



Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Elektronikus Eszközök Tanszéke

MIKROELEKTRONIKA BMEVIEEAB01

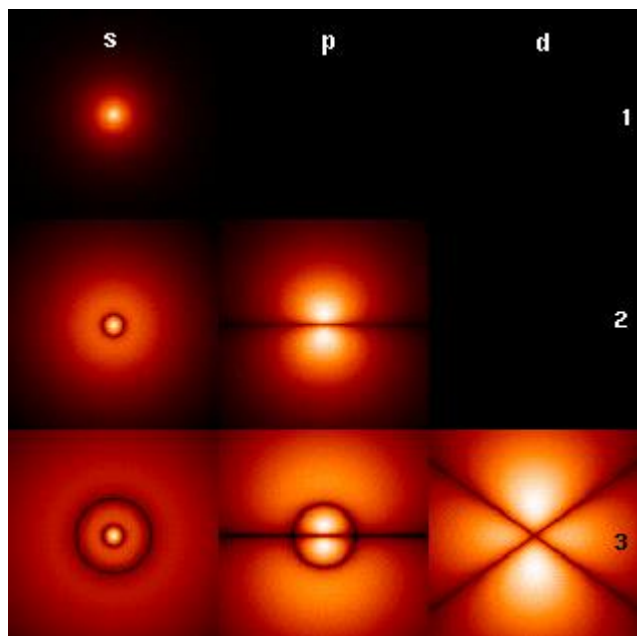
Félvezetők fizikai alapok

A szükséges fizikai ismeretek áttekintése

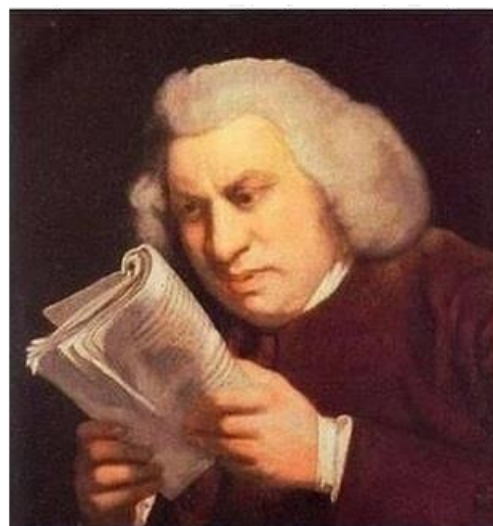
- Töltéshordozók a félvezetőben
- Áramok a félvezetőben
- Generáció, rekombináció, folytonossági egyenletek

Ismerkedés a kvantummechanikával...

- Nem egyszeri alkalom... ☺
- Folyamatos tanulmányozást és tanulást igényel...
- *Life Long Learning*



The first time you read about quantum mechanics:



The 1000th time you read about quantum mechanics:

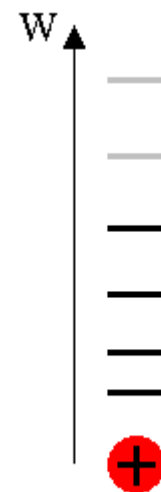
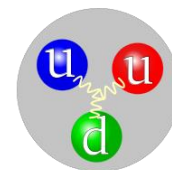


Energiasávok a kristályos anyagban

■ Alap kvantummechanikai ismeretek:

- Pozitív atommag (proton, neutron) – negatív elektronok
- Elektronok diszkrét “pályákon”
- Energiaminimumra törekvés elve: alacsonyabb héjak vannak betöltve
- **Pauli elv:** két e^- nem lehet azonos állapotban, egy elektrónhéjon ellentétes spin (perdület) max. 2 e^-
- Héjak között váltás, ha E-re tesznek szert
Ez a többlet energia az aktuális állapot és a betöltetlen héjak közötti E-val egyezik meg
- Legvalószínűbb, hogy a legmagasabb betöltött állapotú szerez többlet energiát!

Bohr atom-
modell



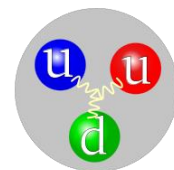
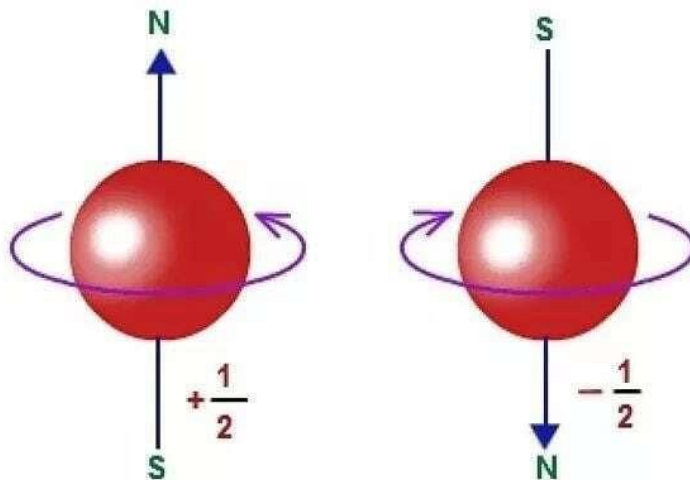
Diszkrét energia
szintek

Energiasávok a kristályos anyagban

- Alap kvantummechanikai ismeretek:

- Pauli elv:** két e^- nem lehet azonos állapotban, egy elektrónhéjon ellentétes spin (perdület) max. 2 e^-

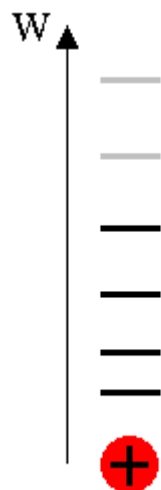
Electron spin explained: imagine a ball that's rotating, except it's not a ball and it's not rotating



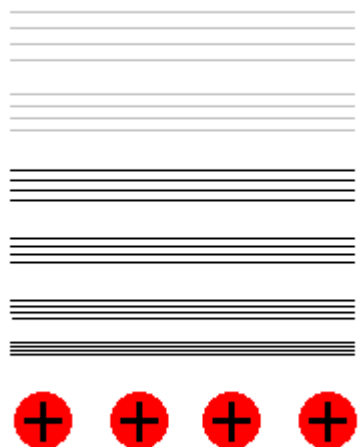
Energiasávok a kristályos anyagban

- Az egyedülálló atom energiaszintjei a kristályban sávokká (energy band) szélesednek
- Egyszerűsített sávszerkezetek (kristálytani iránytól független)

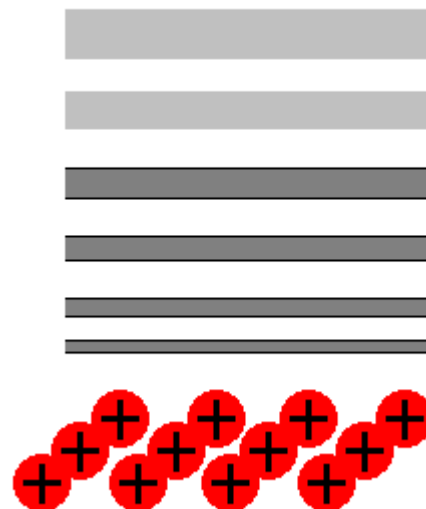
Diszkrét energia szintek:



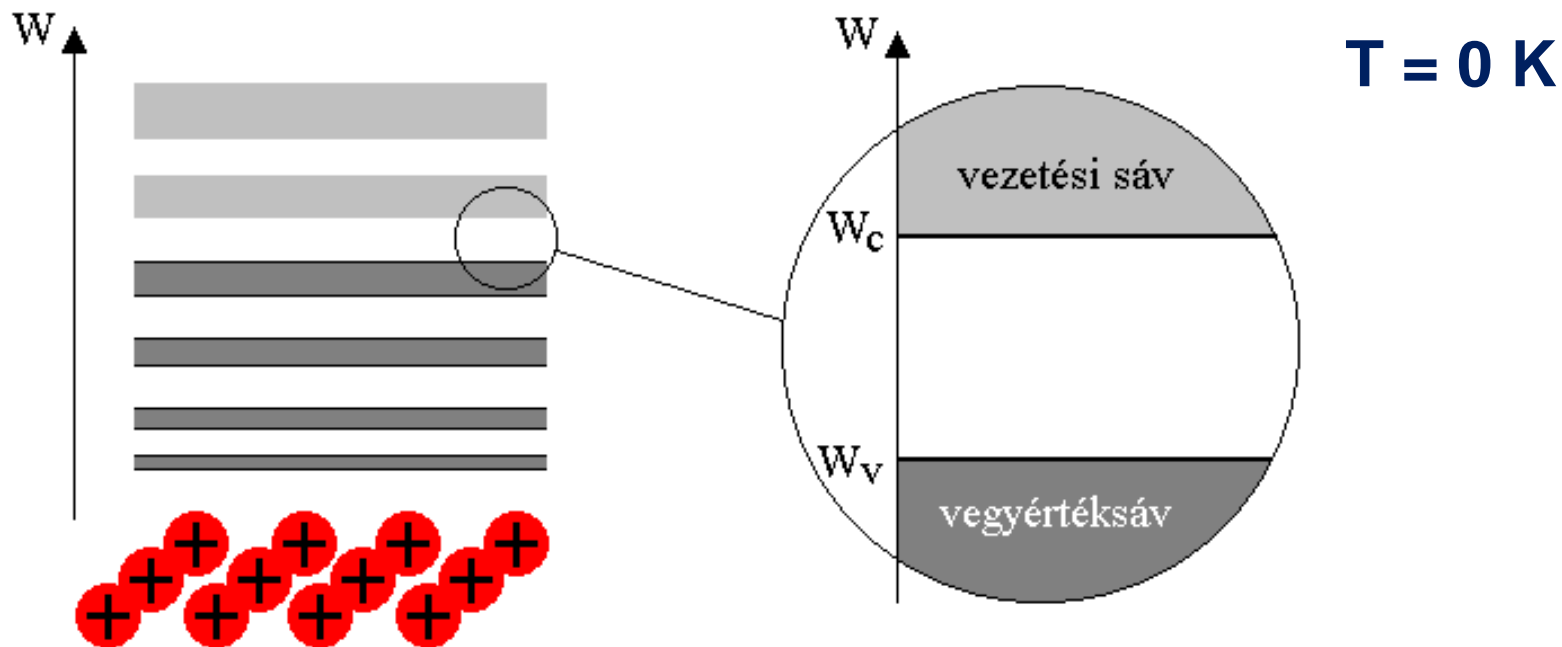
N db atom – N darab szintre hasadás:



Egykristályban szinte folytonos sávokká szélesednek:

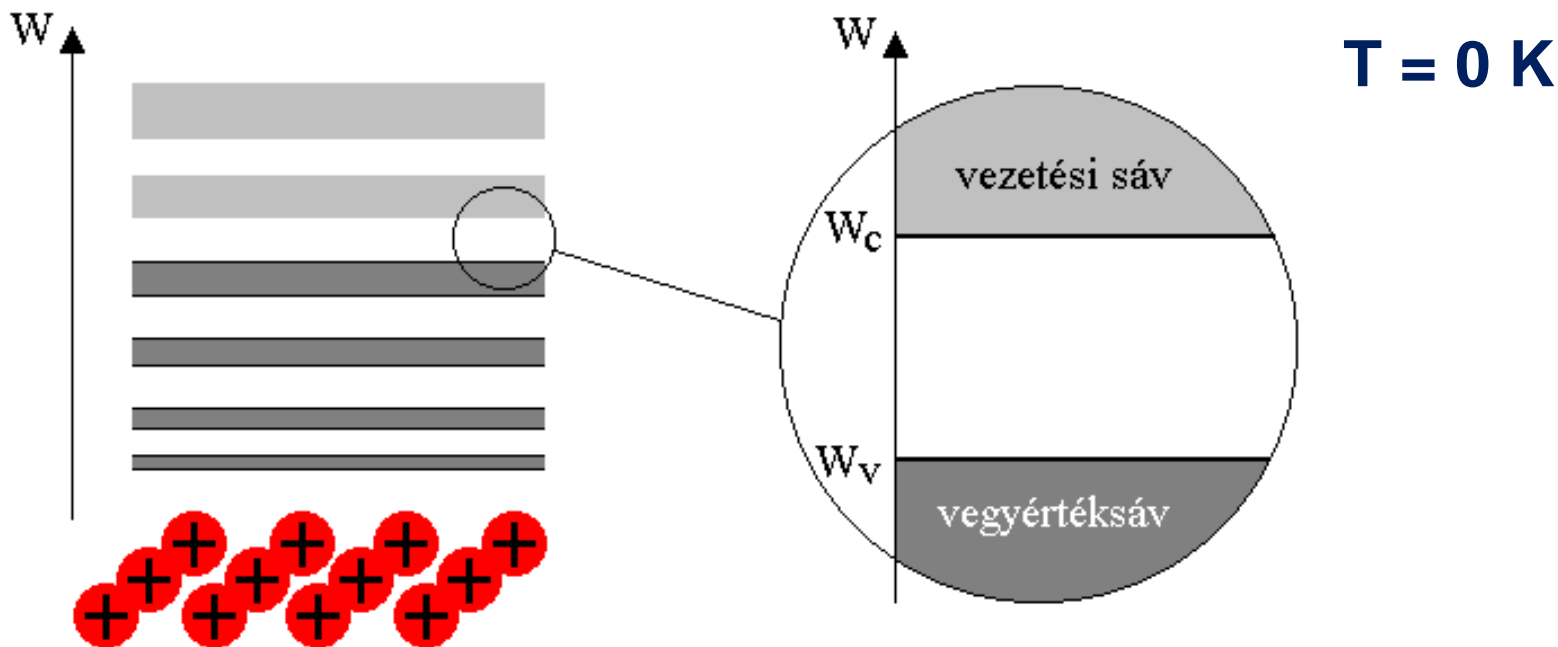


Vegyérték sáv, vezetési sáv



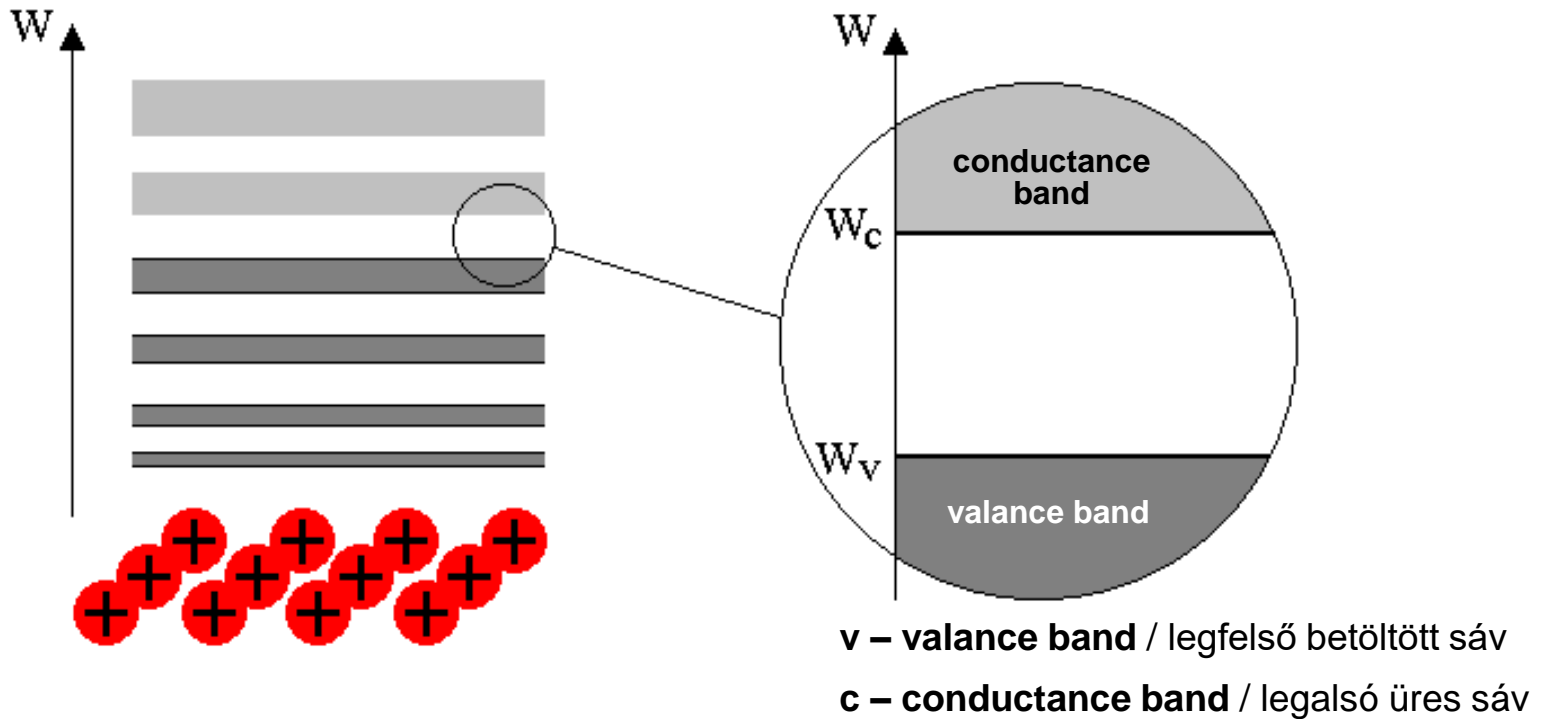
- Áramvezetési szempontból két sáv kiemelkedően fontos:
 - legmagasabb energia szintű, (majdnem) teli sáv (betöltött)
 - a legalacsonyabb energia szintű, (majdnem) üres sáv (betöltetlen)

Vegyérték sáv, vezetési sáv



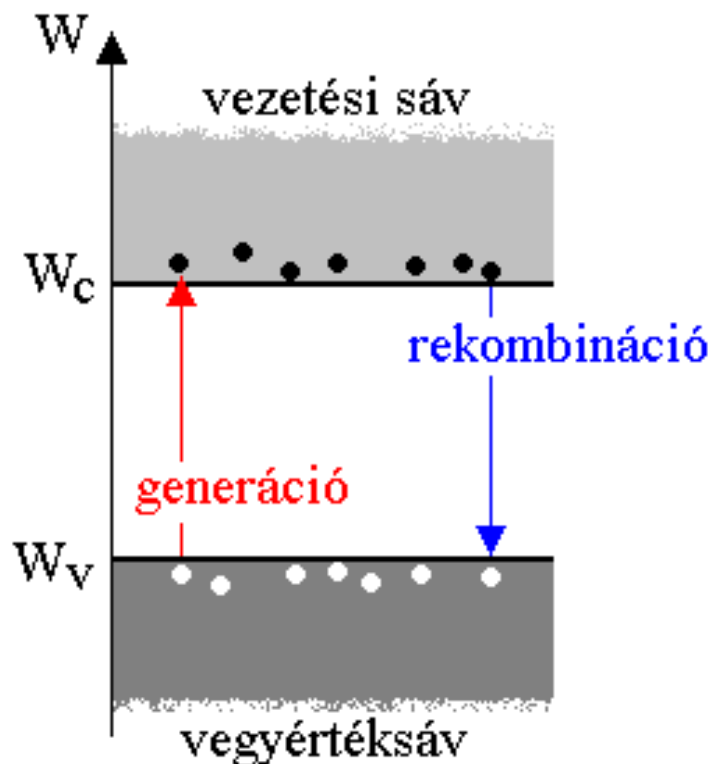
- Kémiai kötések a legkülső elektron héjon (legmagasabb energiaszintű betöltött sáv) található elektronok tudnak kialakítani
- **Vegyértéksávban** elektronok lokalizáltak!

Vegyérték sáv, vezetési sáv



- **Vezetési sáv** – ezek az elektronok nem lokalizálódnak egyetlen atomhoz sem, szabadon tudnak mozogni, áramot tudnak vezetni

Elektronok és lyukak



- Hogy tudnak az elektronok mozogni a két sáv között?
- Generáció: e^- elhagyja a vegyértéksávot, vegyértéksávban e^- hiány jön létre. \rightarrow Töltéshordozó pár generálódik
- **Elektronok:** a vezetési sáv alján
- **Lyukak:** a vegyértéksáv tetején

Elektron: negatív töltés, pozitív tömeg

Lyuk: pozitív töltés, pozitív tömeg

Elektronok és lyukak

Generációhoz honnan nyerik az elektronok az E-t?

- Termikus gerjesztés

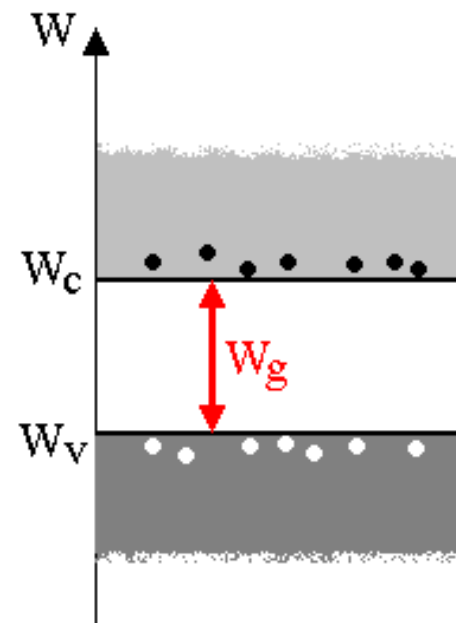
- Rácsrezgés E-ja átadódik e^-

- Foton gerjesztés

- Olyan fény aminek legalább akkora az E-ja, mint W_g
- $E = h \cdot \nu$

Vezetési sáv elektronsűrűségét a generáció és rekombináció dinamikus egyensúlya határozza meg

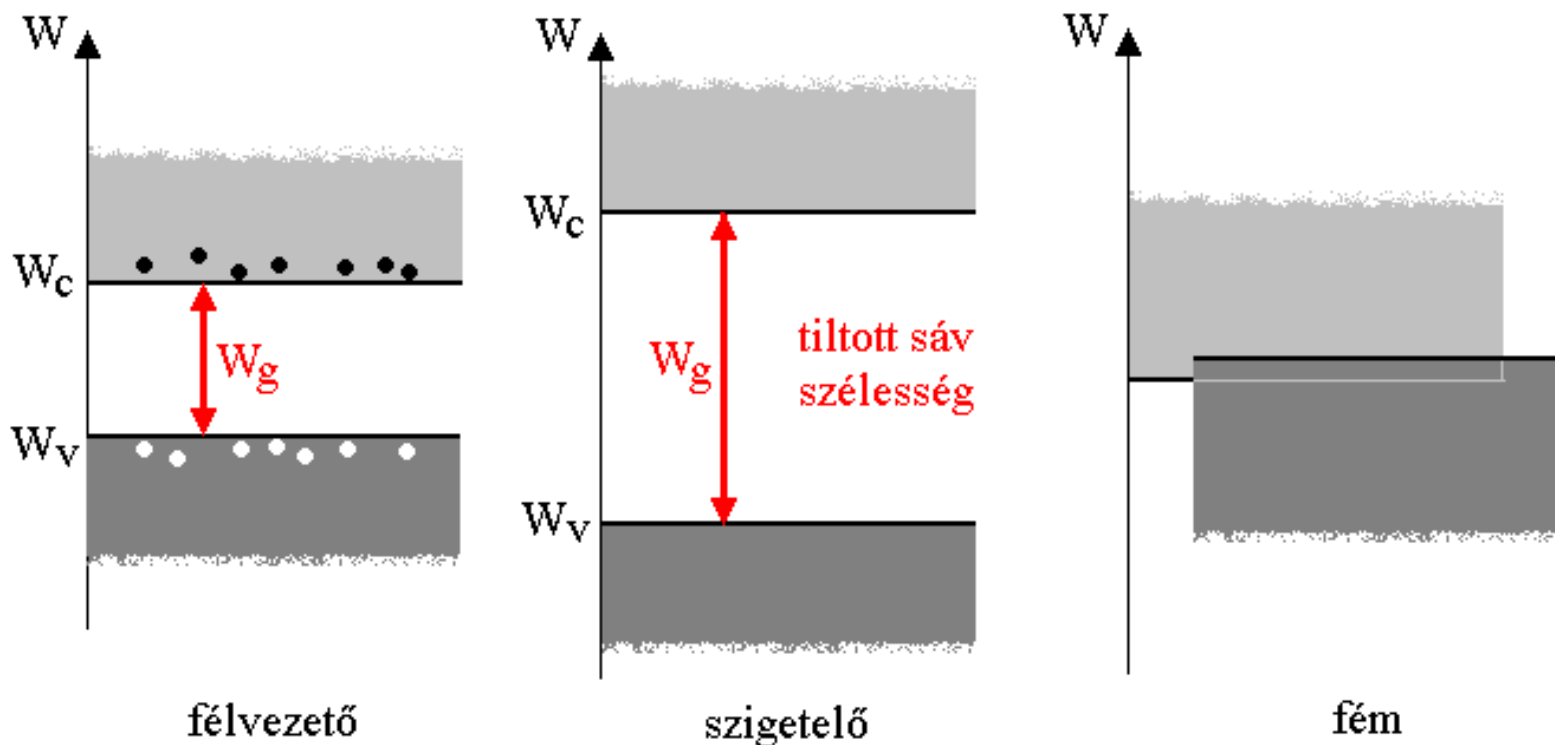
Vezetők és szigetelők



félvezető

Tiltott sávban elektron nem tartózkodik!

Vezetők és szigetelők



Szilíciumra: $W_g = 1.12 \text{ eV}$

SiO_2 -ra: $W_g = 9 \text{ eV}$

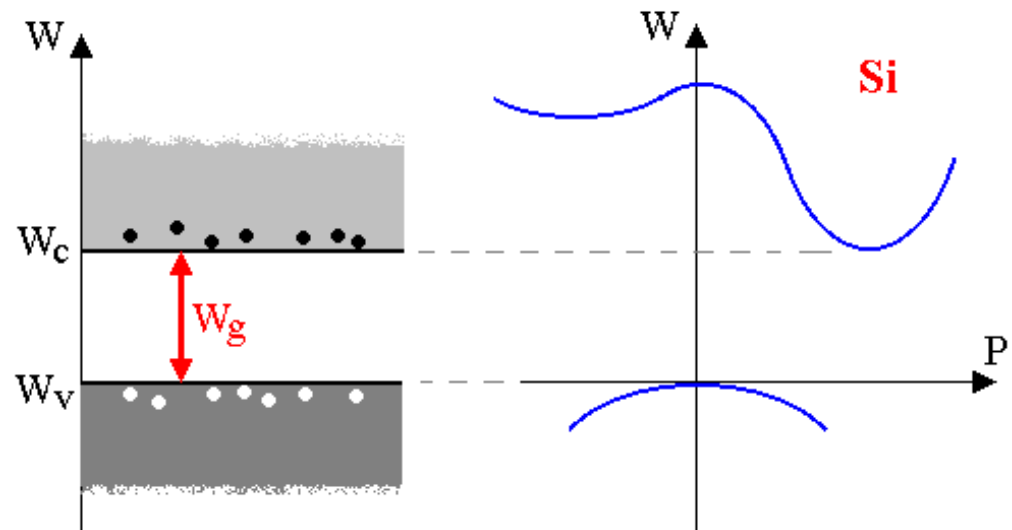
$$1 \text{ eV} = 0.16 \text{ aJ} = 0.16 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

Félvezetők sávszerkezete

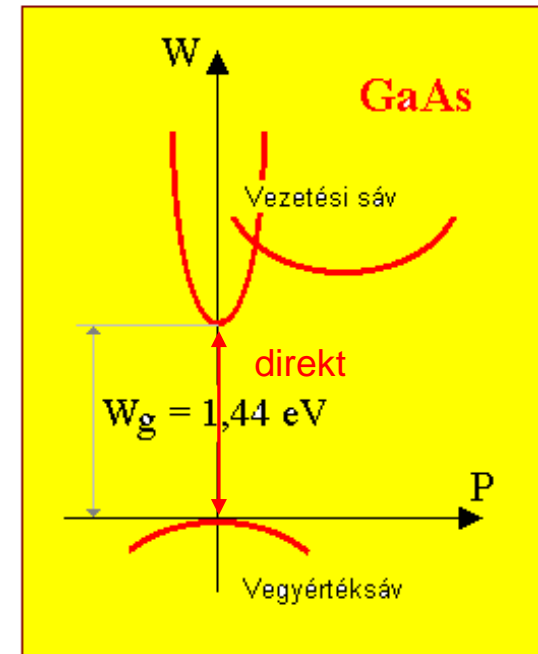
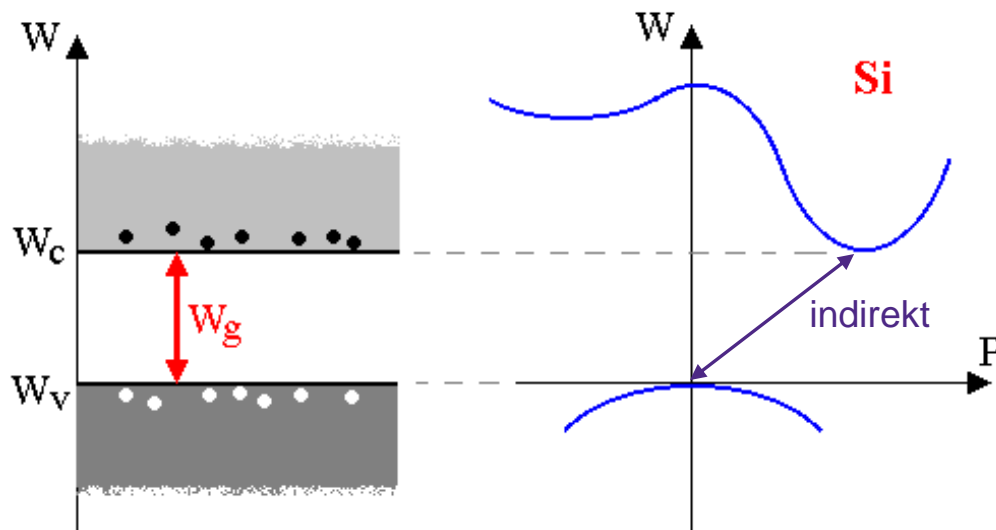
- Végtelen kiterjedésű kristályrácsban elektronok impulzusa és energiája között összefüggés!
- Impulzus (hullámszám) függvényében vizsgálva vezetési sáv alja és vegyérték sáv teteje
- Minimum (W_c) és maximum (W_v) pontok közötti táv – W_g
- Egy helyen (impulzus)?

$$P = \frac{h}{2\pi} k$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi \cdot \nu}{c}$$



Félvezetők sávszerkezete

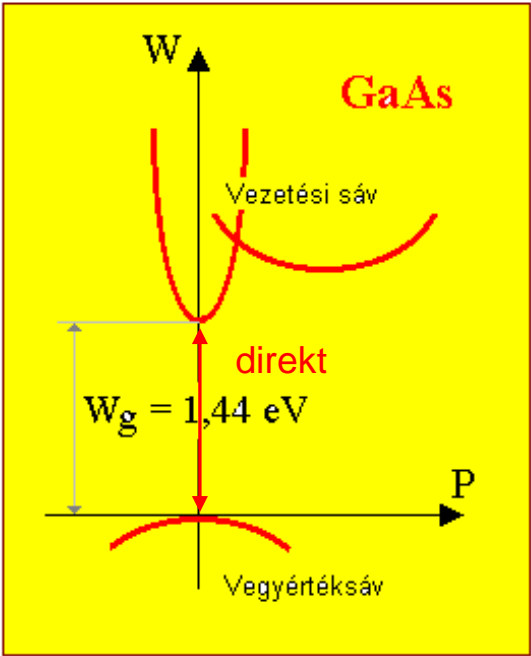
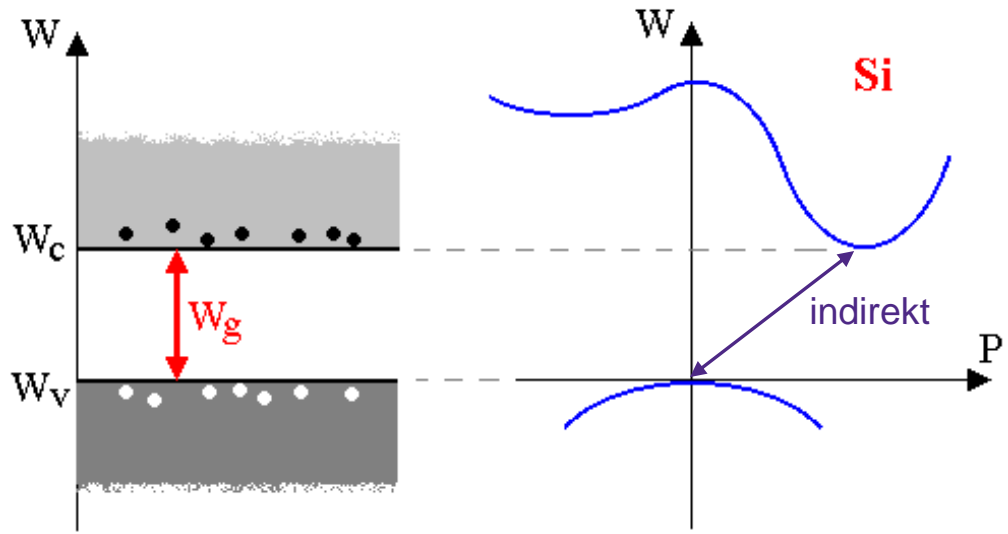


**Indirekt sávú félvezető esetén
energia- és impulzusmegmaradás
törvényének is teljesülni kell!**

GaAs: direkt sáv \Rightarrow opto-elektronika (pl. LED-ek)

Si: indirekt sáv

Félvezetők sávszerkezete



$$W = \frac{1}{2m} p^2 \longrightarrow W = \frac{1}{2m_{eff}} P^2$$

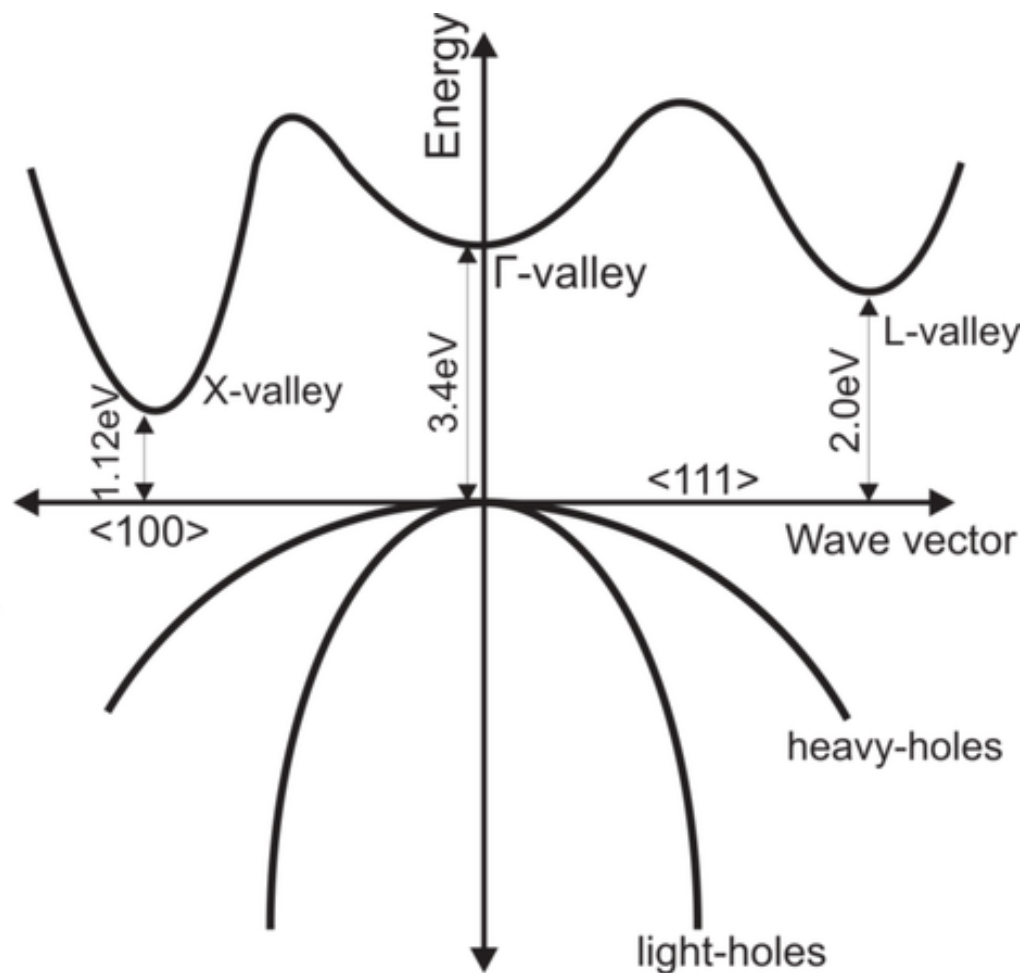
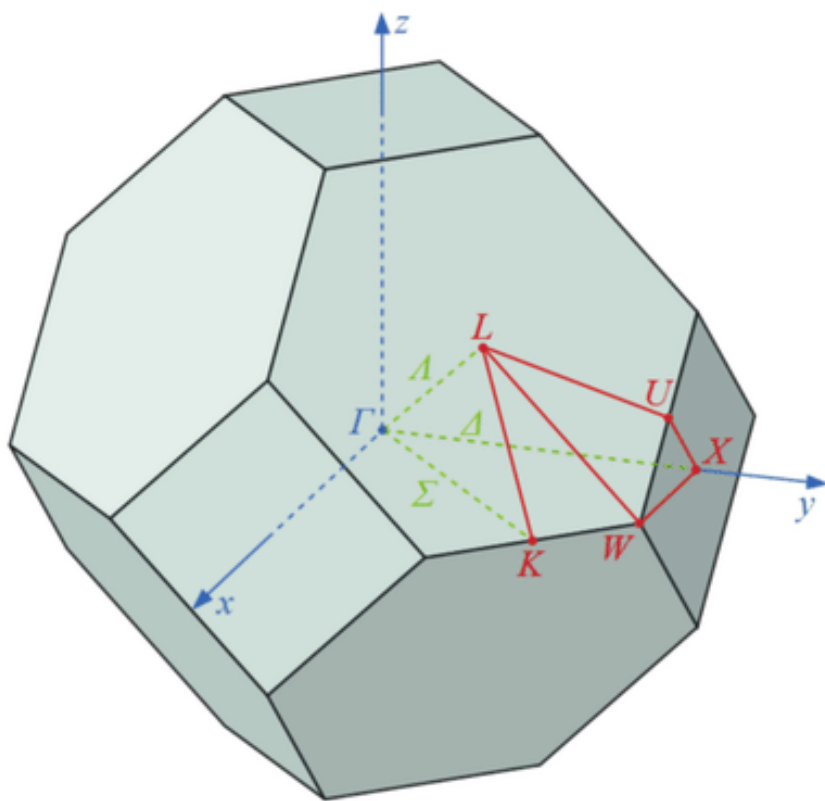
parabolikus
sávszélközelítés

$$F = \frac{dP}{dt} \quad P = \frac{h}{2\pi} k$$

m_{eff} – effektív tömeg, kvantumfizikai összefüggések
levezetésével elektronnak és lyuknak is!
Nagysága a sávszél görbültségétől függ!

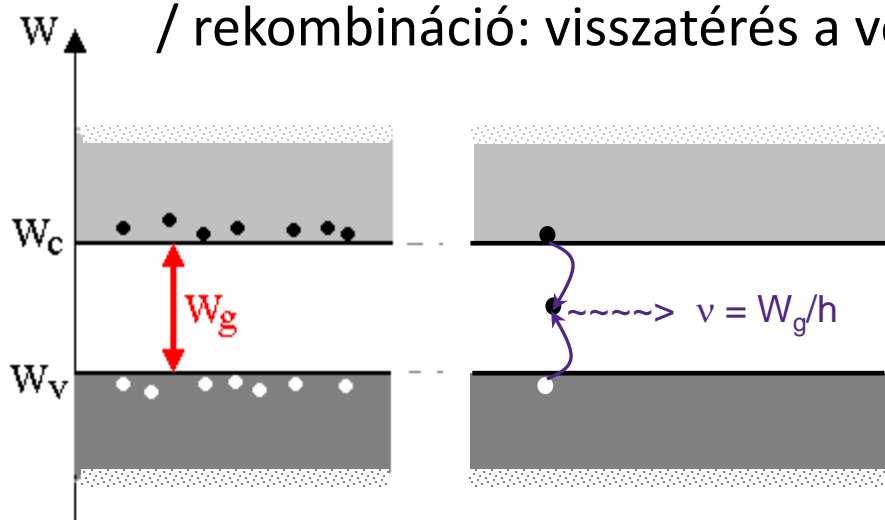
Félvezetők sávszerkezete

■ Szilícium részletes sávszerkezete



Generáció / rekombináció

Spontán folyamatok: termikus gerjesztés – ugrás a vezetési sávba / rekombináció: visszatérés a vegyérték sávba ➔ equilibrium



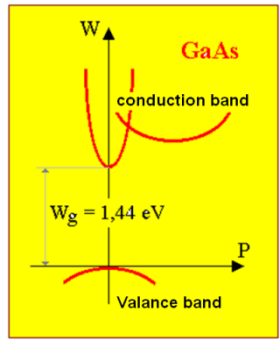
$$\nu = \frac{W_g}{h}$$

$$\lambda = \frac{c}{\nu}$$

Vörös lézerny esetén
 $W_g \approx 1.5\text{eV}$

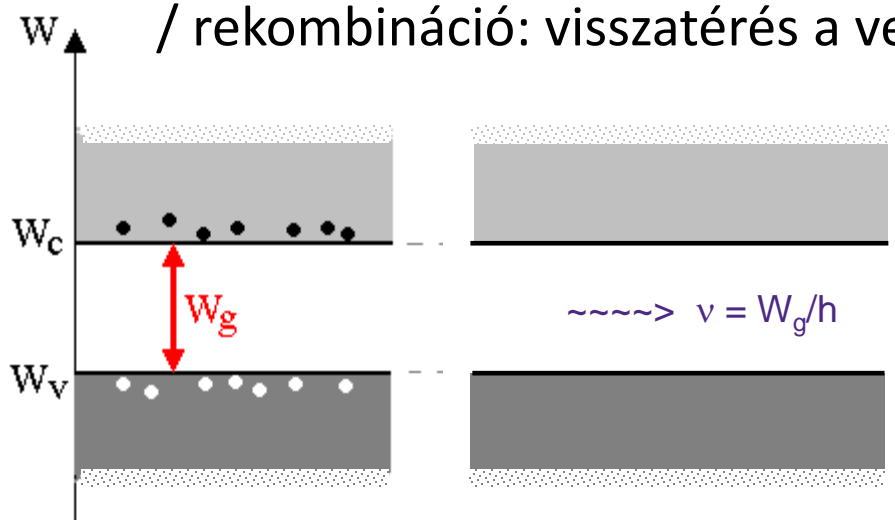
Direkt **rekombináció**
fényemisszióval
jár(hat), lásd: **LED-ek**

Indirekt **rekombináció** nem
radiatív, mindig hődisszipációval
jár (fonon – rácsrezgés)

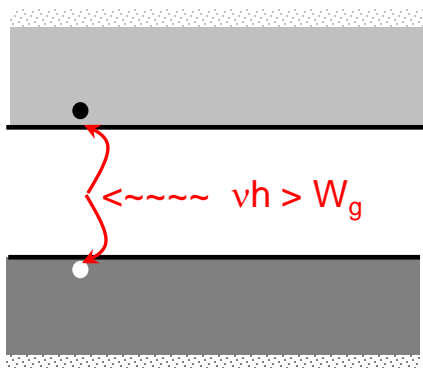


Generáció / rekombináció

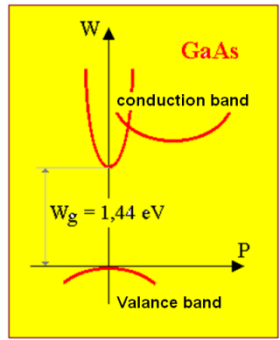
Spontán folyamatok: termikus gerjesztés – ugrás a vezetési sávba / rekombináció: visszatérés a vegyérték sávba → equilibrium



Direkt **rekombináció** fényemisszióval jár(hat), lásd: **LED-ek**

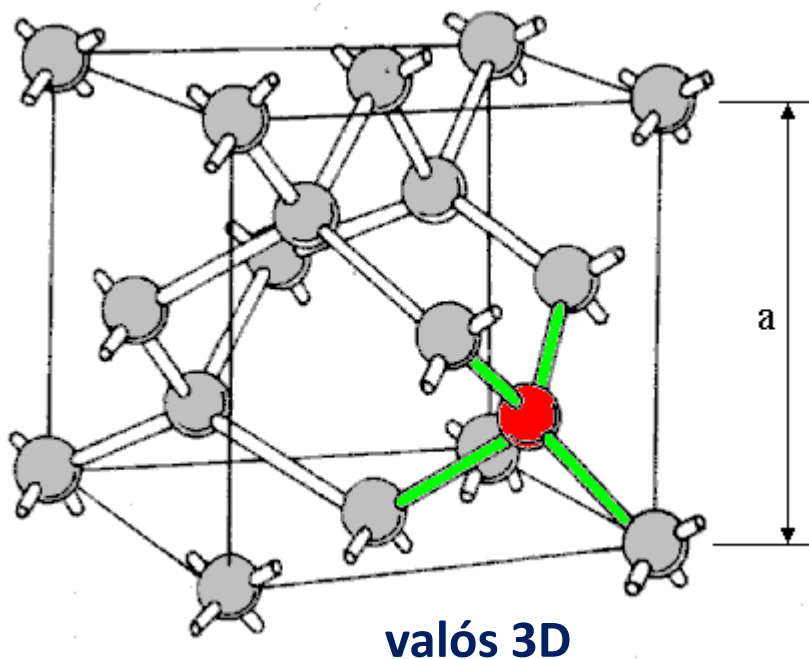


Fényelnyelés generációt okozhat – lásd: **napelemek**

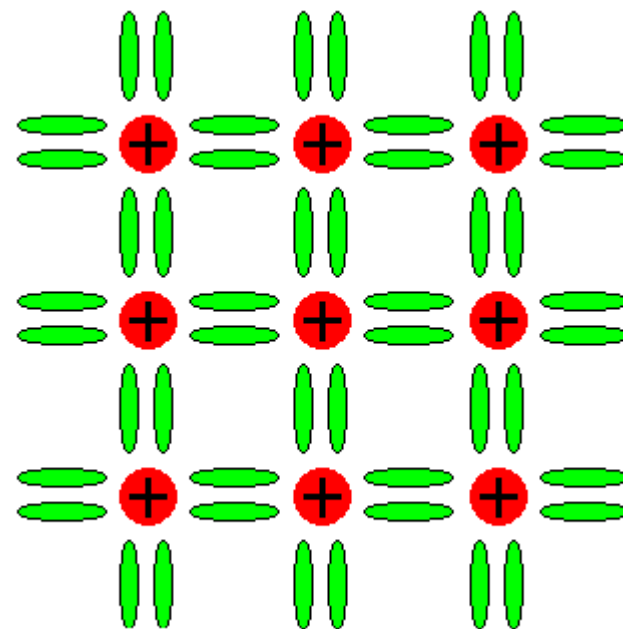


A szilícium kristályszerkezete

- $N=14$, 4 vegyérték, periódusos rendszer IV. oszlopa



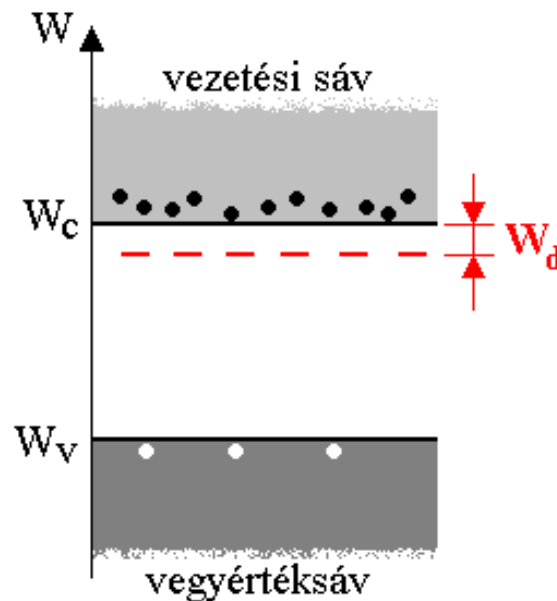
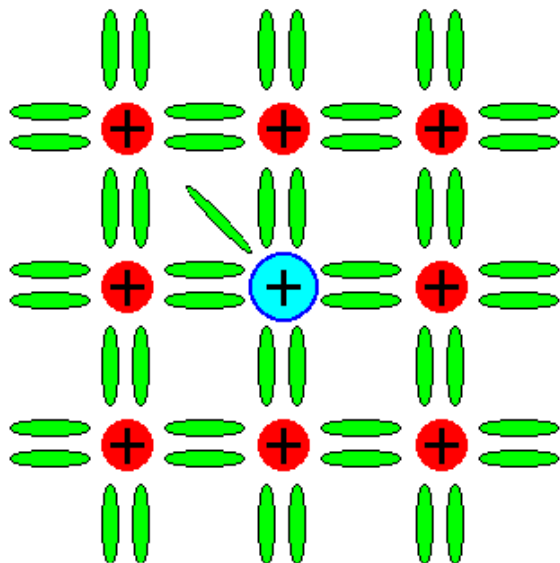
Adalékolatlan vagy intrinsic félvezető



egyszerűsített 2D

- Gyémántrács, rácsállandó $a=0.543$ nm
- Minden atomnak 4 legközelebbi szomszédja van
- 10nm L esetén 20 db. Si rácsatom!

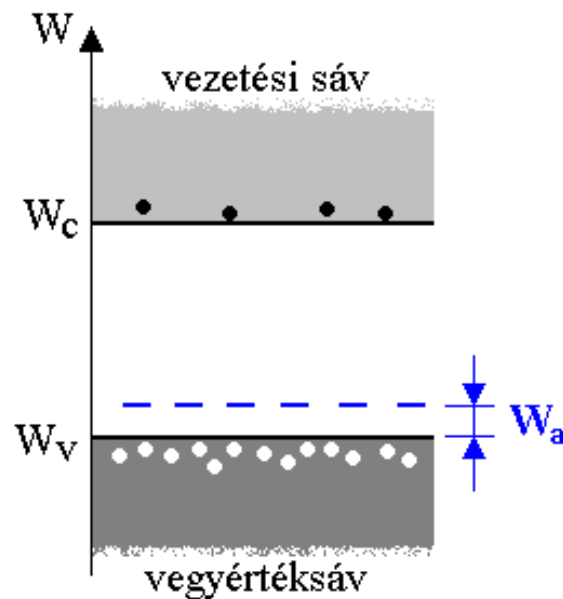
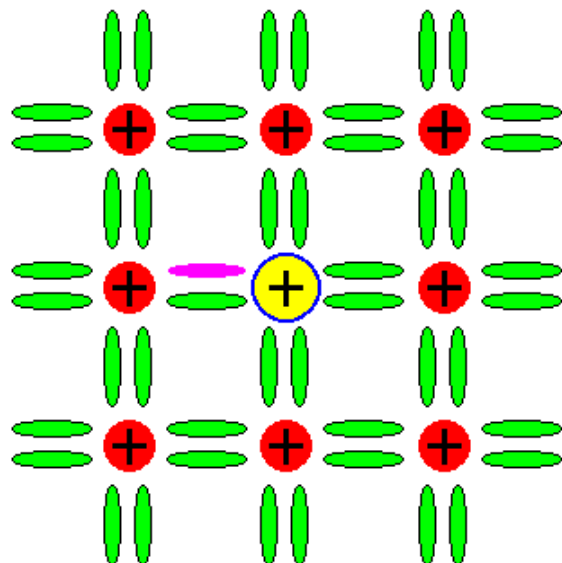
5 vegyértékű adalék: **donor** (As, P, Sb)



n-típusú félvezető

- **Elektron:** többségi töltéshordozó
- **Lyuk:** kisebbségi töltéshordozó

3 vegyértékű adalék: **akceptor** (B, Ga, In)



p-típusú félvezető

- **Elektron:** kisebbségi töltéshordozó
- **Lyuk:** többségi töltéshordozó

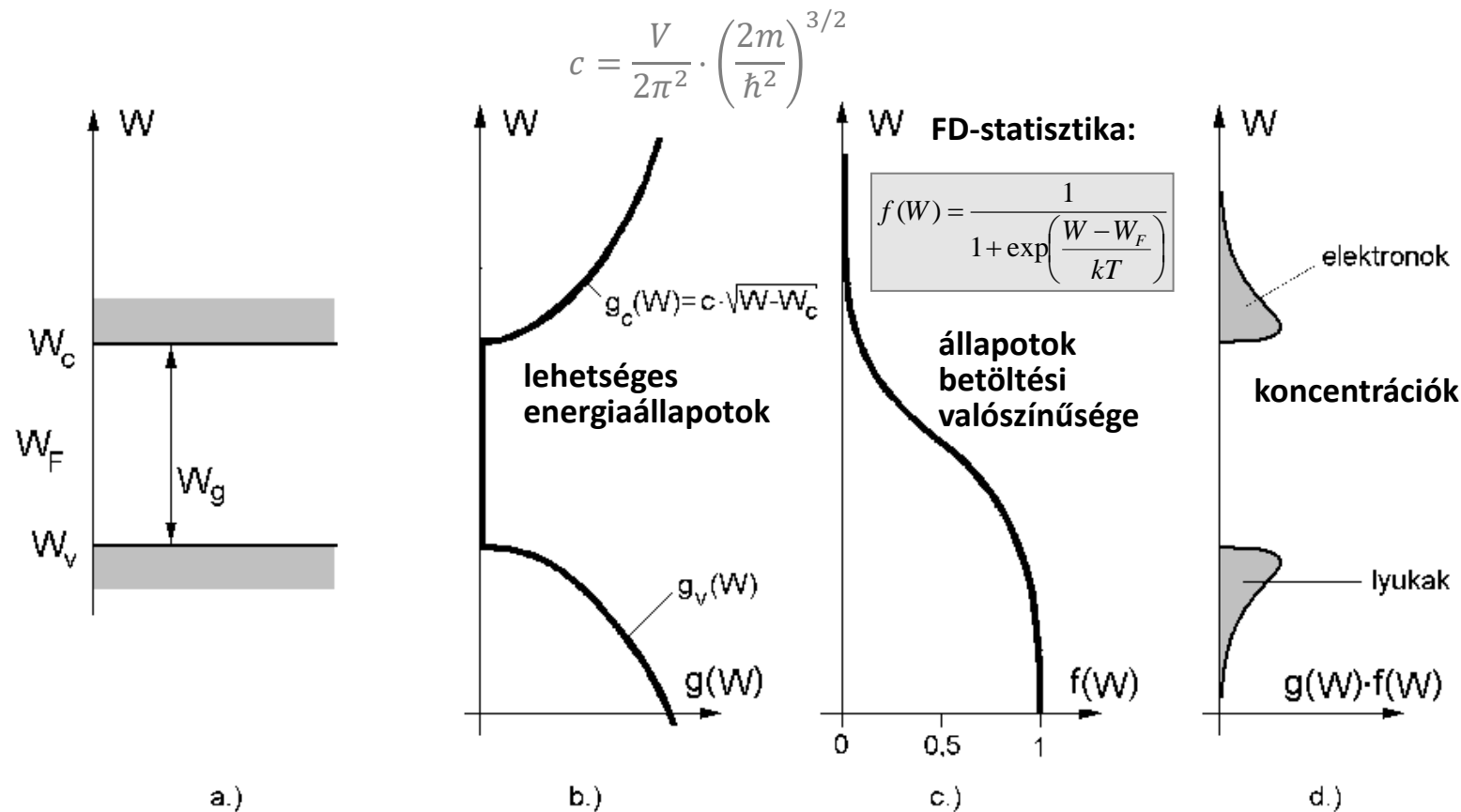
Hordozókoncentrációk számítása

■ Alapelvek:

- Továbbra is Bohr atommodel
- Pauli elv
- Legkisebb energiájú sávok először betöltve
- Fermi-Dirac statisztikában elektronok megkülönböztethetetlenek
- A betöltési valószínűség $f(W)$, akkor a betöltetlenség valószínűsége $1-f(W)$



Hordozókoncentrációk számítása



$$n = \int_{W_c}^{\infty} g_c(W) f(W) dW$$

$$p = \int_0^{W_v} g_v(W) [1 - f(W)] dW$$

Hordozókoncentrációk számítása

- Az eredmény:

$$n = \text{const } T^{3/2} \exp\left(-\frac{W_c - W_F}{kT}\right)$$

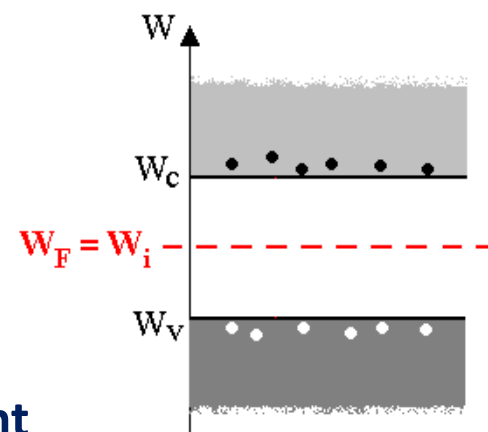
$$p = \text{const } T^{3/2} \exp\left(-\frac{W_F - W_v}{kT}\right)$$

- Adalékolatlan félvezetőre $n = p = n_i$
 - az ilyent **intrinsic** anyagnak hívják

$$W_c - W_F = W_F - W_v$$

$$W_F = \frac{W_c + W_v}{2} = W_i$$

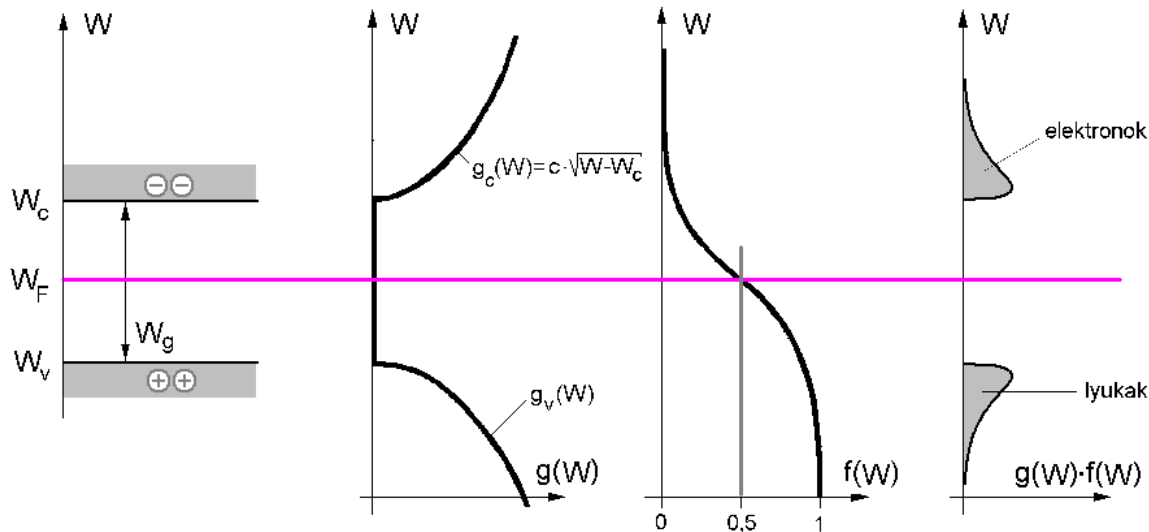
W_F : Fermi-szint



A Fermi-szint

- A Fermi-szint formális definíciója: az az energiaszint, ahol a lehetséges állapotok betöltöttségi valószínűsége 1/2:

- Ez intrinsic anyagnál a tiltott sáv közepén van: $f(W) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{W - W_F}{kT}\right)} = 0.5$



$$W_F = \frac{W_c + W_v}{2}$$

- Ez az intrinsic Fermi-szint, W_i

Töltéshordozó sűrűségek

$$n = \text{const} T^{3/2} \exp\left(-\frac{W_c - W_F}{kT}\right)$$

$$p = \text{const} T^{3/2} \exp\left(-\frac{W_F - W_v}{kT}\right)$$

$$n \cdot p = \text{const} \cdot T^3 \exp(-W_g / kT)$$

- Csak a hőmérséklettől függ, adalékolástól nem!

A "tömeghatás törvénye"

$$n \cdot p = n_i^2$$

Szilíciumra, 300 K hőmérsékleten

$$n_i = 10^{10} / \text{cm}^3$$

(10 töltéshordozó egy 0.01 mm
élhosszúságú kockában)

Töltéshordozó sűrűségek

Példa

- Si, $T = 300\text{ K}$, donor koncentráció $N_D = 10^{17} / \text{cm}^3$

- **Mennyi az elektron- és a lyuksűrűség értéke?**
 - Donor adalékolás $\Rightarrow n \approx N_D = \underline{10^{17} / \text{cm}^3}$
 - Lyuk koncentráció: $p = n_i^2 / n = \underline{10^{20} / 10^{17} = 10^3 / \text{cm}^3}$

- **Mekkora az adalék atomok relatív sűrűsége?**
 - 1 cm^3 Si-ban $5 \cdot 10^{22}$ atom van
 - tehát, $10^{17} / 5 \cdot 10^{22} = \underline{2 \cdot 10^{-6}}$

 - Az adalékolt szilícium tisztasága 0.999998

Töltéshordozó sűrűségek

$$n = \text{const } T^{3/2} \exp\left(-\frac{W_c - W_F}{kT}\right)$$

$$n_i = \text{const } T^{3/2} \exp\left(-\frac{W_c - W_i}{kT}\right)$$

$$\frac{n}{n_i} = \exp\left(\frac{W_F - W_i}{kT}\right)$$

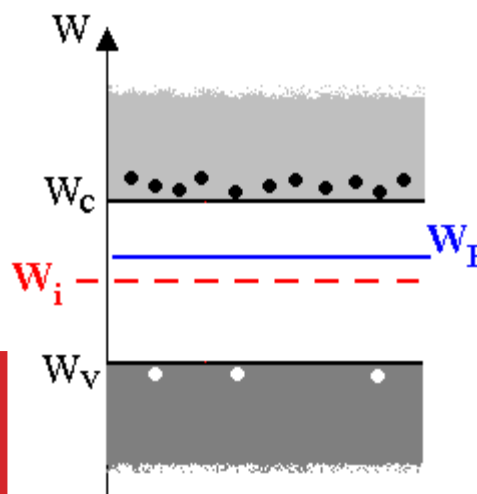
$$n = n_i \exp\left(\frac{W_F - W_i}{kT}\right)$$

$$p = n_i \exp\left(-\frac{W_F - W_i}{kT}\right)$$

Csak egy alkalmas átrendezés...

Termikus energia

$$\begin{aligned} k \cdot T &= 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ VAs/K} \cdot 300 \text{ K} \\ &= 4,14 \cdot 10^{-21} \text{ J} = 0.026 \text{ eV} \\ &= 26 \text{ meV} \end{aligned}$$



Adalékolt félvezetőben a Fermi-szint eltolódik az intrinsic Fermi-szinthez képest!

Hőmérsékletfüggés

$$n_i^2 = n \cdot p = \text{const} \cdot T^3 \exp(-W_g / kT)$$

$$\frac{d}{dT} n_i^2 = n_i^2 \left(\frac{3}{T} + \frac{W_g}{kT^2} \right) \qquad \frac{d n_i^2}{n_i^2} = \left(3 + \frac{W_g}{kT} \right) \frac{dT}{T}$$

- Ez mekkora Si-ra?

Példa

$$\frac{d n_i^2}{n_i^2} = \left(3 + \frac{1,12}{0,026} \right) \frac{dT}{300} \cong 0.15 dT \approx 15\% / ^\circ\text{C}$$

Töltéshordozó-koncentráció hőmérsékletfüggése

Példa

Si, $T = 300 \text{ K}$, a donor adalékok sűrűsége $N_D = 10^{17} / \text{cm}^3$

$$n \cong N_D = 10^{17} / \text{cm}^3$$

$$p = n_i^2 / n = 10^{20} / 10^{17} = 10^3 / \text{cm}^3 \quad \Leftarrow n \cdot p = n_i^2$$

Hogyan változik n és p , ha T 25 fokkal nő?

$$n \cong N_D = 10^{17} / \text{cm}^3 \text{ – változatlan}$$

$$n_i^2 = 10^{20} \cdot 1.15^{25} = 33 \cdot 10^{20}$$

$$\Rightarrow p = n_i^2 / n = 33 \cdot 10^{20} / 10^{17} = 3.3 \cdot 10^4 / \text{cm}^3$$

Csak a kisebbségi hordozók sűrűsége nőtt!

$$\Delta T = 16.5 \text{ } ^\circ\text{C} \rightarrow 10\times$$

Áramok a félvezetőben

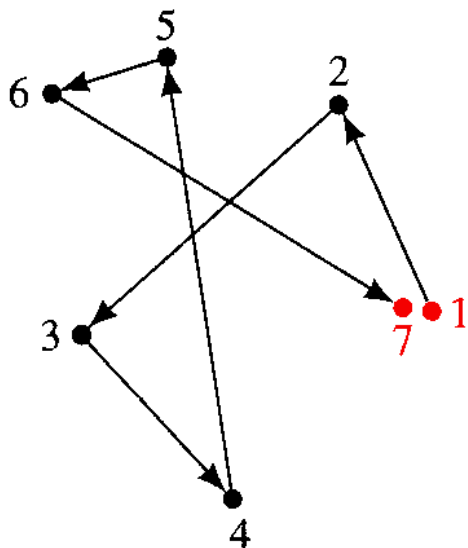
- Sodródási áram (el. térerősség hatására)
- Diffúziós áram (sűrűség különbség hat.)

Amiről nem beszélünk:

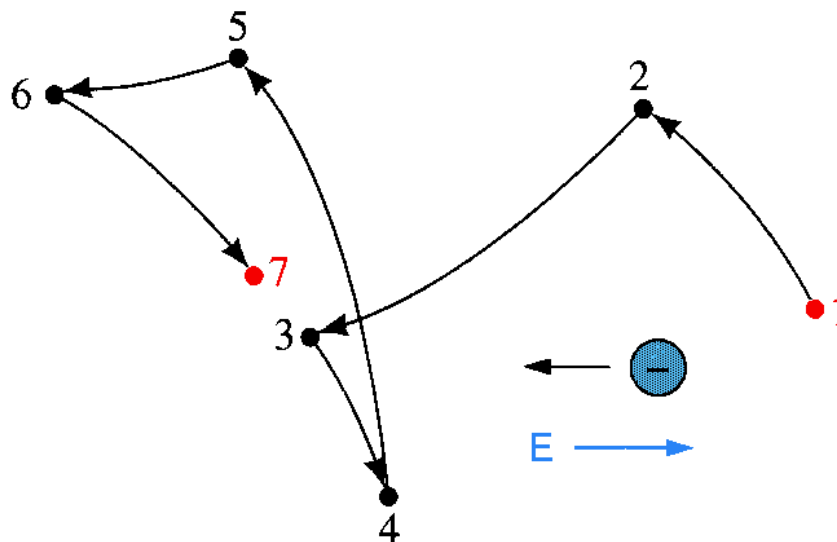
- hőmérséklet különbség is indíthat áramot
- a mágneses erőternek is van befolyása
- töltésáramlás mellett energiaáramlás is van
- kombinált transzportjelenségek
(*HALL, Seebeck, Peltier*)

Sodródási áram (drift áram)

**Az elektronok hőmozgása
rendezetlen**



Nincs térerősség



Van térerősség

$$\bar{v}_s = \mu \bar{E}$$

μ = mozgékonyág
 m^2/Vs

Sodródási áram (drift áram)

$$\bar{J} = \rho \bar{v}$$

ρ töltéssűrűség
 \bar{v} (átlag)sebesség

$$\bar{v}_s = \mu \bar{E}$$

$$\bar{J}_n = q n \mu_n \bar{E}$$

$$\bar{J}_p = q p \mu_p \bar{E}$$

$$\bar{J} = q (n \mu_n + p \mu_p) \bar{E}$$

$$\bar{J} = \sigma_e \bar{E}$$

Differenciális
Ohm törvény

$$\rho_e = \frac{1}{\sigma_e}$$

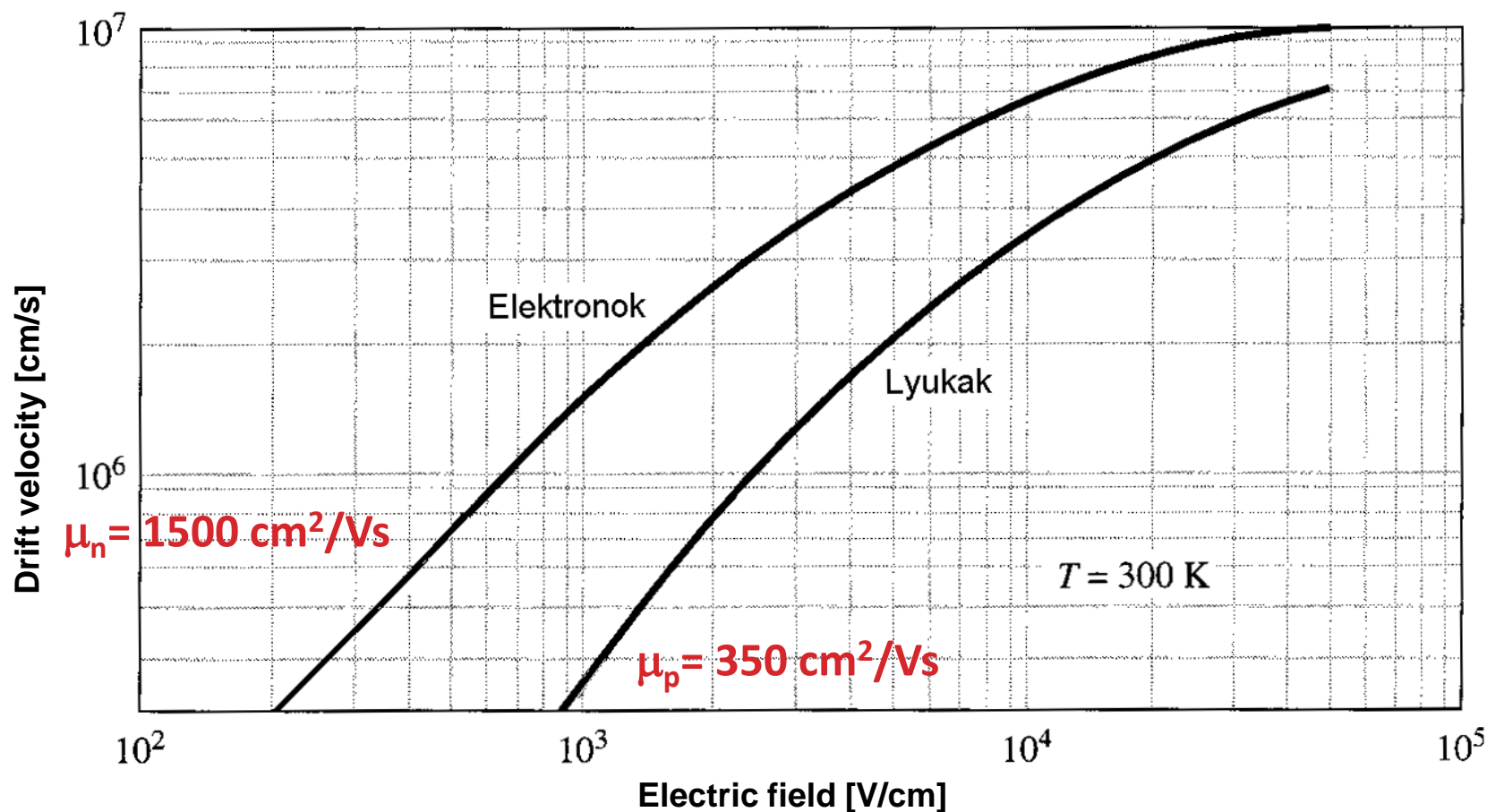
Fajlagos ellenállás

$$\sigma_e = q (n \mu_n + p \mu_p)$$

A félvezetőanyag fajlagos vezetőképessége

A mozgékonyaságról

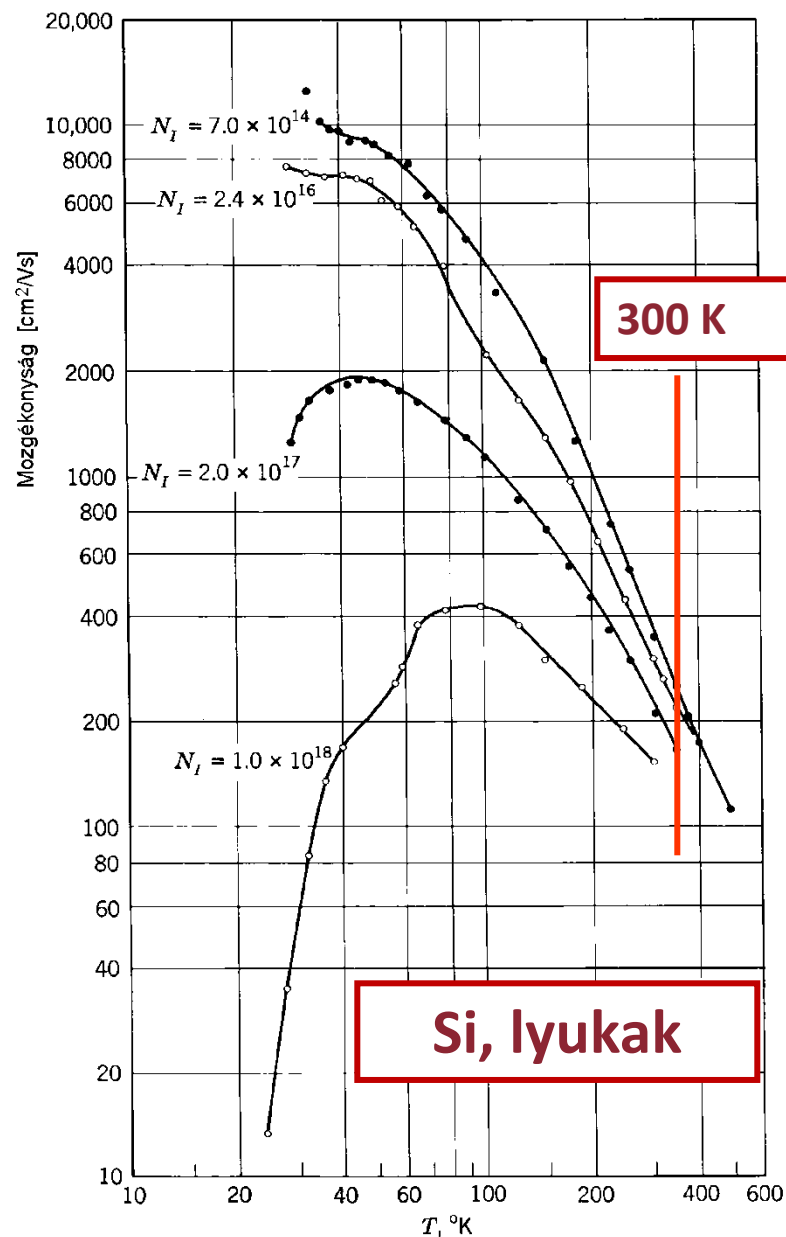
Si



A mozgékonyaságról

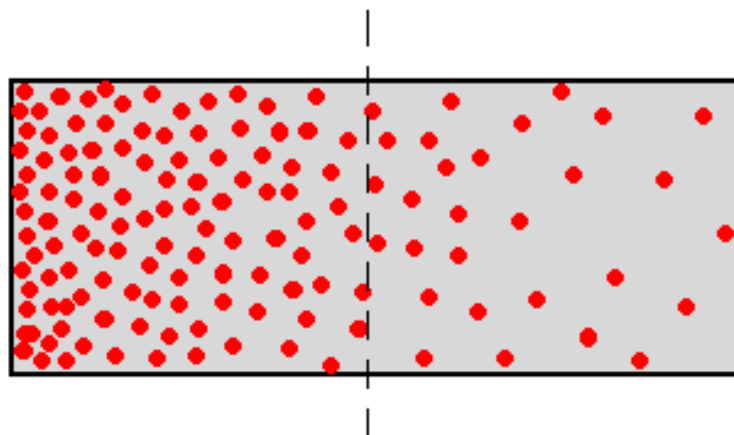
- Töltéshordozók mozgékonyaságát az **szóródások** korlátozzák
- Növekvő adalékolással csökken
- Szobahőmérsékleten növekvő hőmérséklettel csökken

$$\mu \sim T^{-3/2}$$



A diffúziós áram

- Két oldalt egyforma hőmozgás intenzitása
- Azonos valószínűség, hogy a szaggatott vonal kétoldaláról e- átlépje a határvonalat
- DE sűrűség különbség van!
- Arányos a sűrűség gradienssel
- D = diffúziós állandó [m^2/s]



$$\overline{J}_n = q D_n \overline{\text{grad } n}$$

$$\overline{J}_p = -q D_p \overline{\text{grad } p}$$

A teljes áramsűrűség

$$\overline{J}_n = qn\mu_n \overline{E} + q D_n \text{grad } n$$

$$\overline{J}_p = qp\mu_p \overline{E} - q D_p \text{grad } p$$

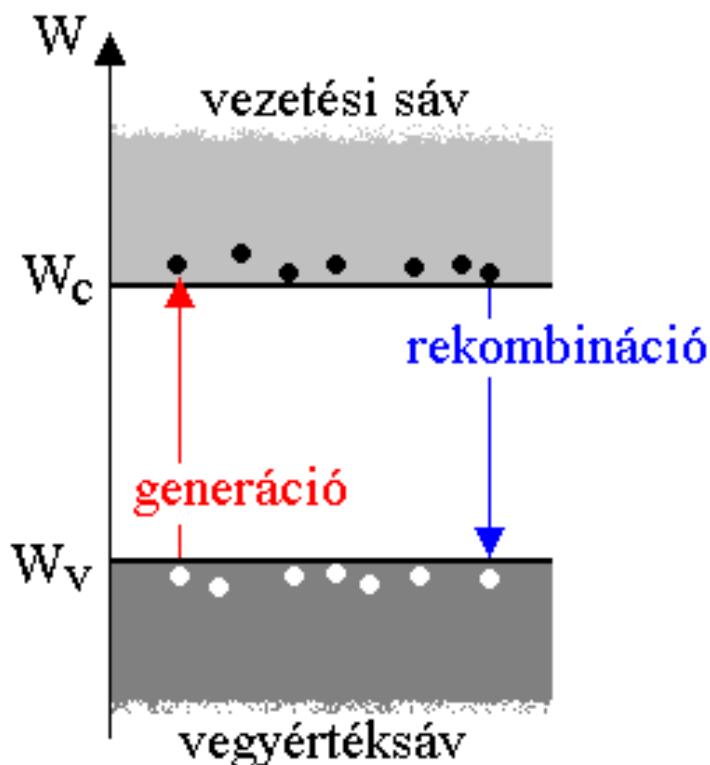
$$D = \frac{kT}{q} \mu$$

Einstein összefüggés

$$U_T = \frac{kT}{q} \Big|_{T=300K} = \frac{1,38 \cdot 10^{-23} [\text{VAs/K}] \cdot 300[\text{K}]}{1,6 \cdot 10^{-19} [\text{As}]} \cong 0,026 \text{ V} = 26 \text{ mV}$$

Termikus feszültség

Generáció, rekombináció



- **Élettartam:** az az **átlagos** idő, amit egy elektron a vezetési sávban tölt
 - értékét szennyezők befolyásolják (rekombinációs centrumok, tiltott sávban megengedett állapotok jelenléte)

$$\tau_n, \tau_p \quad 1 \text{ ns} \dots 1 \mu\text{s}$$

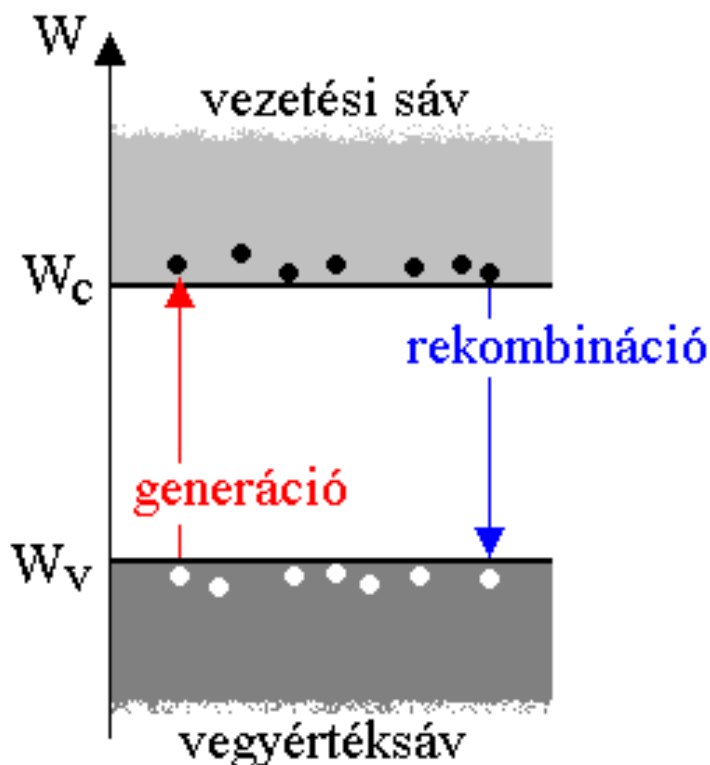
- Egy e- élettartama τ_n , akkor dt idő alatti rekombináció vsz. dt/τ_n

- **rekombinációs ráta:** r [$1/\text{m}^3\text{s}$]

Egységnyi idő alatt, egységnyi térfogaton rekombinálódott töltéshordozók száma

$$r_n = \frac{n \cdot dt}{\tau_n} \xrightarrow{\text{egységnyi idő, egységnyi V}} r_n = \frac{n}{\tau_n}$$

Generáció, rekombináció



- **Élettartam**: az az **átlagos** idő, amit egy elektron a vezetési sávban tölt
 - értékét szennyezők befolyásolják (rekombinációs centrumok, tiltott sávban megengedett állapotok jelenléte)

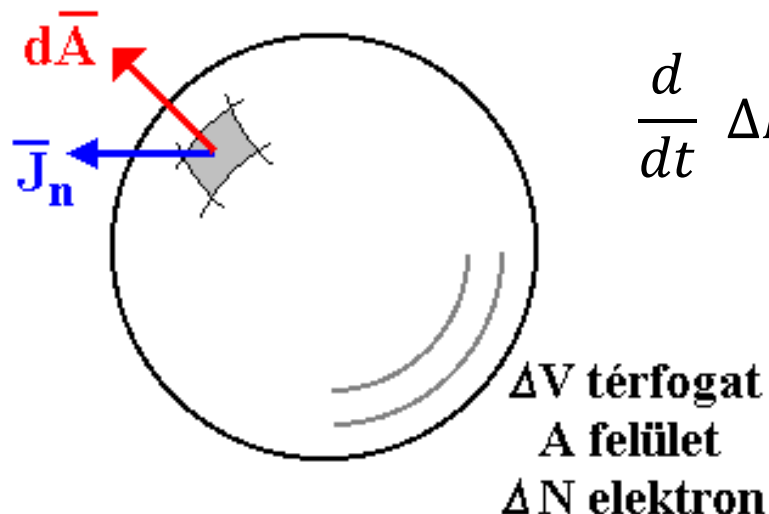
$$\tau_n, \tau_p \quad 1 \text{ ns} \dots 1 \mu\text{s}$$

- **generációs ráta**: g [$1/\text{m}^3\text{s}$]
- **rekombinációs ráta**: r [$1/\text{m}^3\text{s}$]

$$r_n = \frac{n}{\tau_n} \quad r_p = \frac{p}{\tau_p}$$

$$g_n = r_n \Big|_{\text{egyensúlyi}} = \frac{n_0}{\tau_n}$$

Folytonossági egyenlet



Hogyan változik a
 töltéshordozók száma
 az időben?

$$\frac{d}{dt} \Delta N = - \oint_A \frac{\bar{J}_n}{-q} d\bar{A} + g_n \cdot \Delta V - \frac{n}{\tau_n} \Delta V$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\Delta N}{\Delta V} = \frac{1}{q} \frac{1}{\Delta V} \oint_A \bar{J}_n d\bar{A} + g_n - \frac{n}{\tau_n}$$

$$\Delta V \rightarrow 0$$

$$\frac{dn}{dt} = \frac{1}{q} \operatorname{div}(\bar{J}_n) + g_n - \frac{n}{\tau_n}$$

Folytonossági egyenlet

$$\frac{dn}{dt} = \frac{1}{q} \operatorname{div}(\bar{J}_n) + g_n - \frac{n}{\tau_n}$$

$$\bar{J}_n = qn\mu_n\bar{E} + qD_n\operatorname{grad}n$$

$$\frac{dn}{dt} = \mu_n \operatorname{div}(n\bar{E}) + D_n \operatorname{divgrad} n + g_n - \frac{n}{\tau_n}$$

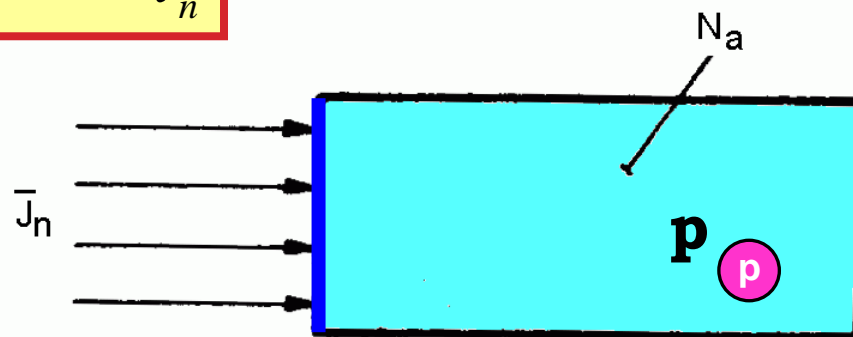
$$\frac{dp}{dt} = -\mu_p \operatorname{div}(p\bar{E}) + D_p \operatorname{divgrad} p + g_p - \frac{p}{\tau_p}$$

Példa a diffúziós egyenlet megoldására

$$\frac{dn}{dt} = \mu_n \operatorname{div}(n \bar{E}) + D_n \operatorname{divgrad} n + g_n - \frac{n}{\tau_n}$$

0 0 d^2/dx^2

- Homogén p adalékolású szilícium tömb
- Állandó áramsűrűséggel elektronok injektálva
- Diffúzióval haladnak ($E=0$), miközben rekombinálódnak
- Stacioner állapot ($dn/dt=0$)



- Milyen a beinjektált kisebbségi töltéshordozók $n(x)$ eloszlása?
- Átlagosan milyen mélységig hatolnak be, mielőtt rekombinálódnak?

Példa a diffúziós egyenlet megoldására

$$\frac{dn}{dt} = \mu_n \operatorname{div}(n \bar{E}) + D_n \operatorname{divgrad} n + g_n - \frac{n}{\tau_n}$$

$$0 \quad 0 \quad d^2/dx^2$$

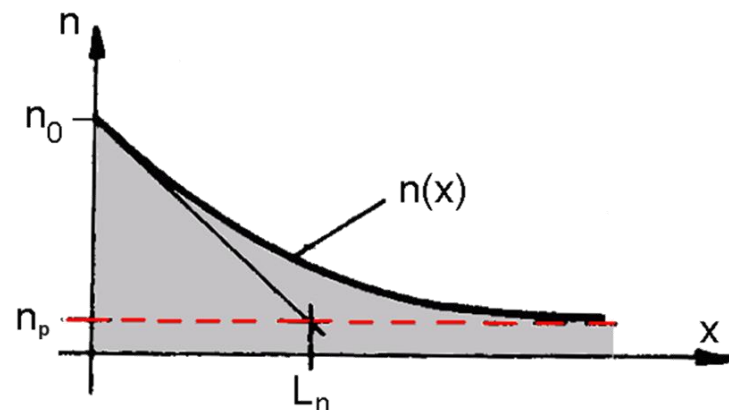
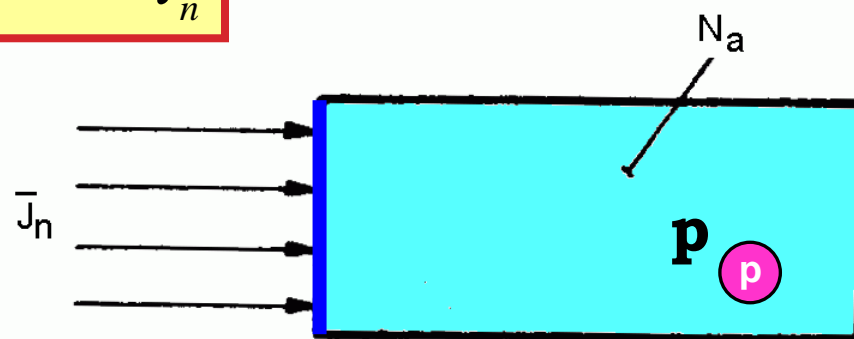
$$0 = D_n \frac{d^2 n}{dx^2} + g_n - \frac{n}{\tau_n}$$

$$0 = D_n \frac{d^2 n}{dx^2} + \frac{n_p}{\tau_n} - \frac{n}{\tau_n} \quad \text{Termikus egyensúlynak megfelelő generációs ráta modellje a p típusú anyagban}$$

$$n(x) = n_p + (n_0 - n_p) \exp(-x/\sqrt{D_n \tau_n})$$

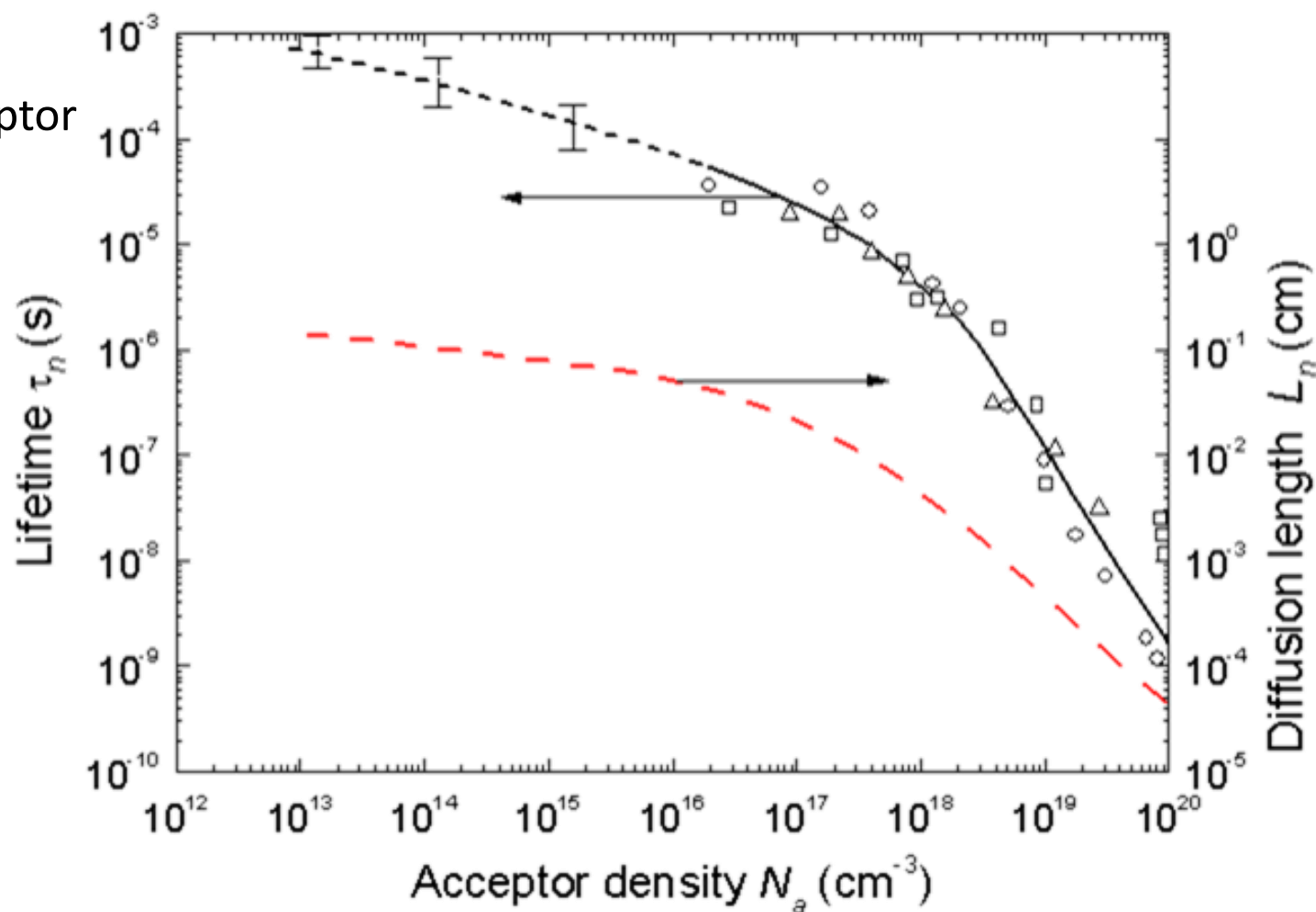
$$L_n = \sqrt{D_n \tau_n}$$

diffúziós hossz



Diffúziós hossz és adalékolás összefüggése

- Elektron **kisebbségi** töltéshordozó
- **p** adalékolású tömbben (Acceptor density)

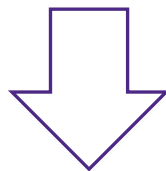


- $N_a = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$
- $\tau_n = 0.1 \text{ msec}$
- $L_n = 200 \text{ }\mu\text{m}$

Tyagi, M. S. and R. Van Overstraeten, *Solid State Electronics* **26**, 6 (1983) 577-598

Ugyanez felírható lyukakra is:

$$\frac{dp}{dt} = -\mu_p \operatorname{div}(p \bar{E}) + D_p \operatorname{divgrad} p + g_p - \frac{p}{\tau_p}$$



$$L_p = \sqrt{D_p \cdot \tau_p}$$