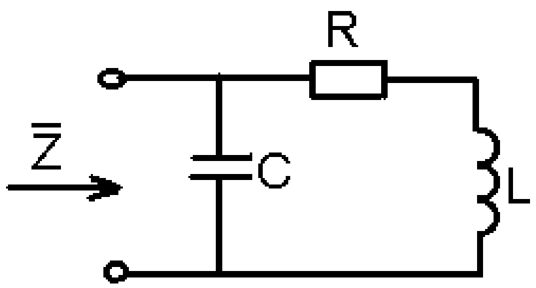
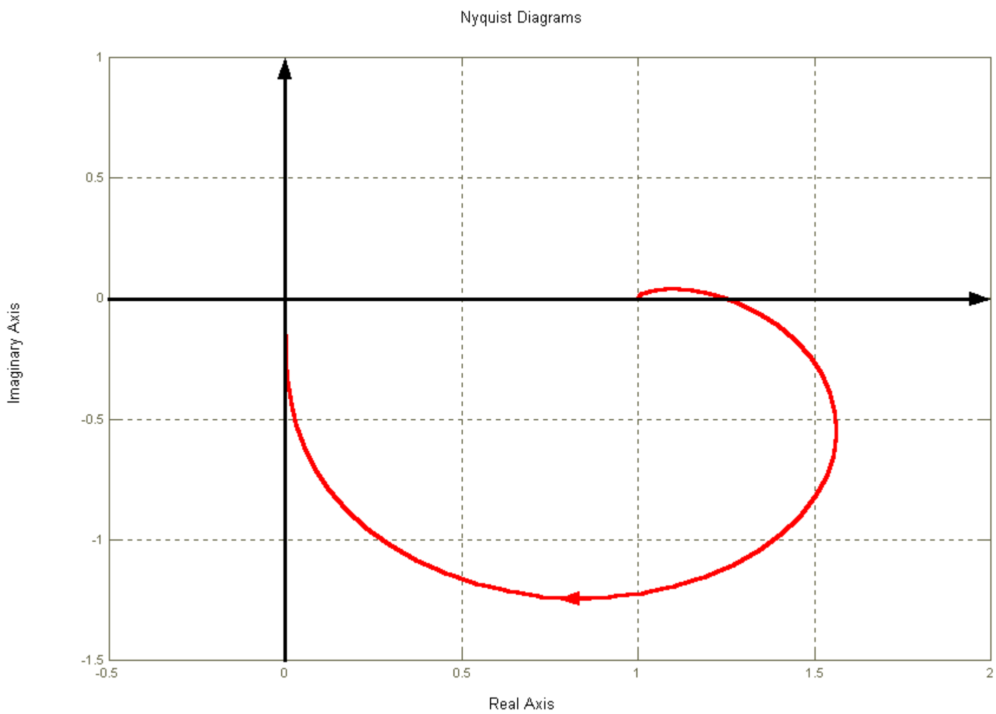
Villamosságtan példatár





Bevezetés:

A Villamosságtan példatár a Veszprémi Egyetemen oktatott Villamosságtan című tárgyhoz készült, és az ahhoz fellelhető jegyzet 1., 2., 3., 4., 5., és 6., fejezetéhez szervesen kapcsolódik. Ezek a fejezetek az alábbi elméleti témaköröket tárgyalják:

1. Egyenáramú hálózatok
2. Általános áramú hálózatok
3. Periodikus áramú hálózatok
4. Lineáris invariáns hálózatok a frekvenciatartományban
5. Lineáris invariáns hálózatok
6. Négypólusok

A Villamosságtan példatár is ezen csoportosításban közöl olyan példákat amelyek zárthelyi dolgozatokban illetve vizsga dolgozatokban szerepeltek. A példatárat kitevő 218 példa és azok részletes megoldásai hasznos segédeszközök lehetnek az előadás anyagának kiegészítésében illetve a hallgatók felkészülésének megkönnyítésében.

A példatár Jamniczky Árpád és Bognár Endre Tanár Úr segítsége nélkül nem jöhetett volna létre, köszönjük a rengeteg példát !

A példák megoldásához jó munkát kívánunk !

A Szerkesztők:
Balogh Attila (feladatok)
Tóth Roland (megoldások)

Verzió: 1.10
Utoljára módosítva: 2002-09-14

FELADATOK
1-218

1. Egyenáramú hálózatok

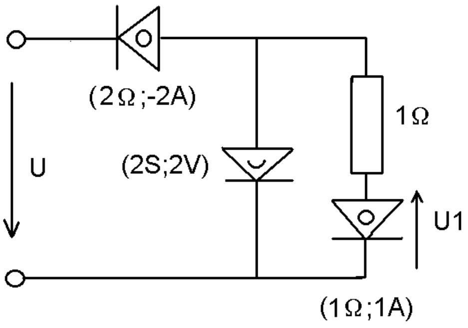
Témakörök

Feladatok:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20
21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37

1.1.feladat: Egyenáramú hálózatok

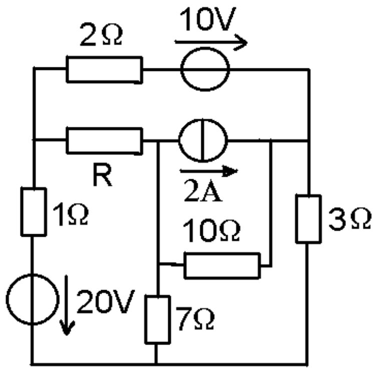
Határozza meg szakaszonként képlettel és ábrázolja a nemlineáris rezisztív kétpólus U_1=f(U) transzfer karakterisztikáját!



Megoldás

1.2.feladat:

Határozza meg R értékét úgy, hogy rajta a maximális teljesítmény 60%-a alakuljon hővé!

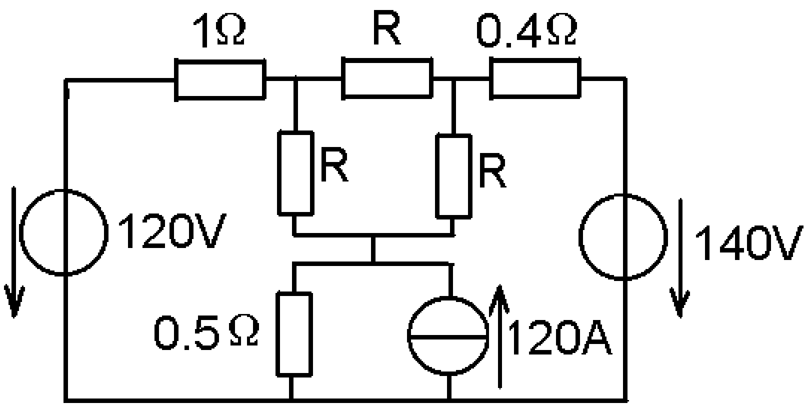


Megoldás

1.3.feladat:

Csillag-háromszög átalakítással és a csomóponti potenciálok módszere alkalmazásával határozza meg az R jelű ellenállások áramának előjeles értékét!

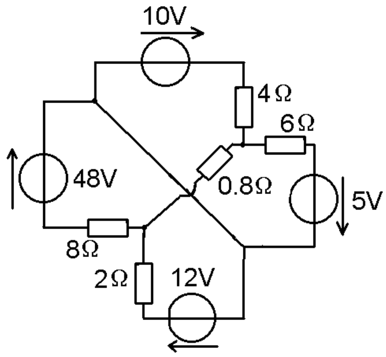
R = 3Ω



Megoldás

1.4.feladat: Egyenáramú hálózatok

Határozza meg a 0.8 Ω-os ellenállás áramát és teljesítményét!

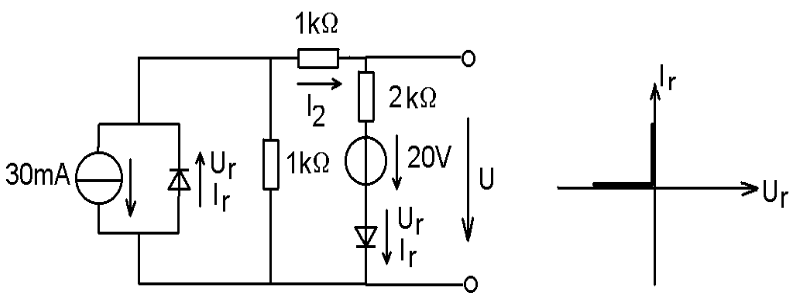


Megoldás

1.5.feladat:

Határozza meg képlettel és rajzolja fel az 1 kΩ-os ellenállás áramára vonatkozó transzfer karakterisztikát , ha a gerjesztés feszültség!

$I_2 = f(U) = ?$ $\quad -\infty < U < \infty$



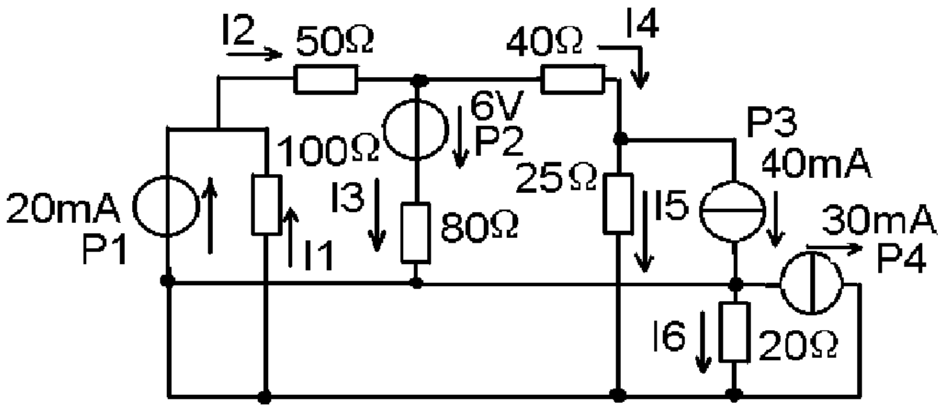
Megoldás

1.6.feladat:

Határozza meg az ágáramokat és a források teljesítményének előjeles értékét a hurokáramok módszere alkalmazásával!

I1, I2, I3, I4, I5, I6 = ?

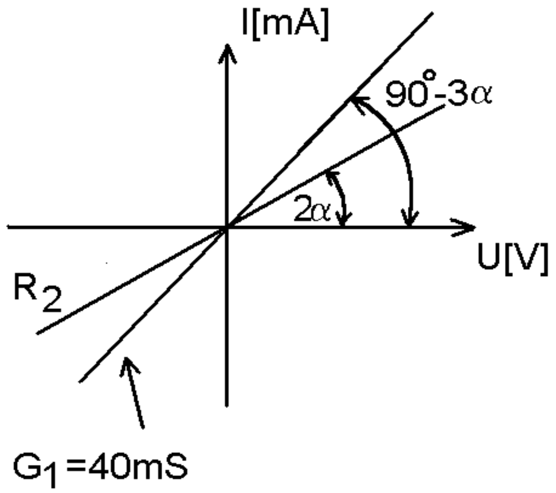
P1, P2, P3, P4 = ?



Megoldás

1.7.feladat: Egyenáramú hálózatok

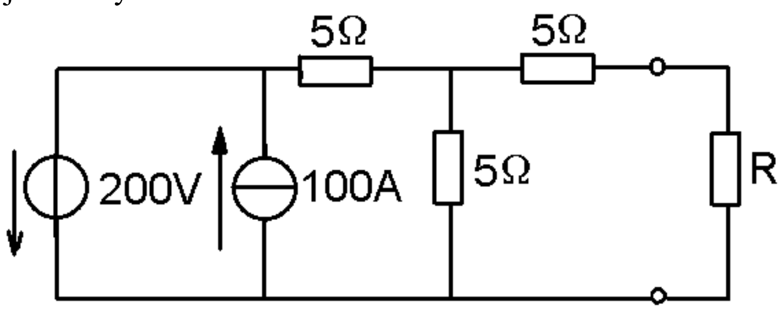
Határozza meg R_2 értékét, ha az abszcissza tengelyen 1cm 2V-nak, az ordináta tengelyen pedig 40mA-nek felel meg!



Megoldás

1.8.feladat:

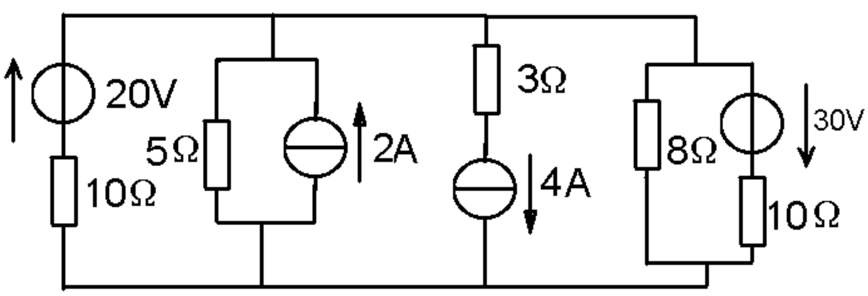
Határozza meg R értékét úgy, hogy rajta a maximális teljesítmény 50%-a alakuljon hővé! Mekkora ez a teljesítmény?



Megoldás

1.9.feladat:

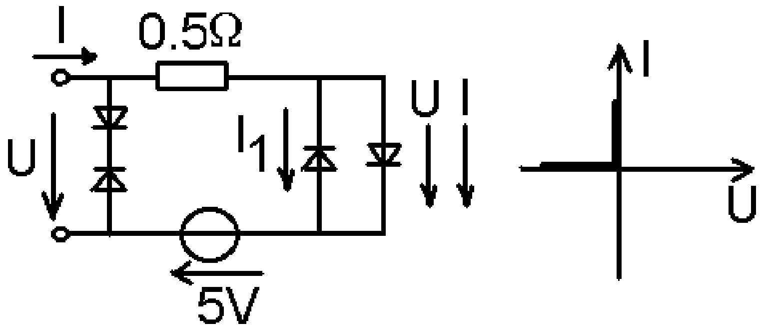
A csomóponti potenciálok módszere alkalmazásával határozza meg az ágáramokat!



Megoldás

1.10.feladat: Egyenáramú hálózatok

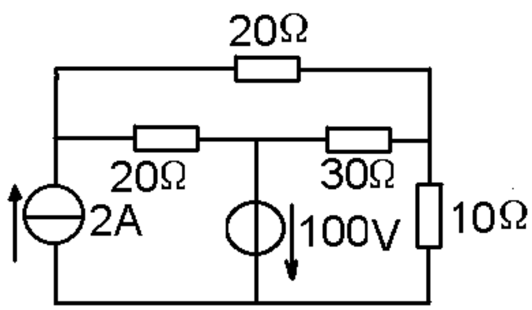
Határozza meg az ábrán látható nemlineáris rezisztív egykapu bemeneti karakterisztikáját, illetve az I_1=f(I) transzfer karakterisztikát!



Megoldás

1.11.feladat:

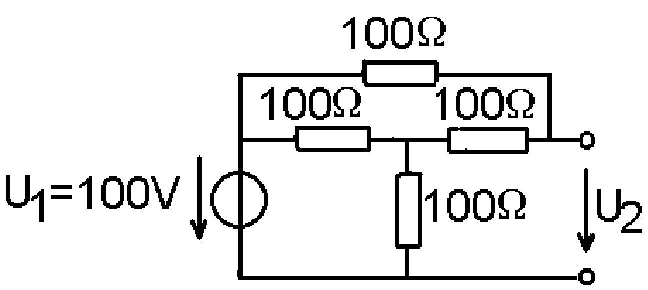
Határozza meg az ellenállások és a források teljesítményének előjeles értékét!



Megoldás

1.12.feladat:

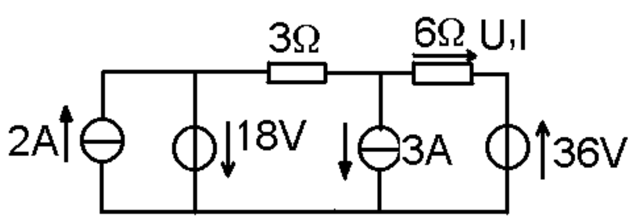
Határozza meg a lineáris rezisztív hálózat U_2 feszültségét!



Megoldás

1.13.feladat:

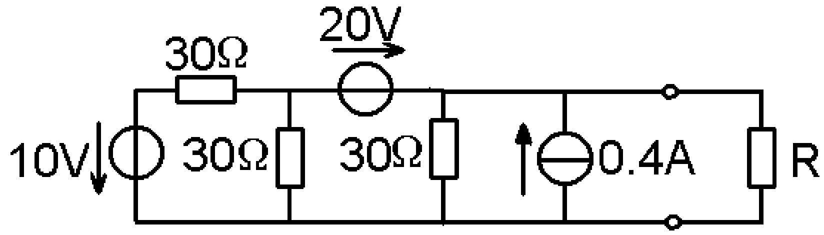
A szuperpozíció tételének alkalmazásával határozza meg a 6Ω-os ellenállás feszültségének és áramának előjeles értékét!



Megoldás

1.14.feladat: Egyenáramú hálózatok

Határozza meg R értékét úgy, hogy rajta a maximális teljesítmény alakuljon hővé! Mekkora ez a teljesítmény?



Megoldás

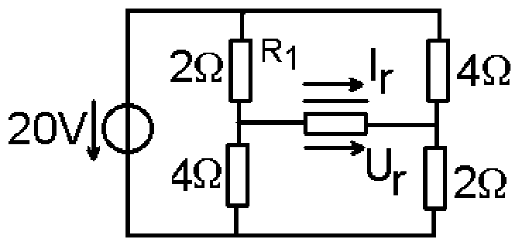
1.15.feladat:

Az ábra szerinti nemlineáris ellenállás karakterisztikája:

$$U_r = 5\frac{V}{A^2} I_r^2 \quad \text{ha } I_r > 0$$

$$U_r = 0 \quad \text{ha } I_r < 0$$

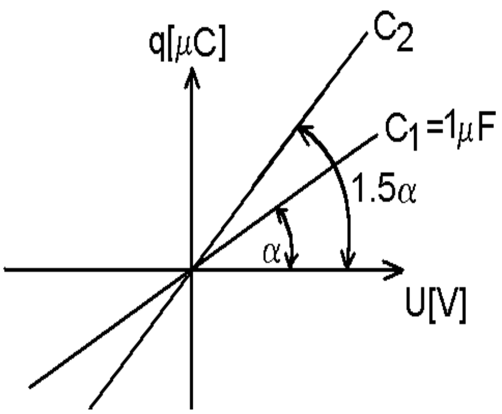
Határozza meg a nemlineáris ellenállás munkaponti áramát és feszültségét, valamint az R_1 ellenálláson átfolyó áramot!



Megoldás

1.16.feladat:

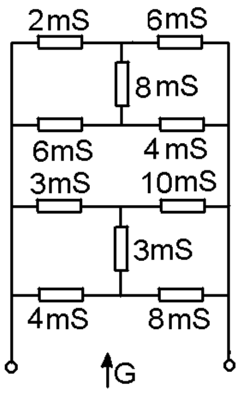
Az ábrán két lineáris kondenzátor karakterisztikája látható. Határozza meg C_2 értékét!



Megoldás

1.17.feladat: Egyenáramú_hálózatok

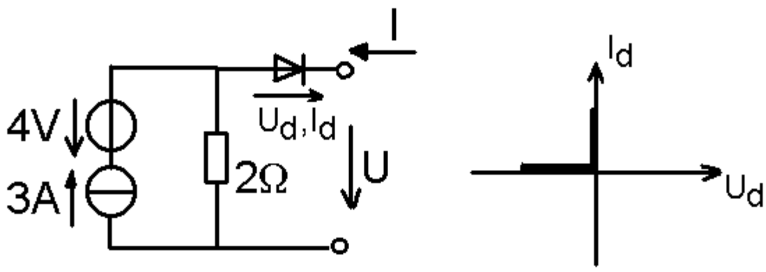
Kizárólag konduktanciákkal számolva határozza meg az ábra szerinti lineáris rezisztív egykapu bemeneti konduktanciáját!



Megoldás

1.18.feladat:

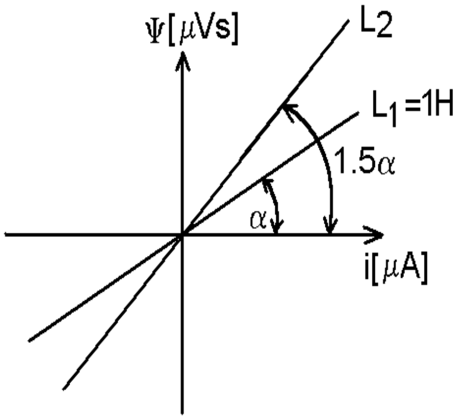
Határozza meg az ábra szerinti lineáris rezisztív kétpólus bemeneti karakterisztikáját!



Megoldás

1.19.feladat:

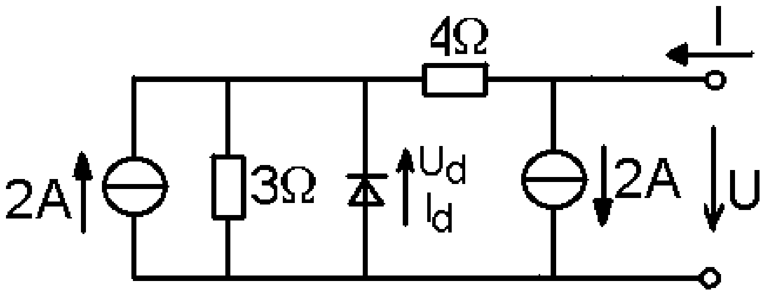
Az ábrán két lineáris tekercs karakterisztikája látható. Határozza meg L_2 értékét!

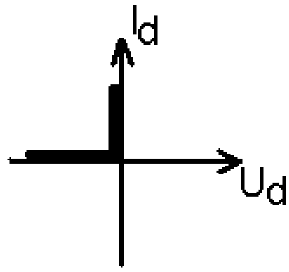


Megoldás

1.20.feladat: [Egyenáramú hálózatok]

Határozza meg az ábrán látható nemlineáris rezisztív egykapu bemeneti karakterisztikáját !

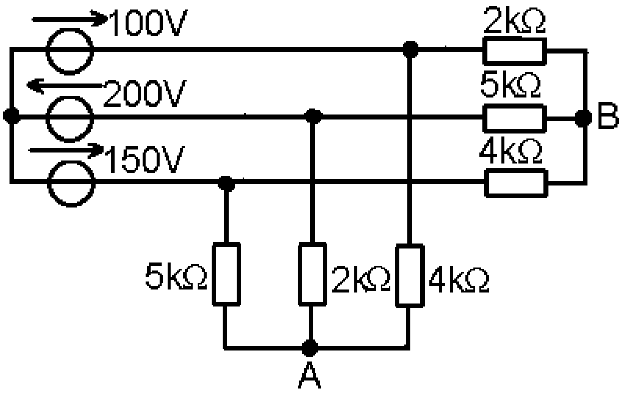




Megoldás

1.21.feladat:

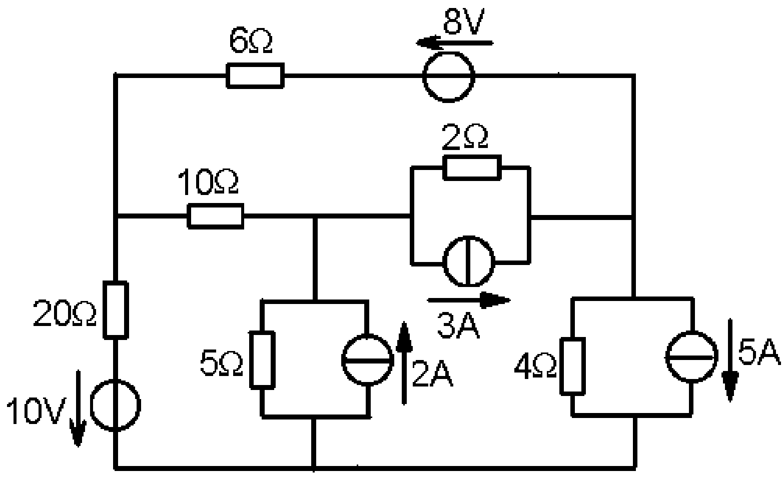
Határozza meg az U_{AB} feszültséget !



Megoldás

1.22.feladat:

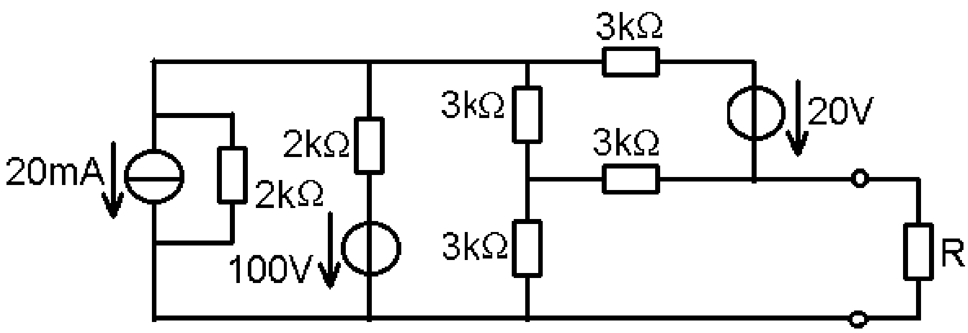
Írja fel az ábra szerinti hálózatra a Kirchhoff törvények mátrixos alakját (csak a mátrixos formalizmust kell felírnia) !



Megoldás

1.23.feladat: Egyenáramú hálózatok

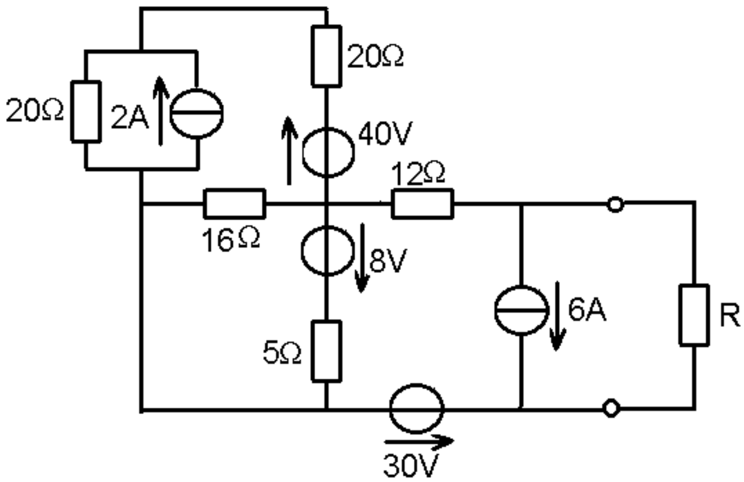
Határozza meg R értékét úgy, hogy rajta a maximális teljesítmény alakuljon hővé! Mekkora ez a teljesítmény?



Megoldás

1.24.feladat:

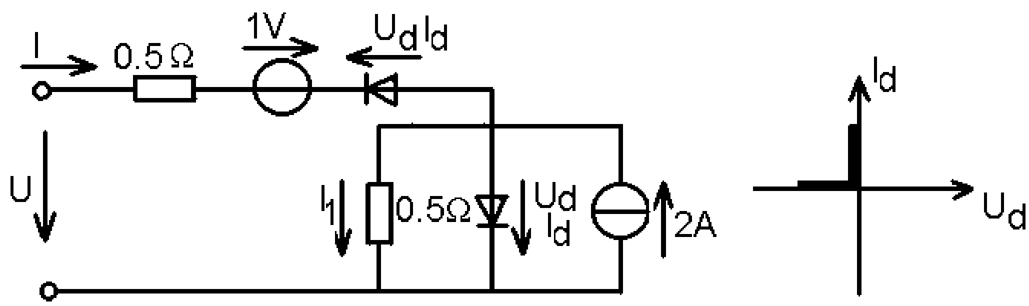
Határozza meg R értékét úgy, hogy rajta a maximális teljesítmény alakuljon hővé! Mekkora ez a teljesítmény?



Megoldás

1.25.feladat:

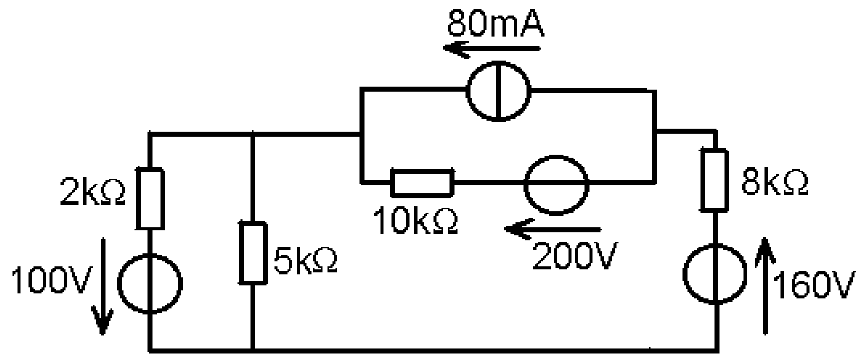
Rajzolja meg a nemlineáris rezisztív kétpólus bemeneti karakterisztikáját a törésponti koordináták bejelölésével ! Írja fel a I_1=f(U) transzfer karakterisztika egyenletét és rajzolja fel a transzfer karakterisztikát !



Megoldás

1.26.feladat: Egyenáramú hálózatok

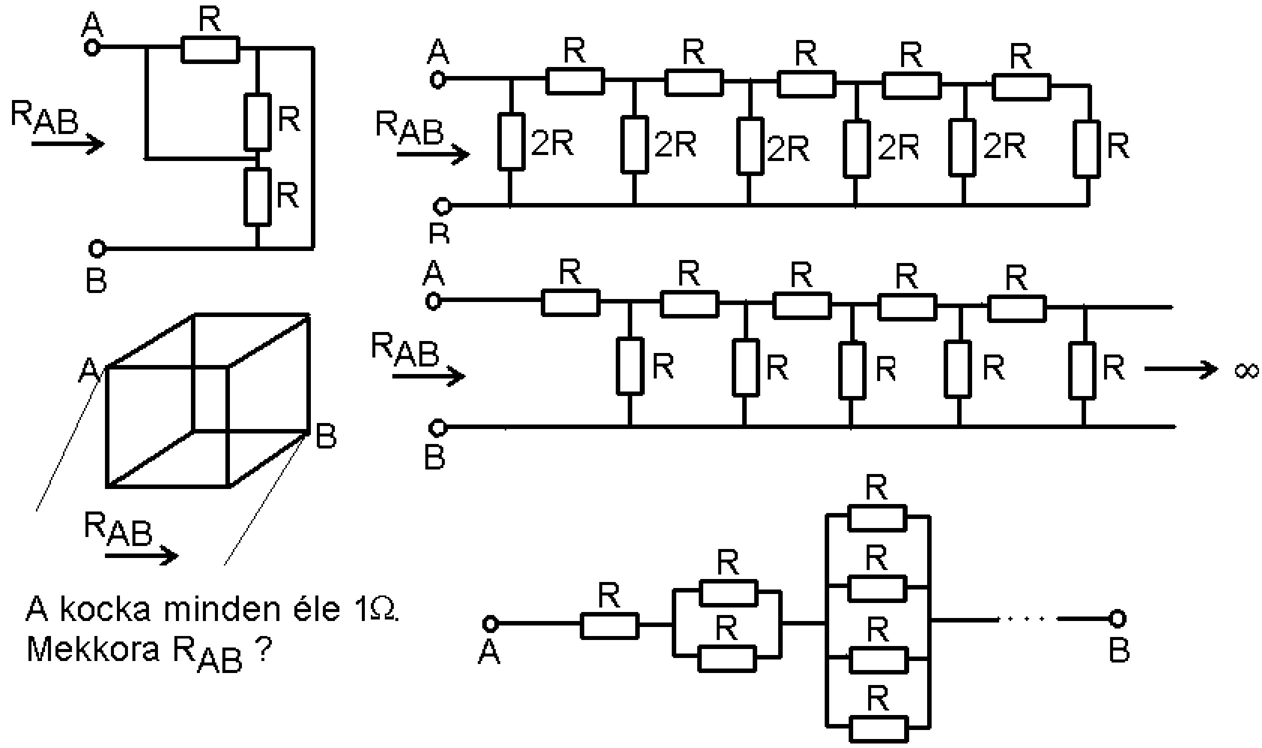
A hurokáramok módszere alkalmazásával határozza meg a hálózat ágáramait !



Megoldás

1.27.feladat:

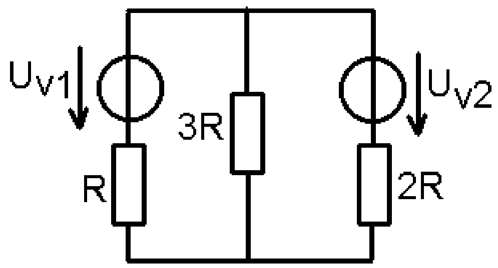
Határozza meg az alábbi hálózatok bemeneti ellenállását !



Megoldás

1.28.feladat:

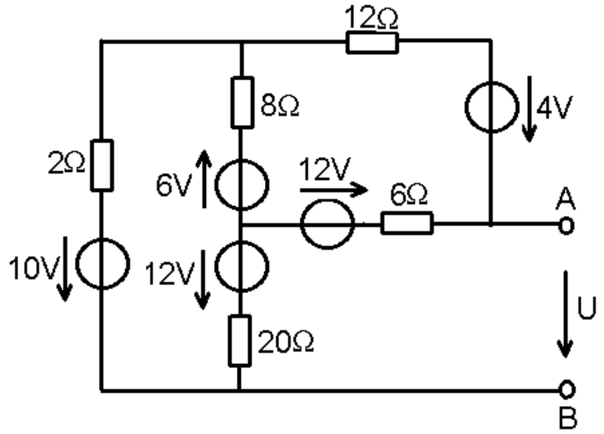
Az alábbi hálózatban az ellenállásokon hővé alakuló teljesítmény , ha az 1-es generátor üzemel 55W ,ha a 2-es üzemel 176W. Határozza meg az ellenállásokon hővé alakuló teljesítményt ,ha mindkét generátor üzemel !



Megoldás

1.29.feladat: Egyenáramú hálózatok

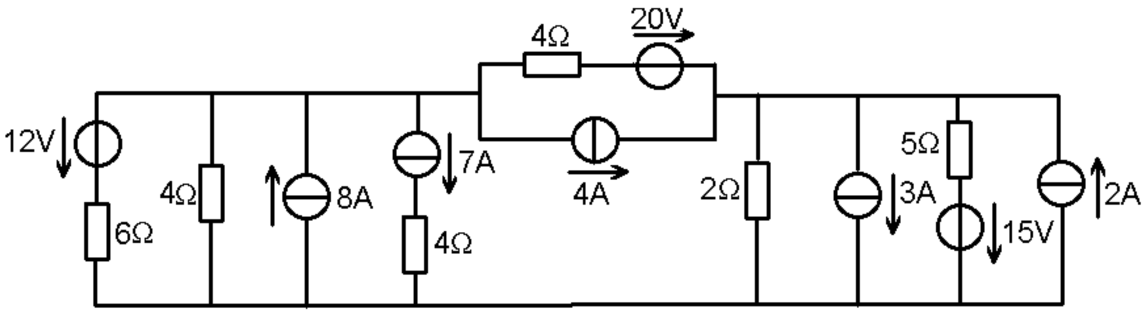
A hurokáramok módszere alkalmazásával határozza meg az U_{AB} feszültséget !



Megoldás

1.30.feladat:

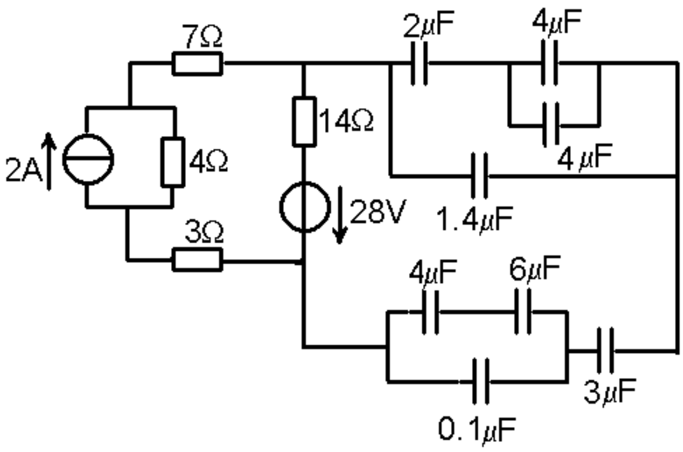
A csomóponti potenciálok módszere alkalmazásával határozza meg a 20V-os forrás teljesítményét !



Megoldás

1.31.feladat:

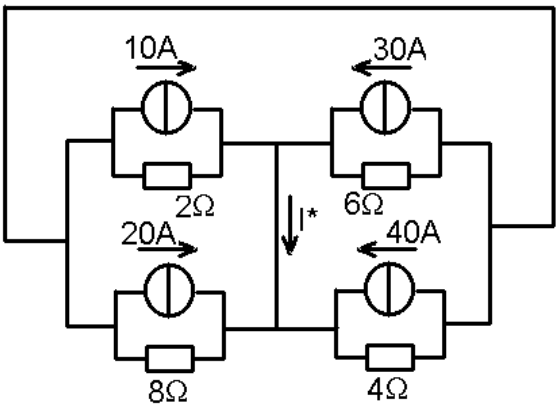
Határozza meg a kondenzátorok feszültségét !



Megoldás

1.32.feladat: Egyenáramú hálózatok

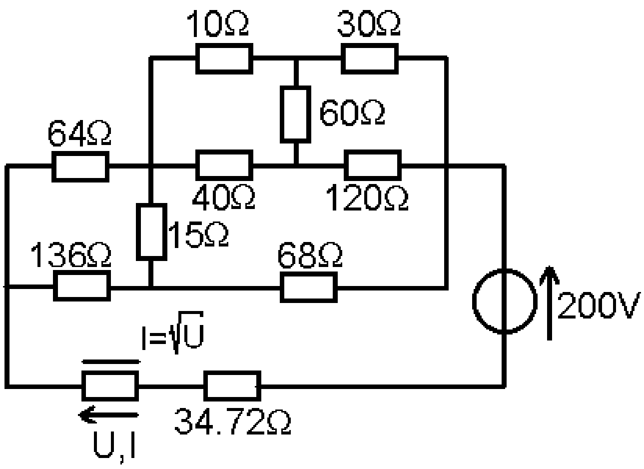
Határozza meg az I^* áramot !



Megoldás

1.33.feladat:

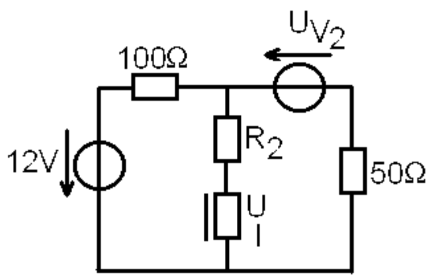
Határozza meg az ábrán látható nemlineáris rezisztív hálózatban a nemlineáris elem teljesítménynövekedését, ha a forrás árama 0.1 A-el megnő !

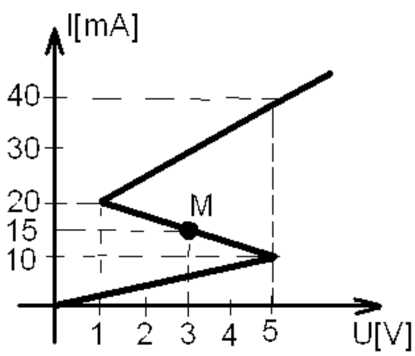


Megoldás

1.34.feladat:

Határozza meg az R_2 rezisztenciát és az U_{V2} forrásfeszültséget úgy, hogy a nemlineáris ellenállásnak M legyen az egyetlen munkapontja !

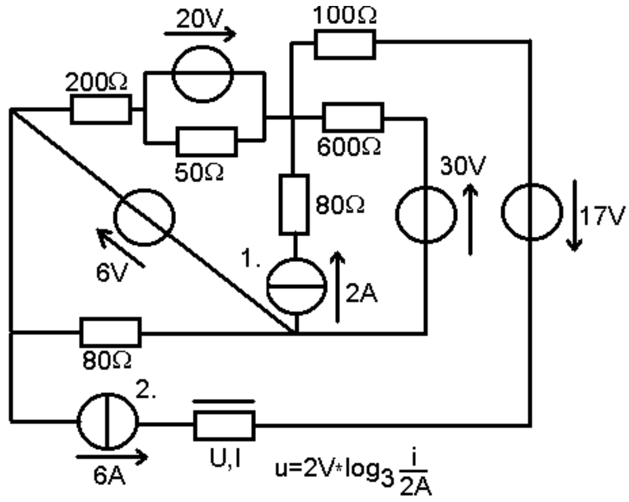




Megoldás

1.35.feladat: Egyenáramú hálózatok

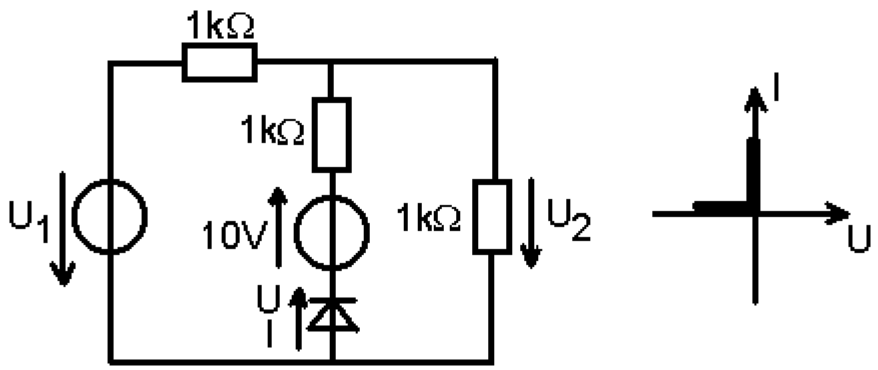
Határozza meg az ábrán látható nemlineáris rezisztív hálózatban a nemlineáris elem teljesítménynövekedését, ha az 1. számú áramforrás árama 40 mA-el csökken, a 2.számú áramforrás árama pedig 0.06 A-el megnő !



Megoldás

1.36.feladat:

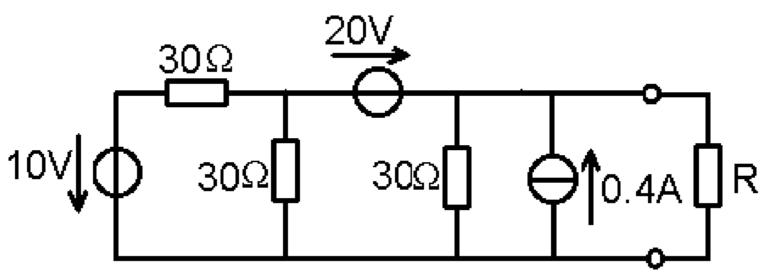
Írja fel és rajzolja meg az ábra szerinti nemlineáris rezisztív hálózat $U_2=f(U_1)$ transzfer karakterisztikáját !



Megoldás

1.37.feladat:

Határozza meg R értékét úgy, hogy rajta a maximális teljesítmény alakuljon hővé! Mekkora ez a teljesítmény?



Megoldás

2. Általános áramú hálózatok

Témakörök

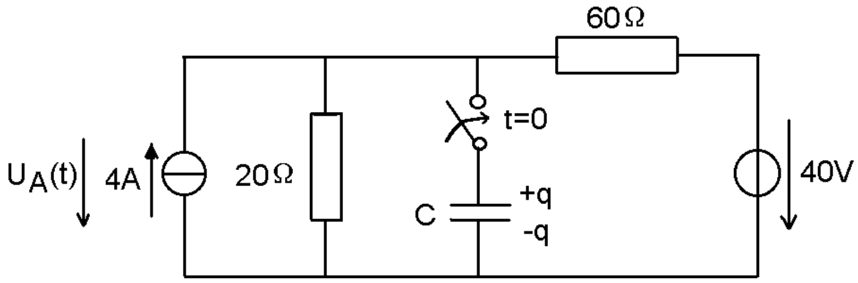
Feladatok:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20
21 22 23 24 25 26 27

2.1.feladat: Általános áramú hálózatok

Hálózatunkban a t = 0 pillanatban zárjuk a kapcsolót. Határozza meg és ábrázolja az áramforrás feszültségének időfüggvényét a (-∞,∞) tartományban!

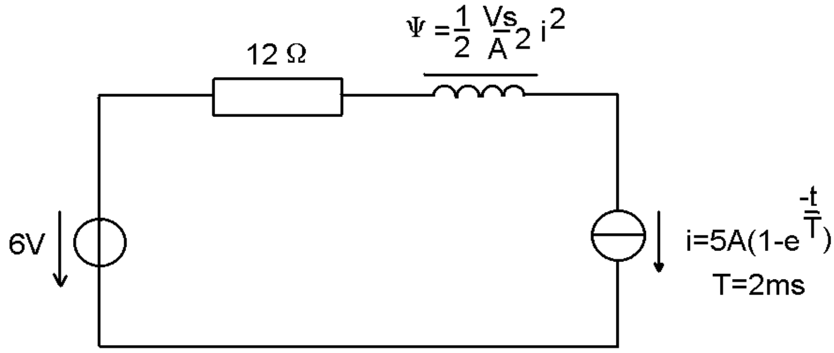
$C = 100nF \quad q = 2.4\ \mu C$



Megoldás

2.2.feladat:

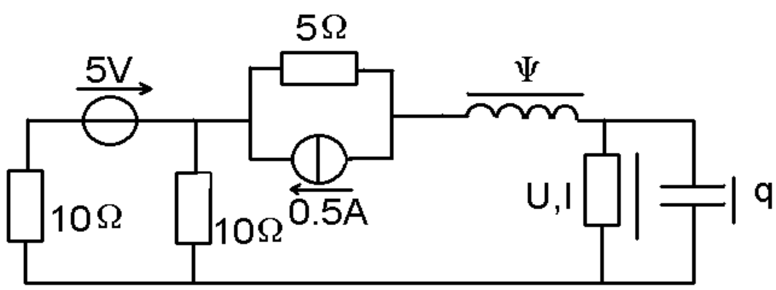
Az ábra szerinti hálózatban határozza meg az áramforrás 0 < t < T időintervallumban leadott energiáját!



Megoldás

2.3.feladat:

A dinamikus jellemzők felhasználásával határozza meg a nemlineáris kétpólusok töltésének és fluxusának megváltozását, ha a források feszültsége illetve árama végtelenül lassan 0.5 mV-al illetve 0.5 mA-el megnő! Határozza meg a nemlineáris rezisztiv kétpólus teljesítményének megváltozását!



$u=0.5\ \frac{V}{A^2}\ I^2 \qquad \Phi = 2\cdot10^{-2}\ \frac{Vs}{A^2}\ i^2 \qquad q=3\cdot10^{-6}\ \frac{As}{V^2}\ U^2$

Megoldás

2.4.feladat: Általános áramú hálózatok

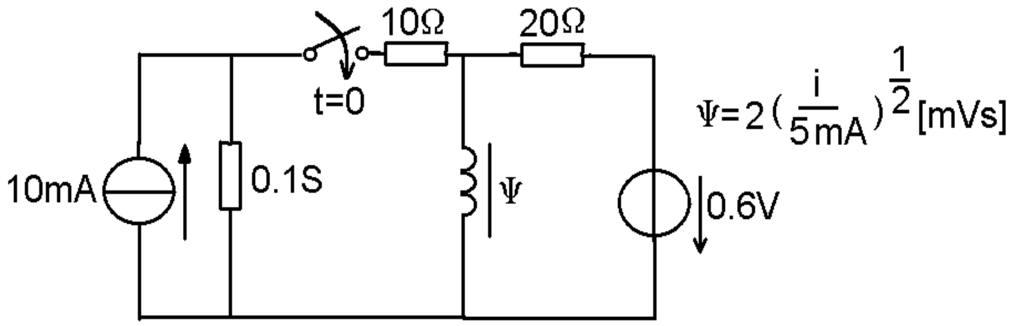
Egy nemlineáris kondenzátor munkaponti statikus kapacitása 0.5 μF. Határozza meg az e munkaponthoz tartozó dinamikus kapacitást!

$$q = \frac{4}{\pi}\left(\frac{U}{2V}\right)^2 [\mu C]$$

Megoldás

2.5.feladat:

Hálózatunkban már régen beállt az állandósult állapot , amikor a t = 0 pillanatban zárjuk a kapcsolót. Határozza meg a nemlineáris tekercs energiaváltozását!

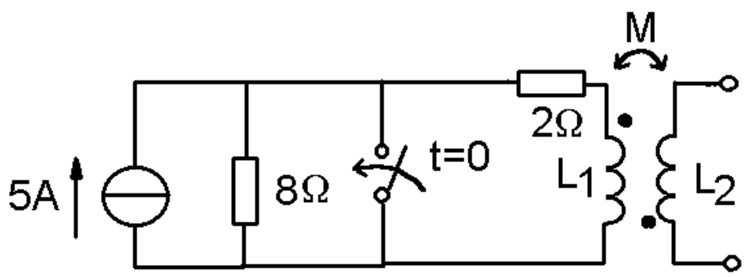


Megoldás

2.6.feladat:

Hálózatunkban már régen beállt az állandósult állapot , amikor a t=0 pillanatban zárjuk a kapcsolót. A kapcsoló zárása után a 2Ω-os ellenálláson mekkora energia alakul hővé?

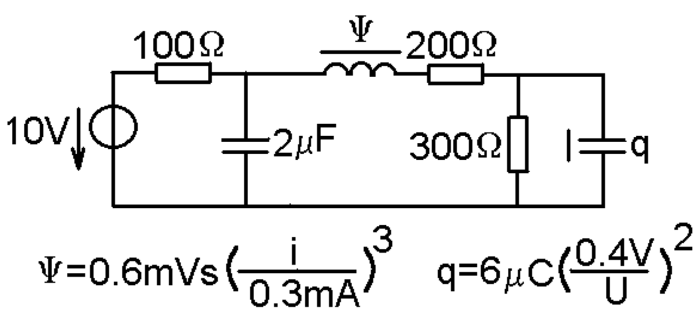
L_1 = 10mH L_2 = 20mH M = 2mH



Megoldás

2.7.feladat:

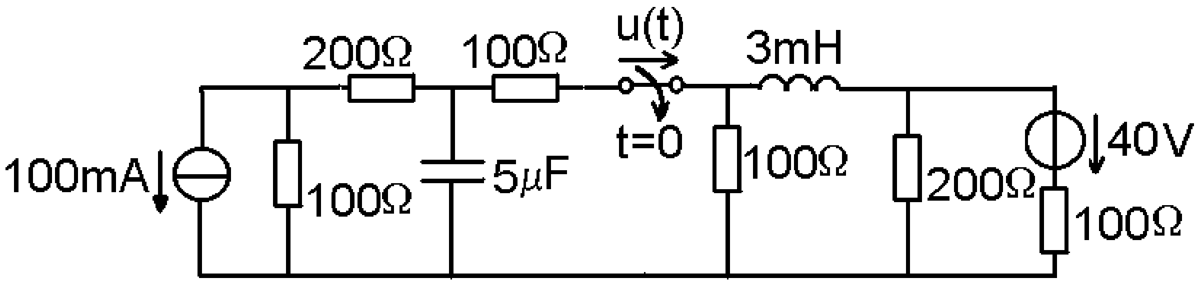
Határozza meg a nemlineáris tekercs és kondenzátor dinamikus induktivitását és kapacitását!



Megoldás

2.8.feladat: Általános áramú hálózatok

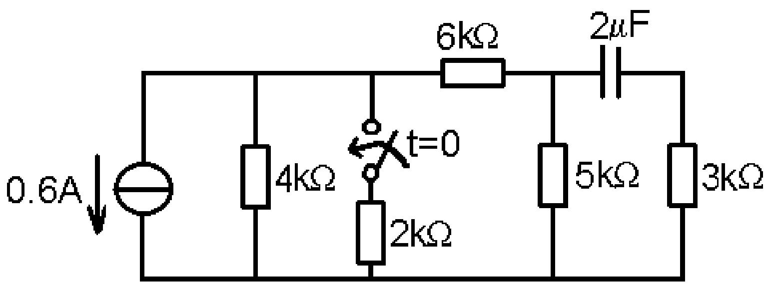
Hálózatunkban már régen beállt az állandósult állapot, amikor a t=0 pillanatban nyitjuk a kapcsolót. Határozza meg a kapcsoló feszültségének időfüggvényét!



Megoldás

2.9.feladat:

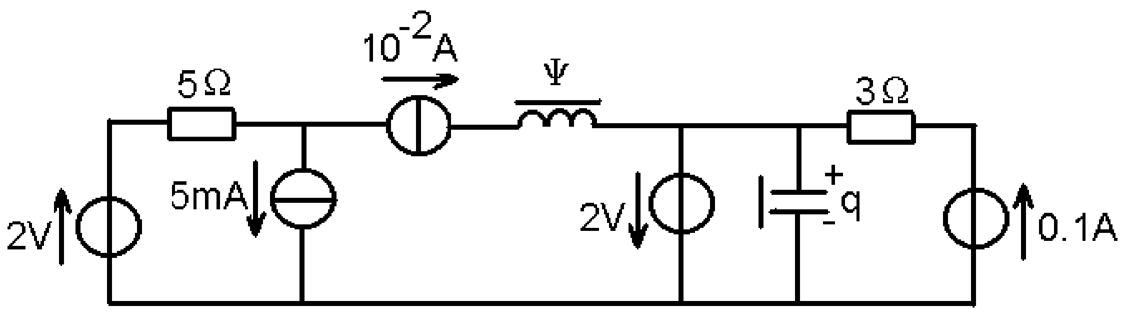
Az ábra szerinti hálózatban már régen beállt az állandósult állapot , amikor a t=0 pillanatban zárjuk a kapcsolót. Határozza meg az 5 kΩ–os ellenállás áramának időfüggvényét !



Megoldás

2.10.feladat:

Az ábra szerinti hálózatban határozza meg a nemlineáris elemek statikus és dinamikus munkaponti jellemzőit !

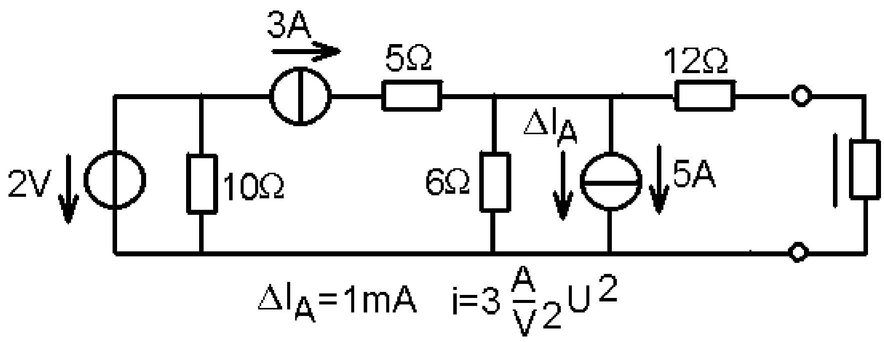


$\Psi=3m\frac{Vs}{A^2}I^2$; $q=6\mu CV^2\frac{1}{U^2}$

Megoldás

2.11.feladat: Általános áramú hálózatok

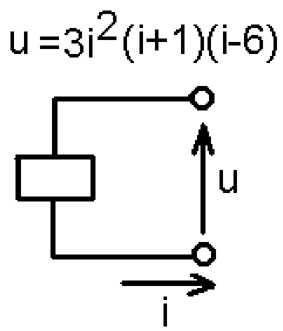
Az ábra szerinti hálózatban határozza meg a nemlineáris kétpólus feszültség- és áramváltozását!



Megoldás

2.12.feladat:

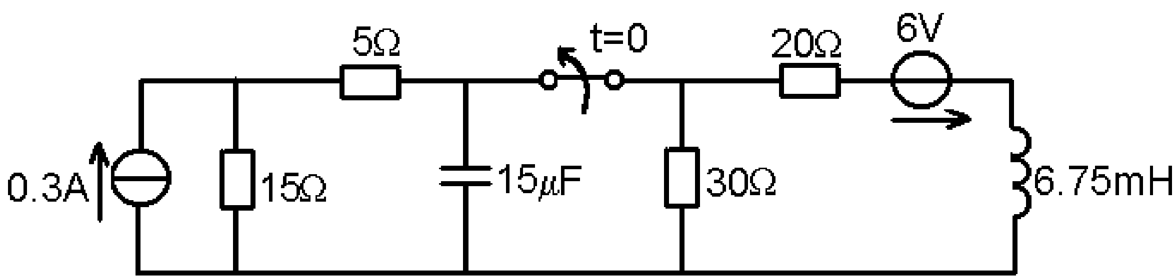
Határozza meg a nemlineáris rezisztív kétpólus termelői és fogyasztói tartományait!



Megoldás

2.13.feladat.

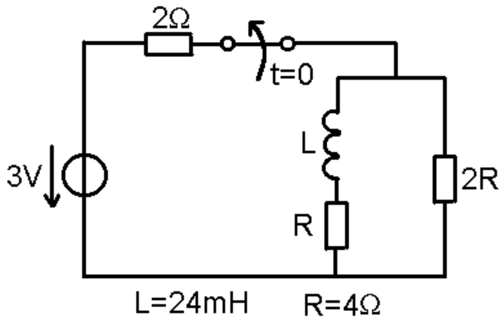
Az ábra szerinti hálózatban már régen beállt az állandósult állapot , amikor a t = 0 pillanatban nyitjuk a kapcsolót. Határozza meg a kapcsoló feszültségének időfüggvényét !



Megoldás

2.14.feladat: Általános áramú hálózatok

Az ábra szerinti hálózatban már régen beállt az állandósult állapot , amikor a t = 0 pillanatban nyitjuk a kapcsolót. Határozza meg az R és 2R ellenállásokon külön-külön hővé alakuló energiát !

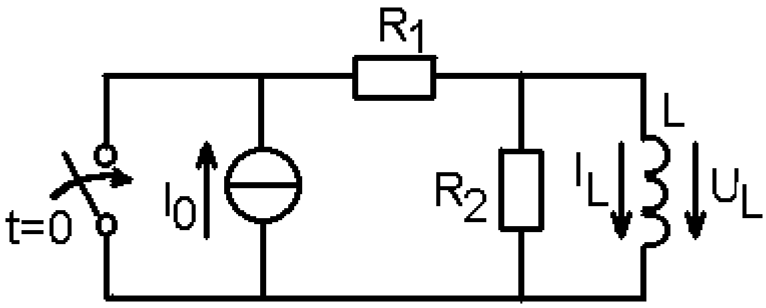


Megoldás

2.15.feladat:

Az ábra szerinti hálózatban már régen beállt az állandósult állapot , amikor a t = 0 pillanatban zárjuk a kapcsolót. Határozza meg az induktivitás feszültségének és áramának időfüggvényét!

$I_0 = 10A$, $R_1 = 5\Omega$, $R_2 = 10\Omega$, $L = 10mH$

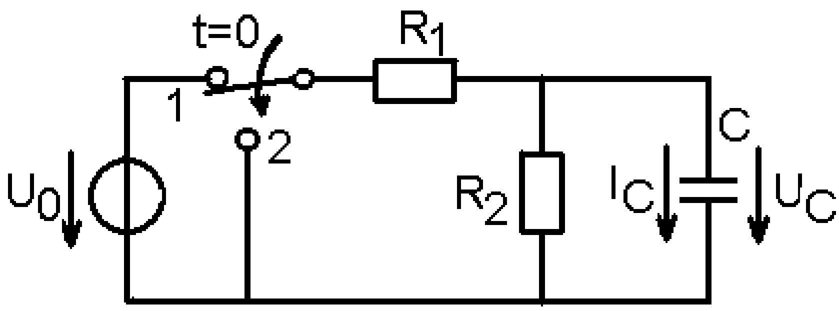


Megoldás

2.16.feladat:

Az ábra szerinti hálózatban már régen beállt az állandósult állapot , amikor a t = 0 pillanatban a kapcsolót a 2-es állásba kapcsoljuk. Határozza meg a kondenzátor feszültségének és áramának időfüggvényét ! Mekkora az ellenállásokon hővé alakuló energia ?

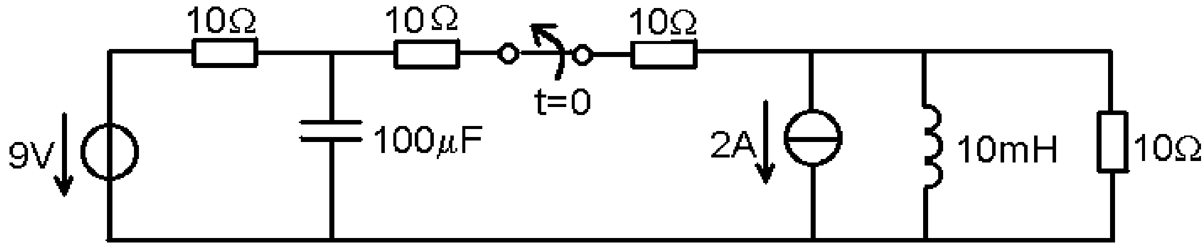
$U_0 = 10V$, $R_1 = 10\Omega$, $R_2 = 10\Omega$, $C = 1\mu F$



Megoldás

2.17.feladat: Általános áramú hálózatok

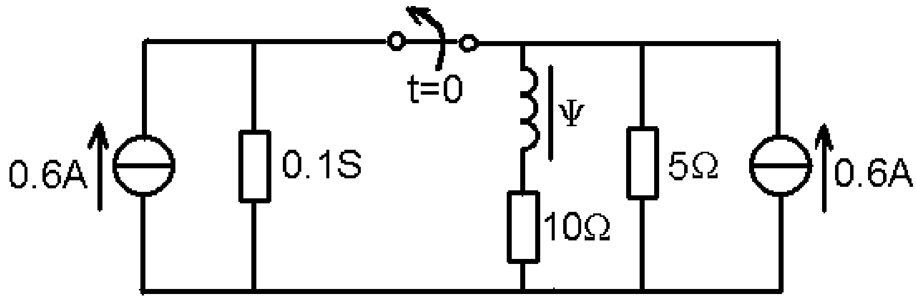
Az ábra szerinti hálózatban már régen beállt az állandósult állapot , amikor a t = 0 pillanatban nyitjuk a kapcsolót. Határozza meg a kapcsoló feszültségének időfüggvényét !



Megoldás

2.18.feladat:

Az ábra szerinti hálózatban már régen beállt az állandósult állapot , amikor a t = 0 pillanatban nyitjuk a kapcsolót. Határozza meg a nemlineáris tekercs energiaváltozását !

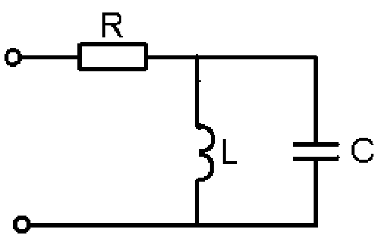


$$i=\frac{1}{2}e^{\frac{\Psi}{0.2mVs}}[A]$$

Megoldás

2.19.feladat:

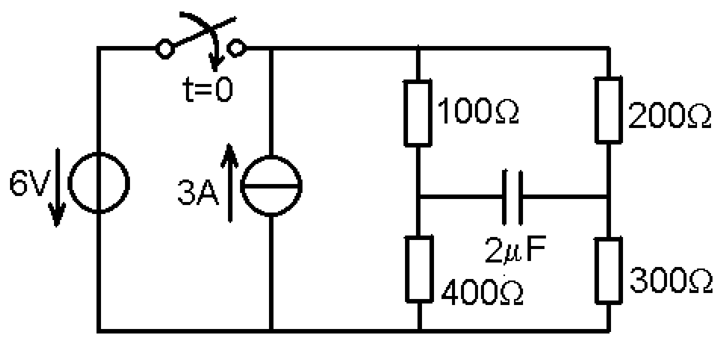
Írja fel az ábra szerinti hálózat állapotegyenletét ha a gerjesztés feszültség !



Megoldás

2.20.feladat:

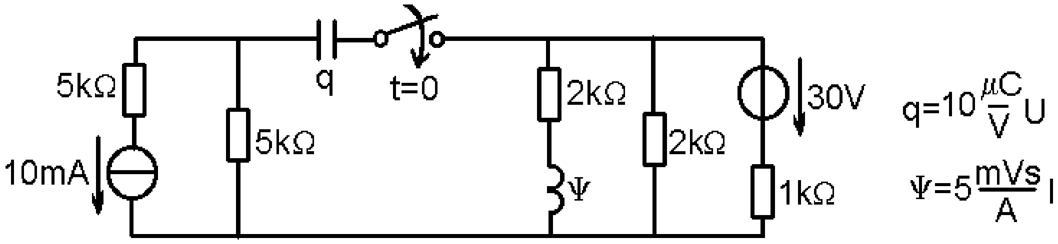
Az ábra szerinti hálózatban már régen beállt az állandósult állapot , amikor a t = 0 pillanatban zárjuk a kapcsolót. Határozza meg és rajzolja fel a kondenzátor áramának időfüggvényét !



Megoldás

2.21.feladat: Általános áramú hálózatok

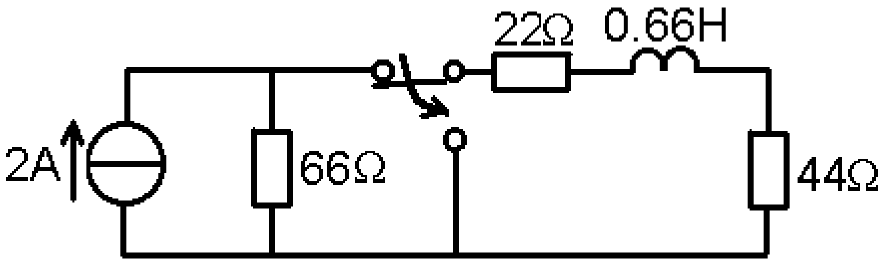
Az ábra szerinti hálózatban már régen beállt az állandósult állapot , amikor a t = 0 pillanatban zárjuk a kapcsolót. Határozza meg a kondenzátor és a tekercs energiaváltozását !



Megoldás

2.22.feladat:

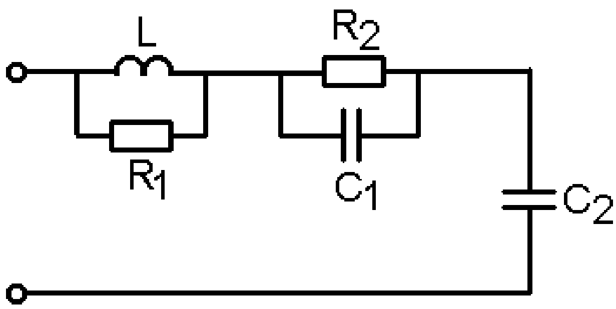
Az ábra szerinti hálózatban már régen beállt az állandósult állapot , amikor a t = 0 pillanatban átváltjuk a kapcsolót. Határozza meg az ellenállásokon külön-külön hővé alakuló energiát !



Megoldás

2.23.feladat:

Írja fel a hálózat állapotegyenletét ha a gerjesztés feszültség !

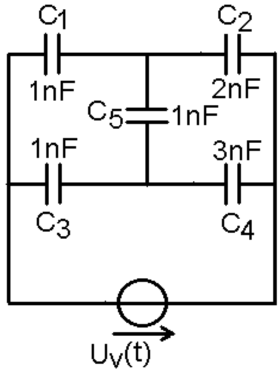


Megoldás

2.24.feladat:

Határozza meg a C_5 kondenzátor áramának pillanatértékét a t = 3ms pillanatban !

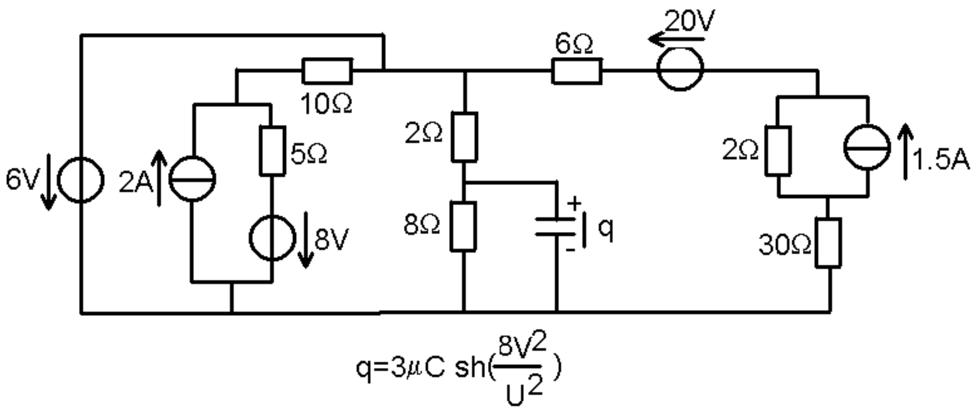
$U_V(t)=150\sin(\omega t+70^{o})$



Megoldás

2.25.feladat: Általános áramú hálózatok

Határozza meg a kondenzátor töltésének megváltozását !



Megoldás

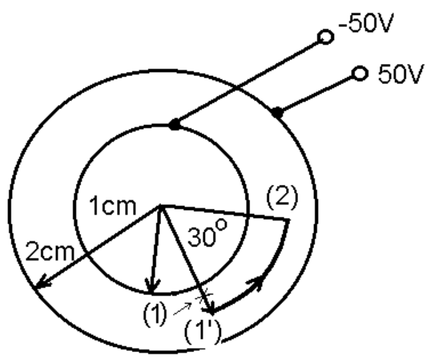
2.26.feladat:

Egy fémgömb kapacitása arányos a gömb sugarával. Mekkora lesz annak a nagy higanycseppnek a potenciálja , amely 1000 darab , egymással megegyező nagyságú , egyaránt 5V potenciálra töltött gömbalakú cseppecske egyesüléséből származik ?

Megoldás

2.27.feladat:

Hengeres kondenzátor elektromos terében Q=1μC töltés mozdul el a bejelölt pályán. Számítsa ki az elektromos mező által végzett munkát !



Megoldás

3. Periodikus áramú hálózatok

Témakörök

Feladatok:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20
21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31

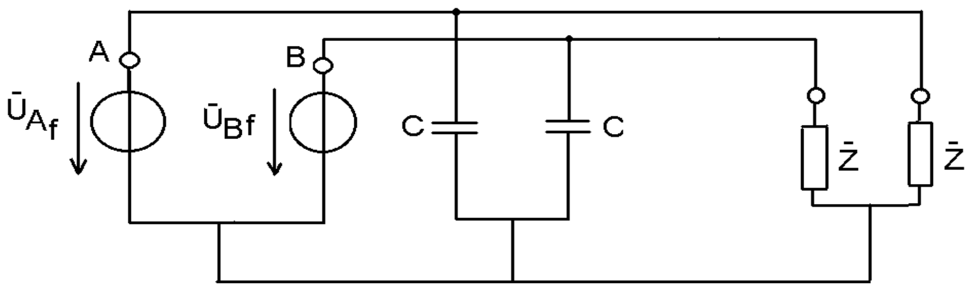
3.1.feladat: Periodikus áramú hálózatok

Az ábra szerinti szimmetrikus kétfázisú hálózatban S = állandó mellett a teljesítménytényezőt 0.9 -re javítjuk.

a, Számítsa ki a kondenzátorok értékét és a Δ P teljesítménynövekedést !

b, Mekkora lesz a teljesítménytényező, ha csak $\Delta P/2$ teljesítménynövekedést biztosítunk?

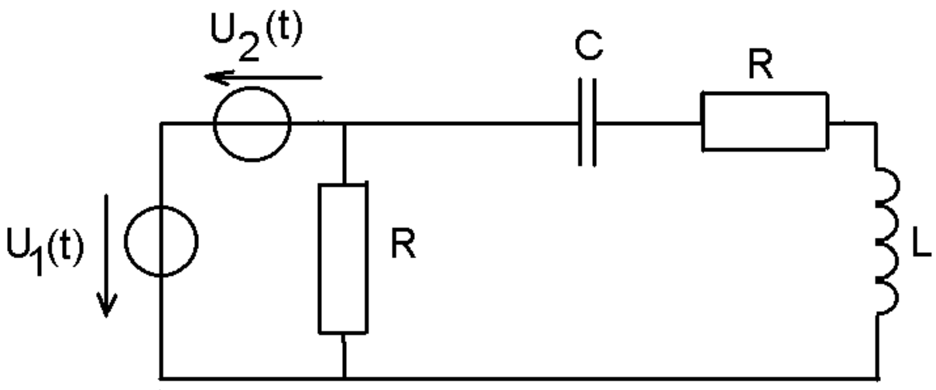
$U_f = 220V$ $\quad f = 50Hz$ $\quad Z = (10+j10)\Omega$



Megoldás

3.2.feladat:

Határozza meg a gerjesztések ötödik harmonikusánál a hálózati elemek feszültségének és áramának időfüggvényét!



$U_{1T}(t) = 20V[1(t)-1(t-0.25T)+1(t-0.75T)-1(t-T)]$

$U_{2T}(t) = -20V[1(t-0.25T)-1(t-0.75T)]$

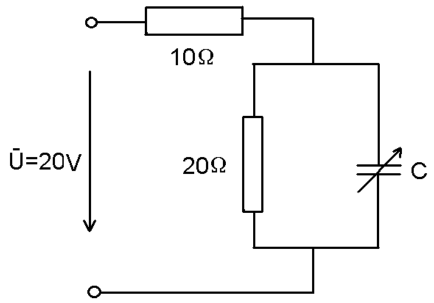
$R = 10\Omega \quad X_L(\omega) = 2\Omega \quad X_C(\omega) = 50\Omega \quad \omega = 1000$ rad/s

Megoldás

3.3.feladat: Periodikus áramú hálózatok

Az ábra szerinti szinuszos áramú hálózatnál határozza meg C értékét úgy, hogy a kétpólus meddő teljesítménye maximális legyen! Mekkora ez a meddő teljesítmény?

ω = 10 krad/s

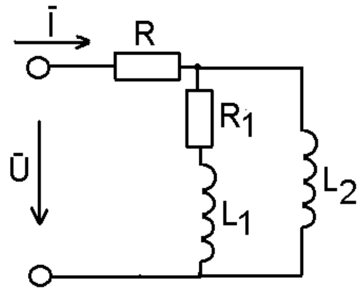


Megoldás

3.4.feladat:

Határozza meg L_2 értékét úgy, hogy U fázisban legyen I_1-el!

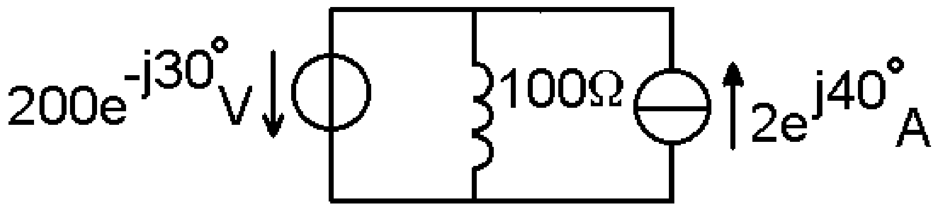
f = 1kHz R_1 = 1kΩ R = 500Ω L_1 = 100mH



Megoldás

3.5.feladat:

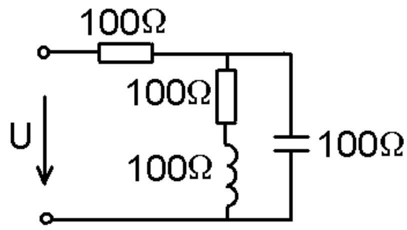
Határozza meg a források és a tekercs komplex, hatásos és meddő teljesítményét!



Megoldás

3.6.feladat:

Határozza meg az ágáramok és az ágfeszültségek komplex effektív értékét! Rajzolja meg a hálózat fazorábráját!

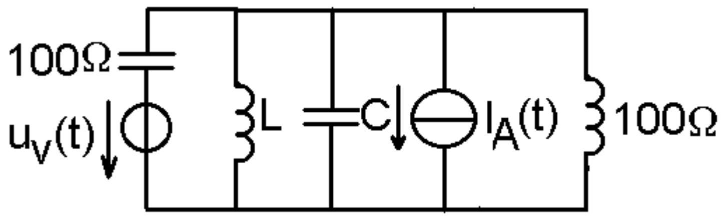


$\bar{U}=220e^{j45°}V$, f=50Hz

Megoldás

3.7.feladat: Periodikus áramú hálózatok

Millmann tétele alkalmazásával számítsa ki az L induktivitású tekercs és a C kapacitású kondenzátor feszültségének és áramának komplex effektív értékét!

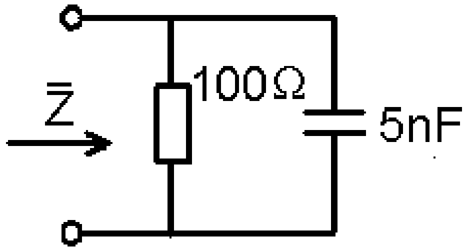


$U_V(t)=600\cos(\omega t-40^\circ)V$, $I_A(t)=-6\cos(\omega t+70^\circ)A$

Megoldás

3.8.feladat:

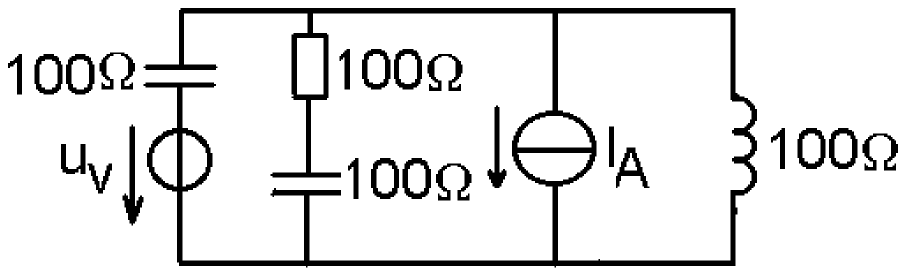
Határozza meg azt az ω körfrekvenciát, melyen Z(ω)=R/1.414 !



Megoldás

3.9.feladat:

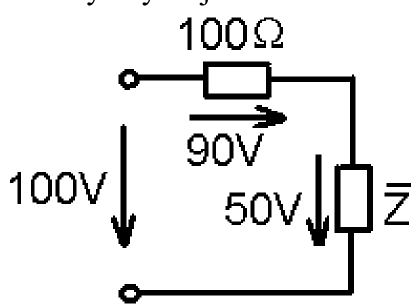
Határozza meg az ágáramok és az ágfeszültségek értékét! Rajzolja meg a hálózat fazorábráját!



Megoldás

3.10.feladat:

A bejelölt feszültségek és az ellenállás ismeretében határozza meg a szinuszos áramú kétpólus hatásos teljesítményét és teljesítménytényezőjét !

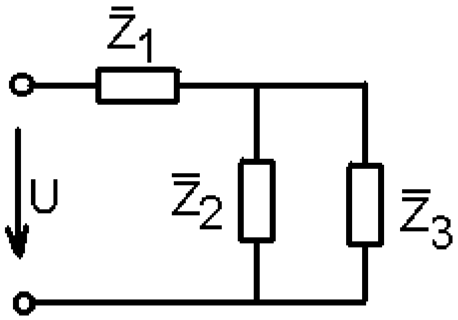


Megoldás

3.11.feladat: [Periodikus áramú hálózatok]

Az ábra szerinti hálózatban a Z_2 impedancián fellépő hatásos teljesítmény 10 W. Határozza meg a kapocsfeszültség effektív értékét , a hálózat által felvett hatásos teljesítményt , valamint a hálózat teljesítménytényezőjét !

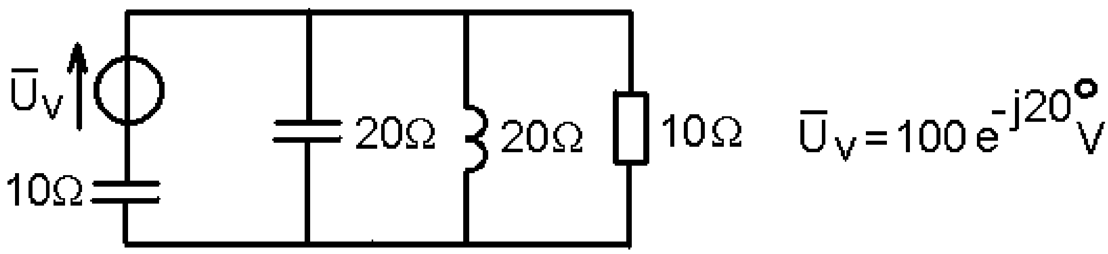
$Z_1 = (30+j20)\Omega$, $Z_2 = (10+j30)\Omega$, $Z_3 = (40-j20)\Omega$



Megoldás

3.12.feladat:

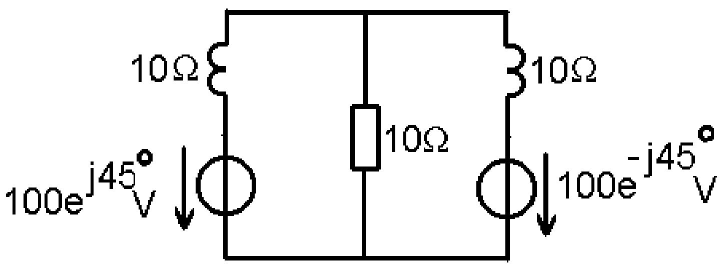
Határozza meg az ábra szerinti szinuszos áramú hálózatban az ágáramok komplex effektív értékét. Rajzolja fel a hálózat fazorábráját !



Megoldás

3.13.feladat:

Határozza meg az ábra szerinti szinuszos áramú hálózatban az ellenállás áramának valós pillanatértékét !

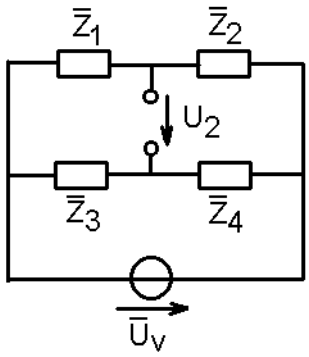


Megoldás

3.14.feladat: Periodikus áramú hálózatok

A Z_4 impedancia meghatározásával biztosítsa a Wheatstone-híd kiegyenlítését ! Realizálja a Z_4 impedanciát f= 1kHz esetén !

$Z_1 = (26\text{-}j15)\Omega$, $Z_2 = 50\ e^{j\,60}\Omega$, $Z_3 = (12\text{-}j30)\Omega$

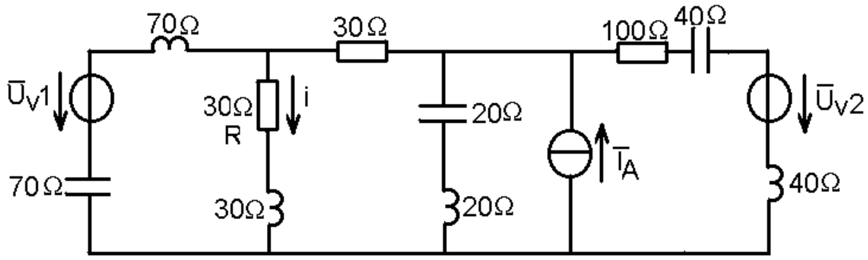


Megoldás

3.15.feladat:

Határozza meg az i áram időfüggvényét és az R ellenálláson hővé alakuló teljesítményt !
$\omega = 100\pi$ rad/s

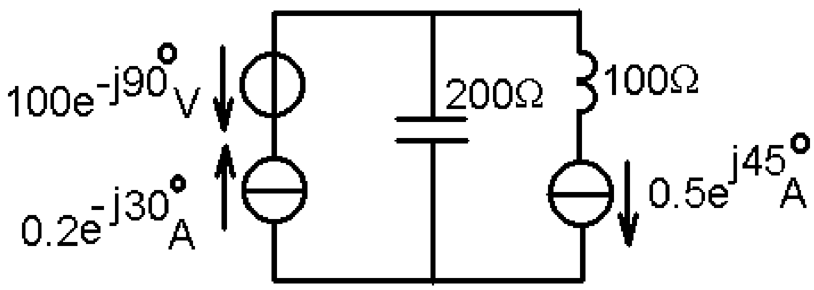
$I_A(t) = 0.3\cos(\omega t - 70^o)A$
$U_{V1}(t) = 13\sin(\omega t + 30^o)V$
$U_{V2}(t) = 40\cos(\omega t + 40^o)V$



Megoldás

3.16.feladat:

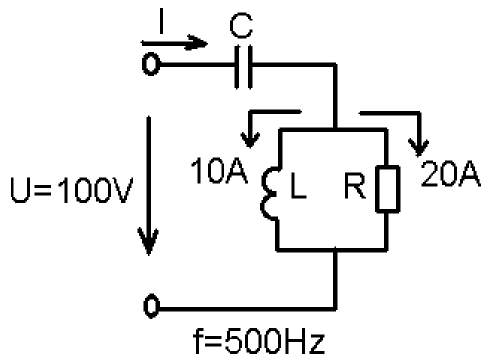
Határozza meg a hálózati elemek hatásos és meddő teljesítményét !



Megoldás

3.17.feladat: Periodikus áramú hálózatok

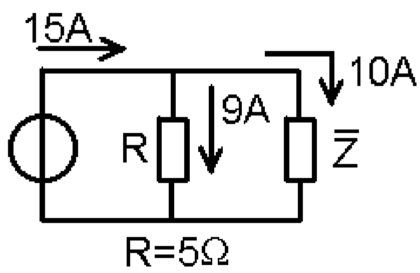
Az ábra szerinti hálózatban határozza meg R, L, C értékét, ha tudjuk, hogy U és I fázisban van!



Megoldás

3.18.feladat:

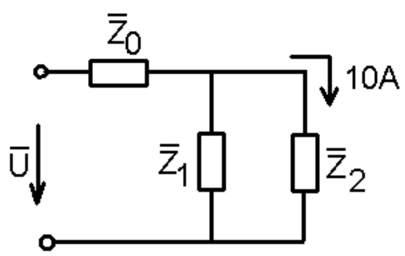
Az ágáramok és az ellenállás ismeretében határozza meg a Z impedancia hatásos teljesítményét az ábra szerinti szinuszos áramú hálózatban



Megoldás

3.19.feladat:

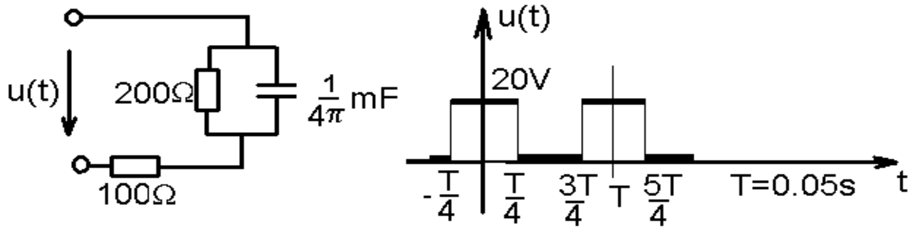
Az alábbi hálózat 100V feszültség mellett 200W teljesítményt vesz fel. Határozza meg a Z_2 impedanciát, ha a rajta átfolyó áram 10A, és realizálja f= 50Hz esetén !



Megoldás

3.20.feladat: Periodikus áramú hálózatok

Az ábra szerinti periodikus áramú hálózatban határozza meg az alapharmonikus hatásos, meddő és látszólagos teljesítményét ! Határozza meg a periodikus gerjesztés klirr-faktorát !



Megoldás

3.21.feladat:

Határozza meg P,Q,S,D értékét !

$u(t)=16+5\sin(\omega t+40^o)-2\cos(\omega t-30^o)+6\cos(2\omega t-70^o)-3\cos(3\omega t-150^o)V$

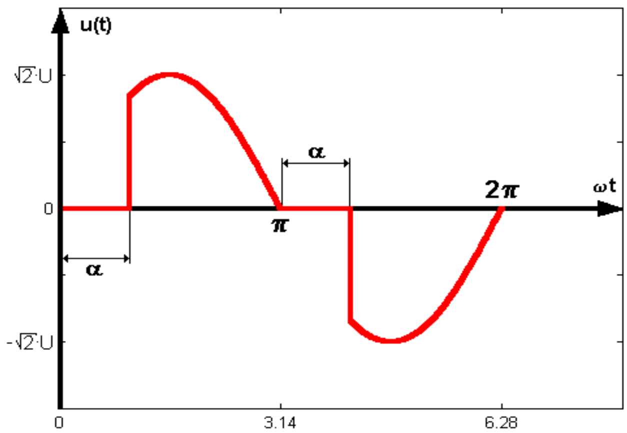
$i(t)=-2-3\sin(\omega t-30^o)+8\cos(\omega t+70^o)+2\sin(3\omega t-40^o)A$

Megoldás

3.22.feladat:

Határozza meg az alábbi periodikus jelalak abszolút középértékének és effektív értékének a változását a bejelölt α függvényében és ábrázolja azokat ! Határozza meg a formatényezőt α függvényében !

$u(t) = \sqrt{2} \cdot U \cdot \sin(\omega t)$



Megoldás

3.23.feladat:

Számítsa ki az alábbi aszimmetrikus háromfázisú feszültség szimmetrikus összetevőit !

$U_R=120e^{-j30}$ V

$U_S=200e^{-j120}$ V

$U_T=100e^{-j210}$ V

Megoldás

3.24.feladat:

Határozza meg a periodikusan változó feszültség egyenáramú -,abszolút- és négyzetes középértékét, csúcs- és formatényezőjét !

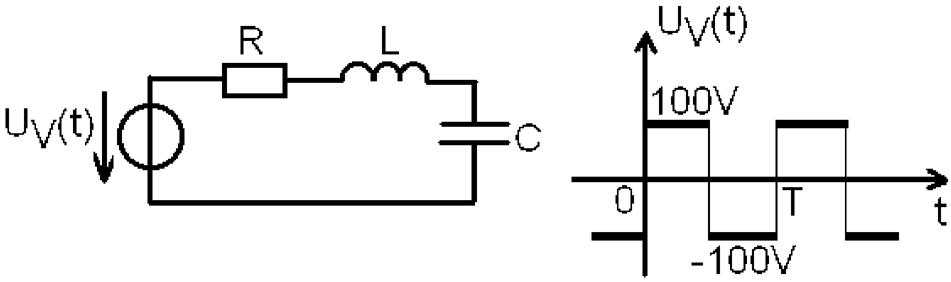
$U_T(t)=1.414[1(t)-1(t-0.5T)]\cos 2\omega t+1.414[1(t-0.5T)-1(t-T)]\sin 2\omega t$

ahol $\omega=50\pi$ rad/s

Megoldás

3.25.feladat: Periodikus áramú hálózatok

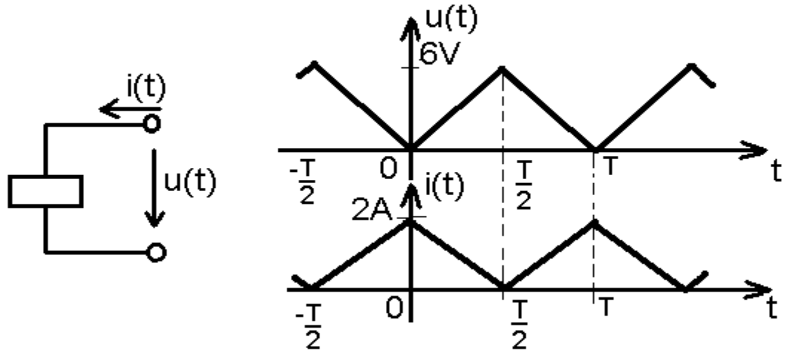
Határozza meg a hálózat áramának időfüggvényét a Fourier-sorbafejtés módszerével, ha:
R = 20Ω , L = 1mH , C = 1μF , T = 200 μs



Megoldás

3.26.feladat:

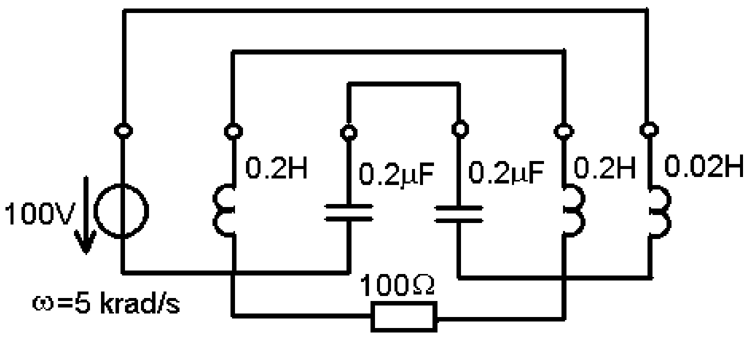
Határozza meg a kétpólus hatásos teljesítményét !



Megoldás

3.27.feladat:

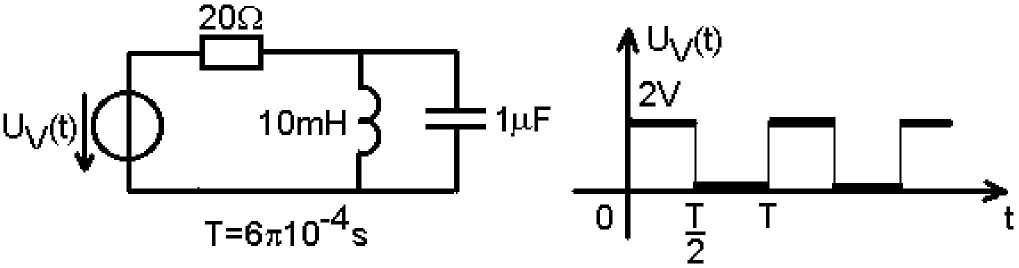
Határozza meg az ábrán látható szinuszos áramú hálózat feszültségforrásának hatásos és meddő teljesítményét !



Megoldás

3.28.feladat:

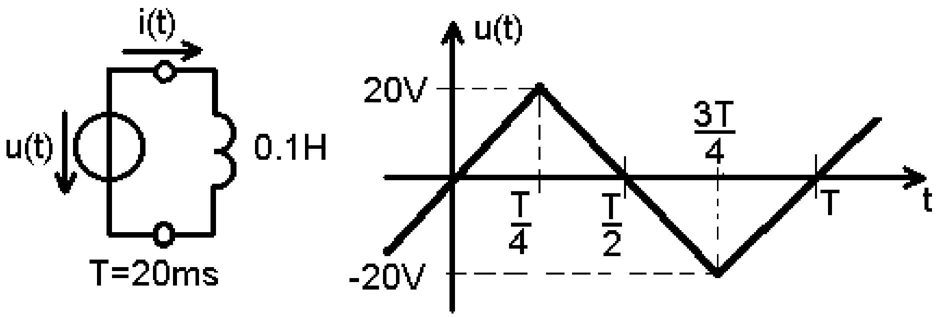
Határozza meg a feszültségforrás áramának időfüggvényét a Fourier-sorbafejtés módszerével!



Megoldás

3.29.feladat: Periodikus áramú hálózatok

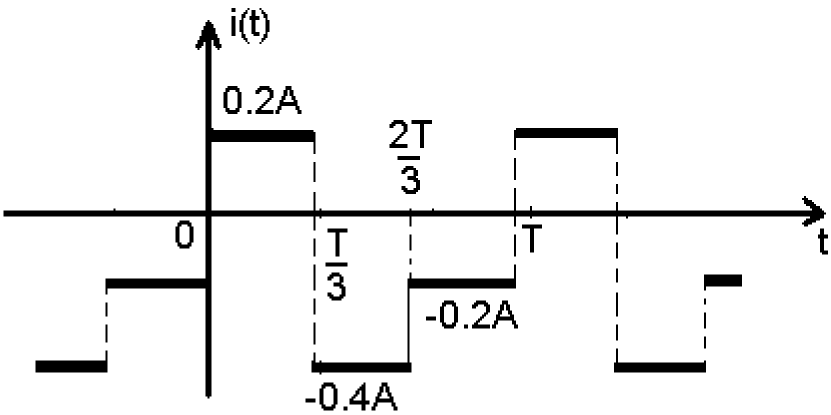
Az ábra szerinti lineáris invariáns tekercset periodikus feszültségű feszültségforrás gerjeszti. Határozza meg és rajzolja fel a tekercs áramának időfüggvényét a 0 < t < T tartományban !



Megoldás

3.30.feladat:

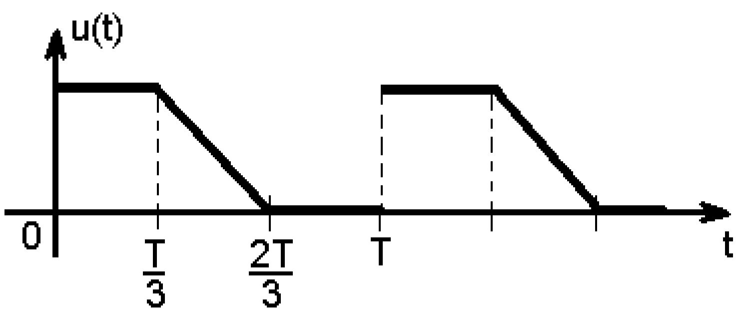
Határozza meg az ábra szerinti periodikus áramhullám egyszerű abszolút és négyzetes középértékét, formatényezőjét !



Megoldás

3.31.feladat:

A közvetlen bemenetű Deprez-rendszerű mérőmű skáláján 10V olvasható le. Mi olvasható le a lágyvasas mérőmű skáláján ?



Megoldás

4. Lineáris hálózatok a frekvenciatartományban

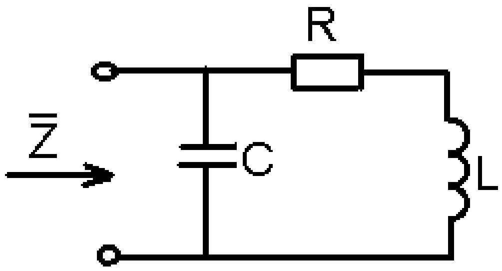
Témakörök

Feladatok:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20
21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33

4.1.feladat: Lineáris invariáns hálózatok a frekvencia tartományban

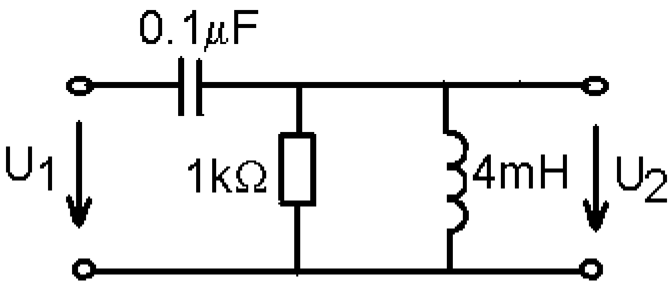
Határozza meg a kétpólus bemeneti impedanciájának frekvencia helygörbéjét, ha
R = 20 Ω , C = 0.4μF , L = 200μH !



Megoldás

4.2.feladat:

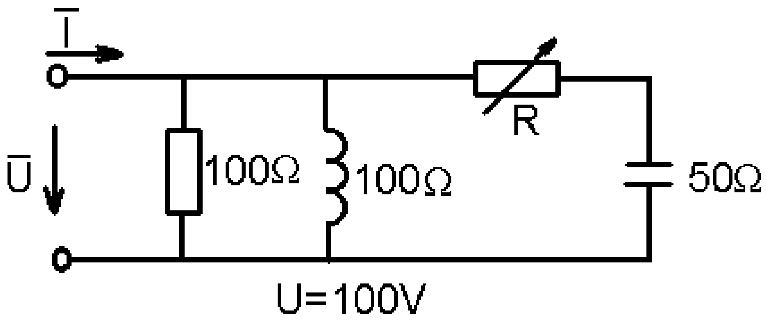
Határozza meg a kétkapu feszültségátviteli karakterisztikájának Bode-diagrammját !



Megoldás

4.3.feladat:

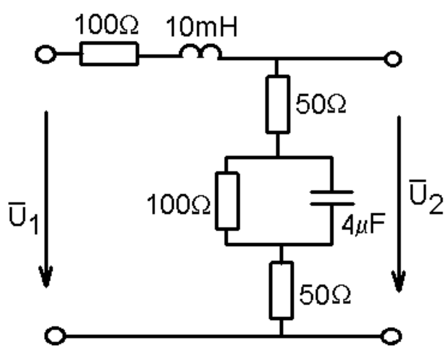
Határozza meg az alábbi kétpólus áramra vonatkozó helygörbéjét az R ellenállás függvényében ! Mekkora R értéknél lesz a P maximális és mekkora ez a teljesítmény ? Milyen R értéknél lesz a Q maximális és mekkora lesz ?



Megoldás

4.4.feladat:

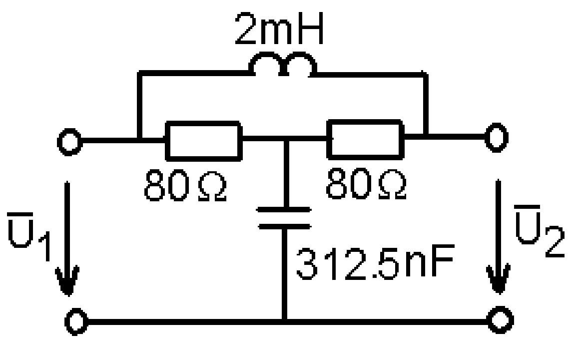
Határozza meg a feszültségátviteli karakterisztika helygörbéjét !



Megoldás

4.5.feladat: Lineáris invariáns hálózatok a frekvencia tartományban

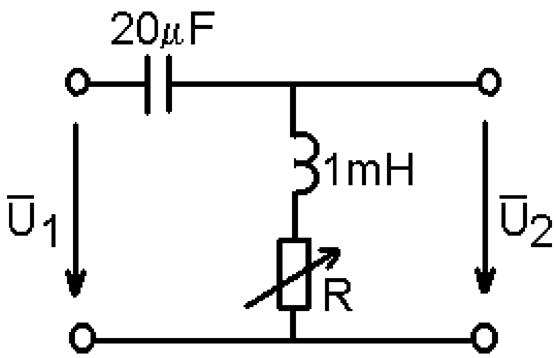
Határozza meg az U_2/U_1 feszültségátviteli karakterisztika Bode-diagrammját !



Megoldás

4.6.feladat:

Határozza meg az R ellenállásra vonatkozó feszültségátviteli karakterisztika helygörbéjét és adja meg, hogy mely ellenállásnál értéknél lesz maximális, illetve minimális az átvitel, mikor lesz 1.5 az erősítés, és mely ellenállás értéknél maximális a fáziseltérés, és menyi annak értéke fokban? (ω=10 krad/s)

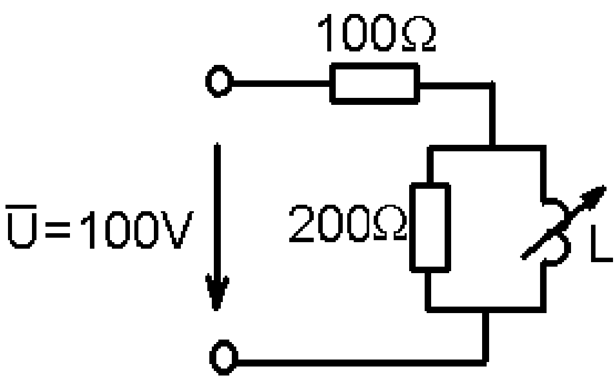


Megoldás

4.7.feladat:

Az ábra szerinti szinuszos áramú hálózatnál határozza meg a helygörbe segítségével L értékét úgy , hogy a kétpólus meddő teljesítménye a maximális érték $\sqrt{2}$ –ed része legyen !

ω = 1000 rad/s, ω_e = 1000 rad/s, R_e = 100Ω

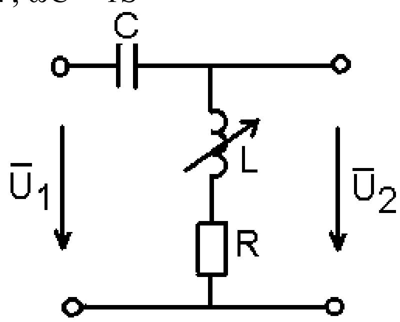


Megoldás

4.8.feladat: Lineáris invariáns hálózatok a frekvencia tartományban

Határozza meg az U_2 feszültségre vonatkozó átviteli karakterisztikát és rajzolja fel annak helygörbéjét! A helygörbe ismeretében határozza meg U_{2max} -ot és a hozzátartozó L értéket !

$U_1 = 1V$, $f = 50Hz$, $R = 1\Omega$, $\omega C = 1S$



Megoldás

4.9.feladat:

Rajzolja fel a W(jω) átviteli karakterisztika Bode-diagrammját !

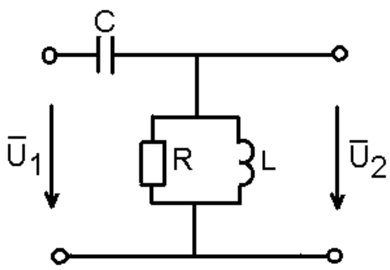
$$W(j\omega) = \frac{-\omega}{-\omega + j(1-\omega^2)}$$

Megoldás

4.10.feladat:

Rajzolja fel az ábra szerinti hálózat feszültségátviteli karakterisztikájának Bode-diagrammját !

$R = 1k\Omega$, $C = 0.1\mu F$, $L = 0.4H$, $R_e = 1000\Omega$, $C_e = 0.1\mu F$



Megoldás

4.11.feladat:

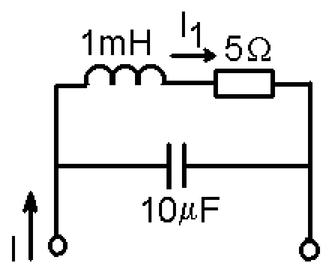
Rajzolja fel a W(jk) átviteli karakterisztika helygörbéjét , ha a „k" valós változó a (-∞ , ∞) tartományban változik . Skálázza a helygörbét !

$$W(jk) = \frac{4 + j6 + 4k^2 + j2k^2}{1 + j}$$

Megoldás

4.12.feladat:

Határozza meg és ábrázolja léptékhelyesen (a jellemző amplitúdók és frekvenciák feltüntetésével) az I_1 áramra vonatkozó átviteli karakterisztika Bode-diagrammját ,ha a gerjesztés áram !



Megoldás

4.13.feladat: Lineáris invariáns hálózatok a frekvencia tartományban

Ábrázolja az alábbi átviteli karakterisztika Bode-diagrammját ! Írja fel a törésponthoz tartozó érintő egyenes egyenletét az amplitúdókarakterisztika logaritmusánál , s határozza meg , hol metszi ez az abszcissza tengelyt !

$$W(j\omega) = -\frac{\omega^2}{1+\omega^2}$$

Megoldás

4.14.feladat:

Bontsa fel két kör összegére és ábrázolja az alábbi bicirkuláris átviteli karakterisztikát !

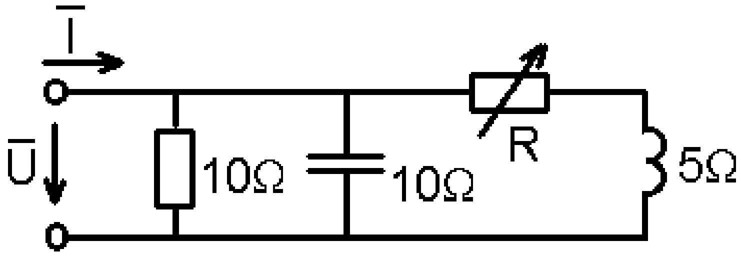
$$W(j\omega) = \frac{4+2j\omega}{-3\omega^2+6j\omega-24}$$

Megoldás

4.15.feladat:

Határozza meg az alábbi hálózat I / U áramátviteli helygörbéjét az R ellenállás függvényében! Ábrázolja léptékhelyesen! Határozza meg R milyen értékeinél lesz a látszólagos, a hatásos és a meddő teljesítmény maximális? Mekkorák ezek a teljesítmények?

U = 10V

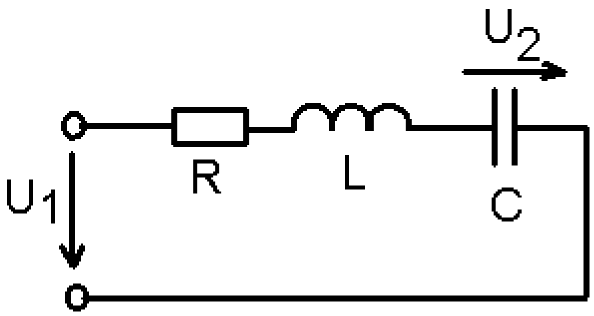


Megoldás

4.16.feladat:

Határozza meg és ábrázolja az alábbi hálózat feszültségátviteli karakterisztikájának logaritmikus amplitúdódiagrammját ! (Aszimptotikus és valóságos görbét is !) Határozza meg azt a körfrekvenciát ahol az átvitelikarakterisztika maximuma van ! Mekkora ez a maximum ?

R = 10Ω, L = 100mH, C = 1mF

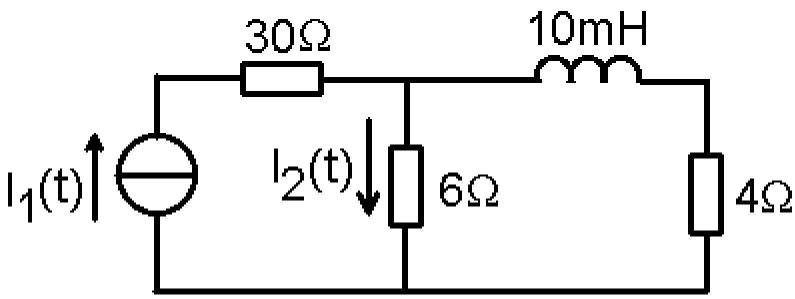


Megoldás

4.17.feladat: Lineáris invariáns hálózatok a frekvencia tartományban

Határozza meg az $I_2(t)$ áramra vonatkozó:

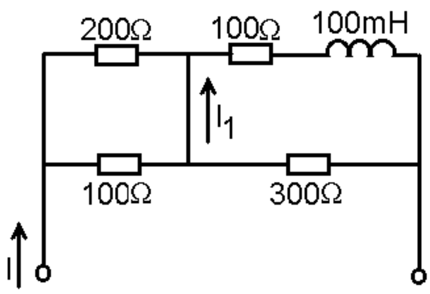
a, átviteli függvényt és ábrázolja pólus-zérus elrendezését
b, átviteli karakterisztikát és ábrázolja annak Bode-diagrammját
c, átmeneti függvényt és ábrázolja
d, súlyfüggvényt és ábrázolja !



Megoldás

4.18.feladat:

Határozza meg és rajzolja fel az I_1 áramra vonatkozó átviteli karakterisztika helygörbéjét ,ha a gerjesztés áram !

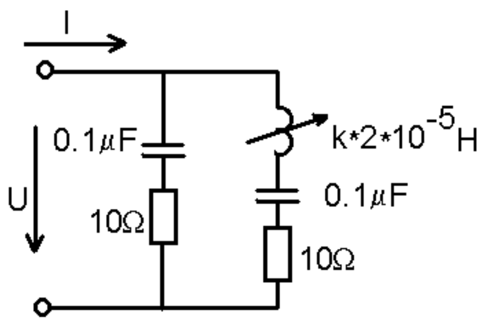


Megoldás

4.19.feladat:

Határozza meg és ábrázolja az I áramra vonatkozó átviteli karakterisztikát . Számítsa ki P_{min} , P_{max} , Q_{min} értékeket !

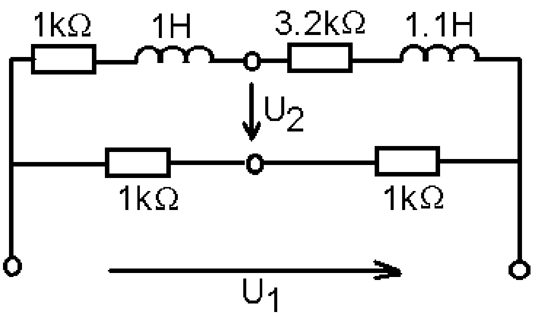
U = 100V, ω = 1Mrad/s



Megoldás

4.20.feladat: Lineáris invariáns hálózatok a frekvencia tartományban

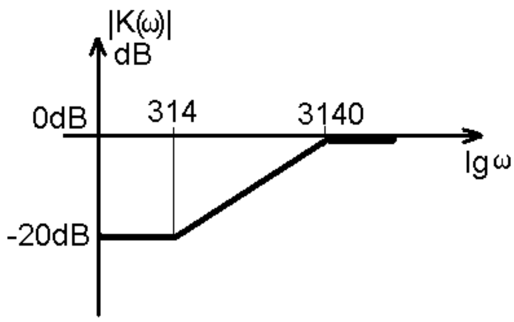
Határozza meg az ábra szerinti hídkapcsolás feszültségátviteli karakterisztikájának Bode-diagrammját !



Megoldás

4.21.feladat:

Egy hálózat feszültségátviteli karakterisztikájának amplitúdódiagrammját ábrázoltuk . Realizáljon egy valós hálózatot és adja meg a fáziskarakterisztikát is !

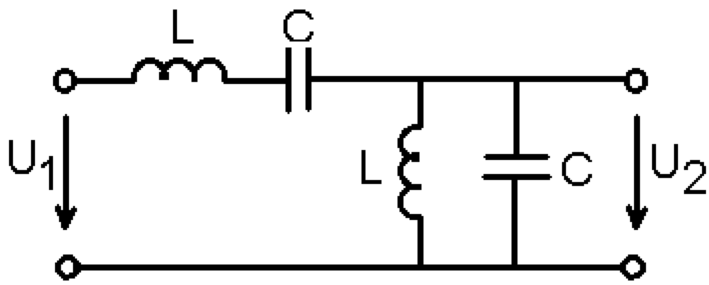


Megoldás

4.22.feladat:

Határozza meg és ábrázolja az ábra szerinti áramkör feszültségátviteli karakterisztikájának Bode-diagramját ! Határozza meg a nevezetes frekvenciaértékeket abszolút értékben !

$L = 0.4$ H, $C = 25\mu F$

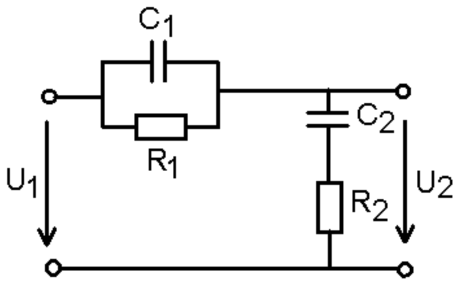


Megoldás

4.23.feladat: Lineáris invariáns hálózatok a frekvencia tartományban

Határozza meg és ábrázolja az ábra szerinti áramkör feszültségátviteli karakterisztikájának Bode-diagramját !

$R_1 = 1k\Omega$, $R_2 = 2k\Omega$, $C_1 = 1mF$, $C_2 = 0.25mF$



Megoldás

4.24.feladat:

Határozza meg az alábbi átviteli karakterisztika Bode-diagramját !

$$W(j\omega)= j\omega+j(\omega)^3$$

Megoldás

4.25.feladat:

Határozza meg az alábbi átviteli karakterisztika Nyquist-diagramját !

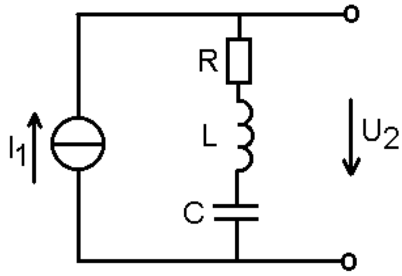
$$W(j\omega)=j\omega(1-j\omega)(1+j\omega)+2$$

Megoldás

4.26.feladat:

Határozza meg a kimeneti feszültségre vonatkozó átviteli karakterisztika Bode-diagramját és ábrázolja, ha a gerjesztés áram !

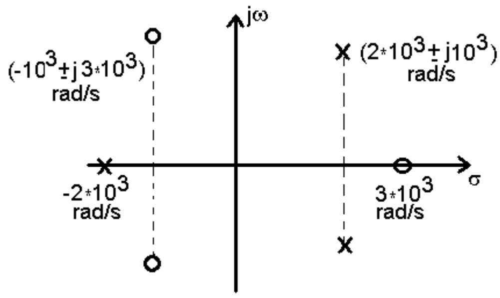
$R = 2\Omega$, $L = 100mH$, $C = 4mF$



Megoldás

4.27.feladat:

A komplex frekvenciasíkon egy hálózat átviteli karakterisztikájának pólus-zérus eloszlása látható. Határozza meg az átviteli függvényt, ha K = 0.25 ! Az átviteli függvény ismeretében rajzolja fel az átviteli karakterisztika Bode-diagramját !

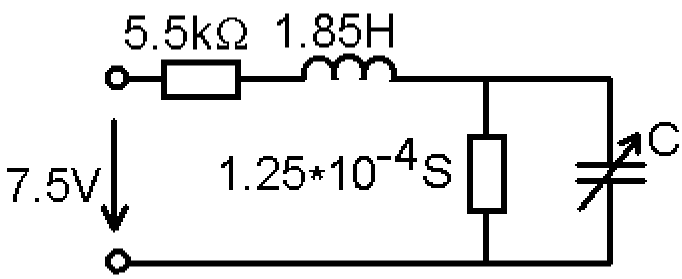


Megoldás

4.28.feladat: Lineáris invariáns hálózatok a frekvencia tartományban

Határozza meg az ábra szerinti hálózatban a felvett áram helygörbéjét a kondenzátor kapacitásának függvényében ! (ω=5 krad/s)

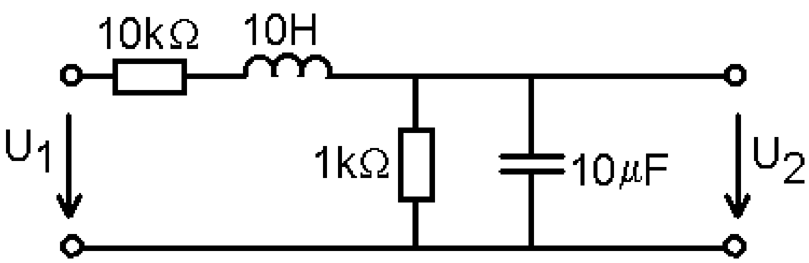
a, I_{min} =? ,milyen kapacitás értéknél ?
b, Milyen kapacitás értéknél lesz a legkisebb az áram és feszültség közötti fázisszög ?



Megoldás

4.29.feladat:

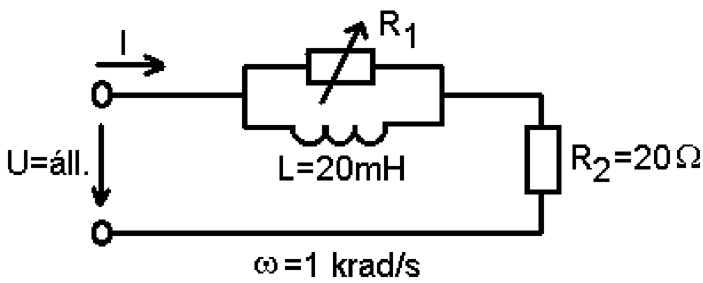
Határozza meg az ábra szerinti hálózat feszültségátviteli karakterisztikájának Bode-diagramját !



Megoldás

4.30.feladat:

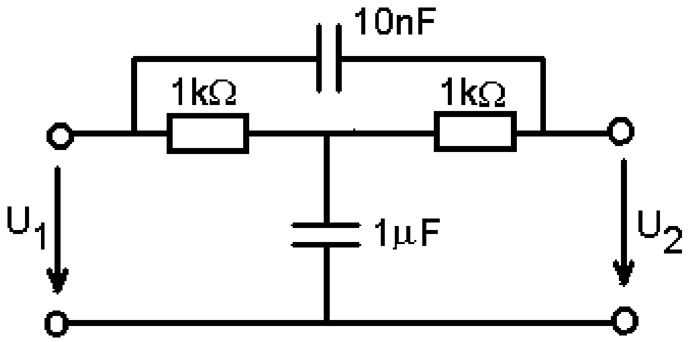
Határozza meg és rajzolja fel a kétpólus áramára vonatkozó átviteli karakterisztika helygörbéjét az R_1 ellenállás függvényében !



Megoldás

4.31.feladat: Lineáris invariáns hálózatok a frekvencia tartományban

Rajzolja fel az ábra szerinti áthidalt T-tag feszültségátviteli karakterisztikájának Bode-diagramját !



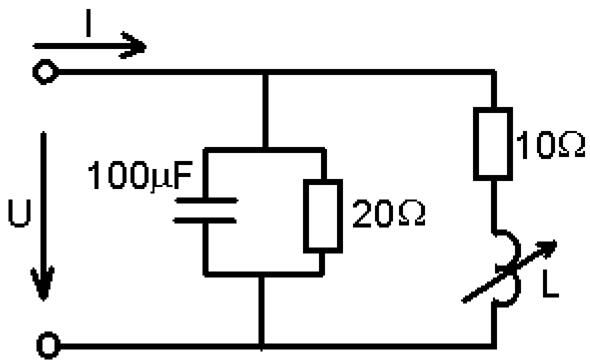
Megoldás

4.32.feladat:

Kétpólusunkat U=100V állandó feszültségű, ω=100 rad/s körfrekvenciájú szinuszos feszültségforrás táplálja. Határozza meg és rajzolja fel a kétpólus áram helygörbéjét, ha az induktivitás a [0,∞] tartományban változik !

A helygörbe alapján határozza meg:

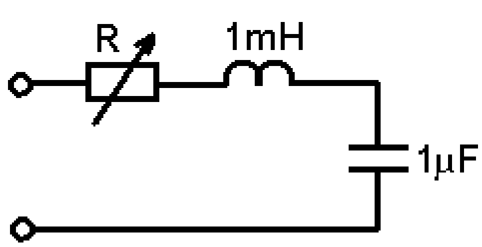
- a maximális és minimális áramerősséget
- a maximálisan és minimálisan felvett hatásos és meddő teljesítményt
- azt az L értéket, melynél az U és I közötti fázisszög minimális !



Megoldás

4.33.feladat:

Ábrázolja az ábrán látható hálózat bemeneti impedanciája pólus-zérus elrendezésének alakulását, ha R a [0,∞] tartományban változik !



Megoldás

5. Lineáris invariáns hálózatok

Témakörök

Feladatok:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19
20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35
36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51
52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63 64

5.1.feladat: Lineáris invariáns hálózatok

Adott egy hálózat feszültségátvitelre vonatkozó átmeneti függvénye:

$h(t)=(e^{-2t}+2e^{-3t}-e^{-4t})1(t) \qquad [t]=s$

Határozza meg:

a, A hálózat átviteli függvényét !

b, A hálózat súlyfüggvényét !

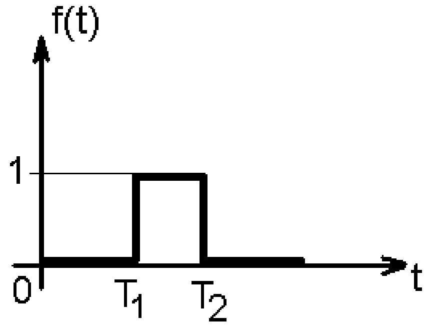
c, A kimenőjel idő függvényét, ha a bemenőjel:

$u_1(t)=10[1(t)-1(t-4)] \quad [u]=V$

Megoldás

5.2.feladat:

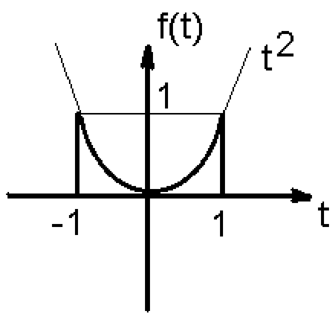
Határozza meg az ábra szerinti impulzus amplitúdó- és fázisspektrumát ! Ábrázolja az amplitúdó- karakterisztikát !



Megoldás

5.3.feladat:

Határozza meg az időfüggvény Laplace-transzformáltját !



Megoldás

5.4.feladat:

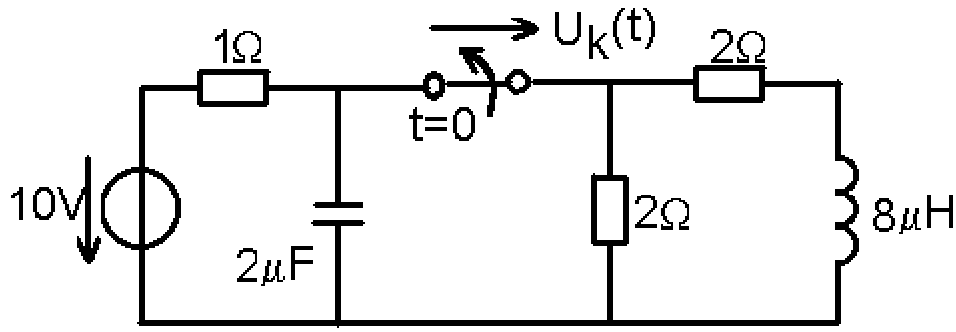
Határozza meg az alábbi F(p) függvény inverz- Laplace-transzformáltját !

$$F(p)=10\frac{(p+2)^2}{(p+1)^2(p+4)}$$

Megoldás

5.5.feladat: Lineáris invariáns hálózatok

Határozza meg az alábbi hálózatban a kapcsoló feszültségének időfüggvényét a Laplace-transzformáció alkalmazásával !

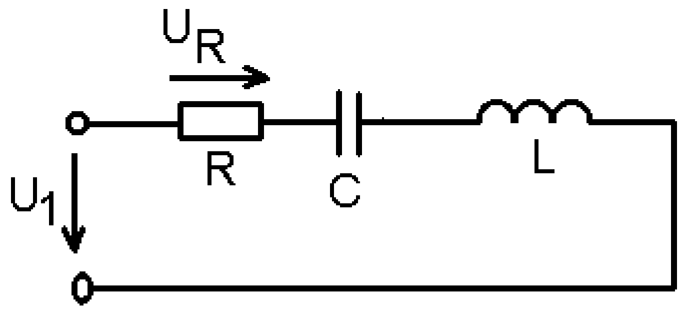


Megoldás

5.6.feladat:

Az alábbi hálózatban határozza meg az U_R / U_1 –re vonatkozó átviteli karakterisztikát , átviteli függvényt , a pólus-zérus elrendezést ! Határozza meg az átmeneti és súlyfüggvényt és ábrázolja azokat !

R = 1Ω, L = 100mH, C = 625mF

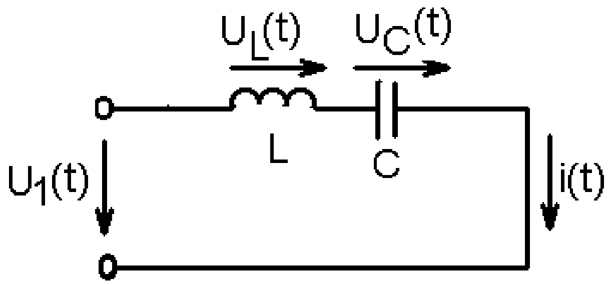


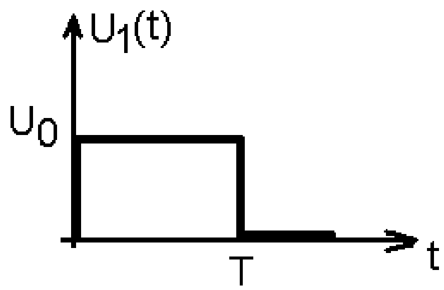
Megoldás

5.7.feladat:

Az alábbi hálózatban határozza meg a bejelölt időfüggvényeket , ha $U_1(t)$ a megadott értékű !

L = 100μH, C = 100μF, U_0 = 10V, T = 628.3μs





Megoldás

5.8.feladat:

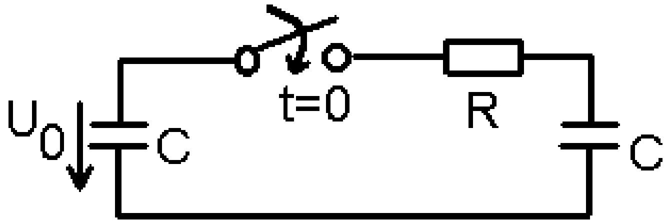
Határozza meg az alábbi f(t) függvény komplex spektrumát , amplitúdó- és fázisspektrumát , energiaspektrumát és valós spektrumát ! Ábrázolja az amplitúdó- és fázisspektrumot !

$$f(t) = 10^{-|t|}$$

Megoldás

5.9.feladat: Lineáris invariáns hálózatok

Az U_0 feszültségre töltött C kondenzátort ellenálláson keresztül kapcsoljuk a szintén C értékű töltetlen kondenzátorra. Az energiaspektrum felhasználásával határozza meg az ellenálláson hővé alakuló energiát !



Megoldás

5.10.feladat:

Egy hálózat súlyfüggvénye : $k(t) = 1(t) - 1(t - T)$

$$W(p)=? \;,\; W(j\omega)=? \;,\; h(t)=?$$

Ábrázolja az amplitúdó- és fáziskarakterisztikát , ábrázolja az átmeneti függvényt !
Realizálható-e a hálózat ?

Megoldás

5.11.feladat:

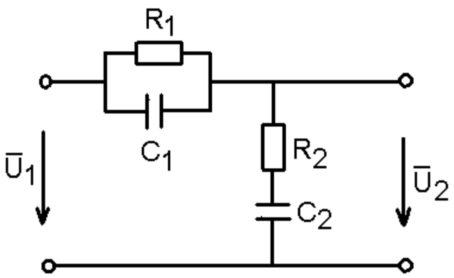
Határozza meg az alábbi F(p) függvények inverz- Laplace-transzformáltjait és ábrázolja azokat!

$$F(p) = \frac{1}{p^2(p+1)} \qquad F(p) = \frac{(p+1)^2}{p^2 + 2.5p + 1}$$

Megoldás

5.12.feladat:

Határozza meg az alábbi hálózat feszültségátvitelre vonatkozó Bode-diagrammját és ábrázolja léptékhelyesen !
$C_1 = 10\mu F$, $C_2 = 5\mu F$, $R_1 = 100k\Omega$, $R_2 = 200k\Omega$



Megoldás

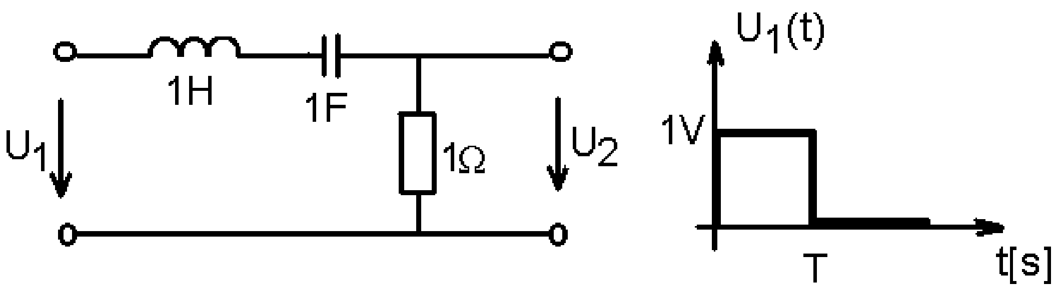
5.13.feladat:

Az előző példában szereplő határozza meg az átviteli függvényt , átmeneti és súlyfüggvényt !
Ábrázolja az átmeneti és súlyfüggvényt !

Megoldás

5.14.feladat: Lineáris invariáns hálózatok

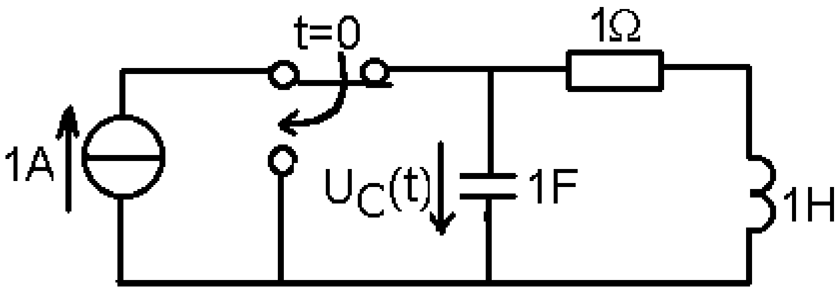
Mekkora legyen az alábbi hálózat bemenetére adott impulzus időtartama ahhoz , hogy a jelátvitelt alakhűnek tekinthessük ! Oldja meg a feladatot a Fourier-transzformáció segítségével !



Megoldás

5.15.feladat:

Az operátoros impedanciák és generátorok segítségével határozza meg a kondenzátor feszültségének időfüggvényét !



Megoldás

5.16.feladat:

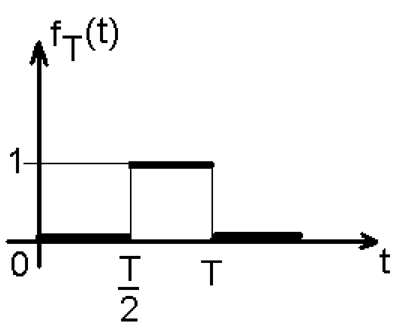
Határozza meg az alábbi F(p) függvény inverz- Laplace-transzformáltját ! Adja meg f(t) kezdeti- és végértékét !

$$F(p) = \frac{2p^3 + 15p^2 + 34p + 21}{(p^2 + 5p + 4)(p + 3)^3}$$

Megoldás

5.17.feladat:

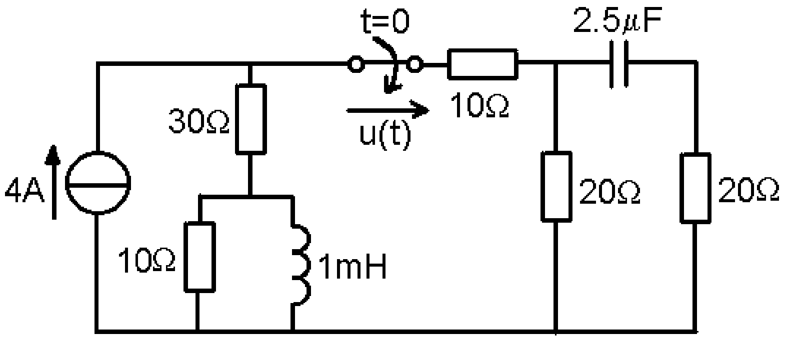
A Laplace-transzformáció segítségével határozza meg az ábra szerinti periodikus függvény Fourier- sorát !



Megoldás

5.18.feladat: Lineáris invariáns hálózatok

Az operátoros impedanciák és generátorok segítségével határozza meg és rajzolja fel az u(t) időfüggvényt !

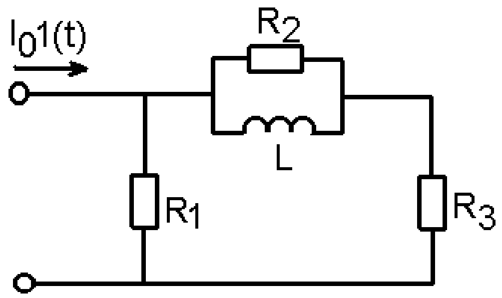


Megoldás

5.19.feladat:

Határozza meg az R_2 ellenállás áramára vonatkozó energiatartalmat és az R_2 ellenálláson hővé alakuló energiát ! Sorrend $\varepsilon_i \rightarrow W_{R2}$!

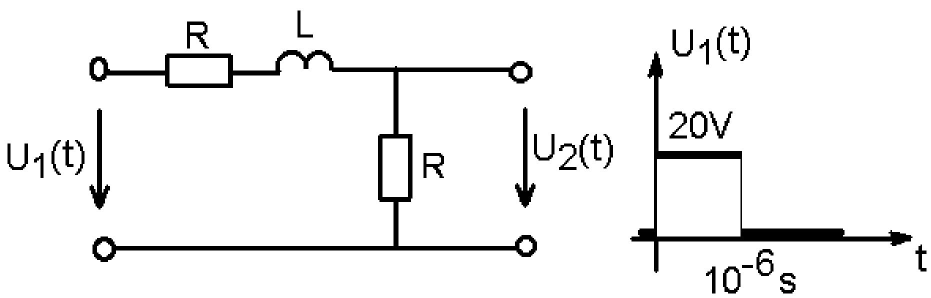
$I_0 = 2A$, $R_1 = R_3 = 50\Omega$, $R_2 = 100\Omega$, $L = 50mH$



Megoldás

5.20.feladat:

Határozza meg a hálózat elemeinek értékét úgy , hogy a feszültségátvitel gyakorlatilag alakhű legyen !

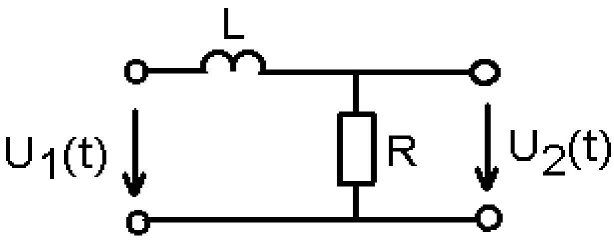


Megoldás

5.21.feladat: Lineáris invariáns hálózatok

Határozza meg az RL osztó feszültségátviteli karakterisztikájának érzékenységét és toleranciáját ! ($k(\omega)$ és $\varphi(\omega)$ érzékenységét és toleranciáját , relatív toleranciáját kell kiszámítania !

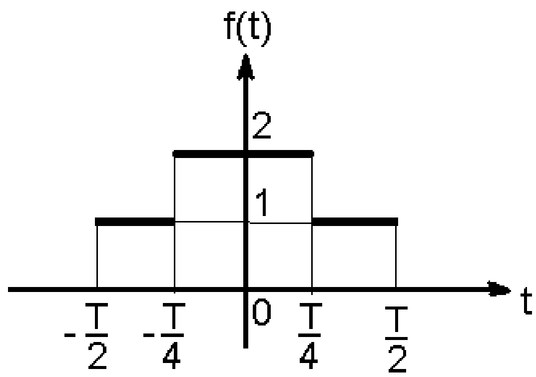
$R = 7k\Omega$, $L = 70mH$ ($\pm 2\%$) , $\omega = 10^5 rad/s$



Megoldás

5.22.feladat:

Határozza meg az f(t) függvény $F(\omega)$ komplex spektrumát $F^A(\omega)$ és $F^B(\omega)$ valós spektrumok segítségével !

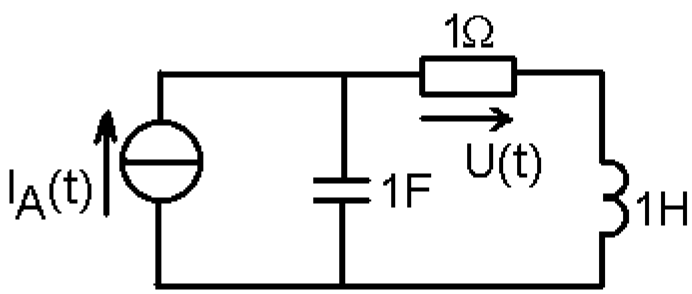


Megoldás

5.23.feladat:

Az operátoros impedanciák és generátorok segítségével határozza meg a bejelölt u(t) időfüggvényt !

$I_A(t)=[1-1(t)]$

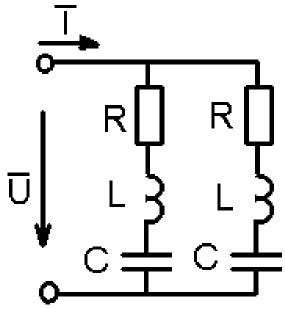


Megoldás

5.24.feladat: Lineáris invariáns hálózatok

Határozza meg a kétpólus I áramra vonatkozó relatív sávszélességét !

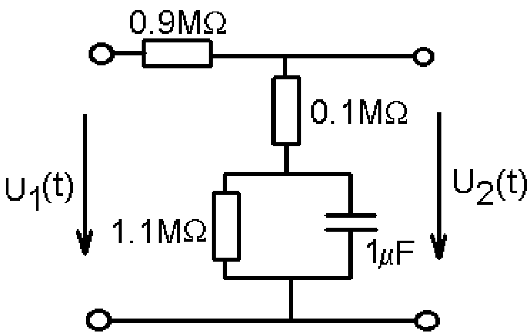
$R = 5\Omega$, $L = 1mH$, $Q_L = 200$, $\omega = 10^6 rad/s$, $C = 100nF$, $Q_C = 100$, $\omega = 10^4 rad/s$



Megoldás

5.25.feladat:

Határozza meg és ábrázolja az $u_2(t)$ időfüggvényt a súlyfüggvény-tétel segítségével !



Megoldás

5.26.feladat:

A hálózat súlyfüggvénye:

$$k(t) = [-0.4e^{-2000t} \cdot 1(t) + \delta(t)] \quad \frac{1}{sec}$$

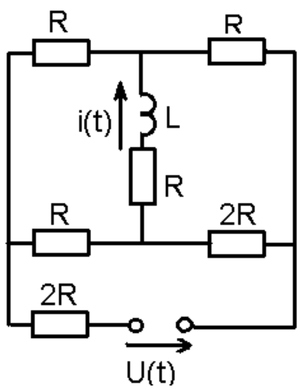
Határozza meg az átmeneti függvényt és realizálja a hálózatot !

Megoldás

5.27.feladat:

Határozza meg a tekercs áramára vonatkozó átmeneti- és súlyfüggvényt , ha a gerjesztés feszültség !

$R = 10\Omega$, $L = 35mH$

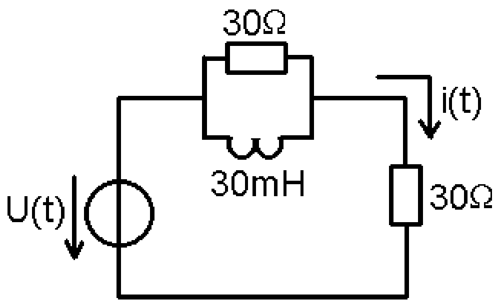


Megoldás

5.28.feladat: Lineáris invariáns hálózatok

Határozza meg az i(t) időfüggvényt !

u(t)=[45V +0.6Vs δ(t-2ms)]1(t)

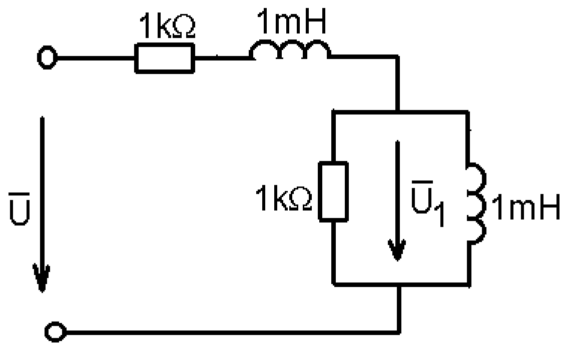


Megoldás

5.29.feladat:

Határozza meg és ábrázolja az U_1 feszültségre vonatkozó amplitúdó- és fáziskarakterisztikát, ha a gerjesztés feszültség ! Határozza meg a relatív sávszélességet !

$R_e = 1000\Omega$, $L_e = 1mH$

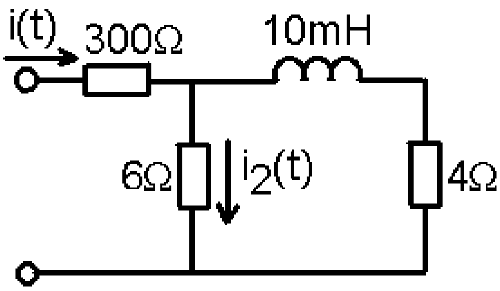


Megoldás

5.30.feladat:

Határozza meg és ábrázolja az $i_2(t)$ időfüggvényt !

$i(t) = 2.5As\cdot\delta(t)$

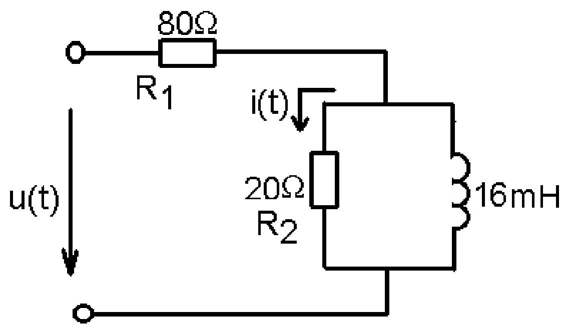


Megoldás

5.31.feladat: Lineáris invariáns hálózatok

Határozza meg az i(t) áramra vonatkozó ε_i energiatartalmat és segítségével számítsa ki az R_2 ellenálláson hővé alakult energiát ! Határozza meg és rajzolja fel az energiaátviteli karakterisztikát !

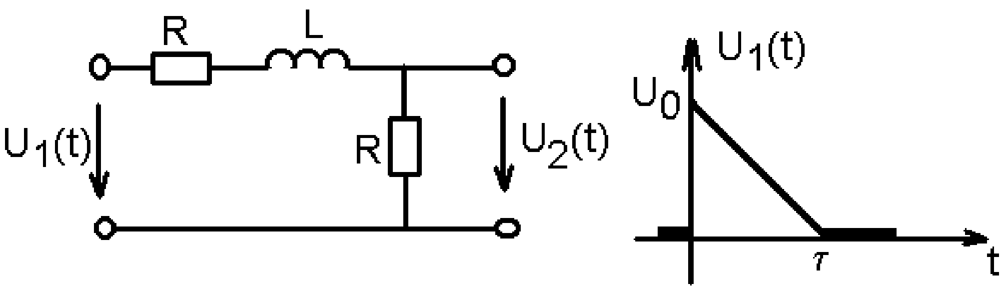
$u(t)=100\cdot 1(t)V$



Megoldás

5.32.feladat:

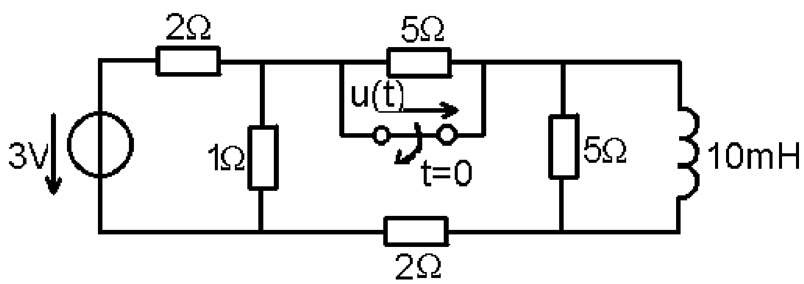
Határozza meg R és L értékét úgy , hogy a feszültségátvitel alakhű legyen !



Megoldás

5.33.feladat:

Az ábra szerinti hálózatban már régen beállt az állandósult állapot , amikor a t = 0 pillanatban nyitjuk a kapcsolót. Az operátoros impedanciák segítségével határozza meg a kapcsoló pólusai között mérhető feszültség időfüggvényét ! Rajzolja fel ezt a feszültség–időfüggvényt!

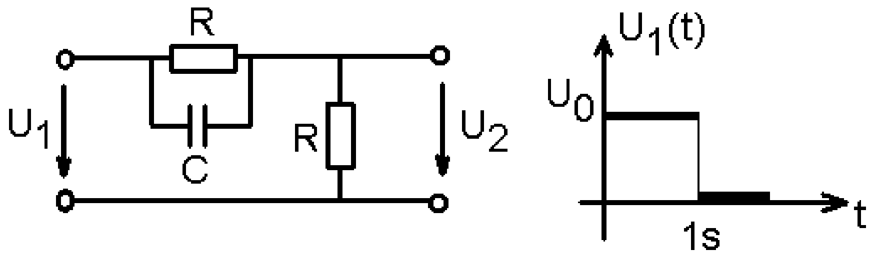


Megoldás

5.34.feladat: Lineáris invariáns hálózatok

Határozza meg az alábbi hálózat átmeneti- és súlyfüggvényét és ábrázolja azokat ! A megadott bemeneti jelre adott választ határozza meg a Laplace-transzformáció segítségével és ábrázolja a kimeneti jelalakot léptékhelyesen !

R= 1kΩ, C = 1000μF, U_0 = 5V



Megoldás

5.35.feladat:

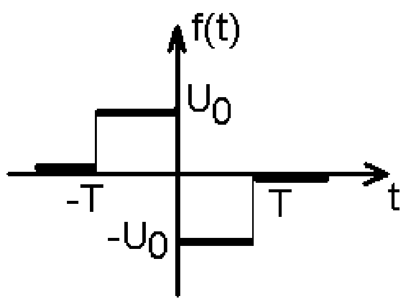
Határozza meg az alábbi operátoros formulák időfüggvényeit és ábrázolja azokat !

$$F(p) = \frac{1}{p(1+e^{-p})} \qquad F(p) = \frac{1-e^{-p}}{p+3}$$

Megoldás

5.36.feladat:

Határozza meg az alábbi függvény komplex spektrumát ! Ábrázolja az amplitúdó- és fázisspektrumot !

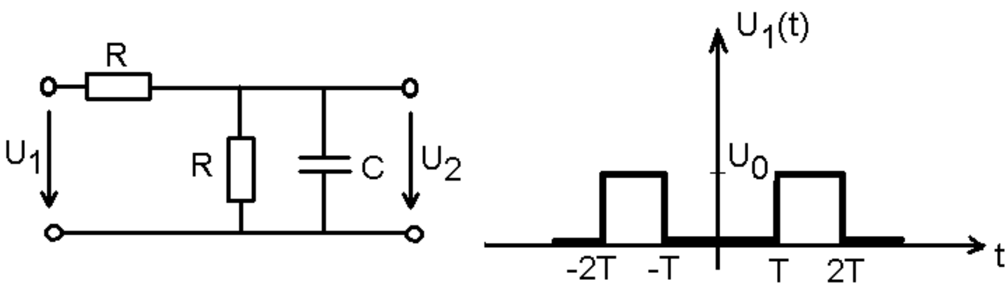


Megoldás

5.37.feladat:

Milyen feltételeknek kell teljesülnie ,hogy a feszültségátvitel alakhű legyen , a megadott gerjesztésre ?

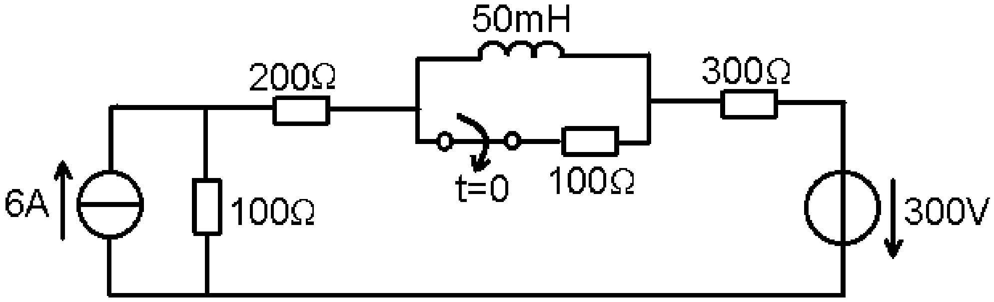
U_0 = 1V, T = 1s



Megoldás

5.38.feladat: Lineáris invariáns hálózatok

Az ábra szerinti hálózatban már régen beállt az állandósult állapot , amikor a t = 0 pillanatban nyitjuk a kapcsolót. Az operátoros impedanciák segítségével határozza meg és ábrázolja az áramforrás teljesítményének időfüggvényét a (-∞, ∞) tartományban !



Megoldás

5.39.feladat:

Egy hálózat bemeneti jele az U_1 , kimeneti jele az U_2 feszültség .A hálózat súlyfüggvénye:

$$k(t) = \delta(t) \cdot [4e^{-4t} + e^{-t}] \cdot 1(t)$$

Határozza meg:

a, a hálózat átmeneti függvényét

b, a kimeneti jel kezdeti értékét

c, a kimeneti jel végértékét !

Megoldás

5.40.feladat:

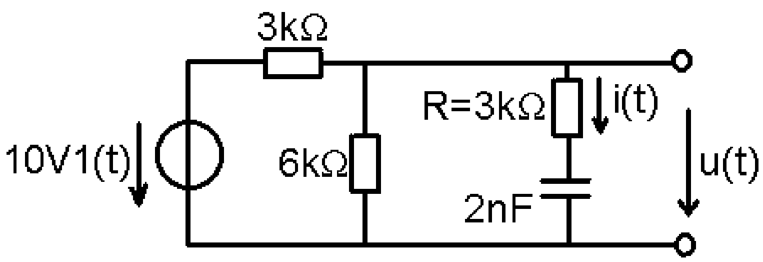
Határozza meg az ábra szerinti hálózatban :

a, az u(t) feszültségre vonatkozó energiaátviteli karakterisztikát és rajzolja fel

b, az i(t) áramra vonatkozó energiaátviteli karakterisztikát és rajzolja fel

c, az R = 3kΩ-os ellenállásra vonatkozó energiatartalmat

d, az R = 3kΩ-os ellenálláson hővé alakuló energiát !

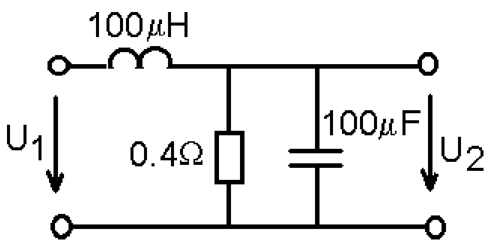


Megoldás

5.41.feladat: Lineáris invariáns hálózatok

Határozza meg az alábbi hálózatra:

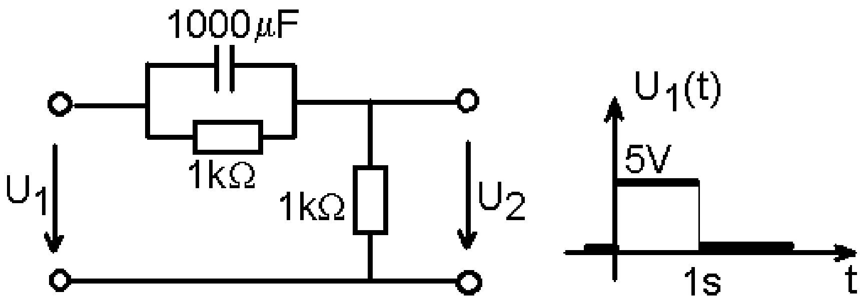
a, az átviteli függvényt és ábrázolja pólus-zérus elrendezését
b, az átviteli karakterisztikát a törésponti frekvenciák feltüntetésével
c, a súlyfüggvényt és ábrázolja
d, az átmeneti függvényt és ábrázolja !



Megoldás

5.42.feladat:

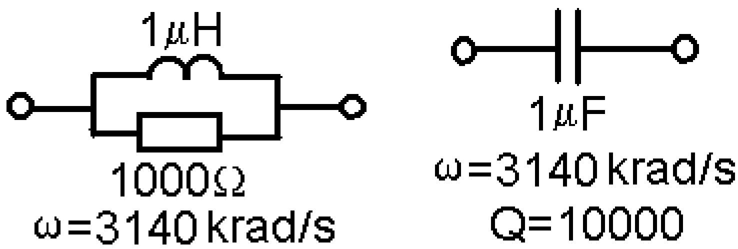
Határozza meg és rajzolja fel a válaszfüggvényt az időtartományban a Laplace-transzformáció alkalmazásával !



Megoldás

5.43.feladat:

Veszteséges tekercsből és kondenzátorból soros rezgőkört építünk. Határozza meg a rezgőkör eredő jósági tényezőjét és relatív sávszélességét !

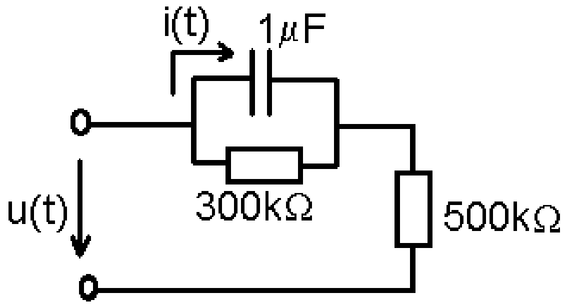


Megoldás

5.44.feladat: Lineáris invariáns hálózatok

Határozza meg az ábra szerinti hálózatban a kondenzátor áramának időfüggvényét , ha a gerjesztőfeszültség :

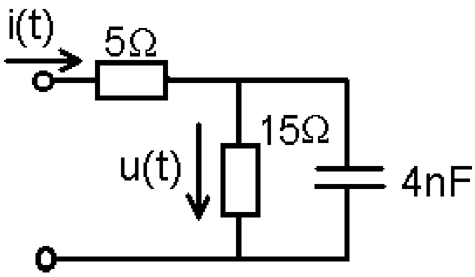
$u(t)=25\cdot\delta(t)$ [V]



Megoldás

5.45.feladat:

Határozza meg az u(t) feszültségre vonatkozó átmeneti- és súlyfüggvényt, ha a gerjesztés áram!

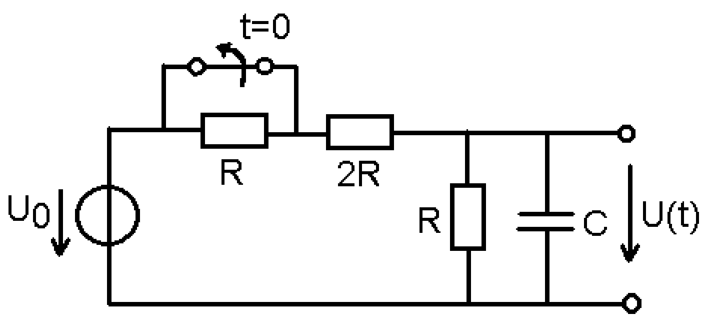


Megoldás

5.46.feladat:

Az ábra szerinti hálózatban már régen beállt az állandósult állapot , amikor a t = 0 pillanatban nyitjuk a kapcsolót. Az operátoros impedanciák segítségével határozza meg az u(t) feszültség-időfüggvényt !

$U_0 = 12V$, $R = 1k\Omega$, $C = 4\mu F$



Megoldás

5.47.feladat:

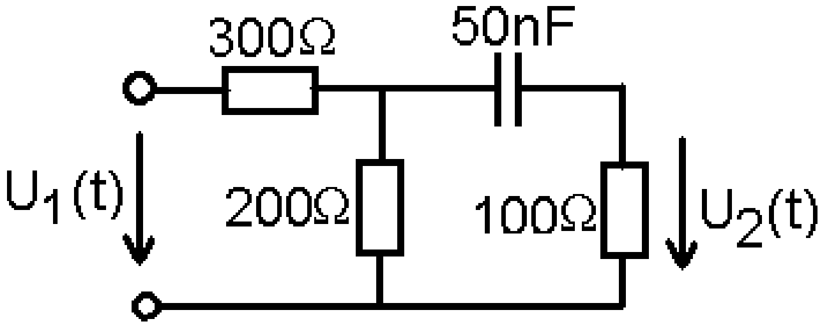
Határozza meg az alábbi operátoros feszültség inverz Laplace-transzformáltját !

$$U(p)=\frac{U_0\beta}{2}\cdot\frac{p+2\alpha}{(p+\alpha)(p+\beta)^2}$$

Megoldás

5.48.feladat: Lineáris invariáns hálózatok

Határozza meg a 100Ω-os ellenállás feszültségére vonatkozó h(t)-t, majd ebből W(p)-t ,ebből k(t)-t, majd abból h(t)-t !

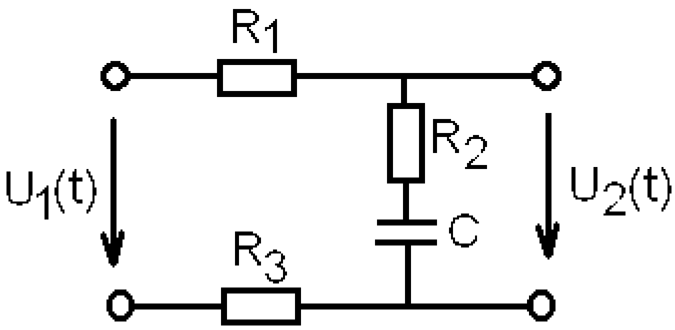


Megoldás

5.49.feladat:

Határozza meg az ábrán látható hálózat átviteli függvényét, súlyfüggvényét, átmeneti függvényét ! $U_1(t)$ ismeretében határozza meg $U_2(t)$-t !

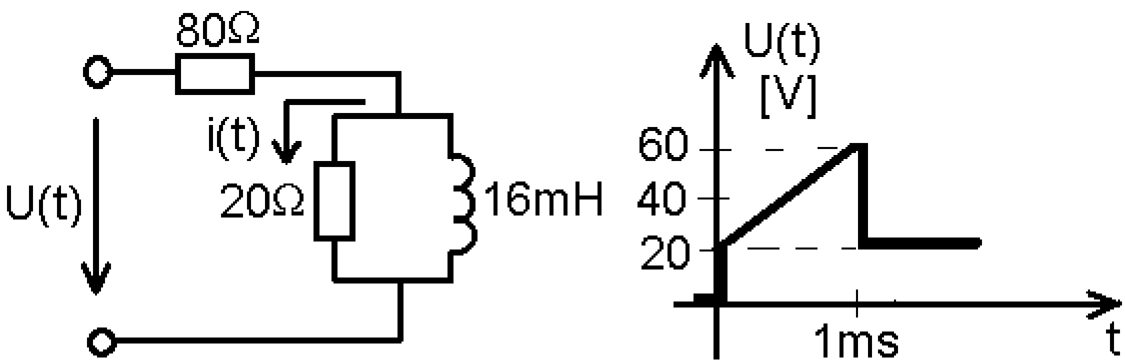
$R_1 = 50k\Omega$, $R_2 = 100k\Omega$, $R_3 = 50k\Omega$, $C = 10\mu F$, $U_1(t) = 500t\, e^{-5t} \cdot 1(t)$



Megoldás

5.50.feladat:

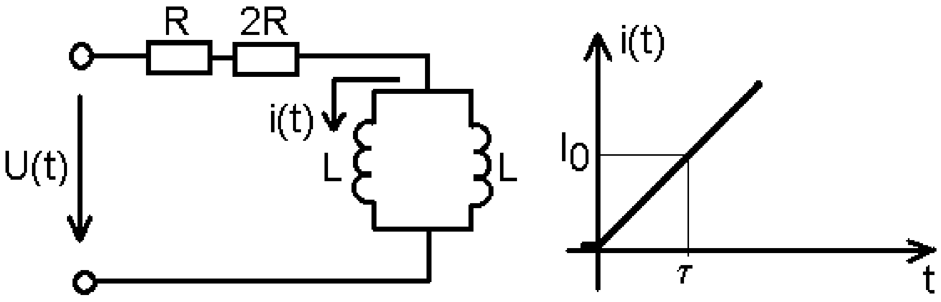
A Laplace-transzformáció és az operátoros impedanciák segítségével határozza meg a bejelölt áram időfüggvényét !



Megoldás

5.51.feladat: Lineáris invariáns hálózatok

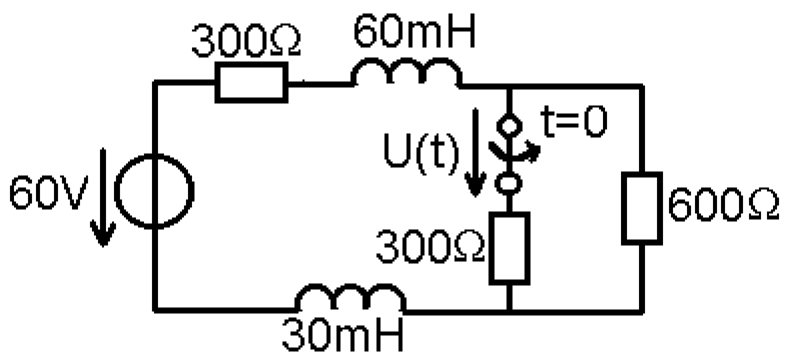
Határozza meg az ábrán látható hálózat bemeneti feszültségének időfüggvényét, ha ismert a bejelölt áram időfüggvénye !



Megoldás

5.52.feladat:

Az ábra szerinti hálózatban már régen beállt az állandósult állapot, amikor a t = 0 pillanatban nyitjuk a kapcsolót. Az operátoros impedanciák segítségével határozza meg a kapcsolón fellépő feszültség időfüggvényét !



Megoldás

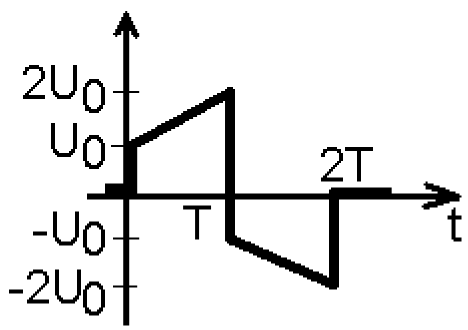
5.53.feladat:

Határozza meg az $f(t)= e^{-10000\,t}\cdot 1(t-\tau)$ függvény komplex spektrumát, az amplitúdó- és fázisspektrumot ! Ábrázolja az amplitúdóspektrumot !

Megoldás

5.54.feladat:

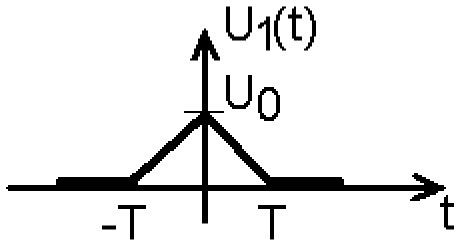
Határozza meg az ábra szerinti jelalak Laplace-transzformáltját !



Megoldás

5.55.feladat: Lineáris invariáns hálózatok

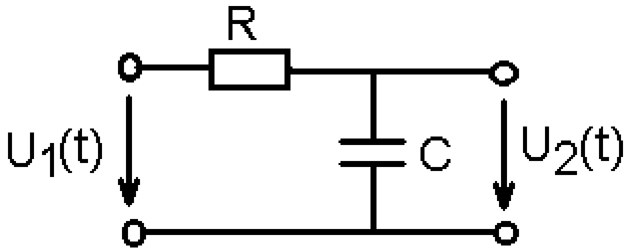
Határozza meg az alábbi impulzus komplex spektrumát, az amplitúdó- és fázisspektrumot !
Ábrázolja az amplitúdó- és fázisspektrumot !



Megoldás

5.56.feladat:

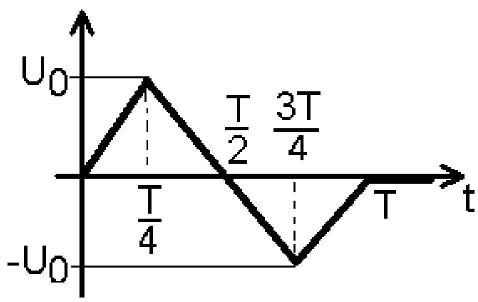
Az előző példában szereplő impulzushoz határozza meg az aluláteresztő szűrő paramétereit úgy, hogy a feszültségátvitel alakhű legyen !



Megoldás

5.57.feladat:

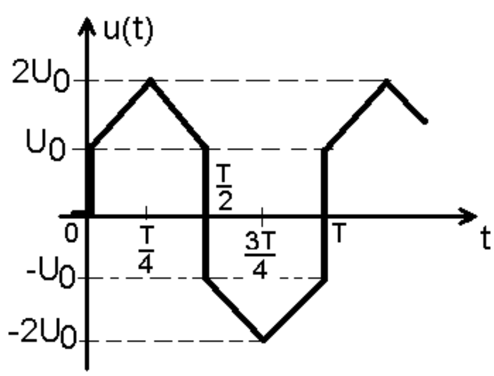
Határozza meg az ábra szerinti időfüggvény Laplace-transzformáltját !



Megoldás

5.58.feladat:

Határozza meg az ábra szerinti periodikus feszültséghullám Laplace-transzformáltját !



Megoldás

5.59.feladat: Lineáris invariáns hálózatok

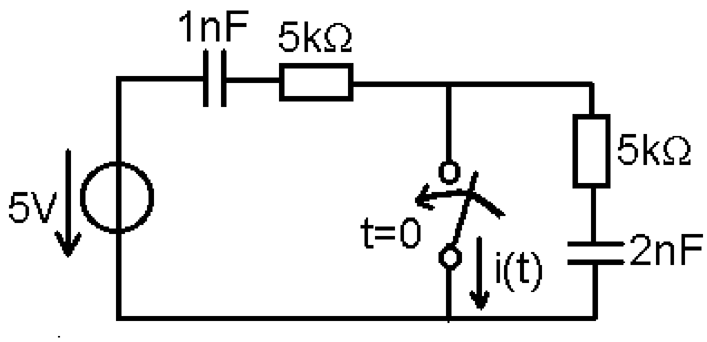
Határozza meg az alábbi W(p) függvény ismeretében f(+0)-t és f(∞)-t !

$$W(p) = \frac{4p^3 - 3p^2 + 7p - 2}{2p^4 + 4p^3 + 3p^2 - 7p + 1}$$

Megoldás

5.60.feladat:

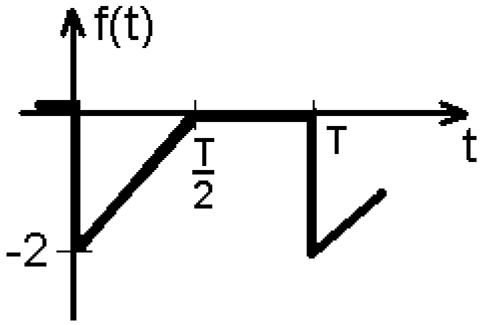
Az ábra szerinti hálózatban már régen beállt az állandósult állapot , amikor a t = 0 pillanatban zárjuk a kapcsolót. Az operátoros impedanciák segítségével határozza meg a kapcsolón átfolyó áram időfüggvényét !



Megoldás

5.61.feladat:

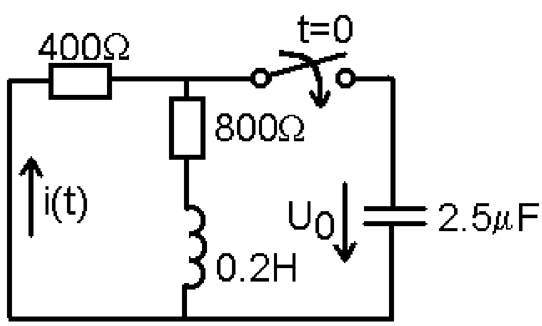
Határozza meg az f(t) periodikus függvény Laplace-transzformáltját !



Megoldás

5.62.feladat:

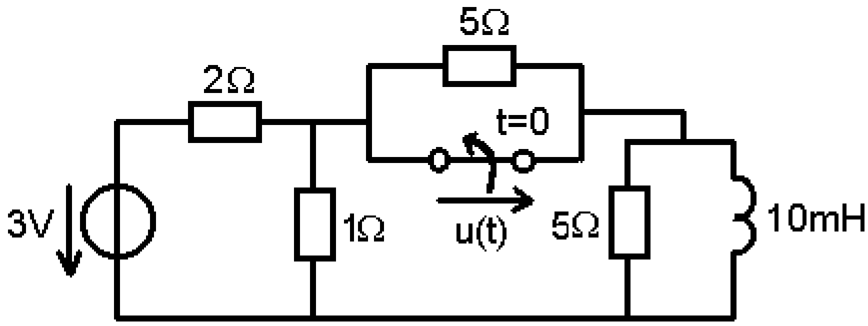
Az ábra szerinti hálózatban már régen beállt az állandósult állapot , amikor a t = 0 pillanatban zárjuk a kapcsolót. Az operátoros impedanciák segítségével határozza meg a bejelölt áram időfüggvényét, ha a kondenzátort a kapcsoló zárása előtt $U_0 = 20V$-ra feltöltöttük !



Megoldás

5.63.feladat: Lineáris invariáns hálózatok

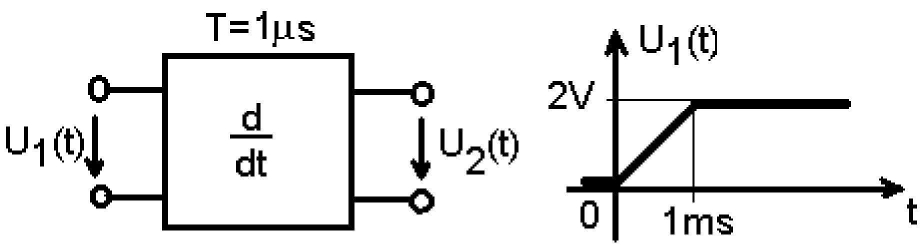
Az ábra szerinti hálózatban már régen beállt az állandósult állapot , amikor a t = 0 pillanatban nyitjuk a kapcsolót. Az operátoros impedanciák segítségével határozza meg a kapcsoló pólusai között mérhető feszültség időfüggvényét !



Megoldás

5.64.feladat:

Határozza meg és rajzolja fel a differenciáló kétkapu kimeneti feszültségét !



Megoldás

6. Négypólusok

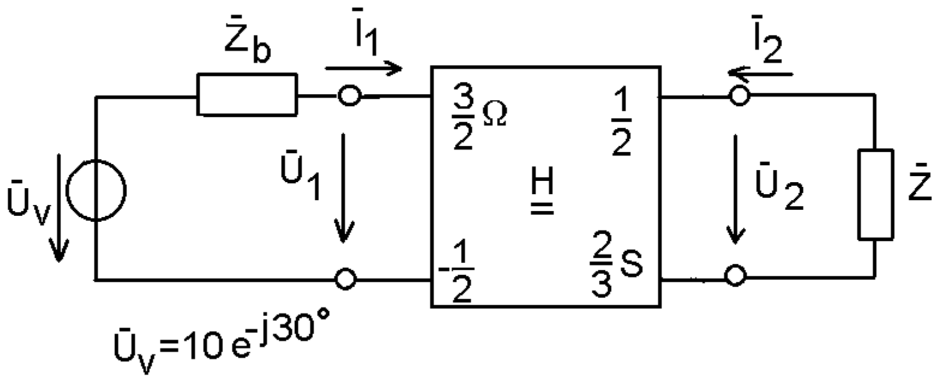
Témakörök

Feladatok:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20
21 22 23 24 25 26

6.1.feladat: Négypólusok

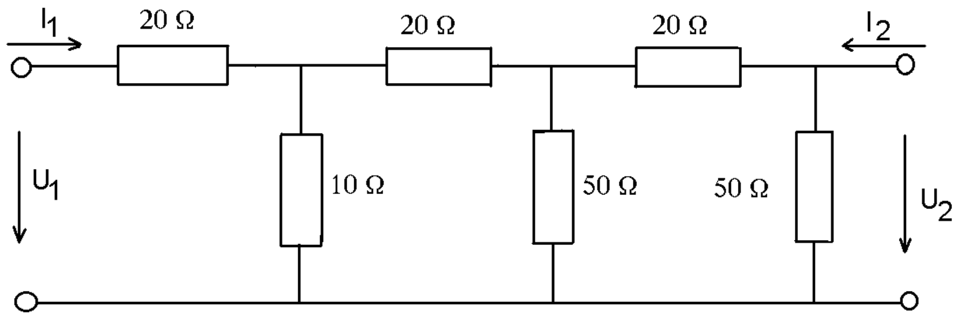
Határozza meg a generátor belső impedanciáját úgy, hogy
a, A generátornál teljesítményillesztés jöjjön létre!
b, A generátornál reflexiómentes illesztés jöjjön létre!
$Z = (1+j)\Omega$



Megoldás

6.2.feledat:

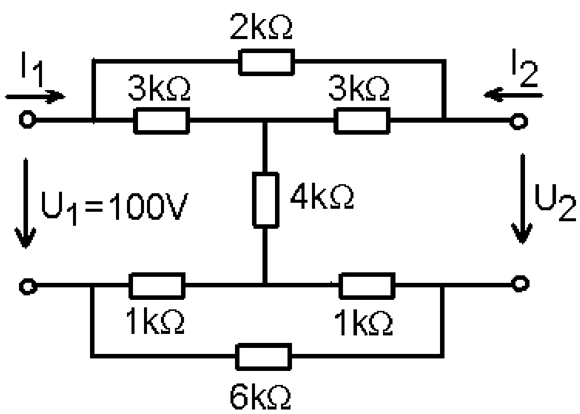
Határozza meg a lineáris rezisztív kétkapu lánc-mátrixát!



Megoldás

6.3.feladat:

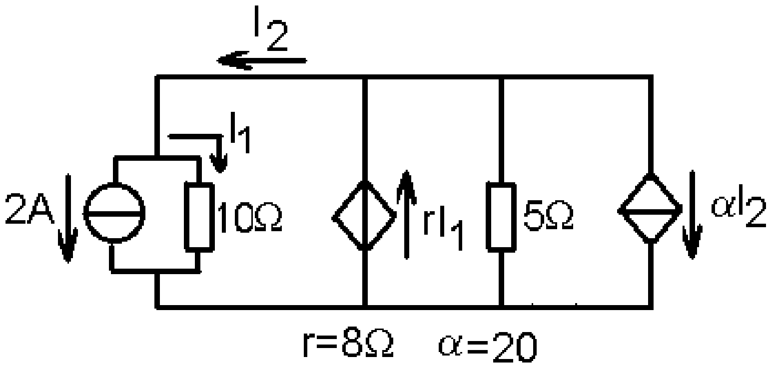
Határozza meg az ábra szerinti kétkapu kimeneti feszültségét !



Megoldás

6.4.feladat: Négypólusok

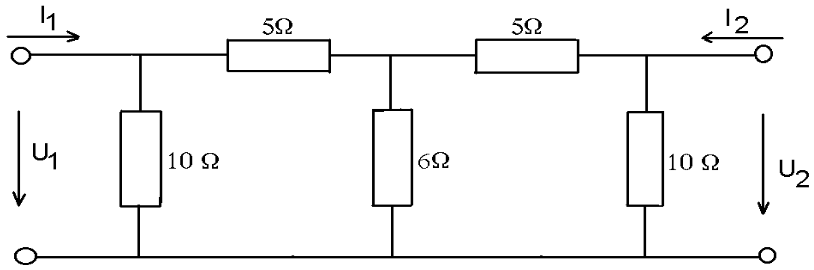
Határozza meg az ábra szerinti hálózat ágfeszültségeit és ágáramait !



Megoldás

6.5.feladat:

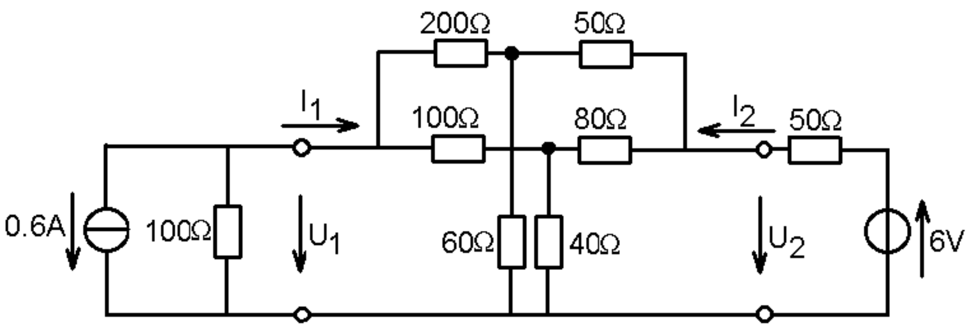
Határozza meg az ábra szerinti kétkapu inverz hibrid paramétereit !



Megoldás

6.6.feladat:

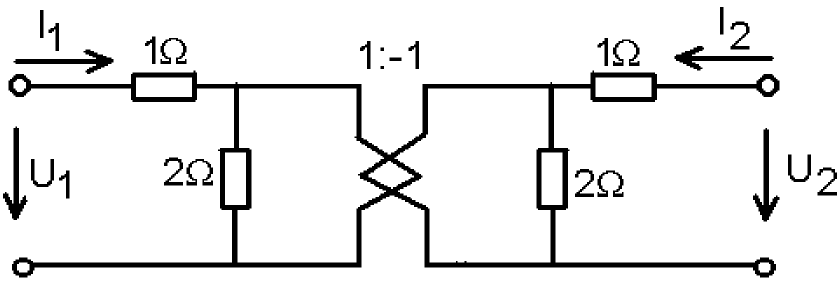
Határozza meg az ábra szerinti lineáris rezisztív négypólus bemeneti és kimeneti feszültségeit és áramait !



Megoldás

6.7.feladat:

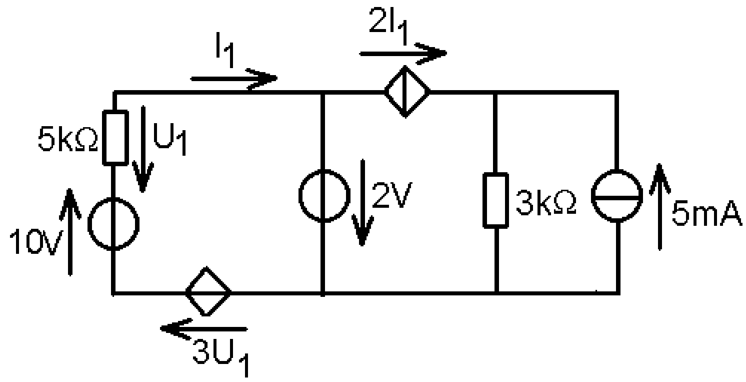
Határozza meg az ábra szerinti négypólus konduktancia paramétereit !



Megoldás

6.8.feladat: Négypólusok

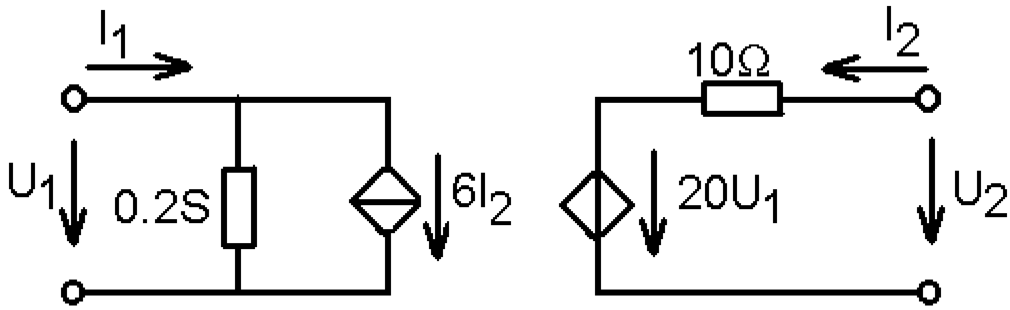
Az ábra szerinti hálózatban határozza meg a független áramforrás feszültségét !



Megoldás

6.9. feladat:

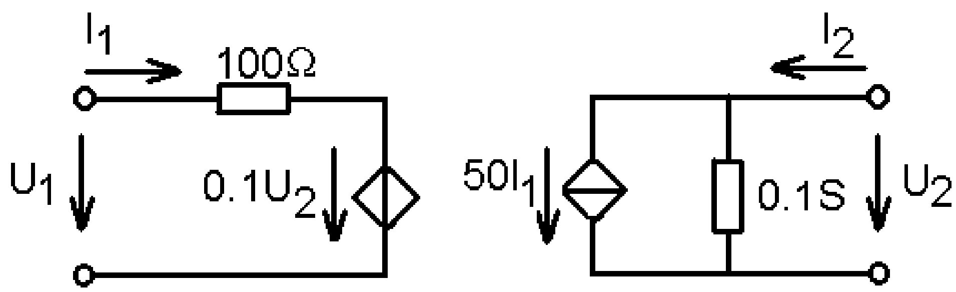
Határozza meg az ábra szerinti kétkapu ellenállás paramétereit !



Megoldás

6.10.feladat:

Határozza meg az ábra szerinti kétkapu ellenállás paramétereit !



Megoldás

6.11.feladat:

Egy rezisztív elemekből álló kétkapu hibrid paraméterei a következők:

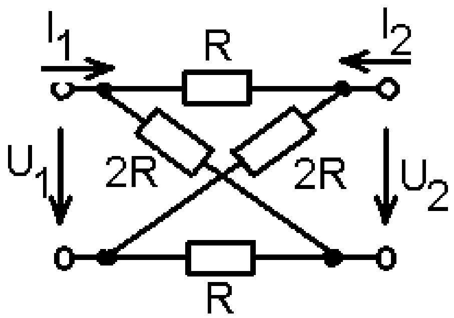
$h_{11} = 1\Omega$, $h_{12} = 1$, $h_{21} = -1$, $h_{22} = 0$ S

Határozza meg annak a négypólusnak a hibrid paramétereit amit két ilyen kétkapu lánc kapcsolásával kapunk !

Megoldás

6.12.feladat: Négypólusok

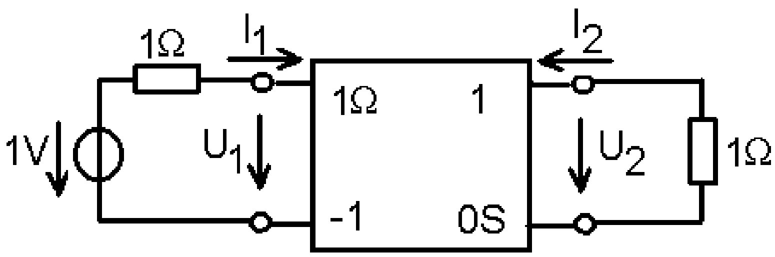
Határozza meg az ábra szerinti kétkapu ellenállás paramétereit !



Megoldás

6.13.feladat:

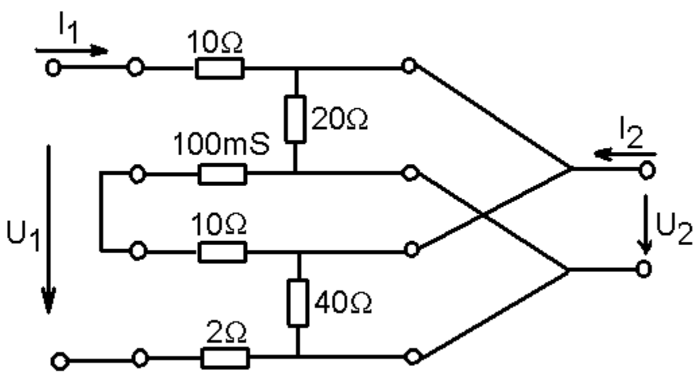
Határozza meg az ábra szerinti rezisztív kétkapu bemeneti és kimeneti feszültségeit és áramait!



Megoldás

6.14.feladat:

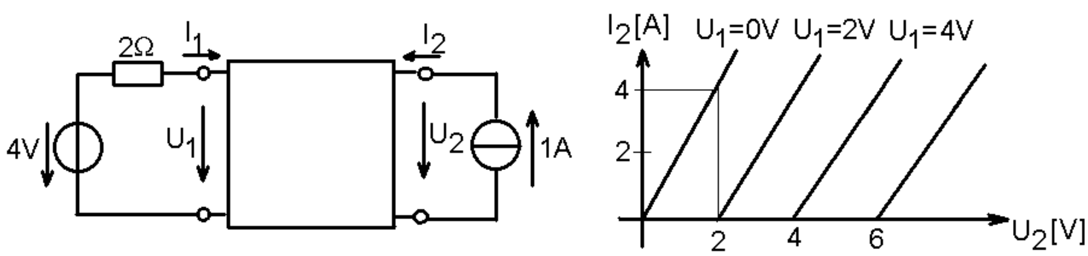
Határozza meg az ábra szerinti kétkapu eredő hibrid paramétereit !



Megoldás

6.15.feladat:

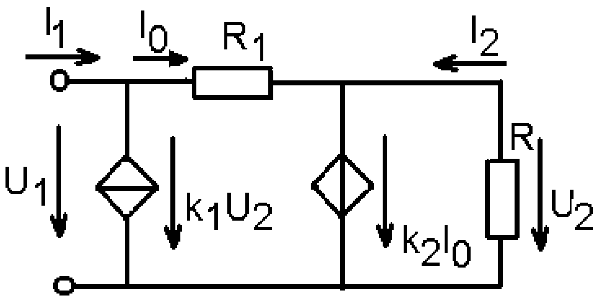
Határozza meg az alábbi nemlineáris rezisztív kétkapu munkaponti értékeit ! Adja meg a munkaponti kisjelű helyettesítő négypólus paramétereit ! $U_1 = I_1 + I_1^2$



Megoldás

6.16.feladat: Négypólusok

Határozza meg az ábra szerinti rezisztív kétkapu bemeneti ellenállását !
$R_1 = 2\Omega$, $R = 5\Omega$, $k_1 = 0.5S$, $k_2 = 8\Omega$

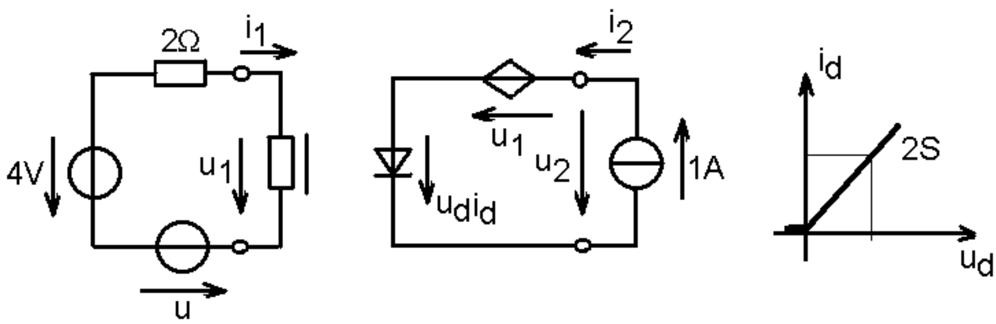


Megoldás

6.17.feladat:

Az ábra szerinti kétkapunál határozza meg a munkaponti jellemzőket és a kisjelű gerjesztésre adott Δi_1, Δi_2, Δu_2 válaszokat !

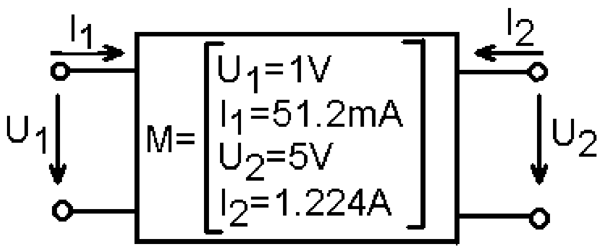
$$u(t) = 0.01\sin(1000t - 40°)V \qquad u_1 = i_1 + i_1^2$$



Megoldás

6.18.feladat:

Adott a nemlineáris rezisztív kétkapu karakterisztikája és munkaponti értékei. Rajzolja fel a munkaponti kisjelű helyettesítő négypólust és segítségével számítsa ki ΔU_1 és ΔI_2 értékét , ha $\Delta I_1 = 0.2mA$ és $\Delta U_2 = 5mV$!

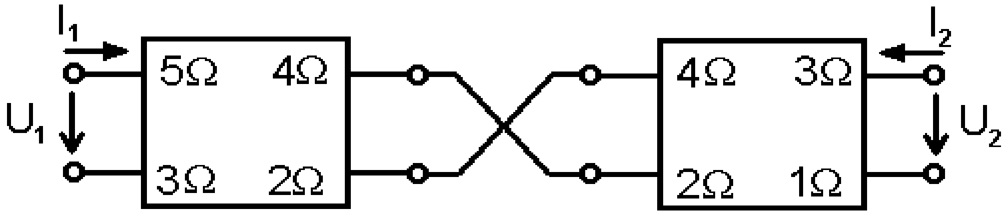


$$i_1 = 0.2\frac{mA}{V^2}(u_1 + 3u_2)^2 \qquad i_2 = 40\frac{mA}{\sqrt{V}}\sqrt{5u_2} + 20i_1$$

Megoldás

6.19.feladat: Négypólusok

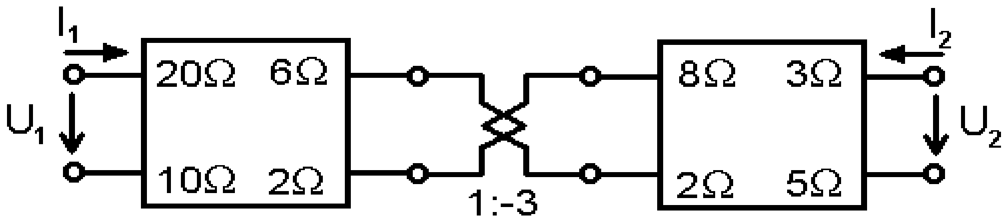
Határozza meg az eredő kétkapu bemeneti és kimeneti hullámellenállását !



Megoldás

6.20.feladat:

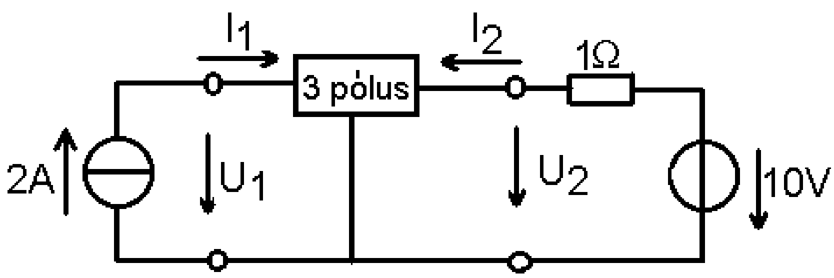
Írja fel az ábra szerinti hálózat eredő konduktancia-mátrixát ! Számítsa ki a bemeneti és kimeneti hullámellenállást !



Megoldás

6.21.feladat:

Határozza meg és rajzolja fel a hárompólus munkaponti kisjelű helyettesítését ,ha $I_1 = 2A$ és $U_1 > 0$!

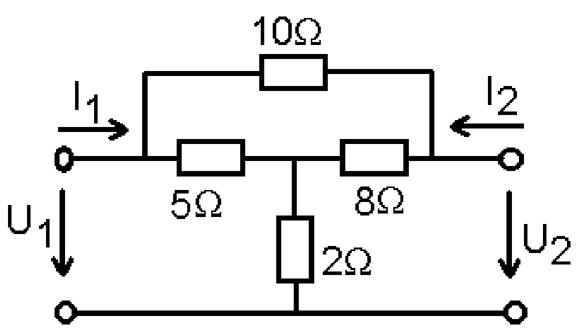


$$i_1 = 1\frac{A}{V}u_1 + 1\frac{A}{V^2}u_1^2 \qquad i_2 = -4\frac{A}{V}u_1 + \frac{1}{2}\cdot\frac{A}{V}(u_2 - 1V) + \frac{1}{2}\cdot\frac{A}{V}|u_2 - 1V|$$

Megoldás

6.22.feladat:

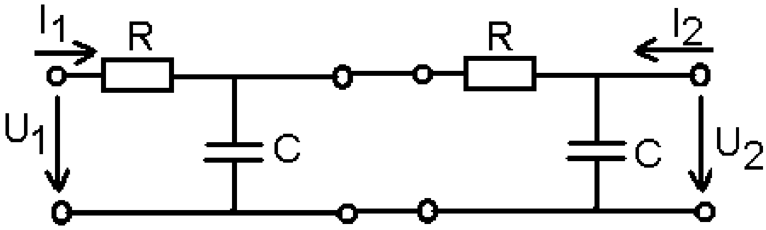
Határozza meg az ábra szerinti áthidalt T-tag konduktancia-mátrixát !



Megoldás

6.23.feladat: Négypólusok

Határozza meg az ábra szerinti lánc-kapcsolású két aluláteresztő szűrő eredő láncparamétereit!

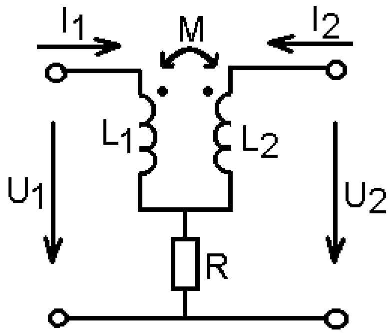


Megoldás

6.24.feladat:

Határozza meg az ábra szerinti hálózat hibrid paramétereit !

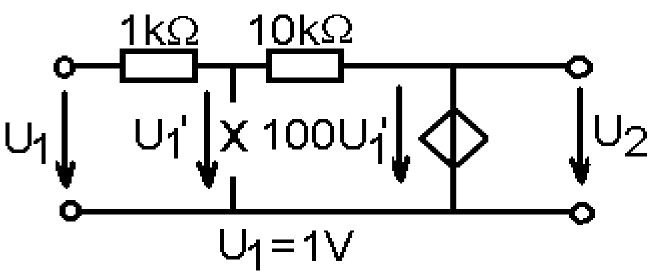
$L_1 = 1H$, $L_2 = 4H$, $k = 0.5$, $R = 1k\Omega$, $\omega = 1krad/s$



Megoldás

6.25.feladat:

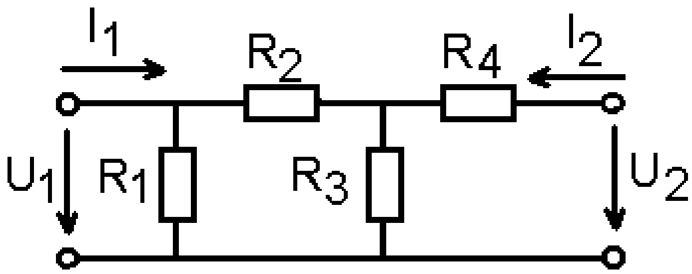
Határozza meg az ábra szerinti kétkapu U_2 feszültségét !



Megoldás

6.26.feladat:

Mi a feltétele, hogy az alábbi hálózat villamosan szimmetrikus legyen !



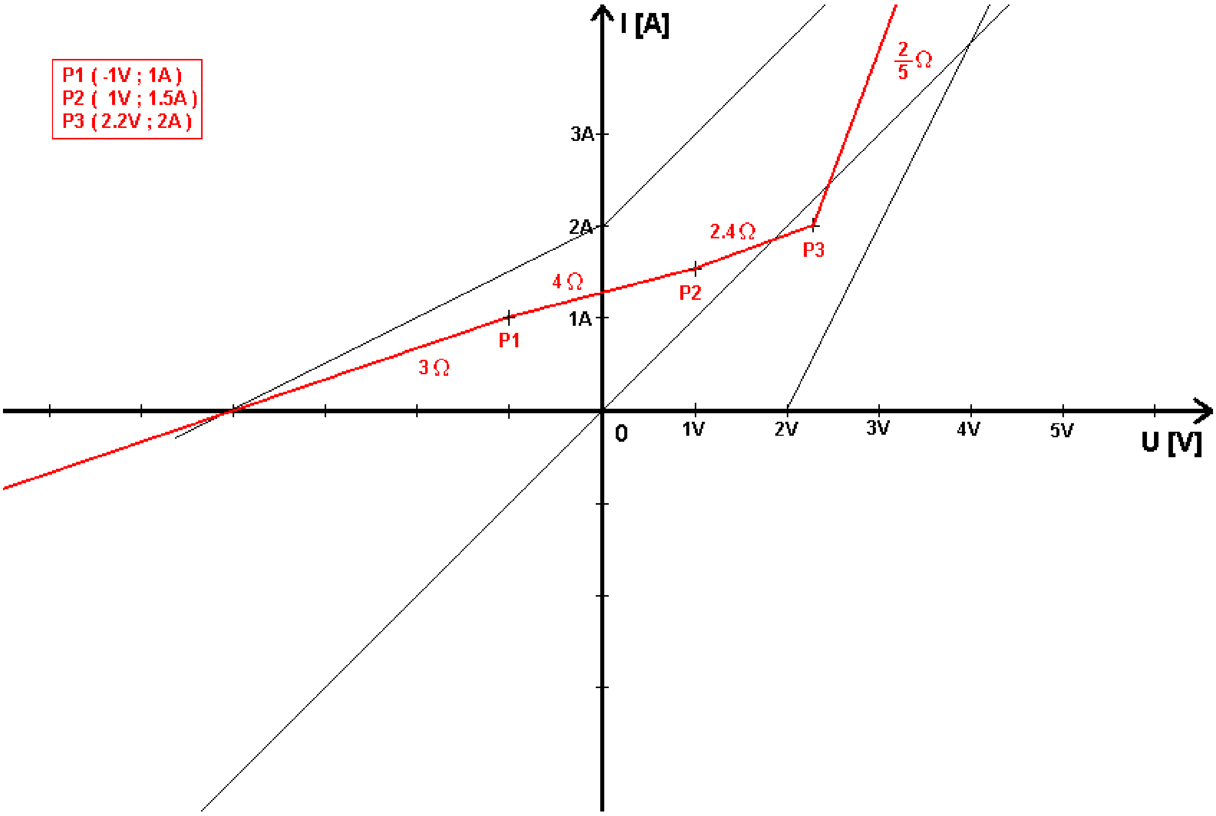
Megoldás

FELADATOK
1-218

1. Egyenáramú hálózatok

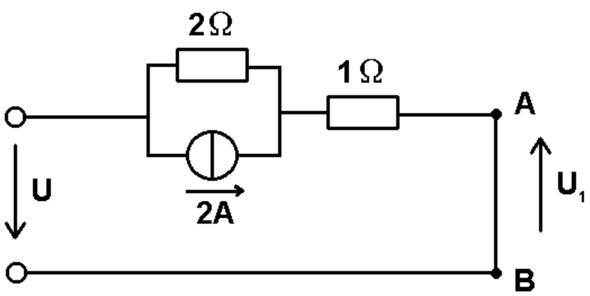
1.1.feladat: Feladat

Bemeneti Karakterisztika:



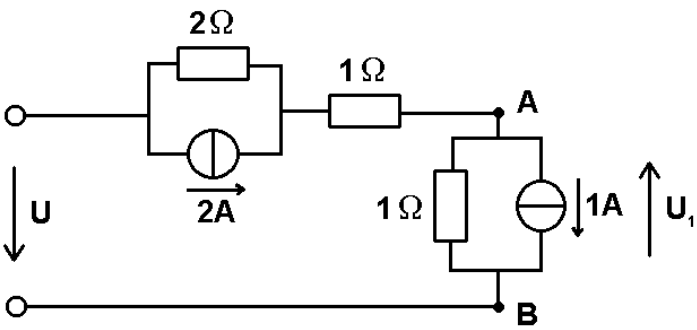
Ez alapján:

I. szakasz: $-\infty < u \leq -1\,V$



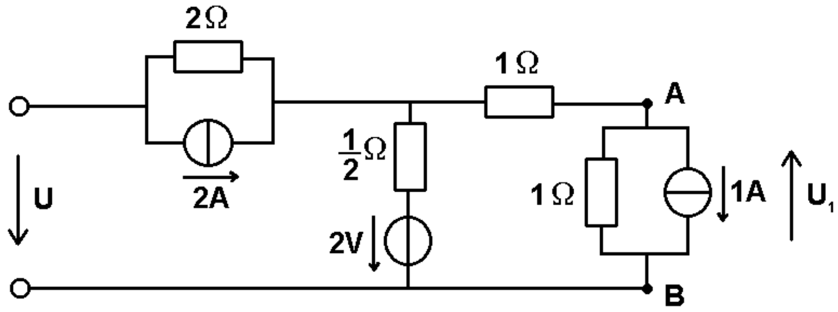
$U_1=0$

II. szakasz: $-1\,V < u \leq 1\,V$



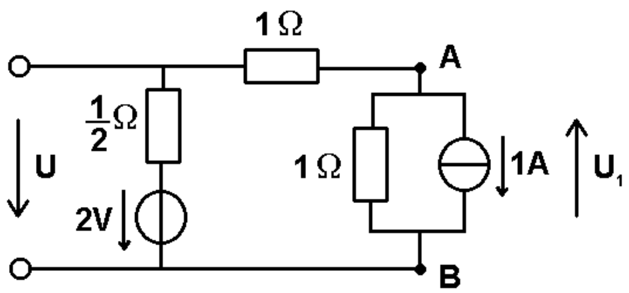
$U_1=-1/4U-2\cdot 1/2+1\cdot 3/4= -1/4\cdot U-1/4$ V

III. szakasz $1\,\mathrm{V} < u \le 2.2\,\mathrm{V}$



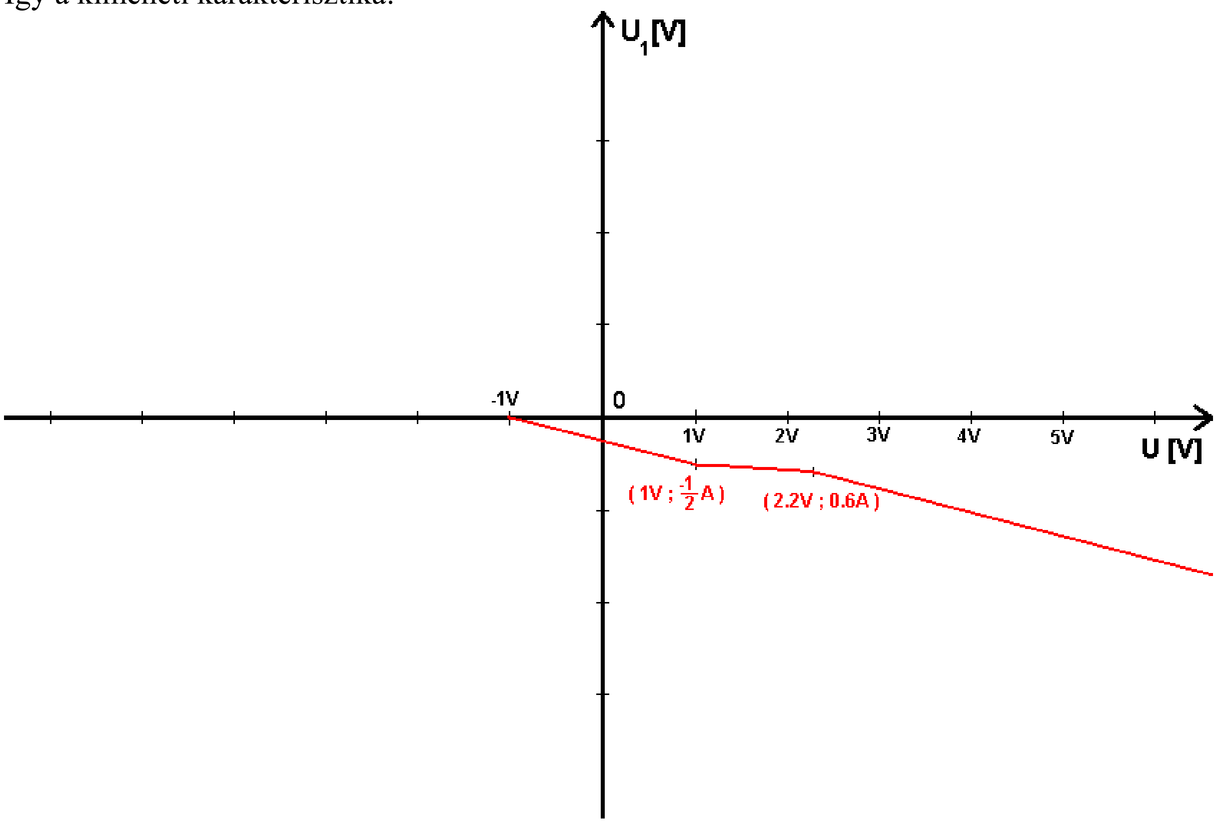
$$U_1 = -U\cdot\frac{2\times\frac{1}{2}}{2\times\frac{1}{2}+2}\cdot\frac{1}{2} - 2\cdot\frac{2\times\frac{1}{2}}{2\times\frac{1}{2}+2} - 2\cdot\frac{2\times 2}{2\times 2+\frac{1}{2}}\cdot\frac{1}{2} + 1\cdot\frac{2\times\frac{1}{2}+1}{2\times\frac{1}{2}+2} = -\frac{1}{12}U - \frac{5}{12}\,\mathrm{V}$$

IV. szakasz: $2.2\,\mathrm{V} < u$



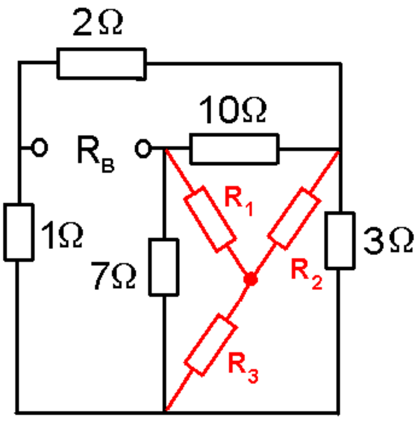
$U_1 = -0.5\cdot U + 0.5\ \mathrm{V}$

Így a kimeneti karakterisztika:



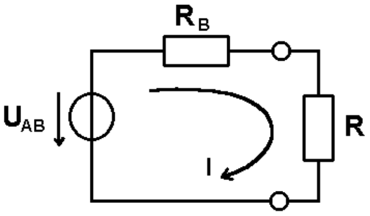
1.2.feladat: Feladat

Először is számoljuk ki az ellenállás kapcsaira nézve a hálózat belső ellenállását:



R_1=70/20=3.5Ω
R_2=30/20=1.5Ω
R_3=21/20=1.05Ω
R_b=R_1+(R_2+2)×(R_3+1)=3.5+3.5×2.05=4.79Ω

Ezután helyettesítsük a hálózatot:



$$P_R = 0.6 \cdot \frac{U_{AB}^2}{4R_b}$$

$$I = \frac{U_{AB}}{R_b + R}$$

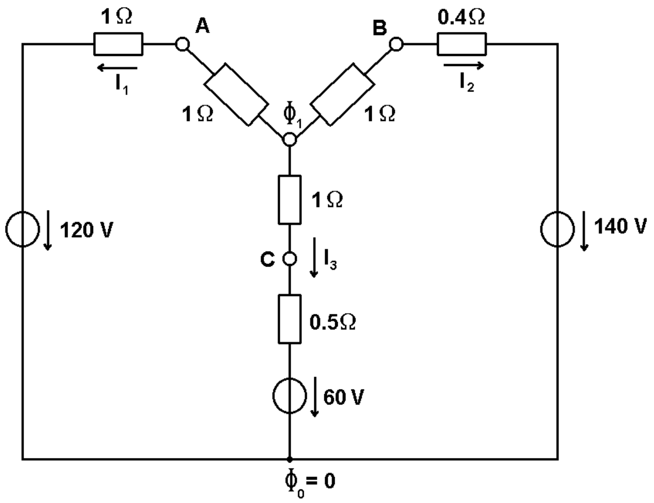
$$P_R = \left(\frac{U_{AB}}{R_b + R}\right)^2 \cdot R = 0.6 \cdot \frac{U_{AB}^2}{4R_b}$$

$$4R_b = 0.6 \cdot \left(R_b^2 + 2R \cdot R_b + R^2\right)$$

$$3R^2 - 14R \cdot R_b + 3R_b^2 = 0$$

$$R_{1,2} = \left(\frac{14 \pm \sqrt{196 - 36}}{6}\right) \cdot R_b = \left(\frac{14 \pm \sqrt{160}}{6}\right) \cdot R_b = \begin{cases} 4.44 \cdot R_b = 21.28\,\Omega \\ 0.225 \cdot R_b = 1.078\,\Omega \end{cases}$$

1.3.feladat: Feladat



$I_1=(\Phi_1-120)/2$ $I_2=(\Phi_1-140)/1.4$ $I_3=(\Phi_1-60)/1.5$

$I_1+I_2+I_3=0$

$\Phi_1/2-60+\Phi_1/1.4-100+\Phi_1/1.5-40=0$

$(21\Phi_1+30\Phi_1+28\Phi_1)/42-200=0$

$\Phi_1=(200\cdot 42)/79=$ $\underline{106.33\ V}$

$I_1=$ $\underline{-6\ \ .835A}$ $I_2=$ $\underline{-24.05\ A}$ $I_3=$ $\underline{30.885\ A}$

$\Phi_A=120-6.835=113.165\ V$

$\Phi_B=120-9.62=130.38\ V$

$\Phi_C=60+15.443=75.443\ V$

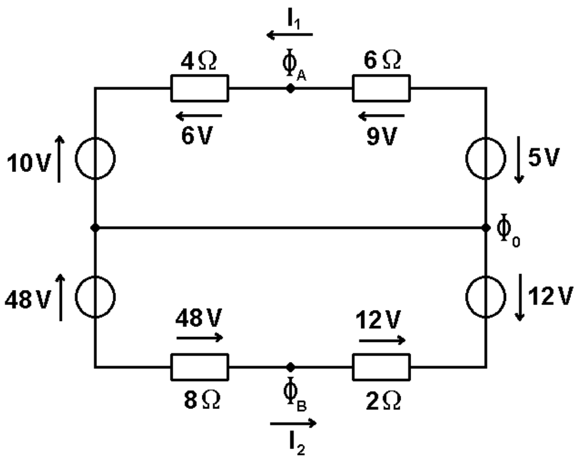
$I_{AB}=(\ \Phi_A-\ \Phi_B)/3=-5.738\ A$

$I_{AC}=(\ \Phi_A-\ \Phi_C)/3=12.574\ A$

$I_{AB}=(\ \Phi_A-\ \Phi_B)/3=18.312\ A$

1.4.feladat: Feladat

Rajzoljuk át a kapcsolási rajzot:

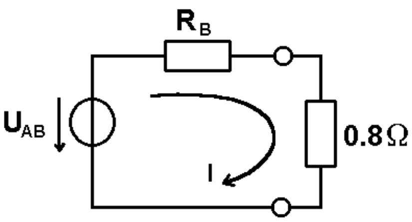


Ekkor:

$I_1=15V\ /\ 10\Omega=$ $\underline{1.5A}$ $I_2=60V\ /\ 10\Omega=$ $\underline{6A}$

$\Phi_A=-10+6=$ $\underline{-4V}$ $\Phi_B=48-48=$ $\underline{0V}$

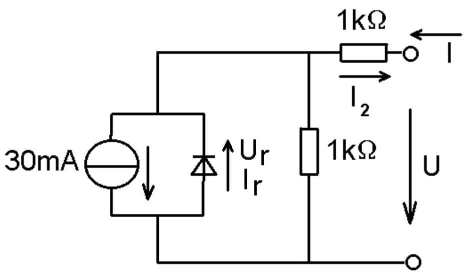
$R_b=4\times 6+8\times 2=$ $\underline{4\Omega}$



$I=U_{AB}/(R_b+R)=-4V\ /\ 4.8\Omega=\underline{-0.833A}$
$P_R=I^2\cdot R=16\cdot(4.8)^2\cdot 0.8=\underline{0.555W}$

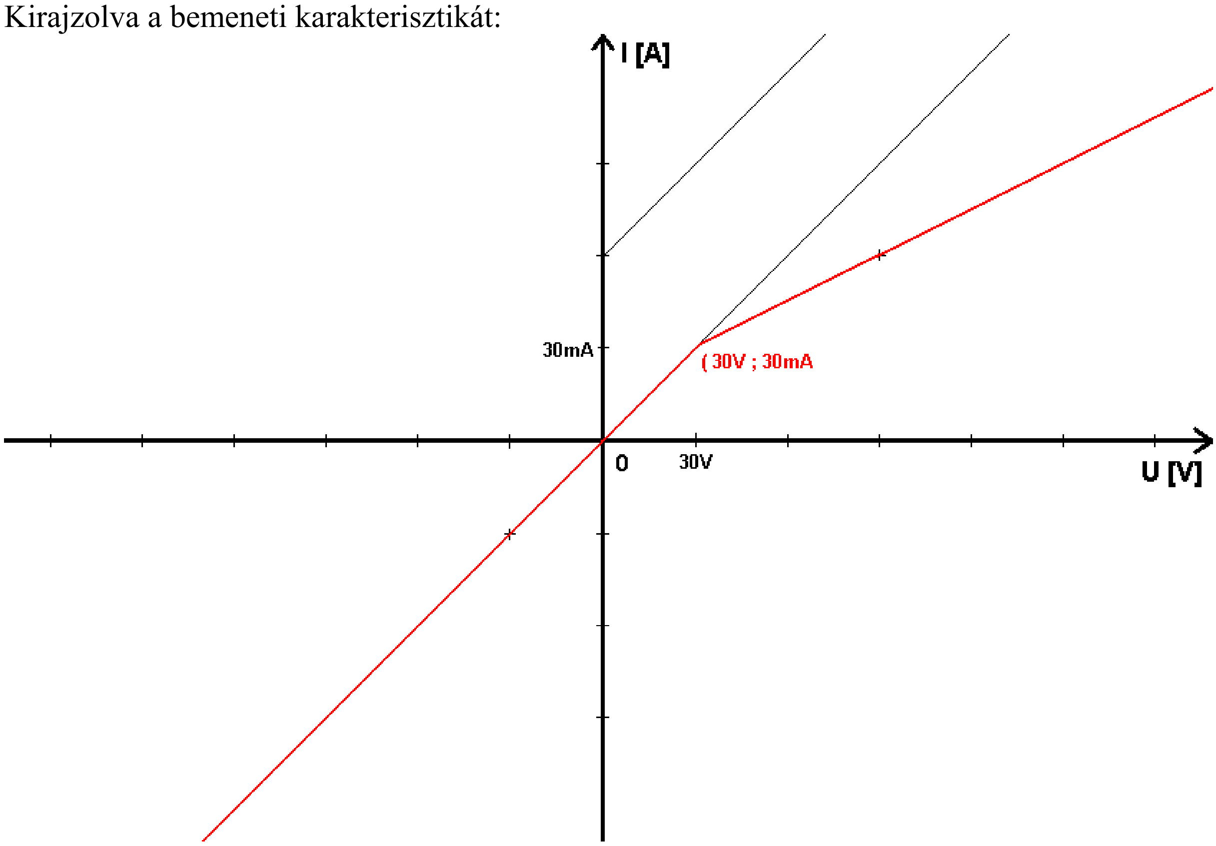
1.5.feladat: Feladat

Egyből észrevehetjük, hogy a 2KΩ, 20V és a dióda nem szól bele I_2 áramba.

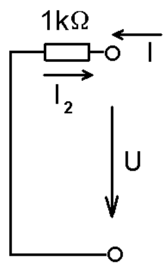


$I_2 = -I$

Kirajzolva a bemeneti karakterisztikát:

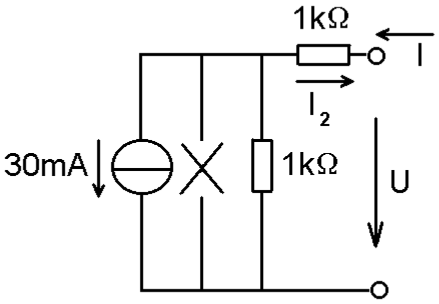


I. szakasz: $-\infty < u < 30\text{V}$



I2= -U/1kΩ= -U [mA]

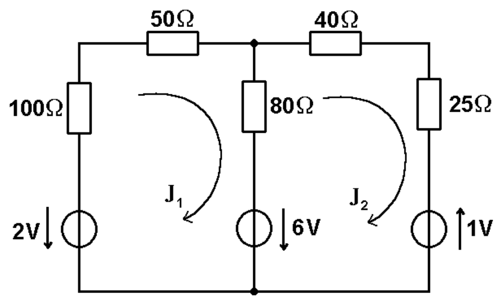
II. szakasz: $30\text{V} < u < \infty$



I2=-15mA-U/2kΩ= -15-0.5·U [mA]

1.6.feladat: Feladat

Átrajzolva a kapcsolási rajzot:



$$
\begin{aligned}
I_0 &= 0 \\
P_4 &= 0 \\
230J_1 - 80J_2 &= -4 \qquad /\cdot 8 \\
-80J_1 + 14J_2 &= 7 \qquad /\cdot 23 \\
1840J_1 - 640J_2 &= -32 \\
-1840J_1 + 3335J_2 &= 161 \\
2695J_2 &= 129 \\
230J_1 - 3.829 &= -4
\end{aligned}
$$

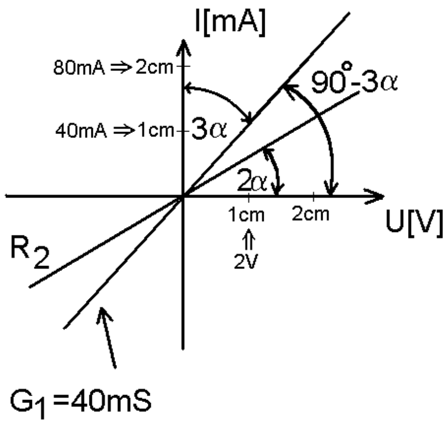
J_1= -0.74 mA J_2= 47.87 mA

$I_1=J_2$-20mA= -20.74mA $I_2=J_1$= -074 mA

$I_3=J_1-J_2$= -48.61 mA $I_4=J_2$= 47.87 mA

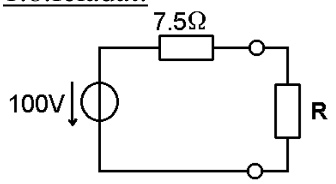
P_1= -20mA·(100Ω·20.74mA)= <u>-41.48 mW</u>
P_2=6V·I_3=6V·(-48mA)= <u>-291.66 mW</u>
P_3=40mA·(25Ω·7.8mA)= <u>7.87 mW</u>

<u>1.7.feladat:</u> [Feladat]



G_1=40ms → R_1=1/0.04=25Ω
ha U=2V → I_1=U/R_1=2V/25Ω=0.08A=80mA → 2cm
tg(3α)=0.5
3α=arctg(0.5)=26.57° → α=8.856°
I_2=40mA·tg(2α)=0.040·0.31937=12.7748mA
R_2=U_2/I_2=2V/12.7748mA=156.56Ω

<u>1.8.feladat:</u> [Feladat]



$$P_{max} = \frac{10^4}{30} = 333.3\mathrm{W}$$

$$P_{\frac{max}{2}} = 166.7\mathrm{W}$$

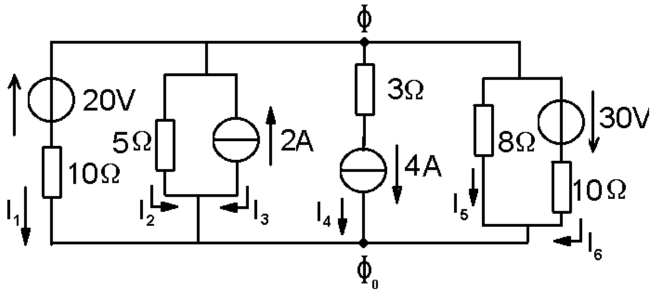
$$166.7 = \left(\frac{100}{7.5+R}\right)^2 \cdot R = \frac{10^4}{(7.5+R)} \cdot R$$

$$166.7 \cdot (7.5+R)^2 = 10^4 R$$

$$R^2 - 50R + 56.7 = 0$$

$$R_{1,2} = 25 \pm \sqrt{625-56.25} = \begin{cases} 48.848\ \Omega \\ 1.1515\ \Omega \end{cases}$$

1.9.feladat: Feladat



$$\frac{\Phi+20}{10}+\frac{\Phi}{5}-2+4+\frac{\Phi}{8}+\frac{\Phi-30}{10}=0$$

$$0.525\Phi=-1$$

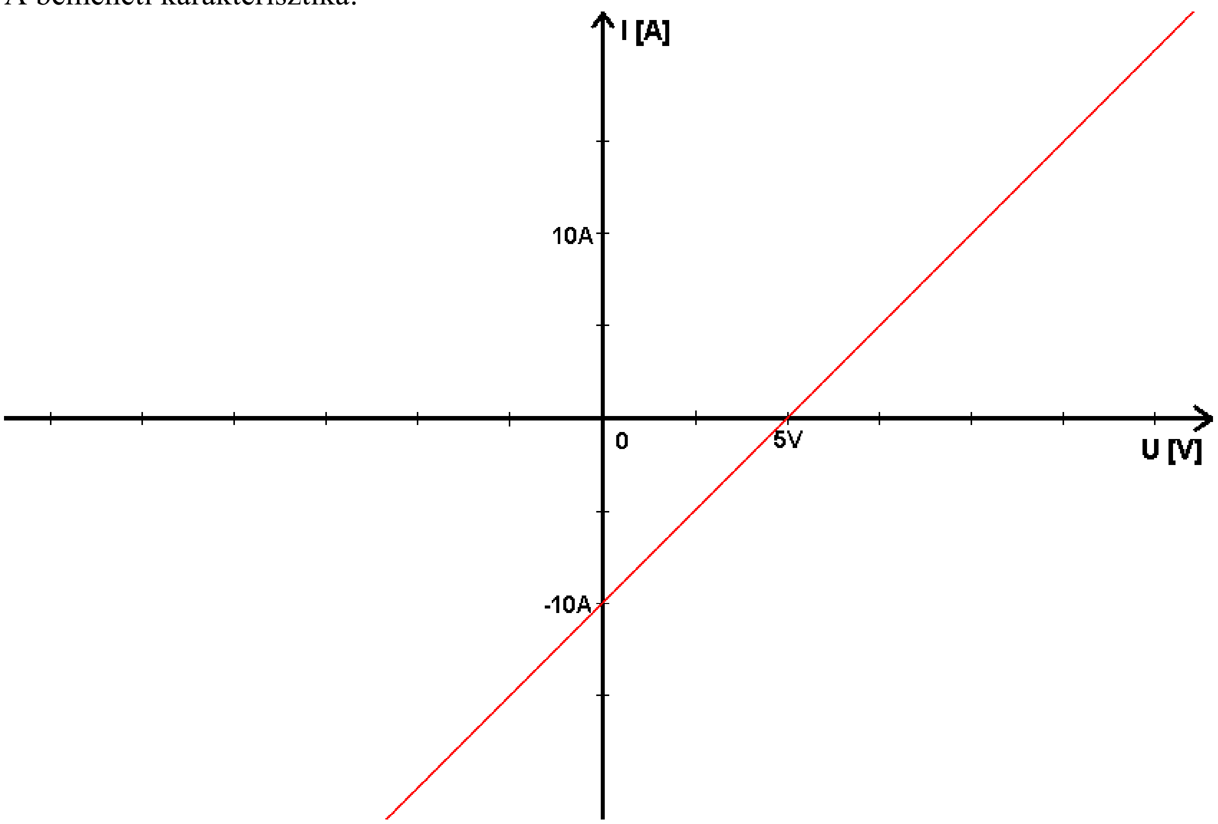
Ekkor:

I_1=18.1/10= 1.81A I_2= -1.9/5= 0.38A I_3= -2A

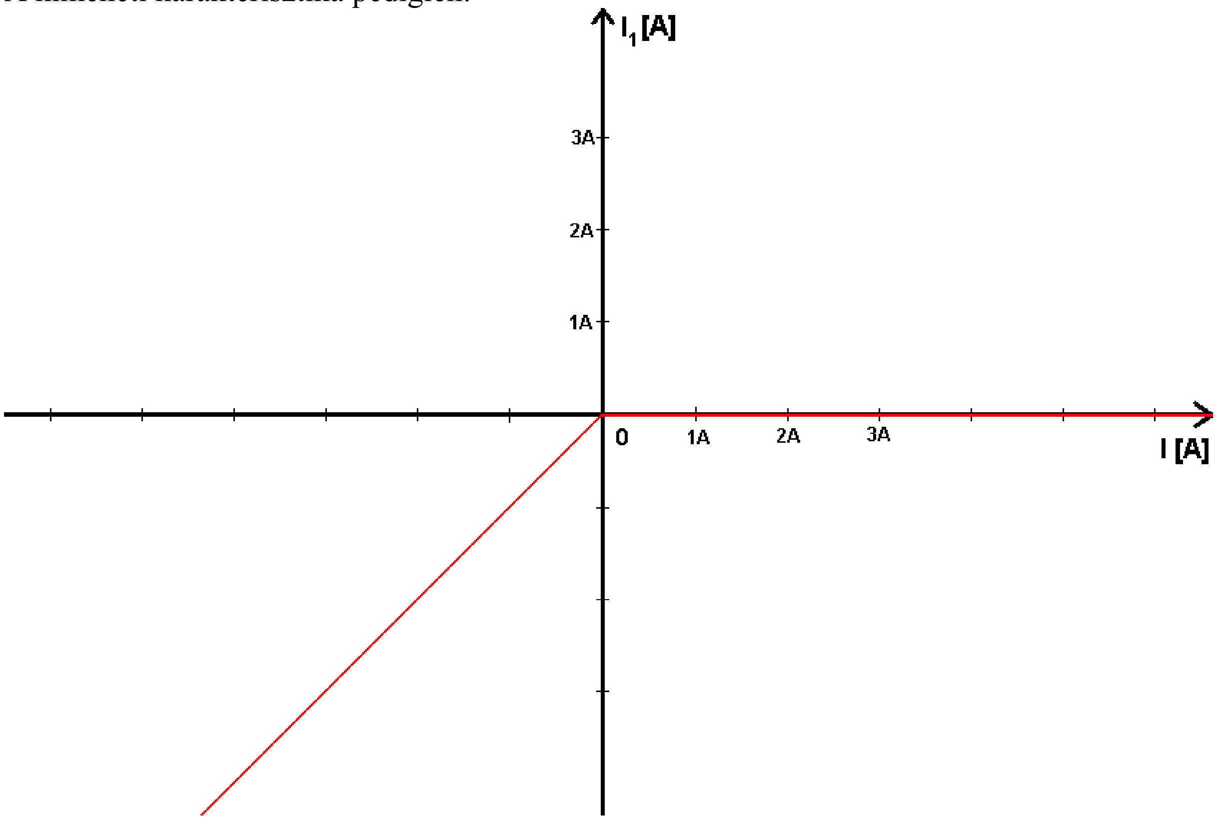
I_4= 4A I_5= -1.9/8= -0.2375A I_6= -31.9/10= -3.19A

1.10.feladat: Feladat

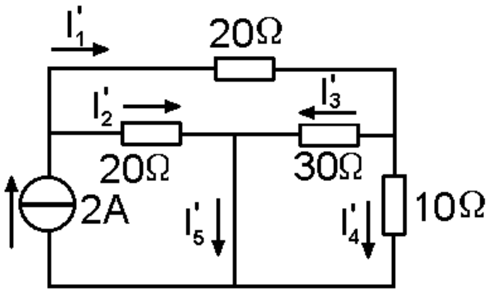
A bemeneti karakterisztika:



A kimeneti karakterisztika pediglen:



1.11.feladat: Feladat



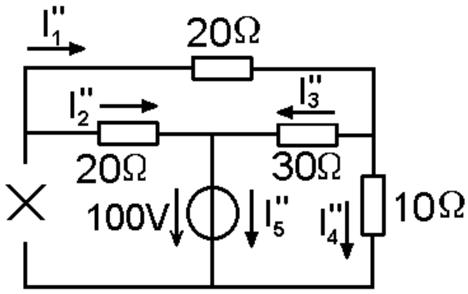
$$I_1' = 2\frac{20}{20+20+30\times 10} = 2\frac{20}{47.3} = 0.842A$$

$$I_2' = 1.158A$$

$$I_3' = I_1'\frac{10}{40} = 0.81A$$

$$I_4' = I_1'\frac{30}{40} = 0.63A$$

$$I_5' = I_2' + I_3' = 1.368A$$



$$I_5'' = -\frac{100}{30\times 40+10} = -\frac{100}{27.14} = -3.68A$$
$$I_4'' = 3.68A$$
$$I_3'' = -3.68\frac{40}{70} = -2.1A$$
$$I_2'' = -3.68\frac{30}{70} = -1.58A$$
$$I_1'' = 1.58A$$

$$I_1 = I_1' + I_1'' = 2.422A$$
$$I_2 = I_2' + I_2'' = -0.422A$$
$$I_3 = I_3' + I_3'' = -1.89A$$
$$I_4 = I_4' + I_4'' = 4.31A$$
$$I_5 = I_5' + I_5'' = -4.462A$$

$$P_1 = I_1^2 \cdot 20 = 117.04\,W$$
$$P_2 = 3.56\,W$$
$$P_3 = 107.16\,W$$
$$P_4 = 185.76\,W$$
$$P_u = -100 \cdot 2.312 = -231.2\,W$$
$$P_i = -2A \cdot U_i = -2(100-8.44) = -183.12\,W$$

1.12.feladat: Feladat

$$U_2 = 100V\left(\frac{100}{100+100\times 200} + \frac{100\times 200}{100+100\times 200}\cdot\frac{100}{100+100}\right) = 80V$$

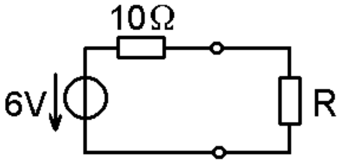
1.13.feladat: Feladat

A 2A-es áramforrás rövidre van zárva így nem szól bele az ellenállás áramába.

$$I = \left(18V\cdot\frac{6}{3+6}\cdot\frac{1}{6} - 3A\cdot\frac{3}{3+6} + 36V\cdot\frac{6}{3+6}\cdot\frac{1}{6}\right) = 5\,A$$
$$U = I\cdot R = 5A\cdot 6\Omega = 30\,V$$

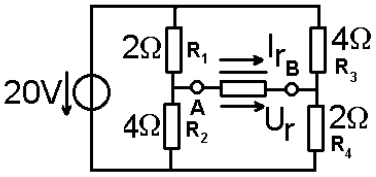
1.14.feladat: Feladat

Norton-Thevenin átalakításokkal az alábbi kapcsolásra redukálható a probléma:



Ekkor a maximális teljesítményhez R=100Ω, és így $P = \frac{U^2}{4R} = \frac{36}{40} = 0.9\,W$

1.15.feladat: [Feladat]



$$U_{AB} = 20 \cdot \left(\frac{4}{6} - \frac{2}{6}\right) = \frac{40}{6} = 6.66\text{V}$$

$$R_{AB} = R_1 \times R_2 + R_3 \times R_4 = 2 \times 4 + 4 \times 2 = \frac{16}{6} = 2.66\Omega$$

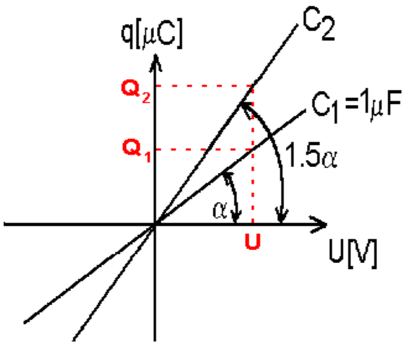
$$6.66 = 2.66 \cdot I + 5I^2$$

$$I_{1,2} = -0.266 \pm \sqrt{1.403} = \begin{cases} 0.918\,\text{A} \\ - \end{cases}$$

$$U = 5 \cdot (0.918)^2 = 4.213\,\text{V}$$

$$I_{R1} = 20 \frac{2}{4+2} \cdot \frac{1}{2} = 3.33\text{A}$$

1.16.feladat: [Feladat]



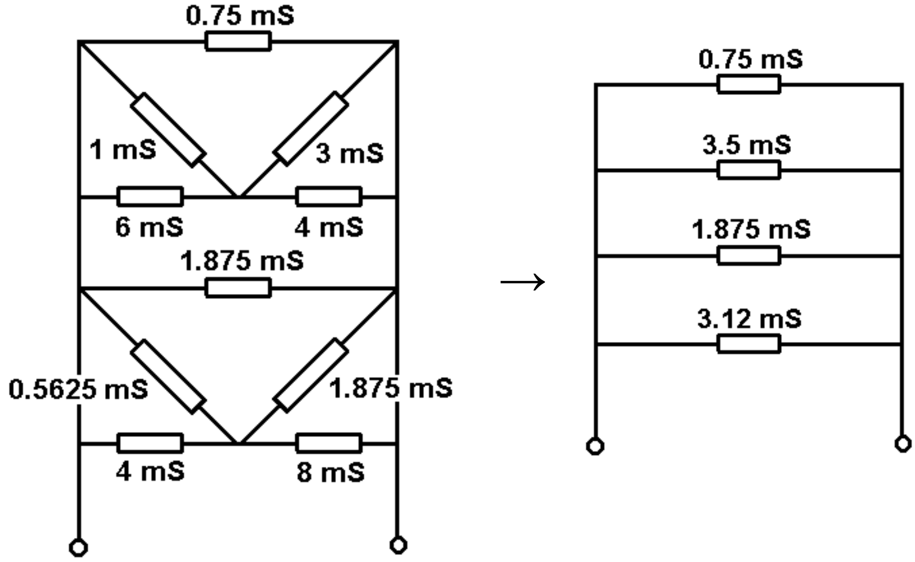
$$C_1 = \frac{Q_1}{U} = \text{tg}(\alpha)$$

$$C_2 = \frac{Q_2}{U} = \text{tg}(1.5\alpha)$$

$$\text{tg}(\alpha) = 1 \quad \Rightarrow \quad \alpha = 45°$$

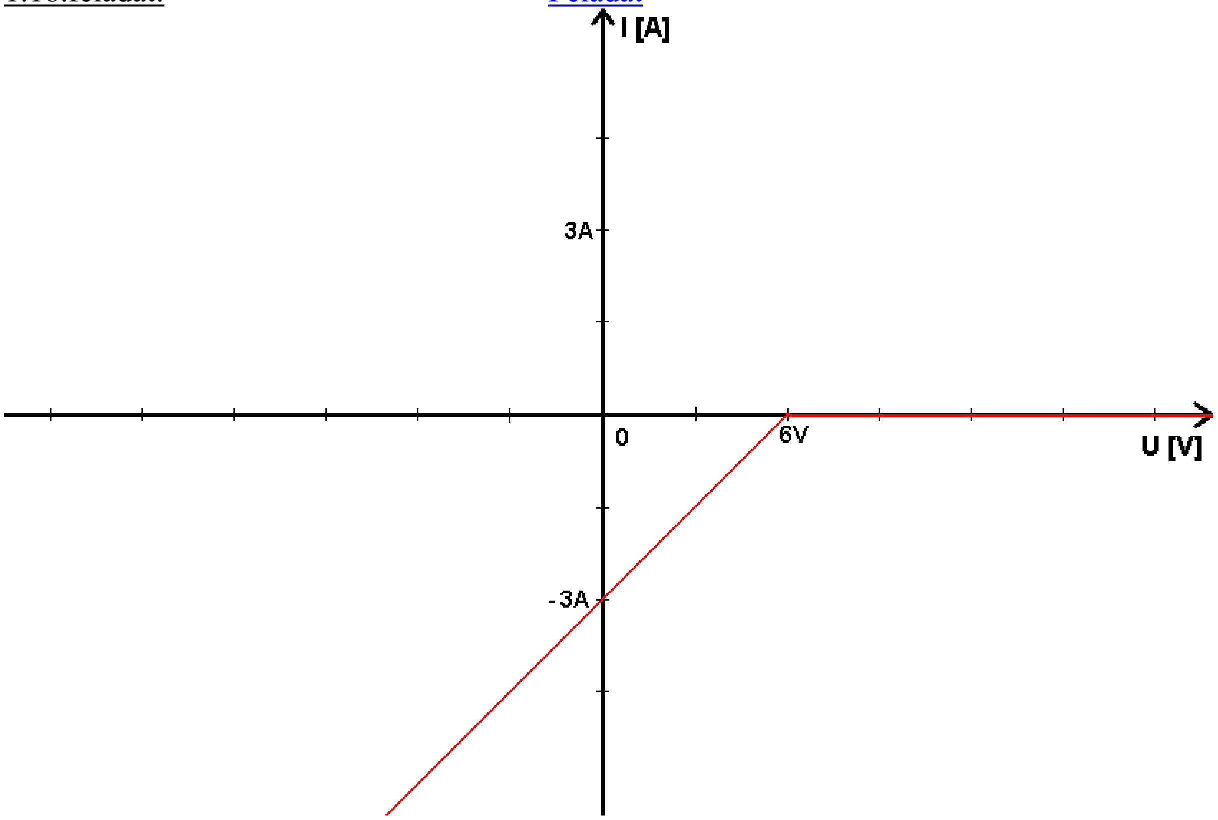
$$C_2 = \text{tg}(1.5\alpha) = 2.41\mu\text{F}$$

1.17.feladat: Feladat



G= 9.245mS

1.18.feladat: Feladat



1.19.feladat: Feladat

$$\Psi = L \cdot i$$

$$L = \frac{\Psi}{i} \quad \left[\frac{\mu Vs}{\mu A}\right]$$

$$L_1 = tg(\alpha) = 1H \quad \rightarrow \quad \alpha = 45°$$

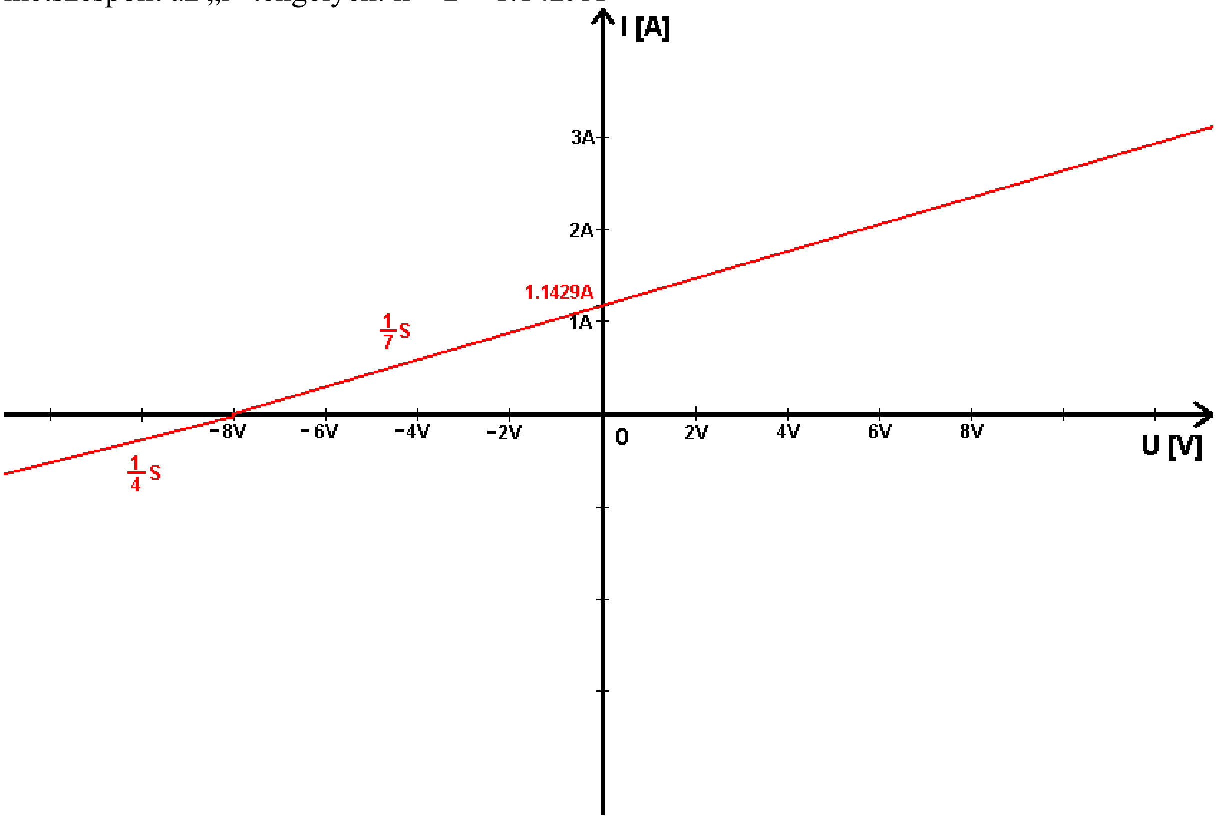
$$L_2 = tg(1.5\alpha) = 2.42\,H$$

1.20.feladat: Feladat

$$3\Omega + 4\Omega = 7\Omega \quad \rightarrow \quad \frac{1}{7}S$$

$$\frac{1}{7}x + k \quad \rightarrow \quad \frac{1}{7}\cdot(-8V) + k = -2A \quad \rightarrow \quad k = -0.85714$$

metszéspont az „i” tengelyen: k + 2 = 1.1429A



1.21.feladat: Feladat

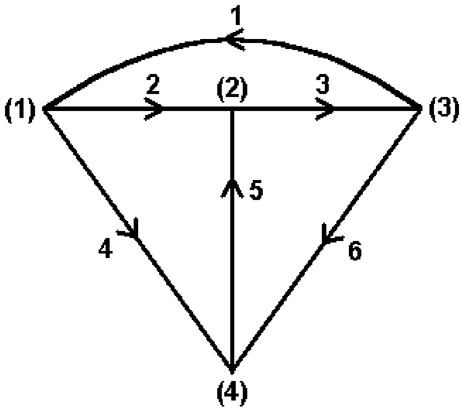
$$U_A = \left(\frac{200}{2} - \frac{100}{4} - \frac{150}{5}\right) mA \cdot (5 \times 4 \times 2) k\Omega = 47.368V$$

$$U_B = \left(\frac{200}{5} - \frac{100}{2} - \frac{150}{4}\right) mA \cdot (5 \times 4 \times 2) k\Omega = -50V$$

$$U_{AB} = U_A - U_B = 97.368\,V$$

1.22.feladat:

Feladat



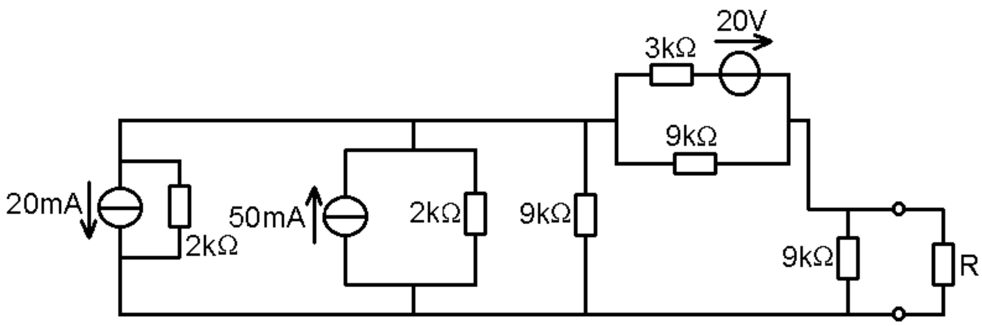
$$I_Z = \begin{bmatrix} Q \\ B \cdot R \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} Q \cdot I \\ B \cdot U \end{bmatrix}$$

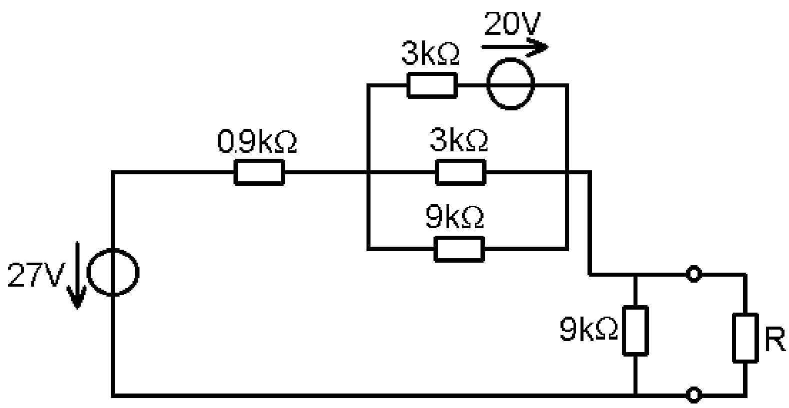
$$U = \begin{bmatrix} 3V \\ 0V \\ 0V \\ 10V \\ 0V \\ 0V \end{bmatrix} \qquad I = \begin{bmatrix} 0A \\ 0A \\ 3A \\ 0A \\ 2A \\ 5A \end{bmatrix}$$

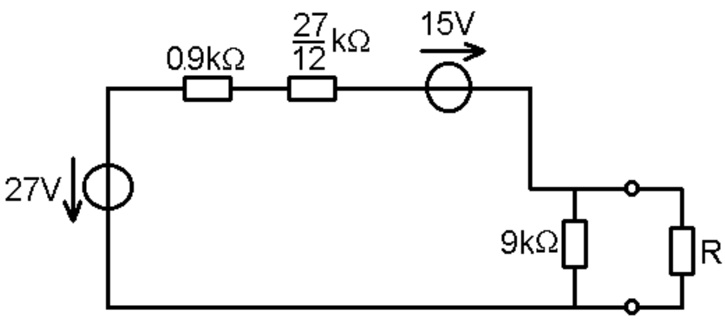
$$Q = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

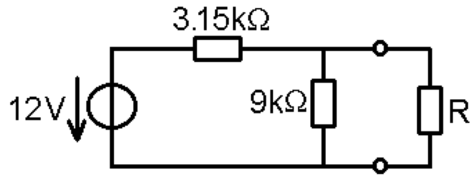
1.23.feladat:

Feladat





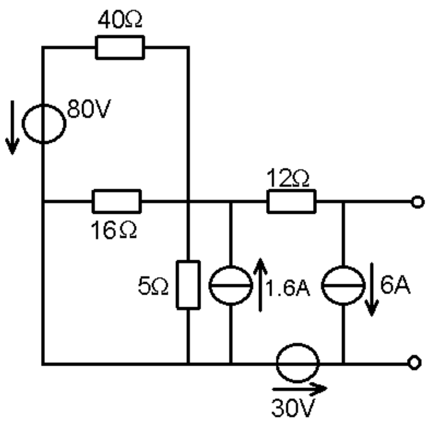


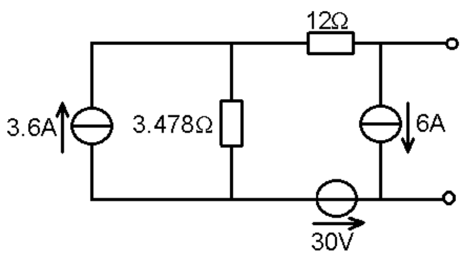


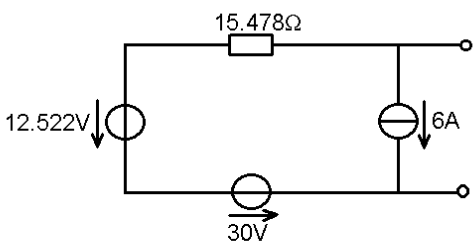
$$R_b = 3.15 \times 9 = \frac{7}{3} k\Omega$$

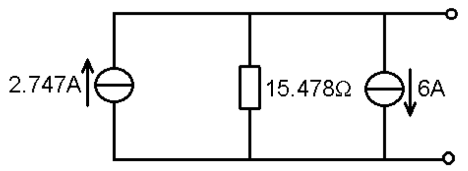
$$P_{max} = \left(12V \frac{9 \times \frac{7}{3}}{9 \times \frac{7}{3} + 3.15} \right)^2 \cdot \frac{3}{7} \cdot 10^{-3} \Omega = 8.45\,mW$$

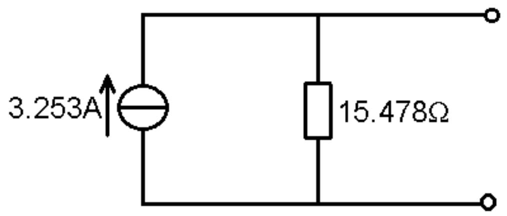
1.24.feladat: Feladat





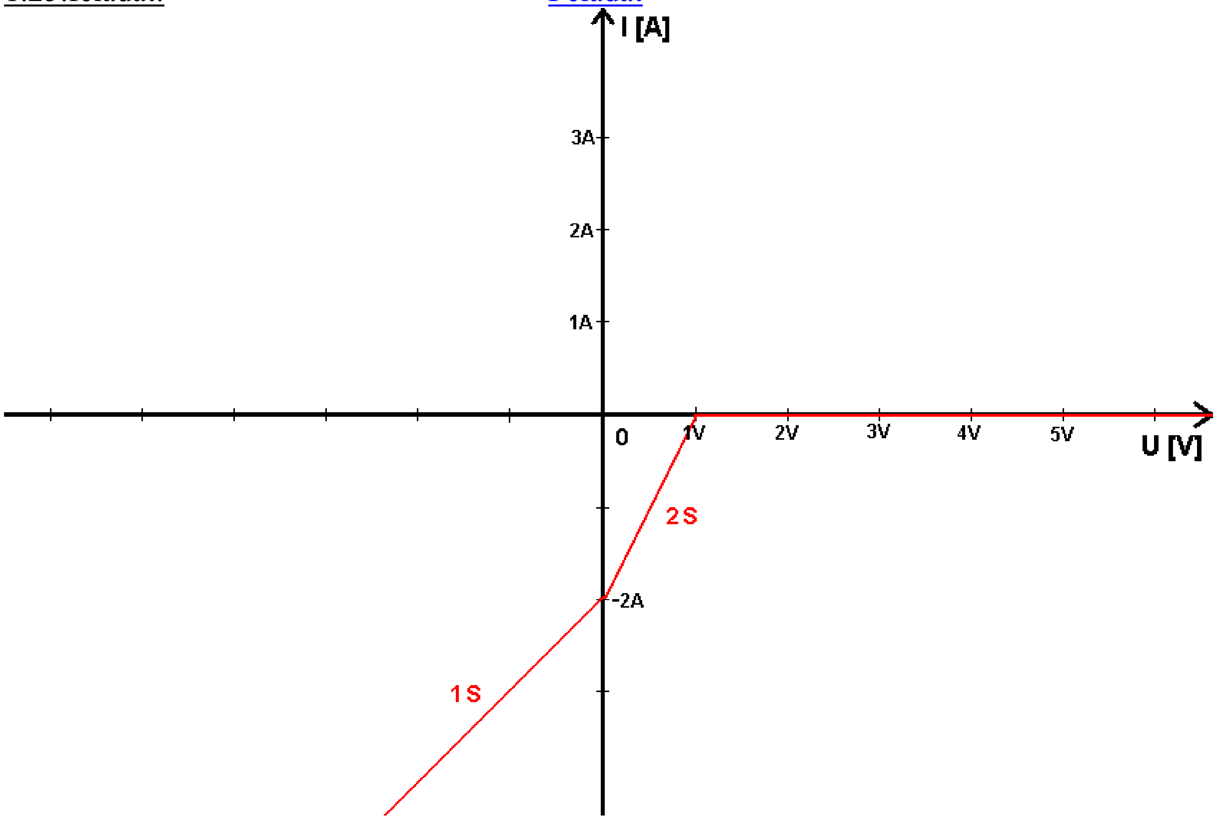




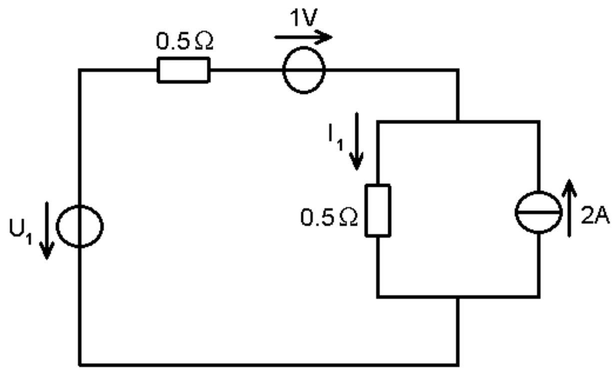


$$P = I_R^2 \cdot R = \left(\frac{3.253}{2}\right)^2 \cdot 15.478 = 40.947\ \text{W}$$

1.25.feladat: Feladat

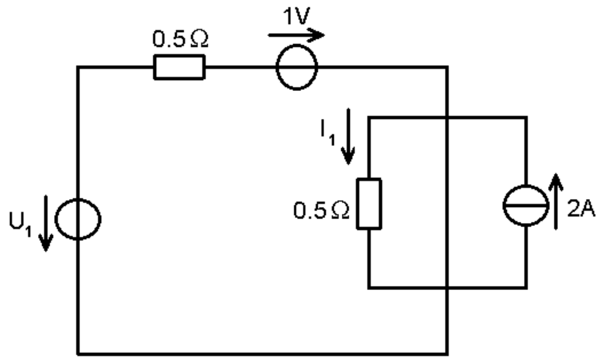


I. szakasz: $-\infty < u < 0$



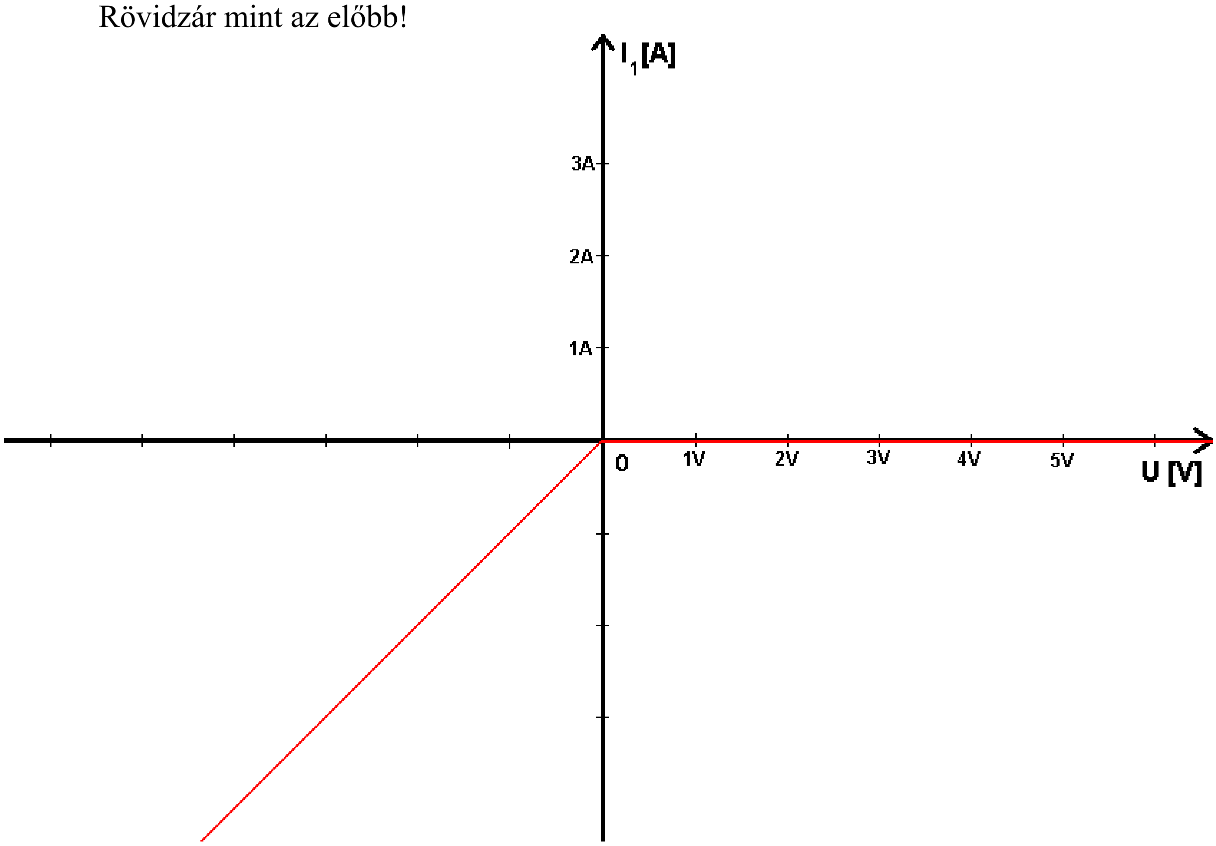
$$I_1 = \frac{U_1}{1} + 2 \cdot 0.5 - \frac{1}{1} = U_1$$

II. szakasz: $0 \le u < 1V$

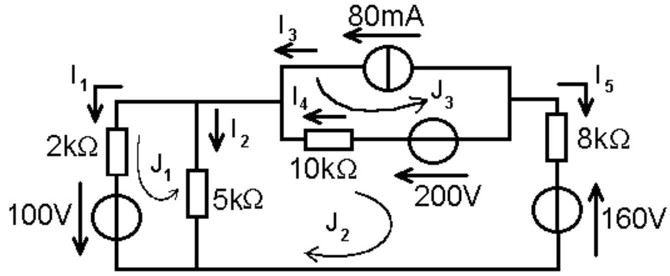


III. szakasz: $1V \le u < \infty$

Rövidzár mint az előbb!



1.26.feladat: Feladat



$100 = 2J_1 + 5(J_1 - J_2)$

$360 = 5(J_2 - J_1) + 10(J_1 + J_3) + 8J_2$

$J_3 = 80mA$

$100 = 7J_1 - 5J_2$

$360 = -5J_1 + 23J_2 + 800$

$J_1 = 0.75357mA$

$J_2 = -18.97mA$

$I_1 = -J_1 = -0{,}75357mA$

$I_2 = J_1 - J_2 = 19.7057mA$

$I_3 = 80mA$

$I_4 = -J_3 + J_2 = -61.03mA$

$I_5 = J_2 = -18.97mA$

1.27.feladat: Feladat

a,

lényegében három R ellenállás párhuzamos kapcsolása:

$$R_{AB} = \frac{R}{3}$$

b,

$$R_e = R + 2R \times R_e = R + \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R_e}} = R + \frac{R_e R}{R + R_e}$$

$$R_e R + R_e^2 = R^2 + R_e R + R_e R$$

$$R_{AB} = R_e = 2R$$

c,

hasonlóan megoldva mint a b, feladatot:

$$R_{AB} = \frac{R}{2} + \frac{\sqrt{5}R}{2}$$

d,

Rajzoljuk le a kockát síkba, majd csillag-háromszög átalakításokkal kapjuk a megoldást.

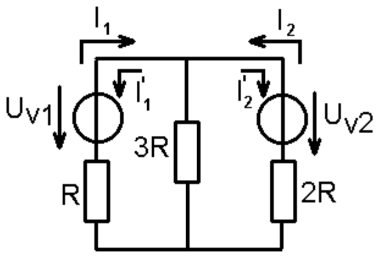
$R = 5/6\,\Omega$

e,

$$R_{AB} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{R}{2^n} = R \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} = 2R$$

1.28.feladat:

Feladat



$$I_1 = \frac{U_{V1}}{R + 2R \times 3R} = \frac{U_{V1}}{2.2R}$$

$$I_2 = \frac{U_{V2}}{2R + R \times 3R} = \frac{U_{V2}}{2.75R}$$

$$I'_1 = I_2 \frac{3R}{4R} = \frac{3}{4} \cdot \frac{U_{V2}}{2.75R}$$

$$I'_2 = I_1 \frac{3R}{2R + 3R} = \frac{3}{5} \cdot \frac{U_{V1}}{2.2R}$$

$$P_{V1} = U_{V1}(I_1 - I'_2) = \frac{U_{V1}^2}{2.2R} - \frac{3}{4} \cdot \frac{U_{V1} \cdot U_{V2}}{2.75R}$$

$$P_{V2} = U_{V2}(I_2 - I'_1) = \frac{U_{V2}^2}{2.75R} - \frac{3}{5} \cdot \frac{U_{V2} \cdot U_{V1}}{2.2R}$$

$$\sum P_R = \frac{U_{V1}^2}{2.2R} + \frac{U_{V2}^2}{2.75R} - 3 \cdot \frac{U_{V2} \cdot U_{V1}}{11R} - 3 \cdot \frac{U_{V2} \cdot U_{V1}}{11R}$$

$$\frac{U_{V1}^2}{2.2R} = 55W$$

$$U_{V1} = 11\sqrt{R}$$

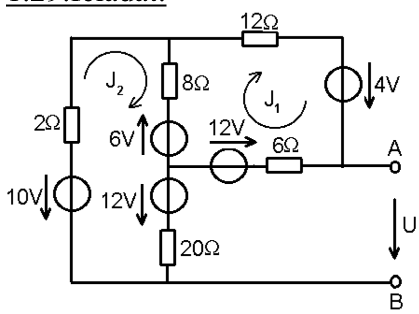
$$\frac{U_{V2}^2}{2.75R} = 176W$$

$$U_{V2} = 22\sqrt{R}$$

$$\sum P_R = 55 + 176 - 6\frac{11 \cdot 22 \cdot R}{11R} = 99W$$

1.29.feladat:

Feladat



$$4 = 30J_2 - 8J_1 \quad /\cdot 8$$

$$2 = -8J_2 + 26J_1 \quad /\cdot 30$$

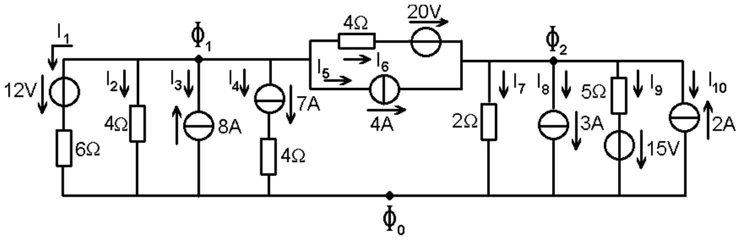
$$92 = 7167J_1$$

$$J_1 = 0.128A$$

$$J_2 = 0.168A$$

$$U = 20J_2 + 6J_1 = 3.36 + 0.768 = 4.128V$$

1.30.feladat: Feladat



Az első csomópontra vonatkozó egyenlet:

$$\frac{\Phi_1-12}{6}+\frac{\Phi_1}{4}-8+7+4+\frac{(\Phi_1-\Phi_2)-20}{4}=0$$

$$\frac{\Phi_1}{6}-2+\frac{\Phi_1}{4}+3+\frac{\Phi_1}{4}-\frac{\Phi_2}{4}-5=0$$

$$\frac{2}{3}\Phi_1-\frac{1}{4}\Phi_2-4=0$$

$$\frac{38}{15}\Phi_1-\frac{19}{20}\Phi_2-\frac{76}{5}=0$$

A második csomópontra vonatkozó egyenlet:

$$-\frac{\Phi_1}{4}+\frac{19}{20}\Phi_2-1=0$$

Ebből:

$$\Phi_1=7.09\text{V}$$

$$\Phi_2=2.92\text{V}$$

$$I_1=\frac{\Phi_1-12}{6}=-0.818\text{A}$$

$$I_2=1.77\text{A}$$

$$I_3=-8\text{A}$$

$$I_4=7\text{A}$$

$$I_5=4\text{A}$$

$$I_6=\frac{\Phi_1-\Phi_2-20}{4}=-3.96\text{A}$$

$$I_7=\frac{\Phi_2}{2}=1.46\text{A}$$

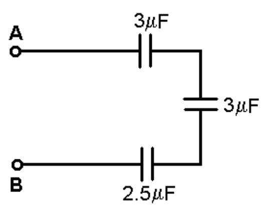
$$I_8=3\text{A}$$

$$I_9=\frac{\Phi_2-15}{9}=-2.42\text{A}$$

$$I_{10}=-2\text{A}$$

1.31.feladat: Feladat

Összevonva a kondenzátorokat:



$$U_{AB} = 28V - 14\frac{28-8}{14+3+7+4} = 18V$$

$$U_{3\mu F} = 18\frac{1.36}{4.36} = 5.625V$$

$$U_{2.5\mu F} = 6.75V$$

Ebből már számolhatóak a kondenzátorok egyedi feszültségei:

$$U_{0.1\mu F} = 6.75V$$

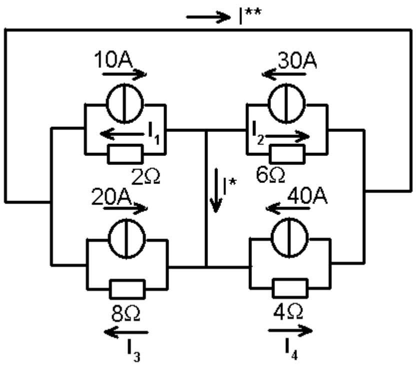
$$U_{4\mu F} = 4.05V$$

$$U_{1.4\mu F} = 5.25V$$

$$U_{2\mu F} = U_{(p-p)4\mu F} = 2.8125V$$

$$U_{6\mu F} = 2.7V$$

1.32.feladat: Feladat



$$R_S = 1.6 \times 2.4 = 0.96\Omega$$

$$J = 100A$$

$$U = I \cdot R_S = 96V$$

$$I_1 = 48A$$

$$I_2 = 12A$$

$$I_3 = 16A$$

$$I_4 = 24A$$

$$10 - 48 - J^* + 30 - 16 = 0$$

$$J^* = -24A$$

$$48 + 12 - 10 - 20 - J^{**} = 0$$

$$J^{**} = 30A$$

1.33.feladat: Feladat

A felső és az alsó hidat csillag-háromszög átalakítással összevonva:

$$R_b = 820.5\dot{3} \times (181 \times 64 + 90.5 \times (240 \times (120 \times 10 + 360 \times 30))) + 34.72 = 100\Omega$$

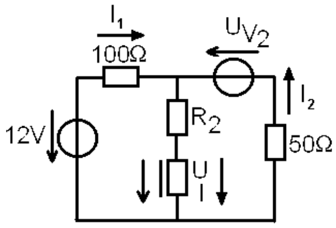
$$I^2{}_V + 100I_V = 200V$$

$$I_V = 1.962A$$

$$P_1 = I_V \cdot I_V^2 = 7.547W$$

$$\Delta P = (I_V + 0.1)^3 - 7.547 = 1.214W$$

1.34.feladat: Feladat



Tervezzük meg a feszültség generátort ami pont ezt a munkapontot határozza meg.
Kritériumaink:

$$15mA < \frac{U_V}{R_b} < 22.5mA$$

$$R_b = R_2 + R_V$$

$$0 < \frac{1}{R_b} < \frac{10}{5} \cdot 10^{-3} = 2 \cdot 10^{-3}$$

$$U_M = 3V$$

$$I_M = 15mA$$

$$U = U_V - IR_b$$

$$I = \frac{U_V}{R_b} - \frac{U}{R_b}$$

$$I_M = \frac{U_V}{R_b} - \frac{U_M}{R_b}$$

$$15 \cdot 10^{-3} = \frac{U_V}{R_b} - \frac{3}{R_b}$$

$$15 \cdot 10^{-3} \cdot R_b = U_V - 3$$

Tegyük fel, hogy $U_V = 18V$, ekkor:

$$R_b = 1000\Omega$$

Tehát:

$$R_b = R_2 + 100 \times 50$$

$$R_2 = 966.67\Omega$$

$$U = R_2 \cdot I_M + U_M = 17.5V$$

$$I_1 = \frac{17.5V - 12V}{100\Omega} = 55mA$$

$$I_2 = 15mA - 55mA = -40mA$$

$$U_{V2} = -17.5V + 40 \cdot 10^{-3} \cdot 50 = -14.5V$$

1.35.feladat: Feladat

Nem lineáris elem munkaponti adatai:

$$I_M = 6A$$

$$U_M = 2V \cdot \log_3 \frac{6A}{2A} = 2V$$

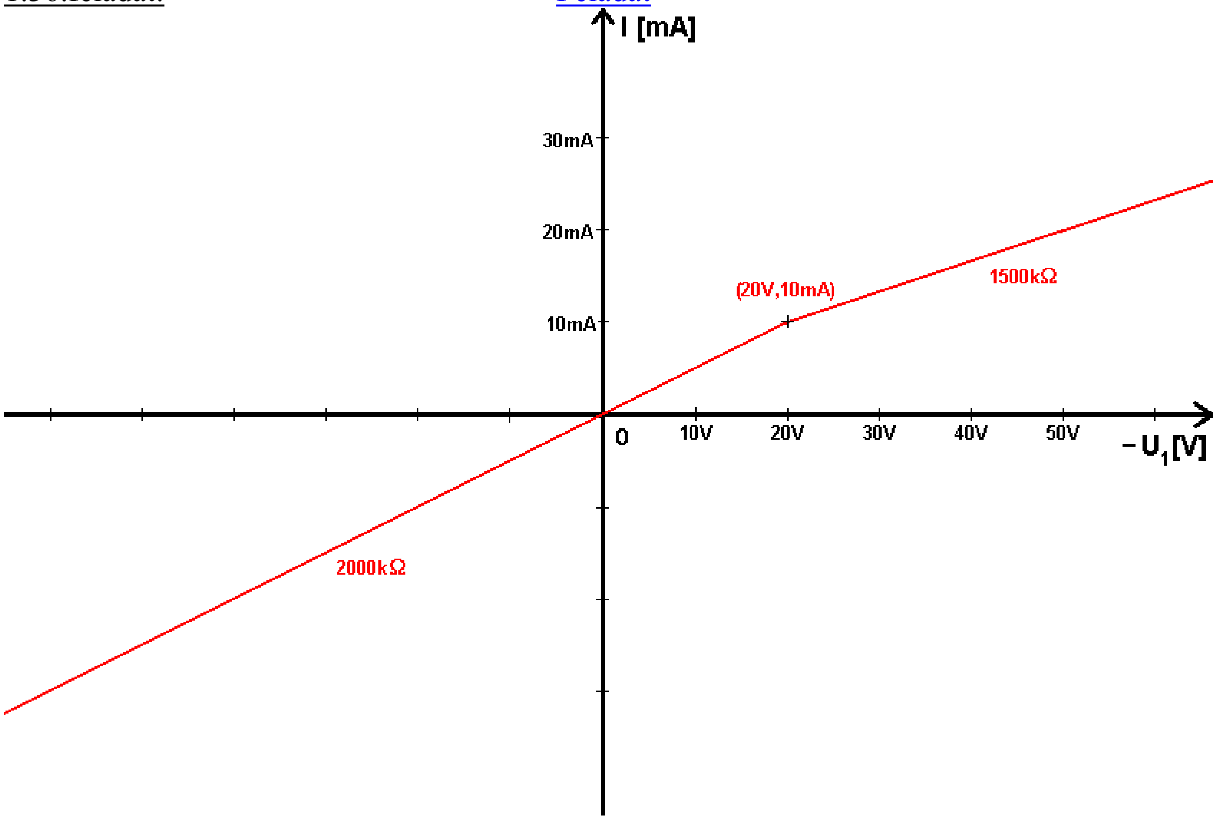
$$\Delta P = U_M \Delta I + I_M \Delta U + \Delta I \Delta U$$

$$R_d = 2V \frac{2A}{I \cdot \ln 3} \cdot \frac{1}{2A}\bigg|_M = 0.303\Omega$$

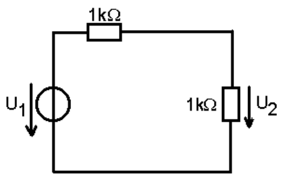
$$\Delta U = R_d \cdot \Delta I = 1.8 \cdot 10^{-2} V$$

$$\Delta P = 0.228W$$

1.36.feladat: Feladat

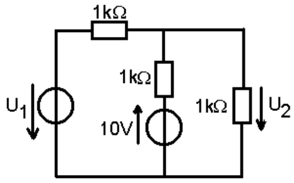


I. szakasz $-20 \leq U_1 < \infty$

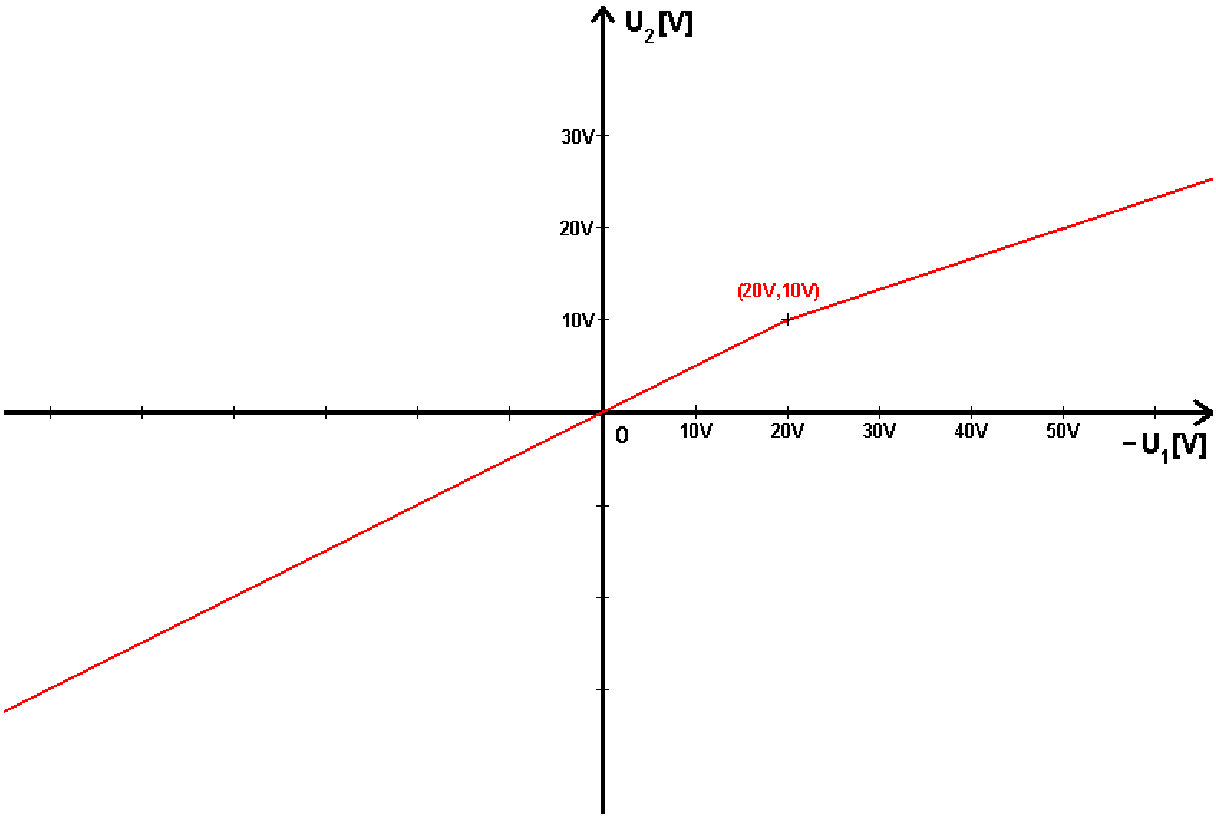


$$U_2 = \frac{1}{2} U_1$$

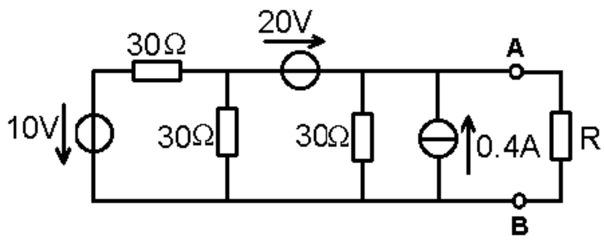
II. szakasz $U_1 < 20V$



$$U_2 = \frac{1}{3}U_1 - \frac{10}{3}$$



1.37.feladat: Feladat



$$U_{AB} = -15\frac{30}{40} + 0.4\frac{15}{45}\cdot 30 = -6V$$

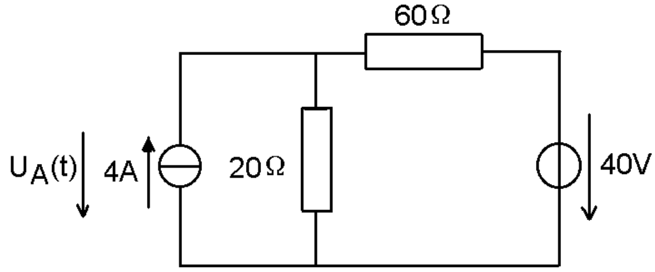
$$R_{AB} = 30 \times 15 = 10\Omega = R$$

$$P = \frac{U_{AB}^2}{4R} = \frac{36}{40} = 0.9\,W$$

2. Általános áramú hálózatok

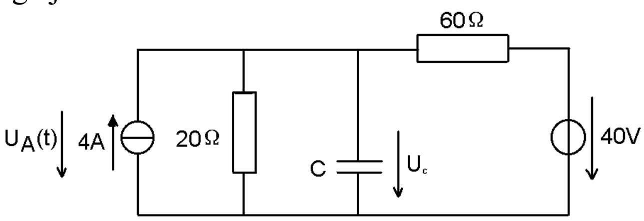
2.1.feladat: Feladat

a, Először is vizsgáljuk a -∞<t<0 esetet



U_A=4A·60×20Ω+40V·20/80=4A·15Ω+10V=70V

b, Vizsgáljuk $t \geq 0$ esetet



u_C(-0)=u(+0)=2.4·10-6C / 10^{-7}F=24V

$u_A(t)=u_C(t)$

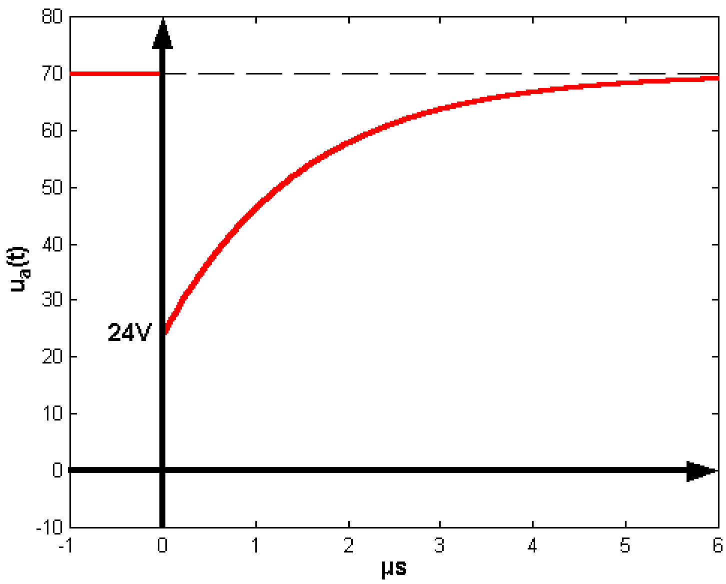
U_{cst}=4A·60×20Ω+40V·20/80=70V

24V=M+70V → M= -46V

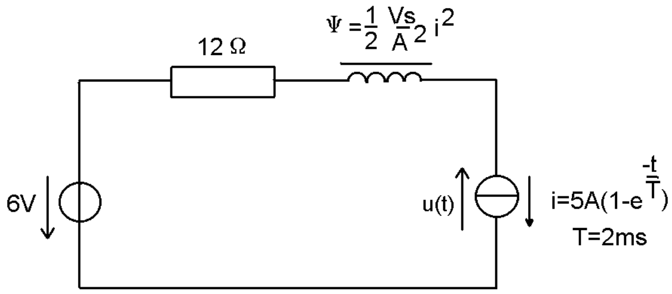
R_b=20×60Ω=15Ω

T=CR_b=15·10^{-7}s=1.5μs

$$u_A(t) = \left(-46e^{-\frac{t}{T}} + 70 \right) V$$



2.2.feladat: Feladat



$$u(t)=60\left(1-e^{\frac{-t}{T}}\right)+5\left(1-e^{\frac{-t}{T}}\right)\cdot\frac{5}{T}\cdot e^{\frac{-t}{T}}-6V=54+12440\cdot e^{\frac{-t}{T}}-12500\cdot e^{2\frac{-t}{T}}$$

$$p(t)=u(t)\cdot i(t)=270\left(1-e^{\frac{-t}{T}}\right)+62200\cdot e^{\frac{-t}{T}}\left(1-e^{\frac{-t}{T}}\right)-62500\cdot e^{2\frac{-t}{T}}\left(1-e^{\frac{-t}{T}}\right)W$$

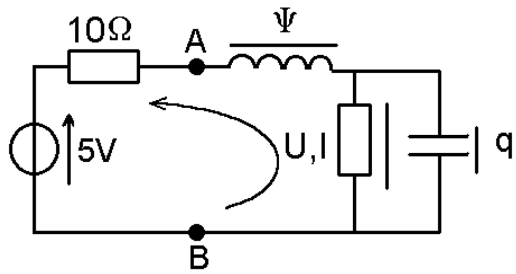
$$p(t)=270+61930\cdot e^{\frac{-t}{T}}-124700\cdot e^{2\frac{-t}{T}}+62500\cdot e^{3\frac{-t}{T}}W$$

$$W=\int_0^T 270dt+61930\cdot\int_0^T e^{\frac{-t}{T}}dt-124700\cdot\int_0^T e^{2\frac{-t}{T}}dt+62500\cdot\int_0^T e^{3\frac{-t}{T}}dt$$

$$W=0.54-123.86\cdot(0.37-1)+124.7(0.14-1)-41.67(0.05-1)=0.54+78.03-107.24+39.69J$$

$$W=10.92\ \ J$$

2.3.feladat: Feladat



$$5=0.5\cdot I^2+10\cdot I$$

$$0.5\cdot I^2+10\cdot I-5=0$$

$$0.5\cdot I^2+20\cdot I-10=0$$

$$I_{1,2}=-10\pm\sqrt{100+10}=\begin{cases}0.488A\\-20.488A\end{cases}$$

A -20.488A eredményt elvetjük, mert ellentétes a kialakuló áramiránnyal.

$I_R = 0.488A$

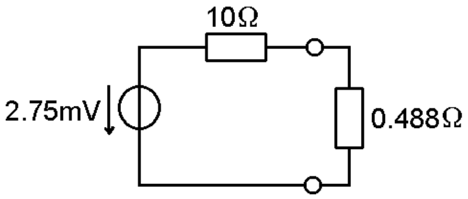
$U_R = 0.5I^2 = 0.119V$

$R_d = \left.\frac{du}{di}\right|_{I_R} = i = 0.488\Omega$

$L_d = \left.\frac{d\psi}{di}\right|_{I_R} = 4 \cdot 10^{-2} i = 19.52mH$

$C_d = \left.\frac{dq}{du}\right|_{U_R} = 6 \cdot 10^{-6} u = 0.714\mu F$

$\Delta u = 2.75mV$



$\Delta u_R = 2.75 \frac{0.488}{10.488} = 0.1279mV$

$\Delta q = C_d \cdot \Delta u_R = 0.09132 \cdot 10^{-9} C$

$\Delta i = \frac{\Delta u_R}{R_d} = 0.2574mA$

$\Delta \Psi = L_d \cdot \Delta i = 19.52 \cdot 0.2574 = 5.024\mu Vs$

$\Delta P = U_R \cdot \Delta i + I_R \cdot \Delta u = 0.0306mW + 0.0613mW = 0.0919mW$

2.4.feladat: Feladat

$q = \frac{4}{\pi}\left(\frac{U}{2V}\right)^2 [\mu C]$

$C_s = 0.5\mu F = \frac{q_M}{U_M} = \frac{\frac{4}{\pi}\left(\frac{U}{2}\right)^2}{U} = \frac{U_M}{\pi}\mu F \Rightarrow U_M = 0.5\pi [V]$

$C_d = \left.\frac{dq}{du}\right|_{U_M} = 4\pi \frac{2u}{4} = \frac{2}{\pi} U_M = 1\mu F$

2.5.feladat: Feladat

$i_1 = \frac{0.6V}{20\Omega} = 30mA$

$i_2 = \frac{600mV}{20\Omega} + 10ma \frac{10}{10+10} = 35mA$

$\Psi = 0.002\sqrt{\frac{i}{5mA}} \; [Vs]$

$i = \left(\frac{\Psi}{0.002}\right)^2 \cdot 5mA = \frac{\Psi^2}{\left(2 \cdot 10^{-3}\right)} \cdot 5 \cdot 10^{-3} = 1250\Psi^2 \; [A]$

$$\Delta W = \int_{\Psi_1}^{\Psi_2} i(\Psi)d\Psi$$

$$\Psi_1 = 0.002\cdot\sqrt{6}\ [Vs]$$

$$\Psi_2 = 0.002\cdot\sqrt{7}\ [Vs]$$

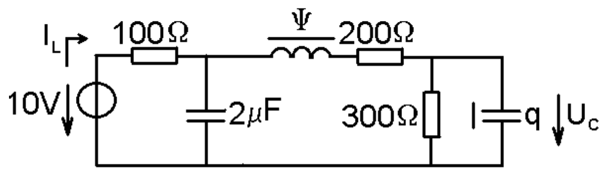
$$\Delta W = \int_{0.002\cdot\sqrt{6}}^{0.002\cdot\sqrt{7}} 1250\Psi^2 d\Psi = \left[1250\frac{\Psi^3}{3}\right]_{0.002\cdot\sqrt{6}}^{0.002\cdot\sqrt{7}} = 10^{-2}[6.173-4.899] = 12.7\cdot10^{-3}\ Ws$$

2.6.feladat: Feladat

$$i_L(-0) = 5\frac{8}{10} = 4A$$

$$W = \frac{1}{2}L\cdot i_L^2 = 0.5\cdot10\cdot10^{-3}\cdot16 = 80\cdot10^{-3} = 80\,mWs$$

2.7.feladat: Feladat



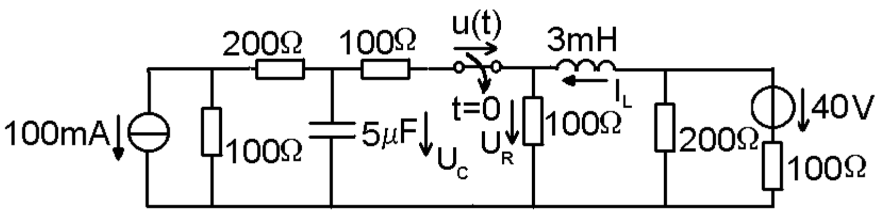
$$I_L = \frac{10V}{600\Omega} = 16.6mA$$

$$U_c = 10\frac{500}{600}\cdot\frac{300}{500} = 5V$$

$$C_d = \left.\frac{dq}{du}\right|_{U_C} = 2\cdot6\cdot\frac{2.4^2}{U_c}\cdot\left(-\frac{1}{U_c}\right) = \frac{4.8}{5}\cdot\frac{1}{25} = 0.0153\,\mu F$$

$$L_d = \left.\frac{d\Psi}{di}\right|_{I_L} = 0.6\cdot3\cdot\left(\frac{I_L}{0.3}\right)^2\cdot\frac{1}{0.3} = 183.7H$$

2.8.feladat: Feladat



$$U_{C0} = -0.1\left(\frac{100}{100+200+100+(100\times100\times200)}\cdot140\right) + 40\left(\frac{200\times100\times(100+100+200)}{100+200\times80}\cdot\frac{3}{4}\right) = 7.727V$$

$$U_{Cstat} = -0.1\cdot100 = -10V$$

$$T_C = 5\mu F\cdot300\Omega = 1.5m\sec$$

$$u_C(t) = -10V + 17.727\left(1 - e^{-\frac{t}{1.5ms}}\right) \quad [V]$$

$$I_{L0} = 0.1\left(\frac{100}{100+40+300} \cdot \frac{100}{200\times100+100}\right) + 40\left(\frac{200\times100\times400}{300+200\times80} \cdot \frac{1}{80}\right) = 9.36mA$$

$$I_{Lstat} = 40\left(\frac{200\times100}{200\times100+100} \cdot \frac{1}{100}\right) = 16mA$$

$$T_L = \frac{3mH}{100+200\times100} = 18\mu s$$

$$i_L(t) = 16 - 6.64\left(1 - e^{-\frac{t}{18\mu s}}\right) \quad [mA]$$

$$u_R(t) = 16 - 6.64\left(1 - e^{-\frac{t}{18\mu s}}\right) \quad [V]$$

$$u(t) = u_C(t) - u_R(t) = -1.633 + 17.27e^{-\frac{t}{1.5m}} + 6.64e^{-\frac{t}{18\mu}} \quad [V]$$

2.9.feladat: Feladat

$$i(-0) = 0.6\frac{4}{11+4} = 0.16A$$

$$i_{stac} = 0.6\frac{4\times2}{4\times2+11} = 0.0649A$$

$$T = 2\mu F \cdot (3 + 5\times(6+4\times2))k\Omega = 12m\sec$$

$$i(t) = 0.0649 + 0.951(e^{-\frac{t}{12ms}}) \quad [A]$$

2.10.feladat: Feladat

$$I_M = 10^{-2}A$$

$$U_M = 2V$$

$$\Psi_M = L_S \cdot I_M$$

$$\Psi_M = 3\cdot10^{-3}\frac{Vs}{A^2}\cdot10^{-4} = 3\cdot10^{-7}Vs$$

$$L_S = \frac{\Psi_M}{I_M} = \frac{3\cdot10^{-7}}{10^{-2}} = 30\cdot10^{-6}H = 30\mu H$$

$$L_d = \frac{d\Psi}{di}\Big|_M = 6\cdot10^{-3}\cdot i = 6\cdot10^{-5} = 60\mu H$$

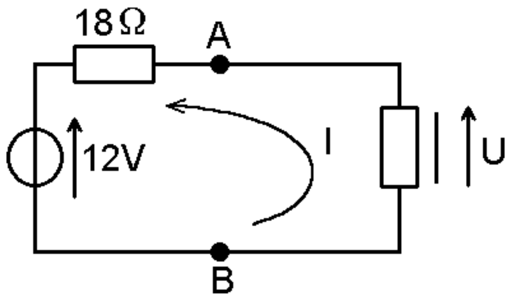
$$q_M = C_S \cdot U_M$$

$$q_M = 6\cdot10^{-6}\cdot\frac{1}{4} = 1.5\mu C$$

$$C_S = \frac{q_M}{U_M} = 0.75\mu F$$

$$C_d = \frac{dq}{du}\Big|_M = 6\cdot10^{-6}\cdot(-2)\cdot\frac{1}{U_M^3} = -1.5\mu F$$

2.11.feladat: Feladat



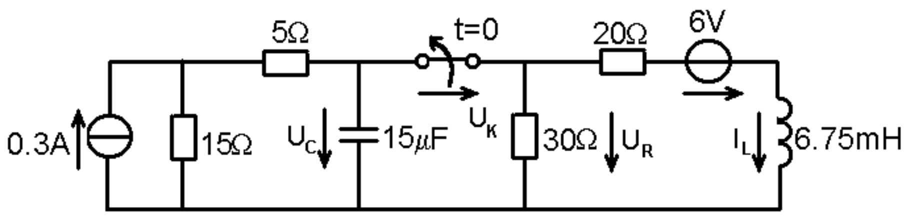
$$U_{AB} = 3\cdot 6 - 5\cdot 6 = -12V$$
$$R_B = 12 + 6 = 18\Omega$$
$$12 = U + 3U^2 \cdot 18$$

$$U_{1,2} = -0.0092529 \pm \frac{\sqrt{(0.018518)^2 + 4\cdot 0.22}}{2}$$
$$U_M = 0.4622V$$
$$I_M = 3U^2 = 0.64A$$
$$\frac{1}{r_d} = \left.\frac{di}{du}\right|_M = 6U_M$$
$$r_d = \frac{1}{6U_M} = 0.36\Omega$$
$$\Delta I = 1mA \cdot \frac{6}{18.36} = 0.3268mA$$
$$\Delta U = r_d \cdot \Delta I = 0.1176mV$$

2.12.feladat: Feladat

$-\infty < i < -1 \quad \Rightarrow \quad U+$ termelői
$-1 < i < 6 \quad \Rightarrow \quad U-$ fogyasztói
$6 < i < \infty \quad \Rightarrow \quad U+$ termelői

2.13.feladat. Feladat



$$u_C(-0) = 0.3\frac{15}{15+5+30\times 20}\cdot(30\times 20) + 6\cdot\frac{30\times 20}{30\times 20+20} = 3.9375V$$
$$u_{Cstac} = 0.3\cdot\frac{5}{20}\cdot 15 = 1.125V$$
$$T_C = C\cdot R_b = 15\cdot 10^{-6}\cdot 20 = 0.3m\sec$$
$$u_C(t) = \left(2.8125e^{-\frac{t}{T_C}} + 1.125\right) \quad [V]$$

$$i_L(-0) = 0.3 \cdot \frac{15}{15+5+30\times 20} \cdot \frac{30}{50} - \frac{6}{20+30\times 20} = -0.103125A$$

$$i_{Lstac} = \frac{6}{50} = -0.12A$$

$$T_L = \frac{L}{R_b} = \frac{6.75\cdot 10^{-3}}{50} = 0.135m\sec$$

$$i_L(t) = \left(0.016875e^{-\frac{t}{T_L}} - 0.12\right) \quad [A]$$

$$u_R(t) = -i_L(t)\cdot 30\Omega = \left(-0.50625e^{-\frac{t}{T_L}} + 3.6\right) \quad [V]$$

$$u_K(t) = u_C(t) - u_R(t) = \left(2.8125e^{-\frac{t}{T_C}} + 0.50625e^{-\frac{t}{T_L}} - 2.475\right) \quad [V]$$

<u>2.14.feladat:</u> Feladat

$$i_L(-0) = \frac{3}{2+4\times 8} \cdot \frac{8}{8+4} = \frac{3}{7}A$$

$$W_L = \frac{1}{2}L(i_L(-0))^2 = 2.2mWs$$

$$W_R = 0.73mWs$$

$$W_{2R} = 1.46mWs$$

<u>2.15.feladat:</u> Feladat

$$i_L(-0) = 10A$$

$$i_{Lstac} = 0A$$

$$T_L = \frac{L}{R_b} = \frac{10mH}{5\Omega\times 15\Omega} = 3m\sec$$

$$i_L(t) = 20e^{-\frac{t}{T_L}} \quad [A]$$

$$u_L(t) = L\cdot\frac{di_L(t)}{dt} = -66.\dot{6}e^{-\frac{t}{T_L}} \quad [V]$$

<u>2.16.feladat:</u> Feladat

$$u_C(-0) = 5V$$

$$u_{Cstac} = 0V$$

$$T_C = R_b \cdot C = 5\mu\sec$$

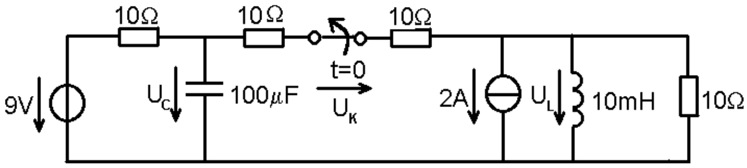
$$u_C(t) = 5e^{-\frac{t}{T_C}} \quad [V]$$

$$i_C(t) = C\cdot\frac{du_C(t)}{dt} = -1e^{-\frac{t}{T_C}} \quad [A]$$

$$u_{R1}(t) = u_C(t)$$

$$W = \frac{1}{2} C \cdot (u_C(-0))^2 = 0.0125 \text{mWs}$$

2.17.feladat: Feladat



$$u_C(-0) = 9\frac{10+10+10}{30+10} = 6.75\text{V}$$

$$u_{Cstac} = 9\text{V}$$

$$T_C = C \cdot R_b = 100\mu\text{F} \cdot 10\Omega = 1\text{m}\sec$$

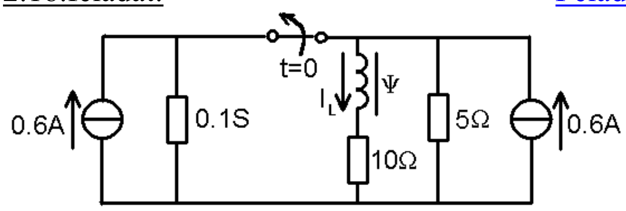
$$u_C(t) = \left(9 - 2.25 e^{-\frac{t}{T_C}}\right) \text{[V]}$$

$$i_L(-0) = 2\text{A} = i_{Lstac}$$

$$u_L(t) = 0\text{V}$$

$$u_K(t) = u_C(t) - u_L(t) = u_C(t)$$

2.18.feladat: Feladat



$$i_L(-0) = 0.6 \cdot \left(\frac{10}{10+5\times 10} \cdot \frac{5}{15} + \frac{5}{5+10\times 10} \cdot \frac{10}{20}\right) = 0.3\text{A}$$

$$i_{Lstac} = 0.6 \cdot \frac{5}{15} = 0.2\text{A}$$

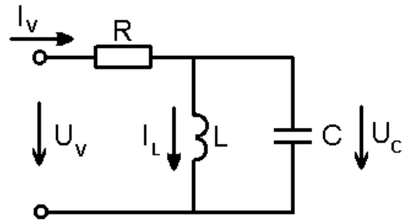
$$\Psi = 0.2\ln(2i_L(t)) \quad \text{[mVs]}$$

$$\Psi(0) = 0.2\ln(0.6) = -0.1\text{mVs}$$

$$\Psi(\infty) = 0.2\ln(0.4) = -0.18\text{mVs}$$

$$\Delta W = \int_{\Psi_0}^{\Psi_\infty} i(\Psi) d\Psi = \int_{\Psi_0}^{\Psi_\infty} \tfrac{1}{2} e^{\frac{\Psi}{0.2\text{mVs}}} d\Psi = 0.1\text{mWs}\left[-e^{-\frac{0.1}{0.2}} + e^{-\frac{0.18}{0.2}}\right] = -0.02\text{mWs}$$

2.19.feladat: Feladat



$$C \cdot \dot{u}_C = i_C$$

$$i_C + i_L = i_V$$

$$u_V = R(i_C + i_L) + u_C$$

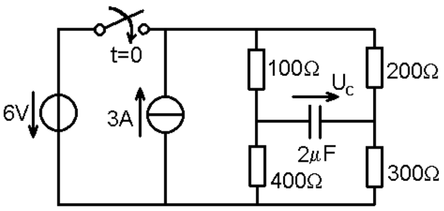
$$u_C = L\dot{i}_L$$

$$\dot{u}_C = -\frac{1}{RC}u_C - \frac{1}{C}L\dot{i}_L + \frac{1}{RC}u_V$$

$$\dot{i}_L = \frac{u_C}{L}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{u}_C \\ \dot{i}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{RC} & -\frac{1}{C} \\ \frac{1}{L} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_C \\ i_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{RC} \\ 0 \end{bmatrix} \cdot u_V$$

2.20.feladat: Feladat



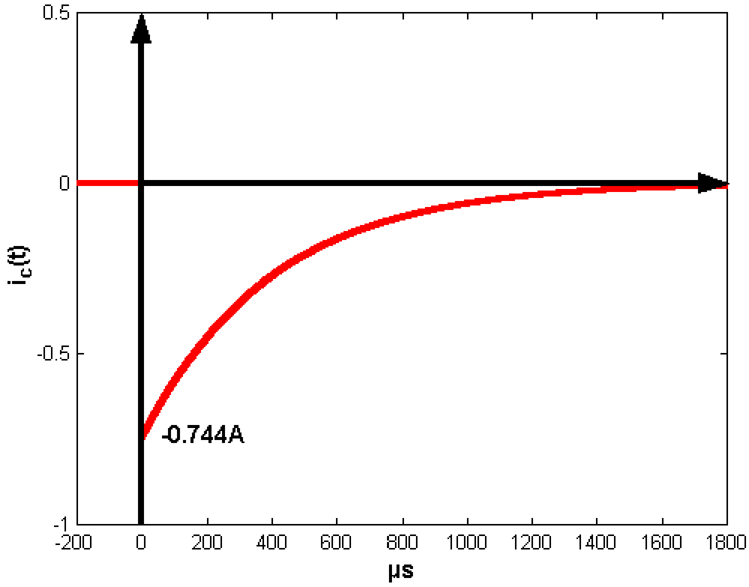
$$u_C(-0) = 200 \cdot 1.5 - 100 \cdot 1.5 = 150\text{V}$$

$$u_{Cstac} = 6 \cdot \left(\frac{4}{5} - \frac{3}{5}\right) = 1.2\text{V}$$

$$T = R_b \cdot C = [(100 \times 400) \cdot (200 \times 300)] = (80 + 120) \cdot 2\mu\text{F} = 400\mu\text{sec}$$

$$u_C(t) = 1.2 + 148.8e^{\frac{-t}{T}} \quad [\text{V}]$$

$$i_C(t) = C\frac{du_C(t)}{dt} = -0.744e^{\frac{-t}{T}} \quad [\text{A}]$$



2.21.feladat: Feladat

kondenzátor:

$u_1 = 0$

$q_1 = 0$

$u_2 = 65V$

$q_2 = 650\mu C$

$$\Delta W_C = \frac{1}{2} C \cdot u^2 = 5 \cdot 65^2 = 21125 \mu Ws$$

tekercs:

$i_1 = 7.5mA$

$\Psi_1 = 37.5\mu Vs$

$i_2 = 7.5mA$

$\Psi_2 = 37.5\mu Vs$

$\Delta W_L = 0\mu Ws$

2.22.feladat: Feladat

$i_L(-0) = 1A$

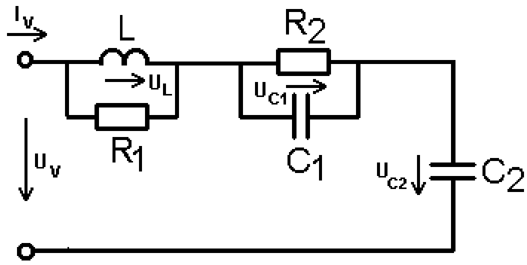
$$W = \frac{1}{2} L \cdot i^2 = 0.33Ws$$

$W_{22\Omega} = 0.11Ws$

$W_{44\Omega} = 0.22Ws$

$W_{66\Omega}(t) = I^2 R \cdot t = 264 \cdot t \quad [Ws]$

2.23.feladat: Feladat



$$L\frac{di_L}{dt} = u_L = u_{R1} = i_{R1} \cdot R_1$$

$$u_{C2} + u_{C1} + u_L = u_V$$

$$\frac{di_L}{dt} = -\frac{1}{L}u_{C1} - \frac{1}{L}u_{C2} + \frac{1}{L}u_V$$

$$C_1\frac{du_{C1}}{dt} = i_C$$

$$i_C + \frac{u_{C1}}{R_2} = i_V$$

$$C_2\frac{du_{C2}}{dt} = i_V$$

$$C_1\frac{du_{C1}}{dt} + \frac{u_{C1}}{R_2} = C_2\frac{du_{C2}}{dt} = i_V = i_L + i_{R1} = i_L + \frac{L}{R_1}\cdot\frac{di_L}{dt} = i_L - \frac{1}{R}u_{C1} - \frac{1}{R}u_{C2} + \frac{1}{R}u_V$$

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_L \\ \dot{u}_{C1} \\ \dot{u}_{C2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C_1} & -\frac{R_1+R_2}{R_1R_2C_1} & -\frac{1}{R_1C_1} \\ \frac{1}{C_2} & -\frac{1}{R_1C_2} & -\frac{1}{R_1C_2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_L \\ u_{C1} \\ u_{C2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ \frac{1}{R_1C_1} \\ \frac{1}{R_1C_2} \end{bmatrix}$$

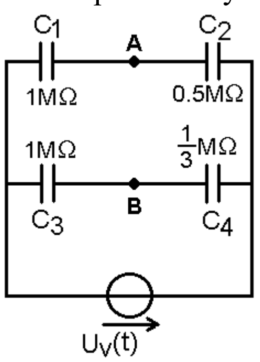
2.24.feladat: Feladat

$$u_v(t) = 150\sin(\omega t + 70°)\ \text{V}$$

$$\omega = 10^3\ \text{rad/sec}$$

$$1\text{nF} \rightarrow \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{10^3 \cdot 10^{-9}} = 1\text{M}\Omega$$

Az AB pontra helyettesítsük a hálózatot:



$$U_{AB} = U \cdot \left(\frac{0.5}{1.5} - \frac{\frac{1}{3}}{\frac{4}{3}} \right) = \frac{1}{12} U_V$$

$$Z_b = (1 \times 0.5) + \left(1 \times \frac{1}{3} \right) = \frac{7}{12} M\Omega$$

$$U_{AB} = \frac{1}{12} U_V \cdot \frac{1}{1 + \frac{7}{12}} = \frac{U_V}{19}$$

$$I_{AB} = \frac{U_V}{19} \cdot \frac{1}{1M\Omega} = \frac{U_V}{19} \mu A$$

$$i_{AB}(t = 3ms) = \frac{150}{19} \sin(10^3 \cdot 3 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{180°}{3.14} + 70° + 90°) = -3.7\mu A$$

2.25.feladat: Feladat

$$U_M = 6 \frac{8}{10} = 4.8V$$

$$q_M = 3 \cdot 10^{-6} \mathrm{sh} \frac{8}{4.8^2} = 1.062\mu C$$

$$C_d = \left. \frac{dq}{du} \right|_M = 3 \cdot 10^{-6} \mathrm{ch}\left(\frac{8}{U_M^2} \right) \cdot \left(-2.8 \cdot U_M^{-3} \right) = -0.46\mu F$$

$$\Delta U_M = 10mV \frac{8}{10} = 8mV$$

$$\Delta q_M = C_d \cdot \Delta U_M = -3.68nC$$

2.26.feladat: Feladat

$$Q = C \cdot U$$

$$q = k \cdot r \cdot u$$

$$Q = 1000q = 1000 \cdot k \cdot r \cdot u = k \cdot R \cdot U$$

$$U = \frac{1000 \cdot r \cdot u}{R} = \frac{5000r}{R}$$

$$\frac{4}{3} R^3 \pi = 1000 \cdot \frac{4}{3} r^3 \pi$$

$$R = 10r$$

$$U = 500V$$

2.27.feladat: Feladat

Csak az a munka számít amit az erőtér ellenében végzünk.

$$U = 100V$$

$$C = 4\varepsilon \cdot \frac{r_a \cdot r_b}{r_b - r_a} = 8\varepsilon$$

$$Q = C \cdot U = 800\varepsilon \ [C]$$

$$q = 1\mu C$$

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

$$W = q\left(\frac{kQ}{r_1} - \frac{kQ}{r_2}\right) = 16.6 \cdot \frac{\varepsilon}{4\pi\varepsilon_0} \ \mu J$$

3. Periodikus áramú hálózatok

3.1.feladat: [Feladat]

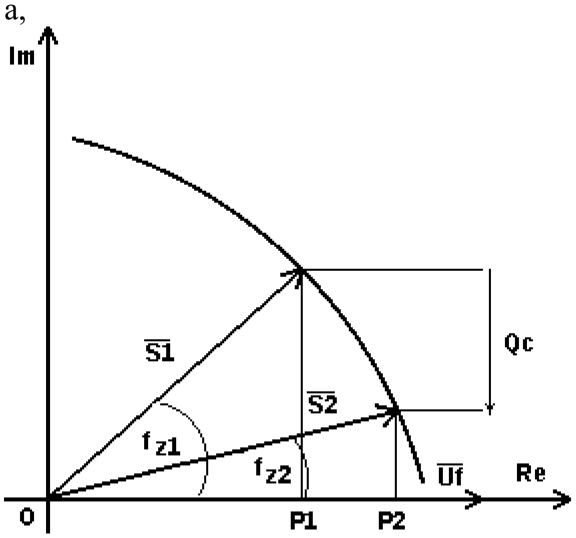
Ismert adataink:

$Z=(10+j10)\Omega$ S= állandó

$U_f=220V$ f=50Hz

$\cos(f_{Z1})=\sqrt{2}/2$ $f_{Z1}= 45^\circ$

a,



$\cos(f_{Z2})=0.9$ $f_{Z2}=$ $\underline{25.84^\circ}$

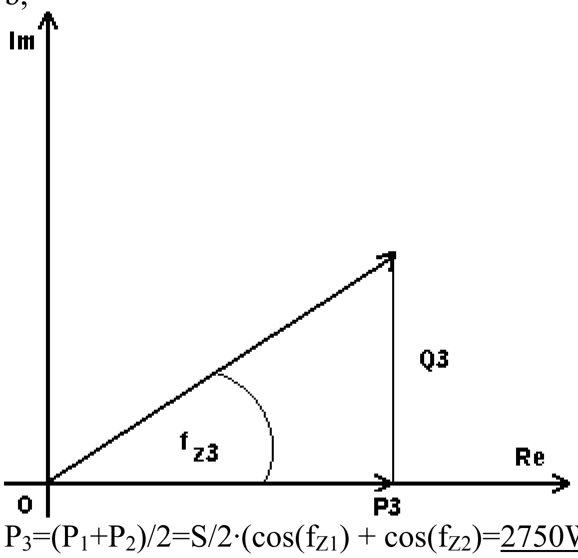
$|S_1|=|S_2|=S=(220V)^2 / (\sqrt{2}\cdot 10\ \Omega) = \underline{3422V}$

$|Q_c|=S\cdot(\sin(f_{Z1}) - \sin(f_{Z2})) = 34422{,}4 \cdot (\sqrt{2}/2 - 0.44)\ \text{var} = \underline{914.1\ \text{var}}$

$C=|Q_c| / (\omega U^2)=(914.1\ \text{var}) / (2\pi\cdot 50Hz\cdot(220V)^2) = 6\cdot 10^{-5}\ F = \underline{60\ \mu F}$

$\Delta P=2S(\cos(f_{Z1}) - \cos(f_{Z2}))=\underline{1321W}$

b,



$P_3=(P_1+P_2)/2=S/2\cdot(\cos(f_{Z1}) + \cos(f_{Z2})=\underline{2750W}$

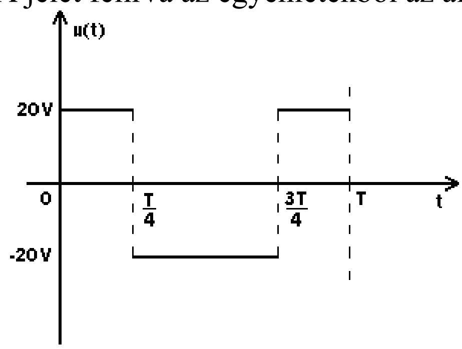
$Q_3=S\cdot\sin(f_{Z1}) - |Q_c|=3422.4\cdot\sqrt{2}/2 - 914.1\ \text{var} = \underline{1505.9\ \text{var}}$

$tg(f_{Z3})=Q_3/P_3=1505.9\ \text{var} / 2750\ W = \underline{0.548}$

$\cos(f_{Z3})=\underline{0.877}$

3.2.feladat: Feladat

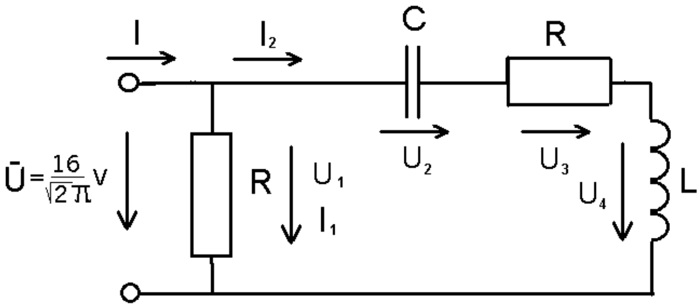
A jelet felírva az egyenletekből az alábbi négyszögjelet kapjuk:



Látható, hogy a jel teljesíti mind az I és mind a III szimmetria követelményeit ezért:

$$\hat{U}_5^A = \frac{2}{T}\cdot 20\,V\cdot\left[\int_0^{\frac{T}{4}}\cos(5\,\omega t)\,dt - \int_{\frac{T}{4}}^{\frac{3T}{4}}\cos(5\,\omega t)\,dt + \int_{\frac{3T}{4}}^{T}\cos(5\,\omega t)\,dt\right] =$$

$$= \frac{4}{\pi}\cdot\left\{[\sin(5\,\omega t)]_0^{\frac{T}{4}} - [\sin(5\,\omega t)]_{\frac{T}{4}}^{\frac{3T}{4}} + [\sin(5\,\omega t]_{\frac{3T}{4}}^{T}\right\} = \frac{4}{\pi}(2+2) = \frac{16}{\pi}V$$



Ekkor meghatározhatjuk a kért függvényeket:

$U_1(t) = \underline{5.09\cos(5\cdot10^3t)\ V}$ $\quad$ $I_1(t) = \underline{0.509\cos(5\cdot10^3t)\ A}$

$U_2(t) = \underline{5.09\cos(5\cdot10^3t-\pi/2)\ V}$ $\quad$ $I_2(t) = \underline{0.509\cos(5\cdot10^3t)\ A}$

$U_3(t) = \underline{5.09\cos(5\cdot10^3t-\pi/2)\ V}$ $\quad$ $U_4(t) = \underline{5.09\cos(5\cdot10^3t+\pi/2)\ V}$

$I(t) = I_1(t)+I_2(t) = \underline{1.18\cdot\cos(5\cdot10^3t)\ A}$

3.3.feladat: Feladat

$$\omega = 10^4\,\frac{rad}{s}$$

$$\bar{I} = \frac{\bar{U}}{10+20\times(-j\frac{10^{-4}}{C}} = \frac{20+j\cdot4\cdot10^6}{30+j\cdot2\cdot10^6} = \frac{(2+j\cdot4\cdot10^5C)\cdot(3-j\cdot2\cdot10^5C)}{9+4\cdot10^{10}C^2} = \frac{6+8\cdot10^{10}C^2}{9+4\cdot10^{10}C^2} + j\frac{8\cdot10^5C}{9+4\cdot10^{10}C^2}$$

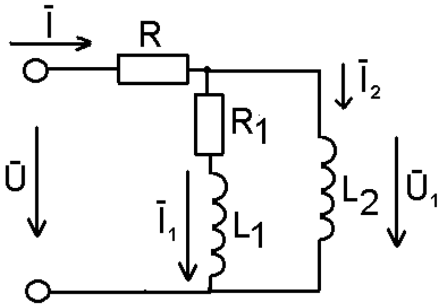
$$\frac{d}{dC}\left(\frac{8\cdot10^5C}{9+4\cdot10^{10}C}\right) = 0 = \frac{72\cdot10^5+32\cdot10^{15}C^2-64\cdot10^{15}C^2}{(9+4\cdot10^{10}C^2)^2}$$

$$C = \sqrt{\frac{72}{32}}\cdot10^{-5}F = 1.5\cdot10^{-5}F = 15\,\mu F$$

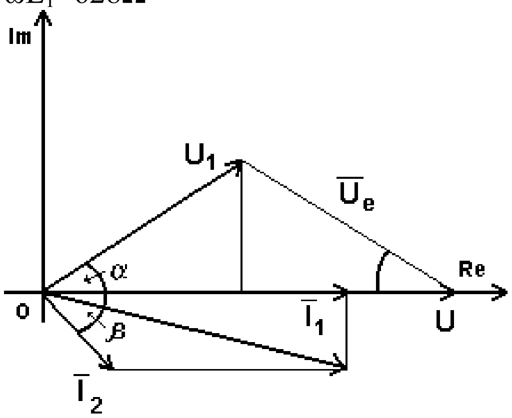
$$Q_{max} = -\frac{8\cdot 10^{5}\cdot 1.5\cdot 10^{-5}}{9+4\cdot 10^{10}\cdot 2.25\cdot 10^{-10}}\cdot 20\,\text{var} = -\frac{240}{18}\,\text{var} = -13.33\,\text{var}$$

3.4.feladat: Feladat

f=1 kHz R1=1 kΩ R=500Ω L1=100mH



$\omega L_1=628\Omega$



tg(α)=622/1000=0.628 → α=32.1°

β=90°-α=57.9°

tg(β)=Im(I_2)/Re(I_2) → Im(I_2)=1.594·Re(I_2)

$$I_1\sqrt{R_1^2+(\omega L_1)^2} = I_2\omega L_2$$
$$I_1\sqrt{1394384} = I_2\cdot 6280\cdot L_2$$
$$1180.84\cdot I_1 = L_2\cdot 6280\cdot I_2$$
$$L_2 = \frac{1180.86}{6280}\cdot\frac{I_1}{I_2} = 0.188\cdot\frac{I_1}{I_2}$$
$$\overline{U}_R = \mathrm{Re}(U_R)+j\cdot\mathrm{Im}(U_R)$$
$$|\mathrm{Im}(U_R)| = I_1\omega L_1 = \mathrm{Im}(I_2)\cdot R$$
$$\mathrm{Im}(R_2) = I_2\cdot\sin(\beta) = 0.847\cdot I_2$$
$$I_1\omega L_1 = I_2\cdot\sin(\beta)\cdot R$$
$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{0.847\cdot 500}{628} = 0.67446$$

L_2=0.188·0.67446=0.12678 H = <u>126.78 mH</u>

3.5.feladat: Feladat

$\overline{I}_L = 2 \cdot e^{-j120°} A$

$\overline{S}_L = \overline{U} \cdot \overline{I}^* = 400e^{j90°} VA$

$P_L = 0 W$

$Q_L = 400 \, var$

$\overline{S}_A = \overline{U} \cdot \overline{I}^* = 400e^{-j70°} VA$

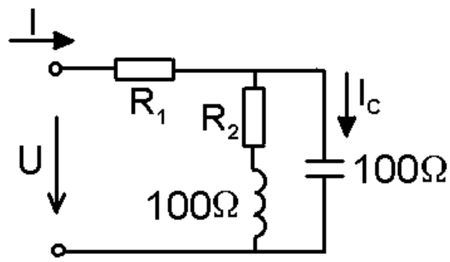
$P_A = 136.8 W$

$Q_A = -375.877 \, var$

$P_F = -136.8 W$

$Q_F = -24.123 \, var$

3.6.feladat: Feladat



$\overline{Z} = 100 + [(100 + j \cdot 100) \times (-j \cdot 100)] = (200 - j \cdot 100)\Omega$

$\overline{U} = (156 + j \cdot 156)V$

$\overline{I} = \dfrac{\overline{U}}{\overline{\overline{Z}}} = (0.3012 + j \cdot 0.936)A$

$\overline{U}_{R1} = (30.12 + j \cdot 93.6)V$

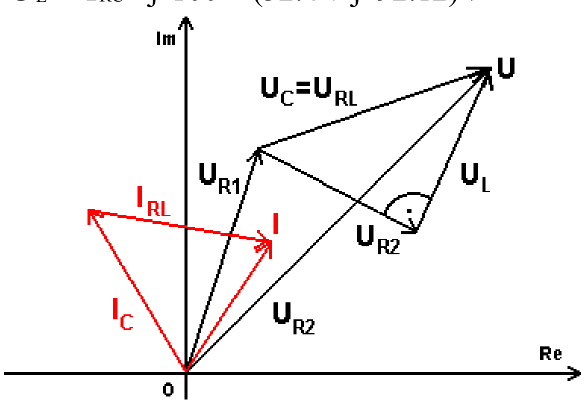
$\overline{U}_c = \overline{U} - \overline{U}_{R1} = (126 + j \cdot 62)V$

$\overline{I}_c = \dfrac{\overline{U}_c}{-j \cdot 100\Omega} = (-0.62 + j \cdot 1.26)A$

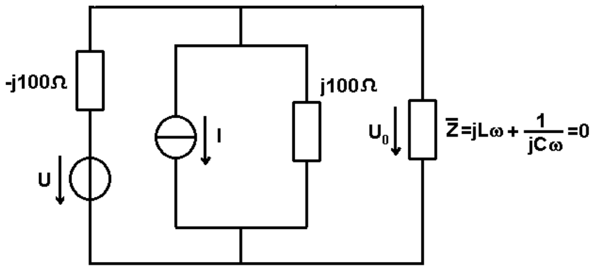
$\overline{I}_{RC} = \overline{I} - \overline{I}_c = (0.9212 - j \cdot 0.324)A$

$\overline{U}_{R2} = \overline{I}_{RC} \cdot R_2 = (92.12 - j \cdot 32.4)V$

$\overline{U}_L = \overline{I}_{RC} \cdot j \cdot 100 = (32.4 + j \cdot 92.12)V$



3.7.feladat: Feladat



Ebből adódóan Millman képlete alapján:

$$U_0 = \frac{\sum_{i=1}^{n} G_{bi} \cdot U_{vi}}{\sum_{i=1}^{n} G_{bi}} = \infty$$

$$I_0 = \infty$$

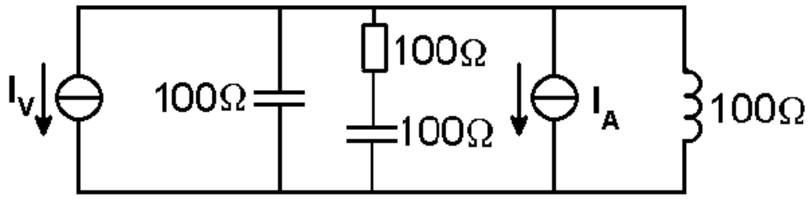
3.8.feladat: Feladat

$$\overline{Z}(\omega) = R \times \frac{1}{j\omega C} = \frac{R}{jR\omega C + 1}$$

$$\overline{Z}(\omega) = 1 \quad \text{ha} \quad \omega RC = 1$$

$$\omega = \frac{1}{RC} = 2 \cdot 10^6 \ \text{rad/s}$$

3.9.feladat: Feladat



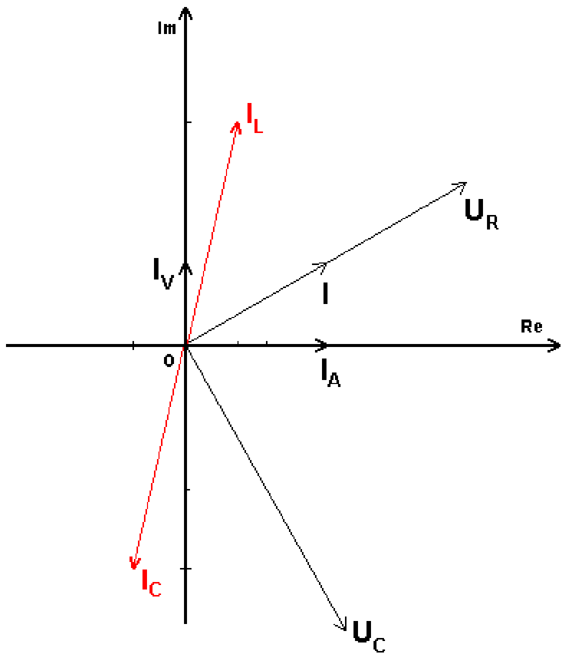
$$\overline{I}_V = -\frac{\overline{U}_V}{-j100\Omega} = j \cdot 0.6A$$

$$\overline{U} = (1A + j \cdot 0.6A)(100\Omega + -j100\Omega) = (160 - j40)V$$

$$\overline{U}_R = \overline{U} \cdot \frac{100}{100 - j100} = (100 + j60)V$$

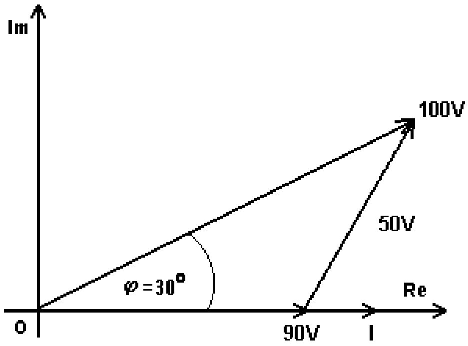
$$\overline{U}_C = (60 - j100)V$$

$$\overline{I}_L = \frac{\overline{U}}{j100\Omega} = (-0.4 - j1.6)A$$



3.10.feladat: Feladat

$$\bar{I} = \frac{90V}{100\Omega} = 0.9A$$

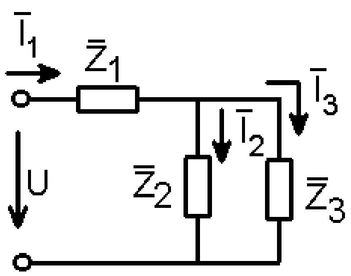


$$50^2 = 90^2 + 100^2 - 2 \cdot 90 \cdot 100 \cdot \cos\varphi$$

$$\cos\varphi = 0.87$$

$$P = U \cdot I \cdot \cos\varphi = 100V \cdot 0.9A \cdot 0.87 = 78W$$

3.11.feladat: Feladat



$$\bar{I}_2 = \bar{I}_1 \frac{\bar{Z}_3}{\bar{Z}_2 + \bar{Z}_3}$$

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_2 \frac{\bar{Z}_2 + \bar{Z}_3}{\bar{Z}_3} = 1A \frac{50 + j10}{40 - j20} = 1.14 \cdot e^{j37.88°}$$

$$\bar{Z} = \bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 \times \bar{Z}_3 = 30 + j20 + (10 + j30) \cdot (40 - j20) = 63.81 \cdot e^{j33.68°}\Omega$$

$$\bar{U} = \bar{I}_1 \cdot \bar{Z} = 72.74 \cdot e^{j71.56°}$$

$$U = 72.74V$$

$$\varphi_Z = 71.56° - 37.88° = 33.68°$$

$$\cos\varphi_Z = 0.83$$

$$P = 1.14A \cdot 72.74V \cdot 0.83 = 68.79W$$

$$Q = 1.14A \cdot 72.74V \cdot 0.55 = 45.61\,\mathrm{var}$$

3.12.feladat: Feladat

$$\bar{I}_V = \frac{100e^{-j20°}}{14.14e^{-j45°}} = 7.07e^{j25°}A$$

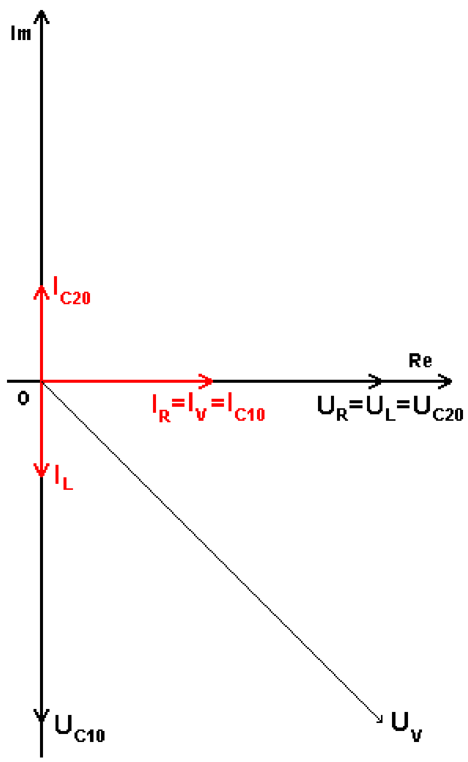
$$\bar{U}_R = 10 \cdot \bar{I}_V = 70.7e^{j25°}V$$

$$\bar{U}_{C20} = \bar{I}_V \cdot (-j \cdot 10) = 70.7e^{j25°}V$$

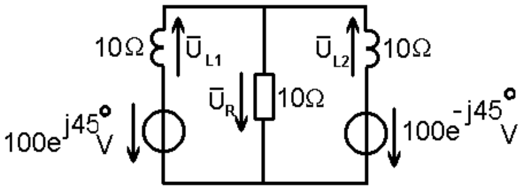
$$\bar{U}_{C10} = 70.7e^{-j65°}V$$

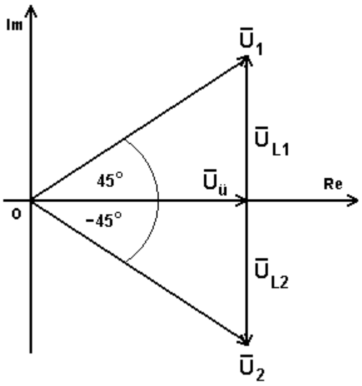
$$\bar{I}_{C20} = \frac{\bar{U}_{C20}}{20e^{-j90°}} = 3.535e^{j115°}A$$

$$\bar{I}_L = \frac{70.7e^{j25°}}{20e^{j90°}} = 3.535e^{-j65°}A$$



3.13.feladat: Feladat





$$\overline{U}_ü = \frac{100}{\sqrt{2}}$$

$$\overline{Z}_b = j10 \times j10 = j5$$

$$\overline{I}_R = \frac{\overline{U}_ü}{R + \overline{Z}_b} = \frac{100/\sqrt{2}}{10 + j5} = (5.6 - j2.8)A = 6.26e^{-j26.56°}A$$

$$i_R(t) = 8.85\sin(\omega t - 26.56°)\ A$$

3.14.feladat: Feladat

$$\overline{Z}_1 = 26 - j15 = 30e^{-j30°}\Omega$$

$$\overline{Z}_2 = 50e^{j60°}\Omega$$

$$\overline{Z}_3 = 12 - j30 = 32.31e^{-j68.2°}\Omega$$

$$\overline{Z}_1 \cdot \overline{Z}_4 = \overline{Z}_2 \cdot \overline{Z}_3$$

$$\overline{Z}_4 = \frac{\overline{Z}_2 \cdot \overline{Z}_3}{\overline{Z}_1} = 53.85e^{j21.8°}\Omega$$

$$\overline{Z}_4 = 50 + j20$$

$$R_4 = 50\Omega$$

$$\omega L_4 = 20\Omega \ \Rightarrow \ L = \frac{20}{2\pi 10^3} = 3.18mH$$

3.15.feladat: Feladat

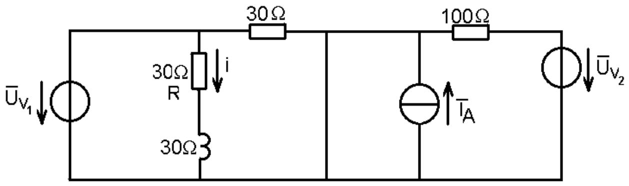
$$\omega = 100\pi \ \ rad/sec$$

$$i_A(t) = 0.3\cos(\omega t - 70°)\ A$$

$$u_{V1}(t) = 12\sin(\omega t + 30°)\ V$$

$$u_{V2}(t) = 40\cos(\omega t + 40°)\ V$$

Összevonva az impedanciákat:

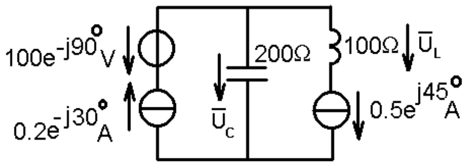


$$\bar{I}=\frac{\bar{U}_{V1}}{\bar{Z}_{30}}=\frac{\frac{13}{\sqrt{2}}e^{j30°}}{\sqrt{2}\cdot 30e^{45°}}=0.216e^{-j15°}A$$

$$i(t)=\sqrt{2}\cdot 0.216\cdot\sin(\omega t-15°)\ A$$

$$P=I^2R=0.216^2\cdot 30=1.4W$$

3.16.feladat: Feladat



kondenzátor:

$$0.2e^{-j30°}=\bar{I}_C+0.5e^{j45°}$$

$$\bar{I}_C=0.488e^{-j111.7°}A$$

$$\bar{U}_C=\bar{I}_C\cdot\bar{X}_C=0.488e^{-j111.7°}\cdot 200e^{-j90°}=97.6e^{-j201.7°}$$

$$\bar{S}_C=\bar{U}_C\cdot\bar{I}_C^*=47.62e^{-j90°}VA$$

$$P_C=0W$$

$$Q_C=-47.62\,\text{var}$$

tekercs:

$$\bar{I}_L=0.5e^{j45°}A$$

$$\bar{U}_L=\bar{I}_L\cdot\bar{X}_L=0.5e^{j45°}\cdot 100e^{j90°}=50e^{j135°}$$

$$\bar{S}_L=\bar{U}_L\cdot\bar{I}_L^*=25e^{j90°}VA$$

$$P_L=0W$$

$$Q_L=25\,\text{var}$$

„0.5”-ös áramforrásra:

$$\bar{U}_{0.5}=\bar{U}_C-\bar{U}_L=55.34e^{j178.43°}$$

$$\bar{S}_{0.5}=\bar{U}_{0.5}\cdot\bar{I}_{0.5}^*=27.67e^{j133.43°}VA=(-19.02+j20.09)\ VA$$

$$P_{0.5}=-19.02W$$

$$Q_{0.5}=20.09\,\text{var}$$

feszültségforrásra:

$$\bar{I}_U=0.2e^{-j30°}A$$

$$\bar{S}_U=\bar{U}_U\cdot\bar{I}_U^*=-20e^{-j60°}VA=(-10+j17.32)\ VA$$

$$P_U=-10W$$

$$Q_U=17.323\,\text{var}$$

„0.2"-es áramforrásra:

$$\overline{U}_{0.2} = \overline{U} - \overline{U}_C = 100e^{-j90°} - 97.6e^{-j201.7°} = 164.18e^{-j56.47°}$$

$$\overline{S}_{0.2} = \overline{U}_{0.2} \cdot \overline{I}^*_{0.2} = 32.826e^{-j26.47°} VA = (-29.38 - j14.63)\ VA$$

$$P_C = -29.38W$$

$$Q_C = -14.63\,var$$

3.17.feladat: Feladat

$$J = \sqrt{20^2 + 10^2} = 2.36A$$

$$20R = 10\omega L$$

$$\omega L = 2R$$

$$\overline{Z} = -jX_C + R \times jX_L = -jX_C + \frac{j2R}{1+2j} = -jX_C + j\frac{2R}{5} + \frac{4R}{5}$$

$\overline{Z}$ -nek valósnak kell lennie így:

$$X_C = \frac{2R}{5}$$

$$I = \frac{U}{\frac{4R}{5}} =$$

$$R = \frac{500}{4 \cdot J} = 5.59\Omega$$

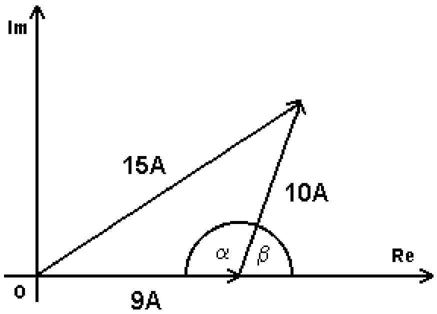
$$\omega L = 2R$$

$$L = \frac{2R}{\omega} = 3.56mH$$

$$\frac{1}{\omega C} = \frac{11.16}{5}$$

$$C = 142.429\mu F$$

3.18.feladat: Feladat



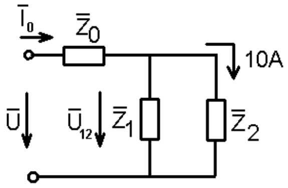
$$15^2 = 9^2 + 10^2 - 2 \cdot 9 \cdot 10 \cos\alpha$$

$$\alpha = 104.15°$$

$$\beta = 180° - \alpha = 75.85°$$

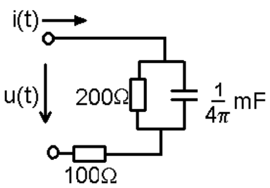
$$P = U \cdot I \cdot \cos(\varphi) = 45 \cdot 10 \cdot \cos(75.85°) = 110W$$

3.19.feladat: Feladat



$$\overline{Z}_0 = (5 + j2)\Omega$$
$$\overline{Z}_1 = (-j10)\Omega$$
$$\overline{Z}_2 = ?$$
$$P = 200W = \mathrm{Re}\{\overline{U} \cdot \overline{I}_0^*\} = 100\,\mathrm{Re}\{\overline{I}_0^*\}$$
$$\mathrm{Re}\{\overline{I}_0^*\} = 2$$
$$\overline{I}_0 = 2 + j \cdot b$$
$$\overline{U}_0 = (2 + jb) \cdot (5 + j2) = (10 - 2b) + j(4 + 5b)$$
$$\overline{U}_{12} = \overline{U} - \overline{U}_0 = (90 + 2b) - j(4 + 5b)$$
$$\overline{I}_1 = -\frac{\overline{U}_{12}}{j10} = (0.4 + 0.5b) + j(9 + 0.2b)$$
$$\overline{I}_2 = 100 = (1.6 - 0.5b)^2 + (0.8b - 9)^2$$
$$0 = 0.89b^2 - 16b - 16.44$$
$$b_{1,2} = 8.99 \pm \sqrt{99.29} = \begin{cases} 18.95, \text{ túl nagy mivel } I_0^2 \cdot R_0 > 200W \\ -0.974 \end{cases}$$
$$\overline{I}_0 = 2 - j \cdot 0.974$$
$$\overline{U}_0 = (11.948 + j8.87)\ V$$
$$\overline{U}_{12} = (88.052 - j8.87)\ V$$
$$\overline{Z}_0 = \frac{\overline{U}_{12}}{\overline{I}_0 - \overline{U}_{12} \cdot (1/-j10)} = (1.725 + j8.63)\Omega$$

3.20.feladat: Feladat



A jel elsőfajú szimmetriával rendelkezik, ezért:

$$\hat{U}_1^A = \frac{2}{T} \cdot 20 \left[\int_0^{\frac{T}{4}} \cos \omega t dt + \int_{\frac{3T}{4}}^{T} \sin \omega t dt \right] = \frac{40}{\pi} V = \hat{U}_1$$
$$T = 5 \cdot 10^{-2} s$$
$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = 100\Omega$$

$$\overline{Z}_1 = 100 + 200 \times (-j100) = 161.2e^{-j29.7°}\Omega$$

$$\overline{I}_1 = \frac{\overline{U}_1}{\overline{Z}_1} = 5.59 \cdot 10^{-2} \cdot e^{j29.7°} A$$

$$S_1 = U_1 \cdot I_1 = 0.5VA$$

$$P_1 = 0.5\cos(-29.7°) = 0.43W$$

$$Q_1 = 0.5\sin(-29.7°) = -0.25\,\mathrm{var}$$

$$U^2 T = \int_0^{\frac{T}{2}} 20^2 \, dt = 200T$$

$$U = \sqrt{2} \cdot 10V$$

$$k = \frac{\sqrt{200 - \left(\frac{40}{\sqrt{2}\pi}\right)^2}}{\sqrt{2} \cdot 10} = 0.77$$

3.21.feladat: Feladat

$$u(t) = 16 + 5\sin(\omega t + 40°) - 2\cos(\omega t - 30°) + 6\cos(2\omega t - 70°) - 3\cos(3\omega t - 150°)\ V$$

$$i(t) = -2 - 3\sin(\omega t - 30°) + 8\cos(\omega t + 70°) + 2\sin(3\omega t - 40°)\ A$$

$$P_0 = -2 \cdot 16 = -32W$$

$$\overline{S}_1 = \overline{U}_{1\omega} \cdot \overline{I}^*_{1\omega} = (3.83 + 3.21j - 1 - 1.73j)(-2.6 + 1.5j - 7.52 + 2.73j) = (34.9 + 3j)\ VA$$

$$\overline{S}_3 = \overline{U}_{3\omega} \cdot \overline{I}^*_{3\omega} = (-1.5 + 2.6j)(1.53 + 1.29j) = (-5.65 + 2.04j)\ VA$$

$$P = P_{1\omega} + P_{2\omega} = 29.25W$$

$$Q = 5.04\,\mathrm{var}$$

$$S = \sqrt{(34.9)^2 + 3^2} + \sqrt{(5.65)^2 + (2.04)^2} = 42.05\ VA$$

$$D = \sqrt{S^2 - P^2 - Q^2} = 29.53\ VA$$

3.22.feladat: Feladat

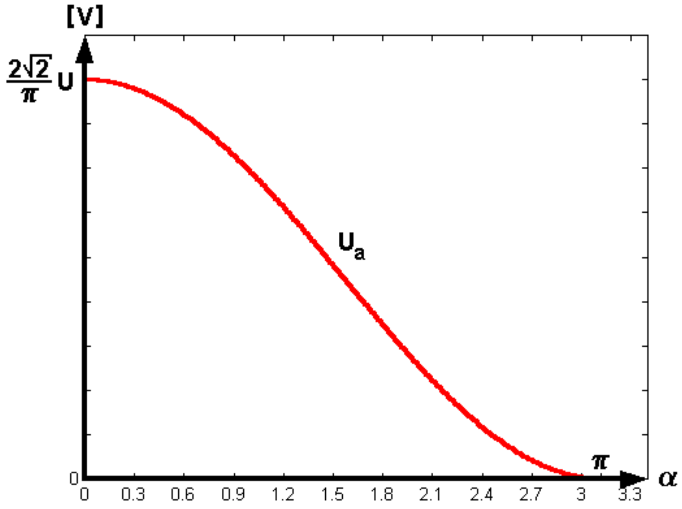
$$U_a = \frac{1}{T}\int_0^T |u(t)|dt = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} |u(\omega t)|d\omega t = \frac{2}{2\pi}\int_\alpha^\pi \sqrt{2}U \sin \omega t d\omega t = \frac{\sqrt{2}U}{\pi}[-\cos\omega t]_\alpha^\pi$$

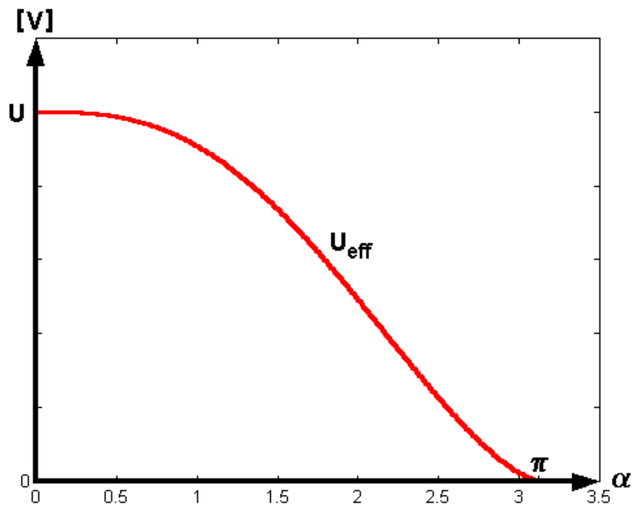
$$U_a = \frac{\sqrt{2}U}{\pi}(1 + \cos\alpha)$$

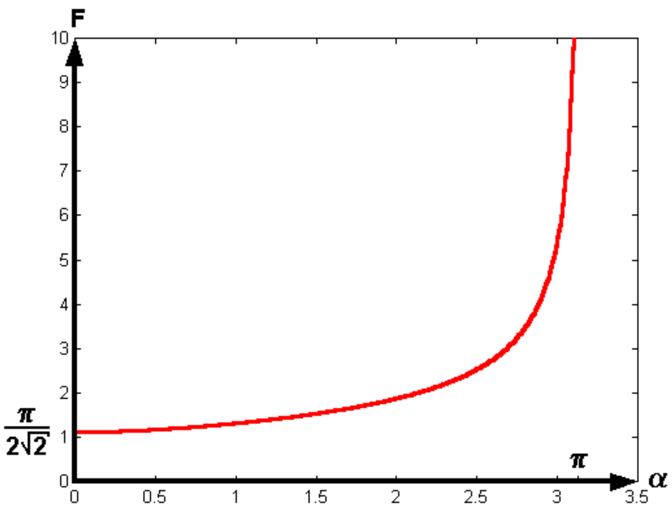
$$U_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T u^2(t)dt} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} u^2(\omega t)d\omega t} = \sqrt{\frac{2U^2}{2\pi}\int_0^{2\pi} \sin^2(\omega t)d\omega t}$$

$$U_{eff} = U\sqrt{\frac{2}{\pi}\left[\frac{1}{2}\omega t\right]_\alpha^\pi - \frac{2}{\pi}\left[\frac{\sin 2\omega t}{4}\right]_\alpha^\pi} = U\sqrt{\frac{\pi - \alpha}{\pi} + \frac{\sin 2\alpha}{2\pi}}$$

$$F = \frac{U_{eff}}{U_a} = \frac{\pi}{\sqrt{2}} \frac{\sqrt{\frac{\pi-\alpha}{\pi} + \frac{\sin 2\alpha}{2\pi}}}{1+\cos\alpha}$$







3.23.feladat: Feladat

$$\overline{U}_{a0}=\frac{1}{3}\left[\overline{U}_R+\overline{U}_S+\overline{U}_T\right]$$

$$\overline{U}_{a1}=\frac{1}{3}\left[\overline{U}_R+\overline{a}\cdot\overline{U}_S+\overline{a}^2\cdot\overline{U}_T\right]$$

$$\overline{U}_{a2}=\frac{1}{3}\left[\overline{U}_R+\overline{a}^2\cdot\overline{U}_S+\overline{a}\cdot\overline{U}_T\right]$$

$$\overline{U}_{a0}=\frac{1}{3}\left[120\frac{\sqrt{3}}{2}-j120\frac{1}{2}-200\frac{1}{2}-j200\frac{\sqrt{3}}{2}-100\frac{\sqrt{3}}{2}+j100\frac{1}{2}\right]=67e^{-j114.3°}$$

$$\overline{U}_{a1}=\frac{1}{3}\left[120e^{-j30°}+200e^{-j120°}\cdot e^{j120°}+100e^{-j210}\cdot e^{j240°}\right]=130.22e^{-j1.5°}$$

$$\overline{U}_{a2}=\frac{1}{3}\left[120e^{-j30°}+200e^{-j120°}\cdot e^{j240°}+100e^{-j210}\cdot e^{j120°}\right]=4.58e^{-j75°}$$

3.24.feladat: Feladat

Mivel a teljes periódusokat metsz ki a szinuszoidális függvényekből:

$$U_0=\frac{1}{T}\int_0^T U_T(t)dt=0V$$

$$U_a=\frac{1}{T}\int_0^T |U_T(t)|dt=\frac{1V}{40ms}\cdot 8\int_0^{5ms}\sqrt{2}\cos 2\omega t dt=\frac{8\sqrt{2}}{40\cdot 2\omega}\left[\sin 2\omega t\right]_0^{5ms}=\frac{2\sqrt{2}}{\pi}V$$

$$U_{eff}=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T U_T^2(t)dt}=\sqrt{\frac{1}{40ms}\cdot 8V^2\int_0^{5ms}2\cos^2 2\omega t dt}=\sqrt{\frac{1}{40ms}\cdot 8V^2\int_0^{5ms}1+2\cos 4\omega t dt}$$

$$U_{eff}=1V$$

$$k_{cs}=\frac{\hat{U}}{U_{eff}}=\sqrt{2}$$

$$k_f=\frac{U_{eff}}{U_a}=\frac{\pi}{2\sqrt{2}}=1.11$$

3.25.feladat: Feladat

$$u_V(t)=\frac{400}{\pi}\sum_{k=1,3,5,7...}\frac{\sin(k\omega t)}{k}$$

$$\omega=\frac{2\pi}{T}=\pi\cdot 10^4\ \text{rad/sec}$$

$$W(jk\omega)=\frac{1}{R+jk\omega L+\frac{1}{jk\omega C}}=\frac{jk\omega C}{(jk\omega)^2LC+jk\omega RC+1}$$

$$W(k\omega)=\frac{k\omega C}{\sqrt{(1-(k\omega)^2LC)^2+(k\omega RC)^2}}=\frac{k\omega C}{\sqrt{(k\omega)^4L^2C^2+(k\omega)^2(R^2C^2-2LC)+1}}=$$

$$= \frac{10^{-2}k}{\sqrt{k^4 \cdot 10^{-2} - 16 \cdot 10^{-2} \cdot k^2 + 1}} = \frac{0.1k}{\sqrt{k^4 - 16k^2 + 100}}$$

$$\varphi(k\omega) = \frac{\pi}{2} - \mathrm{arctg}\left(\frac{k\omega RC}{1 - (k\omega)^2 LC}\right) = \frac{\pi}{2} - \mathrm{arctg}\left(\frac{2k}{10 - 1k^2}\right)$$

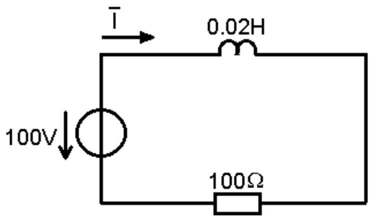
$$i(t) = \frac{40}{\pi} \sum_{k=1,3,5,7...} \frac{\sin\left\{k\omega t + \frac{\pi}{2} - \mathrm{arctg}\left(\frac{2k}{10 - 1k^2}\right)\right\}}{\sqrt{k^4 - 16k^2 + 100}}$$

3.26.feladat: Feladat

$$P_{T/2}(t) = \frac{6}{T/2} t \cdot \left(2 - \frac{2}{T/2} t\right) = \frac{24}{T} t - \frac{48}{T^2} t^2$$

$$P = \frac{1}{T/2} \int_0^{T/2} p(t)dt = \frac{1}{T/2} \cdot \frac{24}{T} \cdot \frac{(T/2)^2}{2} - \frac{1}{T/2} \cdot \frac{48}{T^2} \cdot \frac{(T/2)^3}{3} = 6 - 16\frac{\frac{T^2}{4}}{T^2} = 2W$$

3.27.feladat: Feladat



$$\omega = \frac{1}{\sqrt{0.4H \cdot 0.1 \cdot 10^{-6} F}} = 5 \cdot 10^3 \frac{rad}{sec}$$

$$X_L = 2 \cdot 10^{-2} H \cdot 5 \cdot 10^3 \, rad/sec = 100\Omega$$

$$\bar{I} = \frac{100V}{\sqrt{2} \cdot 100\Omega} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot e^{-j45°} A$$

$$\bar{S}_V = -100 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot e^{+j45°} = \frac{100}{\sqrt{2}} e^{-j135°} VA$$

$$P_V = -50W$$

$$Q = -50\,var$$

3.28.feladat: Feladat

$$u_V(t) = 1 + \frac{4}{\pi}\left(\sum_{k=1,3,5,7,...} \frac{\sin k\omega t}{k}\right) \quad [V]$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{1}{3} \cdot 10^4 \, rad/sec$$

$$G(jk\omega) = \frac{1}{20 + 10^{-2} jk\omega + \frac{1}{10^{-6} jk\omega}} = 100 \cdot \frac{jk\omega}{(10^8 - (k\omega)^2) + 2000 jk\omega}$$

$$\left|G(jk\omega)\right| = 100\cdot\frac{k\omega}{\sqrt{(10^8-(k\omega)^2)^2+4\cdot10^6\cdot k^2\omega^2}}$$

$$\left|G(jk\omega)\right| \approx 100\cdot\frac{k\omega}{\sqrt{\frac{1}{81}\cdot10^{16}k^4-\frac{2}{9}10^{16}k^2+10^{16}}} = 0.03\cdot\frac{k}{9-k^2}$$

$$\varphi(\omega) = \frac{\pi}{2}-\mathrm{arctg}\left(\frac{2000k\omega}{10^8-(k\omega)^2}\right) = \frac{\pi}{2}-\mathrm{arctg}\left(\frac{6k}{9-k^2}\right)$$

$$i_v(t) = \frac{1}{20}+\frac{0.12}{\pi}\cdot\left(\sum_{k=1,3,5,7,\ldots}\frac{\sin\left(k\omega t+\frac{\pi}{2}-\mathrm{arctg}\left(\frac{6k}{9-k^2}\right)\right)}{9-k^2}\right)\ [A]$$

3.29.feladat: Feladat

$$f_T(t) = \frac{20}{T/4}\cdot t\cdot 1(t)-40\cdot 1(t-T/4)-2\cdot\frac{20}{T/4}\cdot(t-T/4)\cdot 1(t-T/4)+40\cdot 1(t-3T/4)+$$

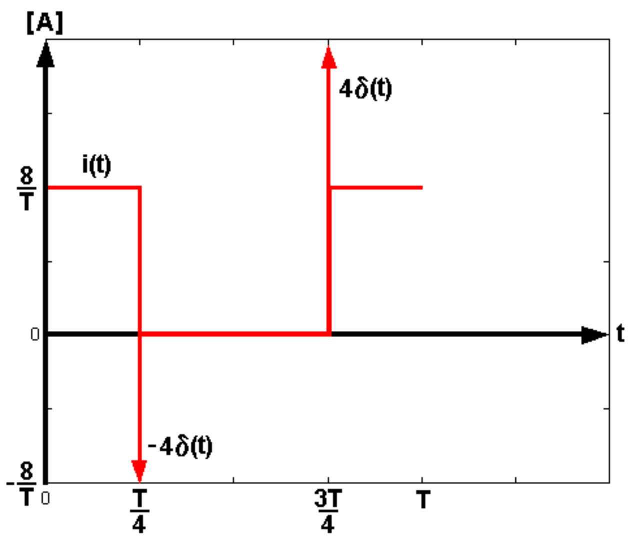
$$+2\cdot\frac{20}{T/4}\cdot(t-3T/4)\cdot 1(t-3T/4)$$

$$F_T(p) = \frac{80}{T}\cdot\frac{1}{p^2}-\frac{40}{p}\cdot e^{-\frac{T}{4}p}-\frac{80}{T}\cdot\frac{1}{p^2}\cdot e^{-\frac{T}{4}p}+\frac{40}{p}\cdot e^{-\frac{3T}{4}p}+\frac{80}{T}\cdot\frac{1}{p^2}\cdot e^{-\frac{3T}{4}p}$$

$$I_T(p) = F_T(p)\cdot pL = \frac{8}{T}\cdot\frac{1}{p}-4\cdot e^{-\frac{T}{4}p}-\frac{8}{T}\cdot\frac{1}{p}\cdot e^{-\frac{T}{4}p}+4\cdot e^{-\frac{3T}{4}p}+\frac{8}{T}\cdot\frac{1}{p}\cdot e^{-\frac{3T}{4}p}$$

ha $\quad 0 \le t < T$

$$i(t) = \frac{8}{T}\cdot 1(t)-4\delta(t-T/4)-\frac{8}{T}\cdot 1(t-T/4)+4\delta(t-3T/4)+\frac{8}{T}\cdot 1(t-3T/4)$$



3.30.feladat: Feladat

$$I_0 = \frac{1}{T}\int_0^T i(t)dt = \frac{1}{T}\left(0.2\frac{T}{3} - 0.4\frac{T}{3} - 0.2\frac{T}{3}\right) = -\frac{4}{30}A$$

$$I_a = \frac{1}{T}\int_0^T |i(t)|\,dt = \frac{1}{T}\left(0.2\frac{T}{3} + 0.4\frac{T}{3} + 0.2\frac{T}{3}\right) = \frac{8}{30}A$$

$$I_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2(t)dt} = \sqrt{\frac{1}{T}\left(0.04\frac{T}{3} + 0.16\frac{T}{3} + 0.04\frac{T}{3}\right)} = 0.283A$$

$$k_f = \frac{I_{eff}}{I_a} = 1.061$$

3.31.feladat: Feladat

$$10V = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \cdot U_a$$

$$U_a = \frac{1}{T}\int_0^T |i(t)|dt = \frac{1}{T}\left(U \cdot \frac{T}{3} + \frac{1}{2}\cdot\frac{T}{3}\cdot U\right) = \frac{1}{2}U$$

$$U = \frac{40\sqrt{2}}{\pi}V$$

$$U_{lágyvas} = U_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2(t)dt} = \sqrt{\frac{1}{T}\left(U^2 \cdot \frac{T}{3} + \int_0^{\frac{T}{3}} \frac{9U^2t^2}{T^2}dt\right)}$$

$$U_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\left(U^2 \cdot \frac{T}{3} - \frac{9U^2}{3T^2} + \frac{9U^2}{3T^2}\cdot\frac{T^3}{27}\right)} = \sqrt{\left(\frac{U^2}{3} + \frac{U^2}{9}\right)} = \frac{2}{3}U = \frac{20\sqrt{2}}{3\pi}V$$

4. Lineáris hálózatok a frekvenciatartományban

4.1.feladat: Feladat

$R_e = 20\Omega$

$C_e = 0.4\mu F$

$$\omega_e = \frac{1}{R_e C_e} = 125 krad/sec$$

$$L_e = \frac{R_e}{\omega_e} = 160\mu H$$

$$\overline{Z}(j\omega) = \frac{1}{j\omega} \times (1 + j\omega \cdot 1.25) = \frac{\frac{1}{j\omega}(1 + j\omega \cdot 1.25)}{\frac{1}{j\omega} + 1 + j\omega \cdot 1.25} = \frac{1 + j\omega \cdot 1.25}{(1 - 1.25\omega^2) + j\omega}$$

$\overline{Z}(0) = 1 = 20\Omega$

$\overline{Z}(\infty) = 0 = 0\Omega$

$$\overline{Z}(j\omega) = \frac{(1 + j\omega \cdot 1.25) \cdot ((1 - 1.25\omega^2) - j\omega)}{(1 - 1.25\omega^2)^2 + \omega^2} =$$

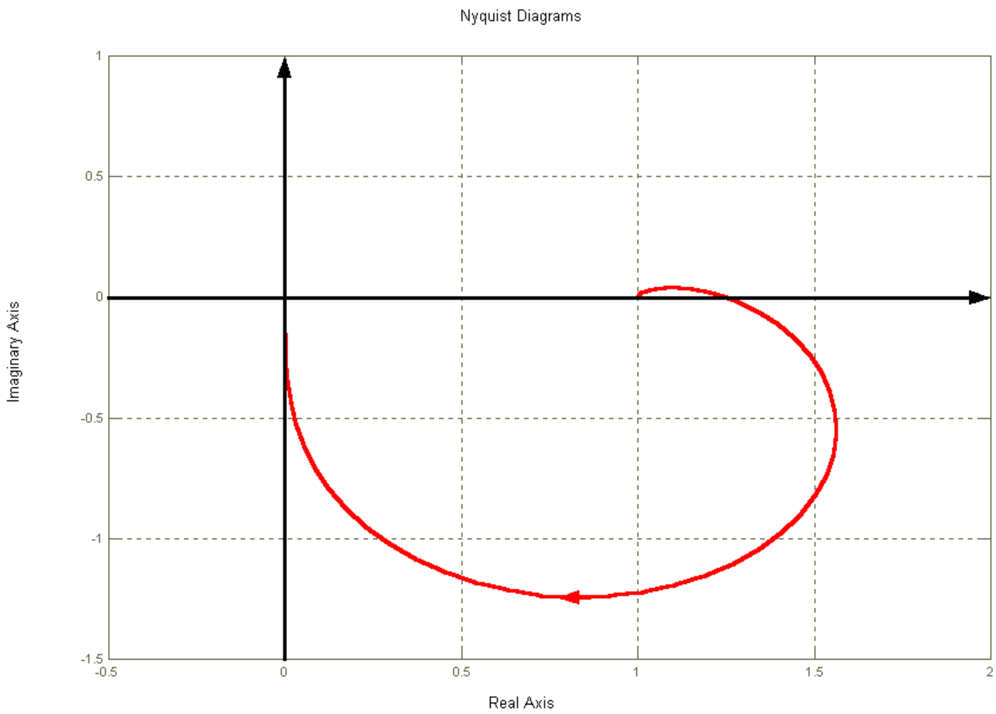
$$= \frac{(1 - 1.25\omega^2) + 1.25\omega^2}{(1 - 1.25\omega^2)^2 + \omega^2} + j \cdot \frac{1.25\omega \cdot (1 - 1.25\omega^2) - \omega}{(1 - 1.25\omega^2)^2 + \omega^2}$$

$\overline{Z}(\omega_0) = \text{valós}, \quad \text{ha} \quad \text{Im}[\overline{Z}(\omega_0)] = 0$

$\omega_0 \cdot 1.25 \cdot (1 - \omega_0^2 \cdot 1.25) - \omega_0 = 0$

$\omega_0 = 0.4 = 50 krad/sec$

$\overline{Z}(0.4) = 1.25 = 25\Omega$



<u>4.2.feladat:</u> Feladat

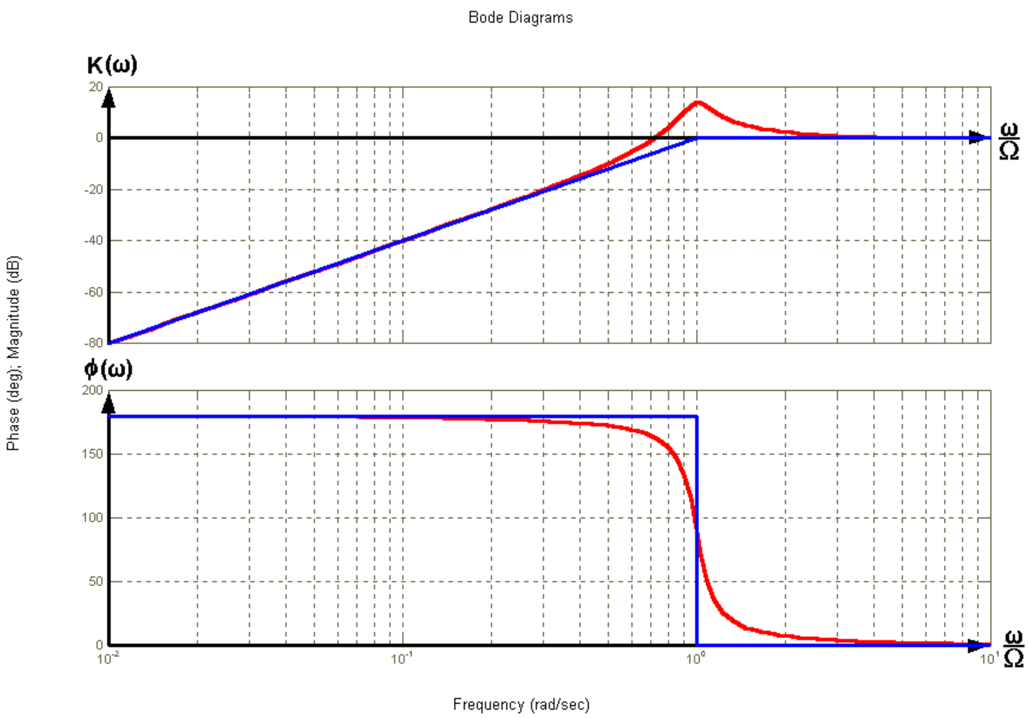
$$\overline{W}(j\omega)=\frac{R\times j\omega L}{\frac{1}{j\omega C}+R\times j\omega L}=\frac{\frac{j\omega RL}{R+j\omega L}}{\frac{1}{j\omega C}+\frac{j\omega LR}{R+j\omega L}}=\frac{(j\omega)^2 RLC}{R+j\omega L+(j\omega)^2 LRC}=\frac{(j\omega)^2 LC}{(j\omega)^2+j\omega\cdot\frac{L}{R}+1}=$$

$$=\frac{\left(j\frac{\omega}{\Omega}\right)^2}{\left(j\frac{\omega}{\Omega}\right)^2+j\frac{\omega}{\Omega}\cdot\frac{L}{R}\cdot\frac{1}{\sqrt{LC}}+1}=\frac{\left(j\frac{\omega}{\Omega}\right)^2}{\left(j\frac{\omega}{\Omega}\right)^2+\frac{1}{R}\cdot\sqrt{\frac{L}{C}}\left(j\frac{\omega}{\Omega}\right)+1}$$

$$\Omega=\frac{1}{\sqrt{LC}}=50\,\text{krad/sec}$$

$$\frac{1}{R}\cdot\sqrt{\frac{L}{C}}=0.2$$

$$2\xi=0.2\quad\Rightarrow\quad\xi=0.1$$



<u>4.3.feladat:</u> Feladat

$$W(jR)=\frac{I}{U}=\frac{1}{100}+\frac{1}{j100}+\frac{1}{R-j50}=0.01-j0.01+\frac{1}{R-j50}$$

$W(0)=0.01+j0.01$

$W(\infty)=0.01-j0.01$

$W(R=50)=0.02$

P_{max} ha $R=50\Omega$, mivel ekkor legnagyobb a valós komponense az áramnak.

$U = 100V$

$\bar{I} = 100 \cdot 0.02 = 2A$

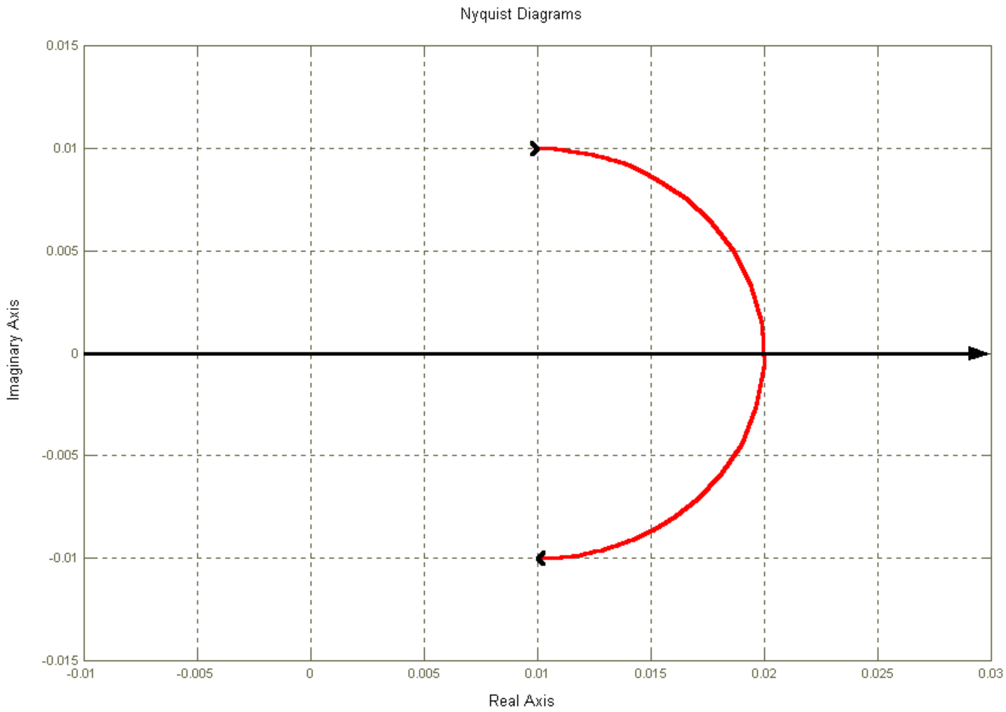
$P_{max} = U \cdot \mathrm{Re}\{\bar{I}\} = 200W$

Q_{max} ha $R = \infty$, mivel ekkor előjelesen legkisebb a képzetes komponense az áramnak.

$\bar{I} = 100 \cdot (0.01 - j0.01) = (1 - j)A$

$\bar{S} = U \cdot \bar{I}^* = 100 + j100$

$Q = 100\,\mathrm{var}$



4.4.feladat: Feladat

$R_e = 50\Omega$

$L_e = 10mH$

$$\omega_e = \frac{R_e}{L_e} = 5 \cdot 10^3\ \mathrm{rad/sec}$$

$$C_e = \frac{1}{R_e \omega_e} = 4\mu F$$

$$W(j\omega) = \frac{\overline{U}_2}{\overline{U}_1} = \frac{2 + \left(2 \times \frac{1}{j\omega}\right)}{2 + \left(2 \times \frac{1}{j\omega}\right) + 2 + j\omega} = \frac{2 + \frac{2}{1 + 2j\omega}}{2 + \frac{2}{1 + 2j\omega} + 2 + j\omega} = \frac{4 + 4j\omega}{2 + (4 + j\omega)(1 + 2j\omega)}$$

$$W(j\omega) = \frac{4+4j\omega}{6+9j\omega-2\omega^2} = 2\frac{1+j\omega}{(j\omega)^2+4.5j\omega+3} = \frac{A}{j\omega+0.814} + \frac{B}{j\omega+3.686}$$

$A = 0.13$

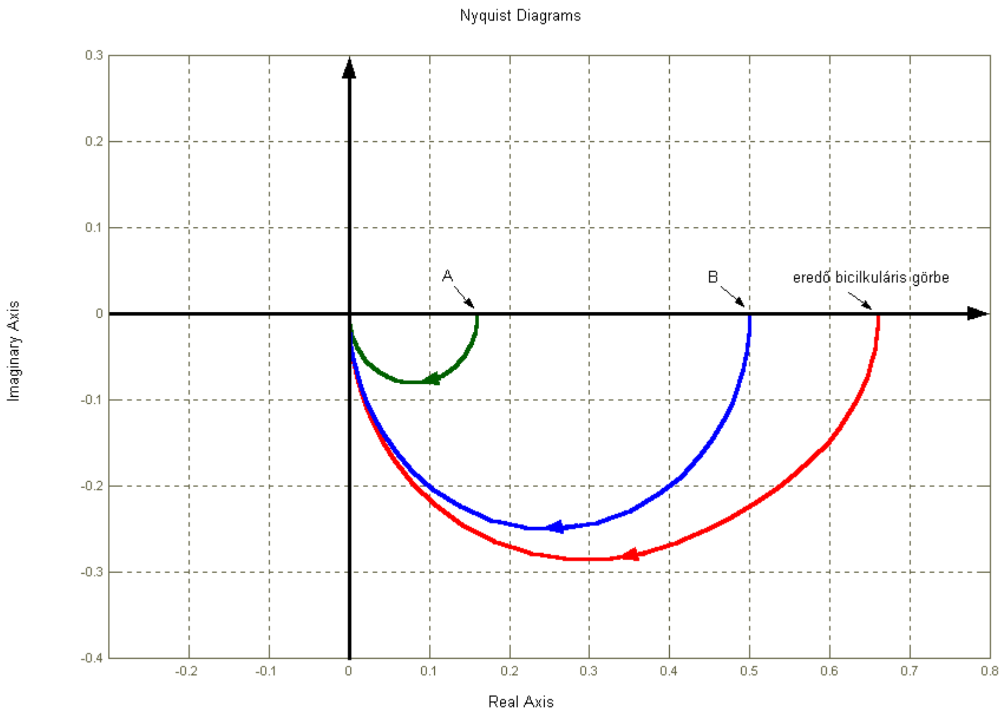
$B = 1.87$

$$W(j\omega) = \frac{0.13}{j\omega+0.814} + \frac{1.87}{j\omega+3.686} = 0.16\frac{1}{1+j\frac{\omega}{0.814}} + 0.5\frac{1}{1+j\frac{\omega}{3.686}}$$

$$W(0) = \frac{2}{3}$$

$W(\infty) = 0$

$W(\omega = 1) = 0.53 - j0.2$



4.5.feladat: Feladat

$R_e = 80\Omega$

$L_e = 2mH$

$$\omega_e = \frac{R_e}{L_e} = 40\,krad/sec$$

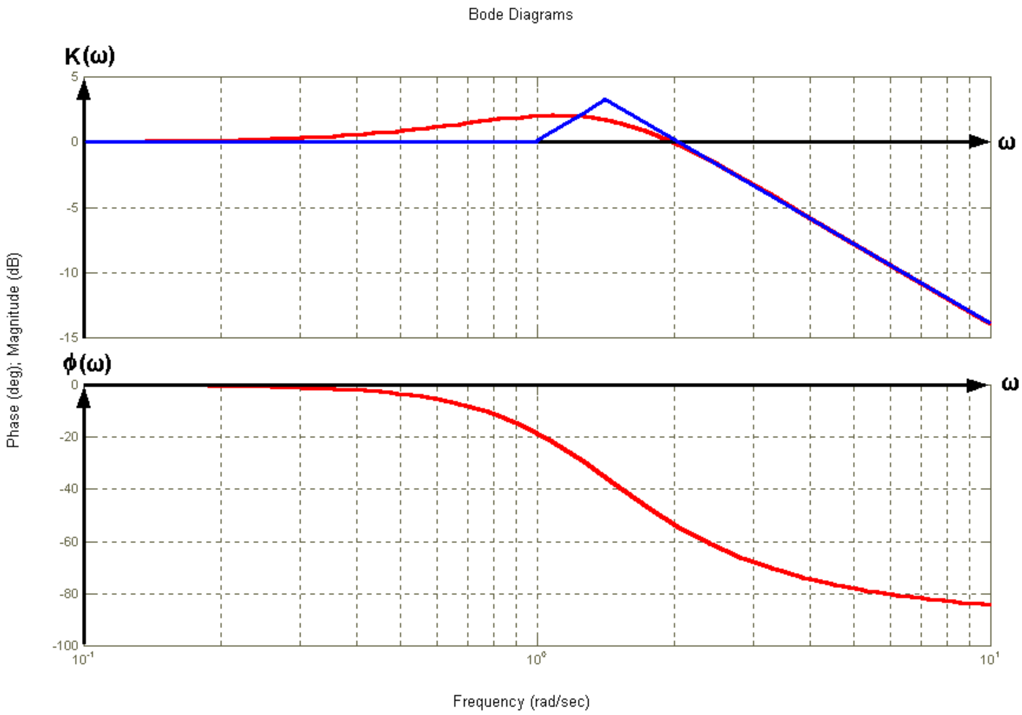
$$C_e = \frac{1}{R_e\omega_e} = 0.3125\mu F$$

$$W(j\omega) = \frac{\overline{U}_C}{\overline{U}_1} + \frac{\overline{U}_R}{\overline{U}_1}$$

$$\frac{\overline{U}_C}{\overline{U}_1}=\frac{1}{j\omega}\cdot\frac{1}{\frac{1}{j\omega}+1\times(1+j\omega)}=\frac{\frac{1}{j\omega}}{\frac{1}{j\omega}+\frac{1+j\omega}{2+j\omega}}=\frac{1}{1+\frac{j\omega(1+j\omega)}{2+j\omega}}=\frac{2+j\omega}{2+2j\omega+(j\omega)^2}$$

$$\frac{\overline{U}_R}{\overline{U}_1}=\frac{(\overline{U}_1-\overline{U}_C)}{\overline{U}_1}\cdot\frac{1}{1+j\omega}=\frac{2+2j\omega+(j\omega)^2-2-j\omega}{(2+2j\omega+(j\omega)^2)(1+j\omega)}=\frac{j\omega}{2+2j\omega+(j\omega)^2}$$

$$W(j\omega)=\frac{2+2j\omega}{2+2j\omega+(j\omega)^2}=\frac{1+\left(\frac{j\omega}{1}\right)}{\left(\frac{j\omega}{\sqrt{2}}\right)^2+2\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\frac{j\omega}{\sqrt{2}}\right)+1}$$



4.6.feladat: Feladat

$\omega L=10\Omega$

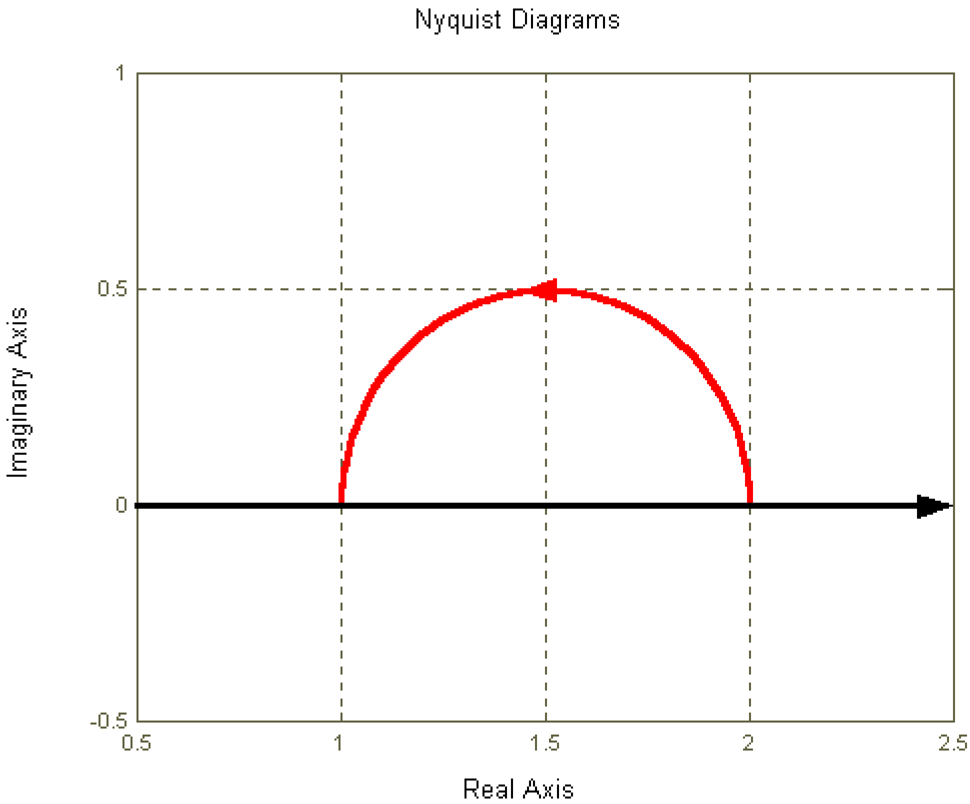
$\frac{1}{\omega C}=25\Omega$

$$W(jR)=\frac{j10+R}{j10+R-j5}=\frac{R+j10}{R+j5}$$

$W(0)=2$

$W(\infty)=1$

$W(5)=1.5+j0.5$



$W_{max}(R=0)=2$

$W_{min}(R=\infty)=1$

$$\left|W(jR)\right|=\sqrt{\frac{R^2+100}{R^2+25}}\overset{?}{=}1.5$$

$R^2+100=2.25(R^2+25)$

$R^2=35$

$R=\sqrt{35}$

φ_{max} :

$$\varphi(jR)=\operatorname{arctg}\frac{5R}{R^2+50}$$

$$\frac{d\varphi(jR)}{dR}=\frac{5R^2+250-10R^2}{\left(R^2+50\right)^2}\overset{?}{=}0$$

$R=\sqrt{50}$

$\varphi_{max}(R=\sqrt{50})=19.47°$

4.7.feladat: Feladat

$$\omega_e = 10^3 \text{ rad/sec}$$

$$R_e = 100\Omega$$

$$L_e = \frac{R_e}{\omega_e} = 0.1\text{H}$$

$$Q = \text{Im}\{\overline{U}\cdot\overline{I}^*\} = U\cdot I\cdot\sin(-\varphi_i)$$

$$W(jL) = \frac{1}{1+\dfrac{2jL}{2+jL}} = \frac{2+jL}{2+3jL}$$

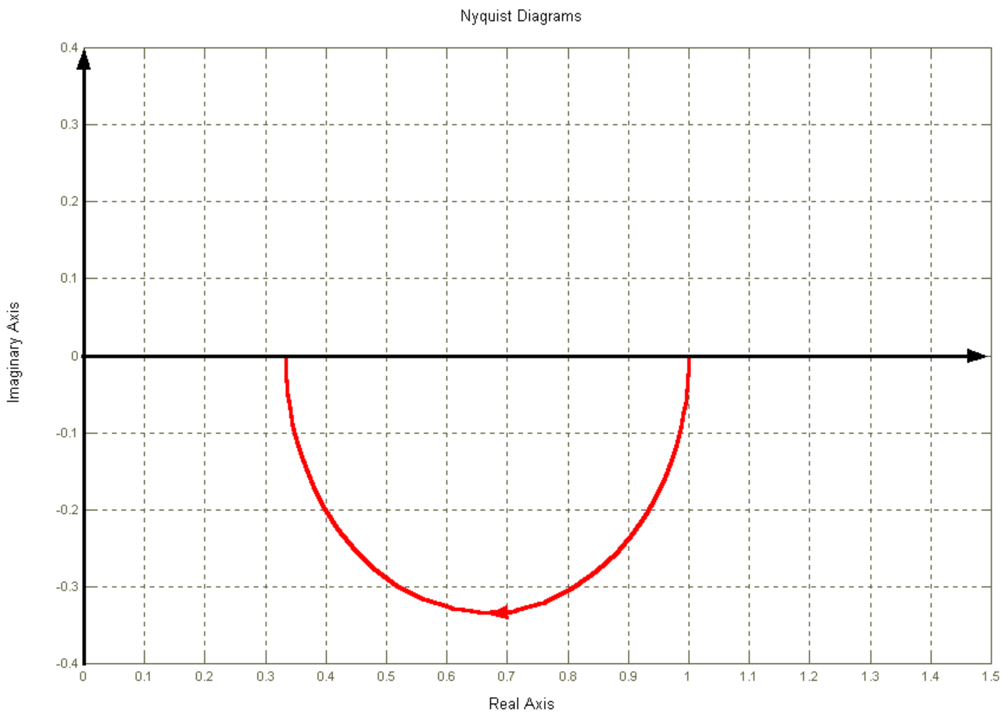
$$W(0) = 1$$

$$W(\infty) = \frac{1}{3}$$

$$\frac{-1}{\sqrt{2}\cdot 3} \stackrel{?}{=} \text{Im}\{W(jL)\}$$

$$L_1 = 1.61\cdot 0.1\text{H} = 0.161\text{H}$$

$$L_2 = 0.28\cdot 0.1\text{H} = 0.028\text{H}$$



4.8.feladat: Feladat

$$W(jL)=\frac{1+jX_L}{1+jX_L-j}$$

$$W(0)=\frac{1}{\sqrt{2}}e^{j45^\circ}$$

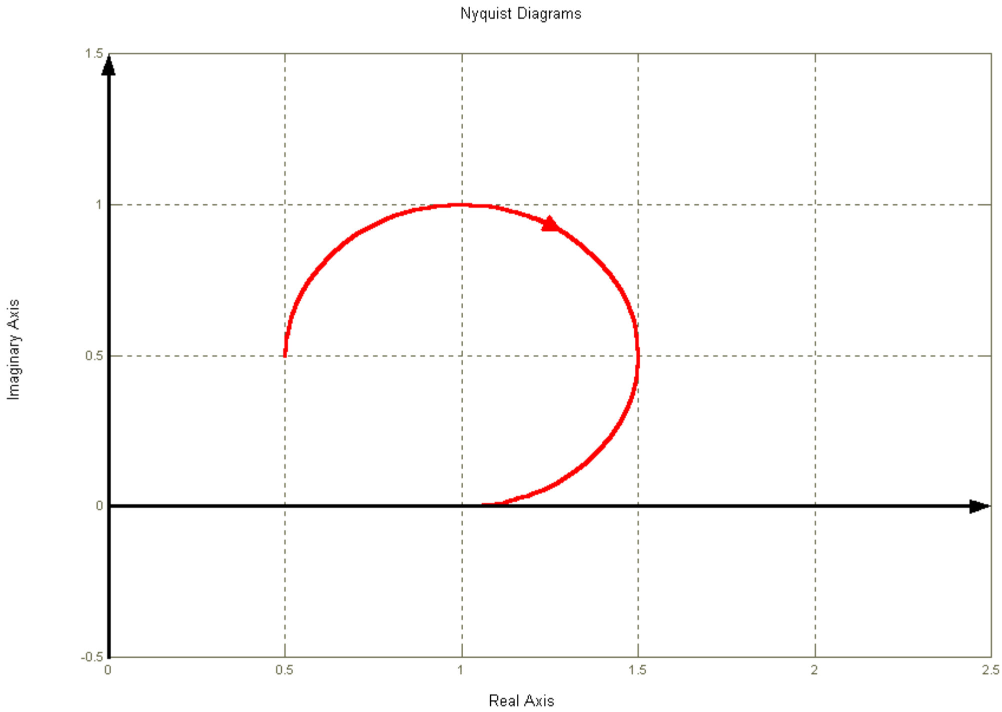
$$W(\infty)=1$$

$$W(X_L=1)=\sqrt{2}\cdot e^{j45^\circ}$$

$$X_L=1.62\Omega$$

$$L=\frac{1.62}{100\pi}=5.16mH$$

$$\overline{U}_{2\,max}=1.72\cdot e^{j26.6^\circ}V$$



4.9.feladat: Feladat

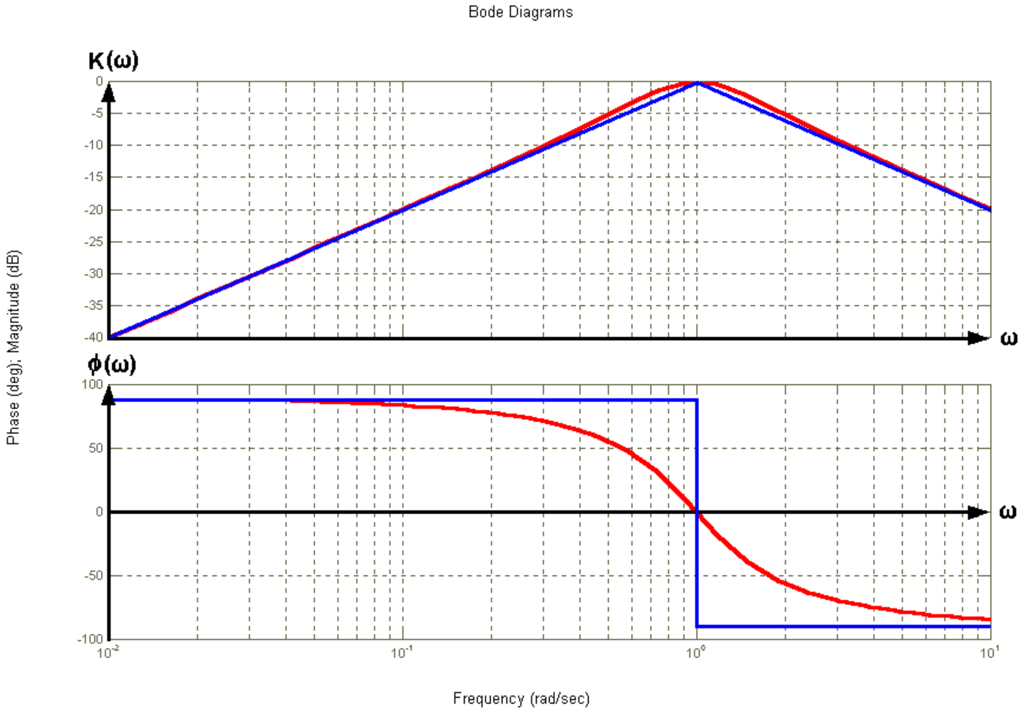
$$W(j\omega)=\frac{-\omega}{-\omega+j(1-\omega^2)}=\frac{j\omega}{1+j\omega-\omega^2}$$

$$\Omega=1$$

$$\zeta=\frac{1}{2}$$

$$\omega_m=\Omega\sqrt{1-2\zeta^2}=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$k(\omega_m)=1.25dB$$



4.10.feladat: Feladat

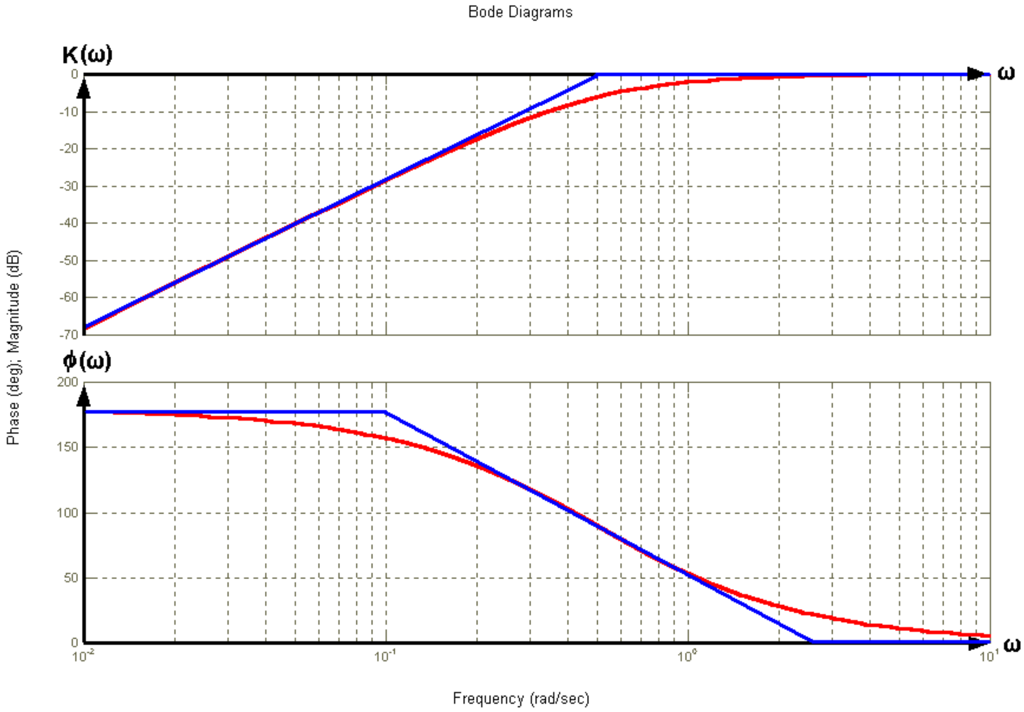
$R_e = 10^3 \Omega$

$C_e = 10^{-7} F$

$\omega_e = \dfrac{1}{R_e C_e} = 10^4 \, \text{rad/sec}$

$L_e = \dfrac{R_e}{\omega_e} = 0.1H$

$$W(j\omega) = \frac{1 \times 4j\omega}{1 \times 4j\omega - j\dfrac{1}{\omega}} = \frac{\dfrac{4j\omega}{1+4j\omega}}{\dfrac{4j\omega}{1+4j\omega} - \dfrac{j}{\omega}} = \frac{4(j\omega)^2}{1+4j\omega+(2j\omega)^2} = \frac{\left(\dfrac{j\omega}{0.5}\right)^2}{\left(1+\dfrac{j\omega}{0.5}\right)^2}$$



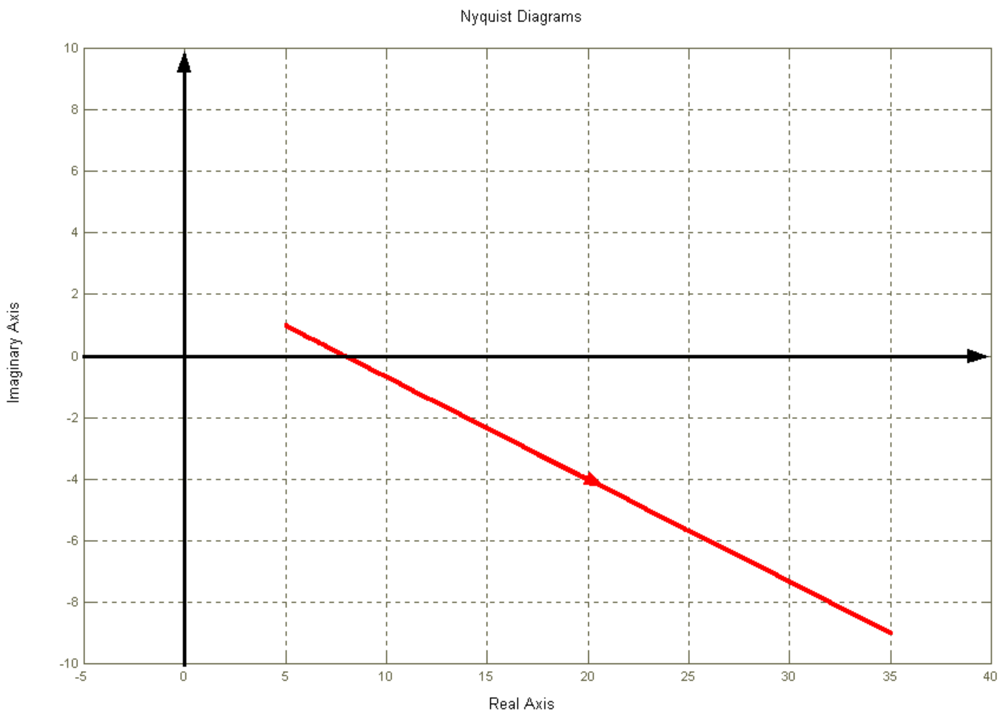
4.11.feladat: Feladat

$$W(j\omega)=\frac{4+6j+4k^2j}{1+j}=\frac{4+6j+4k^2+2k^2j-4j+6-4k^2j+2k^2}{2}=(5+j)+k^2(3-j)$$

$$v=k^2$$

$$0\le v\le\infty$$

$$W(jv)=(5+j)+v(3-j)$$



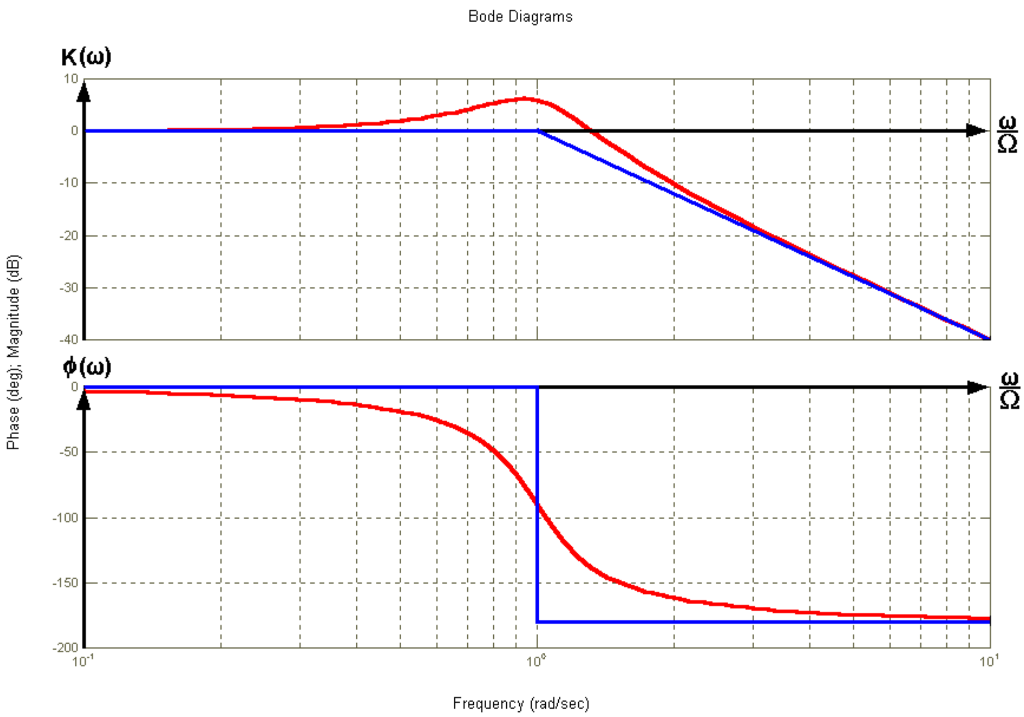
4.12.feladat: Feladat

$$W(j\omega)=\frac{\frac{1}{j\omega C}}{\frac{1}{j\omega C}+R+j\omega L}=\frac{\frac{1}{j\omega C}}{\frac{1+Rj\omega C+(j\omega)^2LC}{j\omega C}}=\frac{1}{1+j\omega RC+(j\omega)^2LC}$$

$$W(j\omega)=\frac{1}{1+0.5\cdot j\omega\cdot 10^{-4}+(j\omega)^2\cdot 10^{-8}}=\frac{1}{1+2\zeta\left(j\frac{\omega}{\Omega}\right)+\left(j\frac{\omega}{\Omega}\right)^2}$$

$\Omega=10^4$

$\zeta=0.25$



4.13.feladat: Feladat

$$W(j\omega)=-\frac{\omega^2}{1+\omega^2}$$

$$k(\omega)=20\lg|W(j\omega)|=20\lg\frac{\omega^2}{1+\omega^2}$$

- ha $\omega<<1$

$k(\omega)=40\lg\omega$

- ha $\omega>>1$

$k(\omega)=0\,\mathrm{dB}$

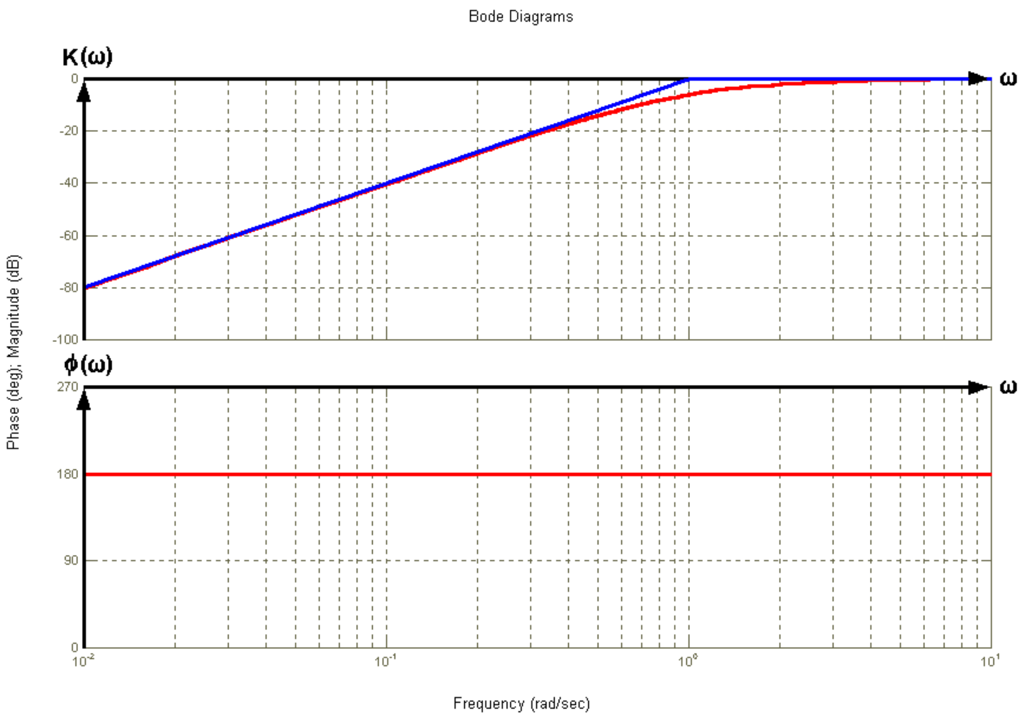
$$\frac{dk(\omega)}{\lg(\omega)}=\frac{2\cdot 20}{1+\omega}$$

$$k'(\omega = 1) = 20\frac{dB}{D}$$

$$k(\omega = 1) = 6\,dB$$

$$y + 6 = 20\lg(\omega_1) \;\Rightarrow\; \omega_1 = 2$$

$$\varphi(\omega) = -180° = +180°$$



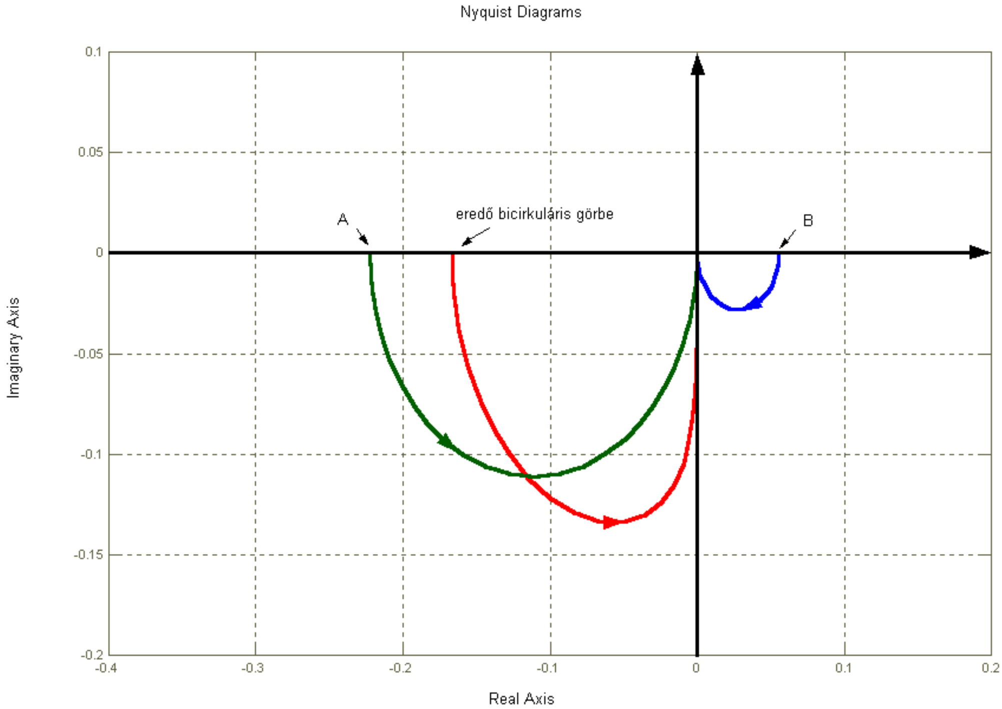
4.14.feladat: Feladat

$$W(j\omega) = \frac{4 + 2j\omega}{-3\omega^2 + 6j\omega - 24} = \frac{4 + 2j\omega}{3(j\omega - 2)(j\omega + 4)} = \frac{A}{(j\omega - 2)} + \frac{B}{(j\omega + 4)}$$

$$A = \frac{8}{3 \cdot 6} = \frac{4}{9}$$

$$B = \frac{1}{3} \cdot \frac{-4}{-6} = \frac{2}{9}$$

$$W(j\omega) = \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{(j\omega - 2)} + \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{(j\omega + 4)}$$



4.15.feladat: Feladat

$$W(jR) = \frac{1}{10} + \frac{1}{-j10} + \frac{1}{R + j5} = 0.1 + j0.1 + \frac{1}{R + j5}$$

$$W(0) = 0.1 - j0.1$$

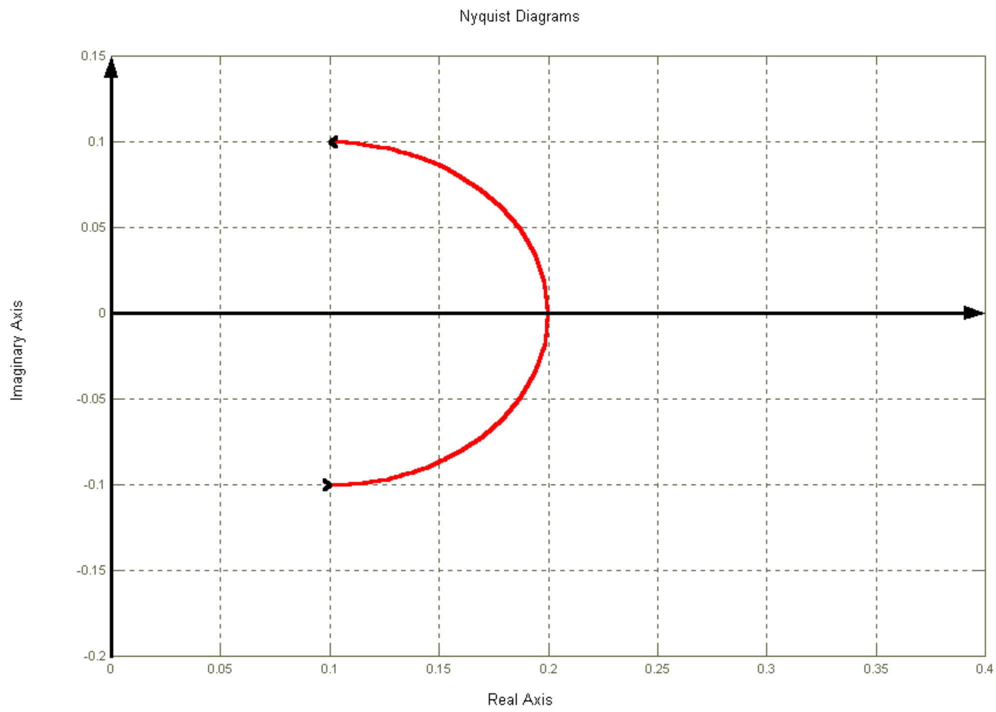
$$W(R = 5) = 0.2$$

$$W(\infty) = 0.1 + j0.1$$

$$R = 5\Omega \quad S_{max} = U \cdot I_{max} = 10V \cdot 10 \cdot 0.2A = 20VA$$

$$R = 5\Omega \quad P_{max} = U \cdot Re\{I\}_{max} = 10V \cdot 10 \cdot 0.2A = 20W$$

$$R = \infty \quad Q_{max} = U \cdot Im\{I\}_{max} = 10V \cdot 10 \cdot 0.1A = 10\,var$$



4.16.feladat: Feladat

$$W(j\omega)=\frac{\frac{1}{j\omega C}}{R+j\omega L+\frac{1}{j\omega C}}=\frac{1}{(j\omega)^2LC+j\omega RC+1}=\frac{1}{\left(\frac{j\omega}{\Omega}\right)^2+2\zeta\left(\frac{j\omega}{\Omega}\right)+1}$$

$$\Omega=\frac{1}{\sqrt{LC}}=100\,\mathrm{rad/sec}$$

$$2\zeta=\Omega RC=1$$

$$\zeta=0.5$$

$$|W(j\omega)|^2=\frac{1}{\left[1-\left(\frac{\omega}{\Omega}\right)^2\right]+4\zeta^2\left(\frac{\omega}{\Omega}\right)^2}$$

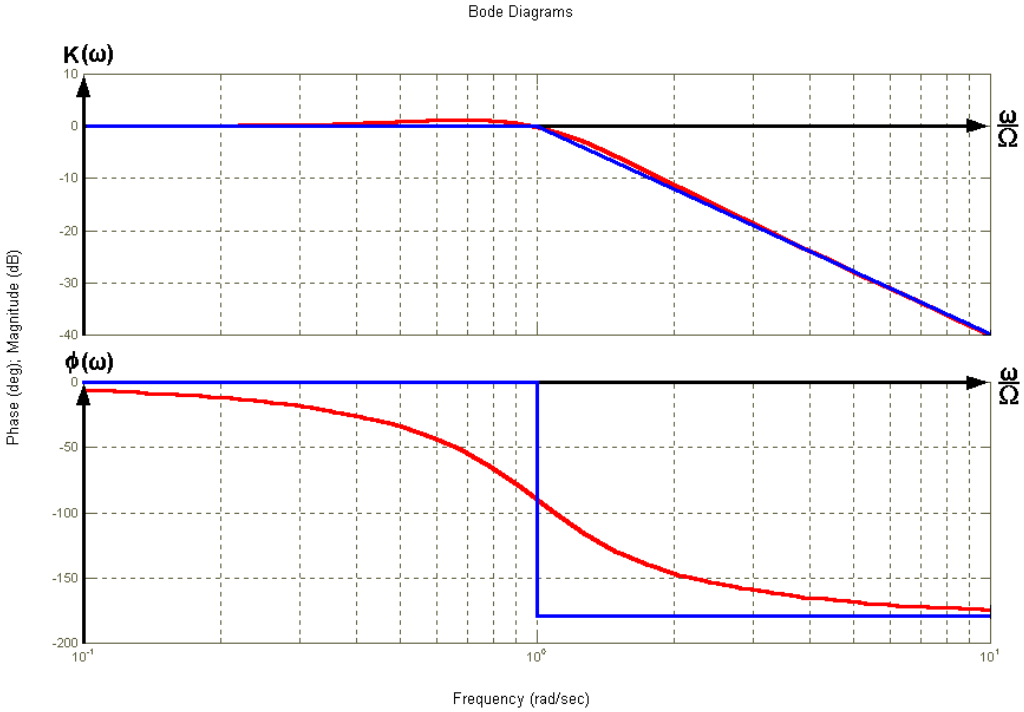
$$\frac{d|W(j\omega)|^2}{d\omega}\overset{?}{=}0$$

$$4\left[1-\left(\frac{\omega_2}{\Omega}\right)^2\right]-8\zeta^2=0$$

$$\frac{\omega_2}{\Omega}=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$|W(j\omega)|^2_{max}=\left|W(\omega=1/\sqrt{2})\right|^2=\frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$K(\omega)_{max}=20\lg\frac{2}{\sqrt{3}}=1.25\mathrm{dB}$$



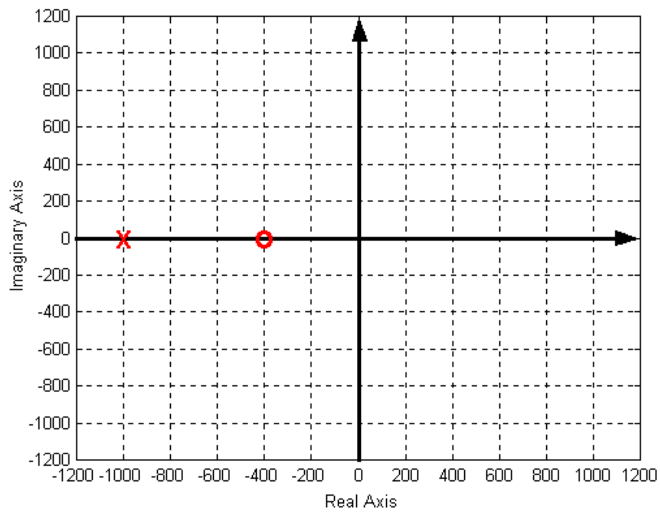
4.17.feladat: Feladat

a,

$$W(p)=\frac{4+pL}{10+pL}=\frac{p+400}{p+1000}$$

$$p=-1000$$

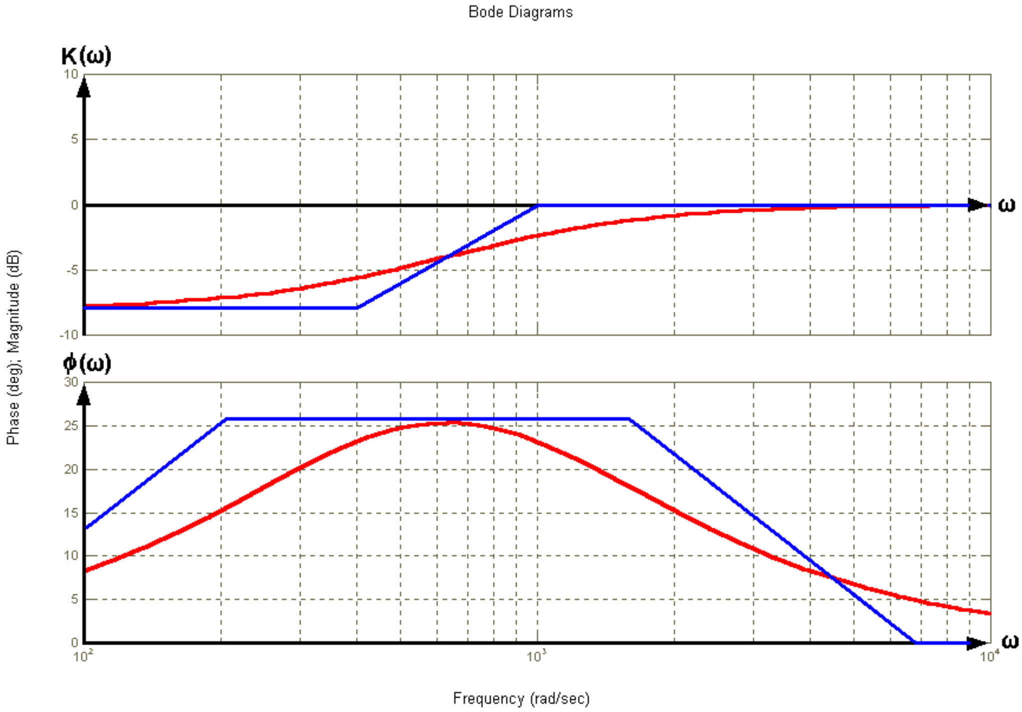
$$z=-400$$



b,

$$W(j\omega)=\frac{j\omega+400}{j\omega+1000}=0.4\frac{1+\frac{j\omega}{400}}{1+\frac{j\omega}{1000}}$$

$$20\lg(0.4)=-7.96\text{dB}$$



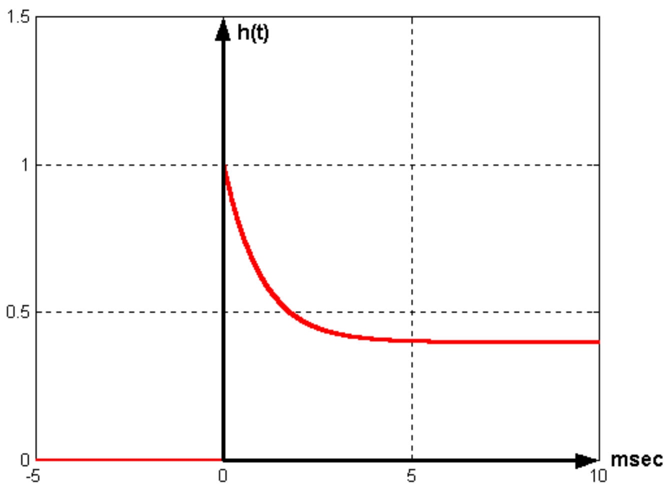
c,

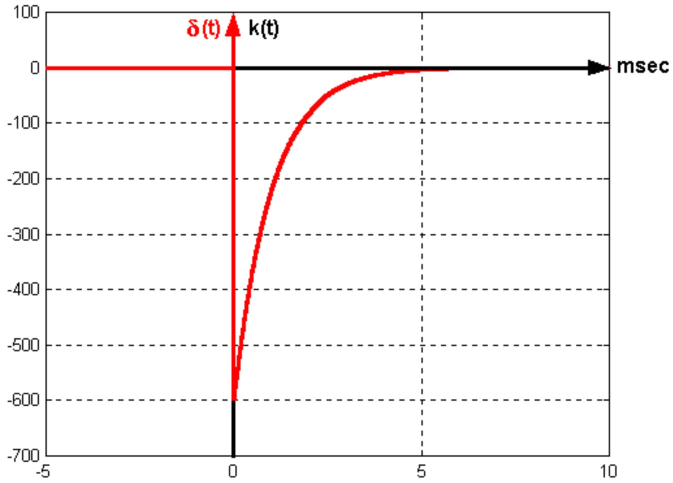
$$H(p)=\frac{1}{p}W(p)=\frac{p+400}{p(p+100)}=\frac{1}{p+1000}+0.4\frac{1000}{p(p+1000)}$$

$$h(t)=\left[e^{-1000t}+0.4(1-e^{-1000t})\right]\cdot 1(t)=(0.4+0.6e^{-1000t})\cdot 1(t)$$

$$K(p)=W(p)$$

$$k(t)=\delta(t)-600e^{-1000t}\cdot 1(t)$$





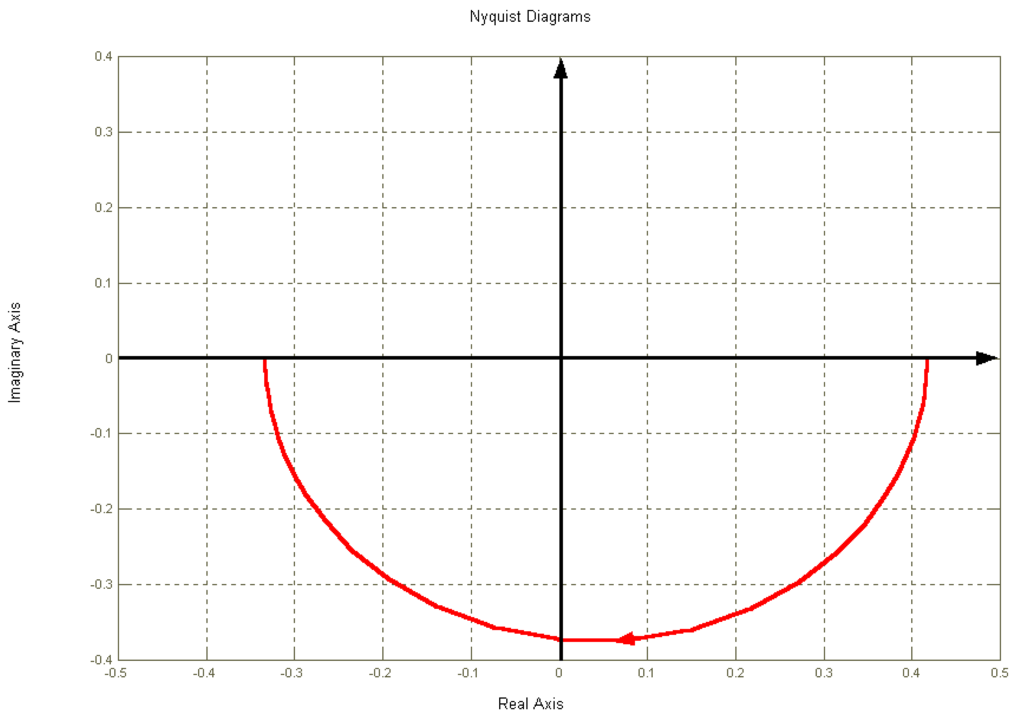
4.18.feladat: Feladat

$$\frac{2}{3}\bar{I}-\bar{I}_1-\bar{I}\frac{100+j0.1\omega}{400+j0.1\omega}=0$$

$$W(j\omega)=\frac{\bar{I}_1}{\bar{I}}=\frac{2}{3}-\frac{100+0.1j\omega}{400+0.1j\omega}=\frac{500-0.1j\omega}{1200+0.3j\omega}=0.416\cdot\frac{1-\frac{j\omega}{5000}}{1+\frac{j\omega}{4000}}$$

$$W(0)=\frac{5}{12}\qquad W(\infty)=-\frac{1}{3}=-\frac{4}{12}$$

$$W(\omega=4000)=\frac{5}{12}(0.1-0.9j)$$



4.19.feladat: Feladat

$\overline{Z}_C = -j10\Omega$

$\overline{Z}_L = k \cdot j20\Omega$

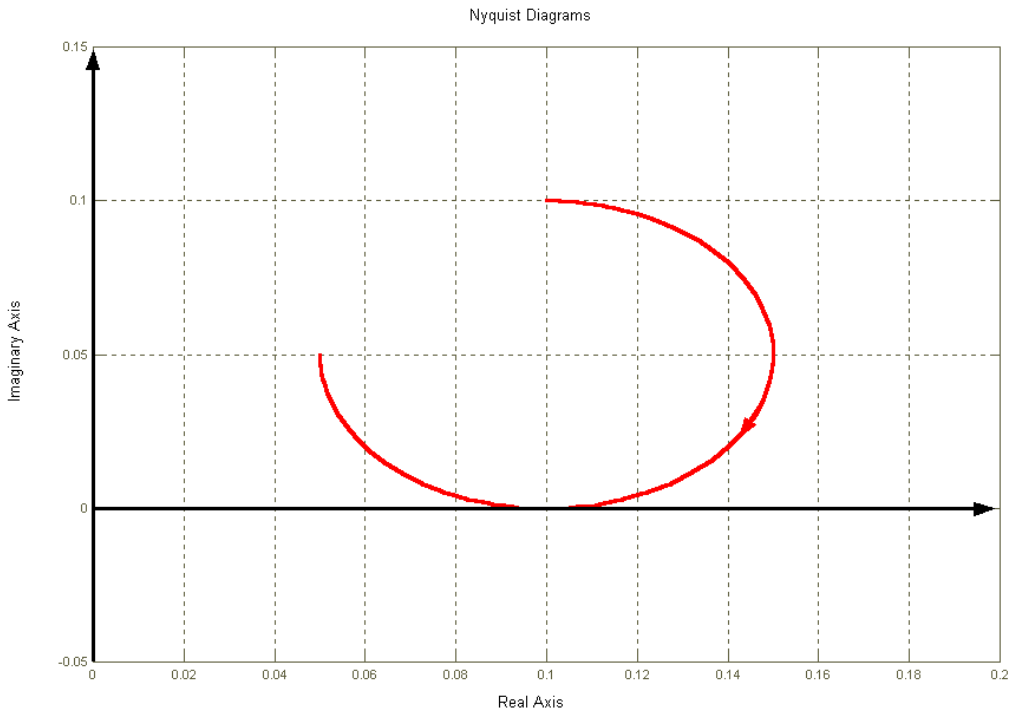
$$W(jk) = \frac{1}{10 - j10} + \frac{1}{10 - j(10 - k20)}$$

$W(0) = 0.1 + j0.1$

$W(k = 0.5) = 0.15 + j0.05$

$W(k = 1) = 0.1$

$W(\infty) = 0.05 + j0.05$



$P_{max}(k = 0.5) = U \cdot I \cdot \cos\varphi = 100V \cdot 15A = 1500W$

$P_{min}(k = \infty) = 100V \cdot 5A = 500W$

$Q_{min}(k = 1) = 100V \cdot 10A = 1000W$

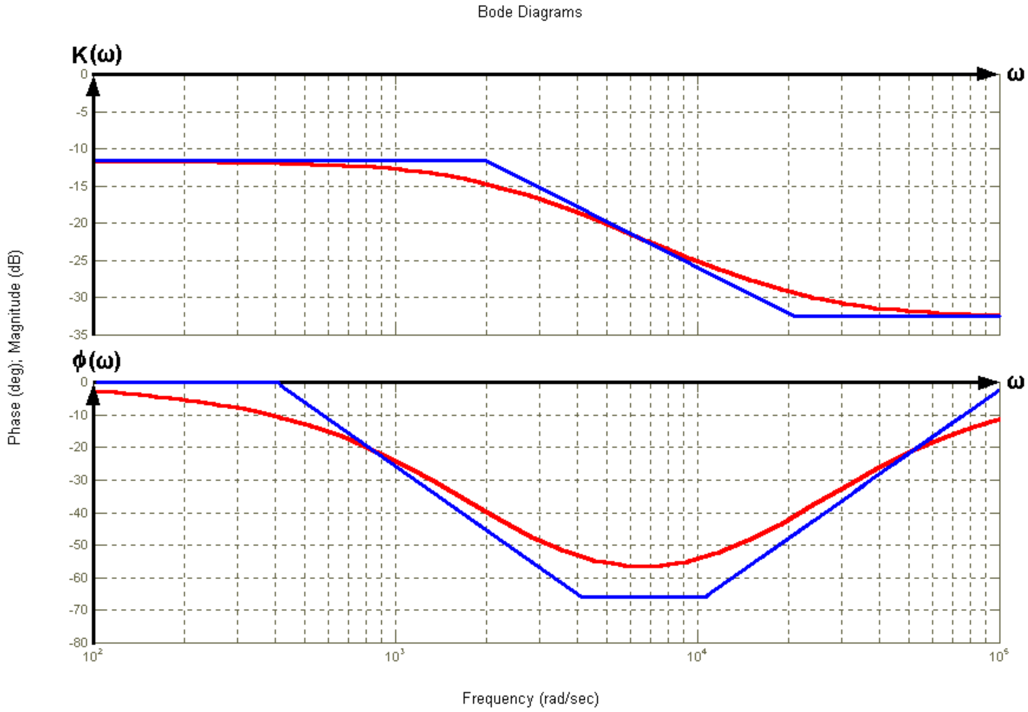
4.20.feladat: Feladat

$$W(j\omega) = \frac{R_2 + j\omega L_2}{R_1 + R_2 + j\omega(L_1 + L_2)} - \frac{1}{2} = \frac{R_2 - R_1 + j\omega(L_2 - L_1)}{2(R_1 + R_2) + j\omega 2(L_1 + L_2)} = 0.26\frac{1 + \frac{j\omega}{22000}}{1 + \frac{j\omega}{2000}}$$

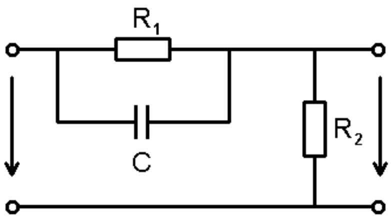
$\omega_1 = 22000\,\mathrm{rad/sec}$

$\omega_2 = 2000\,\mathrm{rad/sec}$

$K = -11.7\mathrm{dB}$

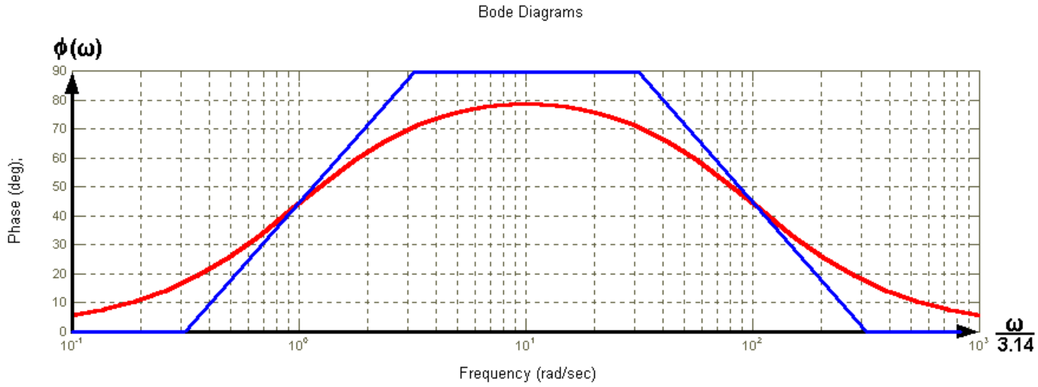


4.21.feladat: Feladat



$$W(j\omega)=\frac{R_2}{R_2+R_1\times\frac{1}{j\omega C}}=\frac{R_2}{R_2+\frac{R_1}{1+j\omega R_1C}}=\frac{R_2(1+j\omega R_1C)}{R_1+R_2+j\omega R_1R_2C}=\frac{R_2}{R_1+R_2}\cdot\frac{1+\frac{j\omega}{\omega_1}}{1+\frac{j\omega}{\omega_0}}$$

$$\left.\begin{aligned}\omega_0&=\frac{1}{R_1\times R_2C}=3.14\\ \omega_1&=\frac{1}{R_1C}=314\\ 20\lg\left(\frac{R_2}{R_1+R_2}\right)&=-20\end{aligned}\right\}\Rightarrow\begin{aligned}R_1&=1k\Omega\\ R_2&=9k\Omega\\ C&=0.354\mu F\end{aligned}$$



4.22.feladat: Feladat

$$W(j\omega)=\frac{j\omega L\times\frac{1}{j\omega C}}{j\omega L+\frac{1}{j\omega C}+j\omega L\times\frac{1}{j\omega C}}=\frac{\frac{j\omega L\cdot\frac{1}{j\omega C}}{j\omega L+\frac{1}{j\omega C}}}{j\omega L+\frac{1}{j\omega C}+\frac{j\omega L\cdot\frac{1}{j\omega C}}{j\omega L+\frac{1}{j\omega C}}}=\frac{\frac{j\omega L}{j\omega C}}{\left(j\omega L+\frac{1}{j\omega C}\right)^2+\frac{j\omega L}{j\omega C}}$$

$$W(j\omega)=\frac{\frac{L}{C}}{\frac{L}{C}-\omega^2L^2+2\frac{L}{C}-\frac{1}{\omega^2C^2}}=-\frac{\omega^2LC}{\omega^4L^2C^2-3\omega^2LC+1}=-\frac{\left(\frac{\omega}{\Omega}\right)^2}{\left(\frac{\omega}{\Omega}\right)^4-3\left(\frac{\omega}{\Omega}\right)^2+1}$$

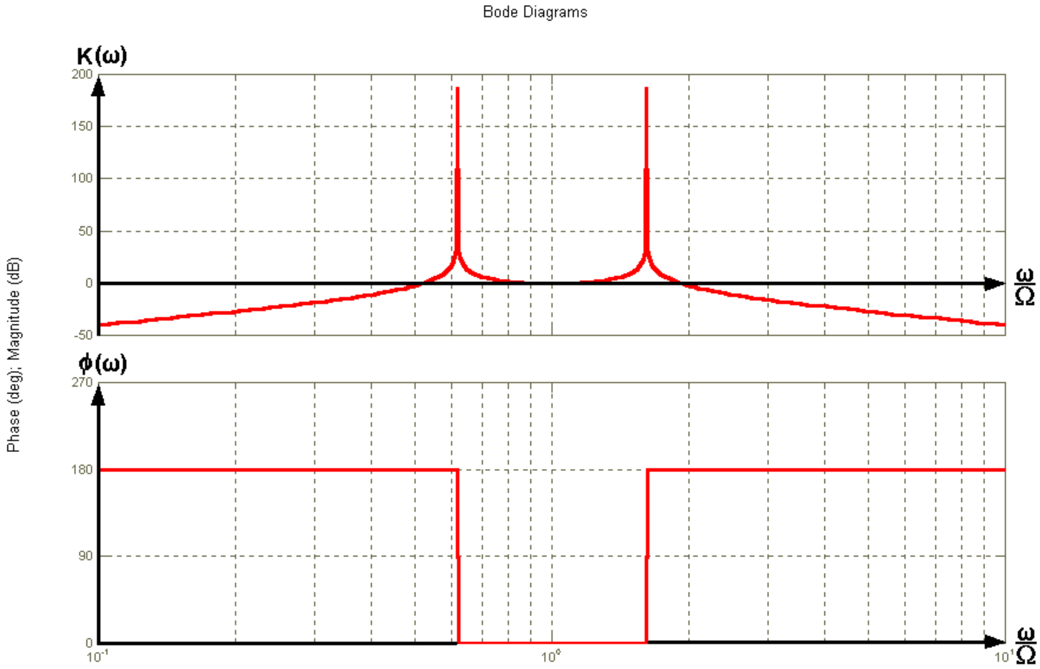
$$\Omega=\frac{1}{\sqrt{LC}}=316.187\,\mathrm{rad/sec}$$

$$\left(\frac{\omega}{\Omega}\right)^2_{1,2}=1.5\pm\sqrt{2.25-1}=\begin{cases}2.618\\0.382\end{cases}$$

$$\omega_1=\sqrt{\Omega^2\cdot 2.618}=1.618\Omega=511.598\,\mathrm{rad/sec}$$

$$\omega_2=\sqrt{\Omega^2\cdot 0.382}=0.618\Omega=195.423\,\mathrm{rad/sec}$$

$$W(j\omega)=-\frac{\left(\frac{\omega}{\Omega}\right)^2}{\left(\left(\frac{\omega}{\Omega}\right)^2-2.618\right)\left(\left(\frac{\omega}{\Omega}\right)^2-0.382\right)}$$



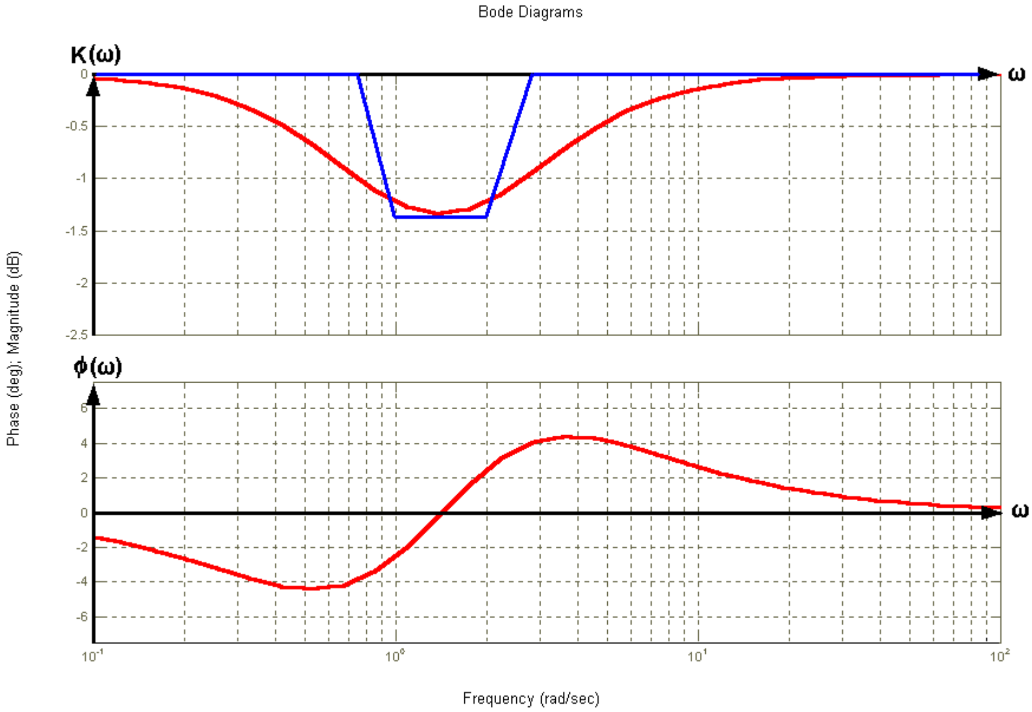
4.23.feladat: Feladat

$$W(j\omega)=\frac{R_2+\frac{1}{j\omega C_2}}{R_2+\frac{1}{j\omega C_2}+R_1\times\frac{1}{j\omega C_1}}=\frac{\left(R_2+\frac{1}{j\omega C_2}\right)\left(R_1+\frac{1}{j\omega C_1}\right)}{\left(R_2+\frac{1}{j\omega C_2}\right)\left(R_1+\frac{1}{j\omega C_1}\right)+R_1\frac{1}{j\omega C_1}}$$

$$W(j\omega)=\frac{(1+j\omega C_1R_1)(1+j\omega C_2R_2)}{(1+j\omega C_1R_1)(1+j\omega C_2R_2)+j\omega R_1C_2}=\frac{(1+j\omega)(1+0.5j\omega)}{0.5(j\omega)^2+1.75j\omega+1}$$

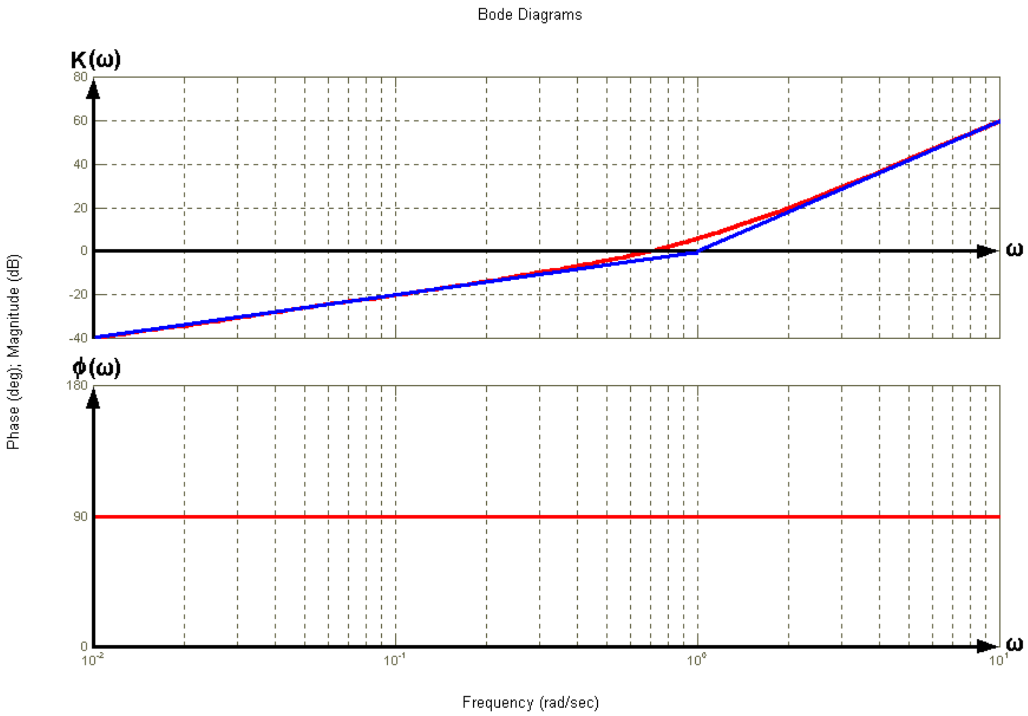
$$j\omega_{1,2}=-1.75\pm\sqrt{1.75^2-2}=\begin{cases}-0.75\\-2.75\end{cases}$$

$$W(j\omega)=\frac{32}{33}\frac{\left(1+\frac{j\omega}{1}\right)\left(1+\frac{j\omega}{2}\right)}{\left(1+\frac{j\omega}{0.75}\right)\left(1+\frac{j\omega}{2.75}\right)}$$



4.24.feladat: Feladat

$$W(j\omega) = j\omega + j(\omega)^3 = j\omega(1+\omega^2) = j\omega(1+j\omega)(1-j\omega)$$

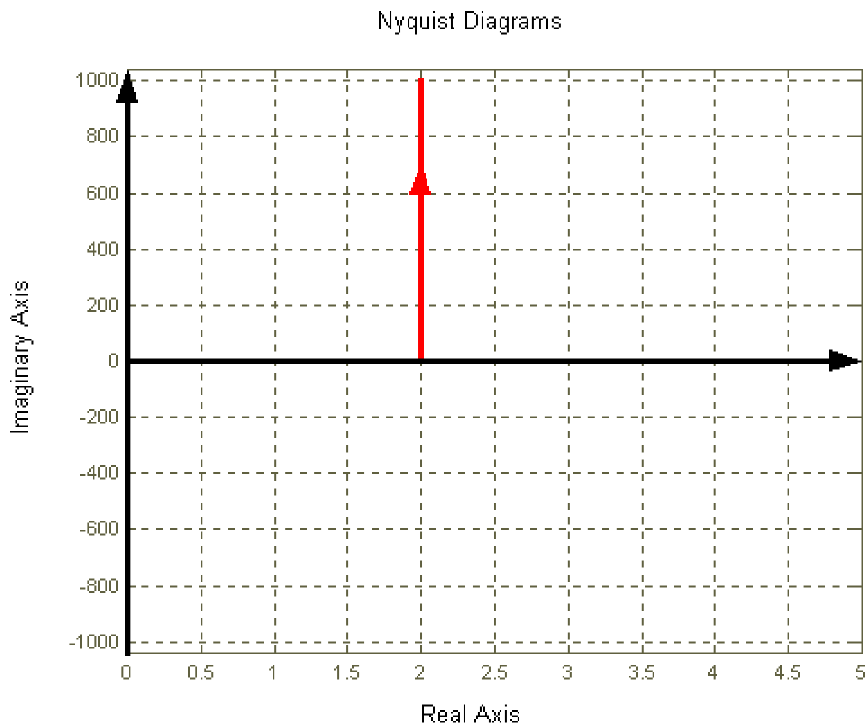


4.25.feladat: Feladat

$$W(j\omega) = j\omega(1-j\omega)(1+j\omega) + 2 = j(\omega+\omega^3) + 2$$

$$W(ju) = ju + 2$$

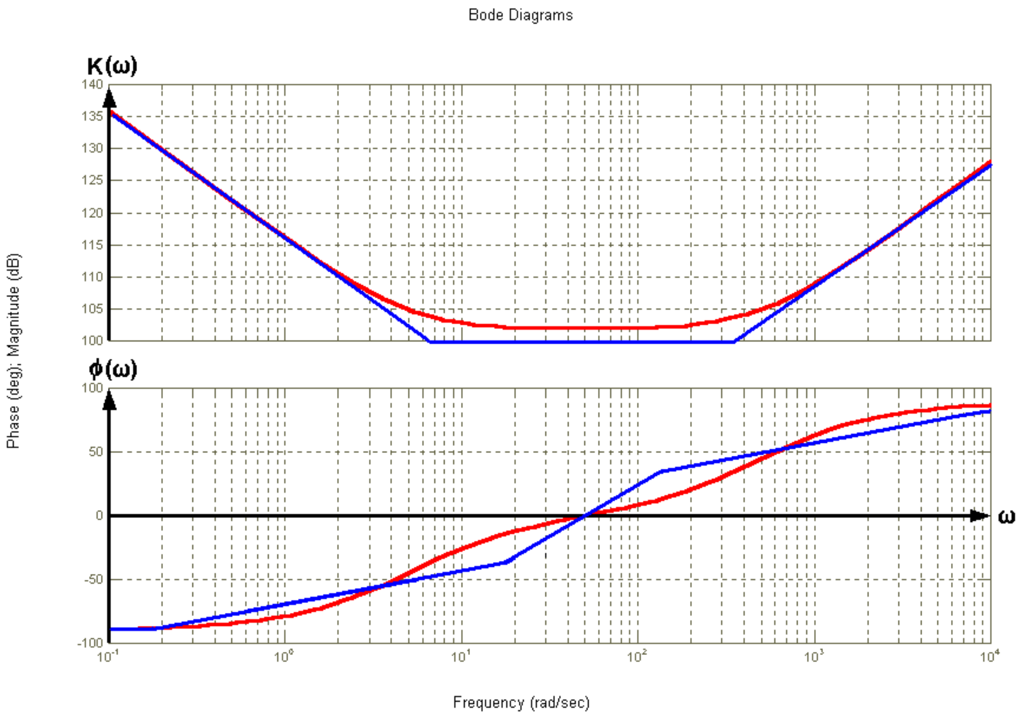
$$u = \omega + \omega^3$$



4.26.feladat: Feladat

$$W(j\omega) = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = \frac{(j\omega)^2 LC + j\omega RC + 1}{j\omega C} = \frac{(j\omega + 5.05)(j\omega + 495)}{j\omega \cdot 0.004}$$

$$W(j\omega) = 624937.5 \cdot \frac{\left(\frac{j\omega}{5.05}+1\right)\left(\frac{j\omega}{495}+1\right)}{j\omega}$$



4.27.feladat: Feladat

$$W(p)=\frac{1}{4}\cdot\frac{(p-3\cdot10^3)(p+10^3+j3\cdot10^3)(p+10^3-j3\cdot10^3)}{(p+2\cdot10^3)(p-2\cdot10^3-j10^3)(p-2\cdot10^3+j10^3)}$$

$$W(p)=\frac{1}{4}\cdot\frac{(p-3\cdot10^3)((p+10^3)^2+9\cdot10^6)}{(p+2\cdot10^3)((p-2\cdot10^3)^2+10^6)}$$

$$W(p)=\frac{1}{4}\cdot\frac{(p-3\cdot10^3)(p^2+2p\cdot10^3+10\cdot10^6)}{(p+2\cdot10^3)(p^2-4p\cdot10^3+5\cdot10^6)}$$

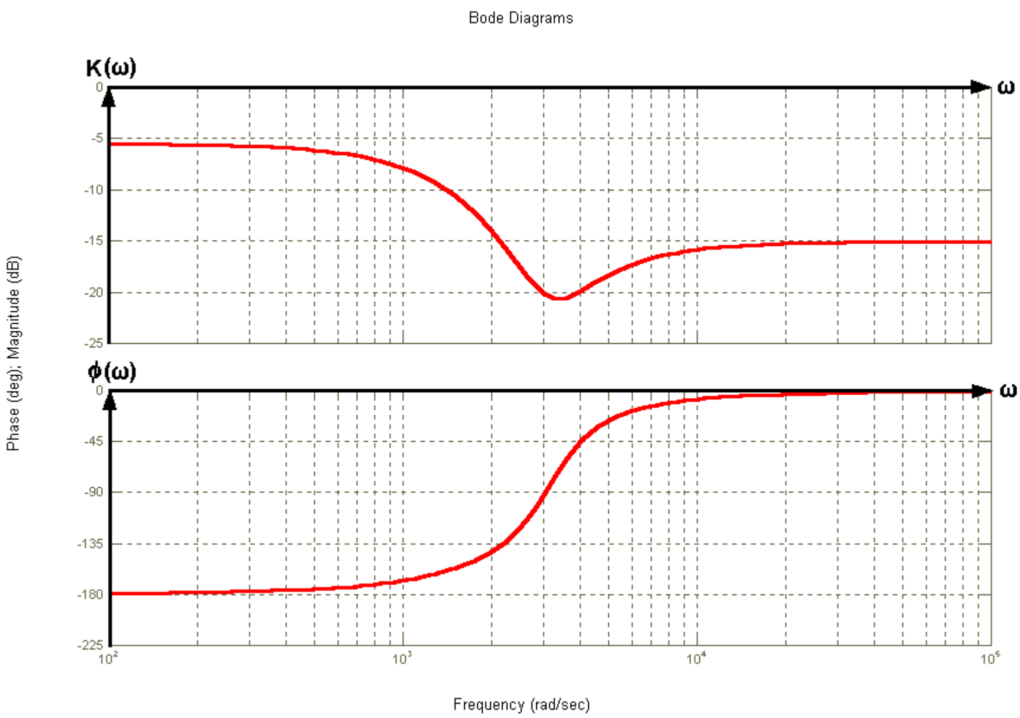
$$W(j\omega)=\frac{1}{4}\cdot\frac{(j\omega-3\cdot10^3)((j\omega)^2+2j\omega\cdot10^3+10\cdot10^6)}{(j\omega+2\cdot10^3)((j\omega)^2-4j\omega\cdot10^3+5\cdot10^6)}$$

$$W(j\omega)=0.53\cdot\frac{\left(\frac{j\omega}{3\cdot10^3}-1\right)\left(\left(\frac{j\omega}{\sqrt{10}\cdot10^3}\right)^2+\frac{2\cdot10^3}{\sqrt{10}\cdot10^3}\left(\frac{j\omega}{\sqrt{10}\cdot10^3}\right)+1\right)}{\left(\frac{j\omega}{2\cdot10^3}+1\right)\left(\left(\frac{j\omega}{\sqrt{5}\cdot10^3}\right)^2-\frac{4\cdot10^3}{\sqrt{5}\cdot10^3}\left(\frac{j\omega}{\sqrt{5}\cdot10^3}\right)+1\right)}$$

$$W(j\omega)=0.53\cdot\frac{\left(\frac{j\omega}{3\cdot10^3}-1\right)\left(\left(\frac{j\omega}{\sqrt{10}\cdot10^3}\right)^2+0.63\cdot\left(\frac{j\omega}{\sqrt{10}\cdot10^3}\right)+1\right)}{\left(\frac{j\omega}{2\cdot10^3}+1\right)\left(\left(\frac{j\omega}{\sqrt{5}\cdot10^3}\right)^2-1.79\cdot\left(\frac{j\omega}{\sqrt{5}\cdot10^3}\right)+1\right)}$$

$\omega_1=2\cdot10^3\,\text{rad/sec}$ $\omega_3=3\cdot10^3\,\text{rad/sec}$

$\omega_2=\sqrt{5}\cdot10^3\,\text{rad/sec}$ $\omega_4=\sqrt{10}\cdot10^3\,\text{rad/sec}$



4.28.feladat: Feladat

$$R_e = 5.5k\Omega = R_1, \qquad R_2 = \frac{16}{11}R_e$$

$$\omega_e = 5krad/sec$$

$$L_e = \frac{R_e}{\omega_e} = \frac{5.5k\Omega}{5krad/sec} = 1.1H, \qquad L = \frac{37}{22}L_e$$

$$C_e = \frac{1}{\omega_e C_e} = \frac{2}{55}\mu F, \qquad C = kC_e$$

$$U_e = 7.5V$$

$$I_e = U_e / R_e = \frac{15}{11}mA$$

$$I(C) = U_0 \frac{1}{R_1 + j\omega L + R_2 \times \frac{1}{j\omega C}} = U_0 \frac{R_2 + \frac{1}{j\omega C}}{(R_1 + j\omega L)(R_2 + \frac{1}{j\omega C}) + R_2 \frac{1}{j\omega C}}$$

$$I(C) = U_0 \cdot \frac{1 + j\omega R_2 C}{R_1 + R_2 + j\omega R_1 R_2 C + j\omega L + (j\omega)^2 R_2 LC}$$

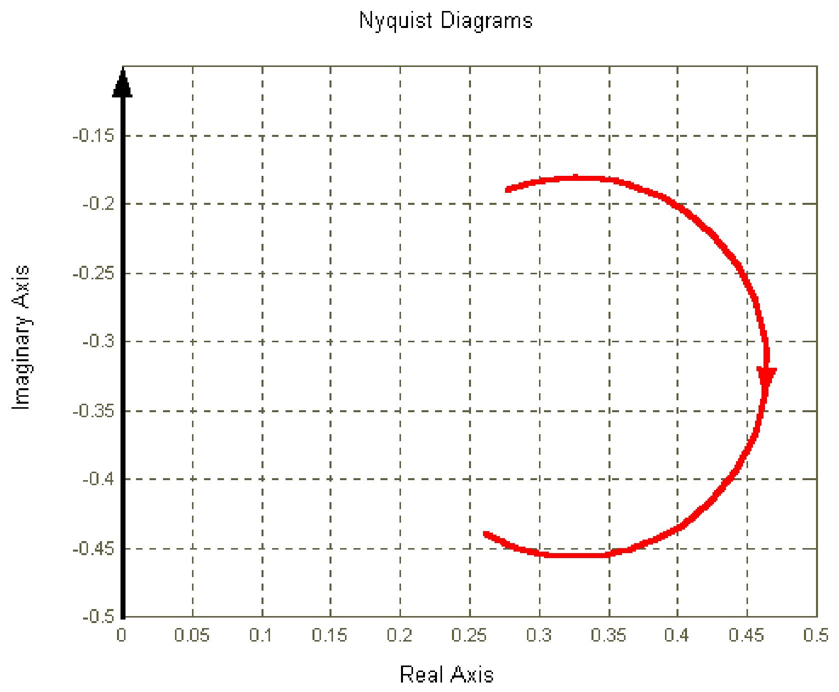
$$I(k) = \frac{1 + j\frac{16}{11}k}{\frac{27}{11} + j\frac{37}{22} + k\left(-\frac{296}{121} + j\frac{16}{11}\right)}$$

$$I(0) = (0.277 - 0.19j)$$

$$I(\infty) = (0.2612 - 0.44j)$$

$$K = 0.327 - 0.318j$$

$$R = 0.1377$$



a,

$$I_{min} = I(0)$$

b,

$$Im\{k\} \overset{?}{=} min$$

$$Im\{I\} = \frac{-\frac{37}{22} + \frac{256}{121}k - 3.558k^2}{\left(\frac{27}{11} - k\frac{296}{121}\right)^2 + \left(\frac{37}{22} + \frac{16}{11}k\right)^2}$$

$$\frac{d\,Im(k)}{dk} \overset{?}{=} 0$$

$$k_{min\,f} = 0.196$$

$$C = 0.196 \cdot C_e = 7.127pF$$

<u>4.29.feladat:</u> Feladat

$$R_1 = 10k\Omega$$

$$R_2 = 1k\Omega$$

$$W(j\omega) = \frac{\dfrac{R_2 \cdot \frac{1}{j\omega C}}{R_2 + \frac{1}{j\omega C}}}{\dfrac{R_2 \cdot \frac{1}{j\omega C}}{R_2 + \frac{1}{j\omega C}} + R_1 + j\omega L} = \frac{R_2}{R_2 + (j\omega R_2 C + 1)(R_1 + j\omega L)}$$

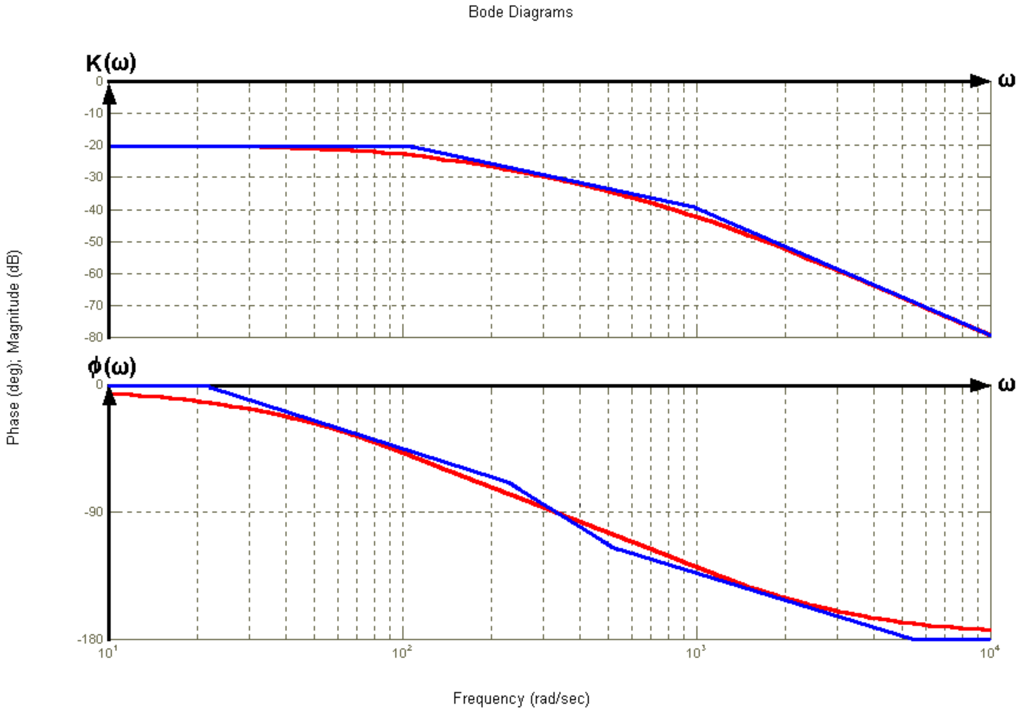
$$W(j\omega) = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + j\omega(R_1 R_2 C + L) + (j\omega)^2 R_2 CL} = \frac{1}{LC} \cdot \frac{1}{(j\omega)^2 + j\omega\left(\frac{R_1}{L} + \frac{1}{CR_2}\right) + \frac{R_1 + R_2}{LCR_2}}$$

$$(j\omega)_{1,2} = \begin{cases} -111.252 \\ -988.748 \end{cases}$$

$$\omega_1 = 111.252$$

$$\omega_2 = 988.748$$

$$W(j\omega) = \frac{9.09 \cdot 10^{-2}}{\left(\left(\frac{j\omega}{\omega_1}\right) + 1\right)\left(\left(\frac{j\omega}{\omega_2}\right) + 1\right)}$$



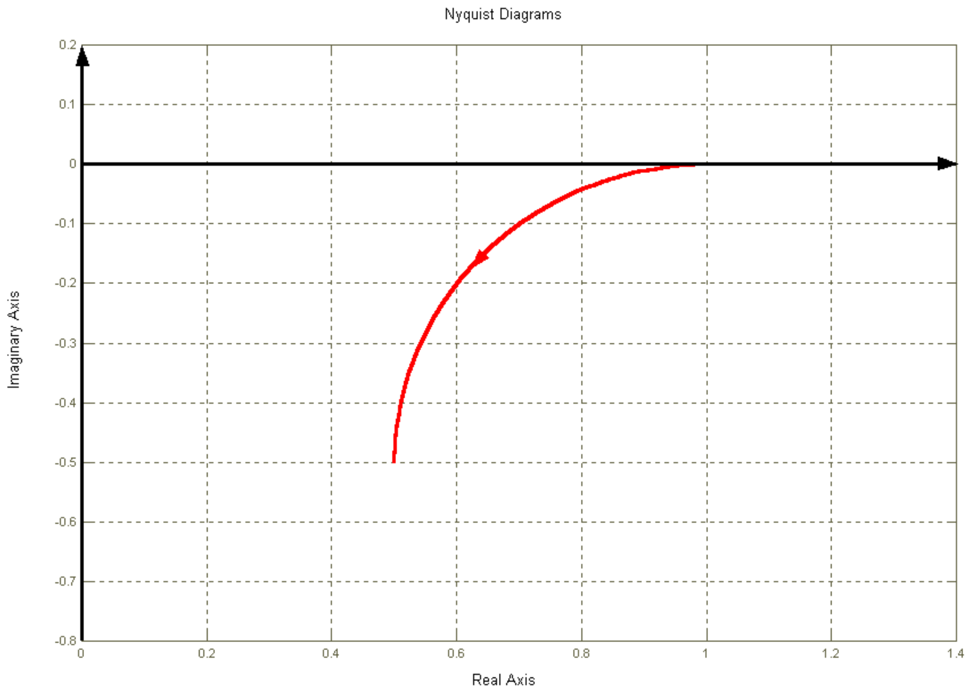
4.30.feladat: Feladat

$$R_e = 20\Omega, \qquad R_1 = k \cdot 20\Omega$$

$$\omega_e = 1\text{krad/sec} \qquad L_e = \frac{R_e}{\omega_e} = 20\text{mH}$$

$$W(k) = \frac{1}{1 + k \times j} = \frac{j + k}{j + kj + k}$$

$$W(0) = 1 \qquad W(\infty) = 0.5 - 05j$$



4.31.feladat: Feladat

$R_e = 1k\Omega$

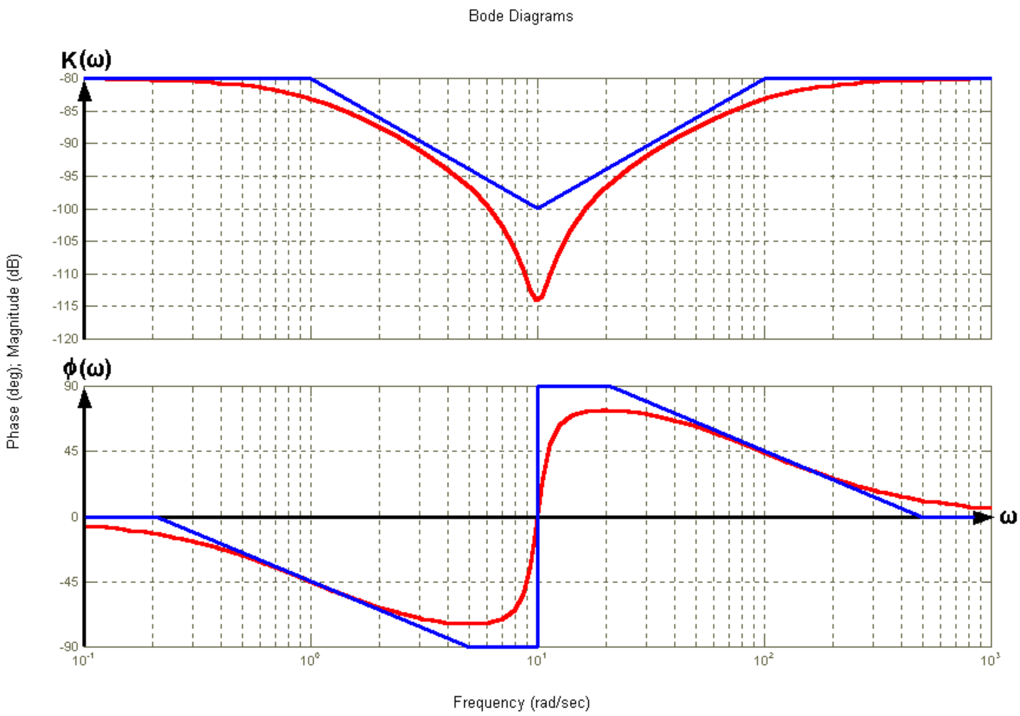
$C_e = 1\mu F$

$$\omega_e = \frac{1}{R_e C_e} = 10^3\ \mathrm{rad/sec}$$

$$W(j\omega) = \frac{\frac{1}{j\omega}}{\frac{1}{j\omega} + 1\times\left(1+\frac{100}{j\omega}\right)} + \frac{1\times\left(1+\frac{100}{j\omega}\right)}{1\times\left(1+\frac{100}{j\omega}\right)+\frac{1}{j\omega}} \cdot \frac{1}{1+\frac{100}{j\omega}}$$

$$W(j\omega) = \frac{2+\frac{100}{j\omega}}{2+\frac{100}{j\omega}+100+j\omega} + \frac{\frac{1}{2+\frac{100}{j\omega}}}{\frac{1+\frac{100}{j\omega}}{2+\frac{100}{j\omega}}+\frac{1}{j\omega}} = \frac{(j\omega)^2+2j\omega+100}{(j\omega)^2+102j\omega+100}$$

$$W(j\omega) = \frac{1}{100}\cdot\frac{\left(\frac{j\omega}{10}\right)^2+0.2\left(\frac{j\omega}{10}\right)+1}{(j\omega+0.99)(j\omega+101)} = 10^{-4}\cdot\frac{\left(\frac{j\omega}{10}\right)^2+0.2\left(\frac{j\omega}{10}\right)+1}{\left(\left(\frac{j\omega}{0.99}\right)+1\right)\left(\left(\frac{j\omega}{101}\right)+1\right)}$$



4.32.feladat: Feladat

$R_e = 10\Omega$

$C_e = 100\mu F$

$\omega_e = \dfrac{1}{R_e C_e} = 1000\,\mathrm{rad/sec}$

$L_e = \dfrac{R_e}{\omega_e} = 10\,\mathrm{mH}$

$L = k \cdot L_e$

$U_e = 100V$

$I_e = 10A$

$P_e = 1000W$

$Q_e = 1000\,\mathrm{var}$

$$W(k) = \frac{I}{U} = \frac{1}{Z_{be}} = \frac{1}{\frac{1}{j\omega} \times 2 \times (1 + jk\omega)} = \frac{1}{\frac{2}{1+2j\omega} \times (1 + jk\omega)} = \frac{\frac{2}{1+2j\omega} + (1 + jk\omega)}{\frac{2}{1+2j\omega} \cdot (1 + jk\omega)}$$

$$W(k) = \frac{2 + 1 + 2j\omega + jk\omega + 2(j\omega)^2 k}{2 + 2jk\omega} = \frac{(3 - 0.02k) + (0.2j + 0.1jk)}{2 + 0.2jk}$$

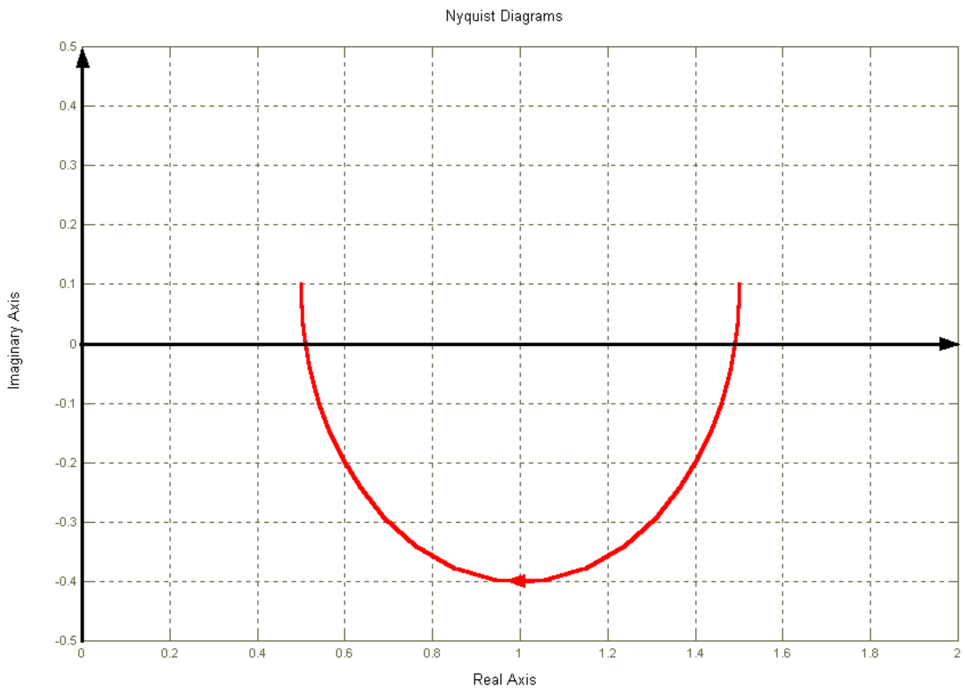
$W(0) = 1.5 + 0.1j$

$W(\infty) = 0.5 + 0.1j$

$W(10) = 1 - 0.4j$

$K = 1 + 0.1j$

$R = 0.5$



a,

$$I_{max} = |W(0)| = 1.503 \cdot I_e = 15.03A$$

$$I_{min} = |W(\infty)| = 0.51 \cdot I_e = 5.1A$$

b,

$$P_{max} = \mathrm{Re}_{max}\{W(k)\} = \mathrm{Re}\{W(0)\} = 1.5 \cdot P_e = 1500W$$

$$P_{min} = \mathrm{Re}_{min}\{W(k)\} = \mathrm{Re}\{W(\infty)\} = 0.5 \cdot P_e = 500W$$

$$Q_{max} = \mathrm{Im}_{max}\{W(k)\} = \mathrm{Im}\{W(0)\} = 0.1 \cdot Q_e = 100\,\mathrm{var}$$

$$Q_{min} = \mathrm{Im}_{min}\{W(k)\} = \mathrm{Im}\{W(10)\} = -0.4 \cdot Q_e = -400\,\mathrm{var}$$

c,

$$\mathrm{Im}\{W(k)\} \overset{?}{=} 0$$

$$\frac{(-0.6jk + 0.004jk^2) + (0.4j + 0.2jk)}{2 + 0.02k^2} = 0$$

$$0.004k^2 - 0.4k + 0.4 = 0$$

$$k_{1,2} = \begin{cases} k_1 = 1.01 \\ k_2 = 98.99 \end{cases}$$

$$L_1 = 10.1mH$$

$$L_2 = 989.9mH$$

4.33.feladat: Feladat

$$L_e = 1mH$$

$$C_e = 1\mu F$$

$$\omega_e = \frac{1}{\sqrt{L_e C_e}} = \sqrt{10} \cdot 10\,\mathrm{krad/sec}$$

$$R_e = \sqrt{10} \cdot 10\Omega$$

$$R = k \cdot R_e$$

$$W(k) = k + j\omega + \frac{1}{j\omega} = \frac{(j\omega)^2 + kj\omega + 1}{j\omega}$$

A pólus független R-től:

$$p = 0\,\mathrm{rad/sec}$$

A zérus pedig a diszkrimináns által meghatározott:

$$D = k^2 - 4$$

- ha $k > 2$ akkor két valós zérus hely van ami az alábbi alakban áll elő:

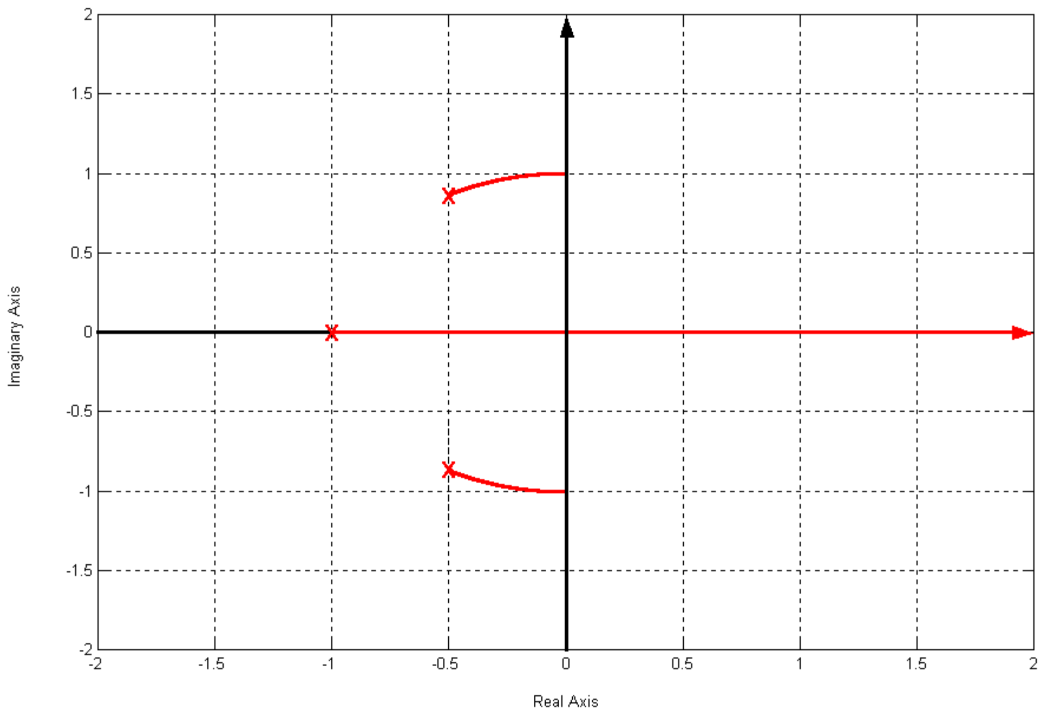
$$z_{1,2} = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - 4}}{2}$$

- ha $k = 2$ akkor egy zérus hely van:

$$z = -\frac{k}{2}$$

- ha $0 < k < 2$ akkor két komplex zérus hely van ami az alábbi alakban áll elő:

$$z_{1,2} = \frac{-k \pm j\sqrt{4 - k^2}}{2}$$



2
1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
-2
Imaginary Axis
-2
-1.5
-1
-0.5
0
0.5
1
1.5
2
Real Axis

5. Lineáris invariáns hálózatok

5.1.feladat: Feladat

b,

Általános deriválással számolható:

$$k(t) = 2\delta(t) + \left(-2e^{-2t} - 6e^{-3t} + 4e^{-4t}\right) \cdot 1(t)$$

a,

Vegyük a Laplace transzformáltját h(t)-nek:

$$H(p) = \frac{1}{p+2} + 2\frac{1}{p+3} - \frac{1}{p+4}$$

$$H(p) = \frac{1}{p} W(p)$$

$$W(p) = p \cdot H(p) = \frac{p}{p+2} + 2\frac{p}{p+3} - \frac{p}{p+4}$$

c,

Most már ha átváltjuk a gerjesztést számolhatjuk a választ:

$$u_1(t) = 10 \cdot [1(t) - 1(t-4)]$$

$$U_1(p) = 10 \cdot \left[\frac{1}{p} - \frac{1}{p} e^{-4p}\right]$$

$$U_2(p) = W(p) \cdot U_1(p) = \frac{10}{p+2} + \frac{20}{p+4} - \frac{10}{p+4} - \frac{10}{p+2} e^{-4p} - \frac{20}{p+3} e^{-4p} + \frac{10}{p+4} e^{-4p}$$

$$u_2(t) = \left(10e^{-2t} + 20e^{-3t} - 10e^{-4t}\right) \cdot 1(t) - \left(10e^{-2(t-4)} + 20e^{-3(t-4)} - 10e^{-4(t-4)}\right) \cdot 1(t-4)$$

5.2.feladat: Feladat

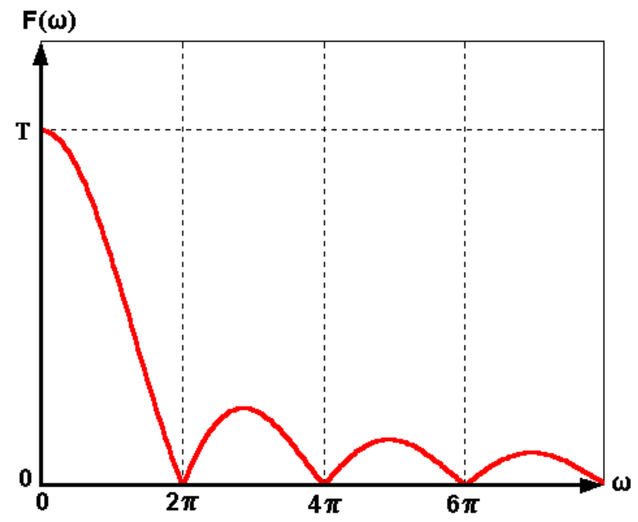
$$f(t) = 1(t - T_1) - 1(t - T_2)$$

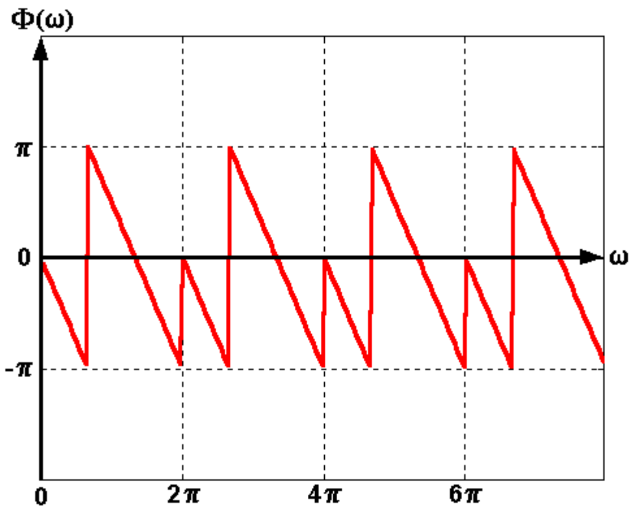
$$F(p) = \frac{e^{-pT_1}}{p} - \frac{e^{-pT_2}}{p} = -e^{-pT_1} \cdot \left(\frac{1 - e^{-p\Delta T}}{p}\right)$$

$$\Delta T = T_2 - T_1$$

$$F(j\omega) = -e^{-j\omega T_1} \cdot \left(e^{-j\omega\frac{\Delta T}{2}} \cdot \frac{e^{j\omega\frac{\Delta T}{2}} - e^{-j\omega\frac{\Delta T}{2}}}{j\omega}\right) = e^{-j\omega\left(T_1 + \frac{\Delta T}{2}\right)} \cdot \frac{2\sin(\omega\frac{\Delta T}{2})}{\omega}$$

$$F(\omega) = |F(j\omega)| = 2\frac{\left|\sin(\omega\frac{\Delta T}{2})\right|}{\omega} = \frac{\left|\sin(\omega\frac{\Delta T}{2})\right|}{\omega\frac{\Delta T}{2}} \cdot \Delta T$$





5.3.feladat: Feladat

$$f(t) = t^2\left[1(t+1) - 1(t-1)\right]$$

$$t^2 = (t+1)^2 - 2t - 1 = (t+1)^2 - 2(t+1) + 2 - 1 = (t+1)^2 - 2(t+1) + 1$$

$$t^2 = (t-1)^2 + 2t - 1 = (t-1)^2 + 2(t-1) + 2 - 1 = (t-1)^2 + 2(t-1) + 1$$

$$f(t) = 1(t+1)\left[(t+1)^2 - 2(t+1) + 1\right] - 1(t-1)\left[(t-1)^2 + 2(t-1) + 1\right]$$

$$F(p) = \left[\frac{2}{p^3} - \frac{2}{p^2} + \frac{1}{p}\right]\cdot e^{p} - \left[\frac{2}{p^3} + \frac{2}{p^2} + \frac{1}{p}\right]\cdot e^{-p}$$

5.4.feladat: Feladat

$$F(p) = 10\left[\frac{A}{(p+1)^2} + \frac{B}{(p+1)} + \frac{C}{p+4}\right]$$

$$A(p+4) + B(p+1)(p+4) + C(p+1)^2 = p^2 + 4p + 4$$

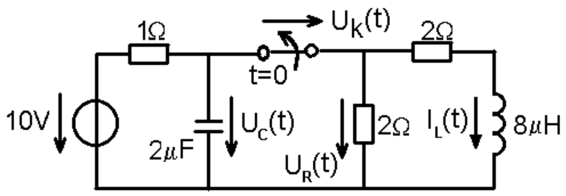
$$Ap + 4A + Bp^2 + 5Bp + 4B + Cp^2 + 2Cp + C = p^2 + 4p + 4$$

$$\left.\begin{aligned} B + C &= 1 \\ A + 5B + 2C &= 4 \\ 4A + 4B + C &= 4 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{aligned} A &= 1/3 \\ B &= 5/9 \\ C &= 4/9 \end{aligned}$$

$$F(p) = \frac{10}{3} \cdot \frac{1}{(p+1)^2} + \frac{50}{9} \cdot \frac{1}{p+1} + \frac{40}{9} \cdot \frac{1}{p+4}$$

$$f(t) = \left[\frac{10}{3} t \cdot e^{-t} + \frac{50}{9} e^{-t} + \frac{40}{9} e^{-4t}\right] \cdot 1(t)$$

<u>5.5.feladat:</u> Feladat



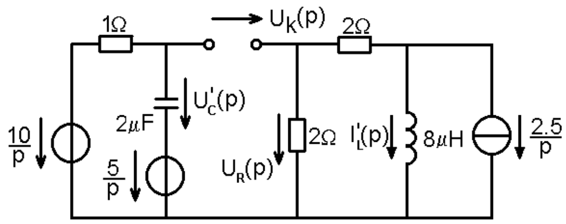
$U_C(0) = 5V$

$I_L(0) = 2.5A$

$T_C = RC = 2.5\mu sec$

$T_L = \frac{L}{R} = 2.5\mu sec$

$u_K(t) = u_C(t) - u_R(t)$



$$U_C(p) = U'_C(p) + u_C(0) \cdot \frac{1}{p} = \left(\frac{10}{p} - \frac{5}{p}\right) \cdot \left(\frac{\frac{1}{pC}}{R + \frac{1}{pC}}\right) + \frac{5}{p} = \frac{5}{p} \cdot \frac{1}{1+pRC} + \frac{5}{p} =$$

$$= \frac{5}{p} + \frac{5}{p} \cdot \frac{\frac{1}{RC}}{\left(p + \frac{1}{RC}\right)} = 5\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{p} \cdot \frac{5 \cdot 10^5}{p + 5 \cdot 10^5}\right)$$

$$U_R(p) = -\frac{2.5}{p} \cdot \frac{pL}{pL + 4R} \cdot 2R = -5\frac{1}{p} \cdot \frac{pLR}{pL + 4R} = -5\frac{1}{p + 5 \cdot 10^5}$$

$$U_K(p) = \frac{5}{p} + \frac{5}{p} \cdot \frac{5 \cdot 10^5}{\left(p + 5 \cdot 10^5\right)} + 5\frac{1}{p + 5 \cdot 10^5}$$

$$u_K(t) = \left[5 + 5\left(1 - e^{-5 \cdot 10^5 t}\right) + 5 \cdot e^{-5 \cdot 10^5 t}\right] \cdot 1(t) = 10 \cdot 1(t) \ [V]$$

5.6.feladat: Feladat

$$W(j\omega)=\frac{R}{R+j\omega L+\dfrac{1}{j\omega C}}=\frac{j\omega RC}{(j\omega)^2LC+(j\omega)RC+L}$$

$$W(p)=\frac{pRC}{p^2LC+pRC+L}=\frac{R}{L}\cdot\frac{p}{p^2+p\dfrac{R}{L}+\dfrac{1}{LC}}=\frac{R}{L}\cdot\frac{p}{(p-p_1)(p-p_2)}$$

zérushely: $p=0$

pólusok: $p_{1,2}=-\dfrac{R}{2L}\pm\sqrt{\dfrac{R^2}{4L^2}-\dfrac{1}{LC}}=\begin{cases}p_1=-2\\ p_2=-8\end{cases}$

$$W(p)=10\cdot\frac{p}{(p+8)(p+2)}=\frac{A}{p+2}+\frac{B}{p+8}$$

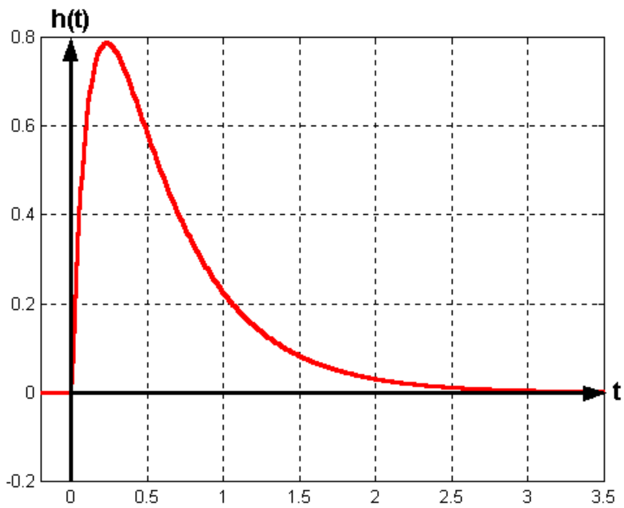
$$\left.\begin{aligned}A+B&=10\\ 8A+2B&=0\end{aligned}\right\}\Rightarrow\begin{aligned}A&=-10/3\\ B&=+40/3\end{aligned}$$

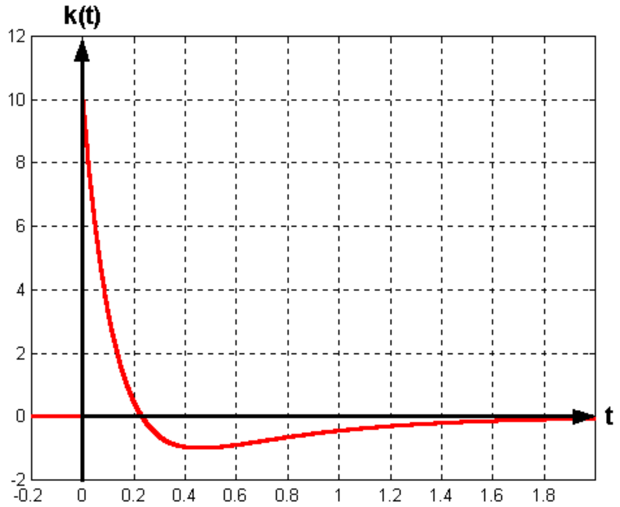
$$K(p)=W(p)=-\frac{10}{3}\cdot\frac{1}{p+2}+\frac{40}{3}\cdot\frac{1}{p+8}$$

$$k(t)=\left(\frac{40}{3}e^{-8t}-\frac{10}{3}e^{-2t}\right)\cdot 1(t)$$

$$H(p)=\frac{1}{p}W(p)=-\frac{5}{3}\cdot\frac{2}{p(p+2)}+\frac{5}{3}\cdot\frac{8}{p(p+8)}$$

$$h(t)=\left[-\frac{5}{3}\left(1-e^{-2t}\right)+\frac{5}{3}(1-e^{-8t})\right]\cdot 1(t)=\left(\frac{5}{3}e^{-2t}-\frac{5}{3}e^{-8t}\right)\cdot 1(t)$$





5.7.feladat: Feladat

$$T=\frac{2\pi}{\sqrt{LC}}$$

$$\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}=10^{-4}\,\mathrm{rad/sec}$$

$$u_1(t)=U_0[1(t)-1(t-T)]$$

$$U_1(p)=U_0\left[\frac{1}{p}-\frac{1}{p}e^{-pT}\right]$$

$$I(p)=\frac{U_1(p)}{Z(p)}=U_1(p)\frac{pC}{p^2LC+1}=U_0\frac{C}{p^2LC+1}-U_0\frac{C}{p^2LC+1}\cdot e^{-pT}$$

$$I(p)=\frac{U_0}{L}\cdot\frac{1}{p^2+\frac{1}{LC}}-\frac{U_0}{L}\cdot\frac{1}{p^2+\frac{1}{LC}}\cdot e^{-pT}$$

$$p_{1,2}=\pm j\frac{1}{\sqrt{LC}}=\pm j\omega_0$$

$$I(p)=\frac{U_0}{L}\cdot\frac{1-e^{-pT}}{(p+j\omega_0)(p-j\omega_0)}=\frac{U_0}{L}\cdot\left(1-e^{-pT}\right)\cdot\left(\frac{A}{p+j\omega_0}+\frac{B}{p-j\omega_0}\right)$$

$$\left.\begin{aligned}A+B&=0\\-Aj\omega_0+Bj\omega_0&=1\end{aligned}\right\}\Rightarrow\begin{aligned}A&=-\frac{1}{2j\omega_0}\\B&=+\frac{1}{2j\omega_0}\end{aligned}$$

$$I(p)=\frac{U_0}{L\omega_0}\cdot\left(1-e^{-pT}\right)\cdot\frac{1}{2j}\cdot\left(\frac{1}{p+j\omega_0}+\frac{1}{p-j\omega_0}\right)$$

$$i(t)=\frac{U_0}{L\omega_0}\cdot\frac{1}{2j}\cdot\left(-e^{-j\omega_0 t}+e^{j\omega_0 t}\right)\cdot 1(t)-\frac{U_0}{L\omega_0}\cdot\frac{1}{2j}\cdot\left(-e^{-j\omega_0(t-T)}+e^{j\omega_0(t-T)}\right)\cdot 1(t)$$

$$i(t)=\frac{U_0}{L\omega_0}\sin\omega_0 t\cdot 1(t)-\frac{U_0}{L\omega_0}\sin\omega_0(t-T)\cdot 1(t-T)\quad [A]$$

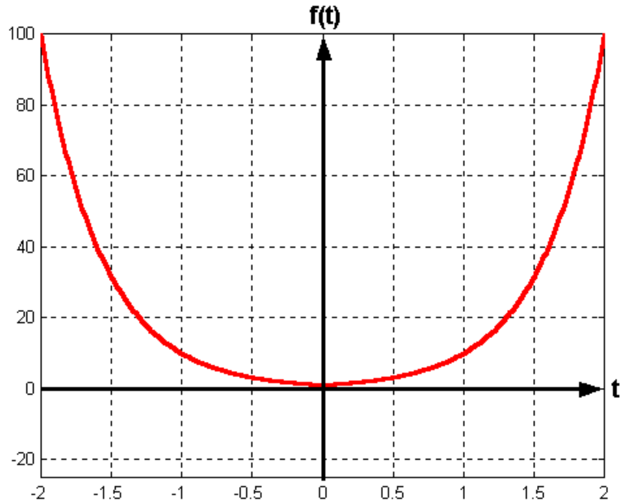
$$i(t)=\frac{U_0}{L\omega_0}\sin\omega_0 t\cdot\left(1(t)-1(t-T)\right)\quad [A]$$

$$u_L(t)=L\frac{di_L(t)}{dt}=U_0\cos\omega_0 t\cdot\left(1(t)-1(t-T)\right)\quad [V]$$

$$u_C(t)=U_0\left[1-\cos\omega_0 t\right]\cdot\left(1(t)-1(t-T)\right)\quad [V]$$

5.8.feladat: Feladat

$$f(t)=10^{|t|}$$



$$f(t)=e^{-\ln(10)|t|}=e^{-2.3|t|}$$

$$F(j\omega)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(t)e^{-j\omega t}dt=\int_{-\infty}^{0}e^{2.3t}\cdot e^{-j\omega t}dt+\int_{0}^{+\infty}e^{-2.3t}\cdot e^{-j\omega t}dt=$$

$$=\left[-\frac{1}{j\omega-2.3}e^{-(j\omega-2.3t)}\right]_{-\infty}^{0}+\left[-\frac{1}{j\omega+2.3}e^{-(j\omega+2.3t)}\right]_{0}^{+\infty}=-\frac{1}{j\omega-2.3}+\frac{1}{j\omega+2.3}=\frac{4.6}{\omega^2+2.3^2}=$$

$$F(j\omega)=2\frac{2.3}{\omega^2+2.3^2}$$

Energia spektrum:

$$|F(j\omega)|^2=4\frac{2.3^2}{(\omega^2+2.3^2)^2}$$

Valós spektrum:

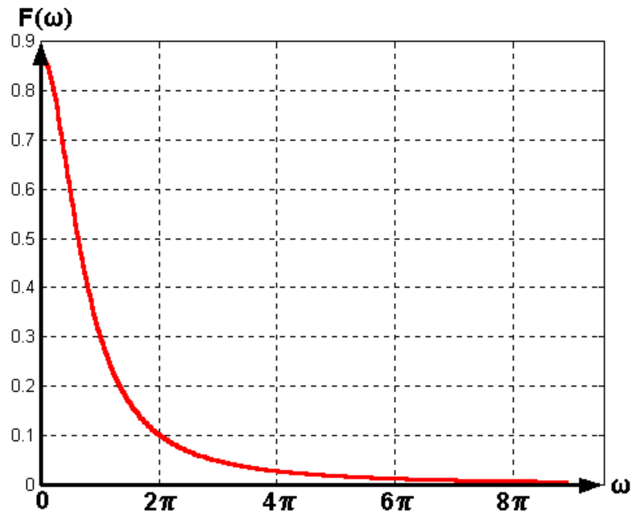
$$F(j\omega)=\frac{A(\omega)}{2}-j\frac{B(\omega)}{2}$$

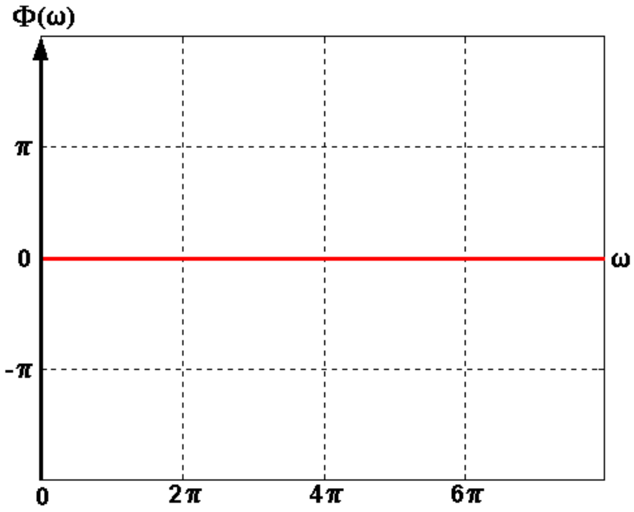
$$A(\omega)=4\frac{2.3}{\omega^2+2.3^2}$$

$$B(\omega)=0$$

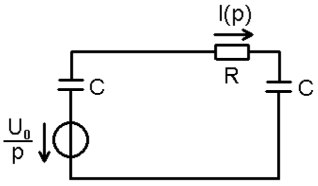
Fázisspektrum:

$$\varphi(\omega)=0$$





5.9.feladat: Feladat



$$I(p) = \frac{U_0}{p} \cdot \frac{1}{R + \frac{2}{pC}} = \frac{U_0}{p} \cdot \frac{p}{pR\frac{C}{2} + 1} = \frac{U_0}{R} \cdot \frac{1}{p + \frac{2}{RC}}$$

$$\alpha = \frac{2}{RC}$$

$$I(p) = \frac{U_0}{R} \cdot \frac{1}{p + \alpha}$$

$$I(j\omega) = \frac{U_0}{R} \cdot \frac{1}{j\omega + \alpha}$$

$$|I(j\omega)| = \frac{U_0^2}{R^2} \cdot \frac{1}{\omega^2 + \alpha^2}$$

$$W = R\cdot\frac{1}{\pi}\int_0^{+\infty}\left|I(j\omega)\right|^2 d\omega = \frac{U_0^2}{R\pi}\left[\frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\frac{\omega}{\alpha}\right)\right]_0^{\infty} = \frac{U_0^2}{R\pi}\cdot\frac{1}{\alpha}\cdot\frac{\pi}{2} = \frac{1}{4}CU_0^2$$

5.10.feladat: Feladat

$k(t) = 1(t) - 1(t-T)$

$$W(p) = \frac{1}{p} - \frac{1}{p}e^{-pT} = \frac{1-e^{-pT}}{p}$$

$p = 0$ nem pólus

$p_k = 2k\pi, \quad k = \pm 1, \pm 2, \ldots$ zérushelyek

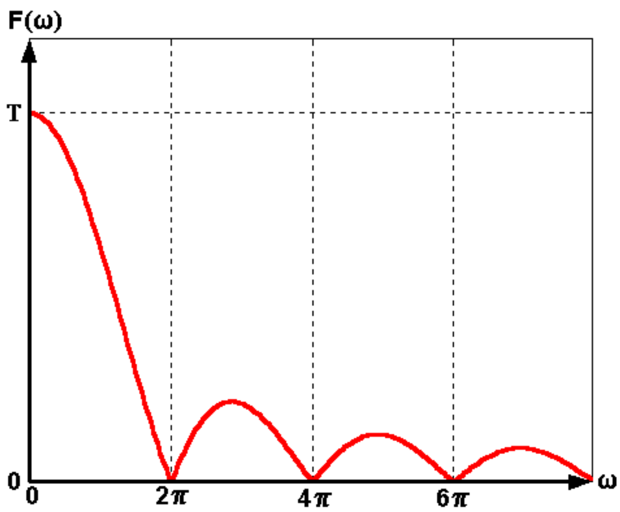
$$W(j\omega) = \frac{1-e^{-j\omega T}}{j\omega} = \frac{1-\cos\omega T + j\sin\omega T}{j\omega} = \frac{2\sin^2\left(\frac{\omega T}{2}\right) + j2\sin\left(\frac{\omega T}{2}\right)\cos\left(\frac{\omega T}{2}\right)}{j\omega}$$

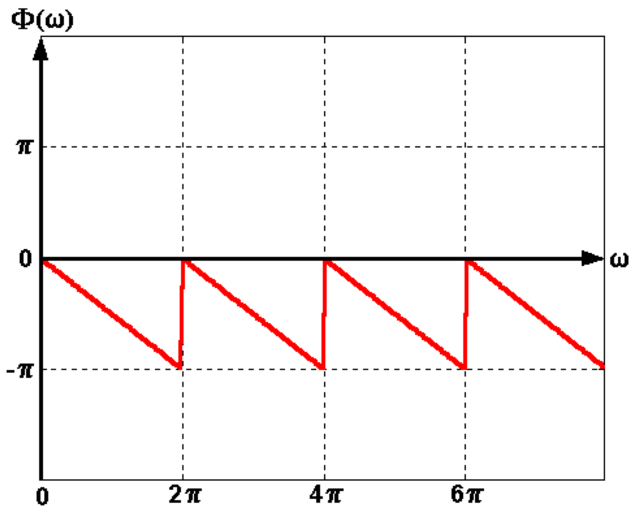
$$W(j\omega) = T\frac{\sin\left(\frac{\omega T}{2}\right)}{\frac{\omega T}{2}}\cdot\frac{\sin\left(\frac{\omega T}{2}\right) + j\cos\left(\frac{\omega T}{2}\right)}{j} = T\cdot e^{-j\frac{\omega T}{2}}\cdot\frac{\sin\left(\frac{\omega T}{2}\right)}{\frac{\omega T}{2}}$$

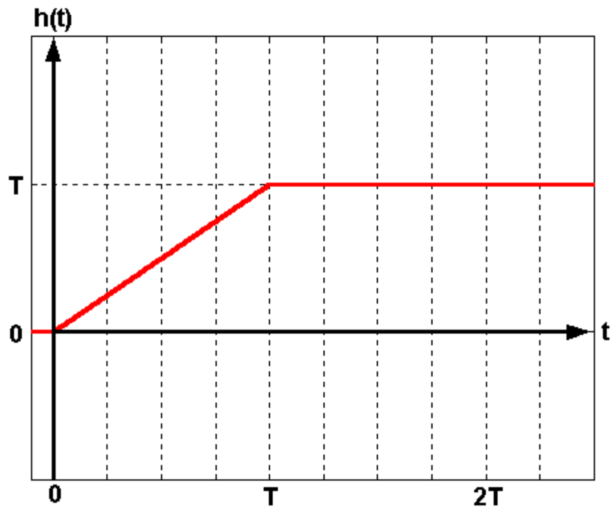
$$W(\omega) = T\cdot\frac{\sin\left(\frac{\omega T}{2}\right)}{\frac{\omega T}{2}}$$

$$H(p) = \frac{1}{p}W(p) = \frac{1-e^{-pT}}{p^2}$$

$h(t) = t\cdot 1(t) - (t-T)\cdot 1(t-T)$







A hálózat nem realizálható mivel $W(p)$ nem racionális törtfüggvény.

<u>5.11.feladat:</u> [Feladat]

a,

$$F(p)=\frac{(p+1)^2}{p^2+2.5p+1}=\frac{p^2+2p+1}{p^2+2.5p+1}=1-\frac{0.5p}{p^2+2.5p+1}=1-\frac{0.5p}{(p+0.5)(p+2)}=$$

$$=1-\left(\frac{A}{p+0.5}+\frac{B}{p+2}\right)$$

$$\left.\begin{array}{r}A+B=0.5\\ 2A+0.5B=0\end{array}\right\}\Rightarrow\begin{array}{l}A=-1/6\\ B=+4/6\end{array}$$

$$F(p)=1+\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{p+0.5}-\frac{4}{6}\cdot\frac{1}{p+2}$$

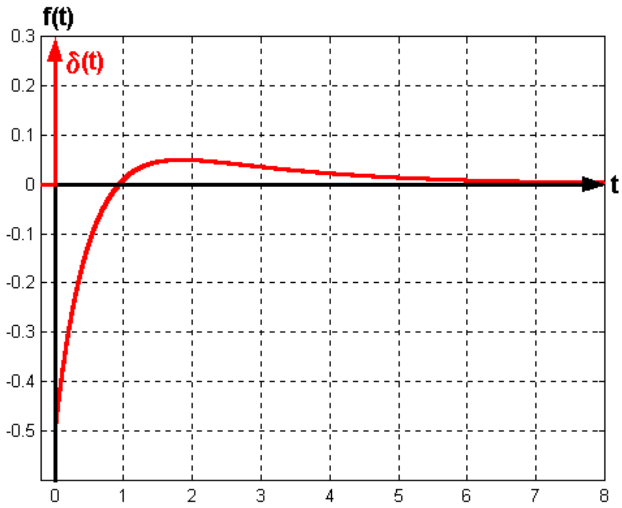
$$f(t)=\delta(t)+\left(\frac{1}{6}e^{-0.5t}-\frac{4}{6}e^{-2t}\right)\cdot 1(t)$$

$$f(0)=\infty$$

$$f(\infty)=0$$

$$\left(\frac{1}{6}e^{-0.5t}-\frac{4}{6}e^{-2t}\right)_{t=0}=-\frac{3}{6}$$

$$\left(\frac{1}{6}e^{-0.5t}-\frac{4}{6}e^{-2t}\right)_{t^*=?}=0 \quad\Rightarrow\quad t^*=0.93$$



b,

$$F(p)=\frac{1}{p^2(p+1)}=\frac{A}{p^2}+\frac{B}{p}+\frac{C}{p+1}$$

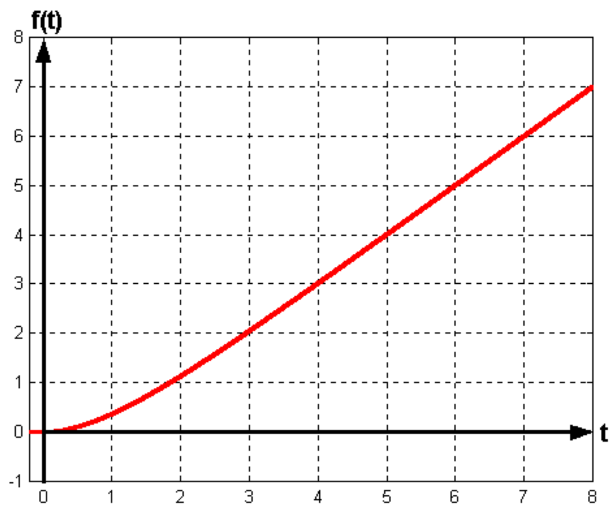
$$\left.\begin{aligned}A&=1\\A+B&=0\\B+C&=0\end{aligned}\right\}\Rightarrow\begin{aligned}A&=+1\\B&=-1\\C&=+1\end{aligned}$$

$$f(t)=(t-1+e^{-t})\cdot 1(t)$$

$$f(0)=0$$

$$f(1)=0.5$$

$$f(t\to\infty)=t-1$$



5.12.feladat: Feladat

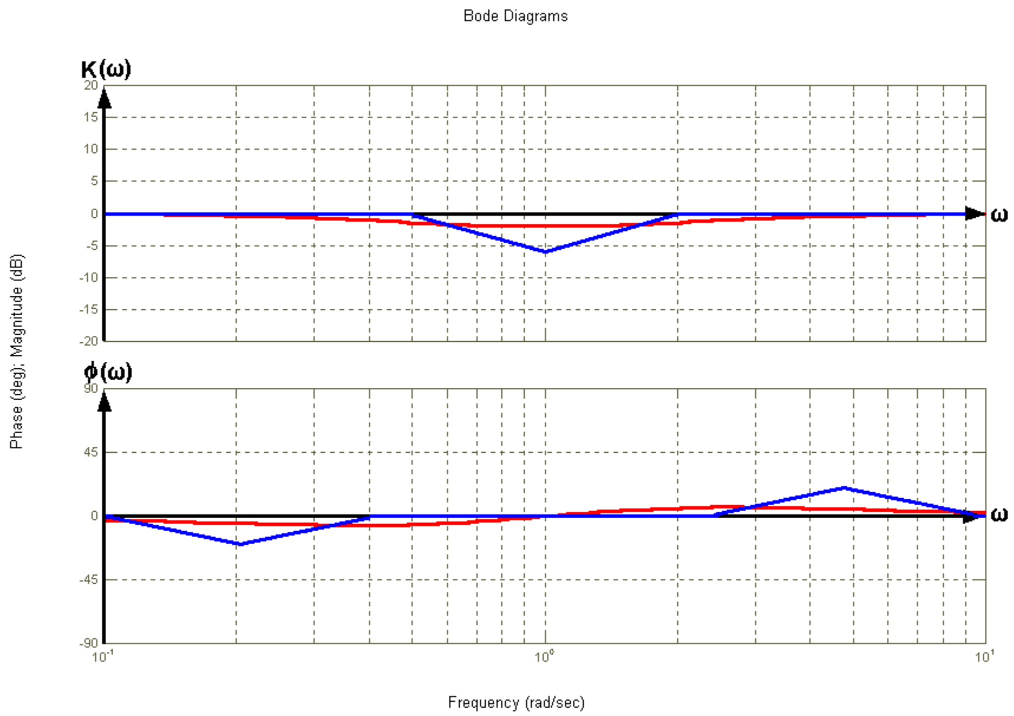
$$W(j\omega)=\frac{R_2+\dfrac{1}{j\omega C_2}}{R_2+\dfrac{1}{j\omega C_2}+R_1\times\dfrac{1}{j\omega C_1}}=\frac{R_2+\dfrac{1}{j\omega C_2}}{R_2+\dfrac{1}{j\omega C_2}+\dfrac{R_1}{1+j\omega R_1C_1}}=\frac{1+j\omega R_2C_2}{1+j\omega R_2C_2+\dfrac{j\omega R_1C_2}{1+j\omega R_1C_1}}$$

$$W(j\omega)=\frac{(1+j\omega R_1C_1)(1+j\omega R_2C_2)}{(j\omega)^2R_1R_2C_1C_2+j\omega(R_1C_1+R_2C_2+R_1C_2)+1}=\frac{(1+j\omega)(1+j\omega)}{(j\omega)^2+2.5j\omega+1}$$

$$W(j\omega)=\frac{\left(1+j\dfrac{\omega}{1}\right)^2}{\left(1+j\dfrac{\omega}{0.5}\right)\left(1+j\dfrac{\omega}{2}\right)}$$

$$\left|W(j\omega)\right|_{\omega=1}=0.8$$

$$K(\omega=1)=-1.94\text{dB}$$



5.13.feladat: Feladat

$$W(p)=\frac{(p+1)^2}{(p+0.5)(p+2)}$$

$$K(p)=W(p)$$

$$H(p)=\frac{1}{p}W(p)=\frac{1}{p}\cdot\frac{(p+1)^2}{(p+0.5)(p+2)}$$

$$K(p)=\frac{p^2+2p+1}{p^2+2.5p+1}=1-\frac{0.5p}{p^2+2.5p+1}=1-\frac{0.5p}{(p+0.5)(p+2)}=1-\left(\frac{A}{p+0.5}+\frac{B}{p+2}\right)$$

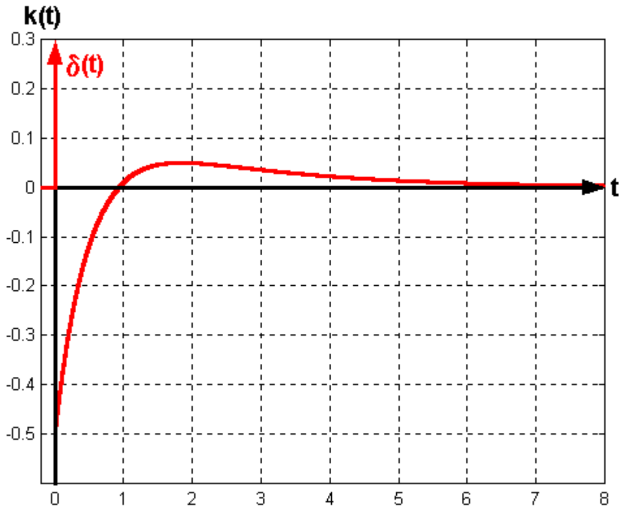
$$\left.\begin{aligned} A+B&=0.5 \\ 2A+0.5B&=0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{aligned} A&=-1/6 \\ B&=+4/6 \end{aligned}$$

$$K(p)=1+\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{p+0.5}-\frac{4}{6}\cdot\frac{1}{p+2}$$

$$k(t)=\delta(t)+\left(\frac{1}{6}e^{-0.5t}-\frac{4}{6}e^{-2t}\right)\cdot 1(t)$$

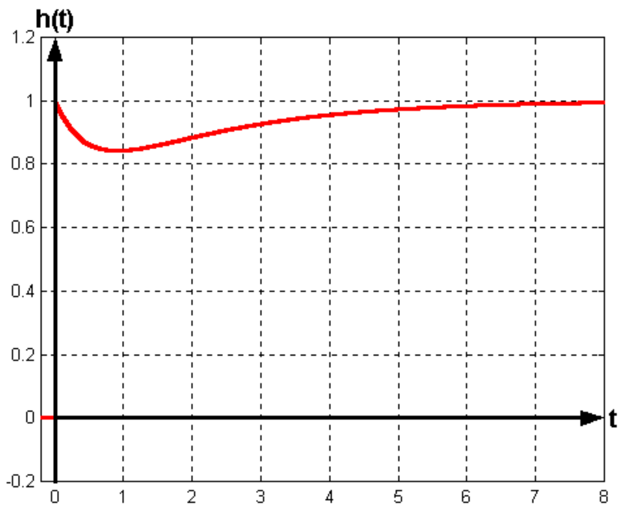
$$k(0)=\infty$$

$$k(\infty)=0$$



$$H(p)=\frac{1}{p}+\frac{2}{6}\cdot\frac{0.5}{p(p+0.5)}-\frac{2}{6}\cdot\frac{2}{p(p+2)}$$

$$h(t)=\left\{1+\frac{1}{3}(1-e^{-0.5t})-\frac{1}{3}(1-e^{-2t})\right\}\cdot 1(t)=\left(1-\frac{1}{3}e^{-0.5t}+\frac{1}{3}e^{-2t}\right)\cdot 1(t)$$



5.14.feladat: Feladat

$$W(p)=\frac{1}{1+p+\frac{1}{p}}=\frac{p}{p^2+p+1}$$

$$W(j\omega)=\frac{j\omega}{(j\omega)^2+j\omega+1}$$

$$|W(j\omega)|=\frac{\omega}{\sqrt{(1-\omega^2)^2+\omega^2}}$$

$$|W_{max}|=1, \quad \omega=1-\text{nél}$$

$$\frac{|W_{max}|}{\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\omega_0}{\sqrt{(1-\omega_0^2)^2+\omega_0^2}}$$

$$(1-\omega_0^2)^2+\omega_0^2=2\omega_0^2$$

$$\omega^2_{0_{(1,2)}}=1.5\pm\sqrt{2.25-1}=\begin{cases}2.62\\0.38\end{cases}$$

$$\omega_{01}=0.62$$

$$\omega_{02}=1.62$$

$$\Delta\omega=1$$

$$u_1(t)=U_0\{1(t)-1(t-T)\}$$

$$U_1(p)=\frac{1}{p}(1-e^{-pT})=\frac{1}{p}e^{-p\frac{T}{2}}(e^{p\frac{T}{2}}-e^{-p\frac{T}{2}})$$

$$U_1(j\omega)=\frac{1}{\omega}\cdot 2\sin\frac{\omega T}{2}\cdot e^{-j\frac{\omega T}{2}}$$

$$|U_1(j\omega)|=T\frac{\left|\sin\frac{\omega T}{2}\right|}{\frac{\omega T}{2}}$$

Első zérushely: $\frac{\omega_2 T}{2}=\pi$

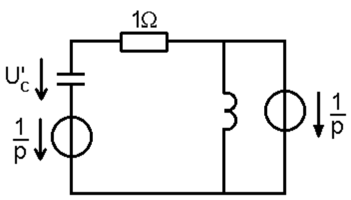
$$\Delta\omega_\varsigma=\frac{2\pi}{T}$$

Az átvitel alakhű ha:

$$\Delta\omega>\Delta\omega_\varsigma$$

$$T>2\pi$$

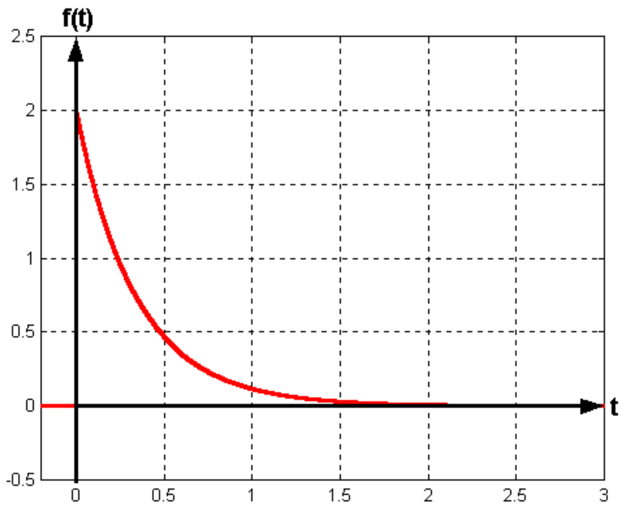
5.15.feladat: Feladat



$$u_C(0)=1\text{V}$$
$$i_L(0)=1\text{A}$$
$$U'_C(p)=-\frac{1}{p}\cdot\frac{1}{1+\frac{1}{p}+p}-\frac{1}{p}\cdot\frac{p}{1+\frac{1}{p}+p}\cdot\frac{1}{p}=-\frac{1}{p}\cdot\frac{1+p}{p^2+p+1}$$
$$U_C(p)=U'_C(p)+\frac{1}{p}=\frac{1}{p}\cdot\frac{p^2}{p^2+p+1}=\frac{p}{p^2+p+1}$$
$$p_{1,2}=-\frac{1}{2}\pm\sqrt{\frac{1}{4}-1}=-\frac{1}{2}\pm j\frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$U_C(p)=\frac{A}{p-p_1}+\frac{B}{p-p_2}$$
$$A=\frac{1}{2}+j\frac{1}{2\sqrt{3}}$$
$$B=\frac{1}{2}-j\frac{1}{2\sqrt{3}}$$
$$U_C(p)=\frac{\frac{1}{2}+j\frac{1}{2\sqrt{3}}}{p+\frac{1}{2}-j\frac{1}{2\sqrt{3}}_1}+\frac{\frac{1}{2}-j\frac{1}{2\sqrt{3}}}{p+\frac{1}{2}+j\frac{1}{2\sqrt{3}}}$$
$$u_C(t)=\left(\frac{1}{2}+j\frac{1}{2\sqrt{3}}\right)\cdot e^{\left(-\frac{1}{2}+j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\cdot t}+\left(\frac{1}{2}-j\frac{1}{2\sqrt{3}}\right)\cdot e^{\left(-\frac{1}{2}-j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\cdot t}\quad[\text{V}]$$
$$u_C(t)=\frac{2}{\sqrt{3}}e^{-\frac{1}{2}t}\cdot\cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t-30°\right)\quad[\text{V}]$$

<u>5.16.feladat:</u> Feladat

$$F(p)=\frac{2p^3+15p^2+34p+21}{(p^2+5p+4)(p+3)^3}=\frac{(p+1)(p+3)(2p+7)}{(p+1)(p+4)(p+3)^3}=\frac{2p+7}{(p+4)(p+3)^2}$$
$$F(p)=\frac{C_1}{p+4}+\frac{A_1}{p+3}+\frac{A_2}{(p+3)^3}$$
$$C_1=\frac{-8+7}{(-4+3)^2}=-1$$
$$A_2=\frac{-6+7}{-3+4}=1$$
$$\frac{A_1}{p+3}=\frac{2p+7}{(p+4)(p+3)^2}+\frac{1}{p+4}-\frac{1}{p+3}=\frac{1}{p+3}\quad\Rightarrow\quad A_1=1$$
$$f(t)=(e^{-4t}+e^{-3t}+t\cdot e^{-3t})\cdot 1(t)$$
$$f(+0)=\lim_{p\to\infty}\left[p\cdot F(p)\right]=0$$
$$f(+\infty)=\lim_{p\to 0}\left[p\cdot F(p)\right]=0$$



5.17.feladat: Feladat

$$f_T(t)=1\left(t-\frac{T}{2}\right)-1(t-T)$$

$$F(p)=\frac{e^{-p\frac{T}{2}}-e^{-pT}}{p(1-e^{-pT})}=\frac{e^{-p\frac{T}{2}}}{p(1+e^{-pT})}$$

pólusok:

$$p=0$$

$$p_k=jk\pi,\quad k=\pm1,\pm2,...$$

sorfejtés:

$$N'(p)=1+e^{-p\frac{T}{2}}-p\frac{T}{2}e^{-p\frac{T}{2}}$$

$$N'(0)=2$$

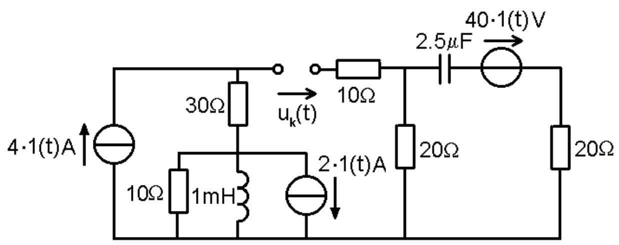
$$N'(p_k)=1+e^{-jk\pi}-jk\pi e^{-jk\pi}$$

$$f(t)=\left[\frac{1}{2}+\sum_{k=\pm1,\pm2,...}^{+\infty}\frac{e^{-jk\pi}}{1+e^{-jk\pi}-jk\pi e^{-jk\pi}}\cdot e^{jk\omega t}\right]\cdot 1(t)$$

$$f(t)=\left\{\frac{1}{2}+\sum_{k=1,3,5,...}^{+\infty}\left[\frac{e^{-jk\pi}}{1+e^{-jk\pi}-jk\pi e^{-jk\pi}}\cdot e^{jk\omega t}+\frac{e^{jk\pi}}{1+e^{jk\pi}+jk\pi e^{+jk\pi}}\cdot e^{-jk\omega t}\right]\right\}\cdot 1(t)$$

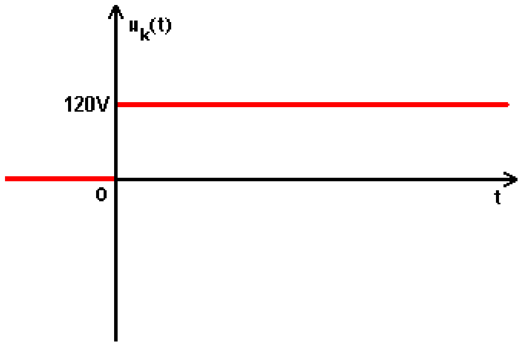
$$f(t)=\frac{1}{2}-\frac{2}{\pi}\sum_{k=1,3,5,...}^{+\infty}\frac{\sin k\omega t}{k}$$

5.18.feladat: Feladat

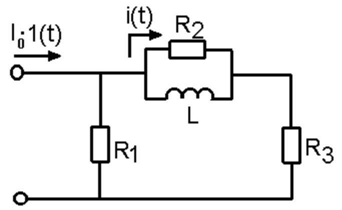


$$U_k(p)=\frac{4}{p}(30+10\times10^{-3}p)-\frac{2}{p}(10\times10^{-3}p)-\frac{40}{p}\cdot\frac{20}{40+\dfrac{1}{2.5\cdot10^{-6}p}}=\frac{120}{p}$$

$$u_k(t)=120\cdot1(t)\quad[\mathrm{V}]$$



5.19.feladat: Feladat



$$W(p)=\frac{R_1}{R_1+R_3+R_2\times pL}\cdot\frac{pL}{R_2+pL}=\frac{R_1Lp}{R_1R_2+R_2R_3+pL(R_1+R_2+R_3)}=\frac{2.5p}{10^4+2\cdot10^2p}$$

$$W(p)=2.5\cdot10^{-4}\frac{p}{1+2\cdot10^{-2}p}$$

$$I(p)=\frac{5\cdot10^{-4}}{1+2\cdot10^{-2}p}$$

$$I^2(\omega)=\frac{25\cdot10^{-8}}{1+4\cdot10^{-4}\omega^2}$$

$$\varepsilon_i=\frac{25}{\pi}\cdot10^{-8}\int_0^\infty\frac{1}{1+(2\cdot10^{-2}\omega)^2}d\omega=\frac{25}{\pi}\cdot10^{-8}\cdot\frac{1}{2\cdot10^{-2}}\pi=1.25\cdot10^{-5}\,A^2s$$

$$W=R_2\cdot\varepsilon_i=1.25\ \mathrm{mJ}$$

5.20.feladat: Feladat

$$W(j\omega)=\frac{R}{2R+j\omega L}$$

$$W^2(\omega)=\frac{R^2}{4R^2+\omega^2L^2}$$

$$W^2{}_{max}=\frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{8}=\frac{R^2}{4R^2+\omega_0^2L^2}$$

$$4R^2+\omega_0^2L^2=8R^2$$

$$\omega_0=2\frac{R}{L}=\Delta\omega$$

$$u_1(t)=20[1(t)-1(t-T)]$$

$$U_1(j\omega)=\frac{20}{j\omega}(1-e^{-j\omega T})=\frac{20}{j\omega}e^{-j\omega\frac{T}{2}}(e^{j\omega\frac{T}{2}}-e^{-j\omega\frac{T}{2}})=\frac{20}{j\omega}e^{-j\omega\frac{T}{2}}\cdot 2j\sin\left(\omega\frac{T}{2}\right)$$

$$U_1(\omega)=\frac{40}{\omega}\left|\sin\omega\frac{T}{2}\right|$$

$$\Delta\omega_ç=\frac{2\pi}{T}=2\pi\cdot 10^6\frac{1}{\sec}$$

Az alakhű jelátvitel feltétele:

$$\frac{R}{L}\geq\pi\cdot 10^6\frac{1}{\sec}$$

5.21.feladat: Feladat

$$W(j\omega)=\frac{R}{R+j\omega L}$$

$$k(\omega)^{dB}=-10\lg\left[1+\left(\frac{\omega L}{R}\right)^2\right]$$

$$\varphi(\omega)=-\mathrm{arctg}\frac{\omega L}{R}$$

$k(\omega)$:

$$S_L^{k(\omega)}=\frac{dk(\omega)}{dL}=-10\cdot\frac{2\frac{\omega^2}{R^2}L}{\left[1+\left(\frac{\omega L}{R}\right)^2\right]\cdot\ln 10}=62.04\frac{dB}{H}$$

$$\Delta Q_L^{k(\omega)}=62.04\frac{dB}{H}\cdot 1.4\cdot 10^{-3}H=0.087dB$$

$$\frac{\Delta Q_L^{k(\omega)}}{Q_L^{k(\omega)}}=\frac{0.087dB}{3.01dB}=0.03$$

$\varphi(\omega)$:

$$S_L^{\varphi(\omega)}=\frac{d\varphi(\omega)}{dL}=\frac{1}{1+\left(\frac{\omega L}{R}\right)^2}\cdot\frac{\omega}{R}=-7.14\frac{rad}{H}$$

$$\Delta Q_L^{\varphi(\omega)}=7.14\frac{rad}{H}\cdot 1.4\cdot 10^{-3}H=10^{-2}rad$$

$$\frac{\Delta Q_L^{\varphi(\omega)}}{Q_L^{\varphi(\omega)}}=\frac{10^{-2}rad}{\pi/4rad}=1.27\cdot 10^{-2}$$

5.22.feladat: Feladat

A jel páros tehát:

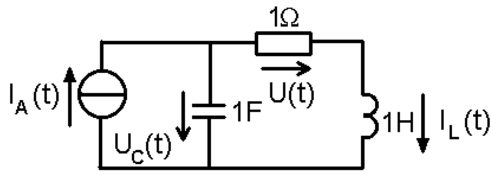
$$F^{B}(\omega)=0$$

$$F^{A}(\omega)=4\int_{0}^{T/4}2\cos\omega t dt+4\int_{T/4}^{T/2}\cos\omega t dt=8\left[\frac{\sin\omega t}{\omega}\right]_{0}^{\frac{T}{4}}+4\left[\frac{\sin\omega t}{\omega}\right]_{\frac{T}{4}}^{\frac{T}{2}}$$

$$F^{A}(\omega)=\frac{8}{\omega}\sin\omega\frac{T}{4}+\frac{4}{\omega}\left[\sin\omega\frac{T}{2}-\sin\omega\frac{T}{4}\right]=\frac{4}{\omega}\left[\sin\omega\frac{T}{2}+\sin\omega\frac{T}{4}\right]$$

$$F(j\omega)=\frac{1}{2}F^{A}(\omega)=\frac{2}{\omega}\left[\sin\omega\frac{T}{2}+\sin\omega\frac{T}{4}\right]$$

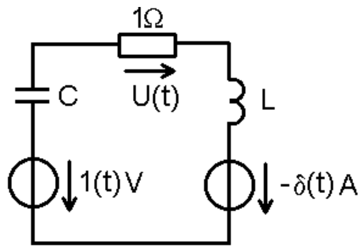
5.23.feladat: Feladat



$$i_{A}(t)=[1(t)-1(t-T)]\ [A]$$

$$u_{C}(0)=1V$$

$$i_{L}(0)=1A$$



$$U(p)=\left(\frac{1}{p}+1\right)\cdot\frac{1}{1+p+\frac{1}{p}}=\frac{1+p}{1+p+p^{2}}$$

$$p_{1}=\frac{-1+j\sqrt{3}}{2}$$

$$p_{2}=\frac{-1-j\sqrt{3}}{2}$$

$$N'(p)=2p+1$$

$$u(t)=\frac{1+\frac{-1+j\sqrt{3}}{2}}{-1+j\sqrt{3}+1}e^{\frac{-1+j\sqrt{3}}{2}t}+\frac{1+\frac{-1-j\sqrt{3}}{2}}{-1-j\sqrt{3}+1}e^{\frac{-1-j\sqrt{3}}{2}t}$$

$$u(t)=e^{-\frac{1}{2}t}\cdot\left(\cos\frac{\sqrt{3}}{2}t+\frac{1}{\sqrt{3}}\sin\frac{\sqrt{3}}{2}t\right)=\frac{2}{\sqrt{3}}e^{-\frac{1}{2}t}\cdot\sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t-60°\right)\ [V]$$

5.24.feladat: Feladat

Mivel két azonos R-L-C kör van párhuzamosan kapcsolva a kétpólus $\bar{I}$ áramra vonatkozó sávszélessége ugyanaz mit egyetlen R-C-L köré.

$$Q_L = \frac{\omega L}{R_{SL}}$$

$$R_{SL} = \frac{\omega L}{Q_L} = 5\Omega$$

$$Q_C = \omega C R_{CP}$$

$$R_{CP} = \frac{Q_C}{\omega C} = 10^5\Omega$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 10^5 \text{ rad/sec}$$

$$R_{CS} = \frac{R_{CP}}{Q_0^2} = \frac{10^5}{(\omega_0 C R_{CP})^2} = 0.1\Omega$$

$$R_E = 10.1\Omega$$

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{1}{Q_0} = \frac{1}{Q_L} = \frac{R_E}{10^5 \cdot 10^{-3}} = 0.101$$

5.25.feladat: Feladat

$$T_C = (1.1\text{M}\Omega \times 1\text{M}\Omega)\cdot 1\mu\text{F} = 0.52\,\text{sec}$$

$$\text{ha} \quad u_1(t) = U_0 \cdot 1(t)$$

$$u_C(0) = 0$$

$$u_C(\infty) = \frac{1.1}{1.1+1} = 0.5238U_0$$

$$u_C(t) = 0.5238U_0 \cdot (1 - e^{-\frac{t}{T_C}}) \ \text{[V]}$$

$$h(t) = \left\{u_C(t) + \frac{0.1}{1}\cdot\frac{(u_1(t) - u_C(t))}{U_0}\right\}\cdot 1(t) = \left\{0.1 + 0.47(1 - e^{-\frac{t}{T_C}})\right\}\cdot 1(t) = \left\{0.57 - 0.47e^{-\frac{t}{T_C}}\right\}\cdot 1(t)$$

$$k(t) = 0.9\cdot e^{-1.9t}\cdot 1(t) - 0.1\cdot\delta(t)$$

$$u_1(t) = 40[1(t) - 1(t-T)] \ \text{[V]}$$

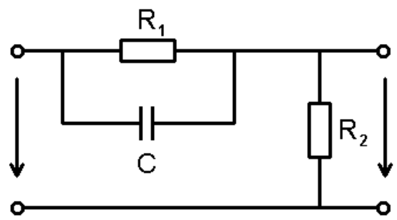
$$u_2(t) = \int_0^t u_1(\tau)k(t-\tau) = 40\int_0^T 0.9e^{-1.9t}\cdot e^{+1.9\tau}\cdot 1(t-\tau) - 0.1\delta(t-\tau)d\tau =$$

$$u_2(t) = (22.8 - 18.8e^{-1.9t})\cdot\{1(t) - 1(t-T)\} + 2.93e^{-1.9(t-T)}\cdot 1(t-T) \ \text{[V]}$$

5.26.feladat: Feladat

$$h(t) = \left\{\frac{2\cdot 10^3 - 0.4}{2\cdot 10^3} + \frac{0.4}{2\cdot 10^3}e^{-2\cdot 10^3 t}\right\}\cdot 1(t)$$

$$h(t) = \left\{1 - \frac{0.4}{2\cdot 10^3}\left(1 - e^{-2\cdot 10^3 t}\right)\right\}\cdot 1(t)$$



$$T = 0.5 \cdot 10^{-3} = C \cdot \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{0.4}{2 \cdot 10^3}$$

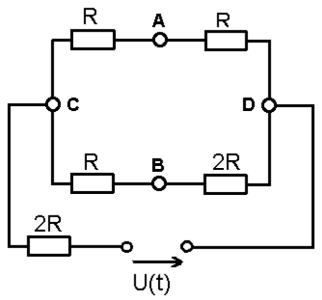
$$R_2 = \frac{2 \cdot 10^3 - 0.4}{0.4} R_1$$

ha $R_1 = 1\mathrm{k}\Omega$

$R_2 = 4.999\mathrm{M}\Omega$

$C = 0.5\mu\mathrm{F}$

5.27.feladat: Feladat



$$2R \times 3R = 1.2R$$

$$u(t)_{CD} = u(t)\frac{1.2R}{3.2R} = 0.375u(t)$$

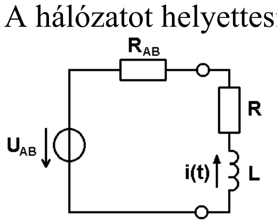
$$u(t)_{AD} = \frac{1}{2}u_{CD}(t)$$

$$u(t)_{BD} = \frac{2}{3}u_{CD}(t)$$

$$u(t)_{AB} = u(t)_{AD} - u(t)_{BD} = -\frac{1}{16}u(t)$$

$$R_{AB} = \frac{R}{4} + \left(\frac{3}{2}R \times \frac{5}{2}R\right) = \frac{19}{16}R$$

A hálózatot helyettesítve:



$$u(t) = U_0 \cdot 1(t)$$

$$i(t) = \frac{1.2}{19.2} U_0 \frac{(1 - e^{\frac{-t}{T}})}{\frac{35}{16} R} \cdot 1(t)$$

$$T = \frac{L}{R + R_{AB}} = 1.6 \text{msec}$$

$$h(t) = \frac{1}{350}\left(1 - e^{\frac{-t}{T}}\right) \cdot 1(t)$$

$$k(t) = \frac{100}{56} e^{\frac{-t}{T}} \cdot 1(t)$$

5.28.feladat: Feladat

$$T = \frac{L}{R_e} = 2 \text{msec}$$

$$i'(t) = \left[\frac{45}{60} + \left(\frac{45}{30} - \frac{45}{60}\right)\left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right)\right] \cdot 1(t) = \left(\frac{6}{4} - \frac{3}{4} e^{-\frac{t}{2\text{ms}}}\right) \cdot 1(t) \quad [A]$$

$$h(t) = \frac{1}{45}\left(\frac{6}{4} - \frac{3}{4} e^{-\frac{t}{2\text{ms}}}\right) \cdot 1(t)$$

$$k(t) = \frac{300}{36} e^{-\frac{t}{2\text{ms}}} \cdot 1(t) + \frac{3}{180} \delta(t)$$

$$i''(t) = 0.6 \cdot \frac{300}{36} e^{-\frac{t-2\text{ms}}{2\text{ms}}} \cdot 1(t - 2\text{ms}) + 0.6 \cdot \frac{3}{180} \delta(t - 2\text{ms}) \quad [A]$$

$$i(t) = i'(t) + i''(t) = (1.5 - 0.75 e^{-\frac{t}{2\text{ms}}}) \cdot 1(t) + \left[5 e^{-\frac{t-2\text{ms}}{2\text{ms}}} + 0.01 \cdot \delta(t - 2\text{ms})\right] \cdot 1(t) \quad [A]$$

5.29.feladat: Feladat

$$R_e = 10^3 \Omega$$

$$L_e = 10^{-3} H$$

$$\omega_e = \frac{R_e}{L_e} = 10^6 \text{ rad/sec}$$

$$W(j\omega) = \frac{1 \times j\omega}{1 \times j\omega + 1 + j\omega} = \frac{\frac{j\omega}{1 + j\omega}}{\frac{j\omega}{1 + j\omega} + 1 + j\omega} = \frac{j\omega}{(j\omega)^2 + 3j\omega + 1}$$

$$W(\omega) = \frac{\omega}{\sqrt{(1 - \omega^2)^2 + 9\omega^2}}$$

$$\varphi(\omega) = \frac{\pi}{2} - \text{arctg} \frac{3\omega}{1 - \omega^2}$$

$$\frac{dW(\omega)}{d\omega} \stackrel{?}{=} 0$$

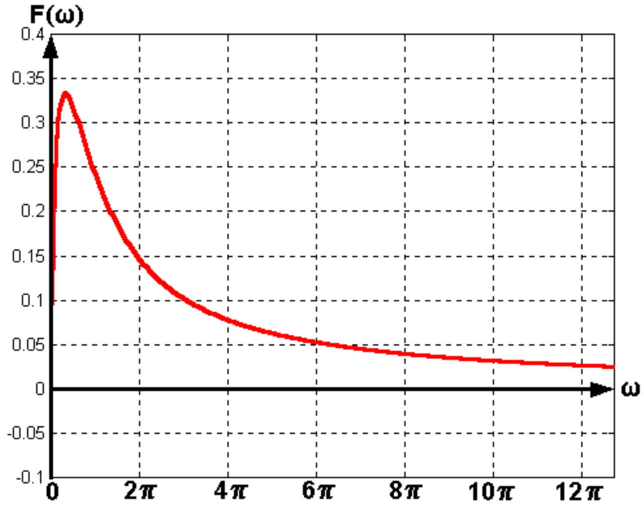
$$W_{max}(\omega_0 = 1) = \frac{1}{3}$$

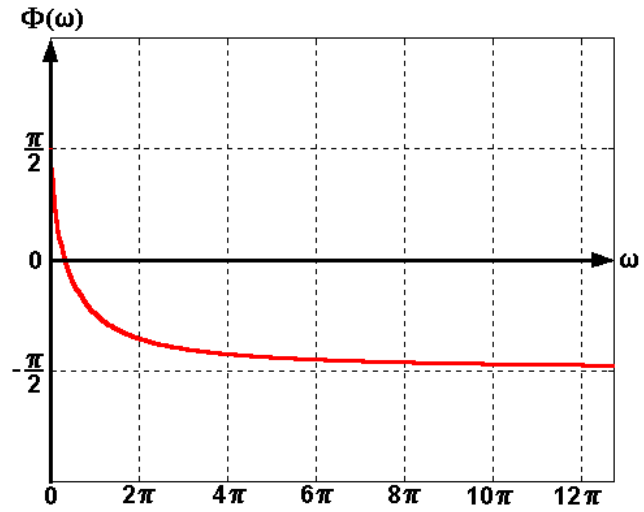
$$\frac{\omega^2}{(1-\omega^2)^2 + 9\omega^2} \stackrel{?}{=} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{3}\right)^2$$

$$\omega_1 = 0.3 \cdot 10^6 \text{ rad/sec}$$

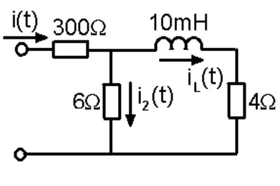
$$\omega_2 = 3.3 \cdot 10^6 \text{ rad/sec}$$

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = 3$$





5.30.feladat: Feladat



$$R_b = 10\Omega$$

$$T = \frac{L}{R_b} = 1\text{m}\sec$$

$$i_L(0) = 0A$$

$$i_{Lstac} = \frac{3}{5} I_0$$

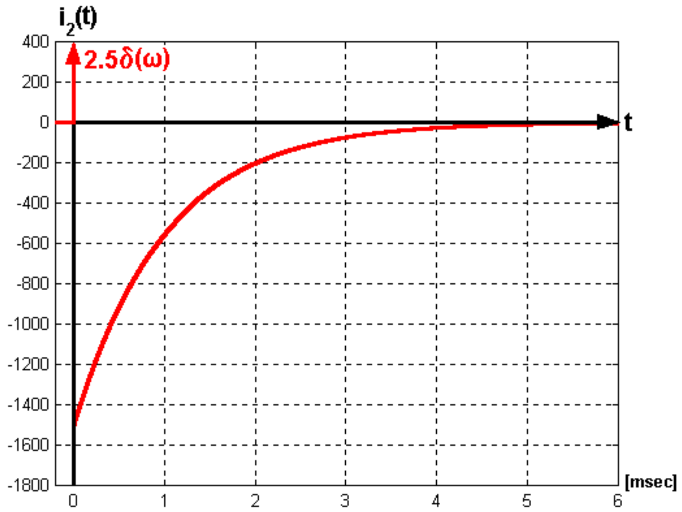
$$i_L(t) = \frac{3}{5} I_0 \cdot (1 - e^{-\frac{t}{T}}) \ \ A$$

$$i_2(t) = I_0 - i_L(t) = \frac{2}{5} I_0 + \frac{3}{5} I_0 e^{-\frac{t}{T}} \ \ A$$

$$h(t) = \left(\frac{2}{5} + \frac{3}{5} e^{-\frac{t}{T}}\right) \cdot 1(t)$$

$$k(t) = -600 e^{-\frac{t}{T}} \cdot 1(t) + \delta(t)$$

$$i_2(t) = -1.5 \cdot 10^3 \cdot e^{-\frac{t}{T}} \cdot 1(t) + 2.5\delta(t) \ \ A$$



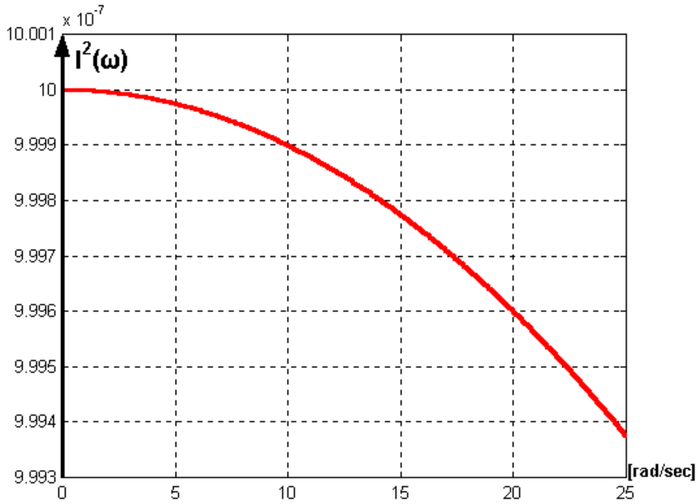
<u>5.31.feladat:</u> Feladat

$$I(p) = \frac{100}{p} \cdot \frac{20 \times 16 \cdot 10^{-3} \cdot p}{20 \times 16 \cdot 10^{-3} \cdot p + 80} \cdot \frac{1}{20} = \frac{5}{p} \cdot \frac{\frac{0.32p}{20 + 16 \cdot 10^{-3} \cdot p}}{\frac{0.32p}{20 + 16 \cdot 10^{-3} \cdot p} + 80} = \frac{1}{p + 10^3} \text{As}$$

$$I^2(\omega) = \frac{1}{\omega^2 + 10^6} \ \ A^2 s$$

$$\varepsilon_i = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{1}{\omega^2 + 10^6} d\omega = \frac{1}{\pi \cdot 10^6} \cdot 10^3 \cdot \left[\text{arctg}\left(\frac{\omega}{10^3}\right)\right]_0^\infty = \frac{1}{2} \cdot 10^{-3} A^2 s$$

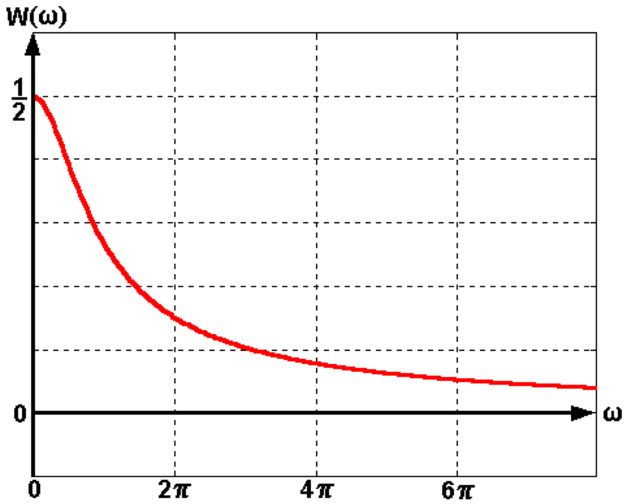
$$W_{R2} = R_2 \cdot \varepsilon_i = 10^{-2} J$$



5.32.feladat: Feladat

$$W(j\omega) = \frac{R}{2R + j\omega L}$$

$$W(\omega) = \frac{R}{\sqrt{4R^2 + \omega^2 L^2}}$$

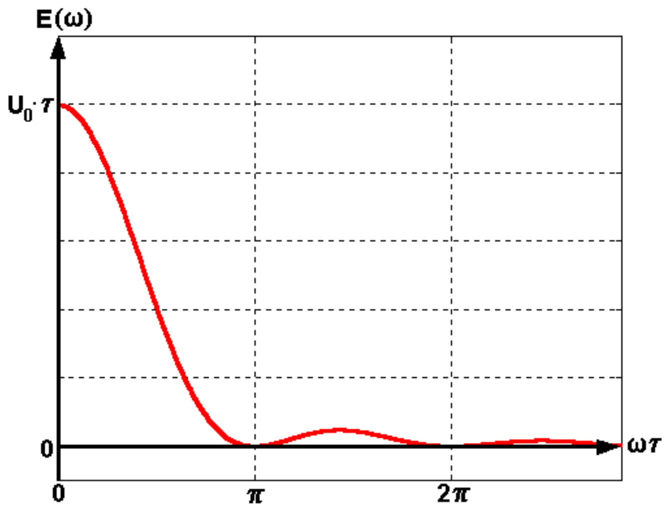


$$\omega_1 = \Delta\omega$$

$$\frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{R}{\sqrt{4R^2 + \omega_1^2 L^2}}$$

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{4R^2}{L^2}} = \frac{2R}{L} = \Delta\omega$$

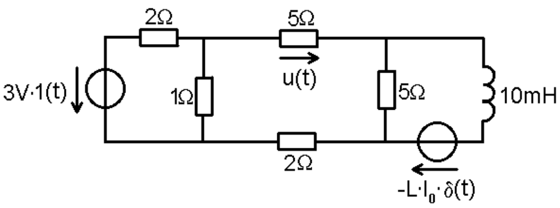
$$\left|E(j\omega)\right| = U_0 \frac{4}{\omega^2 \tau} \sin^2 \frac{\omega\tau}{2}$$



$$\Delta\omega_\varsigma = \frac{2\pi}{\tau}$$

$$\frac{2\pi}{\tau} \le \frac{2R}{L}$$

5.33.feladat: Feladat



$$i_L(0) = 3V\frac{1\times 2}{1\times 2+2}\cdot\frac{1}{2} = \frac{3}{8}A$$

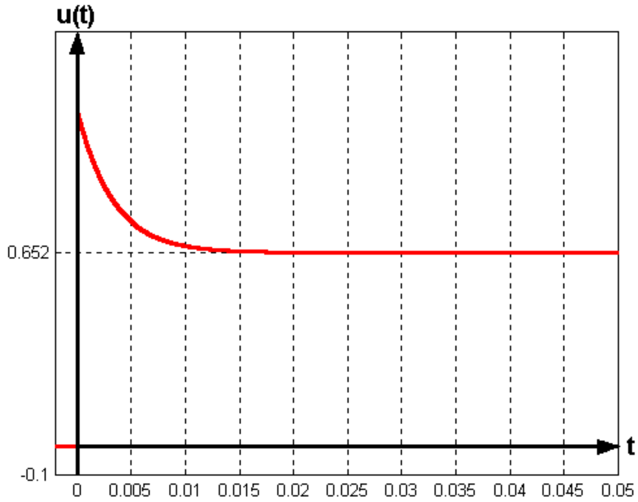
$$U(p) = \frac{3}{p}\cdot\frac{(5\times 10^{-2}p+7)\times 1}{(5\times 10^{-2}p+7)\times 1+2}\cdot\frac{5}{7+5\times 10^{-2}p} + \frac{3}{8}\cdot 10^{-2}\cdot\frac{(1\times 2+7)\times 5}{(1\times 2+7)\times 5+10^{-2}p}\cdot\frac{5}{7+1\times 2}$$

$$U(p) = \frac{3}{p}\cdot\frac{35+12\cdot 10^{-2}p}{15+38\cdot 10^{-2}p}\cdot\frac{25+5\cdot 10^{-2}p}{35+12\cdot 10^{-2}p} + \frac{3}{8}\cdot 10^{-2}\cdot\frac{\frac{115}{38}}{\frac{115}{38}+10^{-2}p}\cdot\frac{5}{\frac{23}{3}}$$

$$U(p) = \frac{75+15\cdot 10^{-2}p}{p(115+38\cdot 10^{-2}p)} + \frac{3}{8}\cdot\frac{75\cdot 10^{-2}}{(115+38\cdot 10^{-2}p)} = 15\frac{1}{38p+11500} + \frac{7500}{p(11500+38p)}$$

$$U(p) = 1.135\frac{1}{p+302.6} + 0.652\frac{302.6}{p(p+302.6)}$$

$$u(t) = \left[1.135e^{-302.6t} + 0.652(1-e^{-302.6t})\right]\cdot 1(t) = \left[0.652 + 0.483e^{-302.6t}\right]\cdot 1(t) \quad [V]$$



5.34.feladat: Feladat

$$W(p)=\frac{R}{R+R\times\frac{1}{pC}}=\frac{R}{R+\frac{R}{1+pRC}}=\frac{R}{2R}\cdot\frac{1+pRC}{1+p\frac{RC}{2}}=\frac{p+1}{p+2}$$

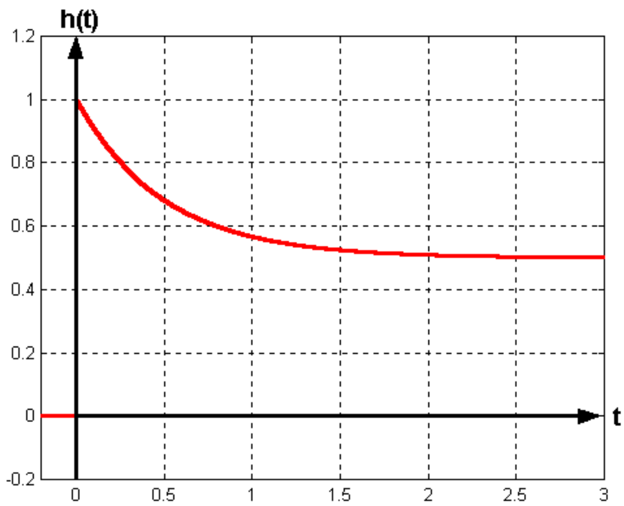
$$K(p)=W(p)$$

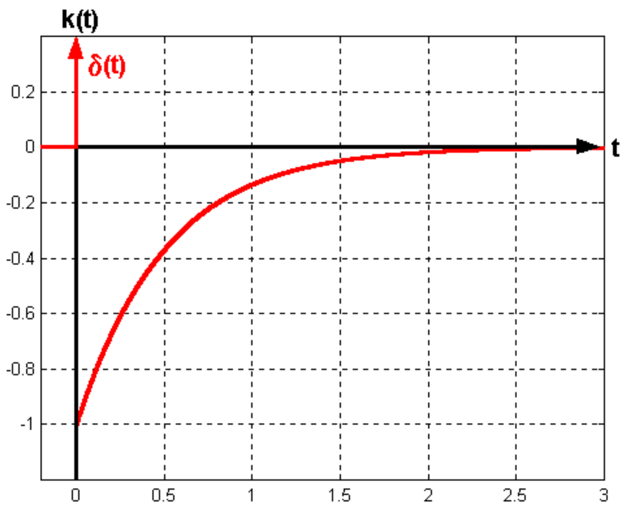
$$k(t)=\delta(t)-e^{-2t}\cdot 1(t)$$

$$H(p)=\frac{1}{p}W(p)$$

$$h(t)=\left\{e^{-2t}+\frac{1}{2}(1-e^{-2t})\right\}\cdot 1(t)$$

$$h(t)=\left\{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}e^{-2t}\right\}\cdot 1(t)$$





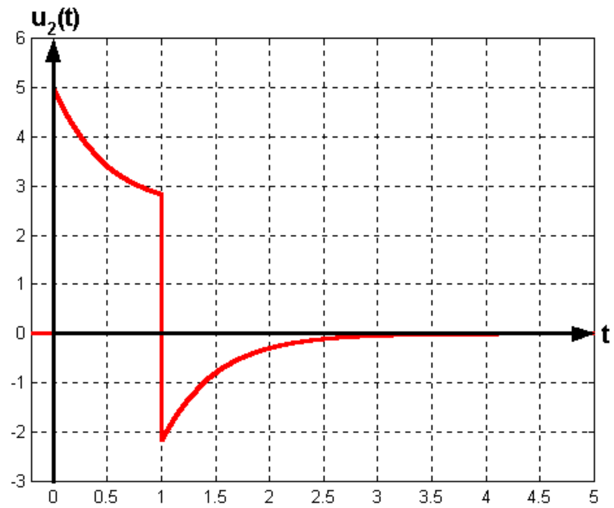
$$u_1(t) = 5[1(t) - 1(t-1)] \quad [V]$$

$$U_1(p) = 5\left(\frac{1}{p} - \frac{1}{p}e^{-p}\right)$$

$$U_2(p) = U_1(p) \cdot W(p) = 5 \cdot \frac{p+1}{p+2} \cdot \frac{1}{p} - 5\frac{p+1}{p+2} \cdot \frac{1}{p} \cdot e^{-p}$$

$$U_2(p) = 5 \cdot \frac{1}{p+2} + \frac{5}{2} \cdot \frac{2}{(p+2)p} - \left\{5 \cdot \frac{1}{p+2} + \frac{5}{2} \cdot \frac{2}{(p+2)p}\right\} \cdot e^{-p}$$

$$u_2(t) = 2.5(1 + e^{-2t}) \cdot 1(t) - 2.5(1 + e^{-2(t-1)}) \cdot 1(t-1) \quad [V]$$



5.35.feladat: Feladat

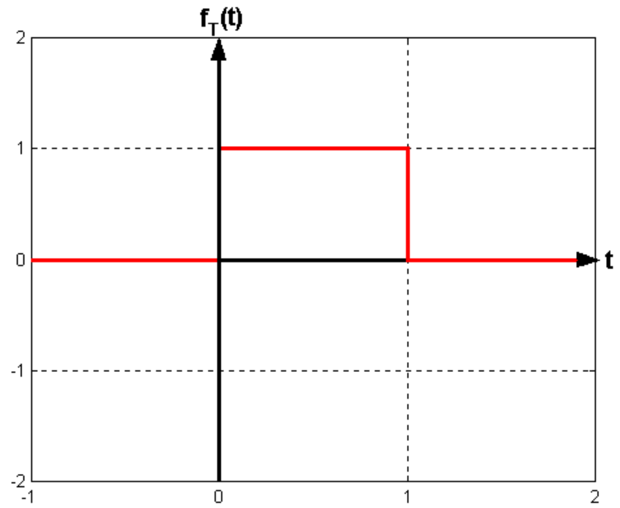
a,

$$F(p) = \frac{1}{p(1+e^{-p})} = \frac{1}{p} \cdot \frac{1-e^{-p}}{1-e^{-2p}} = \frac{1}{p}\left(1-e^{-p}\right) \cdot \frac{1}{1-e^{-2p}}$$

$$F_T(p) = \frac{1}{p}\left(1-e^{-p}\right)$$

$$T = 2$$

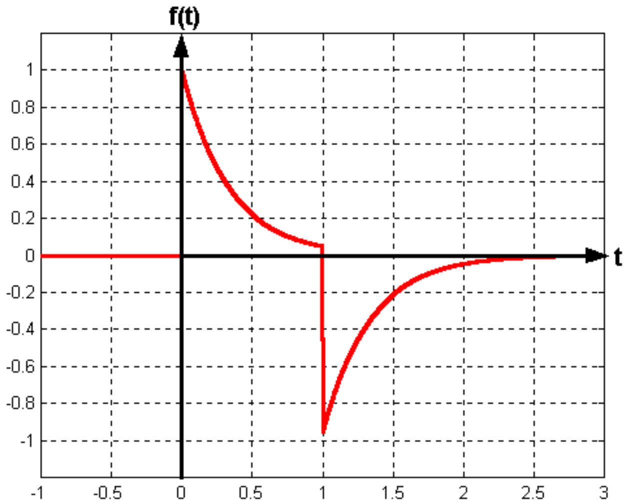
$$f_T(t) = 1(t) - 1(t-1)$$



b,

$$F(p) = \frac{1-e^{-p}}{p+3} = \frac{1}{p+3} - \frac{1}{p+3}e^{-p}$$

$$f(t) = e^{-3t} \cdot 1(t) - e^{-3(t-1)} \cdot 1(t-1)$$



5.36.feladat: Feladat

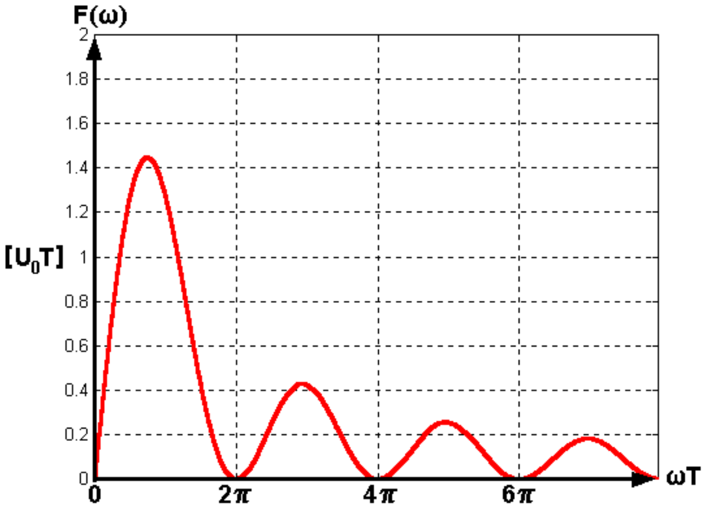
$$f(t) = U_0 \cdot \{1(t+T) - 2 \cdot 1(t) + 1(t-T)\}$$

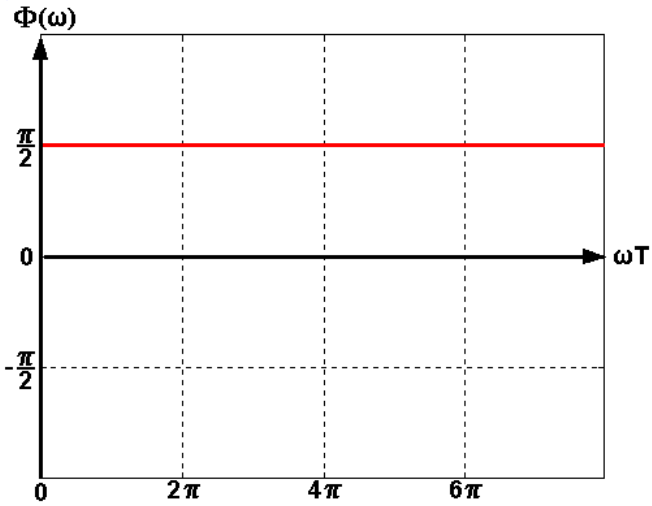
$$F(p) = U_0 \cdot \left\{ \frac{1}{p}e^{pT} - 2\frac{1}{p} + \frac{1}{p}e^{-pT} \right\}$$

$$F(j\omega) = \frac{U_0}{j\omega} \cdot \left\{ e^{j\omega T} - 2 + e^{-j\omega T} \right\} = \frac{U_0}{j\omega} \cdot \{2\cos(\omega T) - 2\} = 2\frac{U_0}{j\omega} \cdot \left\{ -2\sin^2\left(\frac{\omega T}{2}\right) \right\}$$

$$F(\omega) = 2U_0T\frac{\sin^2\left(\frac{\omega T}{2}\right)}{\left(\frac{\omega T}{2}\right)}$$

$$\varphi(\omega) = \frac{\pi}{2}$$





5.37.feladat: Feladat

$$W(j\omega) = \frac{R\times\frac{1}{j\omega C}}{R + R\times\frac{1}{j\omega C}} = \frac{\frac{R}{1+j\omega RC}}{R+\frac{R}{1+j\omega RC}} = \frac{R}{2R + j\omega R^2C} = \frac{1}{2+j\omega RC}$$

$$W(j\omega) = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{1+j\omega\frac{RC}{2}}$$

$$W_{max} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{W_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\omega_2 \frac{RC}{2} = 1$$

$$\omega_2 = \frac{2}{RC}$$

$$\Delta\omega = \frac{2}{RC}$$

$$u_1(t) = 1(t + 2T) - 1(t + T) + 1(t - T) - 1(t - 2T)$$

$$U_1(p) = \frac{1}{p}\left[e^{2pT} - e^{pT} + e^{-pT} - e^{-2pT}\right]$$

$$U_1(j\omega) = \frac{1}{j\omega}\left[e^{2j\omega T} - e^{j\omega T} + e^{-j\omega T} - e^{-2j\omega T}\right] = \frac{1}{j\omega}\left[2j \cdot \sin 2\omega T - 2j \cdot \sin \omega T\right]$$

$$U_1(j\omega) = 2\left\{\frac{\sin 2\omega T}{\omega} - \frac{\sin \omega T}{\omega}\right\}$$

$$|U_1(j\omega)| = \left|\frac{4 \sin \omega T \cos \omega T - 2 \sin \omega T}{\omega}\right| = \left|\frac{2 \sin \omega T}{\omega} \cdot (2 \cos \omega T - 1)\right| = 2T\left|\frac{\sin \omega T}{\omega T} \cdot (2 \cos \omega T - 1)\right|$$

Első zérushely:

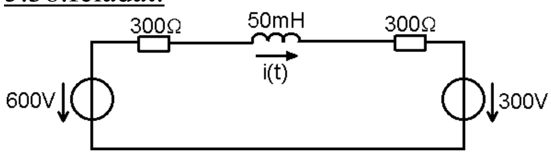
$$\cos \omega T = \frac{1}{2}$$

$$\Delta\omega_ς = \frac{\pi}{3T}$$

Alakhű az átvitel:

$$\text{ha } \Delta\omega = \frac{2}{RC} > \frac{\pi}{3T} = \Delta\omega_ς \quad \Rightarrow \quad RC < \frac{\pi}{6}$$

5.38.feladat: Feladat



$$i(-0) = \frac{300V}{600\Omega} = 0.5A$$

$$i(+0) = 0.5A$$

$$U_I = 100\Omega \cdot 5.5A = 550V$$

$$P_I = I \cdot U_I = 6A \cdot 500V = 3300W$$

Időben állandó (termelő referenciában adott) teljesítmény.

5.39.feladat: Feladat

a,

$$k(t)=\delta(t)-\left[4\cdot e^{-4t}+e^{-t}\right]\cdot 1(t)$$

$$K(p)=W(p)=1-4\frac{1}{p+4}-\frac{1}{p+1}$$

$$H(p)=\frac{1}{p}W(p)=\frac{1}{p}-\frac{4}{p(p+4)}-\frac{1}{p(p+1)}$$

$$h(t)=\left[1-(1-e^{-4t})-(1-e^{-t})\right]\cdot 1(t)=\left[-1+e^{-4t}+e^{-t})\right]\cdot 1(t)$$

b&c

ha a gerjesztés $\delta(t)$:

$$u_{ki}(t=0)=\lim_{p\to\infty}\left[p\cdot K(p)\right]=\infty$$

$$u_{ki}(t=\infty)=\lim_{p\to 0}\left[p\cdot K(p)\right]=0$$

ha a gerjesztés $1(t)$:

$$u_{ki}(t=0)=\lim_{p\to\infty}\left[p\cdot H(p)\right]=1$$

$$u_{ki}(t=\infty)=\lim_{p\to 0}\left[p\cdot H(p)\right]=-1$$

5.40.feladat: Feladat

a,

$$U(p)=\frac{10}{p}\cdot\frac{2R\times\left(R+\frac{1}{pC}\right)}{2R\times\left(R+\frac{1}{pC}\right)+R}=\frac{10}{p}\cdot\frac{\frac{2R\left(R+\frac{1}{pC}\right)}{2R+R+\frac{1}{pC}}}{\frac{2R\left(R+\frac{1}{pC}\right)}{2R+R+\frac{1}{pC}}+R}=\frac{10}{p}\cdot\frac{2R^2+\frac{2R}{pC}}{5R^2+\frac{3R}{pC}}$$

$$U(p)=\frac{10}{p}\cdot\frac{2+2RCp}{3+5RCp}$$

$$U(j\omega)=\frac{10}{j\omega}\cdot\frac{2+12\cdot 10^{-6}j\omega}{3+30\cdot 10^{-6}j\omega}$$

$$\left|U(j\omega)\right|^2=\frac{100}{\omega^2}\cdot\frac{4+1{,}44\cdot 10^{-10}\omega^2}{9+9\cdot 10^{-10}\omega^2}$$

b,

$$I(p)=\frac{10}{p}\cdot\frac{2+2RCp}{3+5RCp}\cdot\frac{1}{R+\frac{1}{pC}}=\frac{10}{p}\cdot\frac{2+2RCp}{3+5RCp}\cdot\frac{pC}{1+pRC}=10C\frac{2+2RCp}{3+8RCp+5p^2R^2C^2}$$

$$I(j\omega)=2\cdot 10^{-8}\frac{2+12\cdot 10^{-6}j\omega}{3+48\cdot 10^{-6}j\omega+1.8\cdot 10^{-10}(j\omega)^2}$$

$$\left|I(j\omega)\right|^2=\frac{8\cdot 10^{-16}+5.76\cdot 10^{-26}\omega^2}{\left(3-1.8\cdot 10^{-10}\omega^2\right)^2+23.04\cdot 10^{-10}\omega^2}$$

c,

$$\varepsilon_i = \frac{1}{\pi}\int_0^\infty |I(j\omega)|^2 d\omega = \frac{1}{\pi}\int_0^\infty \frac{8\cdot 10^{-16} + 5.76\cdot 10^{-26}\omega^2}{\left(3-1.8\cdot 10^{-10}\omega^2\right)^2 + 23.04\cdot 10^{-10}\omega^2} d\omega = 0.6115\cdot 10^{-12}\,A^2\,\mathrm{sec}$$

d,

$$R\cdot\varepsilon_i = 3000\Omega\cdot 0.6115\cdot 10^{-12}\,A^2\,\mathrm{sec} = 1.8345\cdot 10^{-9}\,W$$

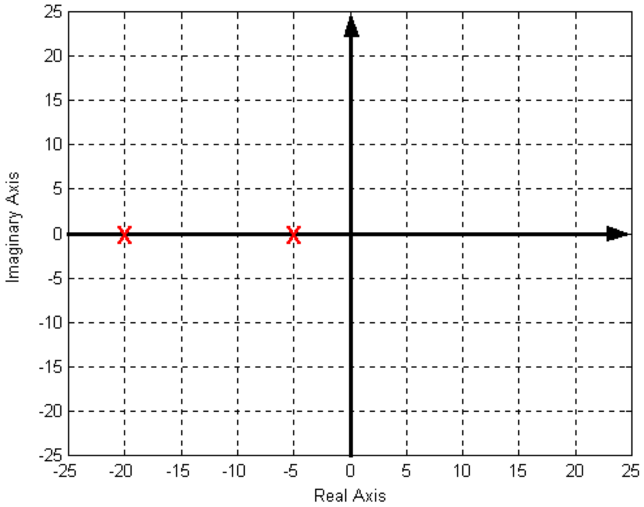
5.41.feladat: Feladat

a,

$$W(p) = \frac{R\times\frac{1}{pC}}{pL + R\times\frac{1}{pC}} = \frac{\frac{R}{1+pRC}}{pL + \frac{R}{1+pRC}} = \frac{R}{pL + p^2RLC + R} = \frac{1}{p^2LC + p\frac{L}{R} + 1}$$

$$W(p) = \frac{1}{LC}\cdot\frac{1}{p^2 + p\frac{1}{RC} + \frac{1}{LC}} = 100\cdot\frac{1}{p^2 + 25p + 100}$$

$$p_{1,2} = -12.5 \pm \sqrt{156.25 - 100} = \begin{cases} p_1 = -5 \\ p_2 = -20 \end{cases}$$



b,

$$W(j\omega) = \frac{100}{(j\omega)^2 + 25j\omega + 100} = \frac{1}{\left(\frac{j\omega}{10}\right)^2 + 2.5\left(\frac{j\omega}{10}\right) + 1}$$

$$\left(\frac{j\omega}{10}\right)_{1,2} = -1.25 \pm \sqrt{1.5625 - 1} = \begin{cases} -0.5 \\ -2 \end{cases}$$

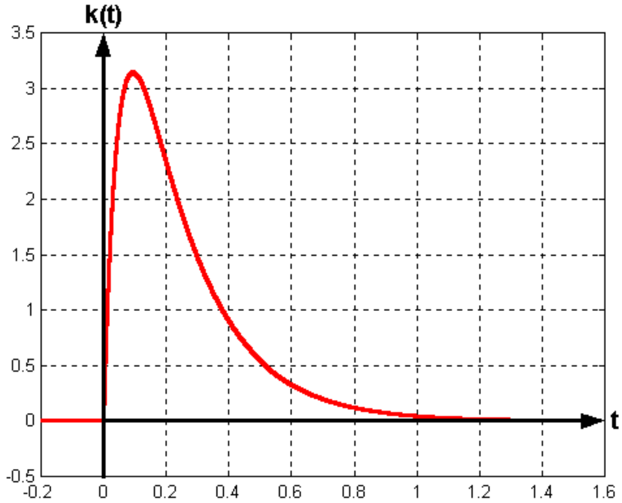
$$\omega_1 = 10\cdot 0.5 = 5\,\mathrm{rad/sec}$$

$$\omega_2 = 10\cdot 2 = 20\,\mathrm{rad/sec}$$

c,

$$W(p) = \frac{100}{15} \cdot \frac{1}{p+5} - \frac{100}{15} \cdot \frac{1}{p+20}$$

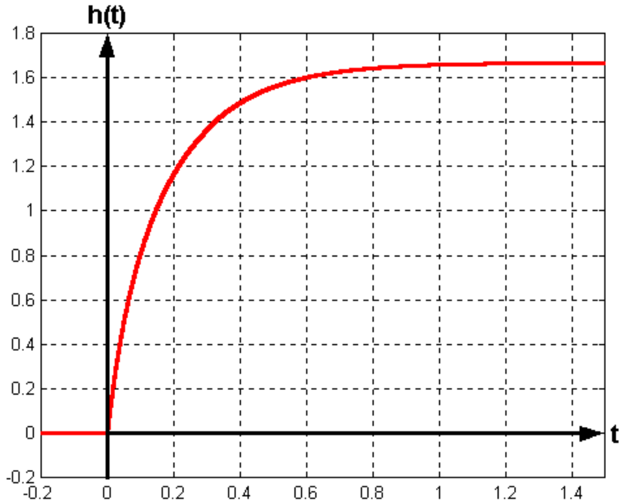
$$k(t) = \frac{20}{3} \cdot \left(e^{-5t} - e^{-20t}\right) \cdot 1(t)$$



d,

$$H(p) = \frac{1}{p} W(p) = \frac{20}{15} \cdot \frac{5}{p(p+5)} - \frac{5}{15} \cdot \frac{20}{p(p+20)}$$

$$h(t) = \left\{ \frac{4}{3}(1 - e^{-5t}) + \frac{1}{3}(1 - e^{-20t}) \right\} \cdot 1(t)$$



5.42.feladat: Feladat

$$U_2(p) = U_1(p) \frac{R}{R + R \times \frac{1}{pC}} = \frac{U_1(p) \cdot R}{R + \frac{R}{1 + pRC}} = U_1(p) \frac{p + \frac{1}{RC}}{p + \frac{2}{RC}}$$

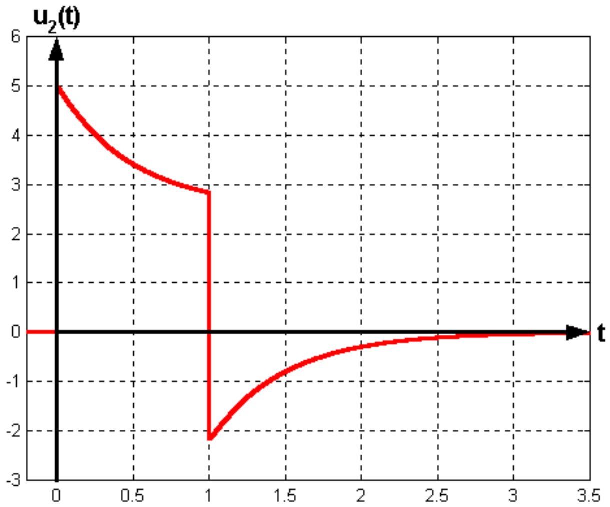
$$U_1(p) = 5\left(\frac{1}{p} - \frac{1}{p} e^{-p}\right)$$

$$U_2(p)=5\frac{1}{p}\cdot\frac{p+1}{p+2}-5\frac{1}{p}\cdot\frac{p+1}{p+2}e^{-p}$$

$$U_2(p)=5\frac{1}{p+2}+2.5\frac{2}{p(p+2)}-5\frac{1}{p+2}e^{-p}-2.5\frac{2}{p(p+2)}e^{-p}$$

$$u_2(t)=\left\{5e^{-2t}+2.5(1-e^{-2t})\right\}\cdot 1(t)-\left\{5e^{-2(t-1)}+2.5(1-e^{-2(t-1)})\right\}\cdot 1(t-1)$$

$$u_2(t)=(2.5+2.5e^{-2t})\cdot 1(t)-(2.5+2.5e^{-2(t-1)})\cdot 1(t-1)\quad [V]$$



5.43.feladat: Feladat

$$\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}=10^6\,\text{rad/sec}$$

$$Q_L=\frac{R_{LP}}{\omega L}=\frac{1000}{3.14\cdot 10^6\cdot 10^{-6}}=\frac{1000}{\pi}$$

$$R_{LS}=\frac{R_{LP}}{Q_L^2}=\frac{1000}{10^6}\cdot\pi^2=\pi^2 m\Omega=9.8596\cdot 10^{-3}\Omega$$

$$Q_C=\frac{1}{\omega R_{CS}C}=10^4$$

$$R_{CS}=\frac{1}{\omega Q_C C}=\frac{1}{\pi\cdot 10^4}=3.185\cdot 10^{-5}\Omega$$

$$R_e=9.89 m\Omega$$

$$Q_e=\frac{1}{R_e}\sqrt{\frac{L}{C}}=101.11$$

$$\frac{\Delta\omega}{\omega}=\frac{1}{Q_e}=R_e=9.89\cdot 10^{-3}$$

5.44.feladat: Feladat

ha $u(t)=1(t)$

$u_C(0)=0V$

$u_C(\infty)=\frac{3}{8}V$

$T=CR_b=(300\times 500)\cdot 10^3\cdot 10^{-6}=187.5\cdot 10^{-3}\,\text{sec}$

$h(t)=\frac{3}{8}(1-e^{-\frac{t}{T}})\cdot 1(t)$

$k(t)=-\frac{3T}{8}e^{-\frac{t}{T}}\cdot 1(t)$

ha $u(t)=25\delta(t)$

$u_C(t)=25k(t)=50e^{-\frac{t}{T}}\cdot 1(t)\ \ [V]$

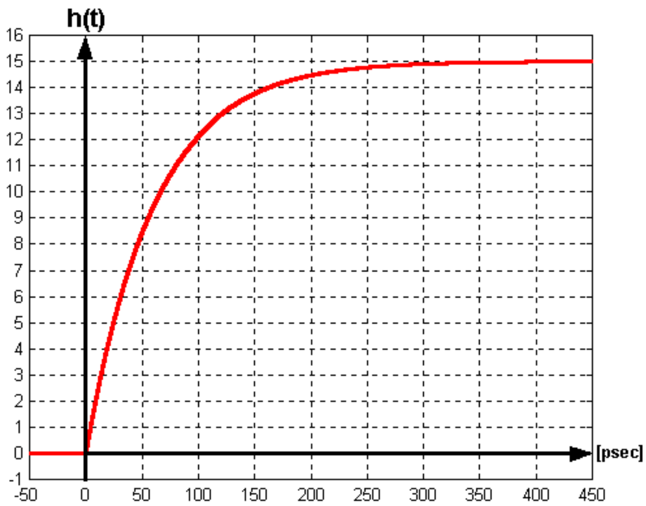
$i_C(t)=C\cdot \dot{u}_C(t)=50\cdot 10^{-6}\delta(t)-266.6\cdot 10^{-6}\cdot e^{-\frac{t}{T}}\cdot 1(t)\quad [A]$

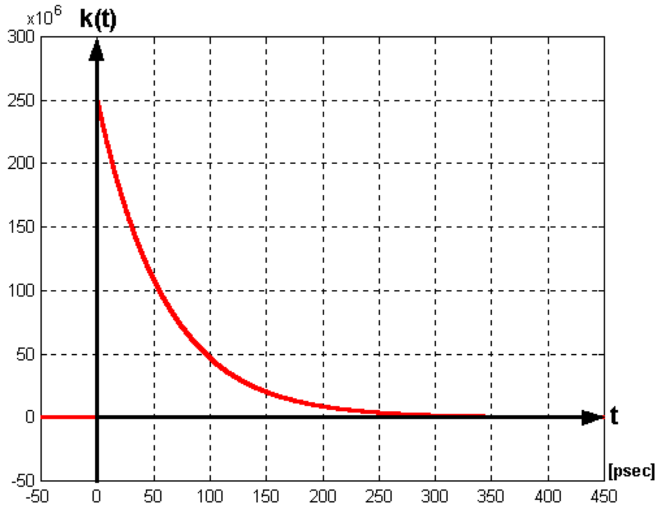
5.45.feladat: Feladat

$T=60\cdot 10^{-9}s$

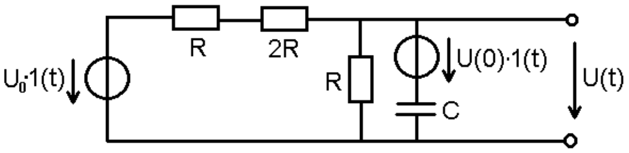
$h(t)=15\cdot(1-e^{-\frac{t}{T}})\cdot 1(t)$

$k(t)=h'(t)=\frac{15}{60\cdot 10^{-9}}e^{-\frac{t}{T}}\cdot 1(t)=250\cdot 10^{6}\cdot e^{-\frac{t}{T}}\cdot 1(t)$





5.46.feladat: Feladat



$$U(p)=\frac{U_0}{p}\cdot\frac{R\times\frac{1}{pC}}{3R+R\times\frac{1}{pC}}+\frac{U_0}{3p}\cdot\frac{R\times 3R}{R\times 3R+\frac{1}{pC}}=\frac{U_0}{p}\cdot\frac{1}{4+p3RC}+\frac{U_0}{3}\cdot\frac{1}{p+\frac{4}{3}\cdot\frac{1}{RC}}$$

$$U(p)=\frac{U_0}{3RC}\cdot\frac{1}{p(p+\alpha)}+\frac{U_0}{3}\cdot\frac{1}{p+\alpha}=\frac{U_0}{4}\cdot\frac{\alpha}{p(p+\alpha)}+\frac{U_0}{3}\cdot\frac{1}{p+\alpha}$$

$$\alpha=\frac{4}{3RC}=\frac{1}{3}\cdot 10^6$$

$$u(t)=\left\{3\cdot(1-e^{-\alpha t})+4e^{-\alpha t}\right\}\cdot 1(t)\quad [V]$$

5.47.feladat: Feladat

$$U(p)=\frac{U_0\beta}{2}\cdot\frac{p+2\alpha}{(p+\alpha)(p+\beta)^2}$$

$$\frac{p+2\alpha}{(p+\alpha)(p+\beta)^2}=\frac{A}{p+\alpha}+\frac{B}{p+\beta}+\frac{C}{(p+\beta)^2}$$

$$A=\frac{\alpha}{(\beta-\alpha)^2}$$

$$C=\frac{2\alpha-\beta}{\alpha-\beta}$$

$$Ap^2+Bp^2=0\quad\Rightarrow\quad B=-A=-\frac{\alpha}{(\beta-\alpha)^2}$$

$$U(p)=\frac{U_0\beta}{2}\left[\frac{\alpha}{(\beta-\alpha)^2}\cdot\frac{1}{p+\alpha}-\frac{\alpha}{(\beta-\alpha)^2}\cdot\frac{1}{p+\beta}+\frac{2\alpha-\beta}{\alpha-\beta}\cdot\frac{1}{(p+\beta)^2}\right]$$

$$u(t)=\frac{U_0\beta}{2}\left[\frac{\alpha}{(\beta-\alpha)^2}\cdot(e^{-\alpha t}-e^{-\beta t})+\frac{2\alpha-\beta}{\alpha-\beta}\cdot t\cdot e^{-\beta t}\right]\cdot 1(t)$$

5.48.feladat: Feladat

$R=100\Omega$

$C=50nF$

$$R+\frac{1}{pC}=\frac{2R(1+pRC)}{3pRC+1}$$

$$W(p)=\frac{U_1(p)}{U_2(p)}=\frac{\dfrac{2R(1+pRC)}{3pRC+1}}{3R+\dfrac{2R(1+pRC)}{3pRC+1}}\cdot\frac{R}{R+\dfrac{1}{pC}}=\frac{2R}{9pR^2C+3R+2R+pR^2C}\cdot\frac{pRC}{1}$$

$$W(p)=\frac{2pRC}{11pRC+5}=\frac{2}{11}\cdot\frac{p}{p+\dfrac{1}{11\cdot 10^{-6}}}$$

$$H(p)=\frac{1}{p}W(p)=\frac{2}{11}\cdot\frac{1}{p+\dfrac{1}{11\cdot 10^{-6}}}$$

$$T=11\cdot 10^{-6}$$

$$h(t)=\frac{2}{11}e^{-\frac{t}{T}}\cdot 1(t)$$

$$k(t)=\frac{2}{11}\delta(t)-\frac{2}{11}\cdot\frac{1}{11\cdot 10^{-6}}\cdot e^{-\frac{t}{T}}\cdot 1(t)$$

5.49.feladat: Feladat

$$W(p)=\frac{R_2+\dfrac{1}{pC}}{R_1+R_2+R_3+\dfrac{1}{pC}}=\frac{10^5+\dfrac{1}{p\cdot 10^{-5}}}{2\cdot 10^5+\dfrac{1}{p\cdot 10^{-5}}}=\frac{1}{2}\cdot\frac{p+1}{p+0.5}=\frac{1}{2}\left\{1+\frac{0.5}{p+0.5}\right\}$$

$$k(t)=\frac{1}{2}\delta(t)+\frac{1}{4}e^{-0.5t}\cdot 1(t)$$

$$H(p)=\frac{1}{p}W(p)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{p+0.5}+\frac{0.5}{p(p+0.5)}$$

$$h(t)=\frac{1}{2}e^{-0.5t}\cdot 1(t)+(1-e^{-0.5t})\cdot 1(t)=(1-0.5e^{-0.5t})\cdot 1(t)$$

$$U_1(p)=500\frac{1}{(p+5)^2}$$

$$U_2(p)=U_1(p)\cdot W(p)=250\frac{p+1}{(p+0.5)(p+5)^2}=\frac{A}{p+0.5}+\frac{B}{p+5}+\frac{C}{(p+5)^2}$$

$$\left.\begin{aligned} A+B&=0\\ 10A+5.5B+C&=1\\ -4.5B+C&=1\end{aligned}\right\}\Rightarrow \begin{aligned} A&=+0.025\\ B&=-0.025\\ C&=0.8875\end{aligned}$$

$$u_2(t)=\left\{6.25(e^{-0.5t}-e^{-5t})+221.875e^{-5t}\right\}\cdot 1(t)\quad [V]$$

5.50.feladat: Feladat

$$u(t)=20\cdot 1(t)+\frac{40}{10^{-3}}t\cdot 1(t)-40\cdot 1(t-10^{-3})-\frac{40}{10^{-3}}(t-10^{-3})\cdot 1(t-10^{-3})$$

$$U(p)=20\frac{1}{p}+40\frac{1}{10^{-3}p^2}-40\frac{1}{p}e^{-10^{-3}p}-40\frac{1}{10^{-3}p^2}e^{-10^{-3}p}$$

$$I(p)=\frac{U(p)}{Z(p)}\cdot\frac{pL}{R+pL}=U(p)\cdot\frac{1}{80+20\times 16\cdot 10^{-3}p}\cdot\frac{16\cdot 10^{-3}p}{20+16\cdot 10^{-3}p}$$

$$I(p)=U(p)\frac{16\cdot 10^{-3}p}{1600+1280\cdot 10^{-3}p+320\cdot 10^{-3}p}=\frac{U(p)}{100}\cdot\frac{p}{p+1000}$$

$$I(p)=\frac{1}{p}\cdot\frac{p}{p+1000}+0.4\frac{1000}{p(p+1000)}-0.4\frac{1}{p+1000}e^{-10^{-3}p}-0.4\frac{1000}{p(p+1000)}e^{-10^{-3}p}$$

$$i(t)=\left\{0.2e^{-1000t}+0.4(1-e^{-1000t})\right\}\cdot 1(t)-\left\{0.4e^{-1000(t-10^{-3})}+0.4(1-e^{-1000(t-10^{-3})})\right\}\cdot 1(t-10^{-3})\ [A]$$

5.51.feladat: Feladat

$$i(t)=\frac{I_0}{\tau}\cdot t\cdot 1(t)$$

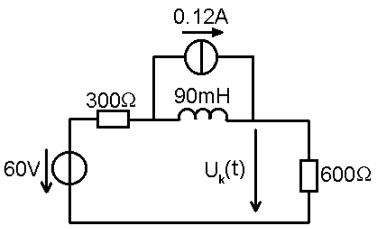
$$I(p)=\frac{I_0}{\tau}\cdot\frac{1}{p^2}$$

$$I_R(p)=2I(p)$$

$$U(p)=3R\cdot\frac{2I_0}{\tau}\cdot\frac{1}{p^2}+pL\cdot\frac{I_0}{\tau}\cdot\frac{1}{p^2}=\frac{6I_0}{\tau}\cdot\frac{1}{p^2}+\frac{I_0L}{\tau}\cdot\frac{1}{p^2}$$

$$u(t)=\frac{I_0}{\tau}(6Rt+L)\cdot 1(t)\quad [V]$$

5.52.feladat: Feladat



$$i(0)=0.12A$$

$$U_k(p)=60\frac{1}{p}\cdot\frac{600}{900+p\cdot 90\cdot 10^{-3}}+0.12\frac{1}{p}\cdot\frac{p\cdot 90\cdot 10^{-3}}{900+p\cdot 90\cdot 10^{-3}}\cdot 600$$

$$U_k(p) = 40\frac{10^4}{p(p+10^4)} + 72\frac{1}{p+10^4}$$

$$u_k(t) = 40(1-e^{-10^4 t})\cdot 1(t) + 72e^{-10^4 t}\cdot 1(t) \quad [V]$$

$$u_k(t) = (40 + 32e^{-10^4 t})\cdot 1(t) \quad [V]$$

5.53.feladat: Feladat

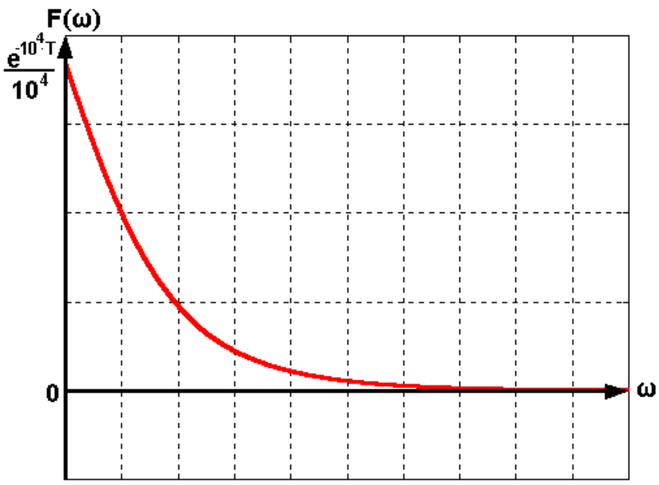
$$f(t) = e^{-10^4 t}1(t-T) = e^{-10^4 T}\cdot e^{-10^4 (t-T)}\cdot 1(t-T)$$

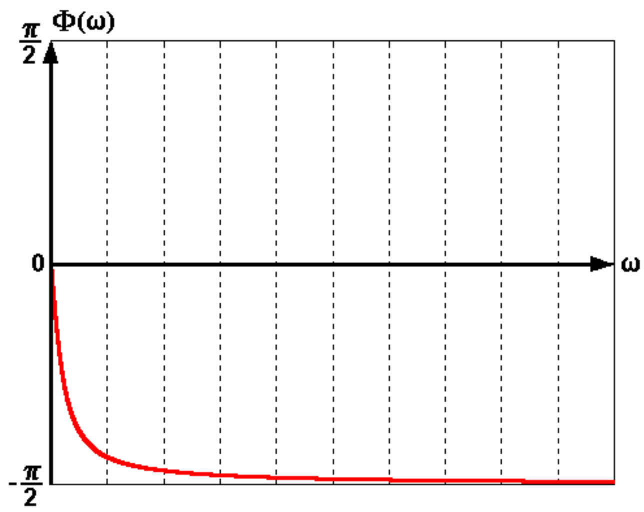
$$F(p) = e^{-10^4 T}\frac{1}{p+10^4}\cdot e^{-pT}$$

$$F(j\omega) = e^{-10^4 T}\frac{1}{j\omega+10^4}\cdot e^{-j\omega T} = e^{-10^4 T}\frac{1}{j\omega+10^4}\cdot\frac{\cos\omega T - j\sin\omega T}{j\omega+10^4}$$

$$F(\omega) = e^{-10^4 T}\frac{1}{\sqrt{\omega^2+10^8}}$$

$$\varphi(\omega) = \mathrm{arctg}\left(\frac{-\omega\cos\omega T - 10^4\sin\omega T}{10^4\cos\omega T - \omega\sin\omega T}\right)$$





5.54.feladat: Feladat

$$u(t)=U_0\cdot\left\{1(t)+\frac{t}{T}\cdot 1(t)-3\cdot 1(t-T)-2\frac{t-T}{T}\cdot 1(t-T)+2\cdot 1(t-2T)+\frac{t-2T}{T}(t-2T)\right\}$$

$$U(p)=U_0\cdot\left\{\frac{1}{p}+\frac{1}{p^2T}-\frac{3}{p}e^{-pT}-\frac{2}{p^2T}e^{-pT}+\frac{2}{p}e^{-2pT}+\frac{1}{p^2T}e^{-2pT}\right\}$$

$$U(p)=U_0\cdot\left\{\frac{1}{p}\cdot\left[1-3e^{-pT}+2e^{-2pT}\right]+\frac{1}{p^2T}\cdot\left[1-2e^{-pT}+e^{-2pT}\right]\right\}$$

5.55.feladat: Feladat

$$f(t)=U_0\left[\frac{t+T}{T}\cdot 1(t+T)-2\frac{t}{T}\cdot 1(t)+\frac{t-T}{T}\cdot 1(t-T)\right]$$

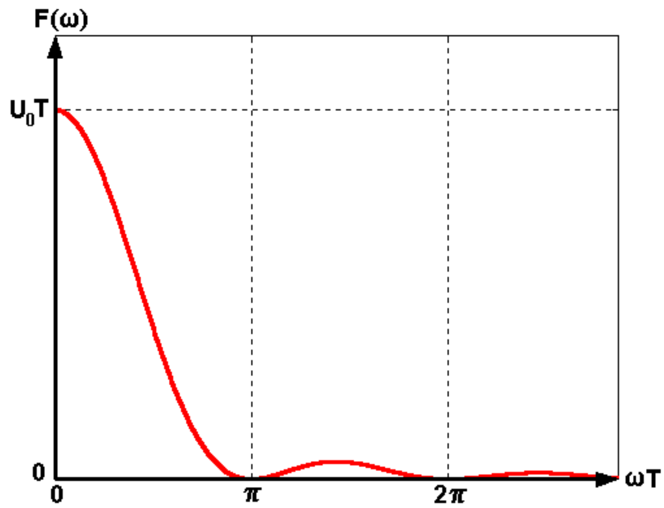
$$F(p)=U_0\left[\frac{1}{p^2T}e^{pT}-\frac{2}{p^2}+\frac{1}{p^2T}e^{-pT}\right]$$

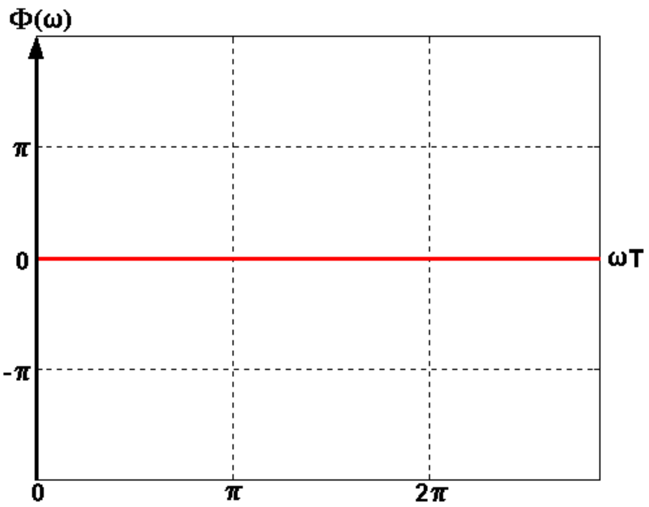
$$F(j\omega)=U_0\left[\frac{2}{\omega^2}-\frac{1}{\omega^2T}(e^{j\omega T}+e^{-j\omega T})\right]=U_0\left[\frac{2}{\omega^2}-\frac{2}{\omega^2T}\cos\omega T\right]$$

$$F(j\omega)=\frac{4U_0}{\omega}\cdot\frac{\sin^2\frac{\omega T}{2}}{\omega T}=\frac{2U_0}{\omega}\cdot\frac{\sin^2\frac{\omega T}{2}}{\frac{\omega T}{2}}=U_0T\cdot\left(\frac{\sin\frac{\omega T}{2}}{\frac{\omega T}{2}}\right)^2$$

$$|F(j\omega)|=\frac{4U_0}{\omega^2T}\sin^2\frac{\omega T}{2}$$

$$\varphi(\omega)=0$$





5.56.feladat: Feladat

$$\Delta\omega_{be}T = 2\pi$$

$$W(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

$$W(\omega_1 = 0)_{max} = 1$$

$$\frac{W_{max}}{\sqrt{2}} \Rightarrow \omega_2 RC = 1 \Rightarrow \omega_2 = \frac{1}{RC}$$

$$\Delta\omega_{be} < \Delta\omega$$

$$\frac{2\pi}{T} < \frac{1}{RC}$$

5.57.feladat: Feladat

$$f(t) = U_0 \frac{t}{T/4} \cdot 1(t) - 2U_0 \frac{t - T/4}{T/4} \cdot 1(t - T/4) + 2U_0 \frac{t - 3T/4}{T/4} 1(t - 3T/4) - U_0 \frac{t - T}{T/4} 1(t - T)$$

$$f(t) = U_0 \left\{ \frac{t}{T/4} 1(t) - 2\frac{t - T/4}{T/4} 1(t - T/4) + 2\frac{t - 3T/4}{T/4} 1(t - 3T/4) - \frac{t - T}{T/4} 1(t - T) \right\}$$

$$F(p) = \frac{U_0}{T/4} \left\{ \frac{1}{p^2} - 2\frac{1}{p^2} e^{-\frac{T}{4}p} + 2\frac{1}{p^2} e^{-\frac{3T}{4}p} - \frac{1}{p^2} e^{-Tp} \right\}$$

5.58.feladat: Feladat

$$f_T(t) = U_0 \cdot 1(t) + \frac{U_0}{T/4} \cdot 1(t) - \frac{2U_0}{T/4}(t - T/4) \cdot 1(t - T/4) - 2U_0 \cdot 1(t - T/2) +$$

$$+ \frac{2U_0}{T/4}(t - 3T/4) \cdot 1(t - 3T/4)$$

$$F_T(p) = \frac{U_0}{p} + \frac{U_0}{T/4} \cdot \frac{1}{p^2} - \frac{2U_0}{p} e^{-p\frac{T}{2}} + \frac{2U_0}{T/4} \cdot \frac{1}{p^2} \cdot e^{-p\frac{3T}{4}} + \frac{2U_0}{p} e^{-pT} - \frac{U_0}{T/4} \cdot \frac{1}{p^2} \cdot e^{-pT}$$

$$F(p) = \frac{F_T(p)}{1 - e^{-pT}}$$

5.59.feladat: Feladat

$$f(0)=\lim_{p\to\infty} p\cdot W(p)=2$$

$$f(+\infty)=\lim_{p\to 0} p\cdot W(p)=0$$

5.60.feladat: Feladat

$$Q=C\cdot U$$

$$C_1=1nF$$

$$C_2=2nF$$

$$U_1(0)\cdot C_1=U_2(0)\cdot C_2$$

$$U_1(0)=2\cdot\frac{5}{3}V$$

$$U_2(0)=\frac{5}{3}V$$

$$I(p)=\frac{5}{3}\left[\frac{1}{p}\cdot\frac{1}{5\cdot 10^3+\frac{1}{p\cdot 10^{-9}}}+\frac{1}{p}\cdot\frac{1}{5\cdot 10^3+\frac{1}{p\cdot 2\cdot 10^{-9}}}\right]$$

$$I(p)=\frac{5}{3}\left[\frac{\frac{1}{5}\cdot 10^{-3}}{p+\frac{1}{5\cdot 10^{-6}}}+\frac{\frac{1}{5}\cdot 10^{-3}}{p+\frac{1}{10\cdot 10^{-6}}}\right]$$

$$i(t)=\frac{1}{3}\cdot 10^{-3}\cdot\left[e^{-\frac{t}{5\cdot 10^{-6}}}+e^{-\frac{t}{10\cdot 10^{-6}}}\right]\cdot 1(t)\quad [A]$$

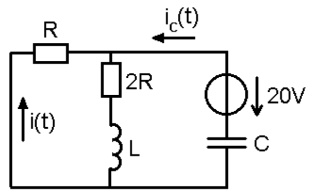
5.61.feladat: Feladat

$$f_T(t)=-2\cdot 1(t)+\frac{2}{T/2}t\cdot 1(t)-\frac{2}{T/2}(t-T/2)\cdot 1(t-T/2)$$

$$F_T(p)=-\frac{2}{p}+\frac{4}{Tp^2}-\frac{4}{Tp^2}e^{-\frac{T}{2}p}$$

$$F(p)=\frac{-\frac{2}{p}+\frac{4}{Tp^2}\left(1-e^{-\frac{T}{2}p}\right)}{1-e^{-Tp}}$$

5.62.feladat: Feladat



$$Z(p)=\frac{1}{pC}+R\times(2R+pL)=\frac{3R+pL+pCR(2R+pL)}{pC(3R+pL)}$$

$$I_C(p)=\frac{U(p)}{Z(p)}$$

$$I(p)=-\frac{20}{p}\cdot\frac{pC(3R+pL)}{3R+pL+pCR(2R+pL)}\cdot\frac{2R+pL}{3R+pL}=-20\frac{2\cdot10^{-2}+5\cdot10^{-6}p}{1200+8.2p+2\cdot10^{-3}p}$$

$$I(p)=-\frac{0.05p+200}{p^2+4100p+0.6\cdot10^6}$$

$$p_{1,2}=-2050\pm\sqrt{2050^2-0.6\cdot10^6}=\begin{cases}-3948\\-152\end{cases}$$

$$I(p)=-\left\{\frac{A}{p+3948}+\frac{B}{p+152}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned}A+B&=0.05\\152A+3948B&=200\end{aligned}\right\}\Rightarrow\begin{aligned}A&=-684.93\cdot10^{-6}\\B&=0.0507\end{aligned}$$

$$i(t)=\left\{6.85\cdot10^{-4}\cdot e^{-3948t}-5.07\cdot10^{-2}e^{-152t}\right\}\cdot1(t)\ \ [A]$$

5.63.feladat: Feladat

$$i_L(0)=1.5A$$

$$U(p)=\frac{3}{p}\cdot\frac{1\times(5+5\times pL)}{2+1\times(5+5\times pL)}\cdot\frac{5}{5+5\times pL}+\frac{1.5}{p}\cdot5\cdot\frac{5\times pL}{5\times pL+2\times1+5}$$

$$U(p)=\frac{15}{p}\cdot\frac{\dfrac{1}{1+(5+5\times pL)}}{2+\dfrac{(5+5\times pL)}{1+(5+5\times pL)}}+\frac{7.5}{p}\cdot\frac{\dfrac{5pL}{5+pL}}{\dfrac{5pL}{5+pL}+2\times1+5}$$

$$U(p)=\frac{15}{p}\cdot\frac{6+\dfrac{5pL}{5+pL}}{17+\dfrac{15pL}{5+pL}}+\frac{7.5}{p}\cdot\frac{5pL}{5pL+28.\dot{3}+5.\dot{6}pL}=\frac{15}{p}\cdot\frac{30+11pL}{85+32pL}+\frac{37.5L}{10.\dot{6}pL+28.\dot{3}}$$

$$U(p)=15\cdot30\cdot\frac{1}{85}\frac{\dfrac{85}{32L}}{p\left(p+\dfrac{85}{32L}\right)}+\frac{15\cdot11}{32}\cdot\frac{1}{\left(p+\dfrac{85}{32L}\right)}+\frac{\dfrac{37.5}{10.\dot{6}}}{p+\dfrac{28.\dot{3}}{10.\dot{6}L}}$$

$$\alpha=\frac{85}{32L}=265.625\sec$$

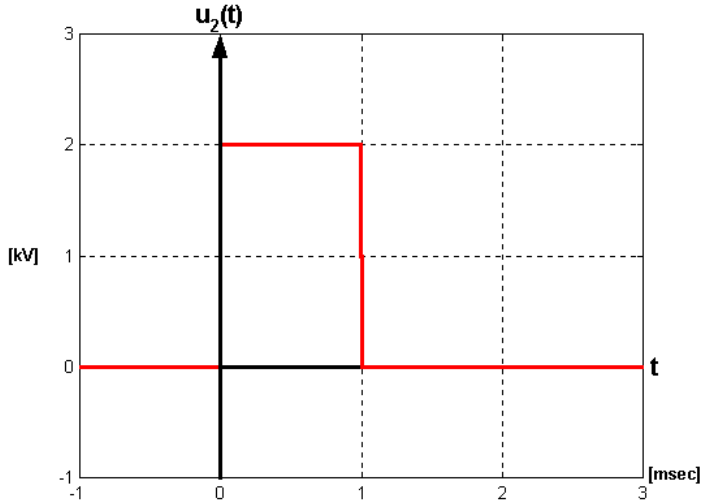
$$U(p)=5.294\cdot\frac{\alpha}{p(p+\alpha)}+8.672\frac{1}{p+\alpha}$$

$$u(t)=(5.294+3.378e^{-\alpha t})\cdot1(t)\ \ [V]$$

5.64.feladat: Feladat

$$u_2(t) = T \cdot u'_1(t)$$

$$u_2(t) = 2 \cdot 10^3 \cdot (1(t) - 1(t - 1ms))$$



6. Négypólusok

6.1.feladat: Feladat

Alap egyenleteink:

$U_1=3/2\cdot I_1+1/2U_2$ $\quad U_1=U_v-Z_b\cdot I_1$ $\quad U_v=10\cdot e^{-j30^\circ}$ V

$I_2=-1/2\cdot I_1+2/3U_2$ $\quad U_2=-Z\cdot I_2$ $\quad Z=(1+j)\ \Omega$

$I_2=-1/2\cdot I_1+-2/3\cdot Z\cdot I_2$ $\quad I_2=-3/2\cdot I_1/(3+2\cdot Z)$

$U_1=3/2\cdot I_1-1/2\cdot Z\cdot I_2=3/2\cdot I_1+3/4\cdot Z/(3+2\cdot Z)\cdot I_1$

$Z_{1be}=U_1/I_1=3/2+3/4\cdot Z/(3+2\cdot Z)$

a,

$Z_b=Z^*_{1be}$

$Z_{1be}=3/2+3/4\cdot(1+j)/(5+2j)=3/2+3/4(1+j)\cdot(5-2j)/29=3/2+3/4\cdot(7+3j)/29=$ $\underline{(1.68+j\cdot 0.078)\ \Omega}$

$Z_b=(1.68-j\cdot 0.078)\ \Omega = 1.68\cdot e^{-j2.66^\circ}\ \Omega$

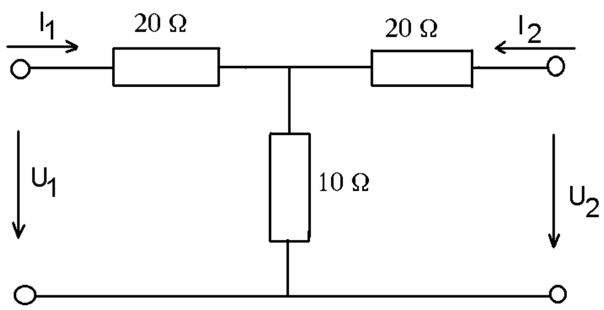
b,

$Z_b=Z_{1be}$

$Z_b=(1.68+j\cdot 0.078)\ \Omega = 1.68e^{j266^\circ}\ \Omega$

6.2.feledat: Feladat

Bontsuk két részre a feladatot



Erre a részre határozzuk meg a lánc mátrixot: **A'** –t.

$U_1=A_{11}U_2+A_{12}I_2$

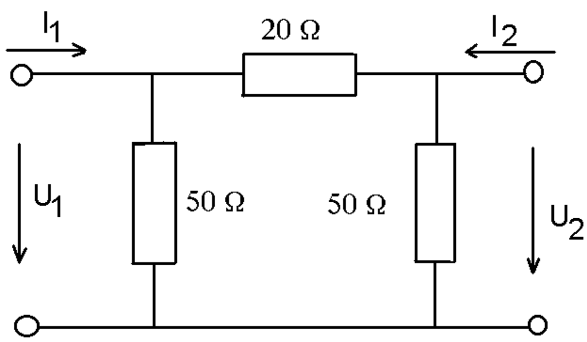
$I_2=A_{21}U_2+A_{22}I_2$

$A_{11}=U_1/U_2|_{I2=0}=U_1/(1/3\cdot U_1)=\underline{3}$ $\quad A_{12}=U_1/I_2|_{U2=0}=-U_1/(U_1/(20+20\times 10)\cdot 1/3)=\underline{-80\ \Omega}$

$A_{21}=I_1/U_2|_{I2=0}=I_1/10\cdot I_1=\underline{0.1\ S}$ $\quad A_{22}=I_1/I_2|_{U2=0}=-I_1/(1/3\cdot I_2)=\underline{-3}$

$$A'=\begin{bmatrix} 3 & -80\Omega \\ 0.1S & -3 \end{bmatrix}$$

A másik részre meghatározhatjuk **A''** –t



$A_{11}=U_1/(5/7\cdot U_1)=\underline{7/5}$ $A_{12}=\underline{-20\ \Omega}$

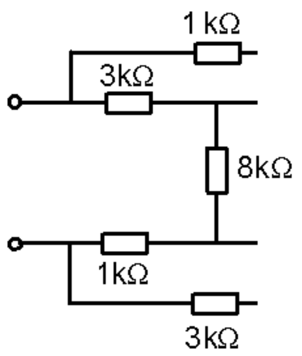
$A_{21}=I_1/(I_1\cdot 50/120\cdot 50)=\underline{12/250\ S}$ $A_{22}=-I_1/(I_1\cdot 50/70)=\underline{-7/5}$

$$A''=\begin{bmatrix} \frac{7}{5} & -20\Omega \\ \frac{12}{250}S & -\frac{7}{5} \end{bmatrix}$$

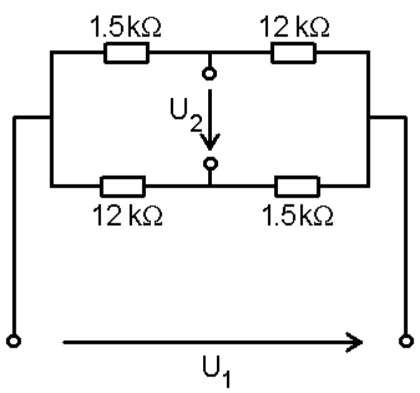
Ebből a láncszabály szerint:

$$A=\begin{bmatrix} 3 & -80\Omega \\ 0.1S & -3 \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} \frac{7}{5} & -20\Omega \\ \frac{12}{250}S & -\frac{7}{5} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 8.04 & -172\Omega \\ 0.284S & -6.2 \end{bmatrix}$$

6.3.feladat: Feladat



$$R_I=1\times 3+1\times 3k\Omega=1.5k\Omega$$
$$R_{II}=3k\Omega+8k\Omega+1k\Omega=12k\Omega$$



$$U_2=\left(\frac{12}{13.5}-\frac{1.5}{13.5}\right)=77.7V$$

6.4.feladat: Feladat

$10i_1+r\cdot i_1=0$

$i_1=0$

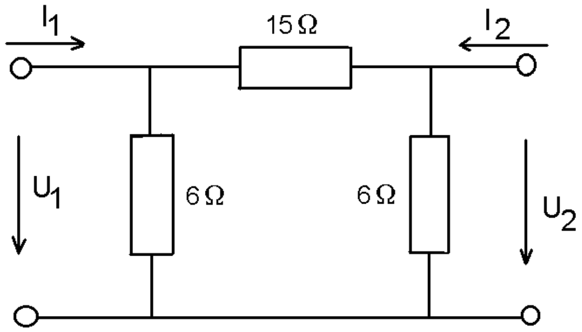
$i_2=2A$

$\alpha i_2=40A$

$U_R=0V$

6.5.feladat: Feladat

A középső T tagot átszámolva ∏ tagba, ész összevonva a párhuzamos ellenállásokat kapjuk, hogy:



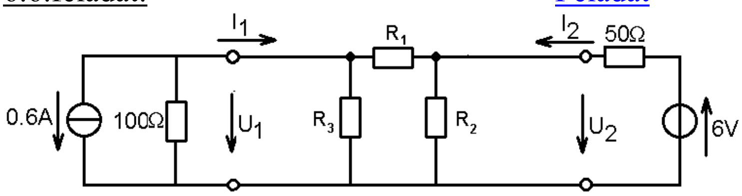
$$D_{11} = \left.\frac{I_1}{U_1}\right|_{I_2=0} = \frac{1}{6\times 21} = 0.214\text{S}$$

$$D_{12} = \left.\frac{I_1}{I_2}\right|_{U_2=0} = -\frac{6}{21} = -0.2857$$

$$D_{21} = \left.\frac{U_2}{U_1}\right|_{I_2=0} = \frac{6}{21} = 0.2857$$

$$D_{22} = \left.\frac{U_2}{I_2}\right|_{U_2=0} = \frac{15\cdot 6}{21} = 4.2857\Omega$$

6.6.feladat: Feladat



$$200\Omega = 5\text{mS} \qquad 100\Omega = 10\text{mS}$$

$$50\Omega = 20\text{mS} \qquad 80\Omega = 12.5\text{mS}$$

$$60\Omega = 16.6\text{mS} \qquad 40\Omega = 25\text{mS}$$

$$G'_1 = \frac{100}{41.6} = 2.4\text{mS} \qquad G''_1 = \frac{125}{47.5} = 2.63\text{mS}$$

$$G'_2 = \frac{33.2}{41.6} = 7.93\text{mS} \qquad G''_2 = \frac{312.5}{47.5} = 6.579\text{mS}$$

$$G'_3 = \frac{83}{41.6} = 1.995\text{mS} \qquad G''_3 = \frac{250}{47.5} = 5.26\text{mS}$$

$$G_1 = G'_1 + G''_1 = 5.03\text{mS} \qquad R_1 = 198.8\Omega$$

$$G_2 = G'_2 + G''_2 = 14.56\text{mS} \qquad R_2 = 68.8\Omega$$

$$G_3 = G'_3 + G''_3 = 7.258\text{mS} \qquad R_1 = 137.77\Omega$$

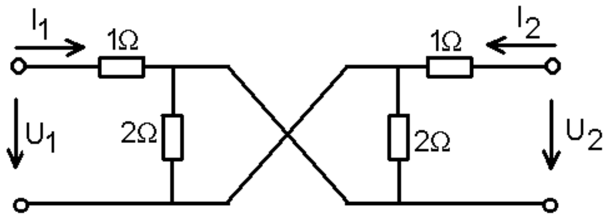
$$I_1 = -0.6 \cdot \frac{100}{100 + R_3 \times (R_1 + R_2 \times 50)} + \frac{6}{100} \cdot \frac{R_2 \times (R_1 + R_3 \times 100)}{R_2 \times (R_1 + R_3 \times 100) + 50} \cdot \frac{R_3 \times 100}{R_3 \times 100 + R_1} = -0.31582A$$

$$U_1 = I_1 \cdot (R_3 \times (R_1 + R_2 \times 50)) = -27.107V$$

$$U_2 = U_1 \cdot \left(\frac{R_2}{R_2 + R_1} \right) = -6.96V$$

$$I_2 = -\frac{U_2 + 6V}{50\Omega} = 19.2mA$$

6.7.feladat: Feladat



$$R_{11} = 2\Omega$$
$$R_{12} = -1\Omega$$
$$R_{21} = -1\Omega$$
$$R_{22} = 2\Omega$$
$$\Delta R = 4 - 1 = 3\Omega$$

$$Y_{11} = \frac{R_{22}}{3} = \frac{2}{3}S \qquad Y_{21} = \frac{1}{3}S$$

$$Y_{12} = \frac{1}{3}S \qquad Y_{22} = \frac{2}{3}S$$

6.8.feladat: Feladat

$$3U_1 + 10 - U_1 + 2 = 0$$
$$U_1 = -6V$$
$$5k\Omega \cdot I_1 = +6V$$
$$I_1 = 1.2mA$$
$$I_{3k\Omega} = 2.4mA + 5mA = 7.4mA$$
$$U_A = 3k\Omega \cdot 7.4mA = 22.2V$$

6.9. feladat: Feladat

$$R_{11} = \left.\frac{U_1}{I_1}\right|_{I_2=0} = 5\Omega$$

$$R_{12} = \left.\frac{U_1}{I_2}\right|_{I_1=0} = -30\Omega$$

$$R_{21} = \left.\frac{U_2}{I_1}\right|_{I_2=0} = \frac{20U_1}{0.2U_1} = 100\Omega$$

$$R_{22} = \left.\frac{U_2}{I_2}\right|_{I_1=0} = \frac{[10 + 20 \cdot (-6 \cdot 5)] \cdot I_2}{I_2} = -590\Omega$$

6.10.feladat: Feladat

$$R_{11}=\left.\frac{U_1}{I_1}\right|_{I_2=0}=\frac{100I_1+0.1\cdot(-10\cdot 50I_1)}{I_1}=50\Omega$$

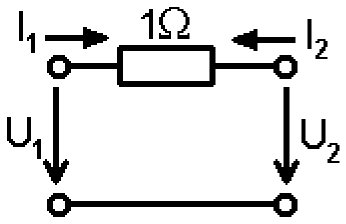
$$R_{12}=\left.\frac{U_1}{I_2}\right|_{I_1=0}=\frac{0.1\cdot 10\cdot I_2}{I_2}=1\Omega$$

$$R_{21}=\left.\frac{U_2}{I_1}\right|_{I_2=0}=\frac{-50I_1\cdot 10}{I_1}=500\Omega$$

$$R_{22}=\left.\frac{U_2}{I_2}\right|_{I_1=0}=10\Omega$$

6.11.feladat: Feladat

A hibrid karakterisztika egy átmenő ellenállásból álló négypólust definiál:



Két ilyen lánc kapcsolásának hibrid paraméterei:

$H_{11}=2\Omega$

$H_{12}=1$

$H_{21}=-1$

$H_{22}=0S$

6.12.feladat: Feladat

$$R_{11}=\left.\frac{U_1}{I_1}\right|_{I_2=0}=1.5R$$

$$R_{12}=\left.\frac{U_1}{I_2}\right|_{I_1=0}=0.5R$$

$$R_{21}=\left.\frac{U_2}{I_1}\right|_{I_2=0}=0.5R$$

$$R_{22}=\left.\frac{U_2}{I_2}\right|_{I_1=0}=1.5R$$

6.13.feladat: Feladat

$U_1=R_{11}I_1+R_{12}I_2$

$U_2=R_{21}I_1+R_{22}I_2$

$U_1=1-1\cdot I_1$

$U_2=-I_2$

$$U_1 = \frac{2}{3}\text{V} \qquad I_1 = \frac{1}{3}\text{A}$$

$$U_2 = \frac{1}{3}\text{V} \qquad I_2 = -\frac{1}{3}\text{A}$$

6.14.feladat: Feladat

$$H_{11} = \left.\frac{U_1}{I_1}\right|_{U_2=0} = \frac{(10+2)\cdot I_1}{I_1} = 12\Omega$$

$$H_{12} = \left.\frac{U_1}{U_2}\right|_{I_1=0} = \frac{2\cdot U_2}{U_2} = 2$$

$$H_{21} = \left.\frac{I_2}{I_1}\right|_{U_2=0} = -1$$

$$H_{22} = \left.\frac{I_2}{U_2}\right|_{I_1=0} = \frac{1}{20\times 20\times 40} = 0.125\text{S}$$

6.15.feladat: Feladat

$$U_1 = I_1 + I_1^2$$

$$4 - 2I_1 = I_1 + I_1^2$$

$$I_{1_{(1,2)}} = -1.5 \pm \sqrt{2.25+4} = \begin{cases} +1\text{A} \\ -4\text{A} \end{cases}$$

A „-4 A” nem megfelelő megoldás mivel ellentétes a referencia iránnyal és így a fesz generátor fogyasztana ekkor viszont aktívnak kell lennie a kétkapunak.

$$I_1 = 1\text{A}$$

$$U_1 = 2\text{V}$$

$$I_2 = 1\text{A}$$

$$U_2 = 2\text{V} + 0.5\text{V} = 2.5\text{V}$$

$$U_1 = I_1 + I_1^2 + 0\cdot I_2$$

$$U_2 = I_1 + I_1^2 + 0.5\cdot I_2$$

$$r_{11} = \left.\frac{dU_1}{dI_1}\right|_M = 3\Omega \qquad r_{21} = \left.\frac{dU_2}{dI_1}\right|_M = 3\Omega$$

$$r_{12} = \left.\frac{dU_1}{dI_2}\right|_M = 0\Omega \qquad r_{11} = \left.\frac{dU_2}{dI_2}\right|_M = 0.5\Omega$$

6.16.feladat: Feladat

$$U_2 = 8I_0$$

$$I_1 = I_0 + 0.5\cdot 8I_0 = 5I_0$$

$$U_1 = 2I_0 + U_2 = 10I_0$$

$$R_{be} = \frac{U_1}{I_1} = \frac{10I_0}{5I_0} = 2\Omega$$

6.17.feladat: Feladat

$$I_1 + I_1^2 = 4 - 2I_2$$

$$I_1^2 - 3I_1 - 4 = 0$$

$$I_{1_{1,2}} = \frac{-3 \pm \sqrt{9+16}}{2} = \begin{cases} 1A \\ -4A \end{cases}$$

$$I_{1M} = 1A$$

$$U_{1M} = 4V - 2\Omega \cdot 1A = 2V$$

$$I_{2M} = 1A$$

$$U_{2M} = U_{1M} + \frac{1}{2} I_{2M} = 2V + \frac{1}{2}\Omega \cdot 1A$$

$$U_{2M} = 2.5V$$

$$R_{d1} = \left.\frac{du_1}{di_1}\right|_M = 1\Omega + 2 \cdot 1\Omega = 3\Omega$$

$$\Delta i_1 = \frac{10^{-2}}{5}\sin(10^3 t - 40°) = 2 \cdot 10^{-3} \cdot \sin(10^3 t - 40°) \;\; A$$

$$\Delta u_1 = 3\Omega \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot \sin(10^3 t - 40°)A = 6 \cdot 10^{-3} \cdot \sin(10^3 t - 40°) \;\; V$$

$$\Delta i_2 = 0A$$

$$\Delta u_2 = \Delta u_1 = 6 \cdot 10^{-3} \cdot \sin(10^3 t - 40°) \;\; V$$

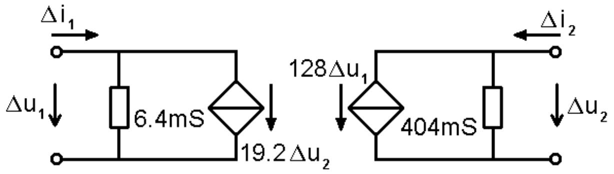
6.18.feladat: Feladat

$$y_{11} = \left.\frac{di_1}{du_1}\right|_{\substack{M \\ u_2 = \text{állandó}}} = 0.4(u_1 + 3u_2) = 6.4mS$$

$$y_{12} = \left.\frac{di_1}{du_2}\right|_{\substack{M \\ u_1 = \text{állandó}}} = 0.4(u_1 + 3u_2) \cdot 3 = 19.2mS$$

$$y_{21} = \left.\frac{di_2}{du_1}\right|_{\substack{M \\ u_2 = \text{állandó}}} = 20 \cdot 0.4 \cdot (u_1 + 3u_2) = 128mS$$

$$y_{22} = \left.\frac{di_2}{du_2}\right|_{\substack{M \\ u_1 = \text{állandó}}} = \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot \frac{1}{\sqrt{25}} \cdot 5 + 20 \cdot 0.4 \cdot (u_1 + 3u_2) \cdot 3 = 404mS$$



$$\Delta u_1 = (\Delta i_1 - 19.2mS \cdot \Delta u_2) \cdot \frac{1}{6.4 \cdot 10^{-3}} = 16.25mV$$

$$\Delta i_1 = 128mS \cdot \Delta u_1 + \Delta u_2 \cdot 404mS = 4.1mA$$

6.19.feladat: Feladat

$$R_1 = \begin{bmatrix} 5\Omega & 4\Omega \\ 3\Omega & 2\Omega \end{bmatrix} \Rightarrow A_1 = \begin{bmatrix} 5/3 & 2/3\Omega \\ 1/3S & -2/3 \end{bmatrix}$$

$$A_X = \begin{bmatrix} -1 & 0\Omega \\ 0S & +1 \end{bmatrix}$$

$$R_2 = \begin{bmatrix} 4\Omega & 3\Omega \\ 2\Omega & 1\Omega \end{bmatrix} \Rightarrow A_2 = \begin{bmatrix} 2 & 1\Omega \\ 0.5S & -0.5 \end{bmatrix}$$

$$A_e = \begin{bmatrix} 5/3 & -2/3\Omega \\ 1/3S & +2/3 \end{bmatrix} \cdot \left\{ \begin{bmatrix} -1 & 0\Omega \\ 0\Omega & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 1\Omega \\ 0.5S & -0.5 \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R_{10} = \sqrt{\frac{A_{11}A_{12}}{A_{21}A_{22}}} = \infty$$

$$R_{20} = \sqrt{\frac{A_{22}A_{12}}{A_{21}A_{11}}} = 0$$

6.20.feladat: Feladat

$$R_1 = \begin{bmatrix} 20\Omega & 6\Omega \\ 10\Omega & 2\Omega \end{bmatrix} \Rightarrow A_1 = \begin{bmatrix} 2 & 2\Omega \\ 0.1S & -0.2 \end{bmatrix}$$

$$A_T = \begin{bmatrix} -1/3 & 0\Omega \\ 0S & 3 \end{bmatrix}$$

$$R_2 = \begin{bmatrix} 8\Omega & 3\Omega \\ 2\Omega & 5\Omega \end{bmatrix} \Rightarrow A_2 = \begin{bmatrix} 4 & -17\Omega \\ 0.5S & -2.5 \end{bmatrix}$$

$$A_e = \begin{bmatrix} 2 & -2\Omega \\ 0.1S & +0.2 \end{bmatrix} \cdot \left\{ \begin{bmatrix} -1/3 & 0\Omega \\ 0S & -3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & -17\Omega \\ 0.5S & -2.5 \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} 1/3 & -11/3\Omega \\ -4.33S & 2.066 \end{bmatrix}$$

$$R_{10} = \sqrt{\frac{A_{11}A_{12}}{A_{21}A_{22}}} = 0.37\Omega$$

$$R_{20} = \sqrt{\frac{A_{22}A_{12}}{A_{21}A_{11}}} = 2.3\Omega$$

6.21.feladat: Feladat

$$I_1 = 2A$$

$$U_1 > 0$$

$$I_1 = 1U_1 + U_1^2$$

$$I_2 = -4U_1 + \frac{1}{2}(U_2 - 1) + \frac{1}{2}|U_2 - 1|$$

$$U_1^2 + U_1 - 2 = 0$$

$$U_{1_{1,2}} = -0.5 \pm \sqrt{0.25 + 2} = \begin{cases} 1 \\ -2 \end{cases}$$

$$U_1 = 1V > 0$$

$$q_{11} = \left.\frac{di_1}{du_1}\right|_M = 1 + 2U_{1M} = 3\frac{A}{V} = 3S$$

$$q_{12} = 0S$$

a, ha $U_2 \geq 1$

$$I_2 = -4U_1 + \frac{1}{2}U_2 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2}U_2 - \frac{1}{2} = -4U_1 + U_2 - 1$$

$$I_2 = -5 + U_2$$

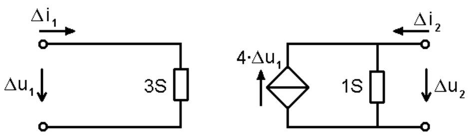
$$U_2 = 10 - I_2$$

$$I_2 = -5 + 10 - I_2 = 2.5A$$

$$U_2 = 7.5V$$

$$q_{21} = \left.\frac{di_2}{du_1}\right|_M = -4\frac{A}{V} = 4S$$

$$q_{22} = \left.\frac{di_2}{du_2}\right|_M = 1\frac{A}{V} = 1S$$



b, ha $U_2 < 1$

$$I_2 = -4U_1 + \frac{1}{2}U_2 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2}U_2 + \frac{1}{2} = -4U_1$$

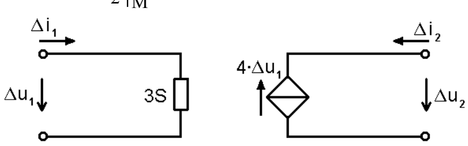
$$I_2 = -4A$$

$$U_2 = 10 - I_2$$

$$U_2 = 14V$$

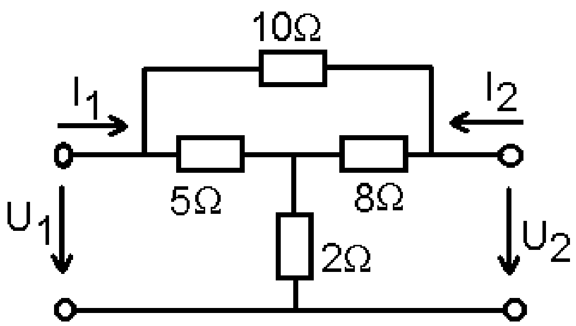
$$q_{21} = \left.\frac{di_2}{du_1}\right|_M = -4\frac{A}{V} = 4S$$

$$q_{22} = \left.\frac{di_2}{du_2}\right|_M = 1\frac{A}{V} = 0S$$



6.22.feladat: Feladat

Határozza meg az ábra szerinti áthidalt T-tag konduktancia-mátrixát !



$$R_{11} = \left.\frac{U_1}{I_1}\right|_{I_2=0} = 18 \times 5 + 2 = 5.913\Omega$$

$$R_{12} = \left.\frac{U_1}{I_2}\right|_{I_1=0} = \frac{I_2 \cdot 2 + \frac{8}{8+15} \cdot I_2 \cdot 5}{I_2} = 3.739\Omega$$

$$R_{21} = \left.\frac{U_2}{I_1}\right|_{I_2=0} = \frac{I_1 \cdot 2 + \frac{5}{5+18} \cdot I_1 \cdot 8}{I_1} = 3.739\Omega$$

$$R_{22} = \left.\frac{U_2}{I_2}\right|_{I_1=0} = 15 \times 8 + 2 = 7.2174\Omega$$

$$Y = \begin{bmatrix} 0.2515\mathrm{S} & -0.13\mathrm{S} \\ -0.13\mathrm{S} & 0.206\mathrm{S} \end{bmatrix}$$

6.23.feladat: Feladat

Az első szűrőre meghatározva:

$$\overline{A}_{11} = \left.\frac{\overline{U}_1}{\overline{U}_2}\right|_{\overline{I}_2=0} = \frac{\overline{U}_1}{\overline{U}_1 \frac{1/j\omega C}{R + 1/j\omega C}} = 1 + j\omega RC$$

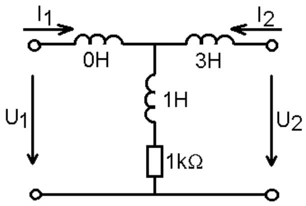
$$\overline{A}_{12} = \left.\frac{\overline{U}_1}{\overline{I}_2}\right|_{\overline{U}_2=0} = \frac{\overline{U}_1}{-\overline{U}_1 \frac{1}{R}} = -R$$

$$\overline{A}_{11} = \left.\frac{\overline{I}_1}{\overline{U}_2}\right|_{\overline{I}_2=0} = \frac{\overline{I}_1}{\overline{I}_1 \frac{1}{j\omega C}} = j\omega C$$

$$\overline{A}_{11} = \left.\frac{\overline{I}_1}{\overline{I}_2}\right|_{\overline{U}_2=0} = -1$$

$$\overline{A}_e = \begin{bmatrix} 1 + j\omega RC & +R \\ j\omega C & +1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 + j\omega RC & -R \\ j\omega C & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1 + j\omega RC)^2 + j\omega RC & -R(1 + j\omega RC) - R \\ (1 + j\omega RC) j\omega C + j\omega C & -j\omega C - 1 \end{bmatrix}$$

6.24.feladat: Feladat



$$\overline{H}_{11} = \left.\frac{\overline{U}_1}{\overline{I}_1}\right|_{\overline{U}_2=0} = 10^3[(1+j)\times 3j] = \frac{-3+3j}{1+4j}k\Omega$$

$$\overline{H}_{12} = \left.\frac{\overline{U}_1}{\overline{U}_2}\right|_{\overline{I}_1=0} = \frac{1+j}{1+4j}$$

$$\overline{H}_{21} = \left.\frac{\overline{I}_2}{\overline{I}_1}\right|_{\overline{U}_2=0} = -\frac{1+j}{1+4j}$$

$$\overline{H}_{22} = \left.\frac{\overline{I}_2}{\overline{U}_2}\right|_{\overline{I}_1=0} = \frac{1}{10^3+4j\cdot 10^3} = \frac{1}{1+4j}mS$$

6.25.feladat: Feladat

$$U'_1 = U_1'\cdot\frac{10}{11} + 100U'_1\cdot\frac{1}{11}$$

$$11U'_1 = 10U_1 + 100U'_1$$

$$89U'_1 = -10U_1$$

$$U'_1 = -0.1124V$$

$$U_2 = 100U'_1 = -11.24V$$

6.26.feladat: Feladat

$$R_{11} = \left.\frac{U_1}{I_1}\right|_{I_2=0} = R_1\times(R_2+R_3)$$

$$R_{12} = \left.\frac{U_1}{I_2}\right|_{I_1=0} = \frac{R_3\cdot R_1}{R_1+R_2+R_3}$$

$$R_{21} = \left.\frac{U_2}{I_1}\right|_{I_2=0} = \frac{R_3\cdot R_1}{R_1+R_2+R_3}$$

$$R_{22} = \left.\frac{U_2}{I_2}\right|_{I_1=0} = R_4 + R_1\times(R_1+R_2)$$

$$R_{12} = R_{21}$$

$$\frac{R_1R_2+R_1R_3}{R_1+R_2+R_3} = R_4 + \frac{R_1R_3+R_2R_3}{R_1+R_2+R_3}$$

$$R_4 = \frac{R_2(R_1-R_3)}{R_1+R_2+R_3}$$

ha $R_1 = R_3 \Rightarrow R_4 = 0$

megvalósítható ha $R_1 > R_3$