## HATÁROZATLAN INTEGRÁLOK

## Alapintegrálra visszavezethető integrálok

1. 
$$\int (x\sqrt{x} + x^3) dx$$

$$2. \int \frac{(2x+3)^2}{x^3} dx$$

3. 
$$\int (2x+3)^{100} dx$$

$$4. \int \frac{1}{2x+3} dx$$

$$5. \int \frac{1}{x^2 + 2x + 2} dx$$

6. 
$$\int \frac{x+1}{x^2 + 2x + 2} dx$$

$$7. \int \frac{x}{x^2 + 2x + 2} dx$$

$$8. \int \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2x + 2}} dx$$

9. 
$$\int \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} dx$$

$$10. \int \frac{1}{\sqrt{9-x^2}} dx$$

$$11. \int \frac{1}{\sqrt{2x+x^2}} dx$$

$$12. \int \frac{x}{2x^2 + 1} dx$$

13. 
$$\int x(2x^2+1)^{90} dx$$

$$14. \int \left(\sin 2x + \frac{1}{\sin^2 2x}\right) dx$$

$$15. \int \sin^2 x dx$$

16. 
$$\int \sin^3 x dx$$

18. 
$$\int tg^2 x dx$$

19. 
$$\int e^x chx dx$$

$$20. \int x \sin x^2 dx$$

$$21. \int \frac{\sqrt{\ln x}}{x} dx$$

$$22. \int \frac{1}{x \ln x} dx$$

23. 
$$\int e^x (2e^x + 3)^{10} dx$$

$$24. \int \frac{e^x}{2e^x + 3} dx$$

### Parciális integrálás

$$\int f'(x)g(x)dx = f(x)g(x) - \int f(x)g'(x)dx$$

$$1. \int (2x+1)e^{-x}dx$$

$$2. \int x \cos(3x-1) dx$$

4. 
$$\int (x+1) \ln x dx$$

$$5. \int \ln(x^2 + 1) dx$$

# Racionális törtfüggvények integrálása

$$1. \int \frac{x^3}{x^2 - 3x + 2} dx$$

$$2. \int \frac{x^4}{x^2 + 1} dx$$

$$3. \int \frac{2x^2 + x + 3}{x(x+2)(x-2)} dx$$

$$4. \int \frac{2x+3}{x^2(x-2)} dx$$

$$5. \int \frac{2x^2 - 1}{x(x^2 + 4)} dx$$

6. 
$$\int \frac{2x^2 + 3x + 5}{x^2(x+1)(x^2+1)} dx$$

# Integrálás helyettesítéssel

$$1. \int \sqrt{16 - x^2} \, dx$$

$$2. \int \sqrt{x^2 - 2x} dx$$

$$3. \int \frac{1}{x^2 \sqrt{1+x^2}} dx$$

$$4. \int x\sqrt{x+3}dx$$

5. 
$$\int \frac{1}{1+\sqrt{2x+1}} dx$$

6. 
$$\int \frac{1}{x + \sqrt{x}} dx$$

7. 
$$\int \frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1} dx$$

8. 
$$\int \frac{e^x + 1}{e^{2x} + 4e^x + 3} dx$$
 9.  $\int \frac{1}{1 + \sin x} dx$ 

$$9. \int \frac{1}{1+\sin x} dx$$

## HATÁROZOTT INTEGRÁL ALKALMAZÁSA

#### **Terület**

1. Határozza meg az adott görbék közti tartomány területét

a) 
$$y = 1/x$$
 és  $y = 5/2 - x$ 

b) 
$$y = x^2 + 2x$$
 és  $y = 4 - x^2$ 

c) 
$$x = y^2$$
 és  $x = 1 + 3y^2 / 4$ 

2. Határozza meg az  $y = \sqrt{x}$ , x=0 és az  $y = \sqrt{x}$  B(4,2) pontbeli érintője által bezárt tartomány területét.

3. Határozza meg az adott szektorszerű idom területét

a) 
$$r = 2\cos\varphi$$
,  $\varphi \in [0, \pi/2]$ 

b) 
$$r = e^{\varphi/2}, \ \varphi \in [0, \pi]$$

c) 
$$r = 2\sqrt{\cos 2\varphi}$$
,  $\varphi \in [\pi/8, \pi/4]$ 

a) 
$$r = 2\cos\varphi$$
,  $\varphi \in [0, \pi/2]$  b)  $r = e^{\varphi/2}$ ,  $\varphi \in [0, \pi]$  c)  $r = 2\sqrt{\cos 2\varphi}$ ,  $\varphi \in [\pi/8, \pi/4]$  d)  $r = 4$  és  $r = 4\sqrt{\cos 2\varphi}$  görbék közti terület

#### Ívhossz

Határozza meg az adott görbék hosszát

1. 
$$y = x^{3/2}, x \in [0,4]$$

2. 
$$y = \ln(1 - x^2), x \in [0, 1/2]$$

3. 
$$y = chx$$
,  $x \in [0, \ln 3]$ 

4. 
$$x = e^t \sin t$$
,  $y = e^t \cos t$ ,  $t \in [0, \pi/2]$ 

### **Térfogat**

Határozza meg az adott görbe adott tengely körüli megforgatásával kapott test térfogatát

1. 
$$y = 1/x$$
,  $x \in [1,3]$  (X tengely)

1. 
$$y = 1/x$$
,  $x \in [1,3]$  (X tengely) 2.  $y = 1 + \cos \frac{x}{2}$ ,  $x \in [-\pi/2, \pi/2]$  (X tengely)

3. 
$$y = \frac{1}{1+x^2}$$
,  $y \in [1/2,1]$  (Y tengely) 4.  $y = \ln x$ ,  $y \in [1/2,3/2]$  (Y tengely)

4. 
$$y = \ln x$$
,  $y \in [1/2, 3/2]$  (Y tengely)