

# 第七章

# 刚体的基本运动

西北工业大学

主讲：张娟





# 7.1 刚体的平移



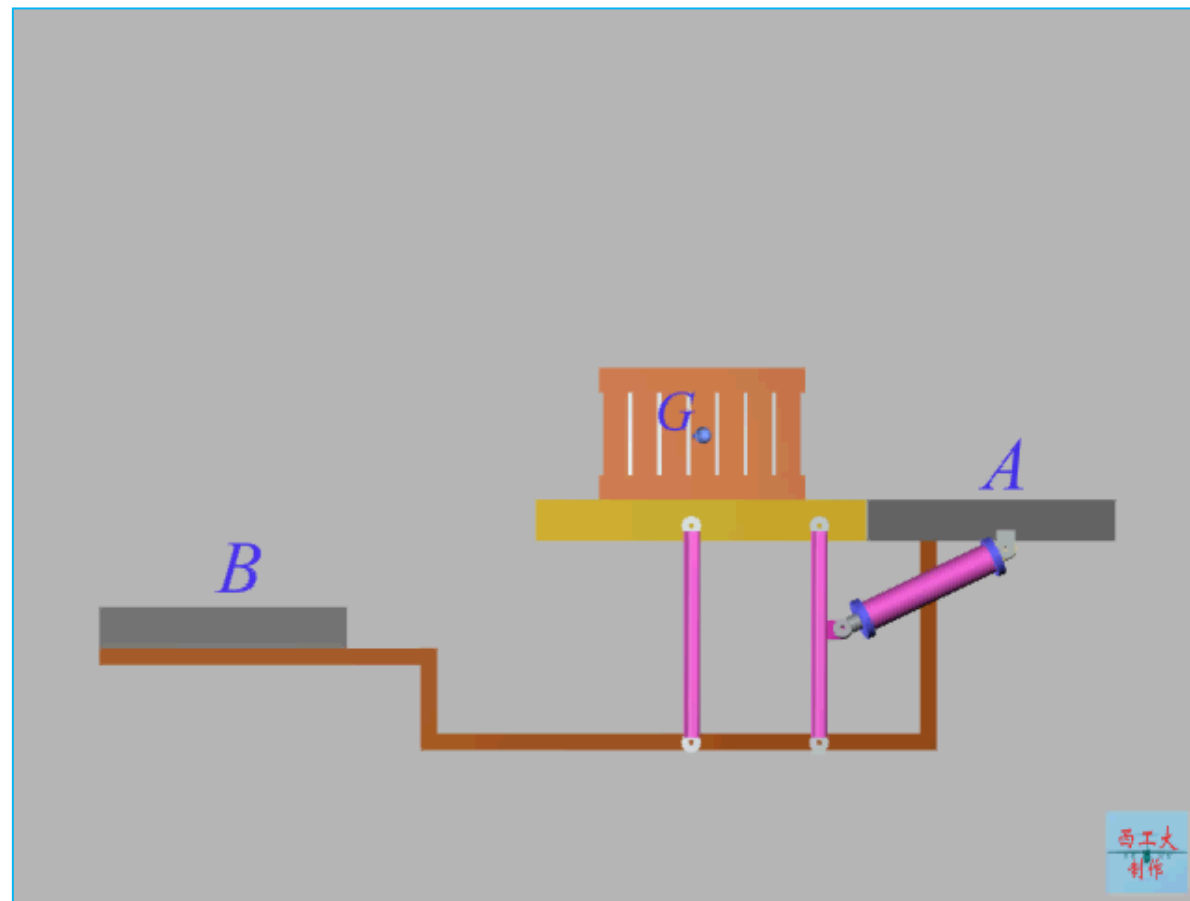
刚体的两种最简单的运动是**平移和定轴转动**。以后可以看到，刚体的更复杂的运动可以看成由这两种运动的合成。因此，这两种运动也称为**刚体的基本运动**。

### 1. 刚体的平移

在运动过程中，刚体上任意一条直线的方向都保持不变。具有这种特征的刚体运动，称为刚体的**平行移动**，简称为**平移**。



## 平移的实例



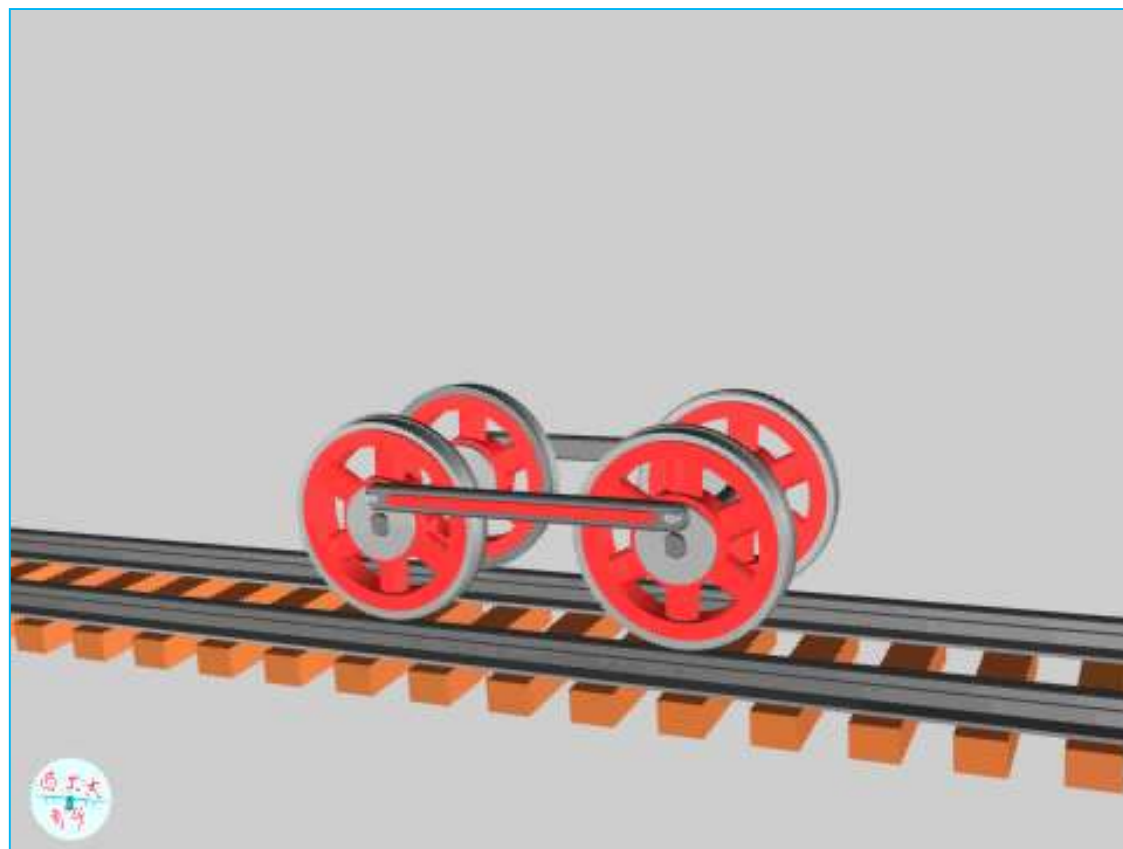


## 平移的实例





## 平移的实例





## 2. 平移的特点

**定理** 当刚体作平移时，体内所有各点的轨迹形状完全相同，而且在每一瞬时，刚体各点的速度相等，各点的加速度也相等。

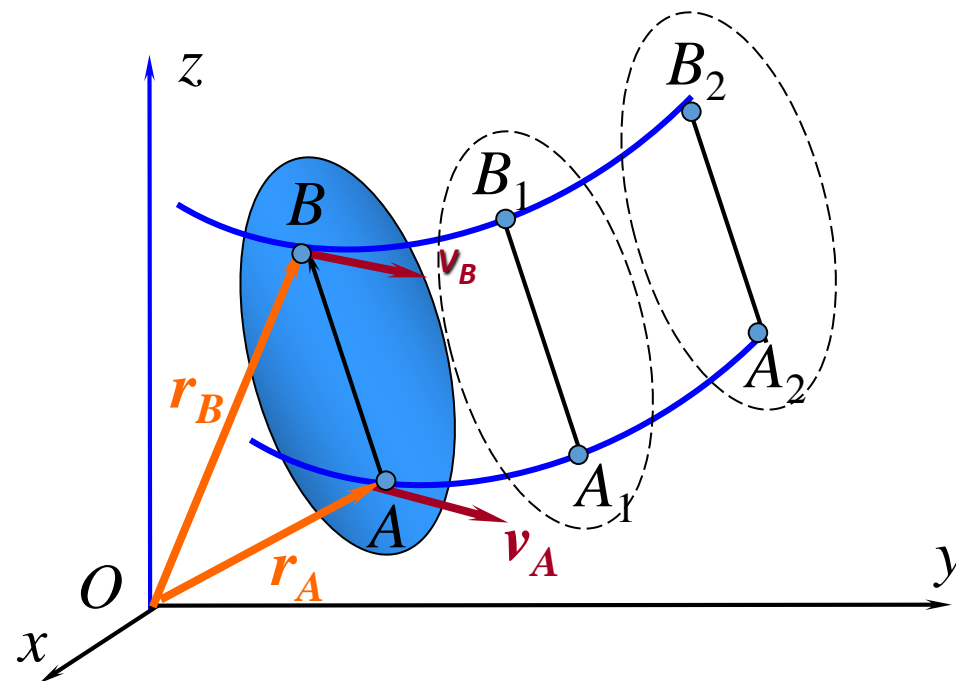
**证明：**

$$\mathbf{r}_B = \mathbf{r}_A + \mathbf{AB}$$

### ◆速度

刚体平移时，刚体内任一线段  $AB$  的长度和方向都保持不变。

因而 
$$\frac{d}{dt} \mathbf{AB} = 0$$





故  $\frac{d\mathbf{r}_B}{dt} = \frac{d\mathbf{r}_A}{dt}$  或  $\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_A$

### ◆ 加速度

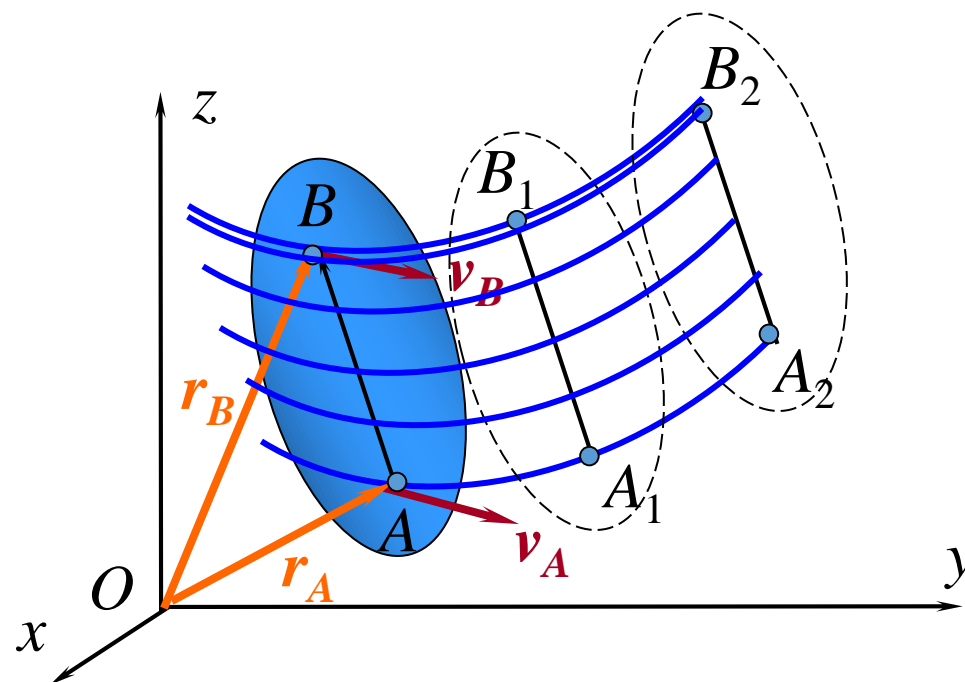
上式再对时间 $t$ 求导一次，即得

$$\mathbf{a}_B = \mathbf{a}_A$$

即，在每一瞬时，平移刚体内任意两点的速度和加速度分别相等。

### ◆ 轨迹

并且刚体内所有各点的轨迹形状完全相同。







由上述定理可见，当刚体作平移时，只须给出刚体内任意一点的运动，就可以完全确定整个刚体的运动。这样，刚体平移问题就可看为点的运动问题来处理。

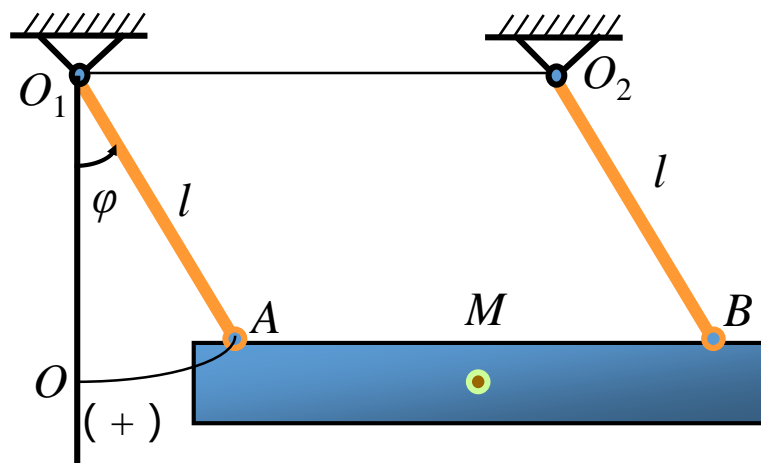


**综上所述，可以得出刚体平移的特点：**

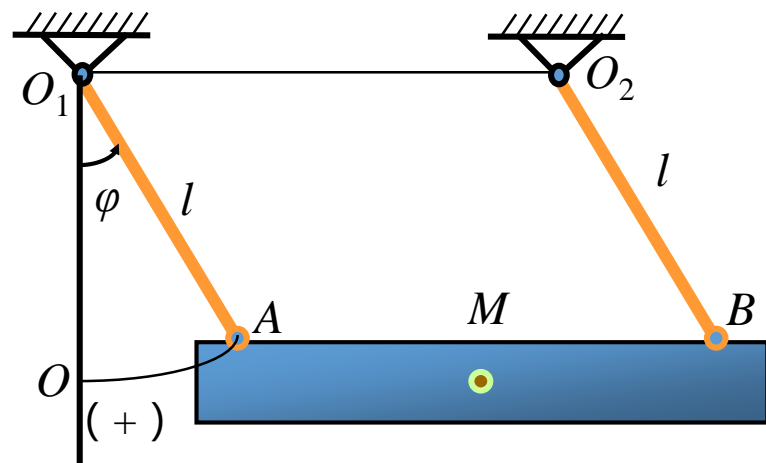
**刚体上的各点具有形状相同的运动轨迹。**

**刚体上的各点在某一瞬时具有相同的速度和加速度。**

**刚体**平移时的运动分析可以简化为其上任意一点(一般取为质心)的运动分析。



**例题1** 荡木用两条等长的钢索平行吊起，如图所示。钢索长为长 $l$ ，度单位为 $m$ 。当荡木摆动时钢索的摆动规律为 $\varphi = \varphi_0 \sin \frac{\pi}{4} t$ ，其中 $t$ 为时间，单位为 $s$ ；转角 $\varphi_0$ 的单位为 $rad$ 。试求当 $t=0$ 和 $t=2\ s$ 时，荡木的中点 $M$ 的速度和加速度。



**解：** 荡木作平移。

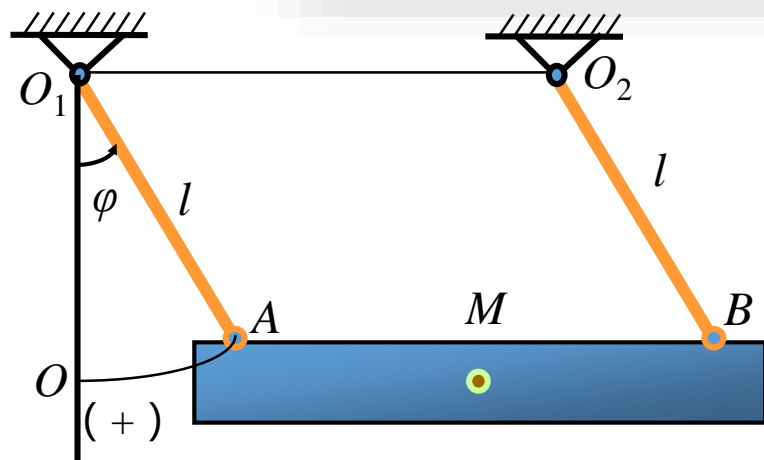
$$v_M = v_A \quad a_M = a_A$$

点A在圆弧上运动，圆弧的半径为 $l$ 。如以最低点O为起点，规定弧坐标 $s$ 向右为正，则A点的运动方程为

$$s = \varphi_0 l \sin \frac{\pi}{4} t$$

将上式对时间求导，得A点的速度

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{\pi}{4} l \varphi_0 \cos \frac{\pi}{4} t$$



### 再求一次导，得A点的切向加速度

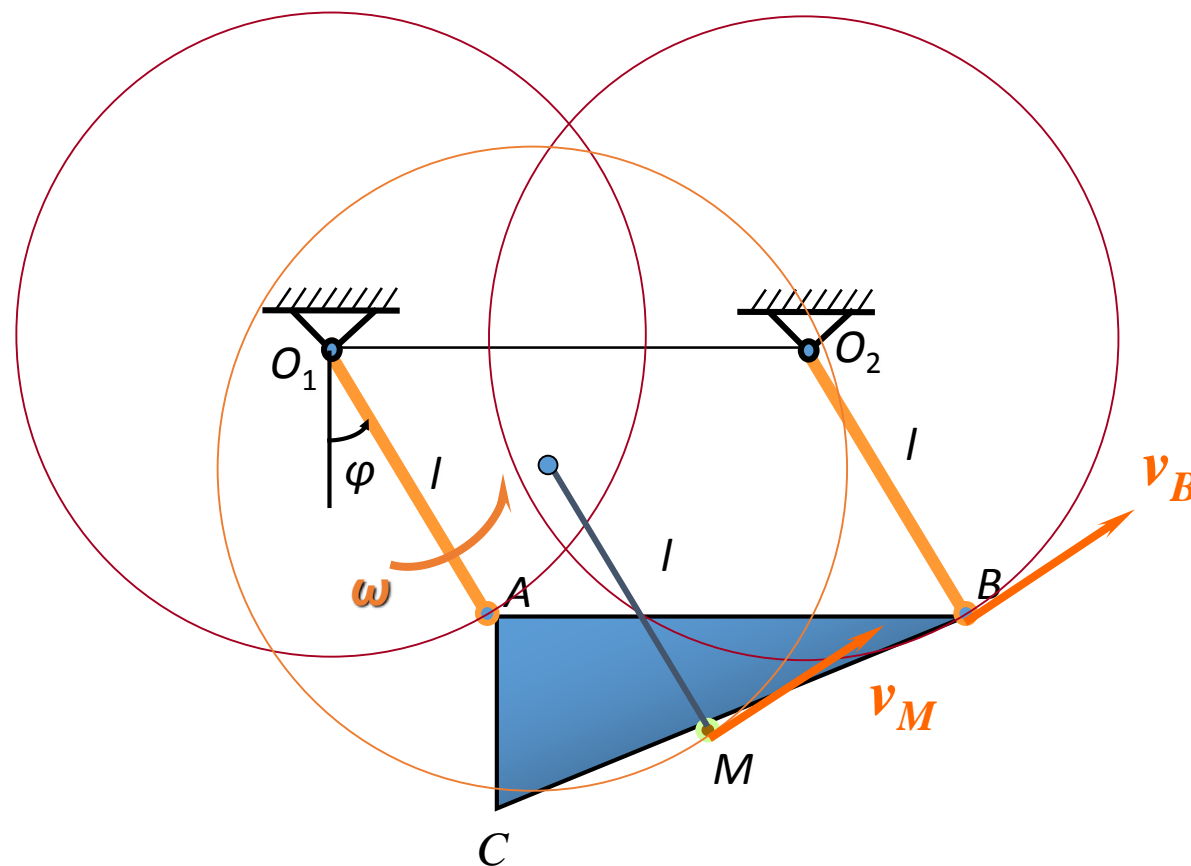
$$a_t = \frac{dv}{dt} = -\frac{\pi^2}{16} l \varphi_0 \sin \frac{\pi}{4} t$$

## A点的法向加速度

$$a_n = \frac{v^2}{l} = \frac{\pi^2}{16} l \varphi_0^2 \cos^2 \frac{\pi}{4} t$$

代入 $t = 0$ 和 $t = 2$ ，就可求得这两瞬时A点的速度和加速度，亦即点M在这两瞬时的速度和加速度。计算结果列表如下：

$t$ (s)	$\varphi$ (rad)	$v$ (m s <sup>-1</sup> )	$a_t$ (m s <sup>-2</sup> )	$a_n$ (m s <sup>-2</sup> )
0	0	$\frac{\pi}{4}\varphi_0$ ( 水平向右 )	0	$\frac{\pi^2}{16}\varphi_0^2l$ ( 竖直向上 )
2	$\varphi_0$	0	$-\frac{\pi}{16}\varphi_0l$	0





**谢谢!**