

自动控制原理实验报告

时间：2020 年 6 月 23 日	地点：航空楼 A110
1 实验名称 控制系统的开环频率特性研究。	
2 实验目的 2.1 惯性环节频率特性研究 <ul style="list-style-type: none">➤ 掌握惯性环节的对数频率特性、幅相频率特性、实频特性和虚频特性的计算；➤ 掌握惯性环节转折频率 ω 的测量、计算及惯性时间常数对转折频率的影响；➤ 掌握对数幅相频率特性曲线（Bode 图）、幅相频率特性曲线（Nyquist 图）的构造及绘制方法。 2.2 二阶系统开环频率特性研究 <ul style="list-style-type: none">➤ 掌握二阶开环系统的对数频率特性、幅相频率特性、实频特性和虚频特性的计算；➤ 掌握欠阻尼 I 型二阶闭环系统中的自然频率 ω_n、阻尼比 ζ 对开环参数幅值穿越频率 ω_c 和相位裕度 γ 的影响，及幅值穿越频率 ω_c 和相位裕度 γ 的计算；➤ 研究表征系统稳定程度的相位裕度 γ 和幅值穿越频率 ω_c 对系统的影响。	
3 实验内容 3.1 控制系统频域分析法概述 <p>频域分析法是应用频率特性研究线性系统的一种经典方法。它以控制系统的频率特性作为数学模型，以 Bode 图、Nyquist 图或 Nichols 图以及其他图表作为分析工具，来研究和分析控制系统的动态性能和稳态性能。</p> <p>下面对频域分析法中常用的 Bode 图和 Nyquist 图进行说明。</p> 3.1.1 波德图（Bode 图） <p>波德图（Bode 图）又称对数频率特性曲线（包括对数幅频和相频两条曲线），方便实用，被广泛地应用于控制系统分析时的作图。</p> <p>对数频率特性曲线的横坐标统一为角频率 ω，并按十倍频程（dec）对数分</p>	

度，单位是弧度/秒 [rad/s]。对数幅频特性曲线的纵坐标表示对数幅频特性的数值，为均匀分度，单位是分贝 [dB]。对数相频特性曲线的纵坐标表示相频特性的函数值，为均匀分度，单位是度 [°]。

$$\text{对数幅频特性定义为: } \begin{cases} L(\omega) = 20\lg|G(j\omega)| \\ \phi(\omega) = \arctan(G(j\omega)) \end{cases}$$

3.1.2 奈奎斯特图 (Nyquist 图) 或极坐标图

奈奎斯特图 (Nyquist 图) 或极坐标图是幅相频率特性曲线，其特点是把角频率看成参变量，当 ω 从 $0 \rightarrow \infty$ 时将频率特性的幅频和相频特性或实频和虚频特性同时表示在复数平面上。

$$\text{实频特性定义为: } \operatorname{Re}(\omega) = \operatorname{Re}[G(j\omega)] = |G(j\omega)| \cos(\angle G(j\omega));$$

$$\text{虚频特性定义为: } \operatorname{Im}(\omega) = \operatorname{Im}[G(j\omega)] = |G(j\omega)| \sin(\angle G(j\omega)).$$

3.2 惯性环节频率特性研究建模

典型惯性环节的传递函数可表示为

$$G(s) = \frac{U_o(s)}{U_i(s)} = \frac{K}{1+Ts}$$

其中，开环增益为 $K = \frac{R_2}{R_1}$ ，惯性环节时间常数为 $T = R_2C$ 。

故其频率特性为

$$G(j\omega) = \frac{K}{1+j\omega T} = \frac{K}{\sqrt{1+T^2\omega^2}} e^{-j\arctan T\omega}$$

$$\text{满足} \begin{cases} \operatorname{Re}[G(j\omega)] = \frac{K}{1+\omega^2 T^2} \\ \operatorname{Im}[G(j\omega)] = -\frac{K\omega T}{1+\omega^2 T^2} \end{cases};$$

则该典型惯性环节的幅频特性和相频特性为

$$\begin{cases} A(\omega) = \frac{K}{\sqrt{1+T^2\omega^2}} \\ \phi(\omega) = -\arctan T\omega \end{cases}$$

转化成对数幅频与相频特性为

$$\begin{cases} L(\omega) = 20 \lg |G(j\omega)| = 20 \lg K - 20 \lg \sqrt{1 + \omega^2 T^2} \\ \varphi(\omega) = -\arctan T\omega \\ \gamma(\omega) = 180^\circ - \arctan T\omega \end{cases}$$

理论上，一阶惯性环节的转折频率为 $\omega = \frac{1}{T}$ 。

下面利用 LabACTn 自控 / 计控原理实验机电路箱对惯性环节频率特性研究实验电路进行设计、连接与测试。

以电路箱的 A1 单元中的 R_1, R_2 以及 C 构成一个惯性环节，由 A8 单元中的两个 $10K\Omega$ 的电阻组成一个放大系数为 1 的反向放大器。实验电路如图 3.1 所示。

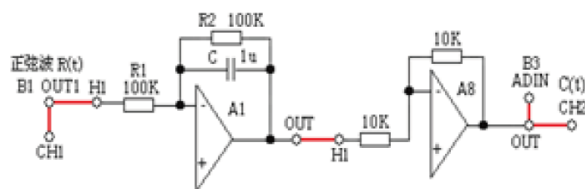


图 3.1 惯性环节频率特性研究实验电路

通过改变电阻 R_2 以及电容 C 值的大小，使惯性环节的系统时间常数 T 发生变化，进而改变特征频率位置，影响频率响应特性，可观察变化并分析结果。

3.3 二阶系统开环频率特性研究建模

典型二阶系统可由一个积分环节和一个惯性环节串联构造而成，其开环传递函数可表示为

$$G(s) = \frac{U_o(s)}{U_i(s)} = \frac{K}{T_i s(Ts + 1)}$$

其中，开环增益为 $K = \frac{R_2}{R}$ ，积分环节时间常数为 $T_i = R_1 C_1$ ，惯性环节时间常数为 $T = R_2 C_2$ 。

故其频率特性为

$$G(j\omega) = \frac{K}{j\omega T_i (1 + j\omega T)}$$

$$\text{满足} \begin{cases} \text{Re}[G(j\omega)] = -\frac{\omega^2 T_i T K}{\omega^4 T_i^2 T^2 + \omega^2 T_i^2} = -\frac{TK}{T_i(\omega^2 T^2 + 1)} \\ \text{Im}[G(j\omega)] = -\frac{\omega T_i K}{\omega^4 T_i^2 T^2 + \omega^2 T_i^2} = -\frac{K}{\omega T_i(\omega^2 T^2 + 1)} \end{cases};$$

则该典型二阶系统的对数幅频与相频特性为

$$\begin{cases} L(\omega) = 20\lg|G(j\omega)| = 20\lg K - 20\lg \omega T_i - 20\lg \sqrt{1 + \omega^2 T^2} \\ \varphi(\omega) = -90^\circ - \arctan \omega T \\ \gamma(\omega) = 180^\circ - 90^\circ - \arctan \omega T \end{cases}.$$

下面利用 LabACTn 自控 / 计控原理实验机电路箱对二阶系统频率特性研究实验电路进行设计、连接与测试。

实验电路由电路箱的 A2 单元中的 R_1 与 C 构成一个积分环节，由 A3 单元中的直读式可调电阻 R 与 R_2, C_2 构成可变增益的惯性环节，由 A10 单元中的两个 $10K\Omega$ 的电阻组成一个放大系数为 1 的反向放大器进行输出，同时 A3 单元的输出另一路连接 A1 单元形成系统闭环负反馈。实验电路如图 3.2 所示。

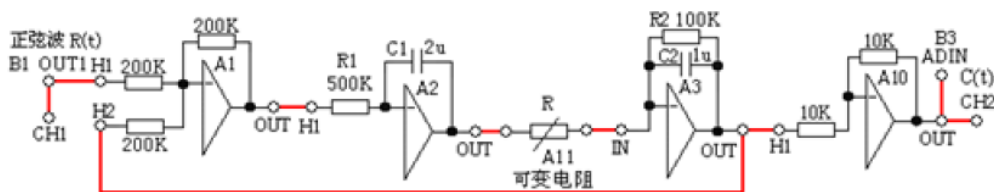


图 3.2 二阶系统频率特性研究实验电路

由 Bode 图和 Nyquist 图通常关心的是其开环系统频率特性，而此处设计实验虚拟电路却采用了闭环反馈措施。**构造闭环二阶系统**的原因如下：由于典型 I 型二阶系统含有一个积分环节，故其开环响应曲线是发散的。为获得其开环频率特性，此处可先构建闭环系统，使系统频率响应收敛。然后先测试该系统的闭环频率特性，然后通过公式换算，反推出系统的开环频率特性（该反推计算可由系统软件内部集成的算法自动实现）。

通过改变直读式可调电阻 R 的大小，可使惯性环节的系统时间常数 T 发生变化，进而改变二阶系统频率响应特性，可观察变化并分析结果。

4 实验步骤

4.1 实验操作

4.1.1 惯性环节频率特性研究实验

下面对典型一阶惯性环节进行频率特性研究实验。

(1) 构造惯性环节模拟电路

按图 3.1 安置短路套及插孔连线，列写如表 4.1 所示。

表 4.1 惯性环节模拟电路安置短路套及插孔连线情况

编号	模块号	跨接座号	1	信号输入 (U_i)	B1 (OUT1) → A1 (H1)
			2	运放级联	A1 (OUT) → A8 (H1)
			3	输出测量	A8 (OUT) → B3 (ADIN)
1	A1	S3, S7, S10	4	示波器联接	B1 (OUT1) → B2 (CH1) A8 (OUT) → B2 (CH2)

(a) 安装短路套情况

(b) 插孔连线情况

(2) 运行、观察、记录

① 选择“频域分析 / 一阶惯性环节频率特性曲线”后，界面将弹出频率特性扫描电设置表，可在“频率特性扫描点”设置表中根据需要填入各个扫描点角频率。本实验中，由于惯性时间常数可以由理论预估，故特征频率位置也可大致确定，可在预估频率附近增加一些频率扫描点，以提升频率分析准确性。例如，在第一组参数实验中，惯性时间常数约为 0.1，故惯性环节的特征频率大致为 10 rad/s，因此可以在该角频率附近增加一些频率扫描点以提升实验效果。设置完成后，点击“确认”，将弹出“频率特性曲线”实验界面，点击“开始”，即可按照设置表中规定的角频率值，按照顺序自动产生多种频率信号，并自动绘制频率特性曲线。

② 等待测试结束后（约 2 ~ 3 分钟），屏幕上将显示惯性环节的对数幅频、相频特性曲线（Bode 图）和幅相频率特性曲线（Nyquist 图）。

③ 随后在频率特性曲线上移动横标尺 L 至 -3dB 线与开环幅频特性曲线相交位置，再将纵标尺 ω 移至该交点位置，即可测量得到一阶惯性环节的转折（特征）频率 ω ；或者可移动纵标尺 φ 至 -45° 与开环相频特性曲线相交位置，再将横标尺 ω 移至该交点位置，亦可得到一阶惯性环节的转折（特征）频率 ω 。

按表格要求改变电路图 3.1 所示的实验环节参数，并逐一运行观测结果。以

屏幕截图的方式，将示波器显示曲线保存在自备 U 盘内，将数据填写完整。

本实验环节结束后，断电，移除短路套与短接线，进入下一实验环节连线。

4.1.2 二阶系统频率特性研究实验

下面对典型二阶系统进行频率特性研究实验。

(1) 构造二阶系统模拟电路

按图 3.2 安置短路套及插孔连线，列写如表 4.2 所示。

表 4.2 二阶系统模拟电路安置短路套及插孔连线情况

编号	模块号	跨接座号	1	信号输入 (U_i)	B1 (OUT1) → A1 (H1)
			2	运放级联	A1 (OUT) → A2 (H1)
1	A1	S4, S8	3	跨接 $4K\Omega$	元件库 A11 中直读式可变电阻跨接到 A2 (OUT) 和 A3 (IN) 之间
2	A2	S5, S11	4	负反馈	A3 (OUT) → A1 (H2)
3	A3	S8, S11	5	输出测量	A10 (OUT) → B3 (ADIN)
			6	示波器联接	A1 (H1) → B2 (CH1) A10 (OUT) → B2 (CH2)

(a) 安装短路套情况

(b) 插孔连线情况

(2) 运行、观察、记录

① 选择“频域分析 / 二阶开环系统频率特性曲线”后，界面将弹出频率特性扫描电设置表，可在“频率特性扫描点”设置表中根据需要填入各个扫描点角频率。本实验中，为提升实验精度，可增加一些较小角频率的扫描点，设置完成后，点击“确认”，将弹出“频率特性曲线”实验界面，点击“开始”，即可按照设置表中规定的角频率值，按照顺序自动产生多种频率信号，并自动绘制二阶系统的频率特性曲线。需要注意的是，屏幕上同时给出了开环和闭环两种情况的频率特性曲线。

② 等待测试结束后（约 4 ~ 5 分钟），屏幕上将显示惯性环节的对数幅频、相频特性曲线（Bode 图）和幅相频率特性曲线（Nyquist 图）。

③ 幅频穿越频率（截止频率） ω_c ，相位裕度 γ 的测试。

在界面右上角“显示选择”一栏选择“开环-幅频特性”，将开环对数幅频曲线放大置中，方便观察与测量。移动横向 L 标尺和纵向 ω 标尺至曲线 $L(\omega) = 0$ 处，即可人工读出幅频穿越频率 ω_c ；另外，点击大界面右面板上的“搜索穿越频率”

按钮，可由软件自动搜索并补充搜索过的点，直到搜索得到穿越频率 ω_c ，同时在大界面右侧会显示该系统的穿越频率角频率点，以及该点的 $L, \varphi, \text{Im}, \text{Re}$ 信息。通过类似操作，可将开环幅相特性曲线放大置中，屏幕中已显示 $|G(j\omega)|=1$ 的单位圆，调整好合适缩放比例后，可用鼠标点击幅相特性曲线区域，即显示出一根起点是原点，通过鼠标所在位置的射线，将鼠标移至系统开环幅相曲线与单位圆的交点位置，小界面左下角自动给出此时射线与负实轴之间的夹角，即可得到相位裕度 γ 。

④ 谐振频率 ω_r 、谐振峰值 M_r 与系统自然频率 ω_n 测试(获取二阶系统参数)。

通过类似操作，可将闭环幅频特性曲线放大置中，移动横纵游标至出现谐振峰值位置，即可人工读出谐振频率 ω_r 与谐振峰值 M_r ；同样地，可采用大界面右面板上的“搜索谐振频率”按钮，对谐振频率进行自动搜索，进而可以求出二阶系统的阻尼比 ζ 特性。最后，通过类似操作，可将闭环相频特性曲线放大置中，移动纵游标 φ 至闭环相频特性曲线 -90° 位置，再将横游标 ω 移至交点，即可得到其对应系统自然频率 ω_n ，进而得到二阶系统全部特性参数。需要注意的是，在进行自动搜索前，要确保谐振峰值的两侧各有已经测量完成的测试点。

按表格要求改变电路图 3.2 所示的实验环节参数，并逐一运行观测结果。以屏幕截图的方式，将示波器显示曲线保存在自备 U 盘内，将数据填写完整。

本实验环节结束后，断电，移除短路套与短接线，完成本学期所有自动控制原理实验。

4.2 实验现象

下面对典型惯性环节与二阶系统的频率特性曲线进行现象说明。

4.2.1 典型惯性环节频率特性曲线现象

三组典型惯性环节的开环频率曲线较为类似。其中幅频特性曲线在低频段趋近于 0 dB 线，在中频段出现转折，在较高频段以 -20 dB/dec 的斜率向下延伸；相频特性曲线从低频段趋近 $\varphi = 0^\circ$ 至较高频段趋近 $\varphi = -90^\circ$ ，并关于 $\varphi = -45^\circ$ 中心对

称；幅相特性曲线集中在第四象限，轨迹从正半实轴沿逆时针方向趋近于原点。

4.2.2 典型二阶系统频率特性曲线现象

前两组二阶系统频率特性曲线较为类似，在闭环幅频特性曲线上出现明显的谐振现象，有谐振峰值出现，反映出系统阻尼比较小的特性；而第三组参数对应二阶系统未出现谐振现象，判断系统阻尼比较大（应大于最佳阻尼比 $\zeta = 0.707$ ）。其余频率特性曲线均较为类似：系统的开环幅频特性曲线在低频段以-20 dB/dec 的斜率伸展，在中频段穿越 0 dB 线，在高频段以接近-40 dB/dec 的斜率伸展；开环相频特性曲线从低频段趋近 $\varphi = -90^\circ$ 至较高频段趋近 $\varphi = -180^\circ$ ；开环幅相特性曲线集中在第三象限，自无穷远处以-180° 趋向于原点；闭环相频特性曲线从低频段趋近 $\varphi = 0^\circ$ 至较高频段趋近 $\varphi = -180^\circ$ ，并关于 $\varphi = -90^\circ$ 中心对称；闭环幅相特性曲线集中在三、四象限，轨迹从正半实轴沿逆时针方向趋近于原点。

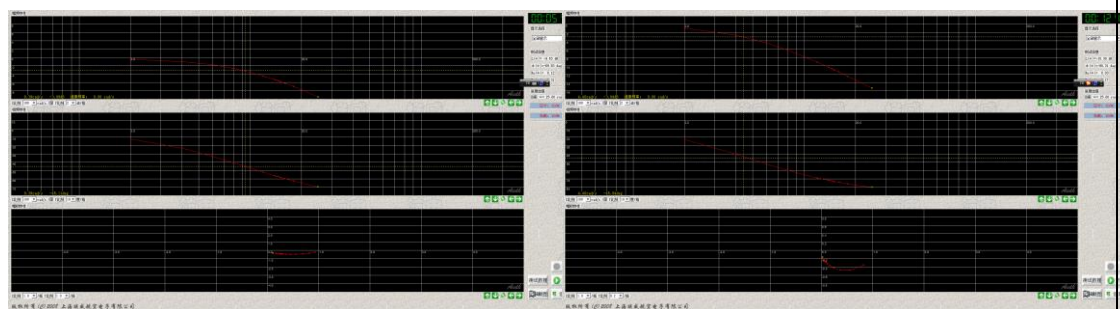
4.3 实验结果及其分析

下面对实验三“控制系统的开环频率特性研究”中的典型一阶惯性环节与二阶系统的频率特性响应图线与计算结果进行说明。

4.3.1 典型一阶惯性环节的频率特性输出结果（共三组）

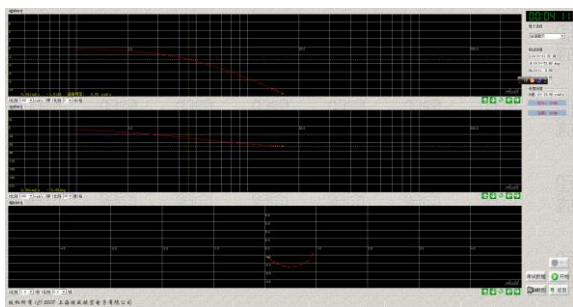
（1）典型一阶惯性环节的频率特性曲线结果

按照三组参数要求连接实验电路，并按照 4.1.1 节的步骤开始实验，软件屏幕上输出的三组开环对数幅频、相频特性曲线（Bode 图）结果如图 4.1 所示。



(a) 情况一： $R_1 = R_2 = 100K, C = 1\mu$

(b) 情况二： $R_1 = R_2 = 200K, C = 1\mu$



(c) 情况三： $R_1 = R_2 = 100K, C = 3\mu$

图 4.1 典型一阶惯性环节的开环幅频、相频特性曲线（Bode 图，共三组参数组合）

(2) 典型一阶惯性环节的频率特性曲线分析

三组参数组合情况下的典型一阶惯性环节频率特性分析如表 4.3 所示。

表 4.3 典型一阶惯性环节频率特性分析表（共三组参数）

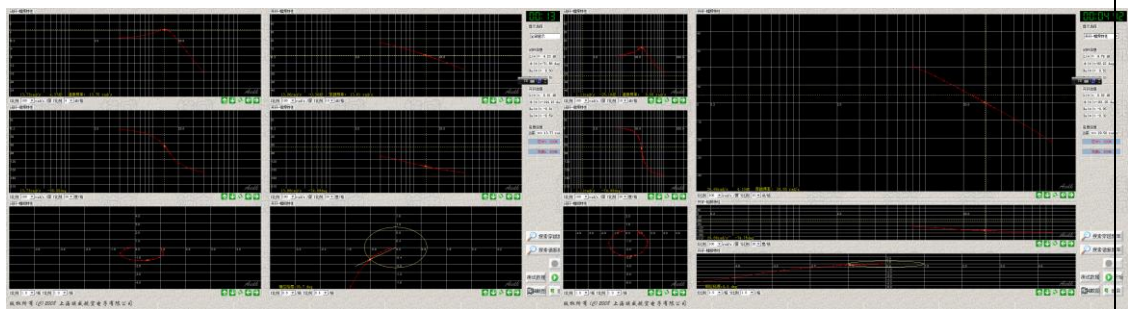
$R_1 = R_2$	C	惯性时间常数 T	转折频率 ω （特征频率）rad/s		
			理论值	实测值 （幅频交点法）	实测值 （相频交点法）
100KΩ/100KΩ	1μ	0.1	10	9.39	8.99
200KΩ/200KΩ	1μ	0.2	5	4.40	4.71
100KΩ/100KΩ	3μ	0.3	3.33	4.50	4.84

由上表转折频率 ω 的两个实测值与理论值的比较，可发现总体吻合较好，但是绝对误差稍大。分析原因可能是由于屏幕分辨率以及图线缩放比例的问题，也有测量环节元件老化的因素。

4.3.2 典型二阶系统的频率特性输出结果（共三组）

(1) 典型二阶系统的频率特性曲线结果

按照三组参数要求连接实验电路，并按照 4.1.2 节的步骤开始实验，软件屏幕上输出的三组频率分析曲线结果如图 4.2 所示，其中共有六幅图线，开环部分共有开环-幅频，开环-相频和开环-幅相三幅图线，闭环部分对应也有闭环-幅频，闭环-相频和闭环-幅相三幅图线。



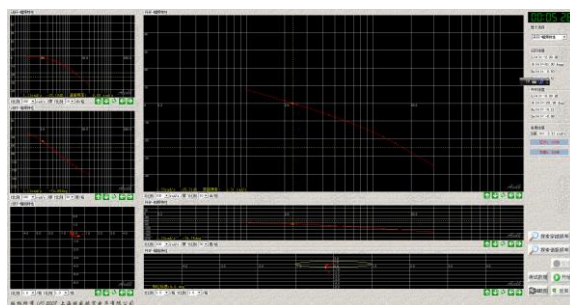
(a) 情况一：可调电阻 $R = 4K\Omega$ (b) 情况二：可调电阻 $R = 1K\Omega$ (c) 情况三：可调电阻 $R = 40K\Omega$

图 4.2 典型二阶系统的开环、闭环频率特性曲线（共三组参数组合）

观察上图三组频率特性曲线，可观察到，情况一和二图线较为类似，闭环幅频曲线上有明显的谐振峰值区域，故可判断其对应二阶系统的阻尼比较小，属于典型欠阻尼二阶系统；而情况三的闭环幅频曲线上没有谐振峰值区域，故可判断其对应二阶系统的阻尼比较大，属于典型过阻尼二阶系统。

(2) 典型二阶系统的频率特性曲线分析

三组参数中，二阶系统的积分环节中 $R_1 = 500K\Omega, C_1 = 2\mu$ ，惯性环节中 $R_2 = 100K\Omega, C_2 = 1\mu$ 均保持不变，可调电阻分别为 $R = 4K, 1K, 40K(\Omega)$ ，可得开环增益 $K = R_2 / R$ ，积分时间常数 $T_i = R_1 \cdot C_1 = 1.0$ ，惯性时间常数 $T = R_2 \cdot C_2 = 0.1$ 。

则三组典型二阶系统频率特性分析如表 4.3 所示。其中穿越频率和谐振频率填写数据均采用计算机自动搜索结果。

表 4.3 典型二阶系统频率特性分析表（共三组参数）

情形 编号	R	穿越频率 ω_c		相位裕度 γ°		阻尼比 ζ		自然频率 ω_n	
		理论 值	实测 值	理论 值	实测 值	理论 值	实测 值	理论 值	实测 值
1	$4K\Omega$	14.31	13.81	34.95	35.70	0.316	0.314	15.81	15.35
2	$1K\Omega$	30.84	29.50	17.97	17.90	0.158	0.175	31.62	30.42
3	$40K\Omega$	2.43	2.31	76.34	77.60	1.0	1.11	5.0	4.75

由上表可得，典型二阶系统频率特性中的各参数（包括穿越频率 ω_c 、相位裕度 γ° 、阻尼比 ζ 、自然频率 ω_n ）的实测值与理论值均吻合较好，二阶频率分析理论得到了进一步的验证。

实验三总结：本部分对典型惯性环节与二阶系统在不同电路参数组合下的频

率特性响应进行了理论建模与实验分析，并利用软件进行图线绘制与各特征值测量，加深了对各项电路参数及其对典型惯性环节和二阶系统的频率特性影响的定性、定量认识。

实验设备名称	LabACTn 自控 / 计控原理实验机	实验设备编号	
同组实验人（签名）	冯铮浩	实验报告人（签名）	冯铮浩
实验结果确认及设备验收（签名）			
实验报告完成时间		2020 年 6 月 23 日	