# 柔性二级倒立摆的建模与分析

## 姜峰

(泰州职业技术学院, 江苏 泰州 225300)

[摘要]倒立摆本身是一个极不稳定的系统,对其可以进行多种控制问题的研究,例如: 轨迹跟踪、系统的稳定控制及鲁棒性等问题。倒立摆系统具有高阶、不稳定、变量复杂、非线性和耦合程度高等特性,许多研究人员将它作为典型的研究对象,从中探索新的控制方法。文中通过建立拉格朗日方程,详细给出了柔性二级摆系统的建模过程,为进一步开展研究工作奠定了基础。

[关键词]倒立摆:拉格朗日方程:建模

[中图分类号] TP183 [文献标识码] A [文章编号] 2096-1995(2019)26-0036-02

利用复杂非线性系统检验某种新的控制理论或者方法的有效性是常用的一种试验手段<sup>[1-3]</sup>,倒立摆无疑提供了一个理想的实验平台。倒立摆按照摆杆数量可以分为:一级、三级、三级倒立摆和多级倒立摆;从倒立摆的运动轨道可将倒立摆分为:水平式倒立摆和倾斜式倒立摆<sup>[4]</sup>。倒立摆的研究有其重要的工程意义<sup>[5-7]</sup>,具体表现在:直立行走机器人双腿站立的研究、火箭发射问题、海上钻井平台的稳定控制问题等。柔性倒立摆不同于刚性摆的结构,它是在两小车之间增加了弹簧这一自由振荡环节。由于闭环系统的响应频率受到弹簧振荡频率的限制,增加了系统自身的稳定及起摆控制难度。

## 1 系统模型

在实际柔性摆系统稳定控制过程中存在履带形变、小车与滑轨间的摩擦力及空气阻力等客观情况,为更好地实现系统控制,在建模过程中要对柔性摆进行线性化处理,因此要忽略履带形变以及摩擦和空气阻力等情况<sup>[89]</sup>,为此,可将二级柔性摆看做成为由小车、两根摆杆、弹簧和质量块组成。

在实际柔性摆的建模过程中,假设 u 表示主动小车受到的推力;k 为弹簧的劲度系数; $M_1$ 、 $M_2$  分别为两辆小车的质量; $x_1$ 、 $x_2$  分别代表小车各自对应的位移; $m_1$ 、 $m_2$  为两摆杆的质量; $m_3$  为两根摆杆相连处质量块的质量; $l_1$  为摆杆 1 转动中心到杆质心的距离; $l_2$  为摆杆 2 转动中心到杆质心的距离; $\theta_1$ 、 $\theta_2$  分别为两摆杆与竖直向上方向的夹角。

主动小车受到外部推力后通过弹簧带动从动小车沿轨道运动,进而维持摆杆平衡。同一级摆建模过程,在此依然采用拉格朗日方程进行系统建模<sup>[7]</sup>。系统的拉格朗日方程为:

$$L(q,\dot{q}) = T(q,\dot{q}) - V(q,\dot{q}) \tag{1}$$

其中, L 为拉格朗日算子, q 为系统的广义坐标, T 为系统的动能, V 为系统的势能。拉格朗日方程由广义坐标  $q_i$  和 L 表示为:

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = f_i \tag{2}$$

其中, $i=1,2,3\cdots n$ , $f_i$  为系统在各坐标方向所受外力,文中所述柔性摆系统分别取: $x_1$ 、 $x_2$ 、 $\theta_1$ 、 $\theta_2$  为广义坐标,因此,系统在广义坐标  $x_2$ 、 $\theta_1$ 、 $\theta_2$  上均无外力作用。为详细分析柔性摆系统的能量关系,具体过程中均以两小车上表面作为参考地平面,系统的动能:

$$T = T_{M_1} + T_{M_2} + T_{m_1} + T_{m_2} + T_{m_3} \tag{3}$$

式(3)中,等式右侧各项依次为主动小车、从动小车、 摆杆1、摆杆2、质量块所具有的动能。

系统的势能为:

$$V = V_k + V_{m_1} + V_{m_2} + V_{m_3} \tag{4}$$

 $V_k = \frac{1}{2}k\left(x_2 - x_1\right)^2$ 为弹簧形变时的势能; $V_{m_1} = m_1gl_1\cos\theta_1$ ,  $V_{m_2} = m_2g\left(2l_1\cos\theta_1 + l_2\cos\theta_2\right)$ ; $V_{m_3} = m_3g\,2l_1\cos\theta_1$ ;综上可以得到拉格朗日方程表达式。在各变量初值的零点线性化处理,同时令 $P = 2\left\{m_1\left(m_1 + m_2 + 4m_3\right) + M_2\left[4m_1 + 3\left(m_2 + 4m_3\right)\right]\right\}$ ,  $Q = 3k\left(2m_1 + m_2 + 4m_3\right)$ ,得出的各表达式中的系数  $k_1$ 、 $k_{12}$ 是包含 P、Q 的表达式;根据各变量的微分方程,同时将主动小车所受外力 u 作为系统的控制输入,选取状态变量如下:

$$\left[ x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6 \ x_7 \ x_8 \right]^T = \left[ x_1 \ \dot{x_1} \ x_2 \ \dot{x_2} \ \theta \ \dot{\theta} \ \theta_2 \ \dot{\theta}_2 \right]^T$$

得到系统的状态空间方程为:

## 3 结语

文中介绍了研究倒立摆的理论及工程意义,通过对直线刚性倒立摆增加弹簧这一柔性环节,使得摆的控制难度提高,柔性二级摆的控制难度类似于三级刚性摆。为此,在系统模型的建立过程中忽略各种阻力,且认为主动小车在带动从动小车过程中弹簧无形变,通过建立系统的拉格朗日方程进行建模,最终选取合适的状态变量推出系统的模型。基于此模型,可进行各类控制器的设计,并进行复杂算法的验证等,同时可以协助科研人员发掘新的控制策略及方法。

#### 【参考文献】

[1] 张国斌, 张青斌, 丰志伟, 等. 柔性倒立摆系统建模与控制效果[]]. 系统仿真技术, 2019,15(01): 23-28. (下转 P33)

基金项目:江苏省泰州职业技术学院院级科研项目(项目编号:TZYKY-17-18)。

作者简介:姜峰(1983-),男,山东聊城人,讲师,硕士研究生,研究方向为智能控制、非线性系统控制。

需注意的是,毫米波的穿透力相对偏弱,且容易受到外部干扰。 因此,在 5G 技术领域,对射频器件设备的创新研发是一个十 分重要的课题。

其二,多段线传输和同时同频全双工技术。在网络信息传播的过程中,天线发挥着重要作用。5G 所采用的多天线技术相较于过去的二维和三维技术无疑更加优越,随着其硬件的不断升级,频谱的利用率也获得了大幅度的提升。而同时通频全双工技术则可以实现同一物理信道上不同方向信号传输的同步开展,即在发射信号的同时还具备接收信号的功能,这主要是通过通信双工节点接收机的设置消除了发射信号自身的干扰。

其三,设备之间的直接通信。目前,移动通信网络主要是由大量固定分布的站点构成的,网络覆盖范围通常是以基站为中心,向四周辐射。由于这些基站的位置固定不变,导致网络结构也受到了一定的限制,即人们只有在基站覆盖的区域才能连接网络。在这样的情况下,出于成本、建设难度等方面的考虑,但一些比较偏远,人居较少的地区,基站较少甚至不存在基站覆盖,使得当地人在使用网络时经常出现信号中断或是不稳定的情况。针对这一问题,5G建立了直接通信技术,使得移动网络接收设备在没有基站的情况下也可以接收到网络信号,该技术有效解决了移动通信网络用户持续增加和基站建设数量不足之间存在的矛盾,使得网络传播变得更加高效、灵活。

其四,超密集网络技术。在新时代下,5G技术的发展将更多的倾向于智能化和多元化,对此一方面应提升网络布置密度,扩大覆盖范围,充分满足人们的通信需求。另一方面,则应该提升室外信号的接受频率。超密集网络和无线传感网中的多条网络或是自组织网络存在许多相似之处,其原理是通过缩

短信号传输两端物理距离的方式,对终端用户的性能进行强化。 基于物联网在日常生活中的应用领域,可以通过超密集网络部署,构建包含多个小区虚拟化网络的超大型密集网络虚拟化场景。在此过程中需要特别注意干扰和移动两项问题,网络部署的高密性使得专用参考信号以及突发数据流量会产生较大的干扰,对此,应根据干扰环境和业务状态采取一定的调控措施。而移动性问题则涉及到了频繁的网络切换,具体可以根据终端和各节点的通信质量进行节点的调控,为用户提供更加高质量的网络通信服务。

其五,智能化技术。5G 技术所提供的应用服务更加多元化,相应的中心网络所接收到的数据也更加庞大和多样,如此就需要借助智能化技术,构建由多个大型服务器构成的云计算平台,对中心网络所接收到的数据进行分析、处理和存储,进而根据不同用户的也无类型,为其分配最佳节点和频段。

#### 3 结语

综上所述,在 5G 时代即将到来的当下,关于 5G 技术的应用探索也在逐步展开,本文深入探讨了物联网下 5G 技术通信、信息传输、网络调控等方面的技术,为 5G 技术的实践应用奠定基础。

#### 【参考文献】

[1] 杨明. 物联网形势下的 5G 通信技术应用研究 [J]. 现代信息 科技, 2019, 3(09):57-59.

[2] 张旭. 浅谈物联网形势下的 5G 技术发展 [J]. 科技创新导报,2018,15(29):112+114.

(上接 P35) 现智能化。第二点是国网电力监测以及智能管理系统,国网电力系统通信主要有三大部分,第一部分是传输部分,第二部分是发电部分。

## 5 数据通信的发展前景

当前,数据通信已经变的十分广泛,是我国发展的主要力量之一,它的应用范围十分广阔,并且正在不断变大,在未来的前景也十分迅猛。尤其是随着全球化,图像,语音数据等等,各种类型的数据通信在不同层次上,各个领域的综合的广泛利用,这势必会对数据通信的价值,得到更大的展现对未来来说,很多的因素都会影响数据业务的高速增长,所以,数据通信在未来的发展来说十分的,不可估量。

## 6 结语

总上来说,数据通信改变了人们的生活态度和生活方式, 数据通信让信息的传递更加便捷高效、准确,也让人们的工作 更加的快速化、准确化,学习更加的轻松。加之各种新型技术 的应用,使得数据通信发展十分飞速,对我国社会以及企业带来了很多发展机遇,同时也是时代进步的象征,在未来通过相关人员的不懈努力,我国的数据通信技术一定会变得越来越好。

### 【参考文献】

[1] 马青山. 计算机数据通信技术与电子商务发展关系探讨 [J]. 数字技术与应用, 2011.1(1).

[2] 刘嗣睿. 计算机数据通信技术在电子商务中的应用探讨 [J]. 信息与电脑, 2013(5).

[3] 李德广. 智能矿山监控及其现场总线的应用研究 [D]. 山东泰安: 山东矿业学院, 2018.

[4] 许卫,王素琼. 刍议计算机数据通信技术在国网电力系统实时监控与智能管理中的应用 [J]. 许卫,王素琼 - 《世界有色金属》,2018.01.02.(01).

## (上接 P36)

[2] 姜峰. 基于 RBFNN 整定的 PID 控制在柔性摆跟踪控制中的应用研究 [J]. 山东科学, 2015, 28 (02): 113-118.

[3] 赵文龙, 周鹏飞. 直线柔性二级倒立摆的 LQR 控制系统设计 []]. 南昌航空大学学报, 2015, 29(01):77-82.

[4] 孙灵芳, 孔辉, 刘长国, 等. 倒立摆系统及研究现状 [J]. 机床与液压, 2008, 36(7): 306-312.

[5] 刘琛. 二级倒立摆的稳定控制研究 [D]. 西安: 西北工业大学,2007.

[6] 薛安克,王俊宏,柴利,等.倒立摆控制仿真与试验研究现状[[].自动化与仪器仪表,2005.03:1-6.

[7] 沈鵬. 倒立摆系统的控制与研究 [D]. 鞍山:辽宁科技大学,2007.

[8] 张冬军, 丛爽, 秦志强. 倒立摆控制系统研究综述 [J]. 控制工程,2003,10 (增刊): 9-13.

[9] 吴昊, 秦志强, 朱学峰, 等. 直线柔性连接两级倒立摆系统建模[]]. 计算机测量与控制, 2004, 12(4): 352-357.