第九章

刚体的平面运动

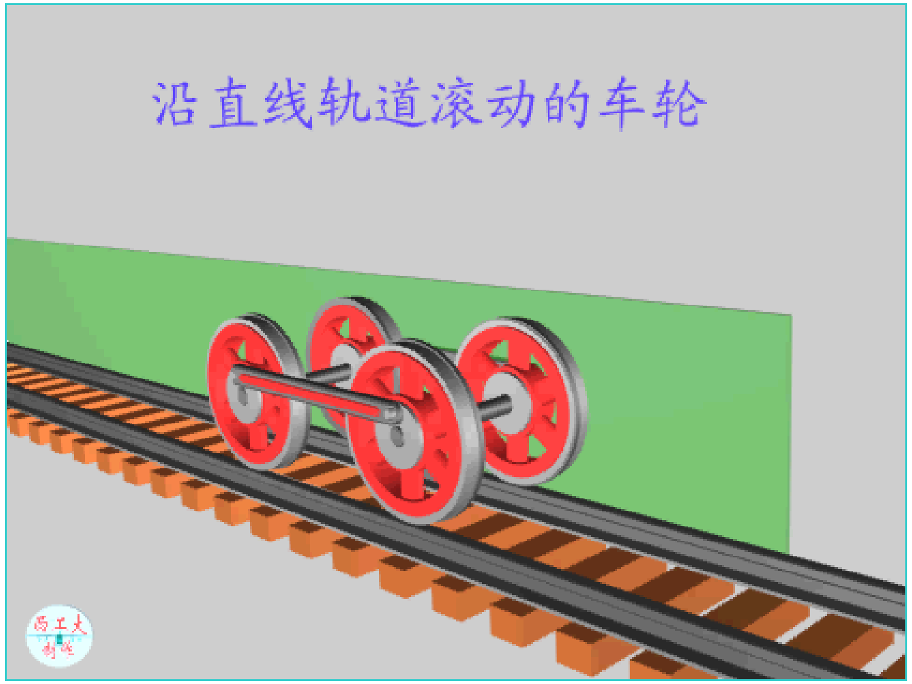
西北工业大学 | 主讲：张娟

9.1 刚体平面运动的简化与分解

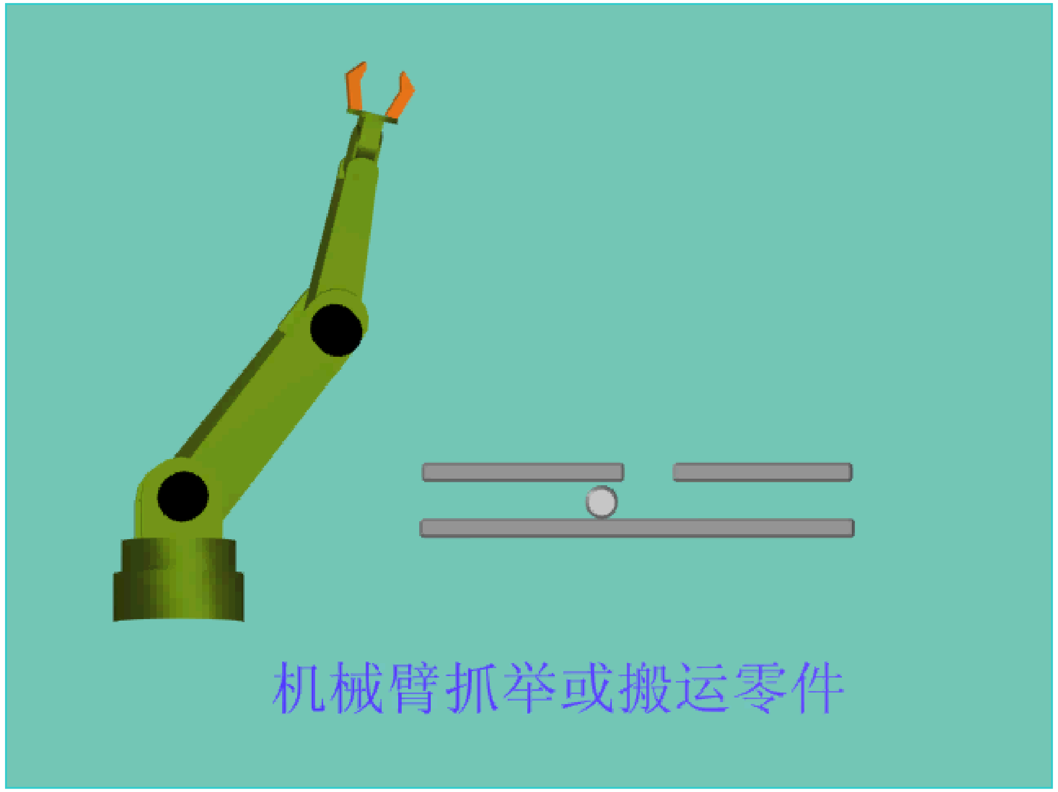
1. 刚体平面运动概念

刚体的平面运动— 刚体上处于同一平面内各点到某一固定平面的距离保持不变。

- **刚体平面运动实例**

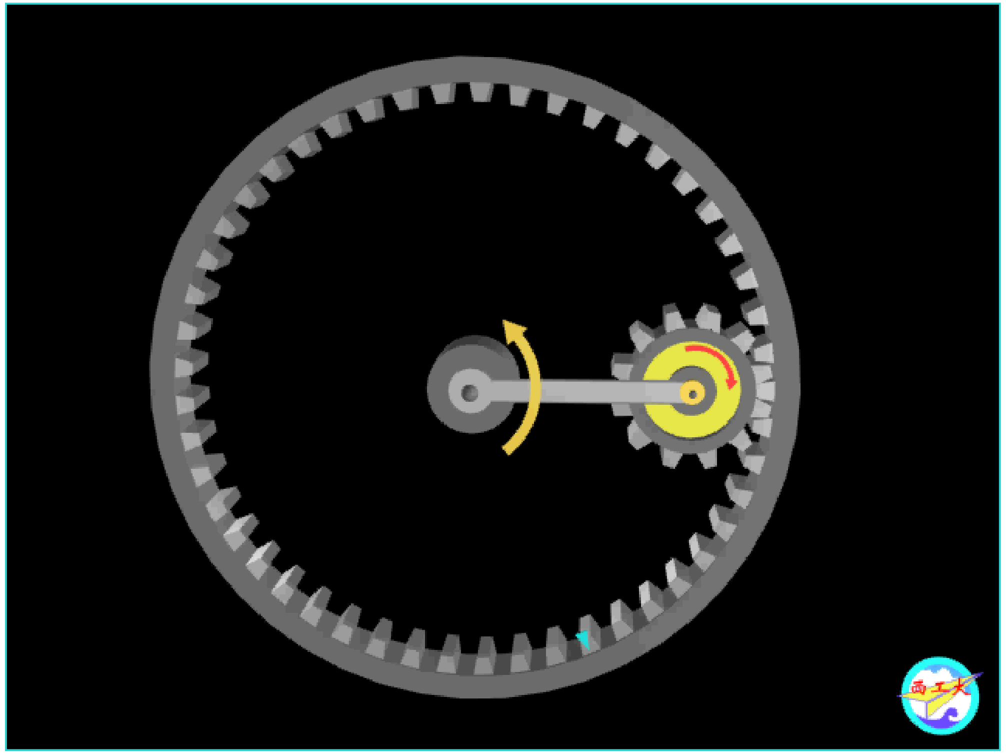


● **刚体平面运动实例**



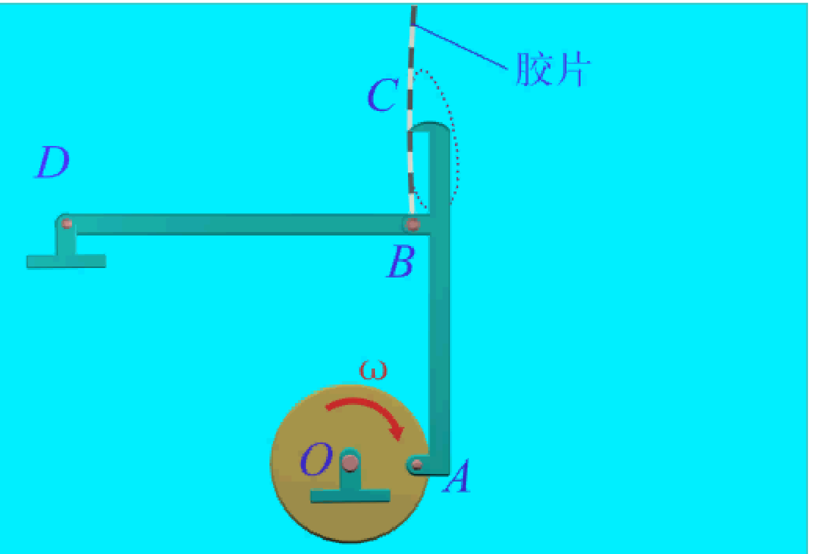
刚体的平面运动— 刚体上处于同一平面内各点到某一固定平面的距离保持不变。

● 刚体平面运动实例



刚体的平面运动— 刚体上处于同一平面内各点到某一固定平面的距离保持不变。

● 刚体平面运动实例

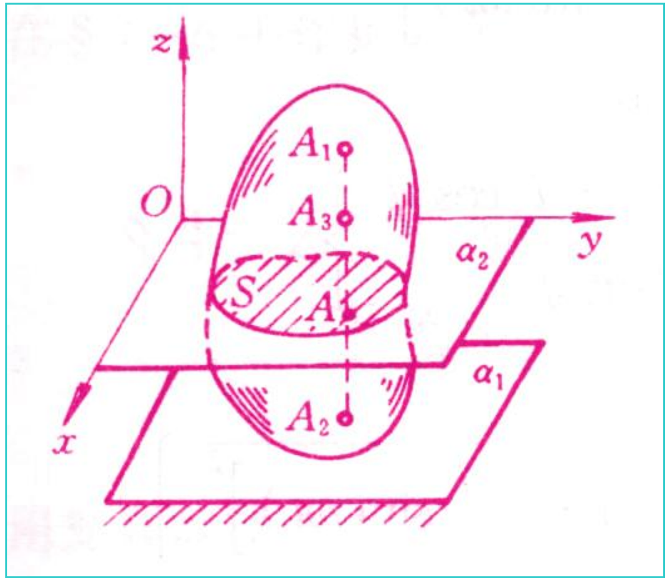


电影放映机中的四连杆机构

刚体的平面运动— 刚体上处于同一平面内各点到某一固定平面的距离保持不变。

2. 刚体平面运动简化

(1) 刚体平面运动特点

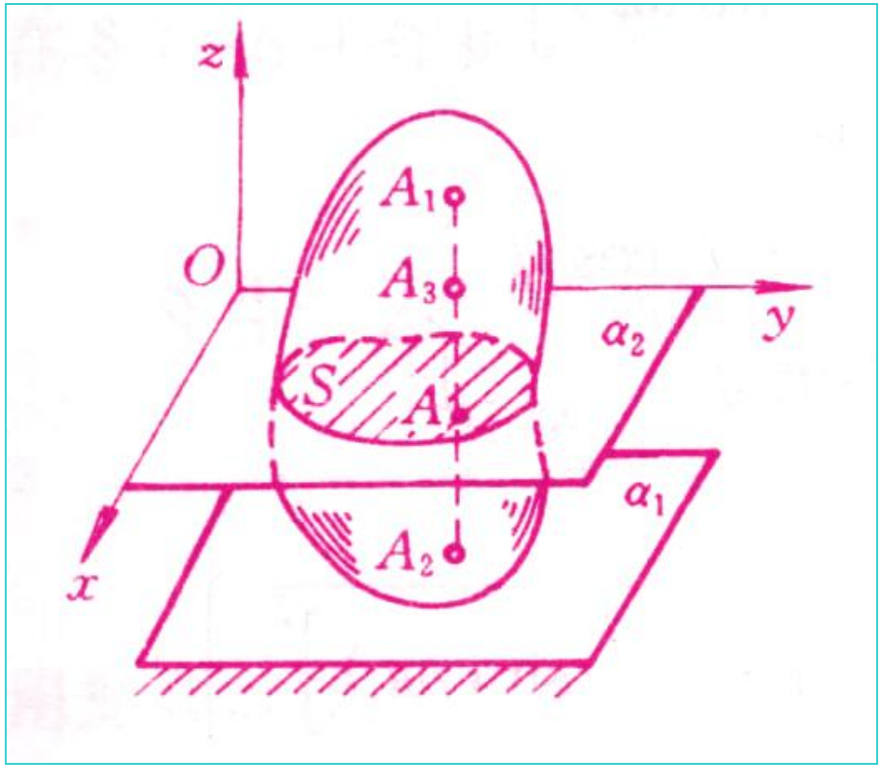


● 刚体上所有各点均在平行于某固定平面的平面内运动。

(2) 刚体平面运动简化

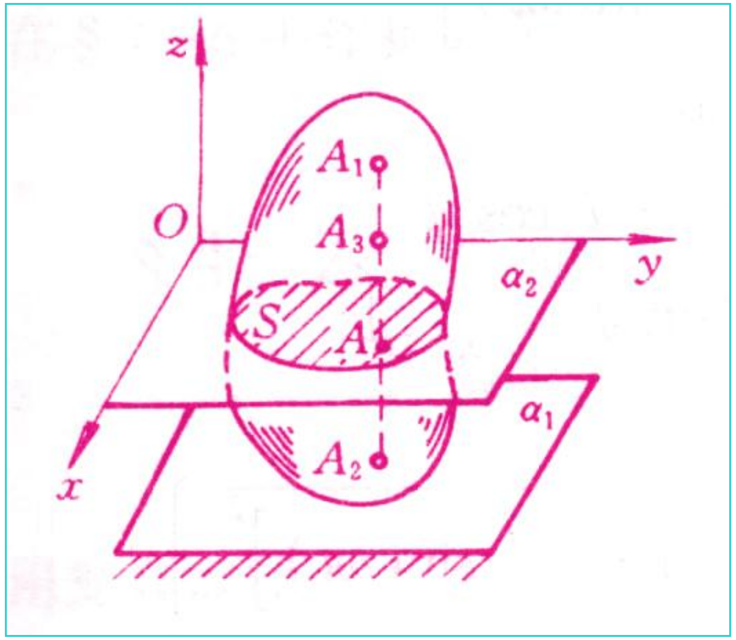
- **平面图形**

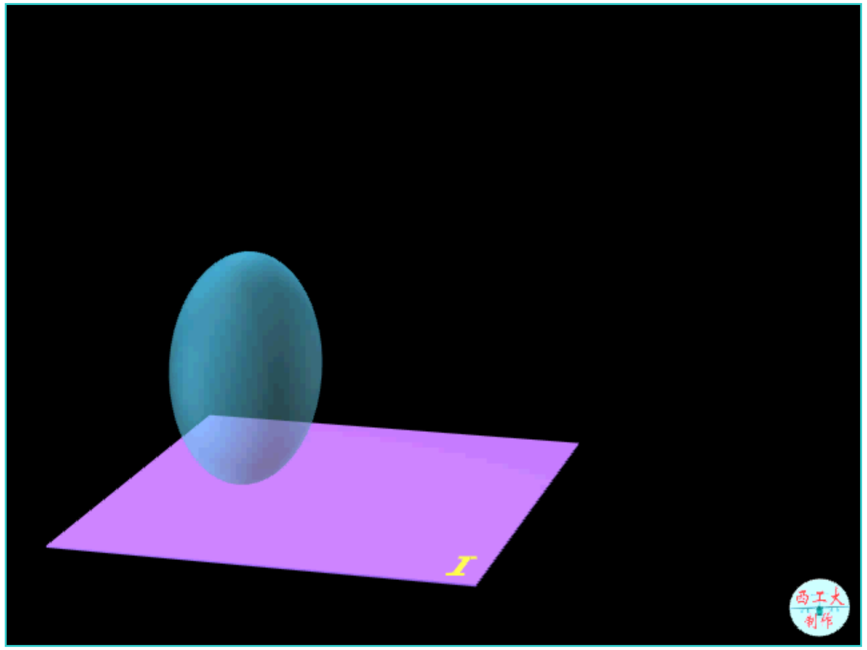
平面图形——刚体平行于某固定平面作平面运动，以平行于该固定平面的另一平面截割这刚体，得一截面S，称为平面图形。



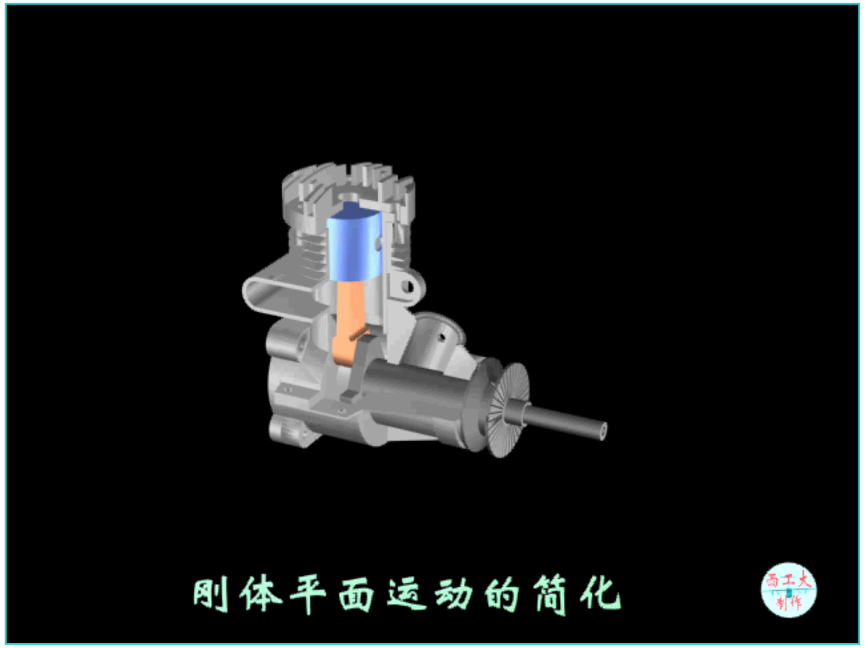
● 平面运动简化

刚体的平面运动，可以简化为平面图形在其自身平面内的运动来研究。



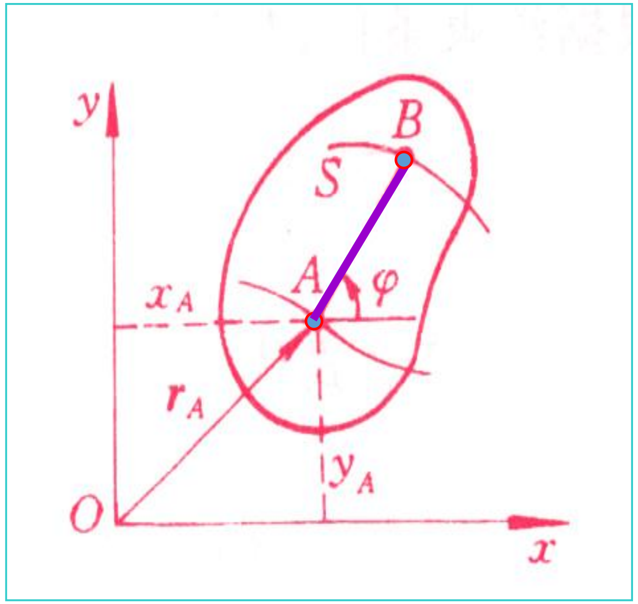


刚体平面运动简化实例



三维（体）→ 二维（面）

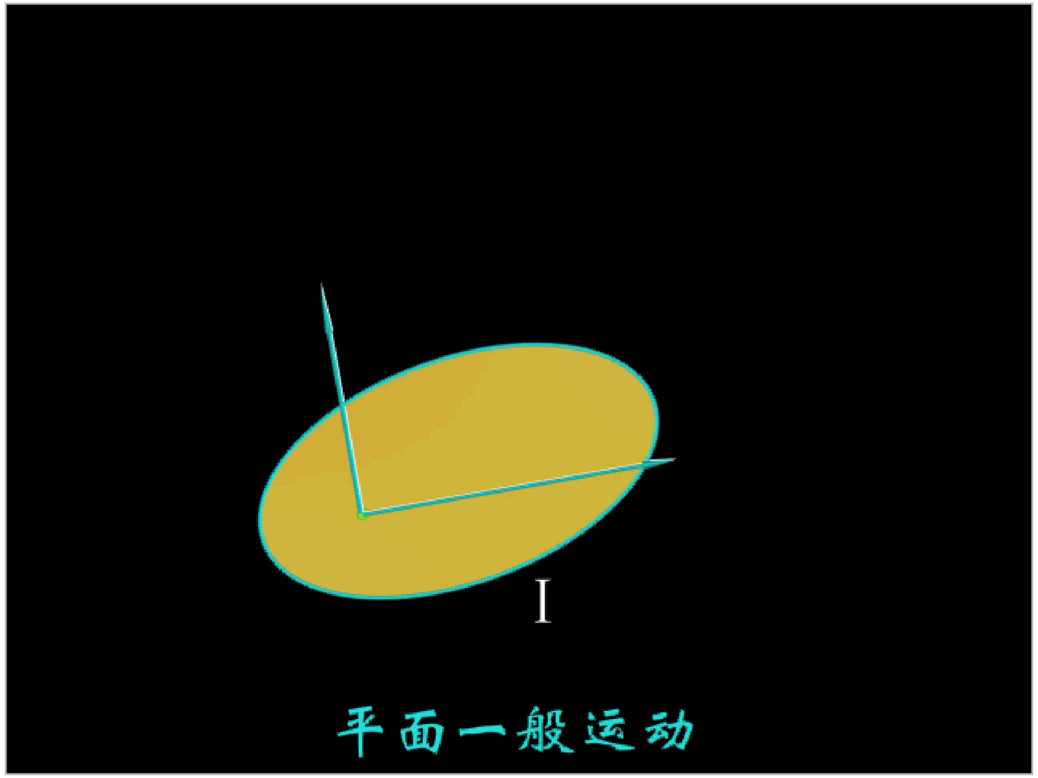
4 .刚体平面运动的分解



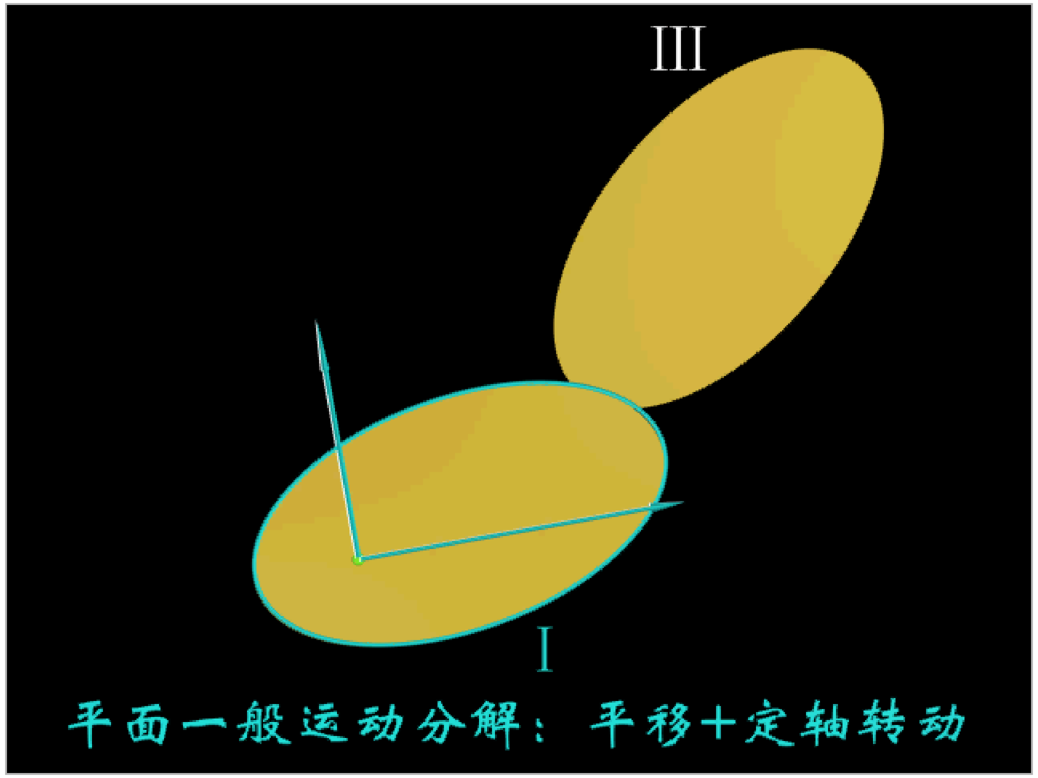
在左面的图中，如果平面图形 S 上的A 点固定不动，则刚体将作定轴转动。

又若在左面的图中，如果平面图形 S 上的φ 角保持不变，则刚体作平移。

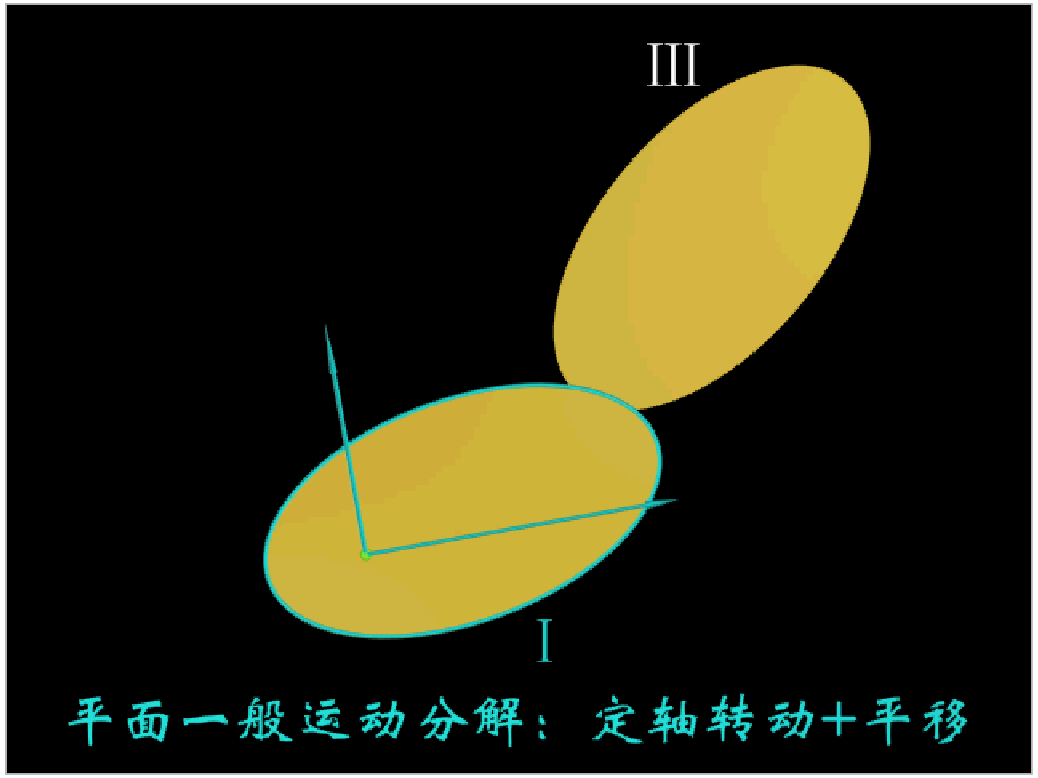
故由此可知 刚体的平面运动可以看成是平移和转动的合成运动。



刚体平面运动的分解演示



刚体平面运动的分解演示



刚体平面运动的分解演示

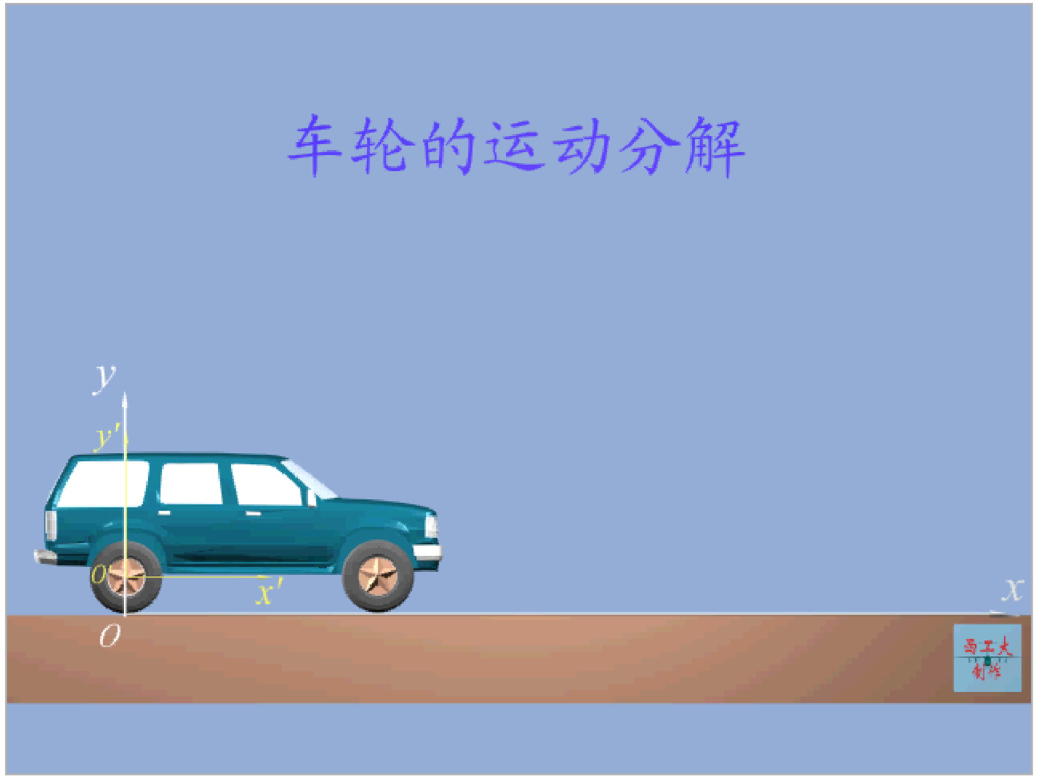
平移（牵连运动）

平面运动

转动（相对运动）

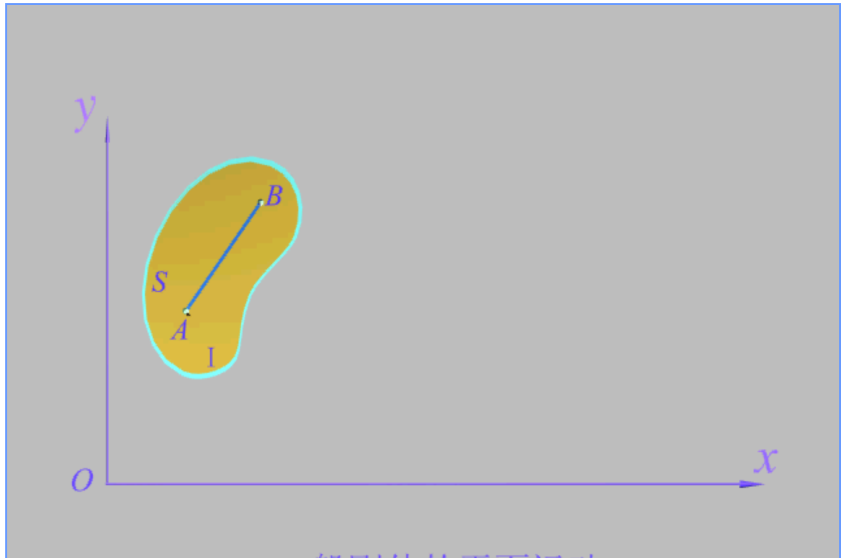
刚体的平面运动可分解为随同基点的平移和相对基点的转动。

4.平面运动分解

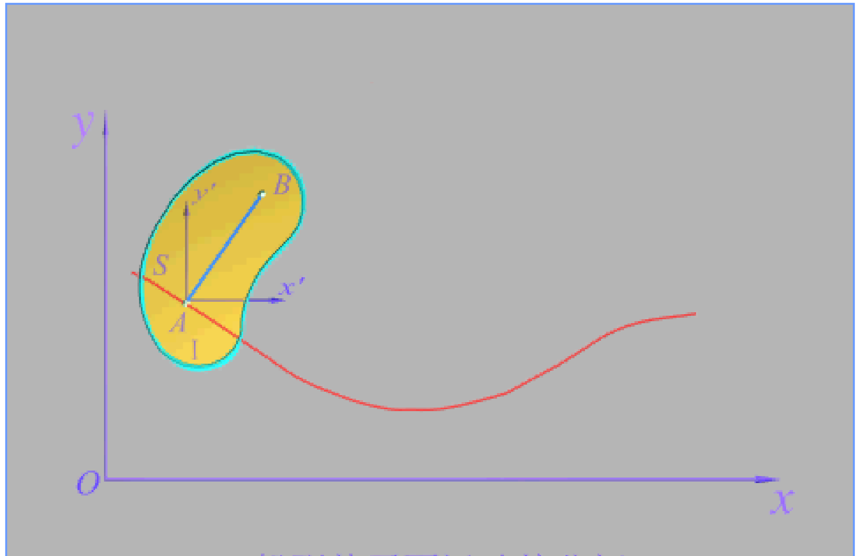


刚体平面运动的分解演示

刚体的平面运动可分解为随同基点的平移和相对基点的转动。



一般刚体的平面运动

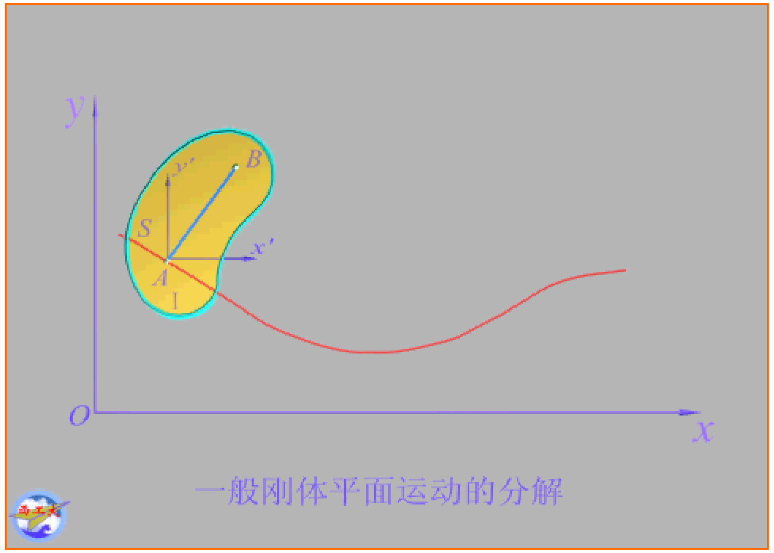


一般刚体平面运动的分解

特别强调

1. 刚体的平面运动分解成随基点的平移和相对于基点的转动时，基点的选择是任意的。

2. 刚体的平面运动分解成平动和转动时，其平动部分与基点的选择有关；而转动部分与基点的选择无关。



注意上面二条的含义是指

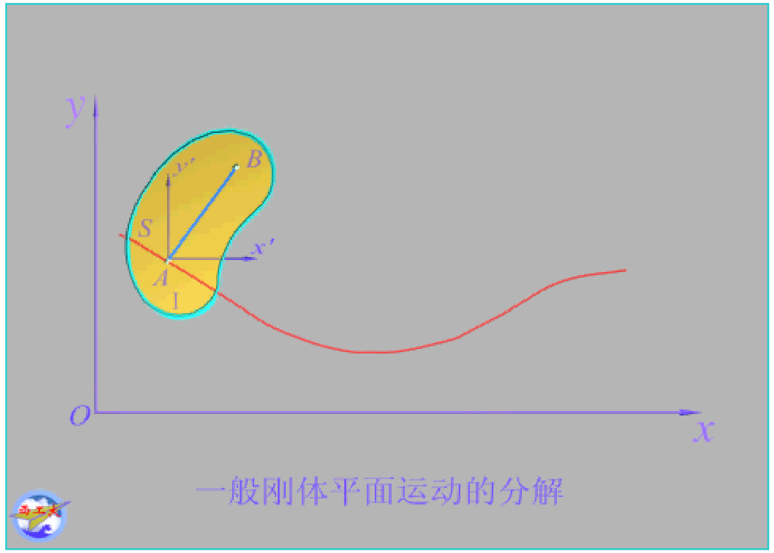
✧平移的轨迹、各点的速度和加速度都与基点的位置有关。

✧转动的角速度和角加速度都与基点的位置无关。

刚体的平面运动分解成平移和转动时，其平移部分与基点的选择有关；而转动部分与基点的选择无关。即平移的轨迹、各点的速度和加速度都与基点的位置有关。而转动的角速度和角加速度都与基点的位置无关。

证 明

1. 证明平移部分与基点的选择有关。

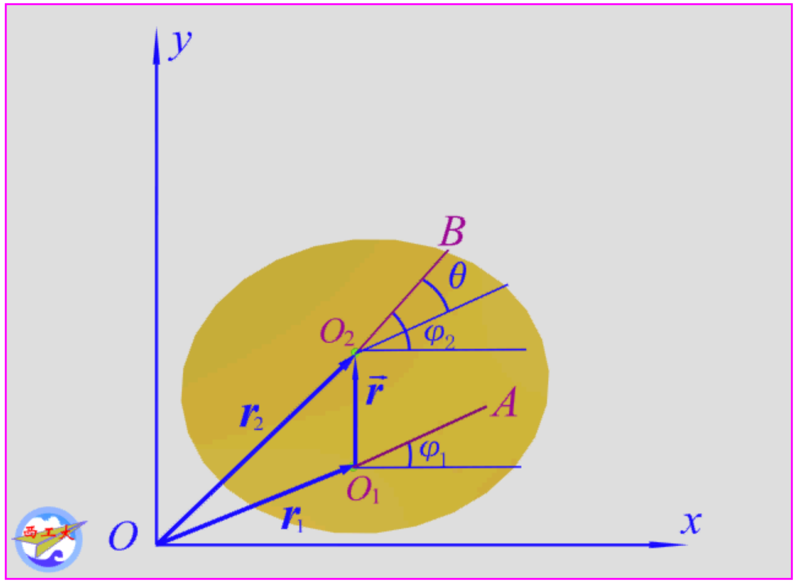


1. 以为 A 基点分解　2. 以 B 为基点分解

刚体的平面运动分解成平移和转动时，其平移部分与基点的选择有关；而转动部分与基点的选择无关。即平移的轨迹、各点的速度和加速度都与基点的位置有关。而转动的角速度和角加速度都与基点的位置无关。

2. 证明转动部分与基点的选择无关

设在平面图形上任选二点O_1、O_2为基点，图形相对于O_1和O_2二点的转角分别为φ_1和φ_2，则有



$$\varphi_2 = \varphi_1 + \theta$$

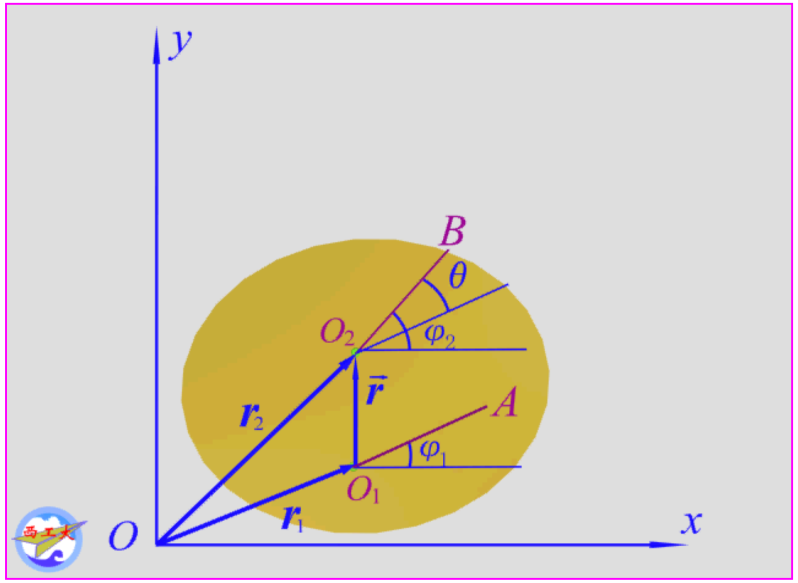
而 $\theta = 常量$

故求导可得 $\dfrac{d\varphi_2}{dt} = \dfrac{d\varphi_1}{dt} = \omega$， $\dfrac{d^2\varphi_2}{dt^2} = \dfrac{d^2\varphi_1}{dt^2} = \alpha$

由上式

$$\frac{\mathrm{d}\varphi_2}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}\varphi_1}{\mathrm{d}t}=\omega$$

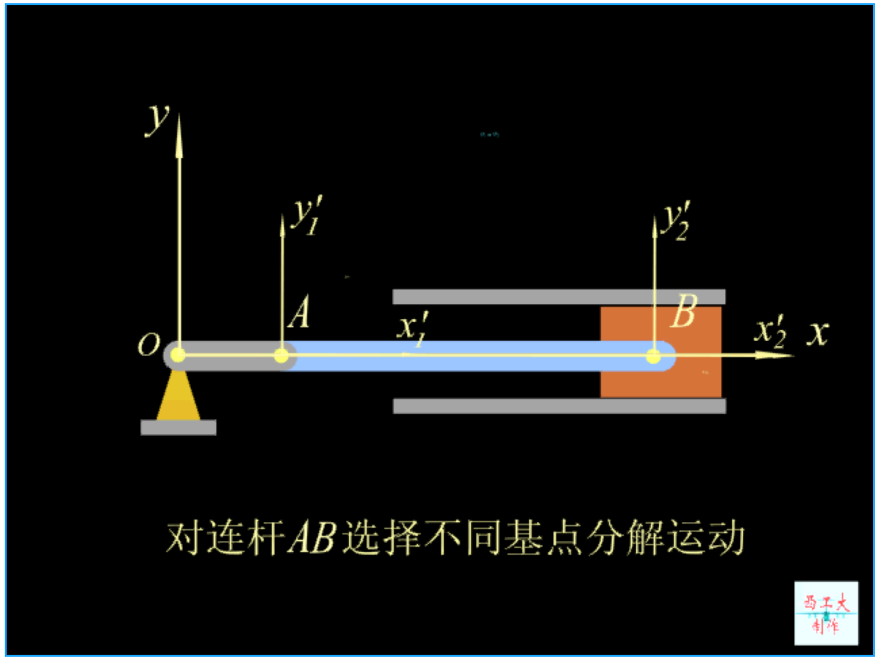
$$\frac{\mathrm{d}^2\varphi_2}{\mathrm{d}t^2}=\frac{\mathrm{d}^2\varphi_1}{\mathrm{d}t^2}=\alpha$$



由此可见，平面图形（也即平面运动刚体）在相对转动中的角速度和角加速度对不同基点是相同的，从而证得转动部分与基点的选择无关。

$$\frac{\mathrm{d}\varphi_2}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}\varphi_1}{\mathrm{d}t}=\omega,\qquad \frac{\mathrm{d}^2\varphi_2}{\mathrm{d}t^2}=\frac{\mathrm{d}^2\varphi_1}{\mathrm{d}t^2}=\alpha$$

注 意



因为平移系(动系)相对定参考系没有方位的变化，平面图形的角速度和角加速度既是平面图形相对于平移系的相对角速度和角加速度，也是平面图形相对于定参考系的绝对角速度和角加速度。

谢谢！