



Review of Lecture #10/第10次课复习

# **CHAPTER 9** Oblique Shock and Expansion Waves

## 第九章 斜激波和膨胀波

**Presented by Wenping Song**

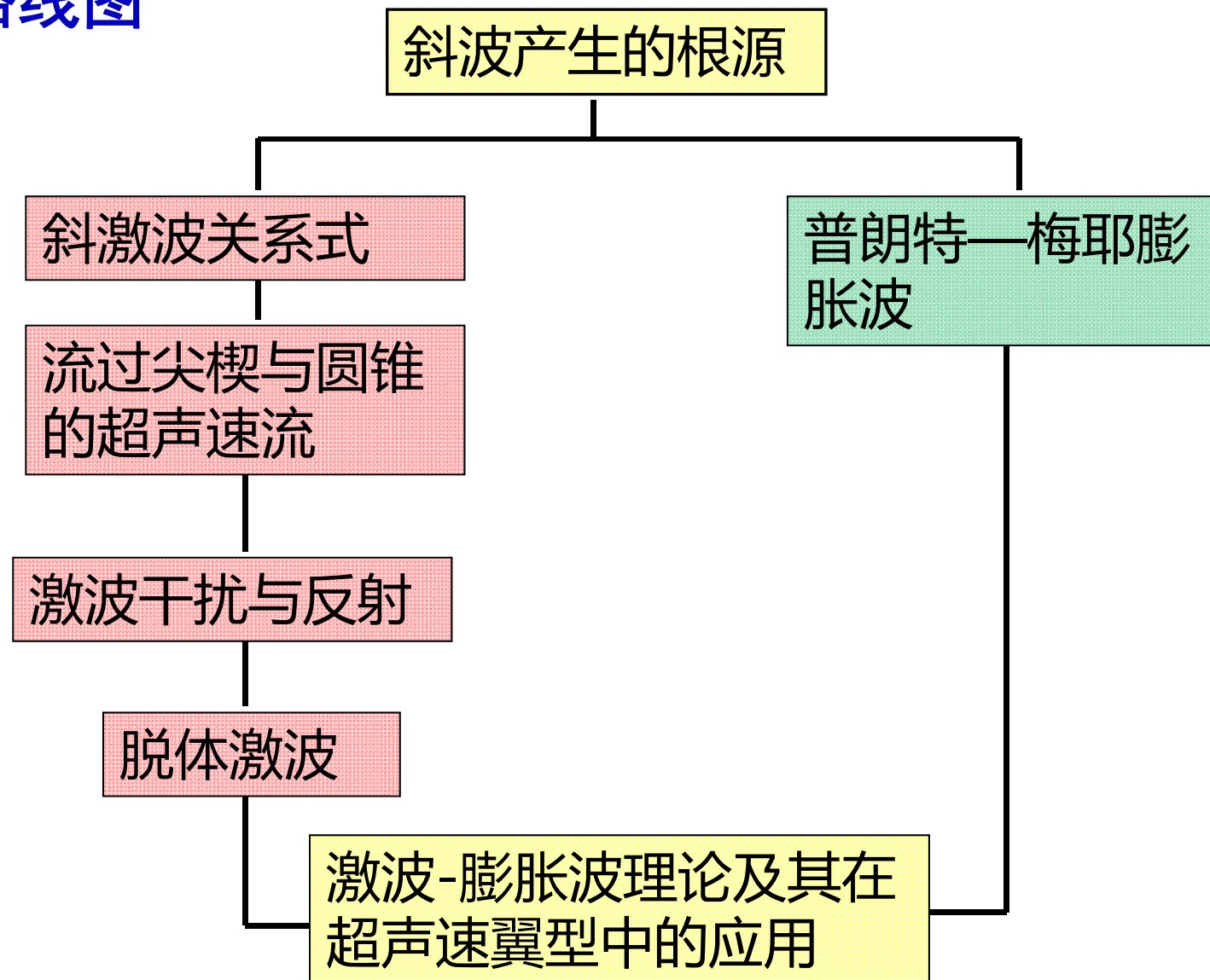
**E-mail: [wpsong@nwpu.edu.cn](mailto:wpsong@nwpu.edu.cn)**

**2019年11月11日 Monday**

Department of Fluid Mechanics, School of Aeronautics, Northwestern Polytechnical  
University, Xi'an, China



## 第九章路线图



## 9.2节例题复习要点

- 附表 B 中的  $p_{0,2}/p_1$  不能用于斜激波计算，因为推导 (8.80) 时

$$\frac{p_{0,2}}{p_1} = \frac{p_{0,2}}{p_2} \frac{p_2}{p_1} \quad \frac{p_2}{p_1} = 1 + \frac{2\gamma}{\gamma+1} (M_1^2 - 1), \text{ 这里 } M_1 \text{ 不能用 } M_{n,1} \text{ 代替}$$

另外：
$$\frac{p_{0,2}}{p_2} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_2^2\right)^{\gamma/\gamma-1}, \text{ 这里 } M_2 \text{ 不能用 } M_{n,2} \text{ 代替}$$

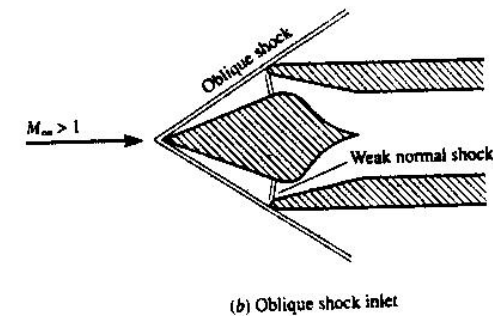
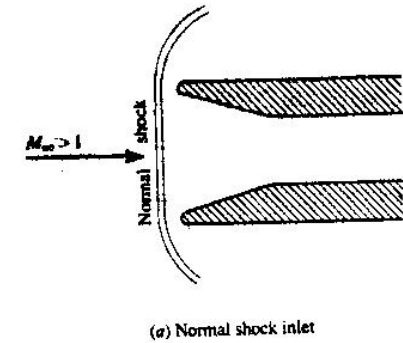
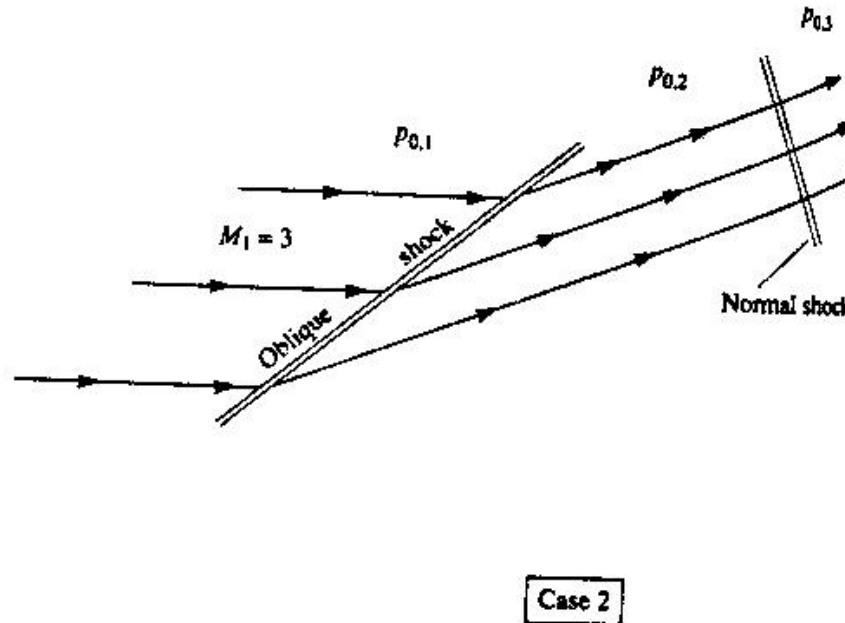
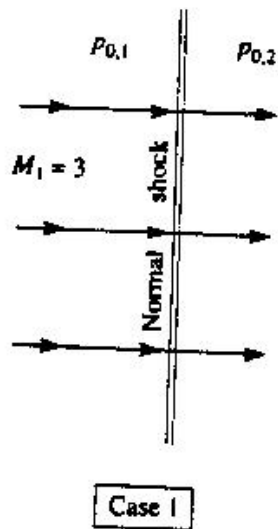
- 仅需给定两物理特性, 就可唯一确定给定斜激波的特性

例9.1给定了  $M_1$  和  $\theta$ , 例9.2给定了  $M_1$  和  $\beta$ , 例9.3给定了  $\beta$  和  $p_2/p_1 = 3$ .



## 9.2节例题复习要点(续)

- 通过多激波系引起的总压损失小于通过单一正激波引起的总压损失，超声速进气道设计，例9.5



**Supersonic Inlet :**  
超声速进气道

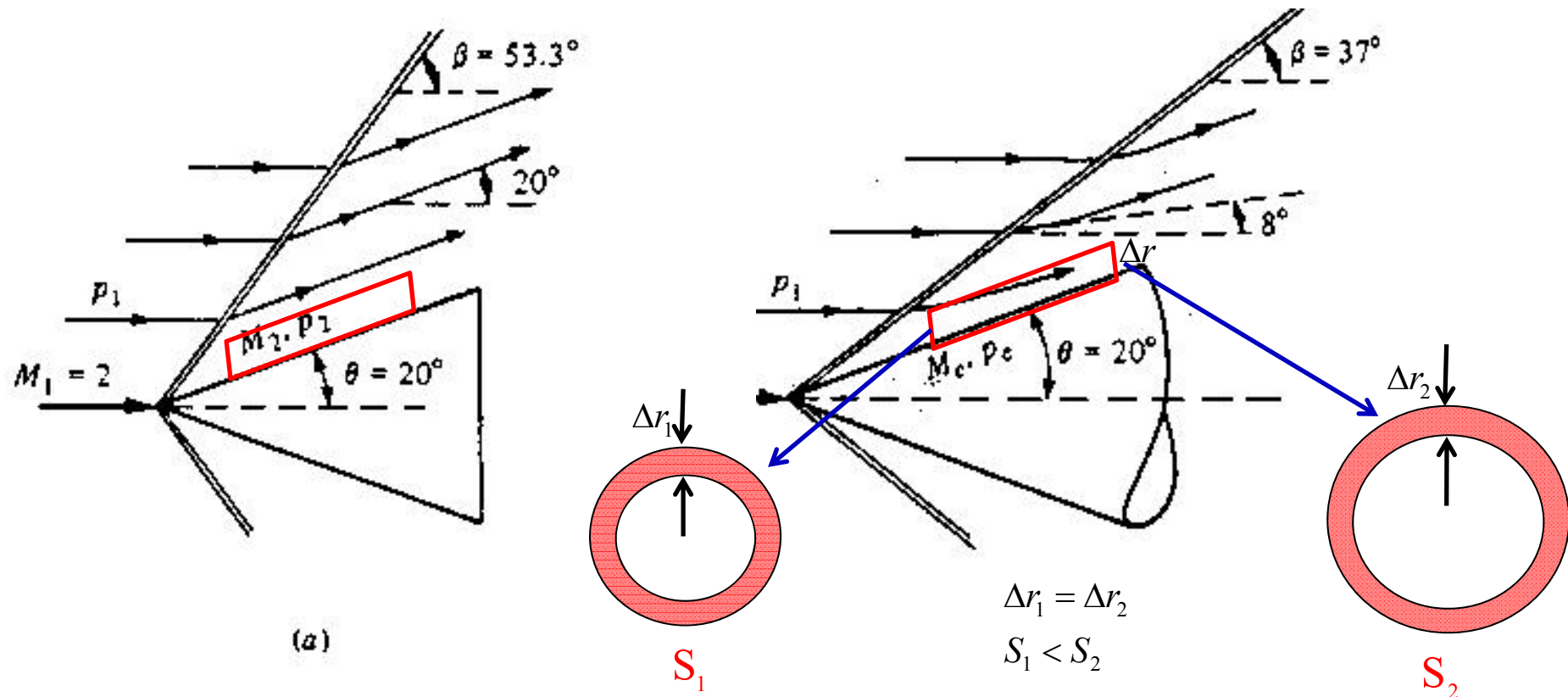
**Jet Engine:**  
喷气发动机

**Lip of the Inlet:**  
进气道唇口



# Chapter 9.3 Supersonic Flow over Wedges and Cones

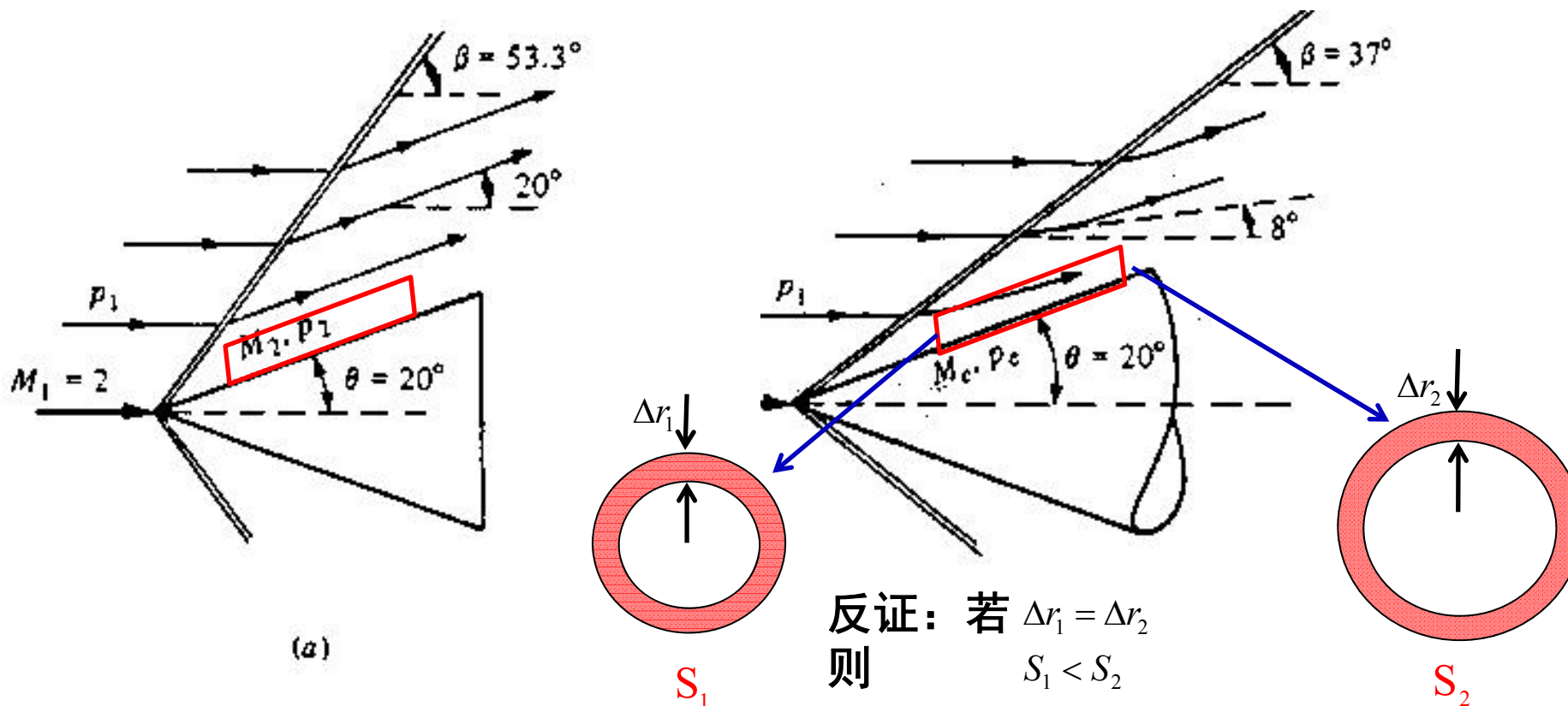
## 流过尖楔和圆锥的超声速流



由于三维效应：(1) 圆锥上的激波较弱；(2) 圆锥表面的压强较小；(3) 圆锥表面上方的流线是弯的







$S_1$  截面和  $S_2$  截面密度、速度等  
 参数不变不满足连续方程

通过二维尖 楔：气流通过斜激波一次压缩偏转

通过三维尖锥：气流通过圆锥激波压缩后，继续等熵压缩，  
 流线无限趋近于物面



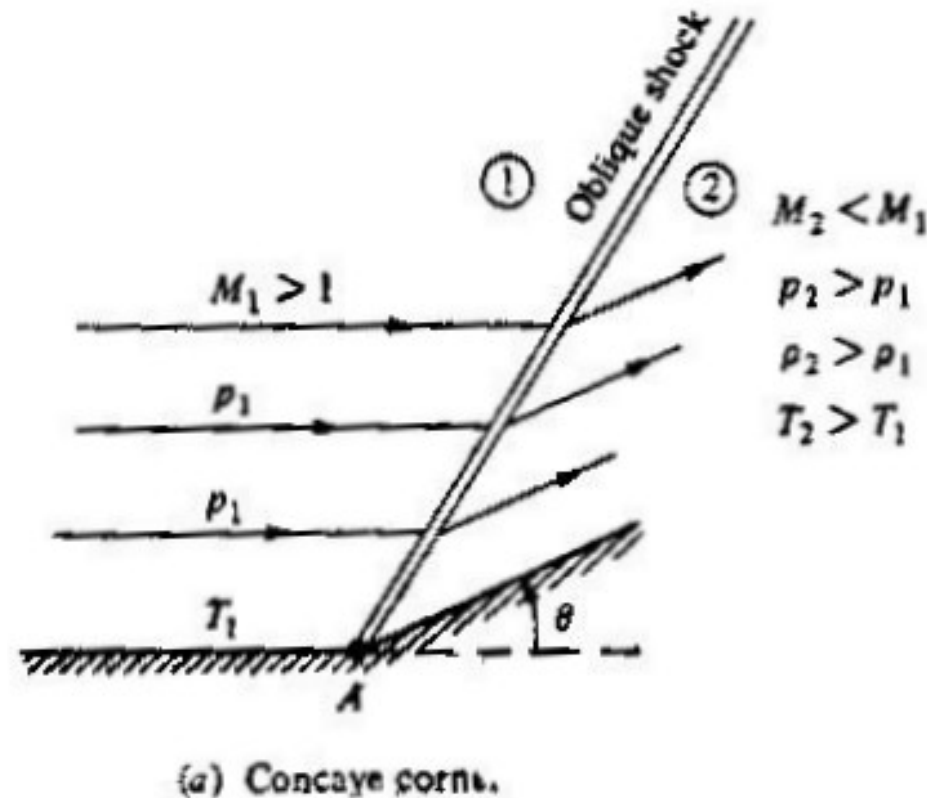
对比相同半顶角的二维尖楔和三维尖锥的超声速流绕流，下列说法正确的是

- ☐ A 尖楔表面的压力大
- ☐ B 尖锥波后的马赫数大
- ☐ C 尖楔上的激波强
- ☐ D 尖楔表面流线是直的，尖锥表面上方流线是弯曲的

提交

## Chapter 9.4 Shock Interactions and Reflections

### 激波干扰与反射



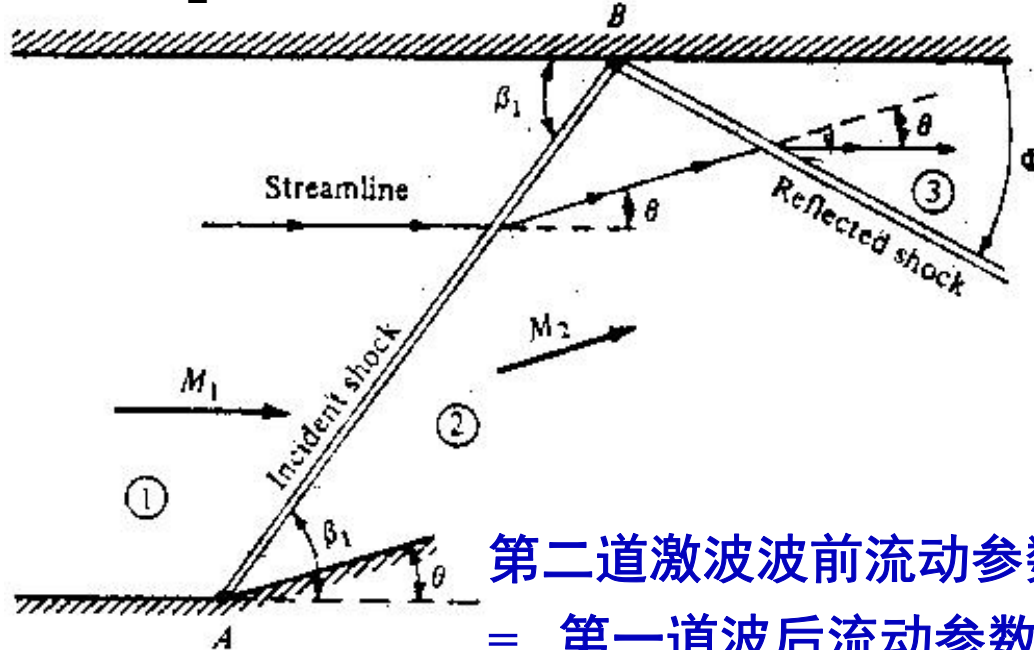
斜激波在真实情况下有时会碰到固壁或与其它激波、膨胀波相交，进而发生相互作用，这种现象称为激波的干扰与反射。





## 激波反射的讨论：

- 反射激波的强度比入射激波弱。这是因为对应相同的偏转角  $\theta$ ，反射激波的波前马赫数较小。
- 反射激波与上壁面的夹角  $\phi$  不等于入射激波的激波角  $\beta_1$ ，即反射不是镜像反射。
- 反射激波后的流动特性以及反射波与上壁面的夹角  $\phi$  可以由  $M_1$  和  $\theta$  唯一确定。具体步骤如下：



第二道激波波前流动参数  
= 第一道波后流动参数

- 1) 给定  $M_1$  和  $\theta$  计算2区的流动特性。特别是求出  $M_2$  的值。
- 2) 由上一步求出的  $M_2$  和已知的  $\theta$  值计算区域3的流动特性

壁面边界条件：

无穿透条件，流动速度方向与壁面平行



## 常见激波反射与干扰

### ➤ 马赫反射 (Mach Reflection)

在给定偏转角  $\theta$  条件下，设  $M_1$  稍大于能在压缩拐角处产生直的斜激波所需要的最小马赫数值，这时，存在一个直的入射斜激波。然而，通过入射激波马赫数下降，即  $M_2 < M_1$ ，这一下降会使  $M_2$  小于使气流通过直的反射激波偏转  $\theta$  角度所需的最小马赫数。在这种情况下，我们由斜激波理论可知没有直的反射激波存在。

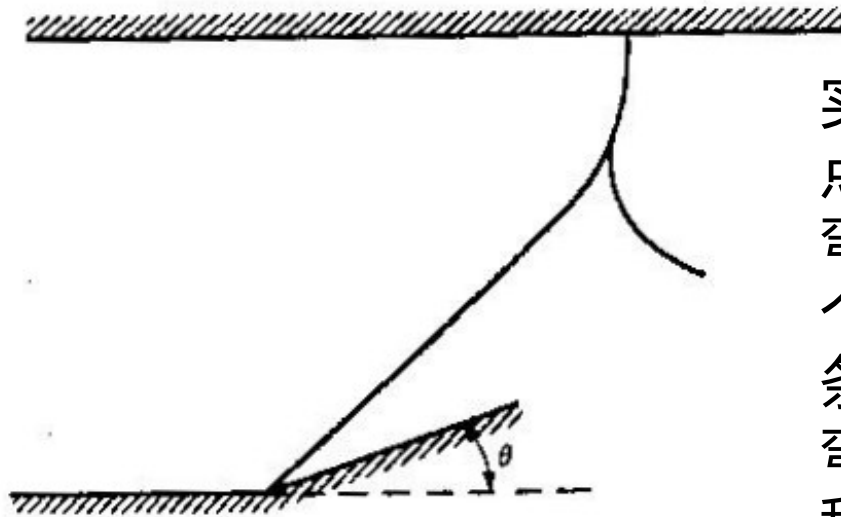


图9.20 Mach reflection

实际发生的情形如图9.20所示，由角点发出的直入射斜激波在上壁面附近弯曲，并在上壁面变成一正激波。这个正激波保证了上壁面处的壁面边界条件。另外，由正激波上分支出一个弯的反射激波向下游传播。这种波型，称为**马赫反射**。反射波后的特性没有理论方法求解，可采用数值解法求解。



## 滑移线概念：

滑移线将4和4'区分开，通过滑移线压强不变， $p_4 = p'_4$ ，速度的方向相同，平行于滑移线，但大小不一定相同。所有其它特性均不相同，特别是熵不相等： $s_4 \neq s'_4$ 。

\*由滑移线处的条件以及已知的 $M_1, \theta_1, \theta_2$ 可以唯一确定如图9.21的激波干扰问题。

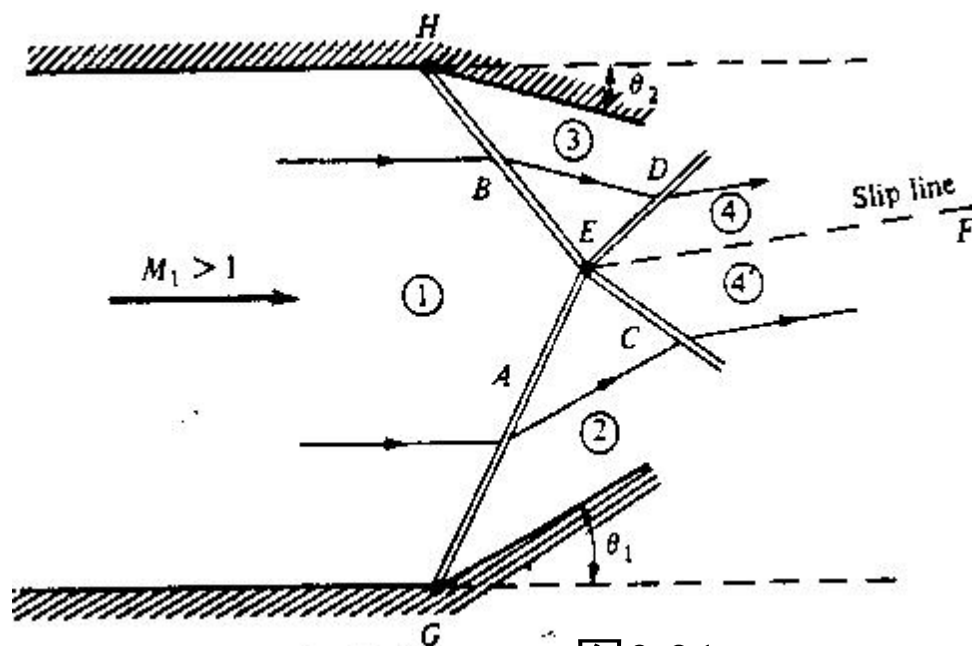


图9.21



解法：假设滑移线与下壁面夹角为  $\mathcal{G}$ ，则2区气流通过折射激波C后的4'区的 $p'_4$ 即可确定（气流偏转  $\theta_1 - \mathcal{G}$ ），

同理，3区气流通过折射激波D后的4区的 $p_4$ 亦可确定（气流偏转角  $\theta_2 + \mathcal{G}$ ）。

比较 $p'_4$ 与 $p_4$ ，若不相等，重新假设新的  $\mathcal{G}$ ，计算出新的 $p'_4$ 与 $p_4$ 。

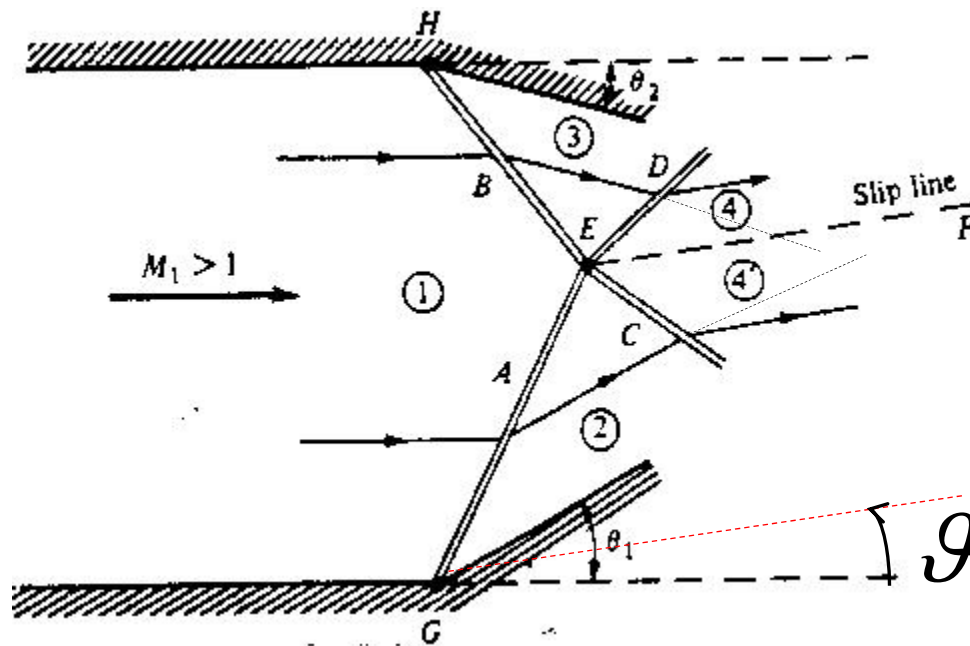
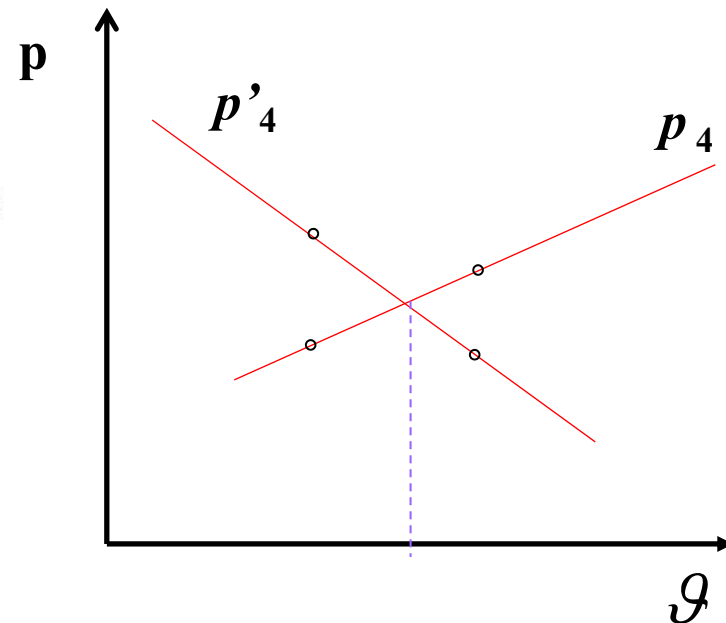


图9.21



由上图插值得出 $p'_4 = p_4$ 对应的  $\mathcal{G}$



## 马赫盘：激波干扰与反射的另一个典型例子

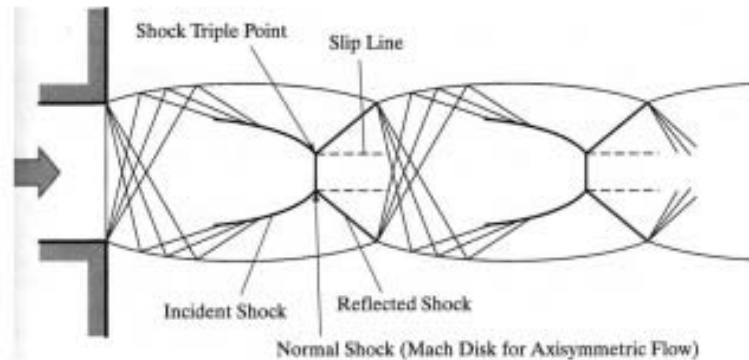


Figure 1. Mach disk formation diagram (Ref. 3).



Figure 2. Mach disk ignition from the afterburner of a Lockheed-Martin SR-71 Blackbird (Ref. 6).

引自: Analysis of Mach Disks from an underexpanded Nozzle Using Experimental and Computational Methods , AIAA paper 2009-217

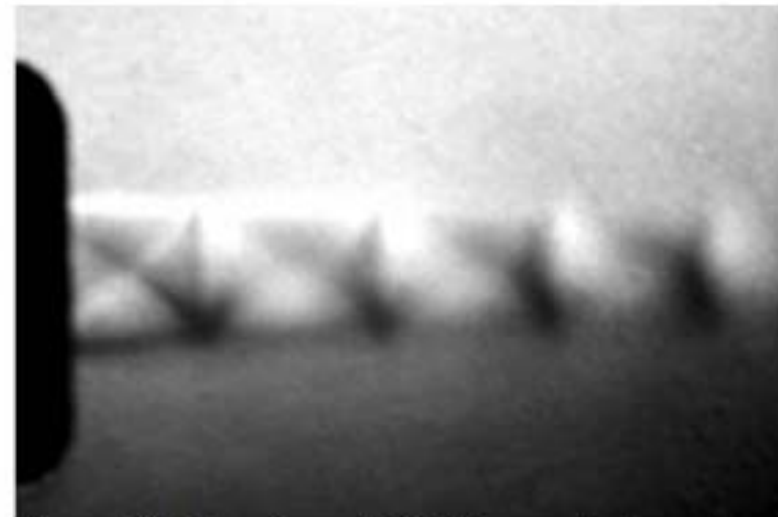
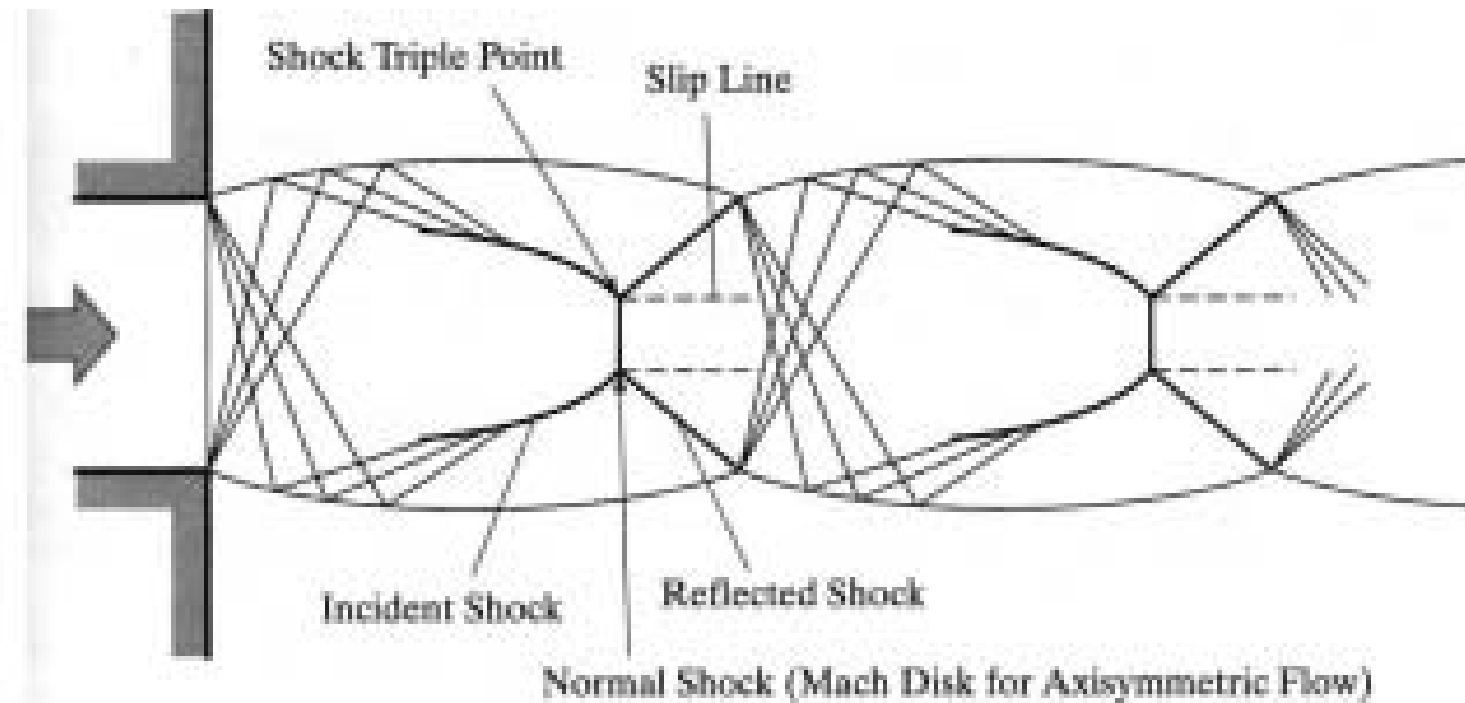


Figure 10. Experimental Schlieren photograph of Mach disks from an underexpanded nozzle. Throat diameter 3 mm, exit diameter 5 mm, and back pressure of 50 psig.





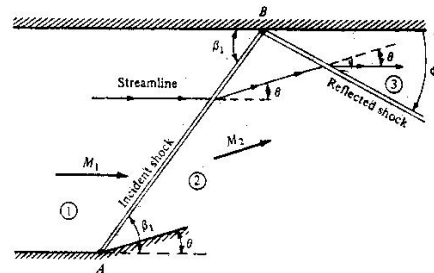
**Figure 1. Mach disk formation diagram (Ref. 3).**



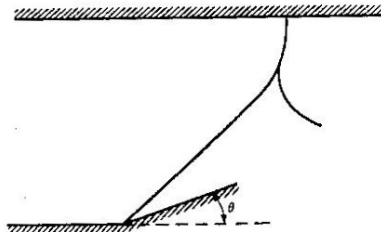


下面那个激波干扰与反射图对应的是马赫反射

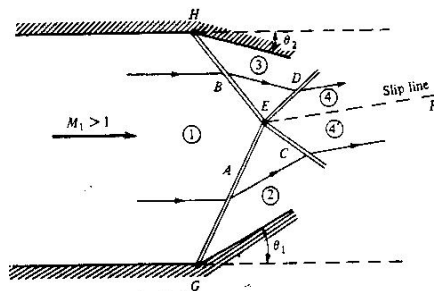
A



B



D



提交

**请对上一次课内容的掌握情况进行投票**

- ☐ **A 完全掌握了这部分知识内容**
- ☐ **B 掌握了大部分**
- ☐ **C 掌握了一小部分**
- ☐ **D 完全不懂**

**提交**

## **Review of Lecture # 10 Ended !**





Lecture #11/第11次课

# **CHAPTER 9 Oblique Shock and Expansion Waves**

## **第九章 斜激波和膨胀波**

**Presented by Wenping Song**

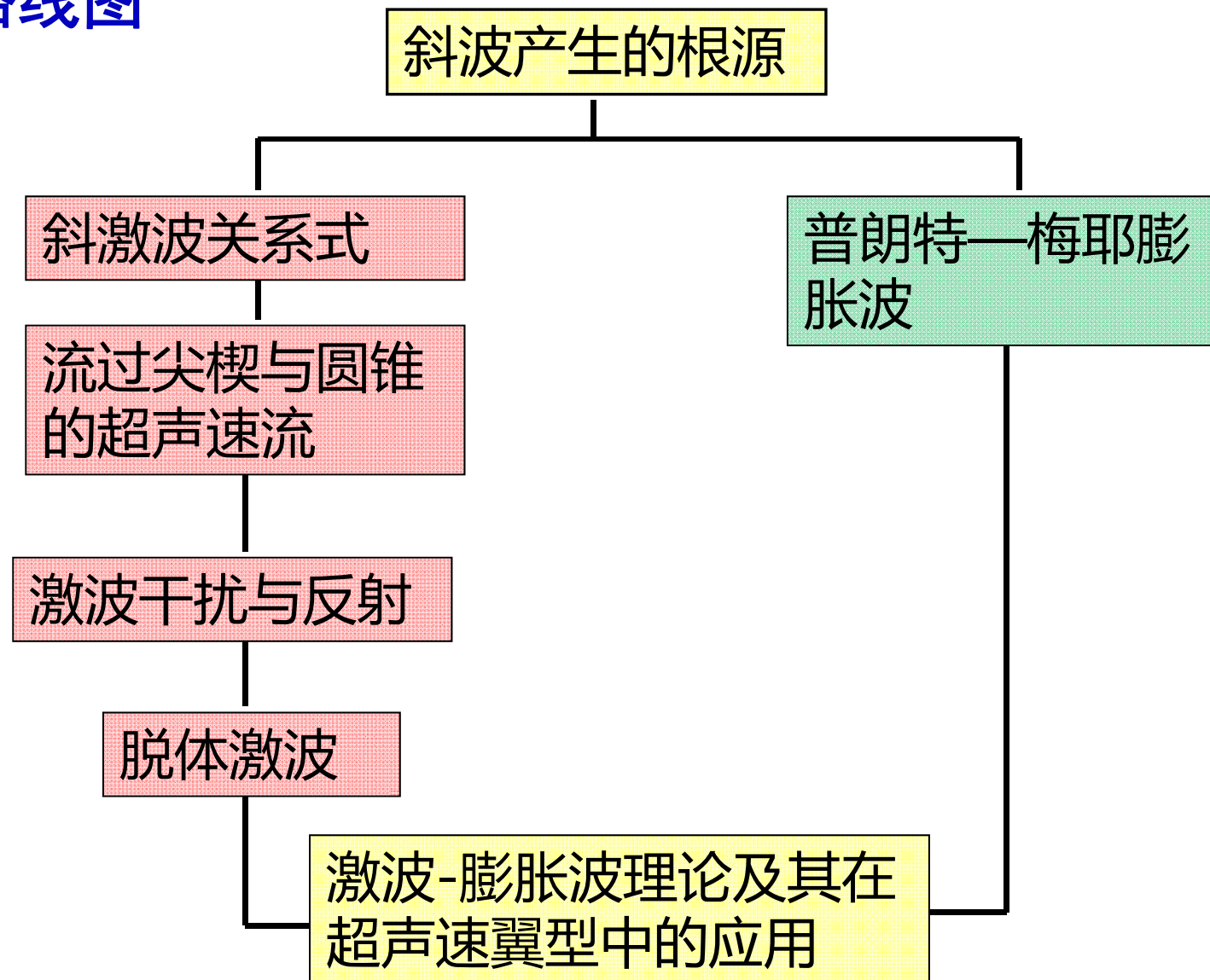
**E-mail: [wpsong@nwpu.edu.cn](mailto:wpsong@nwpu.edu.cn)**

**2019年11月11日 Monday**

Department of Fluid Mechanics, School of Aeronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an, China



## 第九章路线图



## 钝头体前的脱体激波

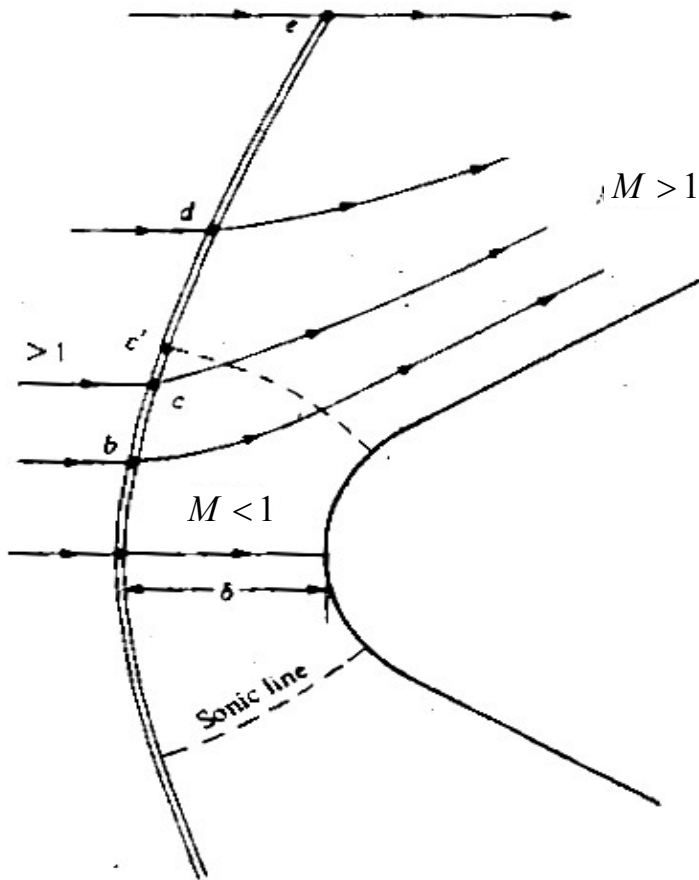


图9.23 绕钝头体的超声速流动

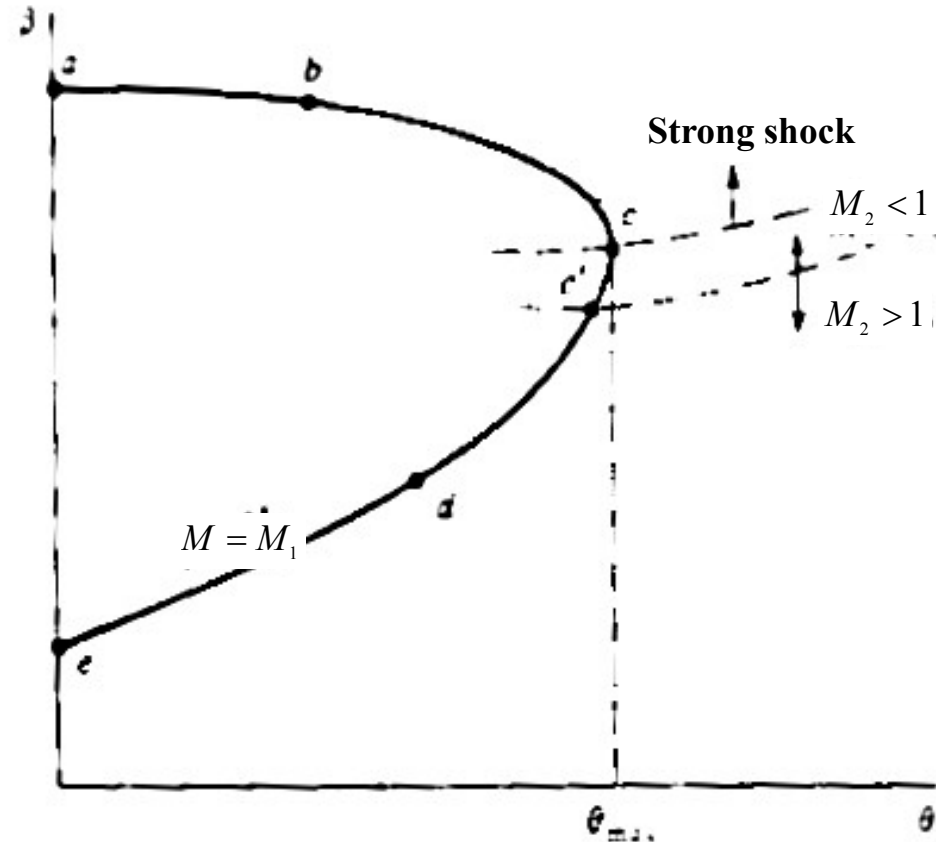


图9.24 与图9.23对应的 $\theta - \beta - M$ 曲线

Shock detachment distance : 激波脱体距离; Sonic line:声速线



在图9.23中，点  $a$  处激波与来流垂直。离开点  $a$ ，激波逐渐变弯变弱，最后在远离物体的地方变为马赫波（图9.23中的  $e$  点）。

A curved bow shock wave is one of the instances in nature when you can observe *all* possible oblique shock solutions at once for a given freestream Mach number,  $M_1$ . This takes place between points  $a$  to  $e$ .

弯曲弓形激波是可让你观察到在同一起来流马赫数下**所有**可能的斜激波解的例子之一。对应由  $a$  至  $e$  之间的各点。

$a$ - $c$ : 对应强解;

$c$ : 对应最大偏转角  $\theta_{max}$  点。

$c$ - $c'$ : 对应波后马赫数小于1的弱解。

$c'$ : 对应激波之后气流速度为声速的点。

$c'$ - $e$ : 对应激波之后马赫数大于1的弱解。

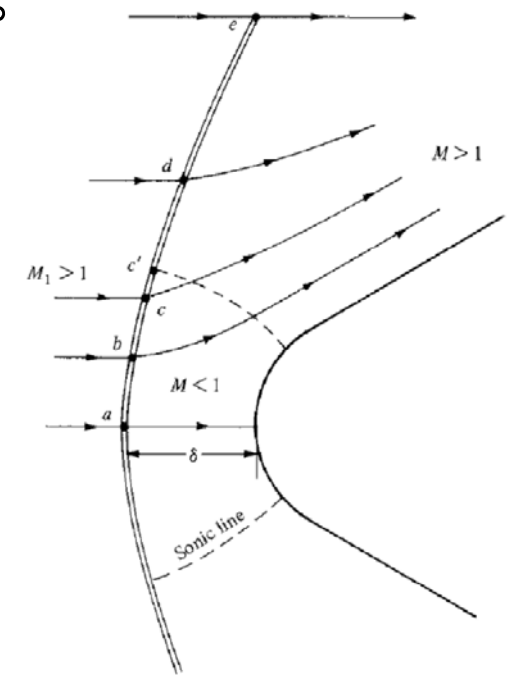
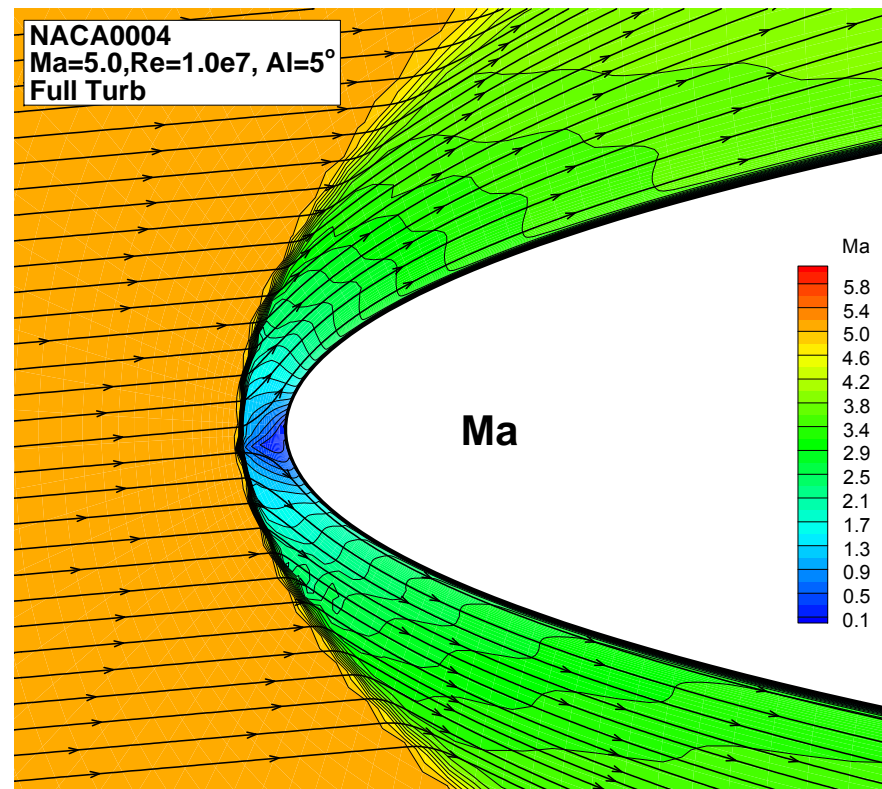
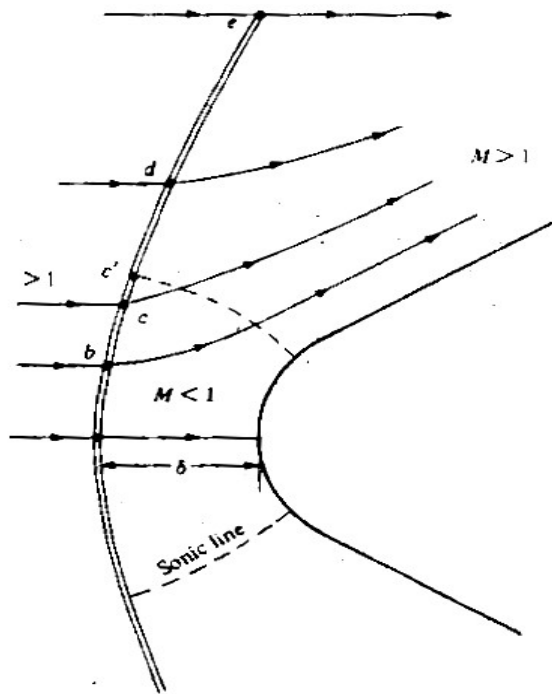


Figure 9.23 Flow over a supersonic blunt body.



- 弓形激波与钝头体之间的流动为超声速流和亚声速流的混合区。亚声速区与超声速区的分界线被称为声速线。
- 脱体激波的形状，激波脱体距离 $\delta$ ，以及整个流场的解由来流马赫数，钝头体的尺寸与形状确定。采用数值求解技术可以得到该流场的解。



## 例9.8

二维抛物钝头体的头部的脱体弓形激波如图9.25所示。自由来流马赫数为8。考虑分别在 $a$ 、 $b$ 两点通过激波的流线。 $a$ 点处激波角为90度， $b$ 点处激波角为60度。计算激波后沿流线 $a$ 的熵和沿流线 $b$ 的熵（相对于自由来流），并进行比较。

$a$ 流线：

$$M_{n,1} = 8 \quad \frac{p_2}{p_1} = 74.5 \quad \frac{T_2}{T_1} = 13.39$$

$$s_2 - s_1 = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{p_2}{p_1} = 1370 (J / Kg \cdot K)$$

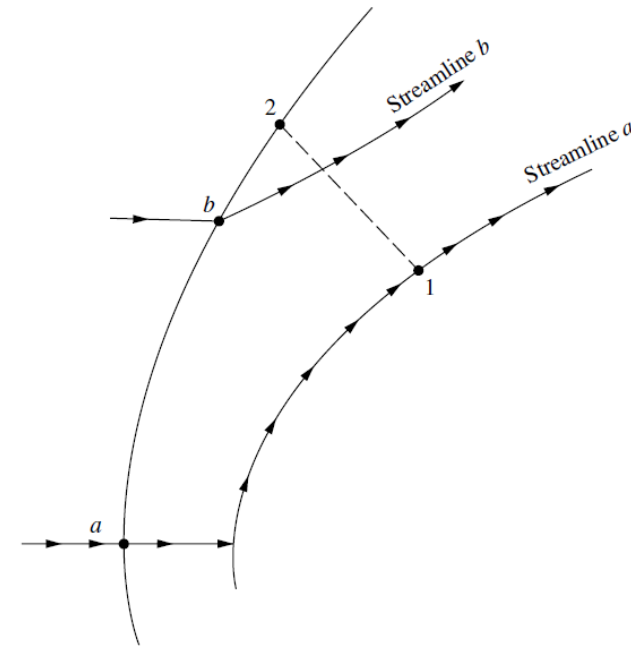


Figure 9.25 Two streamlines crossing a detached bow shockwave in front of a blunt body at Mach 8.

图9.25 通过钝头体前脱体激波的2条流线（Mach=8）



***b*流线:**

$$M_{n,1} = 8 \sin 60^\circ = 6.928$$

$$\frac{p_2}{p_1} = 55.38 \quad \frac{T_2}{T_1} = 10.2$$

$$s_2 - s_1 = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{p_2}{p_1} = 1180 (J / Kg \cdot K)$$

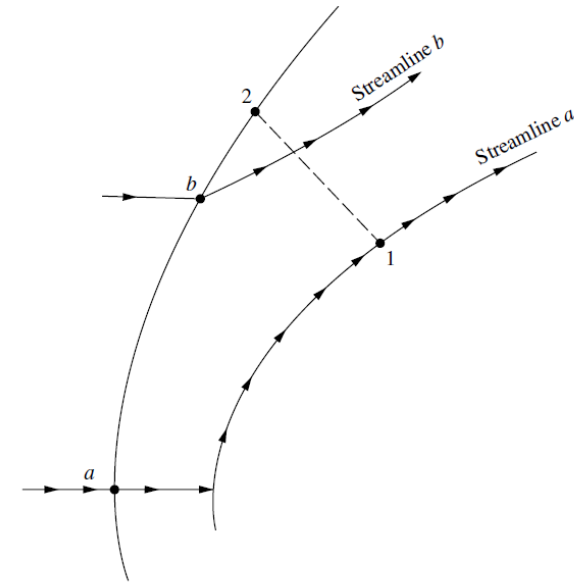


Figure 9.25 Two streamlines crossing a detached bow shockwave in front of a blunt body at Mach 8.

沿流线***b***的熵小于沿流线***a***的熵，沿1-2方向存在熵梯度。

熵梯度的存在导致涡的产生，因此具有弓形脱体激波的波后流动是有旋流动，不存在速度势，只能用CFD方法求解。



## 补充：Crocco's theorem

将动量定理和热力学第一定理结合，可以得到熵梯度和旋度的定量关系式。

$$T\nabla S = \nabla h_0 - \vec{V} \times (\nabla \times \vec{V})$$

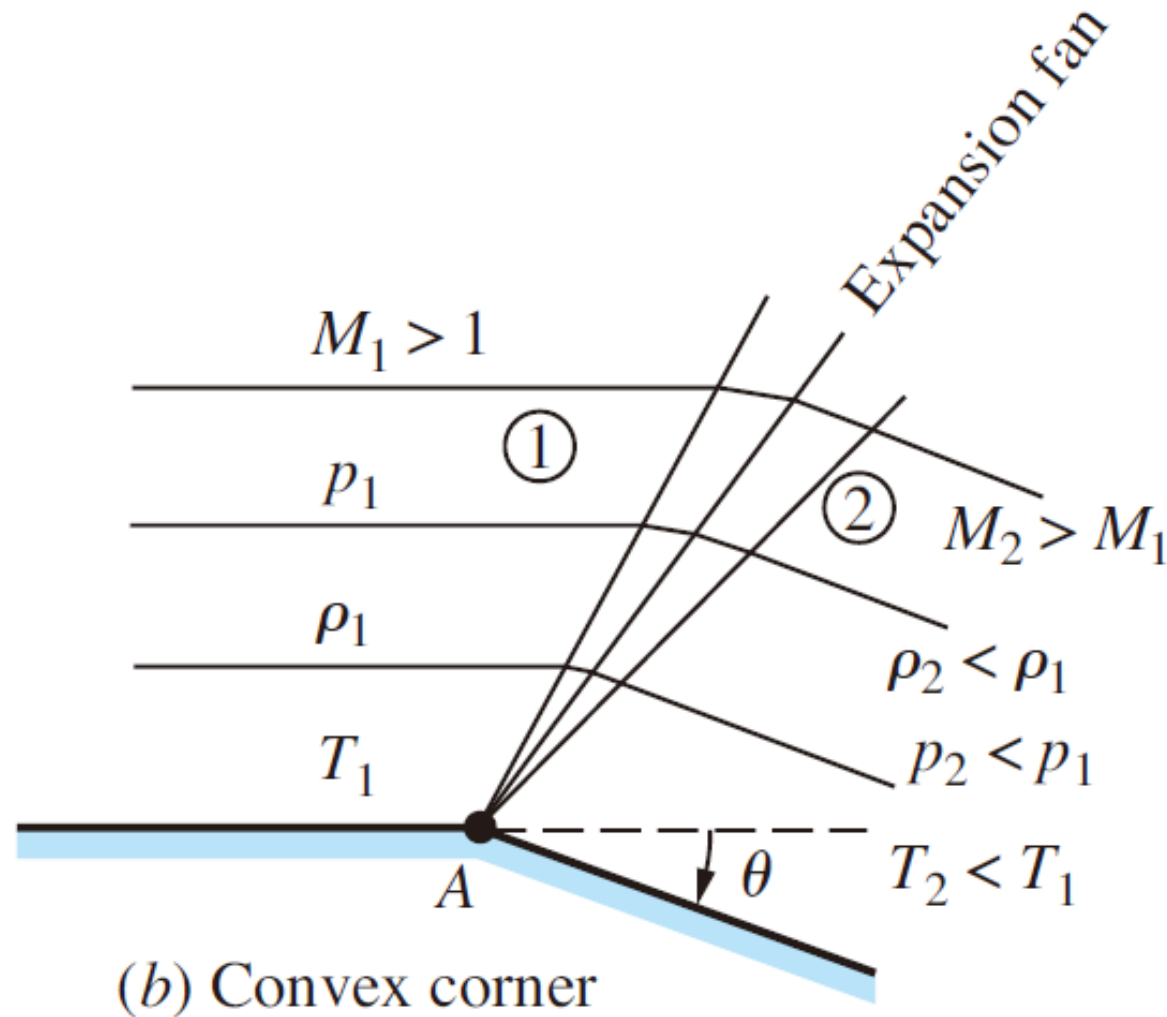
因为通过弓形激波的流动是绝热的，因此  $\nabla h_0 = 0$  。

$$T\nabla S = -\vec{V} \times (\nabla \times \vec{V})$$

结论：弓形脱体激波后的流动是有旋的。



## 9.6 Prandtl-Meyer Expansion Waves 普朗特-梅耶膨胀波





# 普朗特-梅耶膨胀波

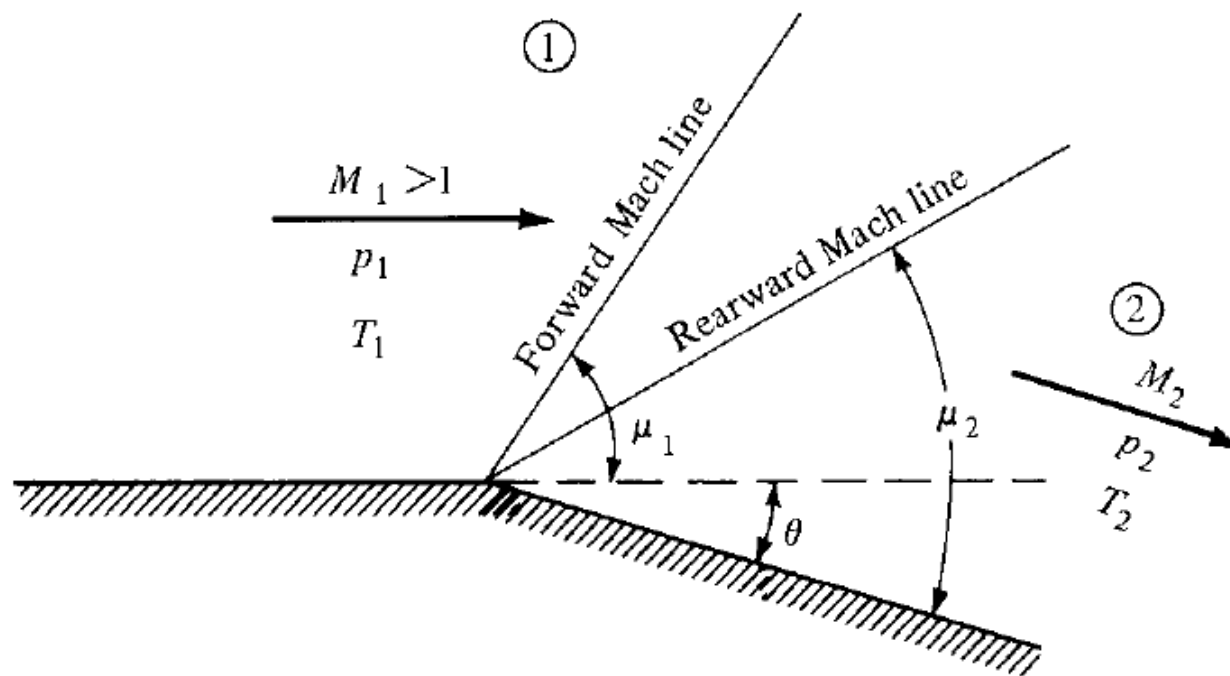


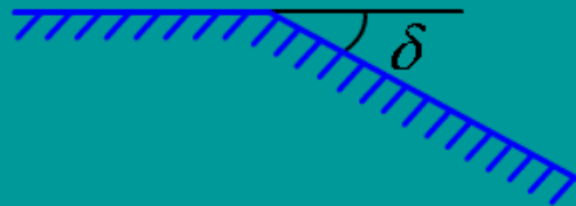
Figure 9.26 Prandtl-Meyer expansion.

- 特别要注意：膨胀过程是一个等熵过程。
- 要解决的问题是：已知上游马赫数  $M_1$  及其它流动特性(区域 1)，求通过偏转角  $\theta$  膨胀后的下游（区域2）的特性。



## 膨胀波的形成

$Ma_1 \rightarrow$



# 普朗特-梅耶膨胀

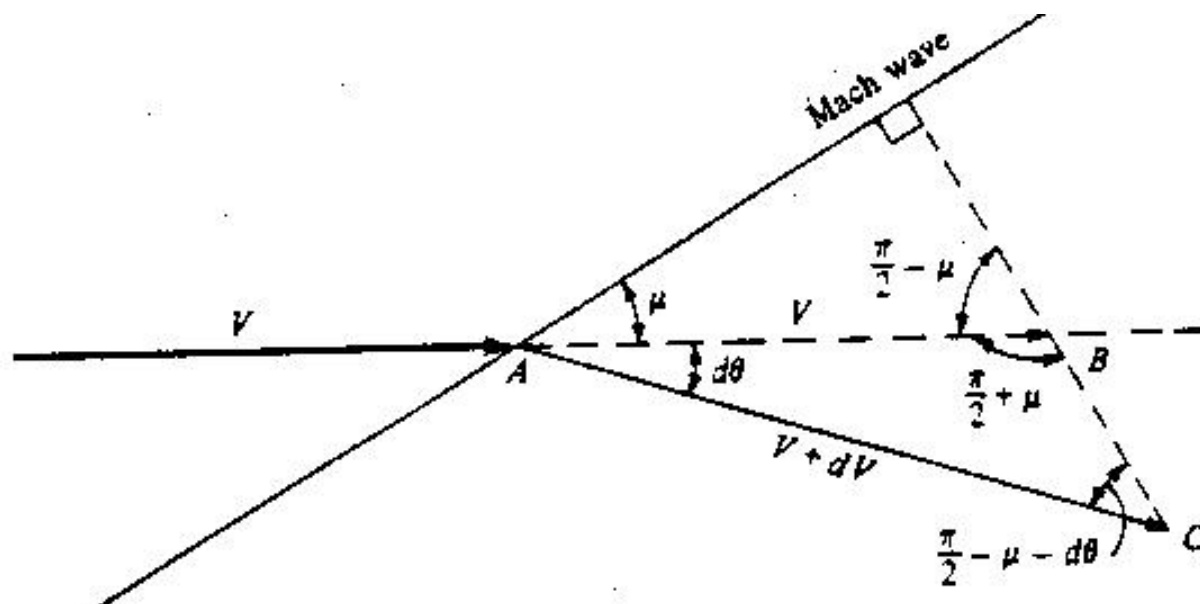


图9.26 通过无限弱波（极限 - 马赫波）的无限小变化的几何关系图

- 考虑一个以无限小偏转  $d\theta$  引起的非常弱的波。这个波实际上就是与上游速度夹角为  $\mu$  的马赫波。
- 波前速度的大小与方向用 AB 矢量线段与表示波后速度大小和方向的 AC 矢量线段构成一个三角形 ABC。
- 波前波后切向速度分量不变保证了 CB 垂直于马赫波。



## 对 $\triangle ABC$ 应用正弦定理

$$\frac{V + dV}{V} = \frac{\sin(\pi/2 + \mu)}{\sin(\pi/2 - \mu - d\theta)} \quad (9.24)$$

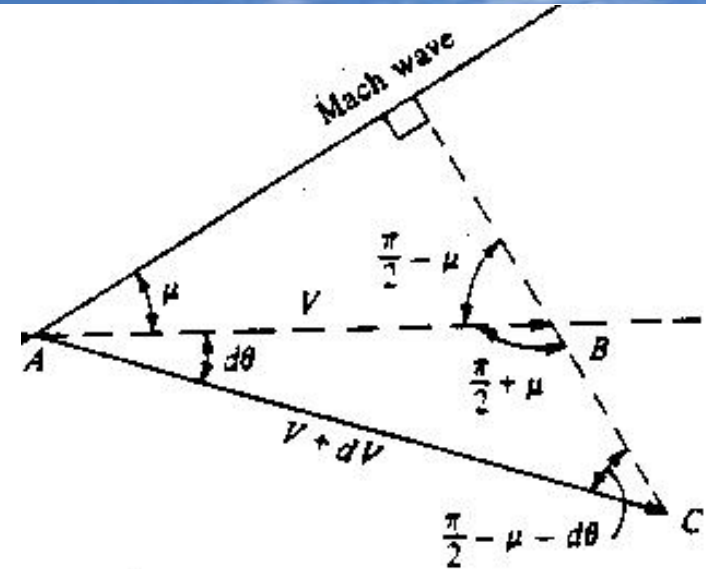
$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \mu\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \mu\right) = \cos \mu \quad (9.25)$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \mu - d\theta\right) = \cos(\mu + d\theta) = \cos \mu \cos d\theta - \sin \mu \sin d\theta \quad (9.26)$$

$$1 + \frac{dV}{V} = \frac{\cos \mu}{\cos \mu \cos d\theta - \sin \mu \sin d\theta} \quad (9.27)$$

对于无限小的  $d\theta$ ,  $\sin d\theta \approx d\theta$ ,  $\cos d\theta \approx 1$ , 所以有:

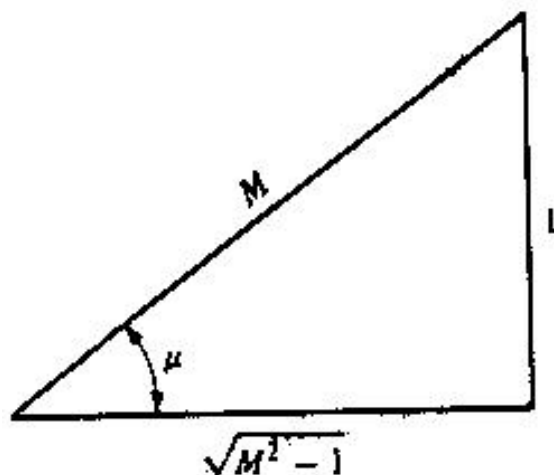
$$1 + \frac{dV}{V} = \frac{\cos \mu}{\cos \mu - d\theta \sin \mu} = \frac{1}{1 - d\theta \tan \mu} \quad (9.28)$$



## 泰勒展开后的结果

因为：
$$\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots$$

所以：
$$1 + \frac{dV}{V} = 1 + d\theta \tan \mu + \dots \quad (9.29)$$



$$d\theta = \frac{dV/V}{\tan \mu} \quad (9.30)$$

$$\tan \mu = \frac{1}{\sqrt{M^2 - 1}} \quad (9.31)$$

图9.27 与马赫角相联系的  
的直角三角形



## $d\theta$ 与 $dV$ 的关系式

$$d\theta = \sqrt{M^2 - 1} \frac{dV}{V} \quad (9.32)$$

It relates  $dV$  to  $d\theta$  across a wave of vanishing strength. In *the* precise limit of a Mach wave, of course  $dV$  and hence  $d\theta$  are zero. In this case, Eq. (9.32) is an approximate equation for a finite  $d\theta$ , but it becomes a true equality as  $d\theta \rightarrow 0$ . Since the expansion fan illustrated in Figs. 9.2b and 9.26 is a region of an infinite number of Mach waves, *Eq. (9.32) is a differential equation which precisely describes flow inside the expansion wave.*

### Read P639

方程(9.32)式将无限小的速度变化  $dV$  与通过无限弱强度波的气流偏转角  $d\theta$  相联系。在对应精确马赫波的情况下,  $dV=0$ , 因此  $d\theta=0$ 。(9.32)式对于有限值  $d\theta$  是一个近似方程, 而当  $d\theta \rightarrow 0$  时, 是一个精确等式。由于图9.2b 和 图9.26 中的扇形膨胀波是由无穷多个马赫波组成, 因此, (9.32)式是一个精确描述膨胀波内部变化的微分方程。





$$d\theta = \sqrt{M^2 - 1} \frac{dV}{V} \quad (9.32)$$

$$\int_0^\theta d\theta = \theta = \int_{M_1}^{M_2} \sqrt{M^2 - 1} \frac{dV}{V} \quad (9.33)$$

问题：（ 9.33 ）式右端的定积分如何实现？



将  $dV/V$  用马赫数  $M$  表示

因为:  $V = M \cdot a$

所以:  $\ln V = \ln M + \ln a$  (9.34)

$$\frac{dV}{V} = \frac{dM}{M} + \frac{da}{a} \quad (9.35)$$

因为:  $\left(\frac{a_0}{a}\right)^2 = \frac{T_0}{T} = 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2$  (9.36)

所以:  $a = a_0 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{-\frac{1}{2}}$  (9.37)

$$\frac{da}{a} = -\left(\frac{\gamma-1}{2}\right) M \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{-1} dM \quad (9.38)$$

$$\frac{dV}{V} = \frac{1}{1 + [(\gamma-1)/2] M^2} \frac{dM}{M} \quad (9.39)$$



## 普朗特-梅耶函数

将 (9.39) 式代入到 (9.33) 式 ( $\theta = \int_{M_1}^{M_2} \sqrt{M^2 - 1} \frac{dV}{V}$ ) , 积分得:

$$\theta = \int_{M_1}^{M_2} \frac{\sqrt{M^2 - 1}}{1 + [(\gamma - 1)/2]M^2} \frac{dM}{M} \quad (9.40)$$

$$\nu(M) = \int \frac{\sqrt{M^2 - 1}}{1 + [(\gamma - 1)/2]M^2} \frac{dM}{M} \quad (9.41)$$

$\nu(M)$  被称为 Prandtl - Meyer 函数, 其具体表达式如下:

$$\nu(M) = \sqrt{\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1}} \tan^{-1} \sqrt{\frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} (M^2 - 1)} - \tan^{-1} \sqrt{M^2 - 1} \quad (9.42)$$

因此, (9.40) 的积分可以表示为:

$$\theta = \nu(M_2) - \nu(M_1) \quad (9.43)$$



## 普朗特-梅耶函数 (续)

$$\theta = \nu(M_2) - \nu(M_1) \quad (9.43)$$

$\nu(M)$  is given by Eq. (9.42) for a calorically perfect gas. The Prandtl-Meyer function  $\nu$  is very important; it is the key to calculation of changes across an expansion wave. Because of its importance,  $\nu$  is tabulated as a function of  $M$  in App. C. For convenience, values of  $\mu$  are also tabulated in App.C.

### Read P641

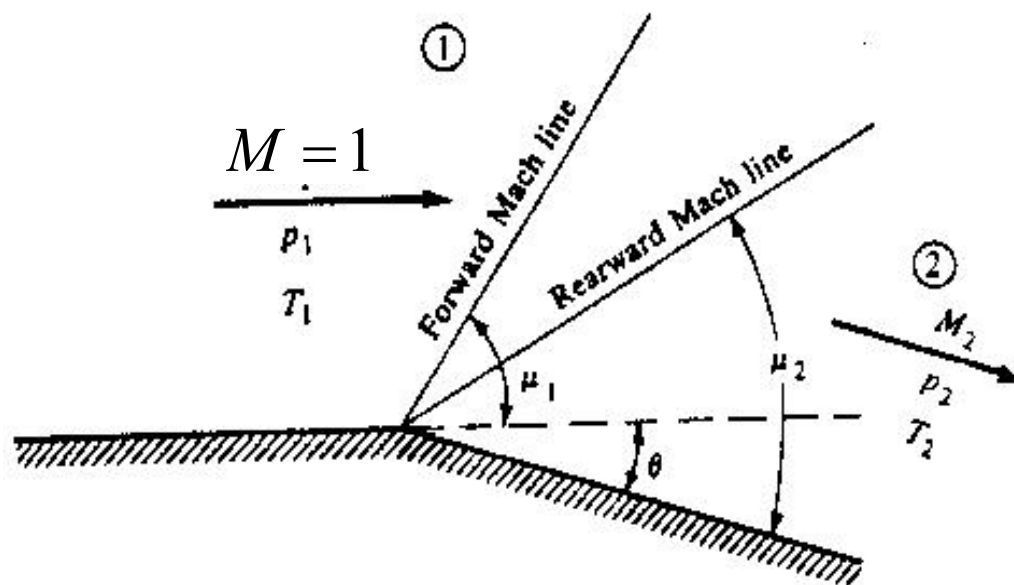
对于量热完全气体,  $\nu(M)$  由 (9.42) 式给定。Prandtl-Meyer 函数  $\nu(M)$  非常重要, 它是计算通过膨胀波气体特性变化的关键; 由于其重要性,  $\nu$  作为马赫数  $M$  的函数在附录 C 中以列表形式给出。同时马赫角  $\mu$  作为  $M$  的函数也在附录 C 中给出。



## 普朗特-梅耶函数的物理意义（补充）

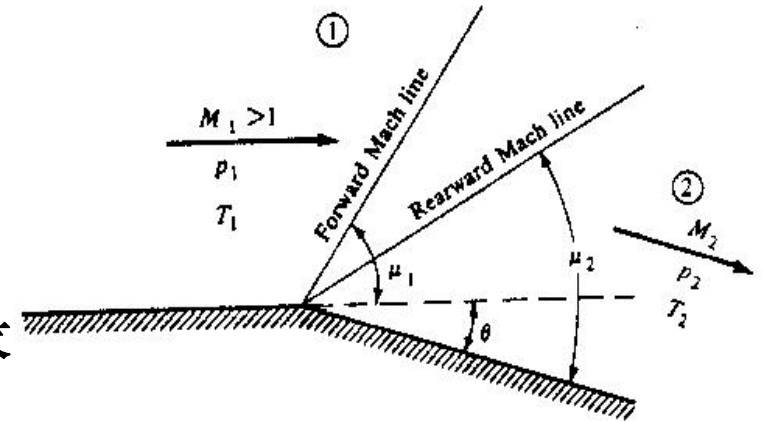
$$\nu(M) = \theta + \nu(1) = \theta$$

从马赫数 1 的流动膨胀加速到  $M$  时，需要的偏转角



## 普朗特-梅耶膨胀波求解步骤

1. 对于给定  $M_1$ ，由附录C查得  $\nu(M_1)$ 。
2. 由  $\nu(M_2) = \nu(M_1) + \theta$  计算  $\nu(M_2)$ 。
3. 根据第2步计算出的  $\nu(M_2)$ ，查附录C得到  $M_2$ 。
4. 因为膨胀波是等熵的，因此  $p_0$  和  $T_0$  通过膨胀波保持不变。即  $T_{0,1} = T_{0,2}$ ,  $p_{0,1} = p_{0,2}$ 。由(8.40)式，(8.42)式，我们有



$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{T_2 / T_{0,2}}{T_1 / T_{0,1}} = \frac{1 + [(\gamma - 1) / 2] M_1^2}{1 + [(\gamma - 1) / 2] M_2^2} \quad (9.44)$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{p_2 / p_{0,2}}{p_1 / p_{0,1}} = \left( \frac{1 + [(\gamma - 1) / 2] M_1^2}{1 + [(\gamma - 1) / 2] M_2^2} \right)^{\gamma / (\gamma - 1)} \quad (9.45)$$

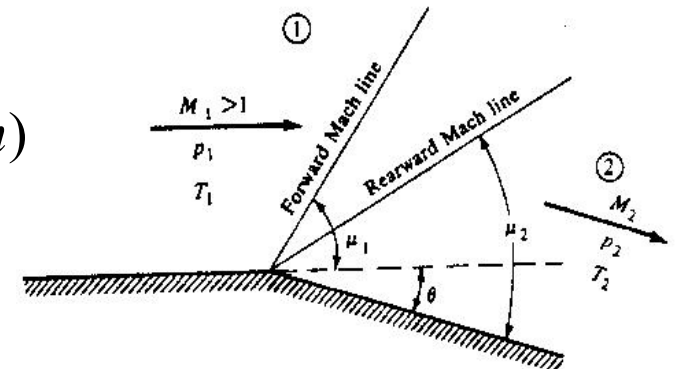


**Example 9.8** 马赫数、压强、温度分别为1.5, 1atm, 288K的超声速气流流过如图9.23偏转角为15°的凸角, 计算  $M_2$ ,  $T_2$ ,  $p_{0,2}$ ,  $T_{0,2}$  以及前马赫波及后马赫波与上游来流的夹角。

- 解: 1. 对于给定  $M_1=1.5$ , 查附录 C 得  $\nu_1 = 11.91^\circ$   
 2. 由 (9.43) 式计算得  $\nu_2 = \nu_1 + \theta = 11.91^\circ + 15^\circ = 26.91^\circ$   
 3. 由  $\nu_2 = 26.91^\circ$  查附录C 得  $M_2 = 2.0$  (近似)  
 4. 由附录A, 对应  $M_1 = 1.5$ , 有  $p_{0,1}/p_1 = 3.671$ ,  $T_{0,1}/T_1 = 1.45$   
 对应  $M_2 = 2.0$ , 有  $p_{0,2}/p_2 = 7.824$ ,  $T_{0,2}/T_2 = 1.8$   
 因为流动是等熵的, 所以  $T_{0,2} = T_{0,1}$ ,  $p_{0,2} = p_{0,1}$

所以:

$$p_2 = \frac{p_2}{p_{0,2}} \cdot \frac{p_{0,2}}{p_{0,1}} \cdot \frac{p_{0,1}}{p_1} p_1 = \frac{1}{7.824} (1)(3.671)(1atm) = 0.469atm$$





$$T_2 = \frac{T_2}{T_{0,2}} \cdot \frac{T_{0,2}}{T_{0,1}} \cdot \frac{T_{0,1}}{T_1} T_1 = \frac{1}{1.8} (1)(1.45)(288K) = 232K$$

$$p_{0,2} = p_{0,1} = \frac{p_{0,1}}{p_1} p_1 = 3.671 atm$$

$$T_{0,2} = T_{0,1} = \frac{T_{0,1}}{T_1} T_1 = 1.45(288K) = 416.7K$$

前马赫波与上游来流夹角:  $\mu_1 = \arcsin \frac{1}{1.5} = 41.81^\circ$

后马赫波与上游来流夹角:  $\mu_2 - \theta = \arcsin \frac{1}{2.0} - 15^\circ = 15^\circ$



下列说法正确的是：

A

通过膨胀波，压强、温度、密度连续地减小

B

通过膨胀波，总温、总压、熵不变

C

通过膨胀波，马赫数、速度连续地增大

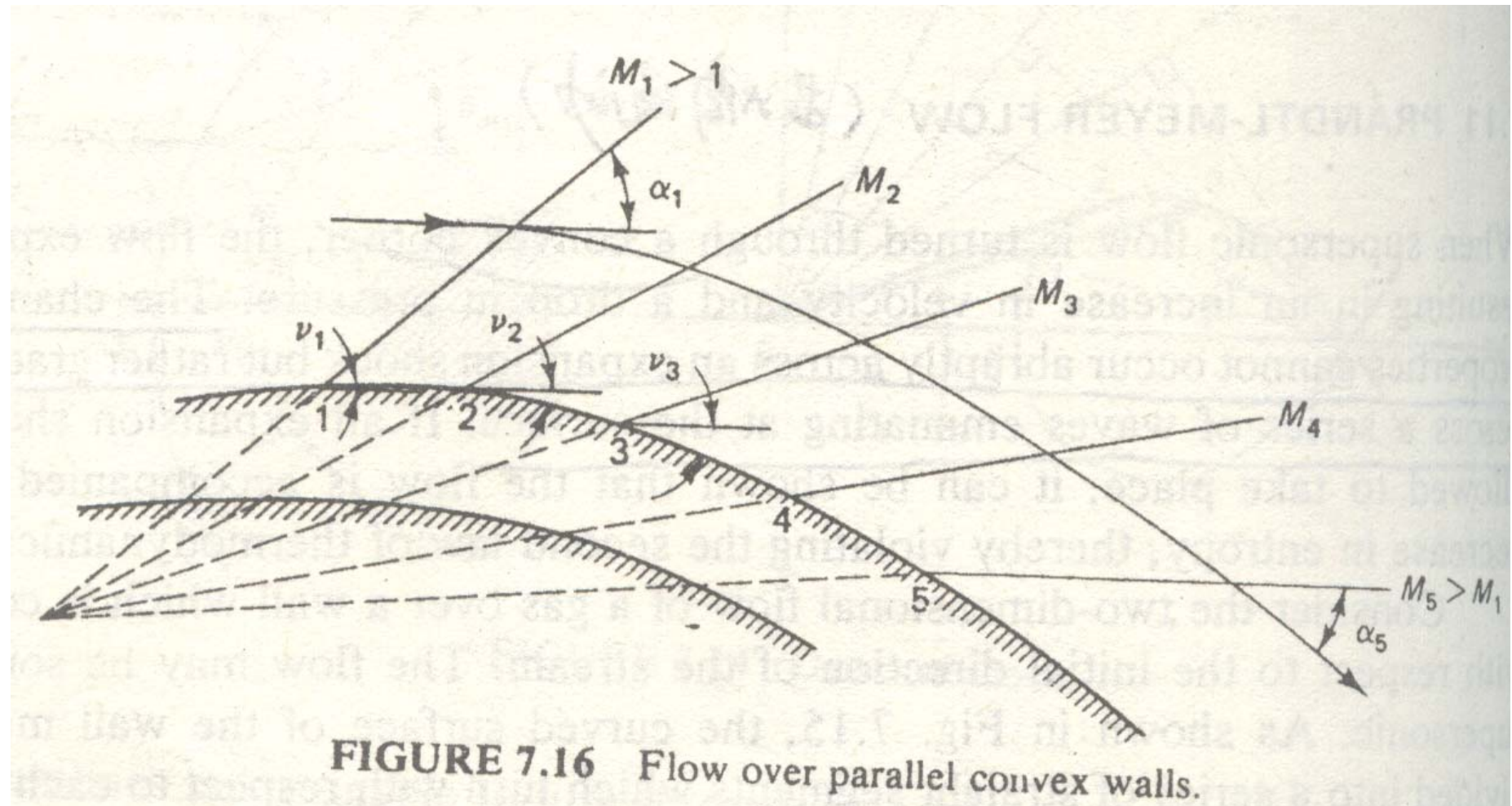
D

中心扇形膨胀波可以看做是由无穷多个马赫波组成，通过每个马赫数波后气流偏转角满

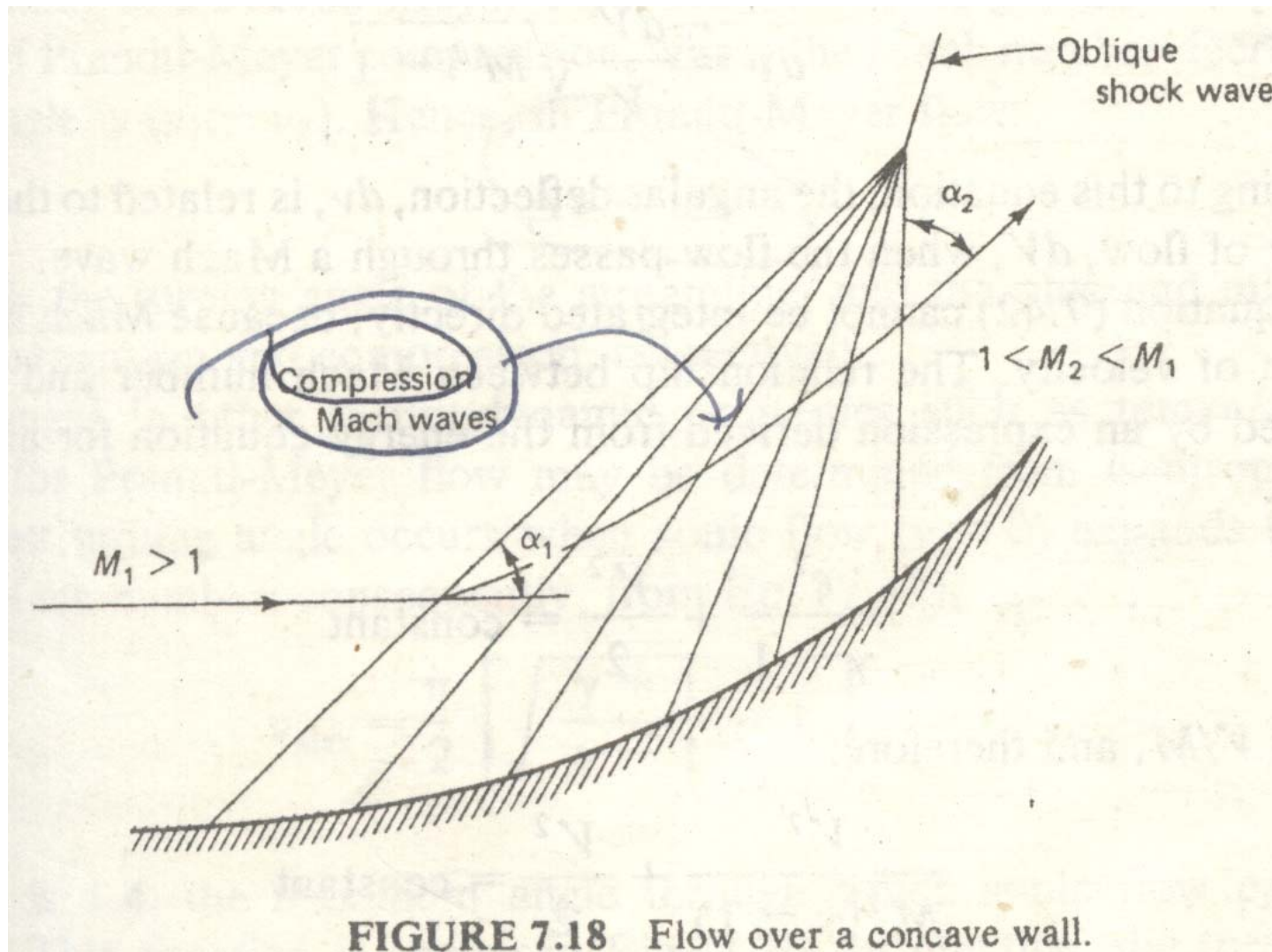
足：
$$d\theta = \sqrt{M^2 - 1} \frac{dV}{V}$$

提交

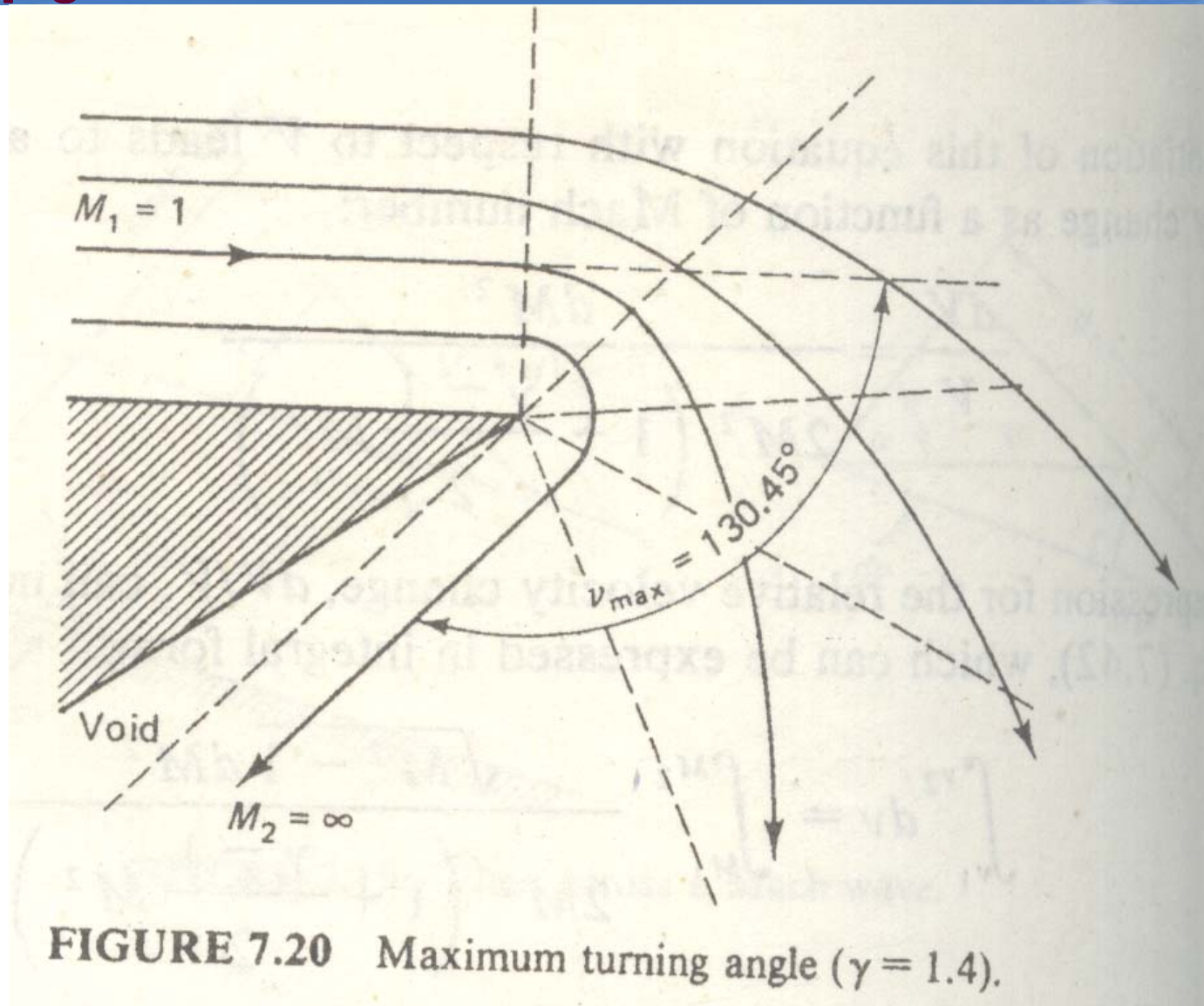
## 补充: Prandtl-Meyer关系式的应用



## 等熵压缩马赫波 - 满足 Prandtl-Myer关系式







**FIGURE 7.20** Maximum turning angle ( $\gamma = 1.4$ ).

### 习题9.15



# 超燃冲压发动机(Scramjet)的基本设计特征



采用超燃发动机的高超声速飞行器验证机和概念机



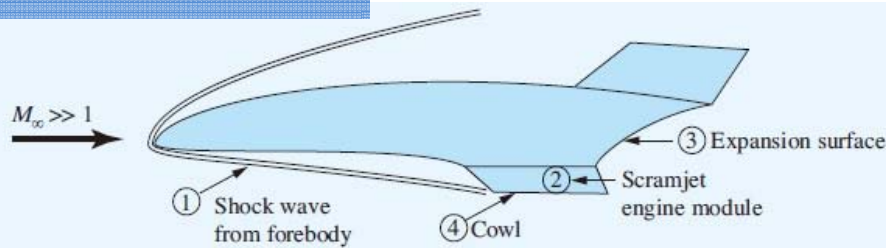


Figure 9.30 Sketch of a generic hypersonic vehicle powered by a SCRAMjet engine.

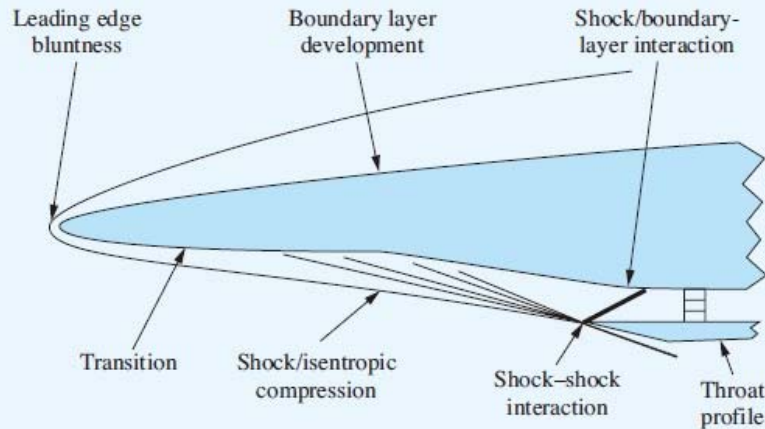


Figure 9.31 Sketch of some of the flow features on the forebody of a SCRAMjet-powered hypersonic vehicle.

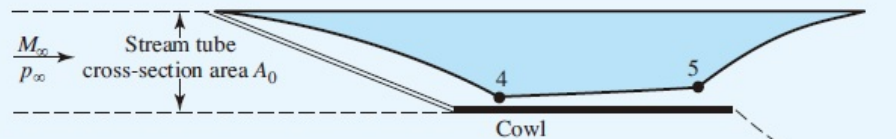


Figure 9.32 Flow path through a SCRAMjet engine.

① 前体波——头部开始的激波压缩气流；

② 超燃冲压发动机舱 ——

通过进气道内反射激波系进一步压缩气流并与燃料混合，从发动机尾部膨胀喷出；

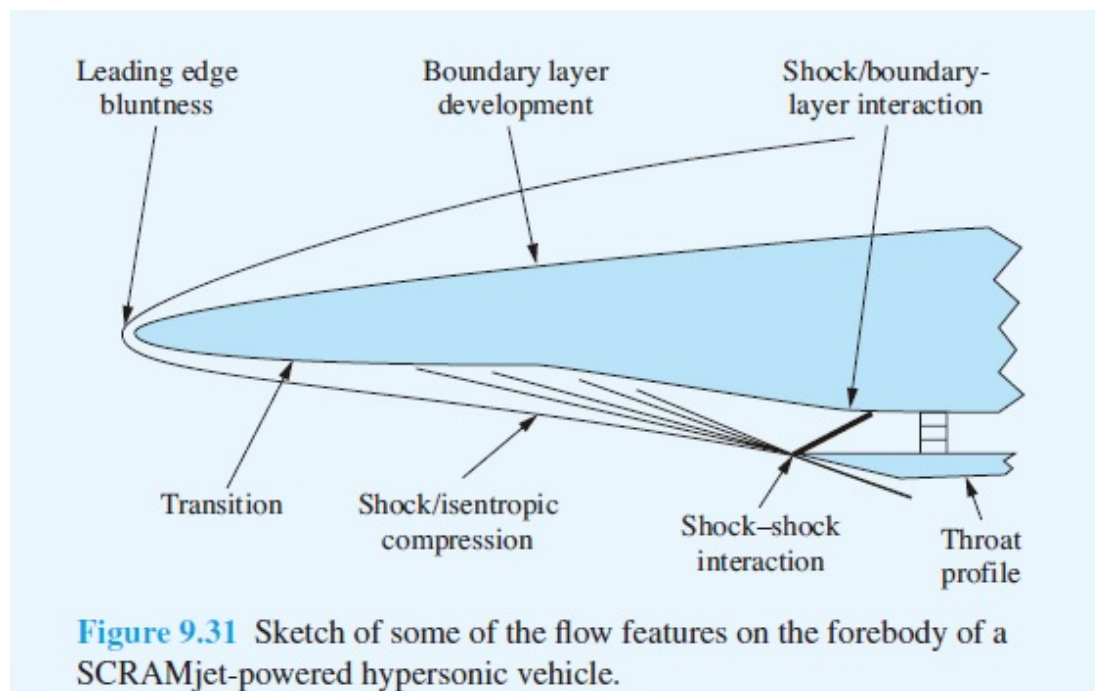
③ 飞行器后部膨胀面 —— 使喷出气流进一步膨胀

④ 发动机整流罩 —— 在设计飞行状态要求前体激波接到整流罩前缘





如图9.31所示：前体激波之后还可以通过等熵压缩在气流进入进气道之前进一步压缩。



影响超燃冲压发动机性能和气动特性的因素与物理问题有：

**前缘钝头** —— 降低头部气动加热

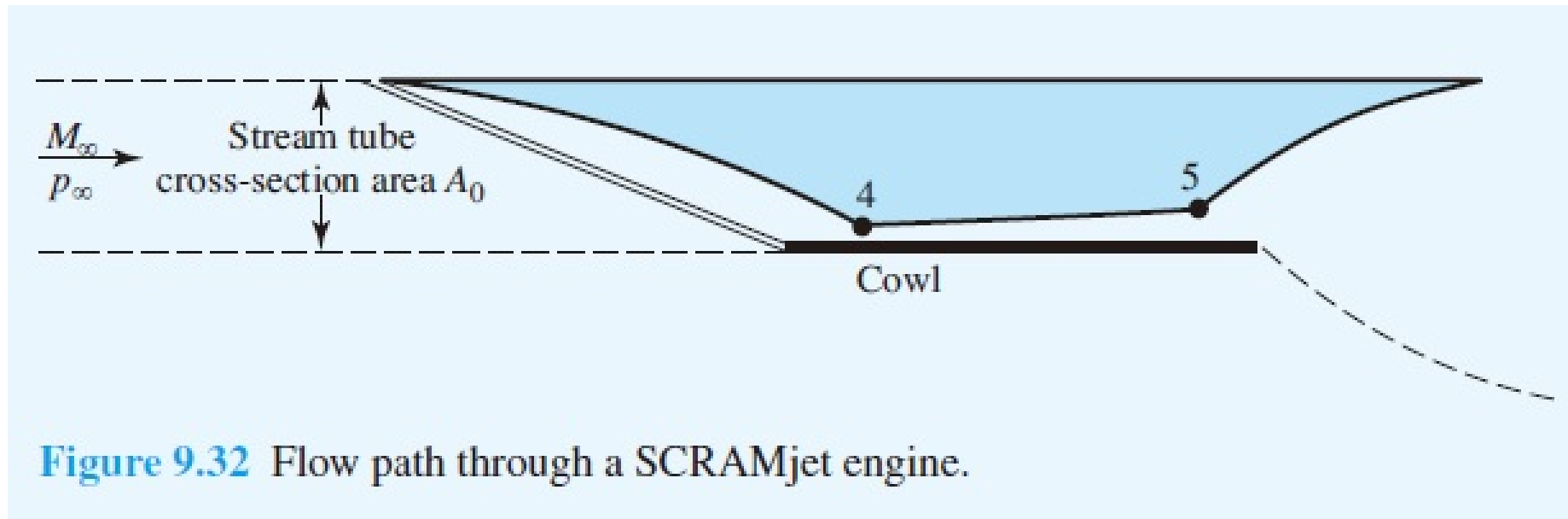
**粘性边界层及激波边界层干扰** —— 产生阻力和气动加热；引起气流分离与再附

**层流向湍流转捩** —— 影响阻力和气动热

**激波间干扰** —— 引起发动机整流罩严重的气动加热问题



## 超燃冲压发动机的原理草图：



### 4-5：燃烧室（Combustor）

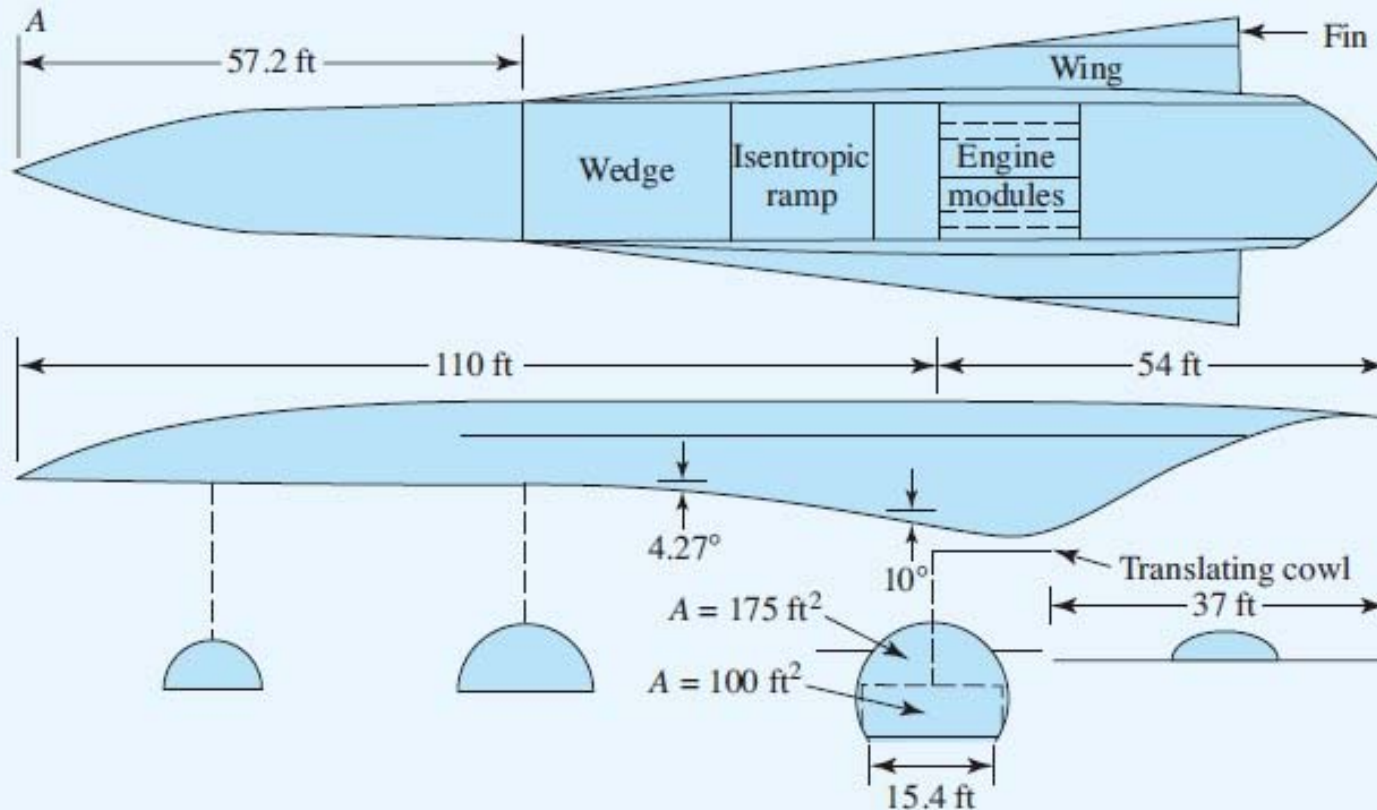


## 燃烧室进口处的气动参数

$M_\infty$	高度 (m)	$M_4$	$A_0/A_4$	$P_4/p_\infty$	$P_4(\text{N/m}^2)$	$T_4(\text{K})$	$V_4(\text{m/s})$
7	24407	3.143	10.85	47	911.1	806	1755
10	29108	4.143	16.49	89.6	851.3	1087	2665
15	34823	5.502	25.23	185.9	763.2	1600	4239
20	41989	6.650	33.11	313.6	479.8	2263	5989

特点：燃烧气流具有高马赫数





**Figure 9.33** Two-sided view of a conceptual vehicle design.

(Source: Billig, Frederick S.: "Design and Development of Single-Stage-to-Orbit Vehicles," *Johns Hopkins Applied Physics Laboratory Technical Digest*, vol. 11, nos. 3 and 4, July–December 1990, pp. 336–352).

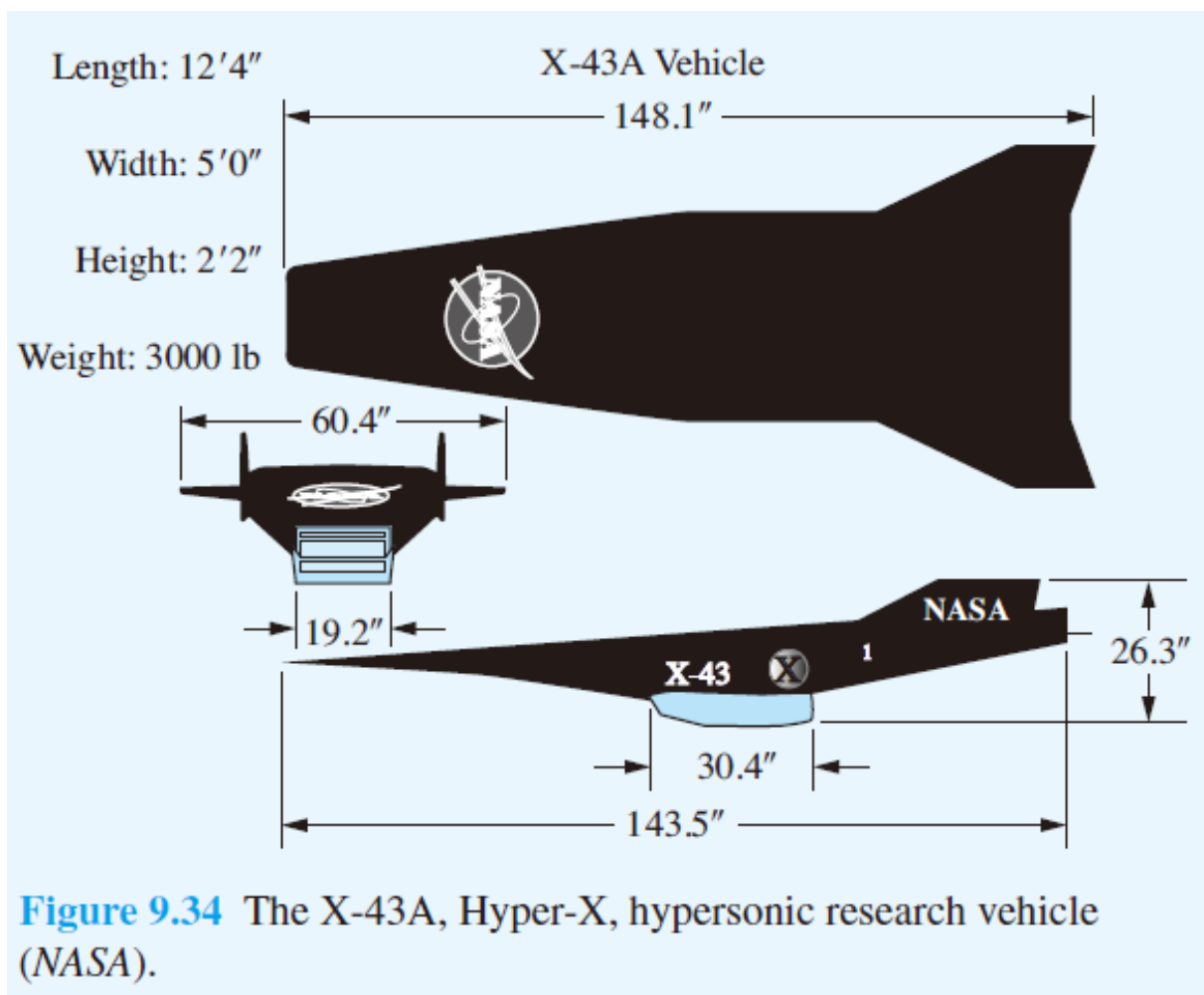
特点：细长（气动效率高、高升阻比）；尖楔设计，等熵压缩斜面（isentropic ramp）、移动引擎罩（translating cowl）



## X43A: 第一个实现自由飞的机体超燃冲压发动机一体化集成的高超声速飞行器



吸气式高超声速飞行器：  
机体进气道一体化设计至  
关重要



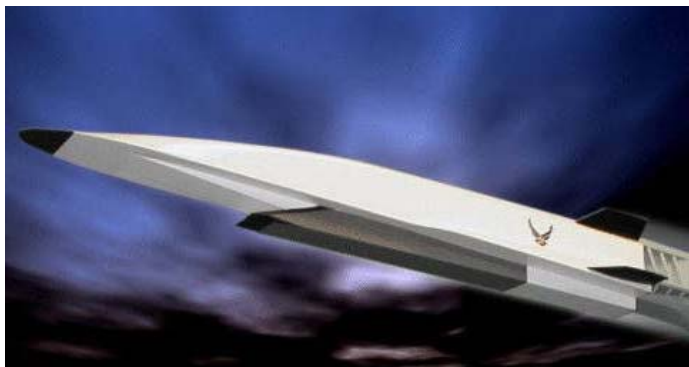




[X-43A](#)挂载在改装过的B-52轰炸机飞至高空后，点燃连结在[X-43A](#)上的飞马座火箭将[X-43A](#)推进到超声速的状态后，再点燃自身的超燃冲压发动机进行高超声速飞行。2004年成功首飞，第一次接近马赫7，第二次接近马赫10。



## X51A-WaveRider: 2013年第四次成功试飞（一、三、四成功，第二次失败）



乘波构型是突破常规构型“升阻比屏障”的有效途径





空天飞行器（Aerospace Vehicle）——航空航天飞行器的简称

关键技术\*：

- 1) 气动设计分析技术
- 2) 推进系统研发技术
- 3) 材料与结构设计技术
- 4) 一体化设计技术

\* “战略前沿技术” 微信公众号，“世界主要空天飞行器研制情况及未来发展趋势”，中国运载火箭技术研究院 唐绍峰 张静



## 作业： 9.10r-9.12r

**9.10** Consider the supersonic flow over an expansion corner, such as given in Figure 9.25. The deflection angle  $\theta = 25.27^\circ$ . If the flow upstream of the corner is given by  $M_1 = 2$ ,  $p_1 = 0.7$  atm,  $T_1 = 320\text{K}$ , calculate  $M_2$ ,  $p_2$ ,  $T_2$ ,  $\rho_2$ ,  $p_{0,2}$ , and  $T_{0,2}$  downstream of the corner. Also, obtain the angles the forward and rearward Mach lines make with respect to the upstream direction.

**9.11** A supersonic flow at  $M_1 = 1.58$  and  $p_1 = 1$  atm expands around a sharp corner. If the pressure downstream of the corner is  $0.2415$  atm, calculate the deflection angle of the corner.

**9.12** A supersonic flow at  $M_1 = 2.8$ ,  $T_1 = 280\text{K}$ , and  $p_1 = 1$  atm is deflected upward through a compression corner with  $\theta = 27.5^\circ$  and then is subsequently expanded around a corner of the same angle such that the flow direction is the same as its original direction. Calculate  $M_3$ ,  $p_3$ , and  $T_3$  downstream of the expansion corner. Since the resulting flow is in the same direction as the original flow, would you expect  $M_3 = M_1$ ,  $p_3 = p_1$ , and  $T_3 = T_1$ ? Explain.



## Lecture # 11 Ended!

致谢:

本ppt中膨胀波swf动画来自能源与动力学院

《气体动力学基础》精品课程

课程负责人: 王新月、杨青真等教授

欢迎关注“气动与多学科优化”  
课题组微信公众号

