Rodrigo Plauché Rodríguez
182671
Serie 2 .

1. Dos cargas

$\oplus$ 40C
5 km
$\ominus$ -40C

Calcula la magnitud de la fuerza eléctrica de atracción entre ellos.

Según la ley de coulomb

$$F_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{d^2} \Rightarrow F_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{-|40||-40|}{|5\ km|^2} =$$

$$\therefore F_e = \frac{-1600C^2}{4\pi\varepsilon_0 \cdot 25\ km^2} = \frac{-16\ C^2}{\pi\varepsilon_0 v_i m^2}\ N$$

2. Supóngase que dos protones están a 2×10^{-15} m entre ellos

¿Cuál es la magnitud de Fe de repulsión?

La carga de un protón es de $1.602\ 176\times10^{-19}$ Masa $= 1.67262\times10^{-27}$

$$F_c = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 \cdot d^2} \Rightarrow F_e = \frac{(1.602170\times10^{-19})^2}{4\pi\varepsilon_0(2\times10^{-15}m)^2} = \frac{2.5669\times10^{-38}}{4\pi\varepsilon_0\ 4\times10^{-30}} \cdot \frac{C^2}{m^2}\ N$$

Sabemos que por Ley de Newton $F = m\cdot a \Rightarrow a = \frac{F_c}{m} \Rightarrow a = \frac{\frac{2.5669\times10^{-38}\ C^2}{4\pi\varepsilon_0\ 4\times10^{-30}m^2}}{1.67262\times10^{-27}}$

$$\therefore a = \frac{2.5669\times10^{-35}\ C^2}{\pi\varepsilon_0 \cdot 2.67619\times10^{-56}} = \frac{9.5916\times10^{17}}{\pi\varepsilon_0}\ \frac{C^2}{m}\ N$$

3. Hay 2 discos delgados, cada uno 1 cm de radio y cada uno con $2.5\times10^{-8}\ \frac{C}{m^2}$ de carga por unidad de carga entre los discos, cuando están separados 2.0 m?

¿Cuál es la fuerza eléctrica

El área del disco está dada por $A = \pi r^2 \Rightarrow A = \pi cm^2 = \pi\times10^{-3} m^2$

$\Rightarrow$ La carga de los discos sería $C = A\cdot 2.5\times10^{-8}\frac{C}{m^2} = 2.5\pi\times10^{-11}C$

$$\Rightarrow F_c = k_e\ \frac{q_1 q_2}{d^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{(2.5\times10^{-11}C)^2}{(2m)^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{6.25\cdot\pi^2\times10^{-22}\ C^2}{4\ m^2}\ N$$

4. Una carga de -2×10^{-8} C está en $x=2$, $y=0$ m. Hay otra carga de -3×10^{-6} C en el punto $x=0$ y $y=-3$ m

¿Cuál es la fuerza eléctrica que ejerce la primera carga sobre la segunda? ¿la segunda sobre la primera?

Sabemos que $\vec{Fe}_{1,2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{|-2\times10^{-5}c||-3\times10^{-6}c|}{(\sqrt{4+9\,m})^2} \cdot \frac{(\vec{r}_1-\vec{r}_2)}{|\vec{r}_1-\vec{r}_2|}$

$= \frac{6\times10^{-14}c}{4\pi\varepsilon_0(13\sqrt{13})}\left((2,0)-(0,-3)\right) = \frac{6\times10^{-14}C^2}{4\pi\varepsilon_0(13\sqrt{13}\,m^2)}(2,3)$

$\therefore Fe_{1,2} = \frac{6\times10^{-4}c^2}{4\pi\varepsilon_0(13\sqrt{13}\,m^2)}\left(\cos\left(\frac{3}{\sqrt{13}}\right)\hat{x} + \sin\left(\frac{2}{\sqrt{13}}\right)\hat{y}\right) N$

y la fuerza que ejerce la segunda sobre la primera es $\vec{Fe}_{2,1} = -\vec{Fe}_{12}$

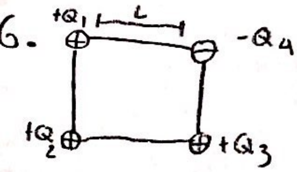
5. Supóngase que hay una nube de cargas

Calcular Fq_1

	q_1	q_2	q_3
	10C	-40C	40C
altura:	2 Km	5 Km	10 Km

$Fq_1 = F_{2,1} + F_{3,1} = \frac{10c}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{-40c}{(3km)^2} + \frac{40c}{(7km)^2}\right) = \frac{10c}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{40\cdot9(-40\cdot49c)}{9\cdot49\,m^2}\right)$

$\therefore Fq_1 = \frac{-36.28c^2}{4\pi\varepsilon_0(km)^2} N$

6. 

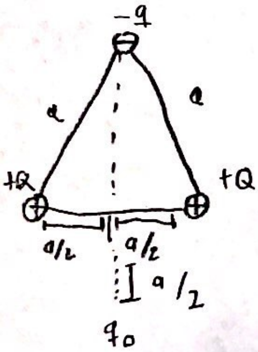
Calcular la fuerza eléctrica neta que ejercen las cargas positivas sobre la carga negativa.

Tenemos un sistema de coordenadas donde $-Q$ está en $(0,0)=q_4$ que hace que q_1 en $(-L,0)$, $q_2(-L,L)$ y q_3 en $(0,-L)$

$Fq_4 = F_{1,4} + F_{2,4} + F_{3,4}$

$Fq_4 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{(-Q)(Q)}{2^2}\frac{(L,0)}{2} + \frac{(-Q)(Q)}{2L^2}\frac{(L,L)}{L\sqrt{2}} + \frac{QQ}{L^2}\cdot\frac{(0,L)}{L}\right) N$

7. Hay 2 cargas iguales de $+Q$ en 2 vértices de un triángulo equilátero y de lado a. Una tercera carga de $-q$ está en el otro vértice. A una distancia de $a/2$, fuera del triángulo y sobre la mediatriz de las cargas de $+Q$ está una carga q_0, sobre la cual la fuerza neta es cero. Calcúlese el valor de la relación q/Q



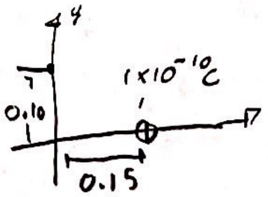
$F_{q_0} = 2F_Q \sin\theta + F_q = 0$

$\Leftarrow 2\left[\frac{q_0\cdot Q}{\frac{a^2}{2}} \cdot K_e \sin(45°)\right] + \frac{q_0 - q}{\frac{(3a^2+2a)^2}{16}} \cdot K_e = 0$

$\Leftarrow \frac{4q_0\,Q\,K_e\sin(45°)}{a^2} = \frac{16q_0\,q\,K_e}{(3a^2+2a)^2} \Leftarrow \frac{q}{Q} = \frac{4\sin(45°)(3a^2+2a)^2}{a^2}$

$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{a/2}{a/2}\right) = 45°$

8. Si se coloca una carga de 1×10^{-10} C en el eje x, a 0.15 m del origen de un sistema de coordenadas ¿cuál es la magnitud del campo eléctrico en un punto a 0.10 m arriba en el eje y?



$$E(\vec{r}_1) = \frac{q}{\|\vec{r}_1-\vec{r}_0\|^2}\cdot\frac{(\vec{r}_1-\vec{r}_0)}{|\vec{r}_1-\vec{r}_0|} = \frac{1\times10^{-10}C}{0.225+0.01}\cdot\frac{(-0.15,0.1)}{\sqrt{0.225+0.01}}$$

$$= 8.77\times10^{-10}\,(-0.15, 0.1)$$

9. Sean $-Q$, $2Q$ y $-Q$ en la recta, separadas por d.
¿Cuál es el campo eléctrico que producen las cargas a una distancia x a la derecha de la carga central. $P=(x,0)$, $Q_1=(-d,0)$ $Q_2=(0,0)$ $Q_3=(d,0)$

Son 3 cargas puntuales, entonces se suman los efectos de los 3 campos eléctricos de x.

$$E(P_1) = \frac{k_e(-Q)}{\|(x+d,0)\|^2}\cdot\frac{(x+d,0)}{|(x+d,0)|} + \frac{k_e 2Q}{|(x,0)|^2}\frac{(x,0)}{|(x,0)|} + \frac{k_e(-Q)}{|(x-d,0)|^2}\cdot\frac{(x-d,0)}{|(x-d,0)|}$$

pero vo creo que ninguna roves se van a contraponer las 3 cargas

$$= \frac{-k_e Q}{(x+d)^2} + \frac{2k_e Q}{|x^2|} - \frac{k_e Q}{(x-d)^2}$$

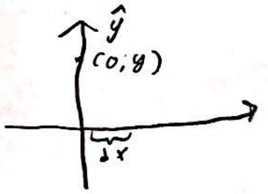
10. La ec. $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Qy}{(R^2+y^2)^{3/2}}$ determina el campo eléctrico en el eje de un anillo cargado, ¿Dónde es máxima la intensidad de ese campo eléctrico?

Debido a que el campo eléctrico cambia respecto a la posición de y, para maximizar la intensidad debemos derivar respecto a y y calcular en qué valor de y es igual a cero para calcular el máximo. $\Leftrightarrow (R^2+y^2)^{3/2} = y^3\frac{3}{2}(R^2+y^3)^{3/2}$

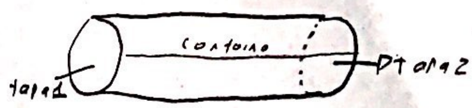
$$\frac{dE}{dy} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{(R^2+y^2)^{3/2} - \frac{2yy_0 3}{2}(R^2+y^2)^{1/2}}{(R^2+y^2)^{3/2}}\right)=0 \Leftrightarrow R^2+y^2 = 3y^2$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{R}{\sqrt{2}}$$

11. Una varilla recta y larga tiene dist. uniforme de carga eléctrica de 2×10^{-14} C/ $=\lambda$
¿Cuál es el campo eléctrico a una distancia perpendicular de 0.5 m de esta varilla? ¿A 1 m? ¿A 5 m?



Proponemos un cilindro gaussiano que tenga distancia de la barra a cualquier punto.



Sea ℓ el tamaño de la varilla

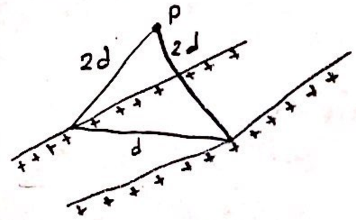
El flujo eléctrico $\Phi = \int_{tapa 1}\vec{E}\cdot d\vec{A} + \int_{contorno}\vec{E}\cdot d\vec{A} + \int_{tapa 2}\vec{E}\cdot d\vec{A}$

Pero como el vector $\vec{A}$ es perpendicular al vector de carga eléctrica y sabemos que $\vec{E}\cdot d\vec{A} = |E||1|\cos(90)=0 \Rightarrow \Phi = \int_{contorno} \vec{E_i}\cdot d\vec{A} = \vec{E}\int_{contorno} d\vec{A}$

$\Rightarrow \Phi = \vec{E}\, A_{contorno}$ = Carga de adentro $\therefore \vec{E}A = \lambda \ell$

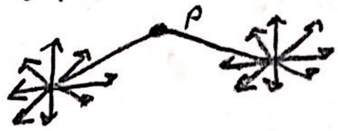
$$\vec{E} = \frac{\lambda \ell}{A_{contorno}} = \frac{\lambda \ell}{(2\pi r)\cdot \ell} = \frac{\lambda}{2\pi r}$$

12. Cada una de dos varillas muy largas, rectas y paralelas, tiene una carga positiva de λ coulombs por metro. La distancia entre las varillas de δ. Calcúlese el campo eléctrico en un punto equidistante de las varillas, a una distancia 2d de cada una. Trácese un diagrama que muestre la dirección del campo eléctrico.



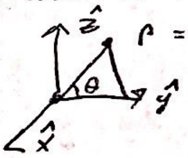
como ambos son positivas, se repelen, pero si se encuentran a una distancia lo suficiente larga se suman como un solo campo eléctrico.

visto desde arriba, el campo eléctrico se vería así.



Yo pienso que el campo eléctrico suma 0 en E y, pues si están equidistantes y ambos tienen la misma carga, sus líneas de campo se eliminarán mutuamente.

Proponemos un sist. de coords.



$P=(0, d/2, \frac{d}{2}\sqrt{2})$ Sabemos que por el punto central que $E(P)=\frac{\lambda}{2\pi r}$,

en este caso $r=2d$

$E(1)=\frac{\lambda}{4\pi d}$ $\quad E_{1y} = \frac{\lambda}{4\pi d}\cos(\theta)$, $E_{1z} = \frac{\lambda}{4\pi d}\sin(\theta)$

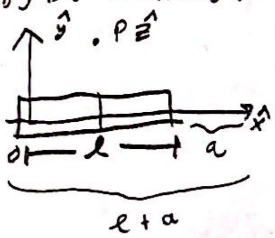
$E_{2y} = -\frac{\lambda}{4\pi d}\cos(\theta)$, $E_{2z} = \frac{\lambda}{4\pi d}\sin(\theta)$

$\therefore E(P) = E_1 + E_2 = 2\left(\frac{\lambda}{4\pi d}\sin(\theta)\right)$

13. A lo largo de una varilla delgada y recta de plástico, de longitud ℓ hay una carga total Q distribuida uniformemente.

a) Determínese el campo eléctrico en el punto P, a una distancia x de uno de los extremos.

b) Determínese el campo eléctrico P' a una distancia y del punto medio de la varilla.



a) $\int_0^{\ell} \frac{Q/\ell}{(\ell+a-x)^2} k_e\,dx = \frac{Q}{\ell}k_e \int_0^{\ell}\frac{dx}{(\ell+a-x)^2}$ $\quad$ sea $u=\ell+a-x$, $du=-dx$, $u(0)=\ell+a$, $u(\ell)=a$

$= -\frac{Q}{\ell}k_e\int_{\ell+a}^{a}\frac{du}{u^2} = \frac{-Q}{\ell}k_e\left(-\frac{1}{u}\right)\Big|_{\ell+a}^{a}$

$= \frac{-Q}{\ell}k_e\left(-\frac{1}{a}+\frac{1}{\ell+a}\right) = -\frac{Q}{\ell}k_e\left(\frac{a-(\ell+a)}{(\ell+a)a}\right) = \frac{Qk_e}{(\ell+a)a}$

b) $\int_0^{\ell} E(P')\,dx = \int_0^{\ell}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q/\ell\ dx}{(y^2+(x-\ell/2)^2)}\right) = \frac{Q}{\ell 4\pi\varepsilon_0}\int_0^{\ell}\frac{dx}{(y^2+(x-\ell/2)^2}$

Asumiendo que la varilla está entre $0\le x\le \ell$ y $P'=(\ell/2, y)$

$d((x,0),(\ell/2,y)) = \sqrt{y^2+(x-\ell/2)^2}$

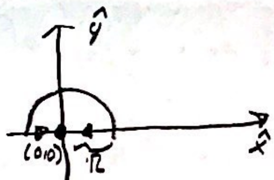
Sea $u = x-\ell/2$, $du = dx$, $u(0)=-\ell/2$, $u(\ell)=\ell/2$

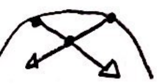
sabemos que esa es la integral de $\tan^{-1} \to = \int_{-\ell/2}^{\ell/2} \frac{da}{y^2+a^2}$

$$\Rightarrow \frac{Q}{\ell} ke \int_{-\ell/2}^{\ell/2} \frac{da}{y^2+a^2} = \frac{keQ}{\ell}\left[\frac{\tan^{-1}\left(\frac{a}{y}\right)}{y}\right]_{-\ell/2}^{\ell/2}$$

$$= \frac{Q}{\ell}\cdot ke\left[\frac{\tan^{-1}\left(\frac{\ell/2}{y}\right)}{y} - \frac{\tan^{-1}\left(\frac{-\ell/2}{y}\right)}{y}\right]$$

14. Una varilla delgada de plástico se flexiona hasta que tiene la forma de un semicírculo de radio R. A lo largo de la varilla está uniformemente distribuida una carga Q. ¿Cuál es el campo eléctrico en el centro del círculo?





El campo eléctrico del centro a cualquier punto R está dada por $E(\vec r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q/\pi^2}{R^2}\cdot dL$

pero si $L = \theta\cdot R$

$dL = d\theta\cdot R$

$$\therefore E(\vec r) = \frac{Q/\pi\cdot R\cdot d\theta R}{4\pi\varepsilon_0\cdot R^2\pi}$$

Luego, vemos que si tomamos dos puntos de la "semicircunferencia" que estén en $(-x_0, y)$ y (x_0, y), $x_0 \in \mathbb{R}$, ya calculamos los dos campos eléctricos, nos damos cuenta que uno anula otro en la componente de x.

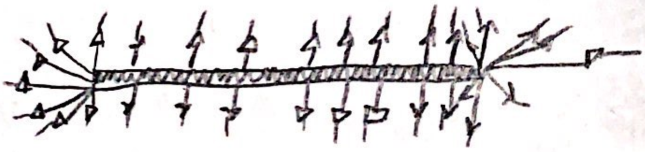
Proponemos $E(\vec 0) = \int_0^{\pi L}(E_x(\vec 0) + E_y(\vec 0))\,d\theta$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R^2\pi}\left[\cancel{\int_0^{\pi}\cos(\theta)d\theta}^{\,0} + \int_0^{\pi}\sin(\theta)d\theta\right] = \left[\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0R^2\pi}(-\cos(\theta))\right|_0^{\pi}$$

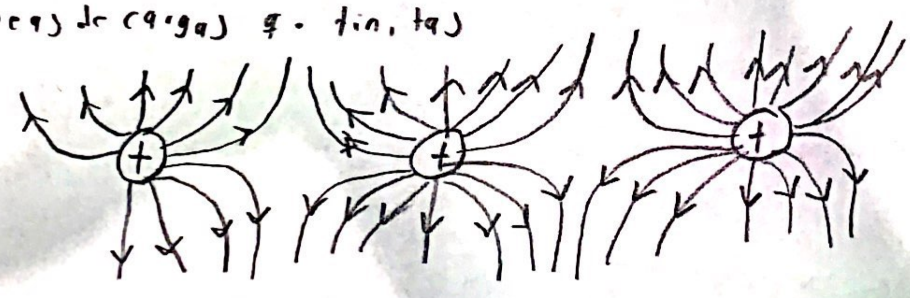
$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0R^2\pi}(-\cos(\pi)+\cos(0)) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0R^2\pi}(1+1) = \frac{Q}{2\pi^2\varepsilon_0R^2}$$

15. Una carga positiva 2q y una carga negativa -3q están separadas por una distancia d, trácense las líneas del campo eléctrico.

16. Líneas de campo eléctrico producido por una varilla finita de longitud L, con carga Q uniforme.



17. Líneas de cargas q. finitas



18. Tubo de rayos catódicos entre las placas el campo $E = 400 \frac{N}{C}$ es uniforme y fuera de las placas es $E=0$. En el tubo se encuentra un haz de electrones. Venía horizontalmente $V_{0x} = 5\times10^{6}\frac{m}{s}$. La placa mide $L = 4cm$ ¿Qué distancia vertical y_1 se desvía el haz en el momento de salir de las placas? Si la distancia del extremo de las placas a la plantilla es $D = 12.0cm$ ¿cuál es la desviación vertical total, $y = y_1 + y_2$ al llegar a la pantalla?

Supongamos que empieza en $(0,0)$. Al entrar, un electrón va a sentir una $F_C = -e \cdot E = -e \cdot 400 \frac{N}{C}$ (Ley de C). Si despejamos la fuerza de igualdad

$\Rightarrow$ La aceleración sobre $y = a\hat{y} = \frac{F}{m} = \frac{-e \cdot E \cdot \hat{y}}{m_e}$

$V(t) = (0,0) + \int a_y(t)\,dt \rightarrow V_y(t) = \frac{-e \cdot E}{m_e} \cdot \frac{t^2}{2} \cdot \hat{y}$

$v = \frac{d}{t}$ luego si reconocemos 4 km

$t = \frac{4\times10^{-2}m}{5\times10^{6}m/s} = 8\times10^{-9}$

$\therefore V_y(t = 8\times10^{-9}) = \frac{-1.6\times10^{-19}C\,(400\,\frac{kg}{C}\cdot m)}{9.1\times10^{-31}kg} \cdot \frac{(8\times10^{-9})^2}{2}\hat{y}$

$= 2.27\times10^{-3}\,m\,\hat{y} = y_1$, Si $d = 12$ $\Delta t_1 = 3.2\times10^{-8}$

$y_1 + y_2 = V_y(t_1) = 0.0364\,m$

Flujo eléctrico

19. Una pequeña superficie cuadrada de $1\times1cm$ se coloca a $1m$ de distancia de una carga puntual de $3\times10^{-9}C$.

¿Cuál es el flujo eléctrico aproximado si su carga está opuesta a la carga si: $30°, 60°$?

El campo eléctrico que haría la carga a un metro sería de $E = \frac{k_e q}{d^2} = \frac{k_e\,3\times10^{-9}C}{(100)^2}$

$E = \frac{3\times10^{-13}}{4\pi\varepsilon_0}\,N/C$

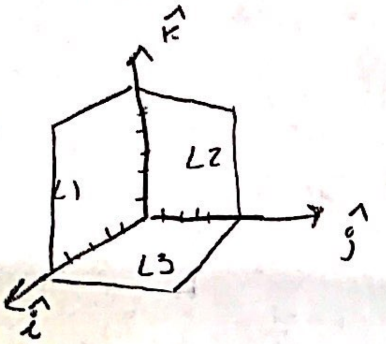
$\Phi = \int dE \cdot d\vec{A}$ pero $\vec{E}$ es constante, $\Rightarrow \Phi = E\int_{sup} d\vec{A} = \vec{E}\,\vec{A}_{\text{área de la sup.}}$

$\Phi = \vec{E}\cdot\vec{A} = |E||A|\cos(0) = \frac{3\times10^{-13}}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{N}{C}\,cm^2$

para $\Theta = 30$ y $\Theta = 60$, tenemos que hacer $|E||A|\cos(\theta)$

Escaneado con CamScanner

20. La magnitud y la dir de un campo eléctrico constante es $E = (2i - j + 3k)\frac{N}{C}$ ¿Cuál es el flujo que produce este campo a través de la superficie de $L = 0.cm$ por un lado



$$\phi = \int \vec{E} \cdot d\vec{A}_{L1} + \int \vec{E} \cdot dA_{L2} + \int \vec{E} \cdot dA_{L3}$$

$$= |E_i| \int d\vec{A}_{L1} + |\vec{E}_j| \int dA_{L2} + |\vec{E}_k| \int dA_{L3}$$

$$= 2\frac{N}{C}(0.04\,m^2) - 1\frac{N}{C}(0.04\,m^2) + 3\frac{N}{C}(0.09)$$

$$= 0.20\frac{Nm^2}{C} - 0.04\frac{Nm^2}{C} = \underline{0.16\frac{Nm^2}{C}}$$