



Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem  
Elektronikus Eszközök Tanszéke

# MIKROELEKTRONIKA BMEVIEEAB01

**Félvezető fizikai alapok**

Dr. Bognár György, Dr. Poppe András

# A szükséges fizikai ismeretek áttekintése

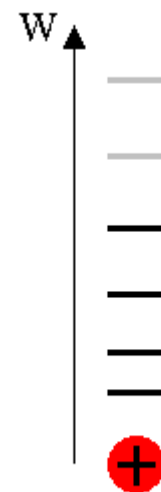
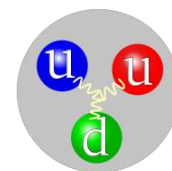
- Töltéshordozók a félvezetőben
- Áramok a félvezetőben
- Generáció, rekombináció, folytonossági egyenletek

# Energiasávok a kristályos anyagban

## ■ Alap kvantummechanikai ismeretek:

- Pozitív atommag (proton, neutron) – negatív elektronok
- Elektronok diszkrét “pályákon”
- Energiaminimumra törekvés elve: alacsonyabb héjak vannak betöltve
- **Pauli elv:** két  $e^-$  nem lehet azonos állapotban, egy elektrónhéjon ellentétes spin (perdület) max. 2  $e^-$
- Héjak között váltás, ha E-re tesznek szert  
Ez a többlet energia az aktuális állapot és a betöltetlen héjak közötti E-val egyezik meg
- Legvalószínűbb, hogy a legmagasabb betöltött állapotú szerez többlet energiát!

Bohr atom-  
modell

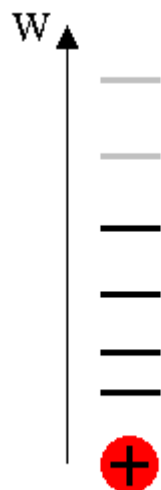


Diszkrét energia  
szintek

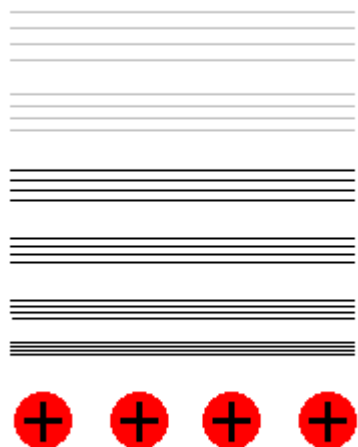
# Energiasávok a kristályos anyagban

- Az egyedülálló atom energiaszintjei a kristályban sávokká (energy band) szélesednek
- Egyszerűsített sávszerkezetek (kristálytani iránytól független)

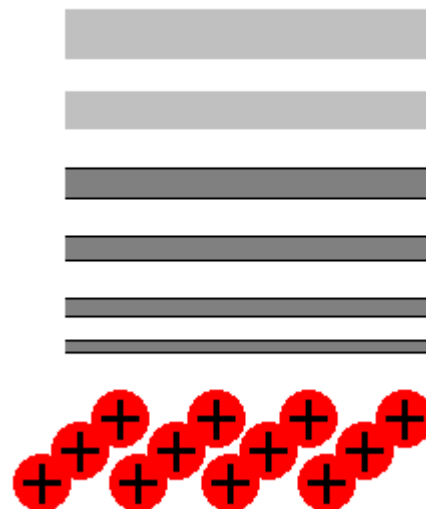
Diszkrét energia szintek:



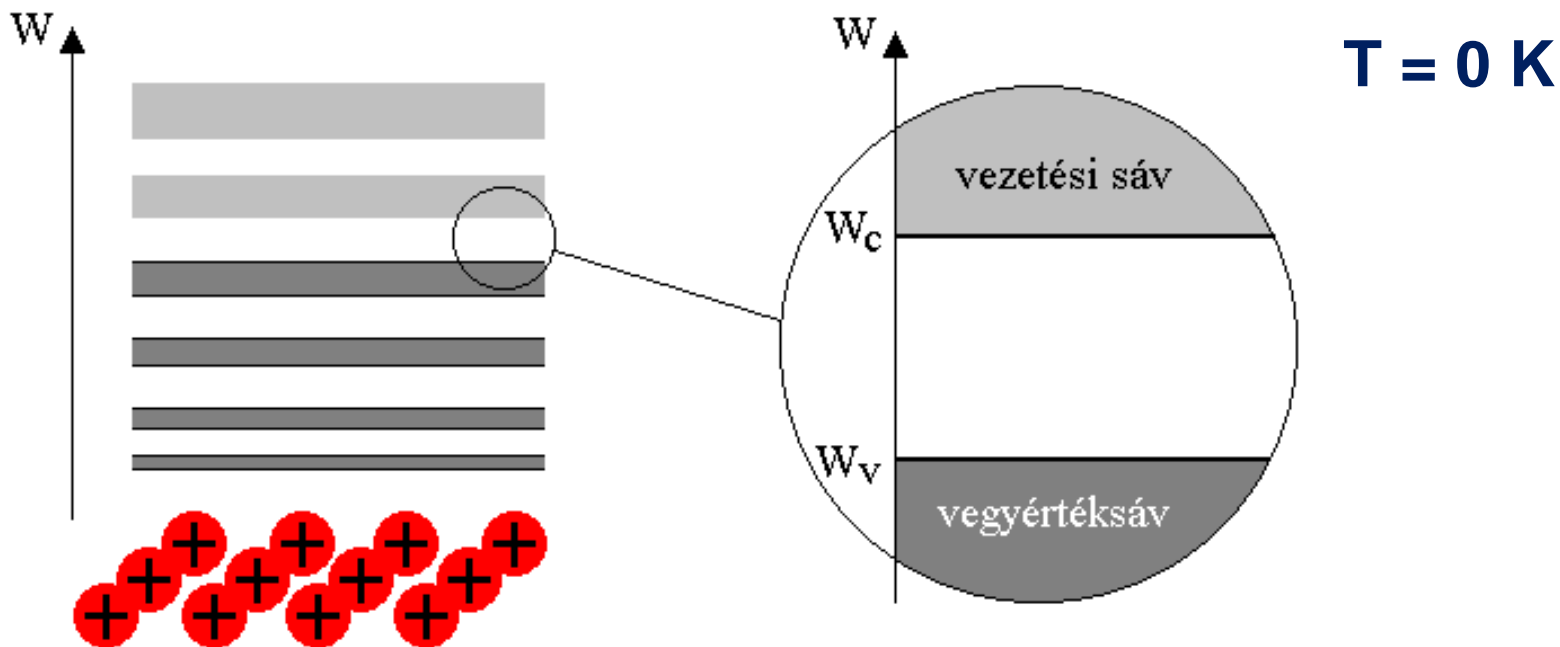
N db atom – N darab szintre hasadás:



Egykristályban szinte folytonos sávokká szélesednek:

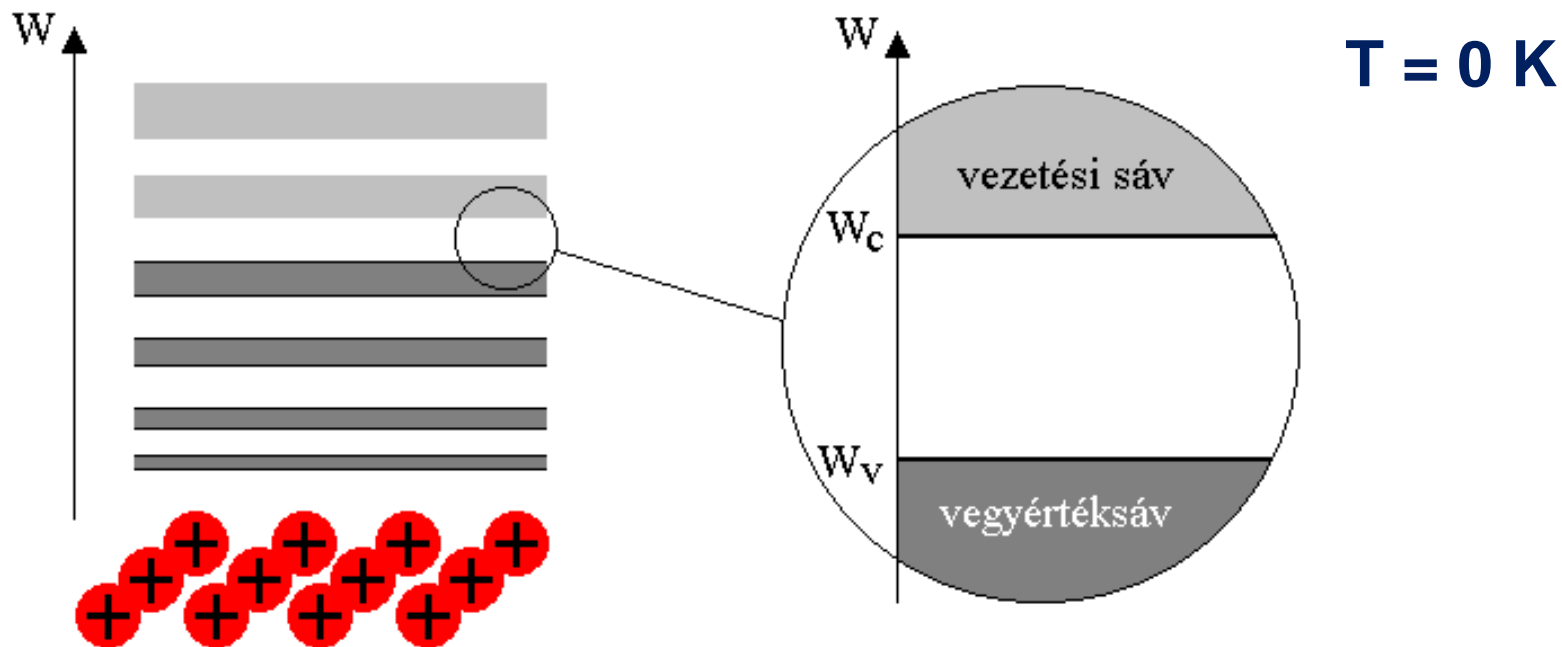


# Vegyérték sáv, vezetési sáv



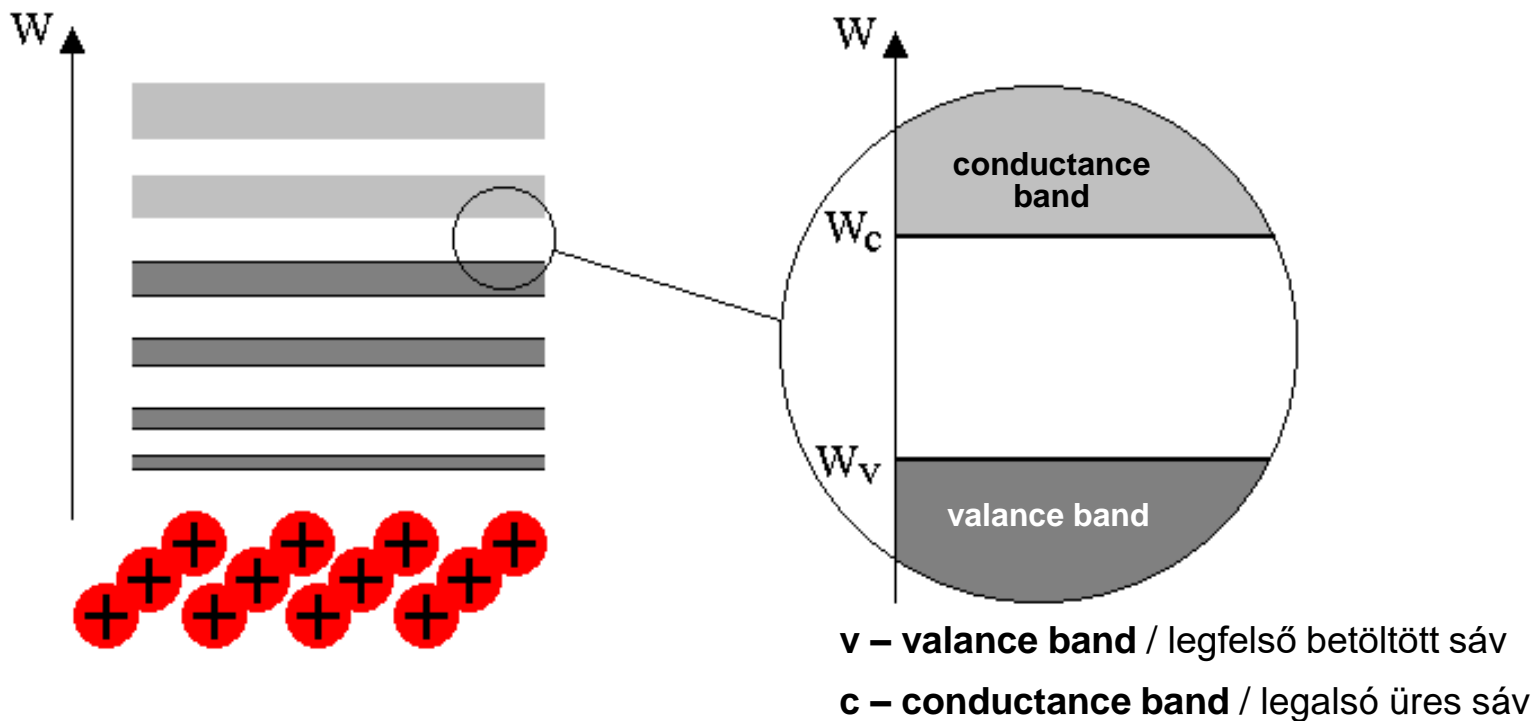
- Áramvezetési szempontból két sáv kiemelkedően fontos:
  - legmagasabb energia szintű, (majdnem) teli sáv (betöltött)
  - a legalacsonyabb energia szintű, (majdnem) üres sáv (betöltetlen)

# Vegyérték sáv, vezetési sáv



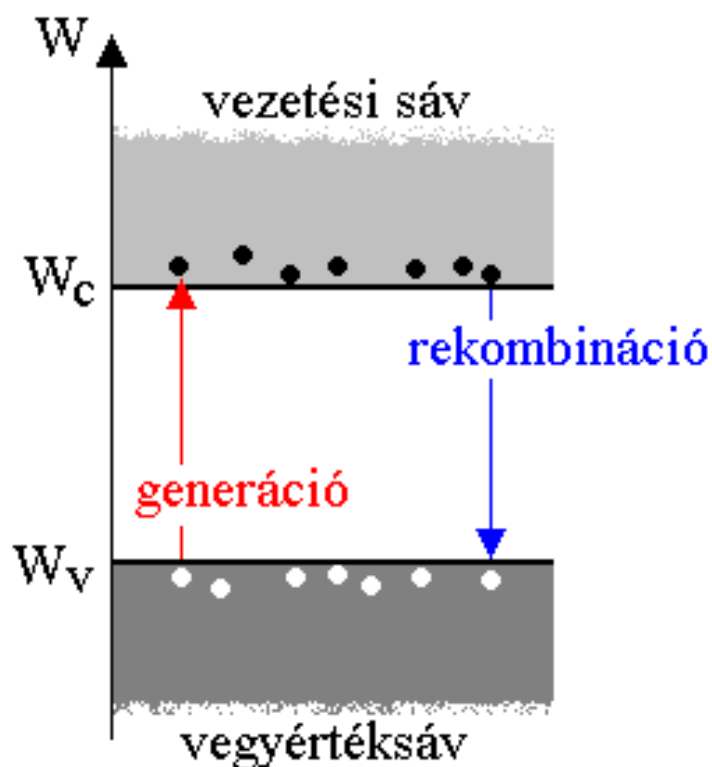
- Kémiai kötések a legkülső elektron héjon (legmagasabb energiaszintű betöltött sáv) található elektronok tudnak kialakítani
- **Vegyértéksávban** elektronok lokalizáltak!

# Vegyérték sáv, vezetési sáv



- **Vezetési sáv** – ezek az elektronok nem lokalizálódnak egyetlen atomhoz sem, szabadon tudnak mozogni, áramot tudnak vezetni

# Elektronok és lyukak



- Hogy tudnak az elektronok mozogni a két sáv között?
- Generáció:  $e^-$  elhagyja a vegyértéksávot, vegyértéksávban  $e^-$  hiány jön létre.  $\rightarrow$  Töltéshordozó pár generálódik
- **Elektronok:** a vezetési sáv alján
- **Lyukak:** a vegyértéksáv tetején

Elektron: negatív töltés, pozitív tömeg

Lyuk: pozitív töltés, pozitív tömeg



# Elektronok és lyukak

Generációhoz honnan nyerik az elektronok az E-t?

- Termikus gerjesztés

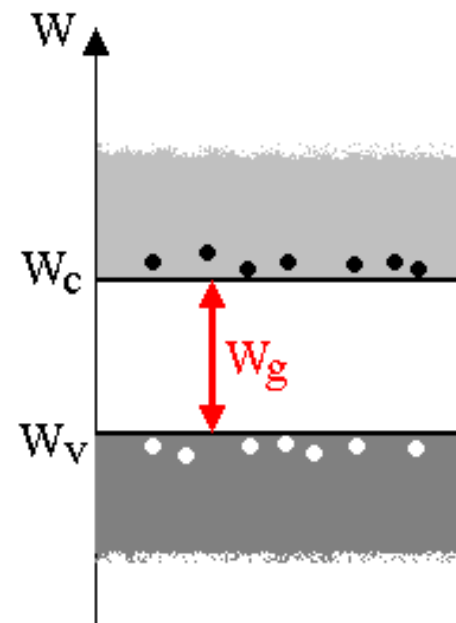
- Rácsrezgés E-ja átadódik  $e^-$

- Foton gerjesztés

- Olyan fény aminek legalább akkora az E-ja, mint  $W_g$
- $E = h \cdot \nu$

Vezetési sáv elektronsűrűségét a generáció és rekombináció dinamikus egyensúlya határozza meg

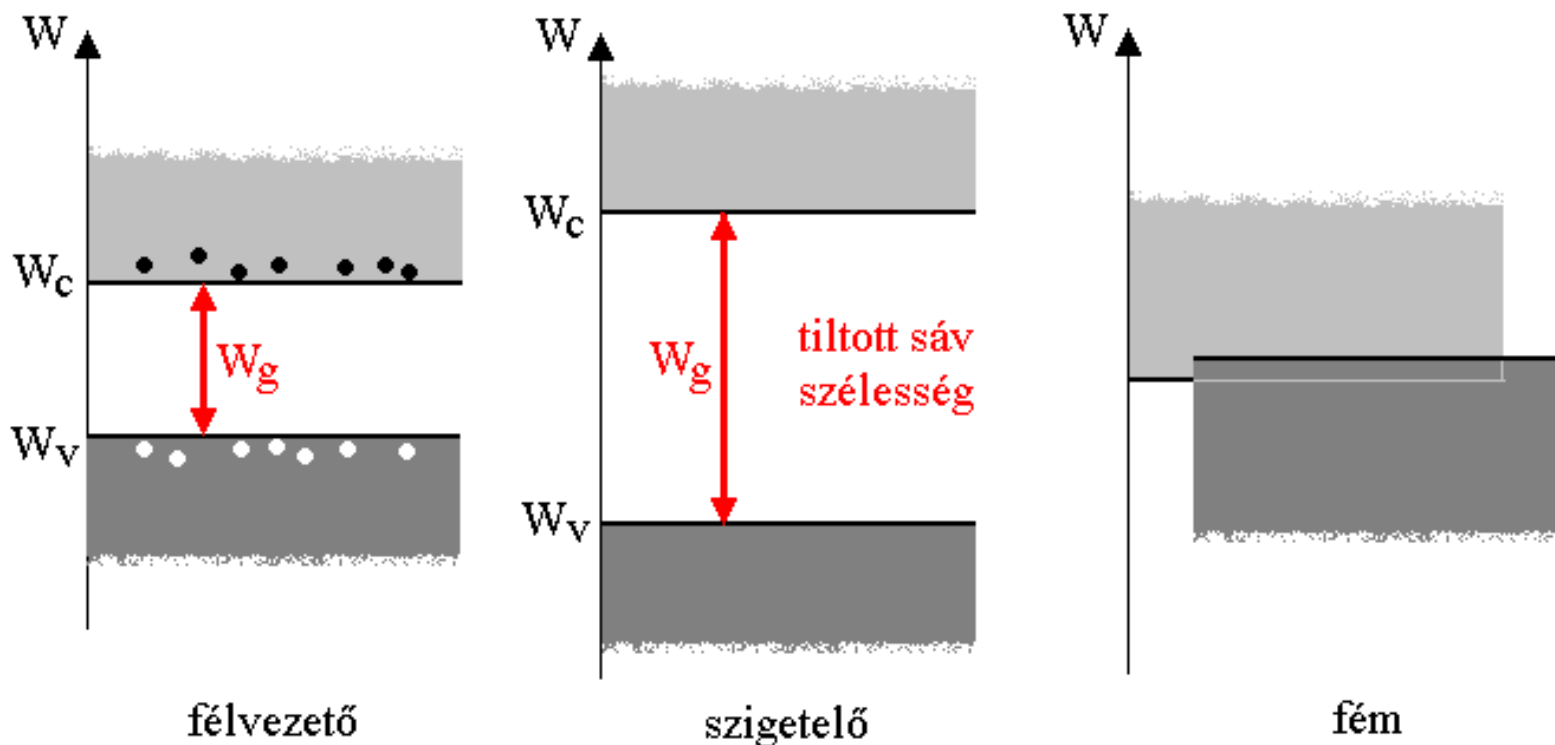
# Vezetők és szigetelők



félvezető

**Tiltott sávban elektron nem tartózkodik!**

# Vezetők és szigetelők



Szilíciumra:  $W_g = 1.12 \text{ eV}$

$\text{SiO}_2$ -ra:  $W_g = 9 \text{ eV}$

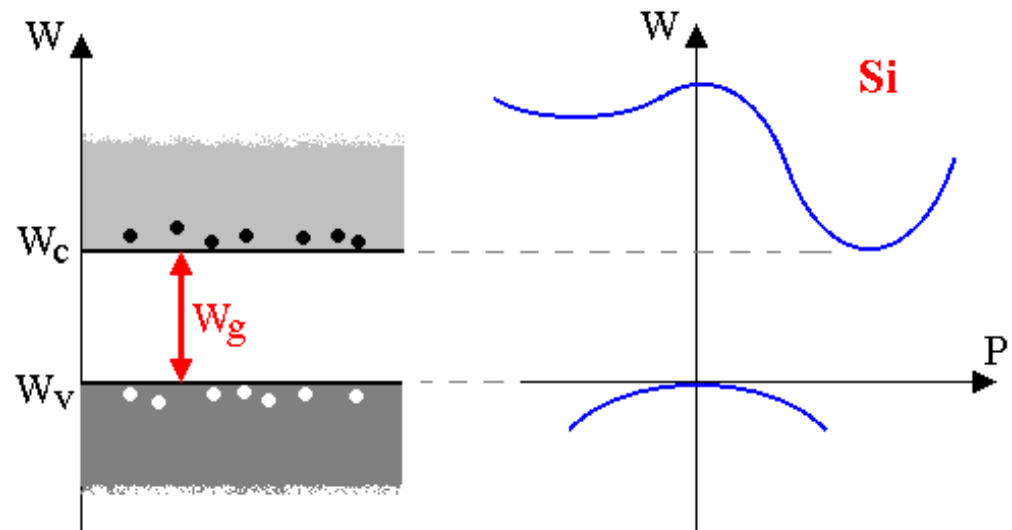
$$1 \text{ eV} = 0.16 \text{ aJ} = 0.16 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

# Félvezetők sávszerkezete

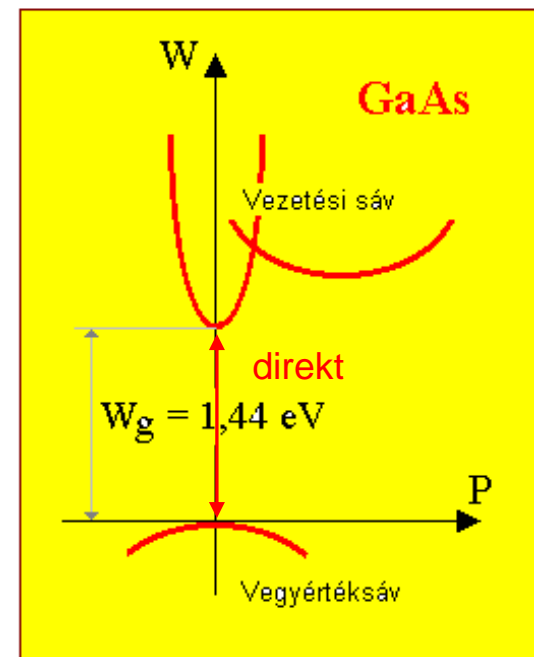
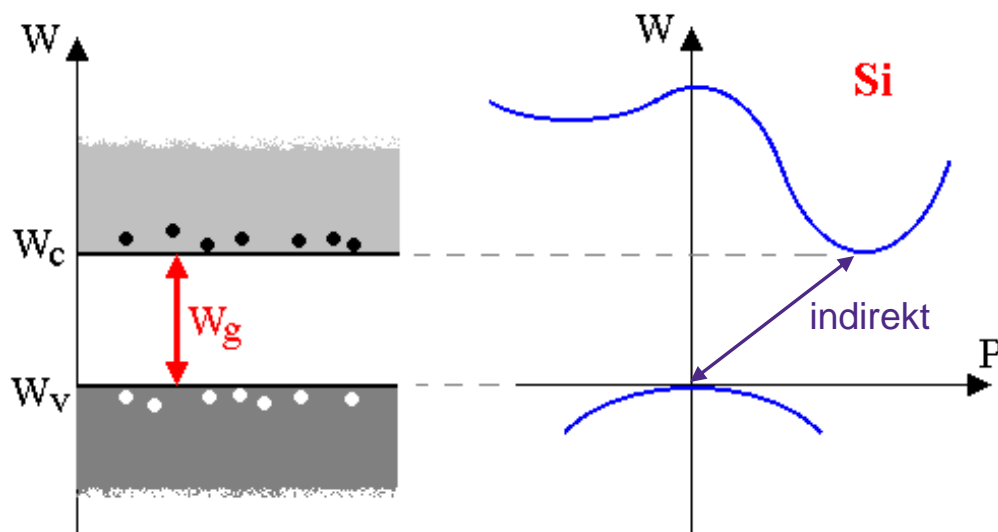
- Végtelen kiterjedésű kristályrácsban elektronok impulzusa és energiája között összefüggés!
- Impulzus (hullámszám) függvényében vizsgálva vezetési sáv alja és vegyérték sáv teteje
- Minimum ( $W_c$ ) és maximum ( $W_v$ ) pontok közötti táv –  $W_g$
- Egy helyen (impulzus)?

$$P = \frac{h}{2\pi} k$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi \cdot \nu}{c}$$



# Félvezetők sávszerkezete

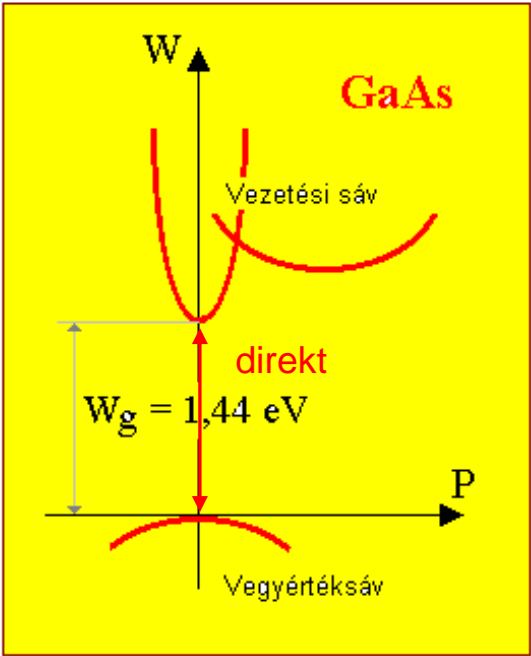
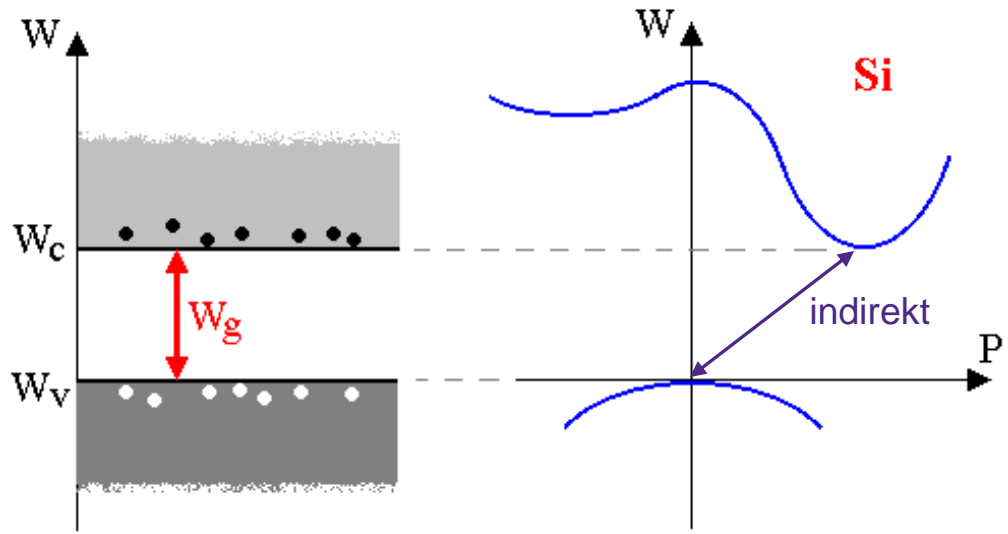


**Indirekt sávú félvezető esetén  
energia- és impulzusmegmaradás  
törvényének is teljesülni kell!**

GaAs: direkt sáv  $\Rightarrow$  opto-elektronika (pl. LED-ek)

Si: indirekt sáv

# Félvezetők sávszerkezete



parabolikus  
sávszélközelítés

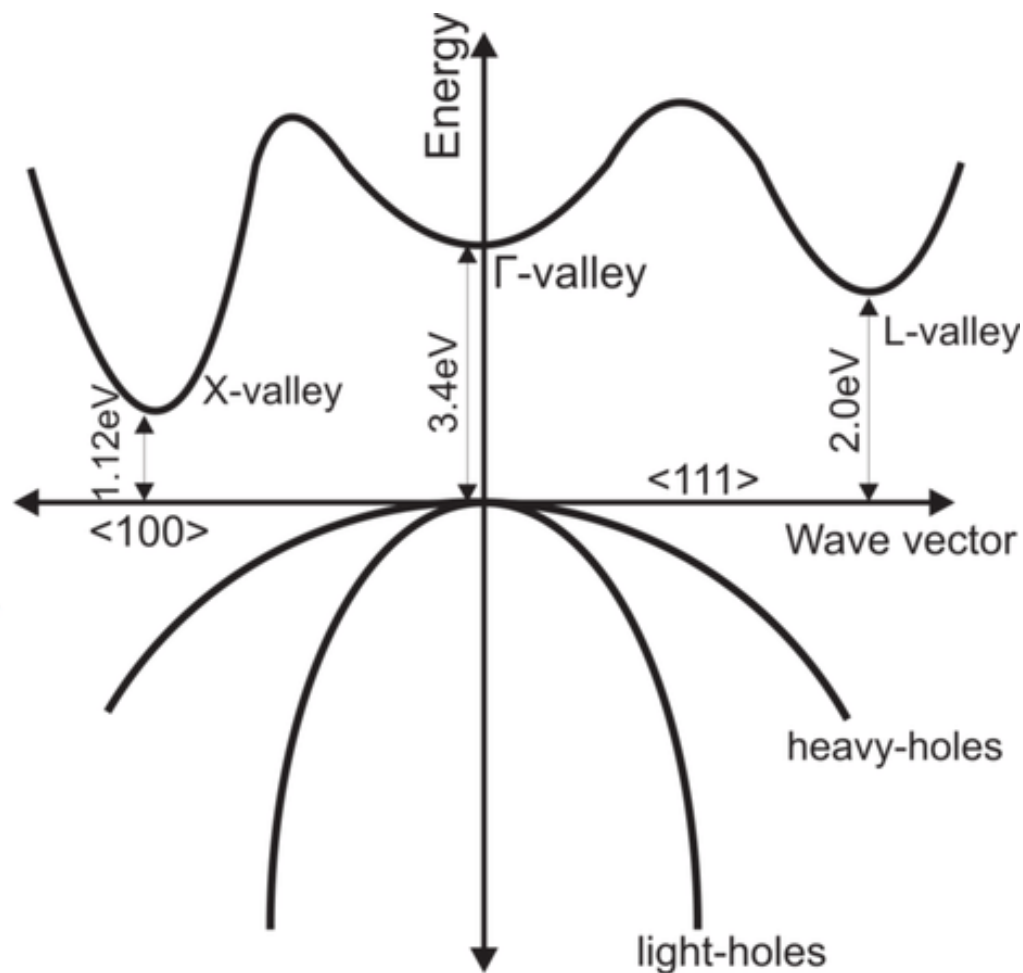
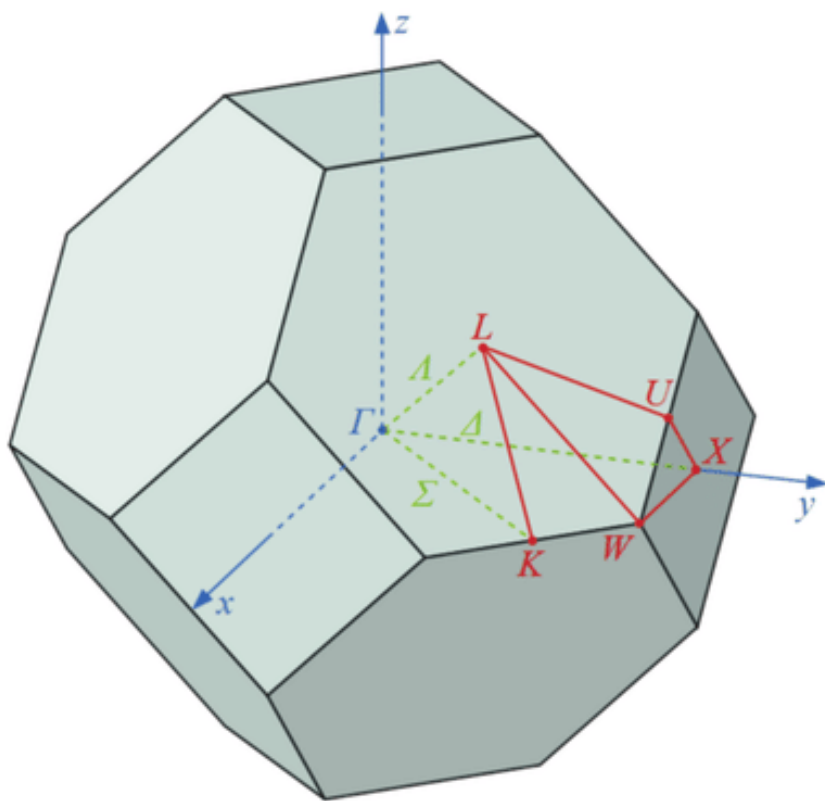
$$W = \frac{1}{2m} p^2 \longrightarrow W = \frac{1}{2m_{eff}} P^2$$

$$F = \frac{dP}{dt} \quad P = \frac{h}{2\pi} k$$

$m_{eff}$  – effektív tömeg, kvantumfizikai összefüggések  
levezetésével elektronnak és lyuknak is!  
Nagysága a sávszél görbültségétől függ!

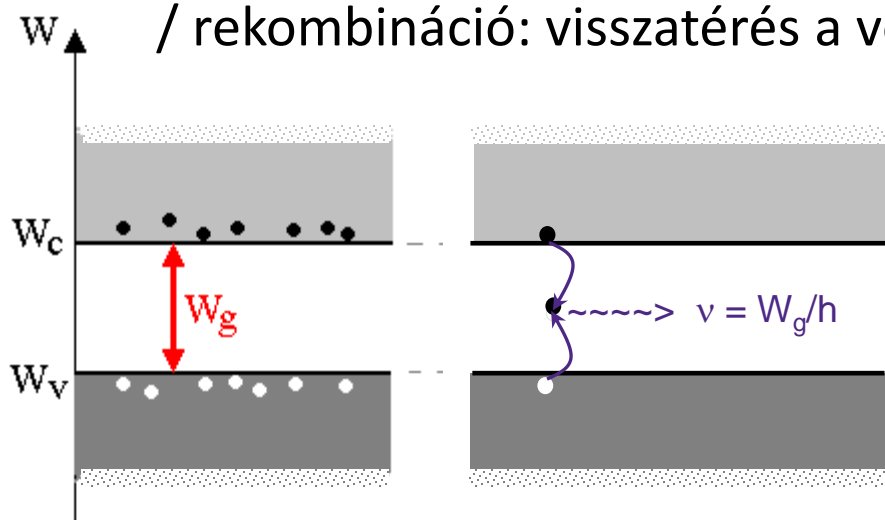
# Félvezetők sávszerkezete

## ■ Szilícium részletes sávszerkezete



# Generáció / rekombináció

Spontán folyamatok: termikus gerjesztés – ugrás a vezetési sávba / rekombináció: visszatérés a vegyérték sávba → equilibrium



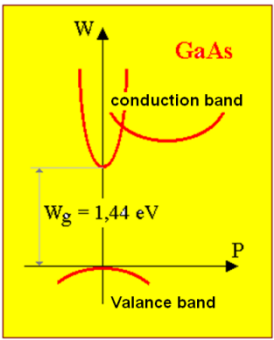
$$\nu = \frac{W_g}{h}$$

$$\lambda = \frac{c}{\nu}$$

Vörös lézerfény esetén  
 $W_g \approx 1.5\text{eV}$

Direkt **rekombináció**  
fényemisszióval  
jár(hat), lásd: **LED-ek**

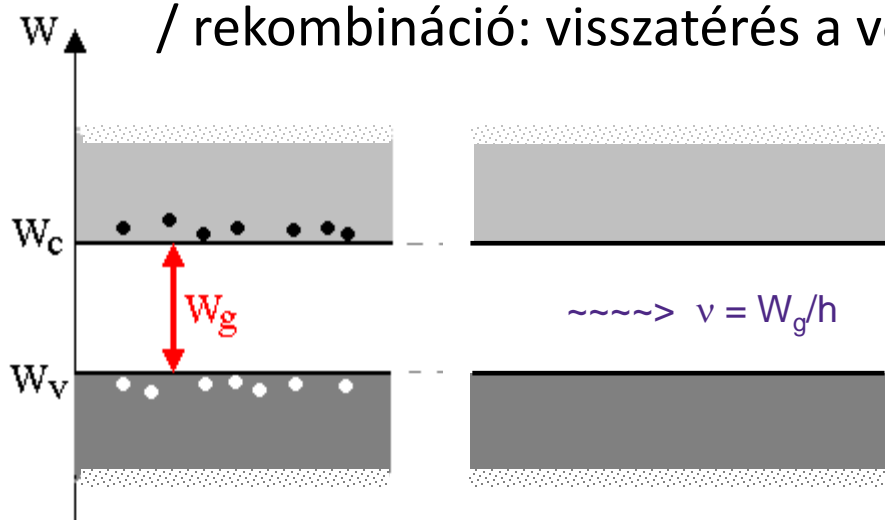
Indirekt **rekombináció** nem  
radiatív, mindig hődisszipációval  
jár (fonon – rácsrezgés)



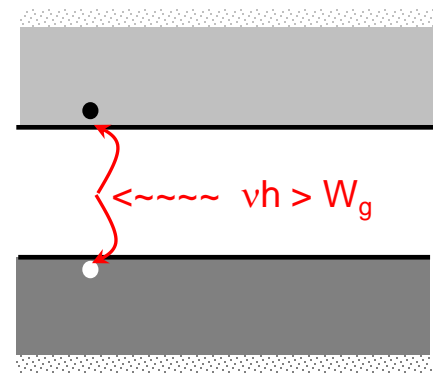
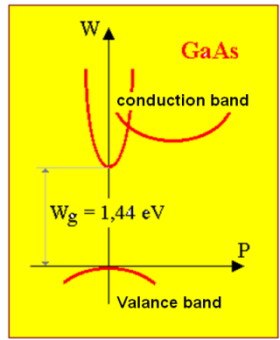


# Generáció / rekombináció

Spontán folyamatok: termikus gerjesztés – ugrás a vezetési sávba / rekombináció: visszatérés a vegyérték sávba ➔ equilibrium



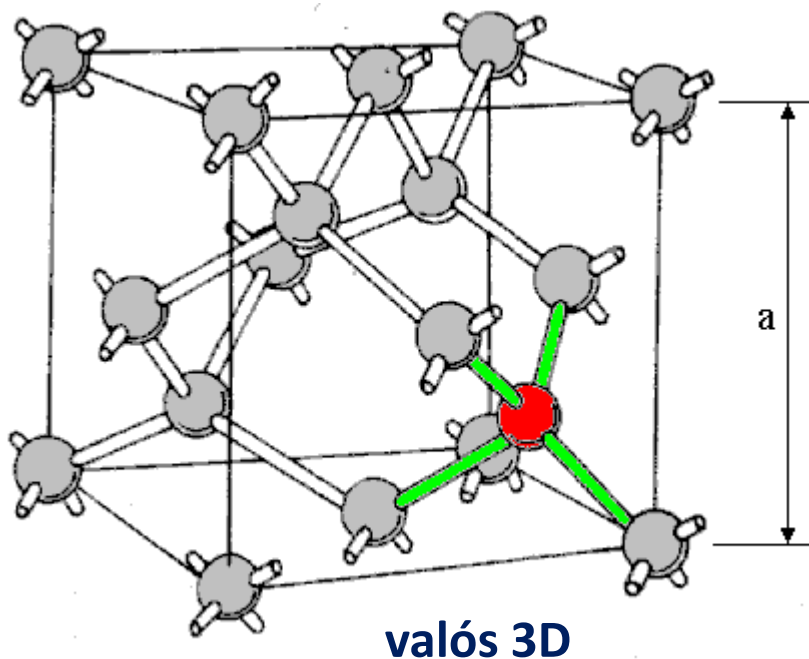
Direkt **rekombináció** fényemisszióval jár(hat), lásd: **LED-ek**



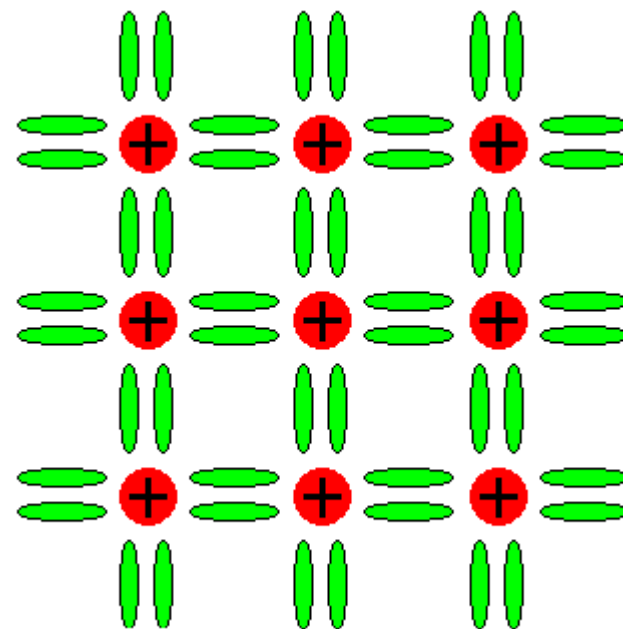
Fényelnyelés generációt okozhat – lásd: **napelemek**

# A szilícium kristályszerkezete

- $N=14$ , 4 vegyérték, periódusos rendszer IV. oszlopa



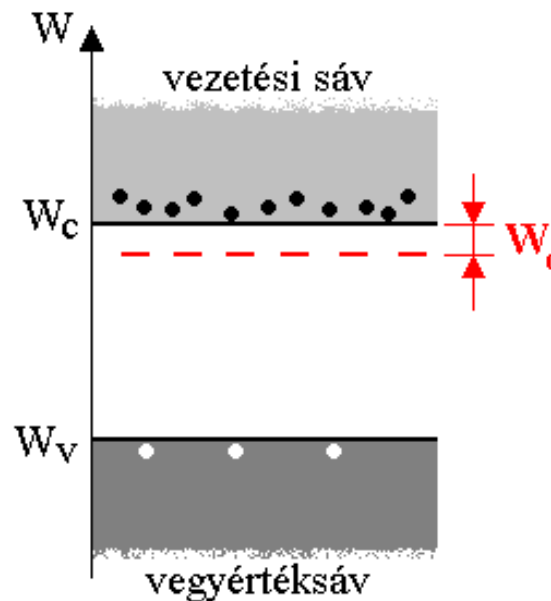
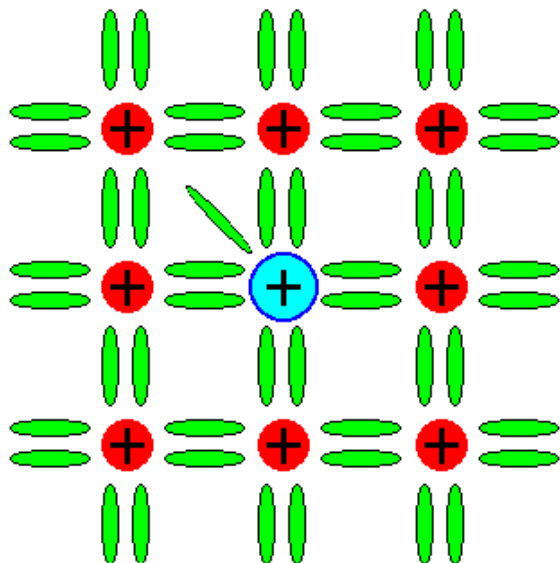
*Adalékolatlan vagy intrinsic félvezető*



**egyszerűsített 2D**

- Gyémántrács, rácsállandó  $a=0.543$  nm
- Minden atomnak 4 legközelebbi szomszédja van
- 10nm L esetén 20 db. Si rácsatom!

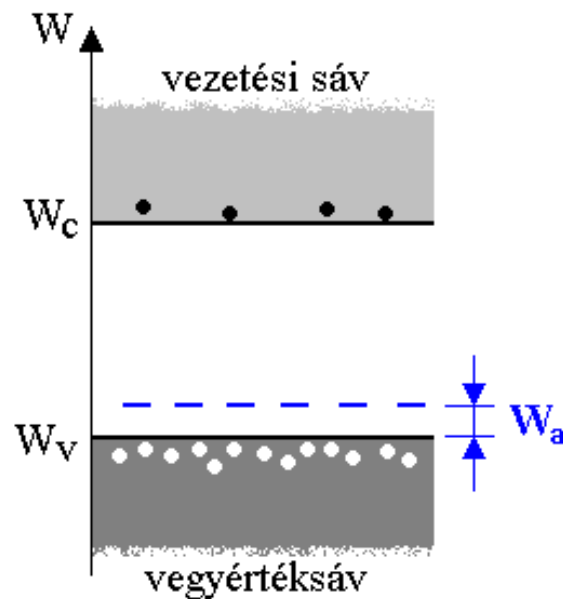
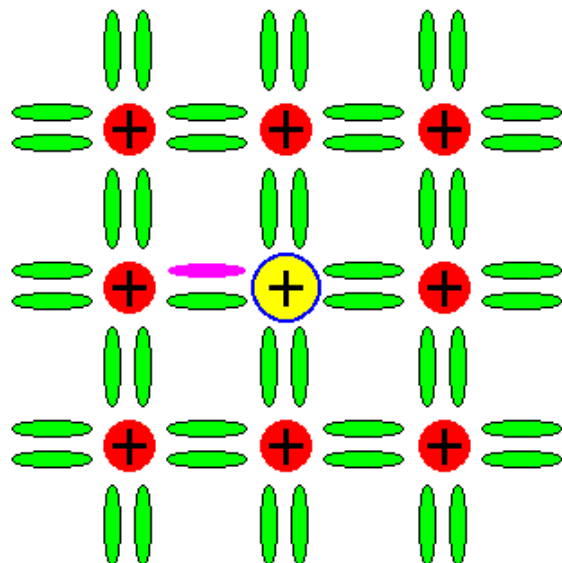
## 5 vegyértékű adalék: **donor** (As, P, Sb)



### n-típusú félvezető

- **Elektron:** többségi töltéshordozó
- **Lyuk:** kisebbségi töltéshordozó

### 3 vegyértékű adalék: **akceptor** (B, Ga, In)



### p-típusú félvezető

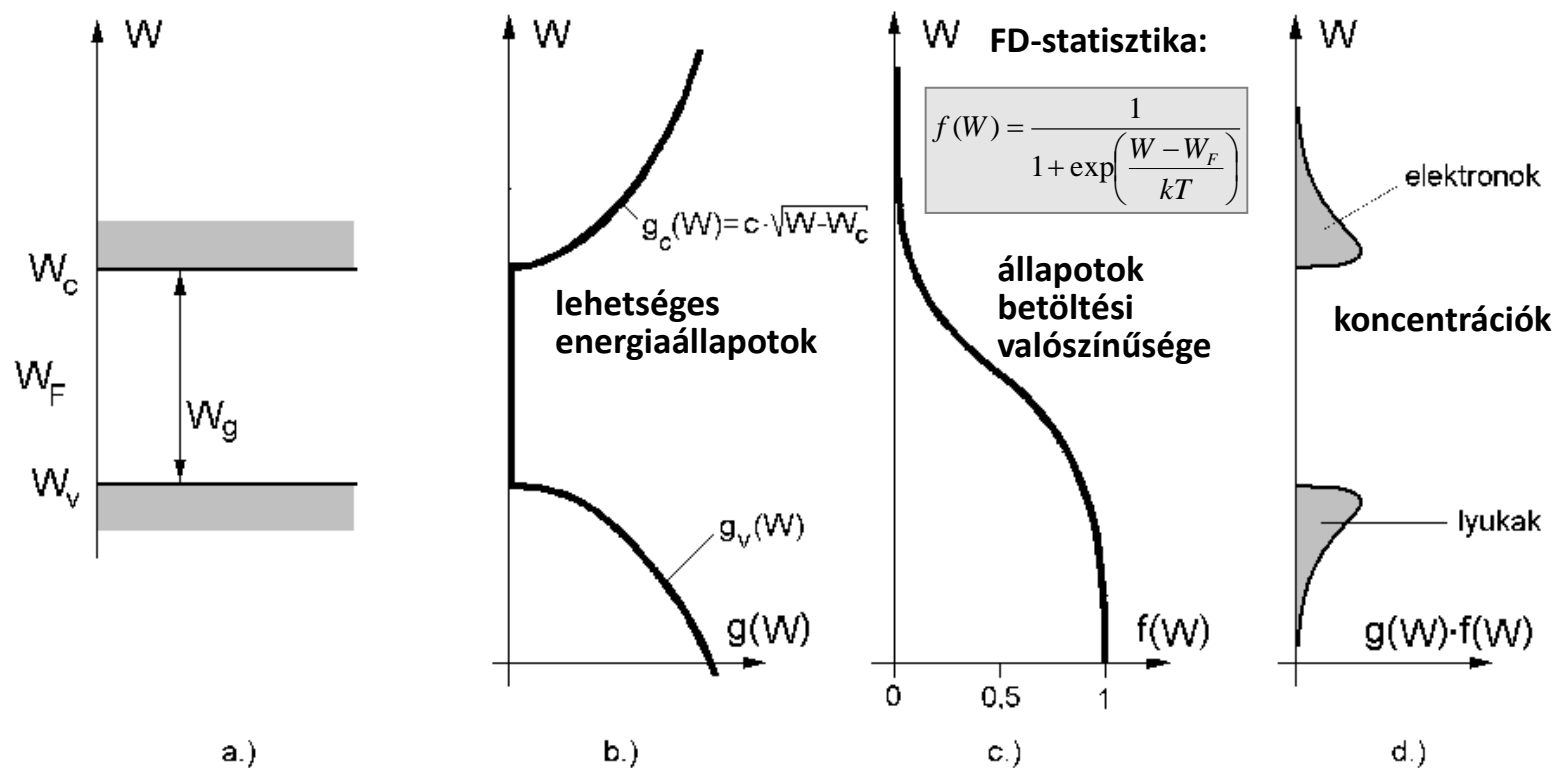
- **Elektron:** kisebbségi töltéshordozó
- **Lyuk:** többségi töltéshordozó

# Hordozókoncentrációk számítása

## ■ Alapelvek:

- Fermi-Dirac statisztikában elektronok megkülönböztethetetlenek
- Pauli elv
- Legkisebb energiájú sávok először betöltve
- A betöltési valószínűség  $f(W)$ , akkor a betöltetlenség valószínűsége  $1-f(W)$

# Hordozókoncentrációk számítása



$$n = \int_{W_c}^{\infty} g_c(W) f(W) dW$$

$$p = \int_0^{W_v} g_v(W) [1 - f(W)] dW$$

# Hordozókoncentrációk számítása

- Az eredmény:

$$n = \text{const } T^{3/2} \exp\left(-\frac{W_c - W_F}{kT}\right)$$

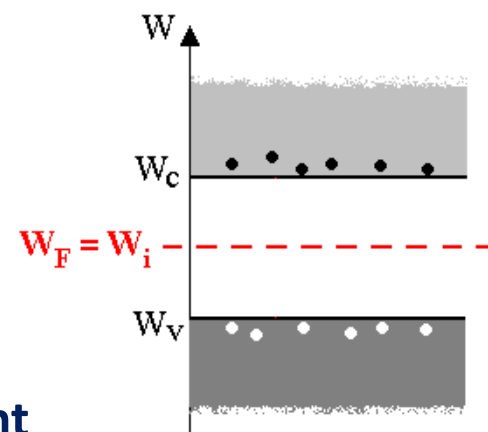
$$p = \text{const } T^{3/2} \exp\left(-\frac{W_F - W_v}{kT}\right)$$

- Adalékolatlan félvezetőre  $n = p = n_i$ 
  - az ilyent **intrinsic** anyagnak hívják

$$W_c - W_F = W_F - W_v$$

$$W_F = \frac{W_c + W_v}{2} = W_i$$

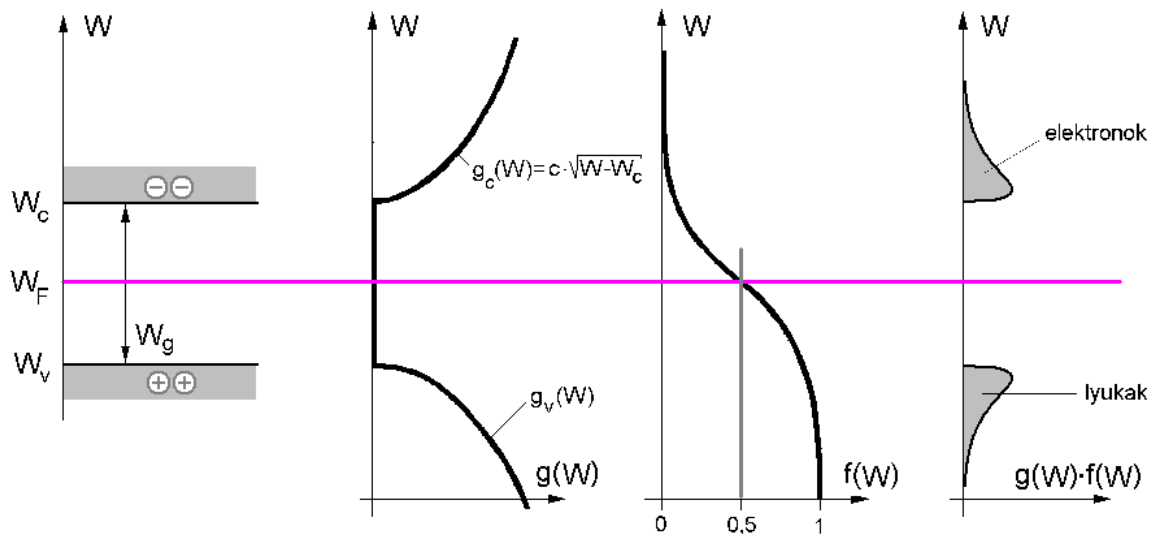
$W_F$ : Fermi-szint



# A Fermi-szint

- A Fermi-szint formális definíciója: az az energiaszint, ahol a lehetséges állapotok betöltöttségi valószínűsége 1/2:

- Ez intrinsic anyagnál a tiltott sáv közepén van:  $f(W) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{W - W_F}{kT}\right)} = 0.5$



$$W_F = \frac{W_c + W_v}{2}$$

- Ez az intrinsic Fermi-szint,  $W_i$



## Töltéshordozó sűrűségek

$$n = \text{const } T^{3/2} \exp\left(-\frac{W_c - W_F}{kT}\right)$$

$$p = \text{const } T^{3/2} \exp\left(-\frac{W_F - W_v}{kT}\right)$$

$$n \cdot p = \text{const} \cdot T^3 \exp(-W_g / kT)$$

- Csak a hőmérséklettől függ, adalékolástól nem!

A "tömeghatás törvénye"

$$n \cdot p = n_i^2$$

Szilíciumra, 300 K hőmérsékleten

$$n_i = 10^{10} / \text{cm}^3$$

(10 töltéshordozó egy 0.01 mm  
élhosszúságú kockában)

# Töltéshordozó sűrűségek

**Példa**

- Si,  $T = 300\text{ K}$ , donor koncentráció  $N_D = 10^{17} / \text{cm}^3$
  
- **Mennyi az elektron- és a lyuksűrűség értéke?**
  - Donor adalékolás  $\Rightarrow n \approx N_D = \underline{10^{17} / \text{cm}^3}$
  - Lyuk koncentráció:  $p = n_i^2 / n = \underline{10^{20} / 10^{17} = 10^3 / \text{cm}^3}$
  
- **Mekkora az adalék atomok relatív sűrűsége?**
  - $1\text{ cm}^3$  Si-ban  $5 \cdot 10^{22}$  atom van
  - tehát,  $10^{17} / 5 \cdot 10^{22} = \underline{2 \cdot 10^{-6}}$
  
  - Az adalékolt szilícium tisztasága 0.999998

# Töltéshordozó sűrűségek

$$n = \text{const } T^{3/2} \exp\left(-\frac{W_c - W_F}{kT}\right)$$

$$n_i = \text{const } T^{3/2} \exp\left(-\frac{W_c - W_i}{kT}\right)$$

$$\frac{n}{n_i} = \exp\left(\frac{W_F - W_i}{kT}\right)$$

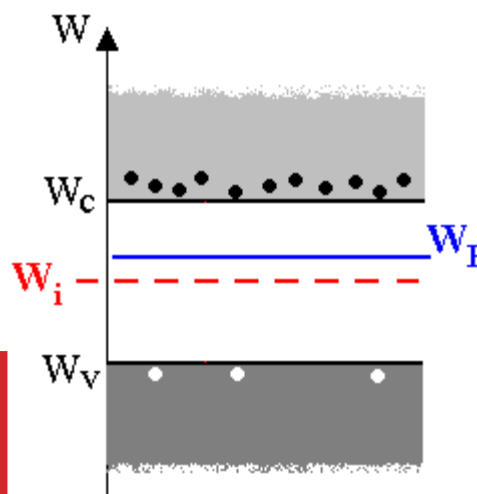
$$n = n_i \exp\left(\frac{W_F - W_i}{kT}\right)$$

$$p = n_i \exp\left(-\frac{W_F - W_i}{kT}\right)$$

Csak egy alkalmas átrendezés...

## Termikus energia

$$\begin{aligned} k \cdot T &= 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ VAs/K} \cdot 300 \text{ K} \\ &= 4,14 \cdot 10^{-21} \text{ J} = 0.026 \text{ eV} \\ &= 26 \text{ meV} \end{aligned}$$



Adalékolt félvezetőben a Fermi-szint eltolódik az intrinsic Fermi-szinthez képest!

# Hőmérsékletfüggés

$$n_i^2 = n \cdot p = \text{const} \cdot T^3 \exp(-W_g / kT)$$

$$\frac{d}{dT} n_i^2 = n_i^2 \left( \frac{3}{T} + \frac{W_g}{kT^2} \right) \qquad \frac{d n_i^2}{n_i^2} = \left( 3 + \frac{W_g}{kT} \right) \frac{dT}{T}$$

- Ez mekkora Si-ra?

**Példa**

$$\frac{d n_i^2}{n_i^2} = \left( 3 + \frac{1,12}{0,026} \right) \frac{dT}{300} \cong 0.15 dT \approx 15\% / ^\circ\text{C}$$

## Töltéshordozó-koncentráció hőmérsékletfüggése

## Példa

Si,  $T = 300\text{ K}$ , a donor adalékok sűrűsége  $N_D = 10^{17} / \text{cm}^3$

$$n \cong N_D = 10^{17} / \text{cm}^3$$

$$p = n_i^2 / n = 10^{20} / 10^{17} = 10^3 / \text{cm}^3 \quad \Leftarrow n \cdot p = n_i^2$$

Hogyan változik  $n$  és  $p$ , ha  $T$  25 fokkal nő?

$$n \cong N_D = 10^{17} / \text{cm}^3 \text{ – változatlan}$$

$$n_i^2 = 10^{20} \cdot 1.15^{25} = 33 \cdot 10^{20}$$

$$\Rightarrow p = n_i^2 / n = 33 \cdot 10^{20} / 10^{17} = 3.3 \cdot 10^4 / \text{cm}^3$$

Csak a kisebbségi hordozók sűrűsége nőtt!

$$\Delta T = 16.5\text{ °C} \rightarrow 10\times$$

# Áramok a félvezetőben

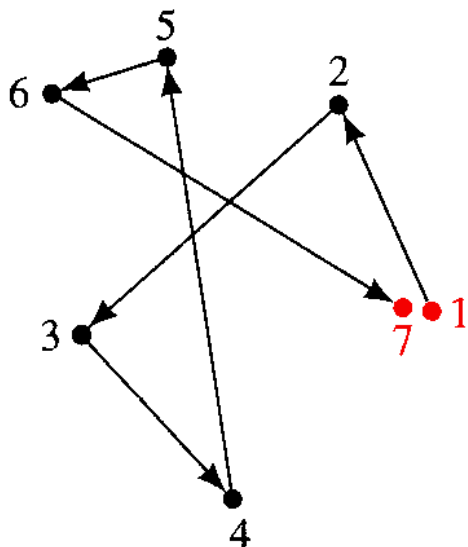
- Sodródási áram (el. térerősség hatására)
- Diffúziós áram (sűrűség különbség hat.)

Amiről nem beszélünk:

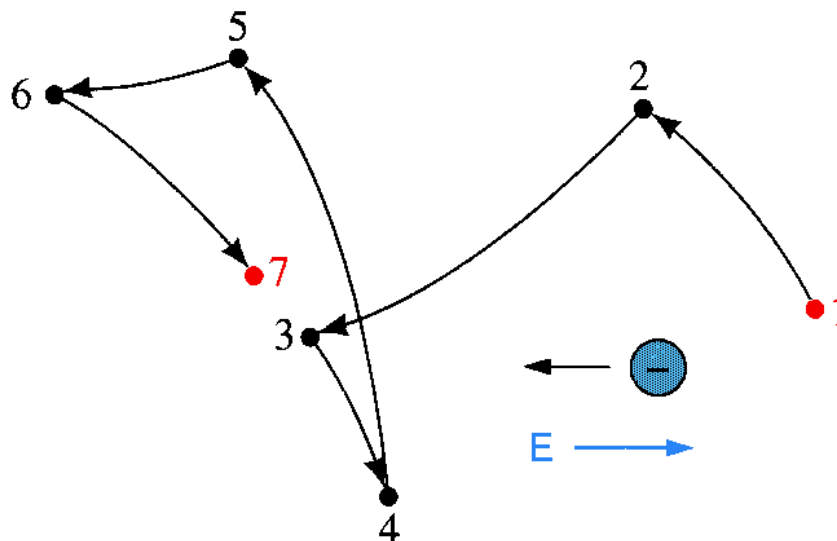
- hőmérséklet különbség is indíthat áramot
- a mágneses erőternek is van befolyása
- töltésáramlás mellett energiaáramlás is van
- kombinált transzportjelenségek  
(*HALL, Seebeck, Peltier*)

# Sodródási áram (drift áram)

**Az elektronok hőmozgása  
rendezetlen**



Nincs térerősség



Van térerősség

$$\bar{v}_s = \mu \bar{E}$$

$\mu$  = mozgékonyág  
 $\text{m}^2/\text{Vs}$

## Sodródási áram (drift áram)

$$\bar{J} = \rho \bar{v}$$

$\rho$  töltéssűrűség  
 $\bar{v}$  (átlag)sebesség

$$\bar{v}_s = \mu \bar{E}$$

$$\bar{J}_n = q n \mu_n \bar{E}$$

$$\bar{J}_p = q p \mu_p \bar{E}$$

$$\bar{J} = q (n \mu_n + p \mu_p) \bar{E}$$

$$\bar{J} = \sigma_e \bar{E}$$

Differenciális  
Ohm törvény

$$\rho_e = \frac{1}{\sigma_e}$$

Fajlagos ellenállás

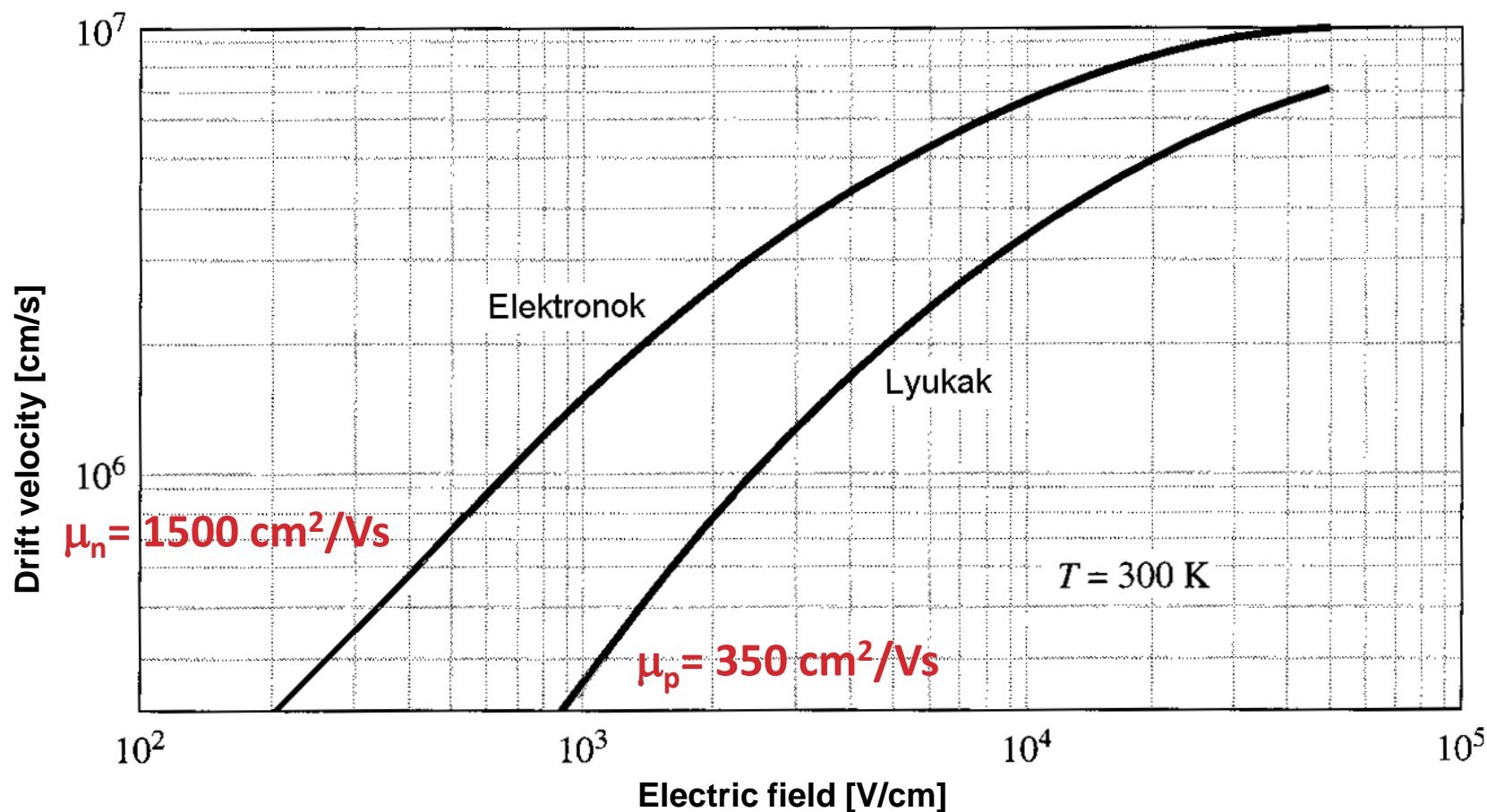
$$\sigma_e = q (n \mu_n + p \mu_p)$$

A félvezetőanyag fajlagos vezetőképessége



## A mozgékonyaságról

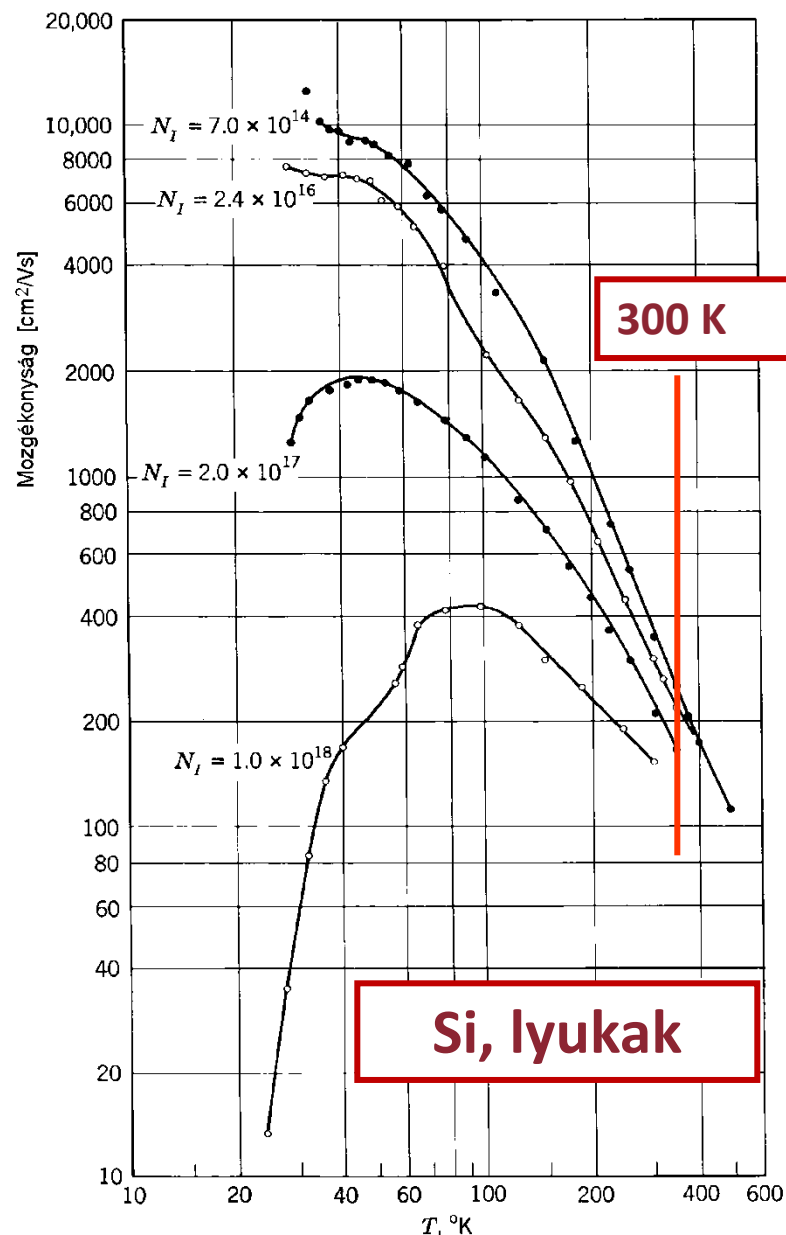
Si



# A mozgékonyaságról

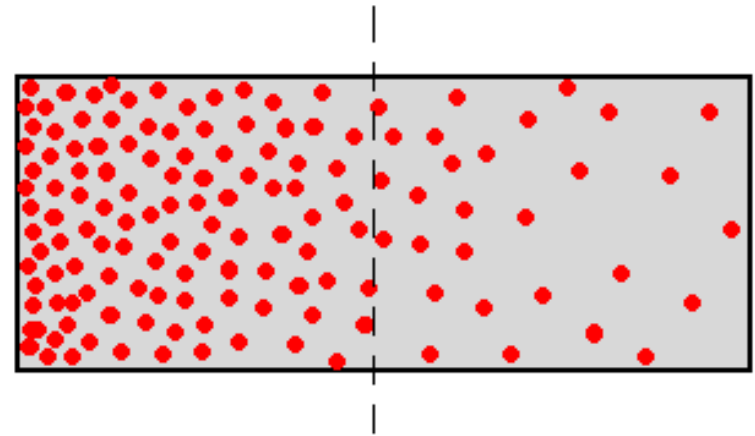
- Töltéshordozók mozgékonyaságát az **szóródások** korlátozzák
- Növekvő adalékolással csökken
- Szobahőmérsékleten növekvő hőmérséklettel csökken

$$\mu \sim T^{-3/2}$$



# A diffúziós áram

- Két oldalt egyforma hőmozgás intenzitása
- Azonos valószínűség, hogy a szaggatott vonal kétoldaláról e- átlépje a határvonalat
- DE sűrűség különbség van!
- Arányos a sűrűség gradienssel
- $D$  = diffúziós állandó [ $\text{m}^2/\text{s}$ ]



$$\overline{J}_n = q D_n \overline{\text{grad } n}$$

$$\overline{J}_p = -q D_p \overline{\text{grad } p}$$

## A teljes áramsűrűség

$$\overline{J}_n = qn\mu_n \overline{E} + q D_n \text{grad } n$$

$$\overline{J}_p = qp\mu_p \overline{E} - q D_p \text{grad } p$$

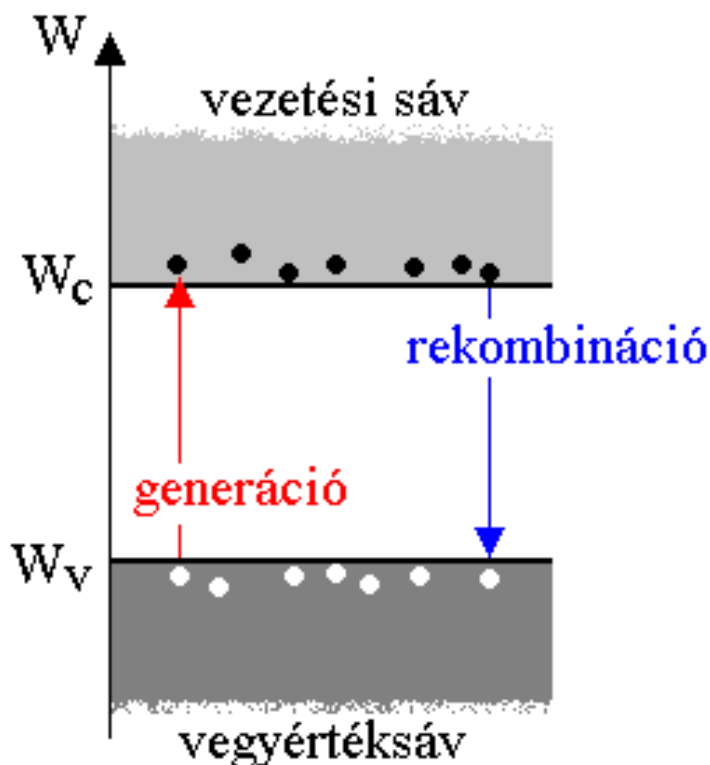
$$D = \frac{kT}{q} \mu$$

Einstein összefüggés

$$U_T = \frac{kT}{q} \Big|_{T=300K} = \frac{1,38 \cdot 10^{-23} [\text{VAs/K}] \cdot 300 [\text{K}]}{1,6 \cdot 10^{-19} [\text{As}]} \cong 0,026 \text{ V} = 26 \text{ mV}$$

Termikus feszültség

# Generáció, rekombináció



- **Élettartam:** az az **átlagos** idő, amit egy elektron a vezetési sávban tölt
  - értékét szennyezők befolyásolják (rekombinációs centrumok, tiltott sávban megengedett állapotok jelenléte)

$$\tau_n, \tau_p \quad 1 \text{ ns} \dots 1 \mu\text{s}$$

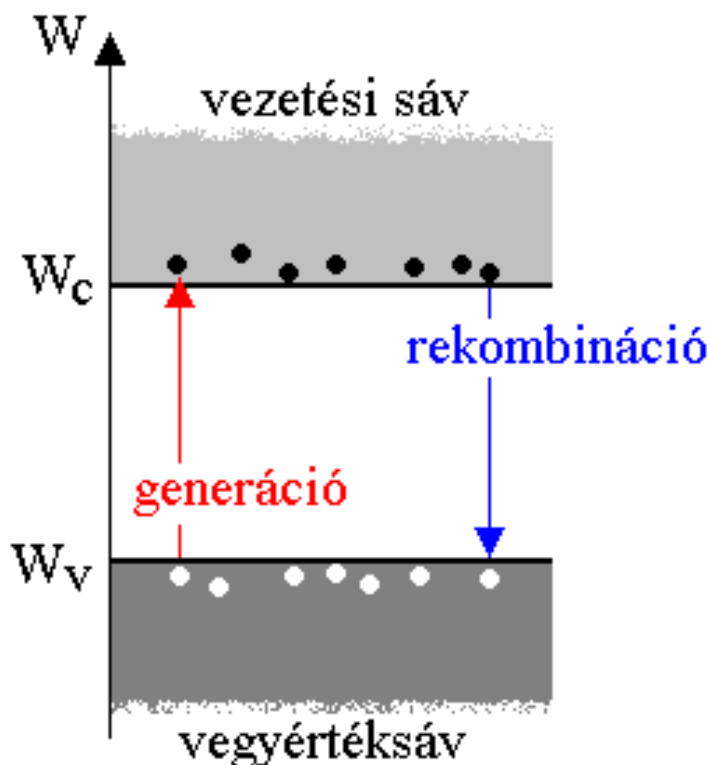
- Egy e- élettartama  $\tau_n$ , akkor  $dt$  idő alatti rekombináció vsz.  $dt/\tau_n$

- **rekombinációs ráta:**  $r$  [ $1/\text{m}^3\text{s}$ ]

*Egységnyi idő alatt, egységnyi térfogaton rekombinálódott töltéshordozók száma*

$$r_n = \frac{n \cdot dt}{\tau_n} \xrightarrow{\text{egységnyi idő, egységnyi V}} r_n = \frac{n}{\tau_n}$$

# Generáció, rekombináció



- **Élettartam:** az az **átlagos** idő, amit egy elektron a vezetési sávban tölt
  - értékét szennyezők befolyásolják (rekombinációs centrumok, tiltott sávban megengedett állapotok jelenléte)

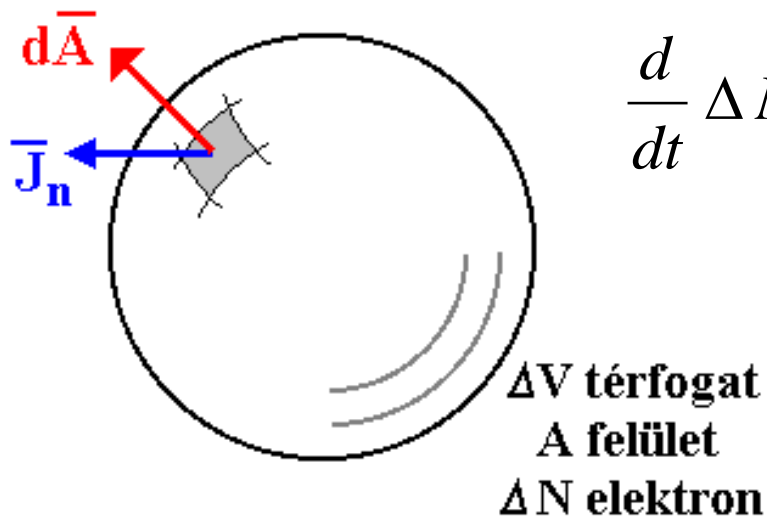
$$\tau_n, \tau_p \quad 1 \text{ ns} \dots 1 \mu\text{s}$$

- **generációs ráta:**  $g$  [ $1/\text{m}^3\text{s}$ ]
- **rekombinációs ráta:**  $r$  [ $1/\text{m}^3\text{s}$ ]

$$r_n = \frac{n}{\tau_n} \quad r_p = \frac{p}{\tau_p}$$

$$g_n = r_n|_{\text{egyensúlyi}} = \frac{n_0}{\tau_n}$$

## Folytonossági egyenlet



Hogyan változik a  
 töltéshordozók száma  
 az időben?

$$\frac{d}{dt} \Delta N = -\frac{1}{-q} \oint_A \bar{J}_n d\bar{A} + g_n \cdot \Delta V - \frac{n}{\tau_n} \Delta V$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\Delta N}{\Delta V} = \frac{1}{q} \frac{1}{\Delta V} \oint_A \bar{J}_n d\bar{A} + g_n - \frac{n}{\tau_n}$$

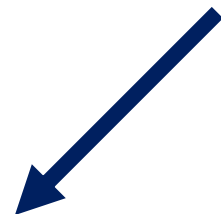
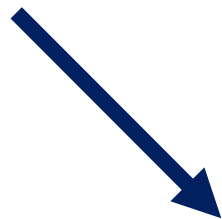
$$\Delta V \rightarrow 0$$

$$\frac{dn}{dt} = \frac{1}{q} \operatorname{div}(\bar{J}_n) + g_n - \frac{n}{\tau_n}$$

## Folytonossági egyenlet

$$\frac{dn}{dt} = \frac{1}{q} \operatorname{div}(\overline{J}_n) + g_n - \frac{n}{\tau_n}$$

$$\overline{J}_n = qn\mu_n \overline{E} + qD_n \operatorname{grad} n$$



$$\frac{dn}{dt} = \mu_n \operatorname{div}(n\overline{E}) + D_n \operatorname{div} \operatorname{grad} n + g_n - \frac{n}{\tau_n}$$

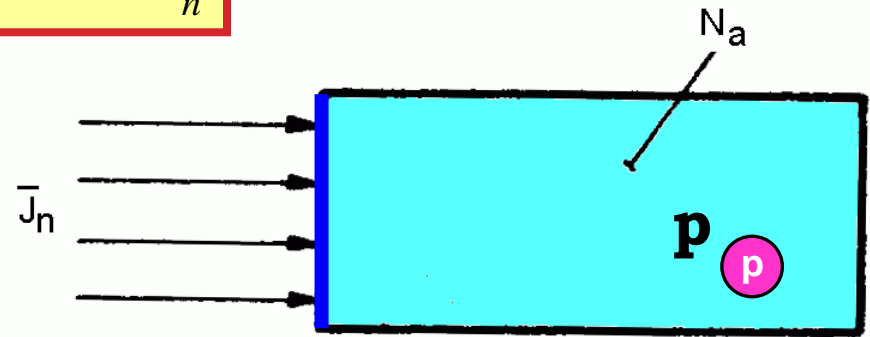
$$\frac{dp}{dt} = -\mu_p \operatorname{div}(p\overline{E}) + D_p \operatorname{div} \operatorname{grad} p + g_p - \frac{p}{\tau_p}$$



# Példa a diffúziós egyenlet megoldására

$$\frac{dn}{dt} = \underbrace{\mu_n \operatorname{div}(n\bar{E})}_0 + \underbrace{D_n \operatorname{divgrad} n}_0 + g_n - \frac{n}{\tau_n} = \frac{d^2n}{dx^2}$$

- Homogén p adalékolású szilícium tömb
- Állandó áramsűrűséggel elektronok injektálva
- Diffúzióval haladnak ( $E=0$ ), miközben rekombinálódnak
- Stacioner állapot ( $dn/dt=0$ )



- Milyen a beinjektált kisebbségi töltéshordozók  $n(x)$  eloszlása?
- Átlagosan milyen mélységig hatolnak be, mielőtt rekombinálódnak?

# Példa a diffúziós egyenlet megoldására

$$\frac{dn}{dt} = \mu_n \operatorname{div}(n \bar{E}) + D_n \operatorname{divgrad} n + g_n - \frac{n}{\tau_n}$$

$$0 \qquad 0 \qquad d^2/dx^2$$

$$0 = D_n \frac{d^2 n}{dx^2} + g_n - \frac{n}{\tau_n}$$

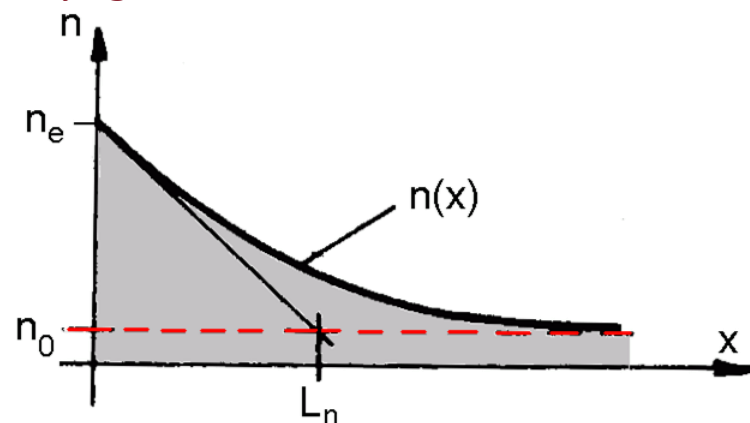
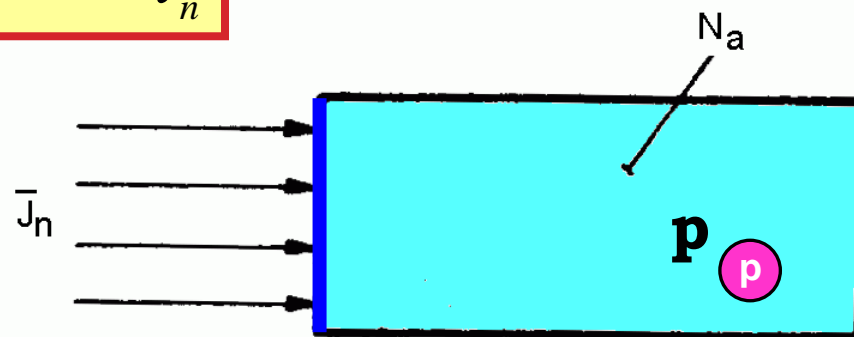
$$0 = D_n \frac{d^2 n}{dx^2} + \frac{n_0}{\tau_n} - \frac{n}{\tau_n}$$

*Termikus egyensúlynak megfelelő generációs ráta modellje a p típusú anyagban*

$$n(x) = n_0 + (n_e - n_0) \exp(-x / \sqrt{D_n \tau_n})$$

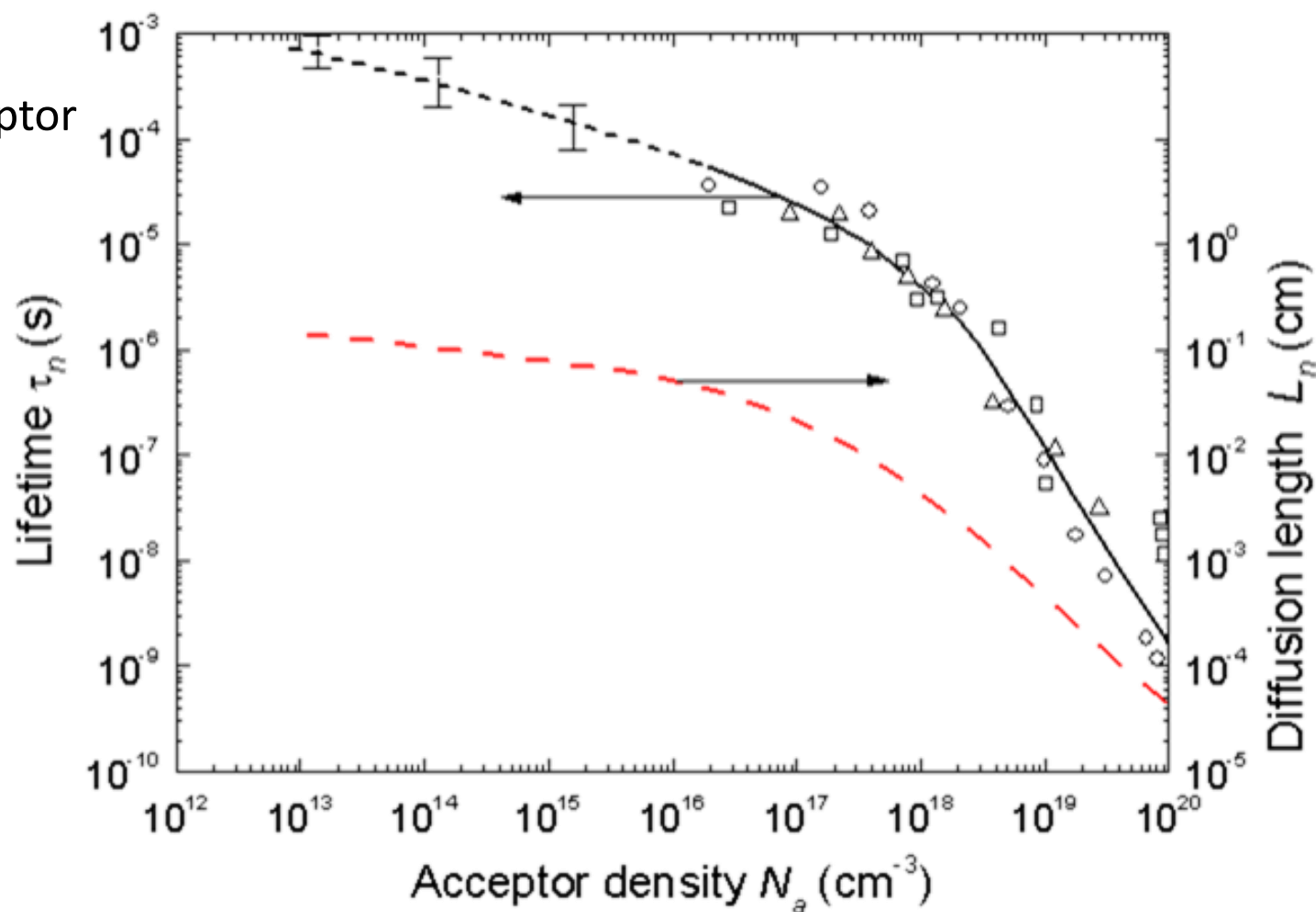
$$L_n = \sqrt{D_n \tau_n}$$

**diffúziós hossz**



# Diffúziós hossz és adalékolás összefüggése

- Elektron **kisebbségi** töltéshordozó
- **p** adalékolású tömbben (Acceptor density)

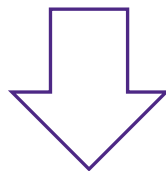


- $N_a = 10^{16}$  cm<sup>-3</sup>
- $\tau_n = 0.1$  msec
- $L_n = 200$   $\mu$ m

Tyagi, M. S. and R. Van Overstraeten, *Solid State Electronics* **26**, 6 (1983) 577-598

Ugyanez felírható lyukakra is:

$$\frac{dp}{dt} = -\mu_p \operatorname{div}(p\bar{E}) + D_p \operatorname{divgrad} p + g_p - \frac{p}{\tau_p}$$



$$L_p = \sqrt{D_p \cdot \tau_p}$$