

Villamosmérnök alapszak Fizika1 2. vizsga, 2019. jan. 09.	F1	F2	F3	F4	M	E1	E2	E3	E4	E5	Összesen	Bónusz	

NÉV: \_\_\_\_\_

Neptun kód: \_\_\_\_\_

Előadó: Márkus ☐ / Sarkadi ☐

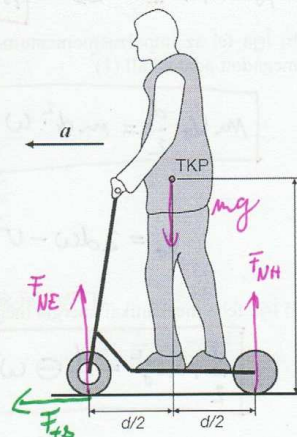
1. Egy elsőkerék-meghajtású elektromos roller utasával együtt  $a$  gyorsulással mozog. A roller tengelyeinek távolsága  $d$ , a roller és az utasa által alkotott rendszer tömege  $m$ , tömegközéppontja a talaj felett  $h$  magasságban található. A kerekek tömege elhanyagolható.

a) Tüntesse fel a rajzon a rendszert gyorsító tapadási súrlódási erő vektorát, és határozza meg annak nagyságát a megadott adatok alapján! (1)

$$\sum F_x = ma \Rightarrow F_{ts} = ma$$

b) Tüntesse fel az ábrán a rendszerre ható összes függőleges irányú külső erő! Mit állíthatunk az első, illetve hátsó keréknél ébredő  $F_{NE}$  és  $F_{NH}$  támaszerők összegéről? (1)

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_{NE} + F_{NH} = mg$$



c) Írja fel a rendszerre ható külső erők tömegközéppontra vonatkoztatott eredő forgatónyomatékát! (1) Határozza meg az első keréknél ébredő támaszerő  $F_{NE}$  nagyságát a feladat kitűzésében megadott adatokkal! (1)

$$\sum M = F_{NH} \cdot \frac{d}{2} - F_{NE} \cdot \frac{d}{2} - F_{ts} \cdot h = \frac{d}{2} (F_{NH} - F_{NE}) - F_{ts} \cdot h$$

$$F_{ts} = ma; F_{NH} = mg - F_{NE} \Rightarrow \sum M = \frac{d}{2} (mg - 2F_{NE}) - mah$$

$$\sum M = 0 \Rightarrow \frac{d}{2} (mg - 2F_{NE}) = mah \Rightarrow F_{NE} = \frac{mg}{2} - \frac{mah}{d}$$

d) Tegyük fel, hogy a talaj és a kerék közötti tapadási súrlódási együttható értéke  $\mu_0$ . Maximálisan mekkora gyorsulással mozoghat a roller? (1)

$$F_{ts} \leq F_{NE} \mu_0$$

$$ma \leq \mu_0 \left( \frac{mg}{2} - \frac{mah}{d} \right)$$

$$ma \left( 1 + \frac{\mu_0 h}{d} \right) \leq \frac{\mu_0 mg}{2}$$

$$a \leq \frac{\mu_0 g}{2 \left( 1 + \frac{\mu_0 h}{d} \right)}$$

2. Egy ajtót megdobunk egy kosárlabdával. Az  $m$  tömegű,  $v_0$  sebességű labdával a  $d$  szélességű ajtószárny közepét találjuk el, az ajtószárny síkjára merőlegesen. A labda az ajtóról rugalmasan visszapattan ismeretlen  $v$  sebességgel, míg a kezdetben nyugvó, könnyen nyíló ajtószárny rögzített tengelye körül forgásba jön. Az ajtó tekinthető homogén tömegeloszlásúnak, tehetetlenségi nyomatéka a labda tömegével kifejezve  $\Theta = md^2$

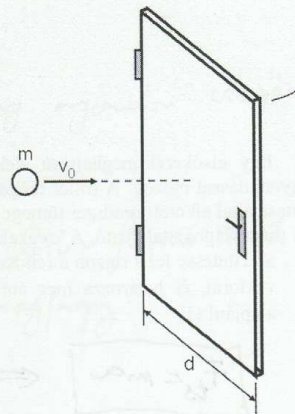
a) Írja fel a labda ütközés előtti impulzusmomentumát az ajtószárny tengelyére vonatkoztatva! (0,5)

$$\vec{N} = \vec{r} \times \vec{I} \Rightarrow N = m v_0 \cdot \frac{d}{2}$$

b) Írja fel az impulzusmomentum-megmaradás tételét a feladatban megadott adatokkal! (1)

$$m v_0 \cdot \frac{d}{2} = m d^2 \omega - m v \frac{d}{2}$$

$$v_0 = 2d\omega - v \quad (1)$$



c) Írja fel a mechanikai energia megmaradás tételét a feladatban megadott adatokkal! (1,5)

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} \Theta \omega^2 + \frac{1}{2} m v^2$$

$$m v_0^2 = m d^2 \omega^2 + m v^2$$

$$v_0^2 = d^2 \omega^2 + v^2 \quad (2)$$

d) Határozza meg az ajtószárny szögsebességét az ütközés után! (2)

$$(1) \Rightarrow v = v_0 - 2d\omega$$

$$(2) \Rightarrow v_0^2 = d^2 \omega^2 + (v_0 - 2d\omega)^2$$

$$v_0^2 = d^2 \omega^2 + v_0^2 - 4d\omega v_0 + 4d^2 \omega^2$$

$$0 = 5d^2 \omega^2 - 4d\omega v_0$$

$$4v_0 = 5d\omega$$

$$\omega = \frac{4v_0}{5d}$$

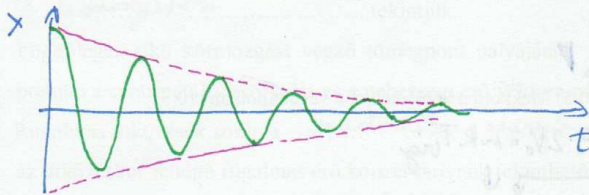


3. Egy  $m$  tömegű,  $k$  rugóállandójú rugóra akasztott test alulcsillapított rezgést végez  $\beta$  csillapítási tényezővel. Mivel  $\beta$  lényegesen kisebb, mint a rezgő rendszer  $\omega_0$  sajátfrekvenciája, ezért a kitérés-idő függvényt közelítőleg megadhatjuk az alábbi összefüggéssel:  $x(t) = A(t) \cos(\omega_0 t)$  ahol az amplitúdó időfüggése:  $A(t) = A_0 e^{-\beta t}$

a) Fejezze ki a rendszer  $\omega_0$  sajátfrekvenciáját a megadott adatokkal (0,5)

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

b) Vázlatosan ábrázolja a kitérés-idő függvényt! (0,5)



c) Mennyi idő múlva csökken le a rezgés amplitúdója a kezdeti érték felére? (1)

$$\frac{1}{2} A_0 = A(t) \quad \frac{1}{2} A_0 = A_0 \cdot e^{-\beta t} \quad \frac{1}{2} = e^{-\beta t} \quad \ln \frac{1}{2} = -\beta t$$

$$\ln 2 = \beta t \quad t = \frac{\ln 2}{\beta}$$

d) Mennyi mechanikai energiával rendelkezik a rezgő rendszer a  $t=0$  időpillanatban? (1,5)

$$t=0 \quad x=A_0 \quad v=0$$

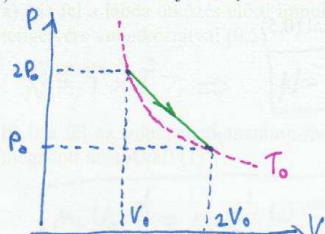
$$E_{\text{mek}} = E_{\text{pot}} + E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} k A_0^2 + 0 = \frac{1}{2} k A_0^2$$

e) Írja fel a rendszerben tárolt mechanikai energia  $E(t)$  mennyiségét az idő függvényében! (1,5)

$$E(t) = \frac{1}{2} k A(t)^2 = \frac{1}{2} k (A_0 \cdot e^{-\beta t})^2 = \frac{1}{2} k A_0^2 e^{-2\beta t}$$

4. Adott egy tartály, melyben  $2P_0$  nyomású,  $V_0$  térfogatú,  $T_0$  hőmérsékletű egyatomos ideális gáz van, izochor mólhője  $c_v = \frac{3}{2}R$  (ahol  $R$  az univerzális gázállandó). A gáz térfogatát fokozatosan  $2V_0$ -ra növeljük, miközben nyomása  $P_0$  értékűre csökken. A folyamat során a nyomás változását lineáris összefüggés írja le a térfogat függvényében.

a) Vázlatosan ábrázolja a folyamatot P-V diagramon! (0,5)

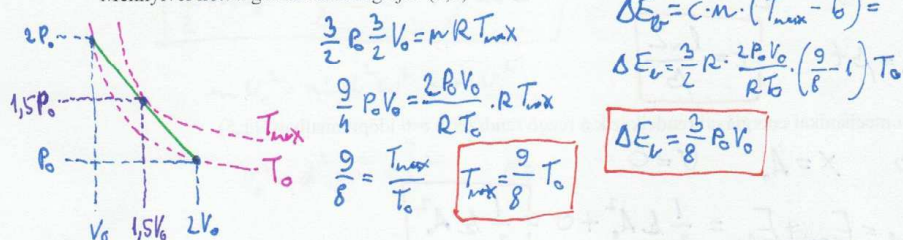


b) Hány mól gáz van a tartályban? (0,5) Mekkora a hőmérséklet a végállapotban? (0,5)

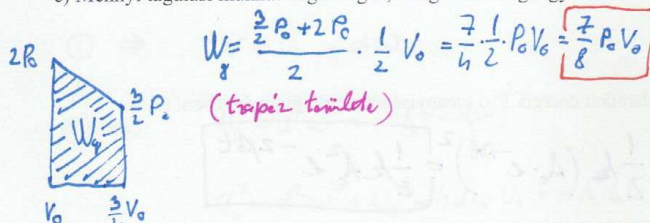
$$2P_0 V_0 = n R T_0 \quad P_0 \cdot 2V_0 = n R T_{\text{vég}}$$

$$\boxed{n = \frac{2P_0 V_0}{R T_0}} \quad \downarrow \quad \boxed{T_{\text{vég}} = T_0}$$

b) Mekkora térfogat mellett a legnagyobb a gáz hőmérséklete? (0,5) Mekkora ez a hőmérséklet? (0,5) Mennyivel nőtt a gáz belső energiája? (0,5)



c) Mennyi tágulási munkát végez a gáz, amíg eléri a legnagyobb hőmérsékletű állapotot? (1)



d) Mennyi hőt vett fel a gáz a legnagyobb hőmérsékletű állapot eléréséig? (1)

$$Q = \Delta E_{\text{b}} + W_{\text{gáz}} = \frac{3}{8} P_0 V_0 + \frac{7}{8} P_0 V_0 = \frac{10}{8} P_0 V_0 = \boxed{\frac{5}{4} P_0 V_0}$$



### Kiegészítendő mondatok

Egészítse ki az alábbi hiányos mondatokat úgy a megfelelő szavakkal, szókapcsolatokkal, matematikai kifejezésekkel (skalár-vektor megkülönböztetés), hogy azok a Fizika I tantárgy színvonalának megfelelő, fizikailag helyes állításokat fogalmazzanak meg!

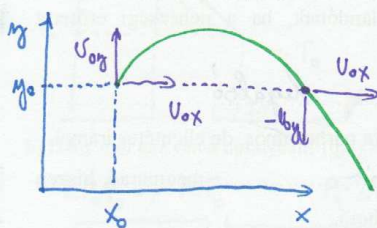
1. Ha egy tömegpontra ható erők ..... *eredője nulla* ....., a tömegpont mozgásállapota nem változik meg.
2. A talaj felett  $h$  magasságban  $v_0$  kezdősebességgel elhajítunk egy testet. A test akkor ér a leghamarabb földet, ha a sebesség iránya ..... *függőlegesen lefelé mutat* .....
3. A szabadon eső test gyorsulása akkor tekinthető állandónak, ha a nehézségi erőteret ..... *homogénnek* ..... tekintjük.
4. Függőleges síkú körmozgást végző tömegpont pályájának ..... *legalsó* ..... pontján a centripetális gyorsulás és a nehézségi erő vektora párhuzamos, de ellentétes irányú.
5. Rugalmas ütközések során a ..... *mechanikai energia* ..... megmarad, hiszen az ütközéskor fellépő rugalmas erő konzervatívnak tekinthető.
6. Tömegpontrendszer teljes impulzusmomentuma megmarad, ha a tömegpontrendszerre ható külső ..... *erők forgatónyomatéka nulla* .....
7. A bolygók ellipszis pályán keringenek. Ha a pálya alakja kör, az ellipszis két fókuszpontja ..... *egy pontba esik* .....
8. A Föld Naphoz viszonyított sebessége télen nagyobb, mint nyáron. A Kepler II. törvénye értelmében tehát a Nap-Föld távolság télen ..... *kisebbsé* ....., mint nyáron.
9. Egy gerjesztett rezgés rezonancia frekvencián mérhető amplitúdója annál nagyobb, minél kisebb a rendszer ..... *csillapítása* .....
10. Az egydimenziós ..... *hullámmozgást* ..... egyik megoldása az  $y(t) = A \sin(kx - \omega t)$  alakban felírható függvény, ahol  $k$  a ..... *hullámnumbert* ..... jelöli.
11. A hullámszám a következőképp fejezhető ki a hullámhosszal: .....  *$\lambda = 2\pi/\lambda$*  .....
12. Ideális gáz izoterm állapotváltozása során szükségszerű, hogy a gáz és a környezete között ..... *hőcsere* ..... valósuljon meg.
13. Hőszivattyúként dolgozó gáz körfolyamatát ábrázoljuk P-V diagramon. A zárt görbe körüljárási iránya az óramutató járásával ..... *ellentétes irányú* .....
14. Egy gáz izobár mólhője mindig ..... *nagyobb* ....., mint az izochor mólhője.
15. A víz forráspontja ..... *nő* ....., ha a vízfelszín feletti gáztér nyomását növeljük.

### Kifejtendő kérdések

Tömör, lényegre törő, vázlatoszerű, fizikailag és matematikailag pontos válaszokat várunk.  
Ha szükséges, rajzoljon magyarázó ábrákat!

1. Vízszintes talajhoz rögzített vonatkoztatási rendszerben egy általános  $[x_0; y_0]$  koordinátájú pontból, általános  $[v_{0x}; v_{0y}]$  kezdősebességgel elhajítunk egy tömegpontot. A nehézségi gyorsulás vektora:  $[0; -g]$  Ábrázolja a test pályáját (0,5), valamint írja fel a pont sebesség-idő és hely-idő függvényeit koordinátás alakban! (1) Az ábrán tüntesse fel azt a pontot, ahol a sebességvektor nagysága ugyanakkora, mint a kezdősebesség. (0,5) Írja fel azt a két kiindulási egyenletet, amely alapján meghatározható:

- mikor ér a test a pálya tetőpontjára (0,5)
- mikor ér földet a test (0,5)



$$\begin{aligned} v_x(t) &= v_{0x} & x(t) &= x_0 + v_{0x} \cdot t \\ v_y(t) &= v_{0y} - g \cdot t & y(t) &= y_0 + v_{0y} \cdot t - \frac{g}{2} \cdot t^2 \end{aligned}$$

← Az  $y_0$  magasságú pontban a sebességvektor nagysága megegyezik a kezdősebesség nagyságával.

Pálya tetőpontján:  $v_y(t) = 0 \Rightarrow 0 = v_{0y} - g \cdot t$

Földetérkezés:  $y(t) = 0 \Rightarrow 0 = y_0 + v_{0y} \cdot t - \frac{g}{2} \cdot t^2$

2. Mi a különbség a vonatkoztatási rendszer, valamint az inerciarendszer fogalma között? (0,5) Milyen tehetetlenségi erőket értelmezhetünk egyenletes körmozgást végző vonatkoztatási rendszerekben? (1) Írjon fel összefüggéseket, mely alapján meghatározhatóak a fenti tehetetlenségi erők! (1) Nevezze meg az összefüggésekben szereplő fizikai mennyiségeket! (0,5)

Az inerciarendszer olyan speciális vonatkoztatási rendszer, amelyben igaz a tehetetlenség törvénye.

• Centrifugális erő:  $\vec{F}_g = -m \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$

• Coriolis-erő  $\vec{F}_{cor} = -2m (\vec{\omega} \times \vec{v}')$

•  $m$ : tömegpont tömege

•  $\vec{\omega}$ : vonatkoztatási rendszer köögsebessége

•  $\vec{r}$ : tömegpont helyvektora

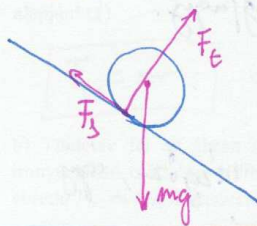
•  $\vec{v}'$ : tömegpont sebessége a forgó vonatkoztatási rendszerben vizsgáltva



3. Írja fel matematikai alakban, valamint fogalmazza meg egy mondatban a merev testek forgó mozgásának alapegyenletét! (1) Adja meg az egyenletben szereplő fizikai mennyiségek SI mértékegységét! (1) Rajzoljon le egy lejtőn legördülő hengert, tüntesse fel a hengerre ható erőket, és nevezze meg, melyik erőnek van forgatónyomatéka a henger tengelyére vonatkoztatva! (1)

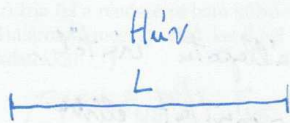
$M = \Theta \beta$  Rögzített tengely körül forgó merev test mozgás sebessége arányos a merev testre ható külső erő forgatónyomatékainak eredőjével. Az arányossági tényező a test tehetetlenségi nyomatéka.

$$[M] = \text{N} \cdot \text{m} \quad [\Theta] = \text{kg} \cdot \text{m}^2 \quad [\beta] = \frac{1}{\text{s}^2}$$



A henger tengelyére vonatkoztatva csak az  $F_s$  súrlódási erőnek van forgatónyomatéka.

4. Tárgyalja – matematikai összefüggések és ábrák segítségével –, hogy az  $L$  hosszúságú, mindkét végén befogott húron (1), illetve  $L$  hosszúságú, az egyik végén zárt, másik végén nyitott sípban (1) milyen hullámhosszúságú állóhullámok jelennek meg. A hang terjedési sebessége  $c$ . Mekkora frekvenciákon szól a síp? (1)



$$\frac{\lambda_1}{2} = L \Rightarrow \lambda_1 = 2L \quad f_1 = \frac{c}{\lambda_1}$$



$$\lambda_2 = L \quad \lambda_2 = \frac{\lambda_1}{2} \quad f_2 = 2f_1$$

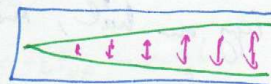
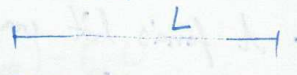


$$\frac{3}{2} \lambda_3 = L \quad \lambda_3 = \frac{\lambda_1}{3} \quad f_3 = 3f_1$$

Általában:

$$\lambda_n = \frac{\lambda_1}{n} \quad f_n = n f_1$$

Síp



$$\frac{1}{4} \lambda_1 = L \Rightarrow \lambda_1 = 4L \quad f_1 = \frac{c}{\lambda_1}$$



$$\frac{3}{4} \lambda_2 = L \quad \lambda_2 = \frac{\lambda_1}{3} \quad f_2 = 3f_1$$

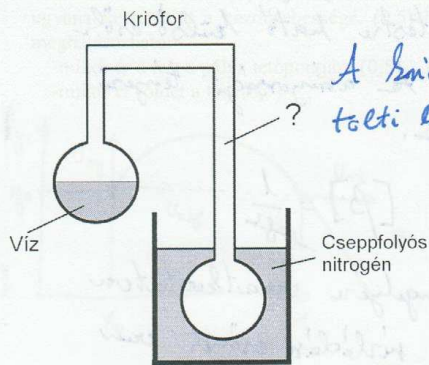


$$\frac{5}{4} \lambda_3 = L \quad \lambda_3 = \frac{\lambda_1}{5} \quad f_3 = 5f_1$$

Általában:

$$\lambda_n = \frac{\lambda_1}{2n-1} \quad f_n = (2n-1)f_1$$

5. A kriofor nevű készülék két tartályból áll, melyet cső köt össze. Az egyik tartályban cseppfolyós víz található. A krioforból a levegőt korábban kiszivattyúzták. Mi tölti ki a víz feletti teret? (0,5) A kriofor másik tartályát cseppfolyós nitrogén segítségével hűtjük. Mi történik a vízzel? (1) Mi a jelenség magyarázata? (1,5)



A kriofort alacsony nyomaton vízgőz tölti ki.

A víz először forrni kezd, majd megfagy.

- A hűtött tartályban lecsapódik a vízgőz, így a kriofor gázterében csökken a nyomás.
- A víz forráspontja csökken, így az egyre kevésbé párolog, majd forrásra jön.
- A forrás hőt von el a folyadék állagotól, így az hűl, majd a víz hármaspontját eléri megfagy.