



计算方法作业疑点讲解

2018年
本科教学
陶亮

2018-12-31



目录

- 第一章：绪论
- 第二章：方程的近似解法
- 第三章：线性代数方程组的解法
- 第四章：矩阵特征值和特征向量
- 第五章：插值法
- 第六章：最小二乘法与曲线拟合
- 第七章：数值积分与数值微分
- 第八章：常微分方程初值问题的数值解法
- 第九章：偏微分方程的差分解法



误差的来源类型

绝对误差和绝对误差限

相对误差和相对误差限

有效数字

绝对误差的传播



有效数字、绝对误差、相对误差

1. 数字10.346、0.023479的标准形式中 $m=\underline{2}$ 、 -1 , $n=\underline{5}$ 、 5

2. 近似数0.231、0.235关于真值0.229各有 2、1位有效数字

3. $22/7$ 作为 π 近似值的绝对误差 $1/2 \times 10^{-2}$ 、有限数字 3

4. $\sqrt[n]{x^*}$ 的相对误差是 x^* 的相对误差的 $1/n$ 倍

5. 定理1.1

6. 函数的误差估计

7. 近似值 x^* 的数值 $x=0.1215 \times 10^{-2}$, 若满足(), 则称 x 有4位有效数字. (A) 0.5×10^{-3} (B) 0.5×10^{-4} (C) 0.5×10^{-5} (D) 0.5×10^{-6}

第2章



二分法;

迭代法;

牛顿法;

弦截法。

第2章



1. 设函数 $f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上连续, 若满足 $f(a)f(b)<0$, 则方程 $f(x)=0$ 在区间 $[a,b]$ 一定有实根.
2. 用简单迭代法求方程 $f(x)=0$ 的实根, 把方程 $f(x)=0$ 表成 $x=\varphi(x)$, 则 $f(x)=0$ 的根是(B)
(A) $y=x$ 与 $y=\varphi(x)$ 的交点 (B) $y=x$ 与 $y=\varphi(x)$ 交点的横坐标
(C) $y=x$ 与 x 轴的交点的横坐标 (D) $y=\varphi(x)$ 与 x 轴交点的横坐标
3. 为求方程 $x^3-x^2-1=0$ 在区间 $[1.3,1.6]$ 内的一个根, 建立相应的迭代公式, 其中一个收敛的迭代公式_____
4. 设 $f(x)$ 可微, 方程 $x=f(x)$ 的牛顿迭代格式_____
5. 迭代过程 $x_{n+1}=\varphi'(x_n)$ ($n=1,2,\dots$) 收敛的充要条件是 $|\varphi'(x)| \leq 1$
6. 求方程 $x^2-x-1.25=0$ 的近似根, 用迭代公式 $x=(x+1.25)^{0.5}$, 取初始值 $x_0=1$, 那么 $x_1=\underline{\quad 1.5 \quad}$
7. 定理
8. 定义



高斯顺序消去法
列主元消去法;
三角分解法

雅可比迭代法
高斯——赛德尔迭代法
超松弛迭代法;

消去法消元能进行到底的条件
迭代解数列收敛的条件。

第3章



1. 用高斯列主元消去法解线性方程组
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 3 \\ -x_1 - 3x_2 = 2 \end{cases}$$

作第1次消元

后的第2, 3个方程分别为
$$\begin{cases} x_2 + -0.5x_3 = -1.5 \\ 2x_2 + 1.5x_3 = 3.5 \end{cases}$$

2. 用高斯-赛德尔迭代法解线性方程组
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \end{cases}$$

的迭代格式中

$5 - 2x_1^{(k+1)} - 2x_3^{(k)}$
 $10x_1 - x_2 - 3x_3 = 7.2$
 $-x_1 + 7x_2 + 3x_3 = 8.3$
 $2x_1 - 4x_2 + ax_3 = 9.2$
 $(k=0,1,2,...)$

3. 当 ($|a| > 6$) 时, 线性方程组

的迭代解一定收敛。

4. 若线性代数方程组 $Ax=b$ 的系数矩阵 A 为严格对角占优阵, 则雅可比迭代和 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & a \\ 0 & 1 & a \\ a & a & 1 \end{bmatrix}$ - 赛德尔迭代都

5. 设 $|a| < (1/2)^{0.5}$ 时, 必有分解式, 其中 L 为下三角阵, 当其对角线元素 l_{ii} 足条件 $l_{ii} > 0$ ($i=1,2,3$) 时, 分解唯一 (定理 3.2)。

6. 设矩阵 A 是对称正定矩阵, 则用 高斯-赛德尔 迭代法解线性方程组

$AX=b$, 其迭代解数列一定收敛。

$$\|A\|_{\infty} =$$

7. $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ -3 & -2 & -1 \end{bmatrix}$

8. 定理、定义, 如谱半径、范数.....的定义与迭代、收敛的计算方法



插值函数，插值多项式，被插值函数，节点；

拉格朗日插值多项式：插值基函数；

差商及其性质，牛顿插值多项式；

分段线性插值、线性插值基函数

差商和差分

埃米特插值与三次样条插值

第5章



1. 写出 $x_0=0, x_1=1$ 时, 函数 $y=e^x$ 一次拉格朗日 (Lagrange) 插值多项式和余项:
2. 写出 $x_0=0, x_1=1$ 时, 函数 $y=e^x$ 一次牛顿 (Lagrange) 插值多项式和余项:
3. 差分与差商的关系表达式 $f[x_0, x_1, \dots, x_n]=$ _____
4. 高次插值不准确的现象称为_____
5. 埃米特插值的 $y=H_{2n+1}(x)$ 和函数 $y=f(x)$ 的几何意义是在插值节点上_____
6. 满足条件 $p(0)=p'(0)=0, p(1)=1, p(2)=2$ 的插值多项式 $p(x)=$ _____ 设 $p(x)=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3$
7. 通过四个互异节点的插值多项式 $P(x)$, 只要满足二阶均差为零, 则 $P(x)$ 是不超过一次的牛顿插值多项式。
8. 拉格朗日插值多项式的余项是(), 牛顿插值多项式的余项是()
9. 已知 $f(x)=x^3-2x+1$, 则差商 $f[0,1,2]=$ _____
10. 已知 $f(1)=1, f(2)=3, y=f(x)$ 以 $x=1, 2$ 为节点的拉格朗日线性插值多项式_____



最小二乘法的基本原理

求解矛盾方程组的方法

最小二乘法的曲线拟合基本方法

了解多项式插值和多项式拟合的区别

第6章



1. 插值法与函数逼近的区别在于_____
2. 矛盾方程组 $A_{N \times n}x=b$ 在 $N>n$ 时, 可求方程组 $A^T A x = A^T b$ 的最小二乘解
3. 拟合三点 $A(0,1)$, $B(1,3)$, $C(2,2)$ 的直线是 $y=0.5x+1.5$
4. n 元实函数 $f(x_1, x_2, x_3, \dots)$ 在点 P_0 某邻域连续可导, 如果 $\left. \frac{\partial f}{\partial x_k} \right|_{P_0} = 0$ 则 f 存在极值。
5. 按照下列数据构造多项式拟合的正则方程组_____

X_i	0	1	2
y_i	1	3	2



数值求积公式，求积节点，求积系数，代数精度，截断误差；

插值型求积公式，牛顿—柯特斯求积公式，柯特斯系数及其截断误差、稳定性
(复化)梯形求积公式，(复化)辛卜生求积公式；

高斯型求积公式，高斯点，高斯—勒让德求积公式；
二点、三点插值型数值微分公式。

第7章



1. 求积公式 $\int_{-1}^1 f(x) dx \approx f(-\frac{1}{\sqrt{3}}) + f(\frac{1}{\sqrt{3}})$ 的代数精度 3次
2. 如果用复化梯形公式计算定积分 $\int_0^1 e^{-x} dx$, 要求截断误差不超过 0.5×10^{-4} , 试问 $n \geq$ 41
3. 已知积分区间 $[6, 9]$, 则求积系数 $\Sigma A_N =$ 3
4. 设求积公式 $\int_a^b f(x) dx \approx \sum_{k=0}^n A_k f(x_k)$, 若对 不超过m次 的多项式积分公式精确成立, 而至少有一个 $m+1$ 次多项式不成立。则称该求积公式具有 m 次代数精度.
5. 已知 $n=4$ 时牛顿-科茨求积公式的柯特斯系数 $C_0^{(4)} = \frac{7}{90}, C_1^{(4)} = \frac{16}{45}, C_2^{(4)} = \frac{2}{15}, C_3^{(4)} = \frac{16}{45}, C_4^{(4)} = \frac{7}{90}$, 那么 $C_2^{(4)} =$ 16/45
6. 插值型求积公式 $\int_a^b f(x) dx \approx \sum_{k=0}^n A_k f(x_k)$ 的求积系数之和 $=$ 1
7. 对于 $n+1$ 个节点的插值求积公式 $\int_a^b f(x) dx \approx \sum_{k=0}^n A_k f(x_k)$ 至少具有 n 次 代数精度
8. 求 $\int_0^1 x^2 dx$, 利用梯形法的计算结果: 1/6 , 利用抛物(Simpson)公式的计算结果 1/6
9. 写出 $\int_{-1}^1 f(x) dx$ 求的两点高斯公式: $\int_{-1}^1 f(x) dx \approx f(-\frac{\sqrt{3}}{2}) + f(\frac{\sqrt{3}}{2})$, 利用此公式近似计算 $\int_0^1 x^3 dx$ 的结果为 1/4
10. 写出节点等距分布时, 数值微分的一阶两点公式($n=1$) $f'(x_1) \approx \frac{f(x_2) - f(x_0)}{2h}$
11. 数值微分中等距节点函数值 $(x_0, y_0), (x_1, y_1), (x_2, y_2)$ 的三点求导公式 $f'(x_1) =$ $\frac{f(x_2) - f(x_0)}{2h}$

第8章



尤拉公式，梯形公式

改进尤拉法，局部截断误差

龙格——库塔法，局部截断误差

稳定性条件

第8章



1. 解常微分方程初值问题 $y' = f(x, y), y(x_0) = y_0$ 的梯形格式 $y_{n+1} = y_n + \frac{h}{2}[f(x_n, y_n) + f(x_{n+1}, y_{n+1})]$
是__2__阶方法
2. 写出初值问题 $\begin{cases} y' = y - \frac{2x}{y} \\ y(0) = 1 \end{cases}$ 在 $[0, 1]$ 上欧拉计算格式_____
3. 解初始值问题 $\begin{cases} y' = f(x, y) \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$ 近似解的梯形公式 $y_{k+1} \approx$ _____
4. 解常微分方程初值问题的欧拉方法的局部截断误差为_____
5. 解常微分方程初值问题方法的局部截断误差比整体误差_____
6. 给出二阶R-K方法的稳定性条件_____
7. 给出解常微分方程初值问题的梯形法稳定性条件_____
8. 给出解常微分方程初值问题的欧拉法稳定性条件_____

讲解结束，感谢大家！

西北工业大学

航空学院
