JELEK ÉS RENDSZEREK I (BMEVIHVAA00)
2. gyakorlat

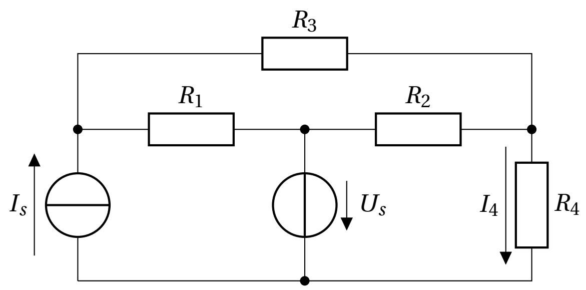
Szerkesztette: Dr. Horváth Péter, BME HVT

2020. szeptember 25.

1. Feladatok

1.1. feladat

Határozzuk meg a hálózatban az I_4 áramot, és a két forrás teljesítményét!

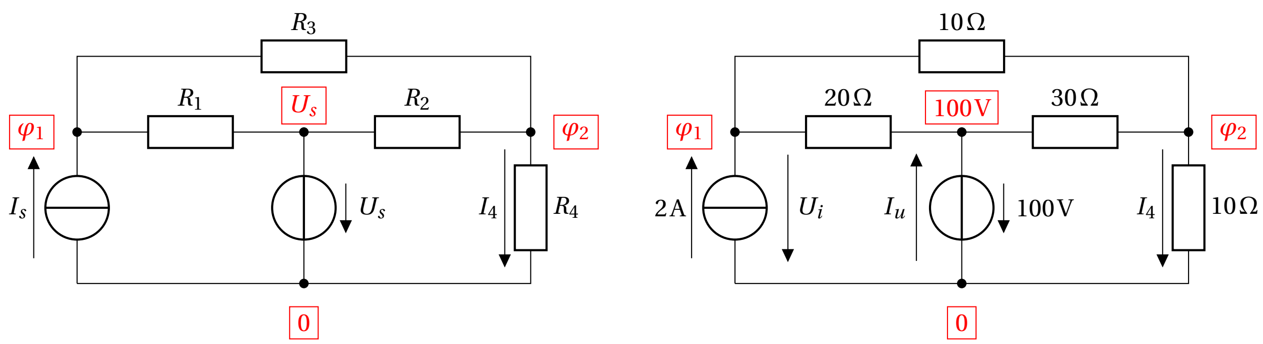


$R_1 = 20\,\Omega$
$R_2 = 30\,\Omega$
$R_3 = 10\,\Omega$
$R_4 = 10\,\Omega$
$U_s = 100\,\mathrm{V}$
$I_s = 2\,\mathrm{A}$

A megoldás során $[\mathrm{V}, \mathrm{A}, \Omega]$ egységrendszerben számolunk.

1.1.1. Megoldás a csomóponti potenciálok módszerével

A hálózatban $n = 4$ csomópont van. Az áramtörvények (Kirchhoff I. törvényének) fundamentális (maximális és lineárisan független) rendszere $r = n - 1 = 3$ egyenletből áll. A hálózatban egy független feszültségforrás található, a csomóponti potenciálok célszerű megválasztásával emiatt eggyel kevesebb, összesen kettő ismeretlen csomóponti potenciált kell bevezetnünk, és két független áramtörvényt kell felírnunk a két ismeretlen potenciál meghatározásához.



Válasszuk önkényesen az alsó csomópont potenciálját zérusnak. Ezzel a feszültségforrás másik pólusának potenciálja ismert U_s, a másik két csomópont potenciálja ismeretlen. (A feszültségnyíl mindig a magasabb potenciálú csomópontból az alacsonyabb potenciálú csomópontba mutat.) Célszerűen a két ismeretlen potenciálú csomópontra írunk fel egy-egy csomóponti egyenletet (szokás szerint a csomópontból kifolyó áramot tekintve pozitív előjelűnek):

$$\varphi_1: \quad \frac{\varphi_1 - U_s}{R_1} + \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R_3} - I_s = 0$$

$$\varphi_2: \quad \frac{\varphi_2 - U_s}{R_2} + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{R_3} + \frac{\varphi_2}{R_4} = 0,$$

számértékekkel

$$\left.\begin{aligned} \frac{\varphi_1-100}{20}+\frac{\varphi_1-\varphi_2}{10}-2=0 \\ \frac{\varphi_2-100}{30}+\frac{\varphi_2-\varphi_1}{10}+\frac{\varphi_2}{10}=0 \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} \varphi_1-100+2\varphi_1-2\varphi_2-40=0 \\ 3\varphi_2+\varphi_2-100+3\varphi_2-3\varphi_1=0 \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} 3\varphi_1-2\varphi_2-140=0 \\ -3\varphi_1+7\varphi_2-100=0 \end{aligned}\right\}$$

Kaptunk egy kétismeretlenes egyenletrendszert, amelyből φ_2-re van szükség az I_4 kiszámításához. Gyorsan eredményt kapunk, ha a két egyenletet összeadjuk:

$$5\varphi_2 = 240,$$

$$\varphi_2 = 48\,\mathrm{V}.$$

Ezzel

$$\boxed{I_4=\frac{\varphi_2-0}{10}=4{,}8\,\mathrm{A}.}$$

A források teljesítményének kiszámításához meg kell határozni az áramforrás feszültségét és a feszültségforrás áramát. Az áramforrás feszültsége a bejelölt referenciairánnyal:

$$U_i=\varphi_1-0,$$

amihez sajnos φ_1-et is meg kell határozni. Az első csomópont egyenletbe $\varphi_2 = 48\,\mathrm{V}$ értéket visszahelyettesítve

$$3\varphi_1 = 2\varphi_2+140 = 2\cdot 48+140,$$

$$U_i=\varphi_1 = 78{,}67\,\mathrm{V},$$

az áramforrás teljesítménye

$$\boxed{P_i=-I_s\cdot 78\frac{2}{3}=-157{,}33\,\mathrm{W},}$$

ahol a negatív előjel a feszültség és az áram ellentétes referenciairánya miatt szükséges. Megjegyezzük, hogy mindkét forrás teljesítménye negatív, ebben a konkrét esetben mindkét forrás termelő állapotban van.

Az feszültségforrás bejelölt I_u áramát a bejelölt referenciairánnyal legegyszerűbben a 0 potenciálú csomópontra felírt áramtörvény alapján számíthatjuk ki:

$$I_u+2-I_4=0$$

$$I_u=I_4-2=4{,}8-2=2{,}8\,\mathrm{A},$$

$$\boxed{P_u=-U_s\cdot I_u=-100\cdot 2{,}8=-280\,\mathrm{W}.}$$

1.1.2. A rendezett csomóponti egyenletek közvetlen felírása

A csomóponti egyenletek rendezett alakját felírhatjuk az alábbi szabályok alapján. A φ_i csomópontra felírt egyenletben

- a φ_i potenciál együtthatója az i. csomópontra csatlakozó vezetések összege pozitív előjellel,
- a φ_j potenciál együtthatója az i. és a j. csomópont közé kapcsolódó vezetés értéke negatív előjellel.

A példabeli hálózatra

$$\varphi_1: \quad \left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_3}\right)\varphi_1-\frac{1}{R_1}U_s-\frac{1}{R_3}\varphi_2-I_s=0$$

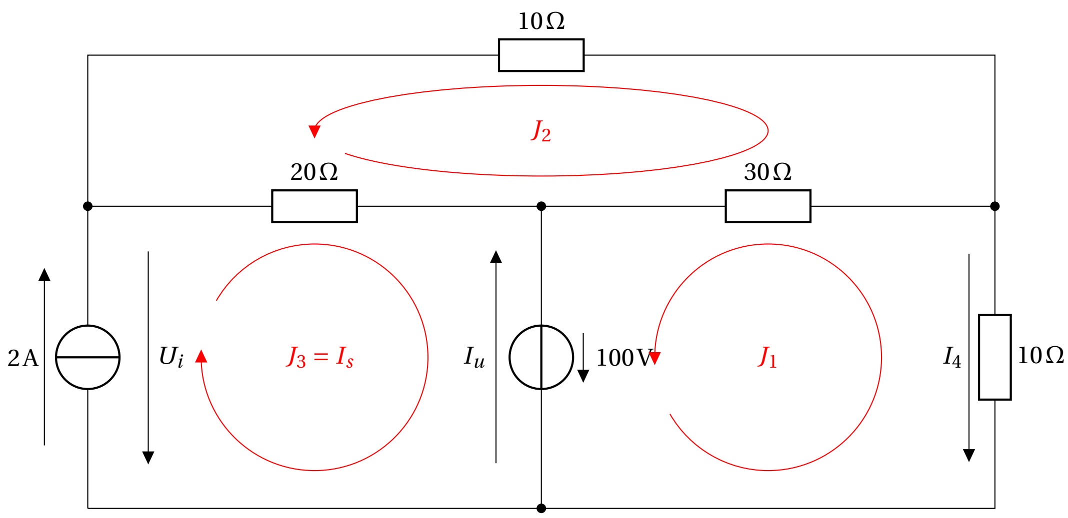
$$\varphi_2: \quad \left(\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}\right)\varphi_2-\frac{1}{R_2}U_s-\frac{1}{R_3}\varphi_1-\frac{1}{R_4}0=0.$$

Ezzel a módszerrel megspórolható az egyenletrendszer rendezése, azonnal egy könnyen megoldható formájú egyenletrendszert kapunk.

1.1.3. Megoldás a hurokáramok módszerével

A hálózatban $b = 6$ kétpólus van. A feszültségtörvények (Kirchhoff II. törvényének) fundamentális rendszere $l = b - n + 1 = 6 - 4 + 1 = 3$ egyenletet tartalmaz. A hálózatban levő független áramforrás – a hurokáramok megfelelő megválasztása esetén – eggyel csökkenti az ismeretlenek számát, így két ismeretlen hurokáramot kell bevezetnünk, ha a harmadik hurokáramot a független áramforrás áramával egyezőnek választjuk. A példa hálózatának gráfja síkba rajzolható (planáris), ezért legegyszerűbben az „ablaktábla-módszer” segítségével vehetjük fel a fundamentális hurokrendszer hurokjait.

Vegyük fel önkényes irányítással[1] a bejelölt ismeretlen J_1 és J_2 hurokáramokat! A harmadik hurokáram, J_3 legyen a független áramforrás árama.



A két ismeretlen áramú hurokra vonatkozó feszültségtörvény az alábbi alakot ölti.

$$J_1: \quad 10 \cdot J_1 + 30(J_1 - J_2) + 100 = 0,$$

$$J_2: \quad 10 \cdot J_2 + 20(J_2 + 2) + 30(J_2 - J_1) = 0.$$

Rendezve

$$\left.\begin{aligned} 10J_1 + 30J_1 - 30J_2 + 100 &= 0 \\ 10J_2 + 20J_2 + 40 + 30J_2 - 30J_1 &= 0 \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} 40J_1 - 30J_2 + 100 &= 0 \\ -30J_1 + 60J_2 + 40 &= 0 \end{aligned}\right\}$$

Mivel a keresett áram I_4, látjuk, hogy $I_4 = -J_1$, elegendőnek tűnik J_1-et kiszámítani. Nagyon trükkösen adjuk hozzá az első egyenlet kétszeresét a második egyenlethez, hogy J_2-t ki tudjuk küszöbölni:

$$50J_1 = -240$$

$$J_1 = -4{,}8\,\text{A},$$

$$\boxed{I_4 = -J_1 = 4{,}8\,\text{A}.}$$

A források teljesítményének kiszámításához ismét szükségünk van az áramforrás feszültségére és a feszültségforrás áramára. Kezdjük a könnyebbel: a feszültségforrás I_u árama a bejelölt referenciairánnyal kifejezhető a J_1 és $J_3 = I_s$ hurokáramok összegeként:

$$I_u = -J_1 - I_s = -2 - (-4{,}8) = 2{,}8\,\text{A},$$

$$\boxed{P_u = -U_s \cdot I_u = -100 \cdot 2{,}8 = -280\,\text{W}.}$$

Az áramforrás bejelölt U_i feszültsége például a J_3 hurokra felírt feszültségtörvényből fejezhető ki. A feszültségtörvény:

$$100 - U_i + (2 + J_2)20 = 0,$$

amihez sajnos J_2-re is szükség van. Az első hurokegyenletbe helyettesítve

$$30J_2 = 40J_1 + 100 = 40(-4{,}8) + 100 = -92,$$

[1] mondhatnánk azt is, hogy ostoba módon, hiszen legalább J_1-et a keresett I_4 árammal egyező irányúra választhattunk volna, de nem akarunk előre túl okosak lenni.

$$J_2 = -\frac{92}{30}.$$

Innen

$$U_i = 20\left(2 - \frac{92}{30}\right) + 100 = 78\frac{2}{3}\,\text{V},$$

amivel

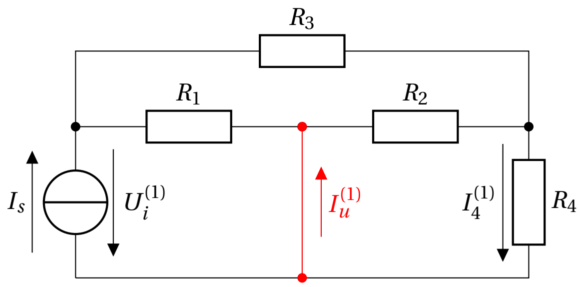
$$\boxed{P_i = -I_s \cdot 78\frac{2}{3} = -157{,}33\,\text{W}.}$$

Megnyugtató módon ugyanazt az eredményt kaptuk, amit a csomóponti potenciálok módszerével.

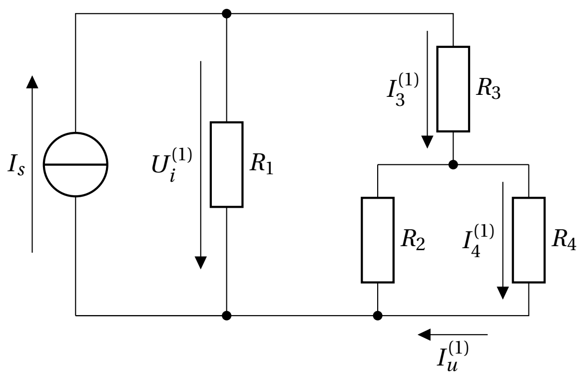
1.1.4. Megoldás a szuperpozíció módszerével

A feladatbeli hálózat lineáris hálózat (lineáris kétpólusok – ellenállások – és források összekapcsolásából álló hálózat). Ezért a hálózatban a független források hatását külön-külön vizsgálhatjuk, szuperponálhatjuk. Minden lépésben egy független forrást hagyunk meg, miközben a többi független forrást dezaktivizáljuk, vagyis a forrásmennyiségét nulla értékűnek vesszük.

1. Dezaktivizált feszültségforrás. Először a hálózatban az áramforrást hagyjuk meg, a feszültségforrást dezaktivizáljuk. Az erre az esetre vonatkozó mennyiségeket (1) felső indexszel látjuk el. A dezaktivizált feszültségforrás ($U_s = 0$) egy rövidzár:



Látható, hogy itt R_2 és R_4 párhuzamosan kapcsolódnak. Átrajzolva:



A bejelölt I_3 áramot áramosztással határozzuk meg, majd egy újabb áramosztási lépésben kapjuk I_4 értékét:

$$I_4^{(1)} = I_3^{(1)} \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_4} = I_s \cdot \frac{R_1}{R_1 + (R_3 + R_2 \times R_4)} \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_4} = 2 \cdot \frac{20}{20 + 10 + 30 \times 10} \cdot \frac{30}{30 + 10}$$

$$I_4^{(1)} = 2 \cdot \frac{20}{30 + \frac{30 \cdot 10}{30 + 10}} \cdot \frac{3}{4} = 2 \cdot \frac{20}{30 + 7{,}5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{120}{150} = 0{,}8\,\text{A}.$$

Az áramforrás teljesítményének meghatározásához szükségünk van az áramforrás bejelölt $U_i^{(1)}$ feszültségére. Ezt például az ellenálláshálózat eredő ellenállásának kiszámításával kapjuk:

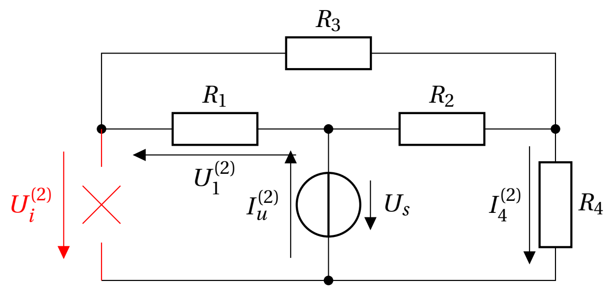
$$U_i^{(1)} = I_s \cdot [R_1 \times (R_3 + R_2 \times R_4)] = 2 \cdot [20 \times (10 + 30 \times 10)] = 2 \cdot (20 \times 17{,}5) = 18{,}67\,\text{V}.$$

A dezaktivizált feszültségforrás áramát az alsó csomópontra felírt áramtörvényből tudjuk meghatározni:

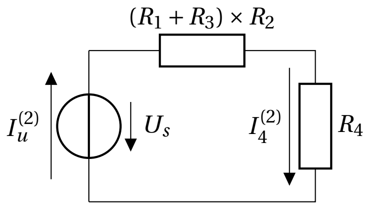
$$I_s + I_u^{(1)} - I_4^{(1)} = 0,$$

$$I_u^{(1)} = I_4^{(1)} - I_s = 0{,}8 - 2 = -1{,}2\,\text{A}.$$

2. Dezaktivizált áramforrás. Második lépésben a feszültségforrást hagyjuk meg, és az áramforrást dezaktivizáljuk. A mennyiségeket (2) felső indexszel látjuk el. A dezaktivizált áramforrás ($I_s = 0$) egy szakadás:



Ebben a hálózatban R_1 és R_3 soros eredője kapcsolódik párhuzamosan R_2-vel:



Ezzel

$$I_4^{(2)} = \frac{U_s}{R_4 + (R_1+R_3)\times R_2} = \frac{100}{10+(20+10)\times 30} = \frac{100}{25} = 4\,\mathrm{A}.$$

A források teljesítményéhez a feszültségforrás árama a bejelölt referenciairánnyal

$$I_u^{(2)} = I_4^{(2)} = 4\,\mathrm{A}.$$

Az áramforrás feszültségét meghatározhatjuk a huroktörvény alapján úgy, hogy feszültségosztással kiszámoljuk az R_1 ellenálláson eső feszültséget, és kivonjuk azt a feszültségforrás feszültségéből.

$$U_i^{(2)} = U_s - U_1^{(2)} = U_s - U_s \cdot \frac{(R_1+R_3)\times R_2}{R_4+(R_1+R_3)\times R_2} \cdot \frac{R_1}{R_1+R_3} = 100-40 = 60\,\mathrm{V}.$$

3. Az eredmények szuperponálása. Az előző két lépésben kapott eredményeket szuperponálva a keresett áram

$$\boxed{I_4 = I_4^{(1)} + I_4^{(2)} = 0{,}8+4 = 4{,}8\,\mathrm{A}.}$$

A feszültségforrás árama szuperponálva

$$I_u = I_u^{(1)} + I_u^{(2)} = -1{,}2+4 = 2{,}8\,\mathrm{A},$$

teljesítménye

$$\boxed{P_u = -U_s I_u = -100\cdot 2{,}8 = -280\,\mathrm{W}.}$$

Az áramforrás feszültsége szuperponálva

$$U_i = U_i^{(1)} + U_i^{(2)} = 18\frac{2}{3} + 60 = 78\frac{2}{3}\mathrm{V},$$

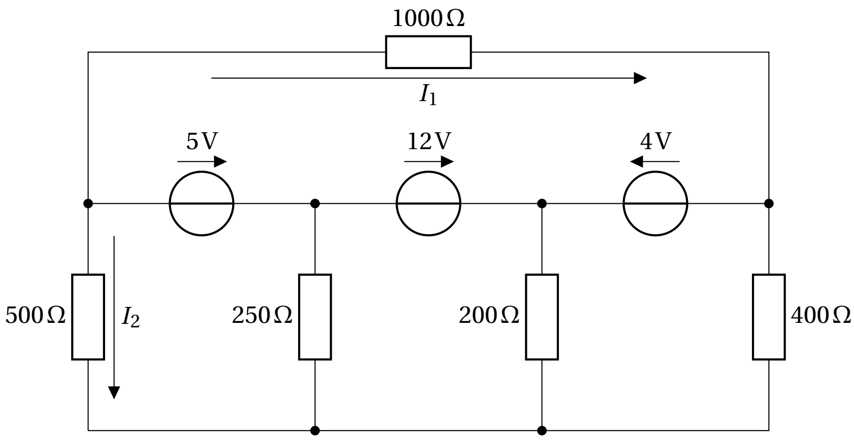
teljesítménye

$$\boxed{P_i = -I_s \cdot 78\frac{2}{3} = -157{,}33\,\mathrm{W}.}$$

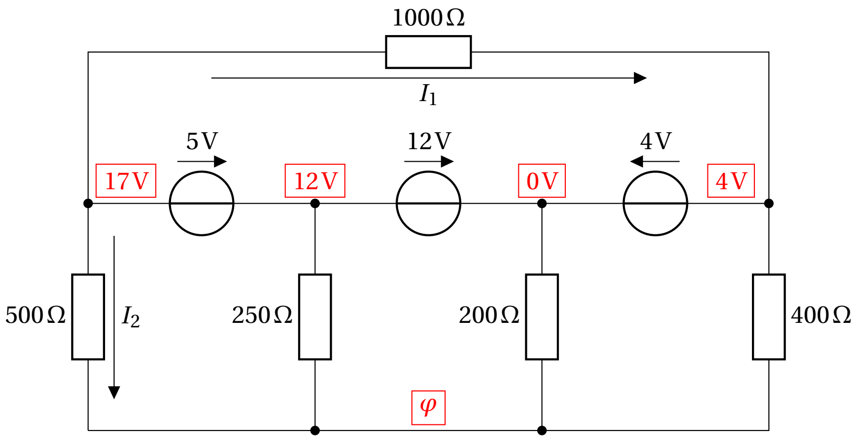
Ezzel a módszerrel is megkaptuk ugyanazokat az eredményeket, amiket kapnunk kellett. A példában minden esetben vissza tudtuk vezetni a keresett mennyiségek kiszámítását elemi műveletekre (feszültség- és áramosztásokra).

1.2. feladat

Határozzuk meg a hálózatban az I_1 és I_2 áramot!



Válasszuk önkényesen a 12 V-os és a 4 V-os forrás közös kapcsát nulla potenciálú csomópontnak![2] A hálózat fennmaradó négy csomópontja közül háromnak ezzel rögzítettük a potenciálját, mert két ilyen csomópontot feszültségforrás köt össze. A negyedik csomópont potenciálja ismeretlen.



$[\mathrm{V}, \mathrm{mA}, \mathrm{k\Omega}, \mathrm{mS}]$ egységrendszerben számolunk. Az I_1 áram kifejezhető két ismert csomóponti potenciállal:

$$\boxed{I_1 = \frac{17-4}{1} = 13\,\mathrm{mA}.}$$

I_2 kiszámításához írjunk fel egy csomóponti egyenletet az ismeretlen potenciálú csomópontra:

$$\varphi: \quad \frac{\varphi-17}{0{,}5} + \frac{\varphi-12}{0{,}25} + \frac{\varphi-0}{0{,}2} + \frac{\varphi-4}{0{,}4} = 0,$$

vagy ellenállások helyett vezetéssel kifejezve:

$$\varphi: \quad (\varphi-17)\cdot 2 + (\varphi-12)\cdot 4 + (\varphi-0)\cdot 5 + (\varphi-4)\cdot 2{,}5 = 0.$$

$$13{,}5\varphi = 92,$$

$$\varphi = 6{,}815\,\mathrm{V}.$$

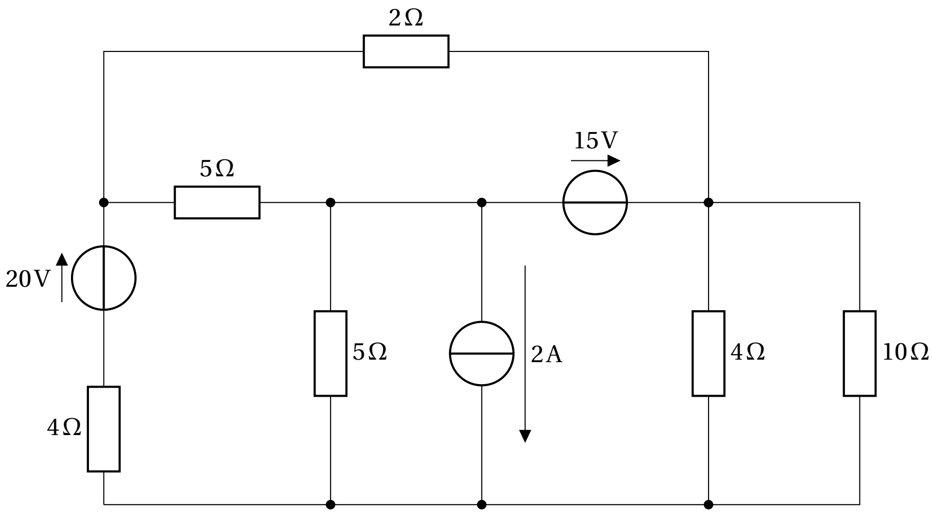
Ezzel a keresett I_2 áram:

$$\boxed{I_2 = \frac{17-6{,}815}{0{,}5} = 20{,}37\,\mathrm{mA}.}$$

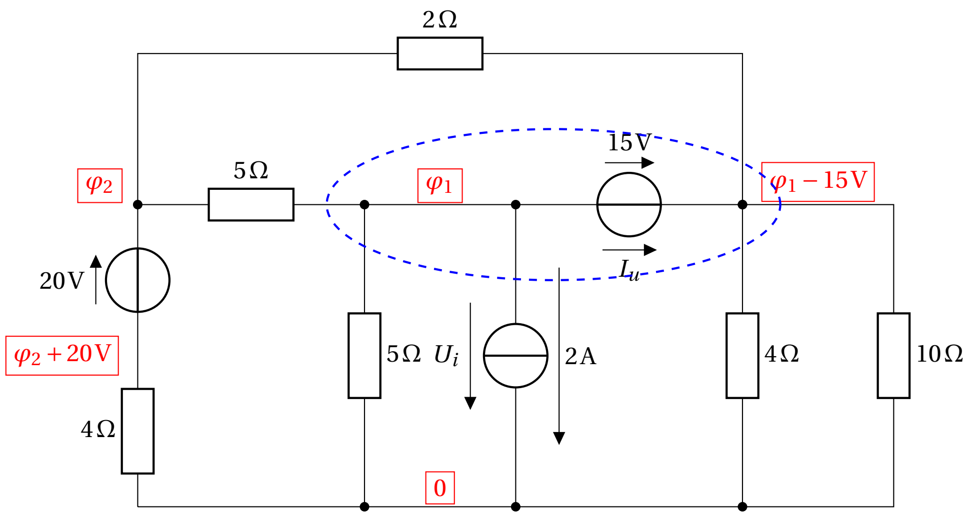
[2] Nincs elvi jelentősége, de sejthető, hogy egyébként is ez a legalacsonyabb potenciálú csomópont a hálózatban.

1.3. feladat

Határozzuk meg a hálózatban az áramforrás teljesítményét!



A hálózatban $n = 5$ (!) csomópont van, a fundamentális áramtörvény-rendszer $r = n - 1 = 4$ független egyenletből áll. A hálózatban van két független feszültségforrás, a csomóponti potenciálokat célszerűen megválasztva az ismeretlen potenciálok száma kettővel csökkenthető, összesen kettő ismeretlen potenciálra. Válasszuk az alsó csomópont potenciálját nulla értékűnek. Például az ábrán bejelölt módon felvehetünk két ismeretlen potenciált, és a maradék két csomópont potenciálját a feszültségforrásoknak köszönhetően ezekkel az ismeretlenekkel újabb ismeretlenek felvétele nélkül fejezhetjük ki.



[V, A, Ω] egységrendszerben számolunk. Az áramforrás teljesítményének meghatározásához a φ_1 potenciálra van szükségünk, hiszen egyben az adja az áramforrás U_i feszültségét is.

Felírhatunk egy áramtörvényt a φ_2 potenciálú csomópontra. Ehhez szükségünk van a 20 V-os feszültségforrás áramára (!), ami azonban egyben a 4 Ω-os ellenállás árama is, amit könnyen ki tudunk fejezni, hiszen a φ_2 csomópontból a nulla potenciálú csomópont felé kifolyó áram egyben a $\varphi_2 + 20$ csomópontból a nulla csomópont felé kifolyó áram $\left(\frac{\varphi_2+20-0}{4}\right)$ is:

$$\varphi_2: \quad \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{5} + \frac{\varphi_2 - (\varphi_1 - 15)}{2} + \frac{(\varphi_2 + 20) - 0}{4} = 0.$$

Még egy egyenletre szükségünk van a két ismeretlen miatt. Azonban akár a φ_1-re, akár a $(\varphi_1 - 15)$-re írunk fel egyenletet, azokban megjelenik a 15 V-os feszültségforrás ismeretlen I_u árama. Emiatt I_u-t is fel kellene vennünk az ismeretlen mennyiségek közé, és már három egyenletre lenne szükségünk, vagyis mindkét csomópontra fel kellene írnunk egy-egy egyenletet. Tudjuk, hogy Kirchhoff 1. törvénye nem csak csomópontokra, hanem a hálózat tetszőleges zárt felületeire (vágataira) is igaz. Ezért ezen csomóponti vágatok helyett írjunk fel áramtörvényt a szaggatott vonallal bekeretezett vágatra (zárt felületre), amely mindkét csomópontot magában foglalja. Így az I_u áram a vágaton belül marad, nem jelenik meg az áramtörvényben ismeretlenként. Az erre a vágatra vonatkozó áramtörvény:

$$\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{5} + \frac{\varphi_1}{5} + 2 + \frac{(\varphi_1 - 15) - \varphi_2}{2} + \frac{\varphi_1 - 15}{4} + \frac{\varphi_1 - 15}{10} = 0.$$

Ezzel megvan a két egyenlet a két ismeretlenre. Rendezve (az egyenletek mindkét oldalát 20-szal szorozva)

$$\left.\begin{aligned} 4\varphi_2 - 4\varphi_1 + 10\varphi_2 - 10\varphi_1 + 150 + 5\varphi_2 + 100 = 0 \\ 4\varphi_1 - 4\varphi_2 + 4\varphi_1 + 40 + 10\varphi_1 - 150 - 10\varphi_2 + 5\varphi_1 - 75 + 2\varphi_1 - 30 = 0 \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} -14\varphi_1 + 19\varphi_2 = -250 \\ 25\varphi_1 - 14\varphi_2 = 215 \end{aligned}\right\}$$

Az egyenletrendszerből

$$\varphi_1 = 2{,}1\,\mathrm{V},$$

és $U_i = \varphi_1 - 0 = \varphi_1$, az áramforrás teljesítménye

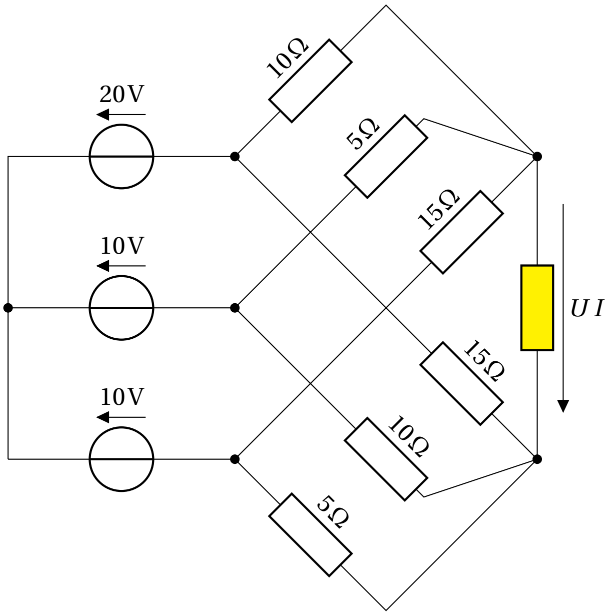
$$\boxed{P_i = 2 \cdot 2{,}1 = 4{,}2\,\mathrm{W}.}$$

Látható, hogy bár az ideális áramforrás aktív kétpólus (lehet termelői állapotban is), ebben a hálózatban éppen pozitív a teljesítménye, vagyis fogyasztóként viselkedik.

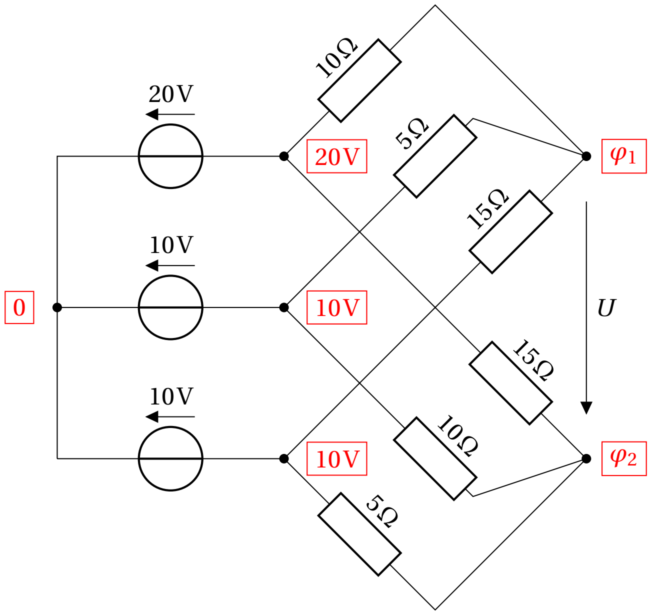
Ugyanerre az eredményre jutottunk volna, ha a bekeretezett vágat helyett a nulla potenciálú csomópontra írunk fel egy áramtörvényt, amelyben szintén nem jelent volna meg újabb ismeretlen mennyiség.

1.4. feladat

Határozzuk meg a hálózatban (a) az U feszültséget, ha a kétpólus egy szakadás, (b) az I áramot, ha a kétpólus egy rövidzár!



Ha a kétpólus szakadás: Csomóponti potenciálokkal számolunk, [V,A,Ω] egységrendszerben. A hálózatban két ismeretlen potenciálú csomópont van. Legyen a kétpólus felső pólusának potenciálja φ_1, az alsó pólusé φ_2. Legyen a feszültségforrások közös pólusa a referenciapotenciál, a maradék három csomópont potenciálja ismert értékű a feszültségforrások miatti kényszerek alapján:



A csomóponti egyenletek:

$$\left.\begin{aligned} \varphi_1: \quad & \frac{\varphi_1-20}{10}+\frac{\varphi_1-10}{5}+\frac{\varphi_1-10}{15}=0 \\ \varphi_2: \quad & \frac{\varphi_2-20}{15}+\frac{\varphi_2-10}{10}+\frac{\varphi_2-10}{5}=0 \end{aligned}\right\}$$

Jól látható, hogy mindkét egyenletben csak a „saját” ismeretlen potenciál jelenik meg, a két ismeretlent egymástól függetlenül meg tudjuk határozni. (Figyeljük meg, hogy a három felső ellenállás feszültsége és árama független a három alsó ellenállásétól: ha az alsó három ellenállást eltávolítanánk, a felső három ellenállás és a hozzájuk tartozó „csillagpont” potenciálja változatlan maradna!) Mindkét egyenlet mindkét oldalát 30-cal szorozva

$$\left.\begin{aligned} 3\varphi_1-60+6\varphi_1-60+2\varphi_1-20=0 \\ 2\varphi_2-40+3\varphi_2-30+6\varphi_2-60=0 \end{aligned}\right\}$$

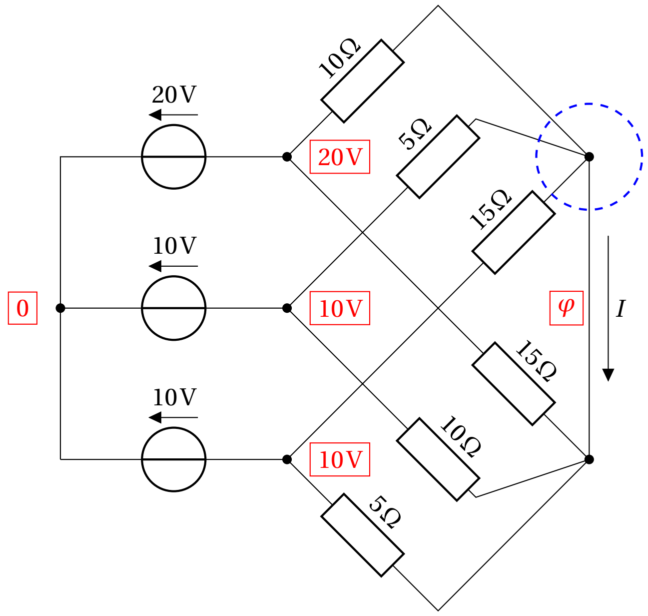
$$\left.\begin{aligned} 11\varphi_1 &= 140 \\ 11\varphi_2 &= 130 \end{aligned}\right\}$$

$$\varphi_1 = \frac{140}{11}, \quad \varphi_2 = \frac{130}{11}.$$

Ezzel

$$\boxed{U = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{10}{11} \approx 0{,}909\,\mathrm{V}.}$$

Ha a kétpólus rövidzár: A hálózatban egyetlen ismeretlen potenciál van.



Az ismeretlen potenciálra felírható csomóponti egyenlet:

$$\varphi: \quad \frac{\varphi - 20}{10} + \frac{\varphi - 10}{5} + \frac{\varphi - 10}{15} + \frac{\varphi - 20}{15} + \frac{\varphi - 10}{10} + \frac{\varphi - 10}{5} = 0,$$

$$22\varphi = 270,$$

$$\varphi = \frac{270}{22}.$$

A keresett I áram meghatározásához írjuk fel az áramtörvényt a szaggatott vonallal jelölt vágatra:

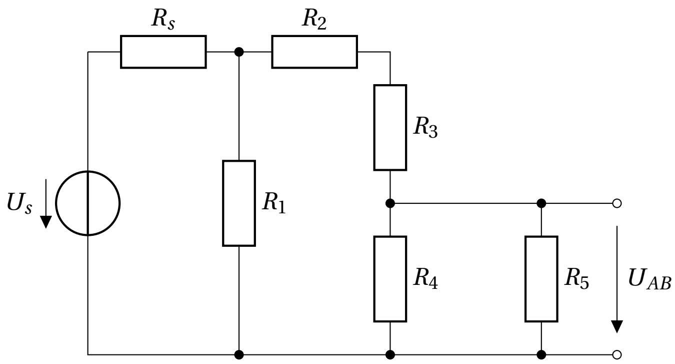
$$\frac{\frac{270}{22} - 20}{10} + \frac{\frac{270}{22} - 10}{5} + \frac{\frac{270}{22} - 10}{15} + I = 0$$

Innen

$$\boxed{I = \frac{1}{6} \approx 0{,}167\,\mathrm{A}.}$$

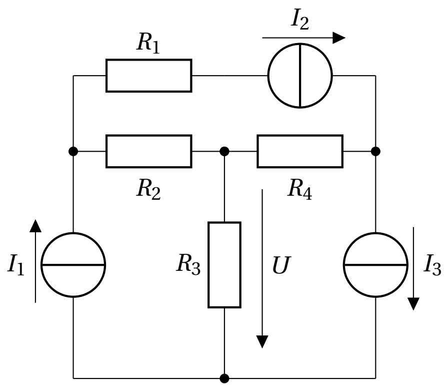
2. Gyakorlófeladatok

1. Mekkorára kell választanunk a feszültségforrás forrásfeszültségét, hogy a bejelölt $U_{AB} = 10$ V legyen? ($R_s = R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 10$ kΩ, $R_5 = 5$ kΩ)



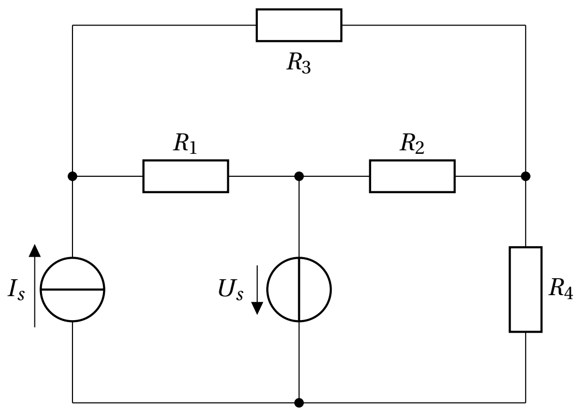
($U_s = 170$ V)

2. Számítsuk ki az ábrán jelölt U feszültséget! ($I_1 = I_2 = 2$ mA, $I_3 = 3$ mA, $R_1 = R_2 = 3$ kΩ, $R_3 = R_4 = 5$ kΩ)



($U = -5$ V)

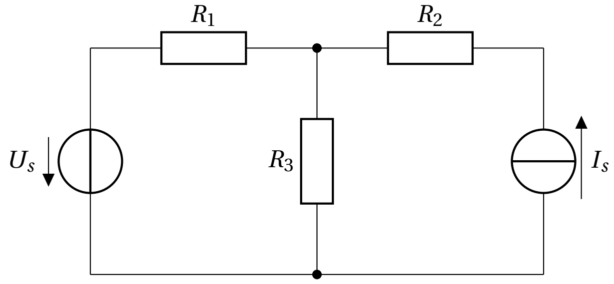
3. Hogyan válasszuk meg az I_s áramforrás áramának az értékét, hogy az R_3 ellenállás árama nulla legyen? ($R_1 = 20\ \Omega$, $R_2 = 30\ \Omega$, $R_3 = 10\ \Omega$, $R_4 = 10\ \Omega$, $U_s = 100$ V)



($I_s = -3{,}75$ A)

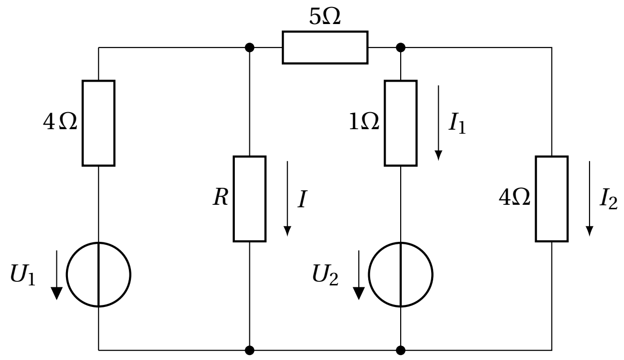
4. Határozzuk meg az R_3 ellenállás teljesítményét! Oldjuk meg a feladatot a csomóponti potenciálok módszerével, a hurokáramok módszerével illetve szuperpozícióval is!

   ($R_1 = 2$ kΩ, $R_2 = 4$ kΩ, $R_3 = 6$ kΩ, $U_s = 12$ V, $I_s = 2$ mA)



($P_3 = 24$ mW)

5. Határozzuk meg az alábbi hálózatban az U_1 és U_2 forrásfeszültségeket és az R ellenállást úgy, hogy $I = 5$A, $I_1 = 1$A és $I_2 = 0{,}6$A legyen!



($U_1 = 36{,}8$ V, $U_2 = 1{,}4$ V, $R = 2{,}08$ Ω)