

Villamosmérnök alapszak Fizika1	F1	F2	F3	F4	M	E1	E2	E3	E4	E5	Összesen	Bónusz	
4. vizsga, 2018. jan. 17.													

NÉV: _____

Neptun kód: _____

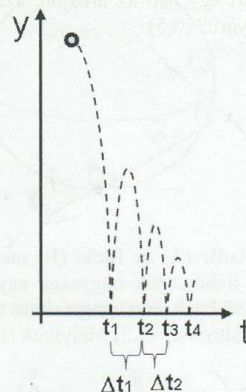
Előadó: Márkus ☐ / Sarkadi ☐

1. Ha egy labdát tetszőleges magasságból vízszintes talajra ejtünk, a labda minden egyes visszapattanás után kisebb magasságba képes emelkedni a rugalmas ütközések tökéletlensége miatt. Egy okostelefonos alkalmazás hangfelvételt készít az egymást követő koppanásokról, és kiértékeli az 1. és 2. koppanás közt eltelt Δt_1 időt, valamint a 2. és 3. koppanás közt eltelt Δt_2 időt.

- a) Δt_1 és Δt_2 ismeretében határozzuk meg a labda v_1 sebességét közvetlenül az 1. visszapattanást követő pillanatban, valamint v_2 sebességét közvetlenül a 2. visszapattanást követő pillanatban! A labda mozgását tekintjük függőlegesnek! (1)

$$\Delta t_1 = \frac{2v_1}{g} \Rightarrow v_1 = \frac{g \cdot \Delta t_1}{2}$$

$$v_2 = \frac{g \cdot \Delta t_2}{2}$$



- b) Mutassa meg, hogy az alkalmazás segítségével meghatározható a 2. számú visszapattanás utáni és előtti mechanikai energiák $K = E_2/E_1$ hányadosa! (1)

$$E_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 \quad K = \frac{E_2}{E_1} = \frac{\frac{1}{2} m v_2^2}{\frac{1}{2} m v_1^2} = \frac{v_2^2}{v_1^2} = \frac{\frac{g^2 \Delta t_2^2}{2^2}}{\frac{g^2 \Delta t_1^2}{2^2}} = \frac{\Delta t_2^2}{\Delta t_1^2}$$

$$E_2 = \frac{1}{2} m v_2^2$$

- c) Tételezzük fel, hogy minden egyes visszapattanás alkalmával ugyanúgy K -szorosára változik a labda mechanikai energiája. Ha így van, mekkorának méri a készülék a 3. és 4. koppanás közt eltelt Δt_3 időtartamot? (1)

$$E_3 = K E_2 \Rightarrow \frac{1}{2} m v_3^2 = \frac{\Delta t_2^2}{\Delta t_1^2} \cdot \frac{1}{2} m v_2^2 \Rightarrow v_3^2 = \frac{\Delta t_2^2}{\Delta t_1^2} \cdot v_2^2 \Rightarrow v_3 = \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} \cdot v_2$$

$$\Delta t_3 = \frac{2v_3}{g} = \frac{2}{g} \cdot \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} \cdot v_2 = \frac{2}{g} \cdot \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} \cdot \frac{g \cdot \Delta t_2}{2} = \frac{\Delta t_2^2}{\Delta t_1}$$

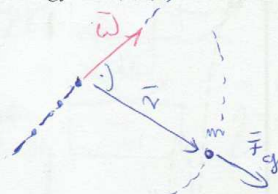
- d) Hogyan határozhatná meg a készülék azt, hogy milyen h_0 magasságból ejtettük le a labdát? (1)

$$E_0 = \frac{E_1}{K} \Rightarrow mgh_0 = \frac{\frac{1}{2} m v_1^2}{\frac{\Delta t_2^2}{\Delta t_1^2}} \Rightarrow gh_0 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta t_1^2}{\Delta t_2^2} \cdot \left(\frac{g \Delta t_1}{2} \right)^2$$

$$\Rightarrow h_0 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta t_1^2}{\Delta t_2^2} \cdot \frac{g \cdot \Delta t_1^2}{4} = \frac{g \cdot \Delta t_1^4}{8 \Delta t_2^2}$$

2. Csillagközi űrutazásokra olyan gyűrű alakú űrhajót építenek, amely saját tengelye körül forog az ábra szerint. Az utasok számára így a centrifugális erő biztosít „mesterséges gravitációt”.

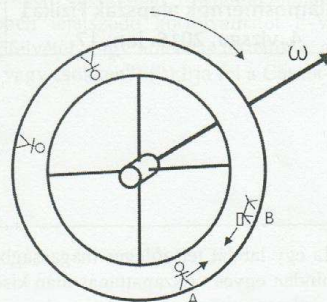
a) Mekkora kell választani az űrhajó szögsebességét ahhoz, hogy az űrhajóhoz képest álló utasok éppen ugyanakkora g nehézségi gyorsulást érzékeljenek az űrhajóban, mint amekkora a Föld felszínén merhető? Az űrhajó sugara r . (1) Mennyi ideig tart egy nap az űrhajón, azaz mennyi idő alatt fordul körbe a gyűrű? (0,5)



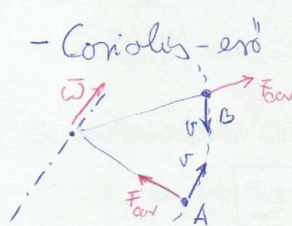
$$F_{cf} = m \cdot \omega^2 \cdot r$$

$$F_{cf} = mg \Rightarrow mg = m \omega^2 r$$

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{r}}$$



b) Aladár (A) és Blöki (B) meglátják egymást az űrhajó „folyosóján”, és elkezdnek szaladni egymás felé. Sebességük nagysága egyaránt v az űrhajó padlójához képest. Egyikük könnyebbnek, másikuk nehezebbnek érzi magát futás közben ahhoz képest, amikor még nem futottak. Milyen erő okozza a súlyváltozást? (0,5) Melyikük súlya csökkent, melyiküké növekedett? (1)



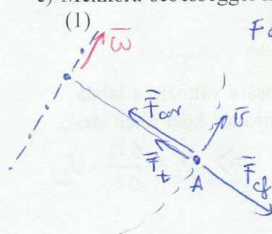
- Coriolis-erő

$$\vec{F}_{cor} = -2m(\vec{\omega} \times \vec{v})$$

A: súlycsökkenés

B: súlynövekedés

c) Mekkora sebességgel kell futniuk, hogy a súlycsökkenést tapasztaló utas teljesen súlytalanra váljon?



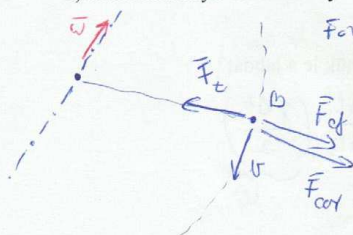
Forgó rendszerben: $\sum \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow F_{cor} + F_g - F_{cf} = m \frac{v^2}{r}$

$$2m\omega v + F_g - m\omega^2 r = m \frac{v^2}{r}$$

$$F_g = 0 \Rightarrow 2m\omega v - m\omega^2 r = m \frac{v^2}{r}$$

$$0 = v^2 - 2\omega r \cdot v + \omega^2 r^2 = (v - \omega r)^2 \Rightarrow v = \omega r$$

d) Mekkora súlyú ekkor a súlytalan utassal szemben futó egyén? (1)



Forgó rendszerben $\sum \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow F_g - F_{cf} - F_{cor} = m \frac{v^2}{r}$

$$F_g = m\omega^2 r + 2m\omega v + m \frac{v^2}{r} =$$

$$F_g = m(\omega^2 r + 2\omega \cdot \omega r + \frac{\omega^2 r^2}{r}) = m\omega^2 r(1+2+1)$$

$$F_g = 4m\omega^2 r = 4m \cdot \frac{g}{r} \cdot r = 4mg$$

3. Az előző feladatban szereplő, r sugarú, m tömegű, ω szögsebességgel forgó űrhajó megérkezik úti céljához, egy M tömegű, R sugarú, gömb alakú kisbolygóhoz, mely Ω szögsebességgel forog. A landolást az északi sarkon kezdik meg az ábra szerint.

- a) Mekkora az űrhajó tehetetlenségi nyomatéka? (A tengely és a küllők tömege elhanyagolható) (0,5)

$$\Theta_u = m r^2$$

- b) Számítsa ki az űrhajó N_1 , valamint a kisbolygó N_2 impulzusmomentumát! (1) A bolygó tehetetlenségi nyomatékát tekintsük $\Theta_B = \frac{2}{5} M R^2$ -nek!

$$N_1 = \Theta_u \omega = m r^2 \omega$$

$$N_2 = \Theta_B \Omega = \frac{2}{5} M R^2 \Omega$$

- c) Mekkora lesz az űrhajó-bolygó rendszer közös ω_K szögsebessége a landolást követően? (1)

Impulzusmomentum
megmaradás:

$$\Theta_u \omega + \Theta_B \Omega = (\Theta_u + \Theta_B) \omega_K$$

$$\omega_K = \frac{\Theta_u \omega + \Theta_B \Omega}{\Theta_u + \Theta_B} = \frac{m r^2 \omega + \frac{2}{5} M R^2 \Omega}{m r^2 + \frac{2}{5} M R^2}$$

- d) Mennyi kinetikus energia disszipálódik a landolás során a földetérés pillanatától a közös szögsebesség kialakulásáig? (1,5)

$$\Delta E = E_1 + E_2 - E_K = \frac{1}{2} \Theta_u \omega^2 + \frac{1}{2} \Theta_B \Omega^2 - \frac{1}{2} (\Theta_u + \Theta_B) \omega_K^2$$

$$\Delta E = \frac{1}{2} \left[\Theta_B \Omega^2 + \Theta_u \omega^2 - \frac{(\Theta_u \omega + \Theta_B \Omega)^2}{(\Theta_u + \Theta_B)} \right] = \frac{1}{2} \left[\Theta_u \omega^2 + \Theta_B \Omega^2 - \frac{(\Theta_u \omega + \Theta_B \Omega)^2}{\Theta_u + \Theta_B} \right]$$

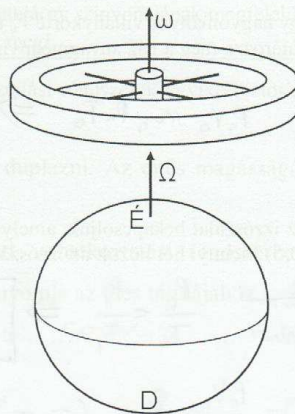
- e) Mennyi mechanikai energia disszipálódna, ha az űrhajó a déli sarkon szállna le, azaz az űrhajó és a kisbolygó impulzusmomentum-vektora kezdetben ellentétes irányba mutatna? (1)

$$\Delta E' = \frac{1}{2} \left(\Theta_u \omega'^2 + \Theta_B \Omega^2 - \frac{(\Theta_u \omega' + \Theta_B \Omega)^2}{\Theta_u + \Theta_B} \right) \quad \omega' = -\omega$$

$$\Rightarrow \Delta E' = \frac{1}{2} \left(\Theta_u \omega^2 + \Theta_B \Omega^2 - \frac{(\Theta_B \Omega - \Theta_u \omega)^2}{\Theta_u + \Theta_B} \right)$$

$$\Delta E = \frac{1}{2} \left(m r^2 \omega^2 + \frac{2}{5} M R^2 \Omega^2 - \frac{(m r^2 \omega + \frac{2}{5} M R^2 \Omega)^2}{m r^2 + \frac{2}{5} M R^2} \right)$$

$$\Delta E' = \frac{1}{2} \left(m r^2 \omega^2 + \frac{2}{5} M R^2 \Omega^2 - \frac{(\frac{2}{5} M R^2 \Omega - m r^2 \omega)^2}{m r^2 + \frac{2}{5} M R^2} \right)$$



4. Egy hagyományos villanykörte V_0 térfogatú burája alatt P_0 nyomású, T_0 hőmérsékletű argongáz van.
a) Határozza meg a gáz anyagsűrűségét! (0,5)

$$P_0 V_0 = n_0 R T_0 \Rightarrow \boxed{n_0 = \frac{P_0 V_0}{R T_0}}$$

- b) Az izzószálat bekapcsoljuk, amely T_1 hőmérsékletre melegíti a gázt. Mekkora lett a gáz P_1 nyomása? (0,5) Mennyi hőt közölt az izzószáll a gázzal? (A gáz izochor mólhője $c_v = \frac{3}{2} R$) (1)

izochor $\frac{P_0}{T_0} = \frac{P_1}{T_1} \Rightarrow \boxed{P_1 = \frac{T_1}{T_0} P_0}$ $Q = n c_v \Delta T$

$$Q = \frac{P_0 V_0}{R T_0} \cdot \frac{3}{2} R \cdot (T_1 - T_0) = \boxed{\frac{3}{2} P_0 V_0 \frac{T_1 - T_0}{T_0}}$$

- c) Az izzó üvegburája elpattan, kicsiny repedés jelenik meg rajta, amelyen keresztül a gáz egy része kiszivárog a külső térbe. A bura alatt a hőmérséklet nem változik, a nyomás viszont kiegyenlítődik a P_0 nyomású külső térrel. Hány mól argon szivárgott ki? (1)

$P_2 = P_0$ $P_2 V_2 = n_2 R T_2$ Bura alól távozott:
 $T_2 = T_1$ $n_2 = \frac{P_2 V_2}{R T_2} = \frac{P_0 V_0}{R T_1}$ $\Delta n = n_0 - n_2 = \frac{P_0 V_0}{R T_0} - \frac{P_0 V_0}{R T_1} = \boxed{\frac{P_0 V_0}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_1} \right)}$
 $V_2 = V_0$
 $n_2 = ?$

- d) A lámpát lekapcsolják, a gáz újra kihűl T_0 hőmérsékletre. A gáz összehúzódik, így a repedésen keresztül annyi levegő áramlik be, hogy a nyomás a bura alatt újra a külső nyomással egyezzen meg. A bura alatti gáz anyagsűrűségének hány százaléka argon a folyamat végén? (1)

$P_3 = P_0$ $T_3 = T_0$ $V_3 = V_0$ $n_3 = n_0$ Beáramló levegő mennyisége:
 $\Delta n' = n_3 - n_2 = n_0 - n_2 = \Delta n = \frac{P_0 V_0}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_1} \right)$ $\boxed{K = \frac{n_0 - \Delta n}{n_0}}$

Ugyannyira levegő jön be, mint annyi argon távozott

- e) Hányszor kell a lámpát fel-le kapcsolni ahhoz, hogy a bura alatt 50% alá csökkenjen az argon koncentrációja? (Feltételezzük, hogy a gáz fűtéskor távozó gáz argon/levegő aránya megegyezik a bura alatt levő gáz aktuális argon-levegő arányával, hűléskor viszont mindig tiszta levegő áramlik be a repedésen.)

Legyen az i -edik állás utáni koncentráció K_i
→ $i+1$ -edik állásból hirtelen $K_i \cdot \Delta n$ argon
→ Argon koncentráció a állás végén:

$$K_{i+1} = \frac{K_i n_0 - K_i \Delta n}{n_0} = K_i \left(\frac{n_0 - \Delta n}{n_0} \right)$$

$K_0 = 1$
 $\Rightarrow K_i = \left(\frac{n_0 - \Delta n}{n_0} \right)^i$

$$K_i = 0,5 = \left(\frac{n_0 - \Delta n}{n_0} \right)^i \quad i = ?$$

$$\ln 0,5 = \ln \left[\left(\frac{n_0 - \Delta n}{n_0} \right)^i \right]$$

$$\ln 0,5 = i \ln \left(\frac{n_0 - \Delta n}{n_0} \right)$$

$$\boxed{i = \frac{\ln 0,5}{\ln \left(\frac{n_0 - \Delta n}{n_0} \right)}}$$

1.

Kifejtendő kérdések

Tömör, lényegre törő, vázaltszerű, fizikailag és matematikailag pontos válaszokat várunk.
Ha szükséges, rajzoljon magyarázó ábrákat!

1. Milyen körülmények közt ébred a csúszási, és milyen körülmények között a tapadási súrlódási erő? (0,5) Nagyságukat matematikai összefüggéssel adja meg, nevezze meg a bevezetett fizikai mennyiségeket! (1) Írjon konkrét hétköznapi példát arra, amikor a súrlódási erő egy test mozgását nem hátráltatja, hanem sebességének nagyságát növeli! Választott példa vázlatos rajzán szemléltesse a testre ható erőket! (1,5)

- Csúszási súrlódási erő akkor lép fel, ha két kölcsönható felület egymáshoz képest elmozdul.

$$F_s = \mu F_t$$

F_t : felületet érintő erő nagysága

μ : csúszási súrlódási együttható

F_s : csúszási súrlódási erő nagysága.

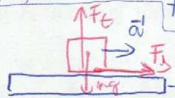
- A tapadási súrlódási erő az a felülettel párhuzamos képzőerő, mely megakadályozza a két kölcsönható felület egymáshoz képesti elmozdulását.

$$F_{ts} \leq \mu_0 F_t$$

μ_0 : tapadási súrlódási együttható

F_{ts} : tapadási súrlódási erő (csak felbő követhető van)

Pl:



Vízszintesen gyorsuló ártalantörő helyezett testet a súrlódási erő gyorsítja.

2. Milyen megmaradási törvények alkalmazhatóak egydimenziós tökéletesen rugalmas (0,5), valamint tökéletesen rugalmatlan ütközés esetén? (0,5) Általános formában (NE az ütközésekre alkalmazva) írja le egy mondatban a fent említett megmaradási törvényeket! (1) A megmaradási törvényeket kifejező egyenleteket írja fel a két speciális ütközéstípus esetén! Az egyenletekben szereplő fizikai mennyiségeket az ütközéseket ábrázoló vázlatos ábrákon tüntesse fel! (1)

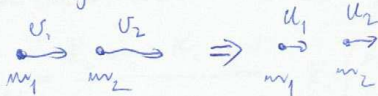
Rugalmas: Impulzusmegmaradás, Mechanikai energia megmaradás

Rugalmatlan: Impulzusmegmaradás

Impulzusmegmaradás: Ha egy pontrendszerre ható külső erőek eredője nulla, a pontrendszer teljes impulzusa nem változik.

Mech. energia megmaradás: Konservatív erőterben mozgó test kinetikus és potenciális energiájának összege nem változik.

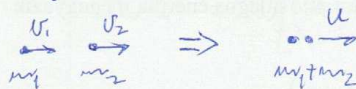
Rugalmas



$$\Rightarrow \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 = \frac{1}{2} m_1 u_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2'^2$$

$$\Rightarrow m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 u_1' + m_2 u_2'$$

Rugalmatlan



$$\Rightarrow m_1 u_1 + m_2 u_2 = (m_1 + m_2) u$$

1.

Kifejtendő kérdések

Tömör, lényegre törő, vázlatoszerű, fizikailag és matematikailag pontos válaszokat várunk.
Ha szükséges, rajzoljon magyarázó ábrákat!

1. Milyen körülmények közt ébred a csúszási, és milyen körülmények között a tapadási súrlódási erő? (0,5) Nagyságukat matematikai összefüggéssel adja meg, nevezze meg a bevezetett fizikai mennyiségeket! (1) Írjon konkrét hétköznapi példát arra, amikor a súrlódási erő egy test mozgását nem hátráltatja, hanem sebességének nagyságát növeli! Választott példa vázlatos rajzán szemléltesse a testre ható erőket! (1,5)

- Csúszási súrlódási erő akkor lép fel, ha két kölcsönható felület egymáshoz képest elmozdul.

$$F_s = \mu F_t$$

F_t : felületet érintő erő nagysága

μ : csúszási súrlódási együttható

F_s : csúszási súrlódási erő nagysága.

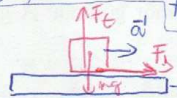
- A tapadási súrlódási erő az a felülettel párhuzamos képzőerő, mely megakadályozza a két kölcsönható felület egymáshoz képesti elmozdulását.

$$F_{ts} \leq \mu_0 F_t$$

μ_0 : tapadási súrlódási együttható

F_{ts} : tapadási súrlódási erő (csak felbő követhető van)

Pl:



Vízszintesen gyorsuló ártalanított helyezett testet a súrlódási erő gyorsítja.

2. Milyen megmaradási törvények alkalmazhatóak egydimenziós tökéletesen rugalmas (0,5), valamint tökéletesen rugalmatlan ütközés esetén? (0,5) Általános formában (NE az ütközésekre alkalmazva) írja le egy mondatban a fent említett megmaradási törvényeket! (1) A megmaradási törvényeket kifejező egyenleteket írja fel a két speciális ütközéstípus esetén! Az egyenletekben szereplő fizikai mennyiségeket az ütközéseket ábrázoló vázlatos ábrákon tüntesse fel! (1)

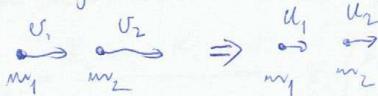
Rugalmas: Impulzusmegmaradás, Mechanikai energia megmaradás

Rugalmatlan: Impulzusmegmaradás

Impulzusmegmaradás: Ha egy pontrendszerre ható külső erőek eredője nulla, a pontrendszer teljes impulzusa nem változik.

Mech. energia megmaradás: Konservatív erőterben mozgó test kinetikus és potenciális energiájának összege nem változik.

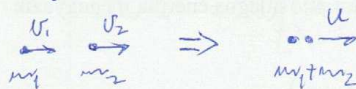
Rugalmas



$$\Rightarrow \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 = \frac{1}{2} m_1 u_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2'^2$$

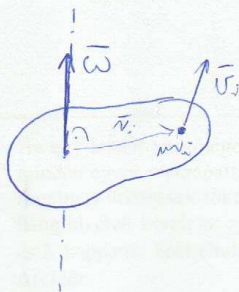
$$\Rightarrow m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 u_1' + m_2 u_2'$$

Rugalmatlan



$$\Rightarrow m_1 u_1 + m_2 u_2 = (m_1 + m_2) u$$

3. Sematikusan rajzoljon fel egy rögzített tengely körül forgó általános alakú merev testet! Az ábrán tüntesse fel a szögsebesség-vektort, valamint a test m_i tömegű kitüntetett tömegpontjának v_i sebességvektorát! (1)
Fejezze ki a tömegpont E_i mozgási energiáját a szögsebesség függvényében! (1) Az eddig leírtakból kiindulva vezesse le a rögzített tengely körül forgó, adott tehetetlenségi nyomatékkal rendelkező kiterjedt merev test kinetikus energiáját megadó ismert összefüggést! (1)



$$\vec{v}_i = \vec{\omega} \times \vec{r}_i \Rightarrow v_i = r_i \omega \quad E_i = \frac{1}{2} m_i v_i^2$$

$$E_i = \frac{1}{2} m_i r_i^2 \omega^2$$

$$E = \sum_i E_i = \sum_i \frac{1}{2} m_i r_i^2 \omega^2 = \frac{1}{2} \omega^2 \cdot \underbrace{\sum_i m_i r_i^2}_{\Theta}$$

$$\text{Mivel } \Theta = \sum_i m_i r_i^2$$

$$E = \frac{1}{2} \Theta \omega^2$$

4. Írja fel a csillapítatlan harmonikus rezgőmozgás alapegyenletét úgy, hogy a rezgőmozgást végző fizikai mennyiség a $\varphi(t)$ időfüggő szögváltozó legyen! Az alapegyenletben szereplő fizikai mennyiségeket nevezze meg! (1) Egy m tömegű kiterjedt merev testből fizikai ingát készítünk, azaz felfüggesztjük a tömegközépponttól d távolságra elhelyezkedő tengely mentén. A test tengelyre vonatkoztatott tehetetlenségi nyomatéka Θ . Írjon fel összefüggést, mely alapján meghatározható az egyensúlyi helyzetből kicsiny φ szögben kitért ingára ható nehézségi erő forgatónyomatéka! (0,5) A forgómozgás alapegyenletéből kiindulva vezesse le, mekkora körfrekvenciájú rezgésbe kezd a fenti fizikai inga! (1) Milyen matematikai közelítést kellett alkalmaznunk a levezetés során? (0,5)

$$\ddot{\varphi}(t) = -\omega^2 \cdot \varphi(t) \leftarrow \text{szögeltérítés}$$

↑
ingás körfrekvenciája

↑
szöggyomulás

$$M = \Theta \beta$$

$$-mgd \cdot \sin \varphi = \Theta \cdot \ddot{\varphi}$$

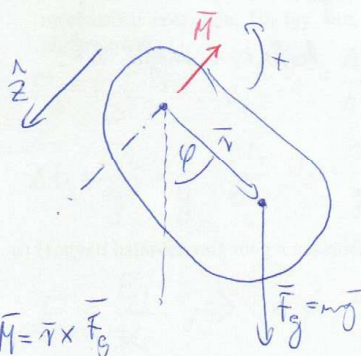
$$\ddot{\varphi} = -\frac{mgd}{\Theta} \cdot \sin \varphi$$

$$\text{Ha } \varphi \text{ igen kicsi: } \sin \varphi \approx \varphi$$

$$\ddot{\varphi} \approx -\frac{mgd}{\Theta} \cdot \varphi$$

↑
 ω^2

$$\omega = \sqrt{\frac{mgd}{\Theta}}$$

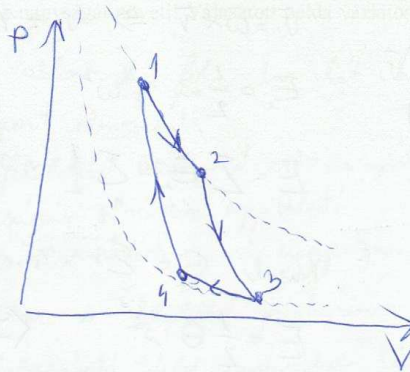
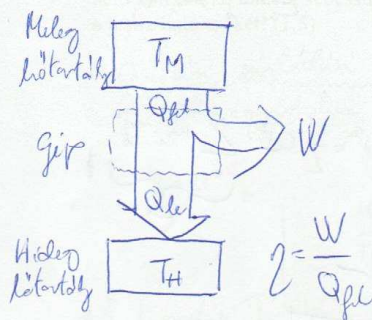


$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}_g$$

$$M_z = -|\vec{r}| \cdot |\vec{F}_g| \cdot \sin \varphi$$

$$M_z = -d \cdot \underbrace{mg}_{\downarrow} \cdot \sin \varphi$$

5. Rajzolja fel egy általános, két hőtartály között működő hőerőgép energetikai blokkdiagramját, definiálja a gép hatásfokát! (0,5) Rajzolja fel a Carnot-gépben lejátszódó körfolyamatot P-V diagramon! Elemezze kvalitatívan az egyes részfolyamatokat (hőfelvétel, vagy hőleadás történik-e, a gáz munkavégzése pozitív, vagy negatív, gáz belső energiája nő, vagy csökken?) (2) Írja fel a Carnot-gép elvi hatásfokát megadó összefüggést! (0,5)



- 1→2 izotermikus tágulás: hőfelvétel történik, a gáz munkát végez, belső energiája nem változik.
 2→3 adiabatikus tágulás: Nincs hőcseré, a gáz munkát végez, belső energiája csökken.
 3→4 izotermikus összenyomódás: hőleadás történik, a környezet munkát végez a gázon, a belső energiája nem változik.
 4→1 adiabatikus összenyomódás: Nincs hőcseré, a környezet munkát végez a gázon, belső energiája nő.

$$\eta_{\text{Carnot}} = \frac{W}{Q_{\text{fel}}} = \frac{T_M - T_H}{T_M}$$