



Review Lecture #8/第8次课复习

CHAPTER 9 Oblique Shock and Expansion Waves

第九章 斜激波和膨胀波

Presented by Wenping Song

E-mail: wpsong@nwpu.edu.cn

2019年11月4日 Monday

Department of Fluid Mechanics, School of Aeronautics
Northwestern Polytechnical University, Xi'an, China

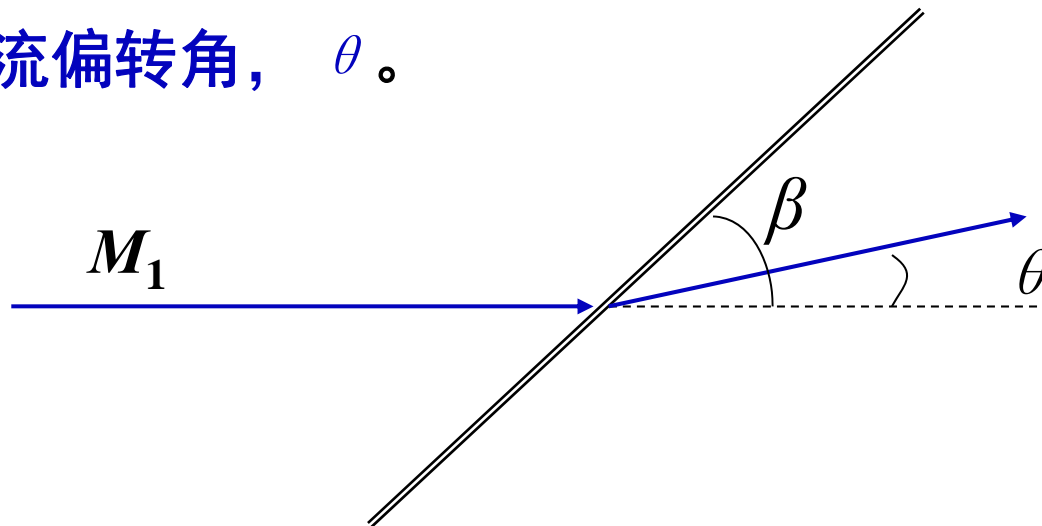


9.1 Introduction/引言

第八章我们讨论了正激波，本章我们讨论斜激波及超声速流场中的另一个重要特征——膨胀波。

Wave angle: 激波角, β , 激波与激波上游来流的夹角。

Deflection angle: 气流偏转角, θ 。



A normal shock wave is simply a special case of the general family of oblique shocks, namely, the case where the wave angle is 90°
 正激波为特殊的斜激波，其激波角为 90°



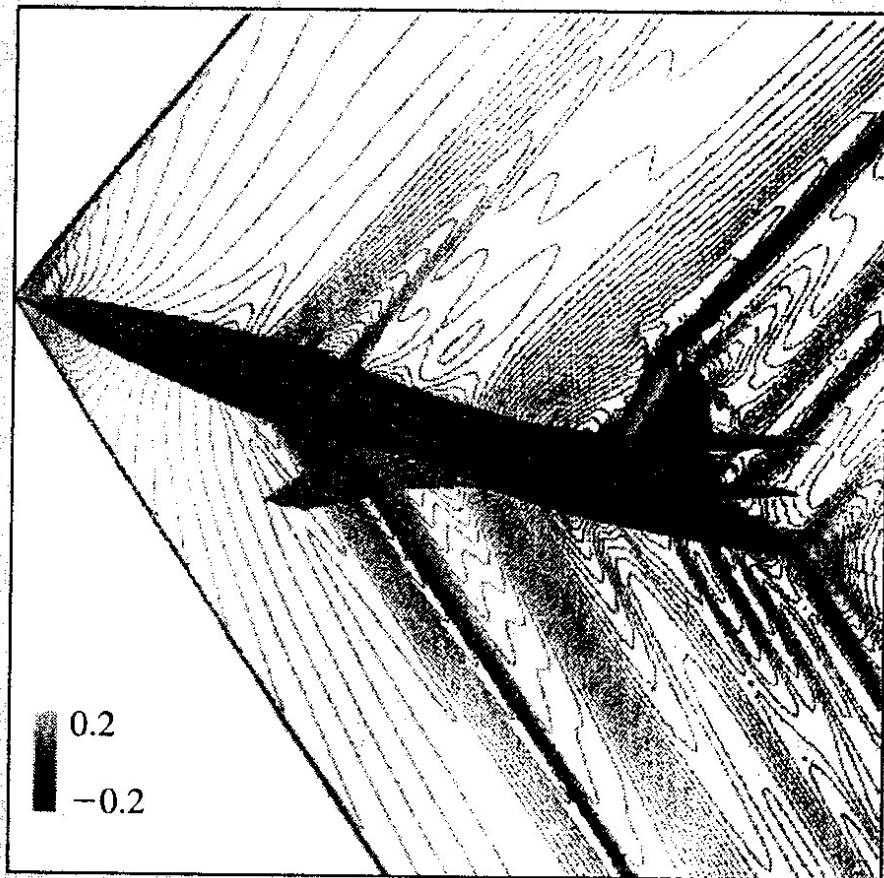
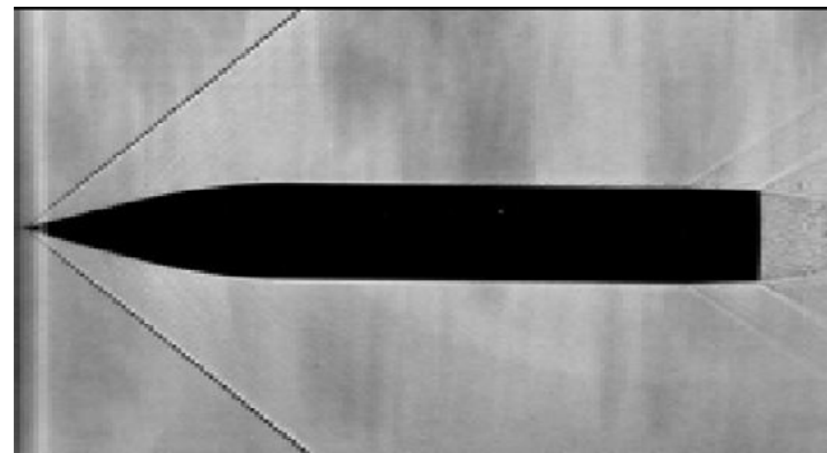
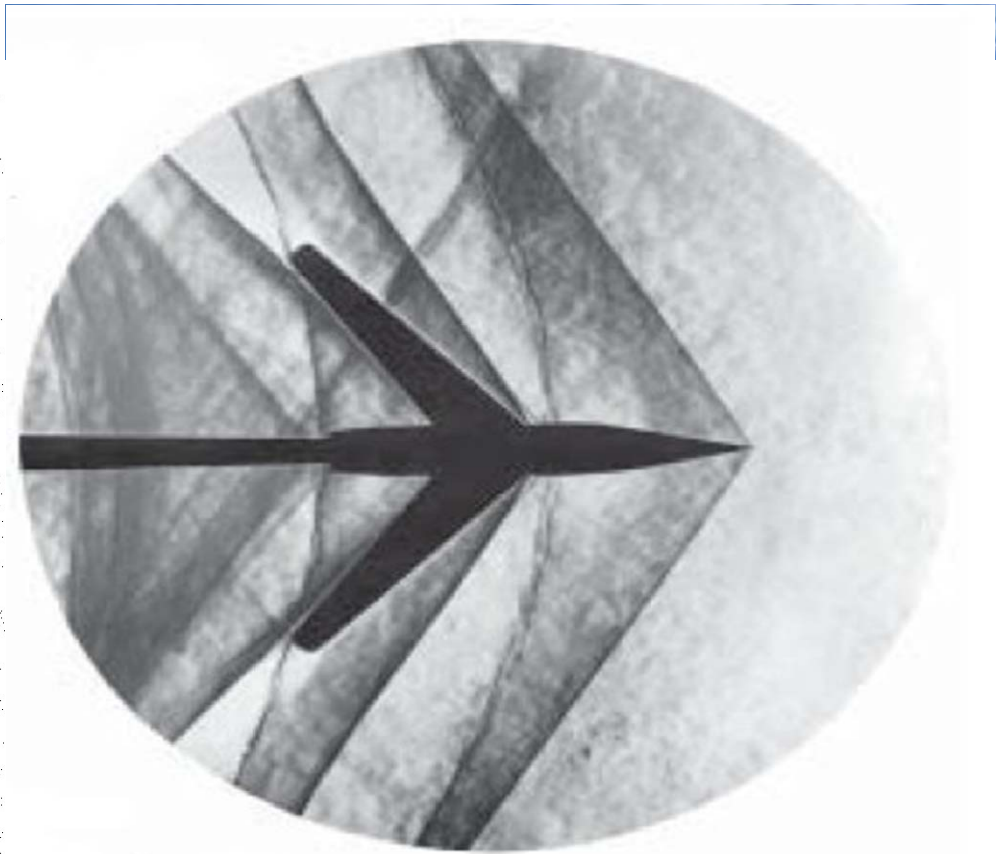


Figure 9.1 Wave pattern on a supersonic transport configuration (without nacelles) at Mach 1.7. Computational fluid dynamic calculations by Y. Makino, et al., "Nonaxisymmetrical Fuselage Shape Modification for Drag Reduction of Low-Sonic-Boom Airplane," *AIAA Journal*, vol. 41, no. 8, August 2003, p. 1415.



激波与膨胀波

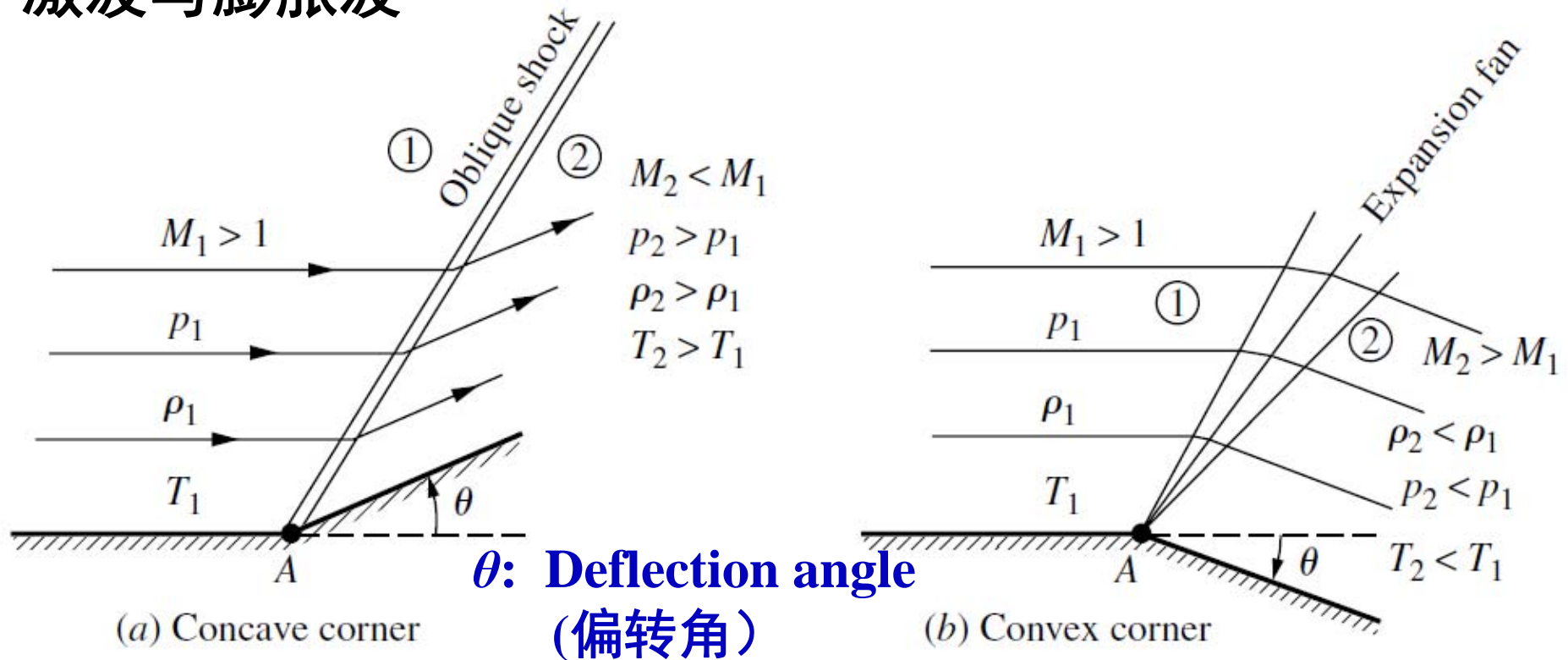


Figure 9.2 Supersonic flow over a corner.

➤ 通过斜激波, 马赫数**间断地**减少, 密度、压强和温度**间断地**增加

➤ 通过膨胀波, 马赫数**连续地**增加, 密度、压强和温度**连续地**减小



激波与膨胀波（续）

- 膨胀波是激波的一个正相反的对应物。
- 斜激波和膨胀波在二维、三维超声速流动中是普遍存在的。这些波在本质上是二维的，与第八章讨论的一维正激波不同。
- 本章的目的就是确定和研究这些斜波（斜激波和膨胀波）的性质。



□ What is the physical mechanism that creates waves in a supersonic flow?

超声速流中产生波的物理机理是什么？

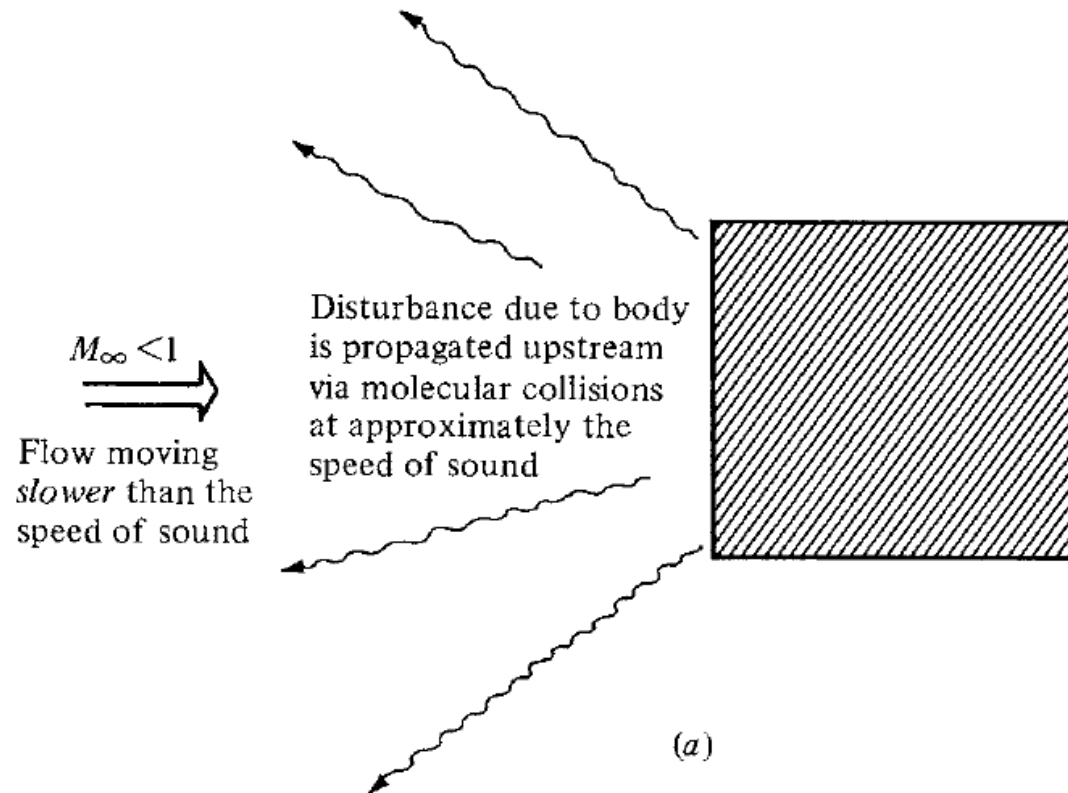


图9.3

(a)

- 如果上游是亚声速的，扰动可以毫不困难地传播到远前方上游，因此，给了来流足够的时间以绕过物体。



❑ What is the physical mechanism that creates waves in a supersonic flow?

超声速流中产生波的物理机理是什么？

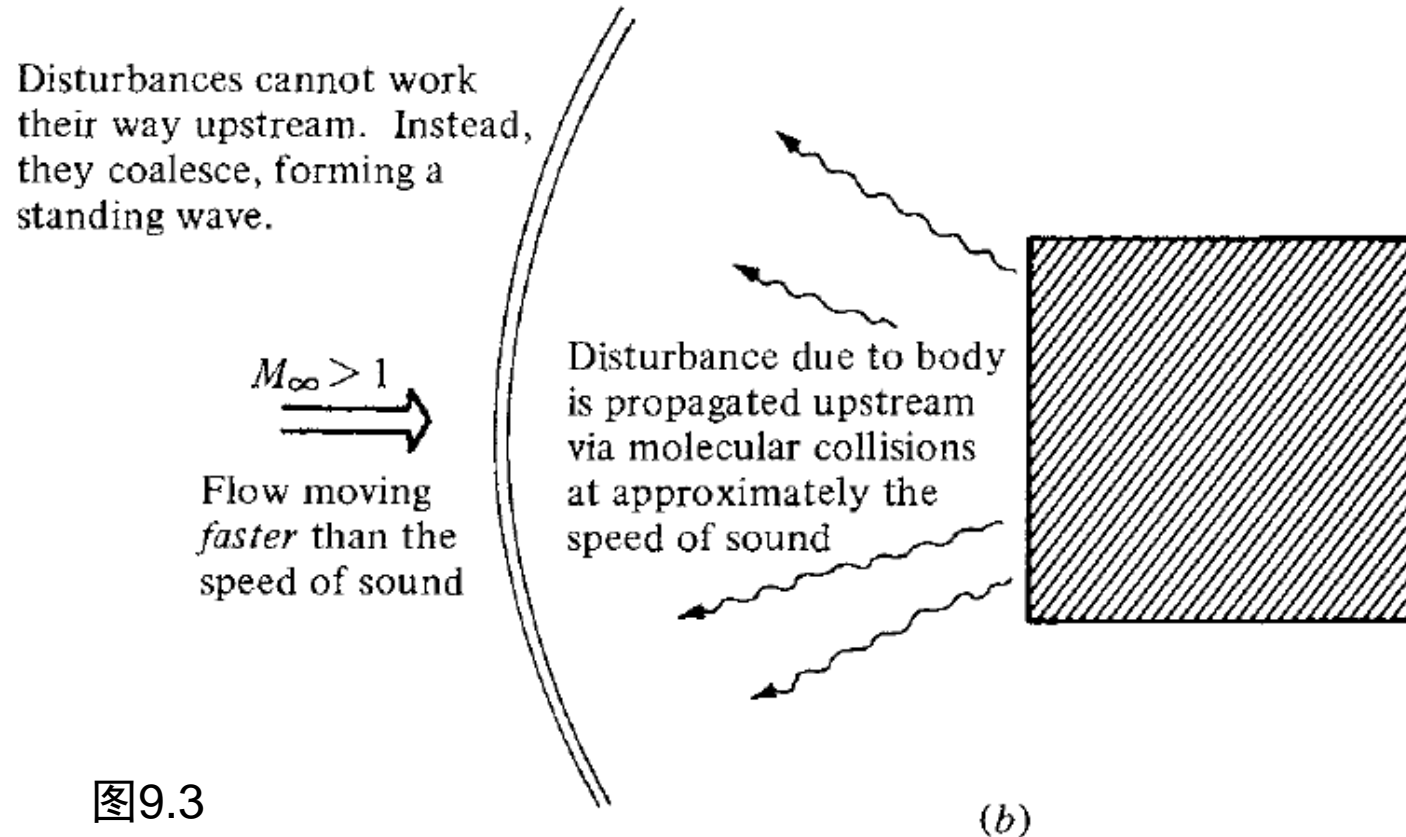


图9.3

- 如果上游是超声速的,扰动不能一直向上游传播,而是在离开物体某一距离处聚集并接合,形成一静止波。



超声速流中产生波的物理机理的总结

超声速流中激波和膨胀波产生的物理原因是：通过分子碰撞引起的信息传播和这种传播不能到达超声速流中某些区域的事实。

Read p604-P606



□ Why are most waves oblique rather than normal to the upstream flow?

为什么大部分激波与来流成斜角而不是垂直的呢？

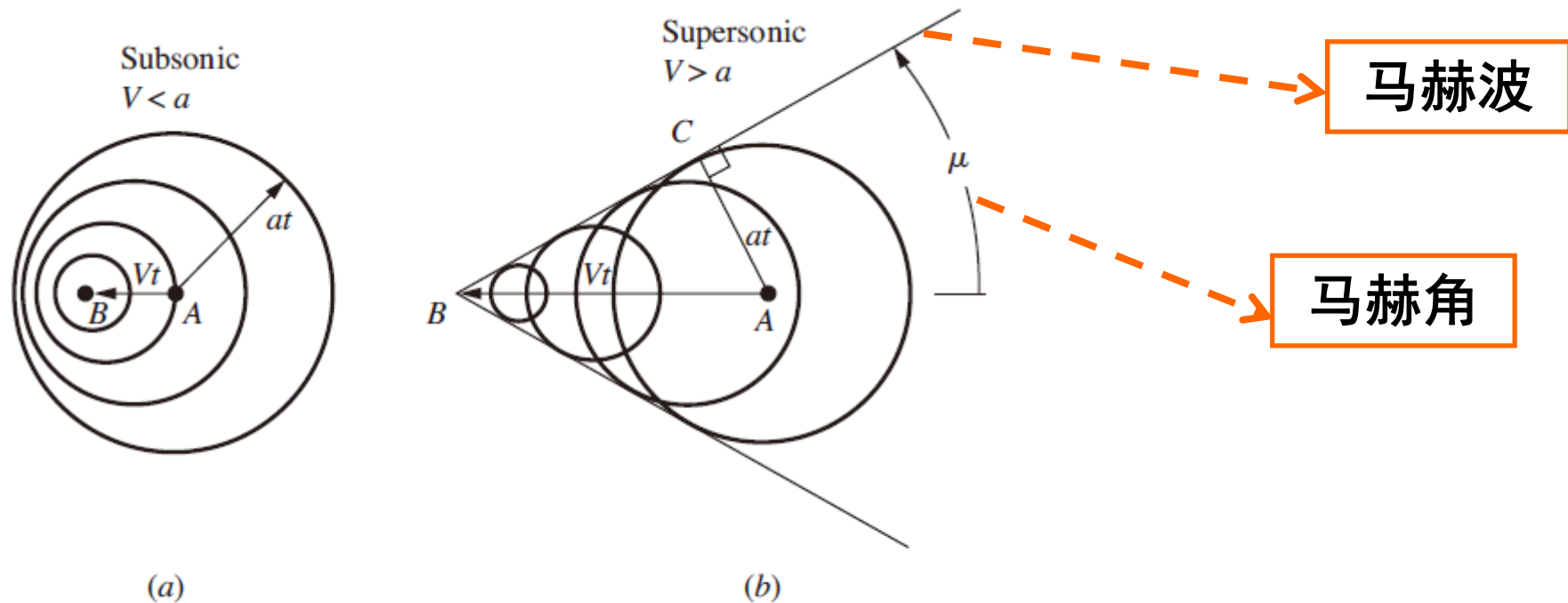


Figure 9.4 Another way of visualizing the propagation of disturbances in (a) subsonic and (b) supersonic flow.

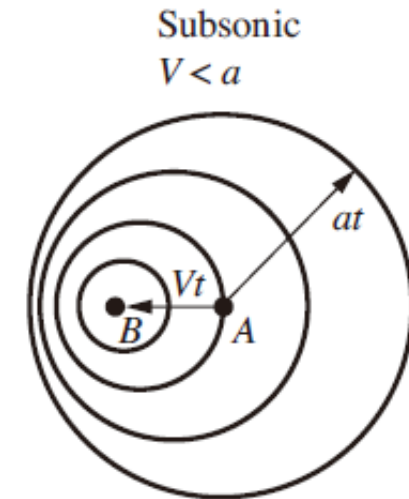
$$\sin \mu = \frac{at}{Vt} = \frac{a}{V} = \frac{1}{M}$$

$$\mu = \sin^{-1} \frac{1}{M} \quad (9.1)$$



□ 亚声速情况:

发声器(beeper)总是处在圆形声波族的里面, 声波传播的波前一直在发声器的前面。

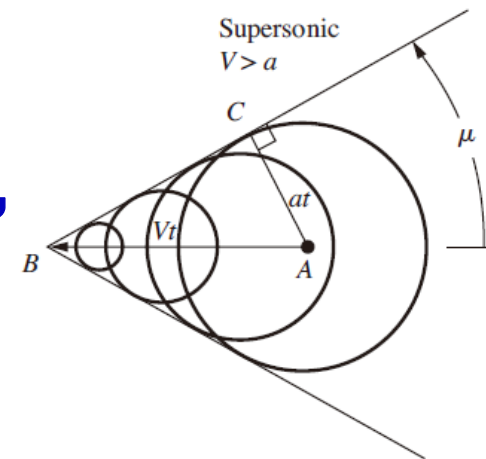


□ 超声速情况:

发声器(beeper)的位置一直是处于圆形声波族的之外, 发声器一直处于声波传播的波前之前。

□马赫波: 存在由波前形成的扰动包络线BC, 其与圆形声波面相切。这一扰动线被定义为马赫波。

□马赫角: 马赫波与发声器运动方向的夹角被定义为马赫角。



斜激波与马赫波

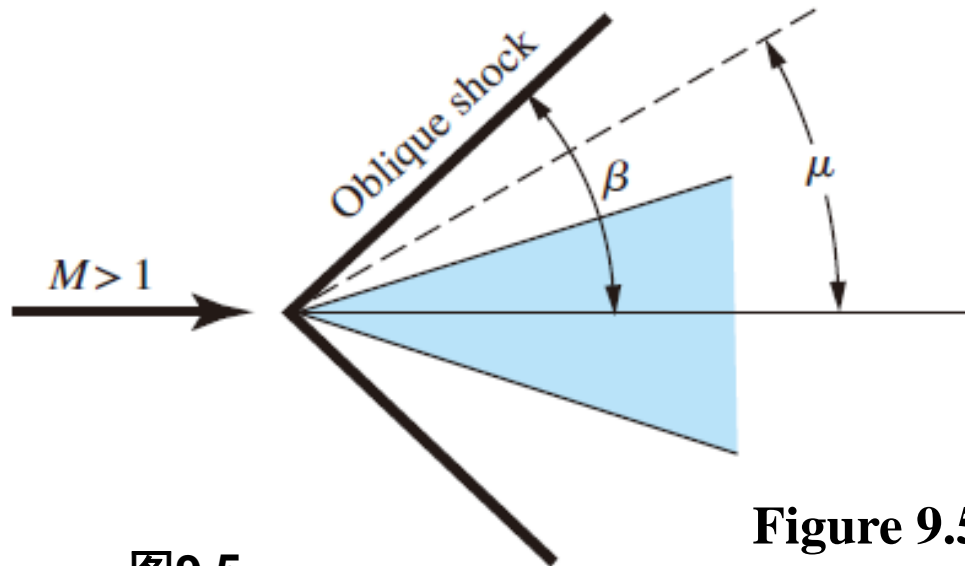


图9.5

Figure 9.5 Relation between the oblique shock-wave angle and the Mach angle.

- 如果扰动比一个简单声波强，其引起的波前就会比马赫波强，产生一个与来流夹角为 β 的斜激波，且 $\beta > \mu$ 。
- 然而，斜激波产生的物理机理与上面描述的马赫波的产生完全相同。





问题：如何区分如下几个概念？

Q: What are the differences between terminologies as follows

1. 激波/**Shock wave**

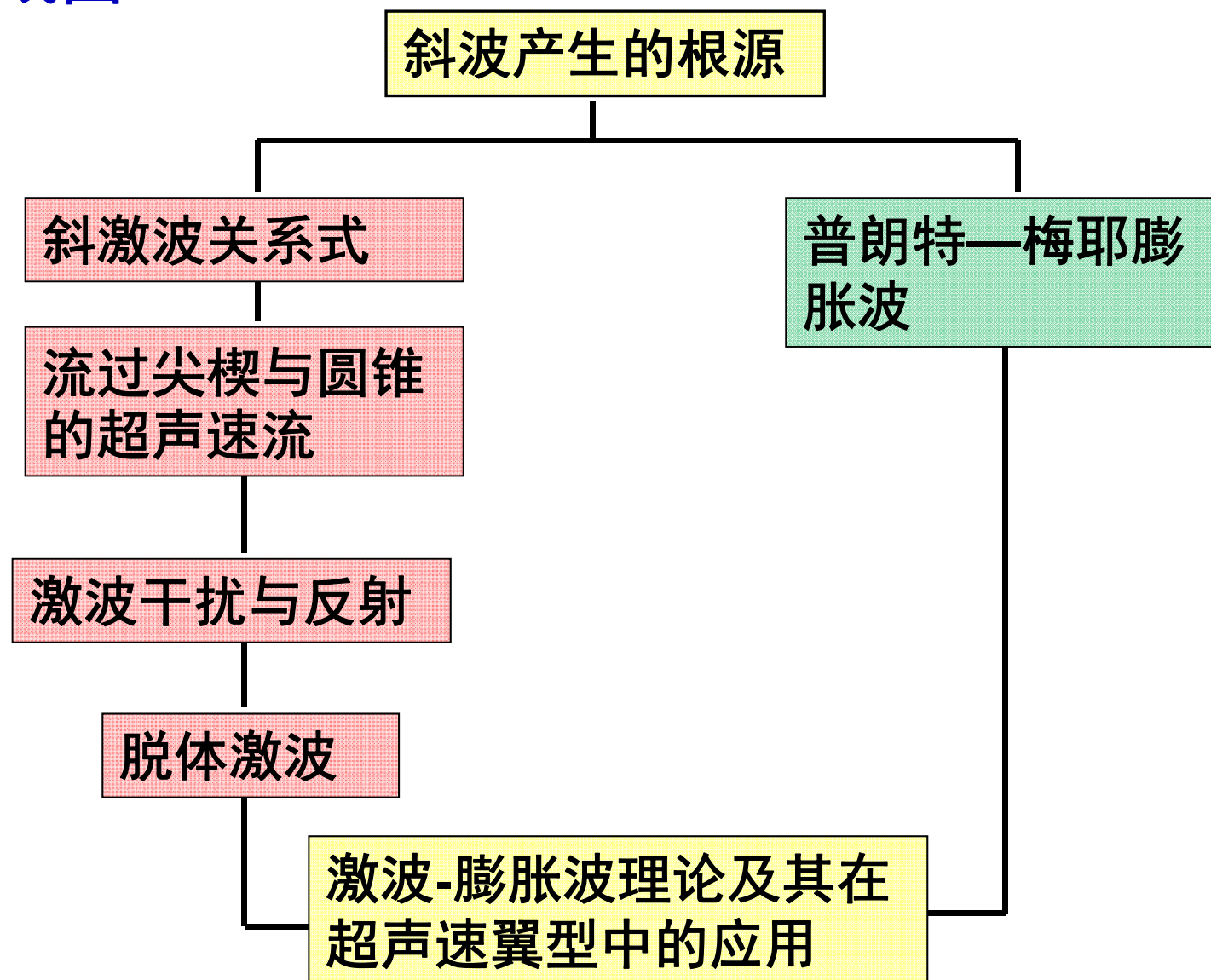
- 正激波/**Normal shock wave**
- 斜激波/**Oblique shock wave**

2. 膨胀波/**Expansion wave**

3. 马赫波/**Mach wave** (无限弱的激波、膨胀波)



第九章路线图



9.2 Oblique Shock Wave Relations/斜激波关系式

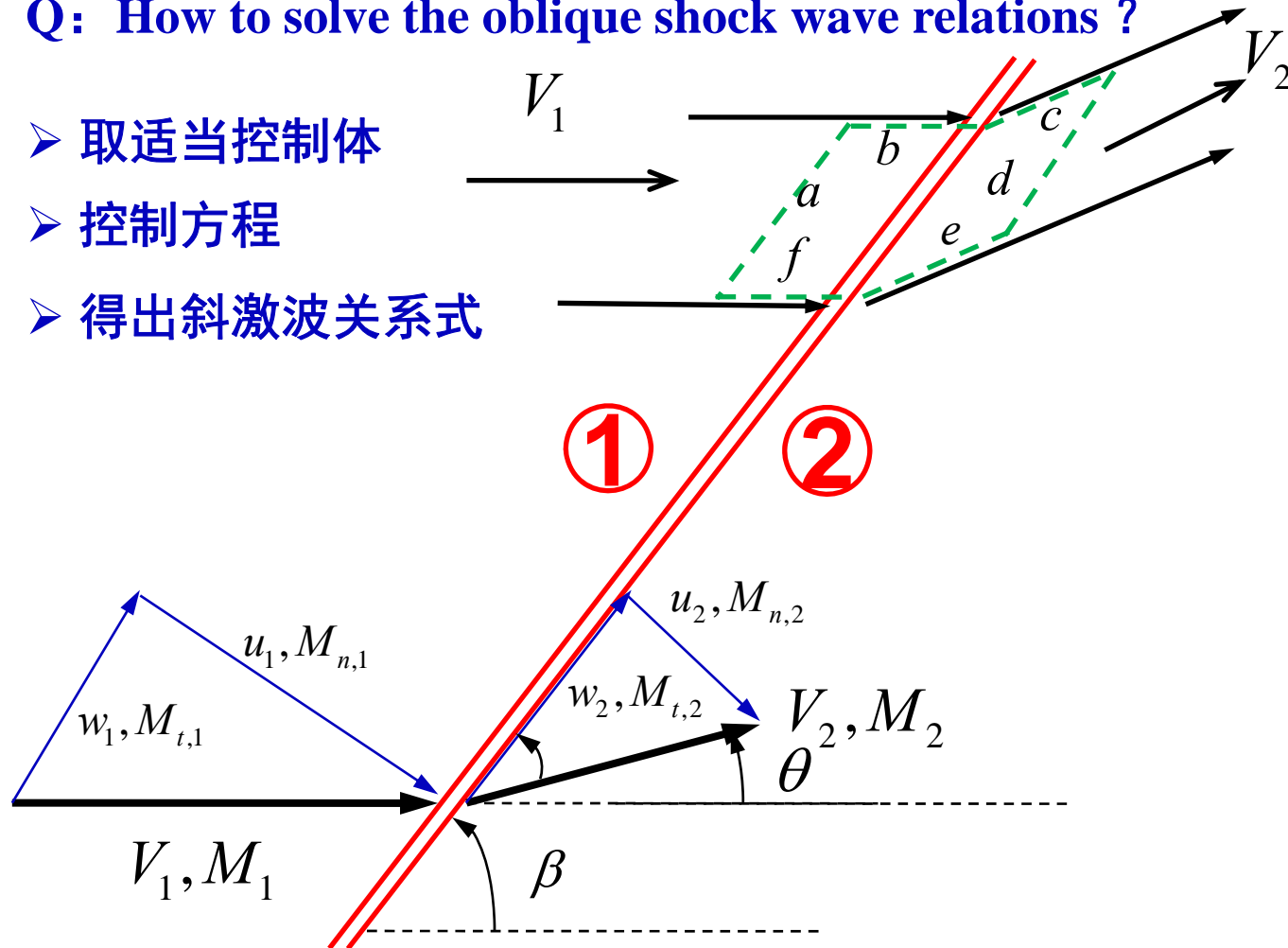
已知

p_1
 ρ_1
 T_1
 M_1
 u_1
 $p_{0,1}$
 $h_{0,1}$
 $T_{0,1}$
 s_1

问题：如何由波前参数得到波后参数？

Q: How to solve the oblique shock wave relations ?

- 取适当控制体
- 控制方程
- 得出斜激波关系式



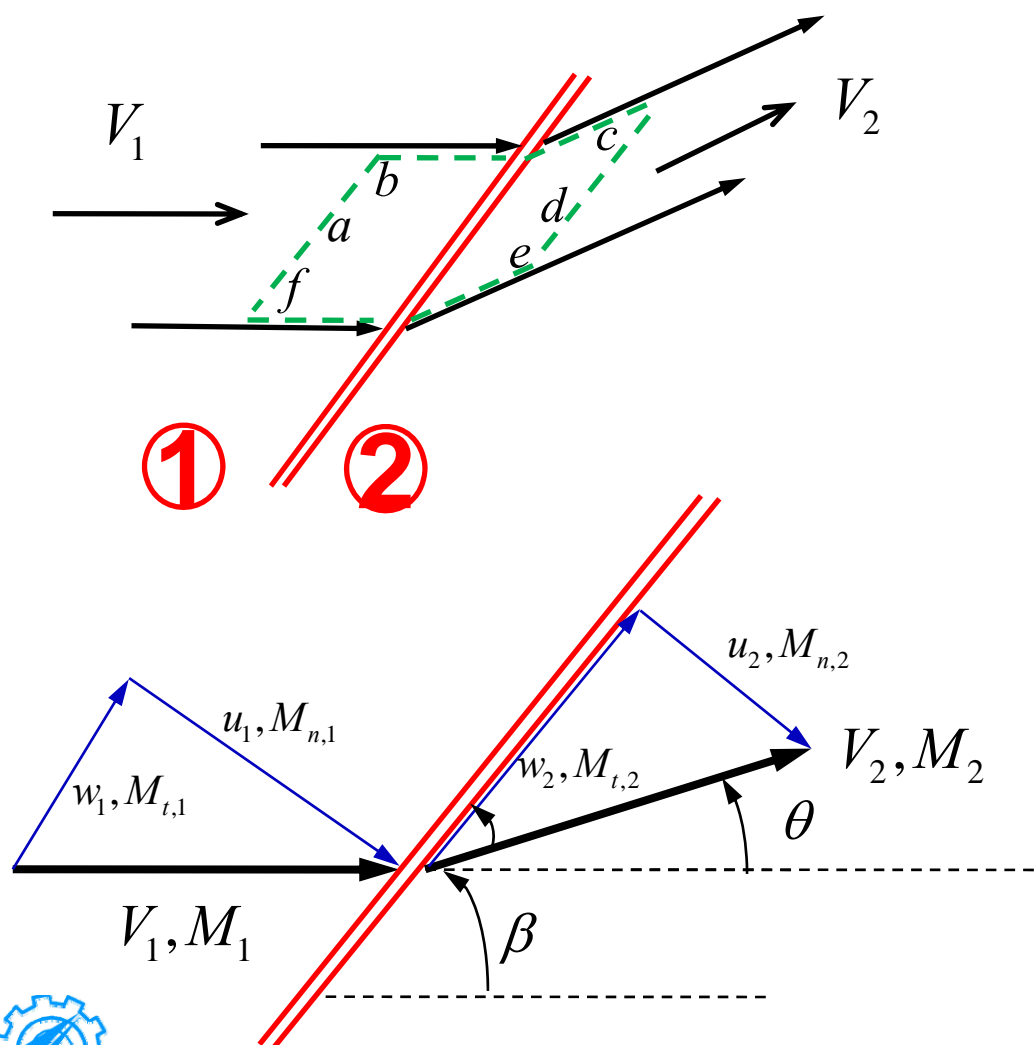
?

p_2
 ρ_2
 T_2
 M_2
 u_2
 $p_{0,2}$
 $h_{0,2}$
 $T_{0,2}$
 s_2



连续方程

以上图虚线包围区域为控制体，应用连续方程：



$$\oiint_s \rho \vec{V} \cdot d\vec{S} = 0$$

$$-\rho_1 u_1 A_1 + \rho_2 u_2 A_2 = 0$$

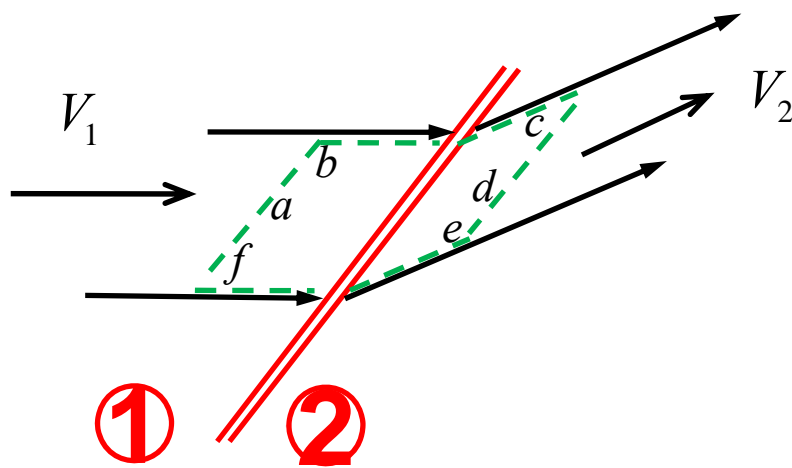
$$\rho_1 u_1 = \rho_2 u_2$$

(9.2)



动量方程（切向）

积分形式动量方程的切向分量：



$$\oiint_s (\rho \vec{V} \cdot d\vec{S}) w = - \oiint_s (p d\vec{S})_{\text{tangential}} \quad (9.3)$$

$$-(\rho_1 u_1 A_1) w_1 + (\rho_2 u_2 A_2) w_2 = 0 \quad (9.4)$$

$$w_1 = w_2 \quad (9.5)$$

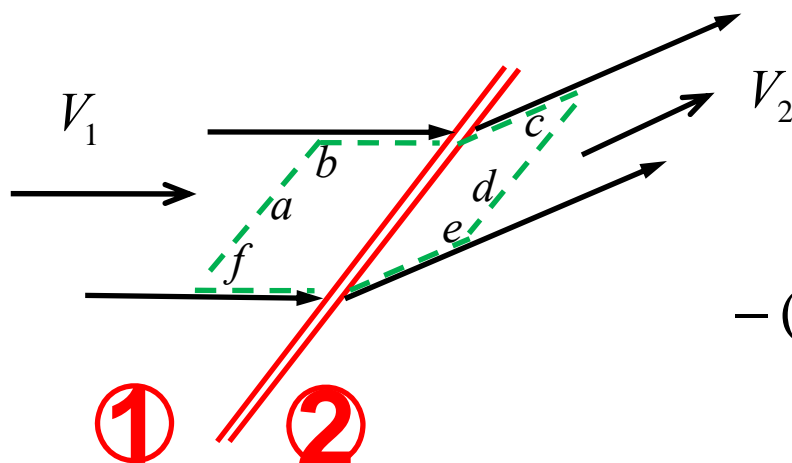
The tangential component of the flow velocity is constant across an oblique shock.

通过斜激波流动的切向速度分量保持不变。



动量方程（法向）

积分形式动量方程的法向分量：



$$\oiint_s (\rho \vec{V} \cdot \vec{dS}) u = - \oiint_s (p d\vec{S})_{\text{normal}} \quad (9.6)$$

$$-(\rho_1 u_1 A_1) u_1 + (\rho_2 u_2 A_2) u_2 = -(-p_1 A_1 + p_2 A_2)$$

$$p_1 + \rho_1 u_1^2 = p_2 + \rho_2 u_2^2 \quad (9.7)$$

(9.7)式中只出现激波的法向分量。



能量方程

$$h_1 + \frac{u_1^2}{2} = h_2 + \frac{u_2^2}{2} \quad (9.12)$$

- 方程(9.2)、(9.7)、(9.12)分别是斜激波的连续、动量、能量方程。它们只包含斜激波的法向速度分量 u_1 、 u_2 ，而不包含斜激波的切向速度分量 w_1 、 w_2 。
- Hence, we deduce that *changes across an oblique shock wave are governed only by the component of velocity normal to the wave*. 因此，我们得出结论——**通过斜激波的流动特性变化只由垂直于斜激波的速度分量决定。** **Read: 611**
- 换句话说：对于斜激波，可将波前速度和波后速度分解到斜激波法向和切向两个方向：1) 法向可等效为正激波进行计算；2.切向速度不变。



控制方程归纳 / Summary of control equations

$$\rho_1 u_1 = \rho_2 u_2 \quad (9.2)$$

$$w_1 = w_2 \quad (9.5)$$

$$p_1 + \rho_1 u_1^2 = p_2 + \rho_2 u_2^2 \quad (9.7)$$

$$h_1 + \frac{u_1^2}{2} = h_2 + \frac{u_2^2}{2} \quad (9.12)$$

- 斜激波控制方程(9.2)、(9.7)、(9.12)与正激波控制方程(8.2)、(8.6)、(8.10)完全相同；
- 我们只要将正激波关系式中所有的 M_1 用 $M_{n,1}$ 代替，就可以得到通过斜激波的流动特性变化量（ M_2 为 $M_{n,2}$ ）。



前一次课的掌握情况投票

- ☐ **A 完全掌握了这部分知识内容**
- ☐ **B 掌握了大部分**
- ☐ **C 掌握了一小部分**
- ☐ **D 完全不懂**

提交

Review Lecture # 8 Ended!

下面讲斜激波关系式





Lecture #9

CHAPTER 9 Oblique Shock and Expansion Waves

第九章 斜激波和膨胀波

Presented by Wenping Song

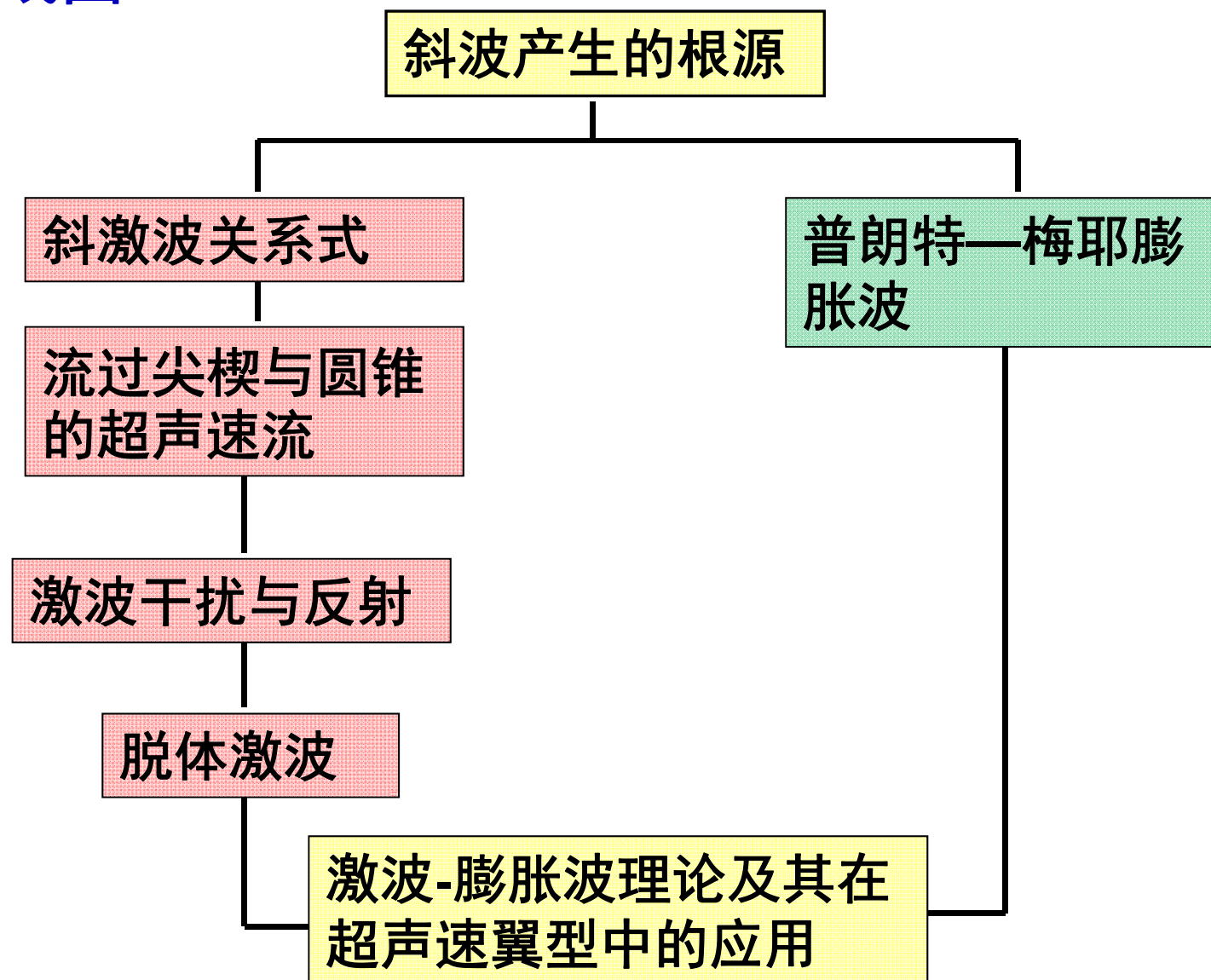
E-mail: wpsong@nwpu.edu.cn

2019年11月4日 Monday

Department of Fluid Mechanics, School of Aeronautics, Northwestern Polytechnical
University, Xi'an, China



第九章路线图



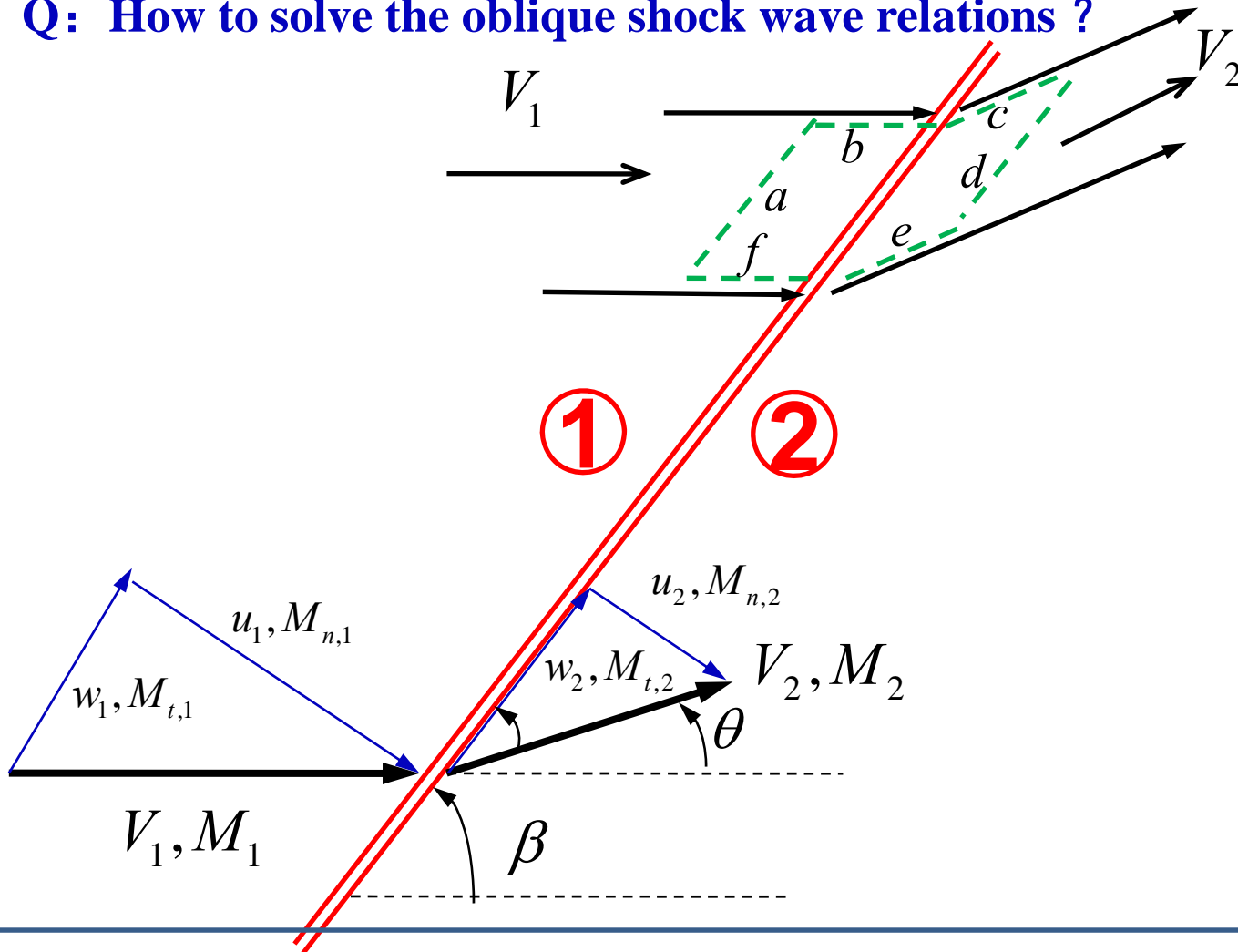
9.2 Oblique Shock Wave Relations/斜激波关系式

已知

p_1
 ρ_1
 T_1
 M_1
 u_1
 $p_{0,1}$
 $h_{0,1}$
 $T_{0,1}$
 s_1

问题：如何由波前参数得到波后参数？

Q: How to solve the oblique shock wave relations ?



?

p_2
 ρ_2
 T_2
 M_2
 u_2
 $p_{0,2}$
 $h_{0,2}$
 $T_{0,2}$
 s_2



9.2 Oblique Shock Wave Relations/斜激波关系式

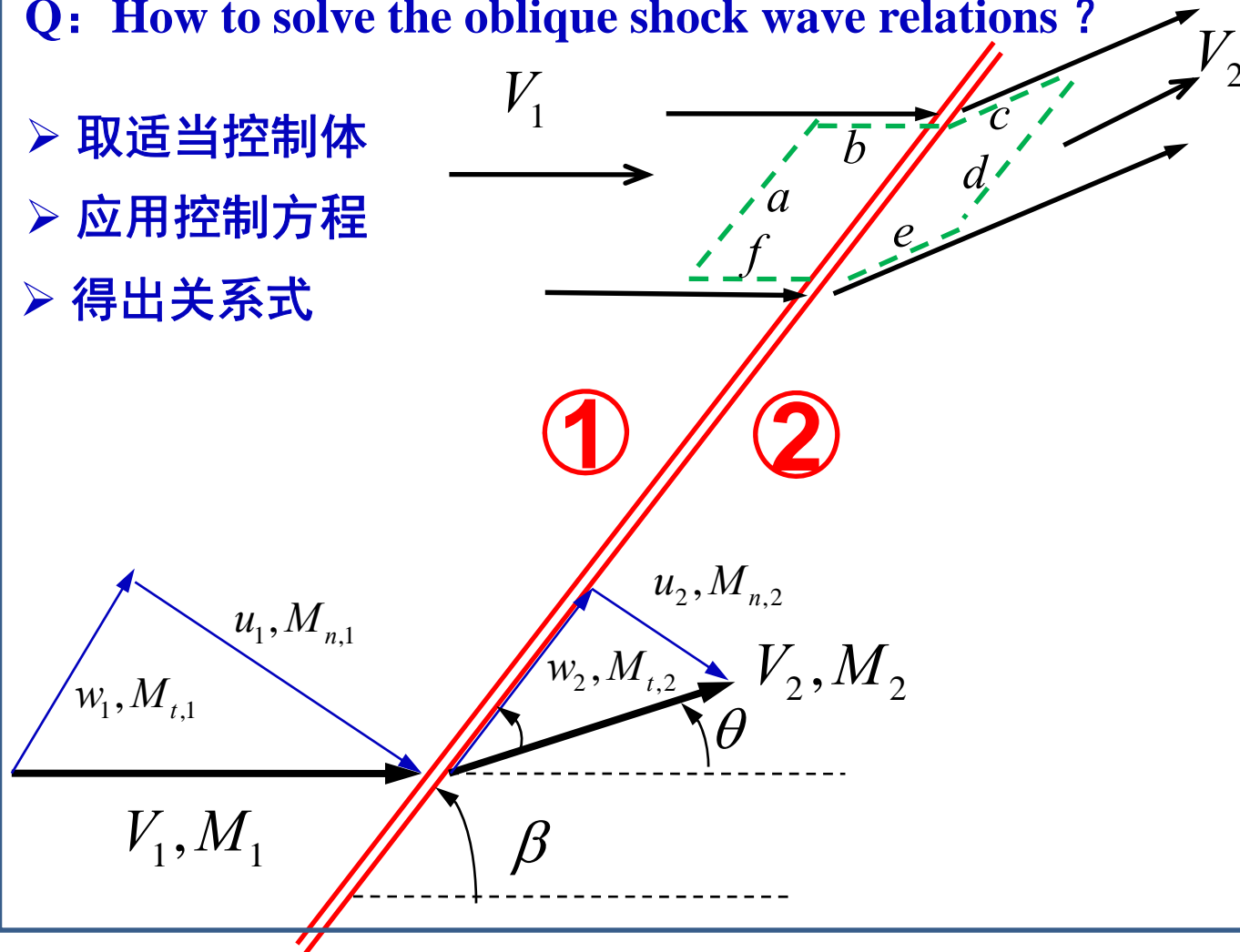
已知

p_1
 ρ_1
 T_1
 M_1
 u_1
 $p_{0,1}$
 $h_{0,1}$
 $T_{0,1}$
 s_1

问题：如何由波前参数得到波后参数？

Q: How to solve the oblique shock wave relations ?

- 取适当控制体
- 应用控制方程
- 得出关系式



?

p_2
 ρ_2
 T_2
 M_2
 u_2
 $p_{0,2}$
 $h_{0,2}$
 $T_{0,2}$
 s_2



斜激波控制方程归纳 / Summary of Governing Equations

$$\rho_1 u_1 = \rho_2 u_2 \quad (9.2)$$

$$w_1 = w_2 \quad (9.5)$$

$$p_1 + \rho_1 u_1^2 = p_2 + \rho_2 u_2^2 \quad (9.7)$$

$$h_1 + \frac{u_1^2}{2} = h_2 + \frac{u_2^2}{2} \quad (9.12)$$

- 斜激波控制方程(9.2)、(9.7)、(9.12)与正激波控制方程(8.2)、(8.6)、(8.10)完全相同；
- 我们只要将正激波关系式中所有的 M_1 用 $M_{n,1}$ 代替，就可以得到通过斜激波的流动特性变化量。



斜激波关系式

则有

$$M_{n,2}^2 = \frac{1 + [(\gamma - 1)/2]M_{n,1}^2}{\gamma M_{n,1}^2 - (\gamma - 1)/2} \quad (9.14)$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{(\gamma + 1)M_{n,1}^2}{2 + (\gamma - 1)M_{n,1}^2} \quad (9.15)$$

$$\frac{p_2}{p_1} = 1 + \frac{2\gamma}{\gamma + 1}(M_{n,1}^2 - 1) \quad (9.16)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2}{p_1} \frac{\rho_1}{\rho_2} \quad (9.17)$$

注意： $M_{n,1}$ 和 $M_{n,2}$ 分别是斜激波波前和波后的法向马赫数



斜激波波前马赫数为2.4，激波角为30度，计算通过斜激波的压强比、温度比和总压比，下面那个答案是正确的？

- ☐ A 1.513、1.128、2.408
- ☐ B 2.425、1.883、2.408
- ☒ C 1.513、1.128、0.9928
- ☐ D 6.553、2.040、0.5401

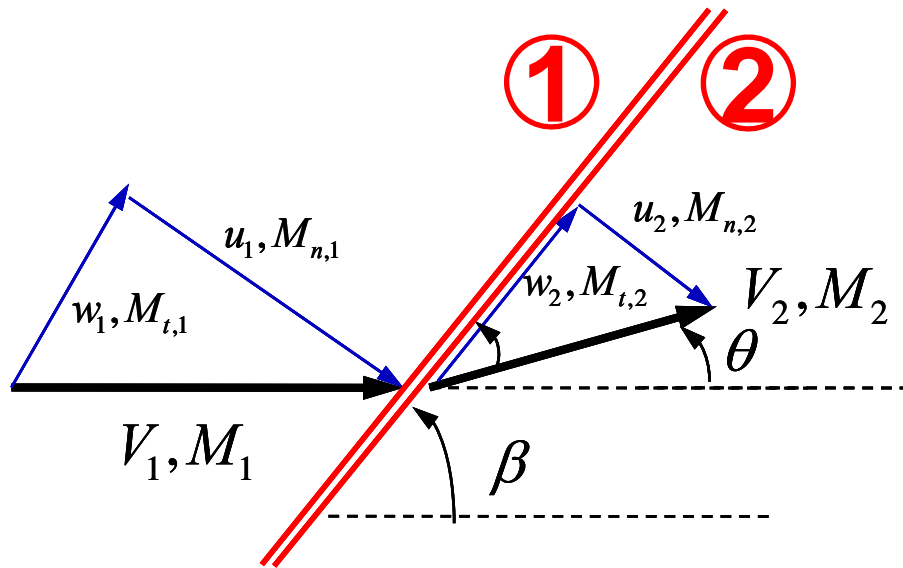
提交

确定斜激波关系式需要几个参数？

$M_{n,1}$ 和 $M_{n,2}$ 分别是斜激波波前和波后的法向马赫数， 所以有：

$$M_{n,1} = M_1 \sin \beta \quad (9.13)$$

$M_{n,1}$ 既依赖于 M_1 又依赖于 β ;
2个参数？



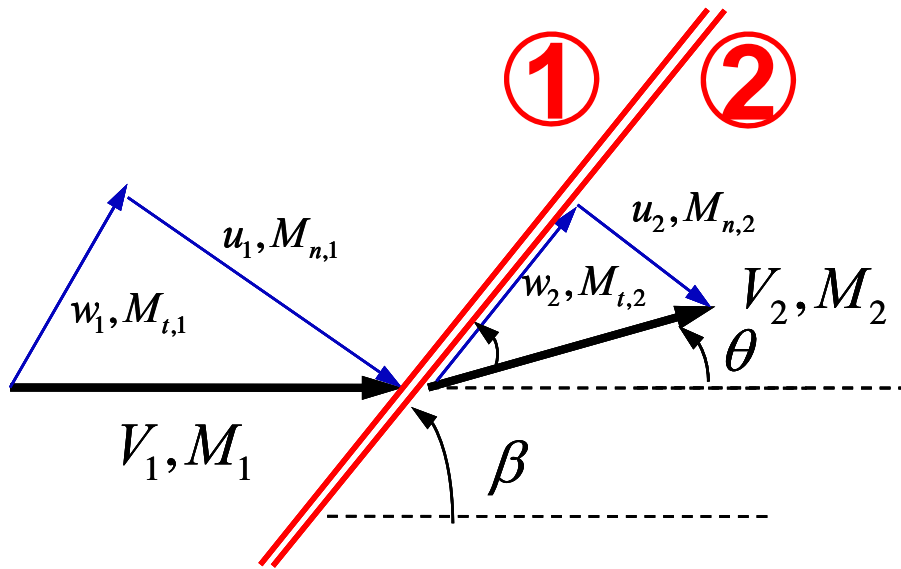
$$M_2 = \frac{M_{n,2}}{\sin(\beta - \theta)} \quad (9.18)$$

M_2 既依赖于 $M_{n,2}$ 又依赖于 β
和 θ ; 3个参数？

问题： θ 是不是一个独立的自变量即第三个参数？



θ 与 M_1 和 β 的函数关系



$$\tan \beta = \frac{u_1}{w_1} \quad (9.19)$$

$$\tan(\beta - \theta) = \frac{u_2}{w_2} \quad (9.20)$$

$$\frac{\tan(\beta - \theta)}{\tan \beta} = \frac{u_2}{u_1} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \quad (9.21)$$



$\theta - \beta - M$ 关系式 / $\theta - \beta - M$ relations

$$\frac{\tan(\beta - \theta)}{\tan \beta} = \frac{2 + (\gamma - 1)M_1^2 \sin^2 \beta}{(\gamma + 1)M_1^2 \sin^2 \beta} \quad (9.22)$$

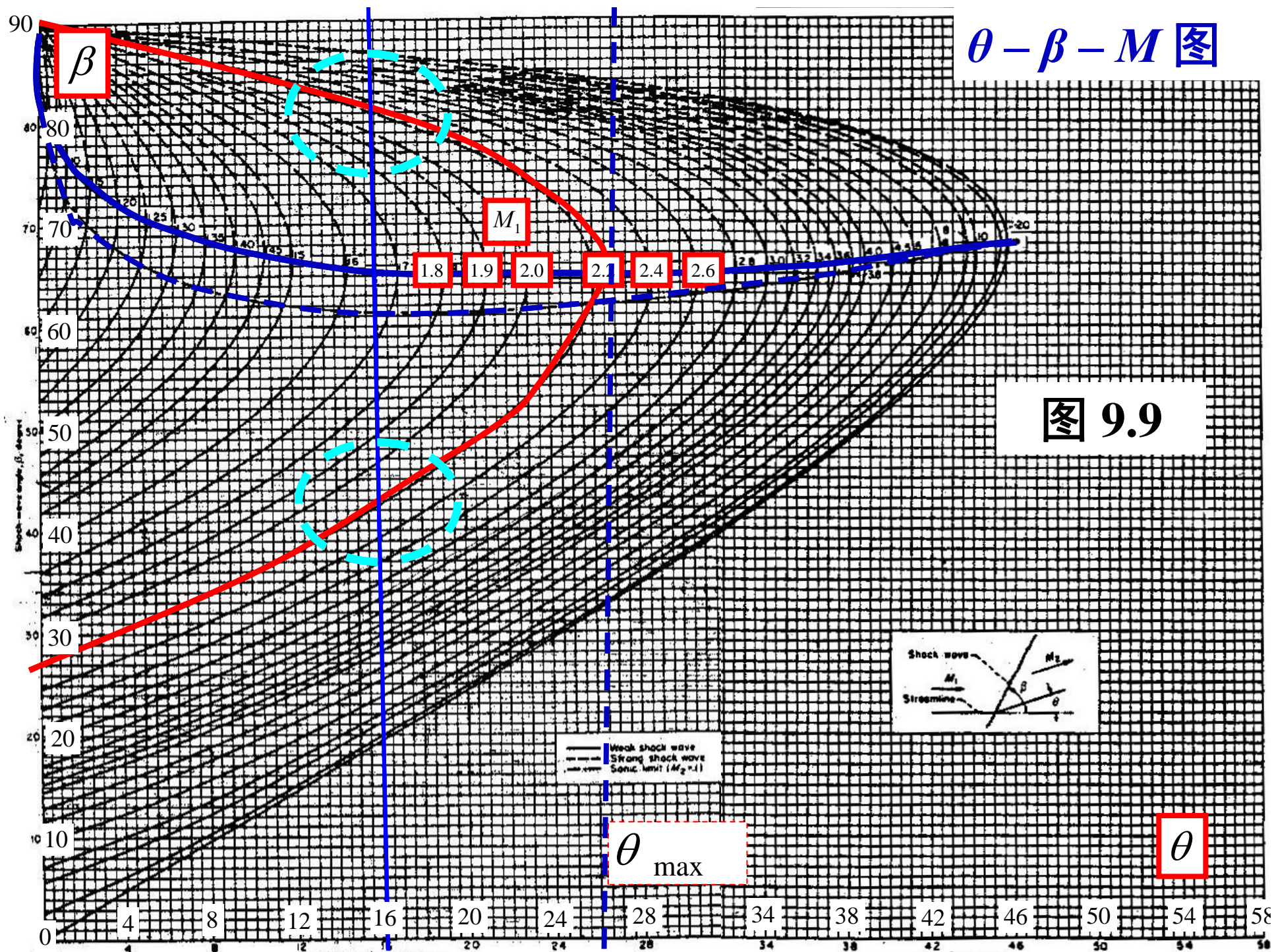
$$\tan \theta = 2 \cot \beta \frac{M_1^2 \sin^2 \beta - 1}{M_1^2 (\gamma + \cos 2\beta) + 2} \quad (9.23)$$

方程(9.23) 被称为 $\theta - \beta - M$ 关系式，它限定了 θ 为 M_1 和 β 的唯一函数。这是分析斜激波特性的最重要的关系式，其结果在图9.9中给出（ $\gamma = 1.4$ ）。



$\theta - \beta - M$ 图

图 9.9



Explore $\theta - \beta - M$ relations

□ 图9.9给出的是以波前马赫数为参数，激波角 β 随偏转角 θ 的变化曲线。

1. 给定上游马赫数 M_1 ，存在一个最大偏转角 θ_{max} ：
 - 物体几何形状的 $\theta > \theta_{max}$ ，不存在直的斜激波；相反，形成脱体弓形激波
 - θ_{max} 随 M_1 增大而增大
 - 当 M_1 趋于无穷大时， θ_{max} 存在一极限值，对于 $\gamma = 1.4$ 的量热完全气体， $\theta_{max} = 45.5^\circ$

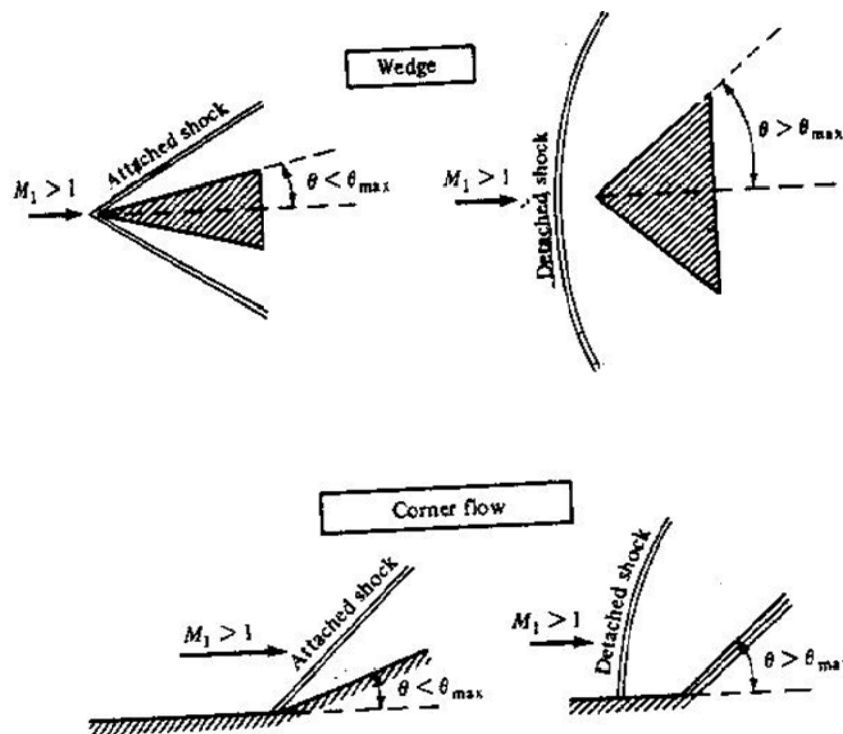


图9.10 附体和脱体激波



从612页最后一段开始阅读教材

2. 给定任意一个小于 θ_{\max} 的 θ 值，对应每一个给定的波前马赫数 M_1 ，存在两个直线斜激波解。

- 弱解与强解：较小的 β ，弱激波解；较大的 β ，强激波解。
- “弱”与“强”的分类是根据以下事实确定的：当给定 M_1 ， β 越大则 $M_{n,1}$ 越大，因此压强比 p_2/p_1 越大。
- 在实际情况中，通常出现的是弱解情况。
- 不同 M_1 对应 θ_{\max} 组成的连线上部分对应“强解”，下部分对应“弱解”。
- 另外一条稍低于 θ_{\max} 连线的曲线为 $M_2 = 1$ 的连线，上部分和下部分分别对应波后为“亚声速流”和“超声速流”的情况。



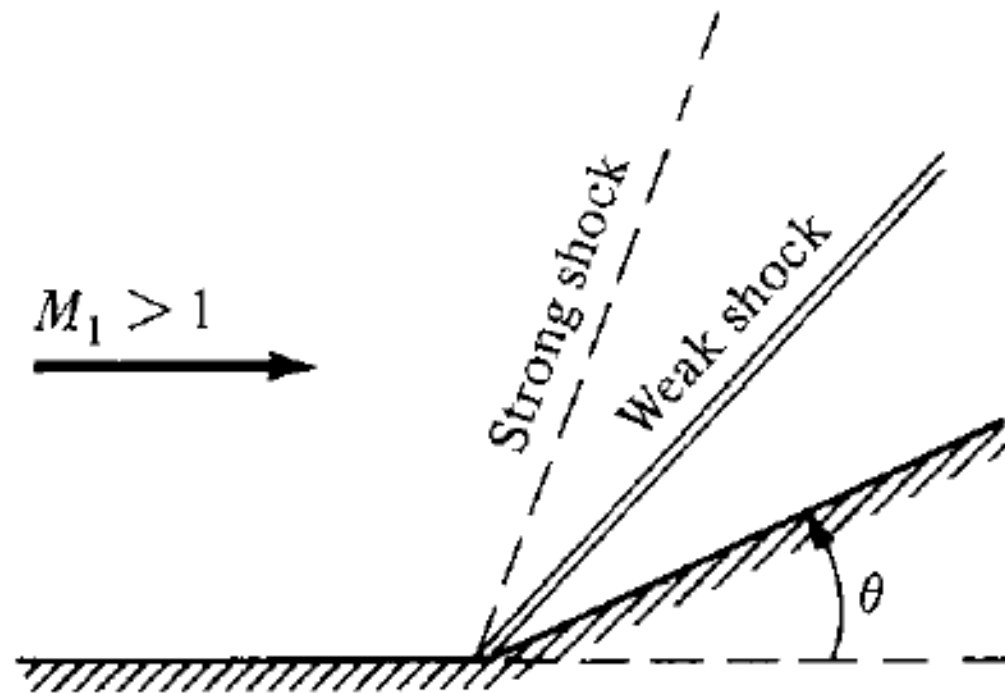


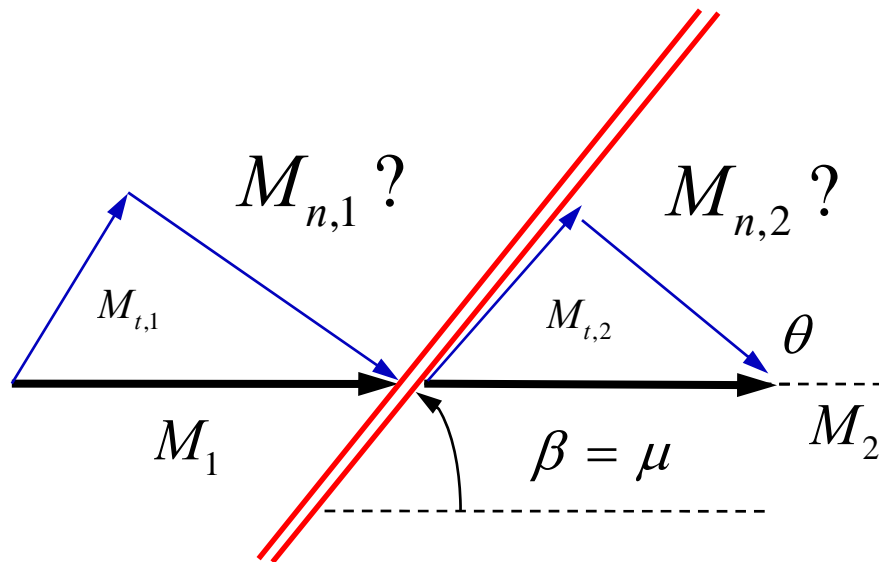
Figure 9.11 The weak and strong shock cases.

图9.11 弱激波和强激波



3. 特殊情况:

- 如果 $\theta = 0^\circ$, 那么 $\beta = 90^\circ$ 或 $\beta = \mu$ (马赫角)。
- $\beta = 90^\circ$ 的情况对应正激波 (即我们第八章讨论的问题属于强激波解)。
- $\beta = \mu$ 对应图9.4b所示的**马赫波**。对于这两种情况, 通过激波流线不发生偏转。



问题: 通过马赫波波前和波后法向马赫数?

Q: What are the normal components of Mach number ahead and after the Mach wave



4. 增大上游马赫数的影响

超声速流流过半顶角为 θ 的尖楔

- 增加来流马赫数 M_1 , 激波角 β 角减少, 但激波是增强的, 这是因为随着 M_1 的增加, M_{n1} 是增大的
- 降低来流马赫数 M_1 , 激波角 β 增大, 激波变弱。如果 M_1 降低到一定程度, 激波将会脱体。对于 $\theta = 20^\circ$, $M_1 < 1.8$ 激波将会脱体。

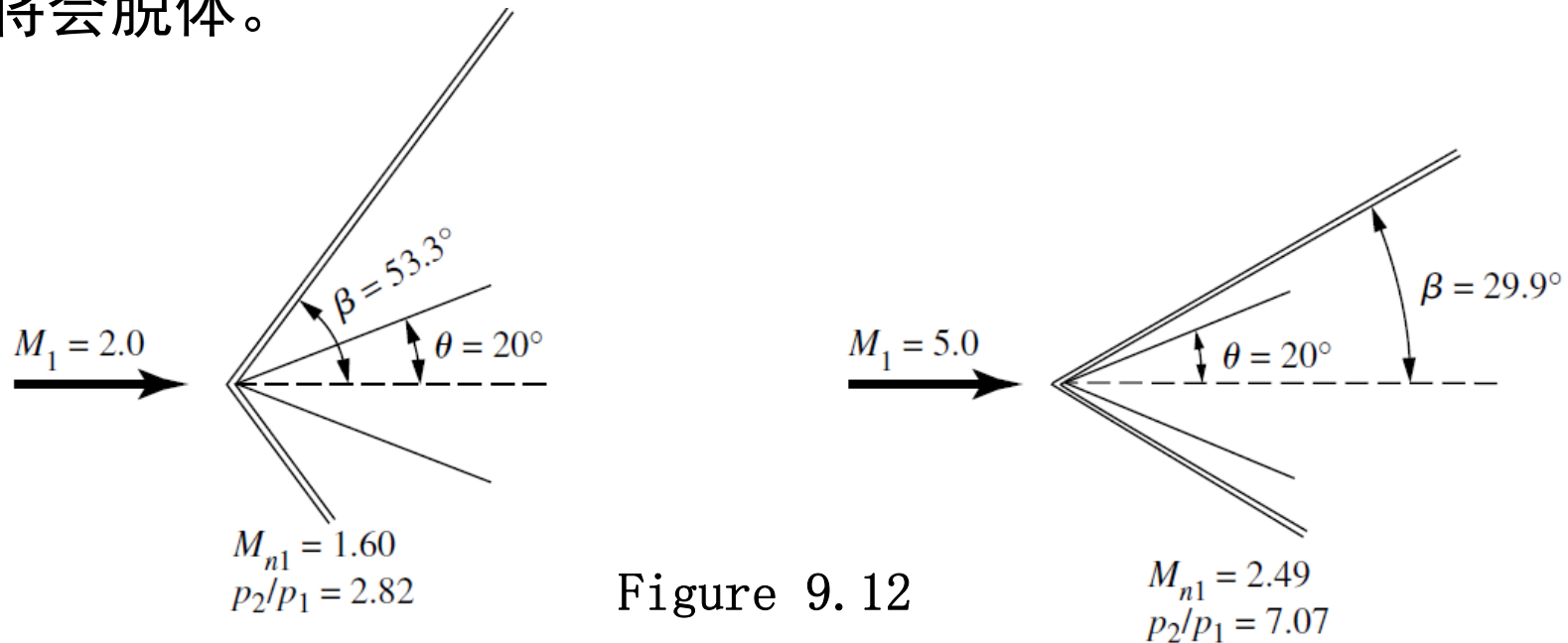


Figure 9.12



5. 增大偏转角的影响

考虑另外一个实验。让我们保持 M_1 不变而增大偏转角 θ 。

- 随着 θ 增大，激波角 β 增大， $M_{n,1}$ 是增大，激波将会变强。
- 但是，一旦 θ 角超过 θ_{max} ，激波会变成脱体激波。对于图9.13中 $M_1 = 2.0$ 的情况， $\theta > 23^\circ$ 时就会出现脱体激波。

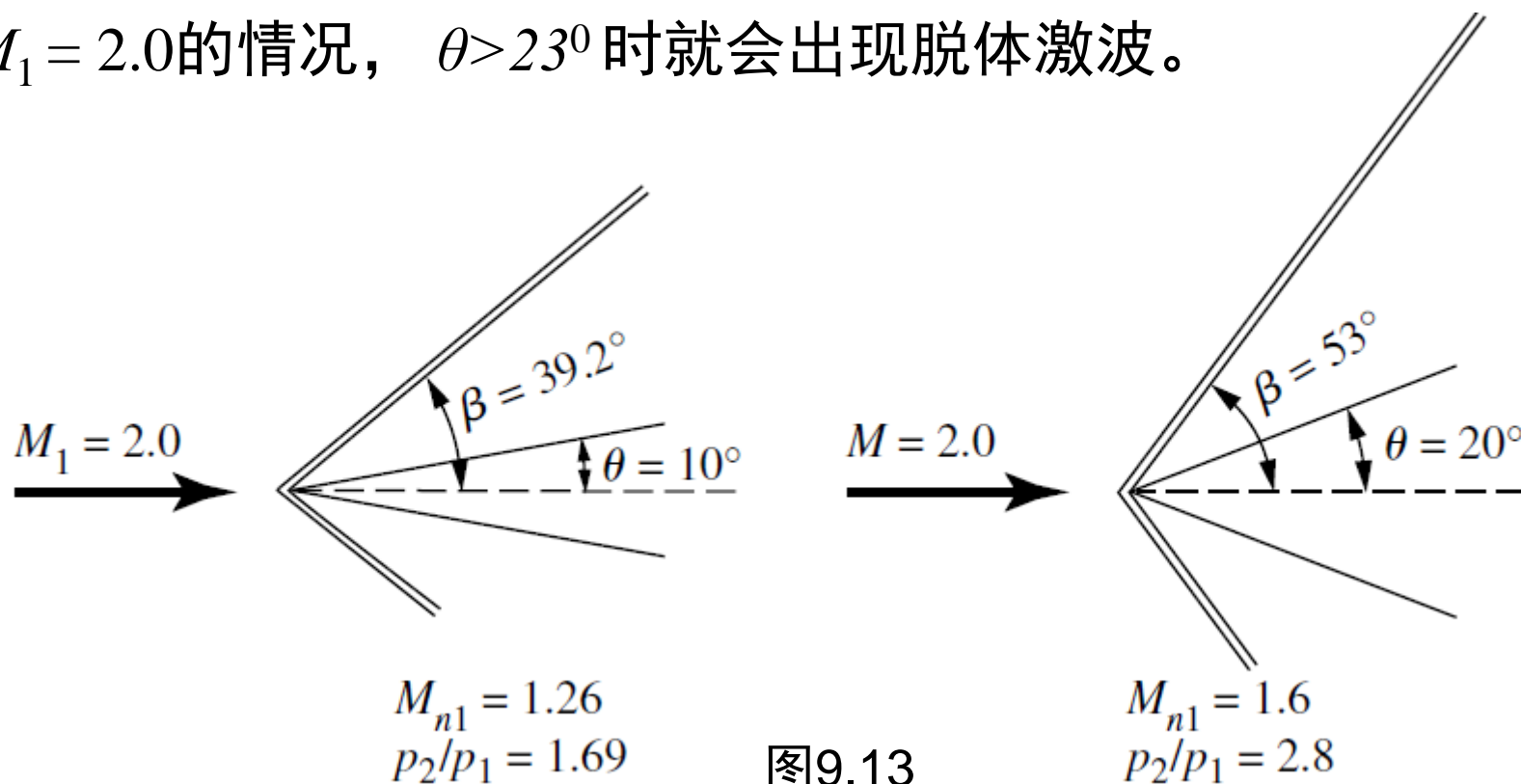


图9.13



$\theta - \beta - M$ 图小结 / Summary

- 1、**最大偏转角 θ_{max}** : 对于给定的波前马赫数, 存在一个 θ_{max} 。 $\theta < \theta_{max}$ 存在贴体直线斜激波; $\theta > \theta_{max}$ 出现弯的脱体激波。

$$\lim_{M_1 \rightarrow \infty} \theta_{max} \approx 45.5^\circ$$

- 2、**强弱解**: 对应一个 θ 值 ($< \theta_{max}$) , 存在两个 β 值。不同 M_1 对应 θ_{max} 组成的连线上部分对应“强解”, 下部分对应“弱解”。另外一条稍低于 θ_{max} 曲线为 $M_2 = 1$ 的连线, 上部分和下部分分别对应波后为“亚声速流”和“超声速流”情况。

- 3、**特殊情况**: $\theta = 0^\circ$, 对应 $\beta = 90^\circ$ 和 $\beta = \mu$ 。

- 4、**增大 M_1 的影响**: 对于相同的 θ , 波前马赫数 M_1 越大, 激波角 β 越小, $M_{n,1}$ 越大, 所以激波越强。

- 5、**增大 θ 的影响**: 对于相同的波前马赫数 M_1 , θ 越大, 激波角 β 越大, $M_{n,1}$ 越大, 所以激波越强。



超声速气流以马赫数 M 通过激波，偏转角 θ 为零时，对应的激波角为____。这种情况对应____波。

- ☒ A 90度/正激波
- ☐ B 60度/斜激波
- ☒ C 马赫角 $\mu = \arcsin \frac{1}{M}$ /马赫波
- ☐ D 0度/马赫波

提交

Example 9.2 考虑一超声速来流, 来流马赫数 $M_1 = 2$, $p_1 = 1\text{atm}$, $T_1 = 288\text{K}$ 。流动通过一个 20° 的拐角压缩。计算形成的斜激波之后的马赫数 M_2 , 压强 p_2 , 温度 T_2 , 总压 $p_{0,2}$, 总温 $T_{0,2}$ 。

解: 已知 $M_1 = 2$, $\theta = 20^\circ$, 由图9.9可查知: $\beta = 53.4^\circ$

因此有 $M_{n,1} = M_1 \sin \beta = 2 \sin 53.4^\circ = 1.606$ 。查附表B, 得:

$$M_{n,2} = 0.6684 \quad \frac{p_2}{p_1} = 2.82 \quad \frac{T_2}{T_1} = 1.388 \quad \frac{p_{0,2}}{p_{0,1}} = 0.8952$$

$$M_2 = \frac{M_{n,2}}{\sin(\beta - \theta)} = \frac{0.6684}{\sin(53.4 - 20)} = 1.21$$

$$p_2 = \frac{p_2}{p_1} p_1 = 2.82(1\text{atm}) = 2.82\text{atm}$$

$$T_2 = \frac{T_2}{T_1} T_1 = 1.388(288\text{K}) = 399.7\text{K}$$



$$p_{0,2} = \frac{p_{0,2}}{p_{0,1}} \frac{p_{0,1}}{p_1} p_1$$

$$T_{0,2} = T_{0,1} = \frac{T_{0,1}}{T_1} T_1$$

对于 $M_1 = 2$, 由附表A可知, $p_{0,1}/p_1 = 7.824$, $T_{0,1}/T_1 = 1.8$, 因此:

$$p_{0,2} = \frac{p_{0,2}}{p_{0,1}} \frac{p_{0,1}}{p_1} p_1 = 0.8952(7.824)(1atm) = 7.00atm$$

$$T_{0,2} = T_{0,1} = \frac{T_{0,1}}{T_1} T_1 = 1.8(288K) = 518.4K$$



关于斜激波后总压 $p_{0,2}$ 的计算方法的讨论：

➤ 正确方法：对于 $M_1 = 2$ ，由附录A可知， $p_{0,1}/p_1 = 7.824$,

$$p_{0,2} = \frac{p_{0,2}}{p_{0,1}} \frac{p_{0,1}}{p_1} p_1 = 0.8952(7.824)(1atm) = 7.00atm$$

➤ 错误方法：对于 $M_{n,1} = 1.606$ ，由附表B可知， $p_{0,2}/p_1 = 3.805$

$$p_{0,2} = \frac{p_{0,2}}{p_1} p_1 = 3.805(1atm) = 3.805atm$$

附表B中的 $p_{0,2}/p_1$ 不能用于本题 $p_{0,2}$ 的计算。 Why?



Example 9.3 考虑一激波角为30度的斜激波。上游马赫数为2.4。计算通过斜激波的气流偏转角 θ ，压强比 p_2/p_1 ，温度比 T_2/T_1 以及波后马赫数 M_2 。

解：由图9.9可查知，对于 $M_1 = 2.4$, $\beta = 30^\circ$ ，有 $\theta = 6.5^\circ$ 。

因此 $M_{n,1} = M_1 \sin \beta = 2.4 \sin 30^\circ = 1.2$

查附表B, 可得: $\frac{p_2}{p_1} = 1.513$

$$\frac{T_2}{T_1} = 1.128$$

$$M_{n,2} = 0.8422$$

因此: $M_2 = \frac{M_{n,2}}{\sin(\beta - \theta)} = \frac{0.8422}{\sin(30 - 6.5)} = 2.11$



本例说明了如下两点:

1. 这是一个相当弱的激波, 通过激波压强只有51%的增加量。仔细观察图9.9我们会发现, 在这种情况下激波非常靠近马赫波, 马赫角 $\mu = \arcsin(1/M) = 24.6^\circ$, 激波角 30° 比马赫角 24.6° 大不了多少, 偏转角 $\theta = 6.5^\circ$, 也是小量, 与弱激波的特征相符。
2. 仅需要两个物理特性给定, 就可唯一确定给定斜激波的特性。
例9.1给定了 M_1 和 θ , 例9.2给定了 M_1 和 β .



例9.4 考虑一激波角为 35° 的斜激波, 波前波后的压力比 $p_2/p_1 = 3$ 。计算激波上游马赫数 M_1 。

解: 由附表B可查得, 对应 $p_2/p_1 = 3$, $M_{n,1} = 1.64$ (近似)

所以 有:

$$M_1 = \frac{M_{n,1}}{\sin \beta} = \frac{1.64}{\sin 35^\circ} = 2.86$$

注意: 本例再一次说明了斜激波是由两个物理特性唯一确定。



补充：激波前后压强比、密度比、温度比之间的关系——Rankine-Hugoniot关系式(朗金——雨贡尼关系式)

正激波：

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{(\gamma + 1)M_1^2}{2 + (\gamma - 1)M_1^2}$$

$$\frac{p_2}{p_1} = 1 + \frac{2\gamma}{\gamma + 1}(M_1^2 - 1)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2}{p_1} \frac{\rho_1}{\rho_2}$$

斜激波：

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{(\gamma + 1)M_{n,1}^2}{2 + (\gamma - 1)M_{n,1}^2}$$

$$\frac{p_2}{p_1} = 1 + \frac{2\gamma}{\gamma + 1}(M_{n,1}^2 - 1)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2}{p_1} \frac{\rho_1}{\rho_2}$$

消去 M_1^2 或 $M_{n,1}^2$



$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{(\gamma + 1) \frac{\rho_2}{\rho_1} - (\gamma - 1)}{(\gamma + 1) - (\gamma - 1) \frac{\rho_2}{\rho_1}} \quad (\text{A9.1})$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{(\gamma + 1) \frac{p_2}{p_1} + (\gamma - 1)}{(\gamma - 1) \frac{p_2}{p_1} + (\gamma + 1)} \quad (\text{A9.2})$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\frac{p_2}{p_1} \left[(\gamma - 1) \frac{p_2}{p_1} + (\gamma + 1) \right]}{(\gamma + 1) \frac{p_2}{p_1} + (\gamma - 1)} \quad (\text{A9.3})$$

以上三式就是 **Rankine-Hugoniot** 关系式。三式中均不包含激波角 β 。即对任一激波，其一定的压强比对应着一定的密度比和温度比。以上三式既适合于斜激波，也适合于正激波。



Problem 9.2r, 9.3, 9.4r, 9.5r

9.2 Consider an oblique shock wave with a wave angle of 30° in a Mach 3.2 flow. The upstream pressure and temperature are $2.65 \times 10^4 \text{ N/m}^2$ and 223.3 K , respectively (corresponding to a standard altitude of $10,000 \text{ m}$). Calculate the pressure, temperature, Mach number, total pressure, and total temperature behind the wave and the entropy increase across the wave.

9.3 Equation (8.80) does *not* hold for an oblique shock wave, and hence the column in Appendix B labeled $p_{0,2}/p_1$ *cannot* be used, in conjunction with the normal component of the upstream Mach number, to obtain the total pressure behind an oblique shock wave. On the other hand, the column labeled $p_{0,2}/p_{0,1}$ can be used for an oblique shock wave, using $M_{n,1}$. Explain why all this is so.

9.4 Consider an oblique shock wave with a wave angle of 40° . The upstream flow is given by $M_1 = 2.2$ and $p_1 = 1 \text{ atm}$. Calculate the total pressure behind the shock using

- $p_{0,2}/p_{0,1}$ from Appendix B (the correct way)
- $p_{0,2}/p_1$ from Appendix B (the incorrect way). Compare the results.

9.5 Consider the flow over a 14.5° half-angle wedge. If $M_1 = 2.2$, $p_1 = 1 \text{ atm}$, and $T_1 = 300 \text{ K}$, calculate the wave angle and p_2 , T_2 , and M_2 .

9.6 Consider a flat plate at an angle of attack α to a Mach 2.6 airflow at 1 atm pressure. What is the maximum pressure that can occur on the plate surface and still have an attached shock wave at the leading edge? At what value of α does this occur?



Lecture # 9 Ended !

欢迎关注“气动与多学科优化”
课题组微信公众号

