

```

z3 =
    0.3954

z3h =
    0.3954

z3c =
    Columns 1 through 11
         0    0.0028    0.0109    0.0234    0.0395    0.0586    0.0798
    0.1028    0.1270    0.1519    0.1771
    Columns 12 through 21
    0.2023    0.2273    0.2517    0.2755    0.2983    0.3201    0.3408
    0.3602    0.3785    0.3954

```

显然, 函数 `trapz` 和 `cumtrapz` 分别计算的结果都与矩形公式计算的结果的平均数相等, 但函数 `cumtrapz` 计算的结果展示了每次累加计算过程的结果。

MATLAB 系统还提供了用自适应辛普森公式计算数值积分的函数 `quad`, 其具体调用格式如表 5.8 所示。

表 5.8 数值积分的函数 `quad` 调用格式

调用格式	说明
<code>Q=quad('fun',a,b)</code>	计算函数 $Y=\text{fun}(X)$ 在区间 $(a,b)$ 上的数值积分, 自动选择步长, 输出数值积分值, 其中函数 $Y=\text{fun}(X)$ 是以 <code>fun.m</code> 文件命名的 M 文件函数(或库函数如 <code>'sin'</code> , <code>'log'</code> ), 或是 <code>F=inline('fun')</code> 形式, 或者数组, 函数 $Y=\text{fun}(X)$ 将接受向量的自变量, 并且返回结果是向量 $Y$ , 即在 $X$ 的每个元素处的积分估计值
<code>Q=quad('fun',a,b,tol)</code>	同上, 但指定绝对误差限为 <code>tol</code> , 默认值为 $10^{-6}$
<code>Q=quad('fun',a,b,tol,TRACE)</code>	输入量非零数 <code>TRACE</code> , 则会以动态形式显示在递归求积分的整个过程的 <code>[fcnt a b -a Q]</code> 的值
<code>Q=quad('fun',a,b,tol,TRACE,P1,P2,...)</code>	此命令规定对函数 $\text{fun}(X,P1,P2,...)$ 附加的参数 <code>P1</code> 、 <code>P2</code> 直接通过传递 <code>tol</code> 或 <code>TRACE</code> 的空矩阵使用默认值

## 习题 5

# 作业为习题5的1-4

- 分别用逆矩阵法和  $LU$  分解法求解线性方程组
 
$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 10 \\ 2x_1 + x_2 - 4x_3 + x_4 = 5 \\ 5x_1 + 2x_2 - x_3 - x_4 = 21 \\ -x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 1 \end{cases}.$$
- 分别采用 `solve`、`roots` 求解非线性方程  $x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 2x + 5 = 0$ 。
- 设节点  $(x,y,z)$  中的  $x = -3:0.5:3, y = x, z = 7 - 3x^3 e^{-x^2-y^2}$ , 作  $z$  在插值点  $x = -3.9:0.5:5, y = -4.9:0.5:4.5$  处的二元样条插值、双三次插值结果。
- 给出一组数据  $x = [-1, -0.96, -0.62, 0.1, 0.4, 1], y = [-1, -0.1512, 0.386, 0.4802, 0.8838, 1]$ , 分别使用 2~5 次多项式对其进行多项式拟合, 绘制出拟合曲线, 并分别计算拟合误差。
- 求下列函数的一阶导数和二阶导数。

(1)  $y = x^3 + 2\sin(x^2 - x) + \cos(x - 5)$ ; (2)  $y = ae^{x^2+2x} + \tan \frac{x^3}{b}$

同济

对 (1) 中的函数分别使用前差公式、后差公式和中心差商公式求  $x = 1$  处的导数。

并分别取补偿为  $h = 0.1, 0.01, 0.001, 0.0001$ 。

6. 求下列常微分方程在给定初始条件下的特解。

$$(1) \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + y^2 = \cos x, y(0) = 0; \quad (2) \frac{d^3 w}{dt^3} = -w, w(0) = 1, \frac{dw}{dt}\bigg|_{t=0} = 1; \frac{d^2 w}{dt^2}\bigg|_{t=0} = 1;$$

$$(3) \frac{d^2 f(x)}{dx^2} = 4 \frac{df(x)}{dx}, f(0) = 1, \frac{df(x)}{dx}\bigg|_{x=\pi/2} = 0$$

7. 求由函数  $y = f(x) = 6x^5 + \cos x, x = -2, x = 3$  和  $y = 0$  所围成的曲边梯形的面积, 并画出它们的图形。

8. 分别用 MATLAB 的 trapz 和 cumtrapz 函数计算  $y = \int_0^{\pi/2} e^{-2x} \sin 3x dx$  的数值积分, 并与精确值比较。

## 实验5 数值计算

### 实验目的

1. 熟悉与掌握线性方程组的直接求解和迭代求解方法。
2. 熟悉与掌握非线性方程组的求解方法。
3. 熟悉与掌握插值和拟合数值计算方法。
4. 熟悉与掌握微分和积分的数值计算方法。
5. 熟悉与掌握数据统计分析和假设检验方法。

### 实验内容

1. 求线性方程组 
$$\begin{cases} 27x_1 + 6x_2 - x_3 = 85 \\ 6x_1 + 15x_2 + 2x_3 = 5 \\ x_1 + x_2 + 54x_3 = 110 \end{cases}$$
 的根。(1) 使用 LU 分解方法求该方程组的根;  
(2) 分别使用雅克比迭代法和用 G-S 迭代法求该方程组的根。要求精确到 0.001, 并比较两种迭代法的迭代次数。
2. 求多项式方程  $x^3 - 3x + 1 = 0$  的根。(1) 使用 solve 命令求解该方程的根;(2) 分别使用逐步搜索法和二分法求解该方程的根。要求精确到 0.0001, 并比较计算速度(可使用 tic 和 toc 命令计算运行时间)。
3. 设函数  $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$  定义在区间  $[-5, 5]$  上, 取  $n = 10$ , 按等距节点分别采用线性插值法、三次样条插值法、三次埃尔米特插值法、三次多项式插值法进行插值, 并分别计算平均误差的大小。
4. 计算 (1) ~ (4) 微分方程的通解以及 (5) ~ (8) 积分式。
  - (1)  $\frac{d^6 y}{dt^6} = -at^7 + \cos 5t$ ;
  - (2)  $\frac{d^2 y}{dt^2} = 7x(\sin 3x + \cos 3x)$
  - (3)  $\frac{d^2 y}{dt^2} + \beta \frac{dx}{dt} + \gamma x = \frac{F(t)}{m}$ ;
  - (4)  $\frac{d^2 y}{dt^2} + 2 \frac{dx}{dt} + y = \sin x$
  - (5)  $\int_1^e 2x^3 \ln^3 5x dx$ ;
  - (6)  $\int_1^\pi x^2 \cos 2x dx$
  - (7)  $\int_1^a x^2 \sqrt{a^2 - x^2} dx$ ;
  - (8)  $\int_1^8 \frac{1}{\sqrt{2x-1} + \sqrt[3]{2x-1}} dx$