3.平面任意力系简化结果的讨论

（1）$F'_R=0$，而$M_O\neq0$，原力系合成为力偶。

这时力系主矩M_O不随简化中心位置而变。

（2）$M_O=0$，而$F'_R\neq0$，原力系合成为一个力。

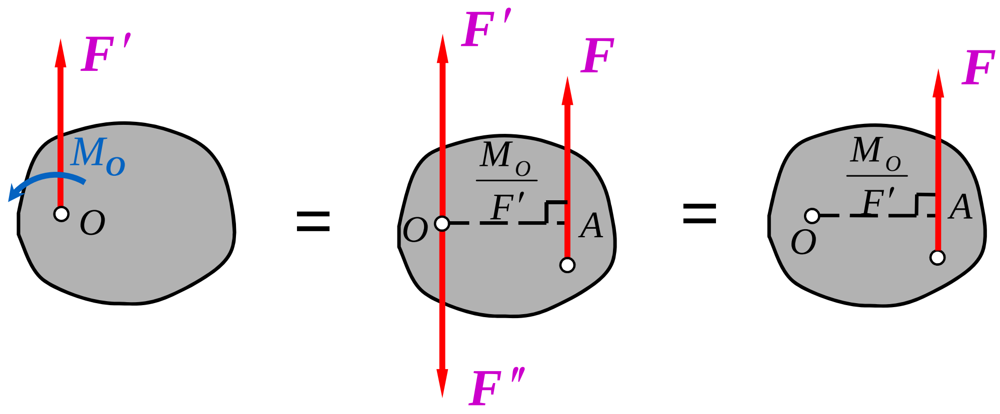
作用于点O的力F'就是原力系的合力。

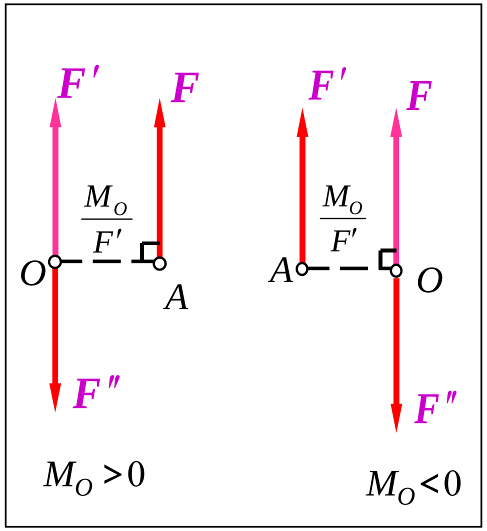
（3）$F'_R\neq0$，$M_O\neq0$，原力系简化成一个力偶和一个作用于点O的力。

$F' \neq 0$，$M_O \neq 0$，原力系简化成一个力偶和一个作用于点O的力，这时力系也可合成为一个力。

$$\boldsymbol{F}' = -\boldsymbol{F}'' = \boldsymbol{F}$$

$$AO = \frac{M_O}{F'} = \frac{\sum M_O(\boldsymbol{F})}{F'}$$





至于点A在主矢F'的那一边，则与主矩M_O的正负有关。下面列出二种可能性。

(4) $F'_R=0$，而$M_O=0$，原力系平衡。

综上所述，可见：

- 平面任意力系如不自成平衡，则当主矢$F'_R \neq 0$，该力系合成为一个力。
- 平面任意力系如不自成平衡，则当主矢$F'_R = 0$，该力系合成为一个力偶。

4. 合力矩定理（伐里农定理）

平面力系的合力对作用面内任一点的矩，等于这力系中的各力对同一点的矩的代数和。

表达式： $M_O(\boldsymbol{F}_\mathrm{R})=\sum M_O(\boldsymbol{F}_i)$

- **力矩的解析表达式**

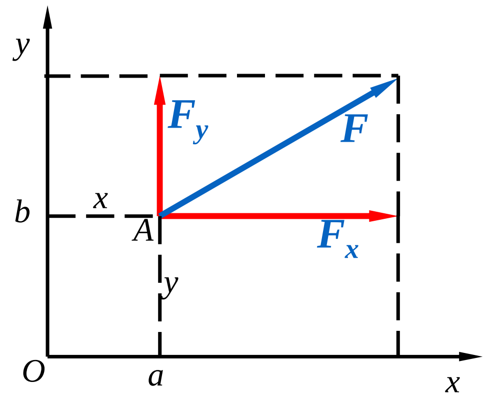
*F*对原点*O*的力矩的解析表达式：$M_O(F) = xF_y - yF_x$

证明： $M_O(\boldsymbol{F})=\sum M_O(\boldsymbol{F}_x)+\sum M_O(\boldsymbol{F}_y)$

$$M_O(\boldsymbol{F}_x)=\pm Ob\cdot|\boldsymbol{F}_x| = -y\boldsymbol{F}_x$$

$$M_O(\boldsymbol{F}_y)=\pm Oa\cdot|\boldsymbol{F}_y| = x\boldsymbol{F}_y$$

$$M_O(F) = xF_y - yF_x$$



例题1 **在长方形平板的**O，A，B，C**点上分别作用着有四个力：**F_1=1 kN，F_2=2 kN，F_3=F_4=3 kN（**如图**），**试求以上四个力构成的力系对点**O**的简化结果，以及该力系的最后的合成结果。**

解：取坐标系Oxy。

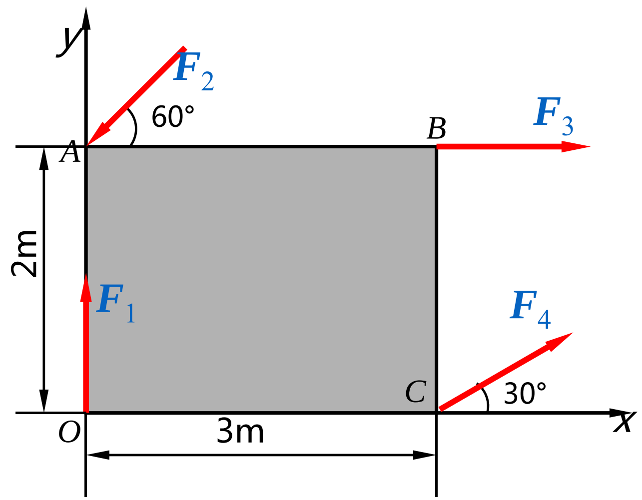
1、求向O点简化结果。

- **求主矢**F'_R。

$$F'_{Rx}=\sum F_x$$

$$=-F_2\cos 60^\circ+F_3+F_4\cos 30^\circ$$

$$=0.598$$



$$F'_{Ry} = \sum F_y = F_1 - F_2 \sin 60° + F_4 \sin 30°$$
$$= 0.768$$

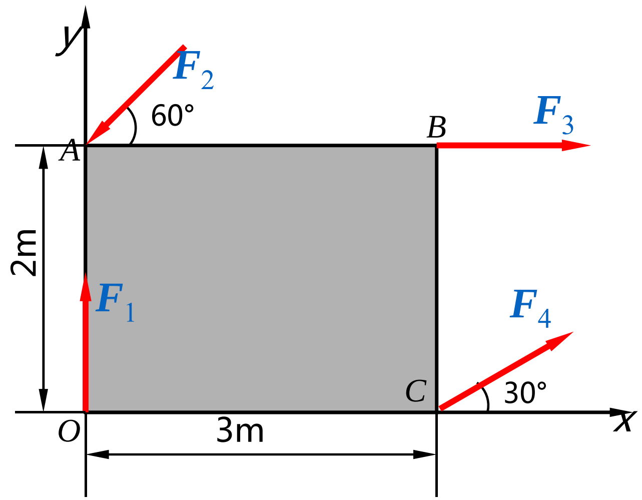
$$F'_R = \sqrt{F'^2_{Rx} + F'^2_{Ry}} = 0.794$$

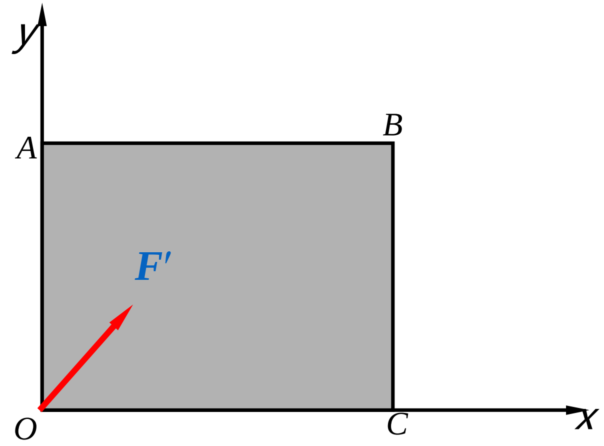
$$\cos(\boldsymbol{F}'_R, x) = \frac{F'_{Rx}}{F'_R} = 0.614$$

$$\Rightarrow \angle(\boldsymbol{F}', x) = 52°6'$$

$$\cos(\boldsymbol{F}'_R, y) = \frac{F'_{Ry}}{F'_R} = 0.789$$

$$\Rightarrow \angle(\boldsymbol{F}', y) = 37°54'$$

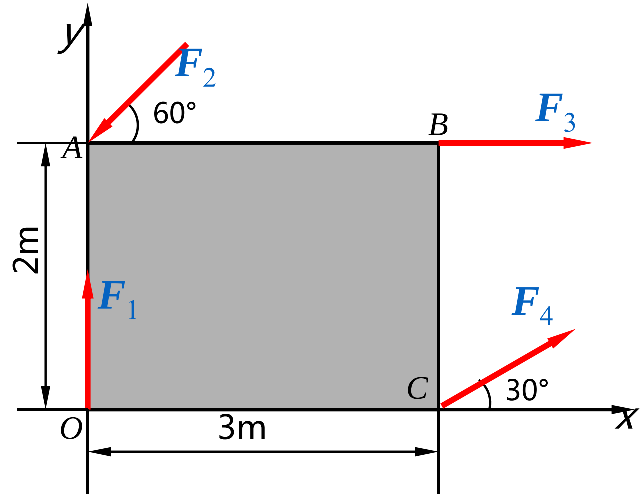




● **求主矩。**

$$M_O=\sum M_O(\boldsymbol{F}_i)$$

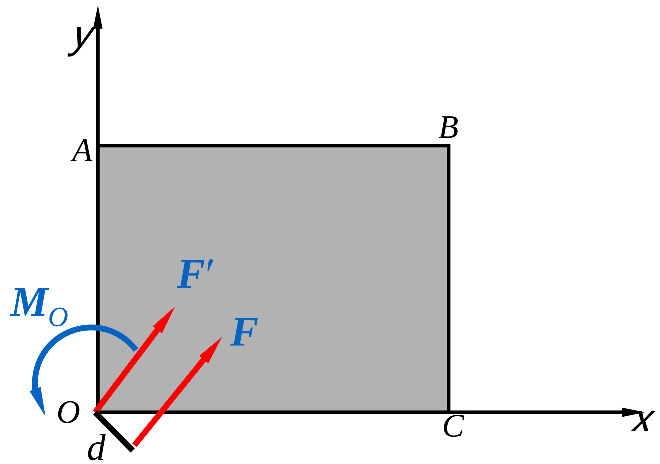
$$=2F_2\cos60°-2F_3+3F_4\sin30°=0.5$$



2. 求合成结果。

合成为一个合力F，F的大小、方向与F'_R相同。其作用线与O点的垂直距离为

$$d=\frac{M_O}{F'_R}=0.63\ \ \mathrm{m}$$



谢 谢！