

9. Si la superficie de un trozo de metal funciona como recipiente que confina electrones libres, ¿por qué no es posible hacer que esos electrones se dispersen al perforar agujeros en la superficie?
10. El agua es conductora, pero la nieve (seca) es aislante. ¿Por qué?
11. Si se frota un peine de plástico, atraerá cabellos o pedazos de papel (figura 22.17), aun cuando no tengan carga eléctrica neta, ¿por qué?

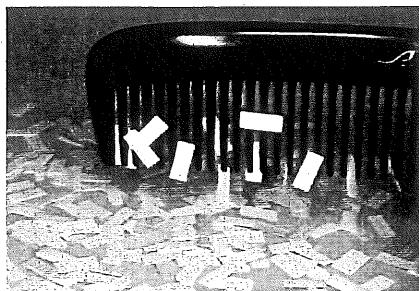


FIGURA 22.17 La carga eléctrica en este peine de plástico atrae pequeños trozos de papel.

12. Algunos textos antiguos de física definen la carga eléctrica positiva como la clase de carga que se acumula en una barra de vidrio cuando se frota con seda (“electricidad vítreo”). ¿Cuál es el problema con esa definición?
13. Cuando se frotan un par de zapatos sobre una alfombra, a veces se acumula carga eléctrica suficiente para sentir un choque eléctrico cuando a continuación toca un radiador o algún otro objeto metálico conectado a tierra. ¿Por qué es más probable que eso suceda en invierno que en verano?
14. Algunos conductores de automóviles cuelgan una banda conductora en la cara inferior de sus automóviles, para que arrastre sobre el pavimento. ¿Qué objeto tiene ese dispositivo?
15. En una pelota de ping-pong se ha depositado cierta cantidad de carga eléctrica. ¿Cómo puede determinarse si la carga es positiva o negativa?
16. Dos esferas de aluminio de igual radio cuelgan del techo, por hilos aislantes. Si se tienen una barra de vidrio y un trozo de tela de seda, ¿cómo se puede cargar las dos esferas exactamente con cantidades iguales de carga eléctrica?

## Elementos de Física:

1

**TAREA ①**

2

## PROBLEMAS

### 22.1 La fuerza electrostática

### 22.2 La ley de Coulomb

1

1. Dentro de una típica nube de tormenta, hay cargas eléctricas de  $-40\text{ C}$  y  $+40\text{ C}$ , separadas por una distancia vertical de 5.0 km (figura 22.18). Debe considerarse que esas cargas son puntuales y calcular la magnitud de la fuerza eléctrica de atracción entre ellas.

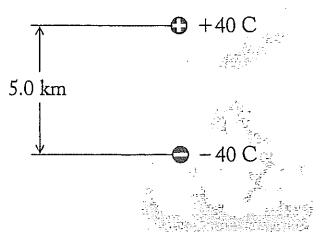


FIGURA 22.18 Cargas en una nube de tormenta.

2. Un cristal de NaCl (sal común) se compone de un ordenamiento regular de iones  $\text{Na}^+$  y  $\text{Cl}^-$ . La distancia entre un ion a su

vecino es  $2.82 \times 10^{-10}\text{ m}$ . ¿Cuál es la magnitud de la fuerza eléctrica de atracción entre los dos iones? Se debe considerar que los iones son cargas puntuales.

- 2
3. Supóngase que los dos protones en el núcleo de un átomo de helio están a una distancia de  $2.0 \times 10^{-15}\text{ m}$  entre ellos. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza eléctrica de repulsión que ejercen entre sí? ¿Cuál sería la aceleración de cada uno si ésa fuera la única fuerza que actuara sobre ellos? Considérese que los protones son cargas puntuales.
  4. Una partícula alfa (que es un núcleo de helio con carga  $+2e$ ) se dispara a gran velocidad hacia un núcleo de uranio (carga  $+92e$ ). ¿Cuál es la magnitud de la fuerza eléctrica sobre la partícula alfa, cuando está a  $5.0 \times 10^{-14}\text{ m}$  del núcleo? ¿Cuál es la aceleración instantánea correspondiente de la partícula alfa? Debe considerarse que la partícula alfa y el núcleo son cargas puntuales.
  5. Según investigaciones teóricas y experimentales recientes, las partículas subnucleares están formadas por quarks y antiquarks (véase el capítulo 41). Por ejemplo, un pión positivo está formado por un quark u y un antiquark d. La carga eléctrica del quark u es  $\frac{2}{3}e$  y la del antiquark d es  $\frac{1}{3}e$ . Se debe considerar que los quarks son partículas clásicas, y calcularse la fuerza eléctrica de repulsión entre los quarks del pión, cuando la distancia entre ellos es  $1.0 \times 10^{-15}\text{ m}$ .

6. ¿Cuántos electrones es necesario quitar de una bola de boliche, que al principio es neutra, para darle una carga eléctrica positiva de  $1.0 \times 10^{-6} \text{ C}$ ?
7. Un rayo suele depositar  $-25 \text{ C}$  en el terreno. ¿A cuántos electrones equivale eso?
8. La masa del electrón no se puede medir en forma directa, porque las cantidades macroscópicas de masa contienen siempre una combinación de electrones, protones y neutrones, y nunca electrones puros. Por eso, la masa se calcula partiendo de una medición de la carga eléctrica  $-e$  del electrón, y una medición de la relación de carga a masa,  $-e/m_e$ . Los mejores valores obtenidos de esas cantidades son  $-e = -1.602\,177 \times 10^{-19} \text{ C}$  y  $-e/m_e = -1.758\,820 \times 10^{11} \text{ C/kg}$ . ¿Cuál es el mejor valor que puede deducirse para la masa del electrón, a partir de estos datos?
9. En una molécula de HCl, los núcleos de los átomos de H y de Cl, cuyas cargas son  $+e$  y  $+17e$ , respectivamente, están a una distancia de  $1.28 \times 10^{-10} \text{ m}$ . ¿Cuál es la fuerza eléctrica de repulsión entre esos núcleos?
10. Considérense dos protones separados por una distancia de  $1.0 \times 10^{-12} \text{ m}$ .
- ¿Cuál es la fuerza de atracción gravitacional entre los protones?
  - ¿Cuál es la fuerza de repulsión eléctrica entre esos protones? ¿Cuál es la relación de la fuerza eléctrica y la fuerza gravitacional?
  - Considérese un segundo par de protones, separados por una distancia mayor tal que su repulsión eléctrica sea igual a la atracción gravitacional entre el otro par, más cercano, calculada en el inciso a). ¿A qué distancia deberían estar estos protones?
11. Según las especulaciones teóricas recientes, podría existir una partícula elemental de masa  $1.0 \times 10^{-11} \text{ kg}$ . Si esa partícula porta una carga  $e$ , ¿cuál es la fuerza gravitacional y cuál es la fuerza eléctrica sobre una partícula idéntica colocada a  $1.0 \times 10^{-10} \text{ m}$  de distancia?
12. En el átomo de plomo, el núcleo tiene una carga eléctrica de  $82e$ . El electrón más interior de este átomo se encuentra normalmente a una distancia de  $6.5 \times 10^{-13} \text{ m}$  del núcleo. ¿Cuál es la fuerza eléctrica que ejerce el núcleo sobre ese electrón? ¿Cuál es la aceleración que produce esa fuerza sobre el electrón? Considérese que el electrón es una partícula clásica.
13. La carga eléctrica de un mol de protones se llama **constante de Faraday**. ¿Cuál es su valor numérico?
14. La carga eléctrica que pasa por una bombilla eléctrica ordinaria de 115 volts, 150 watts, es  $1.3 \text{ C/s}$ . ¿A cuántos electrones equivale?
15. Se puede colocar una carga eléctrica máxima de  $7.5 \times 10^{-6} \text{ C}$  en una esfera metálica de 15 cm de radio para que el aire que la rodea no sufra un rompimiento eléctrico (chispas). ¿Cuánto exceso de electrones (o cuántos electrones faltantes) debe tener la esfera cuando está a punto de ocurrir el rompimiento?
16. ¿Cuántos electrones hay en un *clip* sujetapapel de hierro, de 0.30 g de masa?
- 3
17. Supóngase que se quitan todos los electrones de una moneda de cobre, cuya masa es 2.7 g, y que son colocados a una distancia de 2.0 m de los núcleos de cobre que quedan. ¿Cuál es la fuerza de atracción eléctrica sobre los electrones?
18. ¿Cuántos electrones y protones hay en un organismo humano de 73 kg de masa? La composición aproximada del cuerpo humano es 70% de oxígeno, 20% de carbono y 10% de hidrógeno.
19. Se pueden disolver 36 g de cloruro de sodio (sal de mesa) en 100 g de agua. ¿Qué factor interviene en que haya mayor cantidad de electrones (o de protones) en la solución, que la que hay en el agua simple?
20. En un experimento de física elemental se usan dos esferas pequeñas, cada una con  $-2.0 \times 10^{-6} \text{ C}$  de carga. ¿Cuál es la fuerza eléctrica entre las esferas cuando están a 1.0 m de distancia?
21. Se define el valor de la constante de Coulomb como  $k = 1/4\pi\epsilon_0 = 8.987\,551\,787 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$ , exactamente. ¿Cuál es la diferencia porcentual aproximada entre el número  $9.0 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$  y el valor exacto de la constante de Coulomb? (Para los cálculos, basta el valor simple.)
22. Desde muy lejos, cualquier distribución de cargas que tenga una carga neta se comporta más o menos como una carga puntual. Hay dos discos delgados, cada uno de 1.0 cm de radio, y cada uno con  $2.5 \times 10^{-8} \text{ C/m}^2$  de carga por unidad de área. ¿Cuál es la fuerza eléctrica entre los discos, cuando están separados 2.0 m?
- \*23. Al principio, una molécula orgánica lineal y larga tiene  $1.9 \mu\text{m}$  de longitud. En cada extremo de ella hay un átomo simplemente ionizado; en total, la molécula es neutra. Las dos ionizaciones producen un cambio de longitud de  $-1.2\%$ . ¿Cuál es la constante efectiva de resorte para esta molécula?
- \*24. Deimos es una pequeña luna de Marte, con  $2.0 \times 10^{15} \text{ kg}$  de masa. Supóngase que un electrón está a 100 km de Deimos. ¿Cuál es la atracción gravitacional sobre el electrón? ¿Qué carga eléctrica negativa habría que colocar en Deimos para equilibrar esta atracción gravitacional? ¿A cuántas cargas electrónicas equivale? Considérese en los cálculos que las masas son de puntos materiales, y las cargas son puntuales.
- 5 Una pequeña carga de  $-2.0 \times 10^{-8} \text{ C}$  está en el punto  $x = 2.0 \text{ m}, y = 0$ , del eje  $x$ . Hay una segunda carga pequeña de  $-3.0 \times 10^{-6} \text{ C}$  en el punto  $x = 0, y = -3.0 \text{ m}$  del eje  $y$  (véase la figura 22.19). ¿Cuál es la fuerza eléctrica que ejerce la primera carga sobre la segunda? ¿Cuál es la fuerza que ejerce la segunda carga sobre la primera? Exprésense los resultados como vectores, con componentes  $x$  y  $y$ .
- 4

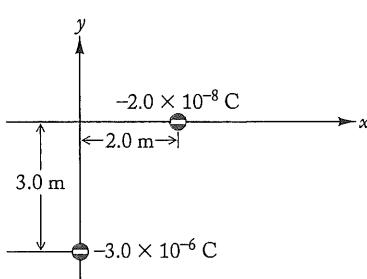


FIGURA 22.19 Dos cargas puntuales.

- \*26. Dos trozos diminutos de plástico, cuyas masas son  $5.0 \times 10^{-5}$  g, están a 1.0 mm de distancia. Supóngase que tienen cargas electrostáticas iguales y opuestas. ¿Cuál debe ser la magnitud de la carga para que la atracción eléctrica entre ellas sea igual a su peso?
- \*27. ¿Cuántos electrones adicionales deberían colocarse sobre la Tierra y sobre la Luna, para que la repulsión entre esos cuerpos anulara su atracción gravitacional? Supóngase que las cantidades de electrones adicionales en la Tierra y la Luna guardan la misma proporción que las dimensiones radiales de estos cuerpos (6.38:1.74).
- \*28. En un lugar directamente abajo de una nube de tormenta, la carga eléctrica inducida sobre la superficie de la Tierra es  $+1.0 \times 10^{-7}$  coulombs por metro cuadrado de superficie. ¿Cuántos iones con carga positiva simple y por metro cuadrado representa lo anterior? La cantidad característica de átomos sobre la superficie de un sólido es  $2.0 \times 10^{19}$  por metro cuadrado. ¿Qué fracción de esos átomos debe ionizarse para producir la carga eléctrica mencionada?
- \*29. Aunque los mejores datos experimentales de que se dispone concuerdan con la ley de Coulomb, también coinciden con una ley de Coulomb modificada, de la forma

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} e^{-r/r_0}$$

en la que  $r_0$  es una constante con dimensiones de longitud, y con valor numérico que se sabe no es menor que  $10^9$  m, y probablemente sea mucho mayor. Aquí,  $e$  es la base de los logaritmos naturales. Suponiendo que  $r_0 = 1.0 \times 10^9$  m, ¿cuál es la desviación fraccionaria entre la ley de Coulomb y la ley modificada de Coulomb, para  $r = 1.0$  m? ¿Y para  $r = 1.0 \times 10^4$  m? (Sugerencia: Úsese la aproximación  $e^x \approx 1 + x$ , para  $x$  pequeña.)

- \*30. Un protón está en el origen de las coordenadas. Un electrón está en el punto  $x = 4.0 \times 10^{-11}$  m,  $y = 2.0 \times 10^{-11}$  m, del plano  $x$ - $y$  (véase la figura 22.20). ¿Cuáles son los componentes  $x$  y  $y$  de la fuerza eléctrica que ejerce el protón sobre el electrón?, ¿de la que el electrón ejerce sobre el protón?

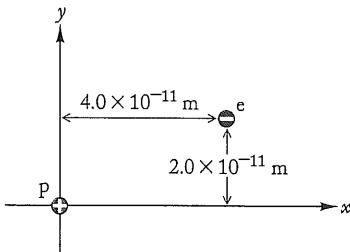


FIGURA 22.20  
Un protón y un electrón.

- \*31. Con experimentos precisos se ha establecido que las magnitudes de las cargas eléctricas del electrón y del protón son iguales, dentro de un error experimental de  $\pm 10^{-21} e$ , y que la carga eléctrica de un neutrón es de cero a  $\pm 10^{-21} e$ . Suponiendo lo peor acerca de las combinaciones de los errores, ¿cuál es la máxima carga eléctrica imaginable de un átomo de oxígeno,

formado por 8 electrones, 8 protones y 8 neutrones? Se debe considerar que los átomos son puntos materiales y comparar la fuerza eléctrica entre dos de esos átomos de oxígeno, con la fuerza gravitacional entre esos átomos. La fuerza neta ¿es de atracción o de repulsión?

- \*32. Bajo la influencia de la fuerza eléctrica de atracción, el electrón en un átomo de hidrógeno gira en órbita alrededor del protón, describiendo un círculo de  $5.3 \times 10^{-11}$  m de radio. ¿Cuál es su velocidad orbital? ¿Cuál es su periodo orbital?

## 22.3 La superposición de las fuerzas eléctricas

33. Supóngase que, en el ejemplo 6, las dos cargas  $Q$  son positivas. ¿Cuál es la magnitud y la dirección de la fuerza eléctrica sobre la carga  $q$ , en este caso?
34. La distribución de las cargas eléctricas en una nube de tormenta puede aproximarse mediante varias cargas puntuales colocadas a alturas diferentes. Supóngase que hay una nube de tormenta con cargas eléctricas de  $+10$  C,  $-40$  C y  $+40$  C a alturas de 2.0 km, 5.0 km y 10 km, respectivamente (véase la figura 22.21). Considérese que esas cargas son puntuales, y calcúlese la fuerza eléctrica neta que ejercen las dos cargas de  $\pm 40$  C sobre la carga de  $+10$  C.

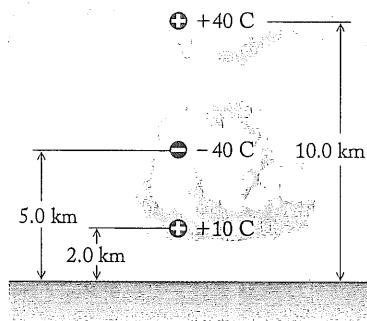


FIGURA 22.21 Cargas en una nube de tormenta.

35. La figura 22.22 muestra la distribución de cargas nucleares (positivas) en una molécula de HCl. Las magnitudes de estas cargas nucleares de H y de Cl son  $e$  y  $17e$ , respectivamente, y la distancia entre ellas es  $1.28 \times 10^{-10}$  m. ¿Cuál es la fuerza eléctrica neta que ejercen esas cargas sobre un electrón que está a  $5.0 \times 10^{-11}$  m arriba del núcleo de H?

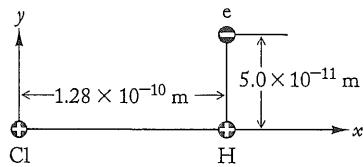


FIGURA 22.22 Las cargas nucleares positivas en los átomos de cloro e hidrógeno ejercen fuerzas eléctricas sobre un electrón.

36. Hay cinco cargas idénticas  $+Q$  en los vértices de un pentágono regular. ¿Cuál es la fuerza eléctrica neta debida a esas cinco cargas, sobre una sexta carga de  $+q$  en el centro del pentágono?
37. Supóngase que dos esferas de  $2.5 \times 10^{-4}$  kg de masa cada una, portan cargas iguales, y que están colgadas de hilos idénticos de 10 cm de longitud, como en el ejemplo 5; sin embargo, esos hilos están anclados en puntos a 25 cm de distancia. Si cada hilo forma un ángulo de  $20^\circ$  con la vertical, ¿cuál es la carga de cada esfera?
- \*38. Unas cargas puntuales de  $+Q$  y  $-2Q$  están separadas por una distancia  $d$ . Una carga puntual  $q$  es equidistante a las dos anteriores, a una distancia  $x$  de su punto medio (véase la figura 22.23). ¿Cuál es la fuerza eléctrica sobre  $q$ ?

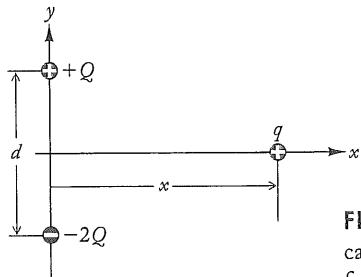


FIGURA 22.23 Las cargas  $+Q$  y  $-2Q$  ejercen fuerzas sobre una carga  $q$ .

39. Tres cargas puntuales positivas de  $+Q$  se colocan en tres vértices de un cuadrado, y una carga puntual negativa de  $-Q$  se coloca en el cuarto vértice (véase la figura 22.24). El lado del cuadrado mide  $L$ . Calcúlese la fuerza eléctrica neta que ejercen las cargas positivas sobre la carga negativa.

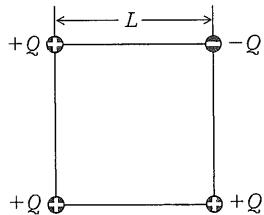


FIGURA 22.24 Tres cargas puntuales positivas y una carga puntual negativa.

- \*40. Se distribuyen cuatro cargas puntuales de  $\pm Q$  en los vértices de un cuadrado de lado  $L$ , como se ve en la figura 22.25. ¿Cuál es la fuerza eléctrica neta que ejercen esas cargas sobre una carga puntual  $q$  colocada en el centro del cuadrado?

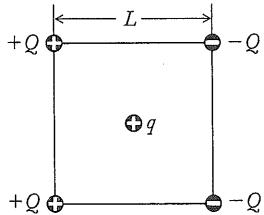


FIGURA 22.25 Cinco cargas puntuales.

- \*41. La figura 22.26 muestra la distribución aproximada de cargas en una nube de tormenta; está formada por una carga puntual de  $+40\text{ C}$  a una altura de 10.0 km, y por una carga puntual de

$-30\text{ C}$  a una altura de 4.0 km. ¿Cuál es la fuerza que ejercen esas dos cargas sobre un electrón que está a 10.0 km de altura, y a una distancia horizontal de 4.0 km hacia la derecha de las cargas?

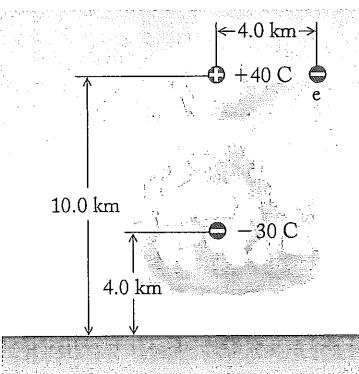


FIGURA 22.26 Cargas en una nube de tormenta.

- \*42. Repítase el problema anterior, pero con el electrón a 7.0 km de altura y a una distancia horizontal de 4.0 km a la derecha.
- \*43. Supóngase que hay dos esferas colgadas por hilos idénticos de 10 cm de longitud, anclados en el mismo punto, como en el ejemplo 5, pero esas esferas tienen distintas masas y cargas. Cuando una porta una carga de  $+2.0 \times 10^{-7}\text{ C}$  y la otra una de  $+6.0 \times 10^{-8}\text{ C}$ , los hilos forman el mismo ángulo de equilibrio de  $25^\circ$  con la vertical. ¿Cuál es la masa de cada esfera?
- \*44. Hay tres cargas ( $+q$ ,  $+q$  y  $-q$ ) que tienen magnitudes iguales, y están en los vértices de un triángulo equilátero. Calcúlese la magnitud de la fuerza total sobre una de las cargas positivas, debida a las otras dos cargas.
45. Hay dos cargas iguales de  $+Q$  en dos vértices de un triángulo equilátero de lado  $a$ ; una tercera carga de  $-q$  está en el otro vértice. A una distancia de  $a/2$ , fuera del triángulo y sobre la mediatriz de las cargas de  $+Q$  está una carga,  $q_0$  (véase la figura 22.27), sobre la cual la fuerza neta es cero. Calcúlese el valor de la relación  $q_0/Q$ .

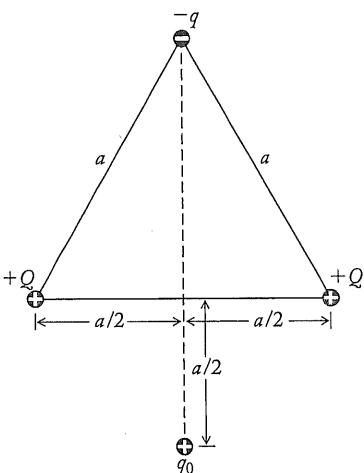


FIGURA 22.27 Tres cargas,  $+Q$ ,  $+Q$  y  $-q$ , ejercen fuerzas sobre  $q_0$ , una cuarta carga.

12. ¿Cuál es la intensidad del campo eléctrico en la superficie de un núcleo de uranio? El radio del núcleo es  $7.4 \times 10^{-15}$  m, y la carga eléctrica es  $92e$ . Para fines de este problema, se puede considerar que la carga eléctrica está concentrada en el centro.

13. La figura 23.29 muestra la distribución de las cargas nucleares (cargas positivas) en una molécula de KBr. Calcúlese el campo eléctrico que producen esas cargas en el centro de masa, a una distancia de  $9.3 \times 10^{-11}$  m del átomo de Br.

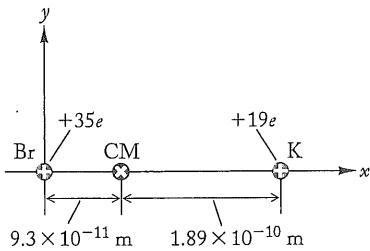


FIGURA 23.29 Cargas (nucleares) positivas en una molécula de KBr.

14. Se supone que en un átomo de hidrógeno el electrón está (momentáneamente) a una distancia de  $2.1 \times 10^{-10}$  m del protón. ¿Cuál es el campo eléctrico neto que producen en conjunto el protón y el electrón, en un punto a la mitad de la distancia entre ellos?

15. Si se coloca una carga de  $1.0 \times 10^{-10}$  C en el eje  $x$ , a 0.15 m del origen de un sistema coordenado (véase la figura 23.30), ¿cuál es la magnitud del campo eléctrico en un punto a 0.10 m arriba, en el eje  $y$ ?

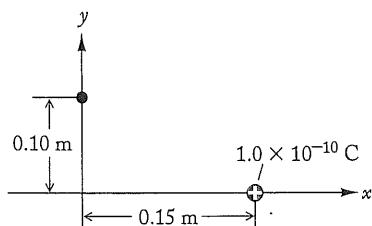


FIGURA 23.30 Una carga puntual.

- Tres cargas puntuales,  $-Q$ ,  $2Q$  y  $-Q$ , se distribuyen sobre una línea recta, como muestra la figura 23.31. ¿Cuál es el campo eléctrico que producen las cargas a una distancia  $x$  a la derecha de la carga central?

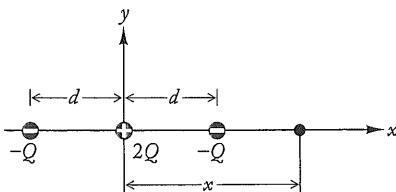


FIGURA 23.31 Tres cargas puntuales.

- \*17. Cuatro cargas puntuales de  $\pm Q$  se colocan en las esquinas de un cuadrado de lado  $L$ , que se observa en la figura 23.32. En el punto medio de cada uno de los cuatro lados del cuadrado, calcúlese la magnitud y la dirección del campo eléctrico.

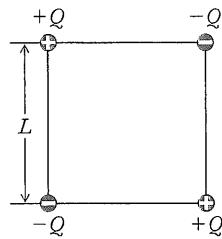


FIGURA 23.32 Cuatro cargas puntuales.

- \*18. La distancia entre el núcleo de oxígeno y cada uno de los núcleos de hidrógeno en una molécula de  $H_2O$  es  $9.58 \times 10^{-11}$  m; el ángulo entre los átomos de hidrógeno es  $105^\circ$  (véase la figura 23.33). Calcúlese el campo eléctrico producido por las cargas nucleares (cargas positivas) en el punto  $P$ , a una distancia de  $1.20 \times 10^{-10}$  m a la derecha del núcleo de oxígeno.

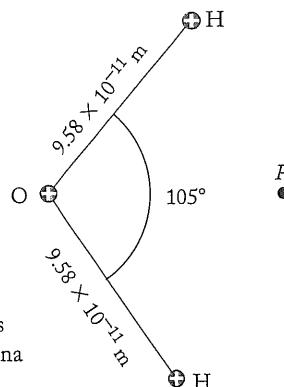


FIGURA 23.33 Cargas nucleares (positivas) en una molécula de agua.

- \*19. La figura 23.34 muestra la distribución de cargas en una nube de tormenta. Hay una carga de  $+40$  C a una altura de 10 km, de  $-40$  C a 5.0 km y de  $+10$  C a 2.0 km. Considerando que esas cargas son puntuales, calcúlese el campo eléctrico (magnitud y dirección) que producen a una altura de 8.0 km y a 3.0 km de distancia horizontal.

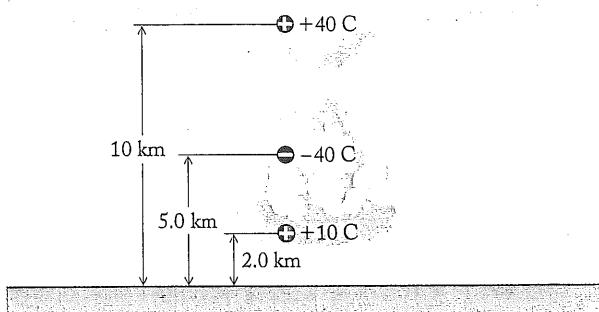


FIGURA 23.34 Cargas en una nube de tormenta.

- \*20. Supóngase que un avión atraviesa la nube de tormenta mencionada en el problema 19, a una altura de 8.0 km. Debe trazarse la magnitud del campo eléctrico en función de la posición, a lo largo de la trayectoria del avión: se sugiere comenzar con el avión a 10 km de distancia de la nube.
- \*21. Para las cuatro cargas de nube de tormenta y de imagen, en la figura 23.5, calcúlese la magnitud del campo eléctrico a distancias horizontales de 2.0, 4.0, 6.0, 8.0 y 10 km del punto en el suelo, directamente debajo de las cargas de tormenta. Trácese la gráfica de la magnitud del campo en función de la distancia horizontal.
- \*22. En una malla de red cristalina de sal común, hay ocho iones,  $\text{Cl}^-$  y  $\text{Na}^+$ , en los vértices de un cubo que mide  $2.82 \times 10^{-10}$  m por lado (véase la figura 23.35). Calcúlese la magnitud de la fuerza eléctrica que ejercen siete de esos iones sobre el octavo.

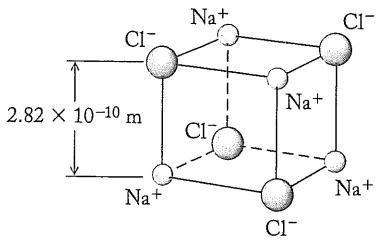


FIGURA 23.25 Iones  $\text{Cl}^-$  y  $\text{Na}^+$  en un cristal de sal.

- \*23. Para las tres cargas descritas en el problema 16, vuelva a considerar el campo eléctrico en un punto sobre el eje  $x$  positivo. ¿Cuál es la dependencia aproximada del campo eléctrico respecto a la distancia  $x$ , para  $x \gg d$ ? Es el campo eléctrico cuadrupolar. [Sugerencia: Para  $\delta = (d/x)$  pequeña, úsese la aproximación  $(1 + \delta)^n \approx 1 + n\delta$ .]
- \*24. En siete de los vértices de un cubo de lado  $a$  hay cargas idénticas  $+Q$ . El octavo vértice está vacío. A partir de consideraciones de simetría, ¿cuál es la dirección del campo eléctrico total en el vértice vacío? Calcúlese la magnitud del campo eléctrico total en ese vértice.

### 23.2 El campo eléctrico de distribuciones continuas de carga

25. a) La ecuación (23.11) determina el campo eléctrico en el eje de un anillo cargado. ¿Dónde es máxima la intensidad de ese campo eléctrico?
- b) Trácese un esquema aproximado del campo eléctrico en el espacio que rodea al anillo.
26. Se pretende generar un campo eléctrico uniforme de  $2.0 \times 10^5$  N/C en el espacio que hay entre dos placas planas y paralelas, metálicas, colocadas frente a frente. Las placas miden  $0.30 \text{ cm} \times 0.30 \text{ cm}$ . ¿Cuánta carga eléctrica se debe dar a cada placa? Supóngase que el espacio entre las placas es pequeño, y que la distribución de cargas y el campo eléctrico son aproximadamente uniformes, como para las placas infinitas.
27. Una varilla recta y larga tiene una distribución uniforme de carga eléctrica de  $2.0 \times 10^{-14} \text{ C}$  por metro. ¿Cuál es el campo

eléctrico a una distancia perpendicular de 0.50 m de esta varilla? ¿A  $1.0 \text{ m}$ ? ¿A  $1.5 \text{ m}$ ?

- \*28. Cada una de dos varillas rectas, muy largas, porta una carga positiva de  $1.0 \times 10^{-12} \text{ C}$  por metro. Una varilla está en el eje  $x$  y la otra en el eje  $y$ . Calcúlese el campo eléctrico (magnitud y dirección) en el punto  $x = 0.50 \text{ m}, y = 0.20 \text{ m}$ .
- \*29. Dos barras delgadas de longitud  $L$ , cada una con distribución lineal uniforme  $\lambda$  de carga, forman una cruz. Calcúlese el campo eléctrico en un punto a la distancia  $L/2$  de cada barra, en el plano de la cruz.
- \*30. Considérese una línea infinitamente larga de carga, con espesor cero y una distribución lineal  $\lambda$  uniforme de carga. Demuéstrese que la tensión en esa línea es infinita (por consiguiente, esa línea es una imposibilidad física). Demuéstrese que también la tensión es infinita en una línea de carga de longitud finita.

Cada una de dos varillas muy largas, rectas y paralelas, tiene una carga positiva de  $\lambda$  coulombs por metro. La distancia entre las varillas es  $d$  (véase la figura 23.36). Calcúlese el campo eléctrico en un punto equidistante de las varillas, a una distancia  $2d$  de cada una. Trácese un diagrama que muestre la dirección del campo eléctrico.

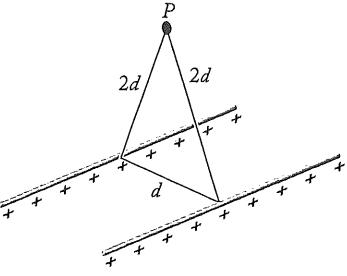


FIGURA 23.36 Dos varillas cargadas paralelas.

- \*32. Dos hilos infinitos de seda, con distribución lineal uniforme  $\lambda$  de carga, están a lo largo de los ejes  $x$  y  $y$ , respectivamente. Determine el campo eléctrico en un punto cuyas coordenadas son  $x, y, z$ ; suponga que  $x > 0, y > 0$  y  $z > 0$ .
- \*33. Una línea semiinfinita que tiene una distribución uniforme de carga de  $\lambda$  coulombs por metro, yace a lo largo del eje  $x$  positivo, desde  $x = 0$  hasta  $x = \infty$ . Calcúlense los componentes del campo eléctrico en el punto cuyas coordenadas son  $x, y$ , siendo  $z = 0$ . Considérese que  $x > 0, y > 0$ .
- \*34. Una línea semiinfinita que tiene una distribución uniforme de carga de  $+\lambda$  coulombs por metro, yace a lo largo del eje  $x$  positivo, desde  $x = 0$  hasta  $x = \infty$ . Otra línea semiinfinita con distribución de carga de  $-\lambda$  coulombs por metro, yace a lo largo del eje  $x$  negativo, desde  $x = 0$  hasta  $x = -\infty$ . Calcúlese el campo eléctrico en cualquier punto del eje  $y$ .
- \*35. Sobre tres hojas de papel, paralelas y grandes, hay carga eléctrica uniformemente distribuida (véase la figura 23.37). Las cargas por unidad de área en las hojas son  $2.0 \times 10^{-6} \text{ C/m}^2, 2.0 \times 10^{-6} \text{ C/m}^2$  y  $-2.0 \times 10^{-6} \text{ C/m}^2$ , respectivamente. La distancia entre una hoja y la siguiente es 1.0 cm. Calcúlese la intensidad del campo eléctrico  $E$  arriba de las hojas, debajo de las hojas y en los espacios entre las hojas. En cada caso, determine la dirección de  $E$ .

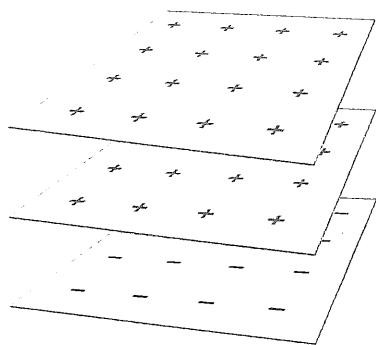


FIGURA 23.37 Tres hojas de papel cargadas.

- \*36. Cada una de dos hojas de papel planas y muy grandes, tiene una carga distribución uniforme de carga positiva de  $3.0 \times 10^{-4} \text{ C/m}^2$ . Las dos hojas de papel se cruzan formando un ángulo de  $45^\circ$  (véase la figura 23.38). ¿Cuáles son la magnitud y la dirección del campo eléctrico en un punto entre las dos hojas?

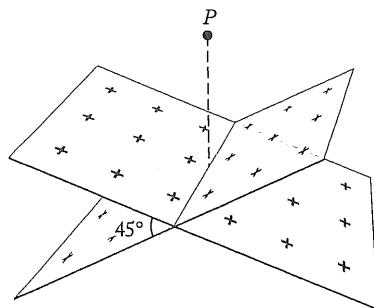


FIGURA 23.38 Dos hojas grandes de papel que se cruzan.

- \*37. Dos hojas grandes de papel se cruzan formando ángulo recto. Cada hoja contiene una distribución uniforme de carga positiva (véase la figura 23.39). La carga de las hojas, por unidad de área, es  $3.0 \times 10^{-6} \text{ C/m}^2$ . Calcúlese la magnitud del campo eléctrico en cada uno de los cuatro cuadrantes. Trácese un esquema de las líneas de campo en cada cuadrante.

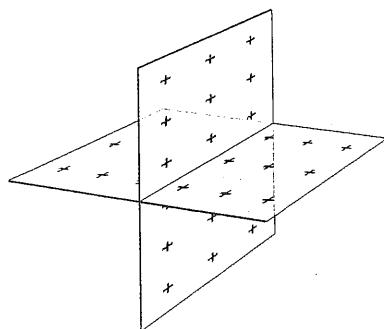


FIGURA 23.39 Otras dos hojas de papel que se cruzan.

- \*38. El campo eléctrico en el interior de un trozo de metal, expuesto a la gravedad terrestre (véase el problema 10) se debe a la distribución de la carga superficial. Suponiendo que hay una placa de acero horizontal (véase la figura 23.40), ¿cuáles deben ser las densidades de carga superficial de las superficies superior e inferior?

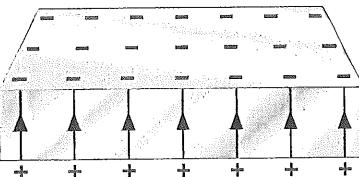


FIGURA 23.40 Una placa horizontal de hierro.

- \*39. Una hoja de papel muy grande y plana, tiene carga uniformemente distribuida en su superficie; la cantidad de carga por unidad de área es  $\sigma$ . Esta hoja de papel tiene un agujero de radio  $R$  (véase la figura 23.41). Calcúlese el campo eléctrico en el eje del agujero.

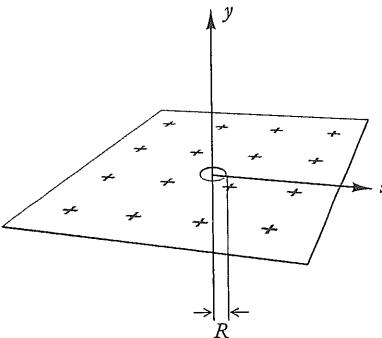


FIGURA 23.41 Una hoja de papel cargada, con un agujero.

- 13** \*40. Un anillo de papel tiene radio interior  $R_1$  y radio exterior  $R_2$ . Sobre la superficie del anillo hay una carga  $Q$  uniformemente distribuida. ¿Cuál es el campo eléctrico en el eje del anillo, a una distancia  $z$  del centro?

41. A lo largo de una varilla delgada y recta de plástico, de longitud  $l$ , hay una carga total  $Q$  distribuida uniformemente.

a) Determíñese el campo eléctrico en el punto  $P$ , a una distancia  $x$  de uno de los extremos (véase la figura 23.42).

b) Determíñese el campo eléctrico  $P'$  a una distancia  $y$  del punto medio de la varilla (véase la figura 23.42).

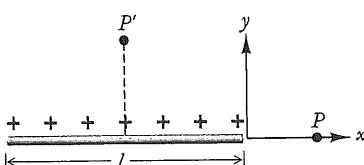


FIGURA 23.42 Una varilla recta con carga.

\*42. Dos varillas paralelas infinitas están separadas por una distancia  $2d$ . Una tiene una carga positiva  $\lambda$  distribuida uniformemente, y la otra una carga contraria,  $-\lambda$ . Las varillas son paralelas al eje  $z$  y cruzan al plano  $x-y$  en  $x = 0, y = \pm d$ . Determinese el campo eléctrico en un punto del eje  $x$  positivo. ¿Cómo se comporta  $E$  cuando  $x \gg d$ ?

\*43. Considérese la posibilidad de que haya una **distribución no uniforme de carga**. En especial, considérese el segmento de recta de la figura 23.42, pero ahora supóngase que la carga total  $Q$  está distribuida no uniformemente a lo largo de la longitud  $l$ , y que la densidad de carga  $\lambda$  decrece linealmente de izquierda a derecha, de acuerdo con  $\lambda = -\lambda_0 x/l$ , siendo  $\lambda_0$  una constante,  $x = -l$  es el extremo izquierdo de la varilla y  $x = 0$  está en el extremo derecho de la varilla, como en la figura 23.42. Obsérvese que una carga pequeña  $dQ$  en un elemento  $dx$ , todavía sigue estando definida por  $dQ = \lambda dx$ .

- Sumando la carga a lo largo de la varilla,  $Q = \int dQ$ , determinese el valor de  $\lambda_0$  (en función de  $Q$  y  $l$ ).
- Calcúlese el campo eléctrico  $E$  en el punto  $P$  a una distancia  $x$  del extremo de la varilla (en el eje  $x$  positivo).
- Verifíquese el comportamiento del resultado para  $x \gg l$ . [Sugerencia: Es necesario desarrollar las expresiones obtenidas en b).]

\*44. Una varilla delgada de plástico se flexiona hasta que tiene la forma de un semicírculo de radio  $R$  (véase la figura 23.43). A lo largo de la varilla está uniformemente distribuida una carga  $Q$ . ¿Cuál es el campo eléctrico en el centro del círculo?

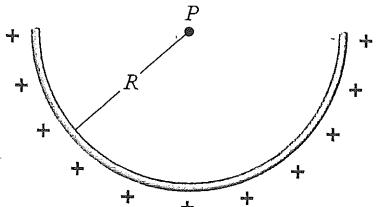


FIGURA 23.43 Una varilla semicircular cargada.

\*45. Un cuadrado de plexiglás, cuyas dimensiones son  $l \times l$ , tiene una densidad uniforme de carga, cuya magnitud es  $\lambda$  coulomb por metro, en sus orillas. Dos de sus lados son positivos y dos negativos (véase la figura 23.44). Determinese el campo eléctrico en el centro del cuadrado.

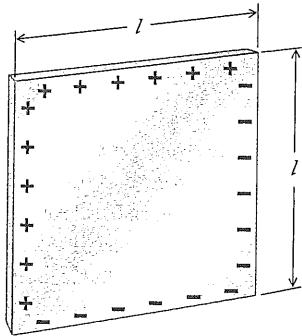


FIGURA 23.44 Un cuadrado con carga en sus orillas.

\*46. Un tubo cilíndrico de plexiglás tiene longitud  $l$  y radio  $R$ , y tiene una carga  $Q$  uniformemente distribuida sobre su superficie.

Determíñese el campo eléctrico en el eje del tubo y en uno de sus extremos. [Sugerencia: Se deben sumar las aportaciones de elementos anulares del tubo; véase la ecuación (23.11) del ejemplo 6.]

\*47. Una varilla delgada y semiinfinita, con distribución uniforme de carga  $\lambda$  coulombs por metro, yace a lo largo del eje  $x$  positivo, de  $x = 0$  a  $x = \infty$ ; una varilla similar yace a lo largo del eje  $y$  positivo, de  $y = 0$  a  $y = \infty$  (véase la figura 23.45). Determíñese el campo eléctrico en un punto del plano  $x-y$ , en el primer cuadrante.

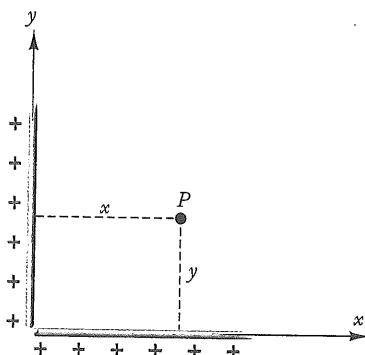


FIGURA 23.45 Dos varillas rectas cargadas.

- Para una barra infinitamente larga, de radio  $R$  y carga uniformemente distribuida en su volumen, de  $\lambda$  coulombs por metro de longitud, demuéstrese que la tensión en esa barra es infinita.
- Hay una barra de longitud finita  $L$ ; suponga que  $R \ll L$ . Estímese la tensión en esa barra, en un punto cercano a su parte media. El cálculo exacto no es necesario, pero es importante tratar de descubrir la dependencia correcta entre  $\lambda$  y  $R$ . ¿Cuál es la tensión estimada para una varilla larga de 1.0 mm de radio, con una carga de  $1.0 \times 10^{-7}$  C/m?

\*\*49. Dos varillas delgadas, semiinfinitas, están en el mismo plano, y forman un ángulo de  $45^\circ$ . Están unidas por otra varilla delgada dobrada formando un arco de círculo de radio  $R$ , con centro en  $P$  (véase la figura 23.46). Todas las varillas tienen una distribución uniforme de carga de  $\lambda$  coulombs por metro. Calcúlese el campo eléctrico en el punto  $P$ .

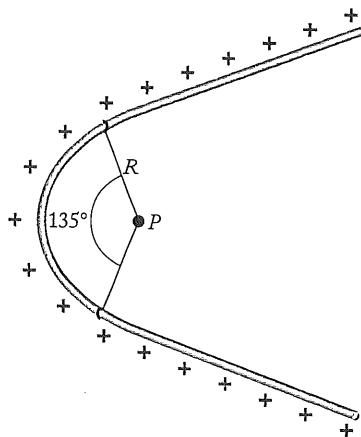


FIGURA 23.46 Dos varillas rectas cargadas unidas por una varilla curva.

- \*\*50. Un cuadrado de papel mide  $l \times l$ , y tiene una carga  $Q$  uniformemente distribuida en su superficie. El cuadrado está en el plano  $x-y$ , su centro está en el origen, y sus lados son paralelos a los ejes coordenados. Determinese el campo eléctrico en un punto del eje  $y$ ; supóngase que el punto está fuera del cuadrado. (Sugerencia: Deben sumarse las contribuciones de cada segmento de línea de carga a lo largo del cuadrado.)

(15)

### 23.3 Líneas de campo eléctrico

- Una carga positiva  $+2q$  y una carga negativa  $-3q$  están separadas por una distancia  $d$ . Trácese las líneas del campo eléctrico producido por el conjunto de esas cargas, en un plano que las contenga.
- Una barra muy larga y delgada tiene  $+Q$  coulombs de carga distribuidos uniformemente en cada metro de su longitud; hay una carga puntual  $-Q$  a un metro de la barra. Trácese las líneas del campo eléctrico que produce el conjunto de esas cargas, en un plano que contenga la barra y la carga puntual.
- Trácese las líneas de campo eléctrico producido por una varilla finita de longitud  $L$ , con carga  $Q$  uniformemente distribuida en su longitud. (Sugerencia: Considérese el campo muy cerca de la varilla, donde parece una varilla infinita, y muy alejado de la varilla, donde parece una carga puntual.)
- Tres cargas positivas están en los vértices de un triángulo equilátero. Trácese la figura de líneas de campo en el plano del triángulo.
- Dos cargas positivas  $+Q$  están en los vértices de un triángulo equilátero; en el tercer vértice hay una carga negativa  $-Q$ . Trácese las líneas de campo en el plano del triángulo.
- Trácese las líneas de campo eléctrico para una fila infinita de cargas puntuales  $+q$ , cada una separada por una distancia  $d$  de sus dos cargas vecinas.

(16)

### 23.4 Movimiento en un campo eléctrico uniforme

- Se supone que el campo eléctrico en el cañón de electrones de un cinescopio acelera a los electrones uniformemente, desde 0 hasta  $3.3 \times 10^7$  m/s en una distancia de 1.0 cm. ¿Qué campo eléctrico se requiere?
- Un electrón está inicialmente en reposo, a 0.10 cm de un disco grande que tiene una densidad superficial de carga  $\sigma = +3.0 \times 10^{-8}$  C/m<sup>2</sup>. ¿Cuánto tarda el electrón en chocar con la placa? ¿Cuál es su velocidad al chocar con la placa?
- Un protón está inicialmente a 4.0 cm de una lámina uniformemente cargada con  $\sigma = 5.0 \times 10^{-8}$  C/m<sup>2</sup>. Sale disparado directamente hacia la lámina, con una velocidad inicial  $v_0$ . El protón desacelera y se detiene momentáneamente a 0.15 cm de la placa, para después salir despedido alejándose de la lámina. ¿Cuál fue el valor de  $v_0$ ?
- En un **tubo de rayos catódicos**, un haz de electrones (es el rayo catódico) se desvía en una región de campo eléctrico, hacia una pantalla fluorescente, como muestra la figura 23.47. Examínese el arreglo de placas paralelas en la figura, suponiendo que entre

(17)

las placas el campo eléctrico  $E = 400$  N/C es uniforme, y que  $E = 0$  fuera de las placas. El haz de electrones entra horizontalmente al campo con velocidad  $v_0 = 5.0 \times 10^6$  m/s. Si el ancho de la placa es  $L = 4.0$  cm, ¿qué distancia vertical  $y_1$  se desvía el haz en el momento de salir de las placas? Si la distancia del extremo de las placas a la pantalla es  $D = 12.0$  cm, ¿cuál es la desviación vertical total,  $y = y_1 + y_2$  al llegar a la pantalla?

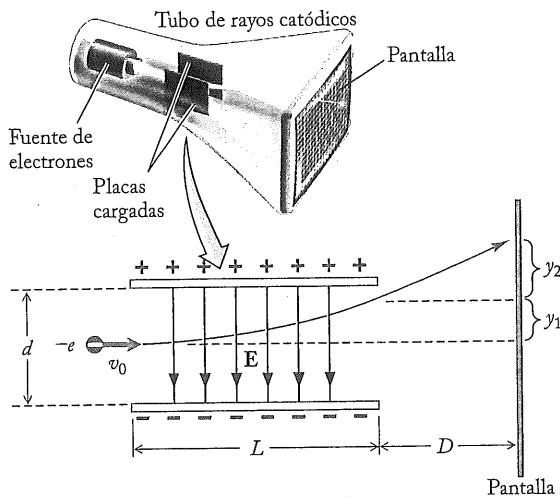


FIGURA 23.47 Esquema de un tubo de rayos catódicos.

- En el tubo de rayos catódicos de la figura 23.47, se inyecta horizontalmente un haz de electrones en el centro exacto de la región de placas paralelas. Si  $L = 3.0$  cm,  $d = 0.20$  cm y cada placa tiene una densidad uniforme de carga, de magnitud  $\sigma = 1.5 \times 10^{-7}$  C/m<sup>2</sup>, ¿cuál es la velocidad inicial mínima,  $v_0$ , que deben tener los electrones para asegurar que no choquen con la placa superior?
- Examínense las placas paralelas de la figura 23.48. Supóngase que las partículas inyectadas son electrones, con velocidad inicial  $v_0 = 4.0 \times 10^6$  m/s, en un ángulo  $\theta = 35^\circ$ . Si el valor del campo eléctrico uniforme es  $E = 3\,000$  N/C, ¿a qué distancia horizontal chocarán los electrones con la placa inferior?

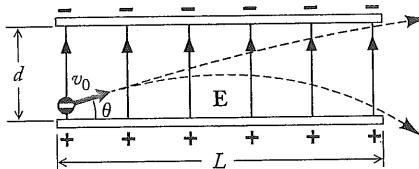


FIGURA 23.48 Carga inyectada entre placas, formando un ángulo con ellas.

- Obsérvense las placas paralelas de la figura 23.48. Supóngase que las partículas inyectadas son perlas de poliestireno, cada una con  $2.0 \times 10^{-11}$  g; las perlas llevan cargas negativas, de cientos a miles de cargas elementales. El campo eléctrico uniforme entre las placas es  $E = 900$  N/C, vertical hacia arriba. La región de campo uniforme tiene  $L = 20$  cm de longitud y  $d = 1.0$  cm de alto. Las perlas tienen velocidad inicial  $v_0 = 3.0$  m/s, y entran en la esquina de la región del campo, con  $\theta = 5.0^\circ$ . ¿Para cuántas cargas elementales las perlas saldrán de la región del campo sin chocar con alguna de las placas?

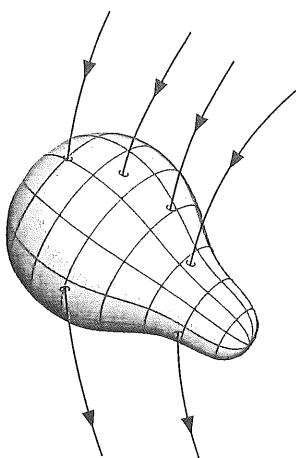


FIGURA 24.25 Superficie de Gauss y algunas líneas de campo.

3. Supóngase que se hubiera adoptado alguna norma para el número de líneas de flujo por unidad de carga, por ejemplo,  $1/(\epsilon_0)$  líneas por unidad de carga. ¿Cambiaría eso la ley de Gauss?
4. Una superficie de Gauss contiene un dipolo eléctrico, y ninguna carga más. ¿Cuál es el flujo eléctrico a través de esa superficie?
5. Una carga puntual está en el centro de un cascarón esférico. Si se mueve hasta un lugar dentro de la superficie del cascarón ¿cambia el flujo eléctrico a través del cascarón?
6. Supóngase que el campo eléctrico de una carga puntual no fuera exactamente proporcional a  $1/r^2$ , sino a  $1/r^{2+\alpha}$ , siendo  $\alpha$  un número pequeño,  $\alpha \ll 1$ . ¿Seguiría siendo válida la ley de Gauss? (Sugerencia: Considérese la ley de Gauss para el caso de una carga puntual.)

7. Los problemas que se resuelven con la ley de Gauss caen en tres categorías, de acuerdo con su simetría: esférica, cilíndrica o plana. Describanse algunos ejemplos de cada categoría.
8. Un hemisferio de radio  $R$  tiene una carga  $Q$  uniformemente distribuida en su volumen. ¿Se puede aplicar la ley de Gauss para calcular el campo eléctrico?
9. Un globo esférico de hule, de radio  $R$ , tiene una carga  $Q$  uniformemente distribuida en su superficie. El globo se coloca en un campo eléctrico uniforme de  $120 \text{ N/C}$ . ¿Cuál es el campo eléctrico neto dentro del globo de hule?
10. El campo eléctrico en la superficie de un conductor en equilibrio estático es perpendicular a esa superficie. El campo gravitacional a la superficie de una masa en equilibrio estático ¿es necesariamente perpendicular a esa superficie? ¿Y si la superficie es la de un fluido, como agua?
11. Supóngase que se deja caer una pelota de tenis de mesa, con carga, en una lata metálica y de inmediato se tapa. ¿Qué sucede con las partes de las líneas de campo eléctrico fuera de la lata, cuando se cierra la tapa?
12. Cuando una corriente eléctrica pasa por un alambre conectado entre una fuente y un sumidero de cargas eléctricas, como por ejemplo las terminales de una batería, dentro del alambre hay un campo eléctrico, aun cuando el alambre sea conductor. ¿Por qué no se aplica en este caso la conclusión acerca de que el campo eléctrico es cero dentro de un conductor?
13. Los electrones libres pertenecientes a un metal están uniformemente distribuidos en todo el volumen del metal. ¿Contradice eso el resultado que se dedujó en la sección 24.5, de acuerdo con el cual se supone que las cargas residen en la superficie de un conductor?

## PROBLEMAS

### 24.1 Flujo eléctrico

1. Acerca de la nube de tormenta descrita en el problema 19 del capítulo 23, y en la figura 23.34, ¿cuál es el flujo eléctrico total que sale de la superficie de la nube?
- Una pequeña superficie cuadrada, de  $1.0 \text{ cm} \times 1.0 \text{ cm}$ , se coloca a  $1.0 \text{ m}$  de distancia de una carga puntual de  $3.0 \times 10^{-9} \text{ C}$ . ¿Cuál es el flujo eléctrico aproximado a través de ese cuadrado, si su cara está orientada hacia el campo eléctrico (véase la figura 24.26)? ¿Y si se gira  $30^\circ$ ? ¿Y si se gira  $60^\circ$ ?

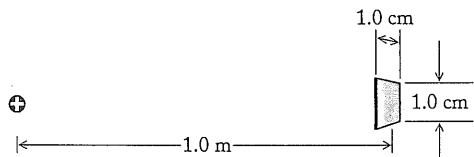


FIGURA 24.26 Carga puntual y pequeña superficie cuadrada.



3. La magnitud y la dirección de un campo eléctrico constante se definen con el vector  $\mathbf{E} = 2.0\mathbf{i} - 1.0\mathbf{j} + 3.0\mathbf{k}$ , estando expresado el campo en  $\text{N/C}$ . ¿Cuál es el flujo que produce ese campo eléctrico a través de la superficie que muestra la figura 24.27, formada por tres cuadrados de  $L \times L = 0.20 \text{ m} \times 0.20 \text{ m}$ , unidos entre sí por sus orillas?

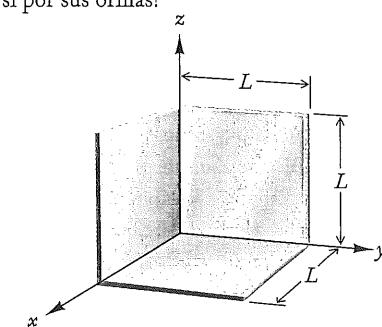


FIGURA 24.27 Superficie formada por tres cuadrados unidos por sus orillas.