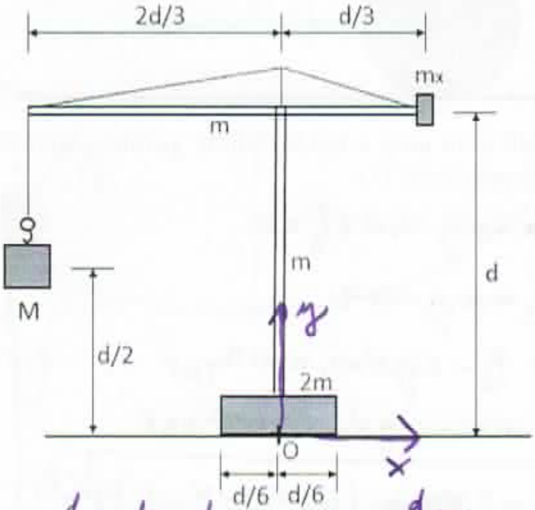
Villamosmérnök alapszak Fizika1 2. vizsga, 2023. jan. 11.	F1	F2	F3	F4	M	E1	E2	E3	E4	E5	Összesen	Bónusz	

NÉV: ______________________

Neptun kód: ______________________

Előadó: Márkus ☐ / Sarkadi ☐ / Vizsgakurzus ☐

1. Az ábra szerinti toronydaru lényegében egy vízszintes és egy függőleges, d hosszúságú, m tömegű, merev, homogén rúdból épül fel. A daru egy $2m$ tömegű lapos talphoz rögzül, amely azonban nincs a talajhoz kötve. A daru csupán a szerencsés tömegeloszlásnak köszönhetően nem dől fel. A daru M terhet emel, a vízszintes rúd (gém) átellenes oldalán m_x ellensúly található.



a) Határozza meg a rendszer tömegközéppontjának helyvektorát koordinátás alakban egy olyan koordináta-rendszerben, melynek origója az ábrán jelölt O pont! (2)

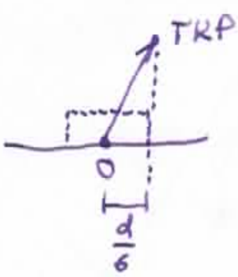
$$x_{TKP} = \frac{-\frac{2}{3}dM - \frac{d}{6}m + 0\cdot m + \frac{d}{3}m_x + 0\cdot 2m}{M + m + m + m_x + 2m} =$$

$$\boxed{x_{TKP} = \frac{\frac{1}{3}m_x - \frac{1}{6}m - \frac{2}{3}M}{4m + m_x + M}\cdot d}$$

$$y_{TKP} = \frac{\frac{d}{2}M + dm + dm_x + 0\cdot 2m + \frac{d}{2}m}{4m + M + m_x} =$$

$$\boxed{y_{TKP} = \frac{m_x + \frac{3}{2}m + \frac{1}{2}M}{4m + M + m_x}d}$$

b) Maximálisan mekkora tömegű m_x ellensúly helyezhető el a darun, ha azt szeretnénk, hogy a daru akkor se dőljön fel, ha éppen nem emel terhet? (1,5)

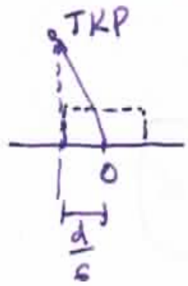


$M=0$ Nem dől fel, ha $x_{TKP} < \frac{d}{6}$

$$d\cdot\frac{\frac{1}{3}m_x - \frac{1}{6}m}{4m + m_x} < \frac{d}{6} \Rightarrow \frac{1}{3}m_x - \frac{1}{6}m < \frac{4}{6}m + \frac{1}{6}m_x$$

$$\frac{1}{6}m_x < \frac{5}{6}m \Rightarrow \boxed{m_x < 5m}$$

c) A darut a b) feladatban meghatározott tömegű m_x ellensúllyal látjuk el. Maximálisan mekkora M teher emelhető fel a daruval anélkül, hogy a daru felborulna?(1,5)



$m_x = 5m$ Nem dől fel, ha $x_{TKP} > -\frac{d}{6}$

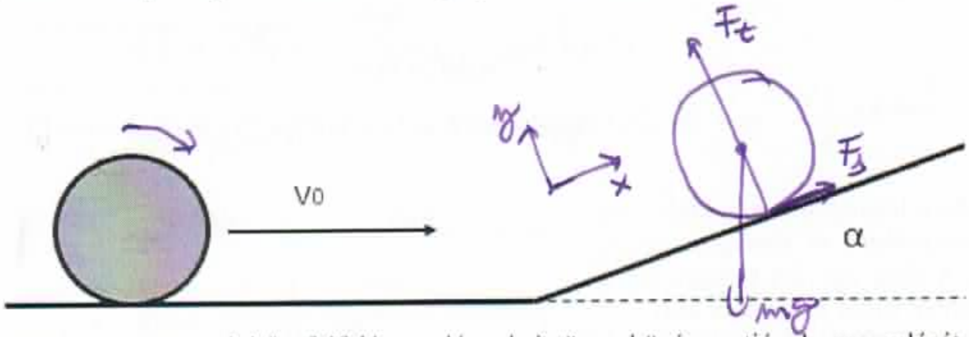
$$-\frac{d}{6} < d\,\frac{\frac{1}{3}5m - \frac{1}{6}m - \frac{2}{3}M}{4m + 5m + M} \Rightarrow -\frac{9}{6}m - \frac{M}{6} < \frac{5}{3}m - \frac{1}{6}m - \frac{2}{3}M$$

$$\left(\frac{4}{6} - \frac{1}{6}\right)M < \left(\frac{10}{6} - \frac{1}{6} + \frac{9}{6}\right)m \Rightarrow 3M < 18m$$

$$\boxed{M < 6m}$$

2. Egy m tömegű, R sugarú golyó ($\Theta=2/5mR^2$) vízszintes talajon v_0 sebességgel tisztán gördül. Később a golyó egy α hajlásszögű emelkedőre fut fel. A lejtőn a tapadási súrlódási együttható NEM ELÉG NAGY ahhoz, hogy a golyó tisztán gördüljön. A lejtő és a golyó között a csúszási súrlódási együttható μ.

a) Ábrán vázolja a lejtőn felfelé haladó golyóra ható erőket! (1)

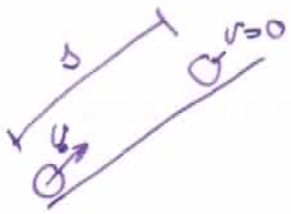


b) Határozza meg a lejtőn felfelé guruló golyó tömegközéppontjának gyorsulását, (1) valamint a golyó szöggyorsulását! (1)

$$\Sigma F_y = -mg\cos\alpha + F_t = 0$$
$$\Rightarrow F_t = mg\cos\alpha$$
$$\Sigma F_x = F_s - mg\sin\alpha = m a_{TKP}$$
$$\mu mg\cos\alpha - mg\sin\alpha = m a_{TKP}$$
$$\boxed{a_{TKP} = (\mu\cos\alpha - \sin\alpha)g < 0}$$

$$\Sigma M = \Theta\beta$$
$$-F_s \cdot R = \frac{2}{5} m R^2 \cdot \beta$$
$$-\mu mg\cos\alpha = \frac{2}{5} m R\beta$$
$$\boxed{\beta = -\frac{5\mu g\cos\alpha}{2R}}$$

b) Mekkora utat tesz meg a golyó a lejtőn felfelé addig a pontig, amíg a tömegközéppontja a legmagasabb helyzetbe kerül? (1)



$$a_{TKP} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = -\frac{v_0}{t} \Rightarrow t = -\frac{v_0}{a_{TKP}} \qquad s = v_0 t + \frac{a}{2}t^2$$

$$s = -v_0 \cdot \frac{v_0}{a_{TKP}} + \frac{a_{TKP}}{2} \cdot \frac{v_0^2}{a_{TKP}^2} = -\frac{v_0^2}{2a_{TKP}}$$

$$\boxed{s = \frac{v_0^2}{2g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}}$$

c) Legalább mekkora tapadási súrlódási együttható kell ahhoz, hogy a golyó tisztán gördüljön a lejtőn felfelé? (1)

Tiszta gördülés: $\beta = \frac{a_{TKP}}{R}$

$$-\frac{5\mu g\cos\alpha}{2R} = \frac{(\mu\cos\alpha - \sin\alpha)g}{R}$$

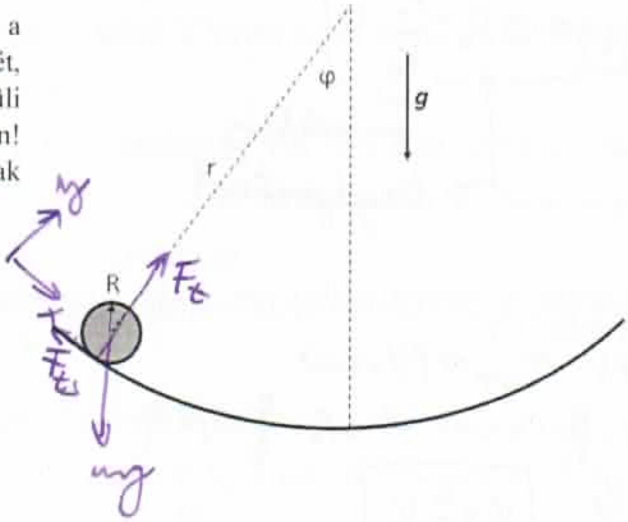
$$\frac{5}{2}\mu\cos\alpha = \sin\alpha - \mu\cos\alpha$$

$$\frac{7}{2}\mu\cos\alpha = \sin\alpha$$

$$\mu = \frac{2}{7}\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \boxed{\frac{2}{7}\operatorname{tg}\alpha}$$

3. Egy R sugarú, m tömegű golyó ($\Theta=2/5mR^2$) hengerpalást alakú felületen gördül az ábra szerint. A golyót az egyensúlyi helyzetéből kitérítjük úgy, hogy a hengerpalást tengelyétől a golyó középpontjába húzott sugár φ szöget zár be a függőlegessel. A golyót kezdősebesség nélkül elengedjük, így az közelítőleg rezgőmozgást végez az egyensúlyi helyzet körül. A golyó középpontja egy r sugarú íven mozog. Feltételezzük, hogy a φ szögkitérés kicsi, feltételezzük, hogy r sokkal nagyobb, mint R, és feltételezzük, hogy a golyó mindvégig tisztán gördül.

a) Rajzolja fel a golyóra ható erőket! (0,5) Írja fel a golyó tömegközéppontjának mozgásegyenletét, valamint a golyó tömegközéppontja körüli forgásának alapegyenletét adott φ szögkitérés esetén! (1) Határozza meg a golyó tömegközéppontjának gyorsulását φ függvényében! (1)



$$\sum F_x = m a_{TKP}$$

$$mg\sin\varphi - F_{ts} = ma$$

$$\sum M = \Theta\beta \Rightarrow F_{ts}\cdot R = \frac{2}{5}mR^2\cdot\frac{a}{R}$$

$$F_{ts} = \frac{2}{5}ma$$

$$mg\sin\varphi - \frac{2}{5}ma = ma$$

$$g\sin\varphi = \frac{7}{5}a$$

$$\boxed{a = \frac{5}{7}g\sin\varphi}$$

b) Fejezze ki a φ szögkitérés idő szerinti második deriváltját (változását) φ függvényében, (1) majd megfelelő közelítések alkalmazásával mutassa meg, hogy a φ szögkitérés közelítőleg harmonikusan oszcillál! Mekkora a rezgés periódusideje? (1,5)

$$-\ddot{\varphi} r = a$$

$$\boxed{\ddot{\varphi} = -\frac{a}{r} = -\frac{5g\sin\varphi}{7r}}$$

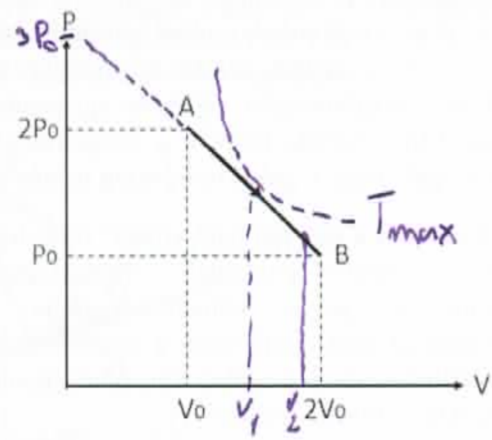
Ha φ kicsi: $\sin\varphi \cong \varphi$

$$\ddot{\varphi} \cong -\underbrace{\frac{5g}{7r}}_{\omega_0^2}\cdot\varphi \quad \leftarrow \text{harmonikus rezgés alapegyenlete}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{5g}{7r}}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \boxed{2\pi\sqrt{\frac{7r}{5g}}}$$

4. Egy egyatomos ideális gázzal az ábrán látható P-V diagrammon egyenes szakasszal reprezentálható folyamatot hajtjuk végre. P_0 és V_0 adottak, továbbá ismert a gáz kezdeti T_0 hőmérséklete.



a) Konstruáljuk meg az AB görbét (egyenest) leíró $P(V)$ függvényt a megadott P_0 és V_0 paraméterekkel! (1)

$$\boxed{P(V) = 3P_0 - \frac{P_0}{V_0}\cdot V}$$

meredekség

tengelymetszet

b) Mekkora V_1 térfogat mellett lesz a gáz a legmelegebb az AB folyamat során? Mekkora ez a hőmérséklet? (1)

$T \sim PV \quad T_{max} \Rightarrow PV = max$

$3P_0V - \frac{P_0}{V_0}V^2 = max \Rightarrow 3P_0 - \frac{P_0}{V_0}2V_1 = 0$

$\frac{3}{2} = \frac{V_1}{V_0} \quad \boxed{V_1 = \frac{3}{2}V_0}$

$$\left.\begin{aligned} 2P_0V_0 &= nRT_0 \\ \tfrac{3}{2}P_0\tfrac{3}{2}V_0 &= nRT_1 \end{aligned}\right\} \frac{8}{9} = \frac{T_0}{T_1}$$

$$\boxed{T_1 = \frac{9}{8}T_0}$$

c) Tegyük fel, hogy a gáz egy adott V térfogattal jellemezhető állapotban van a folyamat során. Határozzuk meg, mennyit változik a gáz belső energiája, ha a gáz térfogata kicsiny ΔV mértékben megváltozik! (a nyomása pedig csökken az AB görbe által megszabott módon) (1)

$$E_b = \frac{3}{2}nRT = \frac{3}{2}PV = \frac{3}{2}\left(3P_0 - \frac{P_0}{V_0}V\right)V = \frac{3}{2}P_0\left(3V - \frac{V^2}{V_0}\right)$$

$$E_b' = \frac{3}{2}P_0\left(3V + 3\Delta V - \frac{(V+\Delta V)^2}{V_0}\right) \qquad \Delta E_b = E_b' - E_b$$

$$\Delta E_b = \frac{3}{2}P_0\left(\cancel{-3V} + \cancel{\frac{V^2}{V_0}} + \cancel{3V} + 3\Delta V - \cancel{\frac{V^2}{V_0}} - \frac{2V\Delta V}{V_0} - \underbrace{\frac{\Delta V^2}{V_0}}_{\approx 0}\right) = \boxed{\frac{3}{2}P_0\left(3 - \frac{2V}{V_0}\right)\Delta V}$$

d) Az AB folyamat során a gáz egy darabig hőt vesz fel, aztán pedig hőt ad le. Határozza meg azt a V_2 térfogatot, amelynél nagyobb térfogatok mellett már hőleadás zajlik a folyamat során! (2)

$$0 < \Delta Q = \Delta E_b + \underbrace{\Delta W_{gáz}}_{P\cdot\Delta V} = \frac{3}{2}P_0\left(3 - \frac{2V_2}{V_0}\right)\Delta V + P_0\left(3 - \frac{V_2}{V_0}\right)\cdot\Delta V$$

$$0 < \frac{9}{2} - 3\frac{V_2}{V_0} + 3 - \frac{V_2}{V_0} \Rightarrow 4\frac{V_2}{V_0} < \frac{15}{2} \qquad \boxed{V_2 < \frac{15}{8}V_0}$$

Kiegészítendő mondatok

Egészítse ki az alábbi hiányos mondatokat úgy a megfelelő szavakkal, szókapcsolatokkal, matematikai kifejezésekkel (skalár-vektor megkülönböztetés), hogy azok a Fizika I tantárgy színvonalának megfelelő, fizikailag helyes állításokat fogalmazzanak meg!

---

1. ……Az inercia……rendszer olyan ……vonatkoztatási…… rendszer, melyben érvényes a tehetetlenség törvénye.

2. Ferdén elhajított tömegpont potenciális energiája akkor a legnagyobb, amikor a pillanatnyi sebességvektora ……vízszintes…… irányú..

3. Egy Holdon játszódó sci-fit forgatnak. A földi stúdióban felvett filmet, (melyen egy függőleges hajítás látható) ……$\sqrt{6}$…… –szor lassabban kell levetíteni, hogy azt az illúziót keltse, mintha az a Holdon játszódna. ($g_{Föld}=6g_{Hold}$)

4. Egyenletesen lassuló körmozgást végző test eredő gyorsulásvektora és sebességvektora által bezárt szög ……nagyobb…… mint 90°.

5. A Déli-sarkon nyugvó testre nem hat ……centrifugális…… erő.

6. Egy bolygó tömege 16-szor akkora, mint a Földé, sugara pedig 2-szer akkora, mint a Földé. A bolygó felszínén a gravitációs gyorsulás értéke ……4…… -szer akkora, mint a Földön.

7. A Napból a bolygóhoz húzott sugár ……azonos időközök alatt…… ……azonos területeket…… súrol.

8. Pontrendszer ……impulzusa…… állandó, ha a pontrendszerre ható külső erők eredője nulla.

9. A csillapítási tényező SI mértékegysége: ……1/s……

10. A mindkét végén nyitott síp alaphangjának és első felharmonikusának frekvencia-aránya: ……1:2……

11. Egy pörgettyű felfüggesztési pontja, és tömegközéppontja nem esik egybe. A pörgettyű tengelye nem függőleges. A pörgettyű tengelye egy kúppalást mentén mozog. A mozgás neve ……precesszió……

12. Egy pontrendszer perdületének idő szerinti deriváltja (változása) egyenlő a ……pontrendszerre ható külső erők eredő forgatónyomatékával…… ……

13. A P-V diagram adott pontján áthaladó izoterma-görbe meredekségének abszolút értéke ……kisebb……, mint az ugyanazon ponton áthaladó adiabata-görbéé.

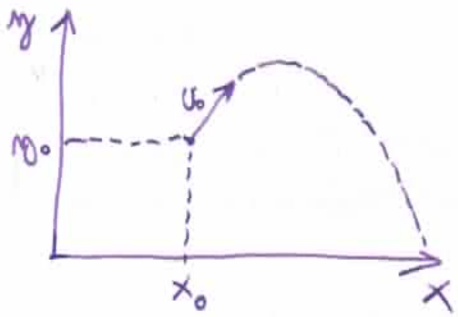
14. Egy test belső energiájának megváltozása egyenlő a testtel közölt hő, valamint a ……testen végzett munka…… összegével.

15. A hőszivattyúk P-V diagramon ábrázolt körfolyamatának körüljárási iránya az óramutató járásával ……ellentétes…… irányú.

Kifejtendő kérdések

Tömör, lényegre törő, vázlatszerű, fizikailag és matematikailag pontos válaszokat várunk.
Ha szükséges, rajzoljon magyarázó ábrákat!

1. Írja fel egy általános ferde hajítás hely-idő, valamint sebesség-idő függvényeit koordinátás alakban! A koordináta-rendszert, a hajítás pályáját, valamint a bevezetett fizikai mennyiségeket ábrán vázolja! (2) Írjon fel algebrai egyenletet, melynek megoldása a földetérés időpontját adja eredményül! (1)



$$x(t) = x_0 + v_{0x} t \qquad v_x(t) = v_{x0}$$

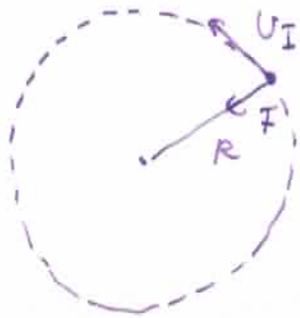
$$y(t) = y_0 + v_{0y} t - \frac{g}{2} t^2 \qquad v_y(t) = v_{y0} - g t$$

$$y(t) = 0$$

$$0 = y_0 + v_{0y} t_f - \frac{g}{2} t_f^2$$

2. Egy mondatban definiálja az I. kozmikus sebesség fogalmát, (0,5) majd ábra és levezetés segítségével határozza meg egy M tömegű, R sugarú bolygó felszínén az I. kozmikus sebességet! (1). Egy mondatban definiálja a II. kozmikus sebesség fogalmát, (0,5) majd ábra és levezetés segítségével határozza meg egy M tömegű, R sugarú bolygó felszínén a II. kozmikus sebességet! (1).

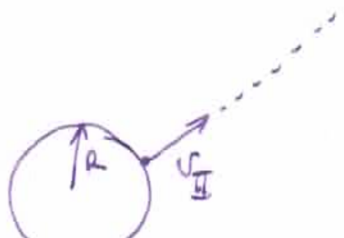
• Körsebesség: A bolygó körül R sugarú körpályán keringő tömegpont kerületi sebessége.



$$\sum F = ma \Rightarrow F_g = m a_{cp}$$

$$\gamma \frac{Mm}{R^2} = m \frac{v_I^2}{R} \qquad v_I = \sqrt{\frac{\gamma M}{R}}$$

• A bolygó felszínéről szökési sebességgel indított tömegpont képes végtelen távol kerülni a bolygótól



Mech. energia megmaradás.

$$\frac{1}{2} m v_{II}^2 - \gamma \frac{mM}{R} = 0 + 0$$

Végtelen távol a kinetikus és potenciális energiája is 0

$$\Downarrow$$

$$v_{II} = \sqrt{\frac{2\gamma M}{R}}$$

3. Egy egydimeziós hullámtérben transzverzális hullámok terjednek x irányban. A rezgés kitérése y irányú. Írja fel a hullámegyenletet, valamint az egyenlet harmonikus megoldását megadó $y(x,t)$ függvényt! (1) Nevezze meg az összefüggésben szereplő fizikai mennyiségeket! (1) Hogyan módosul az $y(x,t)$ függvény, ha a hullám a $-x$ irányban terjed? (1)

Hullámegyenlet

$$\frac{d^2y}{dt^2} = c^2 \cdot \frac{d^2y}{dx^2}$$

Harmonikus megoldás

$$y(x,t) = A \sin(\omega t - kx)$$

A: amplitúdó

$\omega = \frac{2\pi}{T}$ körfrekvencia

T: periódusidő

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$: hullámszám

$\lambda = cT$: hullámhossz

c: terjedési sebesség.

$-x$ irányban: $y(x,t) = A \sin(\omega t + kx)$

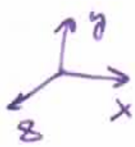
4. Fogalmazza meg az ekvipartíció tételét! (1) Vezessen le összefüggést, mely megadja a gázrészecskék átlagos sebességének nagyságát a hőmérséklet függvényében! (1) Értelmezze egy kétatomos gázmolekula szabadsági fokainak számát! (1)

A részecske egy szabadsági fokára jutó átlagos energia:

$\langle \varepsilon \rangle = \frac{1}{2} kT \qquad \frac{1}{2} m \langle v_x^2 \rangle = \frac{1}{2} m \langle v_y^2 \rangle = \frac{1}{2} m \langle v_z^2 \rangle \Rightarrow \langle v^2 \rangle = 3 \langle v_x^2 \rangle$

$$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{3}{2} kT \Rightarrow v = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

- Transzlációs mozgás 3 irányban



- Forgás 2 tengely mentén

→ szabadsági fokok száma: 5 (a kötés nyújthatatlan)

5. Nevezze meg a hőterjedés formáit (1,5), és értelmezze, hogy az egyes hőterjedési folyamatok milyen közegben valósulhatnak meg! (1,5)

- Hősugárzás: közeg nélkül is megvalósul.
- Hővezetés: közeg szükséges
- Hőáramlás: csak cseppfolyós és légnemű közegben.