

Aritmetika - összeadás

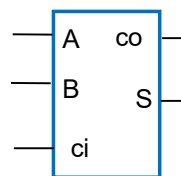
Bináris összeadás

```

  10110
+01010
-----
100000
111100 ← Átvitel

```

1 bites teljes összeadó



A,B: operandusok
 ci: átvitel az előző helyi értékről
 S: összeg
 co: átvitel a következő helyi érték felé

A	B	ci	S	co
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

	S	ci
	0	1
	1	0
A	0	1
	1	0

$$S = A \oplus B \oplus ci$$

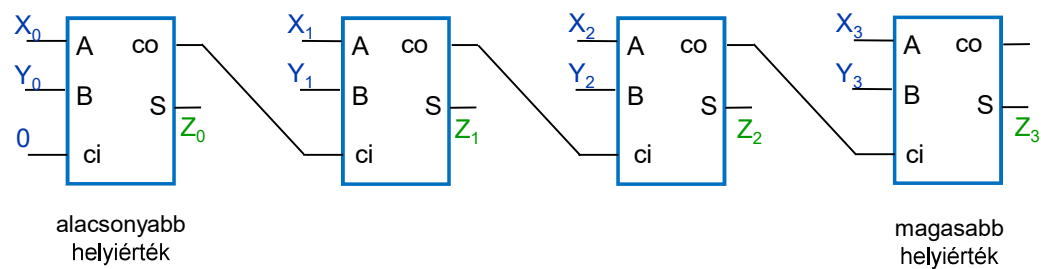
$$S_{1,3}^3$$

	co	ci
	0	0
	0	1
A	1	1
	0	1

$$co = A \cdot B + A \cdot ci + B \cdot ci$$

Összeadás - kaszkádosítás

4 bites összeadó: $Z_{3..0} = X_{3..0} + Y_{3..0}$

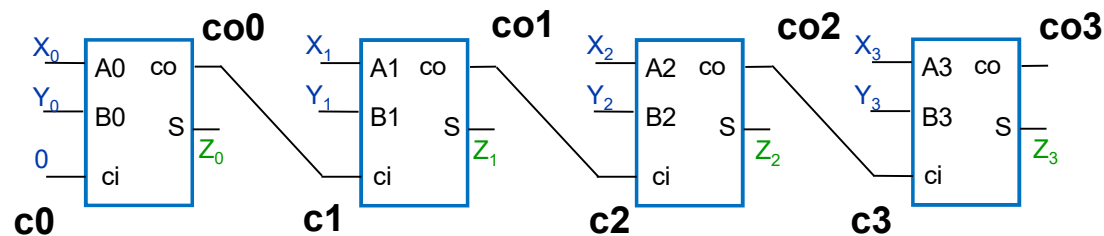


Mikor érvényes az eredmény?

n bites összeadó $\rightarrow n * \Delta t_{tö}$

Aritmetika - összeadás

Összeadás – gyors átvitelképzés



$$co = A \cdot B + \underbrace{A \cdot ci + B \cdot ci}_{G} = \underbrace{A \cdot B}_{P} + ci \cdot (A + B)$$

generate propagate

$$co0 = A_0 \cdot B_0 + A_0 \cdot c0 + B_0 \cdot c0 = G_0 + P_0 \cdot c0$$

$$co1 = A_1 \cdot B_1 + A_1 \cdot c1 + B_1 \cdot c1 = G_1 + P_1 \cdot c1 = G_1 + P_1(G_0 + P_0 \cdot c0) = G_1 + P_1 \cdot G_0 + P_1 \cdot P_0 \cdot c0$$

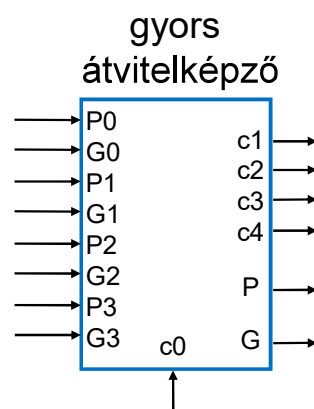
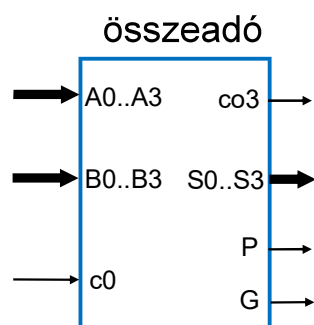
⋮

$$co_i = A_i \cdot B_i + A_i \cdot ci + B_i \cdot ci = G_i + P_i \cdot ci = \underbrace{G_i + P_i \cdot G_{i-1} + P_i \cdot P_{i-1} \cdot G_{i-2} + \dots + P_i \cdot P_{i-1} \cdot \dots \cdot P_0 \cdot c0}_{\text{3 szintű hálózat}}$$

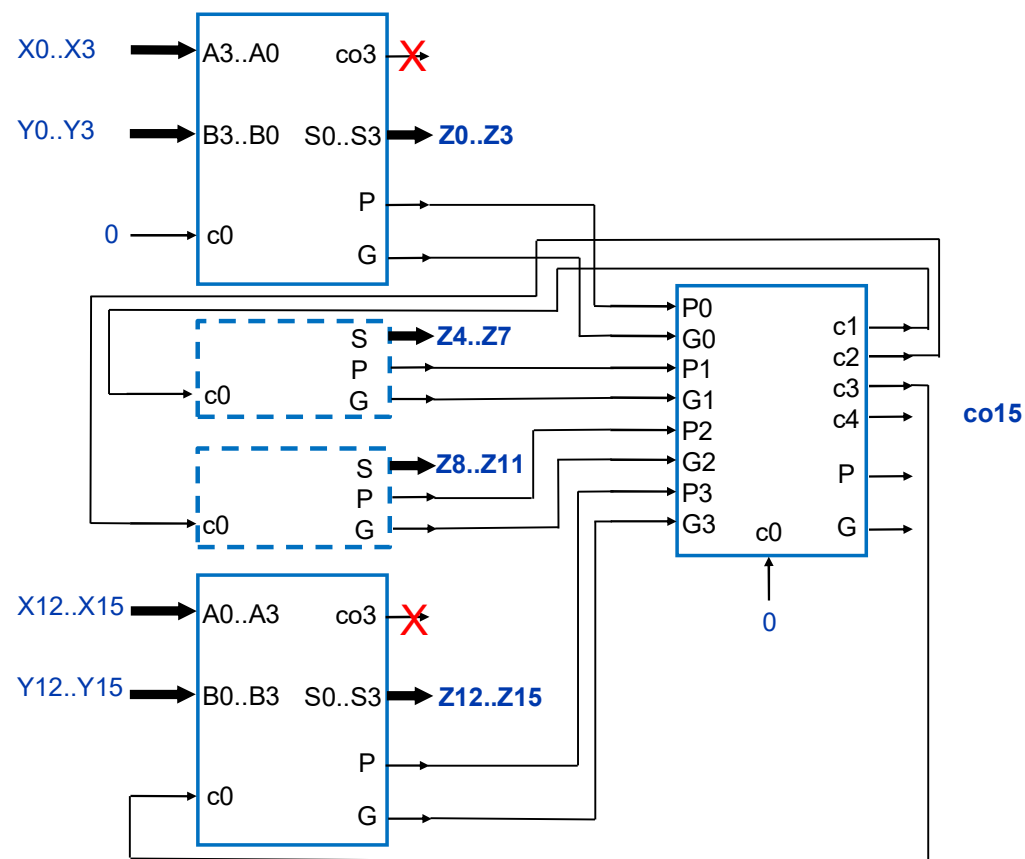
3 szintű hálózat

Aritmetika - összeadás

Gyors átvitelképzés (carry-look-ahead)

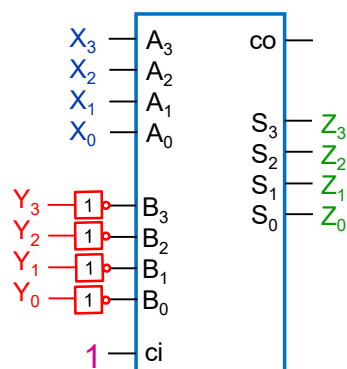


16 bites összeadó (carry-look-ahead)



Aritmetika - kivonás

$$Z = X - Y = X + (-Y) \quad (-Y) \rightarrow \text{kettes komplementes}$$



Kettes komplementes képzés

$$-Y = \overline{Y} + 1$$

Aritmetikai túlcsordulás: az eredmény már nem ábrázolható
 Különböző előjelű operandusok esetén **nem** léphet fel

4 bites kettes komplement: -8 ... +7

6: 0110 3: 0011 -6: 1010 -3: 1101

$$6 + (-3) = 3$$

$$(-6) + 3 = (-3)$$

$$6 + 3 = 9$$

$$(-6) + (-3) = -9$$

$$\begin{array}{r} 0110 \quad 6 \\ + 1101 \quad -3 \\ \hline 0011 \quad 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1010 \quad -6 \\ + 0011 \quad 3 \\ \hline 1101 \quad -3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0110 \quad 6 \\ + 0011 \quad 3 \\ \hline 1001 \quad -7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1010 \quad -6 \\ + 1101 \quad -3 \\ \hline 0111 \quad 7 \end{array}$$

túlcsordulás: azonos előjelű operandusok esetén az eredmény előjele nem egyezik meg az operandusok előjelével

túlcsordulás \neq átvitel !!

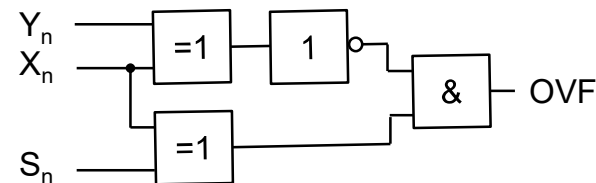
Aritmetikai túlszordulás: overflow (OVF)

kettes komplementes előjel: a legmagasabb helyiérték

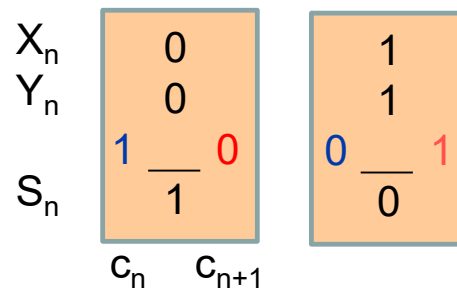
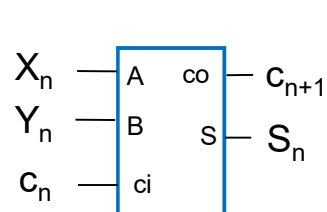
$$OVF = \overline{(X_n \oplus Y_n)} \cdot (X_n \oplus S_n)$$

az operandusok előjele
megegyezik

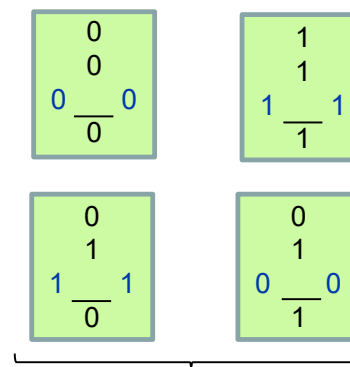
az eredmény előjele
különbözik



Ha a legmagasabb helyiértéket előállító összeadó átvitel bemenete és átvitel kimenete elérhető:



$$OVF = c_n \oplus c_{n+1}$$



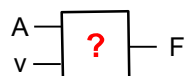
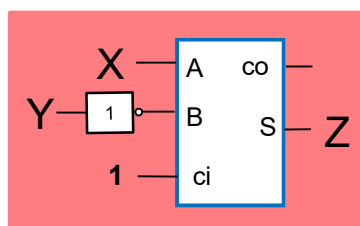
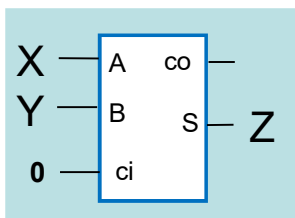
nincs túlszordulás

Összeadó/kivonó

$$Z = X + Y, \text{ ha } v=0$$

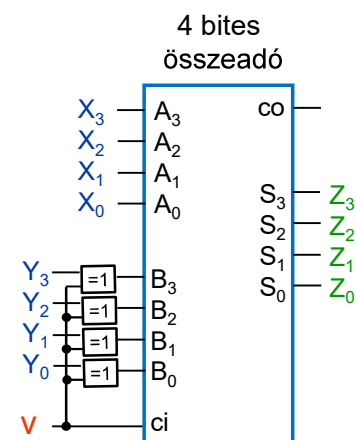
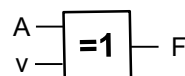
$$Z = X - Y, \text{ ha } v=1$$

$$-Y = \bar{Y} + 1$$



$$F = A, \text{ ha } v = 0$$

$$F = \bar{A}, \text{ ha } v = 1$$



4 bites
összeadó/kivonó

Előjel kiterjesztés

X: n bites pozitív

→ n+1 bites pozitív

$X_{n-1} X_{n-2} \dots X_1 X_0$

0 $X_{n-1} X_{n-2} \dots X_1 X_0$

a szám pozitív kell,
hogy maradjon

X: n bites kettes
komplement

→ n+1 bites kettes
komplement

X_{n-1} $X_{n-2} \dots X_1 X_0$
előjel

X_{n-1} $X_{n-1} X_{n-2} \dots X_1 X_0$

a szám előjele nem
változhat meg

-1

4 bites kettes komplement

1111

5 bites kettes komplement

11111

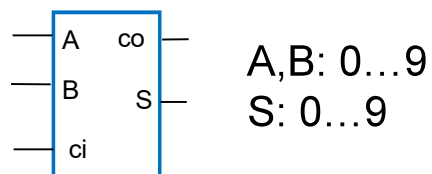
...

n bites kettes komplement

11...11

Aritmetika – BCD összeadás

BCD összeadó



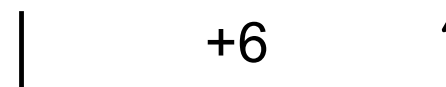
Használjunk bináris összeadót

maximális érték

```

1001 A:9
1001 B:9
+   1 ci:1
-----
10011 19
    
```

	Bináris eredmény					BCD eredmény				
	co	S3	S2	S1	S0	co	S3	S2	S1	S0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
.
9	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1
10	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0
11	0	1	0	1	1	1	0	0	0	1
.
16	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0
.
19	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1



bináris eredmény ≤ 9

bináris eredmény > 9

→ BCD eredmény = bináris eredmény

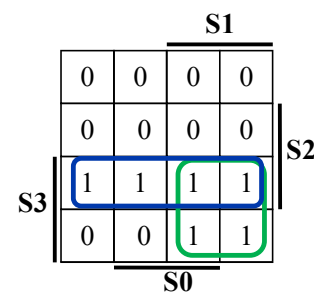
→ BCD eredmény = bináris eredmény + 6

Aritmetika – BCD összeadás

BCD átvitel előállítás

	co	S3	S2	S1	S0	C _{BCD}
0	0	0	0	0	0	0
	0
9	0	1	0	0	1	0
10	0	1	0	1	0	1
11	0	1	0	1	1	1
	1
15	0	1	1	1	1	1
16	1	0	0	0	0	1
	1
19	1	0	0	1	1	1

$S3..S0 > 9$



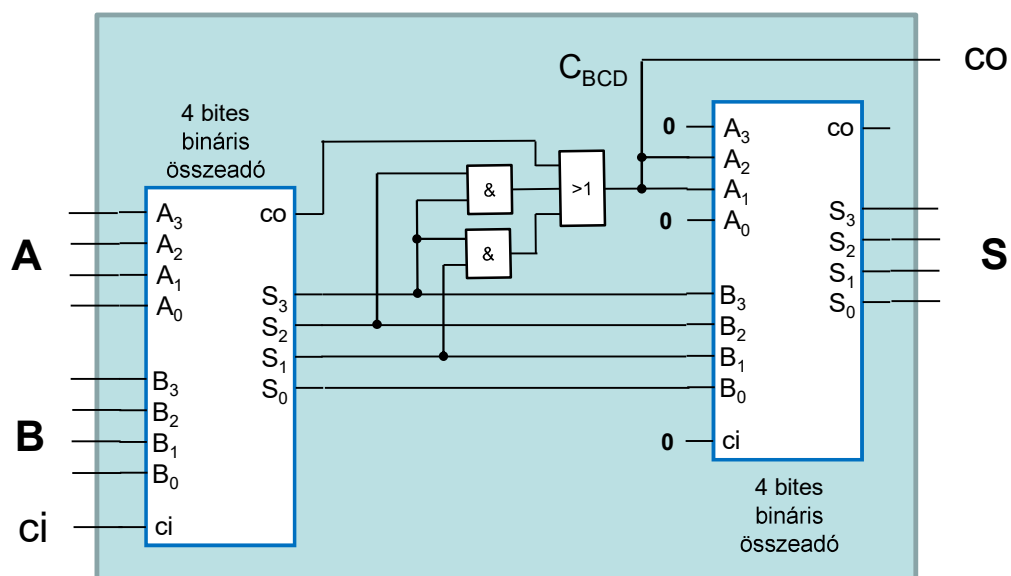
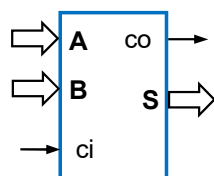
$S3 \cdot S2 + S3 \cdot S1$

co = 1

$$C_{BCD} = co + S3 \cdot S2 + S3 \cdot S1$$

Aritmetika – BCD összeadás

BCD összeadó → A, B, S: BCD számok



$$C_{BCD} = co + S_3 \cdot S_2 + S_3 \cdot S_1$$

6: 0110



Aritmetika – szorzás

Decimális szám szorzása „kézzel”

$$\begin{array}{r} 123 * 456 \\ \hline 492 \\ 615 \\ 738 \\ \hline 56088 \end{array}$$

Mit kell tudni?

- Egyjegyű számmal szorozni
- Összeadni

Mekkora lesz az eredmény?

$$999 * 999 = 998001$$

6 jegyű szám

Két n jegyű szám szorzata legfeljebb 2n jegyű

Aritmetika – szorzás

Bináris számok szorzása

Egyjegyű bináris szorzás

x	y	z
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

→ ÉS

4 bites szorzás → eredmény 8 bites

$$\begin{array}{r}
 (13) \quad (11) \\
 1101 * 1011 \\
 \hline
 1101 \quad] \quad 1 \\
 1101 \quad] \quad 2 \\
 0000 \quad] \quad 3 \\
 1101 \\
 \hline
 10001111 \quad (143)
 \end{array}$$

Hány bites összeadó kell?

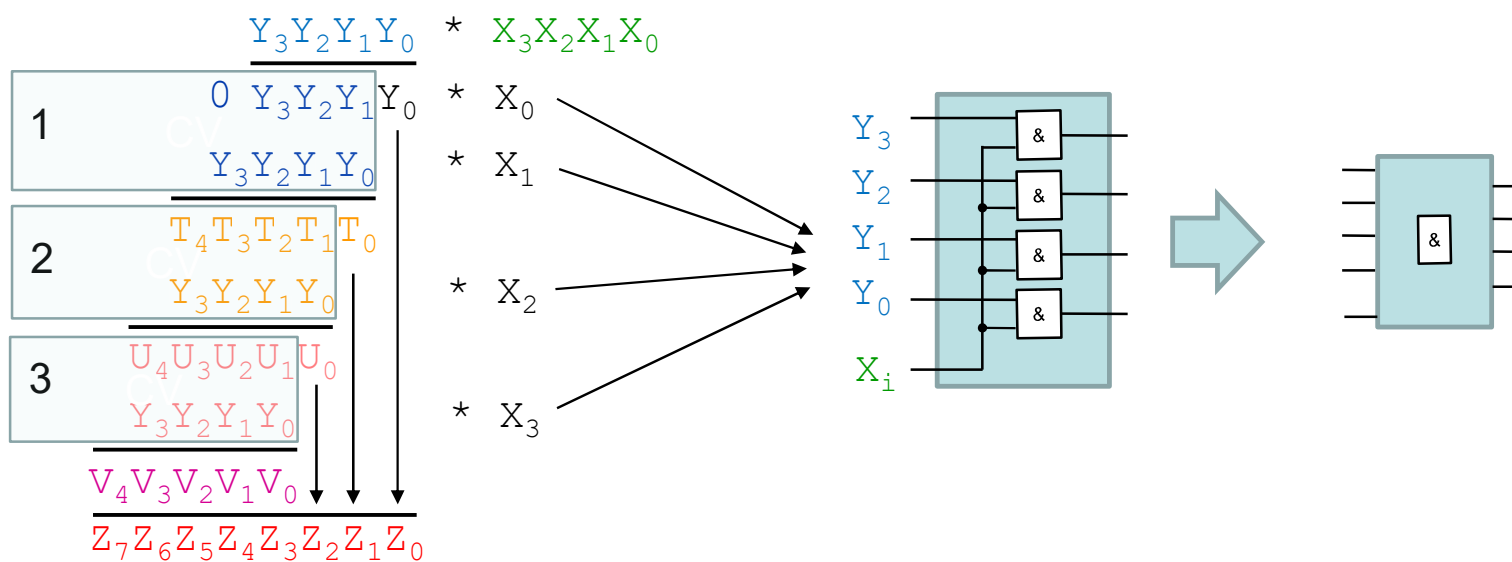
Egyszerre elegendő 4 bitet összeadni

Hány összeadó kell?

4 bites operandus → 3 összeadó

Aritmetika – szorzás

4 bites szorzás



Aritmetika – szorzás

