EEE913 - Processamento de Sinais
Lista 1

2.2 a) $h[n] \neq 0 \ \forall \ N_0 < n \leq N_1$

$x[n] \neq 0 \ \forall \ N_2 \leq n \leq N_3 \ \therefore \ y[n] = \sum_{i=N_0}^{N_1} h[i] \cdot \underbrace{x[n-i]}$

$N_0 \leq i \leq N_1$

$y[n] \Downarrow N_4 \leq n \leq N_5$; $x[n-i] \Downarrow N_2 \leq n-i \leq N_3$

Os limites para $x[n-i] \neq 0$ são

$$\begin{cases} N_2 = n - N_0 \Rightarrow & \boxed{n = N_4 = N_2 + N_0} \\ N_3 = n - N_1 \Rightarrow & \boxed{n = N_5 = N_3 + N_1} \end{cases}$$

b) Utilizando os valores da letra (a), têm-se que:

$N_4 \leq n \leq N_5$

$N_2 + N_0 \leq n \leq N_3 + N_1 \Rightarrow \begin{cases} N_3 = N_2 + N - 1 \\ N_1 = N_0 + M - 1 \end{cases}$

$\Downarrow$

$N_2 + N_0 \leq n \leq N_2 + N_0 + N + M - 2$

Então, o número máximo de pontos consecutivos em que $y[n] \neq 0$ é de $N_2 + N_0$, inclusive, até $N_2 + N_0 + N + M - 2$. Por ser inclusivo, o total de pontos é $\boxed{N + M - 1}$

2.3) $h[n] = a^{-n} \cdot u[-n]$, $0 < a < 1 \Rightarrow y[n] = \sum_{i=-\infty}^{\infty} a^{-i} \cdot u[-i] \cdot u[n-i]$

$n > 0$:

$y[n] = \sum_{i=0}^{\infty} a^{i} \Rightarrow$ para $0 < a < 1 \Rightarrow \boxed{y[n] = \frac{1}{1-a}}$

$n \leq 0$

$y[n] = \sum_{i=-n}^{\infty} a^{i} \Rightarrow$ para $0 < a < 1$

$\Downarrow$

$\boxed{y[n] = \frac{a^{-n}}{1-a}}$

/ /

2.4) $y[n] - \frac{3}{4}y[n-1] + \frac{1}{8}y[n-2] = 2 \cdot x[n-1]$

$$\Big\downarrow \mathcal{F}$$

$$Y(e^{jw}) - \frac{3}{4}Y(e^{jw})e^{-jw} + \frac{1}{8}Y(e^{jw})e^{-j2w} = 2 \cdot X(e^{jw})e^{-jw}$$

$$Y(e^{jw})\left(1 - \frac{3}{4}e^{-jw} + \frac{1}{8}e^{-2jw}\right) = X(e^{jw})\left(2 \cdot e^{-jw}\right)$$

$$\frac{Y(e^{jw})}{X(e^{jw})} = H(e^{jw}) = \frac{2 \cdot e^{-jw}}{1 - \frac{3}{4} \cdot e^{-jw} + \frac{1}{8}e^{-2jw}} = Y(e^{jw}) \text{ para } x[n] = \delta[n]$$

$$\Big\Downarrow \mathcal{F}^{-1}$$

$$\boxed{y[n] = -8\left(\frac{1}{4}\right)^n u[n] + 8\left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]}$$

2.7) $\boxed{\frac{2\pi}{w_0} = \frac{N}{k}}$

a) $2\pi k = \pi n/6 \Rightarrow k = n/12 \rightarrow \frac{n}{k} = \frac{12}{1} \rightarrow k=1, n=12$

b) $2\pi k = 3\pi n/4 \Rightarrow k = 3n/8 \rightarrow \frac{n}{k} = \frac{8}{3} \rightarrow k=3, n=8$

c) Não periódico. O n no denominador faz com que a amplitude decaia com o aumento de n.

d) $2\pi k = \pi n/\sqrt{2} \Rightarrow \frac{n}{k} = 2\sqrt{2} \Rightarrow$ Não periódico. Não há valores de n e k que satisfaça $\frac{n}{k} = 2\sqrt{2}$

2.8 $h[n] = 5\left(-\frac{1}{2}\right)^n u[n]$ $\Rightarrow$ $y[n] = h[n] * x[n]$

$x[n] = \left(\frac{1}{3}\right)^n u[n]$ $\qquad Y(e^{jw}) = H(e^{jw}) \cdot X(e^{jw})$

$$Y(e^{jw}) = \frac{5}{1 + \frac{1}{2}e^{-jw}} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{3}e^{-jw}} = \frac{3}{1 + \frac{1}{2}e^{-jw}} + \frac{2}{1 - \frac{1}{3}e^{-jw}}$$

$$\Downarrow \mathcal{F}^{-1}$$

$$\boxed{y[n] = 2\left(\frac{1}{3}\right)^n u[n] + 3\left(-\frac{1}{2}\right)^n u[n]}$$

2.10 a) $y[n] = \sum_{i=-\infty}^{\infty} a^i \cdot u[-i-1]\, u[n-i]$

$n \leq -1 \Rightarrow \sum_{i=-\infty}^{n} a^i = \boxed{\frac{a^n}{1 - 1/a}}$ $\qquad$ $n > -1 \Rightarrow \sum_{i=-\infty}^{-1} a^i = \boxed{\frac{1/a}{1 - 1/a}}$

b) Sabendo que $\ell[n] = 2^n u[-n-1]$ e que

$t[n] = \ell[n] * u[n] = \begin{cases} 1 & \text{para } n > -1 \\ 2^{n+1} & \text{para } n \leq -1 \end{cases}$

Então:

$y[n] = u[n-4] * \ell[n] = t[n-4] = \boxed{\begin{cases} 1 & \text{para } n > 3 \\ 2^{n-3} & \text{para } n \leq 3 \end{cases}}$

c) Usando $\ell[n]$ e $t[n]$:

$h[n] = 2^{n-1} u[-(n-1)-1] = \ell[n-1]$

$y[n] = x[n] * \ell[n-1] = t[n-1] = \boxed{\begin{cases} 1 & \text{para } n > 0 \\ 2^n & \text{para } n \leq 0 \end{cases}}$

d) Usando $\ell[n]$ e $t[n]$

$y[n] = (u[n] - u[n-10]) * \ell[n] = t[n] - t[n-10]$

$y[n] = 2^{n+1} u[-(n+1)] + u[n] - (2^{n-9} u[-(n-9)] + u[n-10])$

/ /

$$y[n] = \begin{cases} 0 & \text{para } n \geq 9 \\ 1 - 2^{n-9} & \text{para } -1 \leq n \leq 8 \\ 2^{n+1} - 2^{n-9} & \text{para } n \leq -2 \end{cases}$$

2.11) $H(e^{jw}) = \dfrac{1 - e^{-2jw}}{1 + \frac{1}{2} e^{-4jw}}$ para $-\pi < w \leq \pi$

$x[n] = \text{Sen}\left(\frac{\pi n}{4}\right)$ para $\forall n \in \mathbb{Z}$

Da fórmula de Euler $\Rightarrow$ $\text{Sen}\,\theta = \dfrac{e^{j\theta} - e^{-j\theta}}{2j}$

$$x[n] = \frac{e^{jn\pi/4} - e^{-jn\pi/4}}{2j}$$

Usando a propriedade de auto funções para exponenciais complexas

$$y[n] = \frac{H(e^{j\pi/4})\, e^{jn\pi/4} - H(e^{-j\pi/4})\, e^{-jn\pi/4}}{2j}$$

Para $w = \pm \pi/4$
$$\begin{cases} \dfrac{1 - e^{-j\pi/2}}{1 + 1/2\, e^{-j\pi}} \Rightarrow H(e^{j\pi/4}) = 2(1 - j) = 2\sqrt{2}\, e^{-j\pi/4} \\ \dfrac{1 - e^{j\pi/2}}{1 + 1/2\, e^{j\pi}} \Rightarrow H(e^{-j\pi/4}) = 2(1 + j) = 2\sqrt{2}\, e^{j\pi/4} \end{cases}$$

$$y[n] = \frac{2\sqrt{2}\, e^{-j\pi/4} \cdot e^{jn\pi/4} - 2\sqrt{2}\, e^{j\pi/4} \cdot e^{-jn\pi/4}}{2j} = \boxed{2\sqrt{2} \cdot \text{Sen}\left(n\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4}\right)}$$

2.13 a) É autofunção de LTI, pois possui forma a^{kn}

b) É autofunção de LTI, pois possui forma a^{kn}

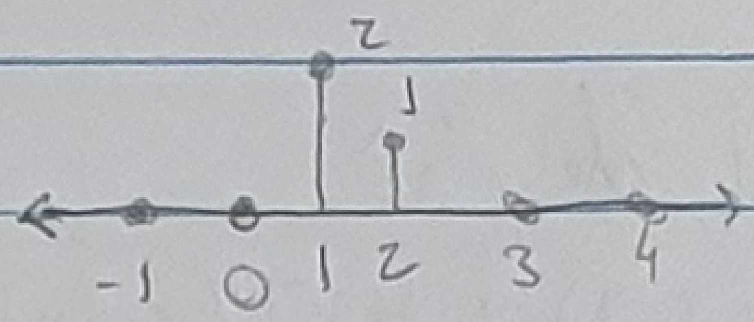
c) Não " " " " " não possui forma a^{kn}

d) " " " " " " " " " "

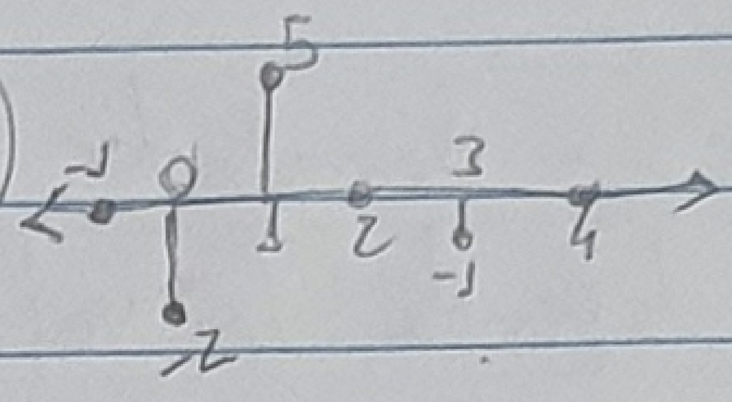
e) É autofunção de LTI, pois possui forma a^{kn}

f) Não é autofunção de LTI, pois não possui forma a^{kn}

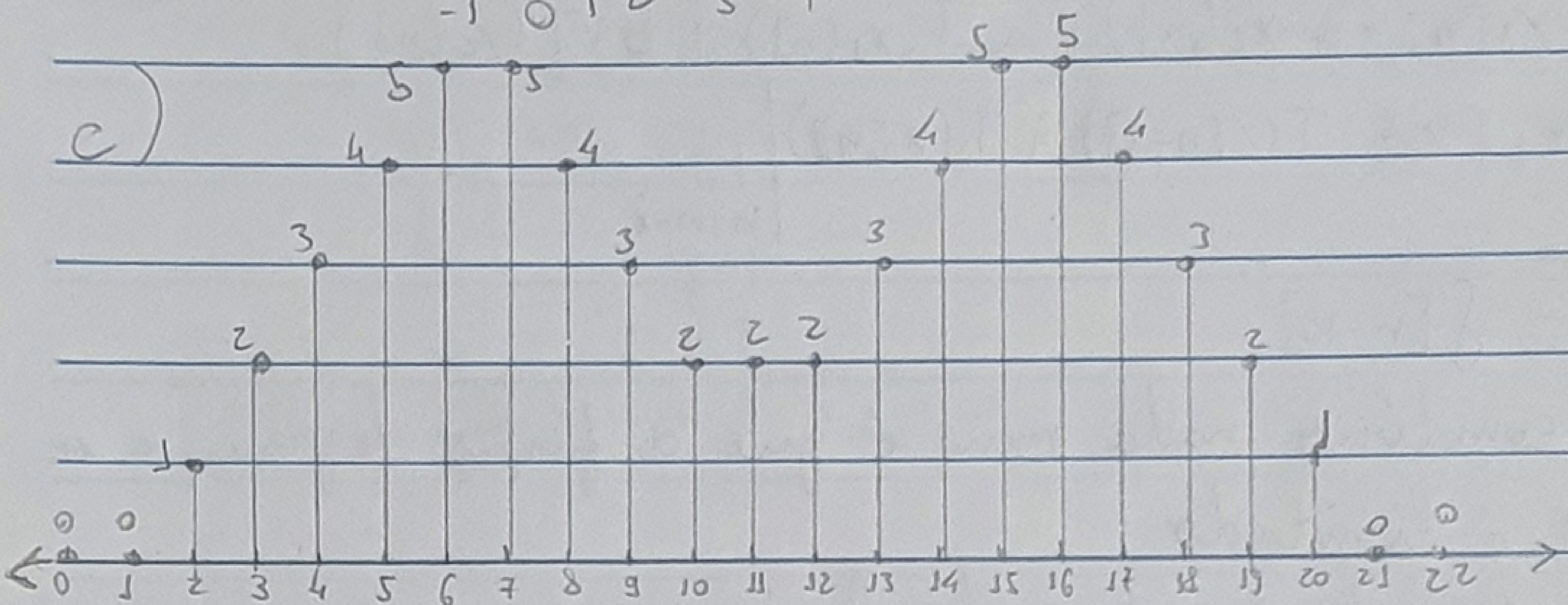
2.22 a)



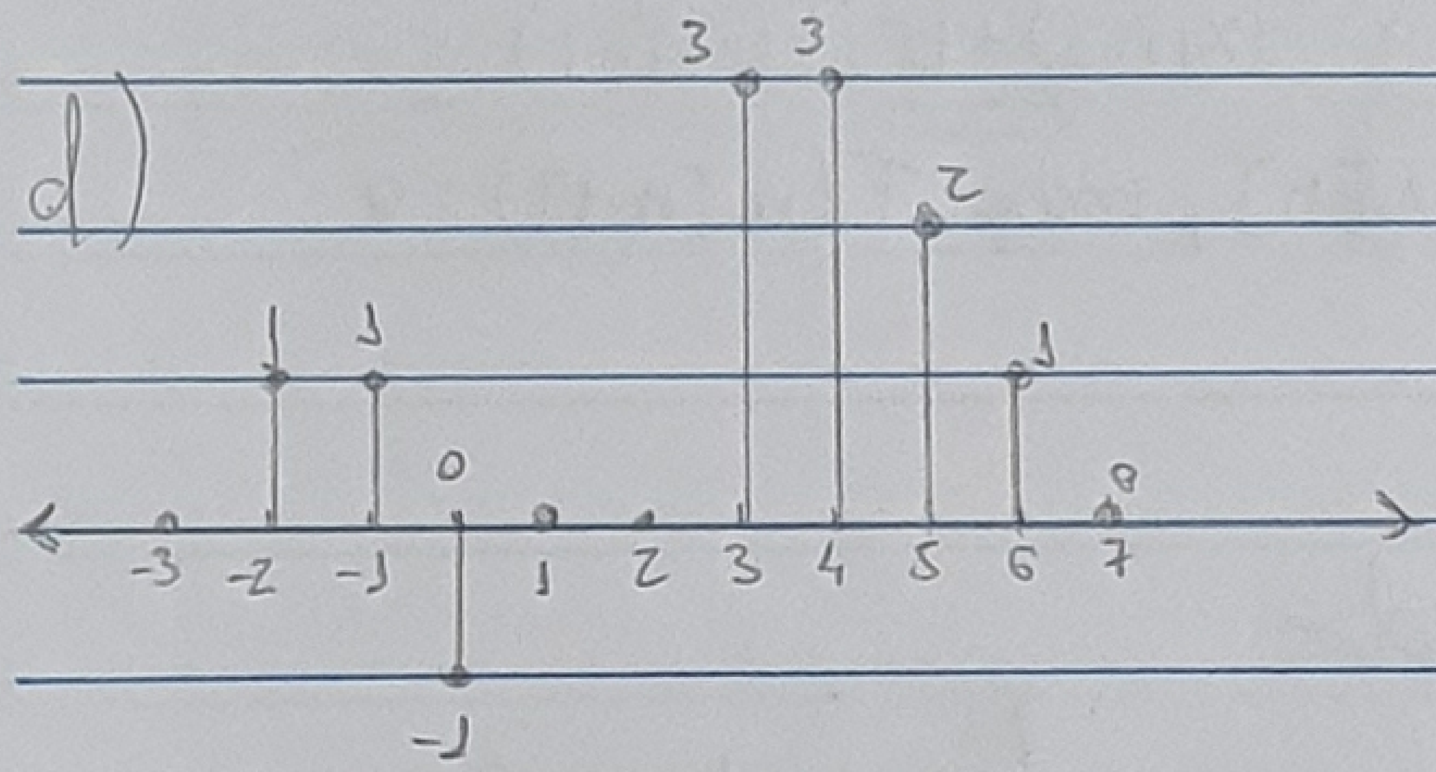
b)



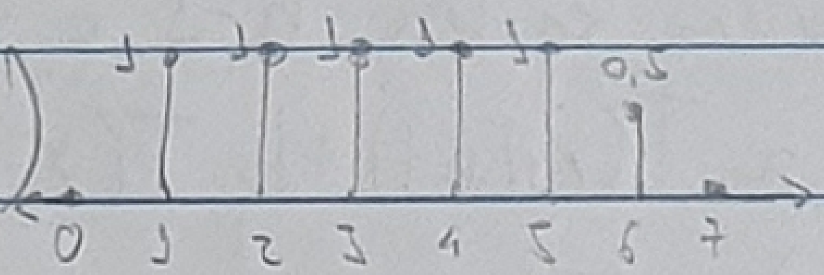
c)



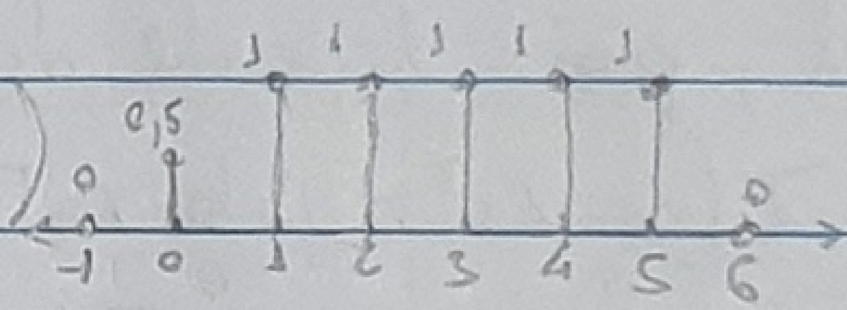
d)



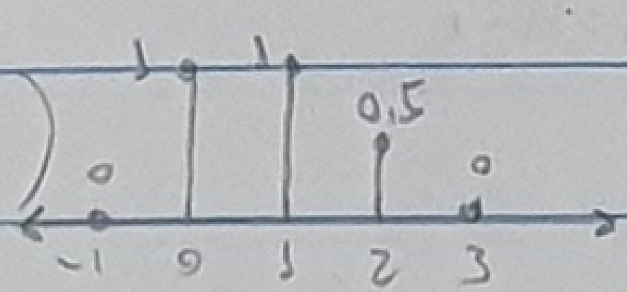
2.29 a)



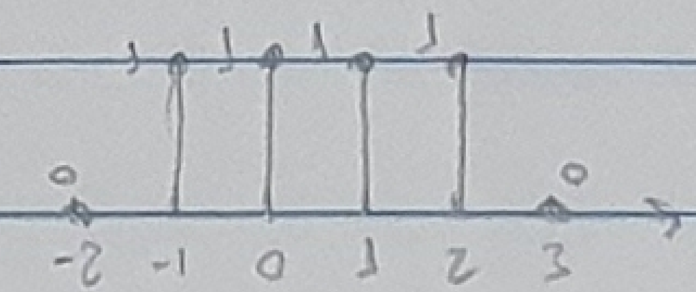
b)



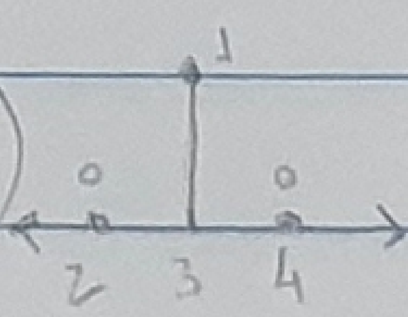
c)



d)



e)



/ /

2.30 a) $T(x[n]) = (\cos(\pi n))\, x[n]$

- Estável, pois o $\cos(\pi n)$ apenas altera o sinal de $x[n]$
- Causal, pois só depende do valor atual de "n"
- Linear, pois $T(a.x_1[n] + bx_2[n]) = a.T(x_1[n]) + b.T(x_2[n])$
- Variante no tempo, pois $T(x[n-i]) \neq T(x[n])\Big|_{n=n-i}$

b) $T(x[n]) = x[n^2]$

- Estável, pois $x[n^2]$ é limitado
- Causal, pois só depende do valor atual de "n"
- Linear, pois $T(a \cdot x_1[n] + b \cdot x_2[n]) = a.T(x_1[n]) + b.T(x_2[n])$
- Variante no tempo, pois $T(x[n-i]) \neq T(x[n])\Big|_{n=n-i}$

c) $T(x[n]) = x[n] \sum_{k=0}^{\infty} \delta[n-k]$

- Estável, pois o somatório nada mais é que a função degrau, e o produto $x[n] . u[n]$ é limitado
- Causal, pois só depende do valor atual de "n"
- Linear, pois $T(a \cdot x_1[n] + b \cdot x_2[n]) = a.T(x_1[n]) + b.T(x_2[n])$
- Variante no tempo, pois $T(u[n]) = u[n]$, mas $T(u[n+1]) = 0$

d) $T(x[n]) = \sum_{k=n-1}^{\infty} x[k]$

- Instável para $T(u[n])$, por exemplo
- Não-causal, pois depende de valores entre $n-1$ e ∞
- Linear, pois $T(a.x_1[n] + b.x_2[n]) = a.T(x_1[n]) + b.T(x_2[n])$
- Invariante no tempo, pois $T(x[n-i]) = T(x[n])\Big|_{n=n-i}$

2.33 $x[n] = \cos\left(\frac{3\pi n}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \rightarrow \omega_0 = \frac{3\pi}{2}$ $\quad H(e^{j\omega}) = |H(e^{j\omega})| \angle \arg[H(e^{j\omega})]$

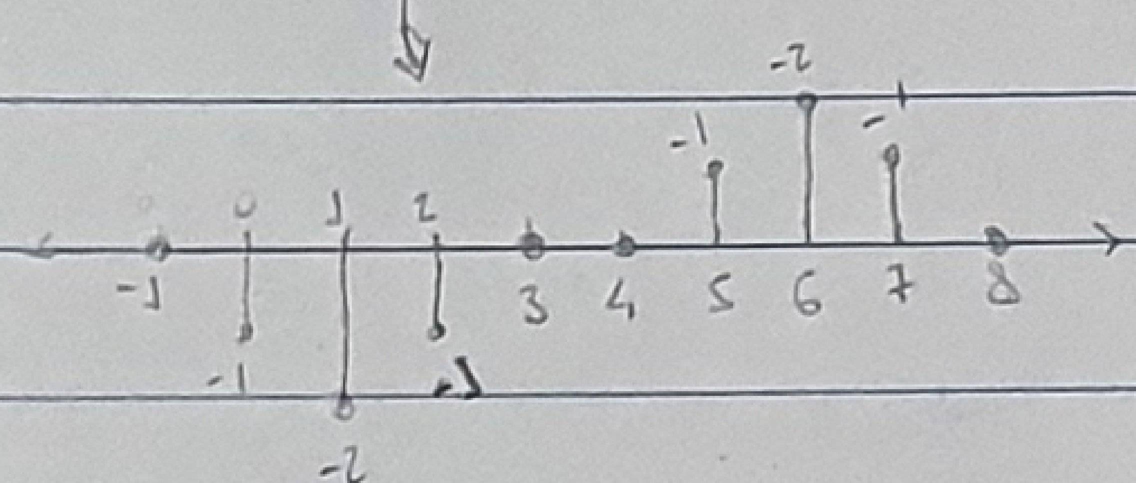
$$y[n] = \underbrace{|H(e^{j3\pi/2})|}_{1} \cdot \cos\left(\frac{3\pi n}{2} + \pi/4 + \underbrace{\arg[H(e^{j3\pi/2})]}\right)$$

Pelo gráfico e sabendo que $H(e^{j3\pi/2}) = H(e^{-j\pi/2}) \therefore \arg[H(e^{-j\pi/2})] = e^{j2\pi/3}$

$$\boxed{y[n] = \cos\left(\frac{3\pi}{2}n + \frac{11\pi}{12}\right)}$$

2.34 a) $x[n] = x_0[n-2] + 2 \cdot x_0[n-4] + x_0[n-6]$

$\hookrightarrow y[n] = y_0[n-2] + 2 \cdot y_0[n-4] + y_0[n-6]$



b) $y_0[n] = -x_0[n-1] + x_0[n-1] = x_0[n] * (-\delta[n+1] + \delta[n-1])$

$$\boxed{h[n] = -\delta[n+1] + \delta[n-1]}$$