



# PERCEPCIÓN COMPUTACIONAL

## Tema 4: PERCEPCIÓN VISUAL III

### BORDES Y PUNTOS DE INTERÉS

**Gonzalo Pajares Martinsanz**

**Dpt. Ingeniería del Software e Inteligencia Artificial**

**Facultad de Informática.- Universidad Complutense de Madrid**



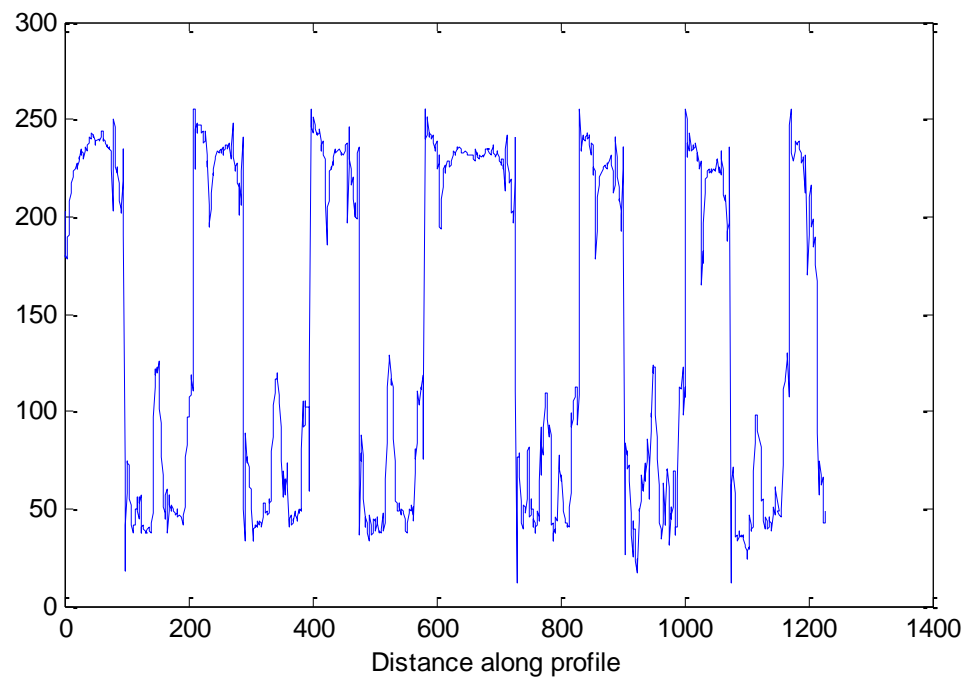
# EXTRACCIÓN DE BORDES

- **Primera derivada**
- **Segunda derivada**
- **Operadores**
- **Filtrado de alta frecuencia**

# Perfiles de intensidad

Perfiles en todas las direcciones

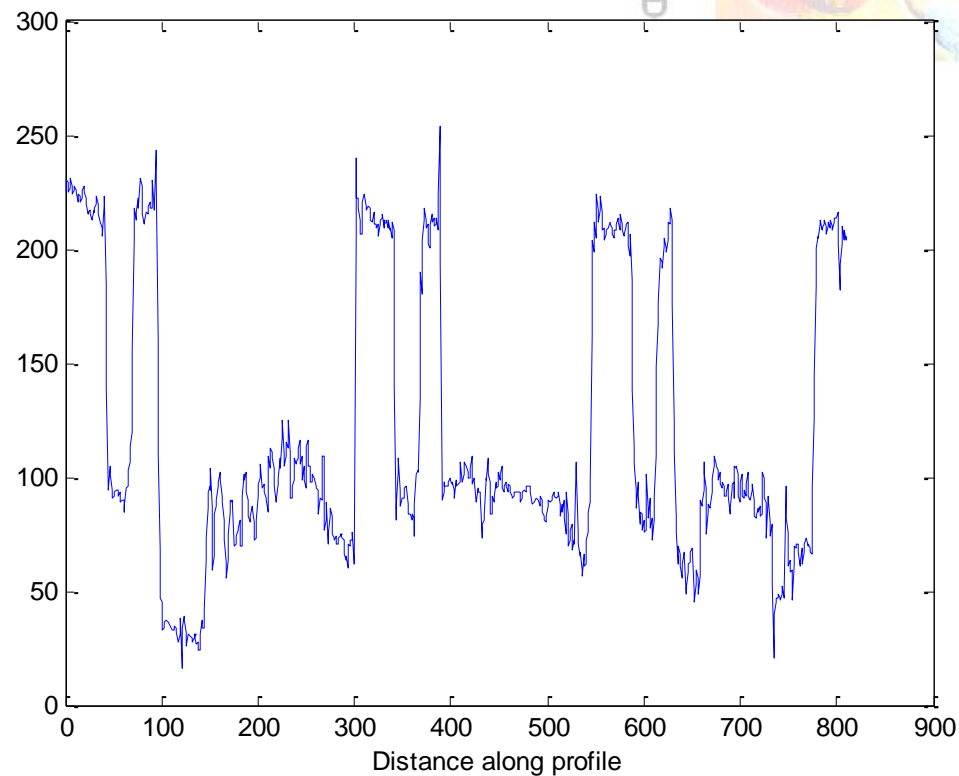
Tema4a.m



# Perfiles de intensidad

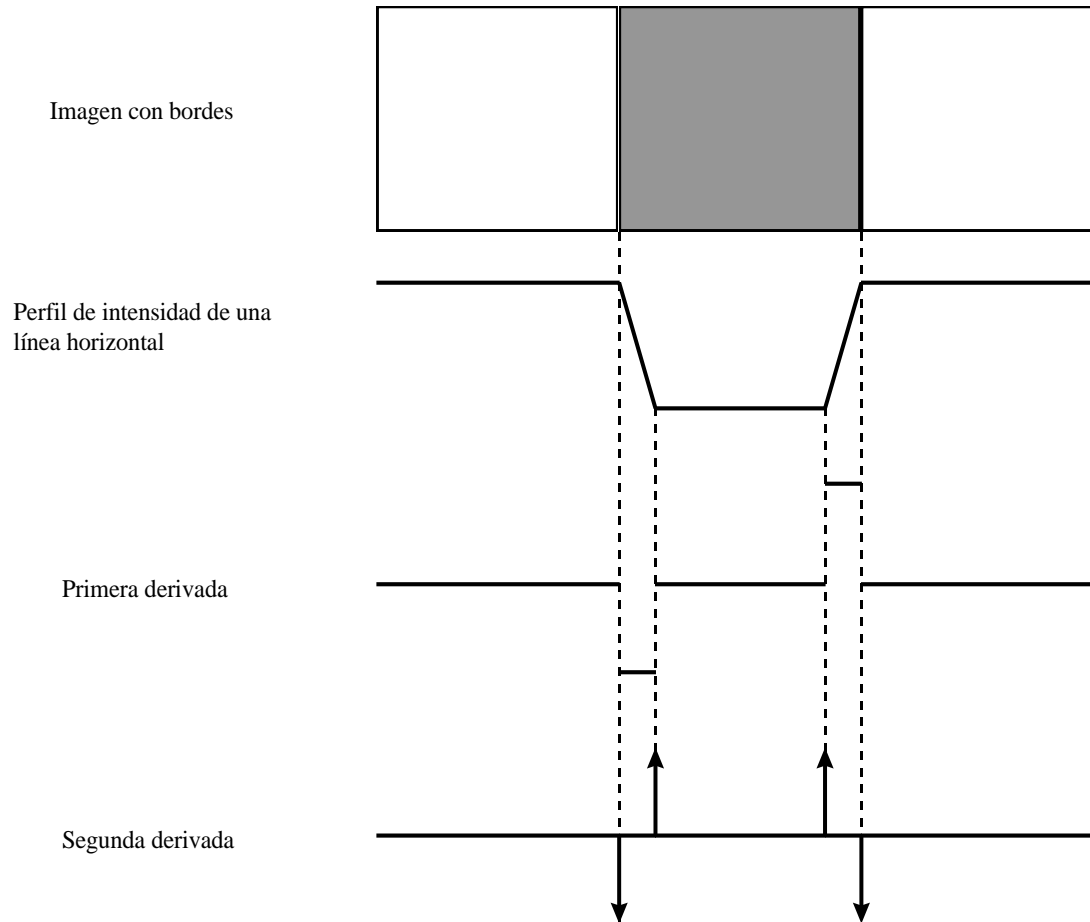
Perfiles en todas las direcciones

Tema4a.m



# Extracción de bordes

## Primera y segunda derivada



# Extracción de bordes

Operadores primera derivada: gradiente de una imagen

$$\mathbf{G}[f(x, y)] = \begin{bmatrix} G_x \\ G_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} f(x, y) \\ \frac{\partial}{\partial y} f(x, y) \end{bmatrix}$$

$$G_x = \frac{f(x + \Delta x) - f(x - \Delta x)}{2\Delta x} \quad G_y = \frac{f(y + \Delta y) - f(y - \Delta y)}{2\Delta y}$$

$$|\mathbf{G}| = \sqrt{G_x^2 + G_y^2}; \quad \phi(x, y) = \tan^{-1} \frac{G_y}{G_x}$$



$$g(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{si } G[f(x, y)] > T \\ 0 & \text{si } G[f(x, y)] \leq T \end{cases}$$

# Extracción de bordes

## Operadores primera derivada: Sobel

$$\begin{bmatrix} z_1 & z_2 & z_3 \\ z_4 & z_5 & z_6 \\ z_7 & z_8 & z_9 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$G_x = (z_3 + 2z_6 + z_9) - (z_1 + 2z_4 + z_7)$$

$$G_y = (z_7 + 2z_8 + z_9) - (z_1 + 2z_2 + z_3)$$

## Ejemplo

$$\begin{bmatrix} \circ 0 & \circ 8 & \circ 8 & 8 & 8 & 8 \\ \circ 1 & \bullet 8 & \circ 9 & 7 & 6 & 8 \\ \circ 2 & \circ 3 & \circ 4 & 8 & 8 & 8 \\ 2 & 2 & 2 & 8 & 8 & 8 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 8 & 8 \end{bmatrix}$$

$$G_x = 30 - 4 = 26 \text{ y } G_y = 12 - 24 = -12$$

Utilizando la ecuación previa se obtiene  $|G| = 38$



# Extracción de bordes

Operadores primera derivada: Sobel

Tema4b.m



Umbral = 0.1



Umbral = 0.2



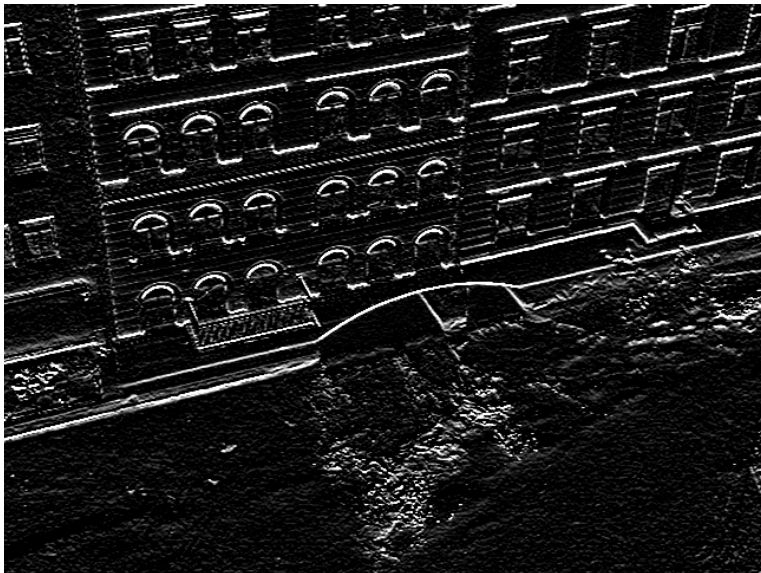


# Extracción de bordes

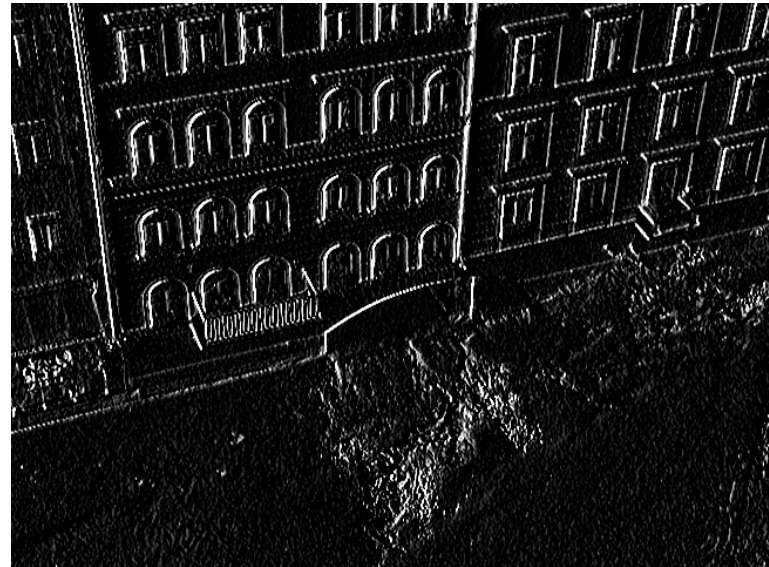
Operadores primera derivada: Sobel

Tema4b.m

Componentes horizontales



Componentes verticales



Umbral = 0.1

# Extracción de bordes

## Operadores primera derivada: Prewitt

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

## Operadores primera derivada: Roberts

$f(x-1,y-1)$	$f(x,y-1)$	$f(x+1,y-1)$
$D_1$	$D_2$	
$f(x-1,y)$	$f(x,y)$	$f(x+1,y)$
$f(x-1,y+1)$	$f(x,y+1)$	$f(x+1,y+1)$

$$D_1 = f(x, y) - f(x-1, y-1); \quad D_2 = f(x, y-1) - f(x-1, y)$$

$$R = \sqrt{D_1^2 + D_2^2}; \quad R = |D_1| + |D_2|$$

# Extracción de bordes

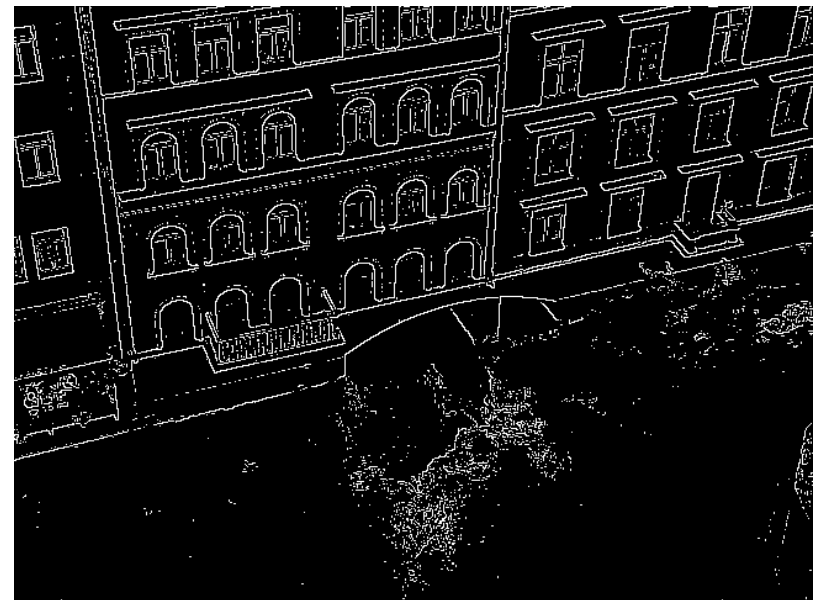
Operadores primera derivada: Prewitt y Roberts

Tema4c.m

**Prewitt**  
Umbral = 0.1



**Roberts**  
Umbral = 0.1



# Extracción de bordes

## Operadores primera derivada: máscaras de Kirsch

$$k_0 \equiv \begin{bmatrix} -3 & -3 & 5 \\ -3 & 0 & 5 \\ -3 & -3 & 5 \end{bmatrix} \quad k_1 \equiv \begin{bmatrix} -3 & 5 & 5 \\ -3 & 0 & 5 \\ -3 & -3 & -3 \end{bmatrix} \quad k_2 \equiv \begin{bmatrix} 5 & 5 & 5 \\ -3 & 0 & -3 \\ -3 & -3 & -3 \end{bmatrix} \quad k_3 \equiv \begin{bmatrix} 5 & 5 & -3 \\ 5 & 0 & -3 \\ -3 & -3 & -3 \end{bmatrix}$$

$0^\circ \qquad 45^\circ \qquad 90^\circ \qquad 135^\circ$

$$k_4 \equiv \begin{bmatrix} 5 & -3 & -3 \\ 5 & 0 & -3 \\ 5 & -3 & -3 \end{bmatrix} \quad k_5 \equiv \begin{bmatrix} -3 & -3 & -3 \\ 5 & 0 & -3 \\ 5 & 5 & -3 \end{bmatrix} \quad k_6 \equiv \begin{bmatrix} -3 & -3 & -3 \\ -3 & 0 & -3 \\ 5 & 5 & 5 \end{bmatrix} \quad k_7 \equiv \begin{bmatrix} -3 & -3 & -3 \\ -3 & 0 & 5 \\ -3 & 5 & 5 \end{bmatrix}$$

$180^\circ \qquad 225^\circ \qquad 270^\circ \qquad 315^\circ$

$$\max \{k_i\}$$

## Operadores primera derivada: máscaras de Robinson

$$r_0 \equiv \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

como Kirsch pero con la máscara base dada



# Extracción de bordes

## Operadores primera derivada: extensión

$$Prewitt \equiv \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$Sobel \equiv \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & -2 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -2 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -2 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$



# Extracción de bordes

## Algoritmo de Canny

### 1) Obtención del gradiente (magnitud y ángulo en cada píxel)

La entrada es una imagen  $I$  corrompida por ruido.

Sea  $H$  un núcleo Gaussiano discreto con media cero y desviación estándar  $\sigma$

a) Suavizar la imagen  $I$  con dicho núcleo para obtener una imagen de salida  $J$ .

b) Para cada píxel  $(i,j)$  en  $J$  obtener la magnitud y módulo del gradiente.

Se obtienen dos imágenes de salida:  $E_m$  de la magnitud del gradiente y  $E_a$  del ángulo del gradiente



# Extracción de bordes

## Algoritmo de Canny

### 2) Supresión no máxima al resultado del gradiente

Con  $E_m$  y  $E_a$  como entradas y una nueva imagen  $I_N$  como salida, considerar las cuatro direcciones  $d_1, d_2, d_3, d_4$  identificadas por las orientaciones de  $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$  y  $135^\circ$ .

Para cada píxel  $(i,j)$ :

- a) Encontrar la dirección  $d_k$  que mejor se aproxima a la dirección  $E_a(i,j)$ .
- b) Si  $E_m(i,j)$  es más pequeño que al menos uno de sus dos vecinos en la dirección  $d_k$ , al píxel  $(i,j)$  de  $I_N$  se le asigna el valor 0,  $I_N(i,j)=0$  (supresión); de otro modo  $I_N(i,j)= E_m(i,j)$



# Extracción de bordes

## Algoritmo de Canny

### 3) Histéresis de umbral a la supresión no máxima

- a) Tomar como entrada  $I_N$ , que es la salida del módulo anterior,  $E_0$  la orientación de los puntos de borde de la imagen y dos umbrales  $t_1$  y  $t_2$ ,  $t_1 < t_2$ .
- b) Para todos los puntos de  $I_N$  y explorando  $I_N$  en un orden fijo:
  - b.1) Localizar el siguiente punto de borde no explorado previamente,  $I_N(i,j)$ , tal que  $I_N(i,j) > t_2$ .
  - b.2) Comenzar a partir de  $I_N(i,j)$ , seguir las cadenas de máximos locales conectados en ambas direcciones perpendiculares a la normal del borde, siempre que  $I_N > t_1$ . Marcar todos los puntos explorados y salvar la lista de todos los puntos en el contorno conectado encontrado.





# Extracción de bordes

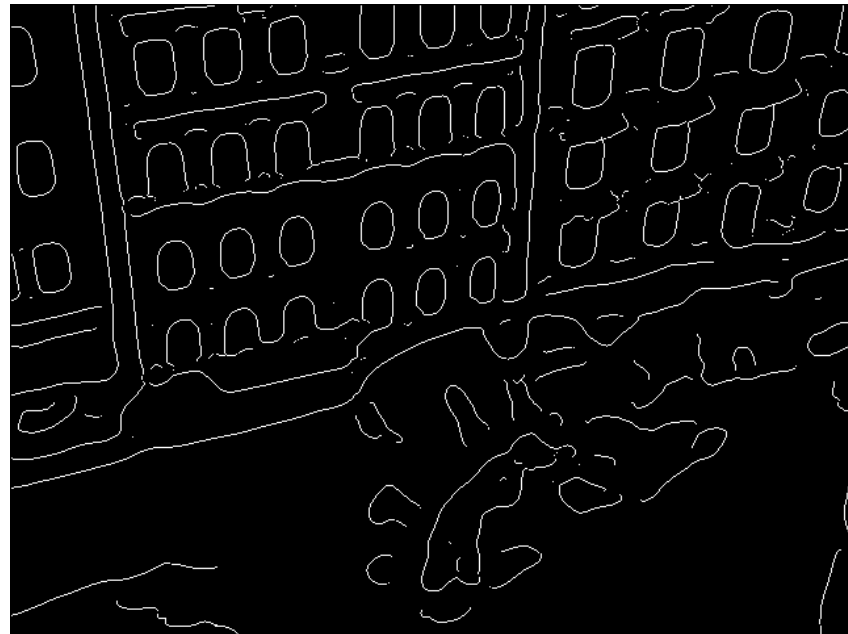
## Algoritmo de Canny

Tema4d.m

Canny

Umbrales  $T1 = 0.1$   $T2 = 0.5$

sigma (suavizado Gaussiano) = 5



# Extracción de bordes

## Operadores segunda derivada: operador laplaciana

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

$$\nabla^2 f = 4z_5 - (z_2 + z_4 + z_6 + z_8)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 4 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$



### Aproximación de Haralick y Shapiro

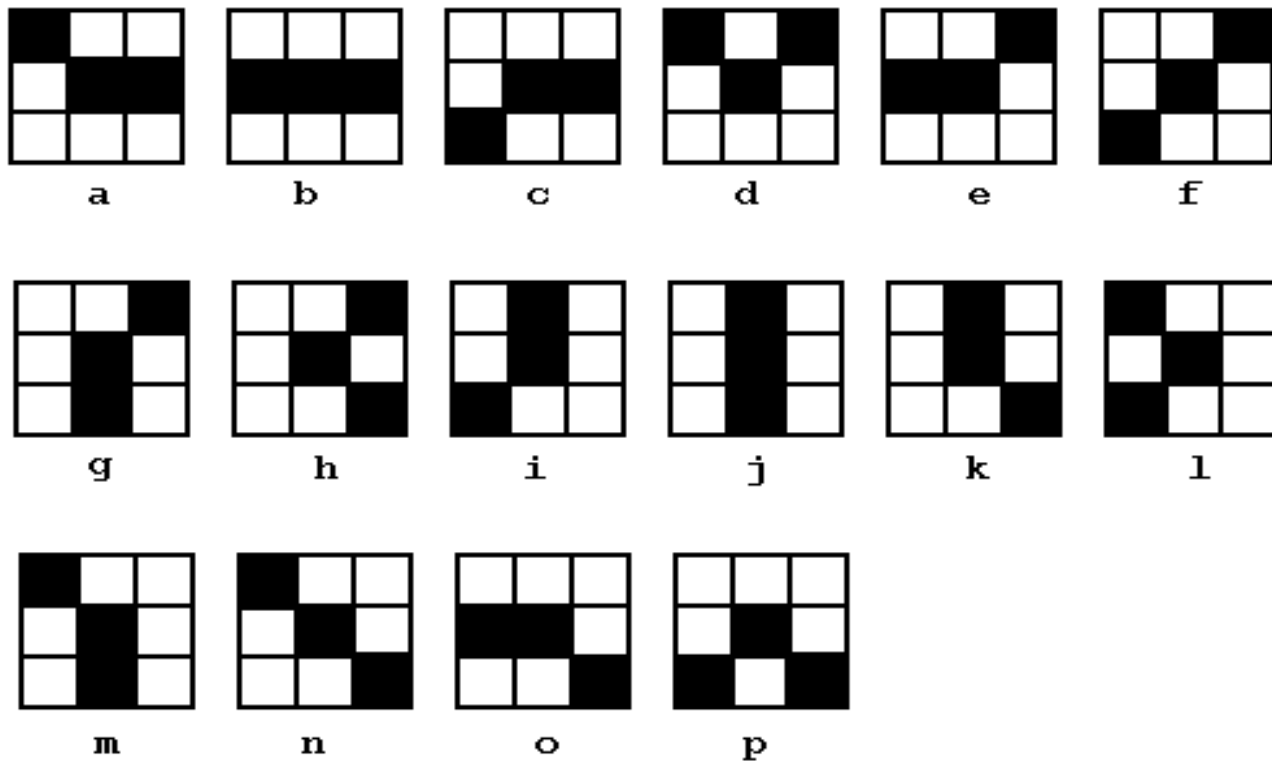
Tras el filtrado,

- Un punto es considerado de borde si es menor que  $-t$  y uno de sus ocho vecinos es mayor que  $t$
- Un punto es considerado de borde si es mayor que  $t$  y uno de sus ocho vecinos es menor que  $-t$

# Extracción de bordes

Operadores segunda derivada: operador laplaciana

Aproximación de Kim y Aggarwal para zero-crossings

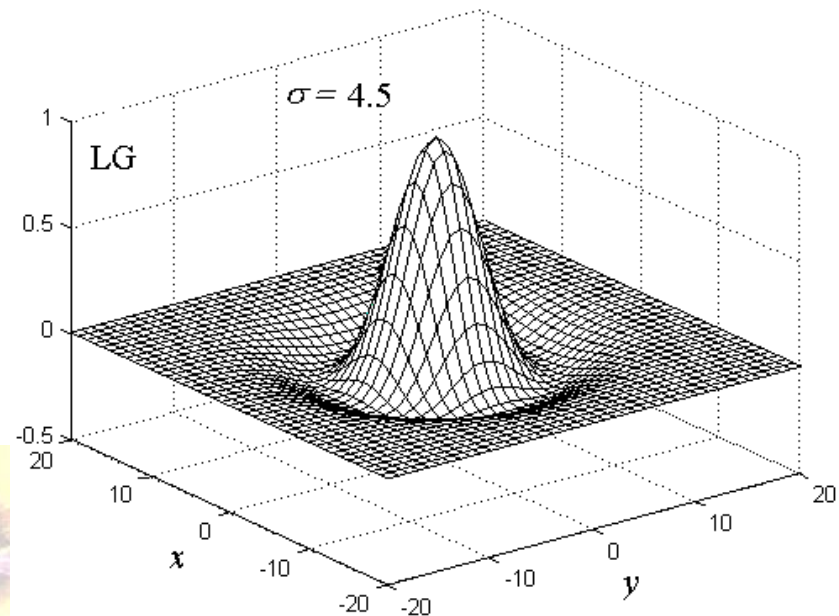
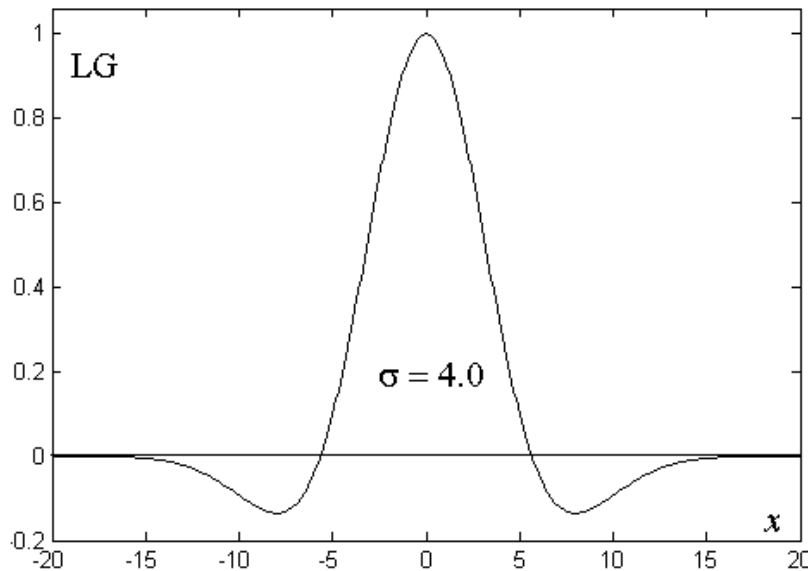


# Extracción de bordes

Operadores segunda derivada: operador Laplaciana de la Gaussiana

$$\nabla^2 G(x, y) = K \left( 2 - \frac{x^2 + y^2}{\sigma^2} \right) e^{-(x^2 + y^2)/2\sigma^2}$$

$$G(x, y) = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-(x^2 + y^2)/2\sigma^2}$$



COMPUTADOR



# Extracción de bordes

## Segunda derivada: resultados

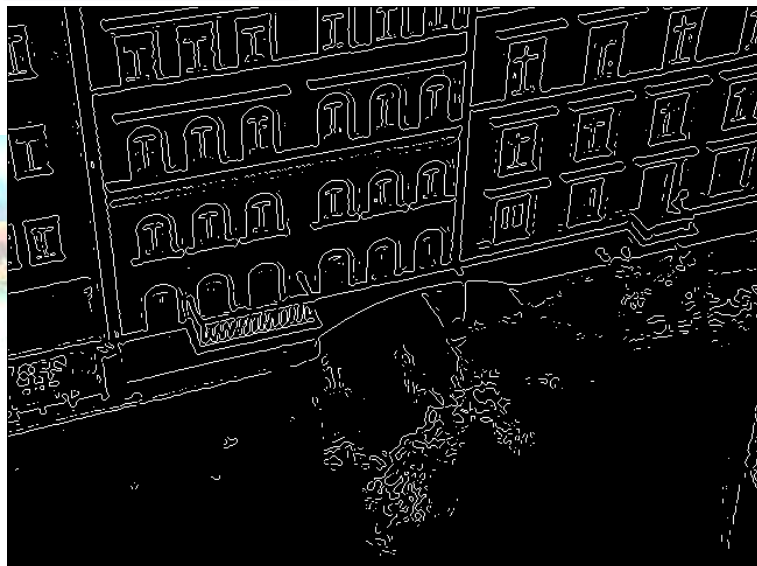
Tema4e.m

Laplaciana  
 $t = 150$



Tema4f.m

Zero-crossing



Tema4g.m

LoG



# Extracción de puntos de interés

## Curvatura Gaussianas

$$E = \frac{f_{xx}f_y^2 + f_{yy}f_x^2 - 2f_{xy}f_xf_y}{(f_x^2 + f_y^2)^{3/2}} \geq U_1$$

$$K = \frac{f_{xx}f_{yy} - f_{xy}^2}{f_x^2 + f_y^2} \geq U_2$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \equiv \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \equiv \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$f_x \equiv \frac{\mathcal{F}}{\partial x} \quad f_y \equiv \frac{\mathcal{F}}{\partial y} \quad f_{xx} \equiv \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\mathcal{F}}{\partial x} \right) \quad f_{yy} \equiv \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\mathcal{F}}{\partial y} \right) \quad f_{xy} \equiv \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\mathcal{F}}{\partial y} \right)$$



# Extracción de puntos de interés

## Curvatura Gaussianas (Ejercicio\_07\_10.m)

$$f = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 & 8 & 8 \\ 2 & 2 & 2 & 8 & 8 \\ 2 & 2 & \bullet 2 & 8 & 8 \\ 8 & 8 & 8 & 8 & 8 \\ 8 & 8 & 8 & 8 & 8 \end{bmatrix} \quad f_x = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 18 & 18 & 0 \\ 0 & 0 & 12 & 12 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad f_y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 18 & 12 & 6 & 0 \\ 0 & 18 & 12 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad f_{xx} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 30 & 30 & -30 & 0 \\ 0 & 36 & 36 & -36 & 0 \\ 0 & 18 & 18 & -18 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$U_1 = 1.5$$

$$f_{yy} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 30 & 36 & 18 & 0 \\ 0 & 30 & 36 & 18 & 0 \\ 0 & -30 & -36 & -18 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad f_{xy} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 24 & 24 & 0 \\ 0 & -12 & -24 & -24 & 0 \\ 0 & -12 & -24 & -24 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$E = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.00 & 1.36 & 0.85 & 0 \\ 0 & 1.36 & 1.70 & 0.33 & 0 \\ 0 & 0.85 & 0.33 & 0.26 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$Puntos \equiv E \geq U_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



# Extracción de puntos de interés

Harris

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \langle f_x^2 \rangle & \langle f_x f_y \rangle \\ \langle f_x f_y \rangle & \langle f_y^2 \rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_W f_x^2 & \sum_W f_x f_y \\ \sum_W f_x f_y & \sum_W f_y^2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \langle R_x^2 + G_x^2 + B_x^2 \rangle & \langle R_x R_y + G_x G_y + B_x B_y \rangle \\ \langle R_x R_y + G_x G_y + B_x B_y \rangle & \langle R_y^2 + G_y^2 + B_y^2 \rangle \end{bmatrix}$$

$$H = \det(\mathbf{A}) - k \text{Tr}(\mathbf{A}) \geq U_4$$





# Extracción de puntos de interés

Harris

Tema4m.m



Puntos de interés

