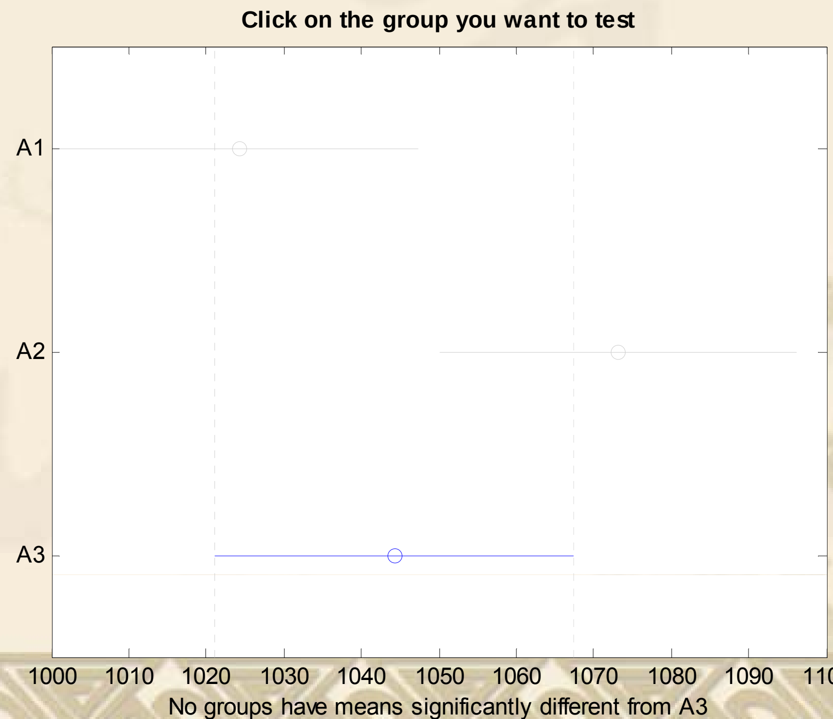
%[muhat,sigmahat,muci,sigmaci] = normfit(X, ALPHA): 返回水平α的期望、方差值和置信区间

%c=multcompare(stats)   %根据结构变量体stats中的信息进行多重比较，返回两两比较的结果矩阵

```
clear all; close all;
Y=[1073 1107 1093;1009 1092 1029;1060 990 1080;1001
1109 1021;1002 1090 1022;1012 1074 1032;1009 1122
1029;1028 1001 1048];
alloy={'A1','A1','A1','A1','A1','A1','A1','A1','A2','A2','
A2','A2','A2','A2','A2','A2','A3','A3','A3','A3','A3','A3'
,'A3','A3'};
[p,table,stats]=anova1(Y,alloy)
c=multcompare(stats)%根据结构变量体stats中的信息进行多重比较,
                    返回两两比较的结果矩阵
p =    0.0454
'Source‘ 'SS'            'df'  'MS'            'F'       'Prob>F‘
'Groups‘ [9.6601e+003][ 2] [4.8300e+003][3.5948]  [0.0454]
'Error‘  [2.8216e+004][21] [1.3436e+003]       []         []
'Total'  [3.7876e+004][23]             []      []         []
stats = gnames: {3x1 cell}  n: [8 8 8]  source: 'anova1'
     means: [1.0243e+003 1.0731e+003 1.0443e+003]
        df: 21       s: 36.6553
c = 1.0000    2.0000  -95.0712  -48.8750   -2.6788
    1.0000    3.0000  -66.1962  -20.0000   26.1962
    2.0000    3.0000  -17.3212   28.8750   75.0712
```


Click on the group you want to test
A1
A2
A3
1000 1010 1020 1030 1040 1050 1060 1070 1080 1090 1100
The means of groups A1 and A2 are significantly different


Click on the group you want to test
A1
A2
A3
1000 1010 1020 1030 1040 1050 1060 1070 1080 1090 1100
The means of groups A2 and A1 are significantly different

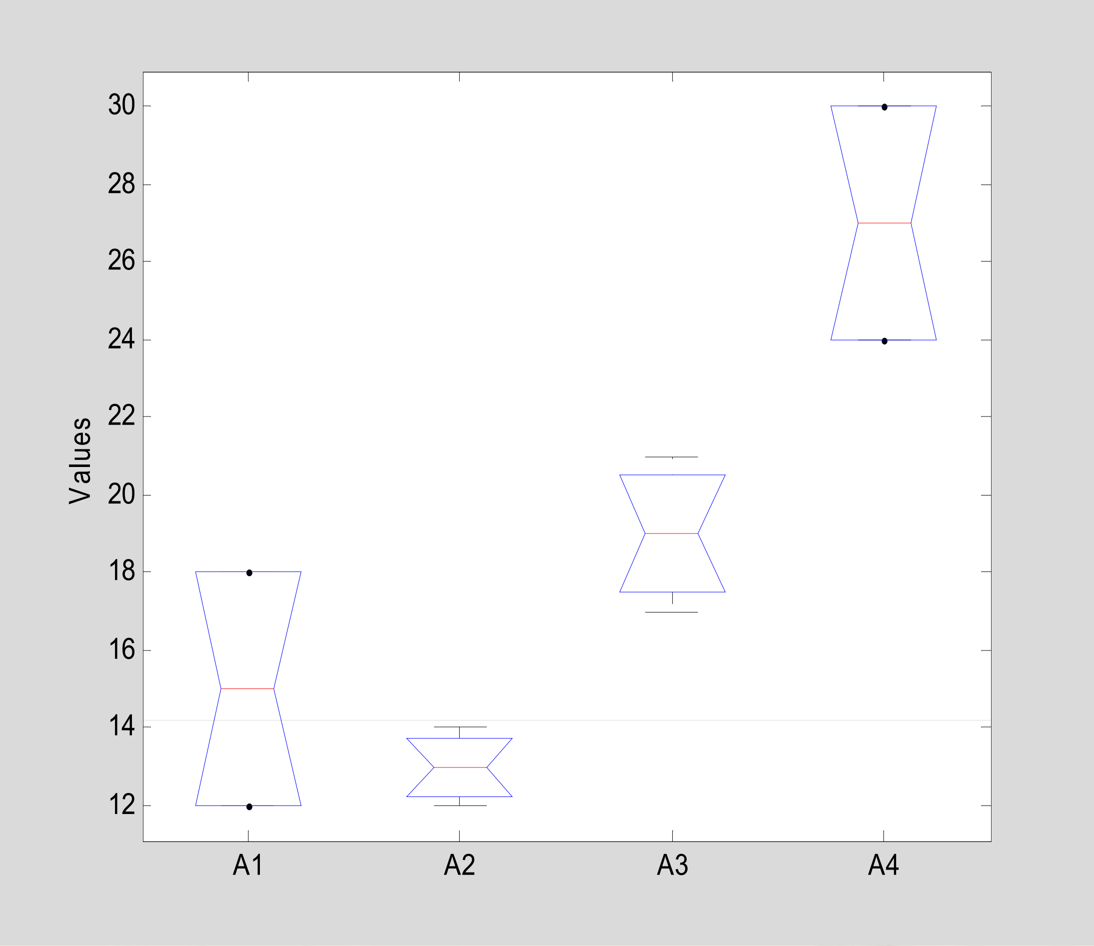

Click on the group you want to test
A1
A2
A3
1000 1010 1020 1030 1040 1050 1060 1070 1080 1090 1100
No groups have means significantly different from A3

结论:mu1-mu2　在0的左边,所以我们可能以概率95%认为mu1小于mu2,其他两个区间均包含0点,统计上可以认为在alpha=0.05条件下无显著差异.

注:交互式图形,可以通过鼠标单击的方式进行两两比较检验(见上下两图).该交互式图形上用一个符号(圆圈)标出每组的组均值,用一条线段标出了每组的组均值置信区间.如果某两条线段不相交,即没有重叠部分,则说明这两个组的组均值之间的差异是显著的(本题三组之间均无重叠部分,即三组之间的差异是显著的);如果某两条线段有重叠部分,则说明这两个组的组均值之间的差异是不显著的.也可以用鼠标在图上任意选一组,选中的组以及与选中的组差异显著的其他组均用高亮显示,选中的组用蓝色显示,与选中的组差异显著的有显著差异;下图2是A2(蓝色 选中的组)与A1(红色)是显著差异的;下图3是A3(蓝色 选中的组)没有与它显著异的)

```
clear all; close all;
Y=[12 14 19 24 18 12 17 30 13 21];
alloy={'A1' 'A2' 'A3' 'A4' 'A1' 'A2' 'A3' 'A4' 'A2' 'A3'};
[p,table,stats]=anova1(Y,alloy)
```

```
p =
    0.0071
table =
    'Source'   'SS'    'df'   'MS'      'F'         'Prob>F'
    'Groups'   [258]   [ 3]   [86]      [11.2174]   [0.0071]
    'Error'    [ 46]   [ 6]   [7.6667]  []          []
    'Total'    [304]   [ 9]   []        []          []
stats =
    gnames: {4x1 cell}
         n: [2 3 3 2]
    source: 'anova1'
     means: [15 13 19 27]
        df: 6
         s: 2.7689
```



结果分析 由于得出和概率值p值(0.0071)<alpha(0.05), 故应该拒绝给定的原假设H0,认为四种新包装的销售效果有明显的差别.从盒式图可以看出,第2种(A2水平)饲料明显低于第4种(A4水平),其均值的估计值分别为:15 13 19 27 标准差的估计值为:2.7689

在方差分析结果(即拒绝原假设)情形下的实现程序如下：

$$(\overline{Y}_{u\cdot}-\overline{Y}_{v\cdot}\pm\Delta_{uv}) \qquad \Delta_{uv}=t_{1-0.5\alpha}(n-r)\sqrt{\frac{S_E}{n-r}(\frac{1}{n_u}-\frac{1}{n_v})}$$

```
muhat=[15 13 19 27]; %各水平的均值估计值，由第一问实现
sigmahat=2.7689;     %各水平的同方差估计值，由第一问实现
mi=[2 3 3 2];    %各水平下的试验次数
for i=1:4        %求各水平的均值置信区间（3个置信水平）
muci_L(i)=muhat(i)-sigmahat*tinv(0.975,6)/sqrt(mi(i)); %对应置信下限
muci_U(i)=muhat(i)+sigmahat*tinv(0.975,6)/sqrt(mi(i)); %对应置信上限
end
muci_L    %输出各水平均值对应的置信下限
muci_U    %输出各水平均值对应的置信上限
```

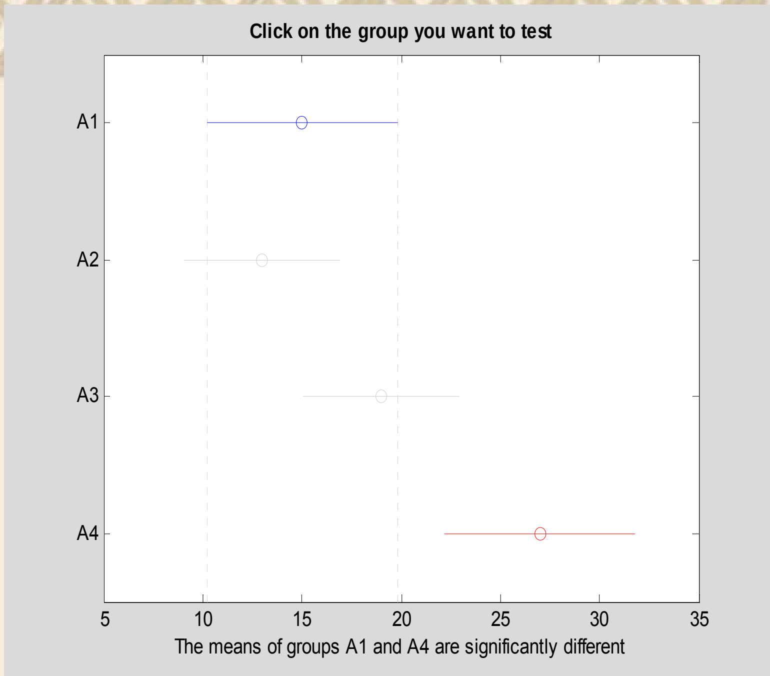
```
muci_L =   10.2092    9.0883   15.0883   22.2092
muci_U =   19.7908   16.9117   22.9117   31.7908
```

类似上例：拟将对教材例题8.1.4在否定原则假设情形下，各均值差的置信区间估计(P386 例8.2.3)

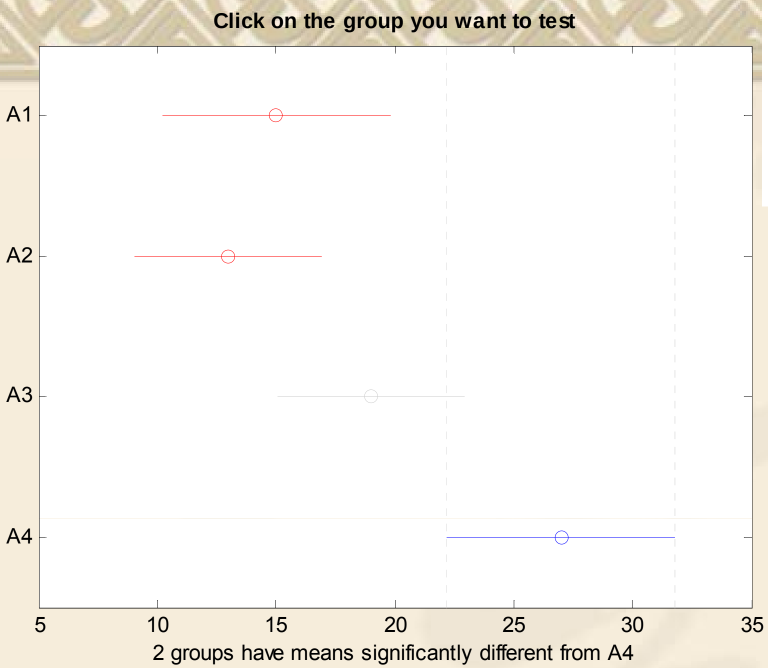
%c=multcompare(stats)　　%根据结构变量体stats中的信息进行多重比较,返回两两比较的结果矩阵

```
Y=[12 14 19 24 18 12 17 30 13 21];
alloy={'A1' 'A2' 'A3' 'A4' 'A1' 'A2' 'A3' 'A4' 'A2' 'A3'};
[p,table,stats]=anova1(Y,alloy)
c=multcompare(stats)
    %根据结构变量体stats中的信息进行多重比较，返回两两比较的结果矩阵
```

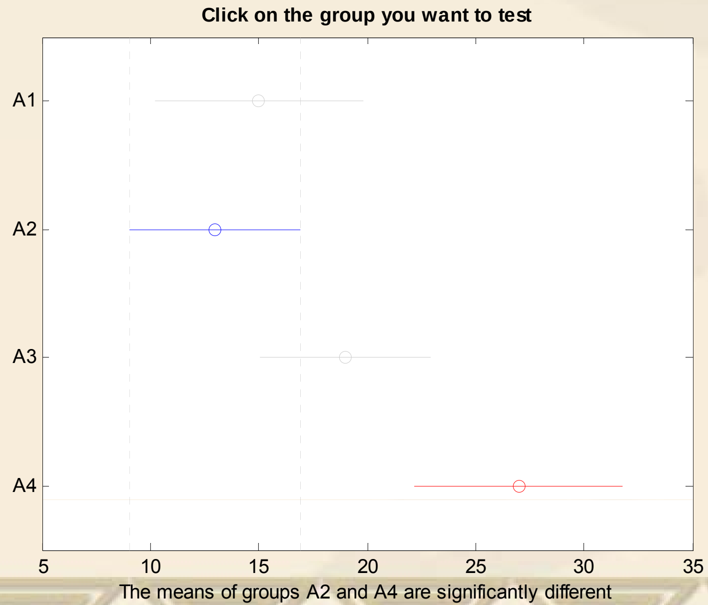
```
p =
    0.0071
table =
    'Source‘  'SS'     'df‘    'MS'        'F'          'Prob>F'
    'Groups'  [258]    [ 3]    [    86]    [11.2174]    [0.0071]
    'Error'   [ 46]    [ 6]    [7.6667]           []          []
    'Total'   [304]    [ 9]          []           []          []
stats =
    gnames: {4x1 cell}
         n: [2 3 3 2]
    source: 'anova1'
     means: [15 13 19 27]
        df: 6
         s: 2.7689
c =
    1.0000    2.0000   -6.7499    2.0000   10.7499
    1.0000    3.0000  -12.7499   -4.0000    4.7499
    1.0000    4.0000  -21.5850  -12.0000   -2.4150
    2.0000    3.0000  -13.8262   -6.0000    1.8262
    2.0000    4.0000  -22.7499  -14.0000   -5.2501
    3.0000    4.0000  -16.7499   -8.0000    0.7499
```



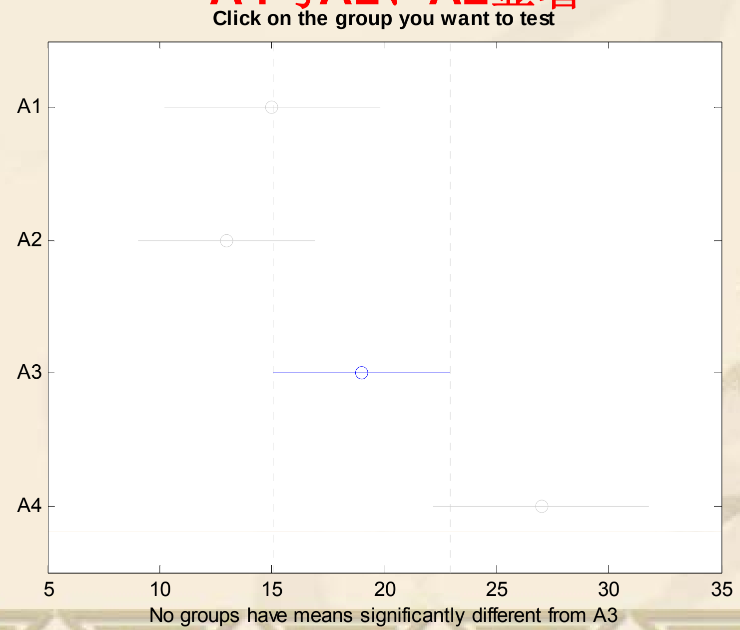
A1与A4显著



A4与A1、A2显著



A2与A4显著



没有与A3显著的

单因素方差分析

其他习题解答见文档

2. 双因素方差分析

函数　anova2

格式　p = anova2(X, reps)

p = anova2(X, reps, 'displayopt')

[p, table] = anova2(…)

[p, table, stats] = anova2(…)

说明　执行平衡的双因素试验的方差分析来比较X中两个或多个列(行)的均值，不同列的数据表示因素A的差异，不同行的数据表示另一因素B的差异. 如果行列对有多于一个的观察点，则变量reps指出每一单元观察点的数目，每一单元包含reps行，如：reps=2

$$
\begin{array}{cc}
\begin{array}{cc} A=1 & A=2 \end{array} & \\
\left[\begin{array}{cc}
x_{111} & x_{112} \\
x_{121} & x_{122} \\
x_{211} & x_{212} \\
x_{221} & x_{222} \\
x_{311} & x_{312} \\
x_{321} & x_{322}
\end{array}\right] &
\begin{array}{l}
\}B=1 \\
\\
\}B=2 \\
\\
\}B=3 \\
\\
\end{array}
\end{array}
$$

其余参数与单因素方差分析参数相似

例　一火箭使用了4种燃料，3种推进器作射程试验，每种燃料与每种推进器的组合各发射火箭2次，得到结果如下：

推进器（B）		B1	B2	B3
	A1	58.2000	56.2000	65.3000
		52.6000	41.2000	60.8000
	A2	49.1000	54.1000	51.6000
燃料A		42.8000	50.5000	48.4000
	A3	60.1000	70.9000	39.2000
		58.3000	73.2000	40.7000
	A4	75.8000	58.2000	48.7000
		71.5000	51.0000	41.4000

考察推进器和燃料这两个因素对射程是否有显著的影响？

```
X=[58.2000    56.2000    65.3000
   52.6000    41.2000    60.8000
   49.1000    54.1000    51.6000
   42.8000    50.5000    48.4000
   60.1000    70.9000    39.2000
   58.3000    73.2000    40.7000
   75.8000    58.2000    48.7000
   71.5000    51.0000    41.4000];
P=anova2(X,2)
```

```
P =  0.0035    0.0260    0.0001
```

ANOVA Table

Source	SS	df	MS	F	Prob>F
Columns	370.98	2	185.49	9.39	0.0035
Rows	261.68	3	87.225	4.42	0.026
Interaction	1768.69	6	294.782	14.93	0.0001
Error	236.95	12	19.746		
Total	2638.3	23			

3．方差分析的具体案例分析

（参见交通问题研究多路段车流数据的方差分析）

Thanks for your attention