MŰEGYETEM 1782

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Villamosmérnöki és Informatikai Kar
Irányítástechnika és Informatika Tanszék

Dr. Pilászy György

Digitális technika 1
12. előadás

(Állapotösszevonás)

Lektorálta: Dr. Horváth Tamás

Állapotösszevonás

A korábbi példák kapcsán már láttuk, hogy az előzetes állapottábla felvétele során nem feltétlenül a legkevesebb sort tartalmazó állapottáblát kapjuk eredményül. A sorrendi hálózatok alapjainak tárgyalásánál láttuk, hogy az állapot célja a hálózatot ért megelőző kombinációk és azok sorrendjének szükséges mértékű megjegyzése (emlékezete). Ha egy állapottáblában van két olyan állapot, amelyekből kiindulva bármilyen bemeneti kombináció sorozatra megegyező kimeneti kombináció sorozatot kapunk, akkor ez a két állapot a környezet számára ugyanazt jelenti, hiszen a bemenetek és a kimenetek megfigyelése révén nem különböztethetők meg. Az ilyen állapotok egyetlen új állapottá vonhatók össze. A célunk, hogy szisztematikus eljárással megtaláljuk a lehető legkevesebb állapotot tartalmazó állapottáblát. Ehhez először néhány fogalmat határozunk meg, majd megnézzük, hogy milyen eljárást alkalmazhatunk teljesen specifikált és közömbös bejegyzéseket is tartalmazó állapottáblák esetében.

A fejezetben használt rövidítések:

TSH Teljesen specifikált sorrendi hálózat

NTSH Nem teljesen specifikált sorrendi hálózat

NMK nem megkülönböztethető

Teljesen specifikált sorendi hálózatok állapotösszevonása

Egy hálózat teljesen specifikált (TSH), ha állapottáblájának minden bejegyzése specifikált, azaz nem tartalmaz közömbös bejegyzéseket sem a következő állapotokra, sem a kimeneti kombinációra nézve.

Egy TSH két állapota (a,b) akkor megkülönböztethető, ha létezik olyan bemeneti kombináció sorozat, amelyre a hálózat a és b állapotából kiindulva különböző kimenetértéket szolgáltat. Ezen két állapot akkor NMK, ha nem létezik ilyen bemeneti sorozat. A fogalmak megértéséhez nézzük az alábbi TSH állapottáblát.

y \ X	0	1
a	a,1	d,0
b	b,1	d,0
c	d,0	b,1
d	d,0	b,1

A fenti állapottáblázatban (b,c) állapotok megkülönböztethetők, hiszen különböző kimenetértéket írnak elő. A (c,d) állapotok azonos kimenetértékeket írnak elő, ráadásul a következő állapotuk is azonos, ezért nem megkülönböztethetők.

Egy TSH nem megkülönböztethető állapotait **ekvivalens** állapotoknak nevezzük. Az ekvivalencia jelölésére a ≡ szimbólumot használjuk a továbbiakban.

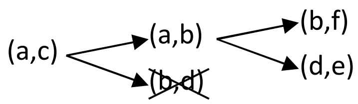
Egy TSH két állapota (a,b) akkor és csak akkor ekvivalens, ha

- akár a, akár b állapotban a hálózatot érő bármely bemeneti kombinációra ugyanazt a kimeneti kombinációt hozza létre, és
- akár a, akár b állapotból indulva a hálózat bármely bemeneti kombinációra ekvivalens állapotba kerül

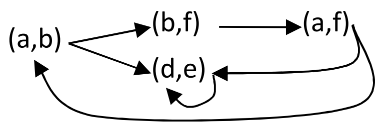
Ekvivalens és nem ekvivalens állapotok kereséséhez nézzük az alábbi állapottáblázatot.

X / y	0	1
a	b,1	d,0
b	f,1	e,0
c	a,1	b,0
d	d,0	c,1
e	e,0	c,1
f	a,1	e,0

Vizsgáljuk meg az (a,c) állapotpárt. A kimenetek nem különböznek azonos X mellett. A következő állapotok x=0 esetén (a,b); X=1 esetén (b,d) ezért további vizsgálat szükséges. Az (a,b) pár kimenet szempontjából jó, de további állapotpárok vizsgálatát ((bf) és (de)) igényli. A (b,d) állapotok biztosan nem ekvivalensek, hiszen eltérő kimenetértéket írnak elő azonos X mellett, emiatt a feltétellánc első állapotpárja (a,c) biztosan nem ekvivalens. Ezt a feltételláncot szemlélteti az alábbi ábra.



Vizsgáljuk meg az (a,b) állapotpárt, ennek feltételeként a (b,f) és (d,e) adódik. (b,f) további feltételeként (a,f) majd ismét (a,b) és (d,e) adódik. A (d,e) állapotpár saját magát írja elő, ami teljesül. Ezt a feltételláncot szemlélteti az alábbi ábra.



Ennek eredményeként a következő ekvivalenciákat találtuk: a ≡ b , b ≡ f és a ≡ f valamint d ≡ e adódik. Az első három ekvivalencia összevonható egy nagyobb osztályba, így összesen két osztályt kapunk: (abf)(de) A (c) állapotot nem tudtuk semelyik másikkal összevonni, így ő külön marad.

A fenti példa kapcsán érezzük, hogy a hosszú feltételláncok vizsgálata időigényes, ezért a következő szisztematikus eljárást javasoljuk az ekvivalens és antivalens állapotok keresésére. A módszert a szakirodalomban Paull-Unger-eljárás néven említik.

Első lépésben az állapottábla valamennyi állapotpárját megvizsgáljuk, az alábbi három döntés közül valamelyiket meghozzuk, és ezt egy táblázatban feljegyezzük.

- Ha a két állapot a kimenetek alapján nem ekvivalens, akkor „×” -el jelöljük
- Ha a két állapot további feltételek nélkül ekvivalens, akkor „✓”-val jelöljük
- Ha a két állapot ekvivalenciája további állapotok ekvivalenciáját feltételezi, akkor a szükséges **feltételeket** feljegyezzük.

Második lépésben „×” jelet írunk minden olyan feltételt tartalmazó cellába, ahol az előírt feltételhez már „×” bejegyzést tettünk. Ezt a vizsgálatot mindaddig folytatjuk, amíg újabb bejegyzés már nem lehetséges.

Alkalmazzuk a Paull-Unger eljárást a bevezető példánkban szereplő TSH állapottáblára. Az első lépés végrehajtása után az alábbi lépcsős táblát kapjuk:

b	bf de				
c	ab bd	af be			
d	X	X	X		
e	X	X	X	✓	
f	ab de	af	be	X	X
	a	b	c	d	e

A második lépés során újabb „X” bejegyzést teszünk, ha egy feltételt végig néztünk.

b	bf de				
c	~~ab bd~~ X	~~af be~~ X			
d	X X	X X	X X		
e	X X	X X	X X	✓	
f	ab de	af	~~be~~ X	X X	X X
	a	b	c	d	e

A kapott táblázatból kiolvashatjuk az összes ekvivalens állapotpárt. Ezek a következők:

a ≡ b , b ≡ f, a ≡ f és d ≡ e

Vezessünk be egy újabb fogalmat. Egy sorrendi hálózat páronként ekvivalens állapotainak halmazát **ekvivalencia osztálynak** nevezzük.

A fenti hálózat ekvivalencia osztályai tehát: (ab), (bf), (af), (de), (abf)

Egy sorrendi hálózat valamely ekvivalencia osztálya **maximális**, ha egyetlen újabb állapottal sem bővíthető.

A példánkban szereplő maximális ekvivalencia osztályok: (abf)(de)(c).

Az állapotösszevonás feladatát megfogalmazhatjuk úgy, hogy meg kell keresni a maximális ekvivalencia osztályokat, majd minden osztálynak egy-egy új állapotot megfeleltetve elő kell állítani az összevont állapottáblát.

A maximális ekvivalencia osztályok szisztematikus előállítására a szakirodalom [3] az alábbi módszert javasolja.

Indulásként tételezzük fel, hogy a maximális ekvivalencia osztály valamennyi állapotot tartalmazza. Ez után sorra zárjuk ki az antivalens állapotpárok egyosztályba tartozását. Ha ezt minden antivalens állapotpárral megtettük, a fennmaradó ekvivalencia osztályok szolgáltatják a hálózat maximális ekvivalencia osztályit.

1.	(**a**bcdef)	Az első oszlop alapján „a” nem lehet együtt „cde”-vel, ezért két osztályt alkotunk. Egyiket „a” nélkül, az összes többi állapottal; a másikat „a”-val, „cde” nélkül.
2.	(**b**cdef)(abf)	A második oszlop alapján „b” nem lehet együtt „cde”-vel, ezért két újabb osztályt alkotunk. Egyiket „b” nélkül, az összes többi állapottal; a másikat „b”-vel, „cde” nélkül.
3.	(**c**def)(bf)(abf)	„bf” beolvad (abf)-be. A harmadik oszlop alapján „c” nem lehet együtt „de”-vel, ezért két osztályt alkotunk. Egyiket „c” nélkül, az összes többi állapottal; a másikat „c”-vel, „de” nélkül.
4.	(**d**ef)(c)(abf)	A negyedik oszlop alapján „d” nem lehet együtt „f”-el, ezért két osztályt alkotunk. Egyiket „d” nélkül, az összes többi állapottal; a másikat „d”-vel, de „f” nélkül.
5.	(**e**f)(de)(c)(abf)	Az utolsó oszlop alapján „e” nem lehet együtt „f”-el, ezért kettéválasztjuk.
6.	(f)(e)(de)(c)(abf)	(f) beolvad (abf)-be; (e) beolvad (de)-be.

A kapott maximális kompatibilitási osztályok: (de)(c)(abf)

Adjunk új állapot nevet ezeknek az osztályoknak és írjuk fel az összevont állapottáblát.

	y \ X	0	1
(abf)	A	A,1	B,0
(de)	B	B,0	C,1
(c)	C	A,1	A,0

Az állapotekvivalencia tulajdonságai

Az alábbiakban röviden azt vizsgáljuk, hogy a TSH állapota közötti ekvivalencia reláció és a maximális ekvivalencia osztályok milyen tulajdonságúak.

1. Az állapotekvivalencia reflexív, minden állapot ekvivalens önmagával: $a \equiv a$.
2. Az ekvivalencia szimmetrikus, ha $a \equiv b$, akkor $b \equiv a$.
3. Az ekvivalencia tranzitív, ha $a \equiv b$ és $b \equiv c$, akkor $a \equiv c$.
4. A maximális ekvivalencia osztályok az előzetes állapottábla állapotaiból alkotott halmaz részhalmazai.
5. Az előzetes állapottábla minden egyes állapota megtalálható valamelyik maximális ekvivalencia osztályban.
6. A tranzitív tulajdonság miatt a TSH maximális osztályai diszjunkt részhalmazokat alkotnak, minden állapot csak egy halmazban szerepelhet (a maximális ekvivalencia osztályok partíciót alkotnak).

A TSH összevonás lépéseinek összefoglalása

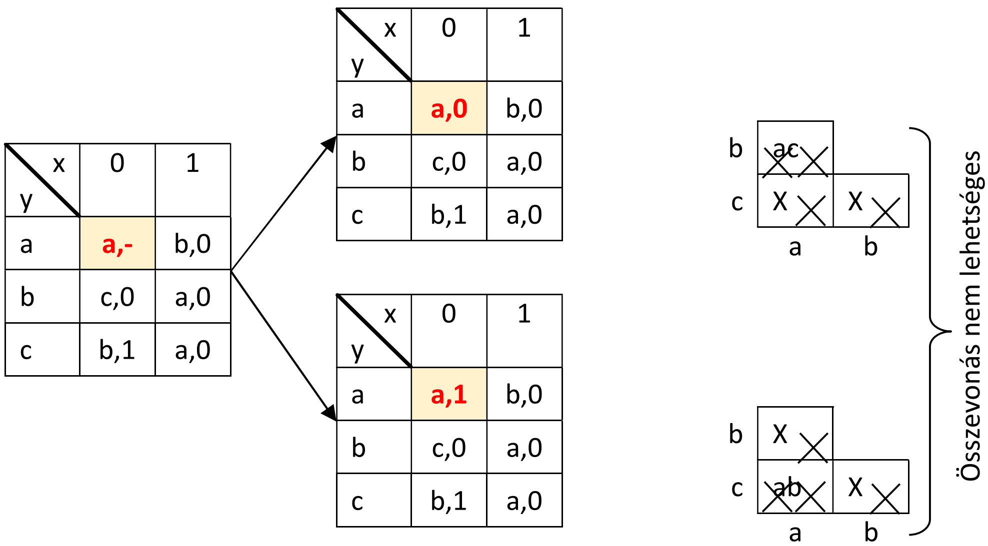
1. Valamennyi ekvivalens és antivalens állapotpár megkeresése lépcsőstábla felhasználásával.
2. A lépcsőstábla felhasználásával maximális ekvivalencia osztályok meghatározása.
3. A maximális ekvivalencia osztályoknak megfeleltetve egy-egy új állapotot felírjuk az összevont állapottáblát.

Nemteljesen specifikált sorrendi hálózatok állapotösszevonása

A nem teljesen specifikált kombinációs hálózatok minimalizálása során láttuk, hogy algoritmikus végrehajtás esetén voltak olyan esetek, ahol a közömbös bejegyzéseket az összes lehetséges módon rögzítettük és minden rögzítésre megoldottuk a minimalizálási feladatot. Végül a legkedvezőbb megoldást kiválasztottuk a lehetséges alternatívák közül.

NTSH esetén is felmerülhet az ötlet, hogy az összes lehetséges variációban tegyük határozottá a feladatot, majd az előző pontban megismert eljárást alkalmazva minden esetre elvégezzük a minimalizálást. Végül kiválasztjuk a legegyszerűbb, legkevesebb sort tartalmazó állapottáblát. A következő példában megmutatjuk, hogy NTSH esetében ez a gondolatmenet nem vezet el feltétlenül a legkevesebb állapotot adó megoldáshoz.

Az alábbi ábrán egy nagyon egyszerű, mindössze három soros állapottáblát láthatunk, egyetlen közömbös bejegyzéssel. Ezt kétféleképpen tehetjük határozottá, ezért mindjárt mellette megadjuk a kétféleképpen rögzített értékhez tartozó állapottáblákat és az összevonáshoz tartozó lépcsőstáblákat is.



Látszólag arra az eredményre jutottunk, hogy nem lehet összevonni, pedig a következő két soros állapottábla a specifikált bejegyzéseivel azonos működést mutat.

y \ x	0	1
A	B,0	A,0
B	A,1	A,0

(A→(ab), B→(ac) osztályok szerint történt a felírás.)

A problémát az okozza, hogy a fix rögzítéssel azt írjuk elő, hogy valahányszor a „0” bemeneti kombináció hatására az „a” állapotba kerülünk, mindig ugyanazt a kimeneti értéket szolgáltassa a hálózat. A közömbös bejegyzés azonban a bemeneti kombinációk sorrendjétől függően eltérő értéket is kaphat. Ennek megfelelően az állapot megkülönböztethetőség definiálásához vezessük be a **specifikációs bemeneti kombinációsorozat** fogalmát.

Valamely bemeneti kombinációsorozat specifikációs egy sorrendi hálózat egy állapotára, ha lejátszódása során az állapotból kiindulva a hálózat valamennyi állapotátmenete és kimeneti kombinációja specifikált. (Vagyis úgy vezéreljük a hálózatot, hogy „elkerüljük” a közömbös bejegyzéseket tartalmazó cellákat). Ez alapján fogalmazzuk meg az állapotok megkülönböztethetőségének feltételét NTSH esetére.

Egy NTSH két állapota akkor és csak akkor megkülönböztethető, ha létezik legalább egy olyan, mindkét állapotra specifikációs bemeneti kombinációsorozat, amelyre a két állapotból kiindulva szolgáltatott két kimeneti kombinációsorozat legalább egy bemeneti kombináció esetén különbözik egymástól. A két állapot NMK, ha nem létezik ilyen specifikációs bemeneti kombinációsorozat.

Az NTSH NMK állapotait **kompatibilis** (összeegyeztethető) állapotoknak nevezzük. A kompatibilitás jelölésére a „~” szimbólumot használjuk.

A TSH-k esetében bemutatott gondolatmenethez hasonlóan megfogalmazhatunk egy tételt, amely segítségével az NTSH kompatibilis állapotpárjait egyszerűbben kereshetjük meg.

Egy NTSH hét állapota akkor, és csak akkor kompatibilis, ha a két állapothoz tartozó kimeneti kombinációk megegyeznek minden olyan bemeneti kombináció esetén, ahol mindkét állapot kimenete specifikált; és a két állapotból kiindulva bármely bemeneti kombináció kompatibilis következő állapotokba vezet, ha mindkét következő állapot specifikált.

Egy NTSH páronként kompatibilis osztályainak halmazát **kompatibilitási osztálynak** nevezzük. Egy kompatibilitási osztály maximális, ha nem bővíthető egyetlen újabb állapottal sem.

A maximális kompatibilitási osztályokat a korábban megismert Paull-Unger eljárással kitöltött lépcsőstábla alapján határozhatjuk meg. Fontos felhíni a figyelmet, hogy a maximális kompatibilitási osztályok nem minden esetben diszjunkt részhalmazai a kiindulási állapotoknak. Attól, hogy egy állapot több osztályban is szerepel, még nem következik az osztályok összevonhatósága. Ennek oka, hogy az állapotkompatibilitás nem tranzitív tulajdonságú. Emiatt egy kompatibilitási osztály csak akkor bővíthető újabb állapottal, ha az az osztály összes állapotával kompatibilis.

A maximális kompatibilitási osztályok már megadják az összevonható állapotokat.

Az elmondottak szemléltetésére nézzük az alábbi nem teljesen specifikált előzetes sorrendi hálózat állapottábláját.

y \ x_1x_2	00	01	11	10
a	c,1	-	a,1	-
b	d,1	c,1	-	-
c	-	e,0	a,1	-
d	f,-	f,1	-	-
e	f,1	f,-	-	-
f	-	-	a,1	-

b	~~cd~~ ✗				
c	✓	X ✗			
d	cf	df,cf	X ✗		
e	cf	df,cf	ef	✓	
f	✓	✓	✓	✓	✓
	a	b	c	d	e

A táblát megnézve megállapíthatjuk, hogy a ~ c és a ~ d , de ebből egyáltalán nem következik, hogy c ~ d, hiszen itt a kimenetek kizárják a kompatibilitást.

Határozzuk meg a maximális kompatibilitási osztályokat a TSH összevonásnál megismert módon.

1.	(**a**bcdef)	Az első oszlop alapján „a” nem lehet együtt „b”-vel, ezért két osztályt alkotunk. Egyiket „a” nélkül, az összes többi állapottal; a másikat „a”-val, „b” nélkül.
2.	(**b**cdef)(acdef)	A második oszlop alapján „b” nem lehet együtt „c”-vel, ezért két újabb osztályt alkotunk. Egyiket „b” nélkül, az összes többi állapottal; a másikat „b”-vel, „c” nélkül.
3.	(**c**def)(bdef)(a**c**def)	A harmadik oszlop alapján „c” nem lehet együtt „d”-vel, ezért két osztályt is tovább osztunk.
4.	~~(def)(cef)~~(bdef)(adef)(acef)	Ezek közül az első kettő beolvad a nagyobb osztályba.
5.	(bdef)(adef)(acef)	Mivel „d” és „e” állapotoknál nincs kizárás, készen vagyunk.

Figyeljük meg, hogy a kapott három maximális kompatibilitási osztályban több olyan állapotot is látunk, amely nem csak egyetlen osztályban szerepel.

Az összevont állapottábla kitöltéséhez készíthetünk egy segédtáblázatot, ahol külön oszlopokban tüntetjük fel az Y és a Z értékeket. Az X_1X_2=10 oszlopot nem ábrázoltuk feleslegesen. Az egyes sorokban a maximális kompatibilitási osztályoknak megfelelően, ha kellett, akkor többször is megismételtük az eredeti állapottábla sorait.

	x_1x_2 / **y**	**00**	**01**	**11**	**00**	**01**	**11**
A	**a**	c	-	a	1	-	-
	c	-	e	a	-	0	1
	e	f	f	-	1	-	-
	f	-	-	a	-	-	1
B	**a**	c	-	a	1	-	-
	d	f	f	-	-	1	-
	e	f	f	-	1	-	-
	f	-	-	a	-	-	1
C	**b**	d	c	-	1	1	-
	d	f	f	-	-	1	-
	e	f	f	-	1	-	-
	f	-	-	a	-	-	1

Az összevont állapottábla (A/00) cellájának kitöltésekor a fenti segédtáblázatból kiolvasható, hogy olyan új állapot betűjele kell, ahol a „c” és „f” állapotok együtt szerepelnek. Ilyen az „A” állapot. Ugyanitt a kimenet értéke is jól látszik, hiszen „1” és „-„ bejegyzéseket kell összevonni, ezért az összevont táblába „A,1” bejegyzést írhatunk.

Az összevont tábla (A/01) cellájában olyan új állapotot kell választanunk, ahol „e” és „f” állapotok együtt szerepelnek. A kimenet értékéhez „0” és „-„ bejegyzéseket kell összevonni. Mivel mindhárom osztályban szerepelnek, ezért ide A,B,C mindegyike megfelelő ezért írtunk „-,0” bejegyzést

A többi cella kitöltésének ellenőrzését most nem ismertetjük, csak a végeredményt közöljük. A kapott maximális kompatibilitási osztályok alapján az összevont állapottáblát felírhatjuk.

	x_1x_2 / y	00	01	11	10
acef	A	A,1	-,0	A vagy B,1	-
adef	B	A,1	-,1	A vagy B,1	-
bdef	C	B vagy C,1	A,1	A vagy B,1	-

Az állapotkompatibilitás tulajdonságai

Az alábbiakban röviden azt vizsgáljuk, hogy az NTSH állapota közötti kompatibilitás reláció és a maximális kompatibilitási osztályok milyen tulajdonságúak.

1. Az állapotkompatibilitás reflexív, minden állapot kompatibilis önmagával: a ~ a.
2. A kompatibilitás szimmetrikus, ha a ~ b, akkor b ~ a.
3. A kompatibilitás nem tranzitív.
4. A maximális kompatibilitási osztályok az előzetes állapottábla állapotaiból alkotott halmaz részhalmazai.
5. Az előzetes állapottábla minden egyes állapota megtalálható valamelyik maximális kompatibilitás osztályban.
6. Mivel nem tranzitív tulajdonságúak az NTSH maximális kompatibilitás osztályai, ezért egy állapot több halmazban is szerepelhet (a maximális kompatibilitás osztályok fedőrendszert alkotnak).

További intuitív állapotszám csökkentés

A kombinációs hálózatok minimalizálásakor arra törekedtünk, hogy minél kevesebb prímimplikánssal fedjük le a feladathoz tartozó termeket. Az állapot összevonás során is fontos követelmény, hogy az eredeti állapottábla minden sorához tartozzon legalább egy állapot az összevont állapottáblában. TSH esetben az ekvivalencia osztályok diszjunkt tulajdonsága miatt egyértelmű megoldást kaptunk. NTSH esetben előfordulhat, hogy egy eredeti állapot több maximális kompatibilitási osztályban is szerepel, ezért ezek elhagyásával még nem sérül a lefedésre tett előírásunk. Azok az állapotok, amelyek több osztályban is szerepelnek, elhagyhatók, ha az elhagyásuk után is ellentmondás mentesen ki tudjuk tölteni az összevont állapottáblát. Ehhez vezessük be a **zárt partíció** fogalmát.

A kompatibilitási osztályok egy halmaza zárt, ha a halmazban szereplő bármelyik osztály tetszőleges két állapotából kiindulva minden olyan bemeneti kombinációra, amely mindkét állapotból specifikált következő állapotot ír elő, a következő állapotok is együtt szerepelnek a halmaznak legalább egy osztályában. A maximális kompatibilitási osztályok halmaza mindig zárt.

Egy NTSH esetében a legkevesebb sort tartalmazó összevont állapottáblához tehát úgy juthatunk el, hogy a legkevesebb kompatibilitási osztályt tartalmazó zárt halmaz elemeihez rendeljük hozzá az összevont állapottábla állapotait. Általában több ilyen halmaz is létezhet, megkeresésük próbálgatást igényel. A próbálgatáshoz az alábbi lépéseket javasoljuk.

1. A maximális kompatibilitási osztályok közül válasszuk ki a lehető legkevesebbet úgy, hogy az eredeti állapottábla minden állapota szerepeljen valamelyik osztályban. Vagyis fedjük le az állapotokat minimális számú kompatibilitási osztállyal.

2. Vizsgáljuk meg, hogy zárt halmazt kapunk-e.
3. Ha nem zárt a halmaz, akkor vizsgáljuk meg a több osztályban is szereplő állapotok, vagy állapot csoportok elhagyásával zárttá tehető-e. Ha igen, akkor alakítsuk át eszerint a kompatibilitási osztályokat. Ha nem, akkor egészítsük ki a halmazt a zártságot biztosító osztályokkal.
4. Hagyjuk el az osztályokból azokat az állapotokat, amelyek a zártság fenntartásával elhagyhatók.

Az állapotok lefedésének áttekintéséhez a prímimplikáns tábla lefedéshez hasonlóan érdemes eljárni.

osztály	a	b	c	d	e	f
A (acef)	x		x		x	x
B (adef)	x			x	x	x
C (bdef)		x		x	x	x

A tábla alapján úgy tűnik, hogy a teljes B osztály elhagyható. Ellenőrizzük a B osztály elhagyása utáni zártságot.

	x_1x_2 / y	00	01	11	00	01	11
A	a	c	-	a	1	-	-
	c	-	e	a	-	0	1
	e	f	f	-	1	-	-
	f	-	-	a	-	-	1
C	b	d	c	-	1	1	-
	d	f	f	-	-	1	-
	e	f	f	-	1	-	-
	f	-	-	a	-	-	1

Próbáljuk meg kitölteni ennek megfelelően az összevont állapottáblát.

	x_1x_2 / y	00	01	11	10
acef	A	A,1	A vagy C,0	A,1	-
bdef	C	C,1	A,1	A,1	-

Látható, hogy ki tudtuk tölteni ellentmondás mentesen, az összevont állapottáblát és az előzetes állapottábla minden állapota szerepel valamelyik osztályban.

Vizsgáljuk meg, hogy nem hagyható-e el az A(acef) osztályból az „f” állapot. Jelöljük D-vel az (acf) új osztályt.

A zártság vizsgálatához állítsuk elő a segédtáblázatot:

	y \ x_1x_2	00	01	11	00	01	11
D	a	c	-	a	1	-	-
	c	-	e	a	-	0	1
	f	-	-	a	-	-	1
C	b	d	c	-	1	1	-
	d	f	f	-	-	1	-
	e	f	f	-	1	-	-
	f	-	-	a	-	-	1

Próbáljuk meg kitölteni ennek megfelelően az összevont állapottáblát.

	y \ x_1x_2	00	01	11	10
acf	D	D,1	C,0	D,1	-
bdef	C	C,1	D,1	D,1	-

Látható, hogy ismét ki tudtuk tölteni ellentmondás mentesen, az összevont állapottáblát és az előzetes állapottábla minden állapota szerepel valamelyik osztályban.

Végül még egy vizsgálatot nézzünk meg. Vizsgáljuk meg, hogy az A(acef) és C(bdef) osztályok esetén a C osztályból elhagyható-e az ef állapotpár? Jelöljük E-vel a (bd) állapotpárt tartalmazó osztályt.

	y \ x_1x_2	00	01	11	00	01	11
A	a	c	-	a	1	-	-
	c	-	e	a	-	0	1
	e	f	f	-	1	-	-
	f	-	-	a	-	-	1
E	b	d	c	-	1	1	-
	d	f	f	-	-	1	-

Próbáljuk meg kitölteni ennek megfelelően az összevont állapottáblát.

	y \ x_1x_2	00	01	11	10
acef	A	A,1	A,0	A,1	-
bd	E	??? ,1	A,1	-,1	-

Figyeljük meg, hogy az E sor 00 oszlopát nem tudjuk kitölteni, mert olyan új állapotra lenne szükségünk, ahol együtt szerepelnek a d és f állapotok, ezt viszont sem az A, sem az E osztály nem tartalmazza. Ezért az A és E osztályok alkalmazása esetén sérül a zártság, tehát nem lehet ebben az esetben elhagyni ef állapotpárt.

Nem minden esetben célszerű minden elhagyható állapotot elhagyni a maximális kompatibilitási osztályokból. Az állapotelhagyás csak akkor jelent csökkenést a hálózat állapotszámában, ha ezzel mellőzhetjük újabb kompatibilitási osztály felvételét a zártság biztosítására. Az állapotelhagyásnak a következő hatásai lehetnek:

- Csökkenhet a zártágra vonatkozó feltételek száma, így kevesebb kompatibilitási osztály figyelembevétele elegendő lehet.
- Az egy osztályba összevonandó állapotok számának csökkenése miatt több közömbös maradhat az egyszerűsített állapottáblában.
- Az elhagyás miatt az elhagyott állapotot kevesebb kompatibilitási osztály tudja lefedni, emiatt csökken a közömbösök száma.

Egy adott megoldás értékeléséhez támpontot nyújthat a következő egyenlőtlenség:

$m \leq p \leq \min(n,k)$

ahol m a legegyszerűbb fedést biztosító maximális kompatibilitási osztályok száma, n az előzetes állapottábla sorainak száma, k a maximális kompatibilitási osztályok száma, p a legkevesebb állapotot tartalmazó összevont állapottábla állapotainak száma.

A bemutatott példában n=6, k=3, m=2, p=2, így a fenti egyenlőtlenség $2 \leq 2 \leq \min(6,3)$ teljesül, tehát nem érdemes további egyszerűsítéseket keresni, a kapott megoldás az állapotok száma szempontjából optimálisnak tekinthető.

Az NTSH összevonás lépéseinek összefoglalása

1. Valamennyi kompatibilis és inkompatibilis állapotpár megkeresése lépcsőstábla felhasználásával.
2. A lépcsőstábla felhasználásával maximális kompatibilitási osztályok meghatározása.
3. Kompatibilitási osztályok legkedvezőbb zárt halmazának megkeresése.
4. A legkedvezőbb zárt halmaznak megfeleltetve egy-egy új állapotot felírjuk az összevont állapottáblát.