

VISZAA07 tételsor a Számítástudomány alapjaihoz

a 2023/2024-es tanév I. félévre

A **félkövéren** szedett dolgokat tudni kell ismertetni, kimondani, ill. definiálni. Az aláhúzottakat bizonyítottuk, a *dőlt*en szedetteket nem. A vizsgán az anyag értő ismeretét kérjük számon, elégségesért nem kell bizonyítást tudni.

- Gráfelméleti alapfogalmak: **csúcs, él, diagram, foksám**. Egyszerű gráf, irányított gráf, véges gráf, komplementer gráf, reguláris gráf, él/csúcstörles, élhozzáadás, (feszítő/feszített) részgráf, izomfia, élsorozat, séta, út, kör, **összefüggő gráf**, komponens. **kézfogás-lemma**.
- Élhozzáadási lemma** erdő, **fa**, fák egyszerűbb tulajdonságai: két levél, erdők élszáma. **Feszítőfa létezése**, feszítőfához tartozó alapkörök és alap vágások.
- Minimális költségű feszítőfa**, mkkfák struktúrája, **Kruskal-algoritmus helyessége**, villamos hálózathoz tartozó normál fa keresése.
- Általános gráfbejárás: **a csúcsok állapotváltozása, a bejárás általános lépése**, a bejáráshoz tartozó sorrendek ill. az élek osztályozása bejárás után. A **BFS** és tulajdonságai, legrövidebb utak fájának létezése.
- Gráfút hossza, gráfcsúcsok távolsága, nemnegatív és konzervatív hosszfüggvény, triviális és pontos (r, ℓ) -**felső becslés, élementi javítás**. **Dijkstra-algoritmus működése**, Ford-algoritmus helyessége és lépésszáma. Legrövidebb utak fájának létezése.
- Mélységi keresés** és alkalmazásai (fellepő éltípusok, mélységi- és befejezési számozásból az éltípus meghatározása, irányított kör létezésének eldöntése DFS-sel).
- DAG**, jellemzése, **topologikus sorrend keresése**. . Leghosszabb utak keresése, **PERT-módszer**, kritikus utak és tevékenységek.
- Euler-séta és körséta** létezésének szükséges és elégséges feltétele. **Hamilton-kör és út** létezésére szükséges, ill. elégséges feltételek: komponensszám ponttörles után (Petersen-gráf) Dirac, Ore tételei, gazdag párok, hízalási lemma, Chvátal-lezárt.
- Gráfok síkba ill. gömbre rajzolhatósága, tartomány, sztereografikus projekció**, következményei. Az **Euler-féle poliédertétel**, duális kézfogáslemma és következményei: felső korlátok az élszáma és a minimális foksámra egyszerű, síkbarajzolható gráfokon.
- Kuratowski gráfok** síkbarajzolhatósága, **soros bővítés**, **Kuratowski-tétel** könnyű iránya. . **Síkbarajzolt gráf duális**a, a duális paraméterei. Vágás, elvágó él, soros élek. *Kör-vágás dualitás*, különféle élek duálisai. Whitney két tétele, Whitney operációk.
- Lineáris egyenletrendszer, kibővített együtthatómátrix, elemi sorkvivalens átalakítás és kapcsolata a megoldásokkal**. **LA és RLA mátrix, vezéregyes, megoldás leolvasása RLA mátrix esetén**. Tilos sor, kötött változó, szabad paraméter, ezek jelentése a megoldás/megoldhatóság szempontjából. **Gauss-elimináció**, összefüggés az egyértelmű megoldhatóság, az egyenletek és ismeretlenek száma között.
- Az \mathbb{R}^n tér, vektorműveletek azonosságai, (generált) **altér** (példák), (triviális) **lineáris kombináció**, alterek metszete, **generátorrendszer, lineáris függetlenség** (kétféle definíció). Lin.ftn rendszer hízalása, generátorrendszer ritkítása, kicserélési lemma, **FG-egyenlőtlenség** és következménye.
- ESÁ hatása a sor- és oszlopvektorokra, **oszlopvektorok lin.ftn-ségének eldöntése**. **Bázis** fogalma, **altér bázisának előállítása generátorrendszerből** ill. homogén lineáris egyenletrendszerrel megadott altér esetén.
- Generátorrendszerből homogén lin.egyenletrendszer előállítása. **Altér dimenziójának jóldefináltsága**, \mathbb{R}^n **standard bázisa**, **bázishoz tartozó koordinátavektor kiszámítása**.
- n elem permutációja, a permutáció **inverziószáma**. **Bástyaelhelyezés**, inverzióban álló bástyapárok, **determináns**, **felső háromszögmátrix determinánsa**.
- Mátrix transzponáltja**, transzponált determinánsa, **ESÁ hatása a determinánsra**, **előjeles aldetermináns**, **kifejtési tétel**.
- Vektorok skaláris szorzásának tulajdonságai. **Mátrixok összeadása és szorzásai**, e műveletek tulajdonságai. **A szorzatmátrix sorainak és oszlopainak különös tulajdonsága**, ESÁ és mátrixszorzás kapcsolata.
- Lineáris leképezések és mátrixszorzások kapcsolata**. **Lineáris leképezés mátrixának meghatározása**. Leképezések egymásutánjának mátrixa, mátrixszorzás asszociativitása.
- Mátrix jobb- és balinverze**, ezek viszonya. **Balinverz kiszámítása ESÁ-okkal** és előjeles aldeterminánssal, **reguláris mátrixok** jellemzése determinánssal, sorokkal, oszlopokkal ill. RLA mátrix segítségével.
- Sor- oszlop- és determinánsrang**, ezek viszonya és kiszámítása. **Összeg és szorzat rangja**. **Lineáris egyenletrendszer mátrixegyenletes alakja**, a megoldhatóság és az oszlopok alterének kapcsolata. Az egyértelmű megoldhatóság feltétele $n \times n$ együtthatómátrix esetén.