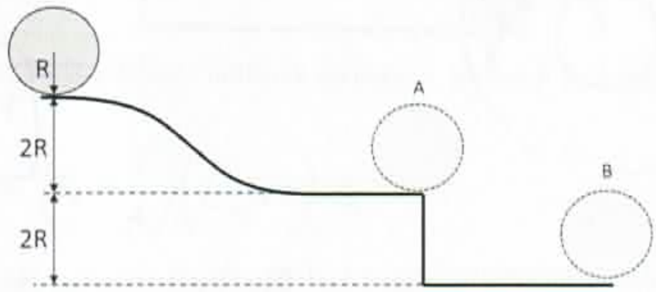
Villamosmérnök alapszak Fizika1 1. vizsga, 2022. dec. 21.	F1	F2	F3	F4	M	E1	E2	E3	E4	E5	Összesen	Bónusz	

NÉV: ____________________

Neptun kód: ____________________

Előadó: Márkus ☐ / Sarkadi ☐ / Vizsgakurzus ☐

1. Az ábra szerinti lejtő tetején helyezkedik el egy R sugarú, m tömegű, $\Theta = {}^2/_5 mR^2$ tehetetlenségi nyomatékú golyó. A golyót kezdősebesség nélkül elindítjuk, így tisztán gördülve eljut az 'A'-val jelölt helyzetbe.



a) Mekkora a golyó tömegközéppontjának sebessége az 'A' helyzetben? (2)

$$mg \cdot 2R = \frac{1}{2} m v_1^2 + \frac{1}{2} \Theta \omega_1^2$$

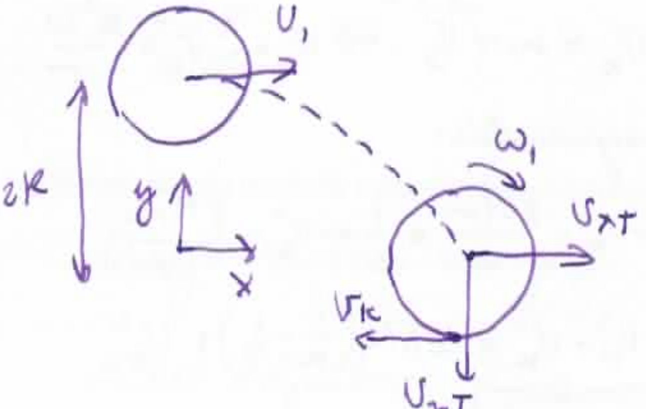
$$\Theta = \frac{2}{5} m R^2 \qquad \omega_1 = v_1 / R$$

$$\cancel{m} g \cdot 2R = \frac{1}{2} \cancel{m} v_1^2 + \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{2}}{5} \cancel{m} \cancel{R^2} \cdot \frac{v_1^2}{\cancel{R^2}}$$

$$2Rg = 0{,}5 v_1^2 + 0{,}2 v_1^2$$

$$v_1^2 = \frac{20Rg}{7} \qquad \boxed{v_1 = \sqrt{\frac{20Rg}{7}}}$$

b) A golyó az 'A' helyzeten áthaladva elhagyja a talajt. Feltételezzük, hogy a golyó vízszintes hajításnak megfelelő mozgást végez, és eljut a 'B' helyzetbe. Határozzuk meg a golyó legalsó pontjának sebességVEKTORÁT közvetlenül a földetérés előtti pillanatban! (3)



Hajítás ideje:

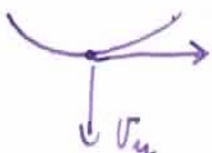
$$y(t) = 2R - \frac{g}{2} \cdot t^2$$

$$0 = 2R - \frac{g}{2} t^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{4R}{g}}$$

Tömegközéppont sebessége földetéréskor:

$$v_{xT} = v_1 \qquad v_{yT} = -gt = -\sqrt{4gR}$$

$$v_K = \omega_1 R = v_1$$

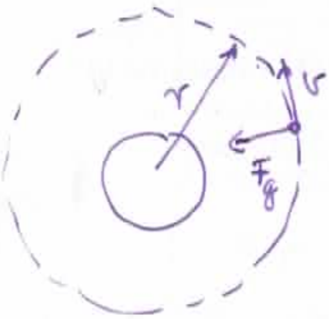


$$v_x = v_{xT} - v_K = v_1 - v_1 = 0$$

$$\boxed{v = [\,0;\ -\sqrt{4gR};\ 0\,]}$$

2. Ha megfelelő sugarú körpályára állítunk egy műholdat úgy, hogy annak keringési ideje éppen egy nap legyen, keringési síkja pedig az egyenlítő síkjával esik egybe, akkor az a Földről nézve mindig az égbolt ugyanazon pontján tartózkodik. Az ilyen műholdakat geostacionárius műholdaknak nevezzük.

a) Határozza meg a geostacionárius műholdak r pályasugarát! Ismert a Föld M tömege, R sugara, ω szögsebessége. (1)

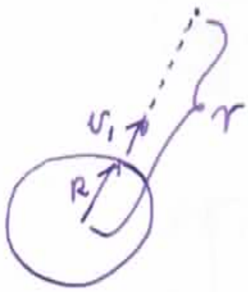


$$F_g = m a_{cp} \qquad \gamma \frac{Mm}{r^2} = m\omega^2 r$$

$$r^3 = \frac{\gamma M}{\omega^2}$$

$$\boxed{r = \sqrt{\frac{\gamma M}{\omega^2}}}$$

b) Mekkora kezdősebességgel kell függőleges irányban rakétát indítani az egyenlítőről, hogy a rakéta éppen eljusson a geostacionárius műholdak pályájáig? Hanyagoljuk el a Föld forgását! (1,5)

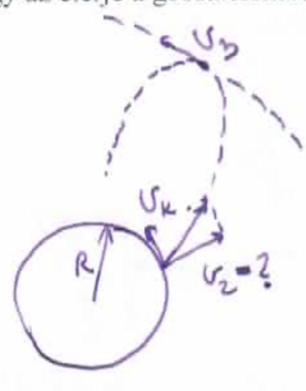


$$\frac{1}{2} m v_1^2 - \gamma \frac{Mm}{R} = 0 - \gamma \frac{Mm}{r}$$

$$v_1^2 = 2\gamma M\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r}\right)$$

$$\boxed{v_1 = \sqrt{2\gamma M\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r}\right)}}$$

c) Az egyenlítői kilövés során a rakéta Földhöz viszonyított függőleges kezdősebességéhez hozzáadódik a Föld forgásának kerületi sebessége. Ezt számításba véve mekkora kezdősebességet kell adni a rakétának, hogy az elérje a geostacionárius műholdak pályáját? (2,5)



• Impulzusmomentum megmaradás:

$$m R v_k = m r v_3 \Rightarrow v_3 = \frac{R}{r} v_k = \frac{R^2\omega}{r}$$

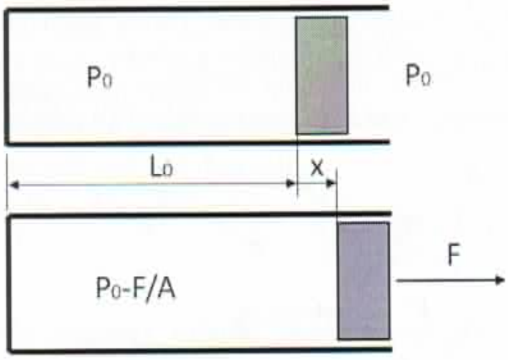
• M. energia megmaradás:

$$\frac{1}{2} m v_2^2 + \frac{1}{2} m v_k^2 - \frac{\gamma M m}{R} = \frac{1}{2} m v_3^2 - \frac{\gamma M m}{r}$$

$$v_2^2 + v_k^2 = 2\gamma M\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r}\right) + v_3^2$$

$$\boxed{v_2^2 = \sqrt{2\gamma M\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r}\right) + \underbrace{\frac{R^4\omega^2}{r^2}}_{v_3^2} - \underbrace{R^2\omega^2}_{v_k^2}}}$$

3. Adott egy A keresztmetszetű henger, amelyben egy könnyen mozgó m tömegű dugattyú helyezkedik el. Nyugalmi helyzetben a dugattyú L_0 hosszúságú gázoszlopot zár be. Ekkor a hengerben és azon kívül is P_0 nyomás uralkodik.



a) Ha a dugattyút kicsiny F erővel húzzuk, a dugattyú kicsiny x mértékben elmozdul. Az elmozdulás jó közelítéssel arányos az erővel, tehát a dugattyú közelítése hasonló egy rugóhoz. Határozzuk meg a rugóállandót! Feltételezzük, hogy a hőmérséklet mindvégig állandó, valamit feltételezzük, hogy az xF/A kifejezés nullának tekinthető, hiszen F és x igen kicsi mértékű. (2)

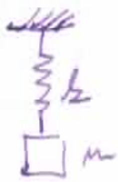
$$P_0 V_0 = P_x V_x \Rightarrow P_0 L_0 A = \left(P_0 - \frac{F}{A}\right)(L_0 + x)\cdot A$$

$$\cancel{P_0 L_0} = \cancel{P_0 L_0} - \frac{F}{A}\cdot L_0 + P_0 x - \underbrace{\frac{F}{A}x}_{\sim 0} \Rightarrow \frac{F}{A}L_0 = P_0 X$$

$$F = \underbrace{\frac{P_0 A}{L_0}}\cdot X$$

$$\boxed{k = \frac{P_0 A}{L_0}}$$

b) Mekkora periódusidővel oszcillál a dugattyú, ha az egyensúlyi helyzetéből kismértékben kitérítjük, és magára hagyjuk a rendszert? (1,5)



$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\frac{P_0 A}{L_0}}} = \boxed{2\pi\sqrt{\frac{m L_0}{A\cdot P_0}}}$$

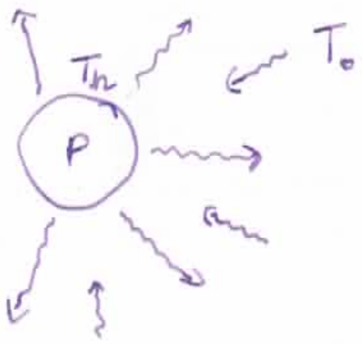
c) Mennyi energia tárolódik a rezgésben, ha a dugattyú x_0 amplitúdóval rezeg? (1,5)

Rezgő rendszer energiája: $E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \text{áll.}$

Szélső helyzetben: $v = 0$ $\quad E = \frac{1}{2}kx_0^2 = \boxed{\frac{A P_0}{2L_0}\cdot x_0^2}$

4. Egy R sugarú, gömb alakú, fekete színű űrszonda belsejében P teljesítménnyel hő szabadul fel a fedélzeti áramkörök működése közben.

a) Mekkora az űrszonda felszínének hőmérséklete, ha tudjuk, hogy a szonda csak a világűr T_0 átlaghőmérsékletű háttérsugárzásával áll termikus kölcsönhatásban? (2)



Stacionárius állapotban

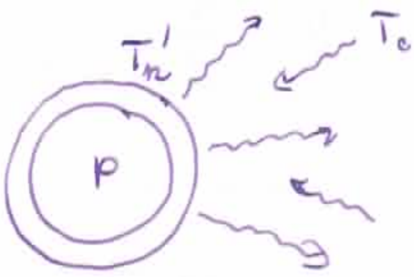
$$P + P_{be} = P_{ki}$$

$$P + \sigma A T_0^4 = \sigma A T_n^4$$

$$T_n^4 = \frac{P}{\sigma A} - T_0^4$$

$$\boxed{T_n = \sqrt{\frac{P}{\sigma \cdot 4\pi R^2} - T_0^4}}$$

b) Az űrszondát vékony, d vastagságú, λ hővezetőképességű szigetelő réteggel vonják be, és a szondát az a) feladatban megismert körülmények közt üzemeltetik. Mekkora lesz a hőszigetelő réteg külső felületének hőmérséklete? (1,5)



Mivel: $\underbrace{P_{be}' = P_{be} \quad T_0 = \text{áll.} \quad P = \text{áll}}$

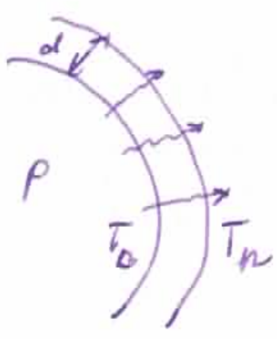
$$\Downarrow$$

$$P_{ki}' = P_{ki}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{T_n' = T_n}$$

c) Mekkora lesz a szonda belsejének hőmérséklete? (1,5)



$$P = \frac{\Delta Q}{\Delta \tau} = \lambda \frac{A}{d}\left(T_b - T_n\right)$$

$$\frac{Pd}{\lambda A} = T_b - T_n \Rightarrow \boxed{T_b = \frac{Pd}{\lambda 4 R^2 \pi} + T_n}$$

Kiegészítendő mondatok

Egészítse ki az alábbi hiányos mondatokat úgy a megfelelő szavakkal, szókapcsolatokkal, matematikai kifejezésekkel (skalár-vektor megkülönböztetés), hogy azok a Fizika I tantárgy színvonalának megfelelő, fizikailag helyes állításokat fogalmazzanak meg!

1. A ...sebességvektor... az elmozdulás-vektor idő szerinti deriváltja.
2. Ferdén elhajított test pályájának ...tetőpontján... a sebesség vektor merőleges a gyorsulásvektorra.
3. A vízszintes talajról indított ferde hajítás kezdősebességének talajjal bezárt α szögét kis mértékben csökkentjük. A test ennek hatására távolabb ér földet. Az α szög ...45°... és ...90°... fok közöti értékű.
4. Függőleges tengely körül forgó edényben a folyadék felszíne ...forgásparaboloid... alakú
5. Egy rugót 1 J munka árán tudjuk nyújtatlan állapotához képest 1 cm-el megnyújtani. Ha tovább akarjuk nyújtani 1 cm-ről 2 cm-re, további ...3J... munkát kell végeznünk.
6. ...Konzervatív... erőtérben mozgó tömegpont mechanikai energiája megmarad.
7. ...Centrális... erőtérben mozgó tömegpont impulzusmomentuma megmarad.
8. Kiterjedt merev test szöggyorsulása arányos a testre ható ...erők forgatónyomatékainak eredőjével... az arányossági tényező a ...test tehetetlenségi nyomatéka...
9. Egy tetszőleges felületen csúszó testre ható tartóerő azért nem végez munkát, mert ...a tartóerő merőleges az elmozdulásra....
10. Állóhullám két ugyanolyan frekvenciájú, ...ellentétes irányban terjedő... hullám interferenciájaként alakul ki.
11. Egyik végén zárt, másik végén nyitott síp alapharmonikusának hullámhossza ...három... –szerese/-szorosa az első felharmonikus hullámhosszának.
12. Az ideális gázok kinetikus elmélete szerint a gázrészecskék átlagos ...mechanikai energiája... arányos a gáz hőmérsékletével.
13. Az adiabatikus állapotváltozásokat leíró $PV^{\kappa} = állandó$ összefüggésben a κ kitevő a gáz ...izobár és izochor mólhőjének... hányadosaként áll elő.
14. Egy ideális hőszivattyún végzett munka hővé alakulva a ...meleg... hőtartályt melegíti.
15. A jég olvadáspontja ...csökken... ha felületére nyomás nehezedik.

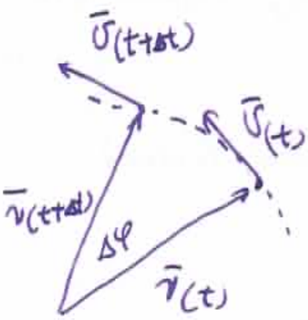
Kifejtendő kérdések

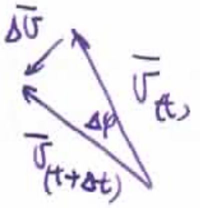
Tömör, lényegre törő, vázlatszerű, fizikailag és matematikailag pontos válaszokat várunk.
Ha szükséges, rajzoljon magyarázó ábrákat!

1. Fogalmazza meg Kepler törvényeit! (3)

- A bolygók ellipszispályán keringenek, az ellipszis egyik fókuszpontjában a nap áll.
- A naptól a bolygóhoz húzott sugár egyenlő idők alatt egyenlő területeket súrol.
- A pályák nagytengelyeinek köbei úgy aránylanak egymáshoz, mint a keringési idők négyzetei.

2. Vázlatosan ábrázolja egy egyenletes körmozgást végző tömegpont helyvektorát egy adott t időpillanatban, valamint egy kicsivel későbbi $t+\Delta t$ időpillanatban is! Tüntesse fel a tömegpont pillanatnyi sebességvektorát mindkét időpontban! (1) Készítsen vektorábrát, mely szemlélteti a sebesség megváltozását! (0,5) A Fentiek alapján vezesse le a körmozgás centripetális gyorsulásának meghatározása vonatkozó ismert összefüggést! (1,5)





$$|\bar v(t)| = |\bar v(t+\Delta t)| = v$$

$$\Delta\varphi = \omega\cdot\Delta t$$

Ha $\Delta\varphi$ igen kicsi: $\Delta v \cong v\cdot\Delta\varphi$

$$\Delta v \cong v\cdot\omega\cdot\Delta t \Rightarrow \frac{\Delta v}{\Delta t} \cong v\cdot\omega$$

$$a_{cp} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta v}{\Delta t} = v\cdot\omega = \omega^2\cdot R = \frac{v^2}{R}$$

$[v = \omega\cdot R]$

3. Fogalmazza meg egy mondatban a tömegpontrendszer tömegközéppontjának mozgásegyenletét! (1) Fogalmazza meg egy mondatban az impulzustételt! (1) Fogalmazza meg egy mondatban az impulzusmegmaradás törvényét! (1)

- Pontrendszer tömegközéppontjának gyorsulása arányos a pontrendszerre ható külső erők eredőjével, az arányossági tényező a pontrendszer teljes tömege. $\sum \bar{F}_k = M\bar{a}_{TKP}$
- Egy pontrendszer teljes impulzusának idő szerinti deriváltja egyenlő a pontrendszerre ható külső erők eredőjével. $\sum \bar{F}_k = \frac{d\bar{I}}{dt}$
- Ha a pontrendszerre ható külső erők eredője nulla, a pontrendszer impulzusa megmarad.

4. Írja fel egy csillapítással rendelkező rezgő rendszer alapegyenletét, és nevezze meg az egyenletben szereplő fizikai mennyiségeket! (1,5) Vázlatosan ábrázolja egy alulcsillapított, egy túlcsillapított, valamint egy aperiodikus határesetben levő rendszer kitérés-idő függvényét, ha a kezdeti kitérés értéke A, a kezdeti sebesség nagysága zérus! (1) Mi a feltétele a három alapeset megvalósulásának? Írjon fel összefüggést a rezgő rendszer megfelelő paraméterei között! (0.5)

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

kitérés-idő fv.

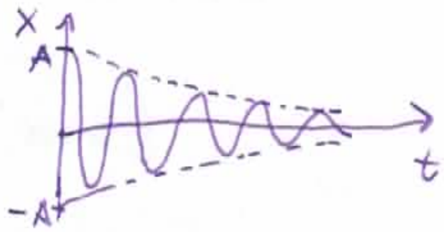
sajátfrekvencia

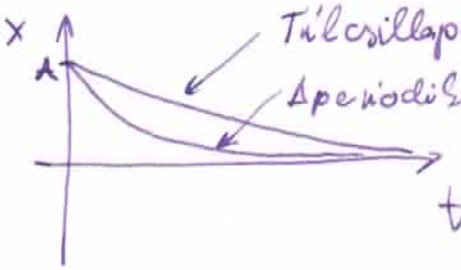
sebesség-idő fv.

csillapítási tényező

gyorsulás-idő fv.

- Alulcsillapított: $\omega_0 > \beta$



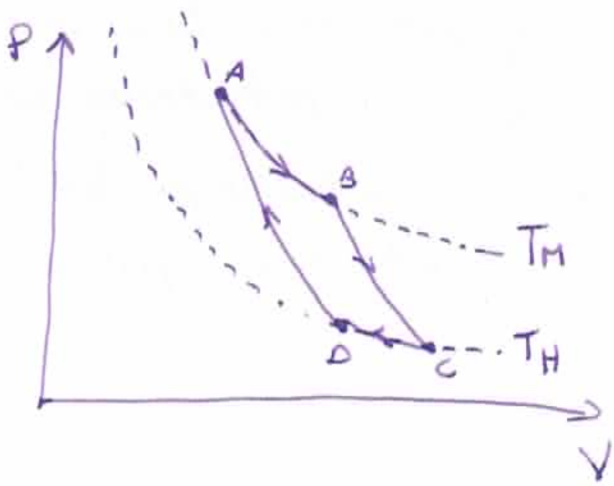


Túlcsillapított: $\omega_0 < \beta$

Aperiodikus határeset $\omega_0 = \beta$

5. Rajzolja fel egy két hőtartály között működő általános hőerőgép energetikai blokkdiagramját, definiálja a hatásfokát! (1) Rajzolja fel egy Carnot-gép körfolyamatát *P-V* diagramon, nevezze meg az egyes részfolyamatokat! (1) A diagram mely szakaszán következik be hőfelvétel? (0,5) Hogyan függ a Carnot-gép hatásfoka a hőtartályok hőmérsékletétől? (0,5)

$$\eta = \frac{W}{Q_{fel}}$$



AB: izoterm hőfelvétel

BC: Adiabatikus tágulás Q=0

CD: izoterm hőleadás

DA: Adiabatikus összenyomás Q=0

$$\eta_{carnot} = \frac{T_M - T_H}{T_M}$$