12.3 质心运动定理

12.3 质心运动定理

一、质心运动定理

质点系动量定理的表达式 $\boxed{\dfrac{d\boldsymbol{p}}{dt} = \sum \boldsymbol{F}^{(e)}}$

1. 定理表达式

把质点系动量的表达式 $\boldsymbol{p} = \sum m\boldsymbol{v} = M\boldsymbol{v}_C$代入上式，可得

$$\frac{d\boldsymbol{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(M\boldsymbol{v}_C) = \sum \boldsymbol{F}^{(e)}$$

引入质心的加速度 $\boldsymbol{a}_C = d\boldsymbol{v}_c/dt$，则上式可改写成

$$M\boldsymbol{a}_C = \sum \boldsymbol{F}^{(e)}$$

即，质点系的总质量与其质心加速度的乘积,等于作用在该质点系上所有外力的矢量和（主矢）,这就是质心运动定理。

12.3 质心运动定理

质心运动定理 $M\boldsymbol{a}_c = \sum \boldsymbol{F}^{(e)}$

2. 定理的转化式

假设 n 个质点组成的质点系由N个部分构成，则由式$\boldsymbol{p} = \sum m\boldsymbol{v} = M\boldsymbol{v}_C$ ，可把质心运动定理表达式的左端表示成

$$M\boldsymbol{a}_C = \sum_{i=1}^{n} m_i\boldsymbol{a}_i = M_1\boldsymbol{a}_{C1} + M_2\boldsymbol{a}_{C2} + \cdots M_N\boldsymbol{a}_{CN} = \sum_{j=1}^{N} M_j\boldsymbol{a}_{Cj}$$

$$\sum_{j=1}^{N} M_j\boldsymbol{a}_{Cj} = \sum \boldsymbol{F}^{(e)}$$

3. 投影表达式

具体计算时, 常把质心运动定理表达式投影到固定直角坐标轴系上得

$$\boxed{\begin{aligned} M\frac{\mathrm{d}^2 x_C}{\mathrm{d}t^2} &= \sum F_x^{(e)} \\ M\frac{\mathrm{d}^2 y_C}{\mathrm{d}t^2} &= \sum F_y^{(e)} \\ M\frac{\mathrm{d}^2 z_C}{\mathrm{d}t^2} &= \sum F_z^{(e)} \end{aligned}}$$

质心运动定理 $Ma_C = \sum F^{(e)}$

二、质心运动守恒定理

1. 如果 $\sum F^{(e)} \equiv 0$，则由上式可知 $a_C = 0$，从而有

$$v_C = \text{常矢量}$$

即，如作用于质点系的所有外力的矢量和（主矢）始终等于零，则质心运动守恒，即质心作惯性运动；如果在初瞬时质心处于静止，则它将停留在原处。

12.3 质心运动定理

质心运动定理投影表达式

$$M\frac{\mathrm{d}^2 x_C}{\mathrm{d}t^2}=\sum F_x^{(\mathrm{e})}$$

$$M\frac{\mathrm{d}^2 y_C}{\mathrm{d}t^2}=\sum F_y^{(\mathrm{e})}$$

$$M\frac{\mathrm{d}^2 z_C}{\mathrm{d}t^2}=\sum F_z^{(\mathrm{e})}$$

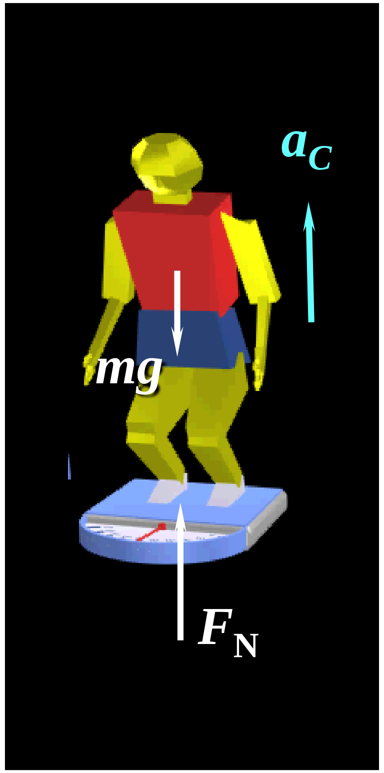
2. 如果$\sum F_x\equiv 0$，则由上式可知 $\mathrm{d}^2x_C/\mathrm{d}t^2=a_{Cx}=0$**，从而**

$\mathrm{d}x_C/\mathrm{d}t=v_{Cx}=$ **常量**

即，如作用于质点系的所有外力在某固定轴上投影的代数和始终等于零,则质心在该轴方向的运动守恒。

另，如初瞬时质心的速度在该轴上的投影也等于零（即$v_{Cx}=0$),则质心沿该轴的位置坐标不变。**即** $x_C=x_{C0}=$ **常量**

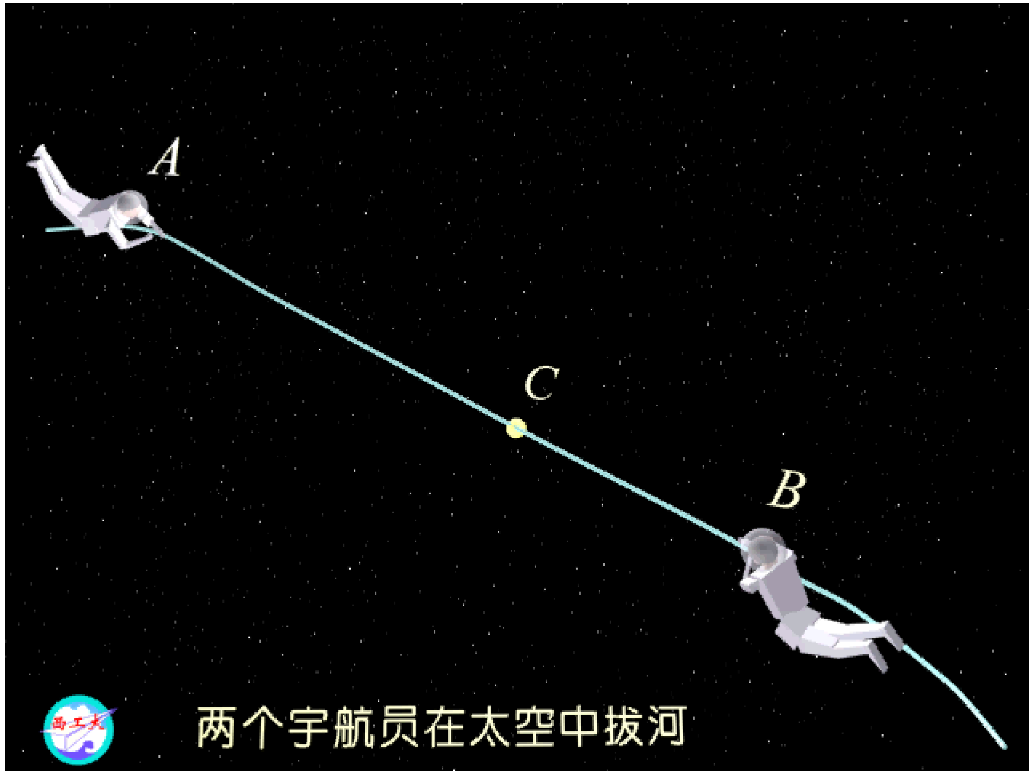
实例分析



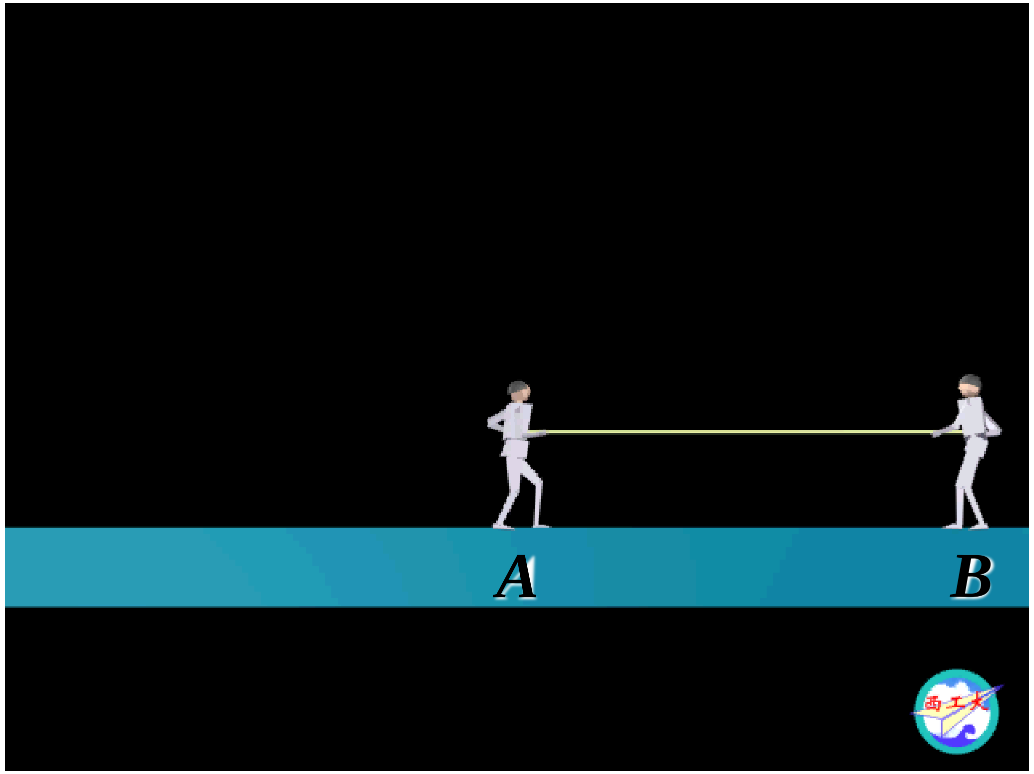
$$ma_C = F_N - mg \,, \qquad F_N = m(a_C + g)$$

实例分析

宇航员在太空拔河，开始静止。若A的力气大于B的力气，谁胜谁负？



实例分析



两人在光滑冰上拔河，开始向左运动。若A的力气大于B的力气，两人如何运动？

实例分析

实例分析

谢谢！