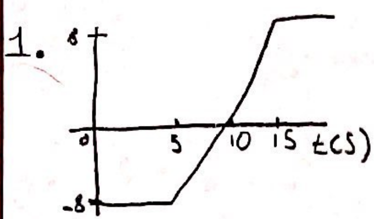
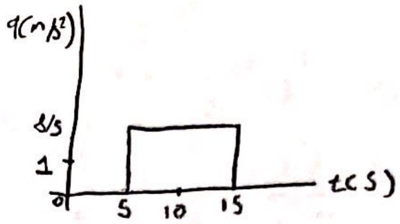
Rodrigo Plauchú Rodriguez
182671
Serie 1

1.



a) Gráfica de aceleración contra tiempo



b) Determina la aceleración promedio del objeto entre $t = 5s$ a $t = 15s$ y $t = 0s$ a $t = 20s$

$$V_x = \begin{cases} -8 & si: 0 \leq t \leq 5 \\ \frac{8}{5}x - 16 & si: 5 \leq t < 15 \\ 8 & si: 15 \leq t \leq \dots \end{cases}$$

i) $a_p = \frac{V_f - V_i}{\Delta t} = \frac{8\frac{m}{s} - (-8\frac{m}{s})}{10s} = \frac{8}{5}\frac{m}{s^2}$

ii) $a_p = \frac{8\frac{m}{s} + (8\frac{m}{s})}{20s} = \frac{4}{5}\frac{m}{s^2}$

2. Una partícula se mueve a lo largo del eje x según la r.c. En $t = 3s$
$x(t) = 2 + 3t - t^2$, x en m^2 y t en s.

a) La posición
$x(3) = 2 + 9 - 9 = 2$

b) Su vel.
$v(t) = \frac{dx}{dt} = 3 - 2t$
$v(3) = -3$

c) Aceleración
$a(t) = \frac{dv}{dt} = -2$

3. Un objeto se mueve en x según $x(t) = 3t^2 - 2t + 3$

a) Rapidez promedio entre $t = 2s$ y $t = 3s$

$$A_p = \frac{x(3) - x(2)}{3 - 2} = \frac{(27 - 6 + 3) - (12 - 4 + 3)}{1} = 13\frac{m}{s}$$

b) Rapidez instantánea en $t = 2$ y $t = 3$
$R_i = \frac{dx}{dt} = 6t - 2$
$R_i(2) = 10\ m/s$, $R_i(3) = 16\ m/s$

c) Aceleración promedio.
$a = \frac{dv}{dt} = 6\frac{m}{s^2}$ $\quad A_p = 0\ m/s^2$

d) La aceleración es constante.

4. Objeto con $\vec{a}$celeración cte. $\vec{v} = 12\ cm/s$ cuando $V_o = 3cm$
Si $V_t = -5cm$ 2 s después.

$\vec{V}(t_o) = 3cm$
$\vec{V}_i = 12\ cm/s$
$\vec{v}(t_o + 12) = -5cm$

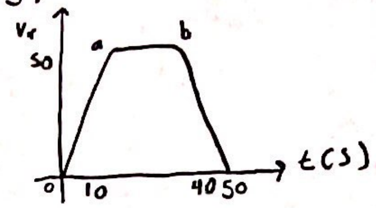
$\bar{v} = \frac{d}{t}$

$\vec{V_f} = \frac{-5cm - 3cm}{2s} = -4\ cm/s$

$\bar{a} = \frac{V_f - V_i}{t}$

$$= \frac{-4cm/s - 12\frac{cm}{s}}{2s} = \frac{-8cm}{s^2}$$

5.

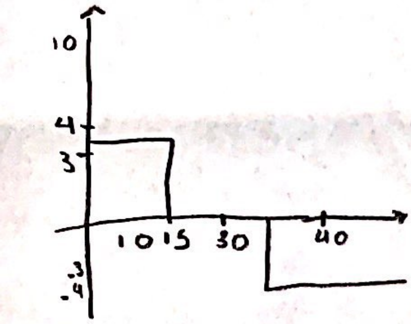


a) Calcular dist. total. $d_T = d(\bar{o}, a) + d(a,b) + d(b,(0,50))$

$$= \left(\frac{15s\,(50\,\frac{m}{s})}{2}\right) + 20s\left(50\,\frac{m}{s}\right) + 15s\left(\frac{50\,\frac{m}{s}}{2}\right)$$

$$= 375\,m + 1000\,m + 375\,m = \underline{1750\,m}$$

c) Gráfica de aceleración vs tiempo entre $t=0$ y $t=50s$



d) Escribir ec. para v. como función del tiempo.

i) $0a$ $\quad y - y_1 = m(x_2 - x_1)$

$$\Rightarrow y - 0 = \frac{50}{15}(x - 0)$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{50}{15}x \text{ m/s}$$

ii) ab $\quad v = 50$ m/s

iii) $b0$ $\quad v - 0 = -\frac{50}{15}(x - 50)$

$$v = \frac{-50}{15}x + \frac{500}{3} = \underline{\frac{-10}{3}x + \frac{500}{3}}$$

e) Velocidad promedio entre $t = 0s$ y $t = 50s$

$$v_p = \frac{v(50) - v(0)}{50s - 0s} = \frac{0\,\frac{m}{s}}{50\,s} = \underline{0\text{ m/s}}$$

6. Una partícula se mueve en el eje X. $x(t) = 2 + 3t - 4t^2$ $\frac{m}{s}$

$\underline{x'(t) = 3 - 8t}$

a) Determinar su posición cuando cambia su dirección.

$$-x = 4t^2 - 3t - 2$$

b) Determinar su velocidad cuando regresa a la posición $t=0$

$$x'(t) = 8t - 3 \qquad x'(0) = -3\text{ m/s}$$

7. Un electrón acelera desde 2×10^4 m/s a 6×10^6 m/s en 1.5cm

a) ¿Cuánto tarda el electrón en recorrer este 1.5cm?

b) ¿Cuál es la aceleración?

$$V_0 = 2 \times 10^4\text{ m/s} \times \frac{100\text{ cm}}{1\text{ m}} = 2 \times 10^6\text{ cm/s}, \quad V_f = 6 \times 10^8\text{ cm/s}$$

$$v(t) = 6 \times 10^8\text{ cm/s} = \frac{d}{t}$$

$$v(t_0) = 2 \times 10^6\text{ m/s} = \frac{d}{t}$$

$$V_f = V_0 + at$$

si $t_0 = 0$

$$\bar{v}(t) = v_0 + V_0 t + \frac{a \cdot t^2}{2}$$

$$1.5 = 0 + 2 \times 10^6\text{ cm/s} \cdot t + \frac{V_f - V_i}{t} \cdot t^2$$

$$\Rightarrow \underline{t = 2.2 \times 10^{-9}\,s}$$

8. Un estudiante lanza un llavero verticalmente hacia arriba a su hermana, que está a 4 m. Atrapa las llaves en 1.5 s

a) ¿Con qué vel. inicial fueron lanzadas?

$$4m = r(t) = \bar{r}_0 + V_0 t + \frac{at^2}{2} = 0 + V_0(1.5s) + \frac{(-9.8 \ m/s)(1.5)^2}{2}$$

$$\Rightarrow V_0 = \frac{4m + 11.03 \ m}{1.5s} = 10.02 \ m/s$$

b) ¿Cuál era velocidad antes de que fueran atrapadas?

$$V(t) = V_0 + at \Rightarrow V(1.5s) = 10.02 \tfrac{m}{s} - 9.8 \tfrac{m}{s} \cdot 1.5 = \underline{-4.\!/\!/}$$

Sistemas de coordenadas

9. Dos puntos en un plano tienen coordenadas polares (2.5 m, 30°) y (3.8 m, 120°)

a) Determina coord. cart.

$$a = (2.5\cos(30),\ 2.5(30)) = (2.16,\ 1.25) \qquad d = (a,b) = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$$

$$b = (3.8\cos(120),\ 3.8\sin(120)) = (-1.9,\ 3.29)$$

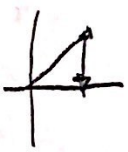
10. Coordenadas rectangulares de un punto están dadas por (2, y) y sus coordenadas polares (r, 30°), determine y, r

$$2 = r\cos(30°) \qquad \Rightarrow \quad r = \frac{2}{\cos(30°)} = 0.86$$

$$y = r\sin(30°)$$

$$\Rightarrow y = 0.86\sin(30°) = \underline{0.43}$$

11. Un peatón camina 6 km al este y luego 13 km al norte.

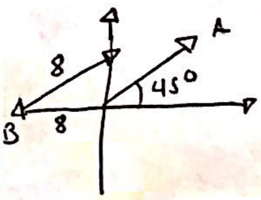


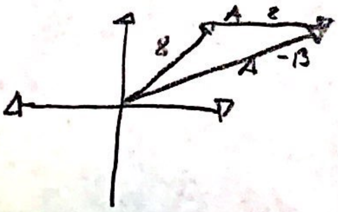
$$V = (6, 13) \qquad \theta = \tan^{-1}\left(\frac{13}{6}\right)$$

$$||V|| = \sqrt{36 + 169} = \sqrt{205}$$

12. El vector A tiene una magnitud de 8 unidades y forman un ángulo de 45°

8 unid y 180°

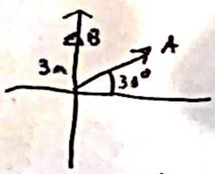




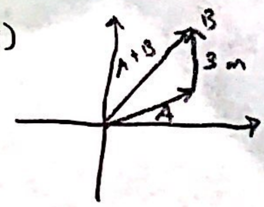
$$A = (8\cos(45°),\ 8\sin(45°)) = (4\sqrt{2}, 4\sqrt{2})$$

$$B = (8\cos(180°),\ 8\sin(180°)) = (-8, 0)$$

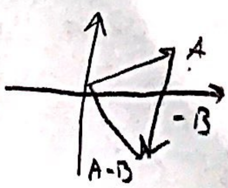
13.



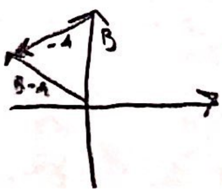
a)



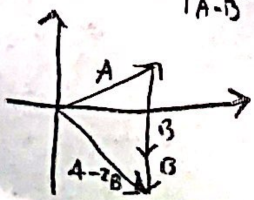
b) A - B



c)



d)



14. Dados 2 vectores $A = 2\hat{i} + 6\hat{j}$ y $B = 3\hat{i} - 2\hat{j}$

a) Trace el vector adición $C = A + B$ y el vector diferencia $D = A - B$

$C = A + B = 5\hat{i} + 4\hat{j}$, $D = A - B = -\hat{i} + 8\hat{j}$

b) Calcule C y D, primero en términos de vectores unitarios y luego en términos de coords. polares, con ángulos medidos con respecto al eje +x

$\bar{A}_u = (2\hat{i} + 6\hat{j})\frac{1}{\sqrt{4+36}}$; $\bar{B}_u = 3\hat{i} - 2\hat{j}\left(\frac{1}{\sqrt{4+9}}\right)$

15. $A = 3\hat{i} - 2\hat{j}$, $B = \hat{i} - 4\hat{j}$

a) $A + B = 2\hat{i} - 6\hat{j}$ b) $A - B = 4\hat{i} + 2\hat{j}$ c) $|A + B| = \sqrt{4+36}$

d) $|A - B| = \sqrt{16+4}$ e) Dirección de $A + B$ y $A - B$

$\theta_{A+B} = \tan^{-1}\left(\frac{-6}{2}\right)$ $\theta_{A-B} = \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$

16. Un golfista novato necesita hacer 3 tiros en el green para meter la pelota en el hoyo. Los desplazamientos sucesivos son 4m al norte 2m al noreste y 1m a 30° al oeste del sur.
¿Podría meterla de un solo tiro?

$A = (0, 4)$
$B = (2, 45°) = (\sqrt{2}, \sqrt{2})$
$C = (1, 240°) = (-0.5, -0.86)$

El tiro debe ser

$A + B + C = (\sqrt{2} - 0.5, \sqrt{2} + 3.14)$

17. Una persona esta de pie en el suelo, en el origen de un sistema de coords. Un avión vuela sobre ella con velocidad constante paralela al eje x y a una altitud fija 7.60×10^3 m. $t = 0$ s avión exactamente sobre la persona de modo que el vector que va de la persona al avión es $P_0 = (7.60 \times 10^3\, m)\hat{j}$
En $t = 30$ s el vector de la persona al avion $P_{30} = (8.04 \times 10^5\, m)\hat{i} + (7.60 \times 10^3\, m)\hat{j}$.
Determine la magnitud y orientación del vector de posición del avión en $t = 45$ s.

$V = \frac{\bar{d}}{t} = \frac{8.04 \times 10^3\, m}{30} = 2.8 \times 10^2\, m$

$\Rightarrow d = v \cdot t$, si $t = 4.5 \Rightarrow d = 2.8 \times 10^2\, m \cdot 45 = 1.26 \times 10^4$

$P_{45} = (1.26 \times 10^4, 7.6 \times 10^3\, m)$

Magnitud es la norma $|P_{45}| = \sqrt{1.26 \times 10^8 + 7.6 \times 10^6}$

$y\ \theta = \tan^{-1}\left(\frac{7.6 \times 10^3\, m}{1.26 \times 10^4\, m}\right)$

18. $A = (3\hat{i} - 4\hat{j} + 4\hat{k})\,m$ y $B\ (2\hat{i} + 3\hat{j} - 7\hat{k})\,m$

a) $C = A + B = 5\hat{i} - \hat{j} - 3\hat{k}$, $|C| = \sqrt{25+1+9} = \sqrt{35}$

b) $D = 2A - B = 2(3\hat{i} - 4\hat{j} + 4\hat{k}) - (2\hat{i} + 3\hat{j} - 7\hat{k}) = 4\hat{i} - 11\hat{j} + 15\hat{k}$, $|D| = \sqrt{16+121+225}$
$= \sqrt{362}$

Vectores de posición, Velocidad y aceleración.

19. Una pelota de golf es golpeada en la "tee" en el borde de un acantilado. Sus coords x e y como funciones del tiempo están dadas por las siguientes expresiones:

$x(t) = (18\ \frac{m}{s})\,t$ y $y(t) = (4\ \frac{m}{s})\,t - (4.9\ \frac{m}{s^2})\,t^2$

a) Escriba una exp. vectorial para hallar la pelota como función del tiempo usando los vectores unitarios $\hat{i}$ y $\hat{j}$

$\bar{r}(t) = (18\,m/s)\,t\,\hat{i} + [(4\ \frac{m}{s})t - (4.9\ \frac{m}{s^2})t^2]\,\hat{j}$

b) Con derivadas, obtener velocidad como función del tiempo

$\bar{r}(t) = \frac{d\bar{r}}{dt} = 18\ \frac{m}{s}\,\hat{i} + [4\ \frac{m}{s} - (9.8\ \frac{m}{s^2})t]\,\hat{j}$

c) El vector aceleración

$a(t) = \frac{d\bar{v}}{dt} = i - 9.8\ \frac{m}{s^2}\ \hat{j}$

d) Posición $t = 3$

$\bar{r}(3) = 18\frac{m}{s}\cdot 3\,\hat{i} + [(4\frac{m}{s})\cdot 3s - (4.9\ \frac{m}{s})\cdot 9\ s^2]\,\hat{j} = 54\,m\,\hat{i} - 40.1\,m\,\hat{j}$
$= 18\frac{m}{s}\,i - 40.1\,\hat{j}$

e) velocidad $t = 3$

$\bar{v}(3) = 18\frac{m}{s}\,i + [(4\frac{m}{s})\cdot 3s - (4.9\ \frac{m}{s^2})\,9s^2]\,\hat{j}$

f) aceleración $t = 3$

$\bar{a}(3) = -9.8\ \frac{m}{s^2}\ \hat{j}$

20. Una partícula que está en $\bar{r}_0 = (0,0)$ tiene $\bar{a} = 3\hat{j}\ \frac{m}{s^2}$ y $V_0 = 500\ i\ \frac{m}{s}$ y vel. en $t = t_0$

Encuentre as vector de pos

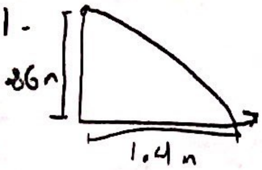
$v(t) = V_0 + \int_0^t a(t)\,dt = 500\ \frac{m}{s}\,\hat{i} + 3t\,\hat{j}\ \frac{m}{s^2}$

$\bar{r}(t) = \bar{r}_0 + \int_0^t v(t)\,dt = \int_0^t (500\frac{m}{s}\,\hat{i} + 3t\,s\ \frac{m}{s^2})\,dt = 500\frac{m}{s}\cdot t\hat{i} + \frac{3}{2}t^2\frac{m}{s^2}$

b) coord. y rápidez en $t = 2s$

$\bar{r}(2) = 1000\,m\,\hat{i} + 6m\,\hat{j}$, $v(2) = 500\frac{m}{s}\,\hat{i} + (\frac{m}{s})\,\hat{j}$

21.



a) ¿Con qué vel. salió el tarro de la barra?

$a_x = 0 \frac{m}{s^2}$ $\quad \vec{a_y} = -g \cdot \hat{t}$

V_x = constante

$r_x(t) = \cancel{r_0}^{0} + V_{ox} t + \cancel{\frac{at^2}{2}}^{0} = V_{ox}\, t = 3.41 \frac{m}{s} t$ $\qquad V_{ox} = \frac{d}{t} = \frac{1.4\,m}{0.41s} = 3.41 \frac{m}{s}$

$r_y(t) = V_{oy} + V_{oy} t \cdot g \cdot t^2 = 0.86\ m - \frac{9.81}{2} t^2$

Buscamos cuando $V_y(t) = 0$ que es cuando llega al piso

$0.86\ m = \frac{9.81 t^2}{2} \Rightarrow \frac{1.72m}{9.81 \frac{m}{s^2}} = t^2$ $\therefore$ $\underline{t = 0.41s}$

b) ¿Cuál era la dirección de la vel. del tarro justo antes de tocar el piso?

$\Rightarrow V_x'(t) = V_x(t) = 3.41 \frac{m}{s} \hat{x}$

$V_y(t) = V_y(t) = -9.81 \frac{m}{s^2}(t)$, si $t = 3.41 \frac{m}{s}$

$\Rightarrow V_y(t) = -4.02 \frac{m}{s} \hat{y}$ $\therefore$ $V = 8.1 \frac{m}{s} \hat{x} - 4.02 \frac{m}{s} \hat{y}$

22. Se puede saltar dist. hor. de 15 m si rapidez inicial es $3\frac{m}{s}$ ¿Cuál es la aceleración en caída libre en el planeta?

$V_o = 3m/s$

$V_{ox} = 3\cos\theta \frac{m}{s}$ $\qquad$ Pero como alcanzamos toda dist. máx = 15, eso sucede en $\theta = 45°$

$V_{oy} = 3\cos(\theta) \frac{m}{s}$

$V_{ox} = 3\cos(45°) \frac{m}{s} = \frac{3\sqrt{2}}{2} \frac{m}{s}$ $\qquad$ Si $V = \frac{d}{t} \Rightarrow z\ \frac{15m}{\frac{3\sqrt{2}}{2}\frac{m}{s}} = 5\sqrt{2}\ s$

$V_{oy} = V_{ox} = \frac{3\sqrt{2}}{2} \frac{m}{s}$ $\qquad$ tardó en total.

$V_y(z) = \frac{3\sqrt{2}}{2} t + \frac{at^2}{2}$

$V_y(5\sqrt{2}s) = 0 \Rightarrow \frac{3\sqrt{2}}{2} \frac{m}{s}(5\sqrt{2}s) + \frac{a(5\sqrt{2}s)^2}{2}$

$\Leftarrow a\,50s^2 = \left[-\frac{3}{2}\sqrt{2} \frac{m}{s}(5\sqrt{2}s)\right]^2$

$\underline{a = \frac{-30}{50s^2} = \frac{-3}{5} \frac{m}{s^2}}$

Escaneado con CamScanner

23. Un jugador que 2 m está a 10 m de la canasta. Si lanza el balón a un ángulo de 40° con la horizontal. ¿a qué rapidez inicial debe lanzarlo para que pase por el arillo sin tocar el tablero? La altura de la canasta es 3.05 m

$V_y(t) = 2m + V_0 \sin(40°) - 9.81 \frac{m}{s^2} \frac{t^2}{2}$

$V_x(t) = V_0 \cos(40°)$

$V_y(t) = 3.05\ m$ cuando $t = \frac{10\ m}{V_0 \cos(40°)}$

$t = \frac{10\ m}{V_0 \cos(40°)}$

$\Rightarrow 3.05\ m = 2m + V_0 \sin(40°) - 9.81 \frac{m}{s^2} \frac{\left(\frac{10\ m}{V_0 \cos(40°)}\right)^2}{2}$

$\Leftrightarrow V_0 \sin(40°) - \frac{9.81 \frac{m}{s^2} \cdot 50 m^2}{V_0^2 \cos^2(40)} = 1.05 m$

$\Leftrightarrow V_0^3 \sin(40°) \cos^2(40°) - 9.81 \frac{m}{s^2} 50 m^2 = V_0^2 \cos^2(40) 1.05\ m$

$\Leftrightarrow V_0^3 \sin(40°) \cos^2(40) - V_0^2 (0.76)^2 (1.05 m) - 9.81 \frac{m}{s^2} (50 m^2) = 0$

$\Leftrightarrow V_0^3 (0.76)^2 (0.64) - V_0^2 (0.76)^2 (1.05 m) - 490.5 \frac{m^2}{s^2} = 0$

$\Leftrightarrow V_0^3 (0.5776)(0.64) - V_0^2 (0.5776)(1.05 m) - 490.5 \frac{m^2}{s^2} = 0$

$V_0^3 (0.3696) - V_0^2 (0.6064) - 4905 \frac{m^3}{s^3} = 0$

$\Rightarrow \underline{V_0 = 11.36 \frac{m}{s}}$ con $t = \frac{10}{11.36(\cos(40°))} = 1.12$

Escaneado con CamScanner