6 octobre 2019

Khôlles

kholles generator by planchon.io

I. Exercices

I.1. Vraies ou fausses

Déterminer parmi les propositions suivantes lesquelles sont vraies :

— 136 est un multiple de 17 et 2 divise 167.

— 136 est un multiple de 17 ou 2 divise 167.

— $\exists x \in \mathbb{R},\ (x+1=0\ \text{ et } x+2=0)$.

— $(\exists x \in \mathbb{R},\ x+1=0)$ et $(\exists x \in \mathbb{R},\ x+2=0)$.

— $\forall x \in \mathbb{R},\ (x+1 \neq 0 \text{ ou } x+2 \neq 0)$.

— $\exists x \in \mathbb{R}^*,\ \forall y \in \mathbb{R}^*,\ \forall z \in \mathbb{R}^*,\ z - xy = 0\,;$

— $\forall y \in \mathbb{R}^*, \exists x \in \mathbb{R}^*,\ \forall z \in \mathbb{R}^*,\ z - xy = 0\,;$

— $\forall y \in \mathbb{R}^*, \forall z \in \mathbb{R}^*,\ \exists x \in \mathbb{R}^*,\ z - xy = 0\,;$

— $\exists a \in \mathbb{R},\ \forall gt; 0,\ |a| lt;;$

— $\forall gt; 0,\ \exists a \in \mathbb{R},\ |a| lt;.$

I.2. Limites de validité d'une proposition

Déterminer les réels x pour lesquels l'assertion suivante est vraie :

$$\forall y \in [0,1],\ x \geq y \implies x \geq 2y.$$

II. Indicators

III. Vraies ou fausses

pas d'indication :(

IV. Limites de validité d'une proposition

Séparer en 4cas : $x \geq 2$, $x \in]0, 2[$ et $x = 0$ et $xlt; 0$.

V. Corriges

VI. Vraies ou fausses

- Cette propositions est fausse, car 2 ne divise pas 167.
- Cette proposition est vraie, car 136 est un multiple de 17.
- Cette proposition est fausse, car x devrait être simultanément égal à -1 et à -2.
- Cette proposition est vraie car $(\exists x \in \mathbb{R},\ x+1=0)$ est vraie (il suffit de prendre $x=-1$) et de la même façon $(\exists x \in \mathbb{R},\ x+2=0)$ est vraie (il suffit de prendre $x=-2$).
- Cette proposition est vraie, par exemple car il s'agit de la négation de la proposition 3, qui est fausse.
- Cette assertion est fausse. Si on considère x n'importe quel réel non nul, alors le choix de $y=1$ et de $z=2x$ fait que z est différent de xy.
- Cette assertion est fausse. Prenons n'importe quel y dans $\mathbb{R}^*$. On voudrait trouver x dans $\mathbb{R}^*$ tel que, pour tout z dans $\mathbb{R}^*$, on ait $z=xy$. Bien sûr, ce n'est pas possible, car le x que l'on choisit devrait convenir à toute valeur de z, ce qui n'est pas possible car il suffit de considérer un z différent de xy.
- Cette assertion est vraie, car on peut choisir x une fois y et z fixés. On choisit alors $x=z/y$.
- L'assertion est vraie, il suffit de prendre $a=0$ (convient pour toute valeur de $gt;0$).
- Cette assertion est "évidemment" vraie car elle est plus faible que la précédente (on peut choisir a après $gt;0$).

VII. Limites de validité d'une proposition

On sépare en 4 cas :

- $x \geq 2$. Alors, pour tout $y \in [0,1]$, les propositions $x \geq y$ et $x \geq 2y$ sont vraies. D'après la table de vérité de l'implication, l'assertion est vraie.
- $xlt;0$. Alors, pour tout $y \in [0,1]$, les propositions $x \geq y$ et $x \geq 2y$ sont fausses. D'après la table de vérité de l'implication, l'assertion est vraie.
- $x \in]0,2[$. On peut alors trouver un réel $y \in [0,1]$ tel que $2ygt;x$ et $xlt;y$. En effet, $x/2 \in]0,1[$ et il suffit de choisir $x/2lt;ylt;\min(1,x)$. Dans ce cas, $x \geq y$ est vraie et $x \geq 2y$ est fausse. L'assertion est fausse.
- Si $x=0$, alors les assertions $x \geq y$ et $x \geq 2y$ sont ou bien simultanément fausses (lorsque $y \in]0,1[$, ou bien simultanément vraies. L'assertion est donc vraie.