## VISZAA05 vizsgatematika a Számítástudomány alapjai c. tárgyhoz a 2019/2020-as tanév I. félévre

A **félkövéren** szedett dolgokat tudni kell ismertetni, kimondani, ill. definiálni. A <u>bekeretezetteket</u> bizonyítottuk, a *dőlten* szedetteket nem. A vizsgán az anyag értő ismeretét kérjük számon, elégségesért bizonyítást nem kell tudni.

- 1. Leszámlálási alapfogalmak: **permutációk, variációk és kombinációk (ismétlés nélkül és ismétléssel)** példával, **kiszámításuk**, binomiális együtthatók közti egyszerű összefüggések:  $\sum \binom{n}{i}$ ;  $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1}$ , a binomiális tétel,
- 2. Gráfelméleti alapfogalmak: **pont, él, fokszám**. Egyszerű gráf, részgráf, feszített részgráf, izomorfia, élsorozat, séta, út, kör, **összefüggő gráf**, komponens. **Gráfok fokszámösszege**, erdő, **fa**, fák egyszerűbb tulajdonságai: két levél, erdők élszáma, **feszítőfa** létezése.
- 3. **Minimális költségű feszítőfa**, **Kruskal algoritmusa**, ennek helyessége. Legszélesebb utak keresése irányítatlan gráfban: módosított Kruskal algoritmus, helyessége. Általános gráfbejárás: a csúcsok állapotváltozása, a bejárás általános lépése, a bejáráshoz tartozó sorrendek ill. az élek osztályozása bejárás után.
- 4. Legrövidebb utakat kereső algoritmusok (**BFS, Dijkstra**, Ford, Floyd), ezen algoritmusok helyessége és lépésszáma. Legrövidebb utak fája. Éltípusok BFS után.
- 5. **Mélységi keresés** és alkalmazásai (fellépő éltípusok, mélységi- és befejezési számozásból az éltípus meghatározása, [irányított kör létezésének eldöntése DFS-sel]), alapkörrendszer. **DAG**, [jellemzése], **topologikus sorrend** keresése. **PERT-módszer**, kritikus utak és tevékenységek.
- 6. **Euler-séta és körséta** [létezésének szükséges és elégséges feltétele]. **Hamilton-kör és út** létezésére szükséges, ill. elégséges feltételek: komponensszám ponttörlések után ill. Dirac, Ore tételei] "hízlalási lemmával".
- 7. Gráfszínezés, kromatikus szám, klikkszám, alsó és felső korlát  $\chi(G)$ -re. Négyszíntétel, ötszíntétel. Lefogó és független pont- ill. élhalmazokból származó gráfparaméterek  $(\tau, \alpha, \rho, \nu)$ , triviális egyenlőtlenségek Gallai két tétele.
- 8. Hálózati folyamok: hálózat, folyam, folyamnagyság (avagy folyamérték), st-vágás, st-vágás kapacitása, Ford-Fulkerson tétel, javító utas algoritmus, előre- és visszaélek. EgÉr lemma, Edmonds-Karp tétel, illusztráció a módszerre. Általánosított hálózatok visszavezetése szokásos hálózatra.
- 9. **Páros gráfok**, definíciók ekvivalenciája **Párosítások** (páros és nem páros gráfban), teljes párosítás, adott ponthalmazt fedő párosítás, **Hall, Frobenius és Kőnig tételei**, alternáló utas algoritmus, maximális párosítás keresésére a folyamalgoritmusból.
- 10. Gráfok síkba ill. gömbre rajzolhatósága, tartomány, sztereografikus projekció. Külső tartomány nem kitüntetett volta. Az Euler-féle poliédertétel és következményei: felső korlát az élszámra és a minimális fokszámra egyszerű, síkbarajzolható gráfokon. Kuratowski gráfok síkbarajzolhatósága, soros bővítés, topologikus izomorfia Kuratowski-tétel könnyű iránya. Síkbarajzolt gráf duálisa, a duális paraméterei. Elvágó él, soros élek, vágás. Kör-vágás dualitás, különféle élek duálisai.
- 11. **Oszthatóság, legnagyobb közös osztó, euklideszi algoritmus**, prímek és felbonthatatlan számok, *a számelmélet alaptétele*, kanonikus alak, osztó, lnko kanonikus alakja, osztók száma. Nevezetes tételek prímszámokról: prímek száma, a *prímek közti hézag mérete* és a *prímszámtétel*.
- 12. Kongruencia fogalma, műveletek kongruenciákkal. Euler-féle  $\varphi$ -függvény,  $\varphi(p)$ ,  $\varphi(p^{\alpha})$  értéke,  $\varphi(n)$  kiszámítása n kanonikus alakjából. Az Euler-Fermat tétel és a kis Fermat-tétel. Lineáris kongruenciák megoldhatósága és konkrét módszer a megoldásra.
- 13. Algoritmusok bonyolultsága (inputméret, lépésszám az inputméret függvényében, **polinomidejű algoritmus**), **döntési problémák**. **P, NP, co-NP** bonyolultsági osztályok fogalma, feltételezett viszonyuk, példa ilyen problémákra. Polinomiális visszavezethetőség (Karp-redukció), **NP-teljesség**, *Cook-Levin tétel*, nevezetes NP-teljes problémák: SAT, HAM, 3-SZÍN, k-SZÍN, MAXFTN, MAXKLIKK.

Az alábbi táblázatban az utolsó sorszámnak megfelelő tételt érdemes kidolgozni. A felkészülési idő legalább 45 perc, annak leteltével felszólításra vizsgázni kell. A ZH által le nem fedett anyagrészbe bizonyosan belekérdezünk.

			l					
			l					
1	1			l		l		
			l					
1			l					
1	1							