

VISZAA05 vizsgatematika a Számítástudomány alapjai c. tárgyhoz

a 2021/2022-es tanév I. félévre

A **félkövéren** szedett dolgokat tudni kell ismertetni, kimondani, ill. definiálni. A bekeretezetteket bizonyítottuk, a *dőlten* szedetteket nem. A vizsgán az anyag értő ismeretét kérjük számon, elégségesért bizonyítást nem kell tudni.

1. Leszámlálási alapfogalmak: **permutációk, variációk és kombinációk (ismétlés nélkül és ismétléssel)** például, **kiszámításuk**, binomiális együtthatók közti egyszerű összefüggések, **a binomiális tétel**.
2. Gráfelméleti alapfogalmak: **pont, él, foksám**. Egyszerű gráf, részgráf, feszített részgráf, izomorfia, élsorozat, séta, út, kör, **összefüggő gráf**, komponens. **Gráfok foksámösszege**, **élhozzáadási lemma** erdő, **fa**, fák egyszerűbb tulajdonságai: **két levél**, **erdők élszáma**, **feszítőfa létezése**.
3. **Minimális költségű feszítőfa, Kruskal algoritmus**, **ennek helyessége**. Általános gráfbejárás: a csúcsok állapotváltozása, a bejárás általános lépése, a bejáráshoz tartozó sorrendek ill. az élek osztályozása bejárás után.
4. Legrövidebb utakat kereső algoritmusok (**BFS, Dijkstra, Ford, Floyd**), **ezen algoritmusok helyessége** és lépésszáma. Legrövidebb utak fája. Éltípusok BFS után.
5. **Mélységi keresés** és alkalmazásai (fellépő éltípusok, mélységi- és befejezési számozásból az éltípus meghatározása, **irányított kör létezésének eldöntése DFS-sel**), alapkörrendszer. **DAG**, **jellemzése**, **topologikus sorrend keresése**. **PERT-módszer**, kritikus utak és tevékenységek.
6. **Euler-séta és körséta** **létezésének szükséges és elégséges feltétele**. **Hamilton-kör és út** létezésére szükséges, ill. elégséges feltételek: **komponensszám ponttörlés után** ill. **Dirac, Ore tételei** „hízlalási lemmával”.
7. **Gráfszínezés, kromatikus szám, klikkszám**, **alsó és felső korlát $\chi(G)$ -re**. **Négyszíntétel**, **ötszíntétel**.
Lefogó és független pont- ill. élhalmazok, kapcsolódó gráfparaméterek $(\tau, \alpha, \rho, \nu)$, **triv egyenlőtlenségek**, **Gallai két tétele**.
8. **Hálózat, folyam, folyam nagyság, st-vágás, st-vágás kapacitása**, **Ford-Fulkerson tétel**, javító utas algoritmus, előre- és visszaélek. **EgÉr lemma**, **Edmonds-Karp tétel**, illusztráció a módszerre. Általánosított hálózatok visszavezetése szokásos hálózatra.
9. **Páros gráfok**, **definíciók ekvivalenciája** **Párosítások** (páros és nem páros gráfban), teljes párosítás, adott pontthalmazt fedő párosítás, **Hall, Frobenius és König tételei**, **Hall-feltétel**, alternáló utas algoritmus, maximális párosítás keresésére a folyamalgoritmusból.
10. **Gráfok síkba ill. gömbre rajzolhatósága, tartomány, sztereografikus projekció**. Külső tartomány nem kitüntetett volta. Az **Euler-féle poliédertétel** és következményei: **felső korlát az élszáma** és a **minimális foksámra** egyszerű, síkbarajzolható gráfokon.
11. **Kuratowski gráfok síkbarajzolhatósága**, **soros bővítés**, **Kuratowski-tétel** **könnyű iránya**. **Síkbarajzolt gráf duálisa**, a duális paraméterei. Elvágó él, soros élek, vágás. **Kör-vágás dualitás**, különféle élek duálisai. **Whitney két tétele**, **Whitney operációk**.
12. **Oszthatóság, legnagyobb közös osztó**, **euklideszi algoritmus**, prímek és felbonthatatlan számok, **a számelmélet alaptétele**, **kanonikus alak**, **osztó kanonikus alakja, osztók száma**. Nevezetes tételek prím-számokról: **prímek száma**, a **prímek közti hézag mérete** és a **nagy prímszámtétel**.
13. **Kongruencia fogalma**, **műveletek kongruenciákkal**. **Euler-féle φ -függvény**, $\varphi(p)$, $\varphi(p^\alpha)$ értéke, $\varphi(n)$ **kiszámítása n kanonikus alakjából**. Az **Euler-Fermat tétel** és a kis Fermat-tétel. **Lineáris kongruenciák megoldhatósága és konkrét módszer a megoldásra**.
14. Algoritmusok bonyolultsága (inputméret, lépésszám az inputméret függvényében, **polinomidejű algoritmus**), **döntési problémák**. **P, NP, co-NP** bonyolultsági osztályok fogalma, feltételezett viszonyuk, példa ilyen problémákra. Polinomiális visszavezethetőség (Karp-redukció), **NP-teljesség**, **Cook-Levin tétel**, nevezetes NP-teljes problémák: SAT, HAM, 3-SZÍN, MAXFTN, MAXKLIKK, **HAMÚT**, RÉSZGRÁF.