2014 自动控制原理 试卷 A 答案

一、(42 分)单项选择题（在每小题的四个备选答案中，选出一个正确答案，将其答案写在题目右侧的括号内，每小题 3 分）

1 － 5： B C D C C

6 －10： B C A B C

11-14： B D A B

二、(12 分)系统方框图如图 3 所示，若系统单位阶跃响应的超调量 $\sigma\% = 16.3\%$，在单位斜坡输入时 $e_{ss} = 0.25$，试求：

（1） ξ, ω_n, K, T 的值；

（2） 单位阶跃响应的调节时间 t_s，峰值时间 t_p。

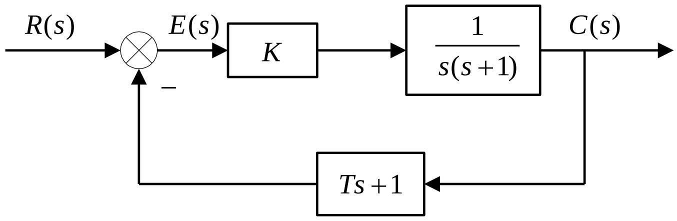


图 3 系统方框图

解:

(1) 开环传统函数为:

$$G(s) = \frac{K(Ts+1)}{s(s+1)}$$

闭环传递函数为：

$$\Phi(s) = \frac{K}{s^2 + (1+KT)s + K}$$

由 $\sigma\% = 16.3$， 得： $\xi = 0.5$ （2 分）

又 $e_{ss} = 0.25$， 得： $\frac{1}{K} = 0.25 \Rightarrow K = 4$ （2 分）

因此 $\omega_n = 2$，于是： （2 分）

$$1 + KT = 2\xi\omega_n = 2 \cdot 0.5 \cdot 2$$

得： $T = 0.25$ （2 分）

（2）由 $t_s = \dfrac{3.5}{\xi\omega_n} = \dfrac{3.5}{0.5 \cdot 2} = 3.5s$ （2 分）

$t_p = \dfrac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}} = \dfrac{3.5}{2\sqrt{1-0.5^2}} = 1.81s$ （2 分）

三、(共 15 分) 已知某单位反馈系统的开环传递函数为 $G(s) = \dfrac{K_r}{s(s+3)^2}$：

（1） （9 分）绘制该系统以根轨迹增益 Kr 为变量的根轨迹（求出：渐近线、分离点、与虚轴的交点等）；

（2） （6 分）确定使系统满足 $0 < \xi < 1$ 的开环增益 K 的取值范围。

解：

1)、绘制根轨迹：

(1) 系统有有 3 个开环极点（起点）：0、-3、-3，无开环零点（1 分）

(2) 实轴上的轨迹：（-∞，-3）及（-3，0）； （2 分）

(3) 渐近线： $\begin{cases} \sigma_a = \dfrac{-3-3}{3} = -2 \\ \pm 60°, \quad 180° \end{cases}$ （2 分）

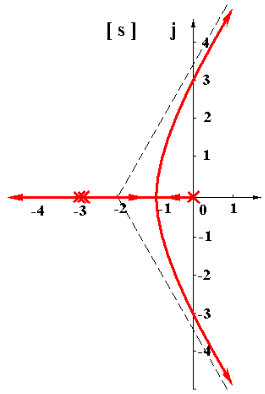
(4) 分离点： $\dfrac{1}{d} + \dfrac{2}{d+3} = 0$ 得： $d = -1$ （2 分）

$$K_r = |d| \cdot |d+3|^2 = 4$$

(5) 与虚轴交点： $D(s) = s^3 + 6s^2 + 9s + K_r = 0$

$\begin{cases} \mathrm{Im}[D(j\omega)] = -\omega^3 + 9\omega = 0 \\ \mathrm{Re}[D(j\omega)] = -6\omega^2 + K_r = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} \omega = 3 \\ K_r = 54 \end{cases}$ （2 分）

绘制根轨迹如右图所示。



2). 开环增益 K 与根轨迹增益 K_r 的关系：

$$G(s)=\frac{K_r}{s(s+3)^2}=\frac{\frac{K_r}{9}}{s\left[\left(\frac{s}{3}\right)^2+1\right]}$$

得 $K=K_r/9$ （1 分）

系统稳定时根轨迹增益 K_r 的取值范围： $K_r<54$， （2 分）

系统稳定且为欠阻尼状态时根轨迹增益 K_r 的取值范围： $4<K_r<54$， （2 分）

系统稳定且为欠阻尼状态时开环增益 K 的取值范围： $\frac{4}{9}<K<6$ （1 分）

四、（15 分）已知一单位闭环系统的开环传递函数为 $G(s)=\frac{20}{s(0.1s+1)}$，现加入串联校正装置： $G_c(s)=\frac{s+1}{10s+1}$ ，试：

（1） （3 分）判断此校正装置属于引前校正还是滞后校正，说明原因。

（2） （6 分）计算校正前、后系统的相位裕量。

（3） （6 分）绘制校正后系统的对数幅频特性曲线。

解：

(1) 该校正属于滞后校正。

因为矫正装置的传递函数 $G_c(s)=\frac{s+1}{10s+1}$：先于 $\omega=0.1$ 处相角滞后，再于 $\omega=1$ 处相角超前，因此属于滞后校正。 (3 分)

（2） 校正前： $G(s)=\frac{20}{s(0.1s+1)}$

所以 $\omega_{c_0}=\sqrt{10\cdot 20}=10\sqrt{2}$ (1 分)

$\varphi_0=180^\circ-90^\circ-\arctan\sqrt{2}=35.28^\circ$ (2 分)

校正后： $G(s)\cdot G_c(s)=\frac{s+1}{10s+1}\cdot\frac{20}{s(0.1s+1)}$

所以 $\omega_c=2$ (1 分)

$\varphi=180^\circ+\arctan 2-90^\circ-\arctan 20-\arctan 0.2\approx 55^\circ$ (2 分)

(3) 转折频率：$\omega_1 = 0.1, \omega_2 = 1, \omega_2 = 10,$ （2 分）

截止频率：$\omega_c = 2$ （1 分）

渐近线斜率： -20，-40，-20，-40。 （3 分）

五、（16 分）采样系统结构图如图 4 所示，采样周期 T 及时间常数 T_0 均为大于 0 的常数，且 $e^{-T/T_0} = 0.2$。

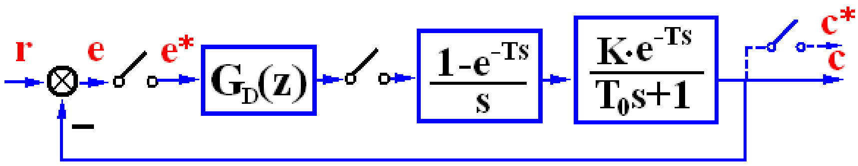


图 4 采样系统结构图

（1） （8 分）当 $G_D(z) = 1$ 时，求使系统稳定的 K 值范围；

（2） （8 分）当 $G_D(z) = \dfrac{bz+c}{z-1}$ 及 $K = 1$ 时，采样系统有三重根 a（a 为实常数），求 $G_D(z)$ 中的系数 b、c 及重根 a 值。

解：

（1）：
$$G_0(z) = Z\left[\frac{1-e^{-Ts}}{s}\cdot\frac{K\cdot e^{-Ts}}{T_0 s+1}\right] = (1-z^{-1})Kz^{-1}Z\left[\frac{1/T_0}{s(s+1/T_0)}\right]$$

$$= \frac{z-1}{z^2}K\cdot Z\left[\frac{1}{s} - \frac{1}{s+1/T_0}\right] = \frac{z-1}{z^2}K\left[\frac{z}{z-1} - \frac{z}{z-e^{-T/T_0}}\right]$$

$$= \frac{K}{z}\left[1 - \frac{z-1}{z-e^{-T/T_0}}\right] = \frac{K(1-e^{-T/T_0})}{z(z-e^{-T/T_0})}$$

$$\overset{e^{-T/T_0}=0.2}{=} \frac{0.8K}{z(z-0.2)}$$ （3 分）

因此离散系统的特征方程为:

$$D(z) = z(z-0.2) + 0.8K = z^2 - 0.2z + 0.8K = 0$$ （2 分）

Jurry $D(1) = 1 - 0.2 + 0.8K > 0 \quad \Rightarrow \quad K > -1$

$D(-1) = 1 + 0.2 + 0.8K > 0 \quad \Rightarrow \quad K > -1.5$

$0.8K < 1 \quad \Rightarrow \quad K < \dfrac{1}{0.8} = 1.25$

综合以上条件有：$-1 < K < 1.25$ （3 分）

（2） $G_D(z) = \dfrac{bz+c}{z-1}$ （K=1 时）

$$G(z) = G_D(z) \cdot G_0(z) = \frac{bz+c}{z-1} \cdot \frac{0.8}{z(z-0.2)} = \frac{0.8(bz+c)}{z(z-0.2)(z-1)}$$ （3 分）

$$\begin{aligned} D(z) &= z(z-0.2)(z-1) + 0.8(bz+c) \\ &= z^3 - 1.2z^2 + (0.2+0.8b)z + 0.8c = 0 \\ &\overset{\Delta}{=} (z-a)^3 = z^3 - 3az^2 + 3a^2 z - a^3 = 0 \end{aligned}$$ （2 分）

比较系数：$\begin{cases} 3a = 1.2 \\ 3a^2 = 0.2 + 0.8b \\ a^3 = -0.8c \end{cases}$ 可解出：$\begin{cases} a = 0.4 \\ b = 0.35 \\ c = -0.08 \end{cases}$ （3 分）