

**UNIVERZITET U BEOGRADU
ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET**

Katedra za signale i sisteme

Predmet: Prepoznavanje oblika



Izveštaj: domaći zadaci

Predmetni profesor:
dr Željko Đurović

Predmetni asistent:
mr Aleksandra Marjanović

Student:
Predrag Kuzmanović, 49/2012

Beograd, februar 2016.

SADRŽAJ

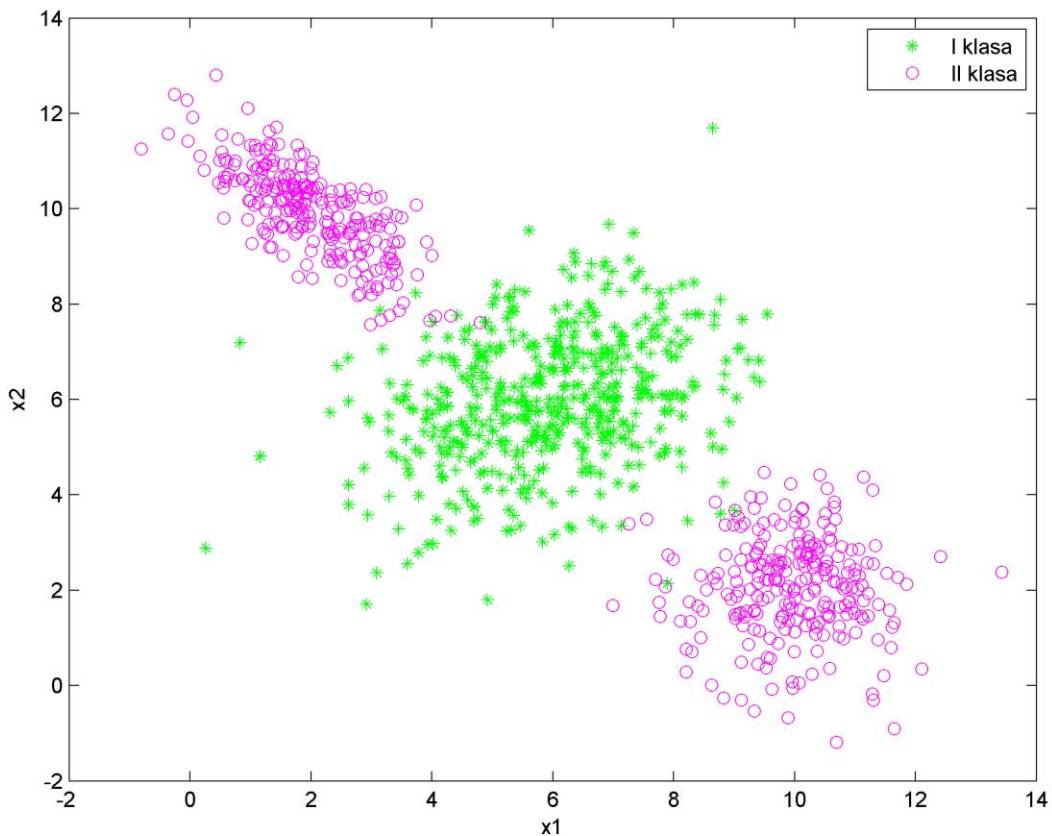
	Strana
1. PRVI DOMAĆI ZADATAK.....	3
1.1. Generisanje odbiraka i d^2 krive	3
1.2. Bajesov klasifikator minimalne verovatnoće greške.....	5
1.3. Nojman-Pirsonov test.....	6
1.4. Valdov sekvencijalni test	7
2. DRUGI DOMAĆI ZADATAK.....	9
2.1. Linearni klasifikator	10
2.2. Kvadratni klasifikator.....	11
2.3. Batačarijina distanca	11
3. TREĆI DOMAĆI ZADATAK	12
4. ČETVRTI DOMAĆI ZADATAK.....	19
4.1. Redukcija dimenzija podataka	19
4.1.1. KL ekspanzija	21
4.1.2. Redukcija na bazi matrica rasejanja.....	22
4.2. Klasterizacija podataka	24
4.2.1. „C-mean” metoda	25
4.2.2. Metoda maksimalne verodostojnosti	26

1. Prvi domaći zadatak

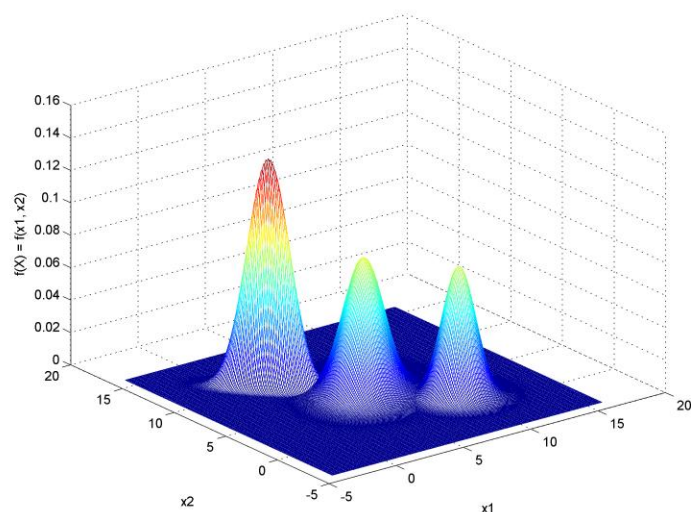
Prvi domaći zadatak se sastoji od implementacije nekih osnovnih testova hipoteza, u okviru programskog jezika MATLAB. Dobijeni rezultati prikazani su u nastavku.

1.1. Generisanje odbiraka i d^2 krive

Generisane su 2 klase dvodimenzionalnih odbiraka, od kojih je jedna bimodalna Gausova (Gauss) raspodela (tzv. „Gausova mešavina”). Odbirci su generisani pomoću transformacije bojenja, vodeći računa da klase ne budu linearno separabilne. Na slici 1.1.1. prikazani su ovi odbirci, a na slici 1.1.2. odgovarajuća združena funkcija gustine verovatnoće po kojoj su generisani.

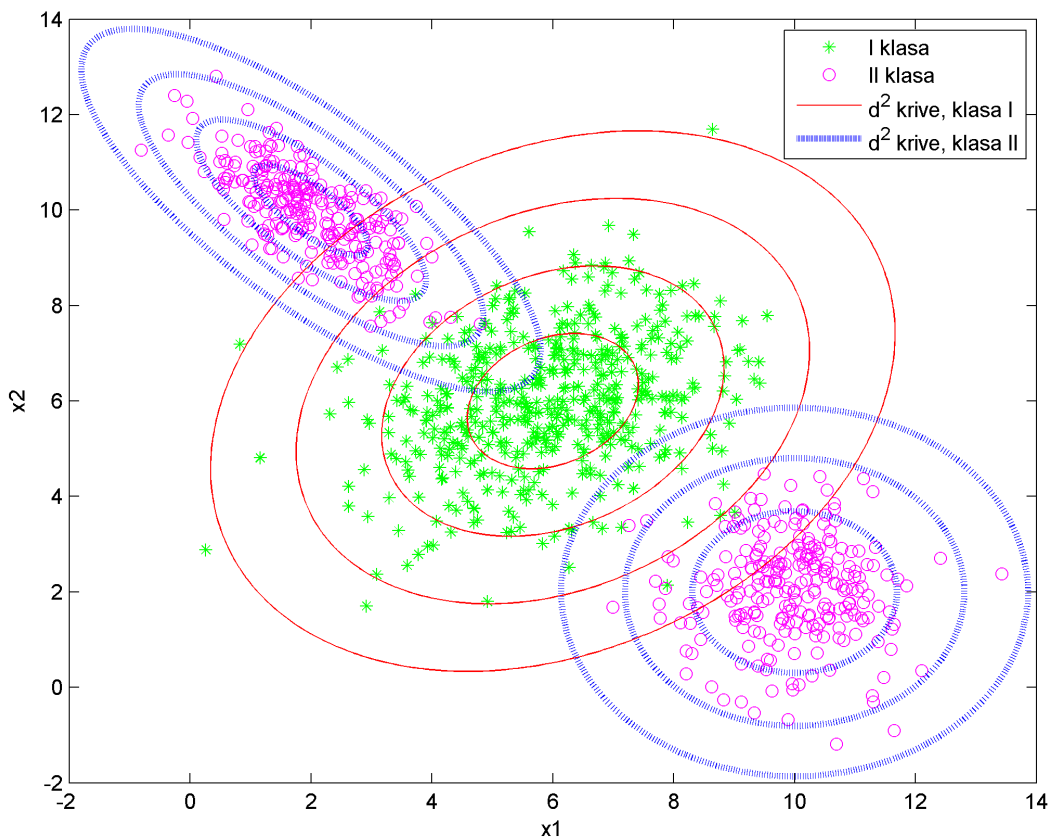


Slika 1.1.1. Dvodimenzionalni odbirci za testove hipoteza



Slika 1.1.2. Združena funkcija gustine verovatnoće generisanih odbiraka

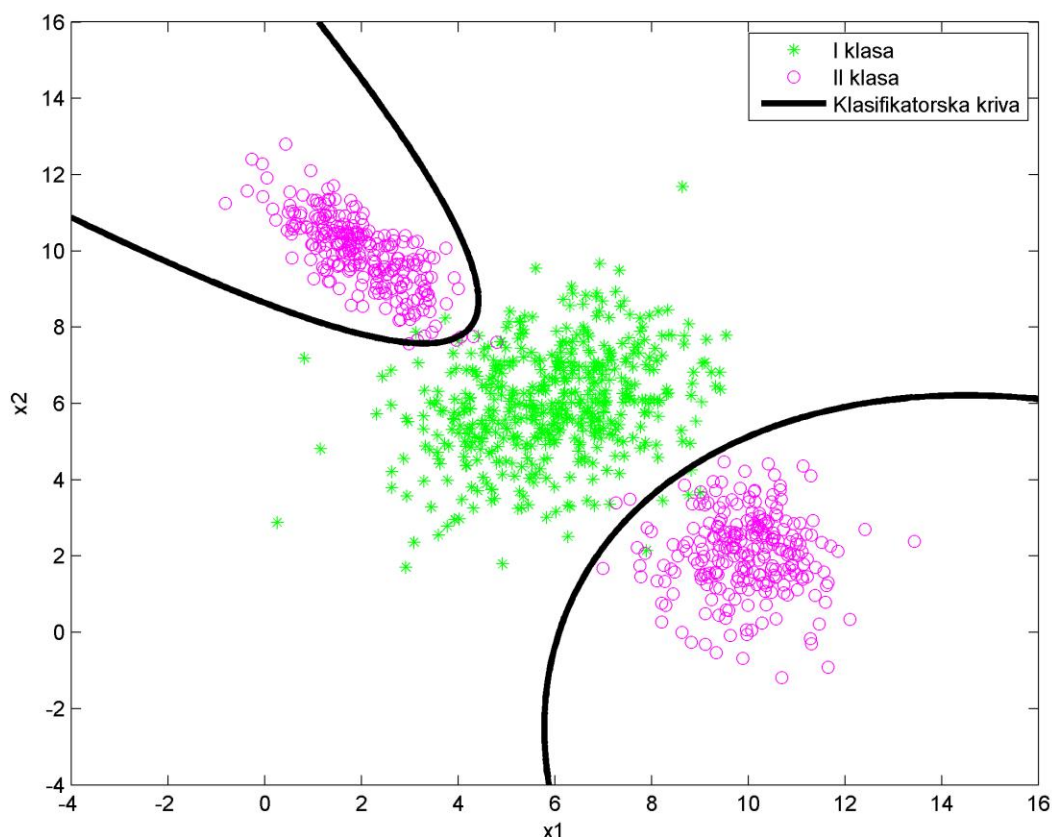
Na slici 1.1.3. prikazano je nekoliko različitih d^2 krivih za ove klase, koje predstavljaju geometrijsko mesto jednakoverovatnih odbiraka iz pojedinih klasa (imaju jednako statističko odstojanje od odgovarajućih srednjih vrednosti klasa).



Slika 1.1.3. d^2 krive pojedinih klasa

1.2. Bajesov klasifikator minimalne verovatnoće greške

Za prethodno generisane odbirke napravljen je Bajesov (Bayes) test minimalne verovatnoće greške. Ovakav test rezultira klasifikatorskom krivom II reda, u ovom slučaju hiperbolom. Na slici 1.2.1. prikazana je dobijena kriva koja klasifikuje odbirke u jednu od 2 klase.



Slika 1.2.1. Klasifikacija pomoću Bajesovog testa

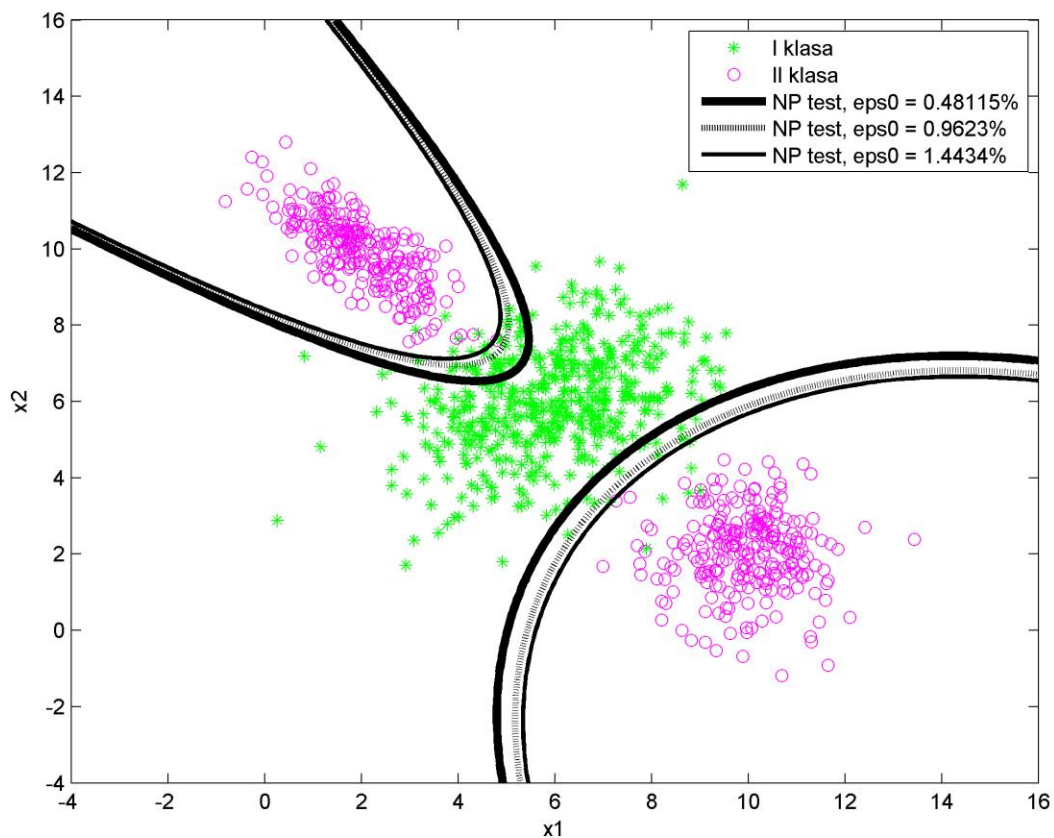
Kako su odbirci generisani iz različitih klasa generisani tako da se u određenoj meri „preklapaju”, klasifikacija nije idealna. Dakle, postoje određene greške I i II tipa (pogrešno klasifikovani odbirci iz klase I, odnosno klase II), i vrednosti ovih grešaka su procenjene na 2 načina. Prvi način je prebrojavanje pogrešno klasifikovanih odbiraka i računanje njihovog udela među svim odbircima iz odgovarajuće klase. Drugi način za procenu grešaka je pomoću integraljenja funkcija gustine verovatnoće po odgovarajućim oblastima koje ograničava klasifikatorska kriva. Rezultati su prikazani u tabeli 1.2.1.

Tabela 1.2.1. Procene grešaka I i II tipa

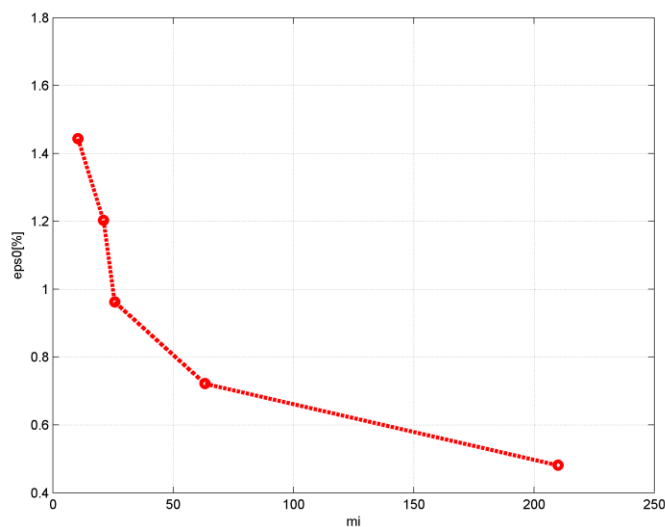
	I način	II način
ε_1	1.6%	0.97278%
ε_2	4.2%	0.95181%

1.3. Nojman-Pirsonov test

Za prethodno generisane odbirke napravljen je i Nojman-Pirsonov (Neyman-Pearson) test, koji za fiksiranu grešku II tipa (konstantan „lažni alarm”) minimizira grešku I tipa. Na slici 1.3.1. prikazane su rezultujuće klasifikatorske krive za nekoliko različitih vrednosti $\varepsilon_2 = \varepsilon_0$. Vrednosti ove greške su birane tako da budu bliske ukupnoj grešci kod Bajesovog testa, kako bi se dobila ukupna greška što bliža optimumu. I u ovom slučaju klasifikatorske krive su hiperbole. Sa ove slike se jasno vidi da sa smanjenjem greške II tipa raste greška I tipa, i obrnuto. Na slici 1.3.2. prikazana je veza greške II tipa i praga kod Nojman-Pirsonovog testa.



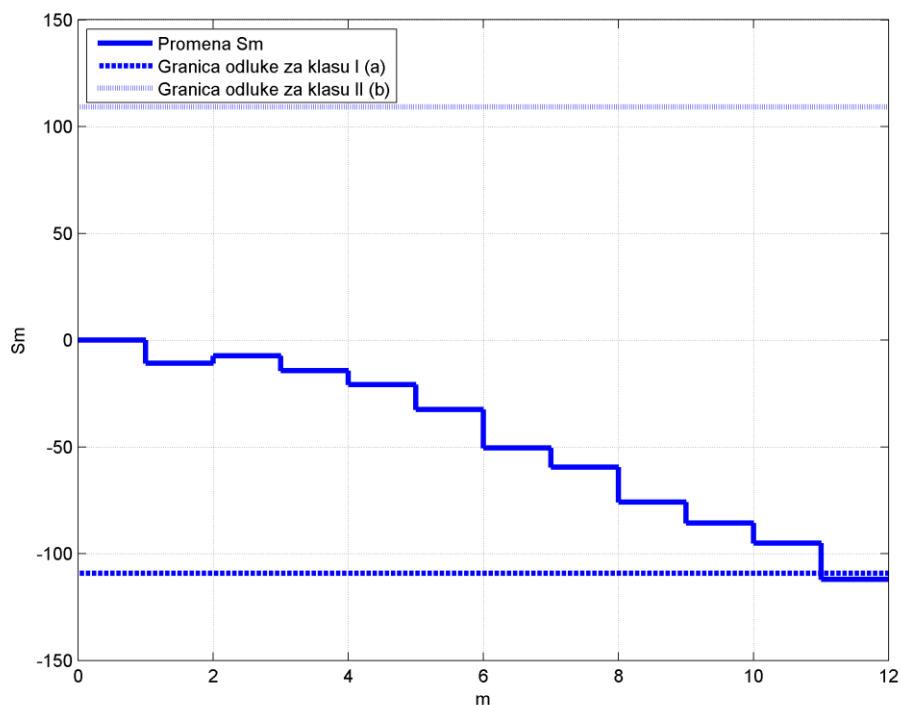
Slika 1.3.1. Klasifikacija pomoću Nojman-Pirsonovog testa



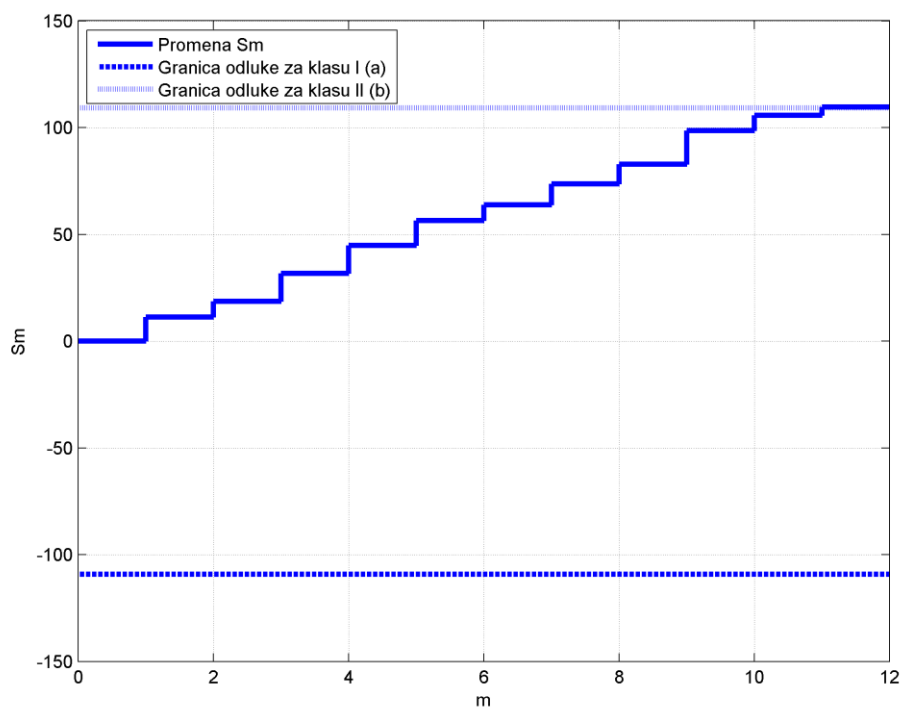
Slika 1.3.2. Veza greške II tipa i praga kod Nojman-Pirsonovog testa

1.4. Valdov sekvencijalni test

Za prethodno generisane odbirke napravljen je i Valdov (Wald) sekvencijalni test. Na slikama 1.4.1. i 1.4.2. prikazane su promene kumulativne sume diskriminacionih funkcija u slučaju testiranja na odbircima 1. i 2. klase, redom. Granice za donošenje odluke o tome kojoj klasi odbirci pripadaju su nekoliko puta povećane po apsolutnoj vrednosti.

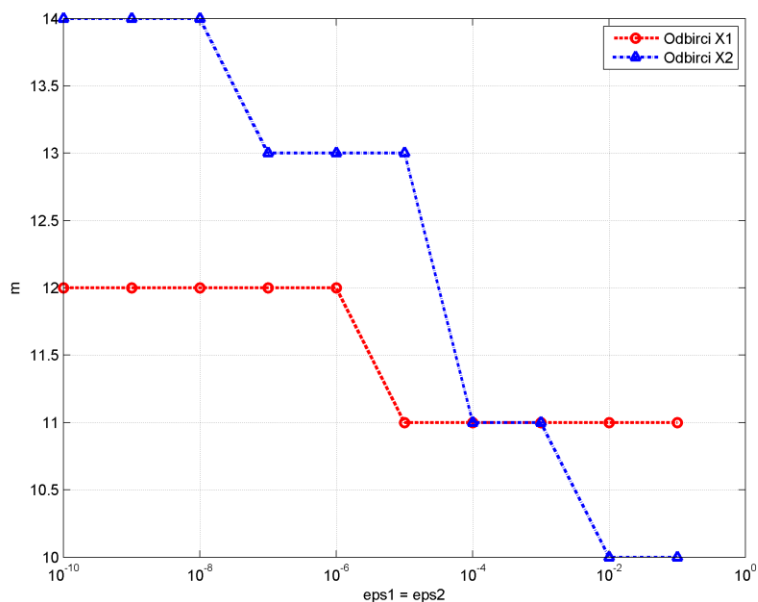


Slika 1.4.1. Proces donošenja odluke za odbirke iz 1. klase, $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 10^{-4}$



Slika 1.4.2. Proces donošenja odluke za odbirke iz 2. klase, $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 10^{-4}$

Na slici 1.4.3. prikazana je zavisnost potrebnog broja odbiraka za donošenje odluke od specificirane verovatnoće greške. Sa ove slike se vidi da ukoliko je potrebno doneti odluku sa manjom verovatnoćom greške, tada je potrebno i uzeti veći broj odbiraka, odnosno „sačekati” sa odlukom.

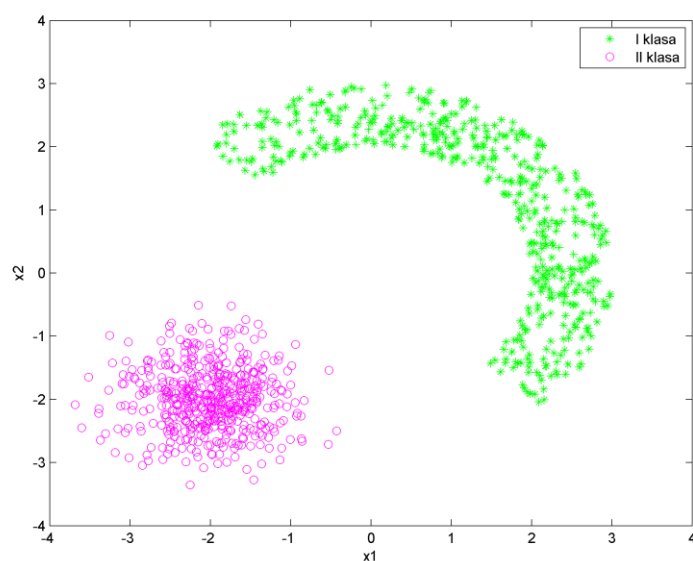


Slika 1.4.3. Zavisnost potrebnog broja odbiraka za donošenje odluke od verovatnoće greške

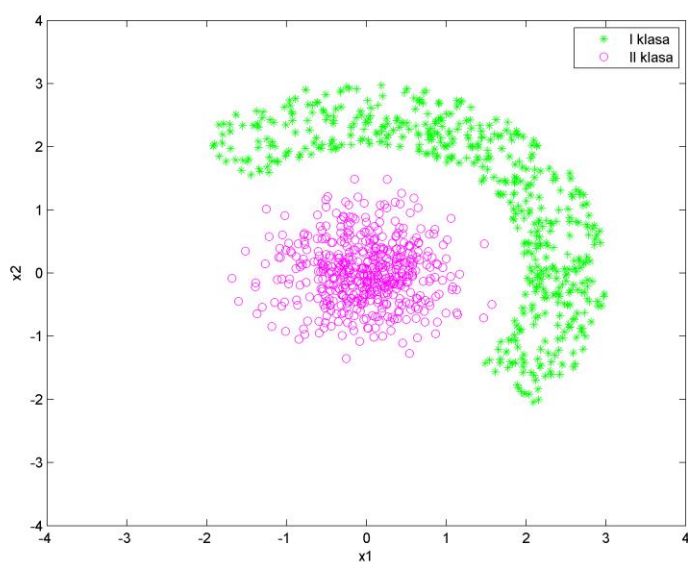
2. Drugi domaći zadatak

Drugi domaći zadatak se sastoji od implementacije nekih parametarskih metoda klasifikacije, u okviru programskog jezika MATLAB. Dobijeni rezultati prikazani su u nastavku.

Najpre su generisane 2 klase dvodimenzionalnih odbiraka koje podsećaju na „kiflu i zemičku”, tako da se promenom pozicije „zemičke” može obezbediti linearna ili nelinearna separabilnost klasa. Na slici 2.1. prikazane su linearno separabilne, a na slici 2.2. nelinearno separabilne klase.



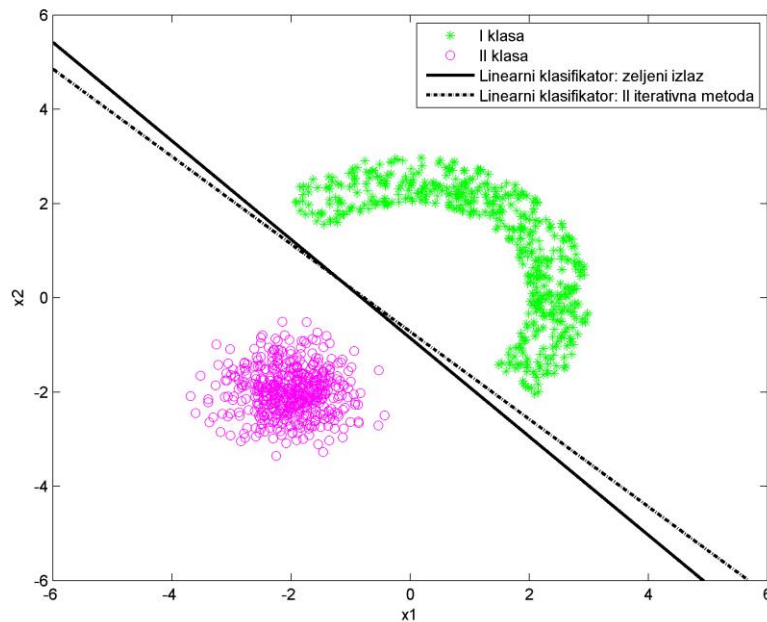
Slika 2.1. Linearno separabilne klase



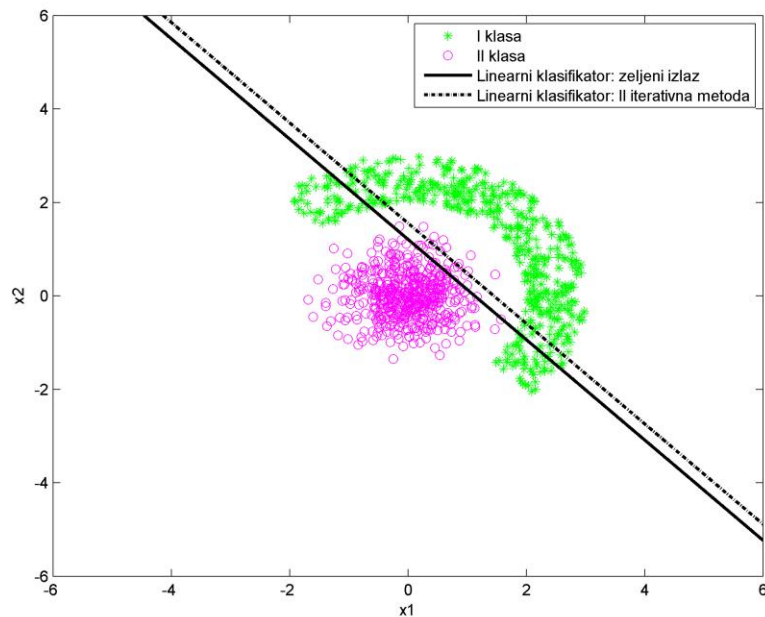
Slika 2.2. Nelinearno separabilne klase

2.1. Linearni klasifikator

Za prethodno generisane odbirke isprojektovan je linearni klasifikator, i to pomoću 2 različite metode: metode željenog izlaza i II iterativne metoda. Na slici 2.1.1. prikazane su dobijene klasifikatorske krive (tj. prave) za slučaj linearno separabilnih, a na slici 2.1.2. za slučaj nelinearno separabilnih klasa. Kao što je i očekivano, u 2. slučaju linearni klasifikator ne daje zadovoljavajuće rezultate.



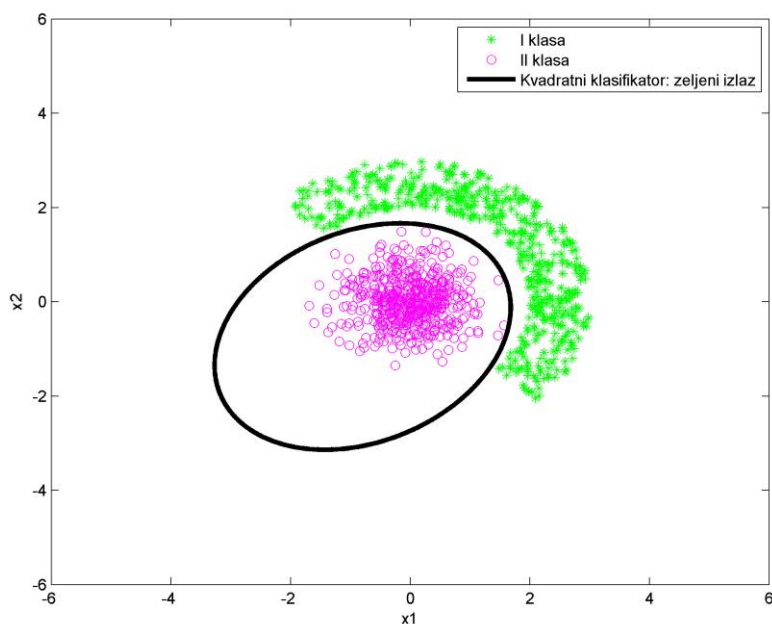
Slika 2.1.1 Linearni klasifikator za slučaj linearno separabilnih klasa



Slika 2.1.2 Linearni klasifikator za slučaj nelinearno separabilnih klasa

2.2. Kvadratni klasifikator

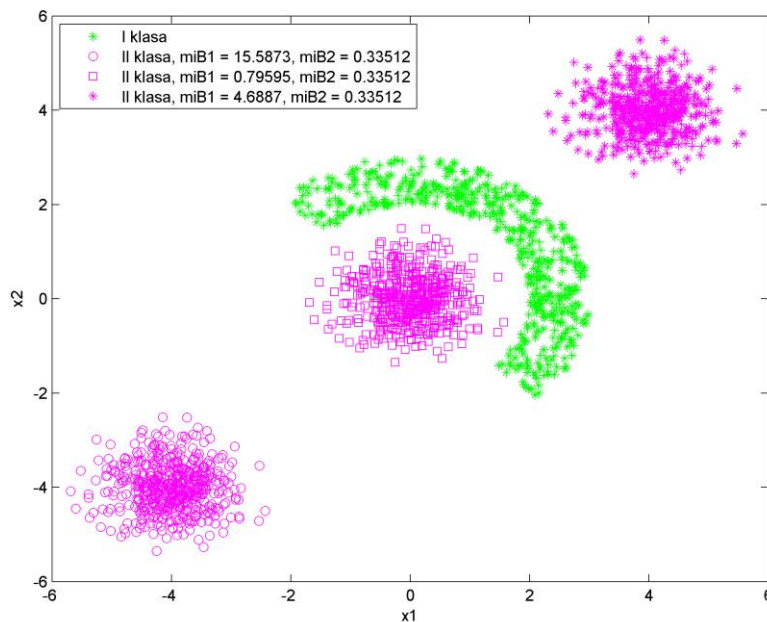
Za prethodno generisane odbirke za slučaj nelinearno separabilnih klasa isprojektovan je i kvadratni klasifikator, i to pomoću metode željenog izlaza. Na slici 2.2.1. prikazana je dobijena klasifikatorska kriva, koja u ovom slučaju ima oblik elipse. Kao što je i bilo očekivano, u slučaju nelinearno separabilnih klasa kvadratni klasifikator vrši znatno bolju klasifikaciju nego linearni klasifikator.



Slika 2.2.1. Kvadratni klasifikator za slučaj nelinearno separabilnih klasa

2.3. Batačarijina distanca

U cilju analize veze između vrednosti Batačarijine (Bhattacharyya) distance i geometrijske dislokacije (separabilnosti) klasa osmišljen je sledeći eksperiment. Za nekoliko različitih srednjih vrednosti „zemičke” izračunata je vrednost oba dela Batačarijine distance. Ovakvom geometrijskom dislokacijom menja se samo prvi deo Batačarijine distance. Drugi deo Batačarijine distance ostaje konstantan jer se na ovaj način ne menjaju kovarijacione matrice klasa. Na slici 2.3.1. prikazani su dobijeni rezultati. Sa ove slike se vidi da veća vrednost Batačarijine distance znači da je moguće izvršiti bolju klasifikaciju (sa manjom greškom), odnosno poboljšava se separabilnost klasa.



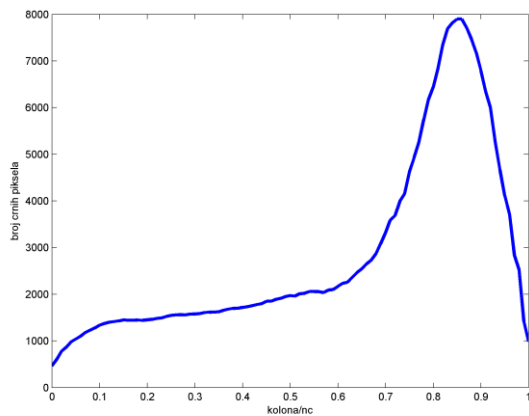
Slika 2.3.1. Uticaj geometrijske dislokacije klasa na vrednost Batačarijine distance

3. Treći domaći zadatak

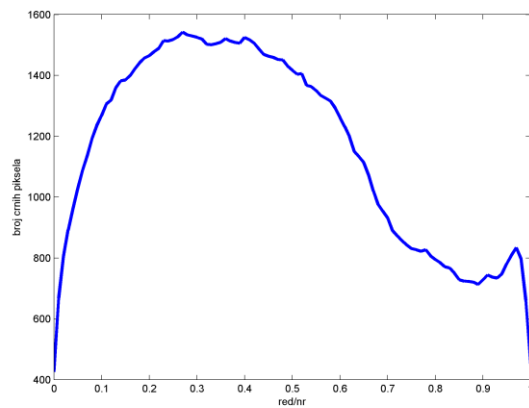
Treći domaći zadatak se sastoji od implementacije algoritma za prepoznavanje rukom pisanih cifara, u okviru programskog jezika MATLAB. Dobijeni rezultati prikazani su u nastavku.

Napravljena je modifikacija u odnosu na algoritam isprojektovan na času vežbi, u smislu dodavanja novih obeležja. Na taj način dobijeni su trodimenzionalni oblici. Tehnika prepoznavanja nije menjana i sastoji se najpre od procene statističkih parametara raspodele oblika pomoću obučavajućeg skupa cifara, a zatim i prepoznavanja cifara iz testirajućeg skupa.

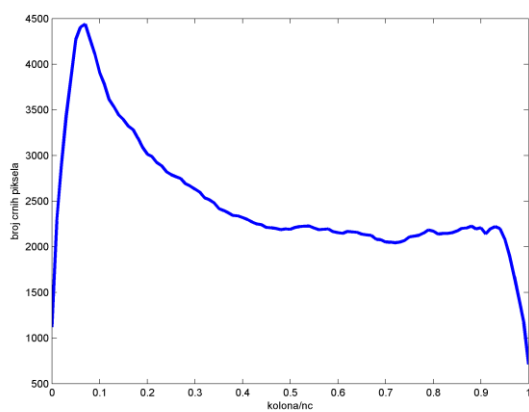
Mnogobrojne ideje za obeležja mogu se dobiti ukoliko posmatramo brojeve crnih piksela (tekstualni sadržaj) u svakoj vrsti i koloni za slike rukom pisanih cifara. Zbog toga se najpre na obučavajućem skupu za sve 3 vrste cifara (1, 6 i 7, respektivno) formira kumulativni (zbirni) histogram broja crnih piksela po vrstama i kolonama. Zbog toga što slike nakon odsecanja nepotrebnog belog okolnog sadržaja mogu imati različite dimenzije, histogrami su računati relativno u odnosu na broj kolona ili vrsta za svaku sliku. Na slici 3.1. su prikazani dobijeni rezultati.



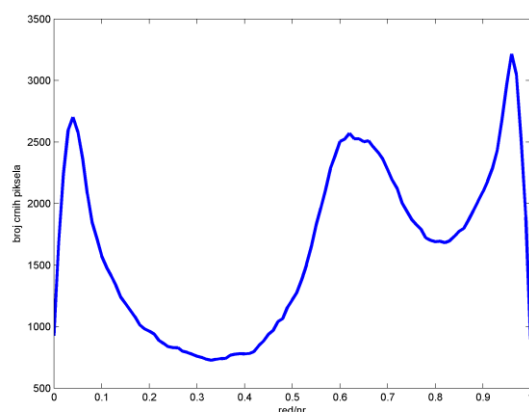
(a) Histogram po kolonama za cifru 1



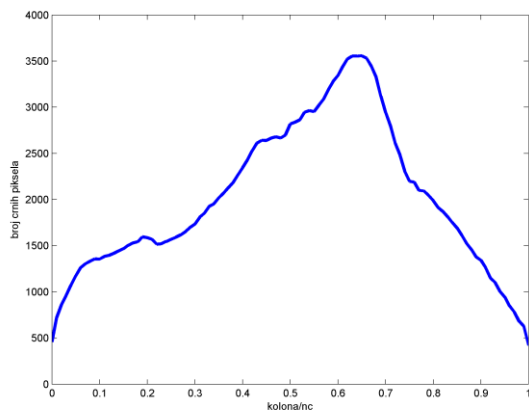
(b) Histogram po vrstama za cifru 1



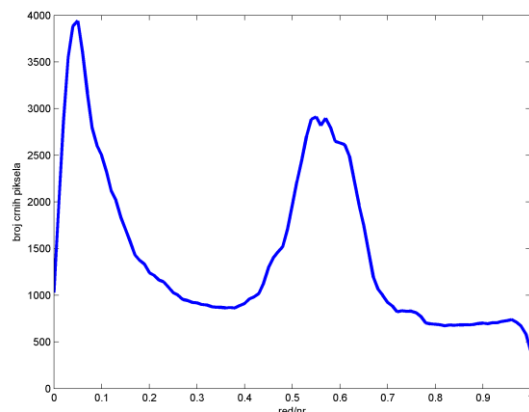
(c) Histogram po kolonama za cifru 6



(d) Histogram po vrstama za cifru 6



(e) Histogram po kolonama za cifru 7



(f) Histogram po vrstama za cifru 7

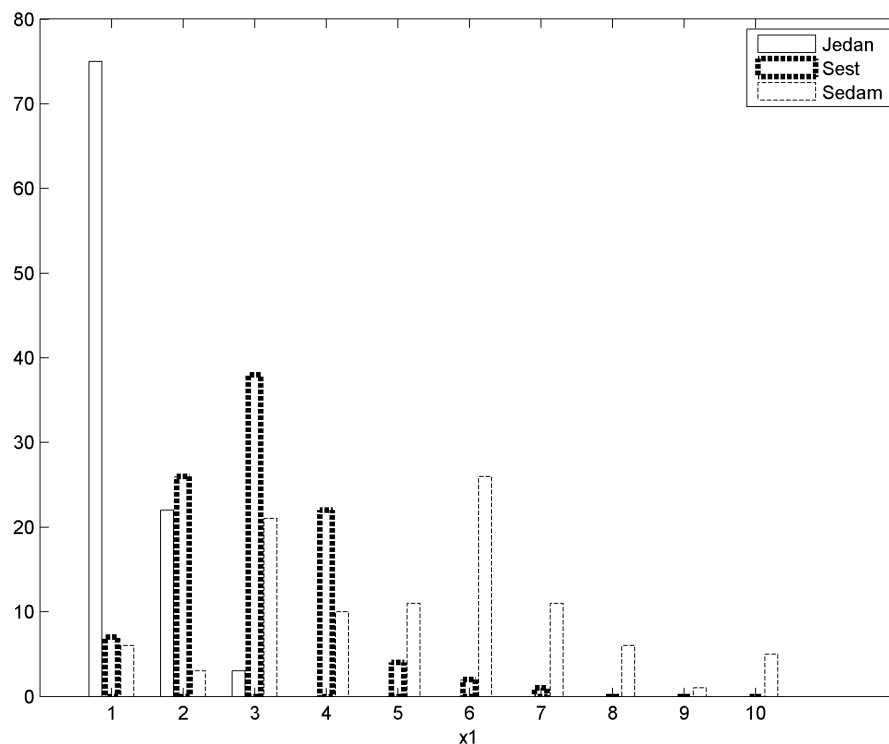
Slika 3.1. Kumulativni histogrami broja crnih piksela po vrstama i kolonama za cifre 1, 6 i 7 iz obučavajućeg skupa

Sa ove slike najpre se vidi da jedno dobro obeležje može da bude pozicija maksimuma u histogramu broja crnih piksela po kolonama. Na taj način, cifre jedinice imaju izraženu visoku vrednost (uspravna crta u jednici sa desne strane) a cifre šestice nisku vrednost ovog obeležja (deo šestice sa leve strane), što dovodi do njihovog boljeg razlikovanja. Cifre sedmice imaju znatno manje ekstremnu vrednost ovog obeležja. Ovo obeležje predstavljeno je koordinatom x_3 .

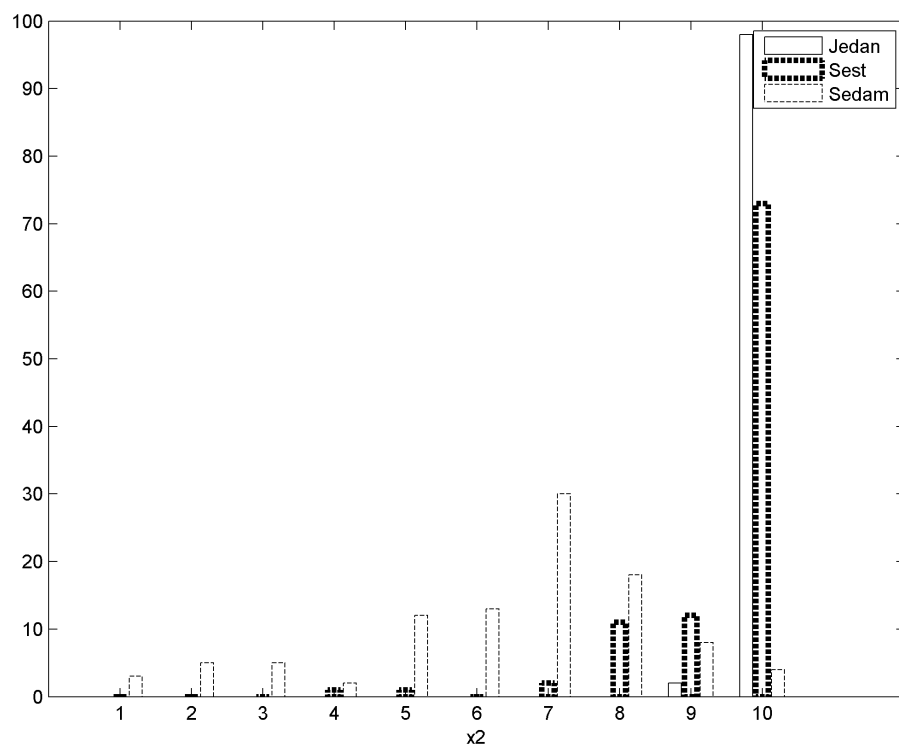
Što se tiče histograma broja crnih piksela po vrstama, stvar nije toliko očigledna kao u prethodnom slučaju. Obeležja koja se mogu uzeti su raznorazna: količnici lokalnih maksimuma i minimuma, njihovi položaji, maksimalne apsolutne vrednosti gradijenta itd. Međutim, kao najbolje rešenje za obeležje se pokazala vrednost prvog lokalnog maksimuma. Ovo obeležje predstavljeno je koordinatom x_1 .

Kao treće obeležje zadržano je obeležje koje je korišćeno na času vežbi i predstavlja srednju vrednost nivoa sivog u gornjem levom uglu slike za svaku cifru. Ono se pokazalo kao bolje od dva obeležja koja su korišćena u algoritmu isprojektovanom na času vežbi. Ovo obeležje predstavljeno je koordinatom x_2 .

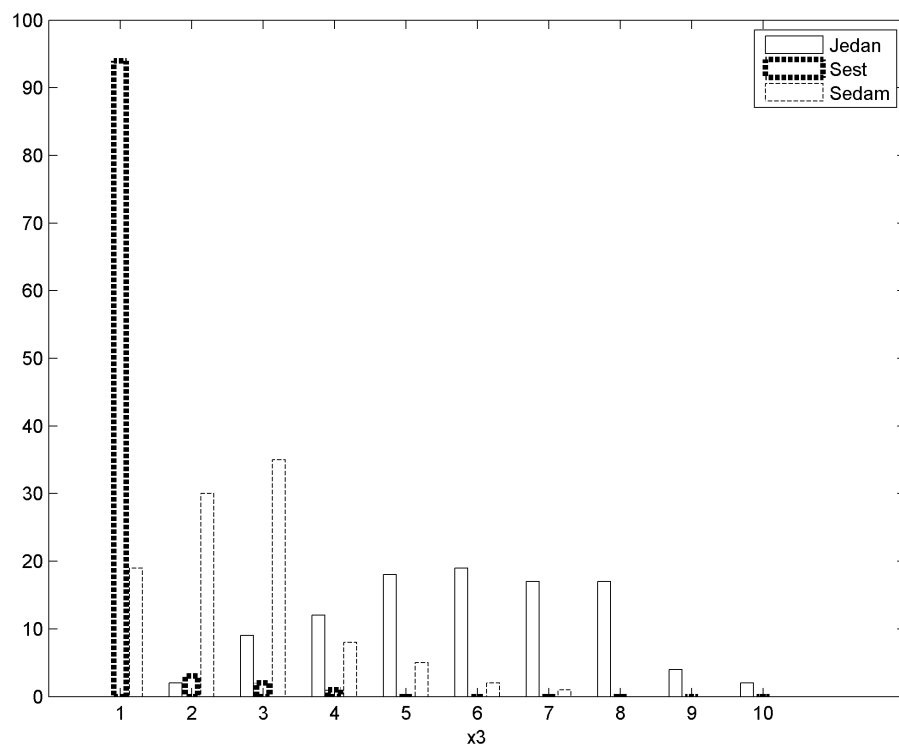
Na slikama 3.2, 3.3. i 3.4. prikazana su rasipanja oblika iz obučavajućeg skupa na osnovu samo jednog od tri obeležja, i to na osnovu x_1 , x_2 i x_3 , redom. Na slikama 3.5, 3.6. i 3.7. prikazana su rasipanja oblika iz obučavajućeg skupa na osnovu dva od tri obeležja, i to na osnovu parova x_1x_2 , x_2x_3 i x_3x_1 , redom. Na slici 3.8. prikazano je rasipanje oblika iz obučavajućeg skupa na osnovu sva tri obeležja.



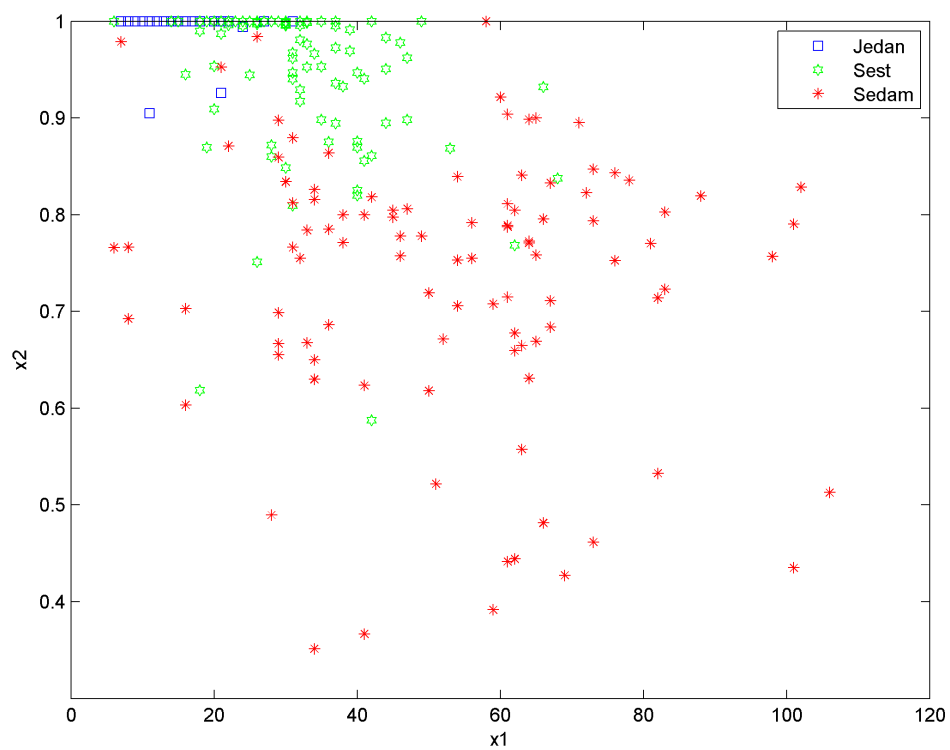
Slika 3.2. Histogram rasipanja oblika na osnovu obeležja x_1



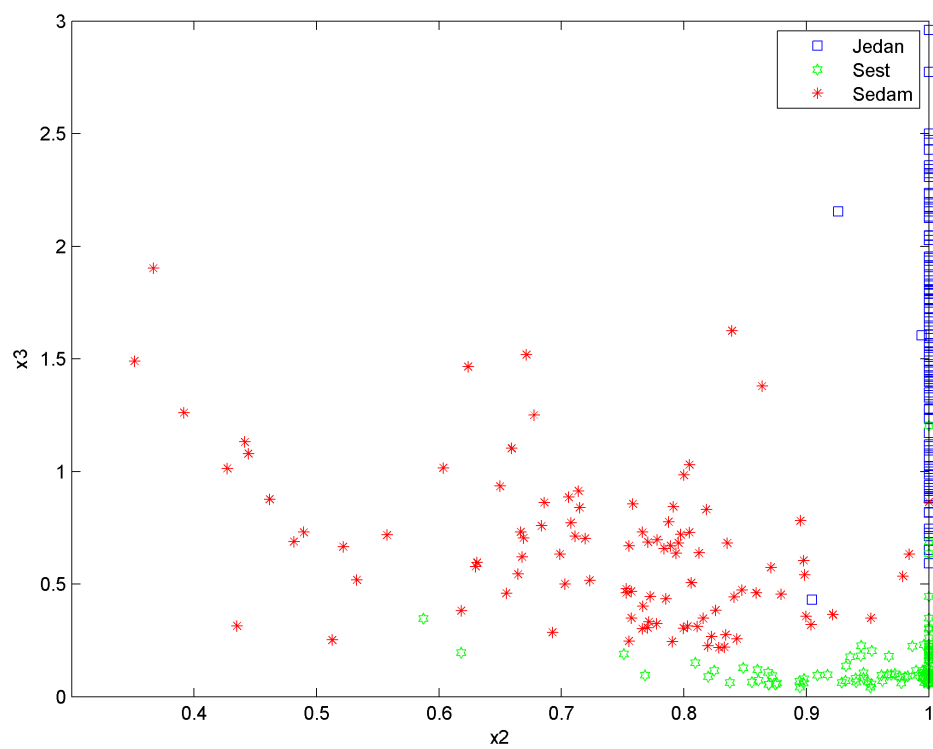
Slika 3.3. Histogram rasipanja oblika na osnovu obeležja x_2



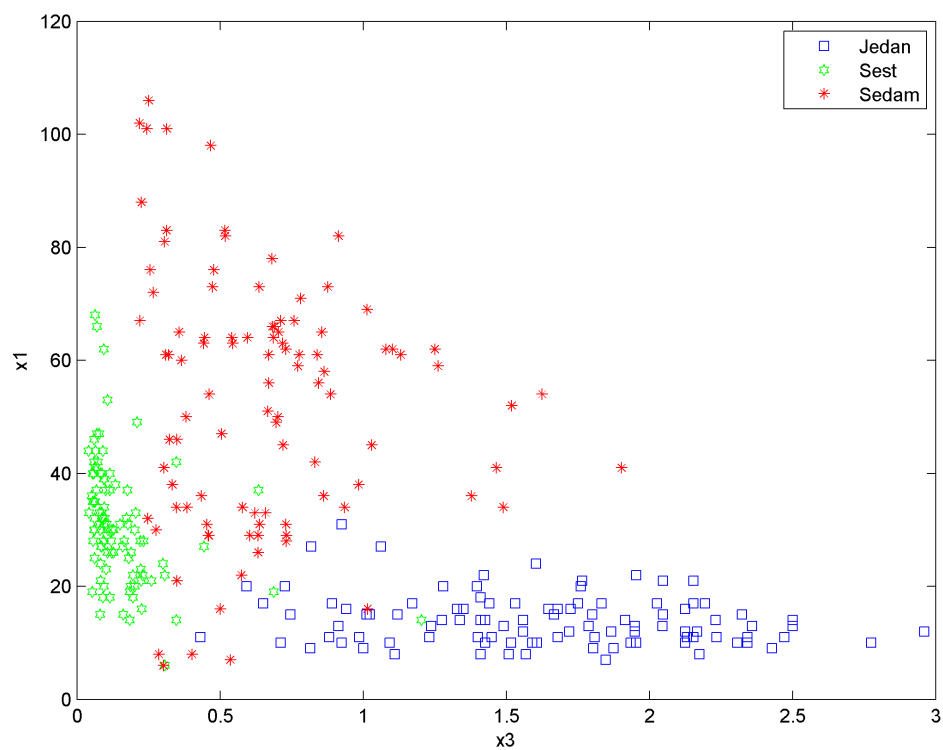
Slika 3.4. Histogram rasipanja oblika na osnovu obeležja x_3



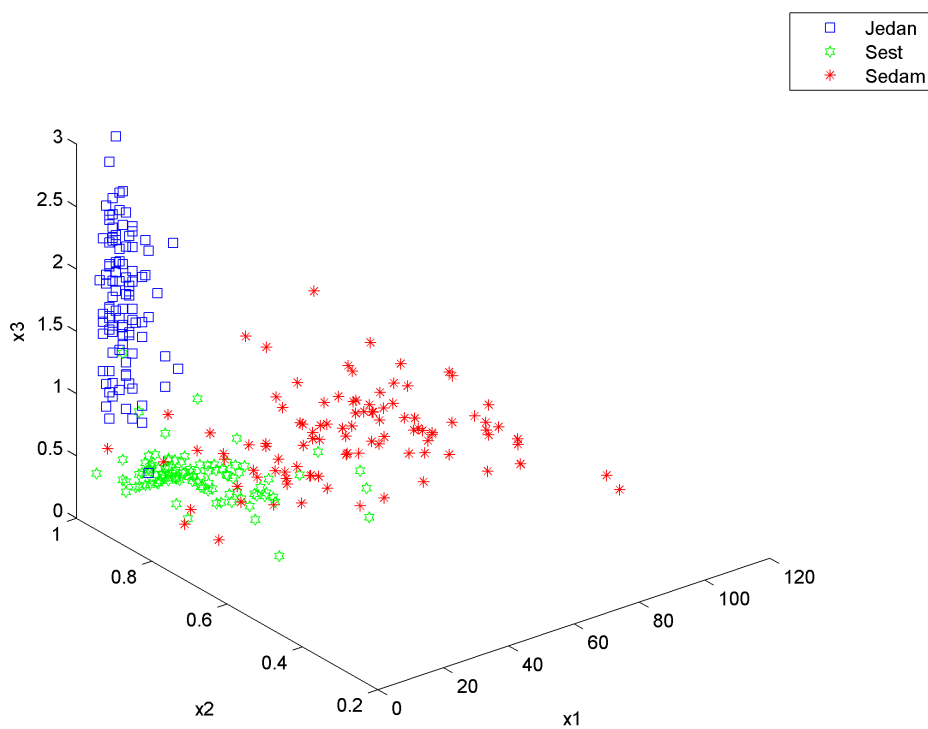
Slika 3.5. Dvodimenzionalno rasipanje oblika na osnovu obeležja x_1 i x_2



Slika 3.6. Dvodimenzionalno rasipanje oblika na osnovu obeležja x_2 i x_3



Slika 3.7. Dvodimenzionalno rasipanje oblika na osnovu obeležja x_3 i x_1



Slika 3.8. Trodimenzionalno rasipanje oblika na osnovu sva tri obeležja

Opisani algoritam korektno prepoznaje sve osim 2 cifre iz testirajućeg skupa, odnosno radi sa greškom $2/60 = 3.33\%$. Na slici 3.9. prikazana je cifra jedinice koja je pogrešno prepoznata kao šestica, a na slici 3.10. cifra šestice koja je pogrešno prepoznata kao sedmica.



Slika 3.9. Cifra jedinice pogrešno prepoznata kao šestica



Slika 3.10. Cifra šestice pogrešno prepoznata kao sedmica

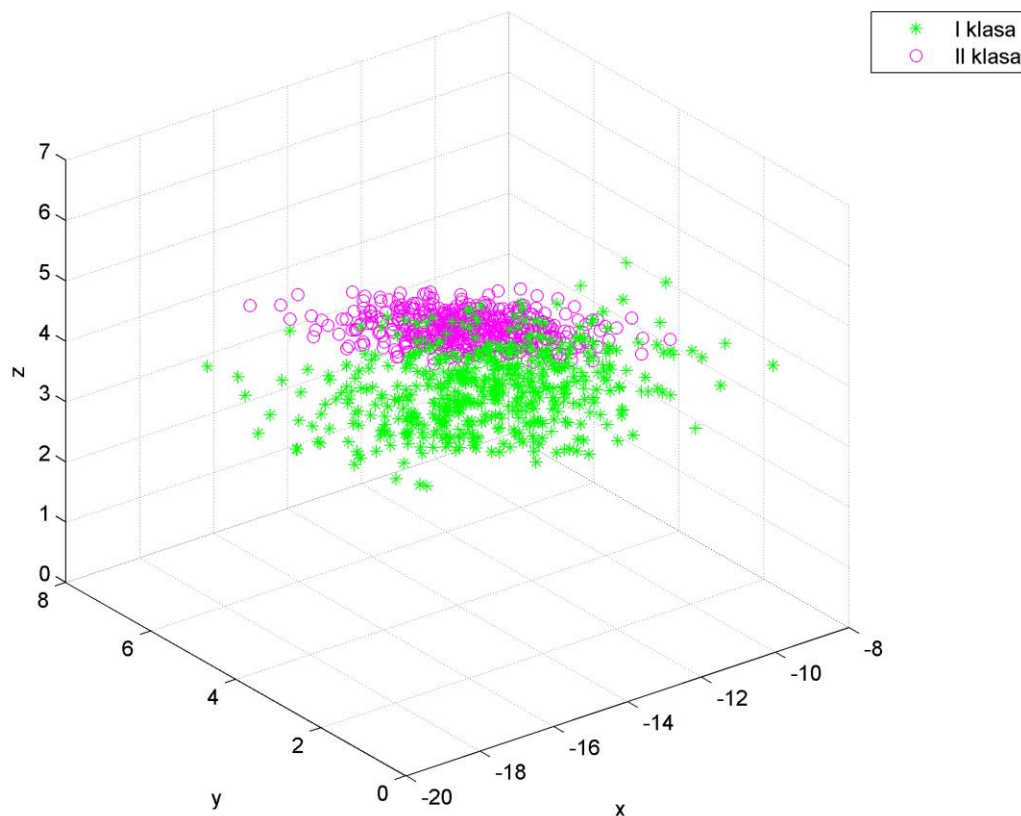
Zbog „postolja” kod cifre jedinice obeležje x_3 je manje od očekivanog (kolona sa najviše crnih piksela je bliže sredini slike), pa je došlo do pogrešnog prepoznavanja. Takođe, cifra šestice je nešto više zaobljena sa leve strane te ovo obeležje ima neočekivano veliku vrednost, pa je i u ovom slučaju došlo do pogrešnog prepoznavanja.

4. Četvrti domaći zadatak

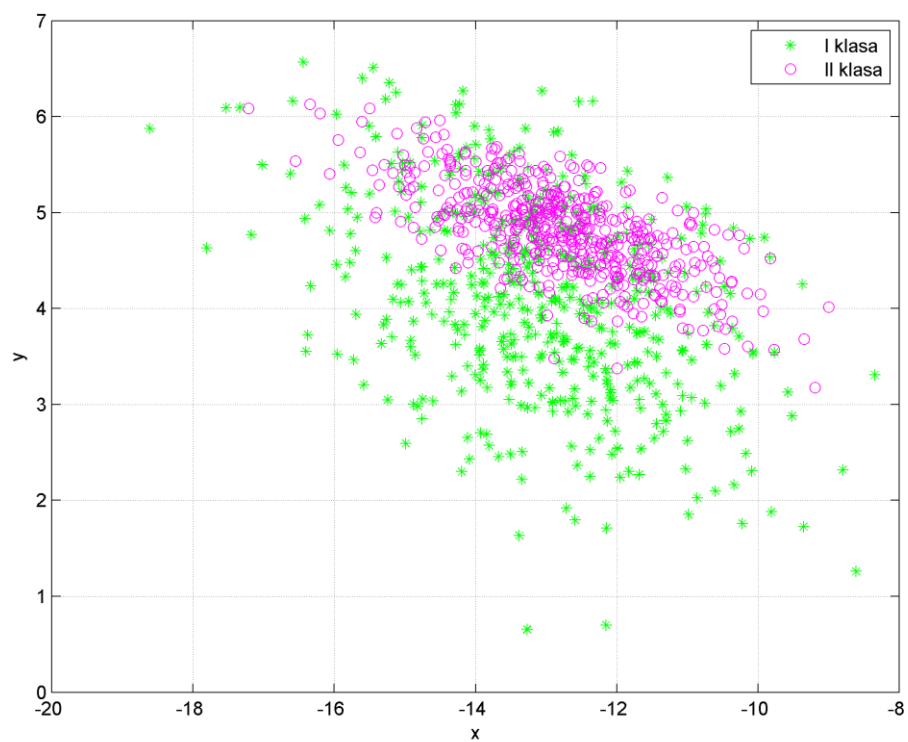
Četvrti domaći zadatak se sastoji od implementacije redukcije dimenzija oblika kao i klasterizacije oblika, u okviru programskog jezika MATLAB. Dobijeni rezultati prikazani su u nastavku.

4.1. Redukcija dimenzija podataka

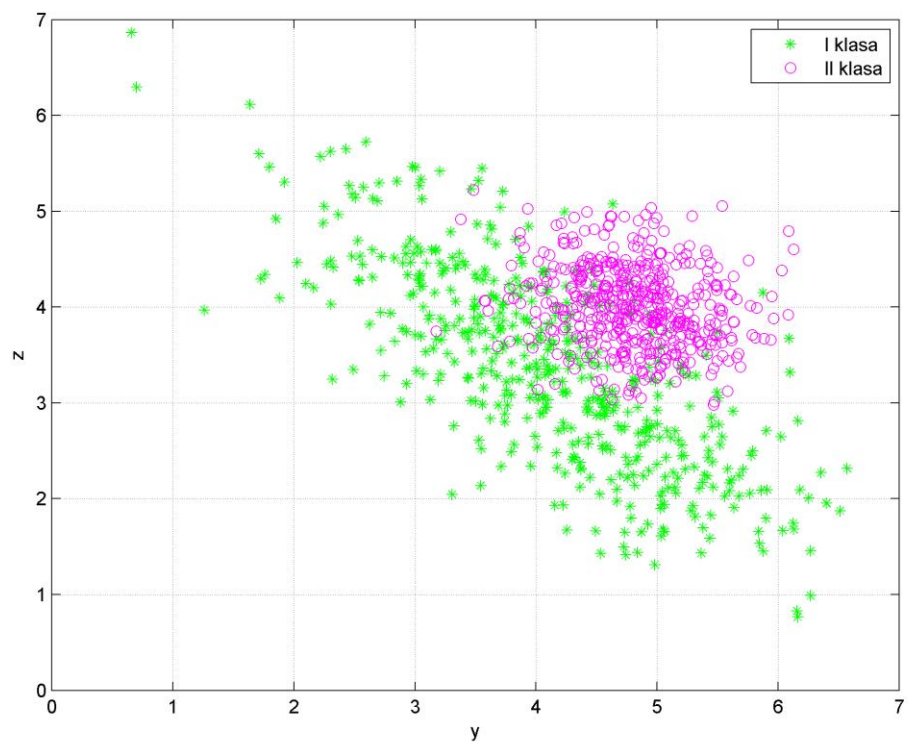
Generisane su 2 klase trodimenzionalnih odbiraka tako da se one separabilne, ali ne i njihove projekcije ne Dekartove (Descartes) ravni. Klase su elipsoidnog oblika i generisane su najpre tako da su im ravni paralelne sa xy ravni, a zatim su pogodnim matričnim transformacijama rotacije oko x, y ili z ose dovedene u željeni položaj. Na slici 4.1.1. prikazani su generisani odbirci dveju klasa. Projekcije odbiraka na xy, yz i zx ravni prikazane su na slikama 4.1.2, 4.1.3. i 4.1.4, redom.



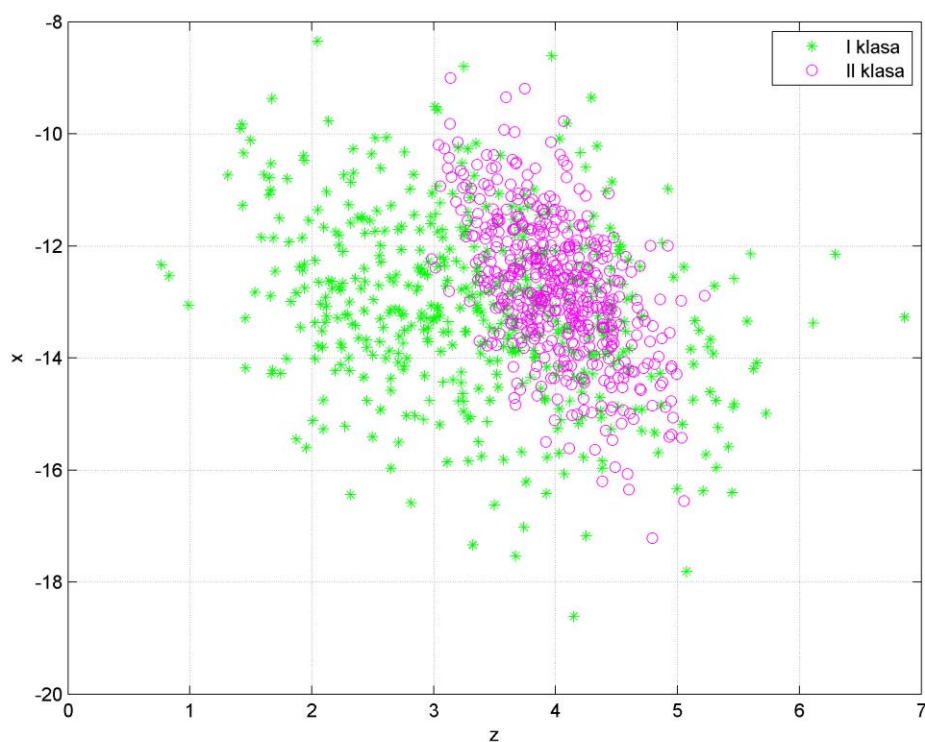
Slika 4.1.1. Trodimenzionalni odbirci iz 2 separabilne klase



Slika 4.1.2. Projekcija odbiraka na xy ravan



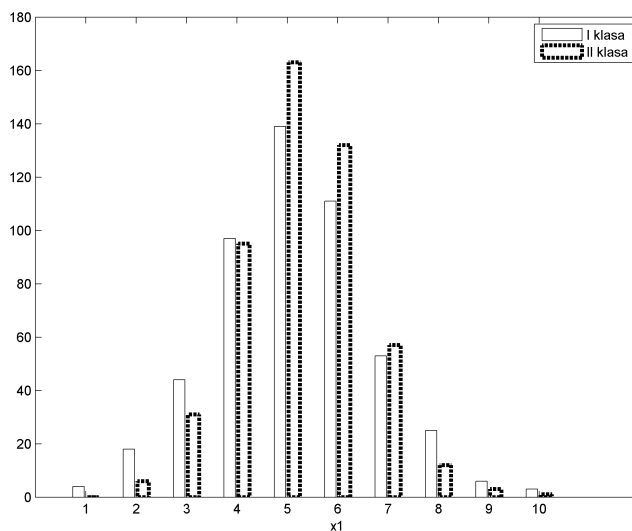
Slika 4.1.3. Projekcija odbiraka na yz ravan



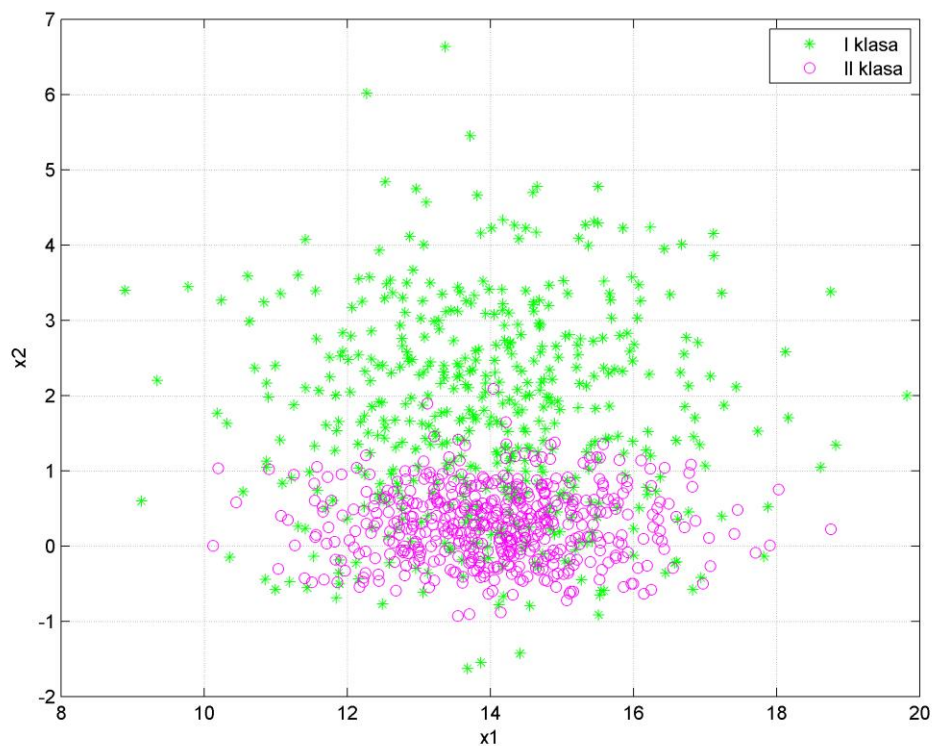
Slika 4.1.4. Projekcija odbiraka na zx ravan

4.1.1. KL ekspanzija

Za prethodno generisane odbirke izvršena je redukcija dimenzija pomoću KL (Karhunen-Loève) ekspanzije. Na slici 4.1.1.1. prikazano je rasipanje odbiraka posle redukcije na jednu, a na slici 4.1.1.2. posle redukcije na dve dimenzije.



Slika 4.1.1.1. Histogram rasipanja odbiraka nakon redukcije na 1 dimenziju

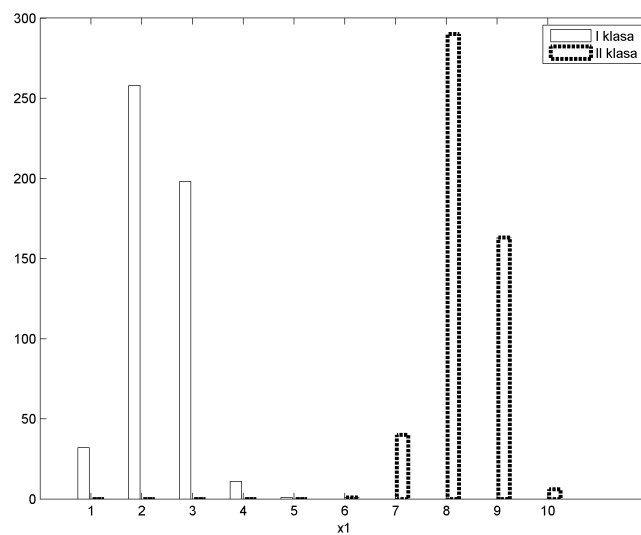


Slika 4.1.1.2. Rasipanje odbiraka nakon redukcije na 2 dimenzije

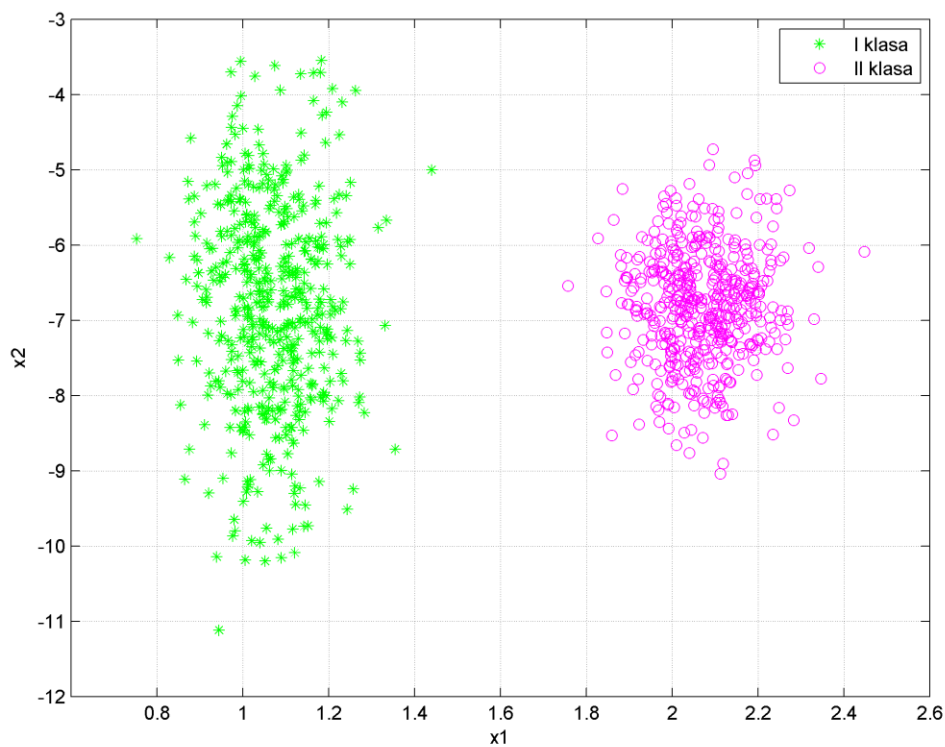
Kao što se sa ovih slika vidi, KL ekspanzija ne očuvava separabilnost klasa. Dakle, ukoliko nam je cilj da nakon redukcije dimenzija klase ostanu separabilne, ova metoda ne daje zadovoljavajuće rezultate.

4.1.2. Redukcija na bazi matrica rasejanja

Za prethodno generisane odbirke izvršena je i redukcija dimenzija na bazi matrica rasejanja. Na slici 4.1.2.1. prikazano je rasipanje odbiraka posle redukcije na jednu, a na slici 4.1.2.2. posle redukcije na dve dimenzije.



Slika 4.1.2.1. Histogram rasipanja odbiraka nakon redukcije na 1 dimenziju

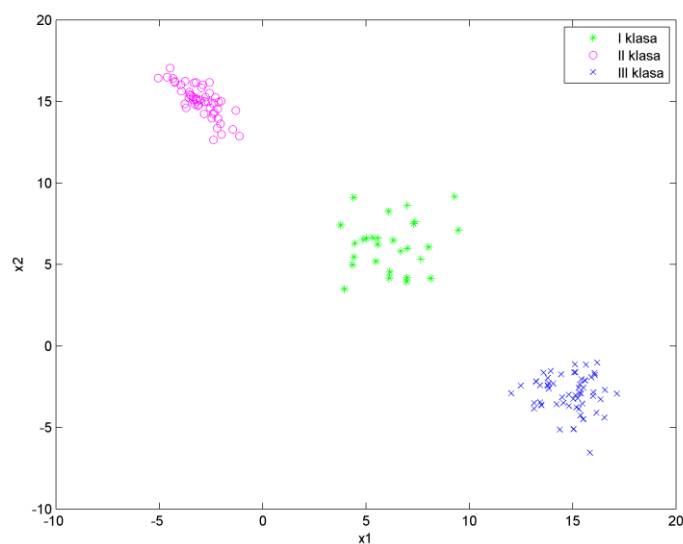


Slika 4.1.2.2. Rasipanje odbiraka nakon redukcije na 2 dimenzije

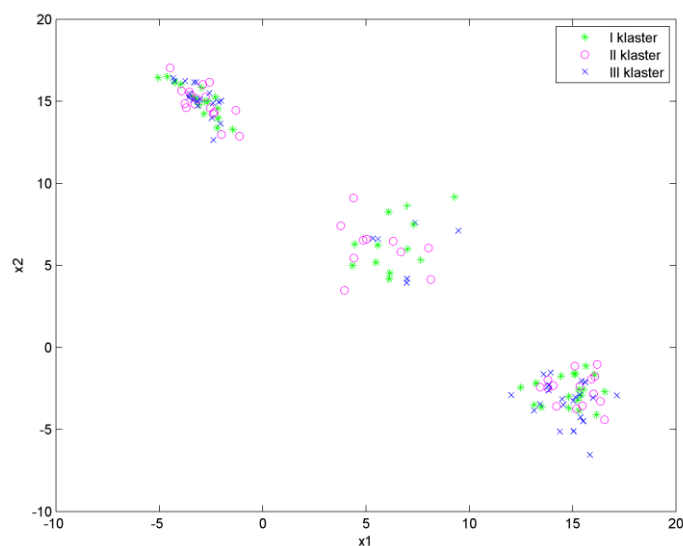
Kao što se sa ovih slika vidi, ova metoda očuvava separabilnost klasa. Dakle, ukoliko nam je cilj da nakon redukcije dimenzija klase ostanu separabilne, ova metoda daje zadovoljavajuće rezultate.

4.2. Klasterizacija podataka

Generisane su 3 linearno separabilne klase dvodimenzionalnih odbiraka. Na slici 4.2.1. prikazani su generisani odbirci ovih klasa. Početna klasterizacija je izvršena tako što se svaki generisani odbirak na slučajan način pridruži jednom od 3 klastera. Ova početna klasterizacija prikazana je na slici 4.2.2. i predstavlja ulaz za obe metode klasterizacije koje slede. Implementirane su „C-mean” metoda i metoda maksimalne verodostojnosti.



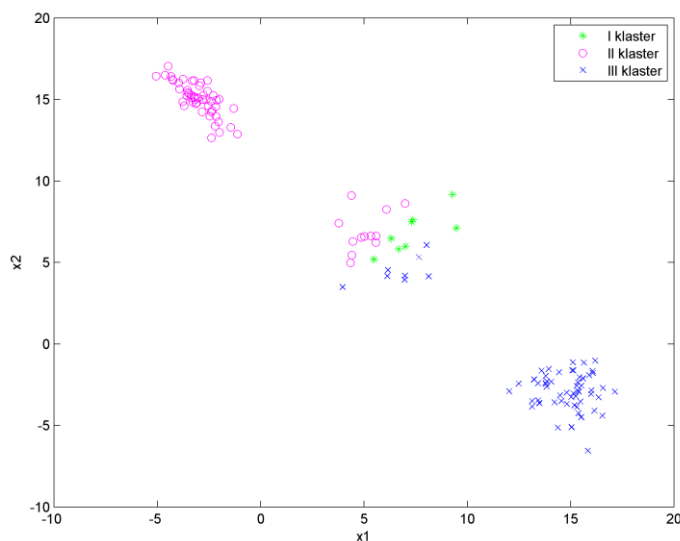
Slika 4.2.1. Dvodimenzionalni odbirci za klasterizaciju



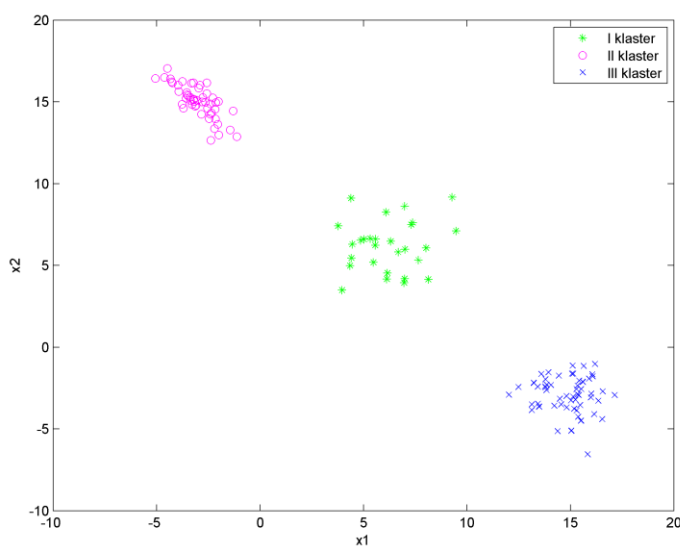
Slika 4.2.2. Početna klasterizacija

4.2.1. „C-mean” metoda

Za prethodno generisane odbirke i početnu klasterizaciju izvršena je klasterizacija pomoću „C-mean” metode. Kod ove metode se u svakoj iteraciji svaki odbirak reklasifikuje u klaster čija trenutna srednja vrednost mu je najbliža. Postupak se završava kada su svi odbirci klasifikovani u odgovarajući klaster sa njemu najbližom srednjom vrednošću. Ovaj algoritam ima skoro garantovanu konvergenciju i nije osetljiv na početnu klasterizaciju. Granice između klasa su simetrale duži koje spajaju srednje vrednosti klasa, pa je ovim metodom moguće izvršiti klasterizaciju samo linearno separabilnih klasa. Za datu početnu klasterizaciju algoritam konvergira nakon samo 2 iteracije. Na slici 4.2.1.1. prikazana je klasterizacija nakon prve, a na slici 4.2.1.2. nakon druge iteracije.



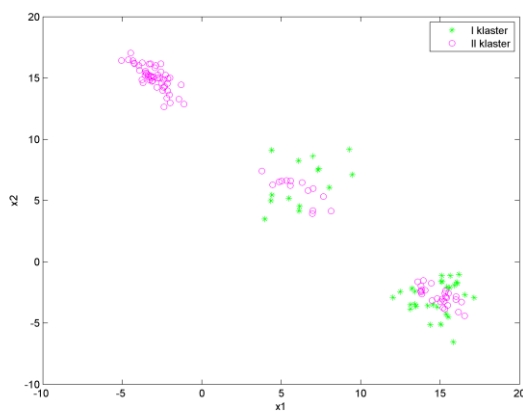
Slika 4.2.1.1. Klasterizacija nakon 1. iteracije



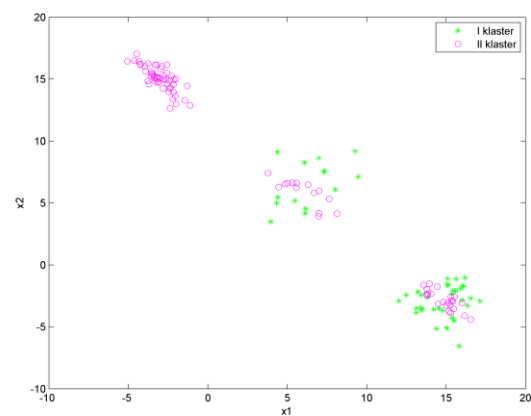
Slika 4.2.1.2. Klasterizacija nakon 2. iteracije (krajnja klasterizacija)

4.2.2. Metoda maksimalne verodostojnosti

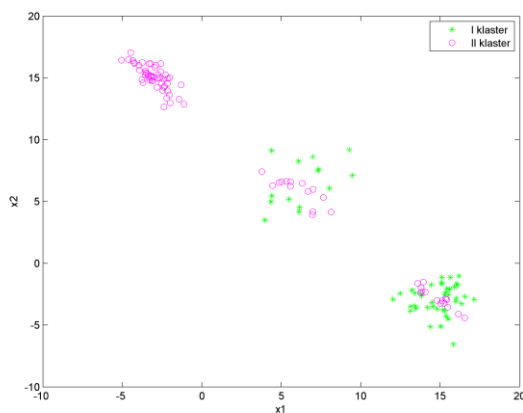
Za prethodno generisane odbirke i početnu klasterizaciju izvršena je i klasterizacija pomoću metode maksimalne verodostojnosti. Kod ove metode se odbircima pridružuje funkcija gustine verovatnoće u obliku Gausove mešavine, tako da je verovatnoća pojavljivanja baš takvih odbiraka maksimalna (princip maksimalne verodostojnosti). Postupak određivanja optimalne raspodele je iterativan i završava se kada se parametri raspodele odrede sa željenom tačnošću. Za datu početnu klasterizaciju algoritam konvergira nakon 18 iteracija. Iako je ova metoda računski zahtevnija od prethodne i po pravilu joj je potrebno više iteracija da bi konvergirala, u ovom slučaju je moguće izvršiti klasterizaciju i nelinearno separabilnih klasa. Na slikama od 4.2.2.1. do 4.2.2.18. prikazane su klasterizacije nakon odgovarajuće iteracije.



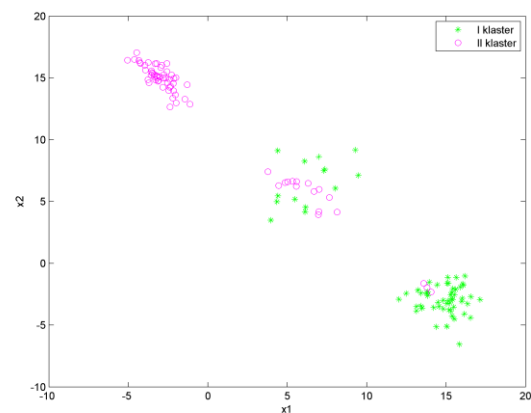
Slika 4.2.2.1. Klasterizacija nakon 1. iteracije



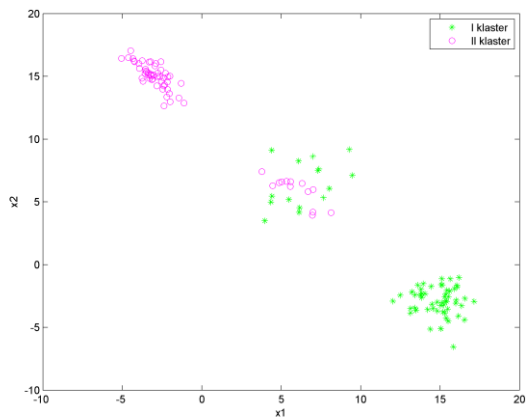
Slika 4.2.2.2. Klasterizacija nakon 2. iteracije



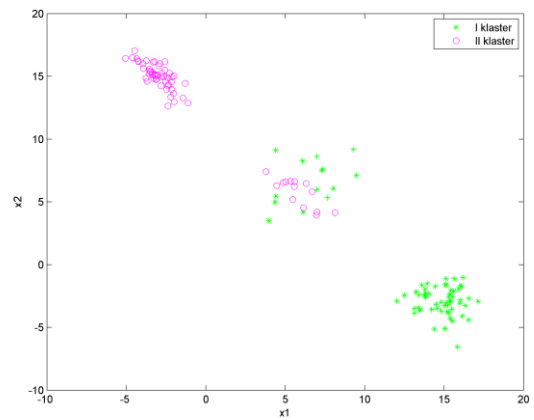
Slika 4.2.2.3. Klasterizacija nakon 3. iteracije



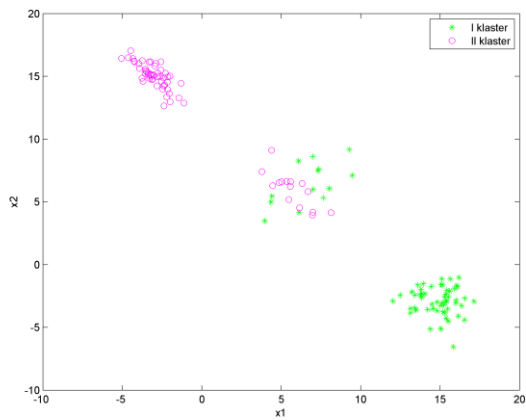
Slika 4.2.2.4. Klasterizacija nakon 4. iteracije



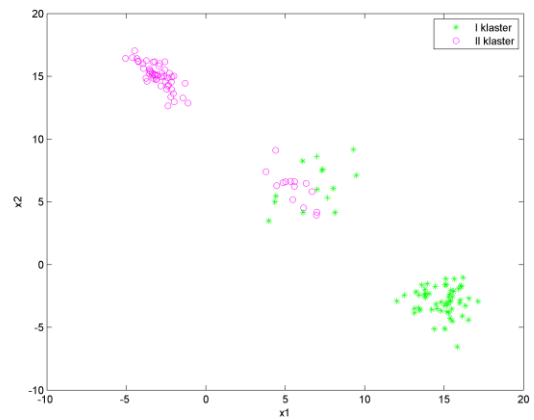
Slika 4.2.2.5. Klasterizacija nakon 5. iteracije



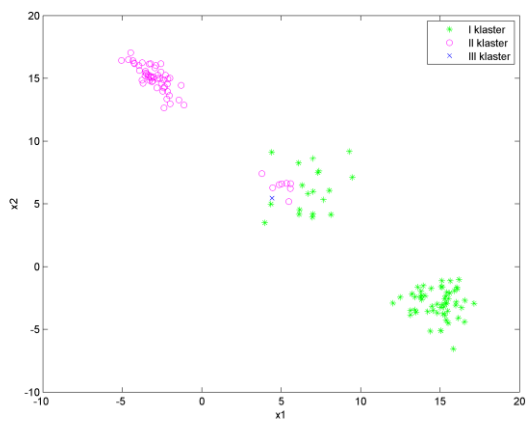
Slika 4.2.2.6. Klasterizacija nakon 6. iteracije



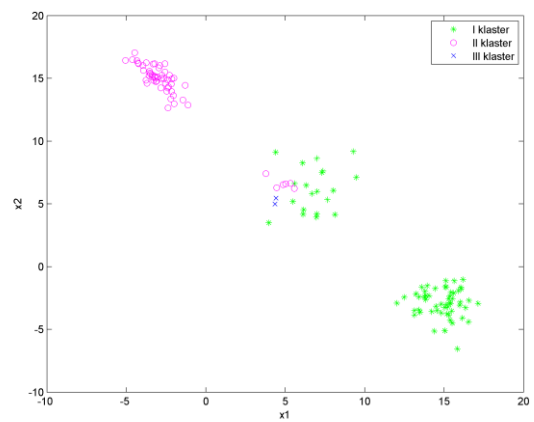
Slika 4.2.2.7. Klasterizacija nakon 7. iteracije



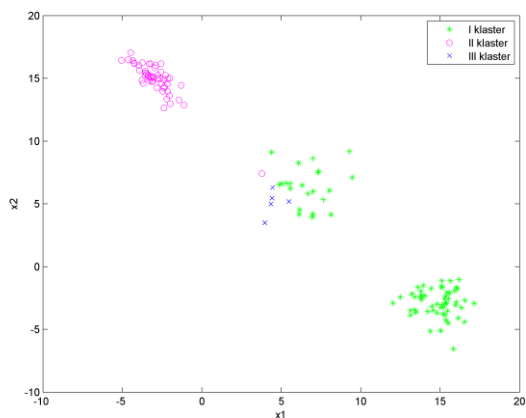
Slika 4.2.2.8. Klasterizacija nakon 8. iteracije



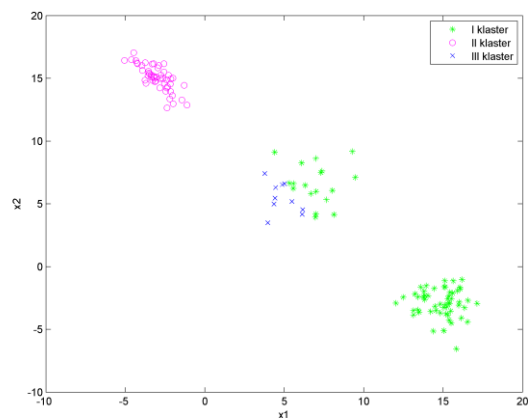
Slika 4.2.2.9. Klasterizacija nakon 9. iteracije



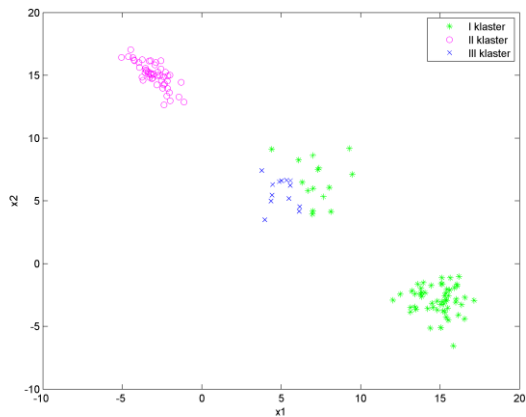
Slika 4.2.2.10. Klasterizacija nakon 10. iteracije



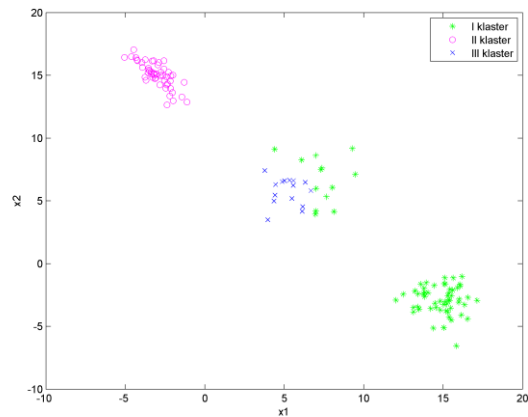
Slika 4.2.2.11. Klasterizacija nakon 11. iteracije



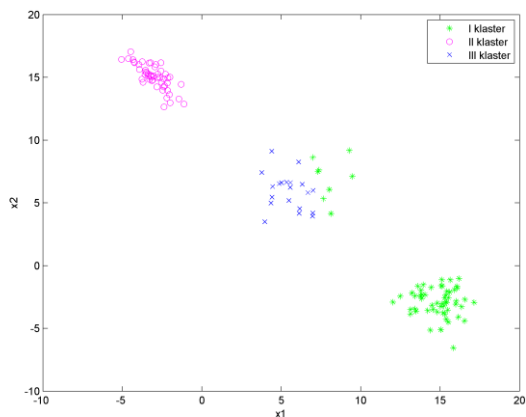
Slika 4.2.2.12. Klasterizacija nakon 12. iteracije



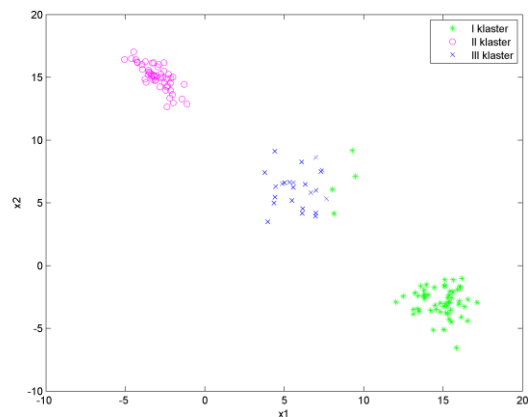
Slika 4.2.2.13. Klasterizacija nakon 13. iteracije



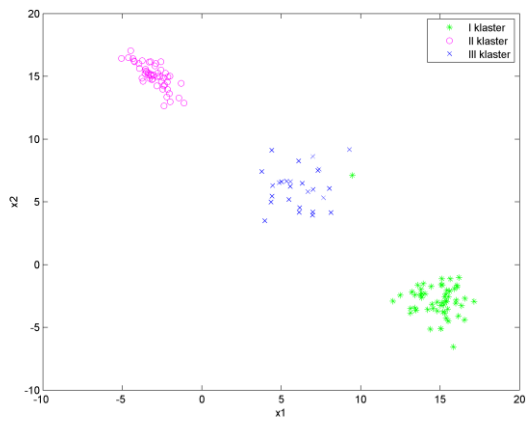
Slika 4.2.2.14. Klasterizacija nakon 14. iteracije



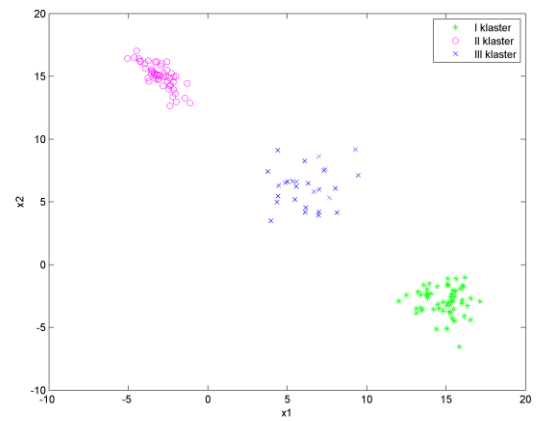
Slika 4.2.2.15. Klasterizacija nakon 15. iteracije



Slika 4.2.2.16. Klasterizacija nakon 16. iteracije



Slika 4.2.2.17. Klasterizacija nakon 17. iteracije



*Slika 4.2.2.18. Klasterizacija nakon 18. iteracije
(krajnja klasterizacija)*