TP RODD

BRUNOD-INDRIGO Luca, BATY Léo

23 mars 2021

1 Construction du graphe

Soit $p \in \mathcal{P}$. Définissons le graphe $G^p = (V^p, A^p)$:

→ **Sommets** : $V^p = \{(t,l,a,j) \in [\![1,T]\!] \times [\![1,l_{max}]\!] \times [\![0,a_{max}]\!] \times (\mathcal{C} \cup \{0\}) \mid j = 0 \implies a = 0\} \bigcup \{u^p\}$
$u^p = (0, l^p, 0, 0)$ état initial de la parcelle p.

→ **Arcs** : A^p contient quatre types d'arcs différents, correspondant aux transitions entre les périodes $t \in [\![1,T]\!]$:

- jachère → jachère : $(t-1,l,0,0) \to (t, \min(l+1, l_{max}), 0, 0)$
- culture → jachère : $(t-1,l,a,j) \to (t,1,0,0)$
- jachère → culture : $(t-1,l,0,0) \to (t,l,1,j)$
- culture → culture : $(t-1,l,a,j) \to (t,l,a+1,j')$

→ **Poids** : $w^p : A^p \to \mathbb{R}$, tel que :
$\forall (u,v) \in A^p,\ u = (t,l,a,j), v = (t',l',a',j'),\ \boxed{w^p_{u,v} = R_p(l,a',j,j')}$

→ Soient $j \in \mathcal{C}, t \in [\![1,T]\!]$.
On note $A^p(j,t)$ le sous-ensemble d'arcs de A^p de la forme $(t-1,l,a,i) \to (t,l',a',j)$

Une rotation sur la parcelle p correspond à un chemin dans G^p de u^p à un sommet de type (T,l,a,j).

2 Modélisation par un PLNE

Considérons les graphes G^p, $p \in \mathcal{P}$ définis dans la section précédente. On peut modéliser le problème de planification sous la forme d'un programme linéaire en nombres entiers :

→ **Variables de décision** : $\forall p \in \mathcal{P},\ \forall (u,v) \in A^p,\ x^p_{u,v} = \mathbb{1}_{\{(u,v) \text{ est dans la rotation de la parcelle } p\}}$

→ **Objectif** : $\sum_{p \in \mathcal{P}} \sum_{v \in \delta^+(u^p)} x^p_{u^p,v}$

→ **Contraintes** :

- Demande satisfaite à chaque période pour chaque culture :

$$\sum_{p \in \mathcal{P}} \sum_{(u,v) \in A^p(j,t)} w^p_{u,v} x^p_{u,v} \geq D_{j,t},\ \forall t \in [\![1,T]\!],\ \forall j \in C$$

- Contraintes de type *flot* le long des chemins/rotations :

$$\sum_{v \in \delta^-(u)} x^p_{v,u} = \sum_{v \in \delta^+(u)} x^p_{u,v},\ \forall p \in \mathcal{P},\ \forall u \in V^p$$

- Au plus une rotation par parcelle :

$$\sum_{v \in \delta^+(u^p)} x^p_{u^p,v} \leq 1,\ \forall p \in \mathcal{P}$$

PLNE final :

$$\begin{aligned}
\min_x \quad & \sum_{p \in \mathcal{P}} \sum_{v \in \delta^+(u^p)} x^p_{u^p,v} && && \text{(1a)}\\
\text{s.t.} \quad & \sum_{v \in \delta^-(u)} x^p_{v,u} = \sum_{v \in \delta^+(u)} x^p_{u,v} && \forall p \in \mathcal{P},\ \forall u \in V^p && \text{(1b)}\\
& \sum_{p \in \mathcal{P}} \sum_{(u,v) \in A^p(j,t)} w^p_{u,v} x^p_{u,v} \geq D_{j,t} && \forall t \in [\![1, T]\!],\ \forall j \in C && \text{(1c)}\\
& \sum_{v \in \delta^+(u^p)} x^p_{u^p,v} \leq 1 && \forall p \in \mathcal{P} && \text{(1d)}\\
& x^p_{u,v} \in \{0, 1\} && \forall p \in \mathcal{P},\ \forall (u,v) \in A^p && \text{(1e)}
\end{aligned}$$

3 Résolution de l'instance

Nous avons implémenté le PLNE décrit dans la section précédente en Julia interfacé avec le solveur CPLEX, afin de résoudre l'instance de l'énoncé. On obtient le résultat suivant :

- Nombres de noeuds développés dans l'arbre de recherche : 0
- Nombre de parcelle cultivées (i.e. valeur de l'objectif à l'optimum) : $\boxed{19}$

4 Formulation *étendue*

Notons $\mathcal{R}$ l'ensemble des rotations possibles. Soient $r \in \mathcal{R}$, $j \in \mathcal{C}$, $t \in [\![1, T]\!]$. On note $r(j, t)$ l'ensemble des arcs de la rotation r

$$\begin{aligned}
\min_x \quad & \sum_{r \in \mathcal{R}} x_r && && \text{(2a)}\\
\text{s.t.} \quad & \sum_{r \in \mathcal{R}} \sum_{(u,v) \in r(j,t)} w_{u,v} x_r \geq D_{j,t} \forall j \in \mathcal{C},\ \forall t \in [\![1, T]\!] && && \text{(2b)}\\
& x_r \in \mathbb{N} && \forall r \in \mathcal{R} && \text{(2c)}
\end{aligned}$$

Que se passe-t-il si le rendement dépend de la parcelle p considérée ? Peut-on écrire qqchose ?

5 Approche de génération de colonnes

à rédiger

Sous-problème :

$$\max_{r} \sum_{j \in \mathcal{C}} \sum_{t=1}^{T} \left(\sum_{(u,v) \in r(j,t)} w_{u,v} \right) \mu_{j,t}$$