Hódi Gyula

Fizika sietőknek – I. év, Mechanika

korrepetálási segédanyag

v3.1

Szia.

Ez a segédanyag a ***Fizika döcögőknek*** című tankönyvem 3.1 jelű *teljes* verziójának **kivonata**. Azoknak állítottam össze, akiknek nincs szüksége magyarázatra, csak szeretnék összeszedve megkapni a "Szilárd testek mechanikája" témájához tartozó törvényeket, képleteket, definíciókat, kijelentéseket. Alkalmas a tanultak áttekintésére, felidézésére, és feladatok megoldásakor egy gyors segédeszközként is használható.

Ha bármelyik itt felsorolt tételhez pontosabb ismertetésre, **részletes magyarázatra, segítő ábrákra, megoldott példafeladatokra** lenne igényed, keresd fel a http://fizikasegitseg.atw.hu weboldalt. A teljes változat 221 oldal terjedelmű.

Az emlékeztetőül meghagyott néhány lekicsinyített ábrát jobban megnézheted, ha a nézetet nagyítod. A PDF-néző programokkal (XChange, Foxit, Adobe) a fájlt kiemelésekkel és megjegyzésekkel kiegészítve elmentheted.

Ha tetszik ez a segédanyag, akkor oszd meg, hasznos lehet másnak is.

Valószínűleg a mobilodon is meg tudod nézni, de ne felejtsd el, hogy dolgozatíráskor ez is puskának számít.

Nézd meg a http://fizikasegitseg.atw.hu oldalon, hogy nincs-e ott egy ennél frissebb változat.

Testek

Tömeg

Minden testnek van tömege, ez az anyag elválaszthatatlan tulajdonsága. A tömeg az anyag mennyiségét jelenti. Az SI rendszerben a tömeg alapmértékegysége a kilogramm, annak ellenére, hogy a szó a gramm ezerszeresét (kilo) jelenti. (Lásd még a könyv végén a PREFIXUMOK fejezetet.)

A tömeg két lényegi tulajdonságával válik számunkra érzékelhetővé és érdekessé: a tehetetlenségével és a tömegvonzásával.

Tömeg nem semmisíthető meg és a semmiből nem keletkezhet. A zárt rendszerben levő tömeg állandó.

Halmazállapot

A három általánosan ismert halmazállapot: **szilárd, folyékony és légnemű**. Negyedik halmazállapotnak tekintik a **plazma** állapotot, amikor az extrém forró anyagból már az elektronok is elszálltak, és maradt egy protonokból és neutronokból álló ionfelhő.

A légnemű halmazállapotot nem nevezhetjük egyszerűen gáznak, mert légnemű a pára és a gőz is, és általában a gázban oldott folyadék.

A légnemű anyagok összenyomhatók vagy ritkíthatók, ekkor a térfogatuk és a sűrűségük változik. A folyadékokat összenyomhatatlannak tekintjük, a térfogatuk és sűrűségük erő hatására nem változik meg.

Sűrűség

A sűrűség a test anyagából vett, egységnyi térfogatú darabnak a tömege. A <u>térfogat</u> egysége az SI rendszerben a m^3.

$$\rho = \frac{m}{V}$$

ahol ρ (rhó) a sűrűség, **m** a test tömege, **V** pedig a térfogata. A sűrűség mértékegysége

$$[\rho] = \frac{kg}{m^3}$$

A feladatokban rendszerint egyenletes sűrűségű, homogén anyagú testek szerepelnek. A sűrűség kicsit függ az anyag hőmérsékletétől, gázok esetében a nyomásától is.

Tömegközéppont

Ha egy testet megforgatva feldobunk, akkor mindig egy bizonyos pontja körül fog forogni, bármelyik irányba. Ezt a pontot tömegközéppontnak hívjuk. Itt van "az anyagának" a középpontja. Homogén, egyenletes sűrűségű testben a tömegközéppont a test mértani középpontjával esik egybe. Inhomogén, egyenetlen sűrűségű testben viszont ez a pont a sűrűbb rész felé tolódik.

Több testnek is meghatározható a *<u>közös</u> tömegközéppontja*.

Egy rendszer testeinek közös tömegközéppontja a rendszer <u>centruma</u>.

Mozgástani feladatokban, képzeletben gyakran helyettesítünk egy testet egy vele *azonos* tömegű, a tömegközéppontjában levő, pontszerű objektummal. Erről szól a **tömegközéppont-tétel**:

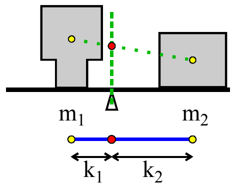
Egy *pontrendszert* egyenértékűen helyettesíthetünk a közös tömegközéppontjukba helyezett képzeletbeli tömegponttal (az egyensúlyi és mozgástani feladatokban). A helyettesítő tömegpont tömege az egész rendszer össztömegével egyenlő.

A pontszerű tömeget úgy is hívjuk, hogy tömegpont. A tömegpontok egyformán egyetlen pontnyi méretűek, de a tömegük különböző lehet, bármennyi.

A pontrendszer olyan pontszerű tömegeket jelent, amelyek egymással kapcsolatban vannak, és egységes viselkedésű rendszert alkotnak. Egy test is pontrendszer.

Pontszerű tömeggel a testek bármelyik *csoportja* is helyettesíthető.

A centrum helye egész pontosan kiszámítható, a **mérleghinta-szabály** szerint. Ha m_1 és m_2 jelöli a két test tömegét, akkor a centrum, a piros pont úgy fog elhelyezkedni, hogy igaz legyen a következő:



$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{m_2}{m_1}$$

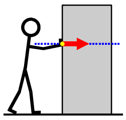
ahol k_1 és k_2 a centrum távolságai az m_1 és m_2 testektől, ahogy az ábra mutatja. *Vedd észre, hogy az indexek megfordulnak.* A fenti képlet írható másképp is:

$$\boxed{k_1 \cdot m_1 = k_2 \cdot m_2}$$

Erők

Emlékeztetlek, hogy ez a segédanyag csak kivonat a *Fizika döcögőknek* című tankönyvből, ami a neten megkereshető.

Erő [redacted]



Az erő anyagi testek egymásra hatásának formája és mértéke. Ha egy test mozgása vagy alakja megváltozik, azt csakis egy erő okozhatta. **Az erőt mindig egy test hozza létre**, közvetlenül vagy erőtér közvetítésével hatva a másik testre. Az erő vektormennyiség, azaz van nagysága és iránya is. Az erővektor vonalában elhelyezett egyenest az erő **hatásvonal**ának hívjuk, az erő **támadáspont**ja pedig az a pont, ahol az erő a testre hat. Az erővektort *jelképező* nyilat mindig úgy helyezzük el a rajzon, hogy a nyíl kezdőpontja kerül az erő támadáspontjához.

Az erő "továbbadódhat" egy merev testen keresztül. A gyakorlatban az erő továbbadására jellegzetesen használt eszköz egy rúd vagy egy kötél, az utóbbi csak húzó irányban.

Az erő jele $\mathbf{F}$ (force), de néha más nagybetűvel jelöljük, például a súly esetében G-vel. A mértékegysége az SI mértékegységrendszerben a **newton (N)**. Mivel az erőt a test *tömegének* és az erő hatására létrejövő *gyorsulásának* a szorzatából származtatjuk (lásd később), a mértékegység megfeleltetése

$$1\ \mathrm{N} = 1\,\frac{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

A súly is az erő egyik előfordulási formája, lásd a SÚLYERŐ fejezetet. Egy 1 kg tömegű test súlya (tengerszinten) 9,80665 N, ezt a feladatokban gyakran 10 newtonra kerekítjük.

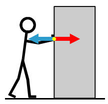
Az erő vektorát a rajzokon eltolhatjuk a saját hatásvonala mentén, ha a számítást vagy értelmezést ez megkönnyíti. A két vektor ilyenkor egyenértékű.

Kölcsönhatás, ellenerő

Newton III. törvénye (A *hatás–ellenhatás* törvénye):

Ha egy test erőt (hatást) fejt ki egy másik testre, akkor az a test *ugyanott* egy ugyanakkora, de ellentétes irányú ellenerőt (ellenhatást) fejt ki erre a testre. A két erő egymást kiegyenlíti.

A két erővektor egy vonalba esik. *Vigyázz, mindig figyelj oda arra, hogy melyik erő melyik testre hat*.



Az ellenerő egy "aktív" erő "passzív" ellenerejeként születik, igazodik hozzá, kiegyenlíti azt. Az aktív erőt valami létrehozza, erre a testre hatva, amitől ebben a testben ellenerő *indukálódik*, ami a másik testre visszahat.

Két aktív erő is kiegyenlítheti egymást, például egy harapófogóban. Egy sík felület, például egy fal vagy egy lejtő által kifejtett ellenerő mindig a síkra merőleges.

Eredő erő

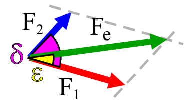
Newton IV. törvénye szerint

Ha egy testre egyidejűleg több erő hat, akkor azok a számításokban egyenértékűen helyettesíthetők egyetlen erővektorral, amely a többi erővektor matematikai vektorösszege, a fizikában használt szóval EREDŐJE.

1. eset: szöget bezáró erők. Az eredőt formailag egy szerkesztéssel találjuk meg. Két vektor eredőjének megtalálásához a két vektorból egy parallelogramma két oldalát hosszuk létre, és az eredőjük ennek a parallelogrammának a közös kezdőpontból induló átlója. A módszert **parallelogramma-szabály**nak hívjuk.

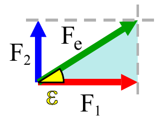
Ismert $\mathbf{F_1}$ és $\mathbf{F_2}$, valamint az általuk bezárt δ szög. Általános esetben az eredő nagysága:

$$F_e = \sqrt{F_1^{\,2} + F_2^{\,2} + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos\delta}$$



cos 90°=0, ezért ha a két vektor derékszöget zár be, akkor:

$$F_e = \sqrt{F_1^{\,2} + F_2^{\,2}} \ .$$



Az eredő irányát valamelyik erőhöz viszonyítva adjuk meg. Az $\mathbf{F_1}$ és $\mathbf{F_e}$ által bezárt ε szög kiszámítása:

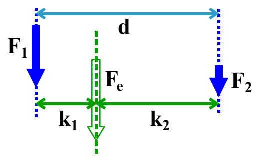
$$\sin\varepsilon = \frac{F_2}{F_e} \cdot \sin\delta$$

Derékszöget bezáró erőknél δ=90°, ekkor $\sin\,\delta$=1.

2. eset: az erők hatásvonala egybeesik. Ekkor a vektorok hossza előjelesen összeadandó.

Párhuzamos hatásvonalú erők eredője

Adott két erő (F_1, F_2), amelyek hatásvonalai egymással párhuzamosak, a távolságuk $\mathbf{d}$. Keressük a két erő eredőjét.



Az eredővektor **nagysága** az erők nagyságának előjeles összegével egyenlő.

Az eredő hatásvonala párhuzamos az erőkkel. A hatásvonal **helyét** úgy kell kiszámítani, hogy érvényes legyen rá a **mérleghinta-szabály**:

$$\boxed{|F_1 \cdot k_1| = |F_2 \cdot k_2|}$$

ahol F-fel az erőket, k-val az eredő erőtől leendő távolságukat jelöltük. Az eredő hatásvonala tehát oda kerül, ahol a mérleghinta alátámasztása lenne az egyensúly megtalálása után. Az eredő mindig a *nagyobb* erőhöz van közelebb.

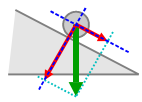
Az ábra alapján $k_2 = d - k_1$, ebből $k_1 = \dfrac{F_2 \cdot d}{F_1 + F_2}$.

Az eredő erőkomponensei

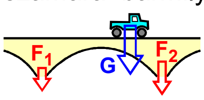
Newton IV. törvénye megfordítható:

Minden erővektor helyettesíthető két olyan vektorral, amelyeknek ez az erő az eredője.

A parallelogramma-szabályt használjuk "visszafelé". Mindig ellenőrizd a parallelogramma-szabállyal, hogy az eredeti vektor valóban eredője legyen a két kapott vektornak!



Egy vektorhoz végtelen sok összetevő-páros található, azért, mert a két komponens számára bármilyen irányba kijelölhetjük a hatásvonalakat. Te úgy választod ki a megfelelőt, hogy valamilyen gyakorlati szempont alapján előre kijelölöd a két összetevő hatásvonalát.

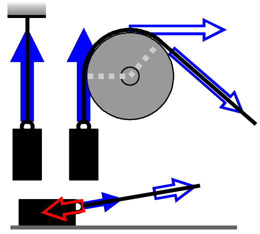


Az egy eredő kétfelé történő párhuzamos felbontásának elve a **híd-szabály**.

Kényszererő

Szabaderőnek nevezzük azokat az erőket, amelyek hatására egy test szabadon elmozdulhat. Ha egy *kényszer* ezt a mozgást korlátozza, akkor a mozgás *kényszermozgás*. A kényszert létrehozó erő **kényszererő**. A kényszererők egy része egy erő ellenerejeként születik.

Kötélerő



A kötél (fonál) olyan test, amely révén erő továbbítható. Kötéllel nem tudunk eltolni egy testet, ahogy egy bottal, *a kötél csak húzni tud*. Az egyenes kötél által létrehozott húzóerő hatásvonala a kötél vonalában van. Ha a kötél nem egyenes, akkor a hatásvonal minden pontnál a kötél *érintője*. A kötélre nem lehet forgatónyomatékot (lásd később) kifejteni, mert a kötél nem szilárd test.

Ha egy kötél erőt fejt ki egy testre, akkor a hatás–ellenhatás törvénye szerint a test is erőt fejt ki a kötélre, ellentétes irányban, a kötelet húzva.

Tömegvonzás, gravitáció

A tömeghez, halmazállapotától és mennyiségétől függetlenül, elválaszthatatlanul hozzátartozik egy belőle származó erő, a tömegvonzás, más szóval gravitáció. Ez a hatás a jelenlegi ismereteink szerint gömbszimmetrikus, nem árnyékolható, nem téríthető el, nem növelhető vagy csökkenthető, és csak a végtelenben csökken nullára. **A tömegvonzási erő két tömeg között jön létre:**

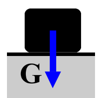
$$F_{grav} = f \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

ahol $\mathbf{m_1}$ és $\mathbf{m_2}$ a két test tömege, $\mathbf{r}$ a *tömegközéppontjuk* közötti távolság, $\mathbf{f}$ pedig a gravitációs állandó, amelynek értéke:

$$f = 6{,}7 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}$$

A hatás–ellenhatás törvényéből következően te pontosan akkora erővel vonzod a Földet, mint amennyivel az vonz téged. A két erő vektora a két tömegközéppontot összekötő egyenesre illeszkedik.

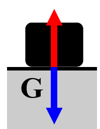
Nehézségi erő



Azt az erőt, amivel a Föld a testet vonzza, **nehézségi erő**nek hívjuk. Ez az erő egyenesen arányos a test tömegével, és **a test*re*** hat. A jele $\mathbf{G}$ vagy $\mathbf{F_G}$, a mértékegysége newton. A hatásvonala függőleges, az iránya lefelé mutat, a támadáspontjának a test tömegközéppontját tekintjük. A nehézségi erő hozza létre a súlyerőt. A súly "eltűnhet", de a nehézségi erő *mindig* megmarad.

Súlyerő

Egy test súlya az az erő, amivel a mozdulatlan test az alátámasztást vagy felfüggesztést nyomja.



Minden testnek van (vagy lehet) súlya. **A súlyerő forrása a test nehézségi ereje**. A nehézségi erő hat a testre, a súlyerő hat az alátámasztásra. A hatás–ellenhatás törvénye szerint a test által nyomott alátámasztás is nyomja a testet, egy ugyanakkora ellenerővel. Amikor a test mozdulatlan, akkor a súlyerő megegyezik a nehézségi erővel, a mozgó test külön téma.

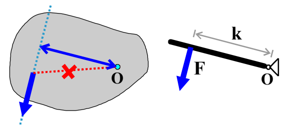
A súlyerő jele is $\mathbf{G}$ vagy $\mathbf{F_G}$, a mértékegysége newton. A súlyerő kiszámítása:

$$G = m \cdot g$$

ahol $\mathbf{m}$ a test tömege (kilogrammban), a $\mathbf{g}$ (az ún. nehézségi gyorsulás) értéke **~10** (9,80665) N/kg.

Forgatónyomaték [redacted]

Ha egy szilárd test egy pontját csuklóval vagy tengellyel rögzítjük úgy, hogy a test e pont körül el tud fordulni, akkor a testre ható erő a test elforgatására törekedik. Egy erő elforgató hatása nagyobb akkor, ha az erőt megnöveljük, és akkor is, ha az erőt *a forgásponttól távolabb* alkalmazzuk.



Az erő elforgató hatását kifejező mennyiség neve forgatónyomaték.

Erőkarnak hívjuk az erővektor <u>hatásvonalának</u> merőleges távolságát a forgásponttól. *Nem* a támadáspont és a forgáspont közötti távolság számít.

Az M forgatónyomaték egyenesen arányos az F erővel és a k erőkarral, azaz

$$M = F \cdot k$$

A forgatónyomaték mértékegysége, a képletből is következően a **newtonméter**:

$$[M] = N \cdot m$$

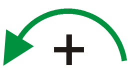
A forgatónyomaték mindig egy adott forgáspontra vonatkozik. Ha a forgáspontot áthelyezzük, megváltozik a forgatónyomaték is.

A feladatok megoldásakor a szilárd testet helyettesíthetjük egy súly nélküli, vékony, végtelenül teherbíró rúddal, amelynek egyik vége a forgáspontban csuklósan van rögzítve, az ábrán láthatod.

Ha egy erő hatásvonala átmegy a forgásponton, akkor az erőkar hossza, azaz a k távolság 0, tehát az erő forgatónyomatéka is 0.

Ha a <u>forgáspont rögzített</u>, akkor a testnek az a pontja sehogy sem mozdítható el, csak forgatható. Elfordulás történhet rögzítetlen, csak az adott helyzetből kialakuló <u>eseti forgáspont</u> körül is, mint például egy láda felbillentésekor. Ha egy olyan test forog, amelynek nincs sem rögzített, sem eseti forgáspontja, akkor a forgás tengelye a test <u>tömegközéppontján</u> megy át.

Ha egy merev, elfordulni képes testen egy erővel forgatónyomatékot hozunk létre, akkor a test a nyomaték irányába elfordul.



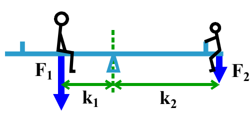
A forgatónyomaték értékének **előjele** is van. Pozitív iránynak az óramutató járásával ellentétes forgási irányt vesszük.

Ha egy forgáspontban rögzített testre több erő is hat, akkor mindegyik saját forgatónyomatékot hoz létre.

Több erő közös forgatónyomatéka egyenlő az egyes forgatónyomatékok <u>előjeles</u> összegével.

Mérleghinta

Az egyensúly fenntartásához a két gyerek súlya által létrehozott forgatónyomatékok kiegyenlítik egymást, az összegük nulla. A két forgatónyomaték nagysága egyenlő, az előjelük ellentétes.



$$M_1 = -M_2 \qquad F_1 \cdot k_1 = -F_2 \cdot k_2$$

Mozdulatlanság [redacted]

Egy testet mozdulatlan tekintünk, ha az sem forgó, sem haladó mozgást nem végez.

Egy test akkor és csak akkor van forgási egyensúlyban, ha a testre ható erők forgatónyomatékainak *bármelyik* pontra vonatkozatott előjeles összege nulla.

Egy test csak akkor áll, ha a testre ható erővektorok eredője nulla.

Három nem párhuzamos erő eredője csak akkor lehet nulla, ha a három erő hatásvonala egy pontban metszi egymást.

Ha egy feladat megadja a testekre ható erőket, akkor valahogy leírja azt is, hogy melyik test(ek) mozdulatlanságát kell megvizsgálnod, megmagyaráznod. Készíts pontos vázlatot magadnak arról, hogy az adott testre melyik erők hatnak. Ne hagyj ki egyet sem, de ne vegyél bele olyat sem, amelyik másik testre hat.

*Az erőtani feladatokban mindig **egyensúlyban levő** rendszert vizsgálunk. Ha a cél egy test megmozdítása, akkor sem a mozgását akarjuk leírni, hanem a megmozdulása előtti pillanatban érvényes határhelyzet erőit. Ha a test a mozgását befejezte, akkor pedig leírjuk a létrejött új egyensúlyi helyzet erőit. A mozgásokról szóló fejezetekben egymással nem egyensúlyban levő erők fognak szerepelni.*

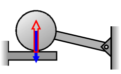
Súlypont

A feladatokban és az egyszerűsített modellekben úgy vesszük, hogy a test súlya a **tömegközéppont**jában hat. Ezt a pontot inkább **súlypont**nak nevezzük akkor, ha a testek egyensúlyát nézzük, és *ha a testnek van súlya* (lásd SÚLY).

Egyensúly

Egyensúlynak az *elmozdítható* testek mozdulatlan helyzetét hívjuk. A mozdulatlanság törvénye szerint ekkor a testre ható erők forgatónyomatékainak a forgáspontra vonatkozatott előjeles összege nulla. A forgáspont lehet rögzített vagy eseti.

A **szabadegyensúly** az "igazi" mozgási egyensúly. Ekkor a test mozdulatlan, de már a legkisebb erővel is el lehet mozdítani valamennyire.



Kényszeregyensúly fennállásakor a testet egy kényszererő tartja mozdulatlanul. A test kimozdítható, de csak egy adott értéknél nagyobb erővel.

Forgási szabadegyensúlyban van a test, ha kis erőtől is el tud fordulni, de most mozdulatlan.

Egyensúlytípusok

A létrejött egyensúlyi helyzetekben a rendszer *várható viselkedése* eltérő.

Stabil egyensúlyi helyzetnek azt nevezzük, amikor az abból való bármilyen kimozdítás után a test visszatér az egyensúlyi helyzetébe.

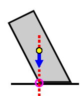
Metastabil helyzetnek az olyan stabil helyzetet nevezzük, amikor a test egy kisebb kitérítésből még visszatér az egyensúlyi helyzetbe. Tovább távolítva a kezdeti helyzettől a test elér egy instabil állapotot, azon túl pedig már a kezdeti helyzettől távolodni próbál, egy új (meta)stabil egyensúly felé törekedik. A távolodás mértéke, jellege nem számít, csak az, hogy a rendszer csak egy határon belül marad stabil.

A stabil helyzetek nagy része csak metastabil, mert ritka az olyan szabadegyensúly, amely *minden határon túli* kitérítés esetén is visszaáll. Kényszeregyensúly csak stabil vagy metastabil lehet.

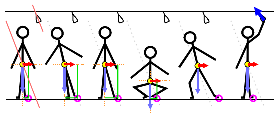
Instabil, más szóval **labilis** helyzet az, amikor a test *a legkisebb* kimozdítás után magától tovább távolodik a kezdeti helyzetétől. A kimozduló test végül megállapodik egy valamilyen más, nem instabil helyzetben.

Semleges, más szóval **közömbös** vagy **indifferens** az egyensúlyi helyzete egy vízszintes asztalon levő golyónak, mert ha bármennyit is elmozdítjuk, akkor megmarad az új helyzetében.

Félstabil a képen látható, asztalra állított test helyzete. A súlyvonal átmegy a test egyik lehetséges forgáspontján. Pozitív irányban (balra) instabil, az ellenkező irányban viszont a test kényszerstabil.



Súlypontáthelyezés



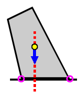
Az "egyensúlyozás" azt jelenti, hogy a testünk **labilis egyensúlyát** próbáljuk megtartani. Egy fékező buszon erre három lehetséges mód adódik: 1) A súlypont vízszintes elmozdításával növeljük a súlyerő erőkarját; 2) Az eseti forgáspont vízszintes elmozdításával növeljük a súlyerő erőkarját; 3) A súlypont lejjebb vitelével csökkentjük a kitérítő tehetetlenségi erő erőkarját.

Stabilitás

Két <u>test</u> közül azt tekintjük stabilabbnak, amelyik nagyobb kitérítő erőt visel el elmozdulás nélkül.

Két test stabilitását a gyakorlatban úgy hasonlítjuk össze, hogy a várható kitérítő erő jellegét és hatásvonalának magasságát is figyelembe vesszük. A tehetetlenségi erő, a centrifugális erő és a súly is a súlypontban hat.

Egy elbillenthető test metastabil kényszeregyensúlyban van, ha a súlyvonala a jelenlegi feltámasztás lehetséges eseti forgáspontjai közé esik. Ha a súlyvonal egy forgásponton megy át, akkor félstabil egyensúly jön létre.

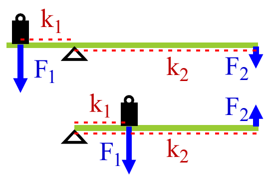


Stabil helyzetben levő test esetében minden eseti forgáspontra a súly forgatónyomatéka a jelenlegi helyzet megtartására törekedik. A stabilitás nem minden irányban azonos.

Az elmondottak több, egymáshoz mereven rögzített testre is érvényesek. Az egyensúly vizsgálatakor ez esetben **a rendszer közös súlypontját** kell figyelni.

Egyszerű gépek [redacted]

Emelők



Az emelő az alapelve szerint egy merev, forgáspontban rögzített rúd, amelyre két erő hat, a rúdra merőlegesen. Az egyik erő a **teher** ereje, amelynek távolsága a forgásponttól a **teherkar**. A másik erő a teher ellensúlyozásához, elmozdításához **alkalmazott erő**, ennek távolsága a forgásponttól az **erőkar**.

Ha a teherkar és az erőkar a forgáspont két oldalára esik, **kétkarú emelő**nek hívjuk, ha pedig az erőkar és a teherkar a forgáspont azonos oldalán van, **egykarú emelő**ről beszélünk.

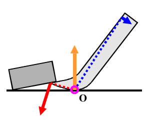
Az emelő egyensúlyának feltétele, hogy a két erőnek a forgáspontra vonatkoztatott forgatónyomatéka kiegyenlítse egymást.

$$F_1 \cdot k_1 = -F_2 \cdot k_2$$

ahol **F** az erők, **k** a karok jele. A negatív előjelnek köszönhetően $F_1 \cdot k_1 + F_2 \cdot k_2 = 0$.

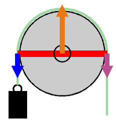
$$m = \frac{F_K}{F_B}$$

ahol **m** az **erőáttétel** jele (*máshol a tömeget jelöljük m-mel*), $\mathbf{F_B}$ az alkalmazott, **b**efektetett, **b**emenő erő, $\mathbf{F_K}$ a teherkar végén **k**apott, **k**imenő erő. Az áttétel egy arányszám, nincs mértékegysége.



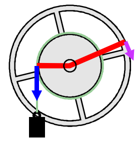
Az emelőket a feladatokban egyenes vonalú rúdként szokás ábrázolni, de ennek mechanizmusát a használt merev test (rúd) valójában akkor is követi, ha az erőkar és a teherkar egymással nem egy vonalba esik, hanem a forgáspontnál szöget zárnak be.

Csiga

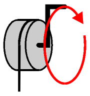


Az <u>állócsiga</u> kereke **felfogható olyan kétkarú emelőként**, amelynek a teher- és erőkarjai azonos hosszúságúak. A csiga ebből következően nem változtatja meg az erő nagyságát, **az erőáttétel pontosan 1**. A rajta átvetett kötél segítségével *csakis az alkalmazott erő <u>irányát</u> teszi számunkra megfelelőbbé*.

Hengerkerék

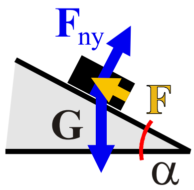


A kötelet a teherrel egy hengerre csavarjuk fel, a hengerhez mereven rögzített, nagyobb átmérőjű kerék forgatásával. Itt is egy kétkarú emelő elve rejlik: a henger sugara a teherkar, a kerék sugara az erőkar. Az erőáttétel 1-nél nagyobb.



Hengerkeréknek tekinthetjük azt a gyakori megoldást is, amikor egy kereket vagy kötéldobot egy karral mozgatunk. Ilyenkor a kar úgy vehető, mintha a kerékből egy pontot hagytunk volna meg, a kör többi részét leemelve.

Lejtő, ék, csavar

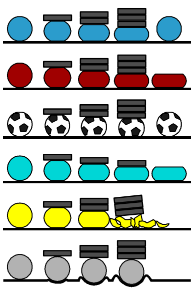


A **lejtő**t testek magasabbra emeléséhez használjuk úgy, hogy ehhez a testet oldalirányban tolnunk kell. A lejtőre tett testre a saját nehézségi ereje és a lejtő által rá gyakorolt alátámasztási erő hat. A testet a lejtő mentén lefelé tolja az eredő erő <u>lejtőirányú</u> vektorkomponense. Az erő a lejtő hajlásszögének ismeretében szögfüggvényekkel számítható ki.

Olyan is van, hogy *a lejtőt toljuk* a test alá, azért, hogy azt elmozdítsuk, megemeljük; ez az **ék**. Az emelő munkát egy nagyon hosszú, és egy hengerre felcsavart ékkel is végezhetjük, ez a **csavar**.

Alakváltozások

Ha egy testre egy erő hat, akkor az a test alakjában valamilyen változást okoz.



Ha egy **rugalmas** testnél a deformáló erőt megszüntetjük, akkor a test visszanyeri az eredeti alakját. A **rugalmatlan** test megőrzi az utolsó terhelés által kialakított alakját.

Az alakváltozások harmadik típusa a **törés** vagy **<u>szakadás</u>**.

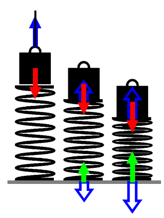
Minden *érintkezéses* erőhatás esetén mindkét test alakváltozást szenved.

A tömegvonzási erő és más erőterek hatása <u>kivételt</u> jelent. A tömegvonzás egyszerre hat a test minden atomjára, ezért ez az erő egymáshoz képest nem próbálja elmozdítani az atomokat.

Az alakváltozásnak számos formája van, lehajlás, nyúlás, csavarodás és mások.

Egy test növekvő erő hatására átmegy a rugalmas, rugalmatlan és szakadásos alakváltozáson.

Rugalmassági erő



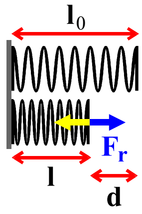
Ha egy test erőt fejt ki egy rugóra (és bármilyen rugalmas testre), akkor ezzel deformálja, azaz **megváltoztatja a rugó alakját, méretét**. A <u>rugóerő</u> az az ellenerő, amivel a deformáló erőre válaszul <u>a rugó nyomja a testet</u>. **A rugóerő az összenyomás mértékétől függ.**

A rugóra az összenyomásához erőt kell kifejtenünk. Egyensúly esetén ez mindig azonos nagyságú és ellentétes irányú a rugóerővel.

A rugó saját ereje mindig a rá ható külső erővel ellentétes, akár húzzuk, akár nyomjuk a rugót.

A rugó terheletlen állapothoz mért alakváltozásának mértéke egyenesen arányos a benne ébredő rugóerővel. Az arányossági tényező neve **rugóállandó**.

$$F_r = D \cdot (l_0 - l)$$



ahol $\mathbf{F_r}$ a rugóban keletkező erő, $\mathbf{D}$ a rugóállandó, $\mathbf{l}$ az összenyomott rugó jelenlegi hossza, $\mathbf{l_0}$ a terheletlen állapotban a rugó hossza. Az összefüggés **lineáris erőtörvény** néven is ismert, mivel az erő és a hossz kapcsolata *lineáris*, azaz egyenes vonallal ábrázolható. A rugóállandó mértékegysége

$$[D] = \frac{N}{m}$$

A feladatok néha a terheletlen (l_0) és terhelt hossz (l) helyett közvetlenül a terheletlen hossztól mért hosszváltozást, az **összenyomás**t adják meg, a jele $\mathbf{d}$, és mivel $\mathbf{d=l_0-l}$:

$$F_r = D \cdot d$$

Ez a törvény nem minden rugóra igaz. Csak annyit mondhatunk, hogy *ha tudjuk*, hogy egy adott rugóra érvényes, akkor annak a rugónak az erejét, hosszát és a rugóállandót egymásból ki tudjuk számolni, a képlet alapján.

A rugóra is igaz, hogy túlterhelés esetén rugalmatlan, végül szakadásos alakváltozás jöhet létre benne. A lineáris erőtörvény csak korlátozott erőtartományban érvényes.

A tankönyvi $F_r = -D \cdot \Delta l$ képlet hibája az, hogy nem látszik rajta, hogy a Δl a szokástól eltérően itt csakis a terheletlen állapottól való távolságot jelöli, és nem a hossz megváltozását. Helyette:

$$\Delta F_r = D \cdot \Delta l$$

ahol $\mathbf{\Delta l}$ a rugó hosszában bekövetkezett bármiféle változás, $\mathbf{\Delta F_r}$ a rugó erejében bekövetkezett *változás*. A negatív előjelet azért hagytam el, mert megtévesztő. A terhelő erővel való ellentétesség minden erő–ellenerő kapcsolatra igaz, nem célszerű a rugó erejét ilyen szempontból megkülönböztetni.

A rugóerő a rugó mindkét végén jelentkezik, és mindkettővel egyensúlyt tart egy-egy, a rugóra ható erő.

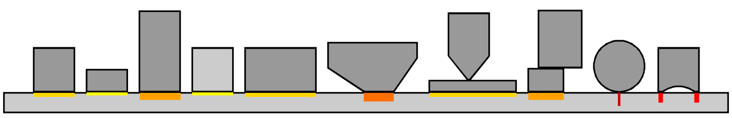
Nyomás (mechanikai)

Egy test által a másikra gyakorolt nyomóerő nem csak összességében lehet számunkra érdekes. A **mechanikai nyomás**t úgy kell kiszámítani, hogy **a nyomóerőt osztjuk a nyomott felület nagyságával**:

$$p = \frac{F_{ny}}{A_{ny}}$$

az eredmény a $\mathbf{p}$ nyomás, amelynek mértékegysége a **pascal**.

$$[p] = 1\frac{N}{m^2} = 1\,Pa$$

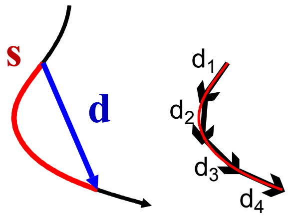


Vigyázz, mert ha a test lábakon áll, vagy egy peremen, akkor **csak az érintkezési felület területét** kell A_{ny}-ként számításba venni.

Haladó mozgás

Emlékeztetlek, hogy ez a segédanyag csak kivonat a *Fizika döcögőknek* című tankönyvből, ami a neten megkereshető.

[redacted] Út [redacted]

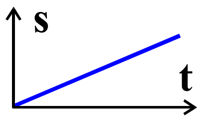


A mozgásnak mindig van egy vonala, ennek a vonalnak a neve **pálya**. A pályát a test – a fizikai modelljeinkben, számításainkban sokszor a test tömegközéppontja – járja be. A pályának sokszor megadjuk az irányát is. A számítások során ennek a pályagörbének egy kiválasztott szakaszával foglalkozunk, ez a pályaszakasz a megtett **út**, a jele rendszerint **s**. Az úthoz mindig tartozik egy idő, amely alatt a test az utat bejárta.

Az út két végpontja közötti távolság az **elmozdulás**, a jele a rajzon **d**. Ez *mindig* egy egyenes szakasz.

Az utat rövid elmozdulások összegével is megközelíthetjük. Elvileg minden út elmozdulások sorozatára bontható.

Egyenes vonalú egyenletes mozgás



Egyenletes mozgáson azt értjük, amikor a testnek a mozgás kezdőpontjától való távolságában bekövetkező változás és az indulás pillanatától számított időben bekövetkező változás mértéke egymással *egyenesen arányos*, és a hányadosuk állandó. Másképp fogalmazva: **a test által bejárt bármekkora útszakasz és az aközben eltelt idő hányadosa mindig ugyanaz**, ennek az értéknek a neve **sebesség**, a jele $\mathbf{v}$ (velocitas). Tetszőleges időintervallumra felírva a változás arányát

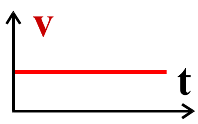
$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s - s_0}{t - t_0}$$

ahol $\mathbf{s}$ a megtett út hossza, $\mathbf{\Delta s}$ az ebben bekövetkezett *változás* mértéke, a mért útszakasz hossza, $\mathbf{\Delta t}$ pedig az ezalatt eltelt idő. A mozgás kezdőpontjától és kezdőpillanatától mért teljes értékekre ugyanez az összefüggés

$$\boxed{v = \frac{s}{t}}$$

a sebesség mértékegysége

$$[v] = \frac{m}{s}$$



Egyenletes mozgásnál **a sebesség állandó**. Egyenes vonalú pályán az **út** azonos az **elmozdulás**sal.

Változó sebességgel bejárt útról csak az **átlagsebesség** állapítható meg, amely a végül összesen megtett úthossz és az összesen ahhoz igénybe vett idő hányadosa.

A sebesség **vektormennyiség**, ezért, az erővektorhoz hasonlóan, felbontható két kívánt irányú komponensre, lásd EREDŐ ERŐ.

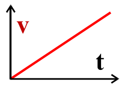
1 m/s = 3,6 km/h.

Egy test sebességén az egyszerűbb kinematikai feladatokban a test *tömegközéppontjának*, vagyis a testet helyettesítő **tömegpontnak** a sebességét értjük. Ha a test mozgás közben forog is, akkor ugyan a különböző pontjainak a pályaegyeneshez viszonyított sebessége nem egységes, de ez az *egész* test haladására nincs hatással.

Gyorsulás

Gyorsulásnak nevezzük a sebesség változását. Mivel a sebesség vektormennyiség, ezért az megváltozik akkor, ha **a nagysága változik** (nő vagy csökken), de akkor is, ha **az iránya változik meg**.

A legegyszerűbb esetben gyorsulásnak nevezzük azt az *egyenes vonalú* pályán történő mozgást, amikor a test által azonos időegységek alatt megtett út mindig ugyanannyival nő, ekkor a gyorsulás **egyenletes**.



A test által bejárt bármekkora útszakasz *átlagsebességének* és az aközben eltelt időnek a hányadosa mindig ugyanaz, ennek az értéknek a neve **gyorsulás**, a jele **a** (acceleratio). Tetszőleges időszakaszra felírva a változás arányát:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_t - v_0}{t - t_0}$$

ahol $\mathbf{v}$ a tömegpont sebességét jelenti általánosságban, a $\mathbf{t}$ pedig az időt. Gyorsuláskor a sebesség változik, és a $\mathbf{\Delta v}$ a változást, a kezdeti és végsebesség különbségét jelenti, a $\mathbf{\Delta t}$ az órán közben leketyegett időszakasz hosszát.

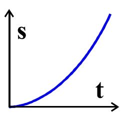
<u>*Ha*</u> a kezdőpillanatban az idő és a sebesség is 0, és a sebesség változása egyenletes, akkor:

$$a = \frac{v}{t}$$

a gyorsulás mértékegysége

$$[a] = \frac{m}{s^2}$$

Az egyenletesen gyorsuló mozgásban **az út és az idő egymással négyzetesen arányos**, emiatt a kettő kapcsolatát leíró görbe *parabola*. A *sebesség* és az idő viszont egyenesen arányos, a függvény lineáris, lásd fentebb.



A gyorsulás **vektormennyiség**, ezért, az erővektorhoz hasonlóan, felbontható két kívánt irányú komponensre, lásd EREDŐ ERŐ.

A lassulás is gyorsulás, ilyenkor az **a** negatív számértékű.

$$v = a \cdot t \quad \leftrightarrow \quad t = \frac{v}{a} \qquad s = \frac{a}{2} \cdot t^2 \ \left(= \frac{v}{2} \cdot t \right)$$

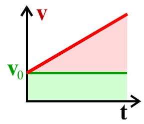
Gyorsulás kezdősebességgel

Vannak esetek, amikor a test a gyorsulás megkezdése előtt már egy bizonyos egyenletes sebességgel mozgott. A gyorsulás sebességváltozás, ezért a sebesség a *kezdősebesség*ből indul, és a gyorsulás innen indulva változtat rajta. A gyorsulással álló helyzetből megtehető <u>út</u>hoz mindig hozzá kell adni azt az utat, amelyet a test gyorsulás *nélkül* megtenne. Összesítve

$$a = \frac{v - v_0}{t} \quad \leftrightarrow \quad v = v_0 + a \cdot t \quad \leftrightarrow \quad t = \frac{v - v_0}{a}$$

$$s = v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2 \quad \leftrightarrow \quad s = \frac{v_0 + v}{2} \cdot t$$

Az $\mathbf{a}$ a gyorsulás, $\mathbf{s}$ a mozgás során megtett út a $\mathbf{t}$ időpillanatig. A $\mathbf{v_0}$ a gyorsulás megkezdődésének pillanatában érvényes sebesség, más szóval a kezdősebesség. A $\mathbf{t}$ a mérés közben eltelt idő. Álló helyzetből indulva a $\mathbf{v_0}$ értéke 0, és megkapjuk a korábbi képleteket.



A $\mathbf{v_0 \cdot t}$ az az út, amit a test az egyenletes sebességgel tenne meg, a képlet másik fele pedig ehhez hozzáadja azt a többletutat, amit maga a gyorsulás okoz.

A kezdősebesség és a gyorsulás iránya lehet ellentétes is. Ilyenkor a $\mathbf{v_0}$ és az $\mathbf{a}$ előjele ellentétes.

Amíg a test mozgása azonos irányú, az út fenti képlete jól használható, egészen a megállásig. De ha a test az útján visszafordul, onnantól másféle számításra van szükség.

Visszafordulásos mozgás során a test sebessége a holtpontban 0, majd a sebesség előjelet vált. Ilyen mozgás esetében *az út képletéből* a test által megtett út (s) helyett a test elmozdulását (d) kapjuk meg.

Ketté kell bontanunk a mozgást: az első szakasz tart a holtpontig, a test megállásáig, a második szakasz az ez utáni, ellenkező irányú mozgás. A megállás pillanatában $\mathbf{v}$=0. Ha a test újból lelassulna és megállna, ott újabb szakasz kezdődne. Az utat minden szakaszra külön kell kiszámolni, majd azokat összeadni.

A tehetetlenség törvénye [redacted]

Ha erőmentes, ideális térben, súlytalanságban egy testet meglökünk, akkor utána az egyenes vonalú egyenletes mozgást végez, sebességváltozás nélkül, akár az idők végezetéig. **A test magától nem lassul le és nem is gyorsul.** Erről gondoskodik a test **tehetetlenség**e, egy olyan jelenség, amely minden tömeggel rendelkező testre érvényes.

Newton I. törvénye (a tehetetlenség törvénye) kimondja, hogy

Minden pontszerű test megtartja a mozgásállapotát, amíg egy külső erő annak megváltoztatására nem kényszeríti.

A változatlan mozgásállapot az a semleges, erőmentes állapot, amikor a test mozog, de **a mozgása egyenes vonalú, állandó sebességű**. A sebesség lehet 0 is. A test ilyenkor **nyugalomban, nyugalmi helyzetben van.** Az ilyen testre mondják azt is, hogy „tökéletesen magára hagyott test".

A mozgásállapotot nem befolyásolja a test *forgása*, a pályán mindig a test tömegközéppontja halad, a példák mindig **pontszerű tömegre vonatkoznak**, ha a feladat a test kiterjedésére külön nem tér ki.

Ha a nyugalomban levő test mozgásán, mozgásállapotán változtatni akarunk, akkor az ennek ellenáll, ez az ellenállás a test tehetetlenségének a megnyilvánulása.

Amíg a test sebességén (sebességvektorán) nem próbálunk változtatni (gyorsítani, lassítani, kanyarodásra kényszeríteni), addig a tehetetlenséget nem is vesszük észre. **Lehetséges a változtatás, de ahhoz a testre erőt kell kifejtenünk.** Az ERŐ definíciójából következik, hogy ezt az erőt mindig *egy másik testnek* kell létrehoznia, akár közvetlen érintkezéssel, akár egy erőtér közvetítésével, ilyen értelemben erőtérnek számít a tömegvonzás is.

Minél nagyobb a test tehetetlensége és minél nagyobb az elérni kívánt változás, annál nagyobb erőre van szükség. **A test tehetetlensége egyenesen arányos a tömegével.** Úgy is mondhatjuk, hogy **a tehetetlenség a tömeg megjelenési formája**.

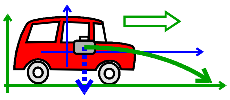
Inerciarendszer

Egy mozgó test pályáját csak úgy tudjuk megfigyelni és leírni, ha rögzítjük azt a **vonatkoztatási rendszer**t, amelyhez viszonyítva a mozgás megtörténik. **Mozogni mindig csak valamihez képest lehet.**

Egy térbeli vonatkoztatási rendszernek van **egy alappontja és három alapiránya**, amelyek a három tér-dimenzió irányát rögzítik. A koordinátarendszer nem azonos ezzel.

A vonatkoztatási rendszereknek azt a csoportját, amelyben érvényesül a tehetetlenség törvénye, inerciarendszernek nevezzük (inertia latinul tehetetlenség)**.**

Egy test helye és helyzete is viszonylagos. Attól függ, hogy mit választunk a megfigyeléséhez vonatkoztatási rendszernek.



Egy mozgás többféle inerciarendszerben, több szemszögből nézve is leírható.

Az egyenes vonalban egyenletes sebességgel haladó, nem forgó vonatkoztatási rendszer inerciarendszer. Nem azonos, de egyenértékű azzal a rendszerrel, amihez képest mozog. Egy inerciarendszer az elfordítása után is inerciarendszer marad.

Egy állandóan forgó vonatkoztatási rendszer nem inerciarendszer, mert a magára hagyott test ívelt pályán halad, ez a Coriolis-hatás (ejtsd: korioli).

A dinamika alaptörvénye

Newton II. törvénye (a dinamika alaptörvénye) szerint

Egy pontszerű test sebességének megváltozása egyenesen arányos és megegyező irányú a testre ható erővel, és a kettő aránya a tömeg, amely állandó.

A test gyorsításához külső erőre van szükség. Erő hiányában a test nyugalomban marad, lásd az I. törvényt. Minél nagyobb erőt fejtünk ki a testre, legyőzve a tehetetlenségét, annál nagyobb lesz a gyorsulása. Szintén igaz az, hogy ha ugyanakkora erővel tolunk egy nagyobb tömegű testet, mint egy kisebbet, akkor a nagyobb tömegű test nehezebben fog gyorsulni.

A dinamika alaptörvényének kifejezésére a következő képletet használjuk:

$$F = m \cdot a$$

ahol $\mathbf{F}$ a testre gyakorolt erő, $\mathbf{m}$ a test tömege, $\mathbf{a}$ az erő által létrehozott gyorsulás. A gyorsulás iránya mindig megegyezik az erő irányával. A gyorsítást az $\mathbf{m}$ tömeg tehetetlensége nehezíti, amely az $\mathbf{m}$-mel egyenesen arányos. A tömeg állandó (lásd még az 1. témakör TÖMEG fejezetét).

Ha a testre egyszerre több erő hat, akkor az $\mathbf{F}$ helyére az erők **eredője** helyettesítendő be.

Ennek nyomán az I. és II. (és IV.) törvényt összefoglalhatjuk az **egyesített mozgástörvénnyel:**

Egy pontszerű test akkor és csak akkor tartja meg mozgásállapotát, nyugalmi helyzetét, ha a rá ható erők vektori eredője nulla, ellenkező esetben a test egyenletesen gyorsul.

Ha a test nyugalmi helyzetben van, akkor ez csak úgy lehetséges, ha *a testre ható* erők kiegyenlítik egymást. Figyelj arra, hogy ehhez ne vegyél számításba olyan erőt, amely *nem erre a testre* hat.

Ha a testre egy nem nulla eredő erő hat, akkor az a test meg fog mozdulni, méghozzá az erővel és a tömeggel arányos mértékben gyorsulva. A tapasztalt gyorsulásból és a test tömegéből kiszámítható, hogy a gyorsító erő mekkora. Az SI mértékegységrendszerben az erő mértékegysége, **a newton (N)** definíciója is a tömegre és a gyorsulásra van visszavezetve:

$$1\ \mathrm{N} = 1\,\frac{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

vesd össze a dinamika alaptörvényével. Tehát: **1 newton az az erő, amelyik 1 kg tömegű testen 1 m/s^2 gyorsulást hoz létre.** Ezt az elvet követve egy test tömege *súlytalanságban* is megmérhető.

Tehetetlenségi erő

Ha egy fékező autóban ülünk, akkor a testünket látszólag egy erő nyomja előre, ezt szokás tehetetlenségi erőnek hívni. A szó használata tévedésre alapul.

Erőt csak másik test hozhat létre, és <u>nincs</u> ott semmilyen test, ami bennünket nyomna. Az a *hatás*, jelenség, ami előrenyom bennünket, **maga a tehetetlenség**. Csak *mi érezzük úgy*, mintha erő lenne. De ha a feladat követéséhez vagy a magyarázathoz szükséges, akkor

A test képzelt tehetetlenségi erejével a számításokban *jelképezhetjük* a test tehetetlenségét.

Ha feltételezünk egy tehetetlenségi erőt, akkor azt úgy vehetjük, hogy a testre annak **tömegközéppontjában** hat.

Ellenben

Tehetetlenségi erőnek hívhatjuk azt az erőt, amelyet a tehetetlen test fejt ki az őt sebességváltozásra kényszerítő testre.

Ennek értelmében nevezhetjük a mi tehetetlenségi erőnknek azt az erőt, amivel a testünk gyorsuláskor az üléspárnát benyomja, lassuláskor a biztonsági övet megnyújtja, hiszen az alakváltoztatáshoz valóban léteznie kell egy azt előidéző erőnek.

Szabadesés, nehézségi gyorsulás [redacted]

Amikor egy testre csak a saját nehézségi ereje hat, akkor ennek az erőnek a hatására zuhanni kezd, egyenletesen gyorsul, az őt vonzó tömeg (tömegközéppontja) felé. Ezt az állapotot hívjuk **szabadesés**nek. Alapesetben ilyenkor a test mozgását az egyenes vonalú, egyenletesen gyorsuló mozgásra vonatkozó képletekkel írhatjuk le, általános esetben pedig a pálya mindig egy <u>parabola</u> része.

Szabadesés az a mozgás, amikor a testre csak az égitestek tömegvonzási erői hatnak.

Ha felírjuk a dinamika alaptörvényét, a Föld gravitációs erejének behelyettesítésével:

$$f \cdot \frac{m_F \cdot m_T}{r^2} = m_T \cdot a$$

észrevehető, hogy a test tömege (m_T) egyszerűsítéssel *eltűnik az egyenletből*. A következtetés: **a szabadesés gyorsulása nem függ a test tömegétől.**

A szabadeséskor megfigyelhető gyorsulás neve **nehézségi gyorsulás**, mert a test a saját nehézségi ereje hatására gyorsul. A jele **g**.

Azonos magasságon (állandó r-nél) a nehézségi gyorsulás mindenhol és minden testre ugyanaz. A mérések alapján megállapított szabvány szerint <u>tengerszinten</u>

g=9,80665 m/s^2 .

A nehézségi gyorsulás az, ami létrehozza a tömeg súlyát.

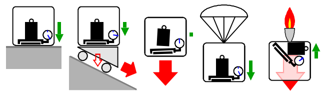
Súly, súlytalanság

A súly az a jelenség, ahogy egy test a Föld vonzásából eredő súlyerő hatására leesni *próbál*. Azért, mert hat rá a lefelé mutató **nehézségi erő**. Ha a testet alátámasztjuk, akkor a szabadesésben megakadályozzuk, ezért az alátámasztásra nyomóerőt fejt ki. **Ez a nyomóerő a súlyerő.** Vagyis **a súly *az alátámasztás miatt* jön létre.**

A dinamika alaptörvénye szerint ha egy testre összesen egy erő hat, akkor az a test gyorsul. Ebben az esetben ez a helyi nehézségi gyorsulás. **A nehézségi gyorsulás és a tömeg szorzata megadja a test súlyerejét.**

$$\boxed{G = m \cdot g}$$

ahol **m** a test tömege, **g** a nehézségi gyorsulás. Ahhoz, hogy a test ne essen le, nekünk egy ezzel ellentétes irányú, azonos nagyságú erővel kell tartani. Ezt az erőt az alátámasztás fejti ki rá.

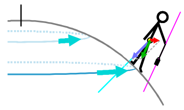


Ha az alátámasztást elvesszük, és a testet esni hagyjuk, akkor a súlya megszűnik. A **súlytalanság** szabadesés alatt jön létre.

Nyugalomban levő rendszeren belül a súly azonos a nehézségi erővel. A súlyerő függ a test mozgásától, a nehézségi erő nem.

A tömegvonzás, a nehézségi erő, a tehetetlenség a test összes pontjára egyszerre, "belül" hat. A súlyerő egy kívülről ható nyomóerő miatt jön létre, és a test pontjai ezt az erőt egymásnak adják tovább. Zuhanás közben súlytalanság hat ránk, vízben lebegéskor viszont a víz felhajtóereje az alátámasztás.

Függőleges



Többféle függőleges irányt különböztethetünk meg. A **geometriai függőleges** a Föld középpontja felé mutat. Ha ezt korrigáljuk az adott helyen megfigyelhető gravitációs anomáliákkal, oldalirányú eltérítő erőkkel, az a **helyi gravitációs függőleges**.

A forgó Föld felszínén álló ember, ahogy minden más test is, egy körpályán mozog a bolygó forgástengelye körül. Az ebből származó centrifugális erőhatás a szabadon eső testet és a függőónt a tengelytől távolodó irányba téríti ki. A függőleges irány ezért a földrajzi szélességtől is függ. Ez a **földi függőleges**, és a szokásos szóhasználatban ezt tekintjük "igazi" függőleges iránynak. A szabvány nehézségi gyorsulás értékét nemcsak a tengerszint magasságához, hanem a 45. szélességi fokhoz is kötik, a 9,80665 m/s^2 ezen a szélességi körön érvényes. Itt a függőleges irány a helyi gravitációs függőlegestől kb. 0,3° elhajlást mutat az Egyenlítő felé. Ennek hatására a nyugalomban levő test az Egyenlítő felé gyorsul, a vonatkoztatási rendszer forog, ezért a szabvány szerinti függőleges irány valójában <u>nem</u> inerciális vonatkoztatási rendszerben érvényes. A feladatokban és példákban ettől a szabálytalanságtól eltekintünk.

A földfelszínhez képest gyorsuló vonatkoztatási rendszerben – például gyorsító vagy fékező buszon – levő ember számára a függőleges irányra további eltérítő hatás érvényesül, ennek eredménye a **saját függőleges**. A függőón ezt az irányt mutatja, és az EGYENSÚLY szempontjából is ez a meghatározó.

Súly és tömeg

A súly egyik létrehozója a tömeg, de a kettő között alapvető különbség van. A súly úgy jelenik meg, hogy a test az alátámasztást nyomja. A tömeg megjelenési formája a tehetetlenség, tehát a test a sebességének megváltoztatásával szemben ellenállást mutat. A tömeg megmozdításához vagy lefékezéséhez erőt kell rá kifejteni akkor is, ha egyébként súlytalanság van. A súly megszűnhet, a tehetetlenség nem.

Fajsúly

Ezt a fogalmat ma már leginkább csak folyadékok és gázok mechanikájánál használjuk. **A fajsúly az egységnyi (1 m^3) térfogatú anyag súlya, ami a sűrűségével egyenesen arányos**. Helyette inkább a sűrűséggel számolunk, mert az nem függ a helyi nehézségi gyorsulás értékétől.

$$\gamma = \frac{G}{V}$$

ahol γ (gamma) a fajsúly, $\mathbf{G}$ a test súlya, $\mathbf{V}$ pedig a térfogata. A mértékegysége

$$[\gamma] = \frac{N}{m^3}$$

Mozgást akadályozó erők [redacted]

A tehetetlenség törvénye értelmében egy meglökött test megtartja egyenes vonalú egyenletes mozgását, de ennek feltétele, hogy a testre ható erők eredője nulla legyen. A gyakorlatban a mozgást külső mechanikai erők, vagyis a **súrlódás**, a **gördülő-ellenállás** és a **közegellenállás** akadályozzák, ezért a testek mozgása lassul, a testek egyenletes sebességét erő kifejtésével kell fenntartani. A feladatokban szokás figyelmen kívül hagyni ezeket, az egyszerűség kedvéért.

Súrlódási erők

A súrlódási erő ($\mathbf{F}_S$) összesen két dologtól függ: a két súrlódó felületet összenyomó erőtől ($\mathbf{F}_{ny}$), és a felületekre jellemző, mérésekkel megállapítható, mértékegység nélküli **súrlódási együttható**tól, amelynek a jele μ (mű). A súrlódási erő *nem függ a felületek nagyságától.*

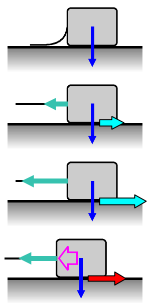
$$F_S = \mu \cdot F_{ny}$$

A súrlódási erővel a felület a testre hat, mindig a mozgást hátráltató irányban. A test ugyanekkora súrlódási erővel hat a felületre, ellentétes irányba.

A súrlódási erőknek két típusa van: a **tapadási** és a **csúszási súrlódás** ereje. A tapadási súrlódás akkor érvényesül, amíg a két felület még nem mozdul egymáshoz képest. Amikor a felületek már meg-mozdultak, a csúszási súrlódás jut szerephez.

A **tapadási súrlódási erő** a mozdulatlan testek közötti erőegyensúly egyik lehetséges összetevője. Ellenerő, mivel csak olyan mértékben keletkezik, amekkora erővel leküzdeni próbáljuk.

$$F_{tS\,max} = \mu_t \cdot F_{ny}$$



Amikor az elmozdítás érdekében az erőt növeljük, és átlépjük a tapadási súrlódási erő maximumát, akkor a felületek "megcsúsznak", mozogni kezdenek, a helyzet megváltozik. Innentől a **csúszási súrlódási erő** az, ami a mozgást nehezíti, és annak fenntartásához erőt tesz szükségessé.

$$F_{csS} = \mu_{cs} \cdot F_{ny}$$

A csúszási súrlódási együttható többnyire kisebb a tapadásinál. A mozgató erő ritkán azonos nagyságú a csúszási súrlódási erővel. Ha kisebb nála, akkor a mozgás megáll, tapadás kezdődik, ha pedig nagyobb, akkor gyorsul.

A felületeket összenyomó erő az, amennyivel *az egyik test* nyomja a másikat. A test súlya *csak az egyik* lehetséges forrása a felületeket összenyomó erőnek, sok más forrása is lehet.

Gördülő-ellenállási erő

A guruló, gördülő mozgásnak is van valamekkora ellenállása, a **gördülő-ellenállás**, amelyhez egy harmadik együttható tartozik, a szintén méréssel kideríthető μ_g. Az ellenállás ereje a súrlódási erőkhöz hasonlóan számítandó ki. Általában

$$\mu_g < \mu_{cs} < \mu_t$$

Közegellenállási erő

A közegellenállás ereje több paramétertől függ. Ezek a **közegellenállási tényező**, más néven **forma-tényező** (a képletben **c**-vel jelölve), a legszélesebb **keresztmetszet**, más szóval a **homlokfelület** területe ($\mathbf{A}$), a **közeg sűrűsége** (ρ, rhó), valamint az áramlás **sebessége** ($\mathbf{v}$).

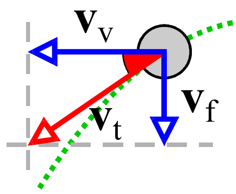
$$F_{kö} = \frac{1}{2} \cdot c \cdot A \cdot \rho_{kö} \cdot v^2$$

Egy feladatban nem mindig szükséges egyenként megadni a **c**, **A** és **ρ** értékeit. Ezek a test mozgása során nem változnak, csak a sebesség. Ezért közölhetők egy adatként, ez az **áramlási szorzó**, a jele **Z**, és ekkor a képlet egyszerűsödik:

$$F_{kö} = Z \cdot v^2$$

Hajítások [redacted]

Hajításnak hívjuk azt, amikor egy testet valamilyen kezdősebességre (v_0) gyorsítunk, a vízszintessel valamilyen szöget bezáró irányban, aztán <u>szabadesésben</u> magára hagyjuk. A szögnek megfelelően van vízszintes (0°) és függőleges (−/+90°) hajítás, az összes többi irány pedig ferde hajítás.



A test sebességének vektora minden pillanatban **felosztható egy vízszintes és egy függőleges irányú összetevőre**, ezután a két irány szerinti mozgást külön kezelhetjük, de nem egymástól függetlenül. A test vízszintesen egy egyenes vonalú egyenletes sebességű mozgást mutat be, ehhez pedig hozzátevődik a függőleges irányú egyenletesen gyorsuló mozgása, adott kezdősebességgel.

Origóként általában a test pályájának kezdőpontját választjuk. Vízszintes irányban a test mozgási iránya a pozitív, függőleges irányban pedig <u>lefelé pozitív</u> a gyorsulás, a sebesség és az elmozdulás is. A **két mozgás képletében az idő megegyezik.** Mivel a pálya pontjainak koordinátái között négyzetes összefüggés van, ezért a pálya alakja parabola. A felszálló és a leszálló ág egy adott magasságán a két sebesség ugyanakkora.

$$v_{0v} = v_0 \cdot \cos\alpha \qquad v_{0f} = v_0 \cdot \sin\alpha$$

$$x = v_{0v} \cdot t \qquad y = v_{0f} \cdot t + \frac{g}{2} t^2$$

$$v_v = v_{0v} \qquad v_f = v_{0f} + g \cdot t \quad \rightarrow$$

$$t = \frac{x}{v_v} \quad = \quad t = \frac{v_f - v_{0f}}{g}$$

Impulzus, lendület [redacted]

Az impulzus, ha hasonlatot kell keresnünk, azt fejezi ki, hogy a test egy ütközéskor "mekkorát üt".

$$\vec{I} = m \cdot \vec{v}$$

ahol **I** az impulzus (lendület), **m** a test tömege, **v** a pillanatnyi sebessége. A mértékegysége

$$[I] = \frac{kg \cdot m}{s} = N \cdot s$$

A két mértékegység egyenértékű, de az elsőt inkább a testben levő mozgásmennyiség megadásakor, a másodikat pedig az erőlökés megadásakor szokás használni, ez azonban nem szabály.

A nagyobb impulzusú testet nehezebb megállítani. Mozgó test impulzusa sosem 0. **Az impulzus vektormennyiség**, az iránya <u>a sebességgel</u> esik egybe. Emiatt az összeadásuk csak a vektorok összeadására vonatkozó szabályok szerint történhet.

Az **erőlökés** az erőnek és az erőkifejtés idejének a szorzata, **mértékegysége Ns** (newtonszekundum):

$$\Delta\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t$$

A dinamika alaptörvénye Newton eredeti változatában impulzusváltozásról szól:

$$F = m \cdot a = \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

Ahol egy képletben a testre ható erőről van szó, de a testre több erő hat, akkor ott **a testre ható erők eredője** értendő. Vagyis **F** helyett $\mathbf{F_e}$.

Az **impulzustétel** kimondja, hogy több erő erőlökése egymással összeadódva változtatja meg a test impulzusát:

$$\Delta\vec{I} = \sum_i \vec{F_i} \cdot \Delta t$$

Egy test impulzusa nem változik, amíg a testre ható erők eredője nulla. Az impulzus megváltoztatásához a testre ható külső erő és idő szükséges.

A test impulzusa erőlökésekből rakódik össze. Ha egy testet erőlökések érnek, akkor ezek és csak ezek megváltoztatják a test impulzusát. Az **erőlökések tétele** kimondja, hogy több önálló, egymástól független *idejű* erőlökés egymással összeadódva változtatja meg a test impulzusát.

$$\Delta\vec{I} = \sum_i (\vec{F_i} \cdot \Delta t_i)$$

Test megállítása

Amikor egy testet megállásig fékezünk, akkor a test impulzusát 0-ra csökkentjük. A fékező és a fékezett test ugyanakkora erővel hat egymásra. Az $\mathbf{\Delta I = F \cdot \Delta t}$ képlet szerint a rövid megállási idő azt jelenti, hogy a testre nagy megállító erő hat. Ha a lassulás hosszabb ideig tart, a fellépő erő kevesebb. Az ütközések során fellépő sérülések és károk csökkentését szolgáló eszközök jelentős részének az a működési elve, hogy alakváltoztatás révén folyamatos lassítással meghosszabbítják a megállás idejét.

Impulzusmegmaradás

Közös rendszerben levő testek az impulzusaikat ütközések révén egymás között megoszthatják.

Közös rendszer az, ha a testek hatással tudnak lenni egymásra, nincsenek elkülönítve egymástól. Amikor két test találkozik, és erőt fejtenek ki egymásra, erőlökés jön létre.

Ha ütközéskor egy test erőlökést ad egy másik testnek, akkor az erőlökés vektora az első test impulzusából kivonódik, a másik test impulzusához hozzáadódik.

Hogy az átadott impulzus mekkora és milyen irányú, arról a tétel nem mond semmit, de a második test impulzusához pontosan annyi fog adódni, amennyi az elsőéből levonódott.

Zárt rendszeren belül impulzus nem vész el és a semmiből nem keletkezik, de a testek között át-adódhat.

Ha bárhol azt látjuk, hogy a testek "indokolatlanul" lassulnak vagy gyorsulnak, változik az összimpulzus, akkor ott külső erőnek kellett beavatkoznia, például a súrlódás vagy közegellenállás erejének.

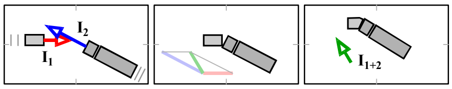
Az eddigiekből megfogalmazható **az impulzus megmaradásának törvénye**:

Pontszerű testek zárt rendszerén belül a testek egyenkénti impulzusainak vektoriális összege mindig állandó marad. A rendszer összimpulzusának változásához külső, a rendszeren kívülről érkező erő hatása szükséges.

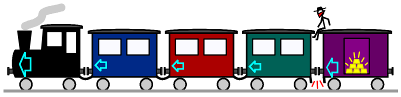
$$\vec{I}_R = \sum_{i=1}^{n}(m_i \cdot \vec{v}_i)$$

A pontszerűség kikötése kizárja azt a lehetőséget, hogy a test az ütközés következtében forogni kezd, ez ugyanis az impulzus egy részét felhasználja.

Az energia átalakulhat egyik fajtájából a másikba, de <u>az impulzus nem alakul át</u>, csak átadódhat.

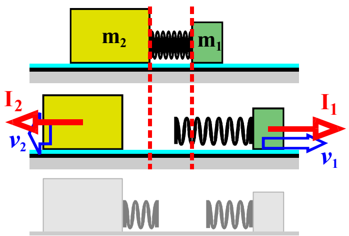


Ez a két autó összeütközik, szinte összeragad. A mozgási energiájuk felemésztődik az ütközésben, a kocsik anyagának összegyűrésében, és nullává változik. Ezzel szemben **az impulzus soha nem tűnik el**, és pontosan kiszámolható az autók közös impulzusa, amiből a haladási irányuk és sebességük is előre megmondható.



Az impulzus nem csak összeadódni tud, hanem osztódni is. Ha két tömeget összefogunk, akkor az impulzusuk egyesül. Ha egy tömeget kettéosztunk, akkor az impulzusa <u>arányosan</u> kettéoszlik. $I_1/m_1=I_2/m_2=v$. Ha az arányosság nem maradna meg, akkor a két rész sebessége nem lehetne azonos.

Akció és reakció



Adott két test, közöttük egy összenyomott rugóval. Ez a rendszer minden más hatástól elkülönülten, nyugalomban van a súrlódásmentességet biztosító jégrétegen. A testeket elengedve azok a rugó segítségével ellökik egymást. Ha az egyikük erőt fejt ki a másikra (ez az <u>akció</u>), akkor a másik ugyanakkora erőt fejt ki az egyikre (a <u>reakció</u>). Ez az erő felgyorsítja mindkettejüket, **a gyorsulás és a végsebesség fordítottan arányos a tömegükkel**, ez Newton II. törvénye. Ha pedig a rendszerben levő impulzusok összegét bármikor megnézzük, azt változatlannak találjuk, ez meg az impulzusmegmaradás törvénye. A két test által megszerzett impulzusok összege *minden pillanatban* megegyezik a rendszer kezdeti impulzusával:

$$m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2 = \vec{I}_1 + \vec{I}_2 = \vec{I}_R$$

ahol $\mathbf{m}$ a tömeg, $\mathbf{v}$ a sebesség jele, és $\mathbf{I}_R$ a rendszer összimpulzusa. Ha a rendszer kezdetben már egyenletesen mozog, akkor az $\mathbf{I}_R$ nem nulla.

Az **akció–reakció jelenség** tehát a következő: két rögzítetlen test közös zárt rendszert alkot, az egyik test erőt fejt ki a másik testre, az emiatt megmozdul, de ennek következményeként az első test is megmozdul, az ellenkező irányba.

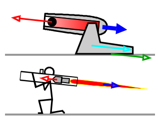
Az erőlökés impulzus*változást* okoz, vagyis az erőlökések hozzáadódnak a test impulzusához. Ez alapján fogalmazzuk meg az **akció és reakció** jelenségének *általános* szabályát:

Ha <u>zárt rendszert</u> alkotó két test erőt fejt ki egymásra, akkor ez a testek impulzusának megváltozását eredményezi. A két impulzus <u>változása</u> azonos nagyságú és ellentétes irányú.

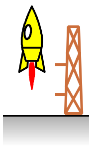
$$\Delta I_1 = -\Delta I_2$$

Figyelj fel arra a fontos kikötésre, hogy a két testnek kell <u>egymásra</u> hatnia.

Reaktív hajtás



A **reaktív hajtás** azt jelenti, amikor egy szerkezet önálló rendszerként **saját magát gyorsítja**, másik test(ek) nagy erővel való ellökéséből, akció–reakció jelenségből szerezve az impulzusát. Minden egyéb test a lövedék és "ellenlövedék" rendszerén kívül marad. Egy ágyúból kilőtt golyó *nem* reaktív hajtással indul, és erőt fejt ki az ágyúra. Egy vállról indítható rakéta reaktív hajtást használ, és nem fejt ki erőt a kilövőcsőre és az azt tartó emberre.



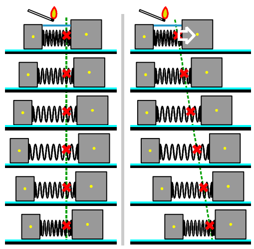
Egy rakéta hajtóműve az elégetett üzemanyag kilövellő égésgázát "löki el", ahol a tömeg viszonylag kevés, de a sebesség nagy. A gázmolekulák kilövellése által létrehozott nagyon apró erőlökések összeadódva nagy impulzust tudnak létrehozni, eközben a rakéta gyorsítását percekre nyújtja el, az elviselhető 3-4 g értéken tartva az űrhajósok terhelését. Szintén reaktív hajtást használnak a sugárhajtású repülőgépek vagy a jetskik is.

Centrum

A mozgástani szabályok és jelenségek egy része egyetlen pontszerű tömegre vonatkozik, például a tehetetlenség törvénye is. Nem pontszerű, kiterjedt test esetében a testet *pontrendszer*ként fogjuk fel, és az egyszerűség kedvéért a pontok közös tömegközéppontjába, a test tömegközéppontjába képzelt tömegponttal helyettesítjük. Ennek a pontnak a tömege megegyezik az egész test tömegével. Ha több testet vizsgálunk, közös rendszerként, együtt, akkor azokat a testek közös tömegközéppontjába képzelt, a testek együttes tömegét hordozó tömegponttal helyettesítjük.

A rendszer közös tömegközéppontja, illetve az oda helyezett pontszerű közös tömeg a rendszer centruma.

A centrum tehetetlensége



1. - A tehetetlenség törvénye tömegpontra (pontszerű tömegre) vonatkozik.

2. - A testek képzeletben helyettesíthetők egyetlen tömegponttal, amelyet a centrumukba helyezünk el.

Ergo: **A tehetetlenség törvénye a centrumra is érvényes.**

Következmény: Ha a rendszert alkotó testekre nem hat rendszeren kívüli erő, akkor a rendszer centrumának mozgásállapota nem változik, mozdulatlan vagy **egyenletes sebességgel halad**.

Ha a centrumnak tehetetlen tömege van, akkor igaz rá a dinamika alaptörvénye is.

A centrum impulzusa

A rugó végén levő két test úgy mozog, hogy *az impulzusuk minden pillanatban pontosan kiegyenlíti egymást*. Ennek köszönhetően a két test impulzusának előjeles összege minden pillanatban a kezdőlökéstől függő állandó érték, ami ***a centrum impulzusa***.

Az **impulzusmegmaradás törvényét** most már átfogalmazhatjuk általánosabb érvényűre, úgy, hogy a nem merev rendszert alkotó testek esetére is egyszerűen alkalmazható legyen:

Egy zárt rendszeren belül a pontszerű testekre egyenként jellemző impulzusok vektoriális összege mindig állandó marad, és egyenlő a rendszer centrumának impulzusával.

$$\sum_{i=1}^{n}(m_i \cdot \vec{v}_i) = \vec{I}_C \quad \text{(állandó)}$$

Ugyanez két testre:

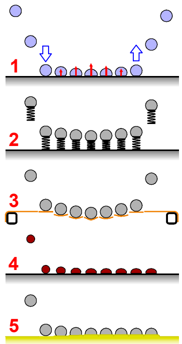
$$\boxed{m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = (m_1 + m_2) \cdot v'}$$

ahol $\mathbf{m_1}$ és $\mathbf{m_2}$ a két test tömege, $\mathbf{v_1}$ és $\mathbf{v_2}$ a sebességük az adott pillanatban, és **v'** a rendszer centrumának egyenletes sebessége, amelyhez a két test együttes tömege tartozik. A centrum sebességének iránya mindig csak akkor derül ki, amikor a testek impulzusait vektoriálisan összeadod.

A rendszer összimpulzusa azonos a rendszer centrumának impulzusával.

Ütközések

Az ütközés során a mozgó testek rövid ideig erőt fejtenek ki egymásra. Az ütközés erőlökést hoz létre, ezért az impulzus megváltozását okozza.



A lelassuláshoz, majd az ellenkező irányba gyorsuláshoz idő kell. Eközben a két ütköző test (a labda és a talaj) között erő keletkezik, amely a sebességváltozást is okozza. A talaj egy erőlökéssel fékezi le a testeket.

A testek az ütközés idejére deformálódnak. A teljes lefékeződés után keletkező újabb mozgást az okozza, hogy a rugalmas test visszanyeri az alakját, ebből fakadó erővel hatva a másik testre. Ha a test rugalmatlan, akkor nem keletkezik olyan erő, amely visszafelé kezdené gyorsítani.

Az ütközésnek két szélső határa van: a **tökéletesen rugalmas** és a **tökéletesen rugalmatlan**. Ilyenek a valóságban nem léteznek, hanem a közöttük levő végtelen sok lehetőség valamelyike figyelhető meg.

Az ütközés rugalmasságát számszerűen is kifejezhetjük, ez a mennyiség az **ütközési szám**:

$$k = \left| \frac{v_{R2}}{v_{R1}} \right|$$

ahol $\mathbf{k}$ az ütközési szám, $\mathbf{v}_{R1}$ a test relatív sebessége az ütközés pillanata **előtt**, $\mathbf{v}_{R2}$ a test relatív sebessége az ütközés pillanata **után**. A relatív sebesség azt jelenti, hogy az ütközésben részt vevő *másik testhez viszonyított sebesség*. Lehet, hogy az a test is mozog, vagy az ütközéstől elmozdul, és mindkét $\mathbf{v}_R$ sebességet ahhoz viszonyítva kell megállapítani. Az ütközési szám tehát a távozási sebesség és az érkezési sebesség aránya, **0 és 1 közötti** értéket kaphat, és nincs mértékegysége.

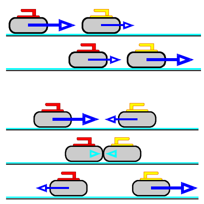
Ütközés során a test relatív sebességének iránya ellentétesre változik.

A sebességeket közvetlenül a két ütköző test érintkezése előtt és után kell mérni.

Többször lepattanó test esetében

$$v_{R2} = v_{R1} \cdot k^n$$

ahol $\mathbf{v_{R1}}$ az első lepattanás pillanata előtti sebesség, $\mathbf{v_{R2}}$ az utolsó felpattanás pillanata utáni sebesség, $\mathbf{k}$ a végig érvényes ütközési szám, $\mathbf{n}$ a lepattanások száma.



Az impulzusmegmaradás törvényének az ütközés során is teljesülnie kell.

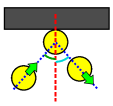
$$m_p \cdot v_{pE} + m_s \cdot v_{sE} = m_p \cdot v_{pU} + m_s \cdot v_{sU}$$

ahol a *piros* és *sárga* kövek ütközés *előtti* sebességei az E, ütközés *utáni* sebességei az U indexűek. **Az ütközés az impulzusok összegén nem változtathat.**

Az egyenlet megoldásához fel kell írni a MOZGÁSI ENERGIA átadódásának egyenletét is, aminek szintén teljesülnie kell:

$$\frac{1}{2} m_p \cdot v_{pE}^2 + \frac{1}{2} m_s \cdot v_{sE}^2 = \frac{1}{2} m_p \cdot v_{pU}^2 + \frac{1}{2} m_s \cdot v_{sU}^2$$

Az ütközéses feladatoknál általában tökéletesen rugalmas ütközést szokás feltételezni, ahol k=1.



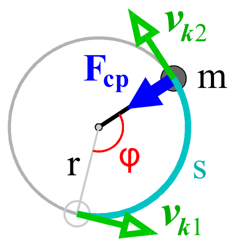
Két azonos tömegű test ütközésekor a testek sebességet cserélnek.

Egy pontszerű test pályaszakaszai egy felülettel való ütközéskor egyforma szöget szárnak be a beesési merőlegessel.

Körmozgás

Emlékeztetlek, hogy ez a segédanyag csak kivonat a *Fizika döcögőknek* című tankönyvből, ami a neten megkereshető.

Körmozgás egyenletes sebességgel



A körmozgás egy olyan haladó mozgás, amikor a test tömegközéppontja körpályán mozog. Ebben az esetben akkor is, ha a test sebessége állandó, **gyorsulásról beszélhetünk**, mivel a mozgásvektor iránya változik, lásd a GYORSULÁS fejezetet.

A körpályán a testet egy erő tartja, ami a kör középpontja felé mutat, és a neve **centripetális erő** ($\mathbf{F}_{cp}$). A test arra gyorsul, amerre erő húzza, eszerint a test **centripetális** (középpont felé mutató) **gyorsulás**t végez, ami $\mathbf{a}_{cp}$-vel jelölünk.

A körpályán a megtett út az **ívhossz** ($\mathbf{s}$). Az ehhez tartozó középponti szög neve **szögelfordulás**, a jele **φ** (fí). Azt fejezi ki, hogy a kör középpontjából nézve mekkora szöget zárnak be a megtett körív végpontjai. A szögelfordulás lehet 360 foknál, **2**π **radián**nál nagyobb is, mert lehet, hogy a mérési idő alatt a test több kört is megtesz.

A test mozgásának vektora mindig a kör adott ponton vett érintője irányába mutat. Ha a kötöttség, a centripetális erő megszűnne, akkor a test ebben az irányban, egyenes vonalban haladna tovább. A köríven futott sebességének **kerületi sebesség** a neve, a jele $\mathbf{v}_k$. Ha a körmozgás egyenletes, akkor a kerületi sebesség állandó, azaz a képen látható $\mathbf{v}_{k1}$ és $\mathbf{v}_{k2}$ nagysága egyenlő.

A befutott **ívhossz** a radiánból adódóan **a szögelfordulás és a sugár szorzata**:

$$s = r \cdot \varphi$$

Az adott ívhossz megtételéhez szükséges időt szokás szerint **t**-vel jelöljük. Az egy kör megtételéhez szükséges **köridő** jele **T** (vagy **keringési idő**, periódusidő), a mértékegysége másodperc.

$$\frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi}{T}$$

A $\mathbf{v}_k$ **kerületi sebesség** kiszámítására most már két képletünk is adódik:

$$v_k = \frac{s}{t} = \frac{K}{T} \quad \left[\frac{m}{s}\right]$$

$$\text{ahol} \quad K = r \cdot 2\pi$$

Azt is megadhatjuk, hogy 1 másodperc alatt hányszor teszi meg a kört. Periodikus mozgás lévén ez az érték hívható *frekvenciának* (am. gyakoriság), ekkor a jele **f**. A technikában ehelyett a **fordulatszám** szót használjuk, és **n**-nel jelöljük, de lényegük ugyanaz.

$$n = \frac{z}{t} \qquad (= f)$$

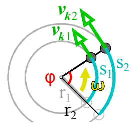
ahol **z** az összesen megtett körök száma, **t** az eközben eltelt idő. A **z**-t darabra számoljuk (bár törtszám is lehet), ezért a fordulatszám mértékegysége kicsit furcsa:

$$[n] = \frac{1}{s}$$

A **T** köridő a fordulatszám reciproka, a mértékegysége másodperc:

$$T = \frac{1}{n} \qquad [s]$$

Megmérjük, hogy az adott idő alatt bejárt pályát *milyen szög alatt látjuk*, ez a szögelfordulás (φ), az előbb volt szó róla. Kiszámítva ebből azt, hogy hány radián szögtávolságot tesz meg a test 1 másodperc alatt, megkapjuk a **szögsebesség**et, a jele **ω** (omega), a mértékegysége *látszólag* a fordulatszáméval azonos:



$$\omega = \frac{\varphi}{t} \qquad \left[\frac{1}{s}\right]$$

azaz

$$\omega \cdot t = \varphi$$

A kerületi sebesség a sugárhoz tartozik, a szögsebesség viszont a sugártól független adat. A kisebb pályasugárhoz kisebb ívhossz és kisebb kerületi sebesség tartozik, mint a nagyobb sugárhoz, miközben mindkét test szögsebessége azonos: **ω**.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot n$$

Itt az előbb elmondottak eredménye, három már ismert fogalom összekapcsolása:

$$\left|\vec{v}_k\right| = r \cdot \omega$$

A keringő testet a centripetális erő, egy kényszererő tartja pályán. A test sebességvektora változik, a test gyorsul, a középpont irányába. A **centripetális gyorsulás** valami olyasmit fejez ki, hogy a test milyen gyorsan "esik" a középpont felé.

$$\left|\vec{a}_{cp}\right| = r \cdot \omega^2$$

A sebesség és a gyorsulás vektormennyiségek, viszont a képlet csak a nagyságukat adja meg. A kerületi sebesség az érintő irányába, a centripetális gyorsulás mindig a középpont felé mutat.

A dinamika alaptörvénye még körpályán is érvényes, ezért a centripetális erő:

$$F_{cp} = m \cdot r \cdot \omega^2$$

Ha egy körpályán haladó test pályájának a sugarát megnöveljük vagy csökkentjük, attól a test haladási sebessége, a kerületi sebesség nem változik, viszont ebből következően változik a szögsebesség.

A szögsebesség (ω) és a fordulatszám (n) mértékegységei

Mindkét mennyiség mértékegysége **1/s**. A szögsebesség mindig a fordulatszám 2π-szerese, ezért a mértékegységük nem lehet azonos, csak azonosnak látszik.

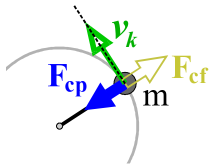
A fordulatszám a megtett körök száma (z) osztva az idővel. A körök száma csak egy szám; lehetne mértékegysége, de sajnos nincs. Mivel a "szám per szekundum"-ot nem lehet mértékegységként leírni, a számlálóba betettek egy 1-est, és így keletkezett az 1/s.

Ha biztos akarsz lenni abban, hogy a mértékegységet nem érti félre az, aki olvassa, amit leírsz, akkor azt javaslom, hogy írd valahogy így: fordulat/s, ford/s, kör/s. Akkor is, ha ez nem hivatalos.

A szögsebesség a megtett középponti szög (φ) osztva az idővel. A szög szabványos mértékegysége a radián, ami egy arányszám, az ívhossz és a sugár aránya, tehát nincs mértékegysége. Ha kerülni akarod a félreértést, akkor azt javaslom, hogy írj radián/s vagy rad/s mértékegységet. **1 kör/s=2π rad/s.**

Centrifugális erő

A **centripetális erő** egy körmozgásnál az, amit a kötél fejt ki a testre, ezzel az erővel kényszerítve azt a körpályára. Ha ez az erő megszűnne, a test a tehetetlenség törvényét maradéktalanul betartva egyenes vonalban és egyenletes sebességgel távozna, abba az irányba, amerre a kerületi sebessége abban a pillanatban mutatott. A keringetett test ellenállni próbál a kényszernek, nem akar bekanyarodni, mert valami húzza kifelé, amit "centri*fugális* erő"-nek szoktak hívni. Ez téves szóhasználat.



A körpályán haladó testre ható centrifugális erő *nem létezik*.

Az a *hatás*, jelenség, ami a testet kifelé húzza, **maga a tehetetlenség**. Nem erő. Ha benne ülünk egy körhintában, csak *úgy érezzük*, mintha egy erő húzna bennünket kifelé. Egy testre ható erőt mindig *egy másik test hoz létre*. A körhintán nincs olyan test, ami bennünket kifelé nyomna. Ha a centrifugális erő valódi erő lenne, az megszegné a törvényeket. Ehelyett:

A keringő testet kifelé húzó erőhatás neve *centrifugális tehetetlenség*.

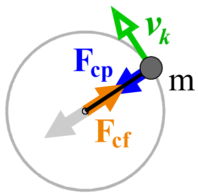
Centrifugális erőnek mást hívunk, vagyis mást kell hívnunk.

A centrifugális erő az az erő, amivel a keringő test *arra a testre* hat, amely őt körpályán tartja.

$$\vec{F}_{cf} = -\vec{F}_{cp}$$

A centri<u>petális</u> erővel a kötél húzza a testet, és a testre csak ez az erő hat, ami kényszererő. A testben ébredő ellenerő a centri<u>fugális</u> erő, és a test ezzel az erővel húzza a kötelet.

A tehetetlenségnek ez a fajtája a körpálya elhagyására törekszik, de a test a körpályán *haladó* mozgást végez, és arra külön vonatkozik *a másik* fajta tehetetlenség, a szokásos. (Mondjuk úgy, hogy a *lineáris* tehetetlenség.) Ezért **ha a körmozgás kerületi sebességét növelni vagy fékezni akarjuk**, akkor azt a tehetetlenséget kell legyőzni, az egyenes vonalú mozgásoknál kitárgyalt szabályok szerint.



Gyorsuló körmozgás

A körmozgásnak van olyan fajtája is, amikor a szögsebesség egyenletesen változik. A **szöggyorsulás** jele **β**:

$$\beta = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \qquad \left[\frac{1\,(\text{rad})}{s^2}\right]$$

Az egyenes (balra) és a körvonalú (jobbra) **gyorsuló mozgásra**: vonatkozó képletek párosítása:

$$s = v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2 \qquad \varphi = \omega_0 \cdot t + \frac{\beta}{2} \cdot t^2$$

$$v = v_0 + a \cdot t \qquad \omega = \omega_0 + \beta \cdot t \quad \rightarrow$$

$$t = \frac{v - v_0}{a} \qquad t = \frac{\omega - \omega_0}{\beta}$$

A gyorsuló körmozgásnál a kerületi sebesség egyenletesen változik, ezért van egy *állandó* értékű, az eltelt időtől független nagyságú **kerületi gyorsulás** is:

$$a_k = r \cdot \beta \qquad [m/s^2]$$

A kerületi sebesség továbbra is $\mathbf{r \cdot \omega}$, ez az $\boldsymbol{\omega}$-val együtt egyenletesen növekedik (és $\omega=\beta \cdot t$), így a képletek szerint egy adott t pillanatban

$$v_k = r \cdot \beta \cdot t \qquad [m/s]$$

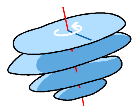
A centripetális gyorsulás továbbra is $\mathbf{r \cdot \omega^2}$, ez az $\boldsymbol{\omega}$-val együtt *négyzetesen* növekedik, és a képletek szerint egy adott t pillanatban

$$a_{cp} = r \cdot \beta^2 \cdot t^2 \qquad [m/s^2]$$

Forgómozgás

A forgómozgás nem sokban különbözik a körmozgástól. A körmozgásban egy pontszerű test kering egy középpont körül, a forgómozgásban pedig egy merev *pontrendszer* pontjai végeznek körmozgást egy közös tengely körül.

Kis problémát jelenthet a szóhasználatban a **keringés** és a **forgás** kettéválasztása. Mindkettő körmozgás. Forgásról akkor beszélünk, amikor *a tengely átmegy a testen* (pontosabban a bennfoglaló konvex poliéderen). A szóhasználat keverése félreértést okozhat, ezért érdemes a szokáshoz igazodni. A Föld forgási ideje 1 nap, a keringési ideje 1 év.



A test forgása mindig **csakis egy tengely körül** történhet, minden esetben. A tengely a forgás során mozdulatlan. Ha nincs rögzített tengely, akkor a forgás mindig valami olyan tengely körül alakul ki, amely átmegy a test **tömegközéppontján**. Azért, mert a test tömegközéppontjának csak ebben az esetben nulla a tengelyre vonatkoztatott forgatónyomatéka.

Ha egy forgó test rögzített forgástengelye nem a tömegközépponton megy át, akkor a forgáskor a tömegközéppont a tengely körül körmozgást végez, ami miatt a tengelyre kifelé ható centrifugális erőt hoz létre. Ilyenkor mondjuk azt, hogy a forgás *excentrikus*.

Forgatónyomaték

Ha egy testet meg akarunk forgatni, illetve **változtatni akarunk a forgás sebességén**, ahhoz **forgatónyomatékot** (erőmomentumot) kell a testre kifejteni. Ehhez a testre ható erő hatásvonala és a forgástengely közötti merőlegesen mért távolságnak – az erőkarnak – nem nullának kell lennie.

A forgatónyomatékról az *Erők* témakörben is volt egy fejezet.

Ha egy tengellyel rögzített testre több erő is hat, akkor mindegyik erő létrehozza a saját forgatónyomatékát.

Több erő közös forgatónyomatéka egyenlő az egyes forgatónyomatékok előjeles összegével. Ha ez nem nulla, akkor a forgatónyomatékok *kiegyenlítetlenek*.

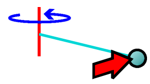
Tehetetlenségi nyomaték

Ha egyenes vonalban megtolunk egy testet, akkor az gyorsul, de a *tehetetlenségétől* függ az, hogy milyen ütemben. **A forgó test tehetetlensége a *tehetetlenségi nyomaték*.** A testre kifejtett forgatónyomaték által a forgási sebességben létrehozott változás a tehetetlenségi nyomatéktól függ.

A tehetetlenségi nyomaték értéke mindig egy adott forgástengelyre vonatkozik.

Egy körmozgást végző <u>pontszerű</u> tömeg tehetetlenségi nyomatéka – a jele Θ – egy adott forgástengelyre vonatkoztatva:

$$\Theta = m \cdot l^2$$



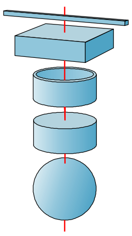
ahol **m** a tömeg, **l** pedig a pontnak a forgástengelytől mért távolsága, más szóval a *nyomaték karja*. Mértékegysége:

$$[\Theta] = kg \cdot m^2$$

A testnek azért kell pontszerűnek lennie, hogy egyértelmű legyen a tengelytől mérhető távolsága. A kar merev, de láthatatlan, és a kart nem tudjuk nyomni, csakis a kar végén levő testet.

Egy forgó *test* kis keringő tömegpontok összességeként fogható fel.

Egy test tehetetlenségi nyomatéka egyenlő a testet alkotó tömegpontok tehetetlenségi nyomatékainak összegével, ugyanarra a forgástengelyre vonatkoztatva.



Vannak szabályos testek tehetetlenségi nyomatékát megadó képletek. Az első test egy nagyon vékony rúd, a második egy téglatest, a harmadik egy nagyon vékony falú nyitott, üres henger, a negyedik egy tömör henger, az ötödik pedig egy tömör gömb. A testek tömege minden esetben m, az anyaguk homogén sűrűségű.

rúd	$\Theta = \frac{1}{12} m \cdot l^2$,	l a rúd hossza
téglatest	$\Theta = \frac{1}{12} m \cdot \left(d_1^{\,2} + d_2^{\,2}\right)$,	$d_{1,2}$ a felső téglalap méretei
üres henger	$\Theta = m \cdot r^2$	r a henger falának (közepes) sugara
tömör henger	$\Theta = \frac{1}{2} m \cdot r^2$	r a henger sugara
gömb	$\Theta = \frac{2}{5} m \cdot r^2$	r a gömb sugara

A testek magassága egészen kicsi is lehet, ekkor az üres henger egy vele egyenértékű körvonallá, a tömör henger egy koronggá válik, a képletek ekkor is igazak.

<u>Kiterjedt test tehetetlenségi nyomatéka mindig nagyobb nullánál</u>.

A forgómozgás alaptörvénye

A **forgási tehetetlenség törvénye** a haladó mozgás tehetetlenségéhez hasonlít:

Egy test akkor és csak akkor van *forgási nyugalomban*, ha a testre ható erők forgatónyomatékainak a tengelyre vonatkozatott előjeles összege nulla.

Megjegyzés: Néha a törvényt úgy írják, hogy „Egy forgó test akkor van nyugalomban…” Ezzel az az egyik probléma, hogy a kijelentésnek nem csak a forgó, hanem az éppen nem forgó testre is érvényesnek kell lennie. A forgási nyugalmi helyzet az álló testre is fennáll. A másik pedig az, hogy a forgó test nyugalma úgy is érthető, hogy a test egyenes vonalban, egyenletes sebességgel halad, miközben a tengelye körül forog, például egy pörgetve eldobott labda a súlytalanságban. Csakhogy ez *tényleg* így is van, a tehetetlenség törvénye érvényes a forgó labdára is, és emiatt nem tudhatjuk, hogy a törvénynek ez a szövegezése éppen melyik nyugalmi helyzetről is szól a két egyformán lehetséges közül. Ezért ha a test *forgásának* egyenletességét akarod kiemelni (beleértve a 0 szögsebességet is), akkor inkább forgási nyugalmi helyzetnek vagy nyugalomnak hívd, így egyértelmű lesz.

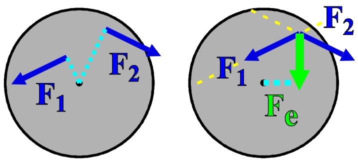
A haladó mozgás tehetetlenségi törvénye és a forgási tehetetlenség törvénye egy testre egymástól függetlenül teljesülhet.

Ha a forgás szögsebességét meg akarjuk változtatni, akkor a testre kiegyenlítetlen forgatónyomatékot kell kifejteni. A kettő kapcsolatának pontos meghatározására a dinamika alaptörvénye mintájára **a forgómozgás alaptörvénye** is megfogalmazható:

Egy adott forgástengelyre vonatkoztatva a testre ható erők eredő forgatónyomatéka egyenlő nagyságú és azonos irányú az általa létrehozott szöggyorsulásnak és a test tehetetlenségi nyomatékának a szorzatával.

A forgómozgás alapegyenletének is hívják a törvény képlettel leírt alakját:

$$M_e = \beta \cdot \Theta$$



ahol $\mathbf{M_e}$ az eredő forgatónyomaték, $\boldsymbol{\beta}$ (béta) a szöggyorsulás és $\boldsymbol{\Theta}$ (théta) a tehetetlenségi nyomaték. Az eredő forgatónyomaték azt jelenti, hogy ha a testre több erő hat, akkor vagy az erők forgatónyomatékainak összegét, vagy az erők összegének forgatónyomatékát kell forgatónyomatékként számításba venni (lásd az ábrát).

Ha az $\mathbf{M_e}$ nulla, akkor a $\boldsymbol{\beta}$ is nulla, *és viszont*, ekkor a forgási tehetetlenség törvényét kapjuk. A $\boldsymbol{\Theta}$ kiterjedt (nem pontszerű) testeknél sosem lehet nulla.

Ha egy test szögsebessége változik, akkor tudjuk, hogy a testre kiegyenlítetlen forgatónyomaték hat. A szögsebesség változása az is, ha egy álló test forogni kezd, vagy egy forgó test megáll.

Perdület (impulzusmomentum)

Ahogy a tehetetlenségi nyomaték megfeleltethető a tehetetlenségnek, úgy a haladó mozgásoknál tárgyalt IMPULZUSnak is megvan a forgó testekre vonatkozó megfelelője, a **perdület**, régebben használt nevén az **impulzusmomentum**, **impulzusnyomaték** vagy **forgásmennyiség**.

$$N = \Theta \cdot \omega$$

ahol $\mathbf{N}$ a perdület, $\boldsymbol{\Theta}$ a test tehetetlenségi nyomatéka, $\boldsymbol{\omega}$ a forgás szögsebessége. A mértékegysége:

$$[N] = \frac{kg \cdot m^2}{s} = N \cdot m \cdot s$$

A perdület *irányított* mennyiség, egy adott tengely körül kétféle iránya lehet, a forgatónyomatékkal összhangban: pozitív (balra forgó) és negatív (jobbra forgó).

A perdület megváltoztatásához a testre valamennyi ideig egyenletesen valamennyi forgatónyomatékot fejtünk ki, ez a **nyomatéklökés**.

$$\Delta N = M \cdot \Delta t$$

A nyomatéklökés **mértékegysége Nms** (newtonméter-szekundum). A nyomatéklökés valójában "egy adag perdület", ezért jelölhetjük ΔN-nel, a perdületváltozás jelével, és ezért ugyanaz a mértékegységük. A perdületet forgatónyomatékkal lehet megváltoztatni. Ezekhez kapcsolódik a **perdülettétel**:

Egy test perdületét <u>külső</u> erők forgatónyomatékai és csakis azok változtathatják meg. A forgatónyomatékok eredője egyenlő a perdület időegységenkénti megváltozásával.

$$M_e = \sum_i M_i = \frac{\Delta N}{\Delta t}$$

ahol $\mathbf{M_e}$ az eredő forgatónyomaték, amely a testre ható összes forgatónyomaték előjeles összege, $\mathbf{\Delta N}$ a perdület változása, $\mathbf{\Delta t}$ a közben eltelt idő. A képlet szerint ha a perdületváltozás értékét elosztod azzal az idővel, amennyi alatt az lezajlott, akkor megkapod, hogy mekkora forgatónyomaték okozta.

A perdület megváltoztatása nyomatéklökésekkel és csakis azokkal lehetséges.

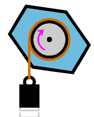
A perdület megsemmisíthetetlen. Részben vagy egészben átadódhat más testeknek, de nem tűnik el.

Lendkerék, motornyomaték

A lendkerék vagy lendítőkerék egy olyan, nagy tehetetlenségi nyomatékú test, amely mechanikus szerkezetekben az összegyűjtött forgási energia tárolására és visszaadására szolgál. Hogy a felvett összes perdület mennyi időre elég, az attól függ, hogy mekkora forgatónyomaték alakjában fogyasztjuk el.

$$\boxed{N = M \cdot t}$$

A forgómozgást mindig csak forgatónyomatékként tudjuk erővé alakítani.

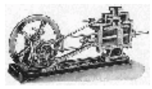


Ha a lendkerékről nagy forgatónyomatékkal, nagy erőkarral vesszük át az erőt, akkor a perdület rövidebb időre elég, hamarabb alatt csökken nullára, az **M·t** összefüggés szerint.

A forgatónyomatékkal más erők és nyomatékok is szembekerülhetnek, amelyek származhatnak a súrlódásból, valamilyen alakváltozásból, közegellenállásból, bármiből, ami erőt igényel. Egy autó kerekét is egy forgatónyomatékkal forgatja meg a motor, és nem a kerék tehetetlenségi nyomatéka, hanem a gördülő-ellenállása és más ellenerők azok, amelyek a motor erejével szemben fellépnek.

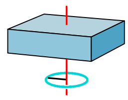
Egy szerkezet mozgatásához forgómozgásból felvett erő sem csak a forgó lendkerék tehetetlenségi nyomatékából és perdületéből származhat, mert forgó mozgást produkál egy motor is. **A motorok erejét is csak nyomatékként tudjuk erővé alakítani.**

A lendkerék és a motor kombinálható is. A lendkereket valamilyen motorral állandó fordulatszámon is lehet tartani. Maga a lendkerék pedig egyenletesebbé teheti a motor által egyenetlen ütemben leadott nyomatékot.



Tömegközépkör

Az egyenes vonalú mozgásnál az egyszerűség kedvéért úgy vettük, hogy a tehetetlenség a test *tömegközéppont*jában hat. Ennek analógiájára bevezethetjük a **tömegközépkör** fogalmát. Egy forgó test tehetetlenségi nyomatéka és tömege ebben az elméleti, vastagság nélküli körben koncentrálódik.

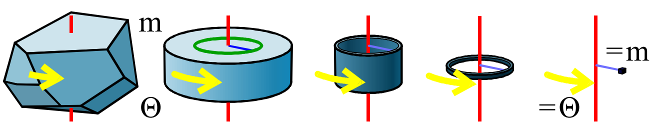


Egy Θ tehetetlenségi nyomatékú, m tömegű forgó test tömegközépköre az az r_{tk} sugarú körvonal, amelyre

$$\Theta = m \cdot r_{tk}^{2}$$

Forgómozgás értelmezése körmozgásként

Egy forgó test forgómozgásának adatai átalakíthatók úgy, hogy végül egyenlővé tesszük egy tömegpont körmozgásává. Ezzel a művelettel könnyebben értelmezhetővé válhat a kifejtett ható erő hatása a forgásra.



Egy tetszőleges forgó testet összepréselhetünk egy változatlan tömegű, körmozgást végző tömegponttá, amelyhez tartozó nyomatékkar hossza a test tömegközépkörének sugara. Ekkor a test és a tömegpont tehetetlenségi nyomatéka megegyezik.

Az egyenes mozgás impulzusa átalakítható körmozgás perdületévé.

Ha egy elforgatható testre egy I impulzust fejtünk ki úgy, hogy annak hatásvonala a forgástengelytől k távolságra van, akkor az így létrehozott perdületváltozás értéke

$$\Delta N = I \cdot k$$

Perdületmegmaradás

Az impulzusmegmaradás analógiájára **a perdület megmaradásának törvénye** így szól:

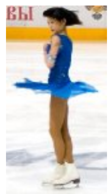
Zárt rendszerben a testek perdületeinek (impulzusnyomatékainak, forgásmennyiségeinek) **előjeles összege mindig állandó marad. A rendszeren belül a testek megváltoztathatják egymás forgás-állapotát, de az összperdületen csak külső erő tud változtatni.**

Az impulzusmegmaradás témájánál látott képlethez hasonló itt is felírható:

$$\sum_{i=1}^{n} \Theta_i \cdot \omega_i = N_0 \quad \text{állandó}$$

ahol az $\mathbf{N_0}$ a rendszer kezdeti összperdülete.

A helikopter főrotorja (a nagy légcsavarja) egy jókora kiterjedésű, nehéz szerkezet, nagy tehetetlenségi nyomatékkal. Ha repülés közben a rotor forgási sebességét növelni kell, a törvény szerint a helikopter testével együtt alkotott zárt rendszerben az összperdületnek akkor is meg kell maradnia az aktuális értéken. Ezért a helikopter is elkezdene forogni a rotor tengelyén, az ellenkező irányba. Ennek kiküszöbölésére szolgál a farokrotor, egy másik légcsavar, amely érintő irányú, ellentétes elfordító erőt tud kifejteni.



A perdület képlete szerint $\mathbf{N=\Theta\cdot\omega}$, a forgás szögsebességének és a tehetetlenségi nyomatéknak a szorzata állandó. A tehetetlenségi nyomaték viszont *nem* állandó. A változásához elegendő, ha a test alakja megváltozik. A klasszikus példa a műkorcsolyából ismert jelenet, amikor a versenyző kitárt karral forogni kezd. Azzal, hogy a karját behúzza, a versenyző a saját tehetetlenségi nyomatékát csökkenti. A tömege nem változott, de a tömegpontjai átlagosan közelebb kerültek a forgástengelyhez. A perdület nem vész el, ezért cserébe a szögsebességnek kell megnőnie

Mozgások összehasonlítása

Az egyenes vonalú és a körmozgás sok tulajdonságában összepárosítható egymással. Tekintsük át ezeket egy táblázatban.

egyenes vonalú mozgás	körmozgás és forgómozgás
Egyenletes sebességnél a test időegységenként azonos **úthosszt** (s) tesz meg.	Egyenletes sebességnél a test pályája időegységenként azonos **elfordulási szöget** (φ) zár be.
	A test által bejárt **ívhossz** (s) az elfordulási szög mellett a pálya <u>sugarától</u> (r) is függ.
A **sebesség** jele v.	Sebességnek a kerületi helyett inkább a **szögsebességet** (ω) tekintjük, mert a kerületi sebességtől eltérően az független a pálya sugarától.
A magára hagyott test megtartja egyenletes **haladási** sebességét.	A magára hagyott test megtartja egyenletes **keringési vagy forgási** sebességét.
A test sebességének megváltoztatásához a testre **erőt** (F) kell kifejtenünk.	A test keringési vagy forgási sebességének megváltoztatásához a testre **forgatónyomatékot** (M) kell kifejtenünk.
	A forgatónyomaték abban különbözik az erőtől, hogy tartalmazza az erő és a forgástengely közötti távolságot is. M=F·k.
A test bizonyos mértékig ellenáll az erőnek, a **tehetetlenségével**.	A test bizonyos mértékig ellenáll a forgatónyomatéknak, a **tehetetlenségi nyomatékával**.

A tehetetlenséget a **tömeggel** (m) fejezzük ki. A test tehetetlensége egyenlő a testet alkotó tömegpontok tehetetlenségeinek összegével.	Tömegpont tehetetlenségi nyomatékát (Θ) a tömeg (m) és a forgástengelytől mért távolság (l) alapján fejezzük ki ($m\cdot l^2$). Testek tehetetlenségi nyomatékát a test pontjainak tehetetlenségi nyomatékaiból adjuk össze.
A tehetetlenség nem függ a test alakjától.	A tehetetlenségi nyomaték függ a test pontjainak a tengelytől mért távolságaitól, összességében a test alakjától és súlyeloszlásától.
A tehetetlenséget a **tömegközéppont**ban összegződő hatásnak vesszük.	A forgó test tehetetlenségi nyomatékát a **tömeg-középkörében** összegződő hatásnak vesszük.
A test reagálását az erőre a **dinamika alap-törvénye** írja le: $a=F/m$. Az erő hatására a haladási sebesség megváltozik.	A test reagálását az erőre a **forgómozgás alap-törvénye** írja le: $\beta=M/\Theta$. A forgatónyomaték hatására a szögsebesség megváltozik.
Állandó erő hatására a test sebessége (v) egyenletesen változik, a **gyorsulás** (a) állandó.	Állandó forgatónyomaték hatására a test szög-sebessége (ω) egyenletesen változik, a **szög-gyorsulás** (β) állandó.
A test gyorsításába fektetett **erő** (F) a test **impulzus**át (I) növeli. Az impulzus csökken-téséhez ellenirányú erő kifejtése szükséges.	A test szögsebességének növelésébe fektetett **forgatónyomaték** (M) a test **perdület**ét (N) növeli. A perdület csökkentéséhez ellenirányú forgatónyomaték kifejtése szükséges.
Az impulzus megváltoztatásához idő kell. $\Delta I=F\cdot t$.	A perdület megváltoztatásához idő kell. $\Delta N=M\cdot t$.
Zárt rendszeren belül az impulzusok összege állandó.	Zárt rendszeren belül a perdületek összege állandó.

Energia

Emlékeztetlek, hogy ez a segédanyag csak kivonat a *Fizika döcögőknek* című tankönyvből, ami a neten megkereshető.

Munka [redacted]

Mechanikai munka az, ha egy erő *hatására* egy test elmozdul. A munkát az végzi, ami (vagy aki) az erőt gyakorolja a testre. A munkát a teste*n* végzi. És mivel az ERŐ meghatározása szerint erőt kifejteni csak egy test tud, közvetlen érintkezéssel vagy erőtér közvetítésével, ezért a munkát a testen mindig egy másik test végzi.

A mechanikai munka az a mennyiség, amely úgy és csak úgy keletkezik, hogy egy test erőt fejt ki egy másik testre, amely az erő hatásvonalának irányában elmozdul.

A munkához az elmozdulásnak az erő hatásvonalának irányában kell megtörténnie.

A **mechanikai munka** kiszámítása:

$$W = F_d \cdot d$$

ahol $\mathbf{W}$ a munka jele (az angol *work* szóból), $\mathbf{d}$ a test elmozdulása, és $\mathbf{F}_d$ az elmozdulás irányában a testre kifejtett erő. A mértékegység

$$[W] = N \cdot m$$

A munka mértékegységének másik nevet is meghatározták, ez a **joule**, a jele **J**. A szó kiejtése nem egységes, tartja magát a „zsúl”, de az szinte biztos, hogy Mr. James Prescott Joule angol sörfőző és fizikus a családnevét „dzsúl”-nak ejtette.

$$1\ J = 1\ N \cdot m$$

Tehát **1 joule mechanikai munkát végzünk, ha 1 newton erővel 1 méternyit mozdítunk el egy testet**. Nem számít sem a tömeg, sem a méret, sem az, hogy mennyi *idő* alatt mozdítjuk el a testet.

Úgy is nézhetjük a munka elmozdulását, hogy nem az erőt nem bontjuk fel két összetevőre, hanem a mozgás vektorát. Az egyik összetevő az *erővel* azonos irányú, a másik arra merőleges, vagyis a kifejtett erő és a munka szempontjából érdektelen. Bebizonyítható, hogy az $\mathbf{F}_d \cdot \mathbf{d}$-vel *azonos* értéket ad a munka egy másik lehetséges képlete:

$$W = F \cdot d_F$$

ahol tehát $\mathbf{F}$ az általunk kifejtett erő, és $\mathbf{d}_F$ az *ennek irányában* megtörtént elmozdulás.

Ha az elmozdulásban jelentéktelennek látszik a mi erőnk hatása, akkor is a kifejtett erőnk és az elmozdulás szorzata adja ki a mi munkánkat. Ha erőt fejtünk ki, de abba az irányba elmozdulás nincs, akkor a munkánk nulla. Ha az elmozdulás ellentétes azzal az iránnyal, amerre mi erőt fejtünk ki, akkor a végzett munkánk **negatív**. Ilyen eset az, amikor megpróbálunk megállítani egy guruló kocsit, és az is, amikor lassan teszünk le egy nagy súlyt. A munkát nem csak mi végezhetjük, hanem gépek, haszon-állatok, természeti erők is.

Összetett munkavégzés

Ha a munkavégzés során az erő iránya vagy nagysága változik, akkor a munkát szakaszokra kell bontani, és az azokon végzett munkákat összeadni. Egy szakaszon belül az erővektor változatlan legyen.

Ha az $\mathbf{F_d}$ mindig az adott útszakaszon megtett **d** elmozdulás irányába mutató erőkomponens, akkor

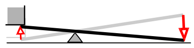
$$W = \sum_i \left(F_{d,i} \cdot d_i \right)$$

Ha biztosan tudjuk, hogy egy útszakaszon az erő minden pillanatban az elmozdulás irányába mutat, akkor ott az elmozdulások összegeként közvetlenül az útszakasz hosszával számolhatunk.

Körmozgásnál a test a középpont felé mutató centripetális erő hatására marad pályán, a mozgása viszont érintőirányú, a sugárra merőleges. Az erő irányába nincs elmozdulás, ezért a centripetális erő nem végez munkát.

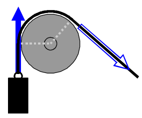
Áttételes munkák

Emelő



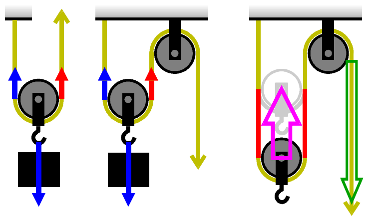
Kétkarú emelő használatakor az erőkar hosszabb, emiatt a szükséges erő kevesebb. A kettő szorzata minden méret esetén megegyezik a teher elmozdításához közvetlenül szükséges munkával. Az emelővel csökkenteni lehet a használandó erőt, de nem lehet csökkenteni a munkát.

Állócsiga



A csigánál a kötelet másfelé húzzuk, mint amerre a test mozog, de a kötél csak közvetíti az erőnket. Az állócsiga a munkán semmit sem változtat.

Mozgócsiga

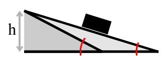


A mozgócsigánál a teher elmozdulását és a kötél mozgását meg-vizsgálva azt látjuk, hogy kétszer akkora kötélszakaszt kell elhúznunk, de cserébe a kötélre kifejtendő erő fele a teher súlyának. A kétkarú emelőhöz hasonlóan a mozgócsigával csökkenthető az erő, de a végzendő munka nem fog változni.

Hengerkerék

A hengerkerékben a kétkarú elve rejlik, ezért az erő csökkenthető vagy növelhető vele, a munka nem.

Lejtő



A lejtő meredekségének csökkentésével kisebb erő kell a testnek a lejtőn való tolásához, de megnő a lejtő tetejéhez vezető út hossza. A kettő szorzata minden meredekségnél ugyanaz.

Teljesítmény

A <u>munka</u> mennyisége szempontjából nem volt érdekes, hogy az mennyi idő alatt ment végbe. A <u>teljesítmény</u> értéke viszont azt fejezi ki, hogy az adott munkát milyen gyorsan végezzük el, illetve hogy adott idő alatt mennyi munkát végzünk el.

A teljesítmény jele **P** (*power*), az értéke **egyenesen arányos a végzett munkával (W) és fordítottan arányos az ahhoz felhasznált idővel (t)**.

$$P = \frac{W}{t}$$

a mértékegysége a **watt**:

$$[P] = 1 \ \frac{J}{s} = 1 \ \text{watt (W)}$$

A teljesítmény nem azt adja meg, hogy valaki mennyi munkát "teljesített", hanem hogy mennyit milyen gyorsan.

Megközelíthető a teljesítmény abból az irányból is, hogy a test elmozdulása milyen sebességű:

$$P = F_v \cdot v$$

ahol az $\mathbf{F}_v$ a mozgás (elmozdulás) irányába kifejtett erő és $\mathbf{v}$ a mozgás sebessége. A képletből a MUNKA megbeszélésekor is látott elv szerint sejthető, hogy ha a sebesség vagy az erő nagysága változik, akkor új munkaszakasz kezdődik, amelyre a teljesítmény külön számítandó ki.

A wattszekundum, wattóra, kilowattóra mértékegységek a teljesítmény és az idő szorzatát tartalmazzák, tehát ezek a *munka* mértékegységei.

Amikor a teljesítmény ingadozik, és a munka szakaszokra bontandó, akkor az egész folyamat össz-teljesítménye *nem összeadással* lesz kiszámítható, ahogy a munkánál tettük, hanem **átlagszámítással**:

$$P_{\text{átl}} = \text{átlagteljesítmény} = \frac{\text{összes munka}}{\text{összes idő}}$$

Fogyasztás

A fogyasztás majdnem ugyanaz, mint a teljesítmény, mindkettő egy végzett munka és az idő hányadosa. **Teljesítmény**nek akkor hívjuk, amikor a munkát végző szempontjából nézzük az időegység alatt elvégzett munkamennyiséget. Ha azt mondjuk, hogy egy villanymotor 200 W teljesítményű, akkor ezt úgy szoktuk érteni, hogy másodpercenként el is végzi a 200 J munkát. **Fogyasztás**nak pedig akkor szoktuk hívni, amikor a munkát valahol felhalmozott energia végzi, és azt figyeljük, hogy az energiából ez a munka időegységenként mennyit fogyaszt el. Ha 200 W a villanymotor fogyasztása, akkor elhasznál 200 J munkaerejű áramot másodpercenként, de a felvett áram (energia) egy része súrlódásra, hő-veszteségre satöbbire lesz elszórva. Lehet, hogy a motor valódi teljesítménye, a ténylegesen elvégzett munka alapján, csak 140 W lesz.

Ha van veszteség, akkor több munka, magasabb teljesítmény kell ugyanahhoz az eredményhez.

Hatásfok (munka)

A mozgást akadályozó erők olyan többleterő kifejtését teszik szükségessé, ami valójában veszteség.

A munka hatásfoka az az arányszám, amely azt mutatja meg, a befektetett munka mekkora része válik hasznos munkává. Zárt rendszeren belül a hatásfok legfeljebb 1.

$$\eta = \frac{W_h}{W_ö}$$

ahol $\boldsymbol{\eta}$ (éta) a hatásfok jele, $\mathbf{W}_h$ a hasznos munka, $\mathbf{W}_ö$ az összes befektetett munka. A hatásfok egy arányszám, mértékegysége nincs. Az értelmezhetőséghez a $\mathbf{W}_ö$ értékének 0-nál nagyobbnak kell lennie.

összes munka = hasznos munka + veszteség

A hatásfok nem fejezi ki az *erő és a végzett munka* viszonyát, csakis a hasznosult munka és a valóban végzett munka arányát jelenti.

Ha a <u>teljesítményt</u>, mint a másodpercenként valóban elvégzett, <u>hasznos</u> munkát, és a <u>fogyasztást</u>, mint a másodpercenként a munkához <u>felhasznált</u> munkakapacitást (energiát) tekintjük, akkor a hatásfokra ez a meghatározás is adható:

$$\eta = \frac{\text{teljesítmény}}{\text{fogyasztás}}$$

Örökmozgó

Az elsőfajú örökmozgó, latin nevén *perpetuum mobile* olyan szerkezetek összefoglaló neve, amelyeknek a hatásfoka 1-nél nagyobb, más szóval energianyereséges gép. Az örökmozgó nevet azért használják rá, mert a gépet a saját munkájával termelt energia hajtja, vagyis ha egyszer megindítjuk, onnantól már fenntartja a saját mozgását. Ezen felül a gép még hasznosítható munkát is végez.

Mindezek csak tervek. Eddig még *minden* energianyereséges gép tervéről az derült ki, hogy hibás, hiányos, az esetleg működő modell pedig valamilyen külső erőforrást használ, vagy csak egyszerű szélhámosság. A tervezők számára sem mindig nyilvánvaló az elképzeléseknek az az alapvető hiányossága, hogy a súrlódás, alakváltozatás miatt elkerülhetetlenül létrejövő veszteség mindig elfogyasztja a gép kezdeti lendületét, elvben teszi lehetetlenné a működő változat megépítését.

Nem energianyereséges gép az olyan szerkezet, amelyet szemmel nem látható erőforrás hajt. A természeti energiák, napfény, szél, tengermozgás stb. felhasználása lehetséges és egyre több változatban meg is valósul, de azok a fizika szabályait nem szegik meg, és a felvett energia egy része veszteségként használódik el. Ezeknek az ún. megújuló energiaforrásoknak az egyre szélesebb körű kihasználása fontos cél, bár egyelőre költséges.

[redacted] Energia [redacted]

A rövid meghatározás szerint **az energia munkavégző képesség.** Energiája mindig egy testnek vagy rendszernek van, amely ennek eredményeként valamilyen fajtájú és mennyiségű munkát tud végezni egy másik testen vagy másik rendszeren. Sokféle munka van, és sokféle energiát különböztetünk meg. Például mechanikai, hő-, kémiai, nukleáris, elektrosztatikus, elektromos energia. Mi itt csak a **mechanikai** (más szóval fizikai) és a **termodinamikai** energiával foglalkozunk. (Az utóbbit *hőenergiának* is hívhatjuk, kissé nagyvonalúan.) Annak is csak azzal a részével, amely *mechanikai* munkavégzéssé alakítható, vagy abból származik. **Elméletileg az energia változatai veszteség és nyereség nélkül átalakíthatók egymásba.** A gyakorlatban sajnos az átalakulás mindig valamilyen arányú veszteséggel jár. Az energiaveszteség leggyakoribb formája a keletkező hőként való szétsugárzódás, a hőveszteség.

Az energiát a rendszerbe mindig *beviszi* valami, valamikor korábban. Az energiát úgy lehet elképzelni, mint egy rugó összenyomását: valami azt a rugót összenyomja, munkát végezve rajta. A rugó ezt az összmunkát tárolja, később vissza tudja adni általa végzett munka alakjában. Vagyis az összenyomás a rugót energiával töltötte fel.

Az energia annyit ér, amennyi munkát el tud végezni. Emiatt a mértékegysége szintén **joule**.

$$[E] = J$$

Energiamegmaradás

A **termodinamika I. főtétele** így szól:

Egy rendszer belső termodinamikai energiájának változása egyenlő a rendszerrel közölt hőenergia és a rendszeren végzett mechanikai munka összegével.

A **zárt rendszer**ben levő testekre más testek erői nem hatnak. A **szigetelt** (más néven: izolált) **rendszer** ennél annyival több, hogy a rendszer határait hő sem lépheti át.

A mechanikai energia megmaradásának törvénye:

Zárt rendszerben a testek mechanikai energiáinak összege állandó marad. Az energia átrendeződhet, átalakulhat, de nem semmisül meg és nem keletkezik.

Ez a szövegezés kihagyja a rendszerbe bejutó hő által esetleg végzett munka vagy a rendszert elhagyó hő által hasznosítatlanul elvitt munka hatását. Mivel ezekben az esetekben kívülről érkező, illetve a rendszerből kifelé ható erő lenne jelen, a rendszer zártságának megkövetelése elegendő a mechanikai törvények érvényesüléséhez.

A mechanikai energia két fő típusáról fogunk beszélni: **kinetikus** és **potenciális** energiákról. Az első mozgásban levő testben tárolódik, a második mozdulatlan testben. Ezek egymásba átalakulhatnak.

Egy zárt rendszerből kivett energia mechanikai munkává alakulhat úgy, a rendszer megmozgat valami azon kívül levő testet. Munka végzésére energiát kell felhasználni, valamilyen belső vagy külső forrásból.

Egy rendszer energiája az általa végzett külső munka során csökken.
Egy rendszer energiája külső mechanikai munka bevitelével növelhető.
Zárt rendszerben a testek a mechanikai energiát egymáson végzett munkával adják át.

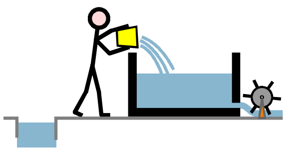
Energiatároló

A fenti megállapításokat szabályszerűbben összegzi a **munkatétel**:

Egy rendszer energiájának változása egyenlő a <u>rendszeren végzett</u> munkák előjeles összegével.

$$\Delta E = \sum_i W_i$$

A "*pozitív összegű* munkák" nem azonos azzal, hogy "pozitív munkák". Lehet, hogy három munkavégzés figyelhető meg egyidejűleg, ebből kettő negatív, és csak a harmadik pozitív, viszont az nagyobb, mint a két negatív munka együttvéve. Az *összeg* ekkor pozitív.



Például: van egy víztartályunk, amelyből kifolyó víz meghajt egy kis lapátkereket. Nekünk képletesen a víztartályban kell energiát felhalmoznunk

Ehhez munkát kell végezni: hordani a vizet. Megtehetjük ezt már akkor, amikor még nem indítjuk be a vízkereket – üres tartállyal úgysem indul be –, és akkor is, amikor már forog, menet közben. Ha közben tartunk egy kis szünetet, de már van elég víz, akkor a vízkerék foroghat tovább, az összegyűjtött energia hasznosítása, fogyasztása nem áll meg. Megállhat, ha egy időre elzárjuk a vizet, és ez független attól, hogy közben hordunk-e még a tartályba. Hordhatjuk a vizet egyedül, mással felváltva és mással egyszerre is. A munkatétel erre az összes lehetőségre egyben összefoglalja a szabályt: **az energia mindig annyival nő, amennyit az energiatárolóba betöltünk, és annyival fogy, amennyit a fogyasztó** (a vízkerék) **felhasznál**.

A test energiáját megváltoztató munkák száma, ideje és időtartama tetszőleges.

A víztartály, ha szorgosak vagyunk, megtelik, tovább nem tölthető. Az energiatárolóknak van egy **tároló-kapacitása**, ami nem végtelen, ez korlátozni szokta a gyakorlatban a felhasználás lehetőségeit.

Energiából nincs hitel.

Ha a víztartály **kiürül**, akkor a vízkerék megáll. De **újra megtölthető** vízzel.

Ha a rendszer zárt, akkor elméletileg **az energia akármeddig tárolódik**.

Nem minden befektetett munka nyerhető vissza a másik testből. Ha eltoljuk a szekrényt, a súrlódás miatt erőt kell kifejtenünk, munkát végzünk, de ez nem tárolódik a szekrényben visszanyerhető energiaként.

Az izomerő kémiai folyamat, égés eredménye, ezért a mechanikai rendszerekben <u>kívülről bevitt</u> energiának tekintendő. Ez a robbanómotorok és villanymotorok munkájára is érvényes.

Hatásfok (energia)

A súrlódás, alakváltozás, közegellenállás ereje és más tényezők mindig, minden folyamatban okoznak valamennyi veszteséget.

Ilyen folyamat lehet egy energiaátvitel vagy energiaátalakítás, amikor például hőenergiát elektromos energiává alakítunk. A hatásfoka

$$\eta = \frac{E_{ki}}{E_{be}}$$

ahol az átalakító rendszerből **ki**jövő, felhasználható elektromos energia és a **be**fektetett hőenergia arányát számítjuk ki.

A munkával energiát halmozhatunk fel. Ha E_{ki} a munkából kapott energia mennyisége és $W_ö$ az összes végzett munka, akkor ennek a hatásfoka:

$$\eta = \frac{E_{ki}}{W_ö}$$

A tárolt energiát felhasználhatjuk munkavégzésre.

Az energiafelhasználás hatásfoka az az arányszám, amely azt mutatja meg, hogy a munka-végzésre felvett energia mekkora része válik hasznos munkává. Zárt rendszeren belül a hatásfok legfeljebb 1.

$$\eta = \frac{W_h}{\Delta E}$$

ahol η (éta) a hatásfok jele, W_h a végzett hasznos munka, ΔE az energiaforrásban tárolt energia mennyiségének csökkenése, vagyis a felhasznált energia.

A hatásfokok összegződhetnek is, ami ez esetben az összeszorzásukat jelenti.

Kinetikus energiák

Egy test mozgásállapota megváltozhat, amikor a test erőt gyakorol egy másik testre, ellenerőt kiváltva. A test tehetetlenségéből származó erő munkavégzésre alkalmas, csak az elmozdulást kell a megfelelő irányban tartani. Ha a test mozgása **munkavégzésre alkalmas**, akkor a test mozgása kinetikus energiát tárol. (A görög kinészisz mozgást jelent.) Ennek a mechanikai energiafajtának két jellegzetes típusát fogom bemutatni: a **mozgási** (haladási) és a **forgási** energiát. Egy testben, egy rendszerben mindkettő jelen lehet egyidejűleg, és egymásba átalakulhatnak.

Zárt rendszerben a merev testek kinetikus energiáinak összege állandó.

Mozgási energia

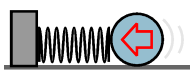
A név kicsit félrevezető, mert ez az energiafajta kimondottan a haladó mozgásban van jelen, abban tárolódik. A mozgás pályája lehet egyenes vonal, parabola, kör, hullámvonal, bármi.

A **mozgási energia** (E_m) összesen két tényezőtől függ:

$$E_m = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

ahol m a mozgó test tömege, v a test haladási sebessége. A mértékegysége **joule**.

Az impulzus számításának a célja mindig az, hogy ha egy része átadódik más testbe, akkor annak a *sebességét* megismerjük. Az impulzus nem alakul át mássá. Ellenben **az energia átalakulhat** más formába, például egy összenyomott rugó energiájába is. Ha tehát egy súlyos golyót nekigurítunk egy rugónak, ott az impulzus nem mondja meg, hogy a



rugó mennyire nyomódik össze, mert az impulzus a rugót, vagy aminek az támaszkodik, *eltolni* próbálja. A mozgási energiáról viszont megmondható, hogy a rugó mekkora összenyomódásává fog átalakulni.

A mozgó test impulzusa és mozgási energiája együtt nő vagy csökken. Eközben a testben lehet másféle mechanikus energia is.

$$E_m = \frac{I^2}{2m} \quad \leftrightarrow \quad I = \sqrt{2m \cdot E_m}$$

ahol $\mathbf{m}$ a mozgó test tömege, $\mathbf{E_m}$ a mozgási energiája, $\mathbf{I}$ az impulzusa.

Lehetséges, hogy te az ENERGIATÁROLÓ fejezetben bemutatott **munkatételt** itt, a mozgási energia témája kapcsán tanulod. Ebben az esetben a szöveg ehhez illően módosul:

Egy test mozgási energiájának változása egyenlő a testre ható erők munkáinak előjeles összegével.

$$\Delta E_m = \sum_i W_i \quad \text{vagy egy másik alakban:} \quad \Delta E_m = W_ö$$

Megjegyzés: Ez a megfogalmazás azért nem lesz ellentmondásban az általában a mechanikai energiáról szóló munkatétellel, mert a forgási energia és a mechanikai potenciális energiák mind átalakulhatnak mozgási energiává. Ennek ellenére szerintem úgy helyes, ha a munkatételt kiterjesztjük minden mechanikai energia és mechanikai munka egyenértékűségévé, mert jól látható lesz az érvényessége a potenciális energiák terén is.

A mozgási energiának nincs iránya, az értéke mindig pozitív.

Egy test lassuláskor energiát ad le, gyorsuláskor energiát vesz fel.

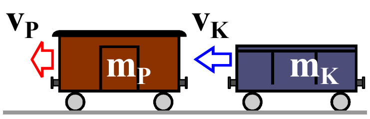
Energia felvétele azt jelenti, hogy energiát kell vele közölni, pozitív munkát kell rajta végezni. Ha azt tapasztaljuk, hogy egy test gyorsul (nő a sebessége), akkor tudhatjuk, hogy valamilyen forrásból energiát vesz fel, azaz a forrás energiájából fogyaszt, a saját mozgási energiáját pedig növeli.

A testet lelassítani csak úgy lehet, ha a mozgási energia különbözetét átvesszük tőle. A fékeződés, megállás felszabadítja a haladó test mozgási energiáját, valahová áthelyezi, mert a testben nem maradhat, annak a sebessége kisebb lett, esetleg nulla. A máshová átkerülő energia valamilyen munkát végez, ami jelentheti egy energiatároló eszköz töltését is.

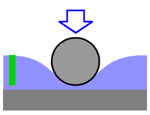
Mozgási energia és impulzus

A testek mozgására egyszerre érvényes az impulzusmegmaradás és az energiamegmaradás törvénye, ezért a számításainknak mindkettőt ki kell elégítenük. Ha ez furcsa eredményeket ad, akkor az eredményekre kell magyarázatot találnunk, és nem a törvényt elhanyagolnunk.

Egy tehervagon gurul a sínen v_P=3 m/s sebességgel, a tömege m_P=1 t. Utoléri egy másik vagon, a sebessége v_K=4 m/s, a tömege m_K=0,7 t. A találkozás után mekkora sebességgel gurulnak tovább?



A megoldás során kiderül, hogy a két vagon az ütközés után nem marad együtt, hanem elpattannak egymástól. Ahhoz, hogy a vagonok közös sebességet vegyenek fel, az ütközés energiafölöslegét el kell vezetni, az ütközőben és az összekötő bilincsben.



Ezeket a megtervezett vagy megtervezetlen energiaáthelyeződéseket hívjuk úgy, hogy **a test mozgási energiája elnyelődik más testek mozgásában, alakváltozásában vagy hősugárzás formájában.** Az elnyelődés szót rendszerint akkor használjuk, ha az energia *veszteséggé*, nem hasznosítható energiává alakul.

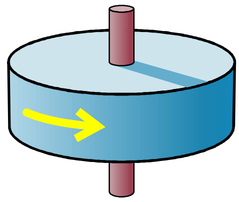
Az impulzus nem alakul át, csak átadódik. Az energia átalakulhat, és más testek energiaveszteségeként elnyelődhet. Az elnyelődés nem jelenti energia eltűnését, csak szétszóródását.

A megálló test az impulzusát mindenképpen átadja a másik testnek, de a meghosszabbított impulzus-átadás csökkenti a fékezés *hevességét*. A képlékeny ütközési felület ugyanakkor alakváltozás és fejlődő hő formájában nyeli el a test mozgási energiáját, lehetővé téve, hogy az ne a testben maradjon.

A szétszóródás azt fejezi ki, hogy az energia a gyakorlatban nyomon követhetetlenül aprózódik szét és alakul át másba. Ha a rendszert *szigetelni* tudjuk, akkor az energia összege nem változik, de ez csak kísérleti körülmények között valósítható meg.

A testek kinetikus energiái hővé alakulhatnak. Szigetelt rendszerben a mechanikai és termodinamikai energiák összege állandó.

Forgási energia



A haladó test sebességének megváltoztatása erőt igényel, mert a test tehetetlensége ezt szükségessé teszi. *Igaz ez akkor is*, ha közben a test forog.

De a forgó testnek van egy másik fajta tehetetlensége is, a **tehetetlenségi nyomaték**. A test forgási sebességének megváltoztatása forgatónyomatékot igényel. Ezért a forgó test a lassítására törekedő másik testen munkát tud végezni, azaz forgási energiája van.

A **forgási energia** a tehetetlenségi nyomaték és a szögsebesség közös hatása:

$$E_f = \frac{1}{2} \cdot \Theta \cdot \omega^2$$

$$[E_f] = J$$

ahol Θ a test tehetetlenségi nyomatéka, ω a forgás szögsebessége. Mint minden energiának (és munkának), úgy ennek a mértékegysége is a **joule**.

A **munkatételt** a forgómozgásra is alkalmazhatjuk:

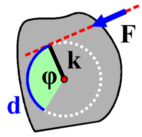
Egy test forgási energiájának változása egyenlő a testre ható forgatónyomatékok munkáinak előjeles összegével.

$$\Delta E_f = \sum_i W_i \quad \text{vagy egy másik alakban:} \quad \Delta E_f = W_ö$$

A perdület nem alakul át, csak átadódik. Az energia átalakulhat, és más testek energiaveszteségeiként elnyelődhet.

Amikor a forgó test felemel egy súlyt, vagy megcsavar egy gumiszálat, akkor a **perdülete** nem tűnik el, csak a Föld átveszi azt, hiszen a perdülettel megmozdított testek mindig valamilyen erőkapcsolatban vannak a Földdel is. A Földnek pedig olyan gigantikus tehetetlenségi nyomatéka és tehetetlen tömege van, hogy ezek a hatások megmérhetetlenek. Ha súlytalanságban levő, külső erőktől megszabadított űrhajóban csinálnánk meg ugyanezt, akkor a perdület örökkévalósága már észlelhető mértékű lesz, az űrhajó egészen kicsit megmozdul.

A **munka** a definíciója szerint az erő és az annak hatására megtett elmozdulás szorzata. Az erő hatásvonalának van egy távolsága a forgástengelytől, ez az erő nyomatékkarja. Az elmozdulás (d) most egy ívhossz, amit azon a körön kell mérni, amelynek a sugara ez a nyomatékkar.



$$W_f = F \cdot \varphi \cdot k_F = M \cdot \varphi$$

ahol a W_f az F erő forgási munkája, φ az elfordulás szöge, k_F az F erőhöz tartozó nyomatékkar hossza.

A lendkerék a megtermelt energiát fel tudja venni, forgási energia alakjában tárolni tudja, majd munkává alakítva le tudja adni.

A guruló golyó

A mozgási és forgási energia egyidejű létezése és átalakulása nagyon jól megfigyelhető egy nehéz anyagból készült, elég nagy golyón, például egy biliárdgolyón. Amikor a golyó az asztalon gurul, akkor a tömegközéppontja az asztallal párhuzamosan, egyenes vonalban mozog, a golyó anyagpontjai pedig emellett körmozgást is végeznek a haladási irányra merőleges forgástengely körül. Eszerint a golyónak mozgási és forgási energiája is van.

A mozgási energia kiszámítása ismert: $E_m=1/2\cdot m\cdot v^2$. A forgási energiához szükségünk van a golyó szögsebességére. A golyó középpontjának a sebessége $\mathbf{v}$. Annak a pontnak, amelyik éppen az asztalt érinti, a haladási sebessége az asztalhoz képest 0. Ebből következik, hogy a kerületi sebesség is $\mathbf{v}$.

$$v = v_k = r\cdot\omega \qquad \Theta_{gömb} = \frac{2}{5}\cdot m\cdot r^2$$

A forgási energia $E_f=1/2\cdot\Theta\cdot\omega^2$.

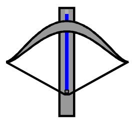
Zárt rendszerben a merev testek kinetikus energiáinak összege állandó.

Ebből az következik, hogy a golyóban levő mozgási és forgási energia *összege* állandó. Ha a guruló golyónak változik a forgási sebessége, de a zárt rendszer miatt ezt nem okozhatja *külső* erő, akkor ellentétesen változnia kell a mozgási sebességének is. Ha a csúszva érkező golyó tapadós felületre érve hirtelen *gurulni* kezd, akkor a megforgatásához szükségessé vált energiát a mozgási energiájából kell átadnia. Olyan esetek is vannak, amikor az előrefelé "kipörgő" golyó a forgási energiájából lassan lead, és az mozgási energiává változik, hozzáadódva a golyó gurulási sebességéhez.

Potenciális energia [redacted]

A potenciális energia kifejezést sokszor mindössze a *helyzeti energia* szóval azonosként kezelik (lásd később), de valójában **többféle** "lehetőségként létező" energiafajta is ebbe a csoportba tartozik. A potenciális energia nem kinetikus, ebben az esetben nem a mozgás tárolja az energiát. Úgy is mondhatjuk, hogy **a potenciális energia *statikus***.

A potenciális energiára egy alappélda a felhúzott számszeríj. Mint energiatároló és -hasznosító szerkezetnek a következő fontos jellemzői vannak:



1. A szerkezeten végzett munkával beletáplált energia tárolható. A betáplálás történhet jóval a felhasználás előtt.
2. Az energia betöltését végezheti más, mint aki/ami aztán az energiát hasznosítja.
3. A betöltött energia szállítható, tehát a felhasználás helye lehet máshol, mint a betöltés helye.
4. Az energia bevitele történhet kis adagokban is (mint a csigás számszeríjban), ezek az adagok végül *összeadódva* tárolódnak.
5. Az energia kiürülésének a sebessége, az általa végzett munka ideje lehet egészen más, mint a bevitelének a sebessége. (Gyorsabb is, lassabb is.)
6. Az eszköz a kiürítés után újra feltölthető energiával, újabb munkát végezve rajta.

A potenciális energiával rendelkező rendszer energiatárolónak tekinthető.

A potenciális energia kinetikus energiává, mozgássá alakítható át.

A rendszerben tárolódó potenciális energiát munkával kell létrehozni. Ezért a munkatétel ebben az esetben is érvényes:

Egy test mechanikai potenciális energiájának növekedése egyenlő a testre ható erők munkáinak előjeles összegével. Negatív munkaösszeg a potenciális energiát csökkenti. A tárolt potenciális energia akkor is csökken, amikor munkát végez.

A mechanikai potenciális energiának mi három fajtáját fogjuk részletesebben megnézni: **a magassági, a helyzeti és a rugalmassági energiát.**

Energiaszintek

A potenciális energiát legalább ideiglenesen tárolni képes rendszer (például órarugó, íj, felemelt szikla) energiája különféle értékek között mozoghat. Az értékeket ilyen esetben energiaszinteknek nevezzük, és a diagramokon a szinteket vízszintes, az x tengellyel párhuzamos segédvonalakkal jelölhetjük meg. Az energiaszintek között a 0 értékűt nevezzük **nullszintnek**.

Amikor mi végzünk munkát a rugón, megemeljük a potenciális energiája szintjét. Amikor a rugó végez munkát, akkor az energiaszintje alacsonyabb lesz, fogyasztunk belőle. **Az energia befektetése munkával történt, a felhasználásakor munkát kaptunk vissza.**

$$W_B \geq W_V$$

A gyakorlatban az egyenlőség sem teljesül soha, mert a munka befektetése során lehetetlen minden veszteséget kiküszöbölni.

Mennyi a felhúzott óra energiája? Ilyenkor csak kérdéssel lehet válaszolni: **Mihez képest?**

Általánosságban a potenciális energiának *nincs* abszolút mennyisége. **A potenciális energiáknál a 0 energiát tároló helyzet, a nullszint helye megegyezés kérdése.** Ezért ha az energia értékét közöljük, mindig tisztázni kell, hogy a nullszint helyét mi hol állapítottuk meg. Ez elsősorban a helyzeti energiáknál kap fontos szerepet.

A potenciális energia értéke mindig az adott energiamennyiség és a nullszintnek kijelölt energiamennyiség közötti különbség.

Ha két test ugyanabban a rendszerben azonos potenciálisenergia-szinten van, az azt jelenti, hogy ugyanahhoz a kijelölt nullszinthez viszonyítva a potenciális energiájuk ugyanannyi.

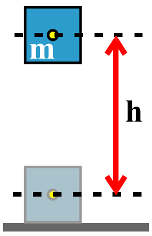
Magassági energia

A **potenciális energiák** esetében egy mozdulatlan rendszer tárol munkavégzésre fordítható energiát. Ezek belül a **helyzeti energiák** abban tárolódnak, hogy a test *valamilyen helyen valamilyen helyzetben van*. A helyzeti energia legegyszerűbb esete az, amikor egy testet felemelünk, munkát végezve rajta, és ezt a munkát energiaként "beletöltjük". Amikor a test leesik, mozgási energiaként visszaadja ezt a munkát. A test felemelésében tárolódó helyzeti energiát **magassági energiának** hívjuk. Ennek az általános képlete:

$$E_h = m \cdot g \cdot h$$

ahol $\mathbf{E_h}$ az $\mathbf{m}$ tömegű test magassági energiája, $\mathbf{h}$ a test helyének magassága a kijelölt nullszinttől mérve, $\mathbf{g}$ a nehézségi gyorsulás. Az $\mathbf{m \cdot g}$ nem más, mint a nyugalomban levő test súlyereje.

*Sok tankönyv egyszerűen a **magassági** energiát hívja **helyzeti** energiának. A helyzeti energiákról külön fejezetben lesz szó, és a magassági energia csak annak a legismertebb fajtája. Neked kell tudnod, hogy ti az órán melyik szót használjátok, de a magassági energia kifejezés nem hibás. A feladatok szövegéből mindig ki fog derülni, hogy helyzeti energián mit kell érteni.*



A magassági energia azért létezik, mert a gravitáció a testre erőt fejt ki, és ennek következményeként a test le akar esni. Nehézségi erő nélkül nincs magassági energia.

A magasság viszonylagos, a magassági energia is viszonylagos, és a nullszint szabadon kijelölhető. Nincs "igazi" magasság, csak a nullszinthez viszonyított magasság.

A magassági energia eredetére az egyszerűsítő magyarázat azt a leírást adja, hogy a testet munka befektetésével megemeljük, ezzel hozunk létre benne magassági energiát.

A pontosabb magyarázatban először is le kell szögeznünk, hogy egy testnek *mindig* van magassági energiája. A mennyiségi értéke attól függ, hol jelöljük ki a nullszintet. Lehet az bárhol, az ország legmélyebb pontján, a tengerszinten, egy hegycsúcson, a tó fenekén, a padláson. Ezekhez viszonyítva már konkrétan kiszámítható a magassági energia mennyisége.

A mi munkánk nem a létrehozója, hanem az *ára* annak a leendő munkának, amit a ládától valamikor majd visszakapni fogunk.

A munkavégzéshez a ládának lefelé kell mozdulnia. A leeső vagy leereszkedő láda munkáját nem a láda végzi, hanem a Föld gravitációja végez munkát a ládán, ami csak közvetíti az így létrejövő erőt. A földön álló láda is kész a valamilyen nullszinthez viszonyítva számszerűen kifejezhető magassági energiájának munkavégzésben történő átadására, de nem tud lefelé elmozdulni. Ezért ha azt akarjuk, hogy a láda munkát végezhessen, előzőleg fel kell emelnünk. Sajnos a láda felemeléséhez nekünk munkát kell végeznünk pont a gravitáció ellen, ekkor fizetjük meg az energia árát. Ha a gravitáció erre az időre kikapcsolható vagy gyengíthető lenne, ingyen energiát kaphatnánk.

A magassági energia csak ismert nullszint alaján számítható ki. Ezért biztosabb **az energia <u>változását</u>** nézni:

$$\Delta E_h = m \cdot g \cdot \Delta h$$

azaz **a magassági energia változása egyenesen arányos a magasság változásával**.

Zárt rendszerben a testek mechanikai energiáinak összege állandó marad. Az energia átrendeződhet, átalakulhat, de nem semmisül meg és nem keletkezik.

A magassági energia sorsa az, hogy utána felhasználjuk valamilyen munka elvégzésére. A munka egy erő és az irányában történő elmozdulás szorzata. Ez azt jelenti, hogy a nyugalomban levő testek magassági (és más helyzeti) energiája adandó alkalommal <u>mozgássá alakul</u>. A mechanikai energia megmaradásának törvénye szerint **a magassági energia csökkenése esetén valami más energiának nőnie kell**, hogy az összeg megmaradjon. **A magassági és a mozgási energia** is a mechanikai energiák közé tartozik, ezért egymásba átalakulhatnak.

Ha valamit felemelünk, az **nem csak leesni tud, hanem le is tehetjük**. Eközben negatív munkát végzünk rajta. A munkatétel értelmében ezzel a test magassági energiáját csökkentjük.

A magassági energiát mindig a tömegközéppont magassága alapján kell kiszámítani.

A test ugyanis az emelés vagy leesés közben elfordulhat.

Ha két test azonos magasságban van, akkor a magassági energiájuk ugyanannyi.

A <u>munkatétel</u> a magassági energiára is igaz: a test magassági energiáját a rajta végzett munkánk összegével változtatjuk meg.

A magassági energia a test tömegközéppontjának magasságától függ, ezért az energiát csak az a munka változtatja meg, amely a test magasságát megváltoztatja. Az oldalirányú elmozdítás nincs hatással a magassági energiára.

A munka képlete általánosságban $\mathbf{W=F \cdot d_F}$. Most az $\mathbf{F}$ erő a nehézségi erővel azonos nagyságú, ezért $\mathbf{F=m \cdot g}$. A $\mathbf{d_F}$ elmozdulás az $\mathbf{F}$ irányába mérendő, tehát függőlegesen, vagyis ez gyakorlatilag a test magasságának változása: $\mathbf{d_F=\Delta h}$.

$$W = F \cdot d_F \quad = \quad m \cdot g \cdot \Delta h = \Delta E_h$$

A magassági energia változása független a test által megtett út hosszától és a vízszintes irányú elmozdulástól. Az értéke minden esetben a test nehézségi erejének (súlyának) és a magasságváltozásnak a szorzata.

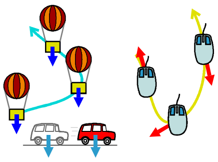
Ennek feltétele, hogy a magasság mindvégig csak a munkavégző erő hatására változzon.

A feltétel azt jelenti a gyakorlatban, hogy a testet *sem ejteni, sem dobni* nem szabad. Ha mégis történik ilyen, akkor a munka és az magassági energia változása nem lesz egyenlő, mivel a magasságváltozás egy része a mi munkánk nélkül következett be.

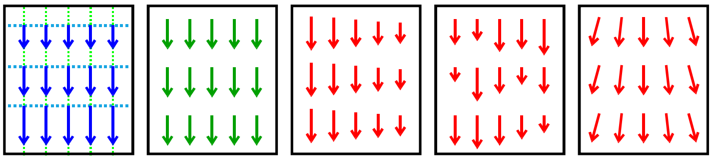
Konzervatív erőtér

A konzervatív erőtípus időben állandó, és a munkavégzés közben **az irányát nem változtatja**. A nehézségi erő konzervatív erő.

A mozgatott egérre ható csúszási súrlódási erőket mindig a mozgással ellentétes irányúak, de a mozgás iránya változik, ezért a súrlódási erő iránya is változik. A súrlódási erő <u>nemkonzervatív</u> erő.



A <u>konzervatív erőtér</u> folytonos, az erővektorai egymással párhuzamosak, időben állandóak, a nagyságuk az erővonalakra merőleges vonalakon azonos.



A kék erőtér erővonalai párhuzamosak. A rajzon csak öt erővonal van, de ez az erőtér *folytonosnak* tekinthető. Az erővonalakra merőleges segédvonalak mentén az erők nagysága *végig azonos*. <u>A kék erőtér konzervatív</u>.

<u>A zöld erőtér tökéletesen konzervatív</u>, *homogén* erőtér. A homogenitás a sűrűség kapcsán már szóba került, és azt jelenti, hogy egyenletes eloszlású. A homogén erőtérben nem csak az erővonalakra merőleges egy-egy ("front")vonalon, hanem az egész erőtér *minden* pontján azonos erő uralkodik. A homogenitás következménye, hogy az erőtérben végzett erővonal-irányú elmozdulás és az azzal végzett munka összege mindig egyenesen arányos. Inhomogén erőtérre ez nem igaz.

<u>A három piros erőtér nemkonzervatív</u>. Az elsőben keresztirányban az erők nem állandóak, a másodikban teljesen összevisszák, a harmadik példában viszont az erők nem párhuzamosak.

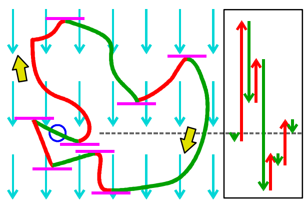
Konzervatív erőtér van egy olyan helyen, ahol ha elhelyezel egy tárgyat valahová, azt mindenhol *ugyanabba az irányba* húzza valami erő, amely egy szabályos rendbe sorakozó erősokaság eleme.

A tér egy pontja több erőtér hatása alatt is lehet. Ahol fúj a szél, ott is van gravitáció, stb.

<u>Konzervatív</u> vagy <u>útfüggetlen</u> az az erőtér, amelyben ha egy testet egy adott pontból egy másikba viszünk, akkor az ezzel végzett munka mennyisége független a két pont közötti útvonal alakjától.

Konzervatív erőtérben bármilyen önmagába záródó úton végzett munka végösszege 0.

Az első meghatározásból egyenesen következik a második tétel, mivel ha az önmagába záródó útvonalat úgy fogjuk fel, mint egy adott pontból egy másikba, majd vissza vezető utat, akkor a második út munkája az első út munkájának ellentéte, amelyek összege értelemszerűen nulla.

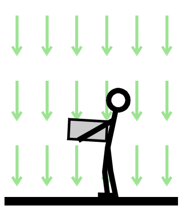
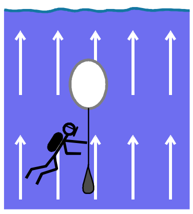
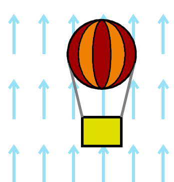
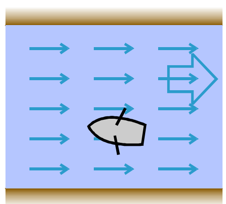
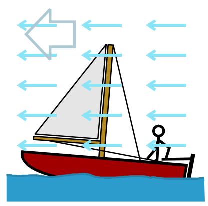


A rajzon egy karika jelöli azt a helyet, ahonnan indulva egy testet mozgatni kezdünk a konzervatív erőtérben. Mindig mi végzünk <u>pozitív</u> munkát akkor, amikor legalább részben az erőtérrel szemben mozgunk, ezek a szakaszok piros színűek, és <u>negatív</u> a munkánk, amikor az elmozdulás függőleges (azaz erővonal-irányú) összetevője az erőtér irányába mutat, ezek a zöld szakaszok. A tétel inhomogén konzervatív erőtérre is igaz.

Helyzeti energia

A helyzeti energia a potenciális mechanikai energiáknak az a csoportja, amikor az energiát egy test mindössze azzal tárolja, hogy egy konzervatív erőtér valamelyik pontján van. A MAGASSÁGI ENERGIA a helyzeti energiák legismertebb példája.

<u>Sok tankönyv magát a magassági energiát hívja helyzeti energiának.</u>

A helyzeti energia lényege mindig az, hogy a test egy állandó irányba el akar mozdulni. Amikor ezt az elmozdulást megengedjük neki, munkát végez. Amikor a testet visszafelé mozgatjuk, kénytelenek vagyunk munkát végezni rajta.

A testben tárolt helyzeti energia az erőtér erőinek irányában tud hasznosulni, és a test mindig a mozgásával végzett munkaként adja vissza.

A munkatétel általánosságban a helyzeti energiára is érvényes: $\Delta E=\Sigma W_i$.

A helyzeti energia ($\mathbf{E_p}$) függ attól az $\mathbf{F}$ erőtől, amit az erőtér a testre kifejt, és a testnek a nullszinttől mért távolságától ($\mathbf{z}$):

$$E_p = F \cdot z$$

Az egyenlet egyenes arányosságot mond ki az elmozdulás és az energia között, ami *csak homogén konzervatív erőtérre* igaz. Az ábrán mutatott esetekben az erőtereket homogénnek tekintjük, az erők nagysága semmilyen elmozdulásnál sem változik.

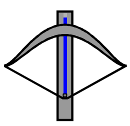
A nullszint most is merőleges az erővonalakra, és bárhol elhelyezhető. A nullszinttől függetlenül:

$$\Delta E_p = F \cdot \Delta z$$

A test helyzeti energiáját nem változtatja meg olyan elmozdulás, amely nem változtat a tömegközéppontjának a nullszinttől mért távolságán.

magassági energia	**minden helyzeti energia**
Alapja a gravitációs erő. A gravitációs erőtér erővonalai függőlegesek, egymással párhuzamosak.	Alapja egy konzervatív erőtér. Az erővonalak párhuzamosak, az irányuk az erő forrásától függően bármi lehet.
Energia létrehozásához a testet felfelé kell elmozdítanunk.	Energia létrehozásához a testet az erőtér irányával ellentétesen, "hátrálva" kell elmozdítanunk.
A test vízszintes irányú elmozdítása nem változtat az energián.	A test erővonalakra merőleges irányú elmozdítása nem változtat az energián.
A magassági energia a test tömegközéppontjának a magasság nullszintjétől való távolságával arányos.	A helyzeti energia a test tömegközéppontjának a nullszinttől való távolságával arányos.
A magasság nullszintje ($\mathbf{h_0}$) egy vízszintes vonal (sík), amit szükség szerint bármilyen magasságban kijelölhetünk.	A távolság nullszintje ($\mathbf{z_0}$) az erővonalakra merőleges vonal (sík), amit szükség szerint bárhol kijelölhetünk.
Az energia a testre ható nehézségi erővel is egyenesen arányos.	Az energia az erőtér által a testre kifejtett erővel is egyenesen arányos.
A magassági erőtér képlete $\mathbf{E_h=m \cdot g \cdot h}$, ahol $\mathbf{m \cdot g}$ a test nehézségi ereje, $\mathbf{h}$ a nullszinttől mért magasság.	A helyzeti energia képlete $\mathbf{E_p=F \cdot z}$, ahol $\mathbf{F}$ az erőtér ereje az adott ponton, $\mathbf{z}$ a nullszinttől mért távolság.
Az energia felszabadulásakor a munka a test lefelé mozgásából kapható meg.	Az energia felszabadulásakor a munka a testnek az erőtér irányában történő mozgásából kapható meg.

Rugalmassági energia



A munka egyik formája, amikor egy testet elmozdítunk. Egy másik formája **testek alakváltozását** okozó munka. Ha a test rugalmas, akkor a rajta végzett munkát potenciális energiaként tudja tárolni, és később ellentétes irányú alakváltozásként visszaadni. Az energiát a test rugalmas alakváltozása hozza létre és tárolja, ezért ezt **rugalmassági energia** néven soroljuk be a potenciális energiák közé.

A **rugalmassági energia** képlete a lineáris erőtörvény szerint működő rugó esetén a következő:

$$E_r = \frac{1}{2} \cdot D \cdot (l_0 - l)^2$$

ahol $\mathbf{E_r}$ a rugalmassági energia, $\mathbf{D}$ a rugóállandó, $\mathbf{l_0}$ a rugó hossza a terheletlen állapotban, $\mathbf{l}$ a rugó jelenlegi hossza. $\mathbf{l_0}$**-**$\mathbf{l}$ helyett használható a $\mathbf{d}$ is.

$$\Delta E_r = \frac{1}{2} \cdot D \cdot (\Delta l)^2$$

A munka $\mathbf{W=F \cdot d_F}$ alapképletében rugó esetén az $\mathbf{F}$ folyamatosan változik. Ha a változás függvénye lineáris, akkor munkavégző erőként a kezdeti és végpont erőinek átlagát használjuk.

Potenciális energia és kinetikus energia

Öt mechanikaienergia-típusról beszéltünk: mozgási, forgási, magassági, helyzeti és rugalmassági.

$$E_m = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \qquad E_f = \frac{1}{2} \cdot \Theta \cdot \omega^2 \qquad E_h = m \cdot g \cdot h \qquad E_p = F \cdot z \qquad E_r = \frac{1}{2} \cdot D \cdot (l_0 - l)$$

Ismét megjegyezve, hogy a magassági energia is helyzeti energia.

A felszabaduló energia részben vagy egészben átalakulhat más típusú munkává is, amelynek eredményeként utána másféle energiaként is tárolódhat.

Zárt rendszerben a testek mechanikai energiáinak összege állandó marad.

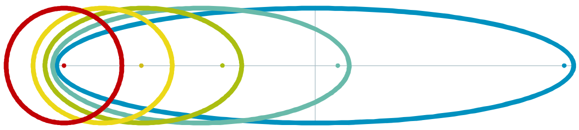
$$E_m + E_f + E_h + E_p + E_r = \text{állandó}$$

Kozmosz

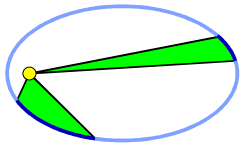
A Kepler-törvények

I. Minden bolygó olyan ellipszis alakú pályán kering a Nap körül, aminek az egyik fókuszpontjában a Nap van.

Az ellipszisnek két szimmetrikus fókuszpontja van, a nagytengelyén. A kör olyan speciális ellipszis, amelynek a két fókuszpontja egybeesik. Minél elnyúltabb az ellipszis, annál közelebb van a fókuszpontja a nagytengely és az ellipszis metszéspontjához.



II. A bolygó vezérsugara azonos idő alatt azonos területet súrol.



A vezérsugár a Napot és a bolygót összekötő vonal. A két cikk azonos területű, ha a hozzájuk tartozó pályaívet a bolygó azonos idő alatt teszi meg. A törvény azt fogalmazza meg, hogy a bolygó a Naphoz közeledve egyre gyorsul, elhalad mögötte, aztán lassulni kezd, a naptávol-pontban a leglassabb, aztán ismét közeledni és gyorsulni kezd. A sebességek közötti különbség annál nagyobb, minél elnyúltabb az ellipszis. A Föld pályája majdnem kör, de a keringési sebesség ennek ellenére már 29,3 és 30,3 km/s között mozog. A többi bolygó pályája is közel van a kör alakhoz, ez itt csak szemléltető ábra a különbségek túlzó kihangsúlyozásával.

III. A bolygópályák fél nagytengelyeinek a köbei és a keringési idejük négyzetei közötti arány minden bolygónál ugyanaz:

$$\frac{a_1^3}{T_1^2} = \frac{a_2^3}{T_2^2} = \frac{a_3^3}{T_3^2} \ldots = \text{állandó}$$

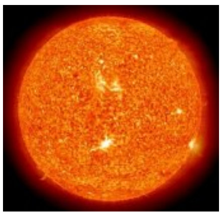
Ez azt eredményezi, hogy egy távolabbi pályán keringő bolygónak a haladási sebessége kisebb. Tehát a Szaturnusz számára nem csak azért tart egy keringés tovább (29,46 évig), mert hosszabb az ellipszispályája, hanem ráadásul a sebessége is kisebb, mint a Földé.

Ezek a törvények ugyanúgy érvényesek egy holdnak a bolygója körüli pályára, de a Föld körül keringő űrhajókra is. De a III. törvény **csak ugyanarra a központi égitestre** vonatkozóan érvényes, mert annak a tömegvonzásától (tehát a tömegétől) függ. Vagyis az a bizonyos állandó más a Nap és bolygói, és más a Jupiter és holdjai esetében, például.

A törvényekből következik az is, hogy a keringő égitest távolsága *egyedül a sebességétől függ*, és a sebessége csak a távolságtól és a központi égitest tömegétől függ. Egy bizonyos pályát csak egy bizonyos sebességgel lehet betartani, ekkor a központi égitest vonzása és a centrifugális erő egyfajta egyensúlyba kerül. Bármilyen sebességmódosítás után a test automatikusan másik pályára tér át, új egyensúlyt keresve.

A Naprendszer

A **csillag** azért látszik, mert fény jön belőle, minden egyéb pedig azért, mert a csillag megvilágítja. A "fény" lehet szabad szemmel nem látható is, például infravörös, röntgen- vagy rádiósugárzás.



A **Nap** egy csillag, a tömege $2 \cdot 10^{30}$ kg (két kvintillió), az anyaga plazma halmazállapotú **hidrogén** (74%) és **hélium** (25%), szilárd felszíne nincs. A saját tömegvonzása alatt összepréselődő hidrogén folyamatos magfúziós folyamatban héliummá alakul, ezzel a belsejében néhány millió fokos hőmérsékletet létrehozva. A Nap életkora kb. 4,6 milliárd év.

A Nap fotoszféra nevű rétegét látjuk napkorongként, ennek a "felszíni" hőmérséklete 5600 °C körüli, az átmérője **1,4 millió km**. A Nap fénye fehér színű.

A Föld és a Nap átlagos távolsága a <u>csillagászati egység</u> (CsE, AU), ez kb. **150 millió kilométer** (500 fénymásodperc).

Néhány szám: a Föld átmérője **12756 km**, az Egyenlítő hossza 40075 km, **a Hold távolsága 384 ezer km**. A Vénusz távolsága, amikor hozzánk legközelebb van, 41 millió km, a Marsé 56 millió km. A Neptunusz távolsága 30 CsE. A Naprendszer átmérője elég bizonytalan fogalom, vehetjük 100 ezer csillagászati egységnek.

A **<u>bolygók</u>** a Naptól való növekvő távolság szerint: **Merkúr, Vénusz, Föld, Mars**, itt következik a *kisbolygóövezet*, **Jupiter, Szaturnusz, Uránusz, Neptunusz**. A belső négy bolygó szilárd kőzetbolygó. A külső négy bolygó gázokból áll, ami a legbelső magban folyadékká sűrűsödik, a nagy tömegvonzás súlya alatt, ezért nem lehet rájuk leszállni, mert nincs hová. Ezek a bolygók mind jóval nagyobbak a kőzetbolygóknál, ezek a gázóriások. Az utolsó kettő kivételével mindegyik bolygó látható szabad szemmel is, persze csak csillagszerű pontként, a legfényesebb a Vénusz.

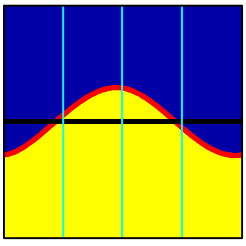
A **<u>törpebolygók</u>** kategóriája 2006-ban született. Ennek minősítették át a kisbolygóöv legnagyobb égitestét, a **Ceres**t, a Neptunusz pályáján kívül pedig a következők vannak: **Pluto** (felfedezve 1930-ban, 2006-ig bolygó), **Eris** (2003), **Haumea** (2004), **Makemake** (2005). A kritériumuk az, hogy az elég nagy gravitációjuk nagyjából gömb alakúvá formálta őket, és persze a Nap körül keringenek.

A bolygók körül keringenek a kisebb-nagyobb, szilárd felszínű **<u>holdak</u>**. A Merkúrnak és a Vénusznak nincsenek holdjaik. Sok nagy és gömbölyű hold van, mint a mi Holdunk; ha ezek a Nap körül keringenének, törpebolygók lennének. A **Hold** mérete a Föld negyede, a tömege csak 0,012 földtömeg. Távolsága 384 ezer km (1,28 fénymásodperc), a keringési ideje 27,3 nap, a két újhold közötti idő 29 nap 12 óra 44 perc. Mivel ugyanolyan szögsebességgel forog, mint ahogy kering, állandóan ugyanazt az oldalát látjuk. A **holdfázisok** oka az, hogy a Holdat a Nap mindig más irányból világítja meg, és azt mi innen, "belülről" figyeljük. Légköre nincs, csak valami kis gáz, 10^{-18} atmoszféra "nyomással". A felszín hőmérséklete napfényben +140°C, sötétben -180°C. A nehézségi gyorsulás 0,165 g.

A Mars pályáján túl van a kisbolygóöv. A **<u>kisbolygók</u>** (aszteroidák) néhány kilométeres és annál is kisebb sziklák, kb. 200 ezer van belőlük katalogizálva, a többit még nem sikerült észrevennünk. Ütközések vagy más égitestek vonzása miatt sok kisbolygó lassul le, és kerül a Naphoz közelebbi, néha ún. "földsúroló" pályára.

A Nap körül keringenek az **<u>üstökösök</u>**, amelyek többnyire a távoli **Kuiper-öv**ből és a még távolibb **Oort-felhő**ből (ez is egy gyűrű a Nap körül) kerülnek elő, elnyúlt ellipszispályán érkezve a belső Naprendszerbe. Az üstökösbe fagyott gázok, amikor közeledik a Naphoz, elkezdenek elpárologni (a hőmérséklete még mindig -150 fok körül van), és ezt a nagyon ritka gázt a Nap részecskesugárzása, a *napszél* kifelé fújja, ebből lesz a csóva. Azért látjuk, mert szétszóródik rajta a Nap fénye. Egy fényesebb üstökös hetekig is látható szabad szemmel vagy kis távcsővel.

A **<u>meteorid</u>**<u>ok</u> kisebb kődarabok, amik mindenféle ütközések során töredeztek le holdakról, kisbolygókról, sokszor meteorrajba rendeződve keringenek a Nap körül. (Ezek a Leonida, Quadrantida, Perseida stb. rajok.) Amikor a légkörbe érnek, **meteor** lesz belőlük, és általában a leérés előtt elégnek. Ami esetleg földet ér belőlük, azok a **meteorit**ok.



A Föld tengelyferdesége miatt a Nap az év folyamán egyre alacsonyabban jár, aztán elkezd emelkedni, hosszabb ívet jár be napkeltétől napnyugtáig, a nappalok hosszabbodnak, végül eljut a nyári tetőpontra, utána csökkenni kezd a nappalok hossza, végül télen kezdődik az egész elölről. A téli **napforduló**, az emelkedés kezdete december 21., a tavaszi **napéjegyenlőség** (a nappal és az éjszaka hossza azonos) március 20., a nyári napforduló június 21., az őszi napéjegyenlőség szeptember 22. körül van, egynapos ingadozással. A diagram a nappal hosszának éves változását mutatja a mi szélességünkön. Tőlünk északabbra a hullámvonal függőlegesen megnyúlik, az Egyenlítő felé haladva pedig egyre laposodik.

A **napfogyatkozás**kor a Hold eltakarja a távoli Napot. Szerencsés véletlen, hogy a kettő a Földről szinte teljesen azonos nagyságúnak látszik, ezért jöhet létre például a gyűrűs fogyatkozás, vagy a "gyémántgyűrű". A **holdfogyatkozás**kor a Hold átmegy a Föld által az űrbe vetett árnyékon.

És tovább!

A **csillagképek** a csillagos égbolt alatt fantáziáló emberek által kitalált mesék szereplői. Más népek más csillagokat vontak össze, más mesealakokat látva bennük. Akárhogyan is alkotunk csillagképeket az égen, az ahhoz tartozó csillagok tőlünk mért távolsága nagyon változatos, és csak felőlünk nézve rendeződnek az általunk ismert alakzatokba.

A **fényév** a távolság mértékegysége, 9,5 billió kilométer, 9,5 petaméter. A **parsec** (parszek) egy másik mértékegység, kb. 3,6 fényév. (A név a parallaxis és secundum szavakból származik.)

A legközelebbi csillag (Alfa Centauri) távolsága 4 fényév, pontosabban 276 ezer CsE. A mi galaxisunk (a Tejútrendszer) átmérője kb. 100 ezer fényév. Az égen látható összes csillag *a mi galaxisunkban van*. Ez egy teljesen szokványos spirálgalaxis, kb. 200 milliárd csillagból állhat. Sajnos nem láthatunk rá kívülről, hiszen benne vagyunk, az egyik spirálkar külső harmada környékén.

A más csillagok körül keringő bolygókat **exobolygó**knak hívjuk, eddig mintegy ezer darabról tudunk, a távcsövek erős ütemben fejlődnek. A többségüket közvetlenül nem látjuk, csak a csillag megfigyelésével lehet tudni róluk. Amelyiket pedig látjuk, azt is csak egy nagyon halvány pontként. Eddig nem találtunk lakhatót, olyat sem, amelyiken el tudunk képzelni bármilyen életformát.

A Világegyetemben több száz milliárd *galaxis* van, az általunk észlelt legtávolabbi távolsága 13,3 milliárd fényév. A Nap kb. 4,6 milliárd éve született, a minden ismert dolgot magába foglaló Világegyetem kora a jelenlegi tudásunk szerint **13,8 milliárd év**.

A **nóva** a sejtéseink szerint olyan csillag, amely az ikercsillagától elszívja az anyaga egy részét, ami végül burokként lerobban róla, a fénye messziről is jól látható. A **szupernóva** olyan csillag, amely az élete végén a saját súlya alatt összeomlik, majd szétrobban.

A **fekete lyuk** olyan szupersűrű óriáscsillag, amelytől bizonyos távolságra már a fénysebesség sem elég a gravitációja leküzdésére, ezért közvetlenül belőle nem érkezik sugárzás. A fekete lyukon átrepülni nem lehet, mert a lyuk csak egy hasonlat, amit eredetileg csak viccnek szántak.

Az **asztronómia** az "igazi" csillagászat, az **asztrológia** a csillagjóslás. Az asztrológusok szerint döntő hatással van az életünkre, hogy a bolygók egymáshoz képest hogyan helyezkednek el az égbolton. A négy létező fizikai kölcsönhatás közül kiemelkedően a gravitáció a legerősebb. A Vénusz gravitációs ereje a hozzánk legközelebbi helyzetében 0,000000225 N. Nagyjából akkora, mint egy kisebb panelházé 30 méter távolságból. A többi bolygó hatása még gyengébb. Erről talán ennyit.

Matek (és egyéb hasznosságok)

Törtek és hatványok

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}$$

Tört nevezője nem lehet 0.

$$m=\frac{m}{1}$$

$$\frac{a}{b}\ \text{reciproka}=\frac{b}{a} \qquad d\left(=\frac{d}{1}\right)\ \text{reciproka}=\frac{1}{d}$$

$$\frac{p}{q}=\frac{r}{s} \quad\Leftrightarrow\quad \frac{q}{p}=\frac{s}{r}$$

$$\frac{n}{\frac{a}{b}}=n\cdot\frac{b}{a} \qquad \frac{\frac{n}{m}}{\frac{a}{b}}=\frac{n}{m}\cdot\frac{b}{a}\ \left(=\frac{n\cdot b}{m\cdot a}\right)$$

$$a\cdot a\cdot a\cdot a=a^4$$

$$\frac{1}{a^n}=a^{-n}$$

$$a^{\frac{1}{n}}=\sqrt[n]{a}$$

$$a^b\cdot a^c=a^{b+c} \qquad (a\cdot b)^n=a^n\cdot b^n \qquad \left(a^b\right)^c=\left(a^c\right)^b=a^{b\cdot c} \qquad a^{\frac{b}{c}}=\sqrt[c]{a^b}$$

$$x^0=1$$

Másodfokú egyenlet

Az egyenletet először nullára kell rendezni:

$$ax^2+bx+c=0$$

A megoldóképlet:

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

Ebből megkapod az x értékét. A gyökjel előtt "plusz vagy mínusz" van, ez azt jelenti, hogy el kell végezned a számítást plusszal és mínusszal is, ez két eredményt (két gyököt) ad. Ha a két eredmény valamelyike értelmetlen (például negatív idő jött ki), akkor az rossz gyök.

A radián

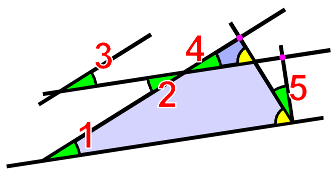
1 radián az a szög, amelyet *a sugárral azonos hosszúságú* körív két végpontjától induló két sugár egymással bezár.

A radián egy körív és a hozzá tartozó sugár aránya.

a teljes kör = $360° = 2\pi \text{ rad}$

Azonos szögek

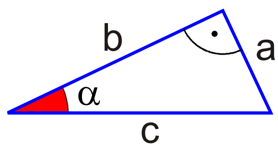
Egymást metsző vonalak között azonos szögek is létrejönnek, néha hasznos ezeket felismerni.



1-3, 3-4: **Ha két szög szárai páronként párhuzamosak, akkor a szögek egyenlők.** (Párhuzamos szárú szögek.)
2-4: **Az X alakú vonalak sarkaiban levő szögek egyenlők.** (Csúcsszögek.)
1-2, 2-3: **A Z alakú vonalak sarkaiban levő szögek egyenlők.** (Váltószögek.)
1-4: **Két hasonló háromszög szögei páronként egyenlők.**
4-5: **Ha van két szögünk, amelyeknek a szárai páronként merőlegesek egymásra, akkor az a két szög egyenlő.** (Merőleges szárú szögek.)

Szögfüggvények

Légy szíves, és tanuld meg kívülről a **szögfüggvények** alábbi képleteit, mert sokszor kell. Kizárólag derékszögű háromszögekben használhatók. Az a céljuk, hogy ha a háromszög egyik oldalát és az egyik hegyesszögét ismerjük, akkor ezekkel a függvényekkel kiszámíthassuk a többi oldalát. (Megjegyzem, ha az egyik hegyesszöget ismered, akkor ismered a másikat is: 90°–α.)



$$\sin\alpha = \frac{a}{c} \qquad \cos\alpha = \frac{b}{c} \qquad \operatorname{tg}\alpha = \frac{a}{b} \qquad \left(\operatorname{ctg}\alpha = \frac{b}{a}\right)$$

Vigyázz, nehogy a betűket a rajz nélkül tanuld meg! Ha egy példában más betűk állnak a háromszög mellett, esetleg el van forgatva, ne legyél megzavarodva. Ezért is tanítják "mondókával" ezeket: *a szinusz a szöggel szembeni befogó per átfogó, a koszinusz a szög melletti befogó per átfogó, a tangens a szöggel szembeni befogó per szög melletti befogó, a kotangens pedig a tangens reciproka.* Tanuld meg kívülről, halálbiztosan.

A szögfüggvények tehát a szög alapján adják meg a derékszögű háromszög két oldalának arányát. Például: ha ismered a **c** oldalt és az **α** szöget, akkor a **b** oldalt úgy tudod kiszámítani, hogy

$$b = c \cdot \cos\alpha$$

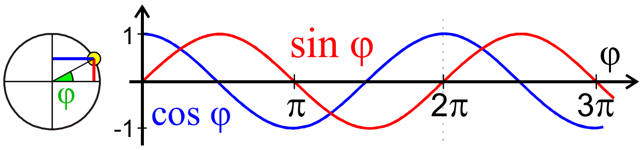
A cos α (és a többi is) egy szám, amit a számológép a szög beírása után kiszámol. ***Ellenőrizd***, hogy ha a szöget fokban adod meg, akkor a **DEG** jelzés legyen a kijelzőn, ha pedig radiánban, akkor **RAD**. Lehet, hogy a te számológéped nem tud ilyet, esetleg másképp jelzi, ezt neked kell kiderítened.

A szinusz és koszinusz értéke mindig +1 és -1 közötti érték lesz. A tangens értéke a végtelenig terjedhet (de 90°-nál nem értelmezhető).

Visszafelé: két ismert oldal hosszának arányából a szög is megtudható, ehhez a szögfüggvények ellentett műveletét kell elvégezni, ahogy például a négyzetre emelés ellentettje a gyökvonás. A koszinusz ellentettje az "arkusz koszinusz" (az arcus jelentése ív), a jelzése ’arc’, így:

$$\text{arc}\cos\frac{b}{c} = \alpha$$

A számológépeden ehelyett valószínűleg a gombok fölötti műveletekhez szükséges gombot kell használnod, például `12 ÷ 43 = INV cos`, az eredmény 73,8° vagy 1,29 radián.



Nem különösebben fontos, de azért megemlíthetem, hogy a szögfüggvények valójában egy körből vannak származtatva. Ha egy pontot körbejáratunk, akkor a távolsága a két központi tengelytől jellegzetes hullámvonalakkal ábrázolható, amelyek *periódushossza* 2π.

Pitagorasz-tétel

Az előbb látott háromszög jelöléseit használva

$$a^2 + b^2 = c^2$$

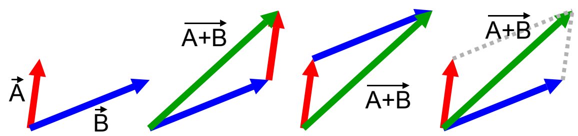
Vektorműveletek

A **szakasz** egy egyenes vonalnak egy fix hosszú darabja. A szakasz hossza másképpen a két végpont távolsága.

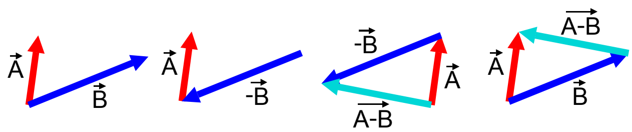
A **vektor** egy olyan *irányított* szakasz, amelynek a rajzolásakor az egyik végére nyílfejet rajzolunk. Ismernünk kell a vektor kezdőpontját, a nagyságát és az irányát is, ennyivel több az egyszerű szakasznál. Akkor használjuk, ha valamilyen megjelölendő dolognak ezek a lényeges tulajdonságai, például az *erő* ábrázolására, aminek van kezdőpontja (támadáspontja), nagysága és iránya. A vektor egyenese, vonala, a fizikában a vektor **hatásvonal**a az a végtelen hosszú egyenes vonal, amelyre a vektor vonala illeszkedik.

Összeadás: *Adott egy A és egy B vektor, szerkesszük meg a két vektor összegvektorát!* Három módszert láthatsz, az első kettőn szó szerint össze vannak adva a vektorok, egymás mögé illesztve, csak a sorrend kétféle. A harmadik módszer a **parallelogramma-szabály**, tulajdonképpen az első két módszer együttes használata. Matematikában a három módszer bármelyike bármikor használható, a kedved szerint. Fizikában erővektorok összegének (lásd az EREDŐ ERŐ fejezetet) kiszámításához a harmadik módszert használd, más vektorszámításokhoz az összeillesztős módszerek is jók.

Ha a zöld vektor a piros és a kék vektorok összege, akkor a piros és a kék vektorok a zöld vektor **összetevői**, más szóval **komponensei**.



Kivonás: *Adott egy A és egy B vektor, szerkesszük meg az A–B különbségvektort!* Az első lépés azt mutatja, hogy az A–B művelet hogyan lesz összeadássá tehető, a B helyére a –B vektort téve. Ezután az A-hoz hozzáadva a –B-t megkapjuk az eredményt. Az utolsó rajzon ennek egy gyorsított változata van; arra kell mindig emlékezned, hogy a különbségvektor "a másodikból az elsőbe" mutat.



Számok normál alakja

Fizikapéldákban mindig akadnak számok, amelyekben sok nulla van. Ezeket a nullákat számolgatni kicsit kényelmetlen, és benne van a tévesztés lehetősége is. Ezért szokás használni a **normál alak**ot, ami két részből áll: elöl van a mantissza, ami mindig egy 1 és 9.999… közötti szám, utána jön az exponens, ami a tíz valamilyen hatványa, a szám pedig a kettő szorzata. Például $2{,}39 \cdot 10^5 = 239000$, $1{,}007 \cdot 10^{-4} = 0{,}0001007$.

Prefixumok

A prefixum a mértékegységek elé tett olyan szavacska, amely a nagyságrendet jelöli. 1 kilogramm egyenlő ezer grammal, a "kilo" a **prefixum**, előtétszó, előtag, nevezd kedved szerint.

Az SI mértékegységrendszerben nemzetközi szabvánnyal rögzítették a használható prefixumokat, ezekből a számunkra érdekes nagyságrendekhez tartozókat összeszedem.

peta	**P**	billiárd	10^{15}				
tera	**T**	billió	10^{12}	milli	**m**	ezred	10^{-3}
giga	**G**	milliárd	10^{9}	mikro	**μ**	milliomod	10^{-6}
mega	**M**	millió	10^{6}	nano	**n**	milliárdod	10^{-9}
kilo	**k**	ezer	10^{3}	piko	**p**	billiomod	10^{-12}

Amint látod, nagyon nem mindegy, hogy kis- vagy nagybetűvel írod a prefixum jelét. Figyeld meg, hogy a 10 hatványai hármasával lépegetnek, így elég könnyű megjegyezni őket. Még négy olyan prefixum van használatban, amelyek igazából nem tartoznak a szabványok közé, de szabad a használatuk:

hekto	**h**	száz	10^{2}	deci	**d**	tized	10^{-1}
deka	**dk***	tíz	10^{1}	centi	**c**	század	10^{-2}

*A deka hivatalos jele a "da", de nálunk már régóta a "dk" van használatban, ezért ezt használd, ha a tanár mást nem mondott.

Két prefixumot egymás mellé tenni nem szabad, vagyis nincs megakilo vagy hasonló.

Nem egészen ide tartozik, de nem biztos, hogy hallottál arról, hogy az informatikában a tárolóterületek méréséhez ezeknek a prefixumoknak a használata már szabálytalan, úgyszólván tilos. Helyettük az ún. bináris prefixumok használata kötelező, tehát kibibyte vagy kibyte (KiB), mebibyte vagy mibyte (MiB), gibibyte vagy gibyte (GiB), tebibyte vagy tibyte (TiB), pebibyte vagy pibyte (PiB). Abban térnek el a decimális prefixumoktól, hogy nem 1000^1, 1000^2, 1000^3 stb., hanem 1024^1, 1024^2, 1024^3 stb. a váltószámuk, ennek a kettes számrendszerhez van köze.

Mértékegységek

Az SI rendszer (*Système international d'unités*), a jelenleg világszerte hatályos nemzetközi mértékegységrendszer az elődeihez hasonlóan megállapított olyan alapmértékegységeket, amelyekre minden más mértékegységet visszavezet. A 7 alapegység a következő:

hossz	**méter**	**m**
tömeg	**kilogramm**	**kg**
idő	**másodperc** (szekundum)	**s**
áramerősség	**amper**	**A**
hőmérséklet	**kelvin**	**K**
anyagmennyiség	**mol**	**mol**
fényerősség	**kandela**	**cd**

Bármilyen számítást végzel fizikai mennyiségekkel, mindig végezd el következetesen és pontosan ugyanazt a számítást a mértékegységekkel is.

Ha jól csinálod, akkor az eredmény mellé így kapott mértékegység is jó lesz, akkor is, ha a kiszámolt mennyiség mértékegységére esetleg nem emlékszel. Ha pedig mégis emlékszel rá, akkor az eredménnyel összehasonlítva észreveheted, ha rossz számítást végeztél. Nézzünk egy kitalált képletet:

$$Y = \frac{m^2 \cdot s \cdot M}{T \cdot p}$$

hozzátéve, hogy $M = F \cdot k$ és $p = \frac{F_{ny}}{A_{ny}}$. *Vigyázz, ezek a **képletek**, nem a mértékegységek!!*

Tudod, hogy mi az Y mértékegysége? Nem baj, ha nem – én sem. Majd mindjárt megszüljük. Most megadom a mennyiségekhez tartozó **mértékegységek**et, és nem érdekes, hogy ezek mik.

$$[m] = kg \quad [s] = m \quad [F] \text{ és } [F_{ny}] = \frac{kg \cdot m}{s^2} \quad [k] = m \quad [A_{ny}] = m^2 \quad [T] = s\,.$$

A feladatban nyilván meg vannak adva a szükséges számértékek is, de most mi intézzük el a mértékegységet, elvégezve a képletek és mértékegységek behelyettesítésével az előírt műveleteket:

$$[Y] = \frac{kg^2 \cdot m \cdot \left(\frac{kg \cdot m}{s^2} \cdot m \right)}{s \cdot \left(\frac{\frac{kg \cdot m}{s^2}}{m^2} \right)}$$

Megcsinálom az egyszerűsítéseket:

$$= \quad kg^2 \cdot m \cdot \frac{kg \cdot m}{s^2} \cdot m \cdot \frac{m^2}{s \cdot \frac{kg \cdot m}{s^2}} \quad = \quad \frac{kg^2 \cdot m^4}{s}$$

Bármit jelentsen is az az Y, itt áll a mértékegysége.

Tegyük fel, hogy a kg·m^2-nek van valami saját neve is, mondjuk Th. Tehát 1 Th = 1 kg·m^2. Akkor az eredmény mértékegysége így irható le:

$$\frac{Th^2}{s}$$

Ha tudod, hogy az Y-nel jelölt mennyiségnek pont ez a helyes mértékegysége, akkor így ellenőrizted azt is, hogy a számítási képleteket jól írtad fel. Emlékeztetlek, hogy ez csak egy kitalált példa volt.