<u>Élhozzáadási lemma</u> erdő, **fa**, fák egyszerűbb tulajdonságai: <u>két levél</u>, <u>erdők élszáma</u>. **Feszítőfa** <u>létezése</u>, feszítőfához tartozó alapkörök és alap vágások.

2. !KÉPLET! *Feszítőfa: F a G gráf feszítőfája (ffa), ha F egy G-ből éltörésekkel kapható fa. ha G-nek van feszítőfája ¡-¿ összefüggő. * Alapvágás, Alapkör: A G gráf F feszítőfájának f éléhez tartozó alap vágást G azon élei alkotják, amik az F-f két komponense között futnak. Az !KÉPLET! éléhez tartozó alapkör pedig az !KÉPLET! köre. Megf.: Tegyük fel hogy !KÉPLET! Ekkor !KÉPLET! ¡-¿ f benne e alapkörében ¡-¿ e benne van f alap vágósávban. *Minimális költségű ffa: olyan !KÉPLET! élhalmaz, amire (V, F) fA, É Sk (F) minimális. * Kruskal (mohó) algoritmus: !KÉPLET! ahol !KÉPLET! 1. Élek költség szerinti sorba rendezése 2. Döntés az egyes élekről a fenti sorrendben. - Legyen !KÉPLET! egy gráf, és k: E-¿R egy tetsz költségfüggvény, (V,F) pedig a G egy ffa F pontosan akkor mkffa, ha minden C-re teljesül, F tartalmazza a G legfeljebb c költségű !KÉPLET! gráf egy feszítő erdejét. - Az algoritmus által kiszámított F élhalmaz a G egy min költségű feszítő erdeje. Mkffák struktúrája. G=(V, E)gráf és !KÉPLET! esetén legyen !KÉPLET! legfeljebb c költségű élek alkotta feszítő részgráfja G-nek: !KÉPLET! A G gráfon folytatott Kruskal- algoritmus outpontja tartalmazza !KÉPLET! egy feszítő erdejét minden !KÉPLET! esetén. * Villamos hálózathoz tartozó normál fa keresése: normál fa: G olyan feszítőfája, ami minden feszültségforrást tartalmaz, de egyetlen áramforrást sem (és mindemellett a legtöbb kapacitást és a lehető legkevesebb induktivitást tartalmazza). Normál fa keresése. fesz.forrás (1.) kapacitás (2.) ellenállás (3.) induktivitás (4.) , áramforrás (5.) élköltségekhez keressünk mkffát!Ha ez tartalmaz áramforrást, vagy nem tartalmaz minden feszültségforrást, akkor nincs normál fa, egyébként a mkffa egy normál fa és egyértelmű a megoldás ”értelmes” a hálózat.

- **Két levél:** Legyen F egy tetszőleges fa n csúcson. Ekkor ha $n \geq 2$, akkor F-nek legalább két levele van.
  - **Biz:**: (Algebrai út) A KFL miatt $\sum_{v \in V(G)}(d(v)-2) = \sum_{v \in V(G)} d(v) - 2n = 2(n-1) - 2n = -2$. F minden v csúcsára $d(v) \geq 1$ teljesül, ezért $d(v) - 2 \geq -1$. A fenti összeg csak úgy lehet -2, ha F-nek legalább 2 levele van.
  - **Biz:**: (Kombinatorikus út) Induljunk el F egy tetszőleges v csúcsából egy sétán, és haladjunk, amíg tununk. Ha sosem akadunk el, akkor előbb-utóbb ismétlődik egy csúcs, és kört találunk. Ezért elakadunk, és az csakis egy v-től különböző u levélben történhet. Ha $d(v) = 1$, akkor v egy u-tól különböző levél. Ha $d(v) \geq 2$, akkor sétát indulhatjuk v-ből egy másik él mentén. Ekkor egy u-tól különböző levélben akadunk el.