



Review of Lecture #14/第14次课复习

Chapter 10 Compressible Flow through Nozzles, Diffusers, and Wind Tunnels

第十章 通过喷管、扩压器和风洞的可压缩流

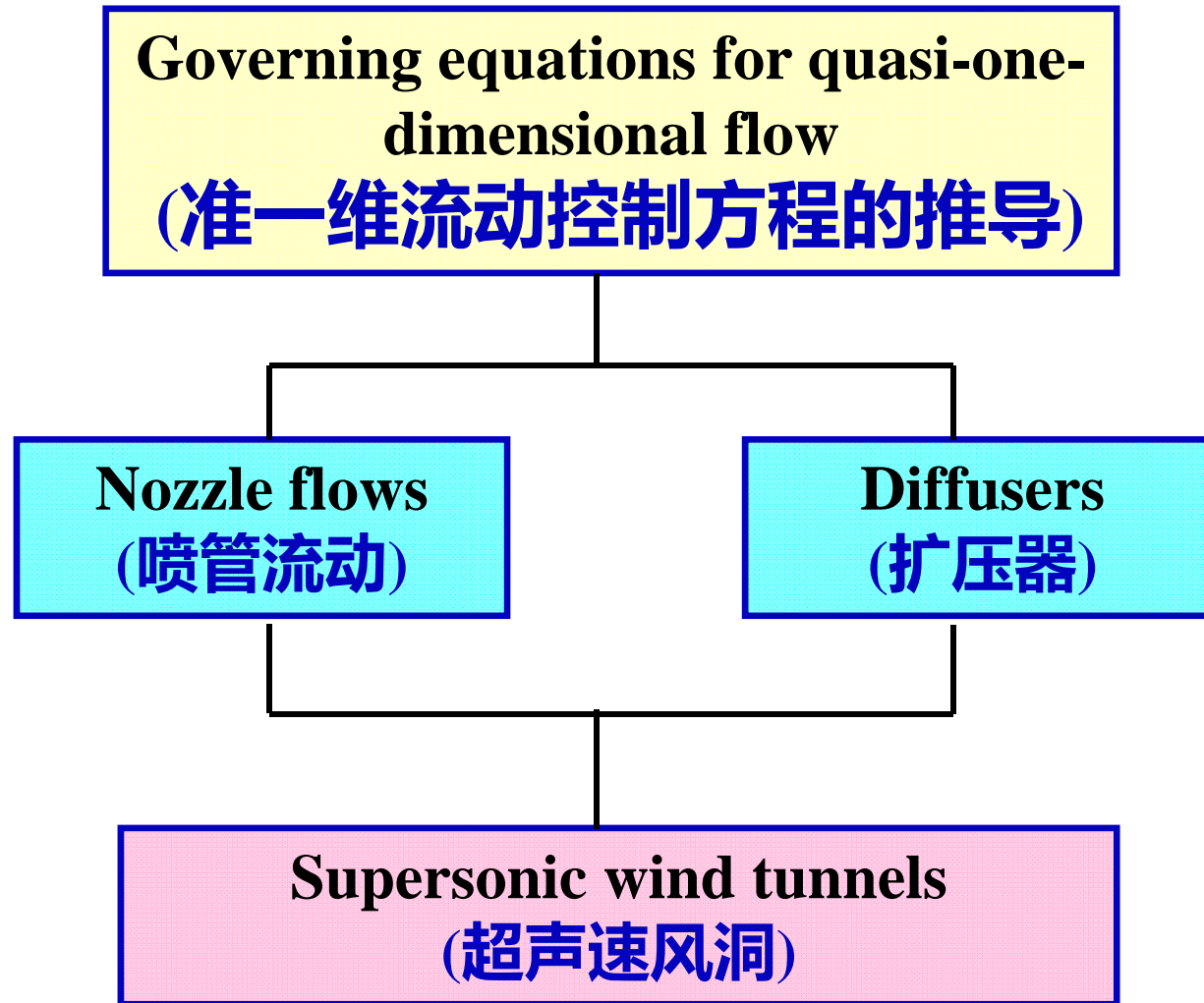
主讲人：韩忠华 教授

E-mail: hanzh@nwpu.edu.cn

2019年11月25日

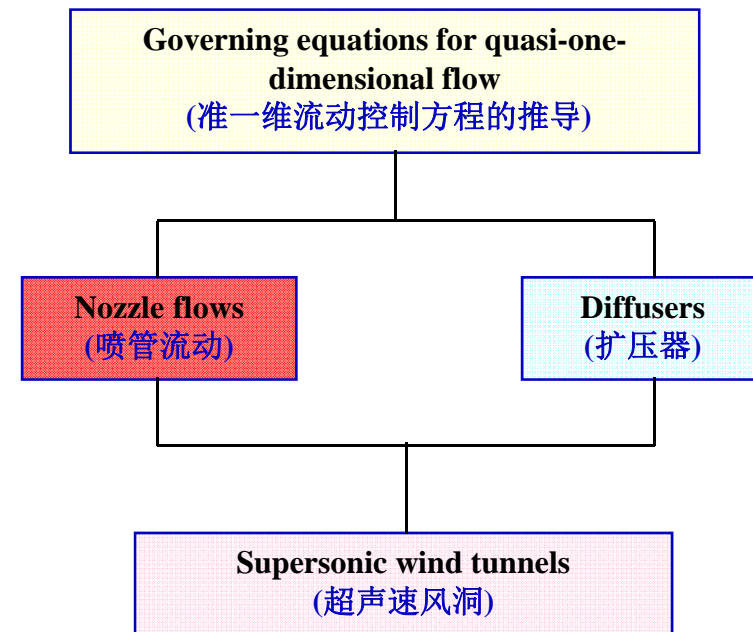
Department of Fluid Mechanics, School of Aeronautics, Northwestern
Polytechnical University, Xi'an, China

图10.3 第十章的路线图



10.3 Nozzle Flows (喷管流动)

首先，我们将推导一个重要的方程，此方程将流动马赫数、喷管截面面积与声速喉道面积的比联系起来，我们称之为**面积-马赫数关系式** (*area-Mach number relation*)。

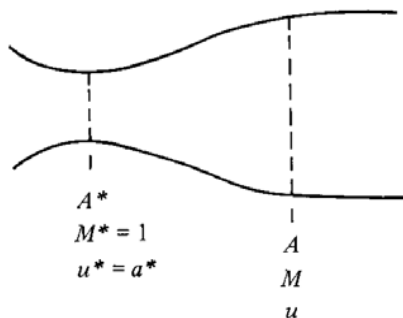


面积-马赫数关系式成立条件的理解

$$\left(\frac{A}{A^*}\right)^2 = \frac{1}{M^2} \left[\left(\frac{2}{\gamma+1}\right) \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right) \right]^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \quad (10.32)$$

A^* : 为把截面积为 A 马赫数为 M 的流动通过准一维管道等熵地减速或加速到马赫数1对应的截面面积。 A^* 可以是一个假想量。

- 面积马赫数关系式适用于定常、无粘、忽略体积力和等熵的准一维流动
- 因此某种意义上，可称为“准一维”流动的等熵关系式



对于非等熵流动，不同截面处的流动马赫数对应的 A^* 不同。因为只有对于等熵流动， ρ^*, a^* 才沿流线是常数。

复习：等熵关系式三种表达式

1. 原始形式

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} \right)^\gamma = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\gamma/(\gamma-1)}$$

2. 马赫数表示的总参数与静止参数

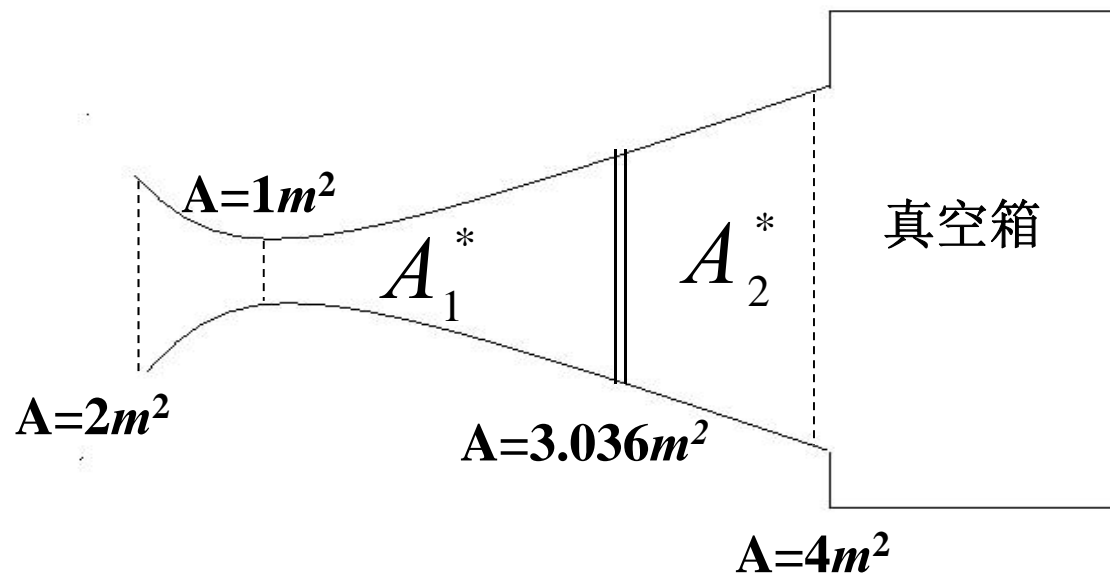
$$\begin{aligned} \frac{T_0}{T} &= 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \\ \frac{p_0}{p} &= \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{\gamma/(\gamma-1)} \\ \frac{\rho_0}{\rho} &= \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{1/(\gamma-1)} \end{aligned}$$

3. 准一维管道流动的等熵关系式

$$\left(\frac{A}{A^*} \right)^2 = \frac{1}{M^2} \left[\left(\frac{2}{\gamma+1} \right) \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right) \right]^{\gamma/(\gamma-1)}$$

考试题举例：(10分) 如图所示，海平面静止空气通过拉瓦尔管被吸入真空箱，管道入口、喉道和真空箱入口处的横截面积分别是 2m^2 ， 1m^2 和 4m^2 。通过纹影照片发现在管道中横截面积为 3.036m^2 的位置有一道正激波。试求激波前后的马赫数，通过管道的质量流量及真空箱入口处的压强。（海平面空气大气压强为 101320 Pa ，温度为 288K 。）

考计算

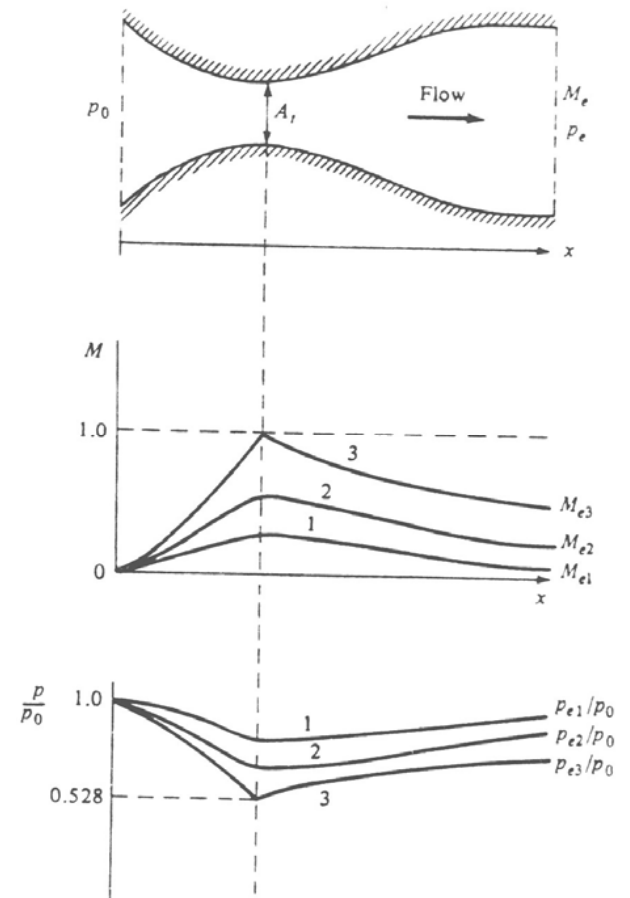


随着出口压力的变化压强和马赫数变化总结

当驻室压强 p_0 和驻室温度 T_0 给定时, 对于给定面积分布的收缩-扩张管道, 其管内流动由出口反压 p_B 决定。

(1) 当 $p_{e,3} \leq p_B < p_0$ 时, 管内流动对应无数多个亚声速等熵解, 每个不同的解与一个不同的反压 p_B 相联系。

$p_{e,3}$ 是使只有喉道处出现声速, 其余均为亚声速流动的出口压强

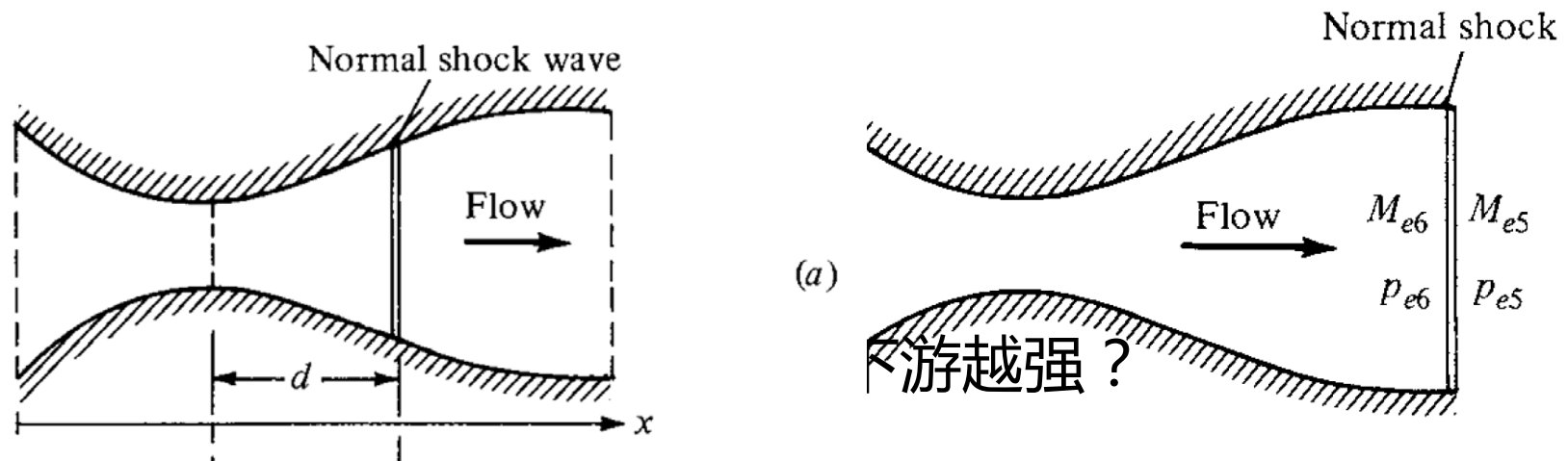


随着出口压力的变化压强和马赫数变化总结（续）

(2) 当 $p_{e,5} \leq p_B < p_{e,3}$ 时, 管内流动对应无数多个非等熵解, 喉道下游存在一道位置 (强度) 由出口反压 p_B 决定的正激波。

$p_{e,5}$ 是刚好使出口处出现一道正激波, 其余为等熵流动的管道出口压强。

收缩段和激波前的流动不变了, 喷管的流量保持不变

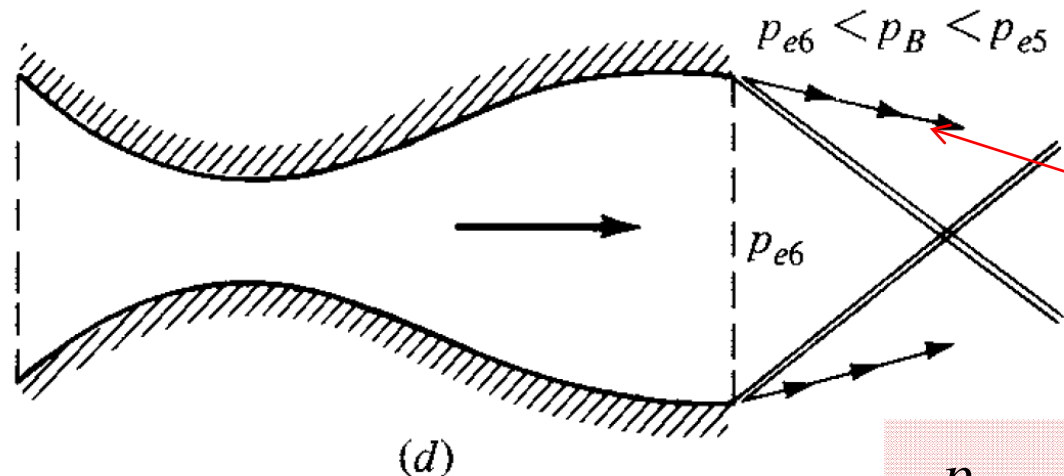


越往下游越强？

随着出口压力的变化压强和马赫数变化总结（续）

(3) 当 $p_{e,6} < p_B < p_{e,5}$ 时, 管内流动处处对应超声速等熵解, 喷管出口处存在强度由出口反压 p_B 决定的斜激波。

整个管道内的流动不变了, 喷管的流量保持不变



环境压强比出口更高, 流线往下偏, 则会形成斜激波

$p_{e,6}$ 是使的整个管道喉道后为等熵超声速流动, 且出口压强与环境压强 p_B 相等的出口压强。理想情况!

随着出口压力的变化压强和马赫数变化总结（续）

(4) 当 $p_B = p_{e,6}$ 时, 只有一种可能的超声速等熵流动如图 10.12 所示。

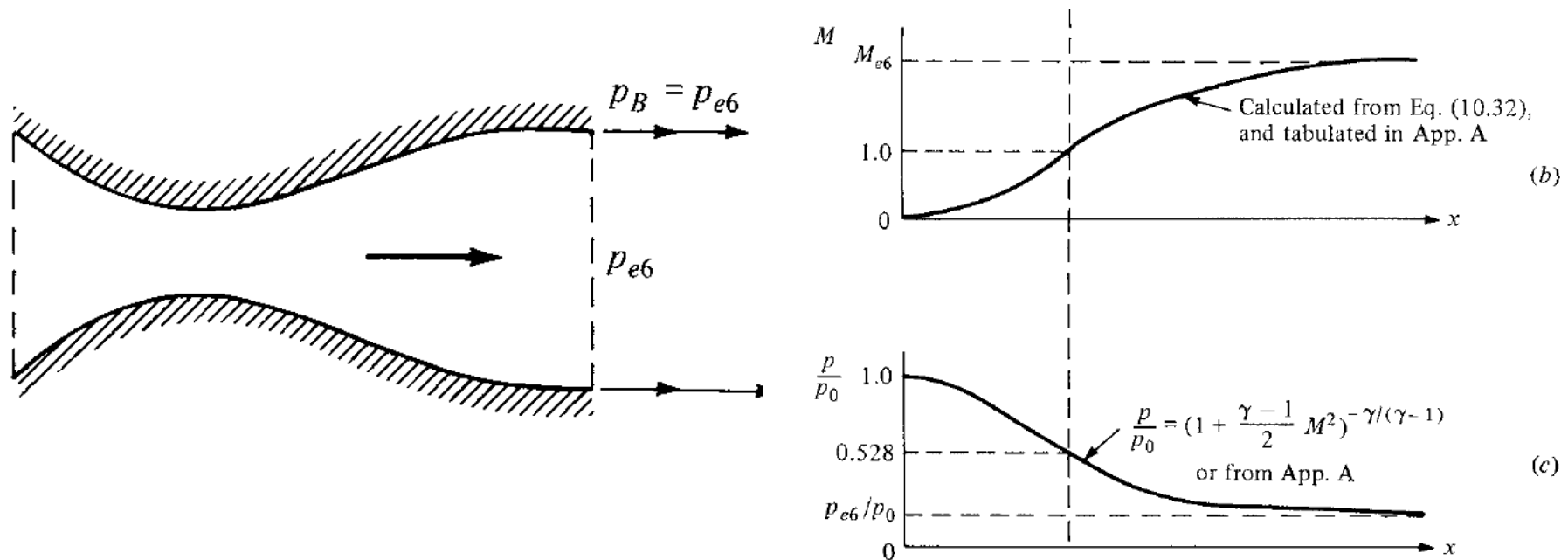
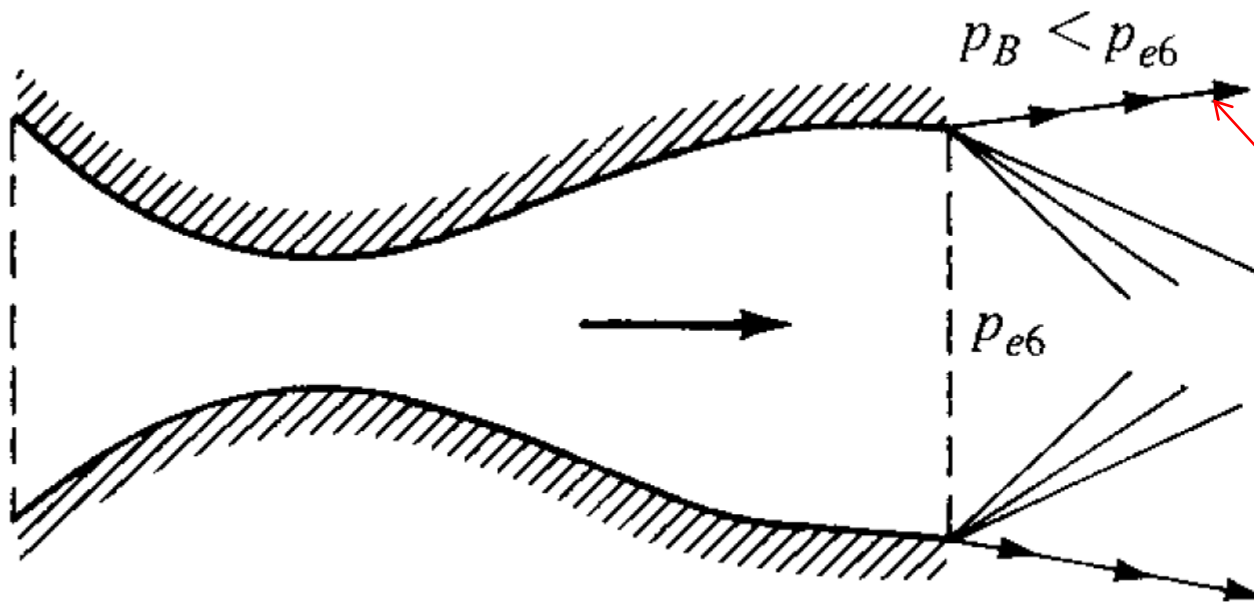


图10.12

整个喷管流动不变了, 喷管的流量保持不变

随着出口压力的变化压强和马赫数变化总结（续）

(5) 当 $p_B < p_{e,6}$ 时，管内流动和 $p_B = p_{e,6}$ 时完全相同，但出口处存在膨胀波。



环境压强比出口更低，流线往外偏，则会形成膨胀波

(f)

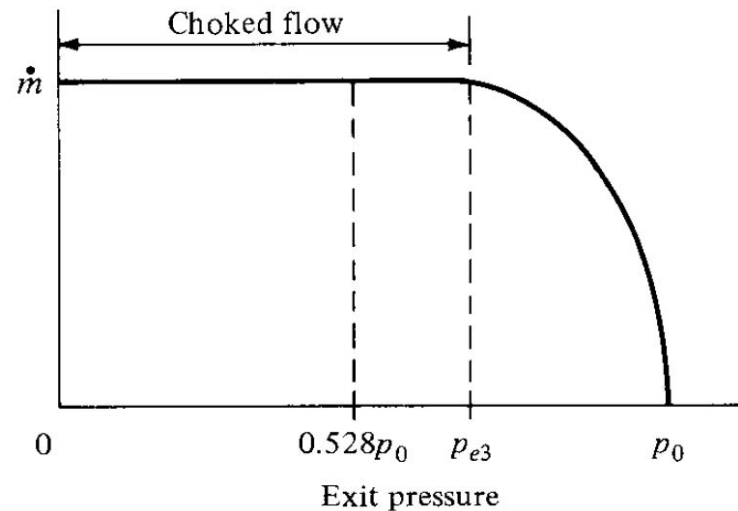
整个喷管流动不变了，喷管的流量保持不变

流过管道的最大质量流量

考推导，考计算

$$\dot{m}_{max} = \frac{p_0 A^*}{\sqrt{T_0}} \sqrt{\frac{\gamma}{R} \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}}$$

$$\dot{m} \propto \frac{p_0 A^*}{\sqrt{T_0}}$$



最大流量正比于来流总压和喉道面积，反比于总温开根号

Figure 10.14 Variation of mass flow with exit pressure; illustration of choked flow.

图10.14 质量流量随出口压力的变化；壅塞流的说明

问题: 随着出口压力的变化质量流量如何变化? (续)

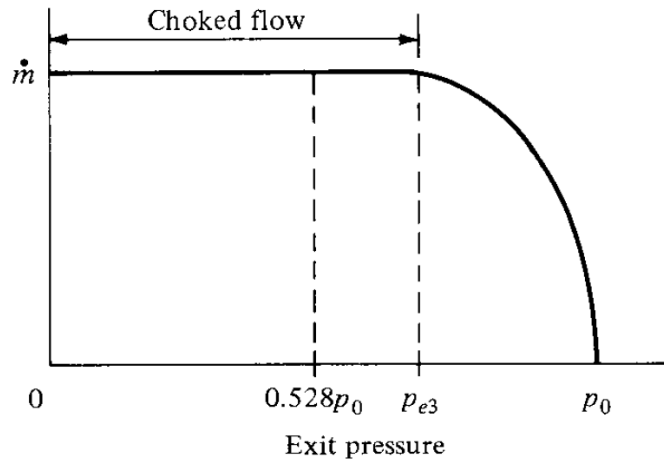


FIGURE 10.14

Variation of mass flow with exit pressure; illustration of choked flow

质量流量随出口压力的变化；
壅塞流的说明

➤ 收缩段流动冻结：

一旦流动在喉道处达到声速，扰动就不能向喉道之前的收缩段逆向传播。因此，在喷管收缩段的流动不再与出口压力相联系，并且此段流动没有办法感受到出口压力还在继续降低。

➤ 质量流量保持不变：

一旦流动在喉道达到声速，不管 p_e 降低到多少，质量流量仍然保持不变，我们称这种流动为“壅塞”流 (choked flow)。这是可压缩流流过管道的一个重要特征。

知识点：

- 1) 面积马赫数关系式推导及查表计算**
- 2) 给定拉瓦尔喷管在不同压力差下出现的5大类流动情况**
- 3) 亚声速入流的准一维管道流动最大质量流量推导**

- A 完全掌握了这部分知识内容**
- B 掌握了大部分**
- C 掌握了一小部分**
- D 完全不懂**

提交

知识点：

- 1) 面积马赫数关系式推导及查表计算**
- 2) 给定拉瓦尔喷管在不同压力差下出现的5大类流动情况**
- 3) 亚声速入流的准一维管道流动最大质量流量推导**

- A 完全掌握了这部分知识内容**
- B 掌握了大部分**
- C 掌握了一小部分**
- D 完全不懂**

提交



Lecture #15/第15次课

Chapter 10 Compressible Flow through Nozzles, Diffusers, and Wind Tunnels

第十章 通过喷管、扩压器和风洞的可压缩流

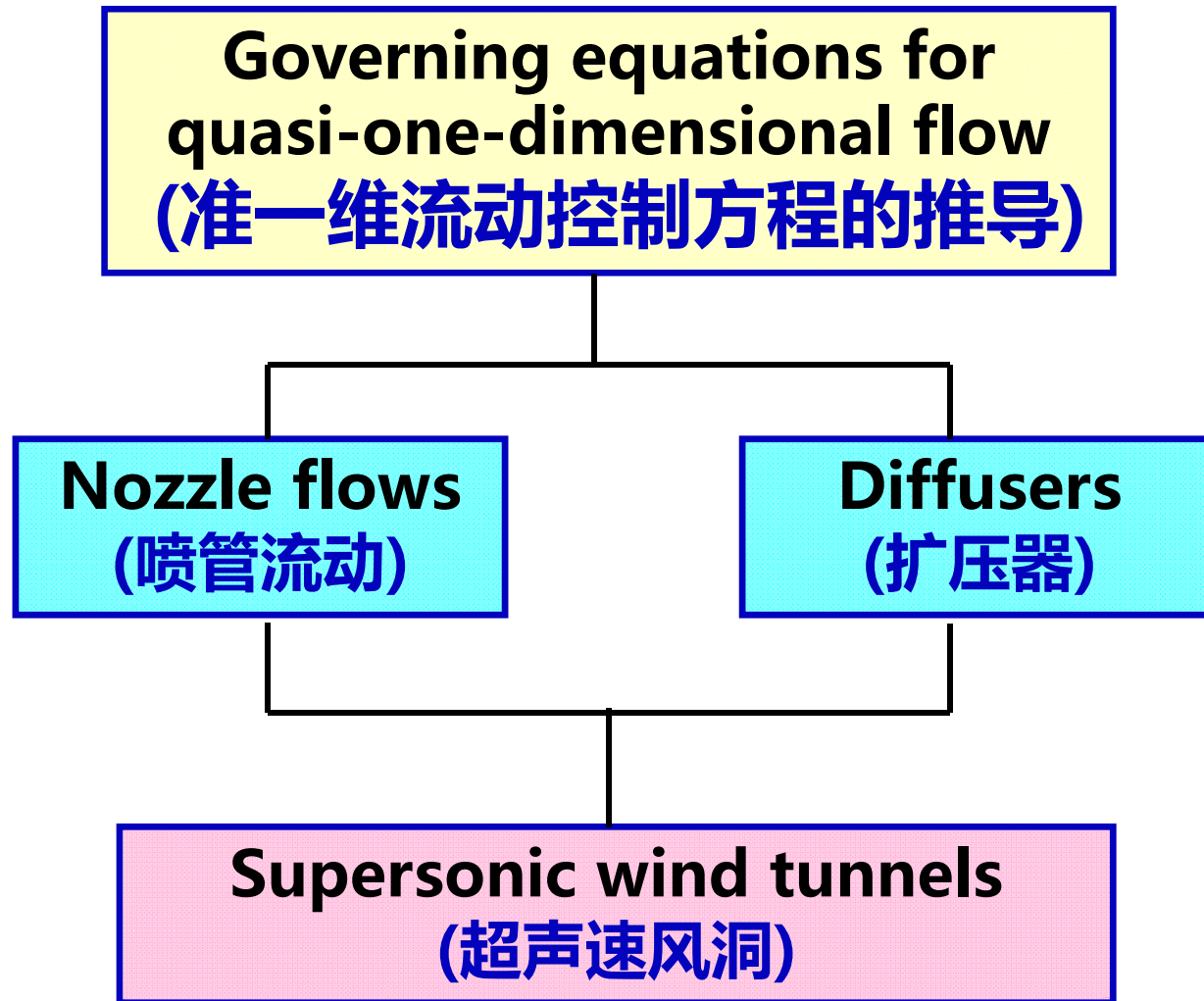
主讲人：韩忠华 教授

E-mail: hanzh@nwpu.edu.cn

2019年11月25日

Department of Fluid Mechanics, School of Aeronautics, Northwestern
Polytechnical University, Xi'an, China

图10.3 第十章的路线图



例10.4 已知火箭发动机的推力公式：

$$T = \dot{m}u_e + (p_e - p_\infty)A_e \quad (\text{E10.1})$$

喷管燃烧室总压和总温为 $p_0 = 30\text{atm}$, $T_0 = 3500\text{K}$ 。喷管喉道面积为 $A_t = 0.4\text{m}^2$ 。喷管出口压强被精确设计为与 20km 高度处的环境大气压强相等。假设通过火箭发动机喷管的流动为等熵流，比热比 $\gamma = 1.22$ ，气体常数 $R = 520\text{J}/(\text{kg})(\text{K})$ 。

(a) 用 E10.1 计算火箭发动机的推力。

(b) 计算喷管出口的面积。

提示：由于 $\gamma = 1.22$ 不等于 1.4 因此本题不要查附录中的表

解: (a) 求质量流量:

$$\rho_0 = \frac{p_0}{RT_0} = \frac{30 \times 1.01 \times 10^5}{520 \times 3500} = 1.665 \text{ kg} / \text{m}^3$$

$$\rho^* = \frac{\rho}{\rho_0} \rho_0 = \left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{1/\gamma - 1} \rho_0 = 0.622 \times 1.665 = 1.036 (\text{kg} / \text{m}^3)$$

$$T^* = \frac{T}{T_0} T_0 = \left(\frac{2}{\gamma + 1} \right) T_0 = 0.901 \times 3500 = 3154 (\text{K})$$

$$u^* = a^* = \sqrt{\gamma R T^*} = \sqrt{1.22 \times 520 \times 3154} = 1415 (\text{m} / \text{s})$$

$$\dot{m} = \rho u A = \rho^* u^* A^* = (1.036)(1415)(0.4) = 586.4 (\text{kg} / \text{s})$$

求 u_e :
$$\frac{p_0}{p_e} = (1 + \frac{\gamma-1}{2} M_e^2)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

在20km高空大气压强可由附表D查得：

$$p_e = p_\infty = 5229.3 \text{ N} / \text{m}^2$$

$$1 + \frac{\gamma-1}{2} M_e^2 = (\frac{p_0}{p_e})^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = [\frac{(30)(1.01 \times 10^5)}{5529.3}]^{\frac{0.22}{1.22}} = 3.111$$

$$M_e = \sqrt{2.111(\frac{2}{0.22})} = 4.38$$

$$T_e = T_0 / (1 + \frac{\gamma-1}{2} M_e^2) = \frac{3500}{3.111} = 1125 \text{ K}$$

$$a_e = \sqrt{\gamma R T_e} = \sqrt{1.22 \times 520 \times 1125} = 844.8 \text{ m/s}$$

$$u_e = M_e a_e = 4.38 \times 844.8 = 3700 \text{ m/s}$$

$$T = \dot{m} u_e = 586.4 \times 3700 = 2.17 \times 10^6 \text{ (N)}$$

u_e 的另外一种算法：

$$c_p T_0 = c_p T_e + \frac{u_e^2}{2}$$

$$c_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1} = \frac{1.22(520)}{0.22} = 2883.6 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$$

$$u_e = \sqrt{2c_p (T_0 - T_e)} = 3700 \text{ (m/s)}$$

(b) 求出口面积：

$$\left(\frac{A_e}{A^*}\right)^2 = \frac{1}{M_e^2} \left[\left(\frac{2}{\gamma+1}\right) \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_e^2\right) \right]^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}$$

$$\left(\frac{A_e}{A^*}\right)^2 = \frac{1}{4.38^2} [0.9(3.111)]^{10.1} = 1710.8$$

$$A_e = \sqrt{1710.8} A^* = 16.5(m^2)$$

例10.5 采用作业10.5推导的质量流量计算公式计算通过火箭发动机喷管的质量流量；并与例10.4的结果比较。

$$\dot{m} = \frac{p_0 A^*}{\sqrt{T_0}} \sqrt{\frac{\gamma}{R} \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{(\gamma+1)/(\gamma-1)}}$$

$$\dot{m} = \frac{30 \times 1.01 \times 10^5 \times 0.4}{\sqrt{3500}} \sqrt{\frac{1.22}{520} \left(\frac{2}{2.22} \right)^{10.1}} = 585.8 (\text{kg} / \text{s})$$

二者计算结果相同

10.4 Diffusers (扩压器)

扩压器的定义

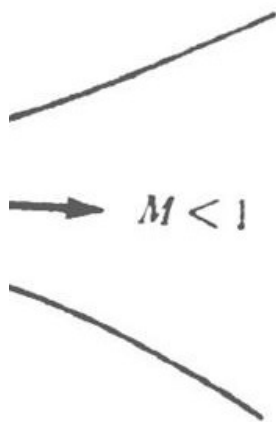
在3.2.2节中介绍低速风洞时，我们首次介绍了风洞扩压器（扩压段）的作用。在那里，扩压器是试验段下游的一段扩张管道，作用是将试验段的气体的高速度降低至扩压器出口的很低速度。一般来说，我们可以将扩压器定义如下：

扩压器是将入流速度在其出口处降低的任意管道(in general, we can define a diffuser as any duct designed to slow an incoming gas flow to lower velocity at the exit of the diffuser)。

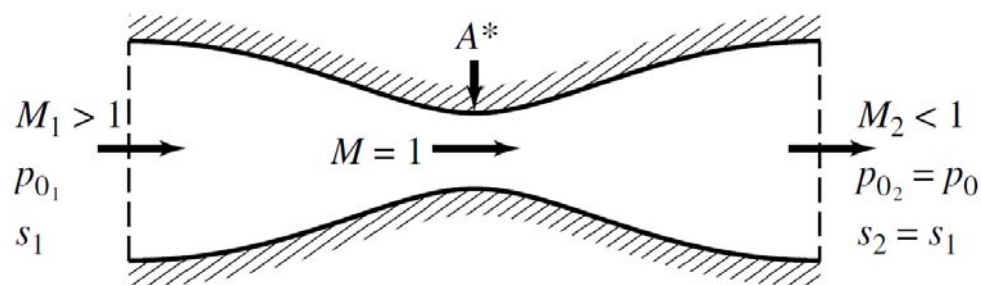
亚声速和超声速扩压器

扩压器的入流速度可以是亚声速的，也可以是超声速的。然而，对于入流是亚声速的还是超声速的，扩压器的形状截然不同。

(However, the shape of the diffuser is drastically different, depending on whether the incoming flow is subsonic or supersonic) .



亚声速扩压器



(a) Ideal (isentropic) supersonic diffuser

超声速扩压器

两个例子

1. A pressure vessel containing stagnant air at 10 atm.
(一压力为10atm的贮存静止气体的压力罐。)
2. A supersonic flow at $M = 2.16$ and $p = 1$ atm
(来流马赫数为 $M = 2.16$, 静压为1atm的超声速流。)

In case 1, $p_0 = 10\text{atm}$,

$$\text{In case 2, } p_0 = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\gamma/(\gamma - 1)} p = (1 + 0.2 \cdot 2.16^2)^{3.5} \cdot 1\text{atm} \\ \approx 10\text{atm}$$

然而，在case 2 中，超声速气流必须降低速度之后，我们才能将其输入到进气管用以驱动活塞。如果减速过程是在没有总压损失的情况下实现的，那么对于这种情况在进气管内的压力也是10atm. 因此，case2 对应同样的有用功 W_1 .

对于case 2，如果在降低超声速来流速度时有3atm的总压损失，那么在进气管中的压力只有7atm，因此，其只能对应有功功 W_2 ，并且一定小于 W_1 。通过这个简单的例子，我们可以看出流动气体的总压确实是气体做有用功能力的度量，总压损失是降低效率的，是做有用功能力的损失。

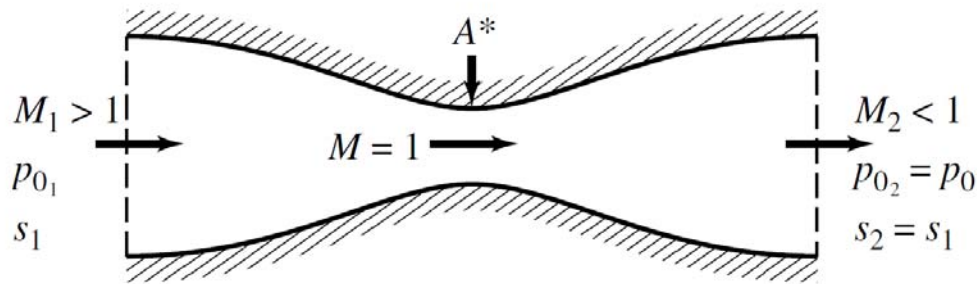
扩压器的扩展定义

考概念

根据上面的讨论，我们将扩压器的定义扩展如下：扩压器是这样的一段管道，它的作用是使气流以尽可能小的总压损失通过管道并在其出口降低速度。

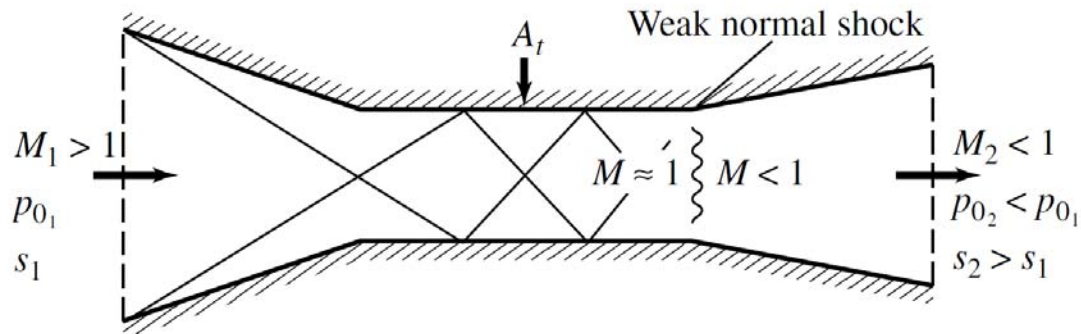
(So we can expand our definition of a diffuser: A diffuser is a duct designed to slow an incoming gas flow to lower velocity at the exit of the diffuser *with as small a loss in total pressure as possible.*)

理想扩压器与实际扩压器



(a) Ideal (isentropic) supersonic diffuser

理想扩压器



(b) Actual supersonic diffuser

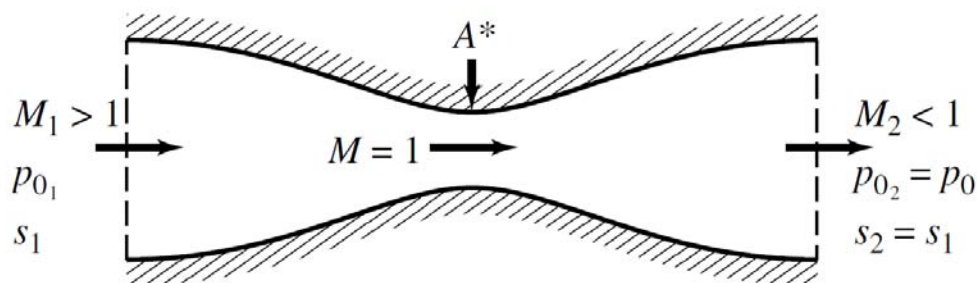
实际扩压器

$$s_2 > s_1, \quad p_{0,2} < p_{0,1}$$

理想扩压器与实际扩压器

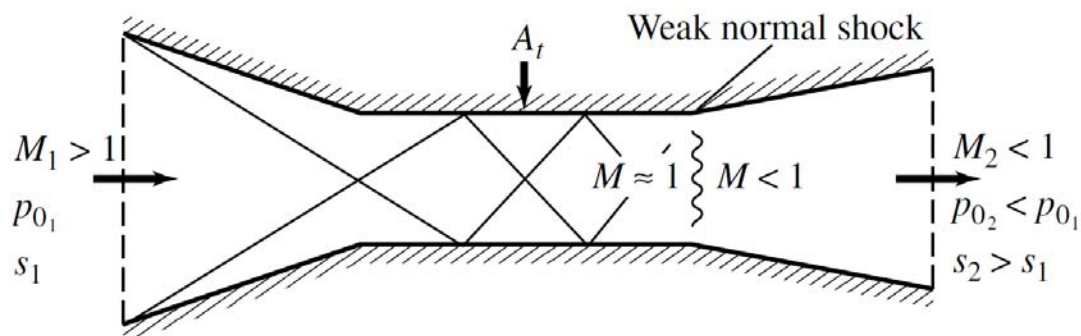
- 因为理想扩压器的流动是等熵的，所以总压通过整个扩压器是不变的。
- 然而，图10.17a所示的理想情况在现实中是不可能发生的，超声速流在减速过程中不产生激波是极其困难的。在扩压器的收缩段，超声速气流向气流本身偏转，因此气流自身受到压缩会产生斜激波，因此，等熵条件不再成立，通过激波有熵增。
- 而且，在真实问题中，气体是有粘性的，在扩压器壁面附面层内也会产生熵增。

理想扩压器与实际扩压器的比较



(a) Ideal (isentropic) supersonic diffuser

理想扩压器



(b) Actual supersonic diffuser

实际扩压器

$$s_2 > s_1, \quad p_{0,2} < p_{0,1}$$

设计高效率扩压器的关键在于使通过扩压器的气流总压损失尽可能小。即将收缩段、扩张段、等截面喉道设计得使 $p_{0,2}/p_{0,1}$ 越接近1越好。

下列说法不正确的是：

- A** 扩压器的作用是使气流以尽可能小的总压损失通过管道并在其出口降低速度
- B** 总压是气体做有用功能能力的度量
- C** 存在理想的超声速扩压器，使总压通过整个扩压器不损失。
- D** 扩压器的总压损失越小，其效率越高。

提交

10.5 Supersonic Wind Tunnel (超声速风洞)

想像我们希望在实验室进行一个超声速飞行器的模型试验，如一个圆锥模型，要求产生一个马赫数为2.5的均匀来流。这个目标怎样来实现呢？

(1) 采用图10.18所示方法：

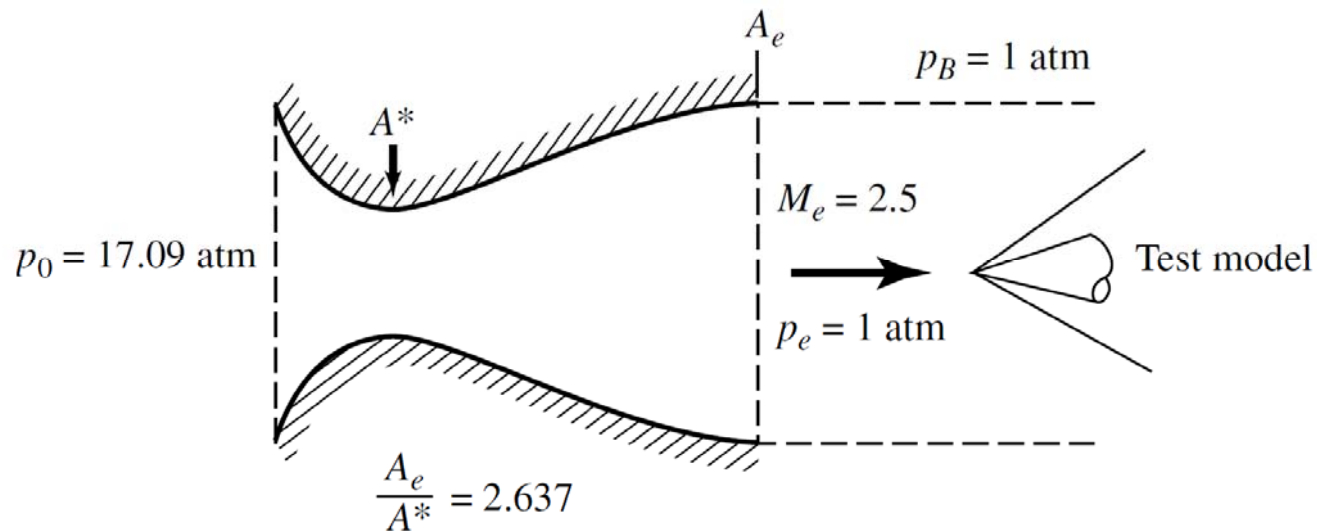


FIGURE 10.18 Nozzle exhausting directly to the atmosphere

很明显，我们需要一个收缩-扩张管道，具有面积比： $A_e/A^*=2.637$ （参见附录A）。

而且，为保证在喷管出口得到马赫数为 2.5 的无激波超声速流，我们需要建立一个通过喷管的压力比： $p_0/p_e=17.09$ 。

如果按前面给出的方式让喷管出口的气流直接流入外界环境，即实验模型置于喷管出口下游，马赫数为2.5的气流作为“自由射流”通过模型，如图10.18所示。为保证自由射流没有膨胀波和激波，喷管出口压力 p_e 必须等于反压 p_B ，如图10.16e。由于反压就是围绕自由射流的环境大气，所以 $p_B = p_e = 1\text{atm}$ 。

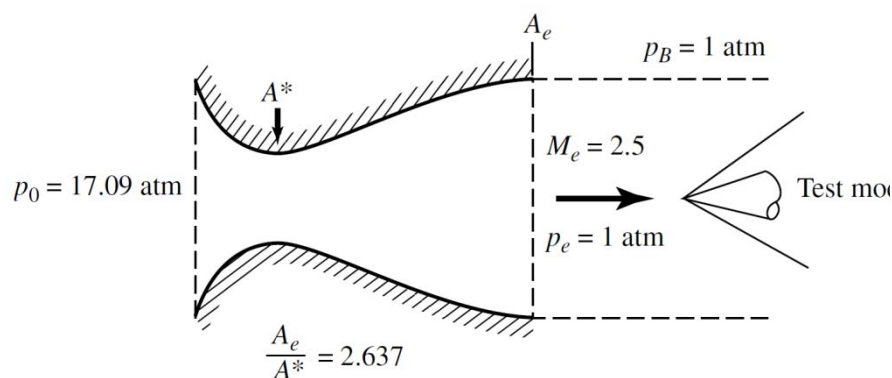


图 10.18

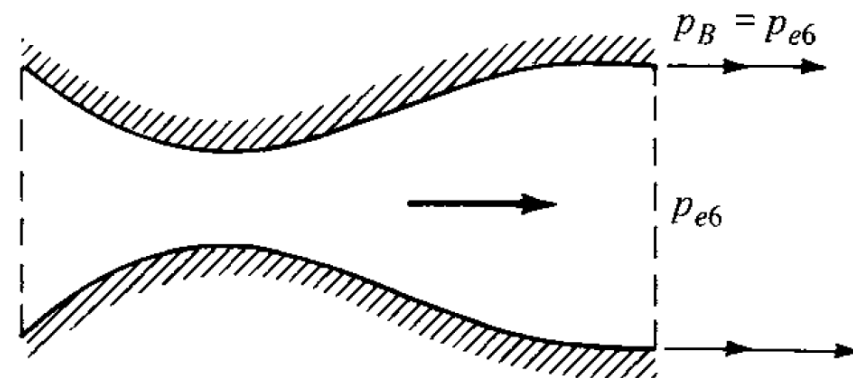


图 10.16e

由此可见，如果采用这种方法，我们必须在喷管入口处连接一个压力为17.09atm的高压贮气罐。通过压缩机和高压气罐来产生和贮存这样的高压气体是极其昂贵的。

问题：我们能否采用更有效的方法来实现我们的目的呢？

(2) 采用如下方法：

我们可以不用图10.18中的自由射流。假想我们在喷管出口出连接一个末端有一道正激波的等截面管道，如下图（图10.19）所示。

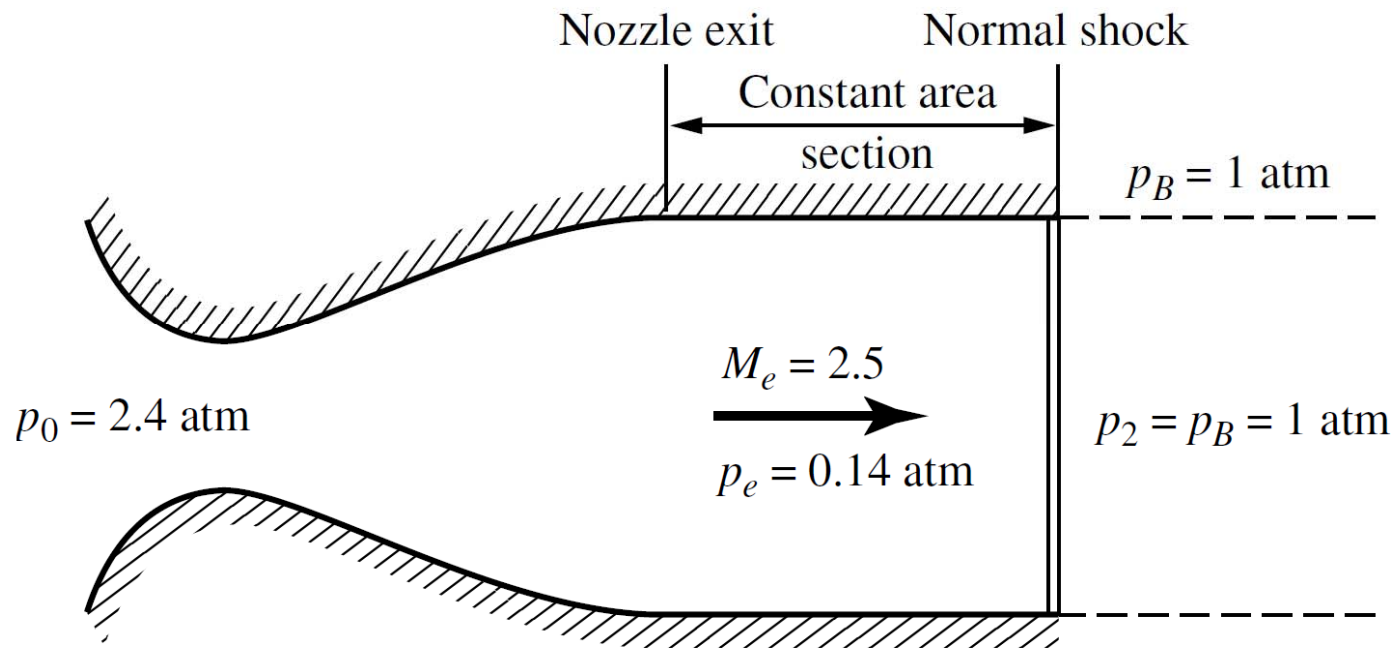


Figure 10.19 Nozzle exhausting into a constant-area duct, where a normal shock stands at the exit of the duct.

激波下游的压力为 $p_2 = p_B = 1\text{atm}$, $M = 2.5$ 时, 通过正激波的压力比为 $p_2/p_e = 7.125$, 因此正激波上游的压力为 0.14atm 。因为在等截面段流动是均匀的, 因此, 其等于喷管出口处的压力, 即 $p_e = 0.14\text{atm}$ 。于是, 为得到通过喷管的适当等熵流动, 我们只需要一个压力为 2.4atm 的贮气室 ($p_0 = 17.09 \cdot 0.14\text{atm} = 2.4\text{atm}$)。这和图10.18所示的第一种办法所需的总压 17.09atm 相比, 效率大大提高了。

在图10.19中，正激波的作用就是扩压器的作用。通过正激波，马赫数为2.5的超声速气流减速为马赫数为0.513的亚声速流。因此，通过加入这样一个“扩压器”，我们可以更有效地产生马赫数为2.5的均匀流。然而，图10.19给出的“正激波扩压器”存在以下几个问题：

- (1)、正激波是最强的激波，因此，其引起的总压损失最大。如果我们将图10.19中的正激波用一较弱的激波代替，总压损失会更小，因而所需要的贮气室压力可以小于2.4atm。
- (2)、要在管道出口处保持一稳定的正激波极其困难，流动的非定常性和不稳定性将使激波移到其他位置或在该位置处往复运动。因此，我们不能保证等截面管道内的流动品质。
- (3)、一旦实验模型放入等截面段，由模型产生的斜激波将向下游传播，使流动变为二维或三维的，图10.19所示的正激波在这种流动中不可能存在。

(3)采用如下方法：

鉴于以上原因，我们将图10.19中的正激波扩压器用图10.17b的斜激波扩压器来代替。这样的管道将如图10.20所示。

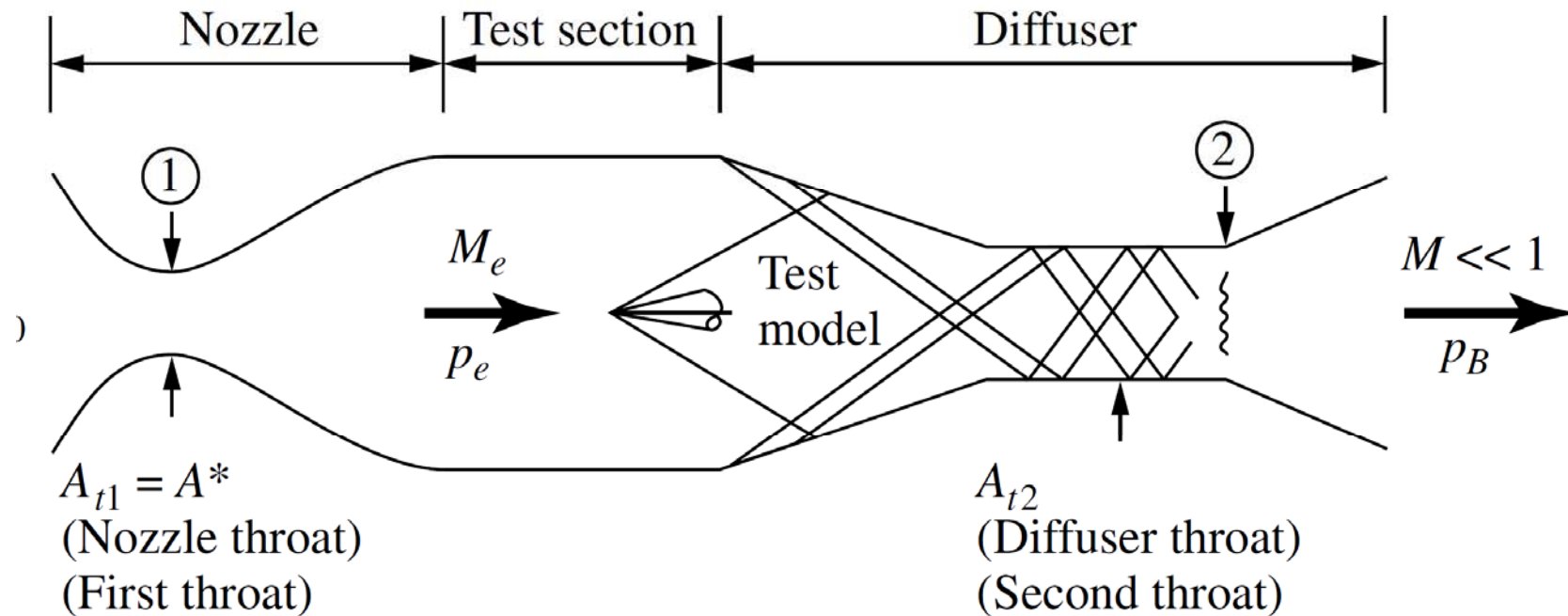
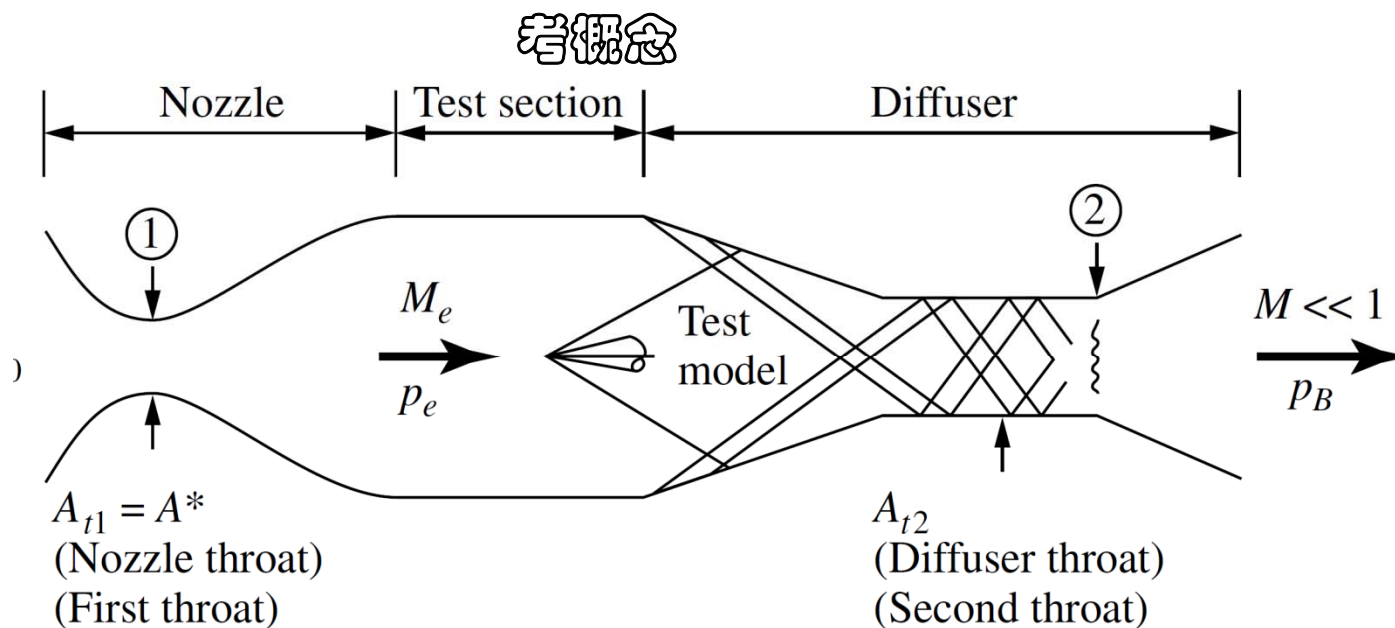


Figure 10.20 Sketch of a supersonic wind tunnel.
Fig. 10.20



仔细观察图10.20，我们看到，收缩—扩张喷管在喷管扩张段产生超声速流，流入与喷管出口连接的我们称之为实验段的等截面段，然后流入与实验段相连的扩压器以使超声速来流减速。像这样，收缩-扩张的喷管、等截面的实验段和收缩-扩张的扩压器就构成了超声速风洞的基本布局。

实验模型，例如图10.20中的圆锥，被置于实验段，我们在实验段可对模型进行升力、阻力、压强分布等气动特性测量。模型产生的激波传播至下游并与扩压器内多个反射波相互作用。

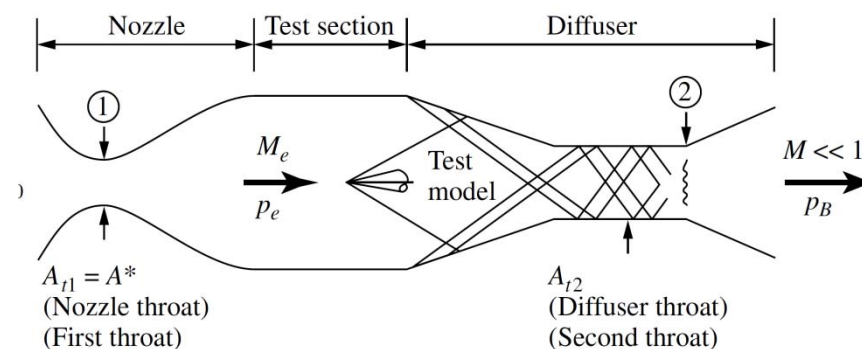
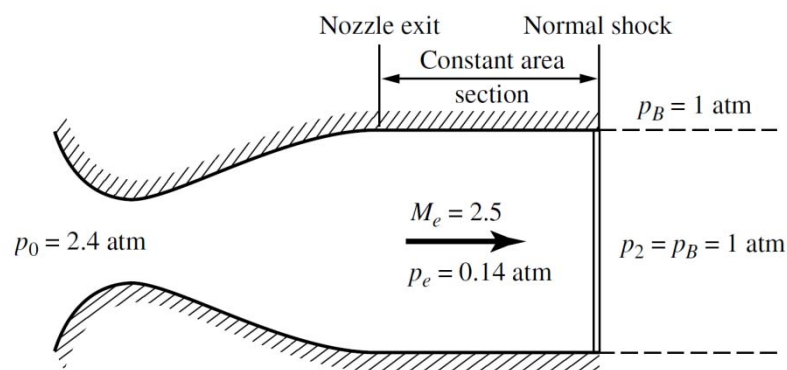
使这样的超声速风洞开始运行所需要的压力比是 p_0/p_B 。

如何获得所需要的压力比？

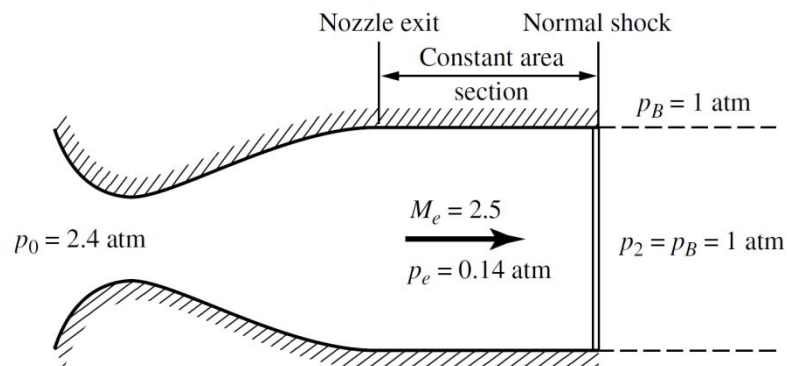
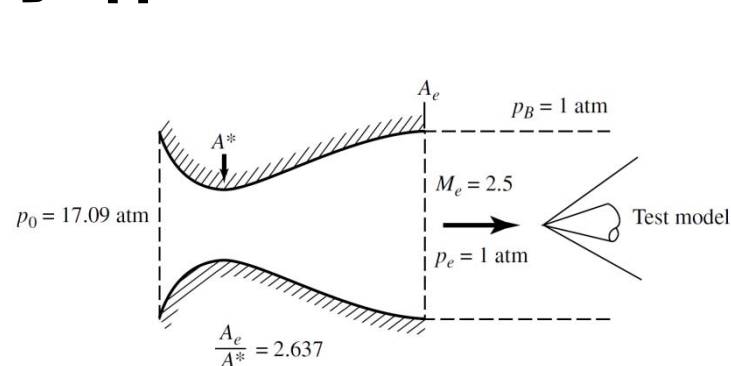
我们可以通过在喷管入口连接高压气罐增大 p_0 或在扩压器出口连接真空室使 p_B 减小来获得压力比 p_0/p_B ，也可以通过两者结合来获得。

超声速风洞中总压损失的主要来源是扩压器，即风洞的扩压段。扩压段的总压损失越小，运行风洞所需要的压力比 p_0/p_B 越小，因此，设计高效的扩压段十分重要。

在通常情况下，通过一系列斜激波逐渐降低超声速气流速度，然后再通过一较弱的正激波使气流减速到亚声速，其总压损失比直接以一个高马赫数通过一道正激波使气流减速所引起的总压损失小。例9.5说明了这一趋势。因此，斜激波扩压器比单独正激波扩压器效率更高。

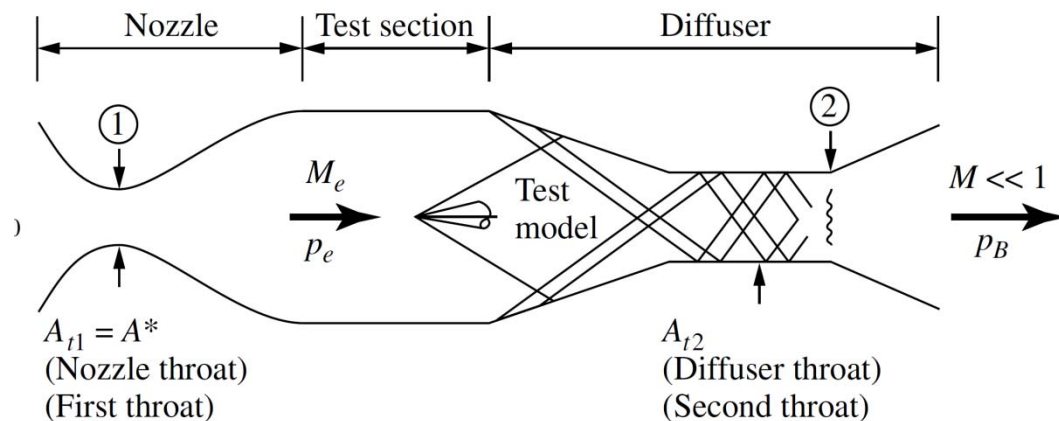


小结：



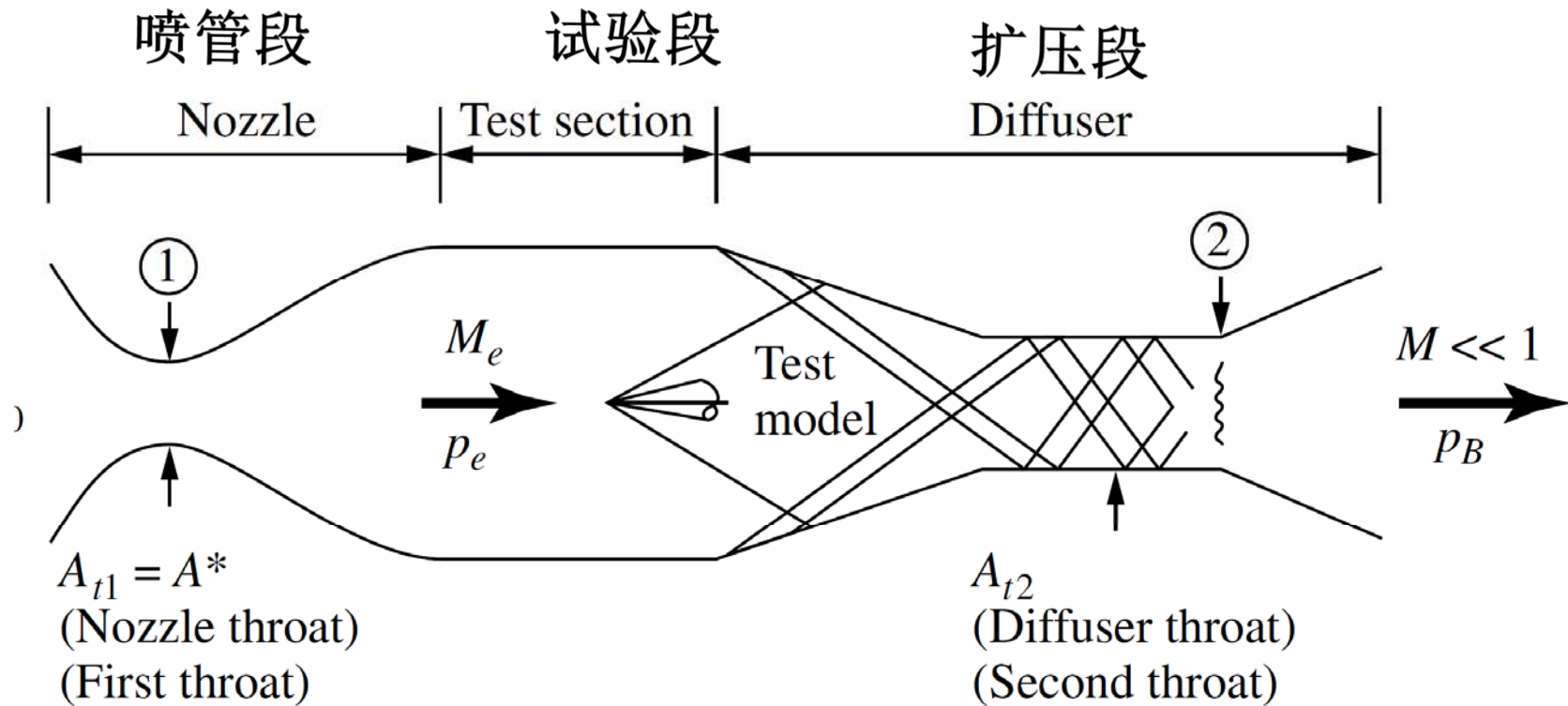
(1) 效率低、耗能大

(2) 虽然效率提高，耗能减小，但不能实用



(3) 实用的超声速风洞布局，效率提高，耗能减小

超声速风洞第二喉道的讨论：



喷管喉道
第一喉道

$$\begin{aligned}\dot{m}_1 &= \rho_1 u_1 A_{t,1} \\ &= \rho_1^* a_1^* A_{t,1} \\ \dot{m}_2 &= \rho_2 u_2 A_{t,2}\end{aligned}$$

扩压器喉道
第二喉道

超声速风洞第二喉道的讨论（续）：

$$A_{t,1} = A_{t,2} ?$$

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 \quad \rho_1^* a_1^* A_{t,1} = \rho_2 u_2 A_{t,2}$$

假设在站位2处也达到声速，估计第二喉道面积

$$\rho_1^* a_1^* A_{t,1} = \rho_2^* a_2^* A_{t,2} \quad \frac{A_{t,2}}{A_{t,1}} = \frac{\rho_1^* a_1^*}{\rho_2^* a_2^*}$$

绝热流动 $a_1^* = a_2^*$

$$\frac{A_{t,2}}{A_{t,1}} = \frac{\rho_1^*}{\rho_2^*} \quad (10.36)$$

根据状态方程， $\rho^*=p^*/RT^*$ ，并且我们知道对于绝热流动 T^* 也是常数，因此，有 $T_1^*=T_2^*$ ，(10.36)式可以写成：

$$\frac{A_{t,2}}{A_{t,1}} = \frac{p_1^*}{p_2^*} \quad \boxed{\frac{A_{t,2}}{A_{t,1}} = \frac{p_{0,1}}{p_{0,2}}} \quad (10.39)$$

$$\boxed{A_{t,2} > A_{t,1}}$$

考概念

结论：第二喉道总是比第一喉道大 (the second throat must always be *larger* than the first throat)。

有关超声速风洞第二喉道说法正确的是：

- ☐ A 第二喉道小于第一喉道
- ☒ B 第二喉道大于第一喉道
- ☐ C 第二喉道等于第一喉道

提交

Example 10.6 初步设计马赫数为 2 的超声速风洞，计算扩压器喉道面积与喷管喉道面积的比。

解：为起动风洞，我们采用最严重的情况来估算通过风洞的总压损失。即正激波出现在扩压器的入口处，由附录 B，对于正激波前马赫数为2.0的流动，波后波前总压比 $p_{0,2}/p_0 = 0.7209$ ，所以由公式 (10.39) 我们求出：

$$\frac{A_{t,2}}{A_{t,1}} = \frac{p_{0,1}}{p_{0,2}} = \frac{1}{0.7209} = 1.387$$

10.6 Viscous Flow: Shock-Wave/Boundary Layer Interaction inside Nozzels (黏性流：喷管内的激波/边界层干扰)

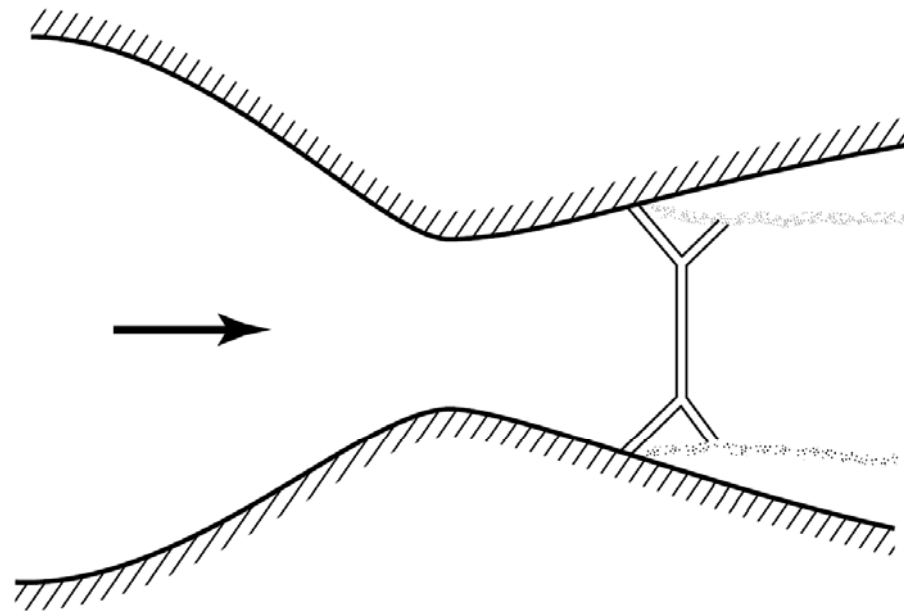


Figure 10.21 Sketch of an overexpanded nozzle flow with flow separation. (Source: Craig Hunter, NASA.).

纹影照像（过膨胀喷管内的激波/边界层干扰）

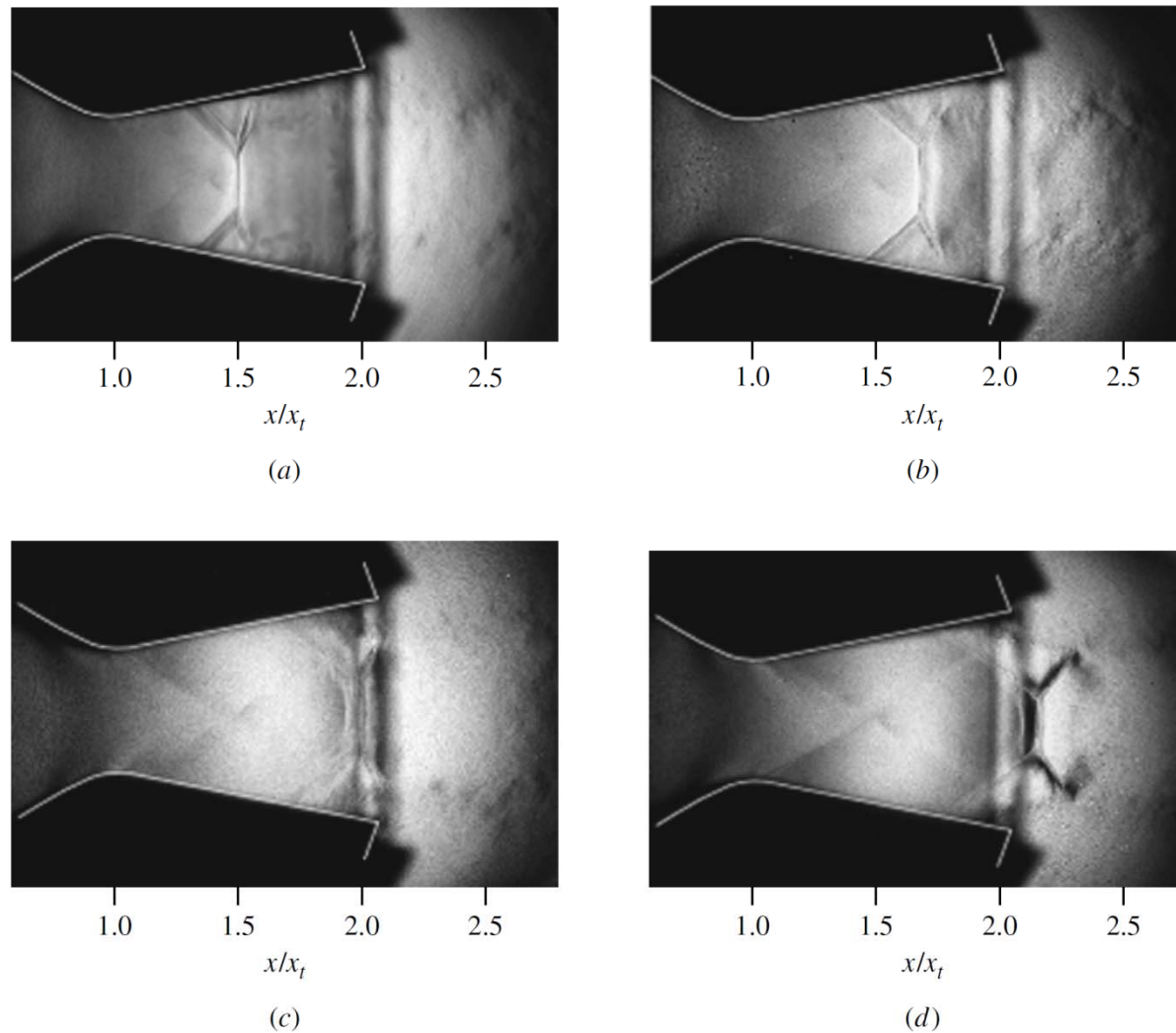


Figure 10.22 Schlieren photographs of the shock-wave/boundary-layer interaction inside an overexpanded nozzle flow. Exit-to-reservoir pressure ratio is (a) 0.5, (b) 0.417, (c) 0.333, (d) 0.294. (Source: Craig Hunter; NASA.)

10.7 Summary/小结

准一维流动是变截面管道内三维真实流动的近似；在这一近似假设下，尽管面积分布 $A=A(x)$ 是变化的，但流动参数只是 x 的函数，即 $p=p(x), u=u(x), T=T(x)$ 等。因此，我们可以将准一维流动的结果看作是三维真实管内流动在给定站位截面的平均值。准一维流动的假设给出了许多与真实内流相符合的合理结果，是分析可压缩流动内流的重要手段。准一维流动的控制方程为：

$$\text{连续方程：} \quad \rho_1 u_1 A_1 = \rho_2 u_2 A_2 \quad \text{考推导} \quad (10.1)$$

$$\text{动量方程：} \quad p_1 A_1 + \rho_1 u_1^2 A_1 + \int_{A_1}^{A_2} p dA = p_2 A_2 + \rho_2 u_2^2 A_2 \quad (10.5)$$

$$\text{能量方程：} \quad h_1 + \frac{u_1^2}{2} = h_2 + \frac{u_2^2}{2} \quad (10.9)$$

“面积-速度关系式” 为

考推导

$$\frac{dA}{A} = (M^2 - 1) \frac{du}{u} \quad (10.25)$$

此公式说明：

- 1、要使亚声速流加速（减速），必须使流管面积减小（增加）。
- 2、要使超声速流加速（减速），必须使流管面积增加（减小）。
- 3、声速流动只能出现在喉道或最小流管面积处。

考计算

通过管道的完全气体等熵流动由下式决定：

$$\left(\frac{A}{A^*}\right)^2 = \frac{1}{M^2} \left[\left(\frac{2}{\gamma+1}\right) \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right) \right]^{\frac{(\gamma+1)}{(\gamma-1)}} \quad (10.32)$$

这一关系式告诉我们：管道内流动的马赫数是由当地面积与声速喉道面积的比值决定；而且，对于给定的面积比，对应两个满足（10.32）式的值：一个亚声速值，一个超声速值。

A^* 可以是一个实际的量，也可以是一个假想的量，在等熵流动区域 A^* 相同。跨过激波后， A^* 会变化

考概念

对于给定的收缩-扩张管道，只存在一种可能的等熵超声速流动；相反，存在无数多种亚声速等熵解，每一种解对应不同的入口出口压力比，

$$p_0/p_e = p_0/p_B。$$

在超声速风洞中，第二喉道与第一喉道的比
可由下式近似：

考概念

$$\frac{A_{t,2}}{A_{t,1}} = \frac{p_{0,1}}{p_{0,2}} \quad (10.39)$$

如果 $A_{t,2}$ 低于此值，扩压段将发生壅塞，风洞不能起动。

作业 : 10.10-10.16

- 10.10r** A 20° half-angle wedge is mounted at 0° angle of attack in the test section of a supersonic wind tunnel. When the tunnel is operating, the wave angle from the wedge leading edge is measured to be 48° . What is the exit-to-throat area ratio of the tunnel nozzle?
- 10.11** The nozzle of a supersonic wind tunnel has an exit-to-throat area ratio of 5.90 . When the tunnel is running, a Pitot tube mounted in the test section measures 1.448 atm. What is the reservoir pressure for the tunnel?
- 10.12** We wish to design a supersonic wind tunnel that produces a Mach 2.4 flow at standard sea level conditions in the test section and has a mass flow of air equal to 1 slug/s. Calculate the necessary reservoir pressure and temperature, the nozzle throat and exit areas, and the diffuser throat area.
- 10.13** 不变
- 10.14** For supersonic and hypersonic wind tunnels, a diffuser efficiency, η_D , can be defined as the ratio of the total pressures at the diffuser exit and nozzle reservoir, divided by the total pressure ratio across a normal shock at the test-section Mach number. This is a measure of the efficiency of the diffuser relative to normal shock pressure recovery. Consider a supersonic wind tunnel designed for a test-section Mach number of 2.8 which exhausts directly to the atmosphere. The diffuser efficiency is 1.2 . Calculate the minimum reservoir pressure necessary for running the tunnel.
- 10.15** 不变
- 10.16** 不变

Lecture #15 ended !

办公地点：西工大航空楼A513

邮箱：hanzh@nwpu.edu.cn

电话：029-88492704

微信：zhonghuahan

教师主页：

<http://teacher.nwpu.edu.cn/profzhonghuahan>

Google学术：

<https://scholar.google.com/citations?user=M1I2zZIAAAAJ&hl=n>

ResearchGate：

https://www.researchgate.net/profile/Zhong_Hua_Han

欢迎关注“气动与多学科优化”
微信公众号: nwpuASOMDOgroup

