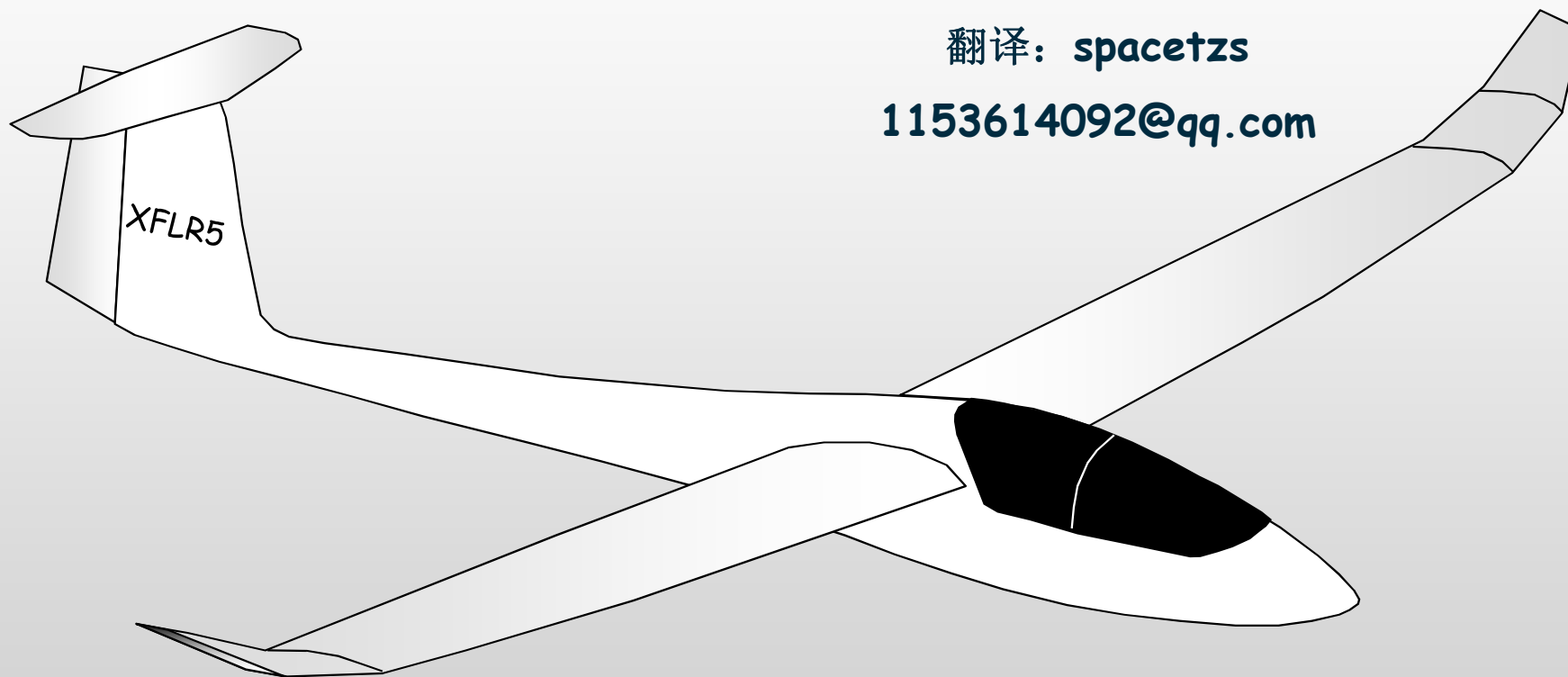


# XFLR5 稳定性分析



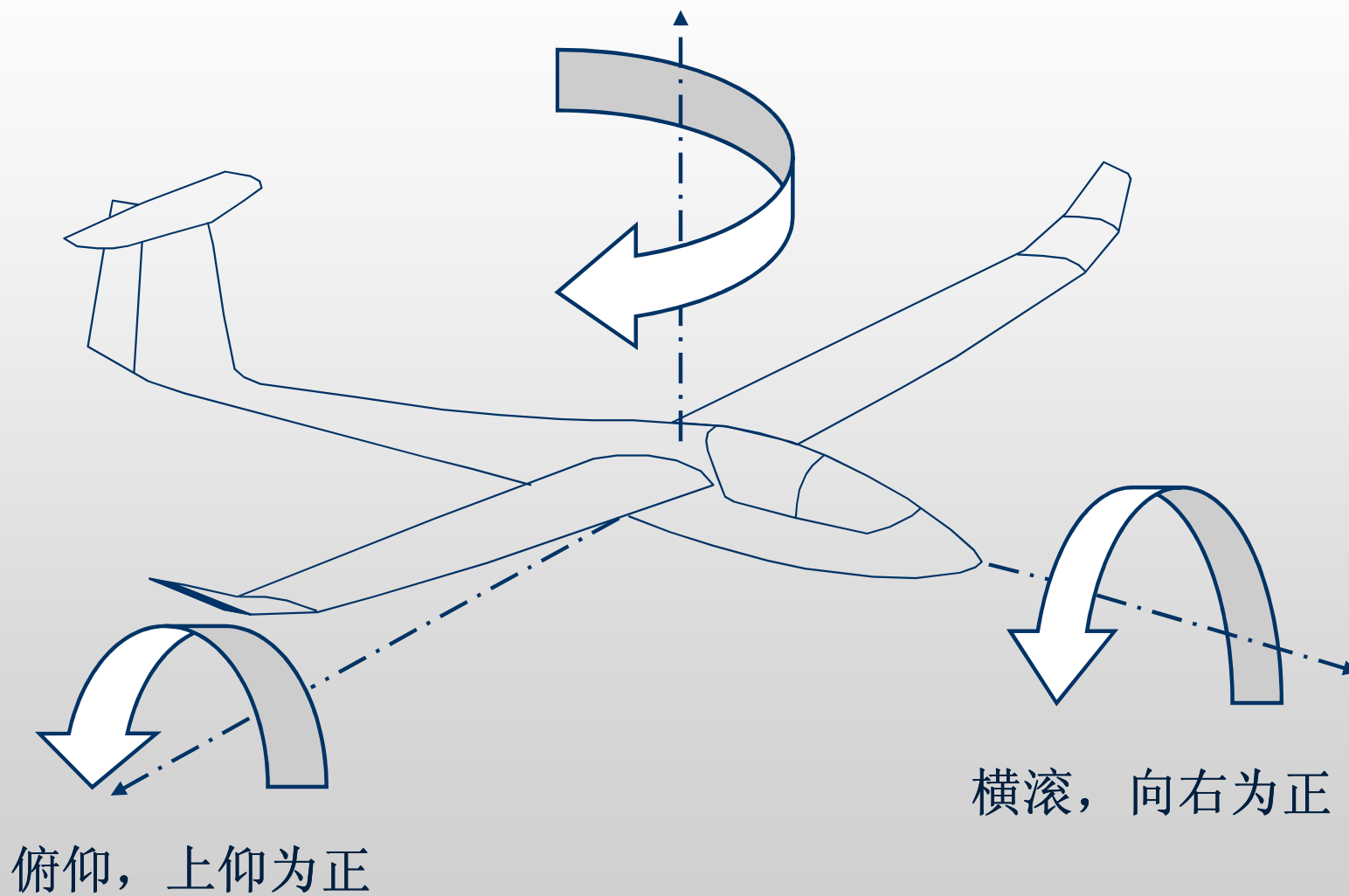
翻译: **spacetz**

**1153614092@qq.com**

注意: 由于**XFLR5**软件在不断更新和完善中, 软件界面和功能会有所变化, 故此文档仅用作稳定性分析的入门, 而不作为详细的软件使用指南。对本文档更好的翻译意见可发至邮箱。

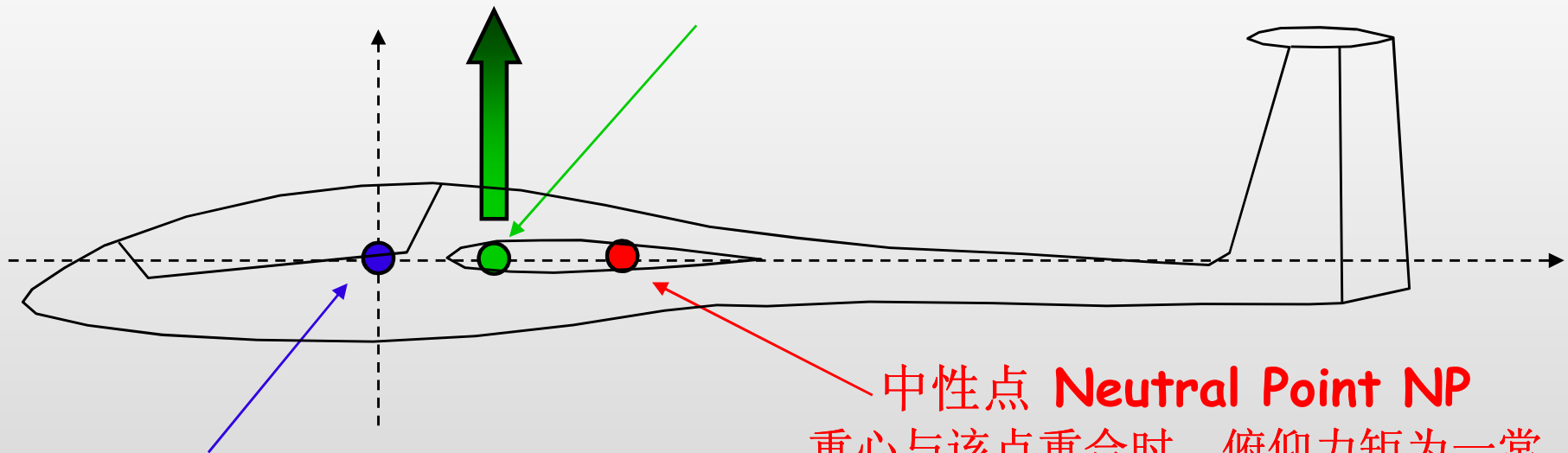
# 符号的规定

偏航，向右为正



这三个点很重要，不要混淆！

气动中心 **Centre of Pressure CP**:  
空气动力的作用点，取决于气动外形和攻角。



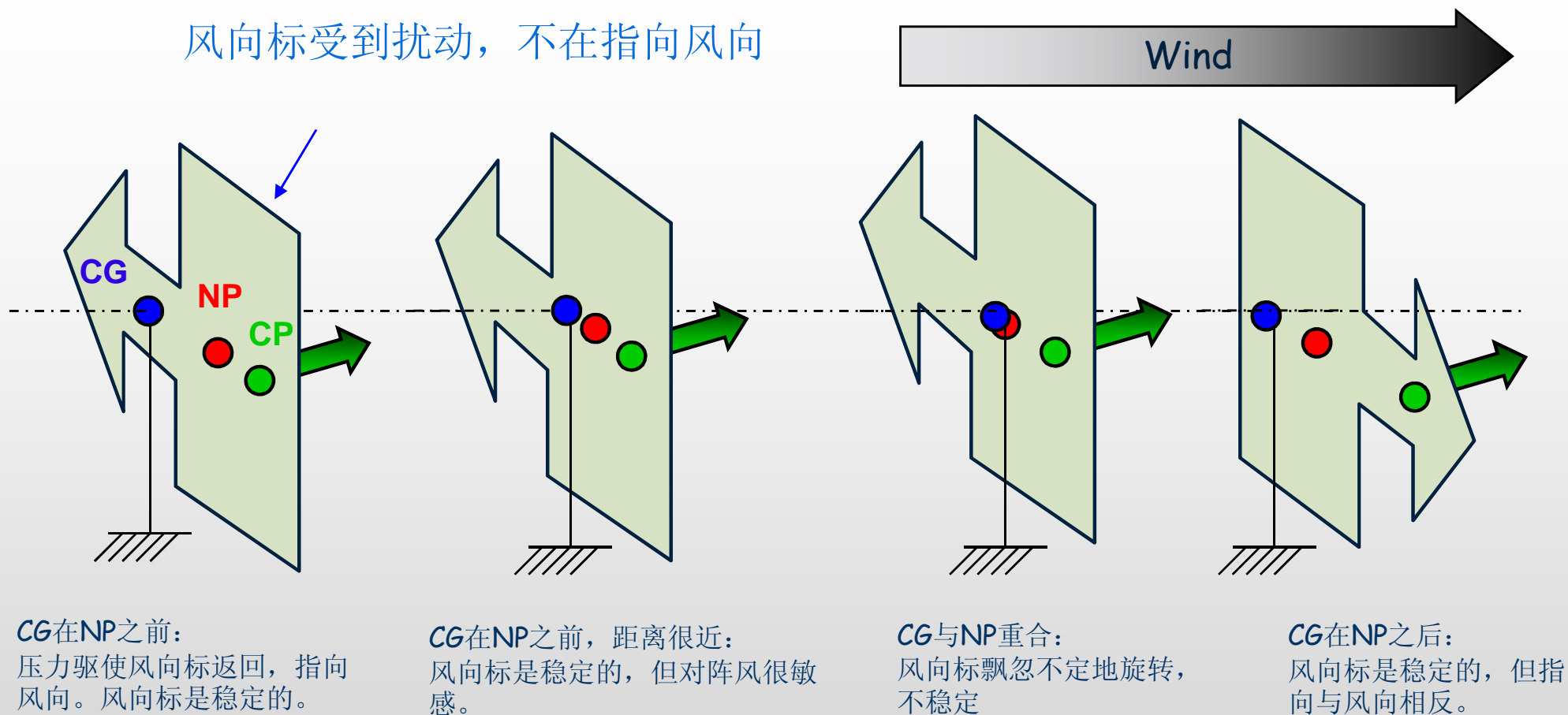
重心 **Centre of Gravity CG**  
力矩的参照点；取决于飞机的质量分布。  
在 **XFLR5** 中称为 **XCmRef**，俯仰力矩的参照点。

中性点 **Neutral Point NP**  
重心与该点重合时，俯仰力矩为一常量，与攻角无关。飞机静稳定度的临界点，重心在该点之前为静稳定，在后静不稳定。  
该点位置只与飞机外形有关。

这不够直观，下面让我们继续理解一下这些概念。

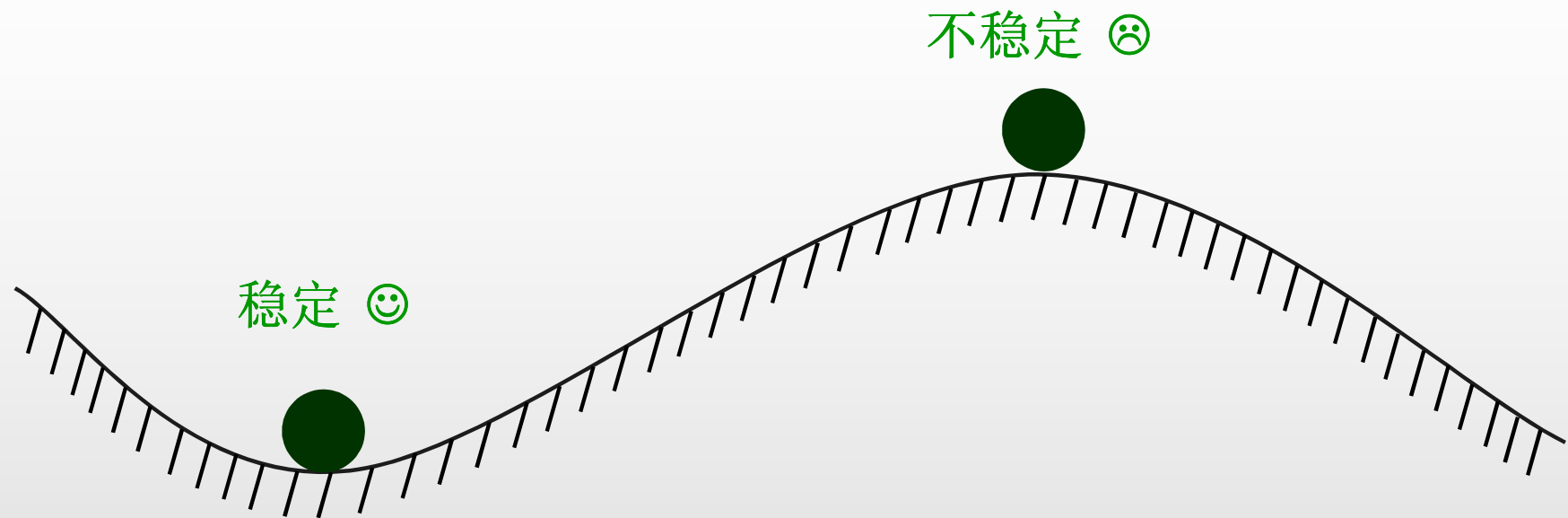
# 用风向标的例子理解中性点

风向标受到扰动，不在指向风向



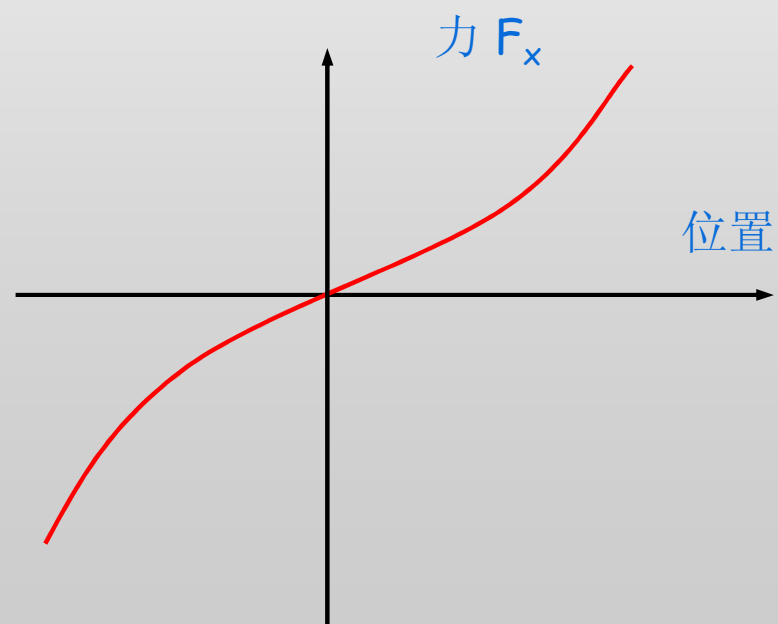
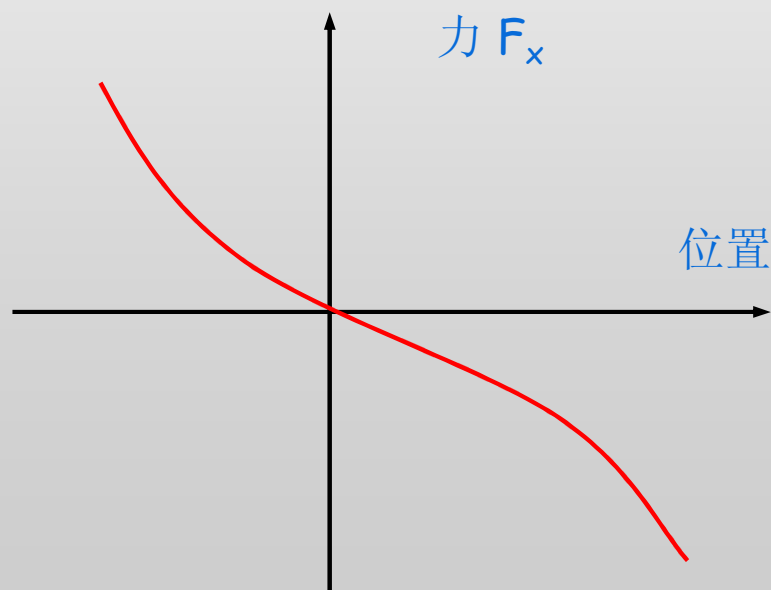
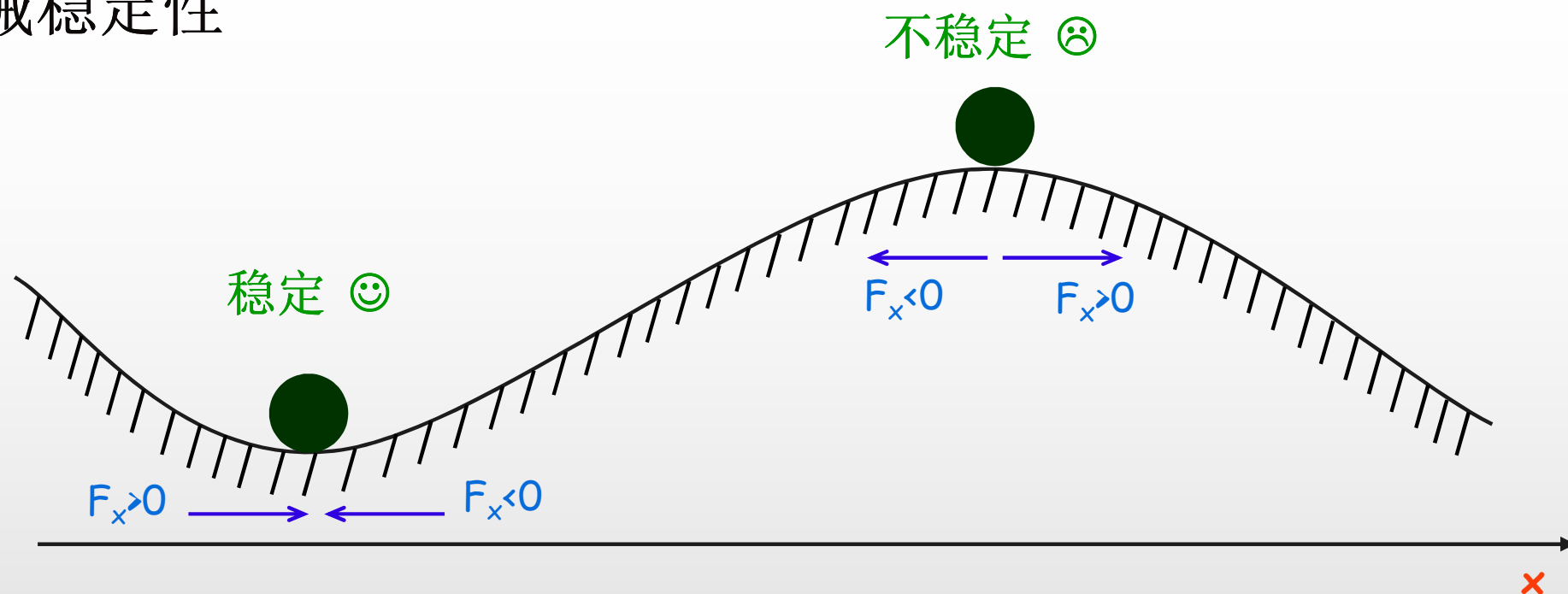
**NP是静稳定前提下飞机重心CG的后限**

注意：平衡不同于稳定！



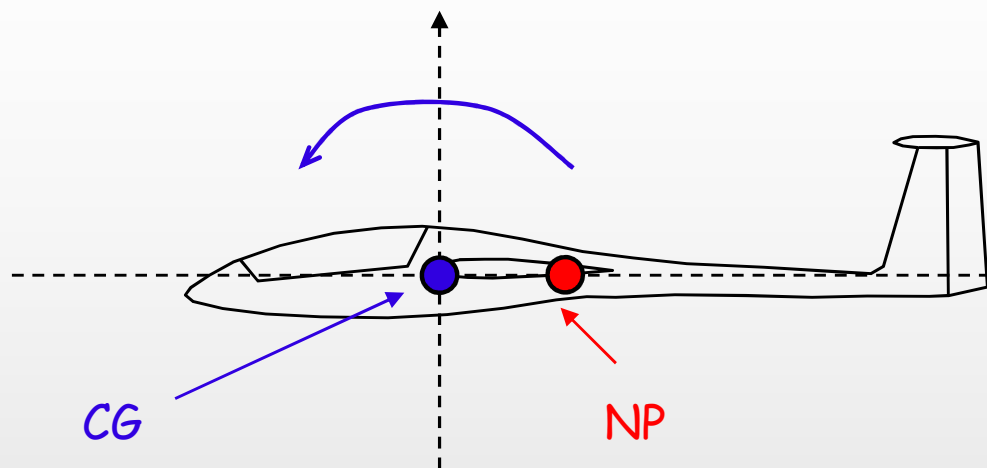
二者都是平衡的，但只有一个稳定。

# 机械稳定性

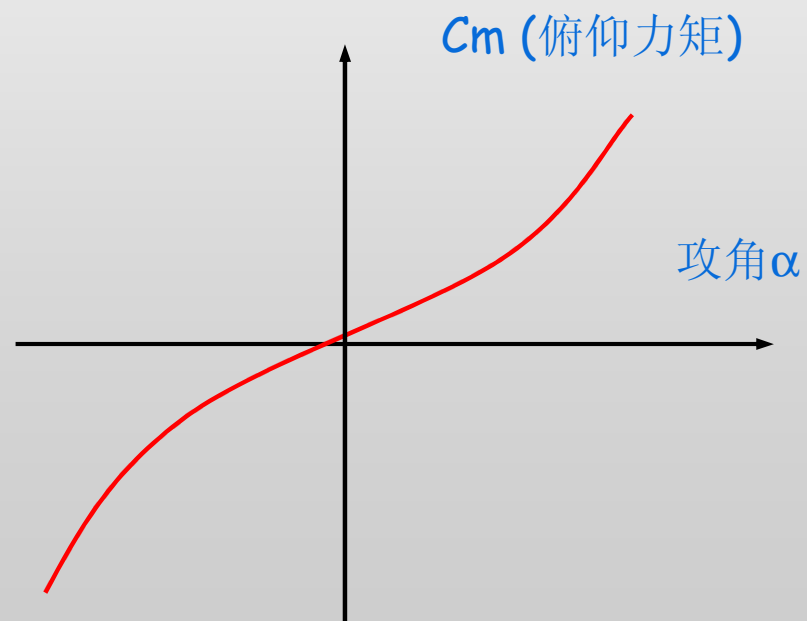
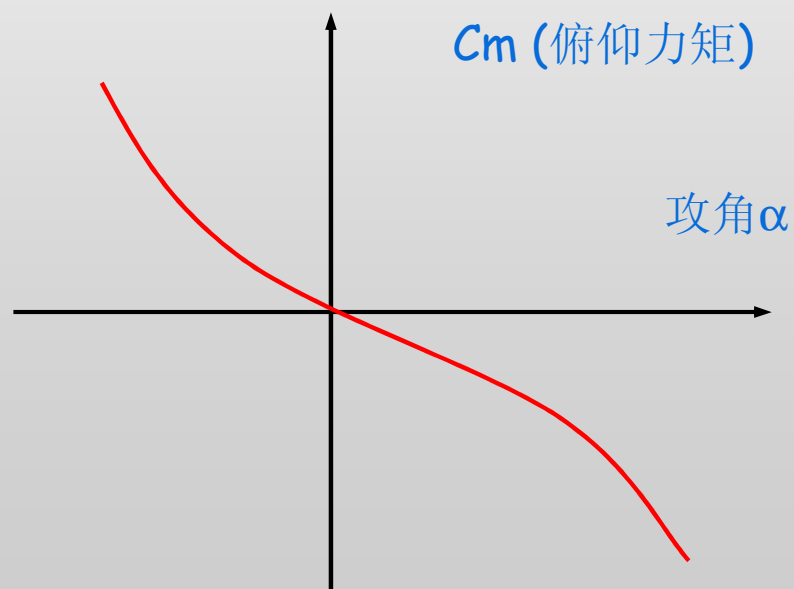
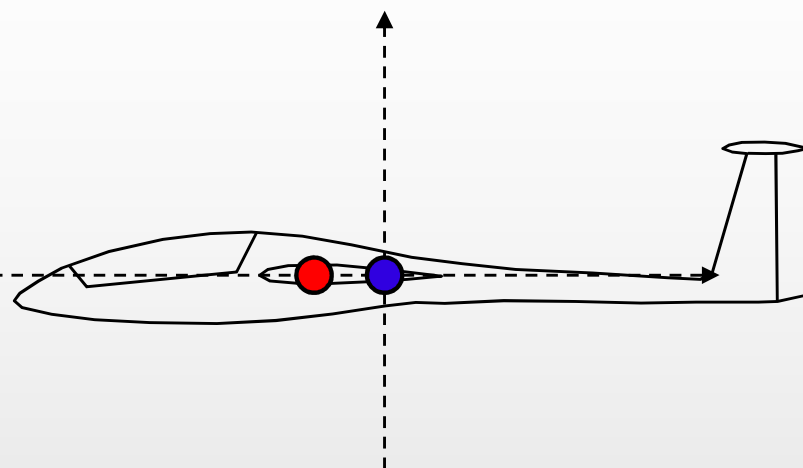


# 气动稳定性

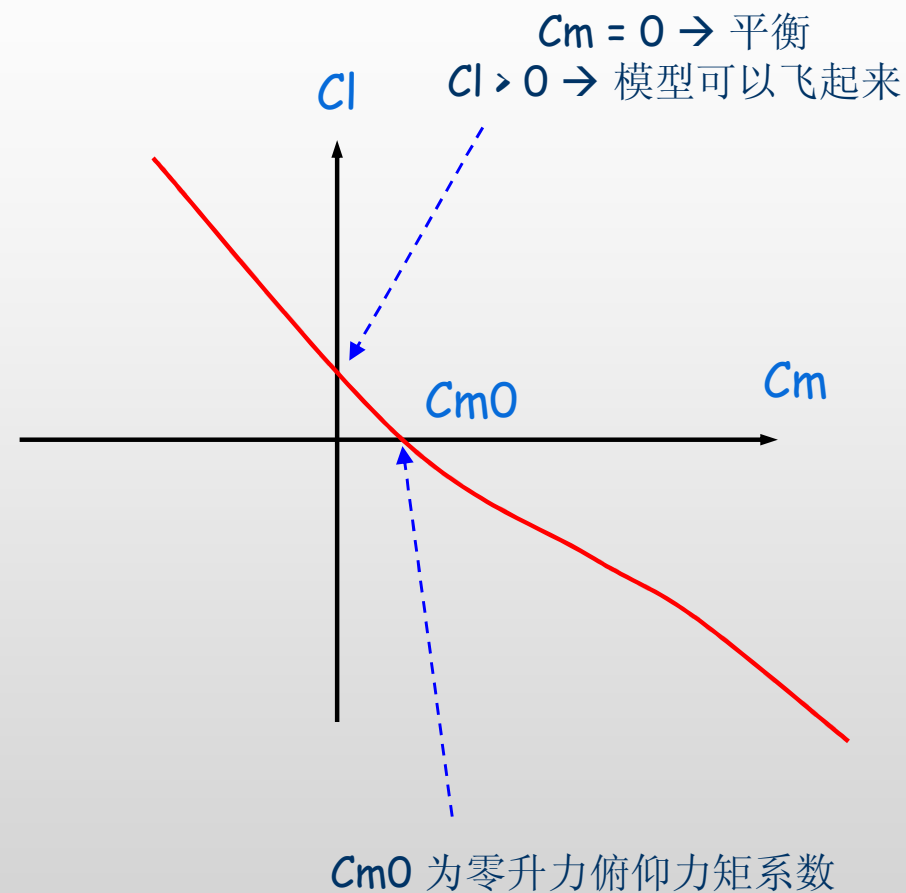
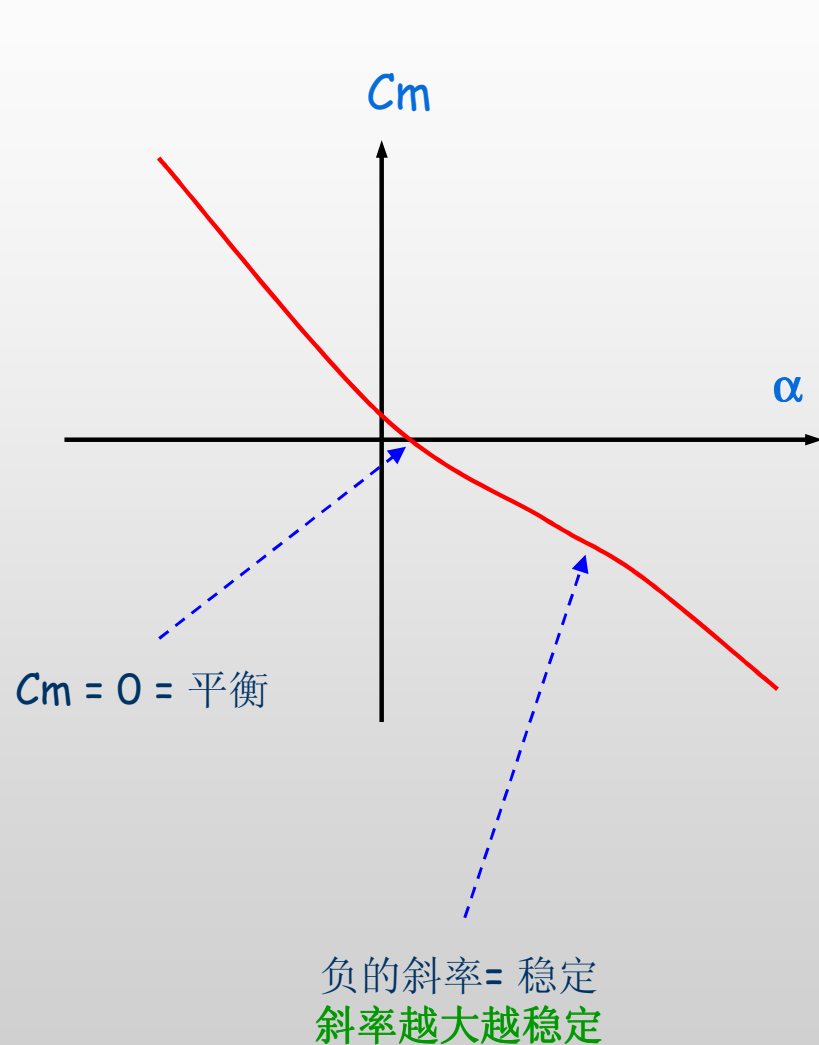
稳定 ☺



不稳定 ☹



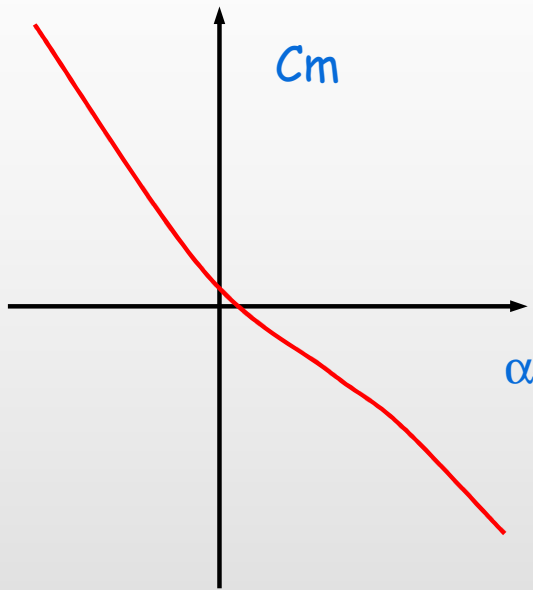
# 理解曲线 $C_m = f(\alpha)$ 和 $C_l = f(C_m)$



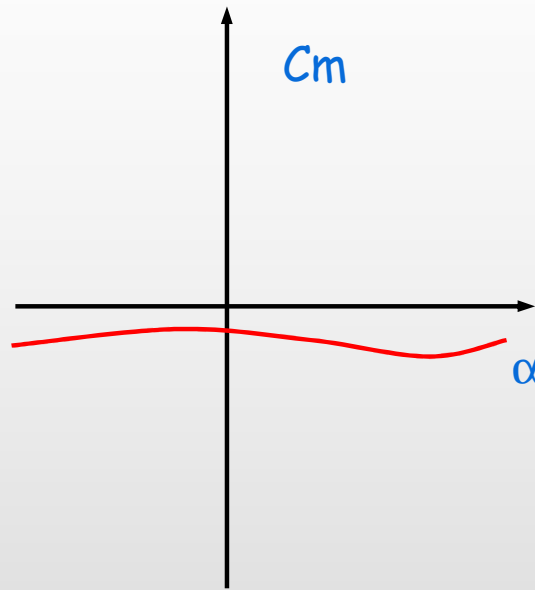


# 如何使用XFLR5寻找NP

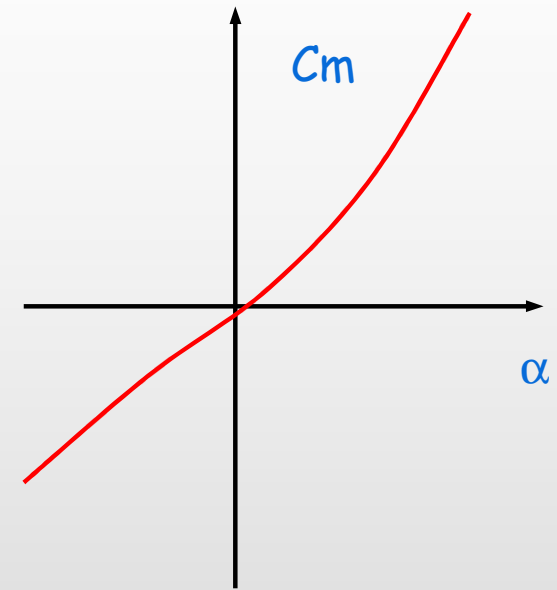
（在新版本中可以先进行稳定性分析，再直接在曲线视图Polar View里面查看XNP参数，这里作为进一步理解NP）



$X_{CG} < X_{NP}$   
CG 在NP之前，  
飞机稳定。



$X_{CG} = X_{NP}$   
 $C_m$  与  $\alpha$  无关，  
飞机不稳定。



$X_{CG} > X_{NP}$   
CG 在 NP 之后，  
飞机向错误方向稳定，  
即机头朝后，  
换言之，是不稳定的

通过多次改变CG位置，得到中间的图线

可以得到  $X_{NP} = X_{CG}$

# 尾容量Tail Volume: 稳定性的一个条件?

➤ 定义:

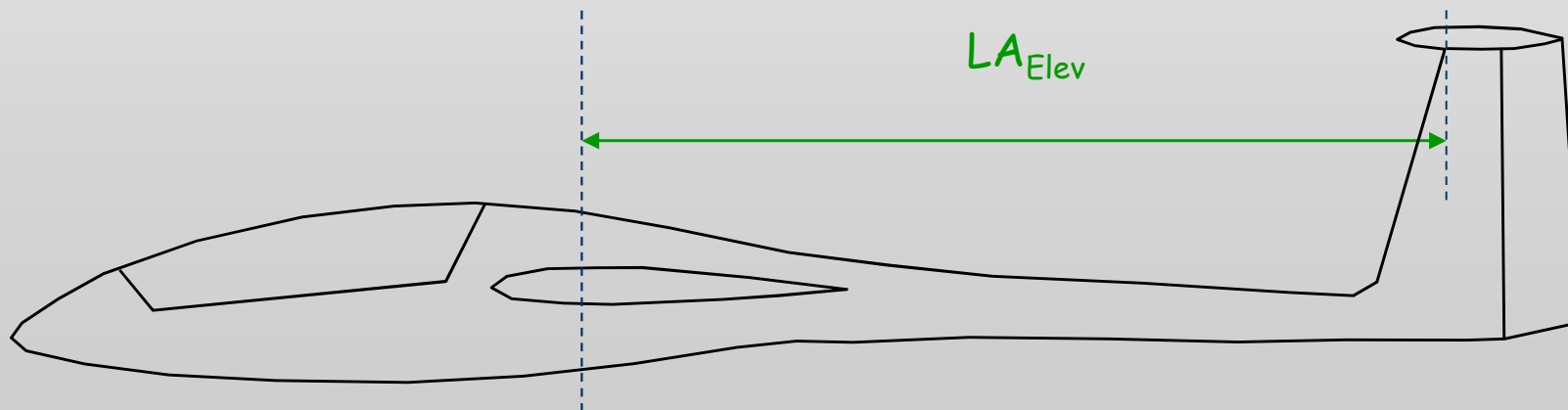
$$TV = \frac{LA_{Elev} \times Area_{Elev}}{MAC_{Wing} \times Area_{Wing}}$$

$LA_{Elev}$  : 尾力臂: 机翼四分之一弦长处到平尾四分之一弦长处的距离

$MAC$  : 机翼平均气动弦长

$Area_{Wing}$  : 机翼面积

$Area_{Elev}$  : 平尾面积



忽略平尾对自身的俯仰力矩，写出机翼四分一弦线点的力矩平衡方程：

$$M_{\text{Wing}} + L A_{\text{Elev}} \times \text{Lift}_{\text{Elev}} = 0$$

$M_{\text{wing}}$ 为机翼对四分一弦长点的俯仰力矩

以 $C_l, C_m$ 系数代入等式：

$$q \times \text{Area}_{\text{Wing}} \times \text{MAC}_{\text{Wing}} C_{m_{\text{Wing}}} = - L A_{\text{Elev}} \times q \times \text{Area}_{\text{Elev}} \times C_{l_{\text{Elev}}}$$

$q$ 为动压（压强）。

故：

$$C_{m_{\text{Wing}}} = - \frac{L A_{\text{Elev}} \times \text{Area}_{\text{Elev}}}{\text{MAC}_{\text{Wing}} \times \text{Area}_{\text{Wing}}} C_{l_{\text{Elev}}} = -TV \times C_{l_{\text{Elev}}}$$

$$C_{m_{Wing}} = -\frac{L_{A_{Elev}} \times Area_{Elev}}{MAC_{Wing} \times Area_{Wing}} C_{l_{Elev}} = -TV \times C_{l_{Elev}}$$

机翼俯仰力矩系数正比于尾力臂、尾翼面积，反比于机翼平均气动弦长、机翼面积。

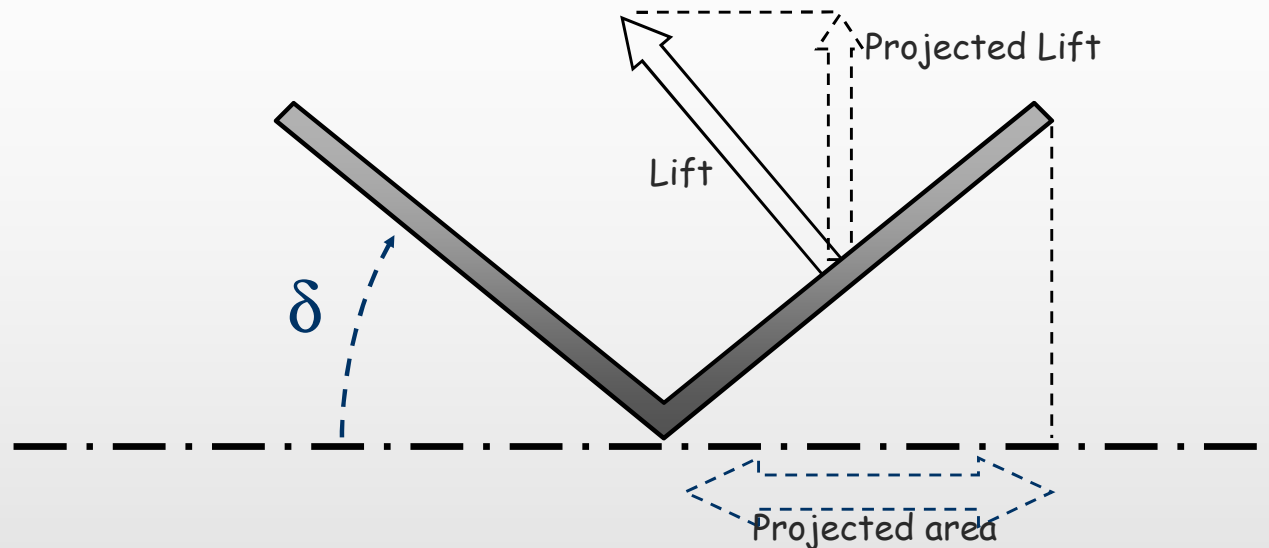
现在我们明白尾容量是表征平尾  
平衡机翼的俯仰力矩的能力了

$$C_{m_{Wing}} = -\frac{L A_{Elev} \times Area_{Elev}}{MAC_{Wing} \times Area_{Wing}} C_{l_{Elev}} = -TV \times C_{l_{Elev}}$$

由公式看出：

- 尾容量越大，尾翼的影响越大。
- 无法由尾容量知道飞机的稳定性如何。
- 无法由尾容量知道**C<sub>m</sub>**、**C<sub>l</sub>**的值和符号
- 它是必要的，但不够充分：我们需要知道俯仰力矩系数和升力系数。
- 因此，即使是合适的尾容量也不是稳定的充分条件。

## 复杂一点的东西：V型尾翼（V-tails）



### $\delta$ 角的影响：

1. 减少了尾翼水平投影面积；
2. 减少了尾翼垂直方向的升力：

故 尾翼有效面积为： $\text{Effective\_area} = \text{Area}_{\text{Elev}} \times \cos^2 \delta$

$$\text{TV} = \frac{L A_{\text{Elev}} \times \text{Area}_{\text{Elev}} \times \cos^2 \delta}{\text{MAC}_{\text{Wing}} \times \text{Area}_{\text{Wing}}}$$

# 一个有用的概念：静稳定裕度 **Static Margin**

➤ 定义：

$$SM = \frac{X_{NP} - X_{CG}}{MAC_{Wing}}$$

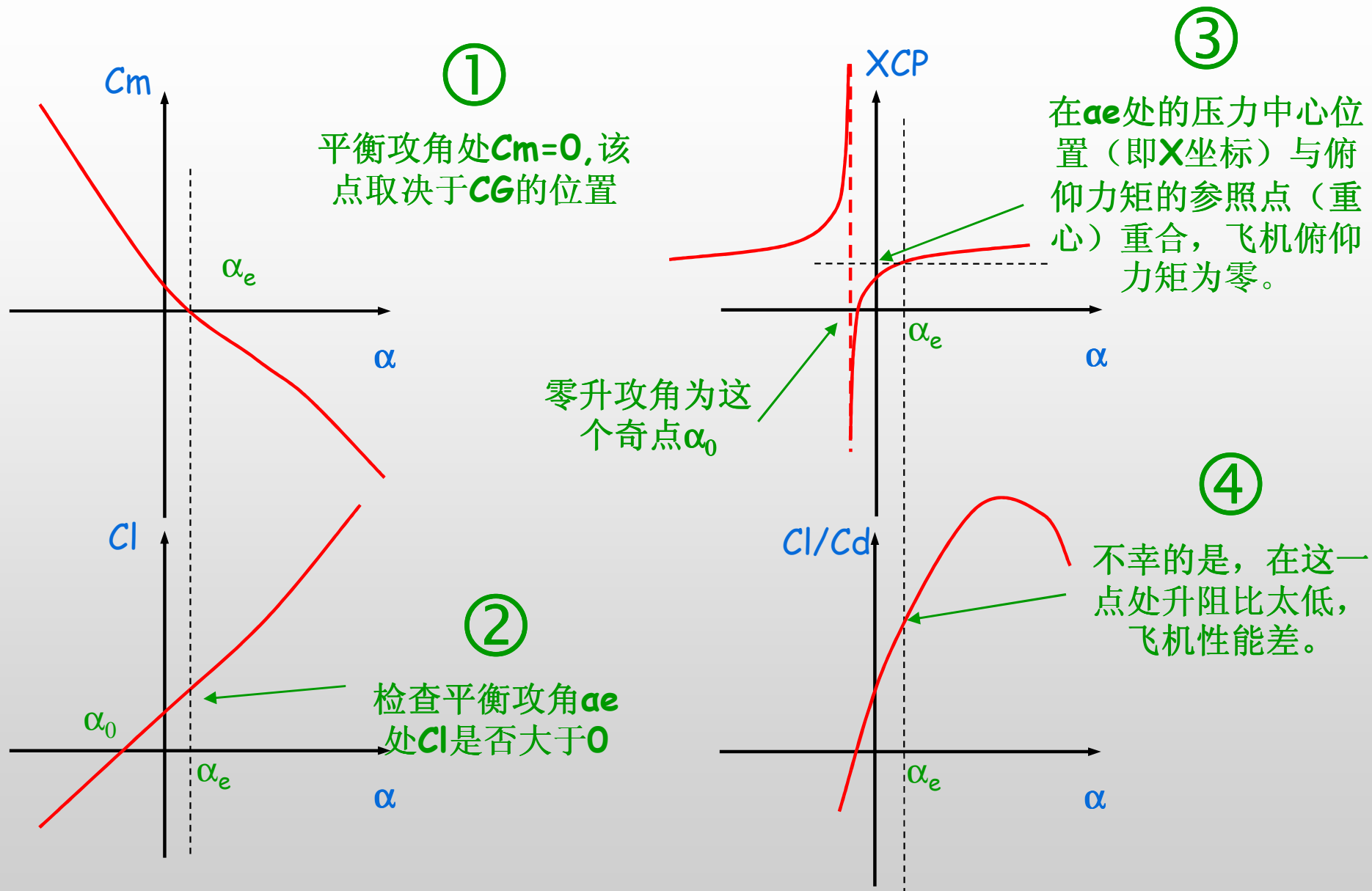
- 正的静稳定裕度代表稳定
- 静稳定裕度越大越稳定。
- 但不能说多大才合适，要根据不同需要而定。
- 不同设计者要求不同。
- 根据**NP**的位置和需要的**SM**，求出重心位置。 $X_{cg} = X_{NP} - MAC \times SM$
- ...但根据需要的**SM**求出了**Xcg**也不能保证升力为正或飞机性能优良。

# 如何使用**XFLR5**确定重心**CG**

- 先找到中性点**NP**
- 从**NP**的位置开始将**CG**向前移
- ... 获得你满意的 **$C_m = f(\alpha)$**  曲线斜率
- ... 或获得你满意的静稳定裕度



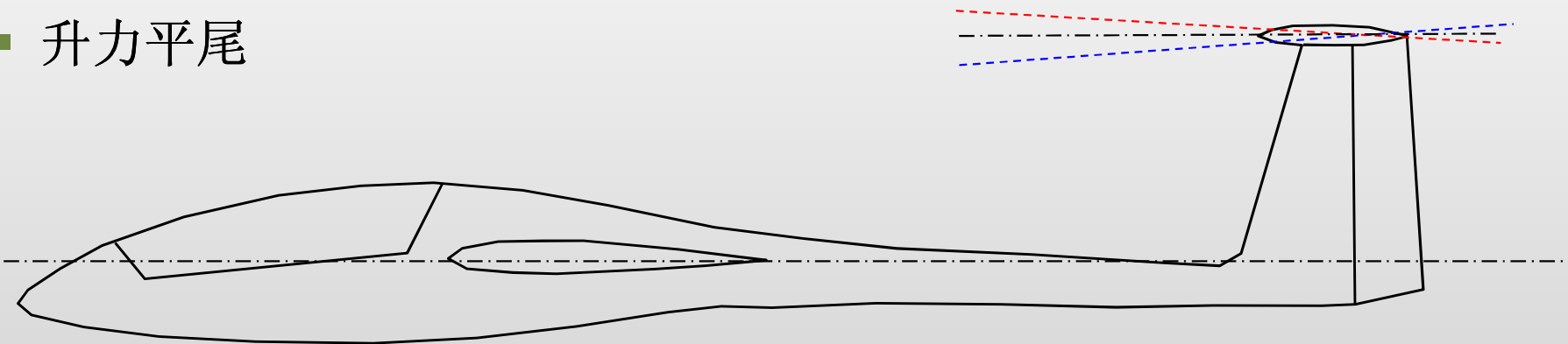
# XFLR5 Polar View 里四幅图线的总结



反复迭代才能找到最佳组合

# 平尾对平衡攻角的影响

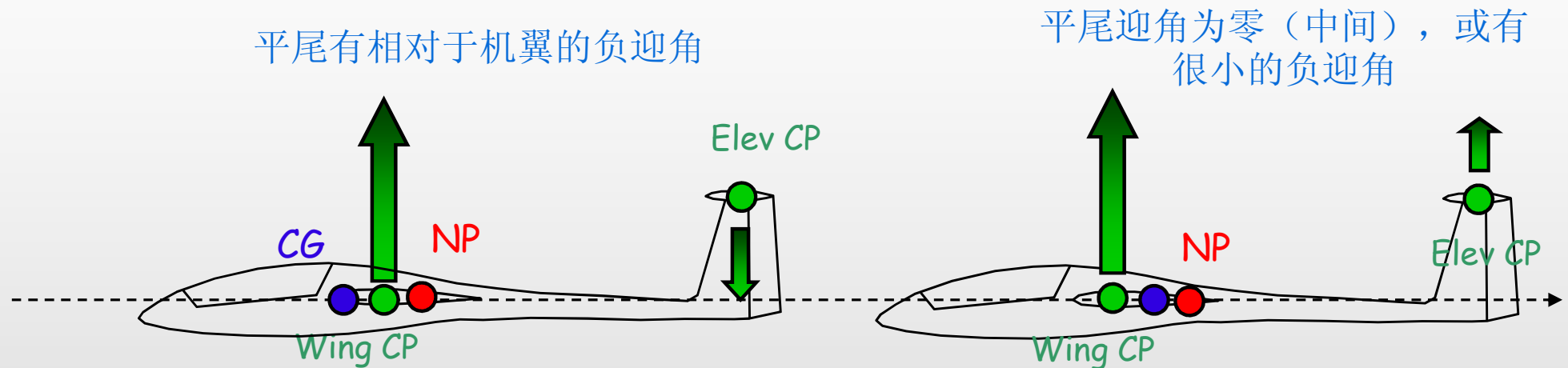
- 为了获得升力，机翼攻角必须大于零升攻角。
- 而这个攻角由机翼和平尾升力对重心**CG**的力矩平衡产生。
  - 三种情况：
    - 负升力平尾
    - 中性平尾
    - 升力平尾



- 不同的情况会得到不同的平衡攻角。

# 平尾攻角和重心位置

- 平尾的升力可能为正可能为负



- 两种设置都有可能
- 若平尾有负迎角，则重心**CG**要在压力中心**CP**之前
- 若**CG**位置在可以接受的范围内，下滑率不会变化太大

# 飞翼的例子

- 无平尾
- 机翼必须维持自身平衡
- 两种方法
  - 自稳定翼型（**S**翼型）
  - 翼尖外洗

## 自稳定翼型：**S**翼型

- 令人迷惑的东西：这种翼型如何使机翼自身稳定而无需稳定器（平尾或鸭翼）？
- 理论上翼型的中性点**NP**在前缘**25%**处
- 但是，所有的翼型都自稳定吗？要稳定，必须将重心**CG**放在中性点**NP**之前
- 自稳定的翼型和一般翼型有什么不同？
- 我们将用**XFLR5**来探索这个问题！

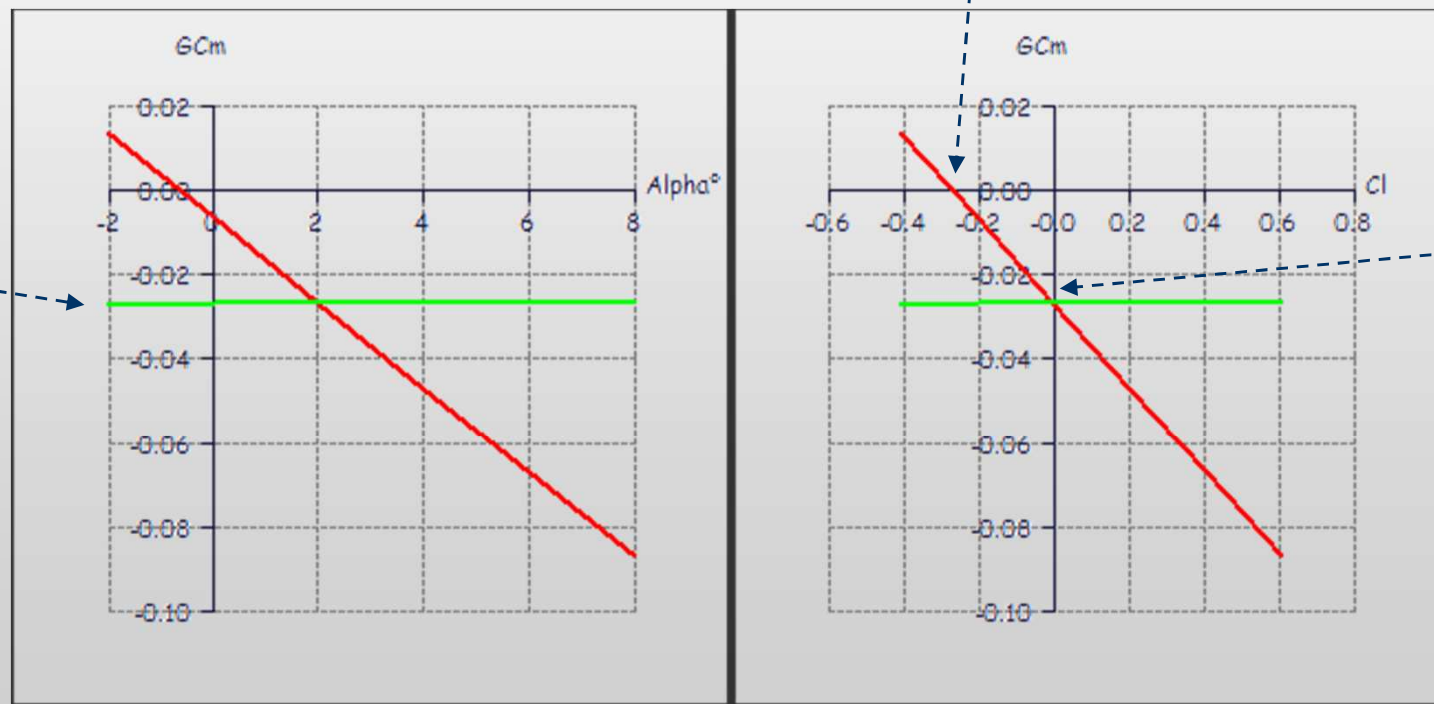
# 一个普通的翼型

NACA 1410

一个弦长100mm的矩形机翼，翼型为NACA1410，是不能自稳定的。

计算结果表明NP在25%弦长处

不幸的是，零俯仰力矩时升力为负，这是问题所在。



一般来说这些翼型的零升俯仰力矩系数为负，即 $C_m < 0$

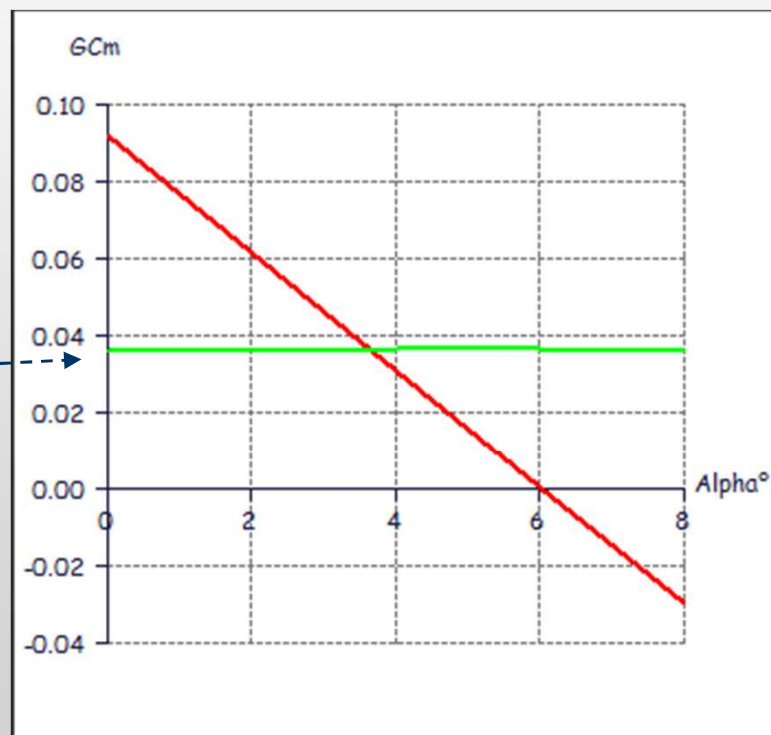
Straight wing NACA 1410 no twist  
— T1-10.0 m/s-VLM1- 15.00mm  
— T1-10.0 m/s-VLM1- 25.00mm

# 自稳定翼型

Eppler 186

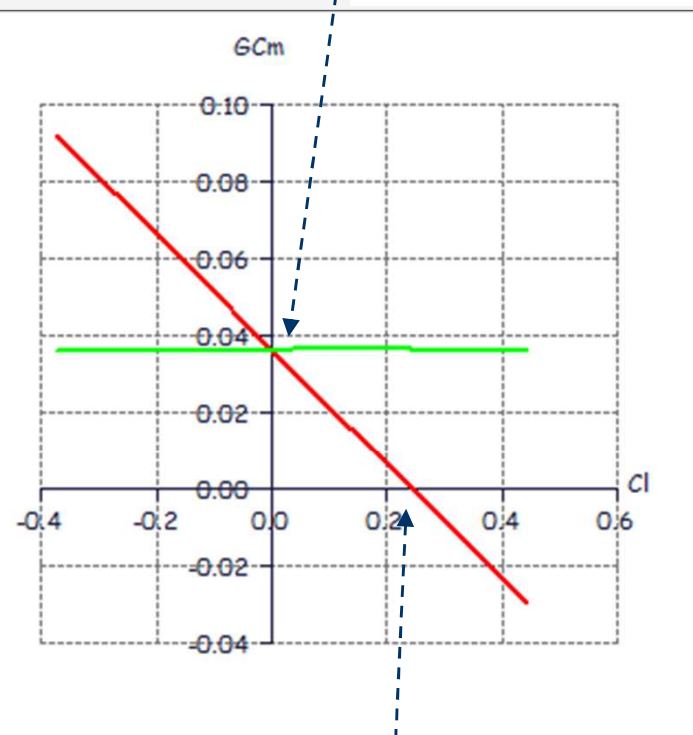
同样用弦长为**100mm**的矩形机翼，翼型为自稳定的**Eppler 186**

计算结果表明**NP**仍在**25%**弦长处



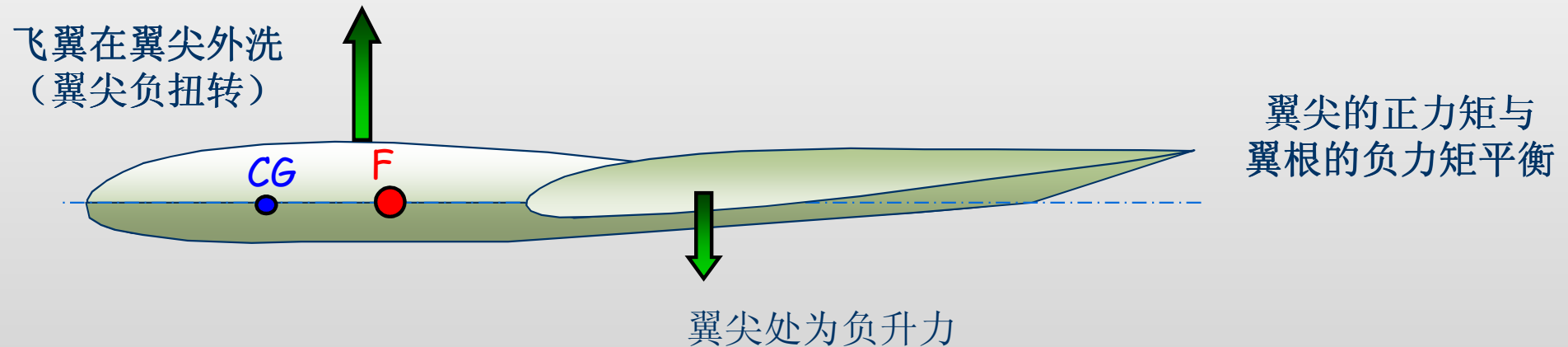
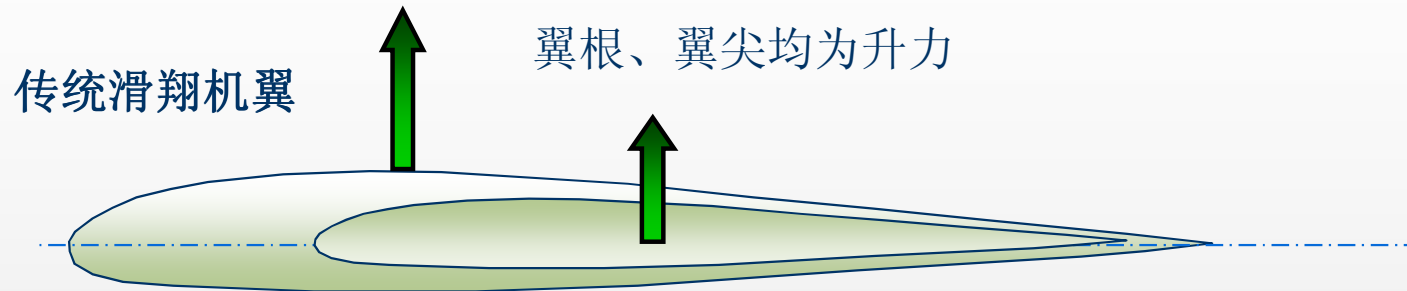
Straight wing Eppler 186 no twist  
—  $T1-10.0\text{ m/s-VLM1- 10.00mm}$   
—  $T1-10.0\text{ m/s-VLM1- 25.00mm}$

一般地，这类翼型的零升俯仰力矩为正，即 **$C_{m0} > 0$**



更直观地说，零力矩时升力为正  $C_l > 0$ ，机翼能够**Fly!!**

# 用一个更现代的方法来创建自稳定机翼



- 翼尖处产生负升力的结果是使得机翼总升力比传统机翼小
- 我们用**XFLR5**来验证这些。



# 模型数据

Wing Design

Wing Data

Wing Name

NACA 1410 Twisted -6°

☒ Symetric
 ☒ Right Wing
 ☐ Left Wing

Reset VLM Mesh

Wing Span

2000.00 mm

M.A.C. Span Pos

233.33 mm

Area

30.00 dm²

Aspect Ratio

13.33

Volume

2.05e+007 mm³

Taper Ratio

1.50

Mean Geom. Chord

150.00 mm

Root to Tip Sweep

9.37 °

Mean Aero. Chord

152.00 mm

Number of Flaps

00

Total VLM Panels

320 (Max is 1000)

Total 3D Panels =

656 (Max is 2000)

	Pos. (mm)	Chord (mm)	Offset (mm)	Dihedral (°)	Twist (°)	FoilName	X-Panels	X-Dist	Y-Panels	Y-Dist
0	0.00	180.00	0.00	0.00	0.00	Naca 1410	8	Cosine	20	-Sine
1	1 000.00	120.00	180.00		-6.00	Naca 1410				

翼根无外洗，翼尖处-6度外洗（扭转角）。

Naca 1410

m.a.c.

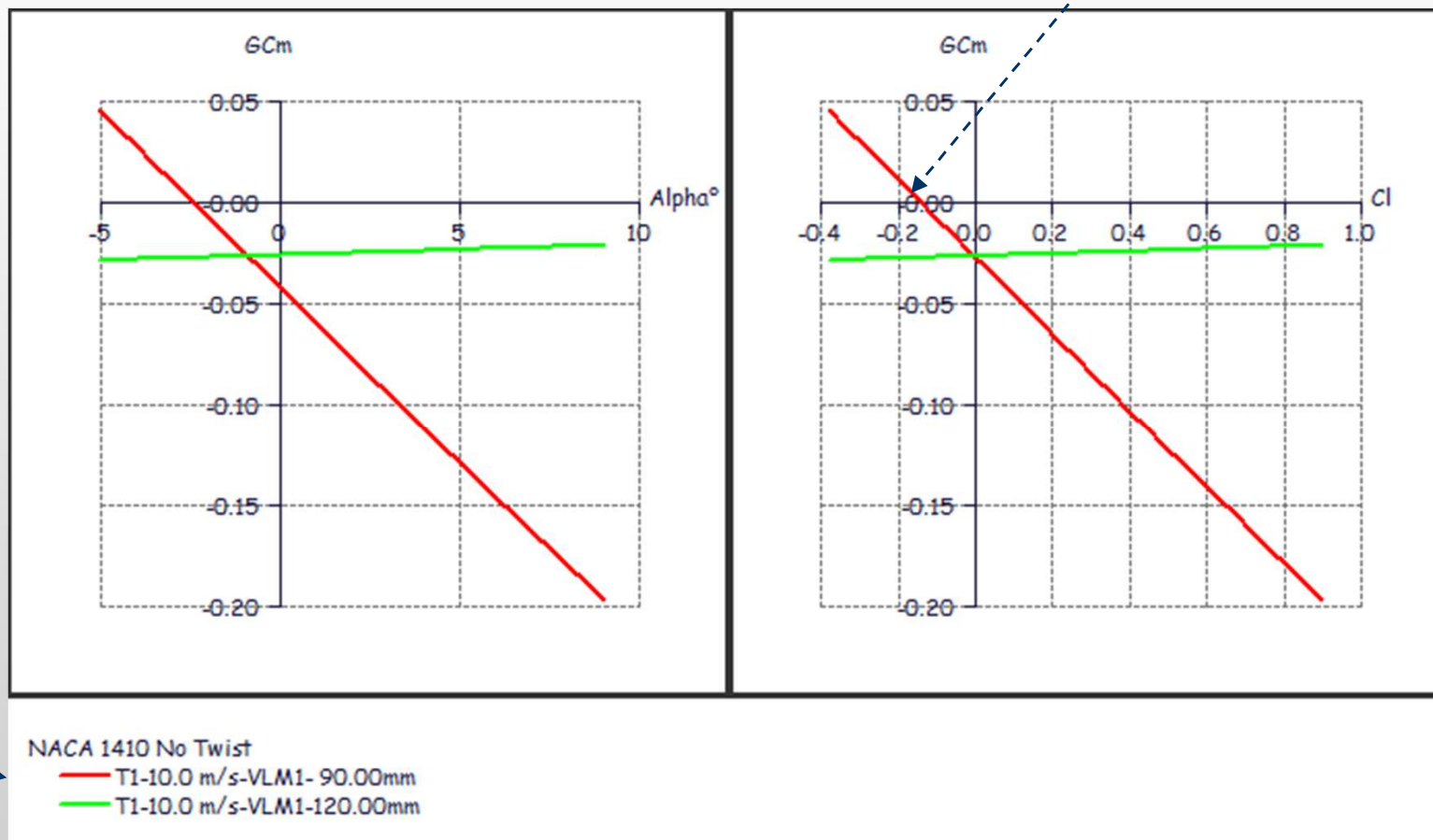
Naca 1410

OK

Cancel

# 无外洗的机翼

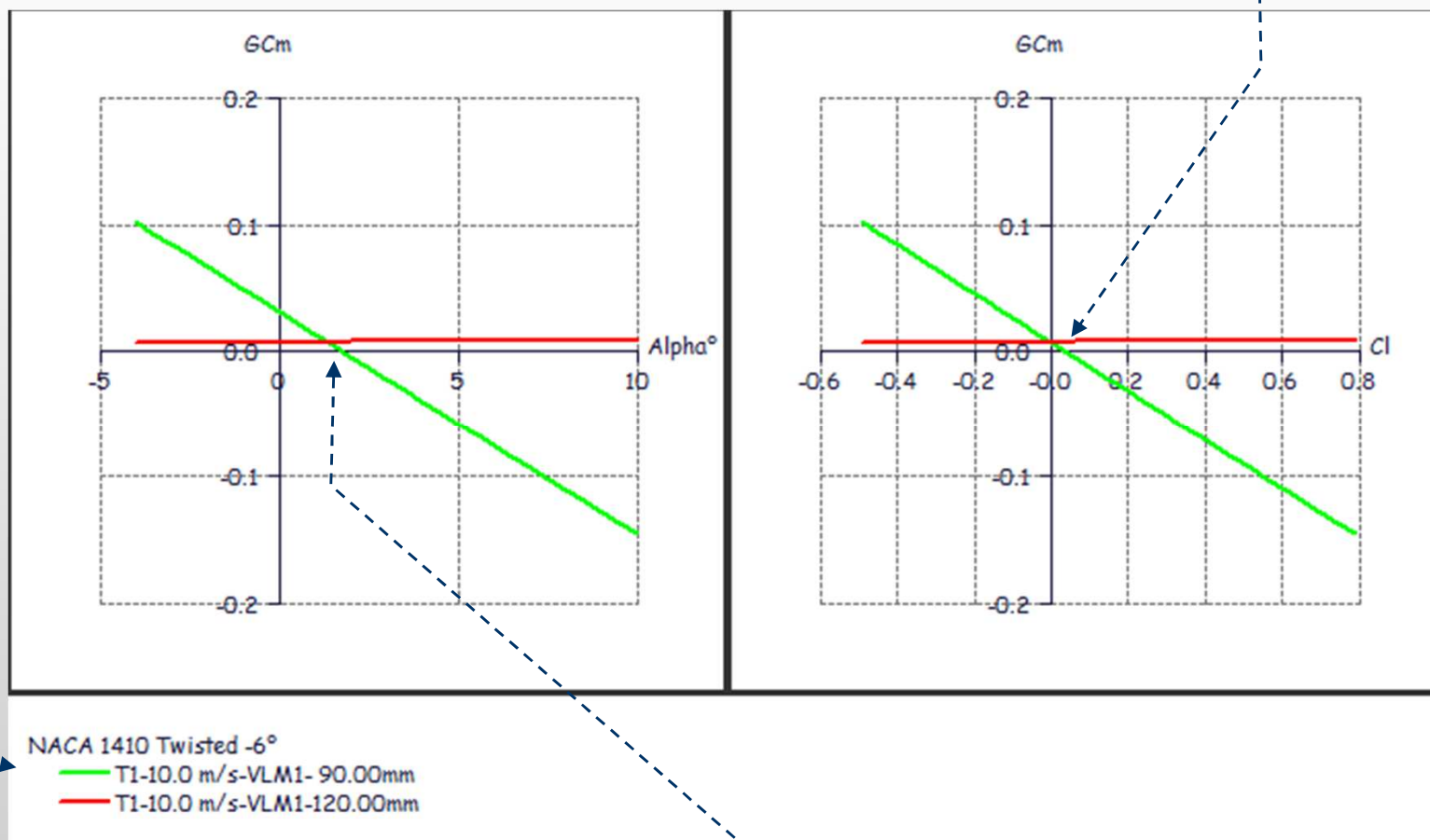
不幸的是，零升俯仰  
力矩处的升力为负， $Cl < 0$



10%静稳定裕度的前提下

# 带外洗的机翼

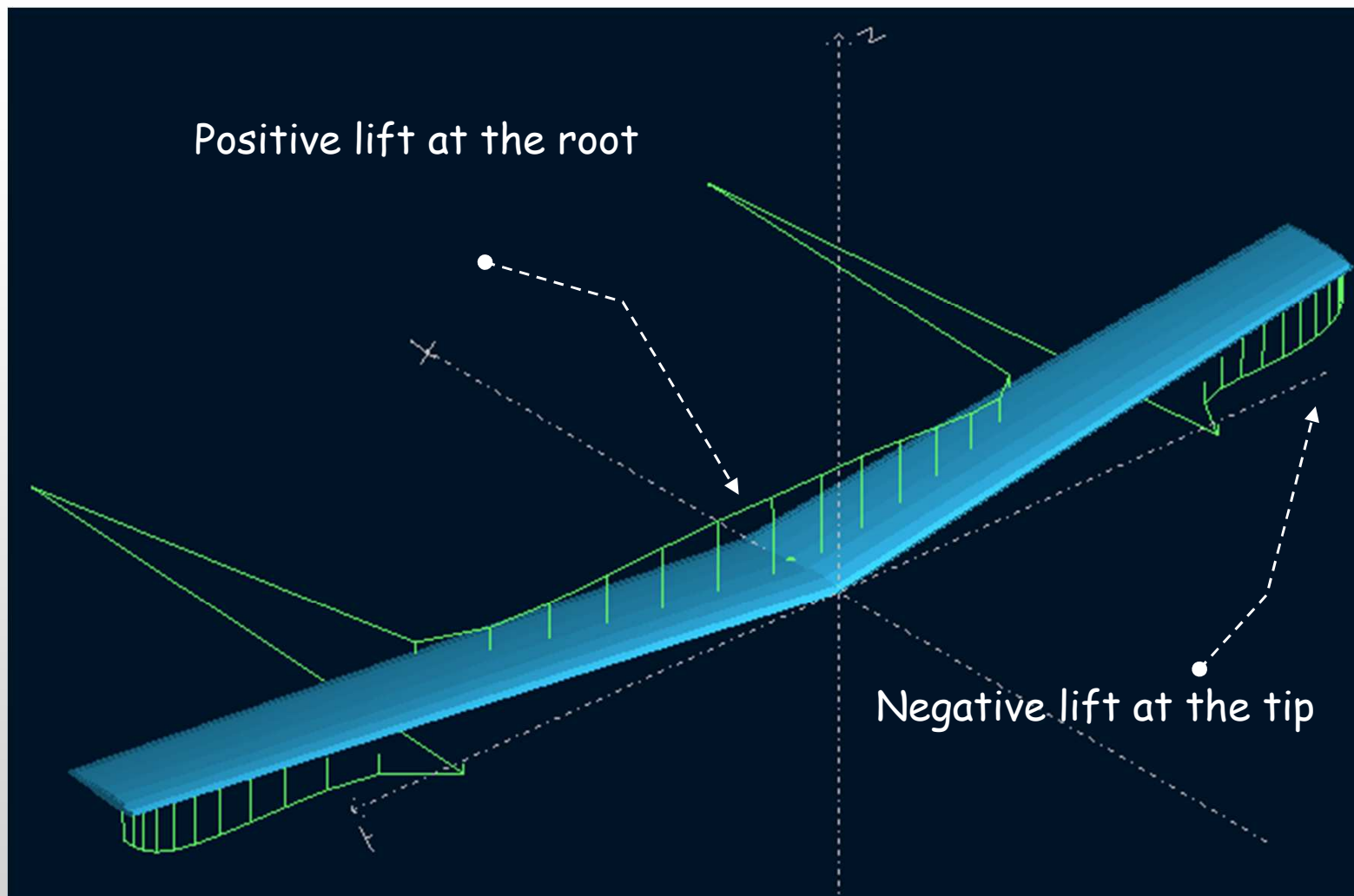
零升俯仰力矩处，升力略为正



10%静稳定裕度的前提下

让我们看看平衡攻角为 $\alpha_e=1.7^\circ$  时，  
升力的分布情况。

## 处在平衡攻角时的升力分布



问题是：；翼尖的负升力使飞翼的总升力降低！

# 稳定性和操纵性分析

这些都是关于：

- 我们的模型飞机需要调整而得到更好性能，但飞机必须是稳定的和可控制的。
  - 稳定性分析是指“**hands-off controls**即不干涉（不发送指令）”时的飞行特性分析。
  - 操纵性分析指的是飞机对操纵者发出指令的响应。
  - 一定程度上，这能用模拟器分析。
  - 在**XFLR5 V6**里面也有相关功能

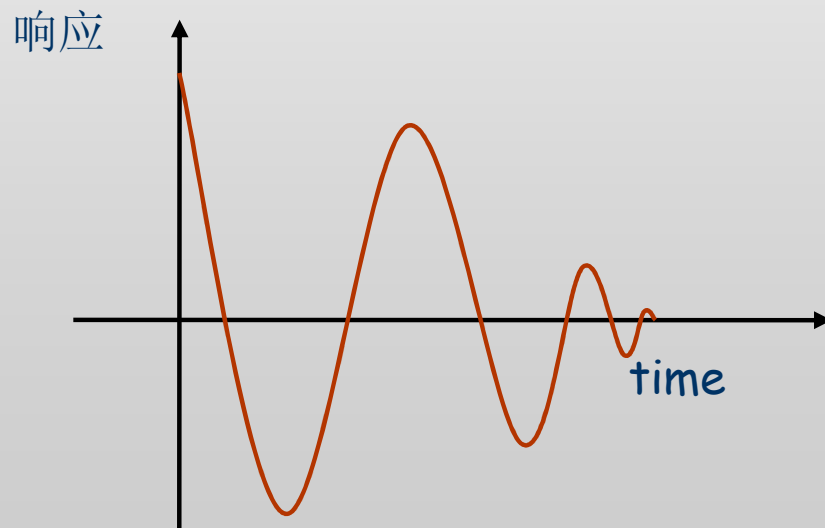
# 静稳定和动稳定

- 在第一部分，我们提过静稳定性。

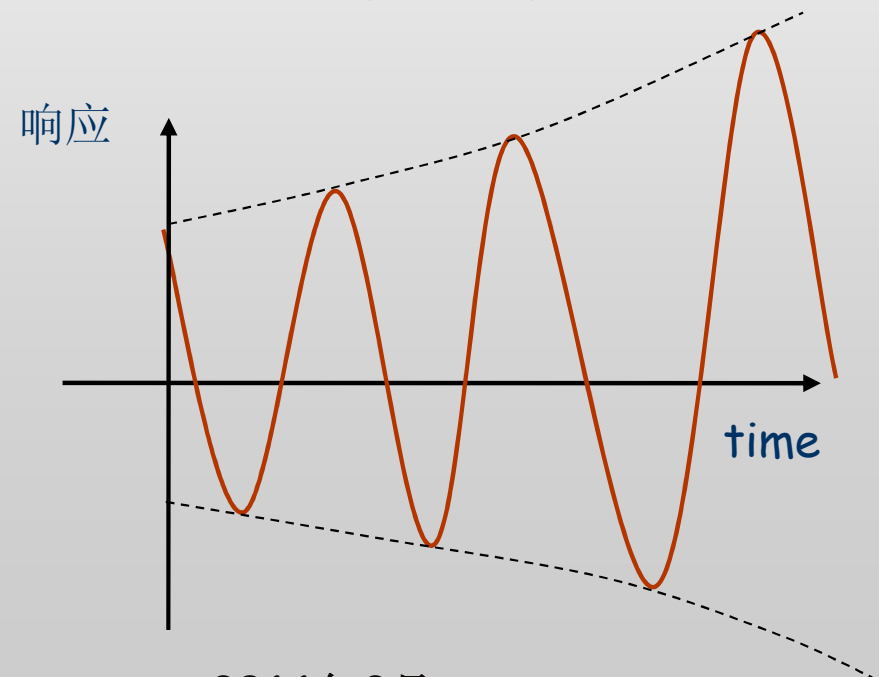


- 动稳定性指的是受到扰动后回到平衡状态的能力。

动稳定



动不稳定



# 稳定性

- 对飞机来说，一个稳定的“静”态是指：不变的速度，攻角，侧滑角，航向角，高度，等等。
- 一股风，或操纵者的指令输入，不可避免地使飞机受到扰动。
- 稳定性和操纵性分析就是为了估计飞机的动稳定性和受到这类扰动后的响应。
- 在接着的内容中，我们只指动稳定性。

# 模态

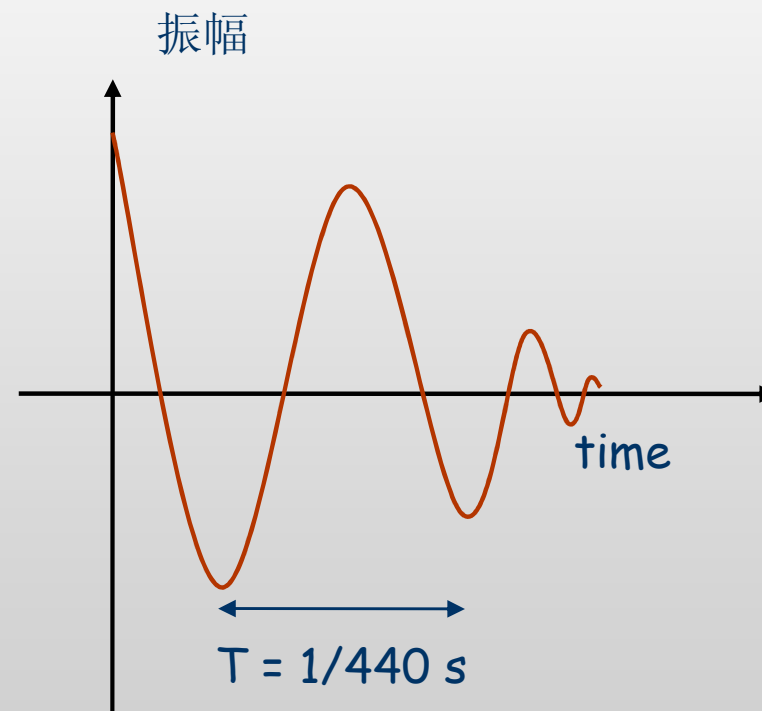
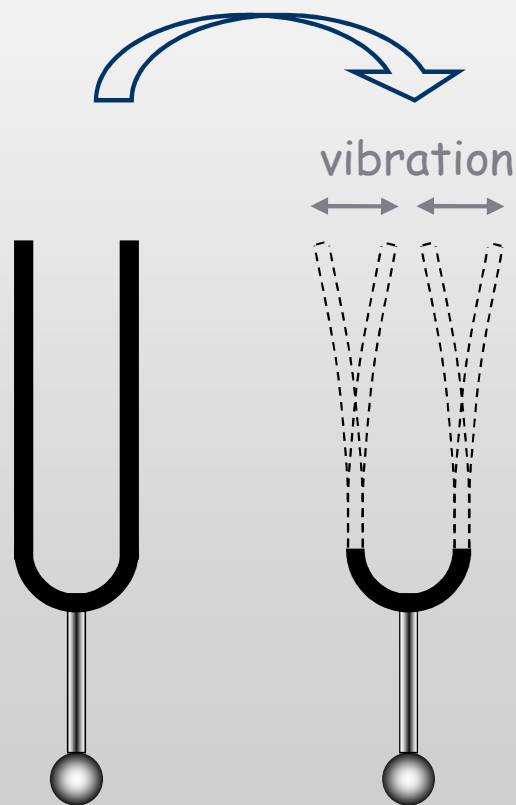
- 从物理角度上说，当受到扰动时飞机趋向以某种飞行模式响应。
- 从数学的观点来说，这些模式称之为“模态”，并用以下参数进行描述：
  - **eigenvector** 一个特征向量，描述模态振动。
  - **eigenvalue** 一个特征根，描述模态的频率和它的阻尼。



# 机械上的模态

## ➤ 音叉的例子

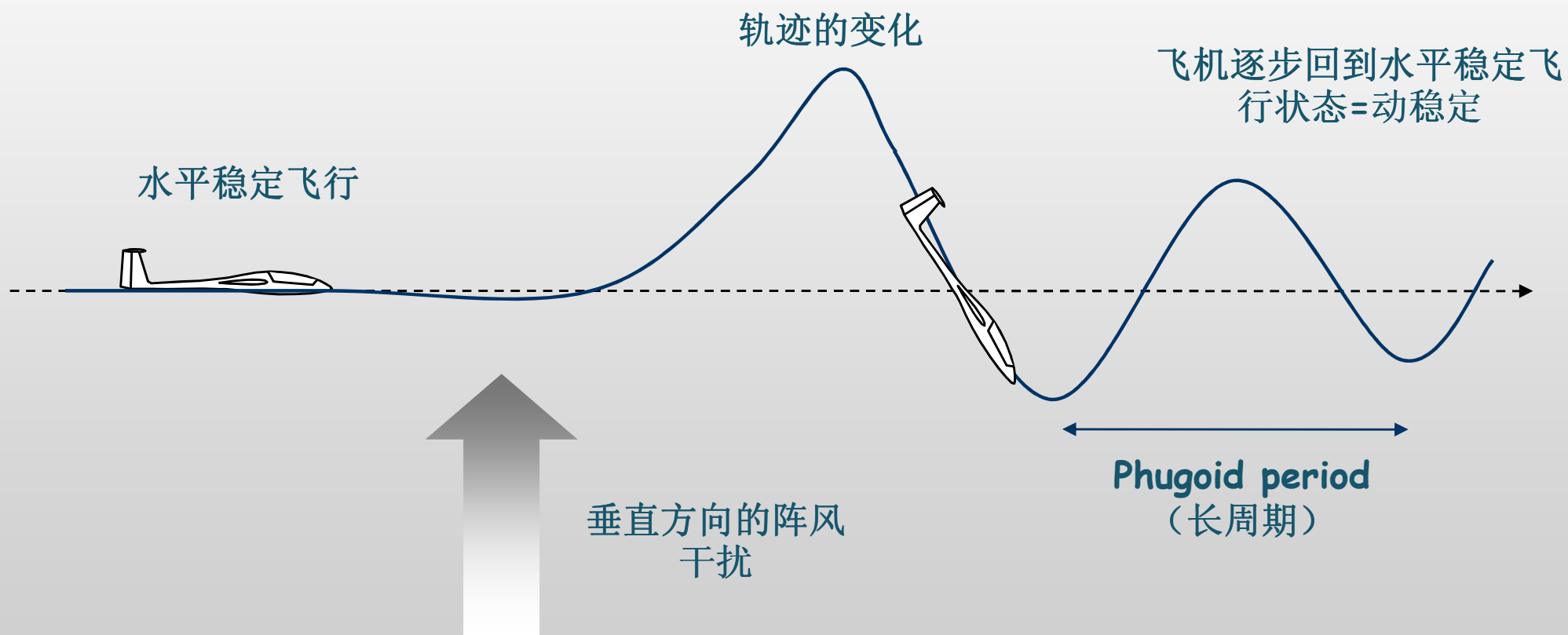
短暂的扰动→以**440HZ**的声调响应



声音随时间减弱，音叉是动稳定的，一点也不奇怪。

# 气动上的模态

## ➤ 长周期模态的例子



# 8种气动模态

➤ 一架飞机会**有4种固有纵向和4种固有横向模态**

**Longitudinal**纵向的

**2种对称长周期模态**

**2种对称短周期模态**

**Lateral**横向的

螺旋模态

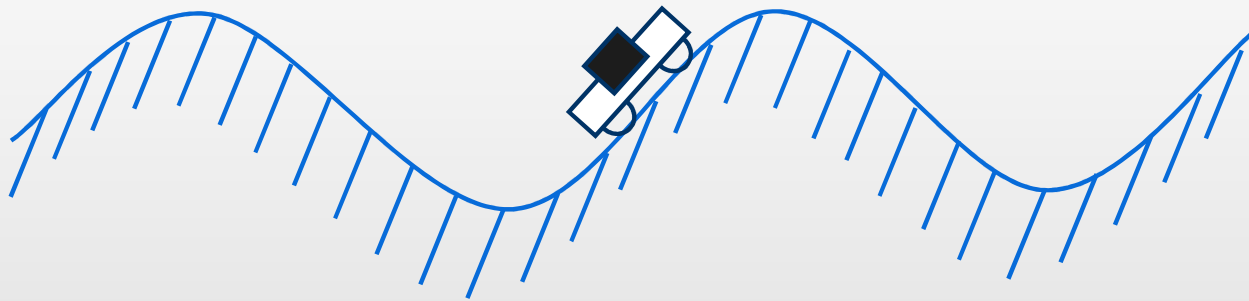
横滚阻尼模态

**2种荷兰滚模态**

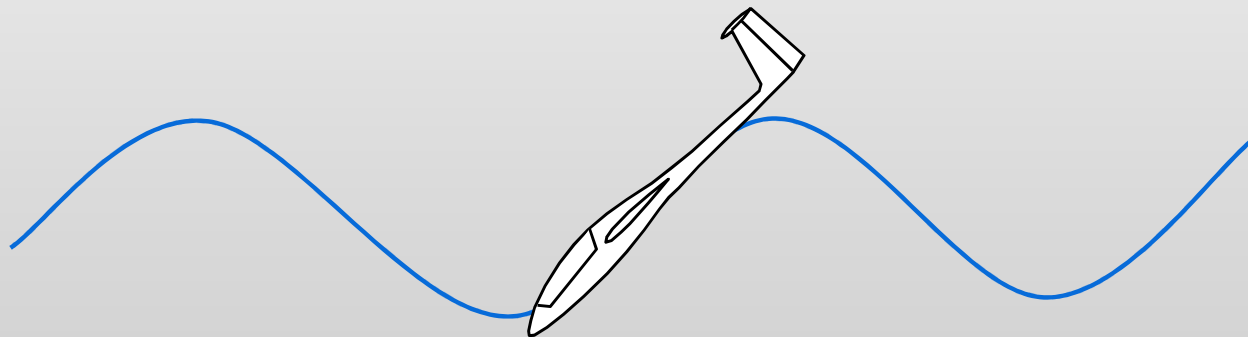


# The phugoid长周期

... 是一种动能和势能的相互转化模态



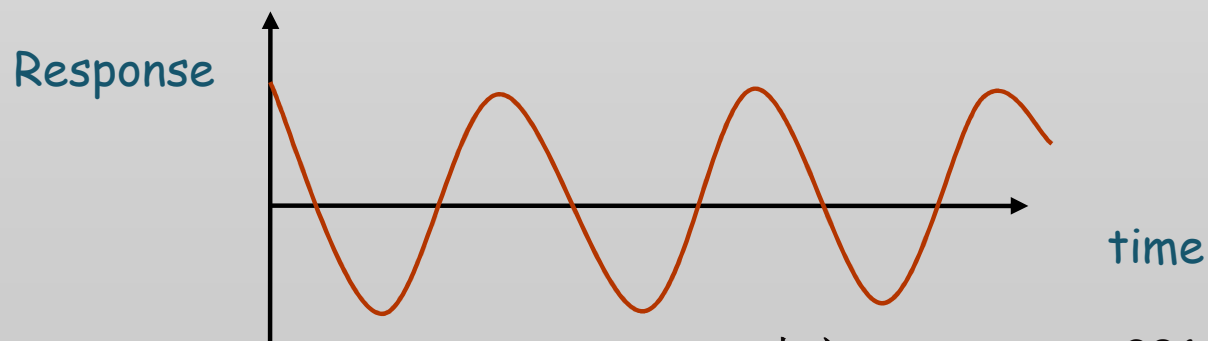
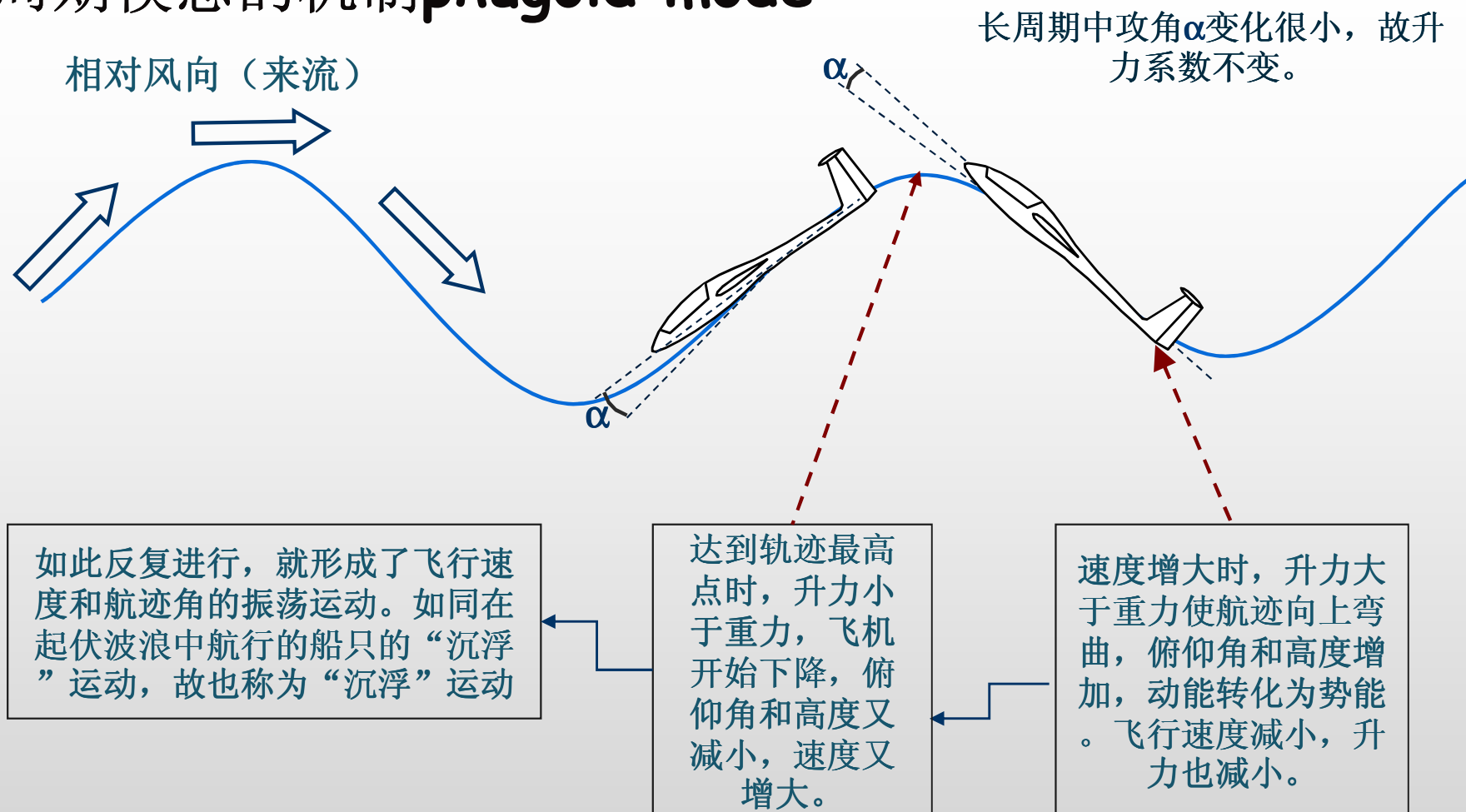
过山车：  
靠轨道的约束  
力改变轨迹



气动的：  
升力改变了轨迹

这是缓慢而且低阻尼的，是否稳定要看轨迹是否收敛。

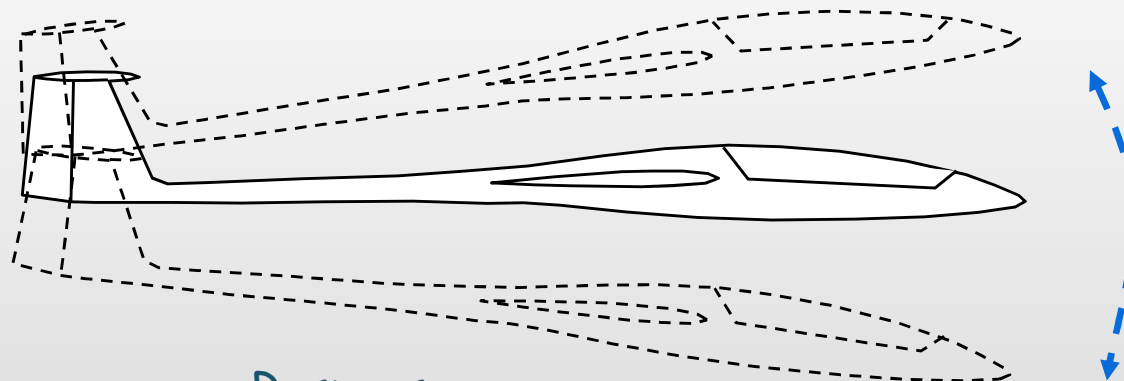
# 长周期模态的机制phugoid mode



由于起恢复和阻尼作用的气动力相对于飞机质量来说较小，故之一过程很缓慢。

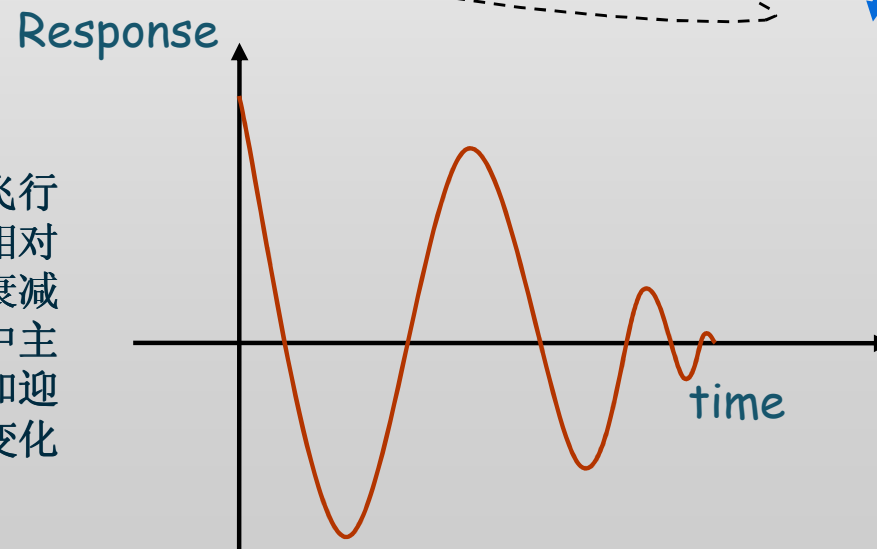
# 短周期模态short period mode

- 主要为短周期，高阻尼的垂直移动和俯仰运动。



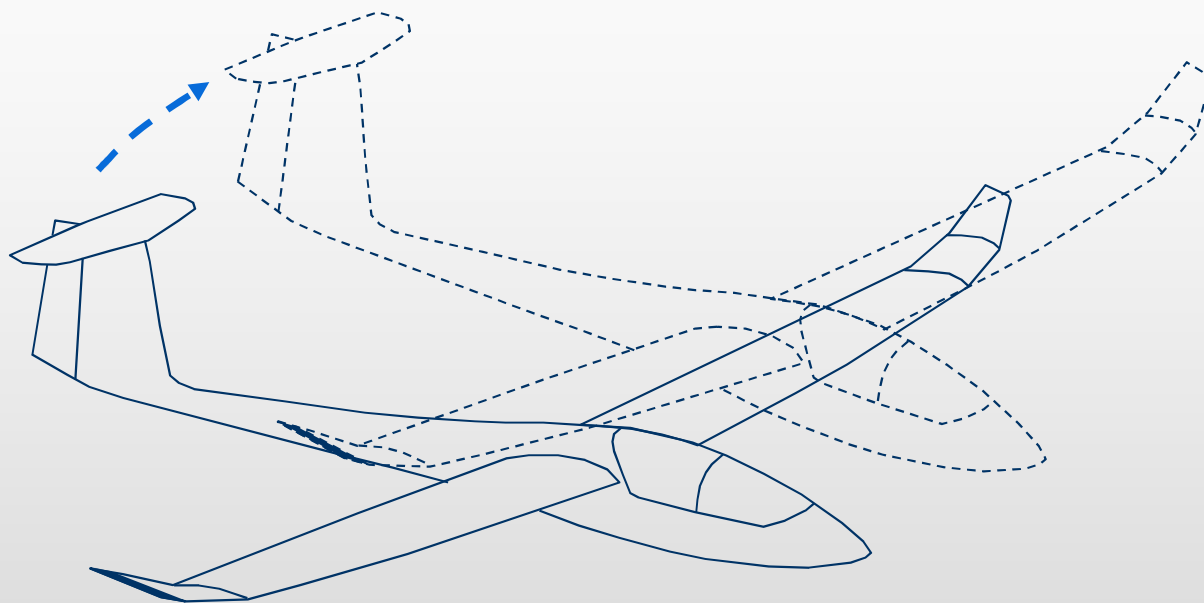
该模态的特性取决于俯仰力矩对攻击 $\alpha$ 的曲线  
 $C_m = f(\alpha)$   
的斜率(负数)的大小

短周期模态主要反映飞行器俯仰转动的特性，相对于长周期模态而言是衰减快、振荡频率高，其中主要是飞机俯仰角速度和迎角的变化，而速度的变化很小。

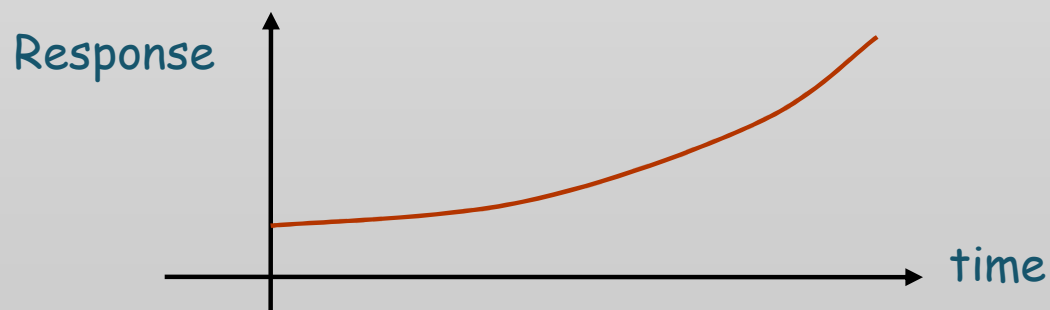


# Spiral mode螺旋模态

- 主要是航向变化的运动，是非周期（发散），缓慢，不稳定的。



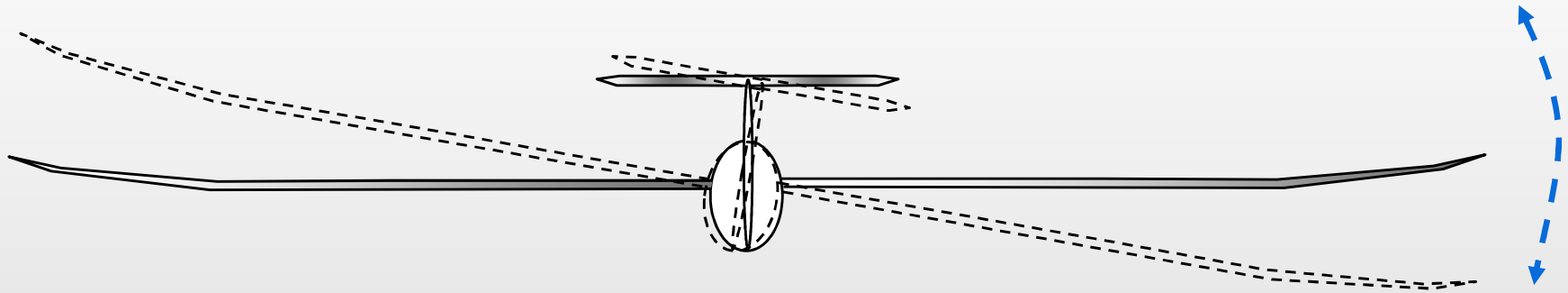
这种模态由滚转或偏航扰动产生。将会使垂尾产生正攻角，增大了偏航力矩



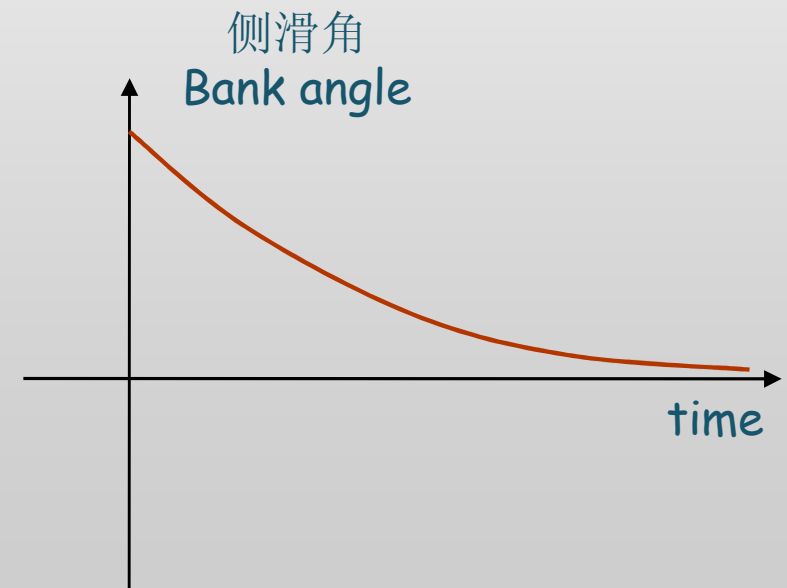
需要人为操纵制止这种趋势！

# 滚转阻尼模态Roll damping

- 主要为滚转运动，是稳定的（收敛）



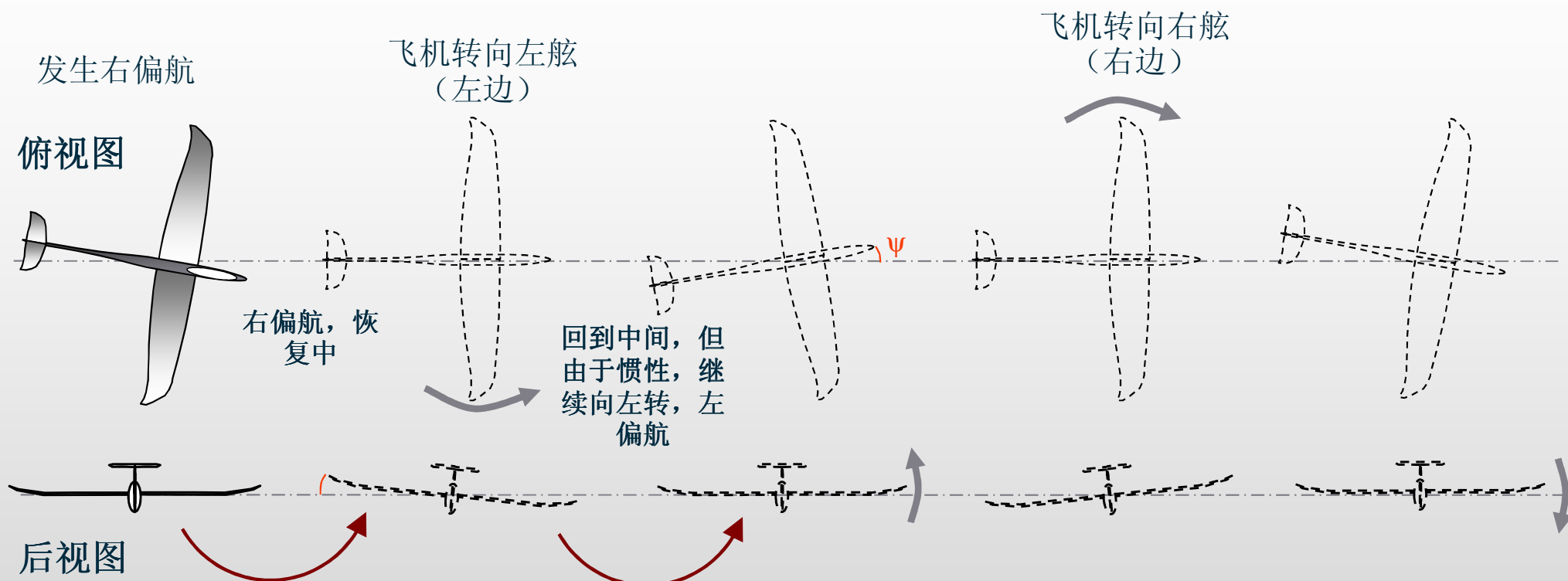
1. 绕x轴旋转，右边下降的机翼攻角增大，升力增加，左边的相反
2. 这产生了与旋转方向相反的恢复力矩，阻碍这种运动，使模态收敛。





# 荷兰滚Dutch roll

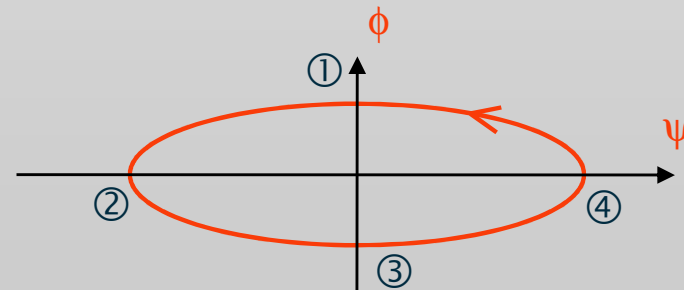
➤ 荷兰滚是一种偏航和横滚的复合运动。阻尼小。



飞机偏航时, 在前的机翼会比在后的机翼有更大的攻角, 从而产生更大的升力, 两个机翼升力差当然就会导致横滚

左偏航过程中, 飞机向左滚转, 偏航达到最大位置 (此时偏航角速度为0) 时, 滚转回到中间。

如此反复, 从后面看飞机就像钟摆一样, 从上面看就是蛇行路线。像荷兰溜冰者。



# 飞机的模态响应

- 在飞行中，扰动（操纵或阵风）会在不同程度上激发所有的模态：
  - 一般地，短周期和滚转阻尼模态，受到较大阻尼，很快会消失。
  - 长周期和荷兰滚较明显，可以用眼观察到。
  - 螺旋模态则是缓慢的，相比其他模态也不明显，一般情况下强度小，看不见，会被操纵者无意地纠正。

# 模态行为 **Modal behaviour**

## ➤ 有些模态是周期振荡的...

- 长周期Phugoid,
- 短周期Short period
- 荷兰滚Dutch roll

由这些定义

1. 模态向量
2. 频率
3. 阻尼因子

## ➤ ...一些则不是

- 滚转阻尼Roll damping
- 螺旋Spiral

由这些定义

1. 模态向量
2. 阻尼因子

# 模态向量The eigenvector

- 模态向量提供了关于模态振幅和周期的信息
- 在**XFLR5**，模态向量可以进行可视化（飞机的运动动画）。
- 可以假设纵向和横向的特性是独立的，并且分别由四个变量描述。

## 纵向longitudinal的四个变量

- 纵向特性用以下描述：
  - 速度 $\mathbf{V}_{inf} = (U_0, 0, 0)$ 在**X**、**Z**轴方向的变动量，即从初速度为完全水平开始， $(U_0, 0, 0)$ 表示速度向量， $U_0$  即为**X**轴的速度大小。
    - **X**轴方向的速度增量 $u = dx/dt - U_0$
    - **z**轴方向的速度 $w = dz/dt$
  - 俯仰角速度 $q = d\theta/dt$
  - 俯仰角 $\theta$



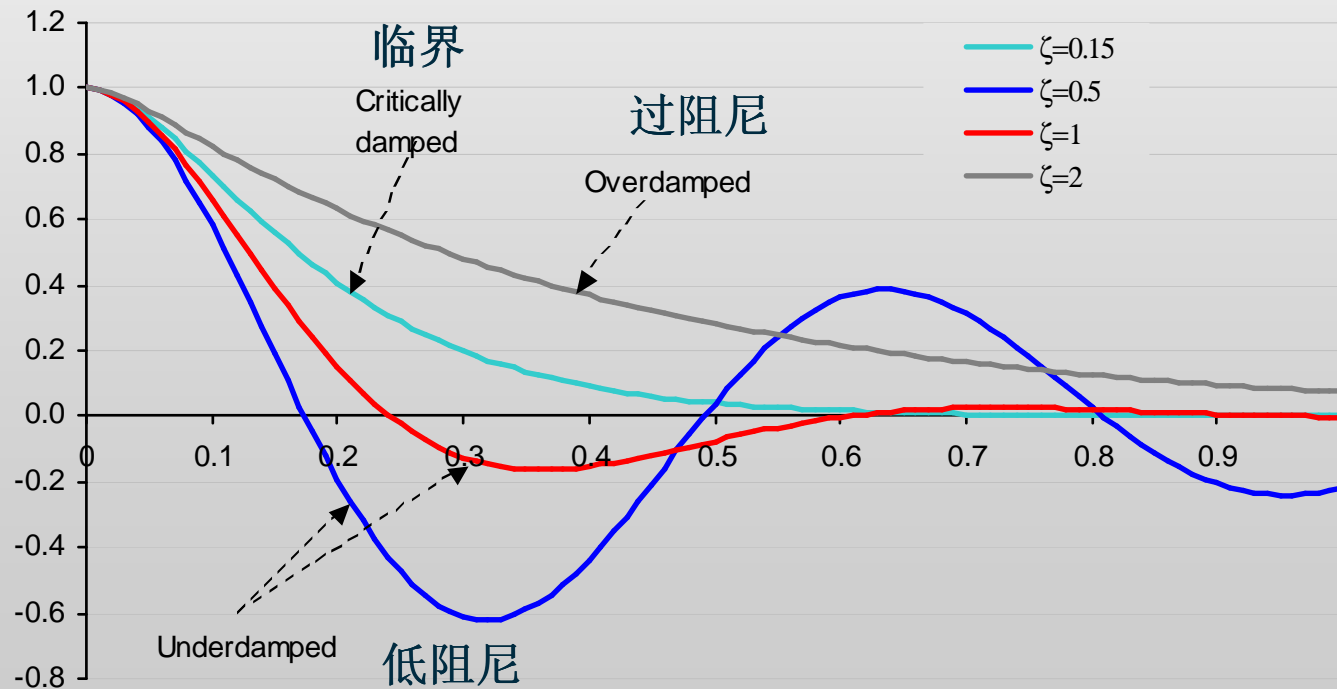
# 横向lateral的四个变量

➤ 纵向特性用以下描述：

- 相对于  $\mathbf{V}_{inf} = (U_0, 0, 0)$  的  $Y$  轴方向的速度增量  $\mathbf{v} = d\mathbf{y}/dt$
- 滚转角速度  $\mathbf{p} = d\phi/dt$
- 偏航角速度  $\mathbf{r} = d\psi/dt$
- 航向角  $\psi$

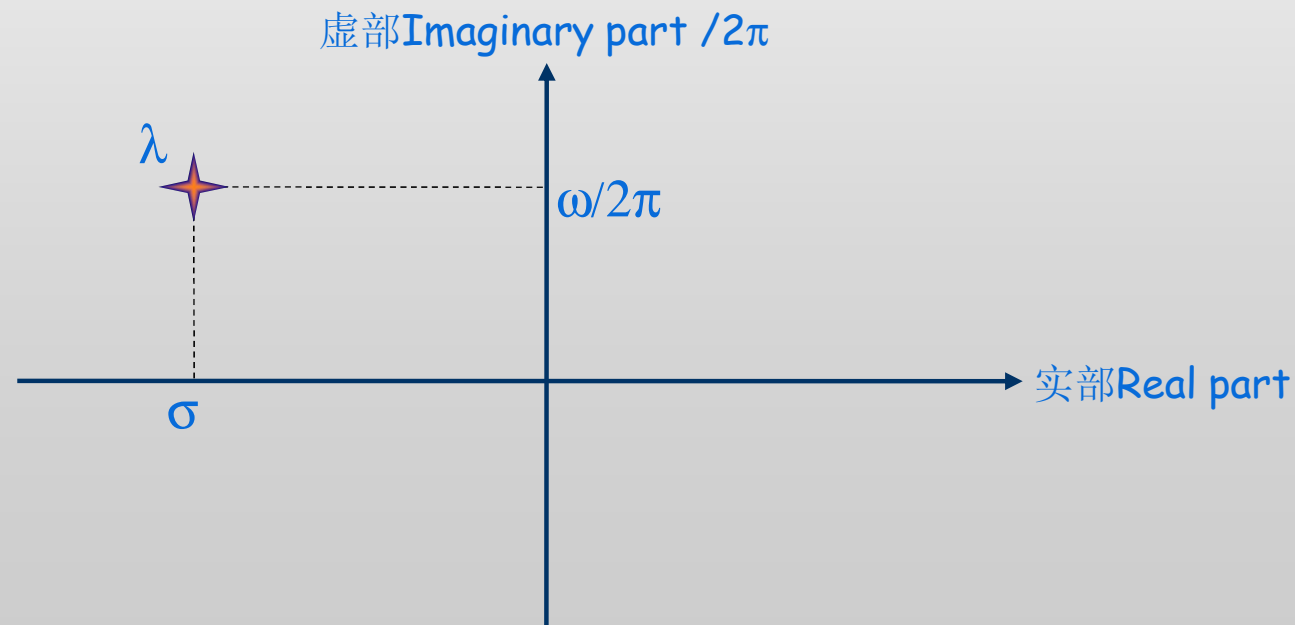
# 频率和阻尼因子 Frequencies and damping factor

- 阻尼因子 $\zeta$ 是一个非线性的系数
- $\zeta=1$ 为阻尼因子的临界值，表示单调（即非周期），缓慢地回复到稳定状态。
- 低阻尼（ $\zeta < 1$ ）或过阻尼（ $\zeta > 1$ ）比起临界阻尼更难回复到稳定状态。
- 固有频率“natural frequency”是指特定模态下响应的频率。
- 无阻尼固有频率“undamped natural frequency”是一种理想状态。
- 阻尼很低时，例如 $\zeta \ll 1$ ，固有频率接近于无阻尼固有频率

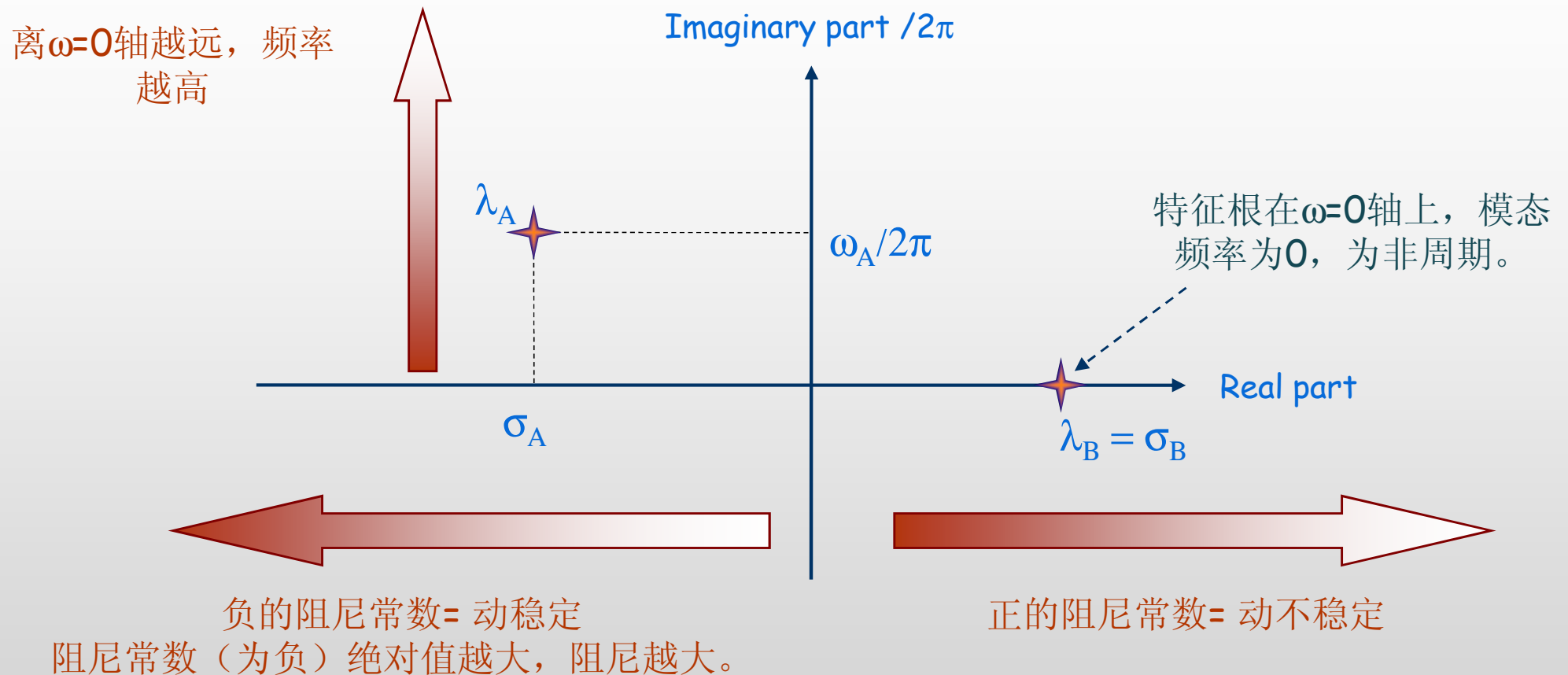


# 根值分布图The root locus graph

- 该图表用可视化的形式显示了模态特征根  $\lambda = \sigma_1 + i\omega_N$
- $u, w$ , 或  $q$  的时间响应函数为  $f(t) = k.e^{\lambda t} = k e^{(\sigma_1 + i\omega_N)t}$
- $\omega_N$  为固有角频率， $\omega_N/2\pi$  为模态的固有频率
- $\omega_1 = \sqrt{\sigma_1^2 + \omega_N^2}$  是指无阻尼固有频率
- $\sigma_1$  为阻尼常数，和阻尼因子（即阻尼比damping ratio）的关系是  $\sigma_1 = -\omega_1 \zeta$
- 模态特征根可在图上看出来，实部和虚部为坐标  $(\sigma_1, \omega_N/2\pi)$



# 特征根的解释

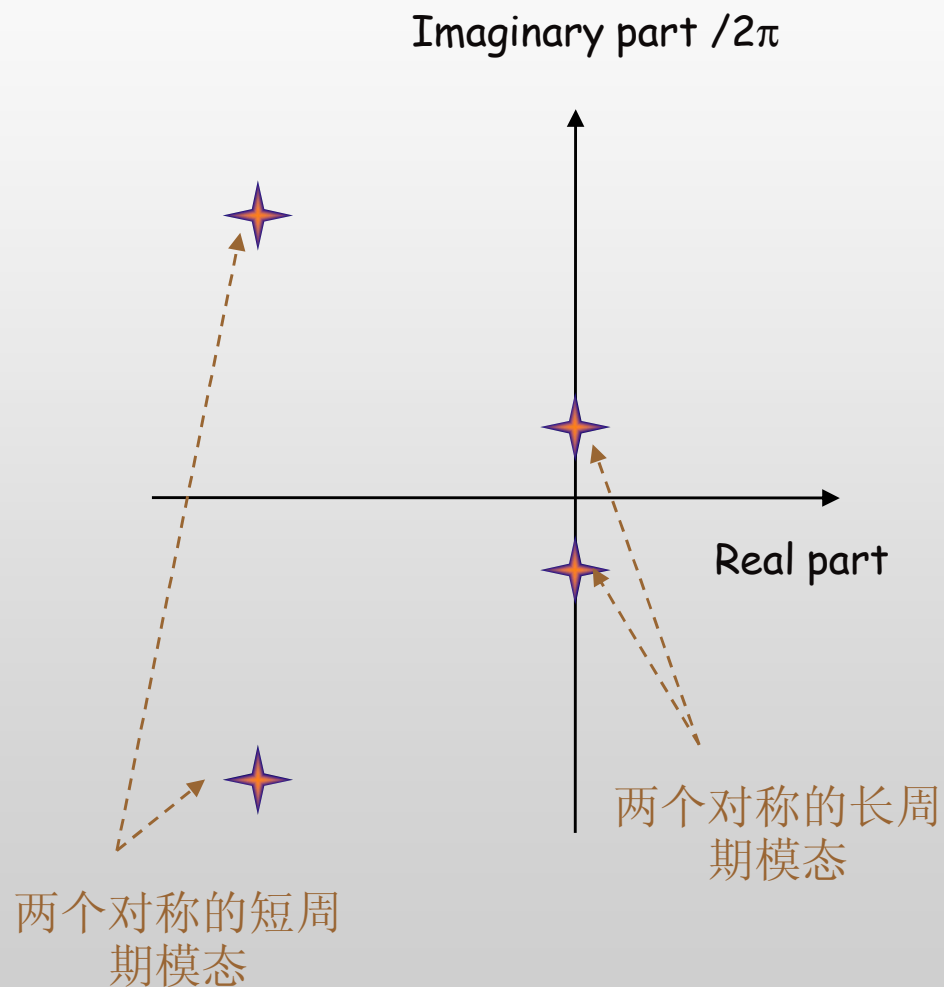


- $\lambda_A$  对应阻尼周期模态
- $\lambda_B$  对应非阻尼非周期模态

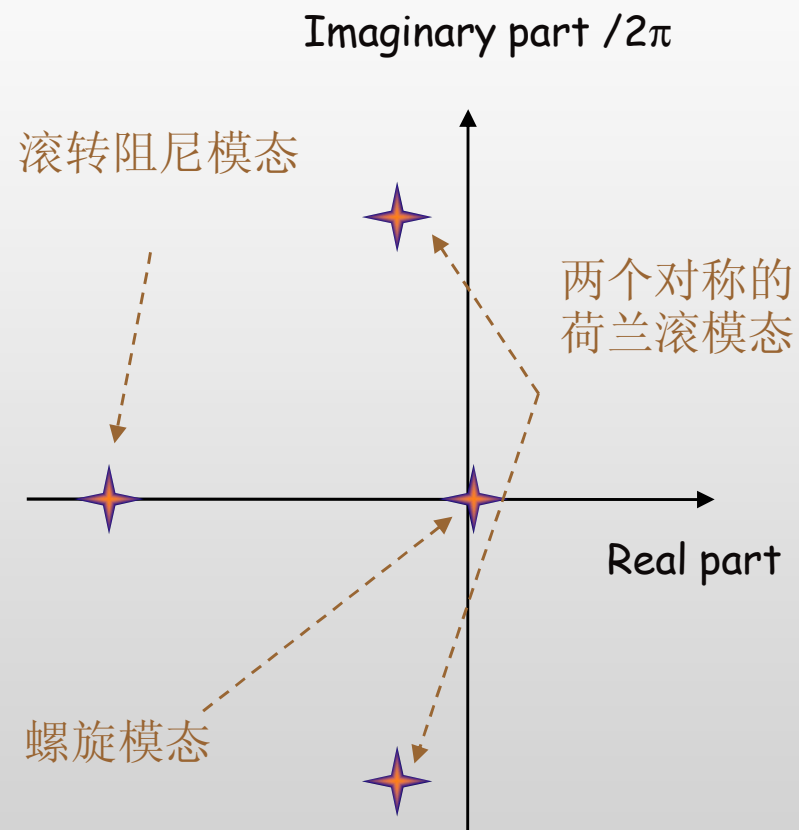


# 典型的根值分布图

## Longitudinal 纵向

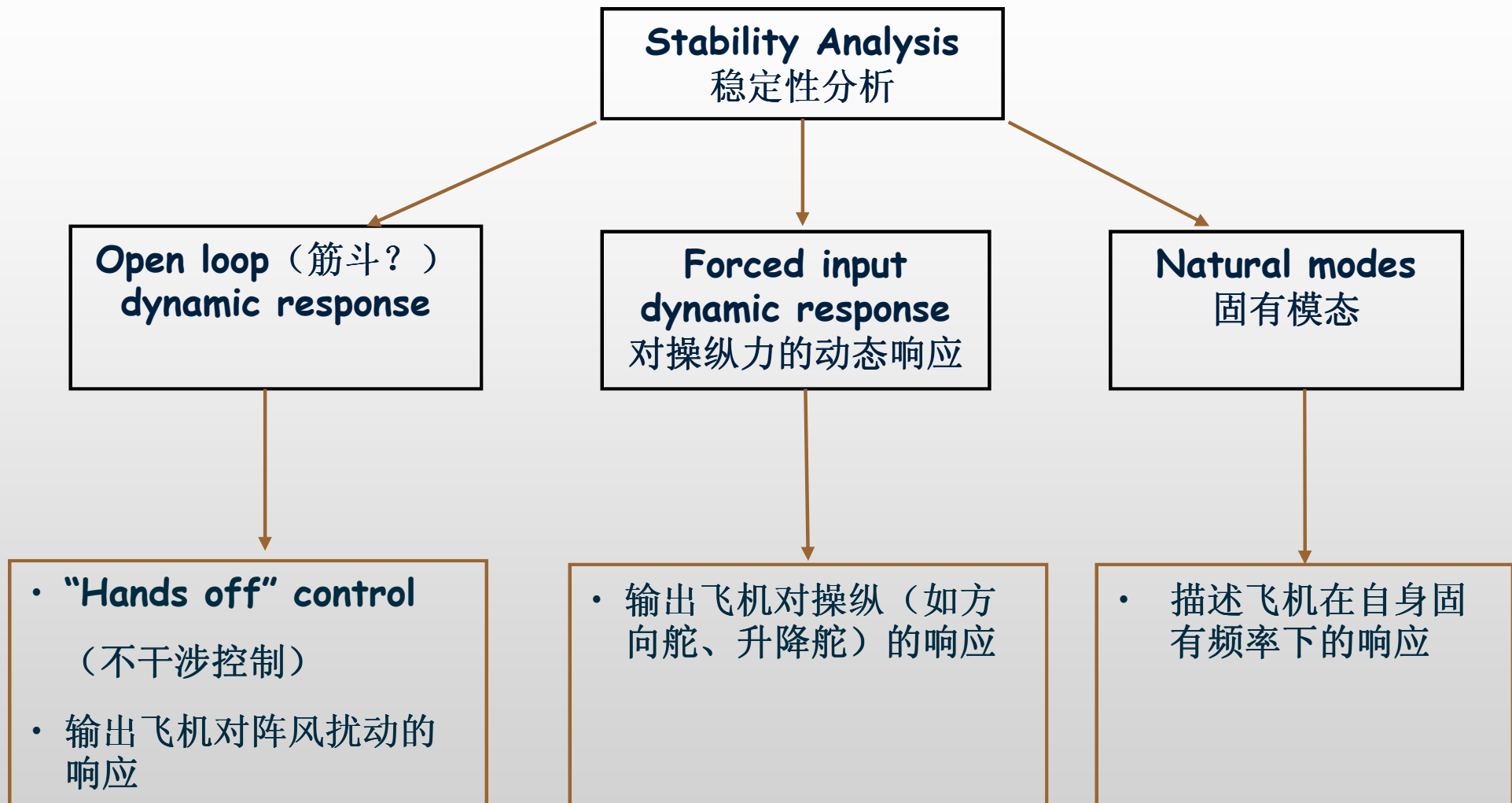


## Lateral 横向



# XFLR5稳定性分析

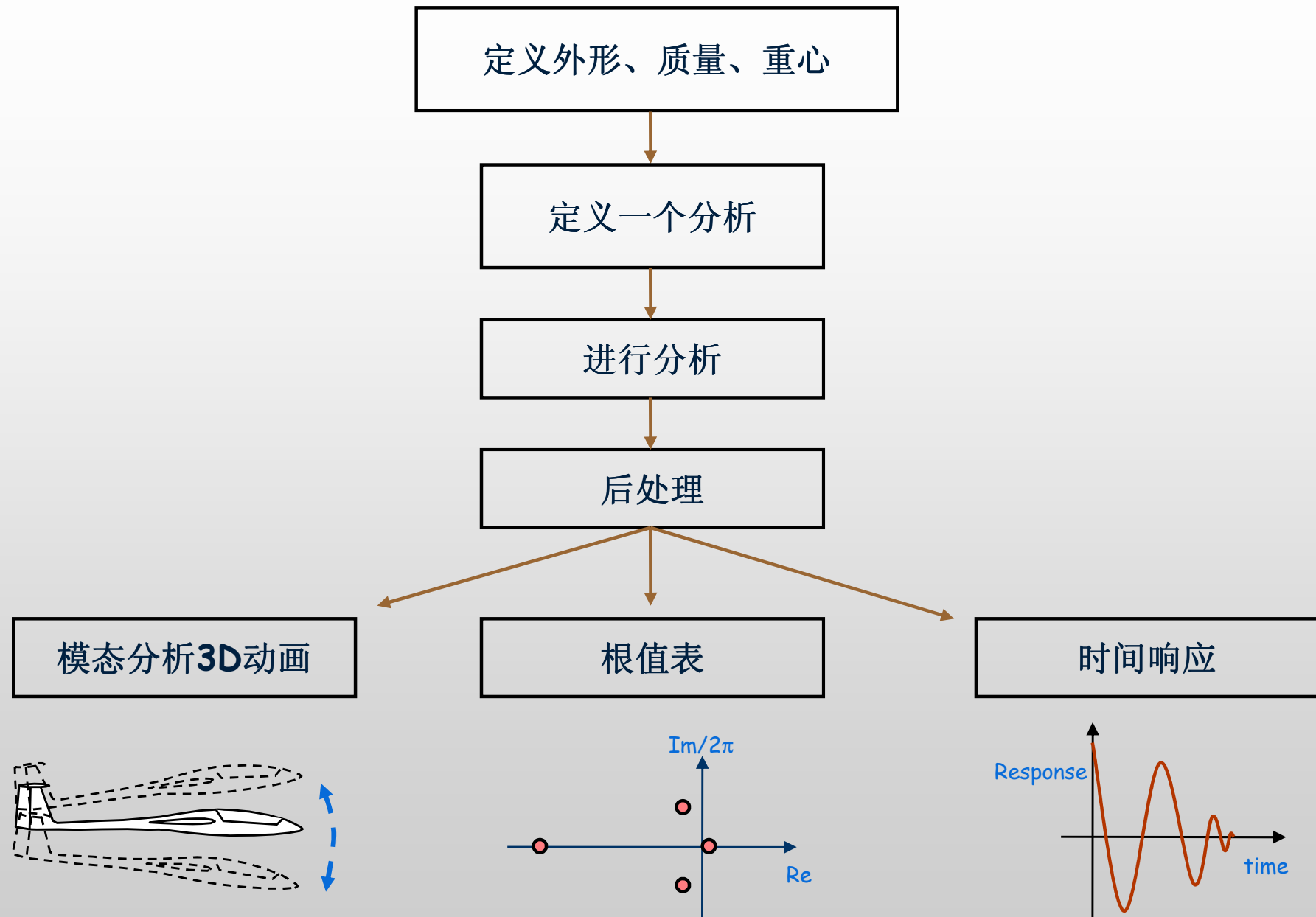
# 一个分析，三种结果输出形式



# 分析的准备

- 稳定性和操纵性分析需要转动惯量已经被定义
- 转动惯量的估算需要一个完全的三维**CAD**软件
- **XFLR5**也可以对转动惯量作粗略估算：
  - 机翼和机身的质量
  - 部件的质量，例如舵机、接收机、电池等
- 一旦这些数据被输入，有必要检查总质量和重心位置的正确性。

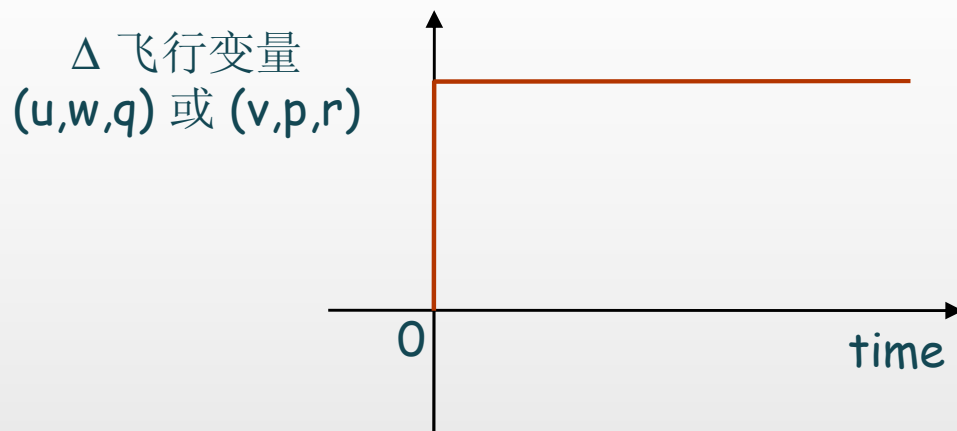
# 分析的步骤



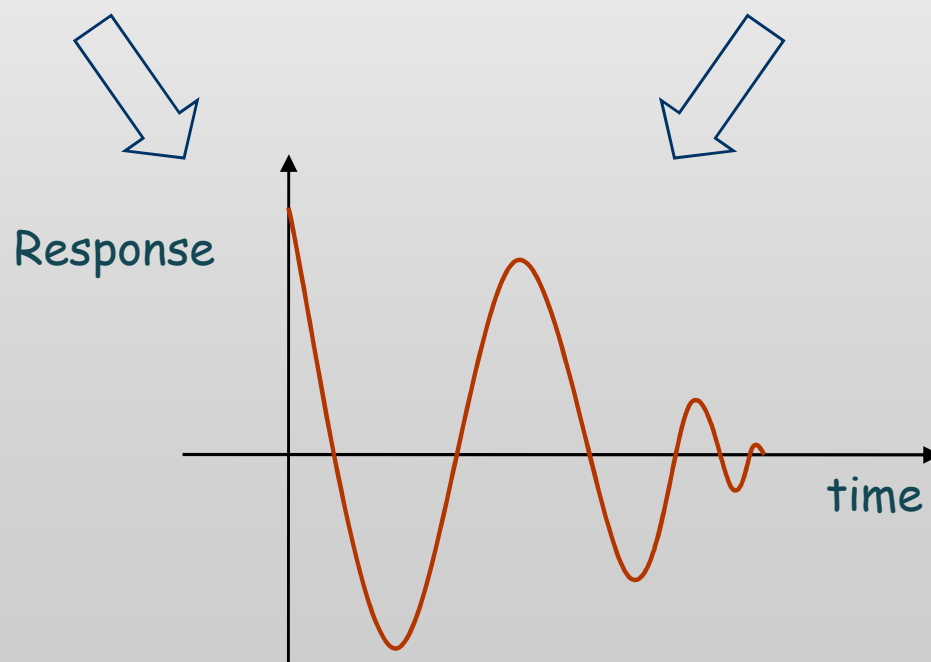
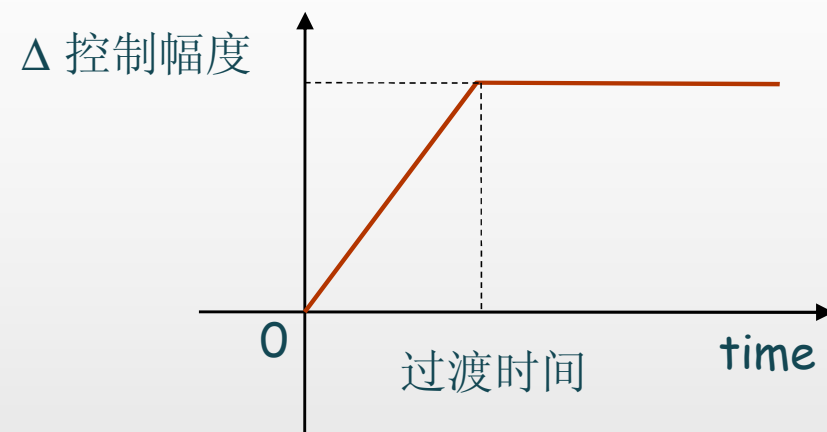
# 时间响应视图 The time response view :

## 两种输入方法

① 扰动



② 控制作动



## 3D模态动画

- 确认和理解模态的一种更好方式?
- 注意:
  - 动画中的振幅没有物理意义
  - 飞行中不可能只出现一种模态，这里的响应是各种模态的合成。

# Example of Longitudinal Dynamics analysis

## 纵向稳定性分析的例子



# 短周期模态的第一种近似计算

$$F_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{J}}$$

**J**为俯仰转动惯量 **$J=I_{xx}$**

1. 系数**K**可以用**XFLR5**估算:

$$K = \frac{1}{2} \rho V^2 S_{wing} M.A.C. \frac{\partial C_m}{\partial \alpha}$$

**$C_m=f(\alpha)$** 曲线的斜率（负值）

2. 这里假设俯仰运动与垂直方向的速度无关，不是很精确。

# 短周期模态的第二种近似计算

➤ 考虑垂直方向速度的影响时，计算比较复杂。

$$t^* = \frac{MAC}{2u_0}$$

$$\hat{I}_y = \frac{8I_y}{\rho.S.MAC^3}$$

$$\mu = \frac{2m}{\rho.S.MAC}$$

$u_0$  = 水平方向的速度

$$C_{m_\alpha} = \frac{\partial C_m}{\partial \alpha}$$

$$C_{z_\alpha} = \frac{\partial C_z}{\partial \alpha}$$

$C_{m_\alpha}$  和  $C_{z_\alpha}$  是  $C_m = f(\alpha)$  和  $C_z = f(\alpha)$  的斜率.  
斜率可以由XFLR5的图线得出。

$$B = \frac{C_{z_\alpha}}{2t^* \mu}$$

$$C = -\frac{C_{m_\alpha}}{t^{*2} \hat{I}_y}$$

$$F_2 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{-B^2 + 4C}$$

## 长周期的兰彻斯特近似

- 长周期的频率公式由动能和势能之间的转换平衡推导出来，而且有着简单的形式。

$$F_{ph} = \frac{1}{\pi\sqrt{2}} \frac{g}{u_0}$$

$g$  重力加速度= 9.81 m/s

$u_0$  飞机的速度

# 数据分析例子 - 来自一架模型滑翔机

## ➤ 飞机和飞行数据

MAC =	0.1520	m
Mass =	0.5250	kg
lyy =	0.0346	kg.m <sup>2</sup>
S =	0.2070	m <sup>2</sup>
ρ =	1.225	kg/m <sup>3</sup>

u0 =	16.20	m/s
α =	1.05	°
q =	160.74	Pa

Cx =	0.0114	
Cz =	0.1540	
dCm/dα =	-1.9099	
dCz/dα =	-5.3925	

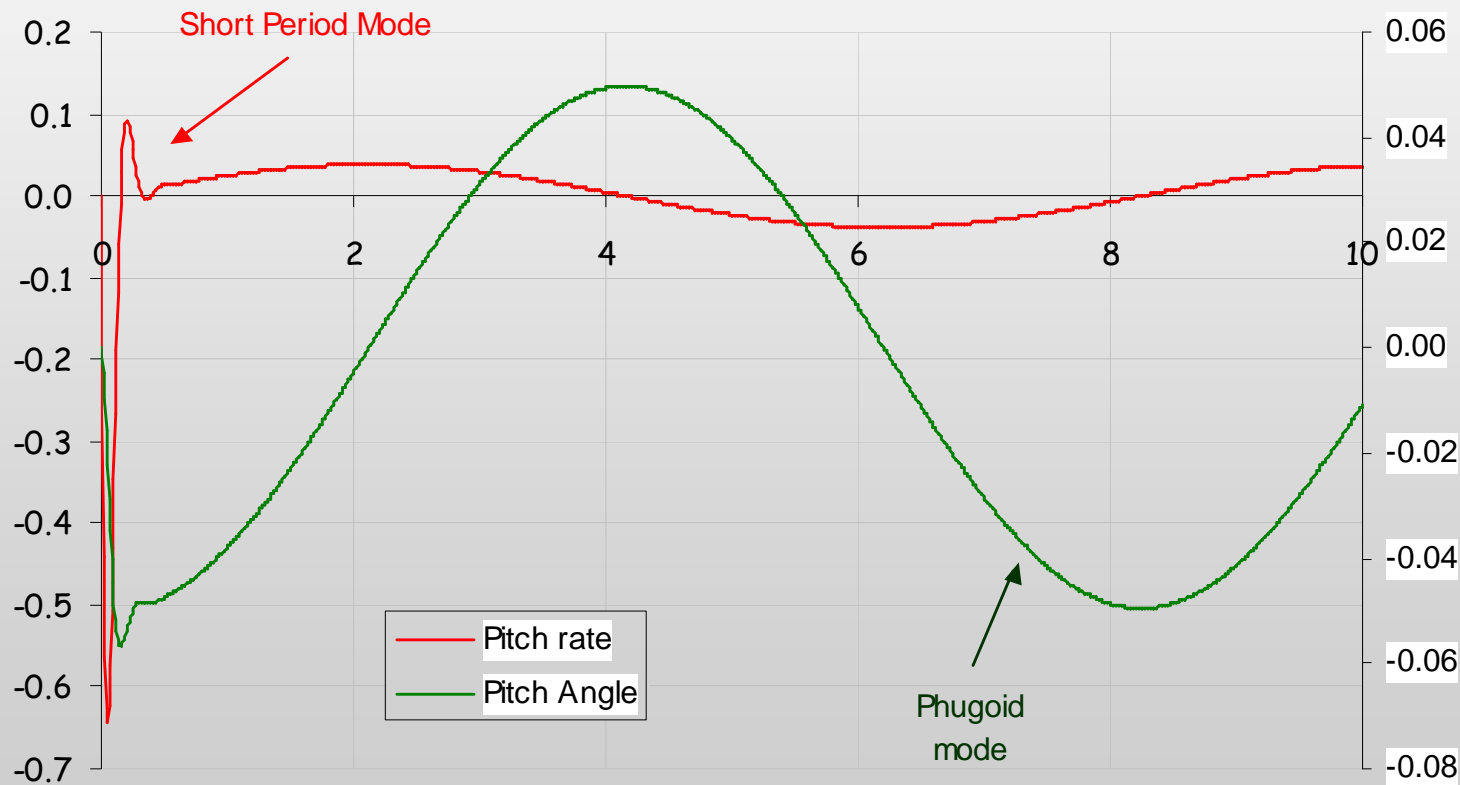
## ➤ 结果

	Short Period			Phugoid	
	F1	F2	XFLR5 v6	Fph	XFLR5 v6
Frequency (Hz) =	4.45	4.12	3.86	0.136	0.122
Period (s) =	0.225	0.243	0.259	7.3	8.2

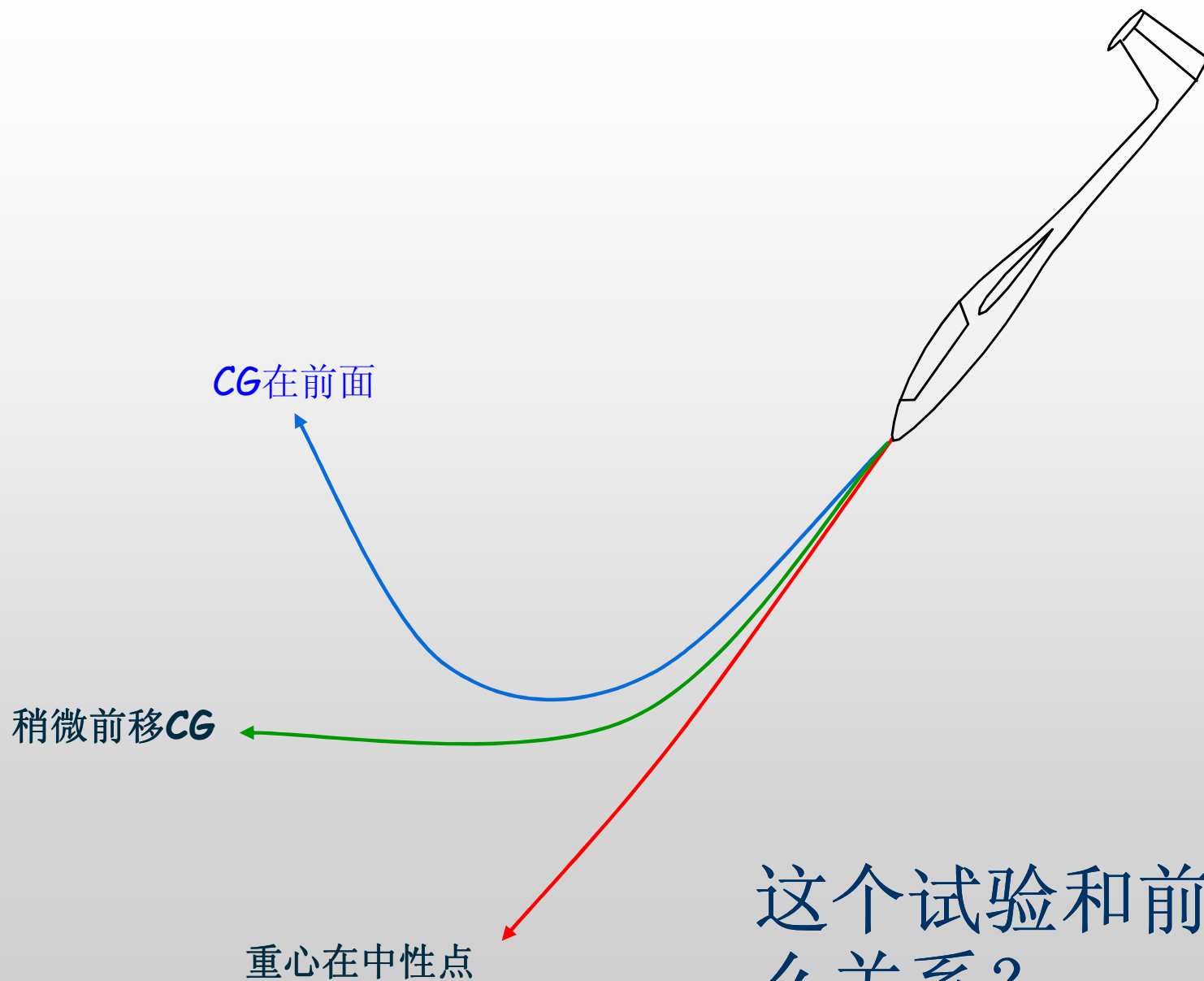
图线分析➔

# 时间响应Time response

- There is factor 40x between the numerical frequencies of both modes, which means the plane should be more than stable
- 时间响应分析证明两种模态之间互不影响。



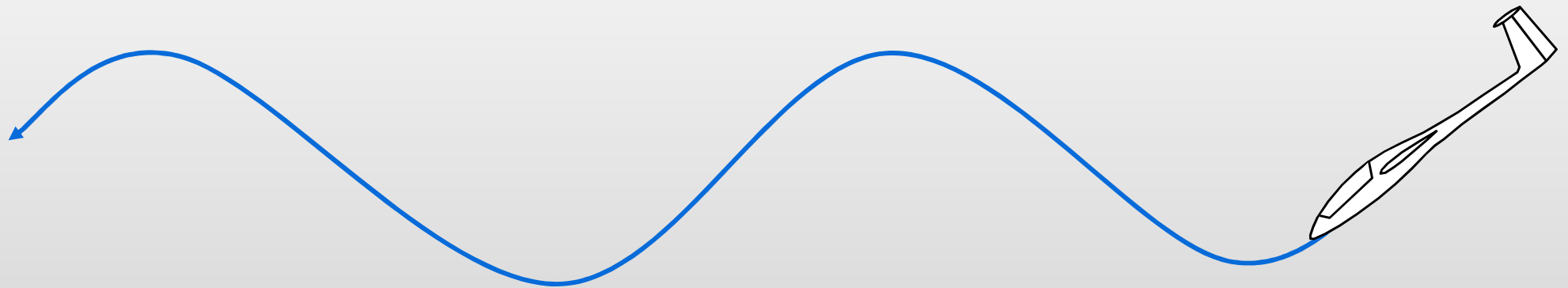
# 俯冲试验



这个试验和前面说的有什么关系?

# 前移CG

- 如果将CG前移，飞机将进入长周期模态。





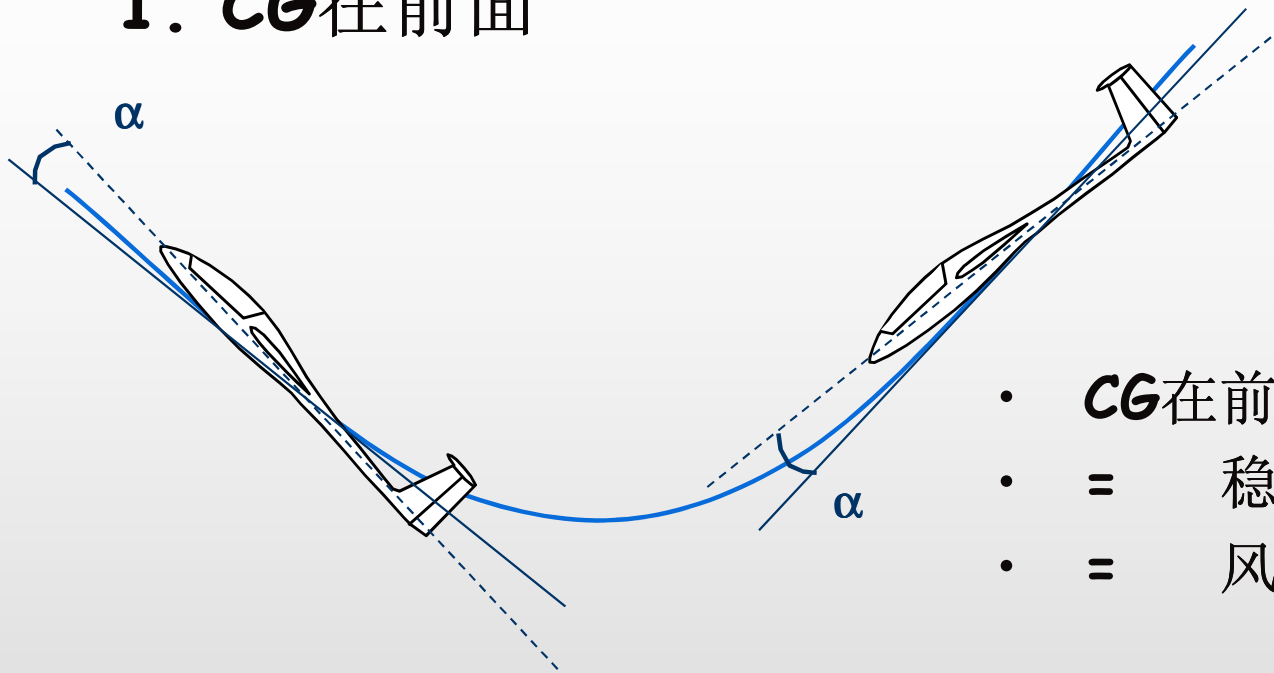
## 长周期进一步深入：

- 当飞机作长周期运动时，来流方向不断变化。
- 对飞机来说，是一种扰动。
- 若满足以下情况，飞机会作出反应并沿轨迹方向改变位置
  - $C_m = f(\alpha)$  曲线的斜率足够大
  - 俯仰转动惯量不是很大



总结：

## 1. **CG**在前面



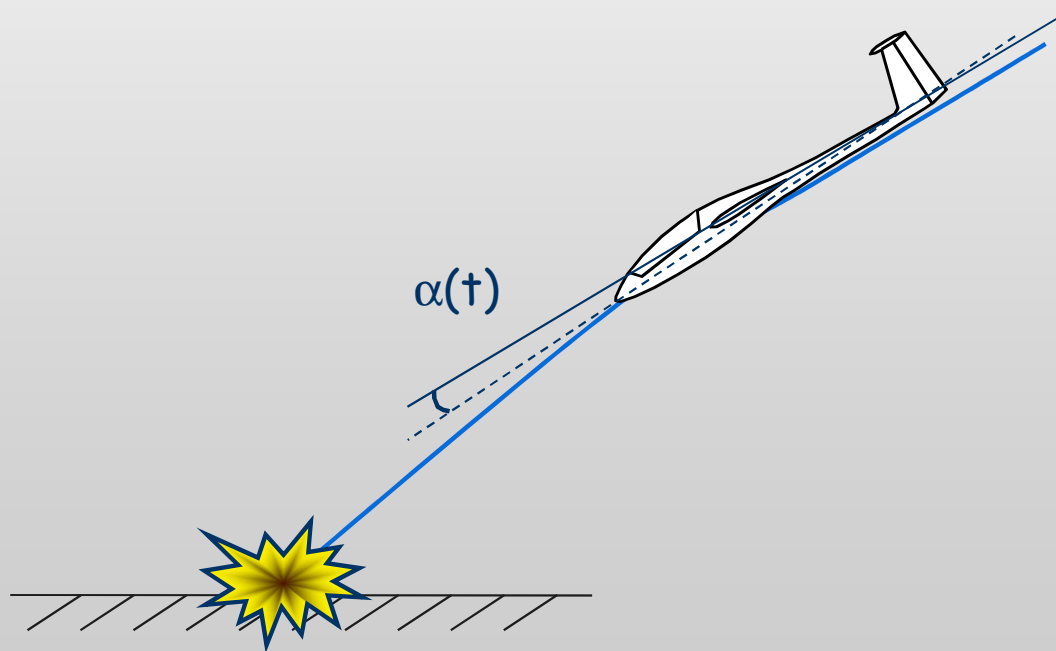
- **CG**在前面
- = 稳定
- = 风向标指向风向

- 长、短周期两种模态是非耦合的
- 来流的方向随长周期模态运动不断改变...
- ... 但飞机相对于来流的攻角 $\alpha$ 不变。
- 飞机进入长周期模态

## 2. **CG**在后面

• 记住 **CG**在后面 = 不稳定

- 两种模态发生耦合
- 攻角随时间变化的周期振荡放大了长周期模态
- 在长周期模态中，升力系数不为常数
- 飞机不会自动拉平上仰（ **former loop** : 向前翻筋斗）
- 长周期模态消失
- 俯冲试验中飞机飞行的结果是不可想象的。



完毕  
祝你能有优良的设计和飞行！ ☺

Needless to say, this presentation owes a lot to Matthieu Scherrer ; thanks Matt !